

xx(178598.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del
I.P.N.
Unidad Guadalajara

Observador Neuronal para el Proceso Anaeróbico de Tratamiento de Aguas



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

Tesis que presenta:
Diana Alejandra Urrego Patarroyo

Para obtener el grado de:
Maestra en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis:
Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos
Dr. Salvador Carlos Hernández

CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS

Guadalajara, Jalisco, Agosto 2008.

CLASIF.:	1 R165.08 077 2008
ADQUIS.:	SSI-533
FECHA:	24-III-2009
PROCED.:	Don. 2009
	\$ _____

12 158265-001

Observador Neuronal para el Proceso Anaeróbico de Tratamiento de Aguas

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Diana Alejandra Urrego Patarroyo

Ingeniera de Control

Universidad Nacional de Colombia 2006

Directores de Tesis:

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos

Dr. Salvador Carlos Hernández

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto, 2008.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por la vida, la fortaleza y la fé que me mantuvo en pie para luchar por este sueño.

A mi Mamita y a mi Maguita porque son el motor que mueve mi vida y gracias a su amor y apoyo cada día despierto con un motivo para seguir adelante.

A ti Papito que desde donde estés no has permitido que me sienta ni un segundo desamparada y sin todo el amor que me regalaste.

A mi Bilitis y a mi familia por creer en mí y darme todo ese amor que me hace sentir el ser más afortunado del universo entero.

A ti mi Angelito hermoso por todo tu amor, tu ternura y tu espera, y que a pesar de la distancia lograste darme la felicidad para sentirte cada segundo cerca de mí y no dejar desfallecer este amor que nos mantiene y nos mantendrá juntos.

Al Dr. Edgar Sánchez por sus enseñanzas y su apoyo que me ayudaron a superar los obstáculos, por su dedicación y toda la confianza depositada en mí, para la realización de este trabajo.

Al Dr. Salvador Carlos por su apoyo, atención prestada y sugerencias que enriquecieron el desarrollo de este trabajo.

A mi Luli, Zulia, Anita y Camilo por hacerme parte de su familia y brindarme tanto cariño y apoyo, y regalarme momentos llenos de felicidad.

A toda mi generación por mostrarme que México tiene personas maravillosas, las cuales me regalaron su amistad incondicional, su cariño y me permitieron compartir momentos inolvidables.

A las generaciones anteriores y las generaciones de doctorado por su ayuda incondicional y su valiosa amistad.

RESUMEN

La digestión anaeróbica es un proceso biológico usado comúnmente para el tratamiento de aguas residuales con carga de materia orgánica. Los micro-organismos (biomasa) transforman la materia orgánica (sustrato) en un biogas compuesto principalmente por dióxido de carbono y metano; siendo éste último el más importante, ya que el metano puede ser usado como fuente de energía. Un problema común en este tipo de procesos es que no se tiene acceso a la medida de todos los estados, debido a restricciones ya sean económicas o técnicas. Esta situación ha motivado interesantes cuestionamientos en cuanto se refiere al diseño de observadores y selección de sensores adecuados.

La mayoría de las técnicas de diseño de estimadores de estado no lineales, suponen el conocimiento completo del modelo del sistema, el que no está disponible siempre. Adicionalmente, requieren usualmente de transformaciones no lineales especiales; frecuentemente tales transformaciones no son robustas en presencia de incertidumbre. Por esta razón, el uso de observadores neuronales ha sido propuesto para la estimación de variables difíciles de medir.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un observador neuronal recurrente para estimar biomasa, sustrato y carbono inorgánico, las cuales son variables de difícil medición y de gran importancia para el control del proceso anaeróbico en un reactor continuamente agitado con filtro de biomasa.

ABSTRACT

Anaerobic digestion is a biological process used commonly for wastewater treatment with organic wastes. The micro-organisms (biomass) transform organic wastes (substrate) into a biogas, mainly composed of carbon dioxide and methane; the last one is the most important since it can be used as an energy source. A common problem for this kind of process is due to the fact that the full state cannot be measured. This situation imposes interesting challenges, in order to design observers and to select adequate sensors.

Most of the techniques to the design of nonlinear state estimators assume the complete knowledge of the system model, which is not always available. Additionally, special nonlinear transformations are usually required; frequently such transformations are not robust in presence of uncertainties. For this reason, the use of neural observers has emerged for estimation of variables difficult to be measured.

The goal of this thesis is to develop a recurrent neural network observer for estimate biomass, substrate and inorganic carbon which are variables difficult to measure and very important for anaerobic process control in a completely stirred tank reactor (CSTR) with biomass filter.

ÍNDICE

Resumen.....	I
Índice General.....	III
Lista de Figuras.....	V
Lista de Tablas.....	X
CAPÍTULO 1 Introducción.....	1
CAPÍTULO 2 Proceso anaeróbico para el tratamiento de aguas residuales.....	3
2.1 Descripción del proceso	3
2.2 Etapas del proceso.....	4
2.3 Condiciones de operación	6
2.4 Modelo del proceso	7
2.4.1 Modelo biológico	8
2.4.2 Modelo hidrodinámico	14
2.5 Análisis del modelo.....	17
CAPÍTULO 3 Redes neuronales recurrentes de alto orden discretas	19
3.1 Redes neuronales recurrentes de alto orden	19
3.2 Redes neuronales recurrentes de alto orden discretas	22

3.3	Entrenamiento de una RHONN utilizando un filtro de Kalman extendido	23
CAPÍTULO 4 Identificación de la digestión anaeróbica		27
4.1	Identificación de sistemas dinámicos	27
4.2	Identificación neuronal.....	29
4.3	Identificación del proceso anaeróbico.....	30
CAPÍTULO 5 Observador para el proceso anaeróbico.....		37
5.1	Observadores de estado para sistemas no lineales	37
5.2	Problemática de la digestión anaeróbica	38
5.3	Diseño de un observador neuronal recurrente de alto orden	39
5.4	Observadores neuronales para el proceso anaeróbico	41
5.4.1	RHONO para la estimación de biomasa X_2	42
5.4.2	RHONO para la estimación de biomasa X_2 y sustrato S_2	53
5.4.3	RHONO para la estimación de estados del proceso anaeróbico	61
CAPÍTULO 6 Conclusiones		70

Bibliografía

Anexo A Artículos generados de esta tesis

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Reactor para el proceso anaeróbico.	4
Figura 2.2. Esquema de las etapas del proceso anaeróbico.	6
Figura 2.3. Esquema de clasificación sustrato de entrada.	9
Figura 2.4. Diagrama funcional.	11
Figura 2.5. Comportamiento del coeficiente λ	14
Figura 2.6. Reactor completamente agitado con filtro de biomasa.	15
Figura 2.7. Plano de fase para X_2 y S_2	18
Figura 3.1. Esquema de RHONN discreta.	23
Figura 4.1. Esquema de identificación	32
Figura 4.2. Tasa de dilución D_e	32
Figura 4.3. Entrada de carbono inorgánico IC_e	33
Figura 4.4. Perturbación en la entrada de sustrato S_{2e} con el 30% de amplitud.	33
Figura 4.5. a) Evolución de la biomasa X_1 a (línea sólida) y su identificación \hat{X}_1 (línea punteada).	
b) Evolución del sustrato S_1 (línea sólida) y su identificación \hat{S}_1 (línea punteada).	35

Figura 4.6. a) Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su identificación \hat{X}_2 (línea punteada).	
b) Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su identificación \hat{S}_2 (línea punteada)	35
Figura 4.7. a) Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su identificación \hat{IC} (línea punteada).	
b) Evolución de los cationes Z (línea sólida) y su identificación \hat{Z} (línea punteada)..	36
Figura 5.1. Esquema del observador (RHONO)	42
Figura 5.2. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada)	44
Figura 5.3. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.....	44
Figura 5.4. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	45
Figura 5.5. Salida de CO_2 , del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	45
Figura 5.6. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e	46
Figura 5.7. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e	46
Figura 5.8. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e	47
Figura 5.9. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e	47
Figura 5.10. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).....	49

Figura 5.11. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.....	49
Figura 5.12. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	50
Figura 5.13. Salida de CO_2 , del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	50
Figura 5.14. Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su estimado (línea punteada). 52	
Figura 5.15. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.....	52
Figura 5.16. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	53
Figura 5.17. Salida de CO_2 , del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	53
Figura 5.18. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.....	55
Figura 5.19. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).	56
Figura 5.20. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).....	56
Figura 5.21. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	57
Figura 5.22. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).....	57
Figura 5.23. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e	58

Figura 5.24. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .	59
Figura 5.25. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .	59
Figura 5.26. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .	60
Figura 5.27. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .	60
Figura 5.28. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.	63
Figura 5.29. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).	63
Figura 5.30. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).	64
Figura 5.31. Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su estimado (línea punteada).	64
Figura 5.32. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).	65
Figura 5.33. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).	65
Figura 5.34. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e .	66
Figura 5.35. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .	66

Figura 5.36. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e 67

Figura 5.37. Evolución del carbono inorgánico (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e 67

Figura 5.38. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e 68

Figura 5.39. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida del RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e 69

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1. Matrices de covarianza FKE para la RHONN en el proceso de identificación.....	34
Tabla 5.1. Matrices de covarianza para el FKE en el entrenamiento del RHONO para la estimación de X_2 y S_2	55
Tabla 5.2. Matrices de covarianza para el FKE en el entrenamiento del RHONO para la estimación de estados del proceso anaeróbico.	62

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

El agua es uno de los recursos naturales esenciales en la vida del ser humano, y tiene un impacto directo en la sociedad, por ser apoyo fundamental para el desarrollo; sin embargo a pesar de que el agua es un recurso renovable puede llegar a estar contaminada por las actividades humanas y dejar de ser útil; este hecho ha generado un gran interés por preservar tanto la cantidad como la calidad del agua.

La importancia que ha cobrado la calidad del agua se evidencia en la generación de alternativas de tratamiento que permiten eliminar o disminuir sustancialmente sus agentes contaminantes, dejando abierta la posibilidad de su reutilización. Una de estas alternativas es el tratamiento de las aguas residuales, que se puede llevar a cabo por medio de diferentes procesos, dependiendo del tipo de contaminantes presentes. Si se trata de contaminantes inorgánicos la mejor opción es el tratamiento aeróbico, si por el contrario se trata de contaminantes de tipo orgánico el proceso más eficiente y que presenta mejores resultados es el tratamiento anaeróbico.

El proceso anaeróbico es un proceso biológico que se lleva a cabo por medio de bacterias que viven en ausencia de oxígeno. Esto lo cual constituye una ventaja, ya que al no requerirse aireación los costos de operación son menores con respecto al proceso aeróbico. Las bacterias anaeróbicas degradan la materia orgánica en gas carbónico y metano; éste último es el más importante porque se puede utilizar como fuente alternativa para la producción de energía. Sin embargo el proceso anaeróbico, es difícil de operar, puesto que es muy sensible a los cambios en las condiciones de operación, haciendo que sus variables sean fácilmente desestabilizables; además, presenta gran dificultad para hacer la medición de variables importantes. Esto repercute directamente en el diseño de estrategias de control porque el conocimiento de los estados del proceso es fundamental.

Por lo anterior, se ha generado un gran interés por el diseño de observadores de estado para este tipo de procesos; sin embargo la mayoría de los resultados existentes se basa en el conocimiento del

modelo fenomenológico del proceso como en el caso de [4], [5],[7] y [12], entre otros, lo cual no siempre es posible. Nuestro objetivo por lo tanto, es desarrollar un observador que no requiera el conocimiento previo del modelo del proceso, el cual está basado en redes neuronales recurrentes de alto orden, entrenadas con el filtro de Kalman extendido (FKE).

La presente tesis se está organizada de la siguiente manera:

En el **Capítulo 2** se presenta una descripción detallada el modelo dinámico del proceso anaeróbico, y su análisis de estabilidad.

En el **Capítulo 3** se presentan los fundamentos de las redes neuronales recurrentes de alto orden, sus estructuras, y el filtro de Kalman extendido como su algoritmo de entrenamiento.

En el **Capítulo 4** se discute la identificación de sistemas dinámicos y se presenta el diseño de un identificador basado en redes neuronales recurrentes de alto orden, el cual es el primer aporte de esta tesis. Se muestran además los resultados obtenidos en simulación con el modelo dinámico del proceso.

En el **Capítulo 5** se presenta el segundo aporte de esta tesis y el más importante, que consiste en el diseño de observadores neuronales con estructura Luenberger, basados en redes neuronales recurrentes de alto orden entrenadas con el filtro de Kalman extendido, para el proceso anaeróbico de tratamiento de aguas residuales. Los resultados muestran la convergencia del observador hacia los estados del proceso y su tolerancia ante la presencia de perturbaciones; mejorando de esta forma los resultados presentados en [9].

En el **Capítulo 6** se presentan las conclusiones generales de los resultados obtenidos en este trabajo, así como también las perspectivas de trabajo futuro.

Finalmente en el **Anexo A** se listan los artículos aceptados para publicación en congresos y los que se encuentran en revisión.

CAPÍTULO 2

PROCESO ANAERÓBICO PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES

En el presente capítulo se aborda la descripción general del proceso anaeróbico de aguas residuales, el cual se lleva a cabo en cuatro etapas sucesivas. Esto implica que los productos de una etapa son utilizados como entrada por la siguiente etapa. Cada una de estas etapas es descrita con el fin de presentar los diferentes fenómenos que tienen lugar y las variables que describen su comportamiento dinámico. Además se presenta el modelo matemático completo que representa el bioproceso dado en un reactor completamente agitado (CSTR por su nombre en inglés).

2.1 Descripción del proceso

La digestión anaeróbica es un proceso que se utiliza comúnmente para el tratamiento de aguas residuales con carga de materia orgánica, tales como, las provenientes de la industria alimenticia, agrícola, y de áreas urbanas, entre otras. Los microorganismos que intervienen en este tipo de tratamiento viven en ausencia de oxígeno. Estos microorganismos degradan progresivamente la materia orgánica presente en el agua en compuestos más simples, para obtener gas carbónico y metano como productos finales. El metano es el componente de mayor importancia ya que constituye una fuente alterna de energía. Este proceso requiere ciertas características de operación especiales, tales como: temperatura constante alrededor de los 35°C y que el pH del sustrato de alimentación no presente variaciones significativas [9].

El proceso de tratamiento anaeróbico considerado en esta tesis se desarrolla en un reactor completamente agitado, el cual está constituido por un flujo de entrada Q_e (sustrato), un flujo de salida Q_s (medio tratado) y una salida de gas, como se presenta en la Fig. 2.1; este reactor puede ser operado en modo continuo ($Q_e = Q_s \neq 0$), semi-continuo ($Q_e \neq 0, Q_s = 0$), o discontinuo

($Q_i = Q_o = 0$), siendo el modo continuo el más común; en esta tesis en particular se utiliza el modo continuo para validar el observador diseñado.

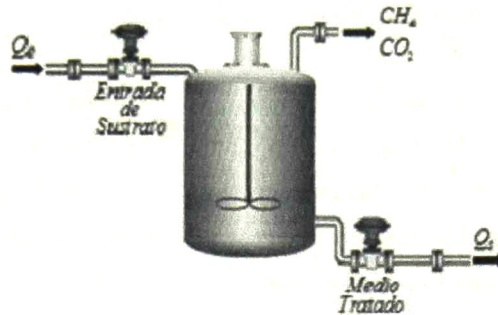


Figura 2.1. Reactor para el proceso anaeróbico.

2.2 Etapas del proceso

En la digestión anaeróbica intervienen un gran número de microorganismos los cuales viven en ausencia de oxígeno y se clasifican en dos tipos: *facultativos* que utilizan el hidrógeno como fuente de energía, y *estrictos*, para los cuales el oxígeno constituye un tóxico; estos microorganismos se distribuyen por especie según su función. Así por ejemplo, se tienen las bacterias metanogénicas acetoclásticas que degradan el ácido acético en metano y gas carbónico, y las bacterias metanogénicas hidrogenófilas que transforman el hidrógeno y el gas carbónico disuelto en metano, entre otras [8].

Este proceso es secuencial, puesto que los productos de una etapa sirven como entrada para la siguiente, y se desarrolla en cuatro etapas distintas:

- *Hidrólisis*: en esta etapa los sustratos complejos insolubles tales como celulosa, proteínas, lípidos, polisacáridos, etc., se transforman en moléculas solubles menos complejas, como oligosacáridos simples, ácidos grasos y azúcares. Las bacterias que se encargan de este proceso se denominan hidrolíticas y son del tipo facultativo.

- *Acidogénesis*: en esta etapa interviene una población de bacterias llamadas acidogénicas, las cuales son anaerobias facultativas. Estas bacterias transforman los monómeros solubles en ácidos orgánicos, alcoholes y ácidos grasos volátiles (principalmente ácido acético, butírico y propiónico), gas carbónico e hidrógeno.
- *Acetogénesis*: las bacterias acetogénicas que intervienen en esta etapa producen ácido acético a partir de los ácidos butírico y propiónico, también a partir del hidrógeno y gas carbónico que fueron liberados en las etapas anteriores, principalmente en la acidogénesis. Las bacterias acetogénicas son anaerobias estrictas. La velocidad con la cual se produce esta etapa permite desprestigiar su dinámica.
- *Metanogénesis*: es la etapa final y en ella se produce el metano. Éste se puede sintetizar de dos maneras distintas: la primera a partir del ácido acético por las bacterias acetoclásticas; la segunda a partir de la mezcla del hidrógeno y el gas carbónico por las bacterias hidrogenófilas.

La metanogénesis es considerada como *la etapa limitante*, debido a que es la más lenta y determina la dinámica global del proceso, esto implica una alta sensibilidad a la variación en la concentración del flujo de entrada al reactor; según la amplitud y la duración de la perturbación el medio se puede acidificar y así bloquear el crecimiento de la biomasa y por lo tanto la producción de metano. El retorno al estado de equilibrio es lento y un bloqueo prolongado puede conducir a un fenómeno conocido como “lavado”; es decir, la desaparición total de los microorganismos. Por esta razón es la etapa de mayor interés.

En Fig. 2.2 se presenta un esquema de las etapas del proceso anaeróbico como el propuesto en [18].

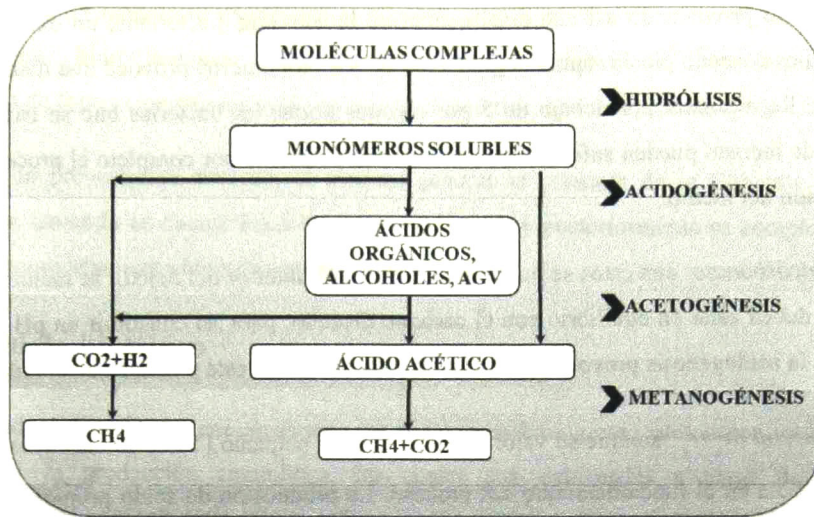


Figura 2.2. Esquema de las etapas del proceso anaeróbico.

2.3 Condiciones de operación

Con el fin de lograr elevar la actividad microbiana y así mismo incrementar la eficiencia de la digestión anaerobia, los parámetros del digester deben estar bajo ciertos rangos de operación. A continuación se describen los más importantes.

Temperatura: Dependiendo de la composición del efluente y del digester, este proceso puede darse entre dos rangos principales de temperatura: condiciones mesofílicas (20-45 °C, normalmente 35°C) y condiciones termofílicas (50-65 °C, normalmente 55 °C). En esta tesis se consideran condiciones mesofílicas.

pH: los valores óptimos del pH varían de acuerdo a la etapa del proceso; así por ejemplo en la etapa de la acidogénesis, el pH desciende, si es inferior a 6.4 puede ser tóxico para las bacterias que producen el metano. Por lo tanto, los valores de pH óptimos están entre 6.7 y 7 para esta etapa. El rango óptimo para todo el proceso está entre 6 y 8.

Otros factores que influyen directamente sobre el pH son la concentración de iones de bicarbonato y ácidos grasos volátiles; un exceso de bicarbonato puede generar un aumento de pH

por encima de 8 provocando así una disminución de la actividad bacteriana; un exceso de ácidos grasos volátiles causado por la rápida degradación de los monómeros provoca una disminución del pH y si éste llega a estar por debajo de 5 por algunas horas, las bacterias que se encargan de la producción de metano pueden sufrir daños irreversibles y detener por completo el proceso debido a la acidificación del medio.

Iones de bicarbonato: con éstos se busca que el pH en el interior del reactor se mantenga estable; por lo tanto deben estar en equilibrio con el carbono disuelto, para así constituir un pH neutro y no permitir que la acidogénesis provoque una disminución severa de éste y acidifique el medio.

Presión parcial de H_2 : aunque su valor en el biogas sea pequeño (10^{-4} a 10^{-6} atm), ésta tiene una influencia directa en el funcionamiento del proceso. La producción de ácido propiónico y butírico es prioritaria si hay una fuerte variación de presión parcial; por el contrario la producción de ácido acético es prioritaria si la variación en la presión parcial es baja. Lo anterior manifiesta la dependencia de las bacterias que intervienen en la etapa de la acidogénesis de la variación de la presión parcial, ya que si ésta es significativa provoca un desequilibrio y por lo tanto el bloqueo del proceso.

2.4 Modelo del proceso

Uno de los principales obstáculos para el uso del tratamiento anaeróbico de aguas residuales es el poco entendimiento del proceso. Por lo tanto es muy importante tener una representación matemática de sus dinámicas, lo que facilitará su diseño, operación y control; por tal razón este tipo de tratamiento ha sido objeto de estudio de numerosas investigaciones. En [3] se presenta una caracterización del sustrato de entrada de acuerdo a su composición orgánica e inorgánica. El modelo propuesto incluye 2 etapas enzimáticas hidrolíticas, 8 grupos de bacterias, y también involucra 19 componentes químicos en el sustrato. Además, se incluye una descripción de las características de pH y temperatura. En [6], se propone un modelo estructural y una descripción detallada del conjunto de ecuaciones físico-químicas que describen la transferencia gaseosa, y ecuaciones bioquímicas que representan las reacciones biológicas y enzimáticas del proceso anaeróbico.

Por otra parte, el modelo es directamente afectado por el reactor ya que cada tipo presenta un comportamiento hidrodinámico diferente; así otras investigaciones importantes han sido desarrolladas de forma rigurosa teniendo en cuenta lo anterior, como la presentada en [11].

Debido a lo previamente descrito, el modelo general se presenta de la siguiente forma: una primera parte teniendo en cuenta los fenómenos biológicos y posteriormente es completado con el modelo del comportamiento hidrodinámico.

2.4.1 Modelo biológico

El modelado del proceso tiene en cuenta las reacciones biológicas, tales como: el crecimiento microbiano y la producción enzimática, las cuales son expresadas a partir de ecuaciones diferenciales, de la siguiente manera:

$$\frac{d\kappa}{dt} = \mu\kappa \quad (2.1)$$

Además las relaciones fisico-químicas se determinan a partir del equilibrio químico (ácido-base) y relaciones de conservación de materia, como se presenta en la ecuación (2.2).

$$\begin{aligned} 0 &= \kappa_{básica} + \kappa_{ácida} - \kappa \\ 0 &= H^+ \kappa_{ácida} - K_{eq} \kappa_{básica} \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde:

κ corresponde a la variable de estado que se va a modelar;

μ representa las relaciones biológicas;

$\kappa_{ácida}$ y $\kappa_{básica}$ representan respectivamente la forma ácida y básica del estado;

H^+ es el ión hidrógeno;

K_{eq} es constante de equilibrio ácido-base.

Con base en esto se tiene entonces que el modelo del proceso está compuesto por cinco ecuaciones algebraicas y seis ecuaciones diferenciales, como se describe en lo subsecuente.

Para efectos de modelado los componentes orgánicos del sustrato de entrada son clasificados en dos clases (Fig. 2.3):

Los componentes equivalentes a la glucosa denotados por S_1 ;

Los componentes equivalentes al ácido acético denotados por S_2 .

La anterior clasificación se hace con el objetivo de modelar las moléculas complejas que se degradan lentamente (equivalentes a la glucosa), y las que se degradan inmediatamente (equivalentes ácido acético). Esta clasificación permite modelar el proceso como una etapa lenta (metanogénesis), y una etapa previa de dinámica más rápida.

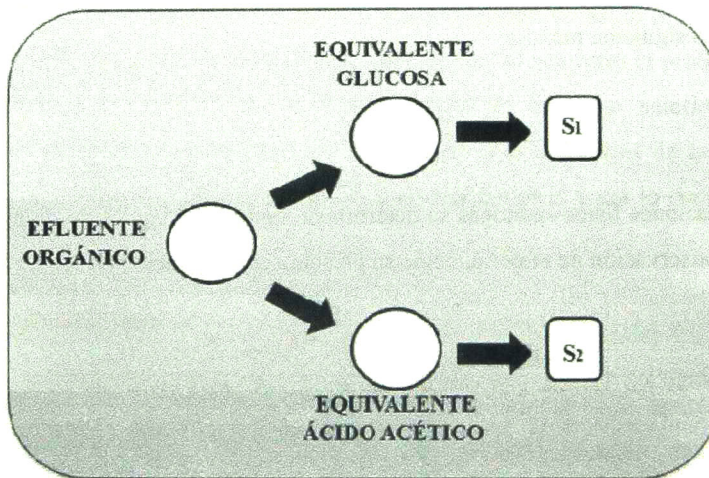


Figura 2.3. Esquema de clasificación sustrato de entrada.

De esta manera, la biomasa también es clasificada en dos tipos:

X_1 que corresponde a las bacterias que se mantienen activas sobre el sustrato equivalente a la glucosa;

X_2 que corresponde a las bacterias que se mantienen activas sobre el sustrato equivalente al ácido acético.

En el presente trabajo las tasas de crecimiento para X_1 y X_2 son consideradas de tipo Haldane [8] con la finalidad de tomar en cuenta en el crecimiento de los microorganismos la influencia del pH, a través de HS que representa la forma no ionizada del sustrato S_2 , esto dado a que en la literatura gran cantidad de resultados coinciden en considerar HS como otro factor inhibitorio del proceso si está presente en grandes cantidades (inhibición por sustrato), por esta razón se describe en términos de ésta variable. Cada una de estas tasas de crecimiento está dada respectivamente como:

$$\mu_1 = \frac{\mu_{1\max} S_1}{K_{S1} + S_1 + \frac{S_1 HS}{K_{i1}}} \quad (2.3)$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_{2\max} HS}{K_{S2} + HS + \frac{(HS)^2}{K_{i2}}} \quad (2.4)$$

donde:

$\mu_{1\max}$ y $\mu_{2\max}$ representan la afinidad de la biomasa por el sustrato;

K_{S1} y K_{S2} son constantes de saturación de crecimiento;

K_{i1} y K_{i2} son constantes de inhibición por exceso de sustrato.

Finalmente para representar las reacciones biológicas y los fenómenos fisico-químicos del proceso se utiliza el esquema funcional presentado en Fig. 2.4, [20].

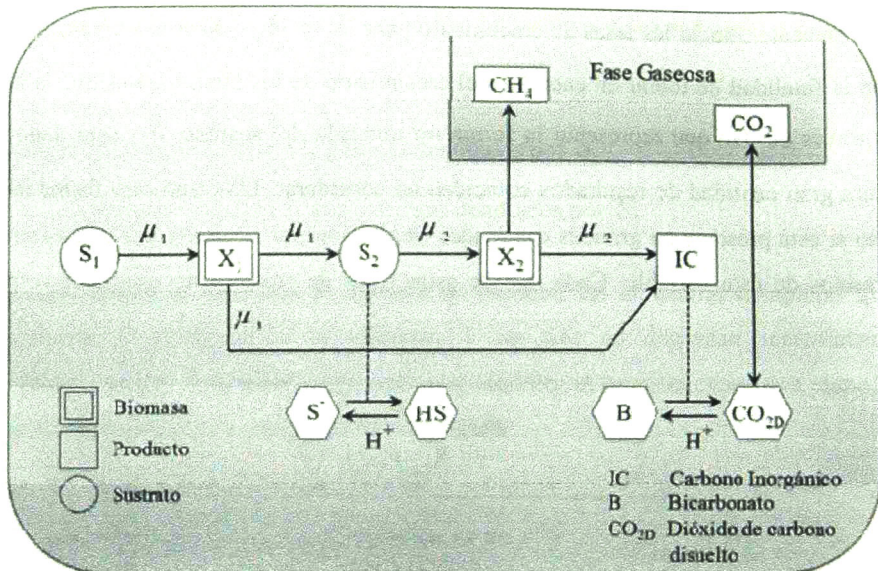


Figura 2.4. Diagrama Funcional.

Se establecen cinco ecuaciones algebraicas dadas por (2.5)-(2.9). Las ecuaciones (2.6) y (2.8) representan el equilibrio ácido-base del medio; las ecuaciones (2.5) y (2.7) representan la relación de conservación de materia del sustrato S_2 (su forma ácida S^- y su forma no ionizada HS) y la relación de conservación de materia entre el bicarbonato B y dióxido de carbono disuelto CO_{2D} . Finalmente la ecuación (2.9) se traduce en la electroneutralidad del medio y se introduce así una variable suplementaria Z , que representa el conjunto de cationes presentes en el reactor.

$$HS + S^- - S_2 = 0 \tag{2.5}$$

$$H^+ S^- - K_a HS = 0 \tag{2.6}$$

$$CO_{2D} + B - IC = 0 \tag{2.7}$$

$$H^+ B - K_b CO_{2D} = 0 \tag{2.8}$$

$$Z - B - S^- = 0 \tag{2.9}$$

donde:

K_a y K_b son constantes de equilibrio;

Además se necesitan las ecuaciones diferenciales, que representan las dinámicas de proceso: crecimiento de bacterias, degradación de sustratos, producción de carbono inorgánico, evolución de cationes. Estas ecuaciones están dadas por:

$$\frac{dX_1}{dt} = \mu_1 X_1 \quad (2.10)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -R_6 \mu_1 X_1 \quad (2.11)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \mu_2 X_2 \quad (2.12)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = R_4 \mu_1 X_1 - R_3 \mu_2 X_2 \quad (2.13)$$

$$\frac{dIC}{dt} = R_5 \mu_1 X_1 + R_2 R_3 \mu_2 X_2 - \lambda R_1 R_3 \mu_2 X_2 \quad (2.14)$$

$$\frac{dZ}{dt} = 0 \quad (2.15)$$

R_1, \dots, R_6 , son los coeficientes de rendimiento producto/biomasa, los cuales fueron establecidos experimentalmente en [9] y se suponen constantes.

La ecuación (2.10) representa el comportamiento dinámico de la biomasa X_1 , con respecto a su tasa específica de crecimiento que depende del consumo de sustrato S_1 ; este último, por lo tanto es proporcional a la tasa de crecimiento y su dinámica se expresa en la ecuación (2.11). Así mismo como resultado de esta etapa, se tienen el sustrato S_2 y el carbono inorgánico IC , dinámicas que están dadas por las ecuaciones (2.13) y (2.14). La biomasa X_2 que representa de forma global la

etapa de la metanogénesis, tiene la misma forma dinámica que la biomasa X_1 , como se evidencia en la ecuación (2.12).

Finalmente la ecuación (2.15), modela el comportamiento dinámico de los cationes y su evolución es únicamente función de la hidrodinámica del reactor y no participan en las reacciones biológicas, es decir, son biológicamente inertes; así la variación de Z en relación con el tiempo se considera nula [10].

El coeficiente λ en la ecuación (2.14), representa la cantidad de carbono inorgánico liberado en forma gaseosa; éste se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{CO_{2D}}{P_t K_h - CO_{2D}} \quad (2.16)$$

donde:

P_t presión atmosférica;

K_h es la constante de Henry

con:

$$CO_{2D} = \frac{H^+ IC}{K_b + H^+} \quad (2.17)$$

donde:

$$H^+ = 10^{-pH} \quad (2.18)$$

El comportamiento dinámico de coeficiente se muestra en Fig. 2.5.

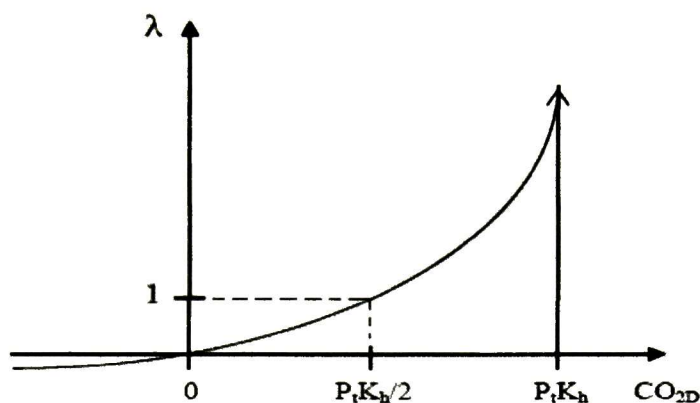


Figura 2.5. Comportamiento del coeficiente λ .

Como resultado de la actividad correspondiente a la biomasa X_2 , las producciones de metano y dióxido de carbono, que caracterizan la fase gaseosa del proceso, constituyen las salidas de éste y son modeladas por las ecuaciones (2.19) y (2.20).

$$Q_{CH_4} = R_1 R_2 \mu_2 X_2 \quad (2.19)$$

$$Q_{CO_2} = \lambda R_2 R_3 \mu_2 X_2 \quad (2.20)$$

El modelo presentado en esta sección, representa el modelo biológico del proceso; en seguida se deduce el comportamiento hidrodinámico del reactor y así el modelo es completado.

2.4.2 Modelo hidrodinámico

Como se mencionó anteriormente, el comportamiento hidrodinámico depende directamente del reactor. En esta tesis, se trata de un reactor perfectamente agitado operado en modo continuo. El volumen dentro del reactor es constante, por lo que el flujo de entrada y el flujo de salida, son iguales ($Q_e = Q_s$). Lo anterior produce un fenómeno llamado *tasa de dilución*, que es la relación existente entre el volumen del reactor y el flujo de entrada ($D = V/Q_e$); ésta afecta directamente los componentes solubles: sustrato, carbono inorgánico y cationes. Adicionalmente, se presenta

adicionalmente una situación que puede generar un problema significativo. Si la tasa de dilución aumenta, el flujo de salida puede llevar un alto contenido de bacterias, y si este aumento se produce de manera progresiva, la cantidad de bacterias dentro del reactor puede disminuir hasta el punto en el cual no se pueda llevar a cabo el tratamiento del sustrato, fenómeno que se conoce como *lavado*.

Para evitar que la materia biológica al interior del reactor disminuya, se coloca un filtro dentro del reactor (filtro de biomasa), que permite retener las bacterias y aumentar su concentración, como se ilustra en Fig. 2.6.

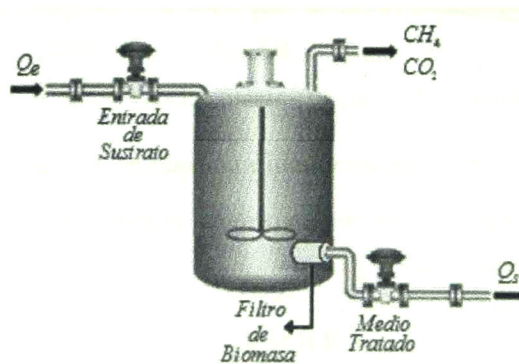


Figura 2.6. Reactor completamente agitado con filtro de biomasa.

Con base en lo anterior, el modelo hidrodinámico de las bacterias en el reactor está dado por el filtro de biomasa, y representado por un término denominado *tasa de mortalidad* (k_d), el cual indica la cantidad de bacterias inactivas al interior del reactor, es decir, aquellas que salen por efecto de la extracción. Generalmente el valor de éste término es mucho menor que la razón de dilución, lo que asegura un alto contenido de materia biológica activa al interior del reactor. Por otro lado, para los componentes solubles se tiene la *tasa de dilución* D ; este término se relaciona con la cantidad de componentes solubles que entran y salen del reactor y es incluido en las ecuaciones (2.11), (2.13), (2.14) y (2.15) (sustratos, carbono inorgánico y cationes).

Finalmente, incluyendo los términos del comportamiento hidrodinámico, se obtiene el siguiente modelo matemático completo para el proceso anaeróbico de tratamiento de aguas residuales:

$$\frac{dX_1}{dt} = (\mu_1 - k_{d1})X_1 \quad (2.21)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -R_6\mu_1X_1 + D(S_{1e} - S_1) \quad (2.22)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2 - k_{d2})X_2 \quad (2.23)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = R_4\mu_1X_1 - R_3\mu_2X_2 + D(S_{2e} - S_2) \quad (2.24)$$

$$\frac{dIC}{dt} = R_5\mu_1X_1 + R_2R_3\mu_2X_2 - \lambda R_1R_3\mu_2X_2 + D(IC_e - IC) \quad (2.25)$$

$$\frac{dZ}{dt} = D(Z_e - Z) \quad (2.26)$$

donde:

k_{d1} es la tasa de mortalidad de la biomasa X_1 ;

k_{d2} es la tasa de mortalidad de la biomasa X_2 ;

S_{1e} es la entrada de sustrato S_1 ;

S_{2e} es la entrada de sustrato S_2 ;

IC_e es la entrada de carbono inorgánico;

Z_e es la entrada de cationes.

Las ecuaciones algebraicas (2.5)-(2.9), no son afectadas por el comportamiento hidrodinámico del reactor. Las salidas del modelo están definidas como (2.19) y (2.20) y el vector de entradas está dado por:

$$u = [D_e \quad IC_e \quad S_{2e}]^T \quad (2.27)$$

Este modelo ha sido validado experimentalmente en [8] para un caso particular y en [9] se realizaron varios experimentos para verificar los valores obtenidos de los parámetros biológicos y

físico-químicos, bajo condiciones de operación distintas a las de [8]. Por tal razón será en el cual se fundamenta el desarrollo del presente trabajo.

2.5 Análisis del modelo

El modelo completo del proceso anaeróbico tiene dos condiciones de equilibrio: $X_{1,2} = 0$ y $\mu_{1,2} = k_{d1,2}$. La primera condición implica un punto de equilibrio donde existe una ausencia total de micro-organismos al interior del reactor, lo que corresponde al *lavado* que, como se mencionó previamente provoca que el sustrato de entrada no pueda ser tratado, por tal razón este punto debe ser evitado. A partir de la segunda condición se obtiene una ecuación de segundo grado para HS , la cual tiene dos raíces: la negativa, que no tiene significado físico, mientras que la raíz positiva indica las condiciones adecuadas bajo las cuales el tratamiento del sustrato se puede llevar a cabo. A partir de lo anterior y considerando las ecuaciones algebraicas, cada variable del modelo puede ser deducida en el equilibrio como puede verse con mayor detalle en [9].

Es importante realizar un análisis de estabilidad para garantizar las condiciones que permiten que el sistema se mantenga operando de manera correcta, es decir, que el sustrato sea tratado. Una manera de realizar el análisis de estabilidad es utilizando el plano de fase; este método es elegido debido a que permite visualizar las trayectorias del sistema no lineal para diferentes condiciones iniciales, sin necesidad del estudio analítico del sistema no lineal. Este análisis es hecho para las variables que restringen el funcionamiento de la digestión anaeróbica, como los son: biomasa X_2 y sustrato S_2 . La biomasa X_1 y el sustrato S_1 no se tienen en cuenta porque la dinámica biológica de μ_1 es muy rápida con respecto a la de μ_2 . Adicionalmente las perturbaciones sobre S_2 no desestabilizan las dinámicas de X_1 y S_1 , y éstas permanecen prácticamente constantes. El carbono inorgánico (IC) es producto de la actividad bacteriana, pero no influye en las dinámicas de S_2 y X_2 ; los cationes Z son biológicamente inertes y por lo tanto no influyen en la estabilidad del proceso.

Para efectuar el análisis se simula el modelo considerando distintas condiciones iniciales y se obtiene un plano de fase como el que se presenta en Fig. 2.7; este plano muestra la existencia de dos

regiones de atracción bien definidas: *lavado* y *funcionamiento*. Estas dos regiones se encuentran delimitadas por una separatriz conocida como el *limite de estabilidad*.

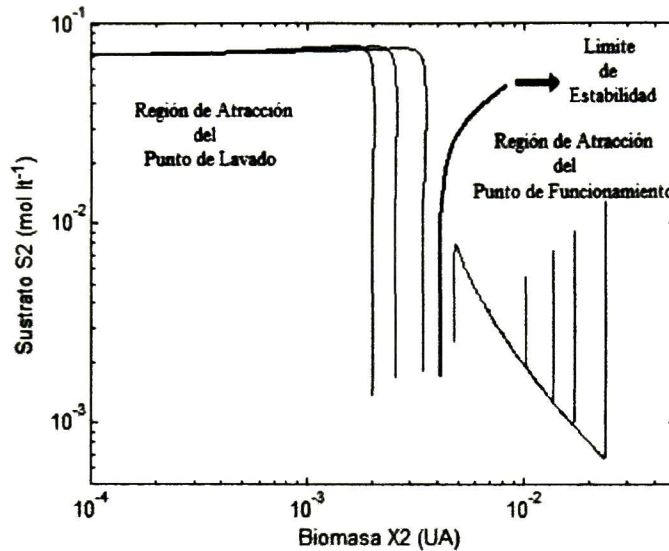


Figura 2.7. Plano de fase para X_2 y S_2 .

Sin embargo, aunque son dos regiones de atracción bien definidas es necesario obtener analíticamente el modelo del límite de estabilidad y así poder determinar la amplitud máxima de la perturbación en la entrada que lleva al proceso a la región de lavado.

En [25] se presenta un análisis detallado de la estabilidad de este proceso; allí se obtiene un polinomio que caracteriza el límite de estabilidad, el cual está dado por:

$$\frac{1}{T} = f\left(\frac{COJ}{X_2}, IC_e\right) \quad (2.28)$$

Esta función expresa el tiempo máximo (T) de aplicación de una perturbación sobre S_{2e} , antes de que el sistema sea llevado al lavado, en función del carbono inorgánico de entrada IC_e y de $\frac{COJ}{X_2}$ que es la carga orgánica diaria por unidad de biomasa, [9].

CAPÍTULO 3

REDES NEURONALES RECURRENTE DE ALTO ORDEN DISCRETAS

El interés por las redes neuronales recurrentes se ha incrementado recientemente, debido a que poseen gran variedad de arquitecturas; además en sus estructuras incluyen elementos dinámicos. Lo anterior las hace una poderosa herramienta en el modelado, identificación y estimación de estados de sistemas dinámicos, especialmente no lineales. En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos de este tipo de redes y su algoritmo de entrenamiento basado en el filtro de Kalman extendido.

3.1 Redes neuronales recurrentes de alto orden

La complejidad de los fenómenos no lineales hace que el uso de las redes neuronales se haya incrementado en los últimos años, debido a que constituyen una excelente opción en el reconocimiento de patrones, problemas de clasificación, y la aproximación de funciones, entre otras aplicaciones. Sin embargo cuando se trata de sistemas dinámicos las redes neuronales clásicas no constituyen una buena opción, y es por esta razón que el interés se ha orientado hacia el uso de las redes neuronales recurrentes, que por incluir en su estructura lazos de retroalimentación facilitan el modelado, la identificación y el diseño de observadores, para sistemas no lineales.

La dinámica de una red neuronal recurrente, puede ser continua o discreta; sin embargo la simulación de una red neuronal recurrente continua en un dispositivo digital requiere la obtención de un modelo equivalente en tiempo discreto. Por esta razón, inicialmente se introduce el caso continuo y posteriormente se aborda el caso discreto.

En una red neuronal recurrente continua cada neurona es modelada por una ecuación diferencial [19], como en (3.1):

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + b_i \sum_j w_{ij} y_j \quad (3.1)$$

donde x_i es el estado de la i -ésima neurona, a_i , b_i son constantes, w_{ij} es el peso sináptico que relaciona la j -ésima entrada con la i -ésima neurona y y_j es una entrada externa o el estado de una neurona pasado a través de una función sigmooidal definida por:

$$S(x) = \frac{\mu}{1 + e^{-\beta x}} + \varepsilon \quad (3.2)$$

donde:

μ es la cota de la sigmooidal;

β es la pendiente de la curva sigmooidal;

ε es un número real positivo que desplaza la sigmooidal.

El modelo (3.1) es la estructura más simple, ya que la entrada a una neurona es la combinación lineal de sus componentes y_j ; sin embargo, la simplicidad de este modelo puede generar limitaciones cuando se trabaja con sistemas muy complejos. Por esta razón se introducen las redes neuronales recurrentes de alto orden (RHONN¹), las cuales incluyen no sólo las combinaciones lineales de sus componentes, sino que además consideran sus productos $y_j y_k$, lo cual permite obtener interacciones de alto orden. Por lo tanto el estado de cada neurona puede ser definido como sigue:

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^L w_{ik} \prod_{j \in I_k} y_j^{d_j^{(k)}} \quad (3.3)$$

donde x_i es el estado de la i -ésima neurona, a_i son coeficientes reales, L es el número de conexiones de alto orden; $\{I_1, I_2, \dots, I_L\}$ es una colección de L subconjuntos no ordenados de

¹ Siglas en inglés de Recurrent High Order Neural Networks.

$\{1, 2, \dots, m+n\}$, w_k son los pesos sinápticos de la red neuronal, $d_j(k)$ son enteros no negativos, y es el vector de entrada a cada neurona que está dado por:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(x_1) \\ S(x_2) \\ \vdots \\ S(x_n) \\ u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

con $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$ el vector de entrada externa a la red neuronal y la función sigmoideal $S(\cdot)$ definida como (3.2).

Para simplificar (3.2), se introduce un vector z ; este vector está definido de la siguiente forma:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} y_j^{d_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} y_j^{d_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} y_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

El vector de pesos se reescribe como:

$$w_i = [w_{i1} \ w_{i2} \ \dots \ w_{iL}]^T \quad (3.6)$$

Reemplazando (3.5) y (3.6) en la ecuación (3.2), se obtiene:

$$\dot{x}_i = -\alpha_i x_i + w_i^T z(x, u) \quad (3.7)$$

donde $\alpha_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$; finalmente el modelo de una RHONN continua se define como:

$$\dot{x} = Ax + W^T z(x, u) \quad (3.8)$$

con $x \in \mathbb{R}^n$, $W \in \mathbb{R}^{n \times L}$ y $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal, con los α_i en su diagonal [1]. El modelo (3.8) puede aproximar cualquier sistema no lineal dado por:

$$\dot{\chi} = F(\chi, u) \quad (3.9)$$

donde $\chi \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada al sistema, y $F: \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un campo vectorial definido en un compacto $Y \in \mathbb{R}^{n+m}$. Lo anterior es posible, siempre y cuando el número de conexiones L sea seleccionado adecuadamente [22].

3.2 Redes neuronales recurrentes de alto orden discretas

Las redes neuronales recurrentes de alto orden discretas tienen las mismas características que las continuas. A partir de la discretización de (3.7) se obtiene el modelo discreto de una RHONN [1], el cual está dado por:

$$x_i(k+1) = w_i^T z(x(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.10)$$

donde $x_i(k)$ es el estado de la i -ésima neurona, en la iteración k , w_i es el vector de pesos sinápticos de la red neuronal, éstos son adaptados en línea; n representa la dimensión del estado; $z(x(k), u(k))$ está definida como en (3.5); y es el vector de entrada a cada neurona y es como en (3.3), y finalmente u que representa el vector de entrada externa a la red neuronal y $S(\cdot)$ que representa una función sigmoideal están definidas como en (3.4) y (3.2) respectivamente

En Fig. 3.1 se presenta el esquema de una RHONN discreta.

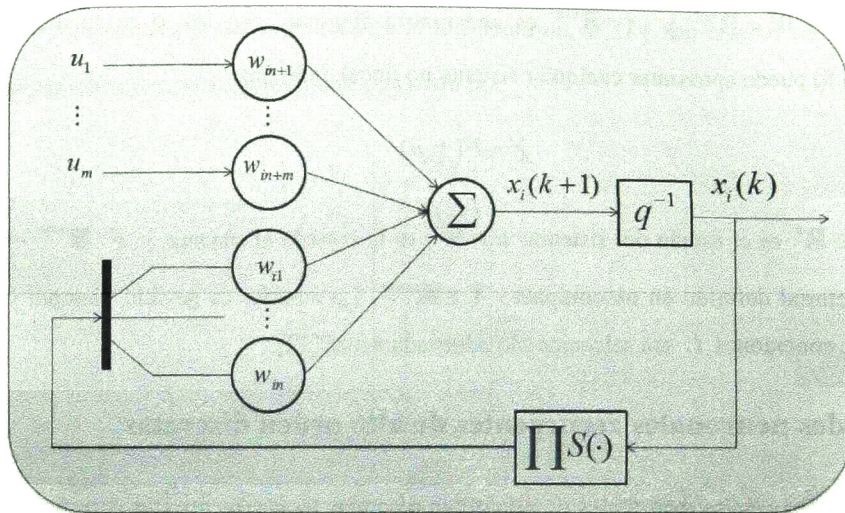


Figura 3.1. Esquema de RHONN discreta.

3.3 Entrenamiento de una RHONN utilizando un filtro de Kalman extendido

En la literatura se han propuesto muchos métodos de entrenamiento; algunos de estos métodos son gradiente descendente, mínimos cuadrados recursivo, retropropagación, entre otros; sin embargo, estos métodos pueden ser considerados casos específicos del filtro de Kalman (FK).

El filtro de Kalman (FK) parte de una formulación en espacio de estado de un sistema dinámico lineal, y proporciona una solución recursiva al problema de filtrado óptimo. Esto es, el filtro de Kalman estima los estados de un sistema lineal con ruido aditivo en los estados y en las salidas. Cuando el algoritmo de entrenamiento de las redes neuronales se basa en el FK, los pesos sinápticos de la red son los estados que estima el filtro y la salida de la red neuronal es la medición usada por éste. Nótese que en este caso el error entre la salida de la red neuronal y la salida medida de la planta puede ser considerado como ruido blanco aditivo [3].

Por otra parte, la estimación de los pesos se hace de manera recursiva, de tal forma que cada actualización del peso estimado es hecha a partir del peso anterior y los datos actuales; esto implica

que no se requiere el almacenamiento de todos los pesos estimados. Esta es la razón más importante por la cual el filtro de Kalman es utilizado como algoritmo de entrenamiento de redes neuronales.

Cuando el filtro de Kalman constituye el algoritmo de entrenamiento de una RHONN, debido a que ésta es considerada un aproximador de sistemas dinámicos no lineales, como se mencionó en la sección anterior, es necesario utilizar el filtro de Kalman extendido (FKE).

En [1] y [13], se deducen y se plantean en detalle las ecuaciones requeridas para el entrenamiento basado en el FKE, las cuales se describen a continuación:

$$\begin{aligned} w(k+1) &= w(k) + \eta K(k)[Y(k) - \hat{Y}(k)] \\ K(k) &= P(k)H(k)[R(k) + H^T(k)P(k)H(k)]^{-1} \\ P(k+1) &= P(k) - K(k)H^T(k)P(k) + Q(k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

El vector w representa los pesos sinápticos de la red neuronal en el instante k ; η es un parámetro de diseño, K es la matriz de ganancia de Kalman; Y es el vector de salidas medidas e \hat{Y} es el vector de salidas de la red neuronal; P representa la matriz de covarianza del error de predicción; Q es la matriz de covarianza del ruido del proceso; R es la matriz de covarianza del ruido en la medición. Finalmente H es la matriz que contiene las derivadas de cada salida de la red neuronal con respecto a cada uno de los pesos, tal como se muestra en la ecuación (3.15).

$$H_{pj} = \left[\frac{\partial \hat{Y}_p(k)}{\partial w_j(k)} \right]^T \quad (3.12)$$

donde:

$p = 1, \dots, m$ representa el número de salidas de la red neuronal.

$j = 1, \dots, L$ representa el número total de pesos de la red neuronal.

Sin embargo, en el caso de las RHONN la ley de adaptación de pesos se calcula comúnmente para cada estado de la red neuronal. Aunque es posible plantear un solo FKE para calcular la ley de adaptación de todos los pesos, en este trabajo se hará por separado para cada estado. En (3.16) se presentan las ecuaciones genéricas para este caso.

$$\begin{aligned}
w_i(k+1) &= w_i(k) + \eta_i K_i(k) [Y(k) - \hat{Y}(k)] \\
K_i(k) &= P_i(k) H_i(k) [R_i(k) + H_i^T(k) P_i(k) H_i(k)]^{-1} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13) \\
P_i(k+1) &= P_i(k) - K_i(k) H_i^T(k) P_i(k) + Q_i(k)
\end{aligned}$$

donde n es el número de estados de la red neuronal; $w_i \in \mathbb{R}^{L_i}$ es el vector de pesos para el i -ésimo estado de la red; L_i es el número de pesos para el i -ésimo estado de la red; $Y \in \mathbb{R}^m$ es la salida medida, $\hat{Y} \in \mathbb{R}^m$ es la salida de la red neuronal, η_i son parámetros de diseño, seleccionados por prueba y error; $P_i \in \mathbb{R}^{L_i \times L_i}$ es la matriz de covarianza del error de predicción, $Q_i \in \mathbb{R}^{L_i \times L_i}$ es la matriz de covarianza del ruido del proceso, $K_i \in \mathbb{R}^{L_i \times m}$ es la matriz de ganancia de Kalman, $R_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la matriz de covarianza del ruido de medición. $H_i \in \mathbb{R}^{L_i \times m}$ es la matriz de medición, en la que cada una de sus entradas es la derivada de cada salida \hat{Y} de la red neuronal con respecto a cada uno de los pesos de la red neuronal, como sigue:

$$H_{pj}(k) = \left[\frac{\partial \hat{Y}_p(k)}{\partial w_j(k)} \right]^T \quad p = 1, \dots, m \text{ y } j = 1, \dots, L \quad (3.14)$$

Para el caso en el que se tiene que la salida de la red neuronal \hat{Y} es función de los estados, y en un caso más general también lo es de las entradas externas, el cálculo de la matriz H se debe hacer de manera diferente. Así si se tiene que:

$$\hat{Y}(k) = \varphi(x(k), u(k)) \quad (3.15)$$

Aplicando la regla de la cadena se obtiene:

$$\frac{\partial \hat{Y}(k)}{\partial w} = \frac{\partial \hat{Y}(k)}{\partial x(k)} \frac{\partial x(k)}{\partial w} \quad (3.16)$$

donde x es el estado de la neurona. Como se presenta en detalle en [1], (3.10) se reescribe como:

$$x(k+1) = \psi(x(k), u(k), w(k)) \quad (3.17)$$

donde $\psi(\cdot, \cdot, \cdot)$ es una función no lineal de $x(k), u(k)$ y $w(k)$ que determina la transición del estado de la neurona; de tal forma que con una rutina de derivadas recurrentes se logra una linealización, dando como resultado un sistema dinámico de la forma:

$$\frac{\partial x(k+1)}{\partial w} = \frac{\partial \psi(x(k), u(k), w(k))}{\partial x(k)} \frac{\partial x(k)}{\partial w} + \frac{\partial \psi(x(k), u(k), w(k))}{\partial w(k)} \quad (3.18)$$

Por otra parte, generalmente las matrices de covarianza P_i , R_i y Q_i son inicializadas como matrices diagonales. Además, es importante destacar que las matrices $H_i(k)$, $K_i(k)$ y $P_i(k)$ son acotadas, como se muestra en detalle en [26].

CAPÍTULO 4

IDENTIFICACIÓN DE LA DIGESTIÓN ANAERÓBICA

Disponer de un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico de los sistemas es de gran importancia en aplicaciones tales como, predicción, optimización, supervisión, control, entre otra y adquiere aún más importancia cuando se trata de sistemas complejos y no lineales. Dada la capacidad que tienen las RHONN para aproximar sistemas no lineales, se consideran como una metodología eficiente para la identificación de sistemas. La importancia de este capítulo radica en que se presenta el primer aporte de la tesis, el cual consiste en el diseño de un identificador basado en RHONN discretas entrenadas con el FKE, para el proceso anaeróbico de tratamiento de aguas residuales; además, constituye la plataforma para el trabajo posterior con este tipo de redes para el diseño de observadores.

4.1 Identificación de sistemas dinámicos

La identificación es una aproximación experimental desarrollada para obtener los valores numéricos de los parámetros desconocidos el modelo de un proceso [13], a partir de sus variables medidas: entradas o variables de control, salidas o variables controladas, y posiblemente perturbaciones. Para realizar la identificación de un sistema dinámico, se deben tener en cuenta las siguientes etapas:

Realización del experimento: el objetivo es obtener el mayor número de datos experimentales que describan el comportamiento dinámico del sistema en todo su rango de operación, seleccionando la entrada adecuada que permita excitar las dinámicas que se pretenden incorporar en el modelo.

Selección de la estructura del modelo: ésta es la etapa más importante y quizá las más difícil, ya que de esta selección depende el éxito del proceso de identificación. La selección de la estructura del modelo consiste en elegir un conjunto de modelos candidatos que

puedan describir adecuadamente el sistema dinámico que se desea identificar; estos modelos pueden tener diferentes.

Estimación del modelo: una vez que se han seleccionado el conjunto de modelos, lo que sigue es determinar un modelo en particular y estimar sus parámetros. Para el proceso de estimación de parámetros se pueden utilizar dos técnicas distintas: en el dominio temporal o en el dominio frecuencial.

Validación del modelo: una vez se ha obtenido el modelo, es necesario determinar si éste representa correctamente el proceso o planta en cuestión. Lo anterior se lleva a cabo mediante la comparación de la salida de la planta real con respecto a la salida calculada a partir del modelo.

En el proceso de identificación es posible clasificar los métodos mediante los cuales se desarrolla, en función de los modelos obtenidos:

Identificación no paramétrica

Este método es aplicable en el caso en el que se consideran procesos lineales o linealizables. Para su uso no se debe suponer ningún tipo de estructura para el modelo, y los resultados obtenidos son de tipo gráficos los cuales pueden ser interpretados. Las técnicas más importantes para este caso son: análisis de respuesta transitoria, análisis de correlación y técnicas frecuenciales.

Identificación paramétrica

En este método se debe tener en cuenta una cierta estructura para el modelo. Los parámetros del modelo se calculan minimizando un criterio, tal como, el criterio de error entre el modelo y el proceso. Las técnicas que se utilizan son: la técnica frecuencial y la técnica temporal; y es de esta última de la que hacen parte los métodos de identificación paramétrica clásicos y las redes neuronales. Estas dos técnicas pueden ser utilizadas tanto para modelos continuos como para discretos.

4.2 Identificación neuronal

Las redes neuronales son una excelente herramienta *en el aprendizaje* de relaciones complejas a partir de un conjunto de datos, además de sus inherentes características de adaptabilidad y aproximación; por estas razones han ganado un lugar importante en el proceso de modelado e identificación de sistemas dinámicos, en especial los que involucran no linealidades difíciles de determinar.

La gran mayoría de sistemas pueden ser representados por una ecuación discreta de la forma:

$$\begin{aligned}\chi(k+1) &= F(\chi(k), u(k)) \\ Y(k) &= h(\chi(k))\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde k es el instante de muestreo, $\chi \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $Y \in \mathbb{R}^p$. Si las funciones F y h son desconocidas se trata de un problema de identificación. Para hacer la identificación de este tipo de sistemas es natural pensar en las redes neuronales como el conjunto de estructuras de modelos más apropiados, que pueden aproximar las funciones requeridas, por las razones anteriormente expuestas. El problema entonces se reduce a [22]:

Seleccionar las entradas de la red neuronal

Seleccionar la arquitectura interna de la red neuronal

Una vez hecho lo anterior, la identificación consiste en ajustar los parámetros de la red (pesos sinápticos) de manera que se logre la aproximación requerida.

Sin embargo, aunque se encuentran en la literatura diversas estructuras de redes neuronales para identificación, cuando se trata de sistemas que poseen parámetros variables en el tiempo, sólo unas cuantas estructuras son funcionales. Entre éstas se encuentran las RHONN, las cuales son capaces de ajustar sus pesos en línea, además de que como se mencionó en el capítulo anterior poseen la capacidad para aproximar funciones no lineales. Así, el conjunto de estructuras posibles para la identificación a partir de las RHONN discretas se presentan a continuación; estas son obtenidas a partir del modelo (3.10):

Modelo paralelo

$$x_i(k+1) = w_i^T z_i(x(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

Modelo serie-paralelo

$$x_i(k+1) = w_i^T z_i(\chi(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (4.3)$$

Modelo prealimentado

$$x_i(k) = w_i^T z_i(u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (4.4)$$

donde x , es el vector de estados de la red neuronal, χ es el vector de estados de la planta y u es el vector de entrada a la red neuronal.

Con base en lo presentado, el sistema (4.1) puede ser aproximado por la siguiente RHONN discreta con representación serie-paralelo, dada por:

$$x_i(k+1) = w_i^{*T} z_i(\chi(k), u(k)) + \epsilon_{z_i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

donde x_i es el i -ésimo estado de la red neuronal, χ es el vector de estados de la planta, ϵ_{z_i} es el error de aproximación; este error puede ser reducido mediante el incremento del número de pesos (conexiones de alto orden) [19]. Se supone que existe un vector ideal de pesos w_i^* , tal que $\|\epsilon_{z_i}\|$ es mínima en un conjunto compacto $\Omega_{z_i} \subset \mathbb{R}^{L_i}$ [2]. En general se supone que este vector existe, es constante y además es desconocido, [22].

4.3 Identificación del proceso anaeróbico

Para realizar la identificación del proceso anaeróbico es necesario discretizar el modelo dado por la ecuaciones (2.21)-(2.26); así el modelo en tiempo discreto queda definido como:

$$X_1(k+1) = X_1(k) + [(\mu_1(k) - k_{d1})X_1(k)]T \quad (4.6)$$

$$S_1(k+1) = S_1(k) + [-R_6\mu_1(k)X_1(k) + D_e(k)(S_{1e}(k) - S_1(k))]T \quad (4.7)$$

$$X_2(k+1) = X_2(k) + [(\mu_2(k) - k_{d2})X_2(k)]T \quad (4.8)$$

$$S_2(k+1) = S_2(k) + [R_4\mu_1(k)X_1(k) - R_3\mu_2(k)X_2(k) + D_e(k)(S_{2e}(k) - S_2(k))]T \quad (4.9)$$

$$IC(k+1) = IC(k) + [R_5\mu_1(k)X_1(k) + R_2R_3\mu_2(k)X_2(k) - \lambda(k)R_1R_3\mu_2(k)X_2(k) + D_e(k)(IC_e(k) - IC(k))]T \quad (4.10)$$

$$Z(k+1) = Z(k) + [D_e(k)(Z_e(k) - Z(k))]T \quad (4.11)$$

donde:

T es el tiempo de muestreo, que para este caso equivale a 6 minutos.

El vector de entradas está definido por:

$$u(k) = [D_e(k) \quad IC_e(k) \quad S_{2e}(k)] \quad (4.12)$$

Para el desarrollo de la identificación, se supone que todos los estados del proceso anaeróbico son medibles, es decir, el vector de salida de la planta equivale al vector de estados. Por lo tanto en (4.1), $h(\chi(k)) = C\chi(k)$, con C una matriz identidad. Se utiliza la estructura serie paralelo de una RHONN discreta dada por (4.2), como modelo de aproximación; el algoritmo de entrenamiento es el filtro de Kalman extendido (ecuación 3.16). En Fig. 4.1 se presenta el esquema de identificación.

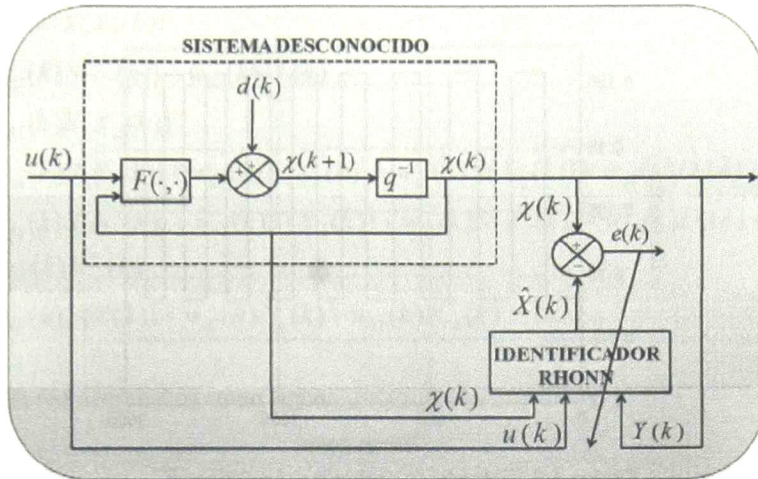


Figura 4.1. Esquema de identificación

Las entradas $(D_e(k), IC_e(k))$ se varían con una frecuencia lo suficientemente alta para lograr excitar los estados del proceso, con el objetivo de que la RHONN aprenda las dinámicas del proceso, es decir, en toda la región de atracción del punto de funcionamiento; estas entradas se muestran en Fig. 4.2 y Fig. 4.3, respectivamente. La entrada de sustrato $(S_2(k))$, se define como una perturbación con el 30% de amplitud, y así mismo ésta se varía con una frecuencia alta (Fig. 4.4).

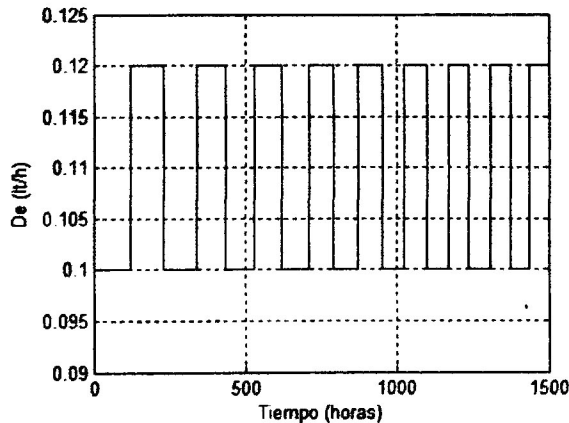


Figura 4.2. Tasa de dilución D_e .

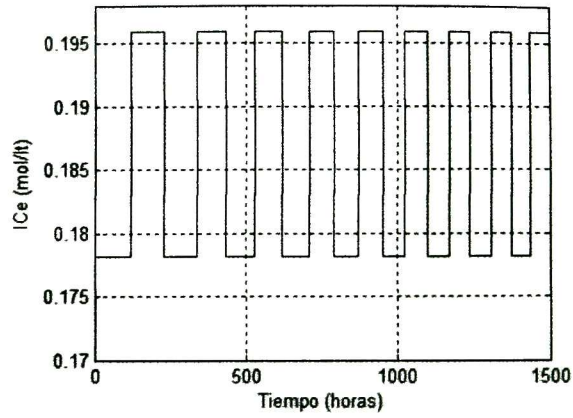


Figura 4.3. Entrada de carbono inorgánico IC_e .

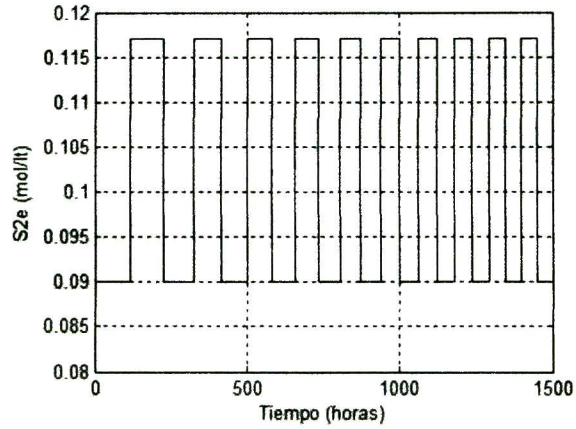


Figura 4.4. Perturbación en la entrada de sustrato S_{2e} con el 30% de amplitud.

La estructura neuronal del identificador para el sistema dado por (4.6)-(4.11), queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\hat{X}_1(k+1) &= w_{11}(k)S(X_1(k)) \\
\hat{S}_1(k+1) &= w_{21}(k)S(S_1(k)) + w_{22}(k)D_e(k) \\
\hat{X}_2(k+1) &= w_{31}(k)S(X_2(k)) \\
\hat{S}_2(k+1) &= w_{41}(k)S(S_2(k)) + w_{42}(k)S(X_1(k)) + w_{43}(k)S(X_2(k)) + w_{44}(k)D_e(k) \\
\hat{IC}(k+1) &= w_{51}(k)S(IC(k)) + w_{52}(k)S(X_2(k)) + w_{53}(k)S(X_1(k)) + w_{54}(k)D_e(k) + \\
&\quad + w_{55}(k)IC_e(k) \\
\hat{Z}(k+1) &= w_{61}(k)S(Z(k)) + w_{62}(k)D_e(k) + w_{63}(k)IC_e(k)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

La salida de la red neuronal es como sigue:

$$\hat{Y}(k) = \left[\hat{X}_1(k) \quad \hat{S}_1(k) \quad \hat{X}_2(k) \quad \hat{S}_2(k) \quad \hat{IC}(k) \quad \hat{Z}(k) \right]^T \tag{4.14}$$

Los estados de la red neuronal ($\hat{X}_1, \hat{S}_1, \hat{X}_2, \hat{S}_2, \hat{IC}, \hat{Z}$) son inicializados aleatoriamente, así como los vectores de pesos iniciales. Las matrices de covarianza para el filtro de Kalman se inicializan en valores seleccionados por prueba y error, los cuales se presentan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Matrices de covarianza FKE para la RHONN en el proceso de identificación.

$P_i(0)$	$Q_i(0)$	$R_i(0)$
$[P_1(0)]_{1,1} = 1e8$	$[Q_1(0)]_{1,1} = 5e5$	$[R_1(0)]_{1,1} = 1e4$
$[P_2(0)]_{2,2} = \text{diag}\{1e4\}$	$[Q_2(0)]_{2,2} = \text{diag}\{5e8\}$	$[R_2(0)]_{1,1} = 5e7$
$[P_3(0)]_{1,1} = 1e8$	$[Q_3(0)]_{1,1} = 5e3$	$[R_3(0)]_{1,1} = 1e4$
$[P_4(0)]_{4,4} = \text{diag}\{4e7\}$	$[Q_4(0)]_{4,4} = \text{diag}\{1e3\}$	$[R_4(0)]_{1,1} = 1e4$
$[P_5(0)]_{5,5} = \text{diag}\{4e4\}$	$[Q_5(0)]_{5,5} = \text{diag}\{5e8\}$	$[R_5(0)]_{1,1} = 2e4$
$[P_6(0)]_{3,3} = \text{diag}\{1e8\}$	$[Q_6(0)]_{3,3} = \text{diag}\{5e4\}$	$[R_6(0)]_{1,1} = 2e3$

Los resultados obtenidos del entrenamiento de la RHONN discreta (4.13), con FKE, se presentan en Fig. 4.5, Fig. 4.6 y Fig. 4.7.

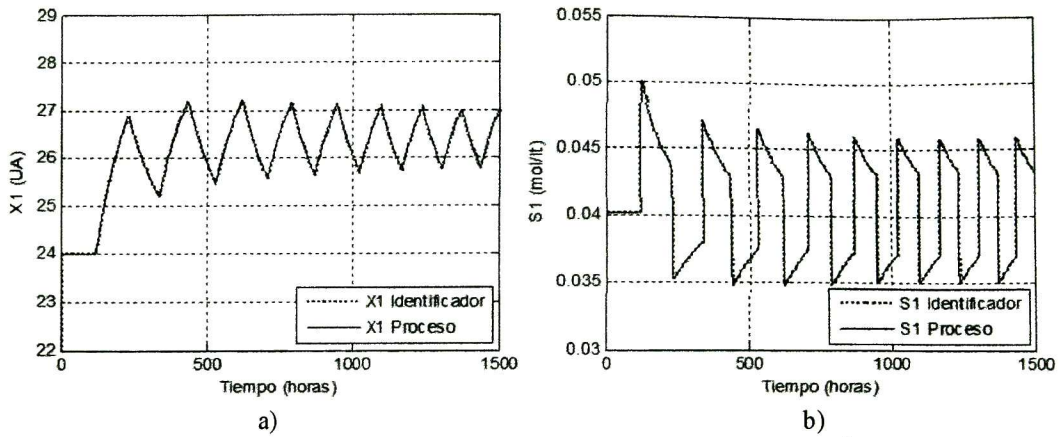


Figura 4.5. a) Evolución de la biomasa X_1 a (línea sólida) y su identificación \hat{X}_1 (línea punteada).
 b) Evolución del sustrato S_1 (línea sólida) y su identificación \hat{S}_1 (línea punteada).

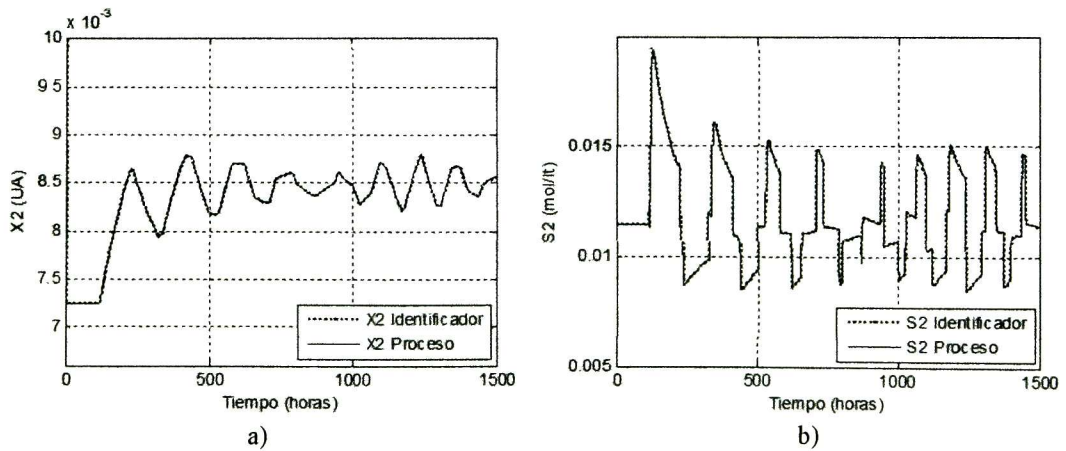


Figura 4.6. a) Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su identificación \hat{X}_2 (línea punteada).
 b) Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su identificación \hat{S}_2 (línea punteada).

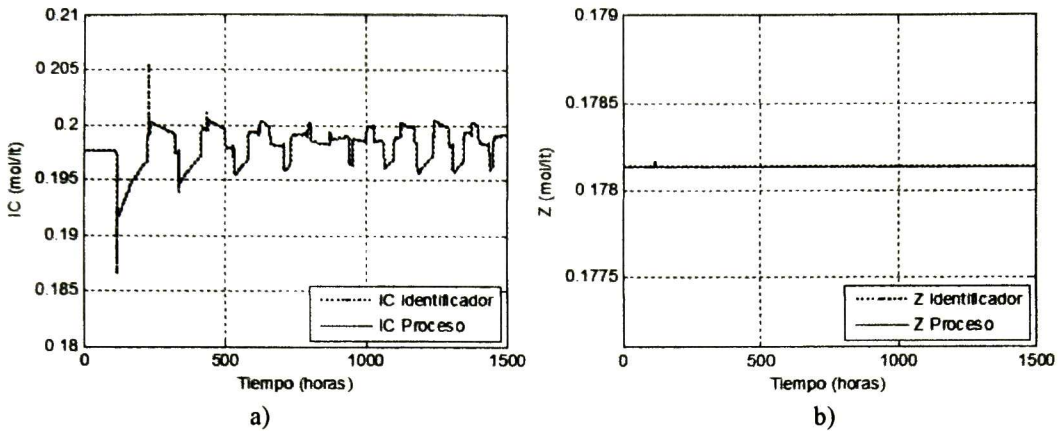


Figura 4.7. a) Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su identificación \hat{IC} (línea punteada). b) Evolución de los cationes Z (línea sólida) y su identificación \hat{Z} (línea punteada).

La identificación del proceso anaeróbico como lo ilustran los resultados presentados, se hace de manera eficaz, además, se reducen rápidamente los efectos debidos a los cambios del sistema, tal como, la perturbación que se presenta en el sustrato de entrada S_{2e} . Así, una vez la RHONN ha aprendido la dinámica del proceso, es robusta ante cambios y perturbaciones que se puedan presentar en el proceso.

CAPÍTULO 5

OBSERVADOR NEURONAL PARA EL PROCESO ANAERÓBICO

Las técnicas modernas de control frecuentemente requieren que las variables de estado se encuentren disponibles para su medición. Cuando se trata de bioprocesos contar con la medición de variables químicas y biológicas es muy difícil, convirtiéndose en una de las principales limitaciones para la implementación del control automático de estos sistemas. En este capítulo se presenta el segundo aporte de esta tesis y el más importante, el cual consiste en proponer un observador neuronal con estructura Luenberger basado en RHONN para estimar las variables no medibles del proceso anaeróbico; los pesos sinápticos de la red son ajustados en línea con FKE como algoritmo de entrenamiento.

5.1 Observadores de estado para sistemas no lineales

Los avances científicos y tecnológicos han generado una enorme variedad de sistemas y aplicaciones que son en esencia no lineales; éstos ineludiblemente se han convertido en un tópico de gran interés en cuanto a la investigación de técnicas de análisis y diseño de sistemas de control se refiere. Sin embargo, un gran número de estos sistemas de control no lineal suponen el vector de estados como conocido, lo que en la práctica no siempre es posible. Por esta razón la construcción de observadores de estado es una solución posible para resolver este problema, y por lo tanto ha ganado un lugar sumamente importante en el área de control no lineal.

En general, como resultado del interés por el diseño de observadores se han obtenido numerosos métodos y perspectivas. El método del álgebra de Lie [16], usado ampliamente para construir observadores basados en la linealización del error, observadores de alta ganancia, de orden reducido, entre otros. Estos métodos presentan una desventaja y es que suponen que el modelo del sistema es completamente conocido y no tiene incertidumbres, lo que en la práctica es muy difícil de garantizar. Para resolver estos problemas surgen los observadores robustos, los cuales tienen un

buen comportamiento ante la presencia de incertidumbres internas y externas, pero presentan una complejidad muy importante para su diseño.

Si bien se logra el objetivo de estimación de estados no medibles utilizando observadores de los tipos mencionados, éstos en general requieren del conocimiento del modelo dinámico de la planta, situación que los hace inutilizables para aplicaciones en las que no se cuenta con esta información. Por esta razón las redes neuronales se han incorporado, como una técnica para la construcción de observadores de estado [17], [21] y [23], ya que no requieren del conocimiento del modelo matemático de la planta, cuyos estados se desean estimar

5.2 Problemática de la digestión anaeróbica

La digestión anaeróbica presenta una problemática común como la mayoría de los bioprocesos; la medición de algunas variables es muy difícil pues en ocasiones se requiere de operaciones complicadas que no se pueden realizar en tiempo real (medición de sustrato), y/o de dispositivos sofisticados que son costosos o que no son suficientemente confiables, como el caso de los sensores que son diseñados con base en aproximaciones biológicas para la medición de biomasa.

Contar con la estimación de las variables de estado de este proceso, desde el punto de vista de control, es de gran importancia, y por esta razón surge la necesidad de diseñar observadores que estimen las variables de difícil acceso. Teniendo en cuenta esto, se han propuesto algunos observadores aplicados en general a procesos biotecnológicos, y en casos específicos aplicados a la digestión anaerobia. En [5], se propone un observador asintótico, el cual tiene como principal ventaja que considera las cinéticas biológicas inciertas; sin embargo, no garantiza la velocidad de convergencia. En [13], se presenta un observador que mejora la velocidad de convergencia, pero tiene como principal desventaja que es muy sensible a cambios rápidos en el sustrato de entrada. Como una extensión del observador asintótico en lazo abierto propuesto en [5], en [7] se propone un observador asintótico en lazo cerrado, que incluye incertidumbres, tales como, imprecisión en la medida de la concentración del efluente. Así mismo, otros observadores propuestos, utilizan algoritmos de lógica difusa, como el presentado en [4], el cual es un observador basado en un modelo híbrido difuso, es decir, utiliza balances de masa y sistemas de inferencia difusa para aproximar las dinámicas desconocidas.

Todos estos observadores tienen buenos resultados; sin embargo algunos de ellos, presentan dificultades en el diseño e implementación, errores de estimación dadas las incertidumbres del modelo, etc., y además requieren contar con el modelo dinámico del proceso, lo cual no es siempre posible restringiéndose de esta forma el diseño.

Dado lo anterior, en este trabajo se propone el uso de un observador neuronal discreto, que se presenta en las secciones siguientes, el cual no requiere del conocimiento del modelo del proceso. Este nuevo observador se basa en la aproximación a partir de la medición de las salidas, que para el caso de la digestión anaeróbica son el metano y dióxido de carbono.

5.3 Diseño de observador neuronal recurrente de alto orden

De forma general, se considera un sistema no lineal discreto MIMO dado por la ecuación (5.1); este sistema se supone observable:

$$\begin{aligned}\chi(k+1) &= F(\chi(k), u(k)) + d(k) \\ Y(k) &= h(\chi(k))\end{aligned}\tag{5.1}$$

donde,

$\chi \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema;

$u \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas;

$Y \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas;

$F(\cdot)$ es un campo vector y $F_i(\cdot)$ sus entradas;

$d \in \mathbb{R}^n$ es el vector de perturbaciones;

$h(\chi(k))$ es una función no lineal que relaciona la salida y los estados del sistema.

Se tiene entonces que definiendo:

$$\begin{aligned}\chi(k) &= [\chi_1(k) \quad \cdots \quad \chi_i(k) \quad \cdots \quad \chi_n(k)]^T \\ d(k) &= [d_1(k) \quad \cdots \quad d_i(k) \quad \cdots \quad d_n(k)]^T\end{aligned}\tag{5.2}$$

y reescribiendo (5.1), se obtiene:

$$\begin{aligned} \chi_i(k+1) &= F_i(\chi(k), u(k)) + d_i(k), \quad i = 1, \dots, n \\ Y(k) &= h(\chi(k)) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Para el sistema (5.3) se propone un observador neuronal recurrente de alto orden (RHONO²) tipo Luenberger, como sigue:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k+1) &= w_i^T z_i(\hat{x}(k), u(k)) + L_i e(k), \quad i = 1, \dots, n \\ \hat{Y}(k) &= h(\hat{x}(k)) \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde $z_i(\hat{x}(k), u(k))$ es definida como en (3.11), $w_i(k)$ como (3.6) y $L_i \in \mathbb{R}^{1 \times p}$

En [19], se discute que el sistema no lineal discreto general dado por (5.1), puede ser aproximado por una RHONN discreta con representación en paralelo, la cual se supone observable y está dada como sigue:

$$x_i(k+1) = w_i^{*T} z_i(x(k), u(k)) + \epsilon_{z_i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.5)$$

donde x_i es el i -ésimo estado de la planta, ϵ_{z_i} es el error de aproximación; este error puede ser reducido mediante el incremento del número de pesos. Se supone que existe un vector ideal de pesos w_i^* , tal que $\|\epsilon_{z_i}\|$ puede ser minimizada en un conjunto compacto $\Omega_{z_i} \subset \mathbb{R}^{L_i}$ [2]. En general se supone que este vector existe, es constante pero desconocido; si se define w_i como la estimación de w_i^* ; entonces el error de estimación de pesos está dado por:

$$\tilde{w}_i(k) = w_i^* - w_i(k) \quad (5.6)$$

² Siglas en Inglés de Recurrent High Order Neural Observer

Como se discutió en la sección 3.3, el algoritmo de entrenamiento de la red neuronal es el FKE, descrito por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} w_i(k+1) &= w_i(k) + \eta_i K_i(k) e(k) \\ K_i(k) &= P_i(k) H_i(k) [R_i(k) + H_i^T(k) P_i(k) H_i(k)]^{-1} \quad i = 1, \dots, n \\ P_i(k+1) &= P_i(k) - K_i(k) H_i^T(k) P_i(k) + Q_i(k) \end{aligned} \quad (5.7)$$

donde:

$$e(k) = Y(k) - \hat{Y}(k) \quad (5.8)$$

define el vector de errores en las salidas, $e \in \mathbb{R}^p$. Así la dinámica del error de estimación de pesos dada por (5.6), queda definida como:

$$\tilde{w}_i(k+1) = \tilde{w}_i(k) - \eta_i K_i(k) e(k) \quad (5.9)$$

Por otra parte se tiene que el error de estimación de estados, se define como:

$$\tilde{x}_i(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k) \quad (5.10)$$

Entonces con (5.8), la dinámica del error de estimación de estados se puede determinar como sigue:

$$\tilde{x}_i(k+1) = \tilde{w}_i(k) z_i(\tilde{x}(k), u(k)) + \epsilon'_i - L_i e(k) \quad (5.11)$$

donde:

$$\epsilon'_i = \epsilon_{z_i} + d_i(k)$$

5.4 Observadores neuronales para el proceso anaeróbico

En esta sección se hace la aplicación del observador neuronal propuesto, al proceso anaeróbico de tratamiento de aguas residuales, que está modelado por el sistema dinámico no lineal (4.6)-(4.11).

Como se discutió en el capítulo 2, este proceso presenta dinámicas lentas y rápidas; sin embargo, el principal interés está en las dinámicas lentas [9]; por lo tanto a partir del análisis de observabilidad hecho en [9] y de trabajos desarrollados anteriormente para este proceso, [8] y [25], se establece que las variables que requieren ser estimadas son la biomasa (X_2), el carbono inorgánico (IC) y el sustrato correspondiente a los equivalentes del ácido acético (S_2); además sugiere que los cationes (Z) por ser biológicamente inertes y su dinámica depender únicamente del comportamiento hidrodinámico, se considera en su valor de equilibrio durante todo el proceso.

En Fig. 5.1 se presenta un esquema del observador neuronal (RHONO)

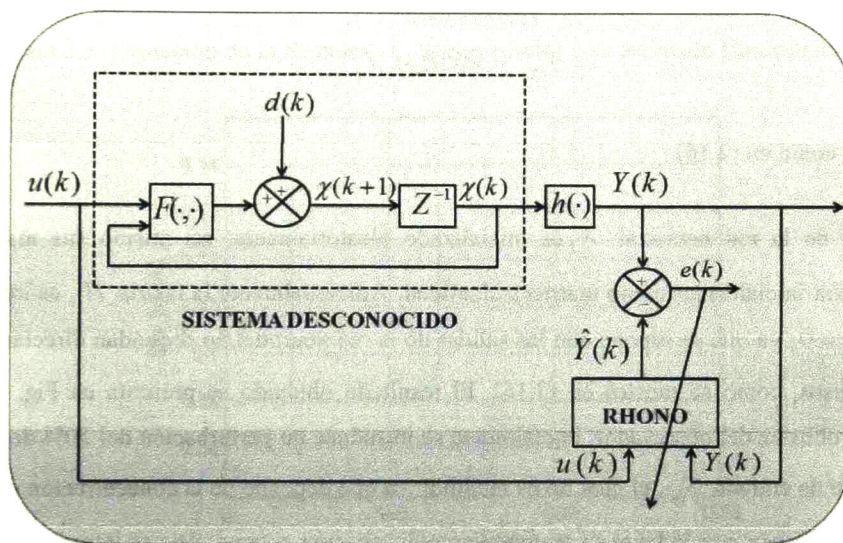


Figura 5.1. Esquema del observador (RHONO)

5.4.1 RHONO para la estimación de biomasa X_2

El objetivo es estimar la población de bacterias que degradan el sustrato equivalente al ácido acético, X_2 , a partir de un RHONO (5.4) con representación en paralelo y ajuste de pesos en línea; suponiendo que S_2 e IC son variables medidas, y que además se dispone de la medición de pH . La estructura del observador propuesto para el sistema dado por (4.6)-(4.11), es como sigue:

$$\begin{aligned}
\hat{X}_2(k+1) = & w_1(k)S^{10}(\hat{X}_2(k))S^{12}(S_2(k))S^2(IC(k)) + w_2(k)(k)S^2(\hat{X}_2(k))S^4(S_2(k))S^2(IC(k)) \\
& + w_3(k)(k)S^{15}(\hat{X}_2(k))S^8(S_2(k))S^2(IC(k)) + w_4(k)(k)S^{15}(\hat{X}_2(k))S^{15}(S_2(k))S^2(IC(k)) \\
& + w_5(k)S^{15}(\hat{X}_2(k)) + w_6(k)S^{15}(\hat{X}_2(k))S^7(S_2(k))S^2(IC(k)) \\
& + w_7(k)S^{15}(\hat{X}_2(k))S^2(IC(k)) + w_8(k)S^{15}(\hat{X}_2(k))S^{12}(S_2(k))S^2(IC(k)) + Le(k)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

donde $L \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ y su valor es seleccionado por prueba y error, obteniéndose así: $[0.19 \ 0.1]$.

Las salidas de la red neuronal están dadas por:

$$\hat{Y}_{CH_4} = R_1 R_2 \mu_2 \hat{X}_2 \tag{5.13}$$

$$\hat{Y}_{CO_2} = \lambda R_2 R_3 \mu_2 \hat{X}_2 \tag{5.14}$$

donde λ es como en (2.16).

El estado de la red neuronal \hat{X}_2 es inicializado aleatoriamente; así mismo sus matrices de covarianza son inicializadas como matrices identidad. Adicionalmente la matriz H , es inicializada como $H(0) = 0$, ya que se supone que las salidas de la red neuronal no dependan directamente del vector de pesos, como se mostró en (3.16). El resultado obtenido se presenta en Fig. 5.2; para verificar la robustez del observador, inicialmente se introduce un perturbación del 50% de amplitud en el sustrato de entrada S_{2e} , el cual no es medible, ya que depende de la concentración de materia orgánica del efluente; por lo tanto se asume como perturbación externa; ésta se introduce en la hora 200 y se elimina en la hora 650, como se muestra en Fig. 5.3.

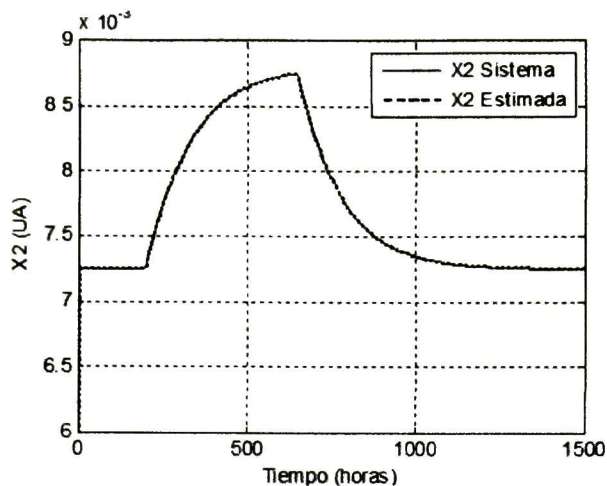


Figura 5.2. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

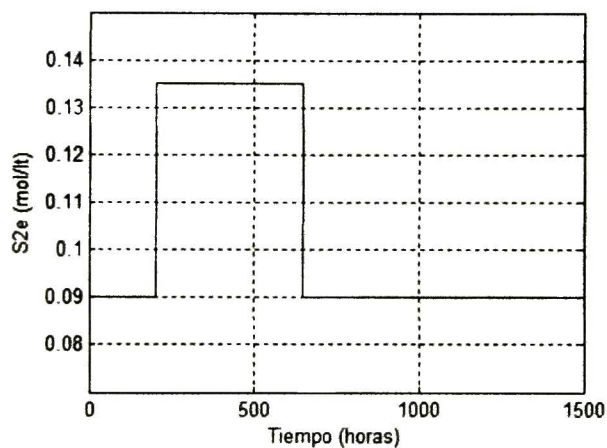


Figura 5.3. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.

Nótese que la estimación de la biomasa es exacta, y que no se presenta error en el transitorio; aun cuando se introduce la perturbación en la hora 200 que se elimina en la hora 650, el observador se mantiene exacto en la estimación. Esto evidencia el rápido aprendizaje de la red neuronal de la dinámica compleja del proceso.

Las salidas del observador se presentan en Fig. 5.4 y Fig. 5.5, y son comparadas con las salidas del modelo dinámico del proceso.

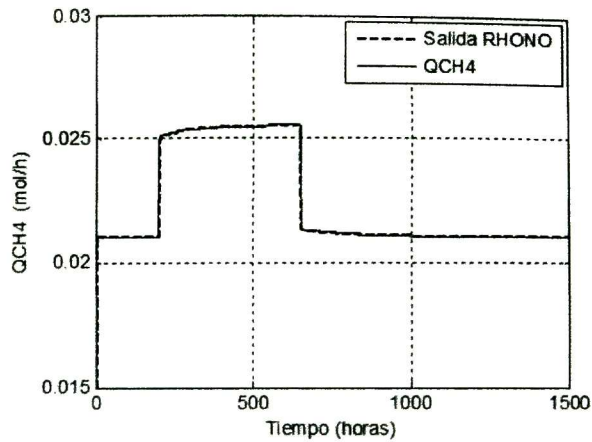


Figura 5.4. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

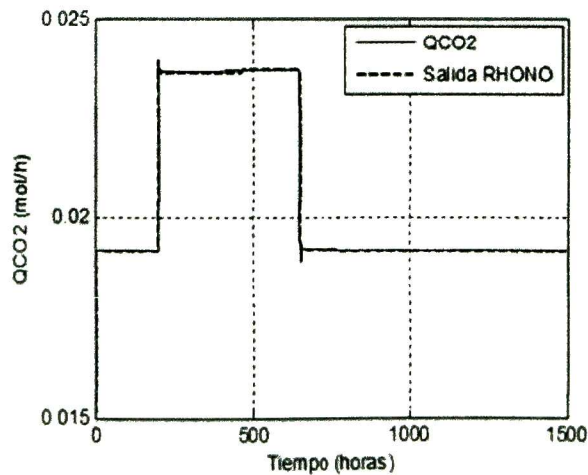


Figura 5.5. Salida de CO_2 , del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

Adicionalmente se hacen perturbaciones del 20 % de amplitud en la entrada de carbono inorgánico IC_e y en la tasa de dilución D_e , simultáneamente en la hora 300, que se eliminan en la hora 750, como se muestran en Fig. 5.6.

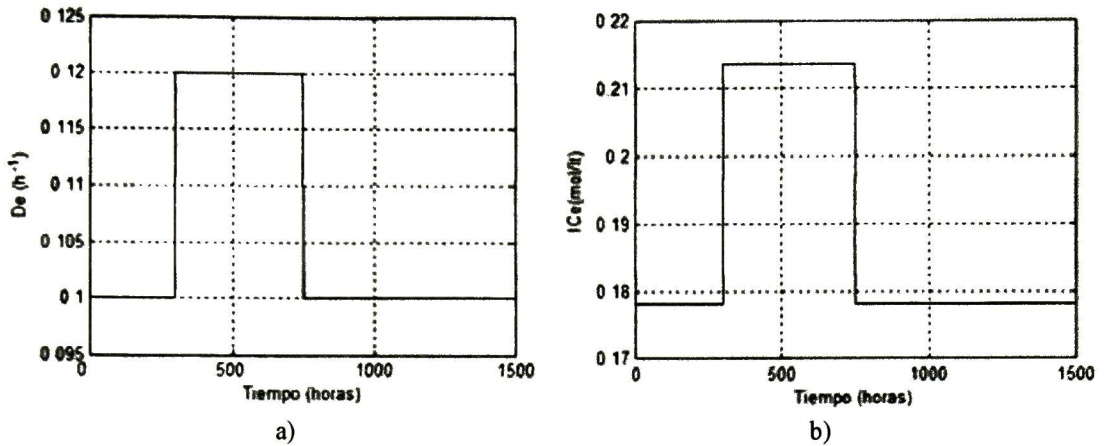


Figura 5.6. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e .

Estas entradas son las variables manipuladas para efectos de control, y son medibles; sin embargo no fueron incluidas en la estructura del observador, con el fin de ilustrar la robustez de éste, y la capacidad de la RHONN para aproximar funciones no lineales complejas. En Fig. 5.7 se presenta el comportamiento del observador para estas condiciones.

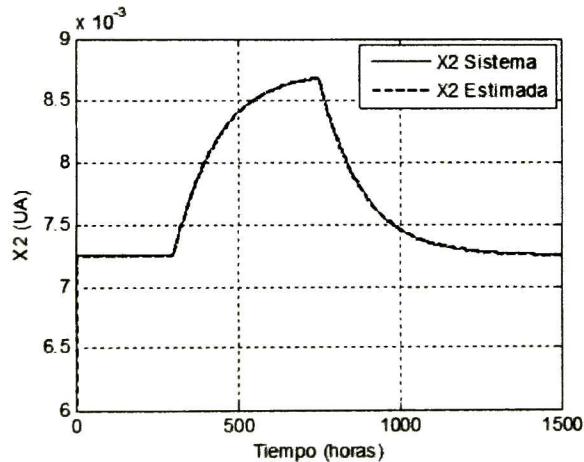


Figura 5.7. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

Nuevamente, y a pesar de la presencia de las perturbaciones simultáneas en las entradas, el observador converge al estado del proceso con gran rapidez, reaccionando a las perturbaciones de manera inmediata y sin presentar error después de ellas.

Las salidas de la RHONN se comparan con las salidas del modelo de proceso en Fig. 5.8 y Fig. 5.9.

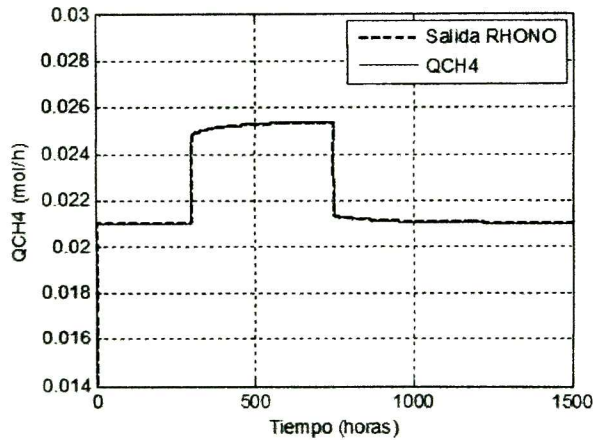


Figura 5.8. Salida de CH4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

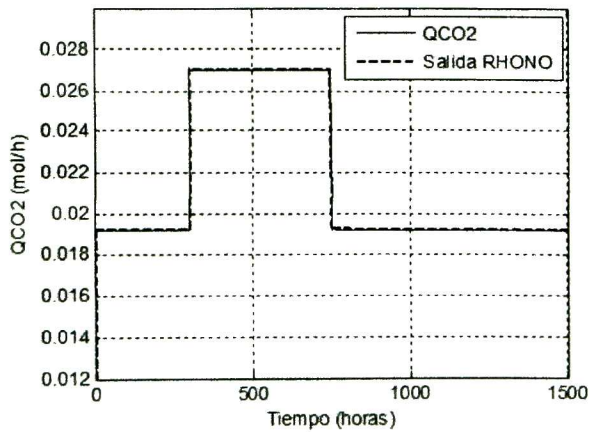


Figura 5.9. Salida de CO2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

5.4.2 RHONO para la estimación de sustrato S_2

Se propone un RHONO para estimación de sustrato con representación en paralelo y ajuste de pesos en línea; se supone que se dispone de la medición de pH y la biomasa X_2 es una variable medible. La estructura del observador para el sistema (4.6)-(4.11), está dada por:

$$\hat{S}_2(k+1) = w_1(k)S(\hat{S}_2(k)) + w_2(k)S^3(\hat{S}_2(k)) + w_3(k)S(\hat{S}_2(k))D_e(k) + w_4(k)D_e(k) + Le(k) \quad (5.15)$$

donde $L \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ está dada por: $[0.01 \ 0.01]$. Como se mencionó anteriormente estos valores se obtiene por prueba y error.

Las salidas de la red neuronal están dadas por:

$$\hat{Y}_{CH_4} = R_1 R_2 \hat{\mu}_2 X_2 \quad (5.16)$$

$$\hat{Y}_{CO_2} = \lambda R_2 R_3 \hat{\mu}_2 X_2 \quad (5.17)$$

donde λ es como en (2.16).

El estado de la red neuronal \hat{S}_2 es inicializado aleatoriamente; así mismo sus matrices de covarianza son inicializadas como matrices identidad. Adicionalmente la matriz H , es inicializada como $H(0) = 0$. El resultado obtenido se presenta en Fig. 5.10; para verificar la robustez del observador, se introduce un perturbación del 30% de amplitud en el sustrato de entrada S_{2e} , el cual no es medible, ya que depende de la concentración de materia orgánica del efluente, luego se asume como perturbación externa; esta se introduce en la hora 200, que se elimina en la hora 650, como se muestra en Fig. 5.11.

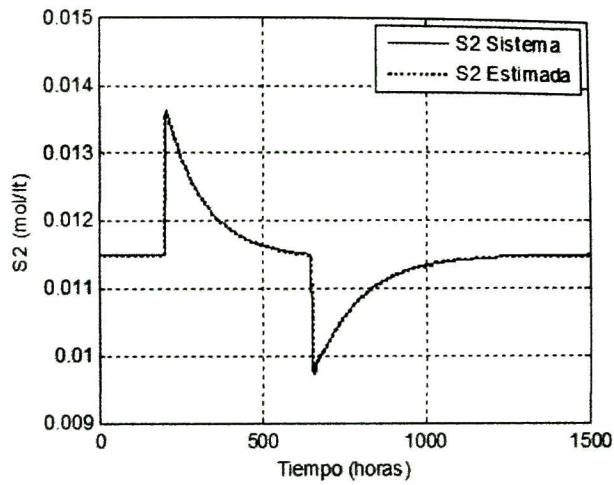


Figura 5.10. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

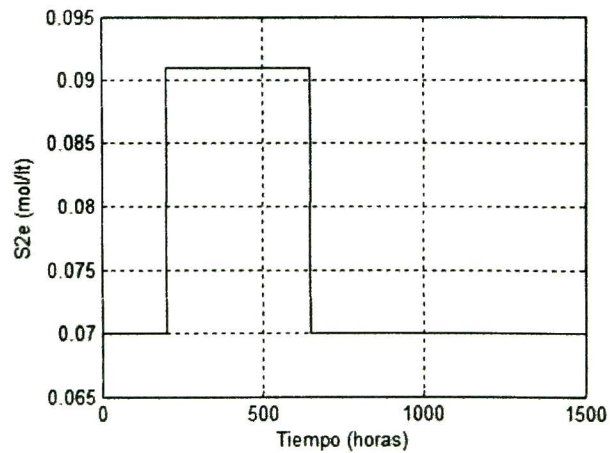


Figura 5.11. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.

Las salidas del observador se presentan en Fig. 5.12 y Fig. 5.13, y son comparadas con las salidas del modelo dinámico del proceso.

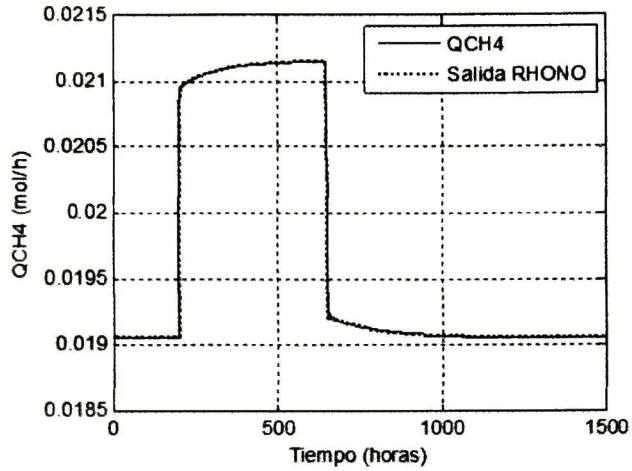


Figura 5.12. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

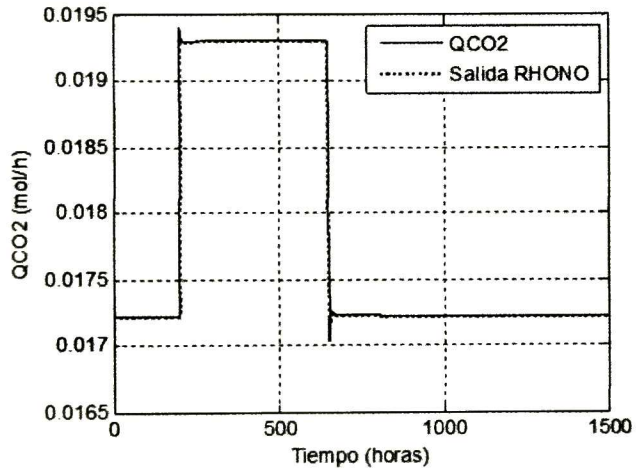


Figura 5.13. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

5.4.3 RHONO para la estimación de carbono inorgánico IC

Se propone un RHONO para estimación de carbono inorgánico con representación en paralelo y ajuste de pesos en línea; se supone que se dispone de la medición de pH y la biomasa X_2 y el sustrato S_2 son variables medibles. La estructura del observador para el sistema (4.6)-(4.11) está dada por:

$$\begin{aligned} \hat{IC}(k+1) = & w_1(k)S(\hat{IC}(k)) + w_2(k)S(\hat{IC}(k))S^3(S_2(k))S^2(X_2(k)) \\ & + w_3(k)S(\hat{IC}(k))S(S_2(k))S(X_2(k)) + w_4(k)S^2(\hat{IC}(k)) + Le(k) \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde los valores obtenidos por prueba y error para $L \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ están dados por: $[1e-7 \ 1e-4]$.

Las salidas de la red neuronal están dadas por:

$$\hat{Y}_{CH_4} = R_1 R_2 \mu_2 X_2 \quad (5.19)$$

$$\hat{Y}_{CO_2} = \hat{\lambda} R_2 R_3 \mu_2 X_2 \quad (5.20)$$

donde $\hat{\lambda}$ es como en (2.16), pero se calcula teniendo en cuenta el valor del carbono inorgánico estimado (\hat{IC}) por el RHONO.

El estado de la red neuronal \hat{IC} es inicializado muy cercano a la condición inicial de la variable del proceso; así mismo sus matrices de covarianza son inicializadas como matrices diagonales, $P(0) = 1.0051e4$ y $Q(0) = 0.705$. Adicionalmente la matriz H , es inicializada como $H(0) = 0$. El resultado obtenido se presenta en Fig. 5.14; para verificar la robustez del observador, se introduce un perturbación del 30% de amplitud en el sustrato de entrada S_{2e} ; esta se introduce en la hora 200, y se elimina en la hora 650, como se muestra en Fig. 5.15.

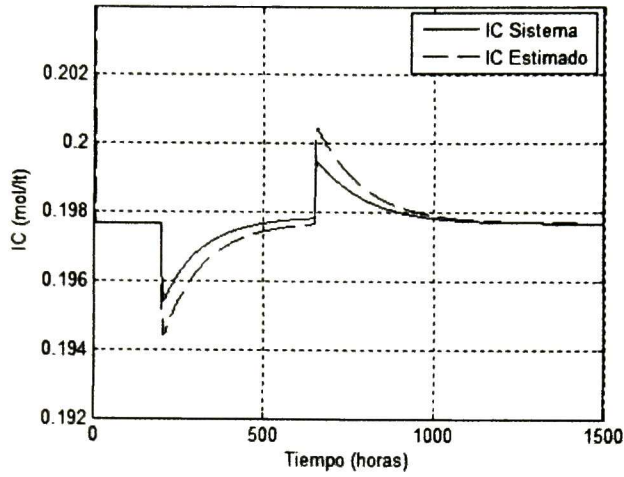


Figura 5.14. Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

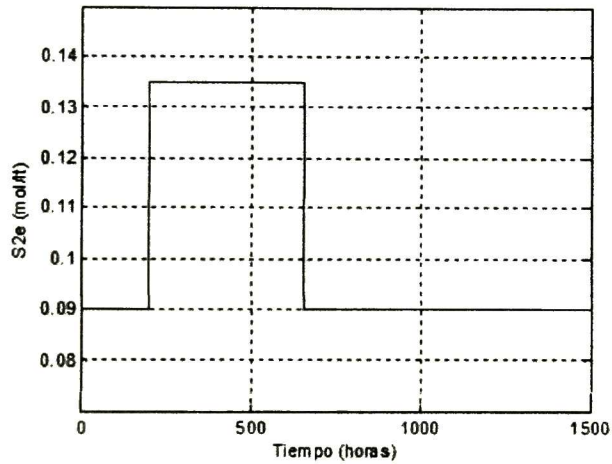


Figura 5.15. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.

Las salidas del observador se presentan en Fig. 5.16 y Fig. 5.17, y son comparadas con las salidas del modelo dinámico del proceso.

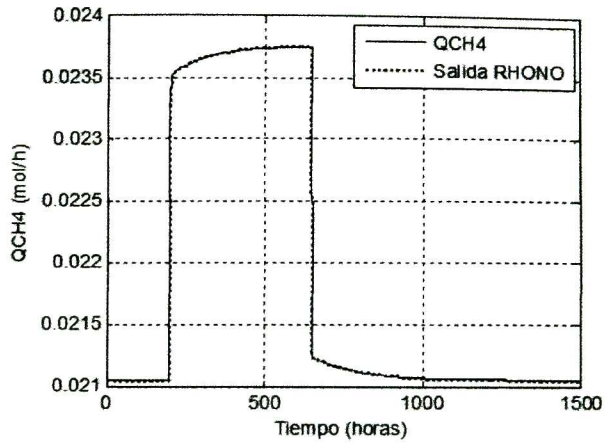


Figura 5.16. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

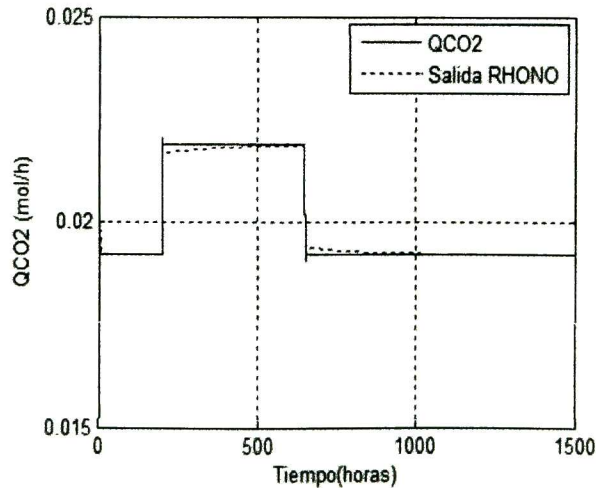


Figura 5.17. Salida de CO_2 , del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

5.4.4 RHONO para la estimación de biomasa X_2 y sustrato S_2

Se diseña un RHONO con representación en paralelo, para estimar la biomasa X_2 y el sustrato S_2 del proceso anaeróbico. En este caso se supone medible el carbono inorgánico y como en la

sección anterior el pH es una medida de la que se dispone. La estructura del observador para el proceso descrito por (4.6)-(4.11) está dada por:

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_2(k+1) &= w_{11}(k)S^3(\hat{S}_2(k)) + w_{21}(k)S(\hat{S}_2(k))S(\hat{X}_2(k)) + w_{31}(k)S(\hat{X}_2(k)) + \\
 &\quad + w_{41}(k)S(\hat{X}_2(k))S(\hat{S}_2(k))D_e + w_{51}(k)S(D_e) \\
 &\quad + w_{61}(k)S(\hat{S}_2(k))S^3(\hat{X}_2(k)) + L_1 e(k) \\
 \hat{S}_2(k+1) &= w_{12}(k)S^3(\hat{X}_2(k)) + w_{22}(k)S^2(\hat{X}_2(k))S^2(\hat{S}_2(k)) + w_{32}(k)S^2(\hat{X}_2(k)) + \\
 &\quad + w_{42}(k)S^3(\hat{X}_2(k))S^5(\hat{S}_2(k))D_e + w_{52}(k)S^6(\hat{X}_2(k))S^3(\hat{S}_2(k)) \\
 &\quad + w_{62}(k)S^2(\hat{S}_2(k)) + L_2 e(k)
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

donde $L_1, L_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$, son las ganancias de Lipschitz y sus valores se obtienen por prueba y error, y están dados por:

$$L_1 = [1e2 \quad 1e3]$$

$$L_2 = [1e7 \quad 1]$$

Sus respectivas salidas son:

$$\hat{Y}_{CH_4} = R_1 R_2 \hat{\mu}_2 \hat{X}_2 \tag{5.22}$$

$$\hat{Y}_{CO_2} = \lambda R_2 R_3 \hat{\mu}_2 \hat{X}_2 \tag{5.23}$$

donde λ es como en (2.16).

Para este diseño los estados de la red neuronal \hat{X}_2 y \hat{S}_2 son inicializados en un punto cercano a la condición inicial de los estados del proceso; las matrices de covarianza del filtro de Kalman son inicializadas como matrices diagonales; en la Tabla 5.1 se presentan sus respectivos valores.

Tabla 5.1. Matrices de covarianza para el FKE en el entrenamiento del RHONO para la estimación de X_2 y S_2 .

P_i	R_i	Q
$[P_1(0)]_{s,s} = \text{diag}\{1e10\}$	$R_1 = \begin{bmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix}$	$[Q_1(0)]_{s,s} = \text{diag}\{0.013\}$
$[P_2(0)]_{s,s} = \text{diag}\{7.9e4\}$	$R_2 = \begin{bmatrix} 850 & 0 \\ 0 & 80 \end{bmatrix}$	$[Q_2(0)]_{s,s} = \text{diag}\{1e-7\}$

Similar al caso del observador para la biomasa, la matriz H es inicializada como $H(0) = 0$. Para estudiar el comportamiento del observador se introduce una perturbación del 30% de amplitud en el sustrato de entrada S_{2e} , en la hora 200, que se elimina en la hora 650, como se muestra en Fig. 5.18; los resultados de la estimación se presentan en Fig. 5.19 y Fig. 5.20.

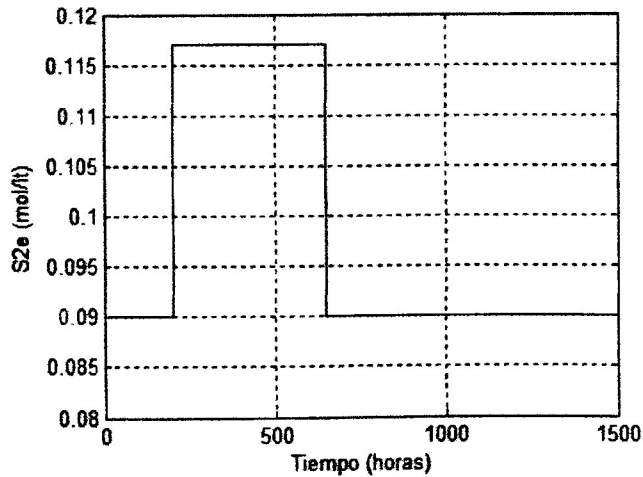


Figura 5.18. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.

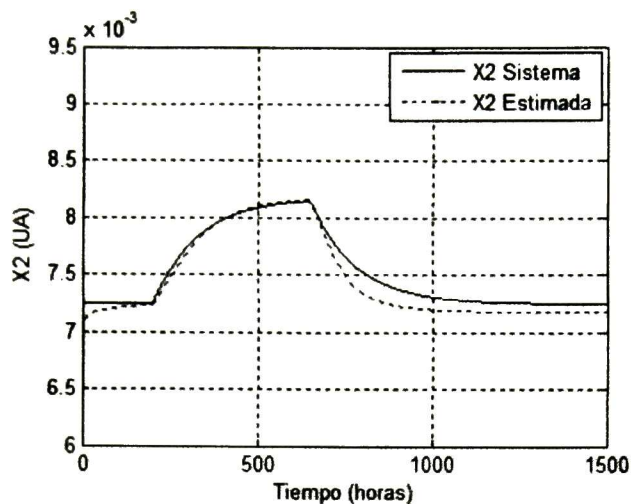


Figura 5.19. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

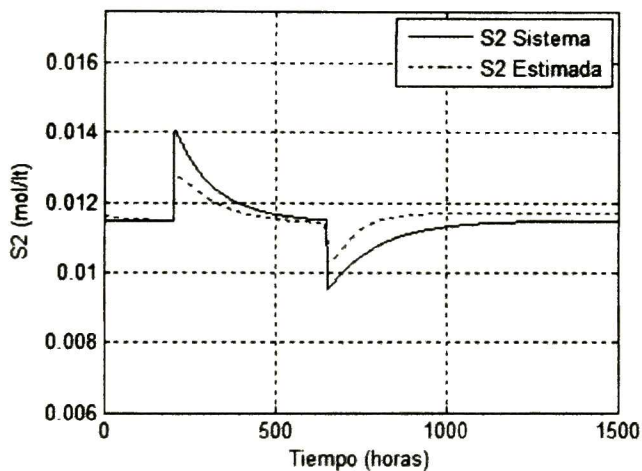


Figura 5.20. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

Es posible verificar que en las primeras 200 horas cuando el valor de las variables del proceso se mantienen constantes, el observador las estima de manera muy aproximada; sin embargo al presentarse la perturbación el observador estima las variables con un error, pequeño en el caso de la biomasa y un poco mayor en el caso del sustrato. Este error de aproximación se mantiene hasta el momento en que es retirada la perturbación. Pese a esto, es importante destacar que el comportamiento dinámico del observador sigue siendo similar al de las variables en cuestión, lo que

garantiza que el observador no pierde su capacidad de aproximar a pesar de los cambios en las condiciones de operación.

En Fig. 5.21 y Fig. 5.22 se presenta las gráficas comparativas de las salidas del proceso y del observador.

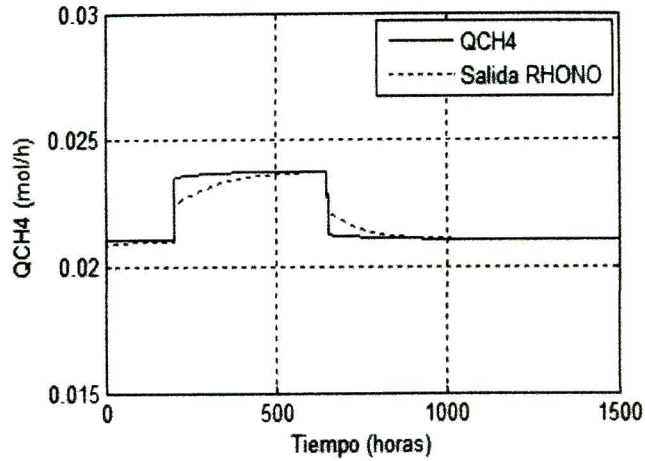


Figura 5.21. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

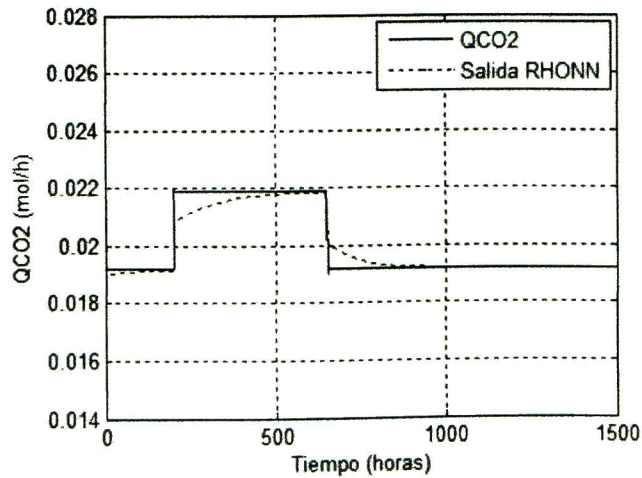


Figura 5.22. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

Se hace otra prueba de la robustez del observador, incluyendo una perturbación del 10% de amplitud en la entrada D_e , la cual fue incluida en la estructura del observador, y en la entrada de IC_e , la cual por no estar incluida en el observador se puede asumir como perturbación externa; en Fig. 5.23 se presentan estas dos perturbaciones.

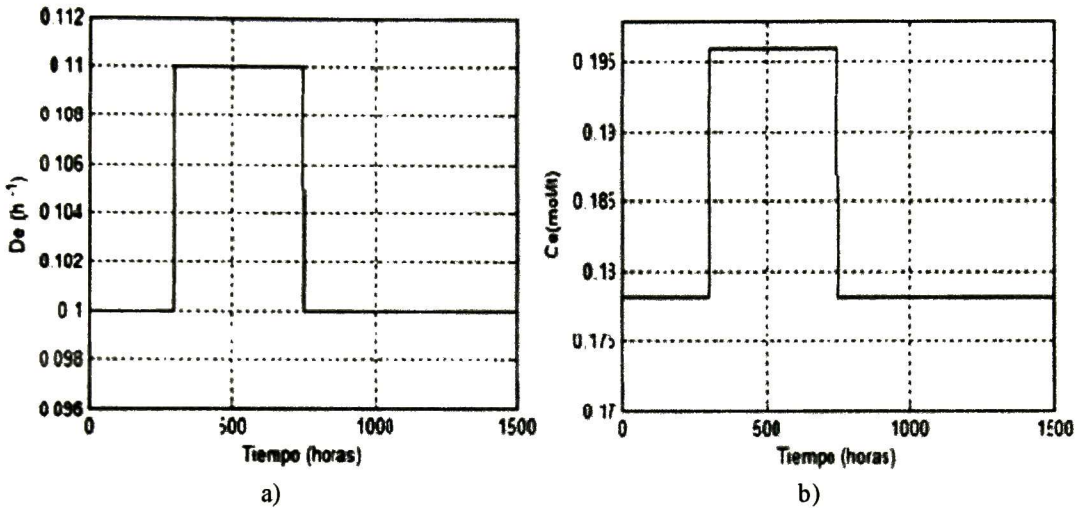


Figura 5.23. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e .

Los resultados obtenidos para estas condiciones se presentan en Fig. 5.24 y Fig. 5.25.

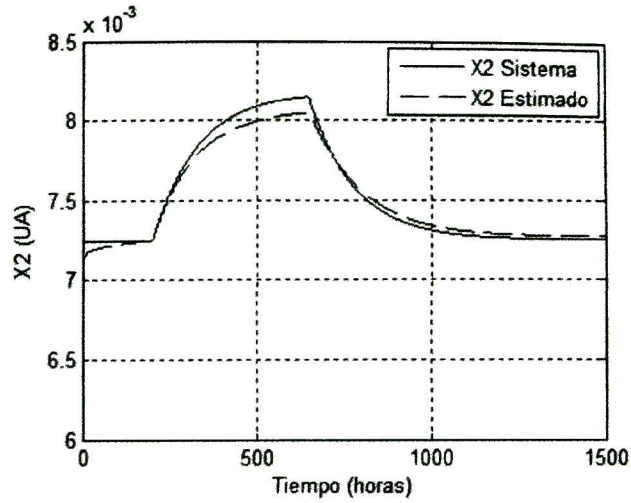


Figura 5.24. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

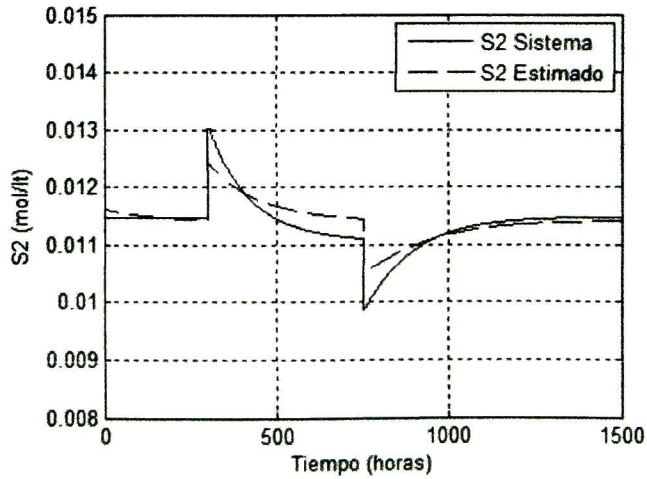


Figura 5.25. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

Finalmente en Fig. 5.26 y Fig. 5.27 las salidas del RHONO son comparadas con las salidas del proceso.

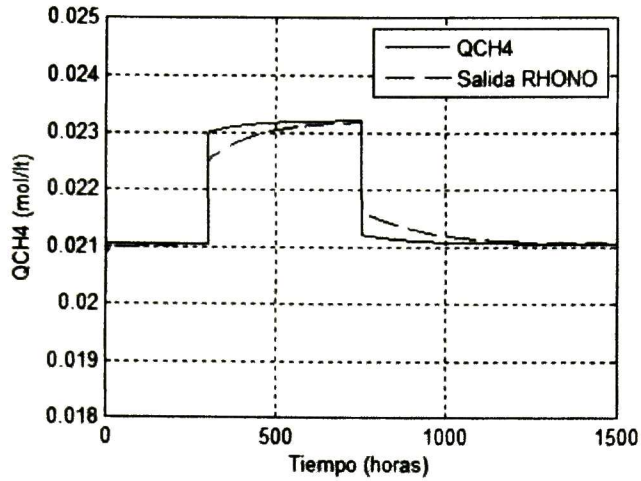


Figura 5.26. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

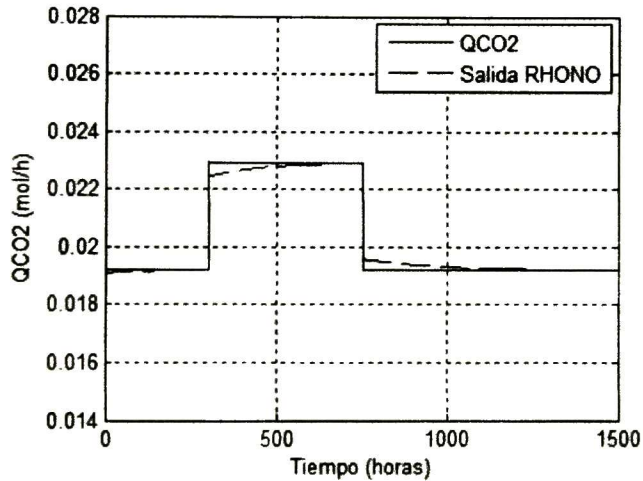


Figura 5.27. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

Se puede verificar que bajo las condiciones de operación inducidas por las perturbaciones, el observador aproxima aunque con un error las variables, este no es muy significativo en los dos casos. Después de la inclusión de las perturbaciones en la hora 300, el observador no presenta oscilaciones ni sobreimpulsos; lo anterior es una característica muy importante cuando nos

ubicamos en el contexto del control del proceso, ya que, así se garantiza que los valores estimados de la biomasa y el sustrato, por el observador no generará acciones de control erradas.

5.4.5 RHONO para la estimación de estados para el proceso anaeróbico

En esta sección se presenta el resultado de este trabajo, el cual es, el diseño de un observador neuronal tipo Luenberger utilizando una RHONN, como el desarrollado en la sección 5.3, para estimar las principales variables no medibles del proceso anaeróbico, determinadas en [9]; tales variables son: la biomasa X_2 , el sustrato S_2 y el carbono inorgánico IC . Como se ha mencionado en las secciones precedentes, la medida del pH está disponible. Así, el observador propuesto para el proceso dado por (4.6)-(4.11) tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
\hat{X}_2(k+1) &= w_{11}(k)S(\hat{S}_2(k)) + w_{21}(k)S(\hat{S}_2(k))S(\hat{X}_2(k)) + w_{31}(k)S(\hat{X}_2(k)) + \\
&\quad + w_{41}(k)S^{18}(\hat{X}_2(k))S(\hat{S}_2(k))D_e(k) + w_{51}(k)S(D_e(k)) + \\
&\quad + w_{61}(k)S(\hat{S}_2(k))S^5(\hat{X}_2(k)) + L_1 e(k) \\
\hat{S}_2(k+1) &= w_{12}(k)S^3(\hat{X}_2(k)) + w_{22}(k)S^2(\hat{S}_2(k))S^2(\hat{X}_2(k)) + w_{32}(k)S^2(\hat{X}_2(k)) \quad (5.24) \\
&\quad + w_{42}(k)S^3(\hat{X}_2(k))S^5(\hat{S}_2(k))D_e(k) + w_{52}(k)S^6(\hat{X}_2(k))S^3(\hat{S}_2(k)) + \\
&\quad + w_{62}(k)S^2(\hat{S}_2(k)) + L_2 e(k) \\
\hat{IC}(k+1) &= w_{13}(k)S(\hat{IC}(k)) + w_{23}(k)S^2(\hat{X}_2(k))S^3(\hat{S}_2(k))S(\hat{IC}(k)) + \\
&\quad + w_{33}(k)S(\hat{X}_2(k))S(\hat{S}_2(k))S(\hat{IC}(k)) + w_{43}(k)S^2(\hat{IC}(k))L_3 e(k)
\end{aligned}$$

donde $L_1, L_2, L_3 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ son las ganancias de Lipschitz y sus valores se obtienen por prueba y error, y están dados por:

$$L_1 = [1e2 \quad 1e4]$$

$$L_2 = [1e7 \quad 1]$$

$$L_3 = [9e5 \quad 1e4]$$

Con salidas dadas por:

$$\hat{Y}_{CH_4} = R_1 R_2 \hat{\mu}_2 \hat{X}_2 \quad (5.25)$$

$$\hat{Y}_{CO_2} = \hat{\lambda} R_2 R_3 \hat{\mu}_2 \hat{X}_2 \quad (5.26)$$

donde $\hat{\lambda}$ es como en (2.16), pero como en el caso presentado en la sección 5.4.3, éste se calcula teniendo en cuenta el valor estimado por el RHONO para el carbono inorgánico (IC).

Los estados de la red neuronal \hat{X}_2 , \hat{S}_2 y IC son inicializados en un punto cercano a la condición inicial de los estados del proceso; las matrices de covarianza del filtro de Kalman son inicializadas como matrices diagonales como se presenta en la Tabla 5.12.

Tabla 5.2. Matrices de covarianza para el FKE en el entrenamiento del RHONO para la estimación de estados del proceso anaeróbico.

P_i	R_i	Q_i
$[P_1(0)]_{s,s} = \text{diag}\{1.701e6\}$	$R_1 = \begin{bmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 1300 \end{bmatrix}$	$[Q_1(0)]_{s,s} = \text{diag}\{0.0099\}$
$[P_2(0)]_{s,s} = \text{diag}\{8.99999e4\}$	$R_2 = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 80 \end{bmatrix}$	$[Q_2(0)]_{s,s} = \text{diag}\{0.0014\}$
$[P_3(0)]_{s,s} = \text{diag}\{1.99901e4\}$	$R_3 = \begin{bmatrix} 1100 & 0 \\ 0 & 4296.1 \end{bmatrix}$	$[Q_3(0)]_{s,s} = \text{diag}\{0.01\}$

Igual que en el caso de los observadores diseñados en las secciones anteriores, la matriz H , es inicializada como $H(0) = 0$. Continuando con la línea de pruebas que se han desarrollado en este trabajo, se introduce una perturbación del 30% de amplitud en el sustrato de entrada S_{2e} en la hora 200 como se muestra en Fig. 5.28, esta entrada como se mencionó en la sección 5.4.1 es una perturbación externa; esto con el fin de probar la convergencia y robustez del observador. Los resultados obtenidos por el observador neuronal para esta primera prueba se presentan en Fig. 5.29, Fig. 5.30 y Fig. 5.31.

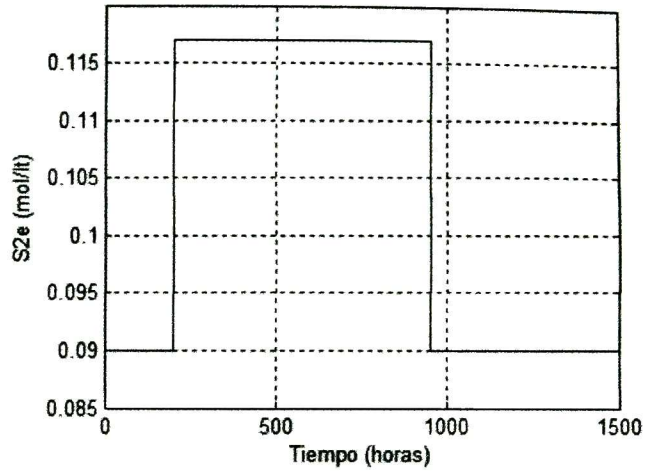


Figura 5.28. Entrada de sustrato S_{2e} con perturbación del 30% de amplitud en la hora 200.

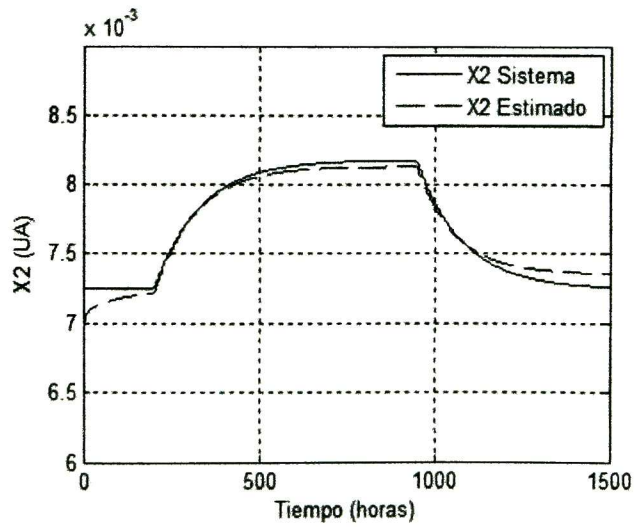


Figura 5.29. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

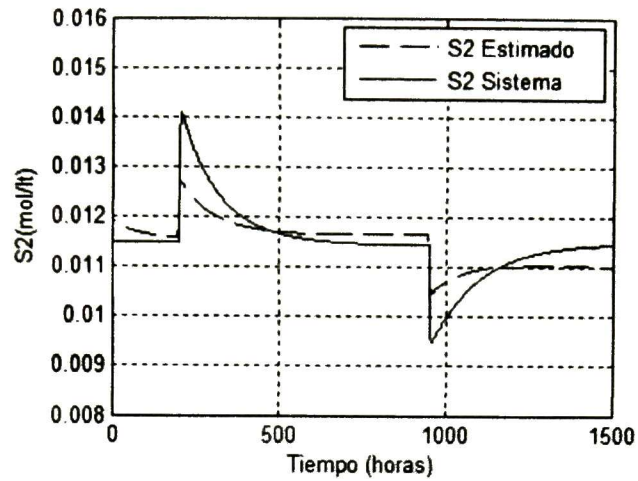


Figura 5.30. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

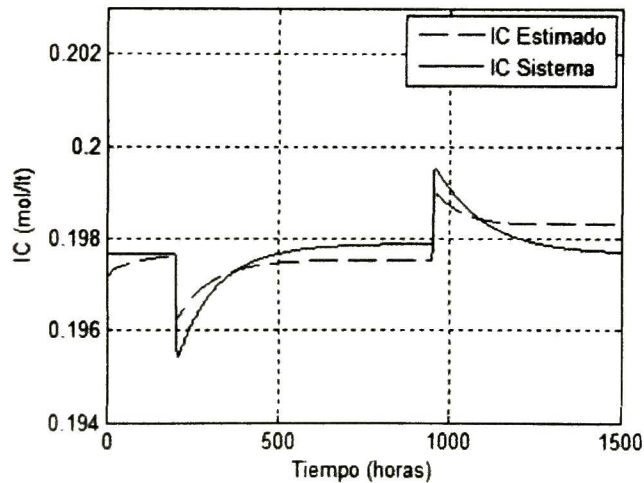


Figura 5.31. Evolución del carbono inorgánico IC (línea sólida) y su estimado (línea punteada).

La convergencia del observador neuronal a los estados es casi exacta en el caso de la biomasa, y aproximada para el sustrato y el carbono inorgánico. En el momento en que aparece la perturbación el RHONO no presenta oscilaciones ni sobreimpulsos y se mantiene cerca de las variables sin perder el comportamiento dinámico de estas.

Las salidas del proceso y del observador se presentan en Fig. 5.32 y Fig. 5.33.

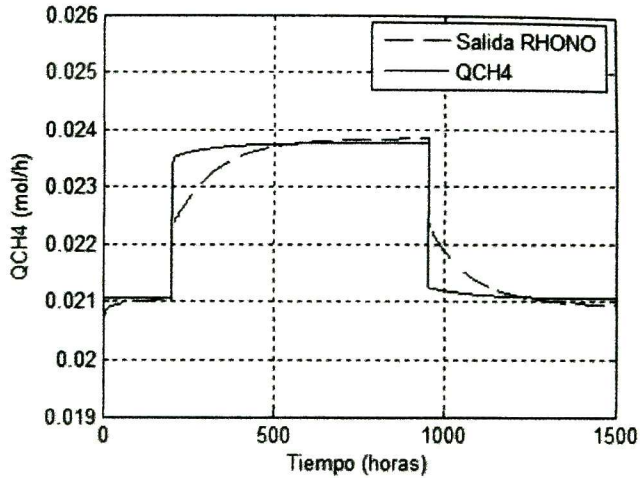


Figura 5.32. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

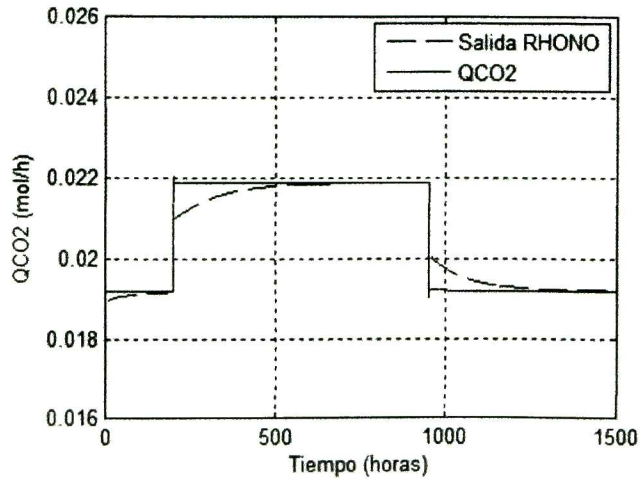


Figura 5.33. Salida de CO_2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada).

La segunda prueba hecha para verificar la tolerancia y robustez del RHONO ante la presencia de perturbaciones, es la introducción de una perturbación del 15% de amplitud en la entrada D_e la cual está incluida en la estructura del observador, y una perturbación del 10% de amplitud en la entrada

de IC_e , la cual, como se mencionó en la sección anterior, se asume como perturbación externa. Las gráficas de estas perturbaciones se muestran en Fig. 5.34.

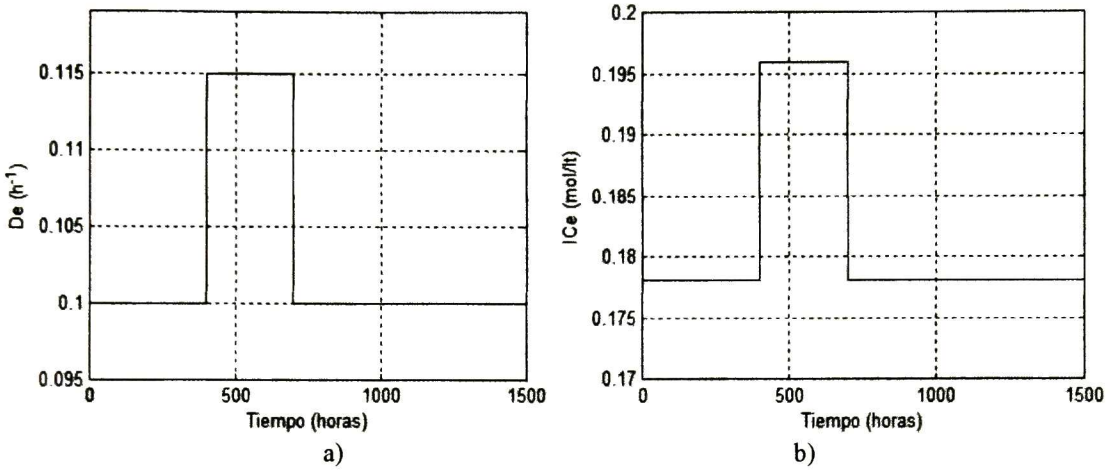


Figura 5.34. a) Tasa de dilución D_e . b) Entrada de carbono inorgánico IC_e .

Los resultados de esta prueba son ilustrados en Fig. 5.35, Fig. 5.36 y Fig. 5.37.

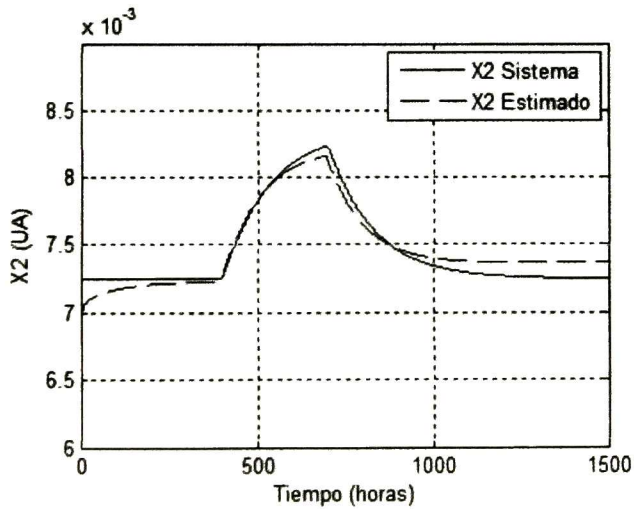


Figura 5.35. Evolución de la biomasa X_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

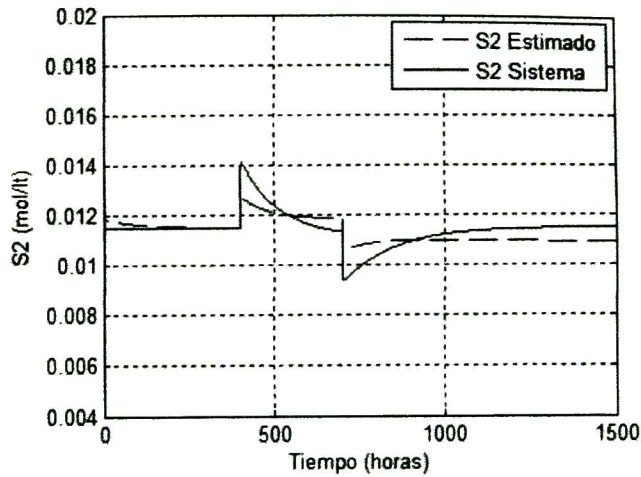


Figura 5.36. Evolución del sustrato S_2 (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

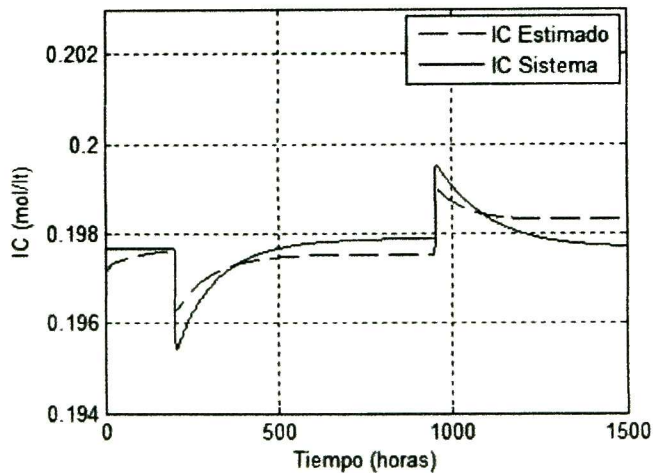


Figura 5.37. Evolución del carbono inorgánico (línea sólida) y su estimado (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

De manera general el RHONO en presencia de las perturbaciones mencionadas no presenta oscilaciones, ni sobreimpulsos que puedan conducir a problemas ya mencionados en la sección anterior. Además estima de forma aproximada las variables; la biomasa y el sustrato, son bien estimadas, mientras que el carbono inorgánico presenta una degradación en la estimación después

de que se presenta la perturbación. Esto quizá se debe a que en la estructura neuronal de esta variable, no se considera la contribución de las bacterias que se mantienen activas sobre el sustrato equivalente a la glucosa (biomasa X_1). Sin embargo este error de estimación sobre el IC , no constituye un mayor problema, ya que en el diseño de las estrategias de control, la biomasa es la variable útil para su elaboración. En Fig. 5.38 y Fig. 5.39 se presenta el resultado de la comparación de las salidas del RHONO con respecto a las salidas del modelo del proceso.

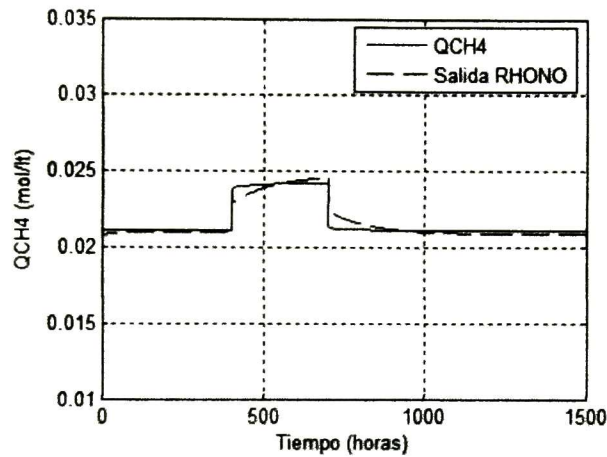


Figura 5.38. Salida de CH_4 del modelo del proceso (línea sólida) y salida de la RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

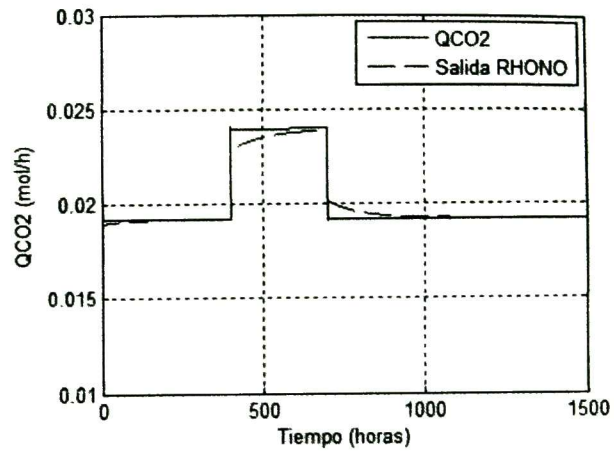


Figura 5.39. Salida de CO2 del modelo del proceso (línea sólida) y salida del RHONO (línea punteada), con perturbación en IC_e y D_e .

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

En este trabajo se diseñó un observador neuronal de estados para un proceso anaeróbico de tratamiento de aguas residuales. Este diseño se basa en la utilización de redes neuronales recurrentes de alto orden; con algoritmo de entrenamiento el filtro de Kalman extendido, por tratarse de un sistema no lineal. El desarrollo se hizo teniendo en cuenta además, que únicamente como variables medidas se tienen las salidas del proceso, las cuales son funciones no lineales de los estados.

En primera instancia se hizo un estudio detallado del modelo dinámico del proceso, el cual ha sido validado experimentalmente en trabajos previos. Esto con el fin de comprender las etapas, fenómenos químicos, biológicos e hidrodinámicos, que tienen lugar durante la digestión anaerobia; así como también su análisis de estabilidad, y la información que éste brinda en cuanto a las condiciones de operación que garantizan el funcionamiento del proceso, se refiere. Este estudio adicionalmente puso en evidencia la complejidad y la dificultad para acceder a la medición de las variables de este proceso; además de las relaciones altamente no lineales que existen entre sus dinámicas. Lo anterior constituye la principal motivación por la cual se desarrolló el presente trabajo.

Se discutieron las redes neuronales recurrentes de alto orden (RHONN) como aproximadores de sistemas no lineales complejos, sus ventajas y estructuras; incluyendo también el estudio de su algoritmo de entrenamiento basado en el filtro de Kalman extendido. Posteriormente se desarrolló un identificador, basado en este tipo de redes; para el cual se hizo la suposición de que todos los estados del proceso eran medibles. Se aplicó en simulación con el modelo del proceso y se obtuvieron resultados de aproximación exactos, sin errores en el transitorio, y con robustez ante la presencia de perturbaciones en la concentración de materia orgánica del efluente y en las entradas de carbono inorgánico y tasa de dilución; todas ellas con alta frecuencia.

Finalmente se desarrollaron observadores neuronales con estructura Luenberger para el proceso anaeróbico; en los cuales las únicas mediciones de las que se dispone son las salidas de metano y dióxido de carbono; estos observadores se basan en RHONN, las cuales se entrenan con el FKE.

El primer observador que se propone es para estimar la concentración de biomasa (X_2) de la digestión anaerobia en un reactor continuamente agitado con filtro de biomasa, operado en modo continuo; el entrenamiento del observador es hecho en línea. Para este caso se suponen el carbono inorgánico (IC) y el sustrato (S_2), como variables medibles; además, se asume que la medida de pH está disponible, lo que es cierto en la práctica. El FKE ajusta los pesos de la red a partir de la minimización del error entre la salida del proceso y la salida del RHONO. Los resultados a partir de la simulación muestran la efectividad y robustez del observador neuronal propuesto. Luego se diseñan unos RHONO para estimar, sustrato (S_2), carbono inorgánico (IC) y por último biomasa (X_2) y sustrato (S_2). Estos observadores se desarrollan teniendo en cuenta únicamente la medición del pH . Con éstos también se obtienen resultados muy satisfactorios.

Por último un RHONO es propuesto para estimar biomasa, sustrato y carbono inorgánico, las cuales son las variables de difícil medición y determinantes en el funcionamiento del proceso anaeróbico. Los resultados obtenidos en este caso muestran una buena estimación de los estados, y aunque en el caso del carbono inorgánico se nota una degradación en la aproximación, ésta no es trascendente para el caso de diseño de estrategias de control. Así, en general el RHONO diseñado para el proceso anaeróbico es robusto ante la presencia de perturbaciones; sin embargo su convergencia puede ser mejorada aumentando el número de pesos sinápticos en la RHONN e incluyendo la estimación de otras variables que influyen en el comportamiento dinámico del carbono inorgánico, como lo es la biomasa X_1 .

Como trabajo futuro queda abierta la posibilidad de llevar a cabo la implementación en tiempo real del RHONO propuesto, incluyendo el lazo de control para el proceso.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Y. Alanís, “Entrenamiento de redes neuronales con el filtro de Kalman”, *Tesis de Maestría*, CINVESTAV Unidad Guadalajara, México. 2004
- [2] A. Y. Alanís, “Discrete-time Neural Control”, *Ph. D. Tesis*, CINVESTAV Unidad Guadalajara, México. 2007
- [3] I. Angelidaki, L. Ellegaard, and B. K. Ahring, “A comprehensive model of anaerobic bioconversion of complex substrates to biogas”, *Biotechnology and Bioengineering*, vol. 63, pp 363-372, 1998.
- [4] P. Ascencio, D.Sbarbaro, and S. Feyo de Azebedo, “An adaptive fuzzy hybrid state observer for bioprocesses” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol 12 N° 5, pp 641-65, 2004.
- [5] G. Bastin and D. Dochain, “On-line estimation and adaptive control of bioreactors”, *Chemical Engineering Science*, vol. 46 No 11, 1991.
- [6] D. J. Batstone, J. Keller, R. B. Newell, and M. Newland, “Modelling anaerobic degradation of complex wastewater I: model development”, *Bioresource Technology*, vol. 75, pp 67-74, 2000.
- [7] O. Bernard and J. L. Gouzé, “Closed loop observers bundle for uncertain biotechnological models”, *Reporte de Investigación*, INRIA, Francia, 2003.
- [8] J. F. Beteau, “Modélisation et commande d’un bioprocédé industriel de traitement des déchets urbains”, *Ph. D. Tesis*, INPG, Grenoble, Francia. 1988.
- [9] S. Carlos-Hernandez., “Strategie de commande integree intelligente de procédés de traitement des eaux usées par la digestion anaerobie”, *Ph. D. Tesis*, INPG, Grenoble, Francia, 2005.
- [10] S. Carlos-Hernandez, J. F. Beteau, and E. N. Sanchez. “Design and real-time implementation of a TS fuzzy observer for anaerobic wastewater treatment plants”, *IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Octubre 2006, Munich, Alemania.
- [11] S. Gentil, “Modélisation en ecologie: méthodologie et application aux écosystèmes lacustres”, *Ph. D.Tesis*, Ecole des Sciences Physiques, Grenoble, Francia 1981.

- [12] J. L. Gouzé, A. Rapaport, and Z. Hadj.Sadok. "Interval observers for uncertain biological systems", *Ecological Modelling*, vol. 133, pp 45-56, 2000.
- [13] S. Haykin, *Kalman Filtering and Neural Networks*, John Wiley and Sons, New York, USA, 2001.
- [14] Y. H. Kim and F. L. Lewis, *High-Level Feedback Control with Neural Networks*, World Scientific, Singapore, 1998.
- [15] P. V Kokotovich, R. E. O' Malley, and P. Sannuti, "Singular perturbations and order reductions in control theory: an overview", *Automatica*, vol. 12, pp 123-132, 1976.
- [16] A. J. Krener and A. Isidori, "Linearization by output injection and nonlinear observers", *Systema and Control Letters*, vol. 3, pp 47-52,1983.
- [17] R. Marino, "Observers for single output nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, pp. 1054-1058, Septiembre, 1990.
- [18] F. E. Mosey. "Mathematical modelling of the anerobic digestion process: regulatory mechanisms for the formation of short-chain volatile acids from glucose", *Water Research*, vol. 15, pp 209-232, 1983.
- [19] G. A. Rovitakis and M. A. Chistodoulou, *Adaptive Control with Recurrent High-Order Neural Networks: Theory and Industrial Applications*, Springer-Verlag, New York, USA, 2000.
- [20] A. Rozzi, "Modelling and control of anaerobic digestion process" *Transactions Instrumentation, Modelling and Control*, vol. 6 No 3, pp 153-159, 1984
- [21] E. N. Sanchez and L. J. Ricalde, "Trajectory tracking via adaptive recurrent neural control with input saturation ", *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks '03*, Portland, Oregon, USA, Julio, 2003.
- [22] E. N. Sánchez y A. Y. Alanís, *Redes Neuronales*, Pearson Education, Madrid, España, 2006.
- [23] E. N. Sánchez y A. Y. Alanis and G. Chen, "Recurrent neural networks trained with Kalman filtering for discrete chaos reconstruction", *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series B (DCDIS B)*, vol. 13, pp. 1-18, 2007.
- [24] E. N. Sanchez, A. Y. Alanis, and A. G. Loukianov, *Discrete-Time Recurrent High Order Neural Observer for Induction Motors*, in "Foundations of Fuzzy Logic and Soft computing" Eds. P. Melin et al., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Alemania, 2007.

- [25] T. Soehartanto, "Analyse de stabilité et commande de procédés de traitement des eaux usées", *Ph. D. Tesis*, INPG, Grenoble, Francia. 1999.
- [26] Y. Song and J. W. Grizzle, "The extended Kalman filter as a local asymptotic observer for discrete-time nonlinear systems", *Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control*, vol. 5, No.1, pp. 59-78, 1995.
- [27] A. Vanelli and A. M. Vidyasagar, "Maximal Lyapunov functions and domains of attraction for autonomous non linear systems", *Automatica*, vol. 21, pp 69-80, 1985.

ANEXO A

ARTÍCULOS GENERADOS A PARTIR DE ESTA TESIS

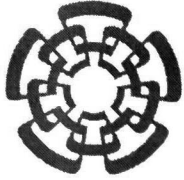
Artículos aceptados en congreso

D. A. Urrego-Patarroyo, E.N. Sanchez, S. Carlos-Hernandez, J. F. Beteau, “Recurrent Neural Networks Biomass Observer for Anaerobic Processes”, *IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, San Antonio, Texas, September 2008.

D. A. Urrego-Patarroyo, E.N. Sanchez, S. Carlos-Hernandez, J. F. Beteau, “Recurrent Neural Networks State Estimator for Anaerobic Processes”, *IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, San Antonio, Texas, September 2008.

Artículos en revisión para congreso

D. A. Urrego-Patarroyo, E.N. Sanchez, S. Carlos-Hernandez, J. F. Beteau, “Recurrent Neural Networks Observer for Anaerobic Processes”, *XII Congreso Latinoamericano de Control Automático*, Merida, Venezuela, Noviembre 2008.



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N. UNIDAD GUADALAJARA

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Observador Neuronal para el Proceso Anaeróbico de Tratamiento de Aguas

del (la) C.

Diana Alejandra URREGO PATARROYO

el día 29 de Agosto de 2008.

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos
Investigador CINVESTAV 3D
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Alexander Georgievich Loukianov
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Javier Ruíz León
Investigador CINVESTAV 3B
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Salvador Carlos Hernández
Investigador CINVESTAV 2A
CINVESTAV Unidad Saltillo



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT00006894