



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS

**CINVESTAV**  
**IPN**  
**ADQUISICION**  
**DE LIBROS**

**LA ENSEÑANZA DE LOS PRIMEROS NÚMEROS EN  
PREESCOLAR.  
EXPLORACIÓN DE UNA ALTERNATIVA DIDÁCTICA**

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con  
Especialidad en Investigaciones Educativas

Presenta

***Ligia Beatriz Ramírez Moguel***

Licenciada en Educación Especial

Director de tesis

***Francisco David Block Sevilla***

*Doctor en Ciencias*



Agosto, 2003

## AGRADECIMIENTOS

### **CAPÍTULO 1. LA ENSEÑANZA DE LOS PRIMEROS NÚMEROS EN PREESCOLAR. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

#### 1.1 La problemática

##### 1.1.1 Introducción

1.1.2 Las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de los primeros números. Aportes, debates y propuestas

El desarrollo de las destrezas del conteo

La psicogénesis de la representación de cantidades y la representación escrita de numerales

La didáctica de las matemáticas

A manera de comentario

#### 1.2 Propósito y metodología de la presente investigación

La secuencia didáctica

Origen de la situación fundamental del número

Principales variantes

Los momentos del juego

##### 1.2.2 Aspectos metodológicos

*Los análisis preliminares*

*Los análisis a priori*

*Los análisis a posteriori*

##### 1.2.3 Condiciones para la experiencia didáctica

### **CAPÍTULO 2. SITUACIÓN DE AUTO COMUNICACIÓN. JUEGO 1**

#### 2.1 Condiciones didácticas

#### 2.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

#### 2.3 Comentarios

### **CAPÍTULO 3. SITUACIONES DE COMUNICACIÓN ORAL. JUEGOS 2 Y 3**

#### 3.1 Condiciones didácticas

##### 3.1.1 Condiciones didácticas del juego 2

##### 3.1.2 Condiciones didácticas del juego 3

#### 3.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

*Tipos de desempeño global*

*La incorporación del "gesto" de contar (O1)*

*La tarea del receptor, más compleja que la del emisor (O2)*

*Los errores de enumeración (O3)*

*Éxito en los papeles de emisor y de receptor (O4)*

#### 3.3 Comentarios

### **CAPÍTULO 4. SITUACIONES DE COMUNICACIÓN GRÁFICA. JUEGOS 4, 5, 6 Y 7**

#### 4.1 Juego 4

##### 4.1.1 Condiciones didácticas

##### 4.1.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

*Mensajes gráficos*

*Recursos para elaborar e interpretar los mensajes*

*Diferentes formas de utilizar la correspondencia biunívoca*

*Dificultades en la enumeración y en el conteo al elaborar e interpretar "colecciones intermedias" o "series numéricas"*

*Los mensajes del tipo "serie numérica" en relación a la apropiación del principio de cardinalidad*

4.2 Juego 5: con la tira de números

4.2.1 Condiciones didácticas

4.2.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

*Los mensajes gráficos*

*Usos de la tira de números*

4.3 Juego 6. Interpretación de un número escrito

4.3.1 Condiciones didácticas

4.3.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

4.4 Juego 7. Cuantificación y escritura de un número

4.4.1 Condiciones didácticas

4.4.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

4.5 Comentarios

## CONCLUSIONES

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## ANEXOS

Entrevista inicial

Tabla I. Entrevista inicial

Ficha para la educadora

Tabla II. Procedimientos de resolución en el juego 1

Tabla III. Procedimientos de resolución en el Juego de comunicación oral.

Juegos 2 y 3

Tabla IV. Recursos para elaborar e interpretar los mensajes gráficos. Juego 4

Tabla V. Recursos para elaborar e interpretar los mensajes gráficos. Juego 5

Tabla VI. Recursos para interpretar un número escrito, por rango. Juego 6

Tabla VI. Recursos para cuantificar una colección y escribir un numeral, por rango

A José Luis  
A mi padre  
A la memoria de mi madre

## Agradecimientos

Agradezco a todas las personas que, de alguna manera, participaron, presenciaron o apoyaron mi proceso de formación, en especial:

A David Block, por haberme aceptado como aprendiz, por el acompañamiento durante todo el proceso de mi formación y por la escucha y palabras de aliento en los momentos de crisis.

A Laura Resendiz, por su colaboración en la obtención y transcripción de los registros de audio y video utilizados en este trabajo. Por su apoyo y apapacho en el proceso de formación.

A mis lectoras, Irma Fuenlabrada y Mónica Alvarado, por su lectura detallada y contribuciones a la concreción de este trabajo.

Un agradecimiento muy especial a Meche Aguirre, por aceptar vivir esta experiencia con su grupo, con la esperanza de que haya sido para ella de tanto provecho como lo fue para mí.

A los niños que participaron en la secuencia didáctica, por la riqueza de sus intervenciones, riqueza de este trabajo.

A Roxana González, por abrir las puertas del Jardín de Niños donde se realizó el trabajo experimental.

A la licenciada Olga Porras, por hacer posible que se realizara este trabajo en un jardín de niños del sector público.

A Rosa María Martínez, por hacer su trabajo siempre con una sonrisa y dispuesta a ayudar.

A las maestras Cristina Gaytán y Rebeca Merlo del Centro de Investigación y Difusión de Educación Preescolar (CIDEP), por la información proporcionada para la elaboración de este trabajo.

Al 'Grupo Compacto' de la generación: Fernanda Delprato, Leticia Landeros, Sonia Luquez y Tere Negrete, por la riqueza compartida, por el apoyo, las palabras de ánimo y sobre todo por su amistad y solidaridad.

A mis compañeros de generación, por los días de compartir experiencias y conocimientos que enriquecieron el mío: Juanita, Esteban, Saúl, Rosario, Martita, Vero, Arcelia, Renato, Blanquita, Elizer, Mel, José, Tere, Vicky, José, Carmina, Ana, Javier, Denise, Alejandro, Francisco Javier, Ernesto, Aquiles y a Octavio, que por ahí se coló.

A los Maestros del DIE, especialmente a Pepita Granja, por el acompañamiento que nos dio a los alumnos de la generación. A Ruth

Paradise, Emilia Ferreiro, Elsie Rockwell, Alejandra Pellicer, Susana Quintanilla, por hacer de sus seminarios espacios tan provechosos como disfrutables.

A los compañeros del seminario de didáctica de las matemáticas: David, Laura, Diana, Moisés, Fernanda, Margarita, Armando, Héctor, Ana Laura, Toño, Tatiana, Minerva, por esas tardes ricas de compartir conocimientos.

A Bertha Vivanco, Meche Ruiz, Alicia Carvajal y Zorobabel Martiradoni, por su apoyo y palabras de aliento en todo este camino.

Al personal de biblioteca, administrativo, de vigilancia e intendencia del DIE que permitieron que éste fuera un espacio agradable dónde estar.

A CONACYT, a la Dirección de Educación Especial de la SEP y al Comité Dictaminador de Becas, por haberme otorgado una beca para continuar mi formación. A Edgar Mandujano y Martha Oliveros, por su atención cordial en el trámite para obtenerla.

Finalmente, agradezco a aquellos que presenciaron mi proceso de formación desde mis frustraciones, miedos, cansancio y también logros.

A mi esposo, José Luis, por apoyar e impulsar mi superación.

A mi padre, Toño, por enseñarme a luchar por lo que quiero.

A mi familia y amigos por su apoyo, comprensión e interés durante este proceso de formación: a Toño, Mate, Pablo, Héctor, Paco, Lilia, Ximena, Inés, Concha, Toya y Shanti.

Para la elaboración de esta Tesis se contó con el apoyo de una beca Conacyt

## CAPITULO 1

# LA ENSEÑANZA DE LOS PRIMEROS NÚMEROS EN PREESCOLAR. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1 La problemática

### 1.1.1 Introducción

La mayoría de las propuestas para la enseñanza de los primeros números elaboradas en las décadas de los sesenta a los ochenta, asumieron como referente teórico principal los aportes de Piaget y Szeminska (1964/1996) sobre la psicogénesis del número. En varios de estos trabajos, las operaciones lógicas de seriar y clasificar en el nivel cualitativo devinieron, si no como objetos de enseñanza al menos como prerequisites para la enseñanza del número.

A finales de los años sesenta, se sumó a la influencia piagetiana, la reforma de las "matemáticas modernas", que respondía a la necesidad de adecuar la formación matemática al desarrollo de dicha disciplina. La reforma estuvo orientada, principalmente, a "...la unificación del lenguaje y la consideración de las relaciones estructurales que subyacen a los conocimientos específicos de esta disciplina" (Block y Álvarez, 1999, p. 58), para lograr una vinculación entre las matemáticas enseñadas en los niveles preuniversitarios y el universitario. Las propuestas en el nivel elemental consistieron principalmente en la introducción de una versión simplificada de la teoría de los conjuntos, incluso para el nivel preescolar (Ruiz, 1992; Block y Álvarez, 1999). Después de unos años, la idea de que mediante el conocimiento de estructuras matemáticas, los alumnos serían capaces de deducir aspectos más específicos, empezó a mostrar dificultades y a ser cuestionada (Kline, 1973/1988). Además, para los padres de familia y para los maestros, los motivos de tales cambios no fueron suficientemente claros. No obstante, algunos de los elementos de la teoría de los conjuntos han permanecido en algunas propuestas, materiales publicados y en las ideas de muchas educadoras, del nivel preescolar [1] .

Las dificultades que se suscitaron a partir de la reforma de las matemáticas modernas, llevaron a crear estrategias para proveer a los profesores de las herramientas necesarias para la enseñanza de esta disciplina. Esto generó, en varios países del mundo, un creciente interés en el estudio del proceso de la enseñanza de los contenidos matemáticos. En Francia, los IREM [2] se crearon en los años 70, como respuesta a esta necesidad. En ellos comenzaron a surgir trabajos de investigación que estudiaban el sistema de enseñanza de las matemáticas, para dar una respuesta a sus problemáticas específicas, distinta de las que se venían proponiendo hasta entonces (la de los matemáticos, las de los psicólogos y pedagogos) (Douady, 1995a; Gálvez, 1998) . Con la enseñanza como objeto de estudio, en dicho país se gestó una nueva disciplina que empezó a influir en la forma de enseñanza de las matemáticas desde principios de los años 80 y, años más tarde, en muchos otros países. Nos referimos a la Didáctica de las Matemáticas.

Paralelamente a estos trabajos, otros investigadores, desde el área de la psicología genética, estudiaron las destrezas relativas al conteo que pueden desarrollarse a la par de las operaciones lógicas y empezó a considerarse que dichas destrezas pueden, incluso, favorecer el desarrollo de estas últimas (Gelman y Gallistell, 1978/1986; Fuson, 1988, entre otros). Se valoraron entonces, en algunas propuestas de los años 90, las ocasiones en las que los niños podían realizar conteos y se multiplicaron los juegos que implicaban contar (Hiebert, 1988).

Las investigaciones realizadas sobre la representación de cantidades y sobre la génesis del sistema gráfico numérico, también cuestionaron las interpretaciones de los planteamientos piagetianos, en las que se consideraba la escritura del número como un contenido que había que enseñarse después de que el niño hubiera construido la noción de número (Brizuela, en prensa).

En los programas de educación preescolar en México, desde antes de los años 70, los contenidos relativos al número tuvieron un largo periodo en el que se desdibujaron, debido a las interpretaciones pedagógicas de las investigaciones piagetianas, para volver a aparecer en los programas a partir

de la década de los años 90, seguramente como consecuencia de los aportes postpiagetianos de la investigación sobre el conteo.

El reconocimiento actual de la posibilidad, y de la necesidad, de enseñar contenidos específicos de matemáticas en el nivel preescolar vuelve aún más urgente estudiar y seleccionar los mejores medios para hacerlo, con el riesgo, por falta de alternativas, de dar lugar nuevamente a prácticas de enseñanza ya rebasadas.

Estamos lejos de partir de cero. A lo largo de más de dos décadas, la investigación en didáctica de las matemáticas ha logrado avances suficientemente importantes para poder proporcionar elementos que orienten el diseño de alternativas didácticas. No obstante, hace falta un trabajo arduo de diseño, adaptación, comparación de alternativas, en la búsqueda de situaciones que tengan buena calidad didáctica y al mismo tiempo sean factibles para el nivel preescolar. Hace falta, quizá en mayor medida, revisar los referentes teóricos que puedan resultar más adecuados en la formación de las educadoras, en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas. Por otra parte, el flujo de nuevos conocimientos emanados de la investigación en didáctica, en psicología y en otras áreas relacionadas de la enseñanza escolar, es cada vez más intenso. Debemos también mejorar los mecanismos que permiten incorporar estos aportes, ni demasiado pronto, cuando aún no es claro cómo podrían integrarse y con qué beneficios, ni demasiado tarde.

La intención que orienta al estudio empírico que se presenta en este trabajo se inscribe en el movimiento que devuelve un lugar a los contenidos de matemáticas en el nivel preescolar. Busca contribuir a la integración de los aportes de la didáctica contemporánea de las matemáticas en la enseñanza en este nivel, mediante el estudio de la aplicación de una secuencia de situaciones didácticas para la enseñanza del número cardinal.

### **1.1.2 Las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de los primeros números. Aportes, debates y propuestas.**

A partir de los años sesenta, una interpretación particular de los estudios de Piaget sobre la psicogénesis de la noción de número impactó de manera

importante las ideas pedagógicas acerca de lo que los niños podían aprender y, en consecuencia, acerca de lo que convenía enseñarles. Contra las viejas prácticas en las que se enseñaba a los niños, desde el primer momento, a recitar la serie numérica y escribir los primeros números, se esgrimió el argumento de los prerrequisitos conceptuales: la noción de número constituye la síntesis de las operaciones lógicas de seriar y clasificar, por lo que, mientras éstas no alcancen su desarrollo cabal, es vano, y puede incluso ser perjudicial, pretender enseñarles los números. El fenómeno de la no conservación del número fue la punta de lanza del cuestionamiento radical a dicha enseñanza, constituía la prueba fehaciente de que, aún cuando los niños pudieran reproducir el gesto de “contar”, esto no era un indicador de que hubieran adquirido la noción de número (SEP-DGEP, 1976; 1979a; 1979b; SEP, 1981a). En la *Guía Didáctica para Jardines de Niños* (SEP-DGEP, 1976), por ejemplo, aparece una orientación para la educadora y padres de familia con respecto a la escritura de numerales y letras. Los intentos de escritura de los niños se consideraban como simples dibujos, a los que no se debía dar importancia y más bien se resaltaba la necesidad de dejar “madurar al niño antes de exigirle aprendizajes que... (llegarían) a su debido tiempo” (*idem*, p. 42). Por otro lado, en el programa de educación preescolar de 1979 (SEP-DGEP, 1979) se explicitaba la posibilidad de manejar los nombres de los números, si los usaban los niños, pero sólo como una característica de los elementos, que debía quedar a nivel verbal y nunca asociado a símbolos escritos (SEP-DGEP, 1979b).

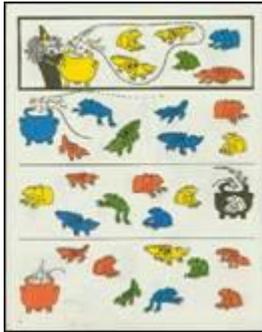
Numerosas propuestas pedagógicas elaboradas en estos años sugirieron, en sustitución de las actividades numéricas, actividades dirigidas al desarrollo de dichas operaciones (seriar, clasificar, conservar la cantidad), por ejemplo, la propuesta del High Scope, cuyo inicio remite a un proyecto llevado a cabo en los años sesenta [3], sugería trabajar con actividades de agrupamiento de objetos o sus representaciones, basándose en una o más características comunes: atributos, clases o categorías, funciones o por asociación (clasificación) y actividades de ordenamiento de objetos o sus representaciones en base a su dimensión: tamaño, cualidad o cantidad (seriación) (Weikart, Rogers, Adcock, McClelland, 1971/1980, p. 181-182) [4]. Estas últimas (ordenar cantidades), más bien referían a actividades en las que los niños debían reconocer la numerosidad de grupos

de uno a cuatro objetos. Primero, solamente reconociendo dónde había más, menos o igual cantidad y diciendo la cantidad de objetos, regularmente, al responder a la pregunta de "¿cuántos hay?". Después, en el plano de lo simbólico, debían dibujar o recortar imágenes con la cantidad que se les indicaba (de 1 a 4) y jugar con materiales como dominós y dados, donde pudieran reconocer, sin contar o contando la cantidad de puntos para comparar las colecciones.

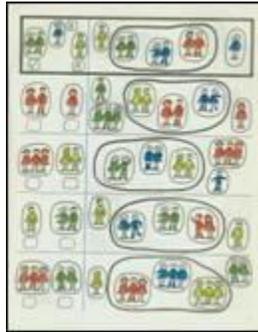
A estas interpretaciones de las ideas piagetianas se agregó otra fuente de influencia de esta época, aportando su propio sello. Nos referimos a la corriente de las matemáticas estructuralistas con la teoría de los conjuntos, de la que hablamos antes. Una de las principales propuestas de enseñanza que representa esta corriente es el trabajo de Dienes:

"Dienes asumió el propósito de que los niños aprendieran estructuras más que contenidos específicos, descubriéndolas por sí mismos en una variedad de situaciones preparadas ad hoc." (Block y Álvarez, 1999, p. 58)

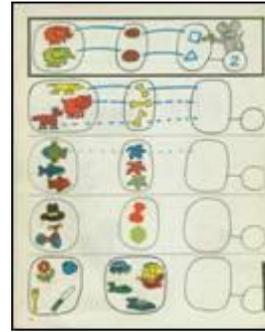
Para el nivel preescolar, Dienes y Holt (1973, 1975, 1976) elaboraron una propuesta [5] que partía de la identificación de relaciones de igualdad y de diferencia entre objetos o personas, primero por su color, tamaño, forma, sexo y después por su numerosidad (figuras 1 y 2). A través de este trabajo se introducían algunas nociones como las de pertenencia y no pertenencia a los conjuntos (clasificación), unión de conjuntos, la idea de "no" [6] y se introducía el uso de símbolos (diagramas de Venn y de Carroll). Para introducir la idea de número se proponía trabajar con un conjunto de conjuntos que contuvieran igual y distinta numerosidad (figura 2), para que los niños identificaran la pertenencia o no pertenencia del conjunto a un conjunto de conjuntos (la propiedad numérica). Este trabajo se hacía con pares, ternas y hasta con cuatro elementos, es decir, cantidades que los niños pudieran reconocer a simple vista, sin necesidad de contar [7]. Después se trabajaba el emparejamiento de cosas de diversos conjuntos, mediante la correspondencia biunívoca (figura 3). Con este trabajo se introducía la noción de conjuntos equivalentes y de conjuntos no equivalentes, a partir de la cual se iniciaba un trabajo sobre la construcción de una serie, donde cada conjunto tiene un elemento más que el anterior.



**Figura 1**  
Pertenencia (Elefante  
1.p. 11)



**Figura 2**  
Pertenencia  
(Elefente 2, p. 7)

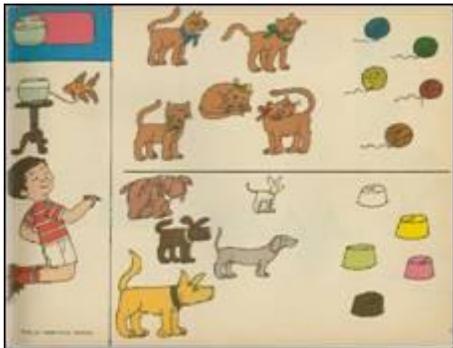


**Figura 3**  
Número (Elefante 2, p.  
16)

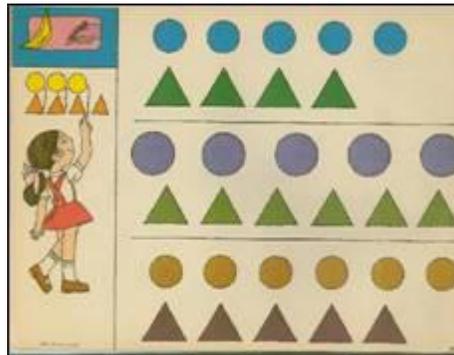
Este trabajo trajo consecuencias importantes en la enseñanza del número, puesto que se reconoció que “los niños pueden realizar tareas relativas a los números antes de conocer su expresión formal, pueden, por ejemplo, comparar y clasificar conjuntos por su cardinalidad antes de saber contar y antes de saber representar simbólicamente a los números” (Block y Álvarez, 1999, p. 61).

En México, en el nivel oficial, además de la Guía Didáctica para Jardines de Niños (SEP-DGEP, 1976), que establecía aspectos más generales, desde 1975 circuló en los jardines de niños un complemento didáctico para la enseñanza de las matemáticas en preescolar, destinado a apoyar la introducción de las matemáticas modernas en este nivel (Aguirre, Sandoval, Rotter y Mendizábal, 1975/1980 y 1982). El paquete estaba compuesto de un libro de trabajo para los niños y una guía para las educadoras. La estructura del libro es muy similar a la de la propuesta de Dienes. Las actividades que se proponían para el preescolar debían proporcionar elementos de preparación para desarrollar el pensamiento lógico. Las relaciones ‘mas que’ y ‘menos que’ eran presentadas por medio de colecciones que tenían una marcada diferencia en la cantidad de elementos, mientras que la relación ‘tantos como’ se proponían ejercicios en los que había dos colecciones con la misma cantidad de elementos dispuestos uno frente al otro (ver figura 4). Los niños debían trazar una línea entre ellos para comprobar la equivalencia. Después se integraban una serie de ejercicios iguales a éstos, destinados a trabajar la correspondencia uno a

uno pero que terminaban siendo ejercicios de apareamiento. La idea de conjuntos no equivalentes y de "uno más" se introducía de la misma forma (figura 5), presentando dos conjuntos, uno frente a otro, para que los niños apareando los objetos comprobaran que un conjunto tenía un elemento más.



**Figura 4.** Conjuntos equivalentes (p. 53 )



**Figura 5.** Idea de uno más (p. 58)

Así, la posibilidad de usar la correspondencia uno a uno, que trajo consigo la introducción escolar de la teoría de los conjuntos, terminó reduciéndose a una mera aplicación del apareamiento entre objetos de dos colecciones, donde el niño únicamente debía trazar líneas de un objeto a otro, en situaciones en las que, además, por la cantidad de elementos manejados, dicha correspondencia no era necesaria. Esta transposición de la teoría de Piaget y de la teoría de los conjuntos que caracteriza a la propuesta de Dienes, aún tiene impacto en diversos materiales que se publican para el nivel preescolar.

En la década de los ochenta, aunque disminuyó el énfasis en los conjuntos, siguieron apareciendo nuevas propuestas que transponían los aportes de Piaget a la enseñanza, en distintos grados. Una propuesta que ha servido de referente recurrente para la mayoría de los trabajos sobre el número en México es la de Kamii y De Vries (1978), después corregida por Kamii (1982/1995). La propuesta surgió, a decir de Kamii, de la necesidad de responder a algunos educadores que tomaban las situaciones de indagación de Piaget como situaciones para la enseñanza. Se proponía crear un ambiente propicio, rico en estímulos; plantear situaciones que llevaran a los niños a establecer relaciones de todo tipo; tratando de entender la forma en que los niños iban construyendo sus conocimientos y ayudándolos a que se acercaran a un pensamiento operatorio. La educadora

debía, entonces, ser la facilitadora de experiencias y estar atenta a las actividades del niño en las actividades de la vida diaria y proponer juegos de grupo en los que los niños pudieran cuantificar y registrar cantidades, aunque consideraba que los números hablados y escritos, eran sólo para que el niño comenzara a interesarse, porque "...la comprensión de los números solo puede venir de la estructura mental que él construya desde dentro." (Kamii, 1982/1995, p. 32).

En los programas de educación preescolar de 1979 y 1981 (SEP-DGEP, 1979; SEP, 1981a, 1981b, 1981c) se dejan ver dos interpretaciones de los aportes psicogenéticos. Mientras en el primero, el tipo de actividades que se proponían eran parecidas a las pruebas de experimentación trabajadas por Piaget y Szeminska (1964/1996), en el segundo lo que se esperaba era que la educadora supiera ubicar al niño en el estadio correspondiente[8] para favorecer su progresión hacia el siguiente estadio. Las actividades propuestas en el programa de 1981 fueron completamente basadas en la propuesta de Kamii.

Otra propuesta representativa de esta época, realizada en México, es la que elaboró la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) para el sistema de educación a distancia dirigido a futuros maestros (1978/1983). Una parte sustancial de la propuesta estaba encaminada a favorecer la construcción de las operaciones lógicas, trasponiendo al plano didáctico, las situaciones de experimentación que se utilizaron en las investigaciones psicogenéticas y basándose en el trabajo de la estructura de las nociones (como en la propuesta de Dienes).

A lo largo de los treinta años que han transcurrido desde el apogeo de las propuestas anteriores, los aportes de distintas líneas de investigación sobre la adquisición y la enseñanza de la noción de número, han dado lugar a cuestionamientos profundos del punto de vista de los "prerrequisitos lógicos" (Hiebert, 1988). Entre estas líneas de investigación se encuentran las que estudian el desarrollo de las destrezas del conteo (Gelman y Gallistell, 1978/1986; Fuson, 1988, entre otros), la investigación sobre psicogénesis de la representación gráfica de cantidades y la representación escrita de los números (Pontecorvo, 1996; Hughes, 1987; Lerner y Sadovsky, 1996; Brizuela, 2001; Alvarado, 2002), y los

estudios en didáctica de las matemáticas (Brousseau, 1986, 1998, 2000). Veamos cuales han sido estos cuestionamientos así como algunos de los aportes y de las limitaciones de estas perspectivas.

### *El desarrollo de las destrezas del conteo.*

Principalmente nos referiremos a los trabajos desarrollados por Rochel Gelman y C. R. Gallistel (1978/1986) y a los trabajos de Karen Fuson (1988) quienes además de sus propias aportaciones al tema, han hecho una labor de sistematización de los hallazgos de diferentes investigadores como: Potter y Levy; 1968; Klahr y Wallace, 1973; Gast; Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974; Ginsburg y Opper; 1977, entre otros. El interés que motivó las investigaciones de Gelman y Gallistel fue conocer cuáles eran los conocimientos que los niños preescolares tenían sobre el conteo, en contraste con lo que en esa época se consideraba que no podían hacer, cuando no habían construido la noción de número. De los aportes más importantes de estas autoras podemos mencionar el reconocimiento de cinco principios de cuantificación:

- I. *Principio de uno a uno.* La identificación de este principio constituye una de las aportaciones de Potter y Levy (citado en: Fuson, 1988). Para Gelman y Gallistel este principio se consolida cuando el niño logra coordinar dos destrezas diferentes: la 'partición' y 'etiquetación'; esto es, cuando el niño logra considerar cada elemento de la colección una sola vez (partición), mientras va asignando a cada uno una etiqueta o nombre (etiquetación).
- II. *Principio de orden estable.* Es la posibilidad de asignar, siempre en el mismo orden, las etiquetas a los objetos que se cuantifican, cada vez que se cuenta.
- III. *Principio de cardinalidad.* Consiste en saber que la etiqueta que ha sido nombrada al final del conteo traduce la numerosidad de la colección. Es decir, que para conocer el tamaño de una colección basta con decir el último número mencionado al contar los elementos.

IV. *Principio de abstracción*. Consiste en la irrelevancia de las cualidades de los objetos en el conteo. Esto es: cada elemento de una colección es equivalente a los demás y es considerado como una unidad, sin importar sus características físicas.

V. *Principio de orden irrelevante*. No importa por qué elemento de la colección se empieza a contar, es decir, que la etiqueta no marca al objeto sino que determina la cantidad de objetos ya contados.

Por otro lado, algunos de los aportes relevantes de Fuson (1988) son los relativos a la localización de diversas estrategias de conteo (que en este trabajo llamaremos de enumeración[9] ) como el marcado y la alineación de los objetos al contar, ya sea física o mentalmente y también algunos de los principales errores que los niños cometen en el conteo, como los *errores en la correspondencia temporal etiqueta-objeto señalado* y los *errores en la correspondencia espacial señalamiento-objeto* (de enumeración). Se hablará más de éstos en el análisis de la parte experimental del presente trabajo. Otro aporte relevante es la distinción que hicieron Klahr y Wallace (citados en Gelman y Gallistel, idem) de una destreza de cuantificación que no necesita la correspondencia etiqueta-objeto: el reconocimiento súbito o perceptual de la cantidad (*'subitizing'*) cuando los objetos de la colección no son más de tres o, por ejemplo, con 4, 5 y 6 elementos con una distribución espacial ya conocida, como la del dado. Después, otros autores (Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974) identificaron el uso de esta destreza en el conteo de colecciones muy grandes (conteo por agrupamientos).

Gracias a las investigaciones que aportaron conocimientos en esta línea, ahora sabemos que los niños pueden desarrollar destrezas de conteo y nos es posible identificarlas. Cabe preguntar, sin embargo ¿qué implicaciones tiene esto para la enseñanza? ¿Se trata nuevamente de un proceso espontáneo en el que la enseñanza escolar tiene poco que aportar, o bien, es posible favorecer este desarrollo en la escuela? En ese caso, ¿con qué tipo de situaciones? Veamos las respuestas a estas preguntas que se encuentran en algunas de las propuestas que han asumido estos referentes teóricos, eventualmente integrándolos con otros, de corte piagetiano.

La propuesta actual del High Scope, por ejemplo, nombra los cinco principios de la cuantificación que localizaron Gelman y Gallistell. Para favorecer su desarrollo, se dan indicaciones tales como "multiplicar las ocasiones de contar", las cuales, por su carácter general, podrían dar lugar a prácticas muy pobres de recitación o a la utilización del conteo sólo por los niños que pueden usarlo.

En el libro de apoyo a la práctica docente titulado *Actividades Matemáticas en el nivel preescolar* (SEP, 1991), se toman en cuenta los aportes de Piaget, Kamii, Baroody, Gelman y Gallistell, entre otros, además de continuar integrando términos usados en la teoría de conjuntos. Las actividades que se proponen en éste van encaminadas a favorecer la clasificación, seriación y el número. En este último aspecto se sugiere que el niño utilice el número en diferentes contextos y así vaya construyendo la noción paulatinamente. Se proponen actividades de clasificación por numerosidad en el contexto del conocimiento del mundo (por ejemplo, insectos con distinta cantidad de patas); actividades de la vida cotidiana como el reparto, el control del material, el registro de un inventario; y finalmente, juegos en los que se usen, por ejemplo, dados y tableros, loterías numéricas, en los que el niño tenga la posibilidad de comparar cantidades mediante la correspondencia uno a uno o el conteo.

Otra de las propuestas con esta influencia es la de Baroody (1988/1997), dirigida principalmente al trabajo con niños con dificultades en el aprendizaje. El tipo de intervención educativa sugerida para los niños que no hubieran aprendido las técnicas que se usan espontáneamente para el conteo, consistía en hacer explícitas las técnicas y habilidades que debían aprender los niños, es decir, el profesor diría al niño lo que debía hacer para poder contar adecuadamente[10]. Por ejemplo, indicarle que al contar, debía recordar el último número mencionado, para saber cuántas cosas había contado, o indicar que debía usar un número distinto cada vez que señalara un objeto. Para Baroody la enseñanza del conteo debía basarse en experiencias concretas de interés para el niño. Los niños debían aprender y dominar las técnicas de conteo como base para el aprendizaje de técnicas más complejas. En su propuesta, sugiere utilizar juegos que manejen un rango pequeño, de manera que los niños que no saben contar tengan

alternativa para resolverlos, siempre con la ayuda y guía del profesor, quien hace preguntas cuándo el niño no sabe responder. El tipo de juegos que plantea son de conteo, comparación de cantidades o numerales (equivalencia y no equivalencia), de localización del antecesor o sucesor. Sugiere, también, contar historias en las que un personaje no cuenta bien y otro le indica cómo hacerlo sin cometer errores.

Como vemos, estas propuestas comienzan a integrar elementos relativos al número tales como poner al alcance de los niños, en las diferentes actividades, materiales de diversa índole para enriquecer sus posibilidades de conteo y para darles la posibilidad de usar la correspondencia uno a uno o de distinguir la colección perceptualmente como procedimientos alternativos para comparar colecciones. Un poco más adelante, a la luz de algunos de los aportes de la didáctica de las matemáticas, veremos que estas situaciones, si bien presentan avances importantes desde el punto de vista del trabajo con el número con respecto a lo que había antes, adolecen todavía de varios puntos débiles, por ejemplo, el tipo de juegos sugeridos requieren de la presencia de un adulto que regule las respuestas de los niños fueran correctas.

#### *La psicogénesis de la representación de cantidades y la representación escrita de numerales.*

Curiosamente, la "erradicación" de toda escritura de números en el nivel de preescolar, al menos a nivel curricular, fue en buena medida una consecuencia de las interpretaciones educativas de los estudios sobre psicogénesis de los conocimientos y, ahora, una línea reciente de investigación tributaria de la misma teoría psicogenética, se suma al cuestionamiento que, desde diversas corrientes, se ha hecho a dicha erradicación.

Los trabajos sobre la génesis de la representación gráfica de los números (*numerales*) y de la cantidad[11] son más recientes que los citados atrás y son pocos todavía. Aquí señalaremos las investigaciones que, desde la línea de la psicogénesis de la escritura, estudian dos aspectos: unas, indagan la forma en que los niños representan las cantidades gráficamente, hasta llegar al número (Hughes, 1987; Sastre y Moreno, 1983; Pontecorvo,

1996; Bollás y Sánchez, 1994), otras indagan cómo los niños desde pequeños construyen hipótesis sobre el sistema de escritura de los números (Lerner y Sadovsky, 1998; Alvarado y Ferreiro, 2000; Brizuela, 2001, Alvarado, 2002).

*La representación de la cantidad.* En la investigación sobre la representación de la cantidad, se han localizado diferentes niveles en que los niños preescolares representan cantidades. Pontecorvo (1996) estudia y reorganiza los niveles localizados por ella y otros autores. En el primer nivel que utiliza en su clasificación, los niños no toman en cuenta aspectos cuantitativos. En un principio, realizan signos no controlados (continuos o discretos) para representar el nombre del número y/o el nombre del objeto (representaciones ideosincráticas[12]), después con signos discretos que no corresponden a las cantidades dadas, pero que son una primera tentativa de representar a los objetos de la colección. En el segundo nivel los niños hacen una correspondencia entre los objetos de la colección y los elementos representados, primero respetando cantidad y cualidad, es decir, dibujan los objetos representados (respuestas pictográficas); después con marcas distintas al objeto representado (respuestas icónicas)[13]. Finalmente, en un tercer nivel, los niños utilizan numerales[14], al principio escribiendo la serie de números del uno al que quieren representar o bien, repitiendo el mismo numeral la cantidad de veces que representa, para, por último, utilizar un solo numeral (respuestas simbólicas).

*La construcción del sistema gráfico numérico.* Lerner y Sadovsky (1998) consideran que aspectos como la identificación de regularidades, el papel de la serie numérica oral y la resolución de problemas que impliquen la utilización de operaciones aritméticas (con procedimientos no convencionales), resultan importantes para el aprendizaje del sistema numérico. Sobre el primer aspecto argumentan que identificar regularidades lleva a los niños a buscar respuestas sobre la estructuración del sistema y permite avanzar en el uso de los números escritos. El recorrido didáctico debería ser, entonces, inverso al que le dio origen al sistema (p.159): los niños aprenden las regularidades antes que las causas[15]. Del segundo punto, asumen que la serie oral influye en el desarrollo de la escritura de números, así como la serie escrita es un recurso para reconstruir el nombre

del número. Por último, descubren cierta relación del sistema de numeración con las operaciones aritméticas. Analizan procedimientos usados por los niños para resolver un problema, los cuales, al ser confrontados, contribuyen también en la reflexión sobre las regularidades del sistema. Por ejemplo, presentan el caso de Mariano quien anticipa el resultado de la suma de  $13+20$ . Cuando la maestra le solicita que explique lo que hizo, éste dice que juntó el "diez" de 13 y dos más del 20 y entonces ya tenía 30, y con el tres del 13 eran 33. Este y otros ejemplos, mostraron que los niños hacen uso de descomposiciones decimales de los términos que manipulan, en sus resoluciones. Las autoras, además, resaltan la importancia de trabajar con los números en los contextos sociales en los que suelen ser utilizados para dotarlos de sentido y para permitir comprender cómo funcionan en diferentes contextos (p. 150).

Por otro lado, los trabajos de Alvarado y Ferreiro (2000) y Brizuela (2001) indagan también el conocimiento que los niños preescolares tienen sobre los numerales escritos en diversos contextos. En ambos trabajos se identifica el uso de números comodines por niños preescolares, cuando para números de dos dígitos, reconocen un número en la pauta oral, pero no conocen el otro dígito; se identifica también la modificación voluntaria de algunos numerales para otorgarles un valor posicional. Brizuela localiza algunas maneras que los niños usan para diferenciar un número de otro, cuando dos o más numerales son puestos delante de ellos, tales como: el orden en la secuencia oral, el número de objetos al que se refiere, el tamaño de la cifra y la referencia en los números que conocen.

Finalmente, mencionamos aquí una investigación sobre la construcción del sistema gráfico numérico en relación a la construcción del sistema gráfico alfabético (Alvarado, 2002). Este trabajo ha aportado conocimientos sobre la forma y los contextos en que los niños preescolares son capaces de distinguir los dos sistemas gráficos implicados en los enunciados, el alfabético y el numérico. Por ejemplo, en una situación de elaboración de una lista de los elementos contenidos en una caja, dictados por la entrevistadora, los niños tendieron a usar numerales únicamente cuando la entrevistadora, al nombrar los objetos que sacaba de la caja, realizaba un

conteo de éstos frente al niño (uno, dos, tres... doce fichas amarillas) y no lo hacían cuando ella decía el número y tipo de objetos ("cinco plumones").

Cabe decir que estos hallazgos no han impactado de manera significativa, todavía, en las propuestas didácticas. Diseñar situaciones didácticas que los tomen en cuenta es un trabajo que queda aún pendiente.

### *La didáctica de las matemáticas*

Los diferentes conocimientos revisados antes, aportan insumos fundamentales para el estudio de los conocimientos necesarios para el aprendizaje de los primeros números por los niños preescolares. Sin embargo, como hemos visto, la interpretación de estos aportes en la formulación de propuestas de enseñanza, dejaron de lado aspectos propios de este proceso y tendieron muchas veces a trasponer estos conocimientos al área pedagógica. La *Teoría de las Situaciones Didácticas*, en el marco de una disciplina relativamente joven: la didáctica de las matemáticas, desarrollada desde mediados de los años setenta por Guy Brousseau, (originalmente para dar respuesta a las dificultades que el modelo de enseñanza de las matemáticas modernas generó) busca conocer las *condiciones óptimas* para la enseñanza, desde una aproximación constructivista y teniendo en cuenta los distintos elementos que participan en ésta (alumnos, maestro, conocimiento y medio), los roles y funciones que cada elemento cumple y la forma de interacción entre ellos. Su objeto central es, por tanto, el estudio de las *situaciones didácticas* favorables para el desarrollo de nociones matemáticas en los alumnos. A continuación explicamos brevemente algunos conceptos básicos de esta teoría.

- *La situación didáctica*

Brousseau define la situación como:

...un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. (Brousseau, 2000, p.10)

En una situación didáctica, Brousseau resalta el papel que juegan cuatro elementos: Por un lado, el *maestro*, como sujeto que organiza el *juego* del alumno. El *alumno*, como sujeto que interactúa con el medio. El saber que se pone en juego en la situación dada. Por último, el *medio* (*milieu*[16]), como el objeto principal de la interacción del alumno, en el que están dados: la tarea a realizar y las condiciones para hacerlo y, también, las acciones del maestro (consigna, restricciones, ayudas, expectativas) (Block, 2001).

- *Momento a-didáctico y momento de institucionalización.*

En esta visión constructivista del aprendizaje, en la que el alumno construye los conocimientos por adaptación a un medio[17], como una *herramienta* útil para resolver un problema, queda una tarea por resolver: la identificación de ese conocimiento como un saber cultural, un *objeto*[18] de conocimiento, que difícilmente el alumno va a descubrir por sí mismo. Entonces, “desde esta perspectiva, la enseñanza se convierte en una actividad que no puede sino conciliar dos procesos, uno de enculturación y el otro de adaptación independiente” (Brousseau, 2000, p. 28)

Partiendo de estas concepciones, Brousseau distingue en la situación didáctica dos momentos en los que maestro y alumnos asumen roles distintos en función de la forma de abordar el conocimiento: el momento a-didáctico y el momento de institucionalización.

1. **Momento a-didáctico**[19]. En este momento el maestro va a tratar de modelizar “...la situación social de clase en que el alumno va a encontrar y trabajar con objetos matemáticos” (Artigue, 2000, p. 5). El maestro hace la *devolución*[20] a los alumnos de una responsabilidad con respecto al saber (responsabilidad matemática) mediante el planteo de un problema y se rehúsa a ser él quien da las pautas de solución. Es necesario que consiga que el alumno elimine de la situación los presupuestos didácticos (los deseos del maestro de que aprenda). Los *alumnos*, al asumir su responsabilidad frente al ‘problema’, interactúan con el medio (*milieu*) para modificarlo y resolver el problema planteado. El maestro permanece fuera de esta interacción. Sus intervenciones van encaminadas a comprometer a los

alumnos en el juego. Esta forma de interacción entre los *alumnos* y el maestro implica una ruptura del *contrato didáctico* que suele prevalecer[21]. En este momento a-didáctico el éxito de la *devolución* dependerá de la habilidad del maestro para transmitir el problema y de que el alumno acepte entrar al *juego*.

El *medio* con el que va a interactuar el alumno está dispuesto por el maestro en forma de 'problema a resolver'. Es éste el que va a poner las exigencias del juego y no el maestro. En el medio se habrán creado los 'dispositivos' necesarios para que los alumnos, a partir de los conocimientos con que cuentan, logren encontrar una solución del 'problema', favoreciendo la utilización de los recursos más económicos[22]. De esta forma, el maestro prevé algunas soluciones posibles, que van a dar pauta para la construcción de un conocimiento específico.

Dependiendo del grado de avance en un proceso de adquisición, el conocimiento de los alumnos puede cumplir tres tipos de funciones: como acción, como formulación (o comunicación) y como prueba (o validación). La función de acción corresponde a la utilización del conocimiento (eventualmente implícito) como recurso para resolver el problema planteado. La función de *formulación* constituye una explicitación y la creación de un lenguaje; se expresa a través de mensajes que comunican la información a otros actores[23]. Finalmente, la función de *prueba* consiste en la validación o justificación de las acciones y formulaciones hechas (Solares, 1999; Brousseau, 2000; Block, 2001). Para cada una de estas funciones es posible, en principio, concebir situaciones a-didácticas específicas.

2. *El momento de institucionalización*. Es el momento que cierra una fase a-didáctica. En este momento, el contrato didáctico se reestablece. El rol del *maestro*, ahora, es el de comunicar a los *alumnos* el estatuto de conocimiento nuevo (saber cultural) o de procedimiento privilegiado, que les permitirá aproximarse al conocimiento matemático en cuestión. La institucionalización "...permite convertir un conocimiento del alumno en un saber reutilizable (despersonalizado, descontextualizado[24])" (Bessot, 1993, p. 15). Si bien, la institucionalización ocurre en principio en ciertos momentos de término de una situación, o de un pequeño conjunto de

situaciones, con frecuencia, en cada situación es posible identificar pequeñas y sutiles intervenciones del maestro encaminadas a cierto nivel de institucionalización.

- *Características de una situación a-didáctica.*

La realización de un momento a-didáctico requiere de la preparación de una situación con características especiales (Brousseau, 1986; Bessot, 1993; Solares, 1999; Block, 2001) , tales como:

- Que se plantee a los alumnos en forma de 'problema a resolver'.
- Que permita su resolución con los conocimientos que los alumnos ya tienen (procedimiento base) y llevarlos a buscar el recurso óptimo (el conocimiento que se desea ver en el alumno).
- Que proporcione por sí misma, a los alumnos, elementos para validar el resultado.
- Que permita utilizar variables para generar obstáculos o dificultades que propicien la evolución del conocimiento en juego, al volver ineficaces a los conocimientos iniciales.
- Que sea aplicada más de una vez, para permitir al alumno generar nuevos recursos.

Por otra parte, la "apuesta" a un proceso en el que el alumno construye por sí mismo las herramientas, al resolver determinado tipo de problemas, implica la aceptación de un hecho inherente a este proceso: los conocimientos que se generan en el proceso son conocimientos precarios, incompletos, incluso, en ciertas circunstancias, pueden ser parcialmente falsos[25] (Brousseau, 1986) .

- *La noción de situación fundamental.*

La cantidad de situaciones que ponen en juego, de alguna manera, a un conocimiento matemático determinado puede ser inmensa. Entre éstas, habrá algunas que puedan considerarse "equivalentes" por exigir

prácticamente lo mismo. La organización del campo de situaciones es un requisito básico para su utilización con fines de enseñanza. Las nociones de situación fundamental y de variable didáctica cumplen con esta función:

Por razones heurísticas, suponemos que cada conocimiento matemático posee al menos una situación que lo caracteriza y lo diferencia de los otros. Además, conjeturamos que el conjunto de situaciones que caracterizan a una misma noción está estructurado y puede ser engendrado a partir de un pequeño número de situaciones llamadas fundamentales, a través de un juego de variantes, de variables y de cotas sobre estas variables. (Brousseau, 2000, p. 13)

Resumiendo:

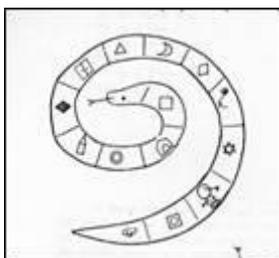
La búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. (Brousseau, 2000 19, p. 17)

- *Difusión y usos de la didáctica*

Desde los primeros años de la investigación en didáctica, las secuencias de situaciones han tendido a ser incorporadas más o menos rápidamente en la esfera de la enseñanza. En Francia, el grupo ERMEL[26], dirigido por Jacques Colomb, y la revista *Grand N* del IREM de Grenoble, han sido los principales responsables de esta difusión.

La propuesta de Comiti (1977) para la enseñanza del número fue elaborada durante los primeros años de la investigación en didáctica en el marco de los IREM y difundida hacia finales de los años setenta, por los dos medios antes citados. La propuesta, dejando ver cierta influencia de la pedagogía piagetiana, parte de acciones de clasificación cualitativa para después hacerlo con aspectos cuantitativos de las colecciones. Para generar el conocimiento cardinal del número, sugería la clasificación de colecciones de objetos agrupados en bolsas o con ligas. Los niños debían clasificar las colecciones por su numerosidad en distintas cajas ("cajas-número"), a las

que después se escribiría algo para representar la cantidad de objetos contenidos en cada bolsa. Después de tener diferentes cajas se realizaba una secuencia de actividades de seriación con las colecciones de las cajas, para propiciar el desarrollo de la noción de número ordinal. Estas actividades partían del planteamiento de una serie de secuencias de acciones, sonidos, movimientos o canciones que, parte por parte, eran representadas gráficamente con algún símbolo acordado por el grupo. Los niños jugaban a ordenar la secuencia de símbolos gráficos en una fila o 'serpiente' (figura 6).



**Figura 6.** Serpiente (Comiti, 1977, p. 144)

Una vez que los niños lograban establecer la secuencia, ésta era utilizada para "medir" las colecciones de los objetos guardados en las "cajas-número" y compararlas entre sí, para buscar un orden también para las "cajas-número" (el orden de la serie numérica). Finalmente, después de completar las cajas faltantes, se pedía a los niños que realizaran una 'serpiente de números' (esta vez con los números convencionales de la serie) utilizando los conocimientos construidos hasta el momento.

La introducción de los aspectos cardinal y ordinal del número en una misma secuencia de actividades resulta ser una propuesta interesante y original que ha sido retomada y enriquecida en distintas propuestas hechas en la época de los años 70 y principios de los 80, como la propuesta de El Bouazzaoui ((1982) y en varias de las propuestas elaboradas en México, tales como la de la UPN (1983), Educación Especial (SEP-DGEE, 1984), *Dialogar y Descubrir* (Rockwell, 1989) e incluso la propuesta nacional vigente.

La propuesta de enseñanza del ERMEL (1990), por su parte, fue creada principalmente para dar a los maestros un material útil que tradujera, al plano de la práctica, los aportes de didáctica de las matemáticas que se estaba desarrollando en Francia. Esta propuesta tomó como referentes teóricos, además, algunas de las investigaciones sobre las destrezas de

cuantificación de las que ya hablamos antes (Gelman y Gallistel, 1978/1986, entre otros). La postura que asumen frente a la enseñanza de los números, en este nivel, es, no enseñarlos, sino permitir a los niños utilizarlos "... para que las palabras y los signos que los designan se impregnen de sentido" en situaciones que apoyen los conocimientos que los niños ya tienen sobre los mismos (p. 28) y el número sea funcionalizado como herramienta[27]. Para esto, los autores proponen una serie de consideraciones, como: la especificación de distintas funciones y usos del número, tipos de problemas en los que el número juega papeles distintos, procedimientos que los alumnos pueden utilizar en la solución de distintas situaciones, algunas variables que pueden favorecer o no la utilización del número.

Su propuesta consiste en el planteamiento de situaciones didácticas organizadas por el tipo de uso del número: números para comparar, para memorizar (refiere a recordar el número para construir una colección equipotente[28]), para repartir, para anticipar transformaciones. Además consideran propicio introducir situaciones en las que se use la "banda numérica", para favorecer en los niños el aprendizaje de la designación de los números.

La propuesta elaborada en la Dirección General de Educación Especial de la SEP en 1984 para la enseñanza de las matemáticas en primer grado (SEP-DGEE, 1984), fue la primera en México en incorporar aportes de la línea francesa en didáctica, al haber utilizado como uno de sus principales referentes la obra del ERMEL de 1979, y, en particular, la secuencia didáctica originalmente diseñada por Comiti. Se incluyen, además de diversas actividades de comparación de colecciones para favorecer correspondencias uno a uno, las situaciones relativas a las "cajas-número", y un proceso de designación de las cajas que culmina con los primeros numerales convencionales. La propuesta incorpora también situaciones en las que el número se utiliza para *comunicar* cantidades (idea que subyace a lo que posteriormente se llamó situación fundamental del número), y propone el desarrollo de escrituras de tipo aditivo para designar cantidades grandes (por ejemplo, 5 y 5 y 5 y 3, para una colección con 18 objetos).

No obstante, esta propuesta conserva rasgos marcados de la influencia teórica anterior, debida a los psicólogos de filiación "piagetiana": las actividades propiamente numéricas están precedidas por un amplio conjunto de actividades prenuméricas sobre clasificación y seriación *cualitativas*. De hecho, en la parte en la que se hacen explícitos los referentes teóricos, se destacan únicamente las fuentes piagetianas. Así, esta propuesta *mixta* expresa la transición entre dos referentes teóricos.

A finales de la década de los ochenta, se elaboró en el DIE otra propuesta para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria (Rockwell, 1989), en el marco de un programa curricular más amplio, llamado *Dialogar y Descubrir*, dirigido a los instructores de Cursos Comunitarios de CONAFE[29]. Un reto que se asumió en este trabajo fue el de incorporar los aportes recientes de la didáctica, a la vez que hacer una propuesta sencilla, fácil de usar en las condiciones muy austeras en las que tendría que funcionar (Block y Fuenlabrada, 1995; Moreno y Block, 2002). En la propuesta para la enseñanza de los primeros números no se propone el trabajo prenumérico de tipo cualitativo. La primera parte de la propuesta retoma la idea central de Comiti de trabajar simultáneamente los aspectos ordinal y cardinal del número, pero en una modalidad que permite integrar ambos aspectos en torno a una sola secuencia de situaciones: "el caminito". La idea básica es hacer corresponder los objetos de distintas colecciones con los casilleros de un camino, de manera que la colección más grande es, a la vez, la que le permite avanzar más. Tanto los casilleros del camino como las colecciones son poco a poco designados mediante representaciones convencionales de la cantidad. En la segunda parte de la propuesta, se recuperan otras situaciones producidas en las investigaciones en didáctica, en particular, la *comunicación* de colecciones.

Finalmente, en 1992, con la reforma curricular de los planes y programas de la educación básica, se produce una propuesta para primer grado[30] que retoma y amplía la del programa *Dialogar y Descubrir* del CONAFE. La secuencia "El caminito"[31] (SEP, 1994, fichas 4, 7, 11, 42, 46 y 51), clave para el estudio simultáneo del aspecto ordinal y cardinal, se enriquece: ahora se proporciona a los alumnos un "caminito" de cartón con 100 casilleros numerados y con un dibujo en cada casillero, al estilo de los juegos como 'la

oca', o 'serpientes y escaleras'. Con este material se realizan desde las primeras actividades sobre número (por ejemplo, ganan los que tomen las piedritas necesarias para llegar al casillero del *sol*), hasta actividades encaminadas al estudio de la representación de números grandes (por ejemplo, ganan los que tomen las fichas rojas y azules- que valen 10 y 1 respectivamente- que los lleven a la *bicicleta*). La propuesta contiene además, entre muchas otras actividades, la secuencia de la situación fundamental del número, llamada 'platos y cucharas' (SEP, 1994, fichas 14 y 20) de la que se hablará más adelante.

Durante los años noventa, la influencia teórica de la línea Francesa de didáctica de las matemáticas, o didáctica epistemológica, pareció extenderse en América Latina, como puede observarse en publicaciones como la de Lerner y Sadovsky (1998) [32], Wolman (2000), González y Weinstein (2001) y Panizza (2003).

- *El caso específico del preescolar en México.*

Para apoyar la práctica de las educadoras, y en el marco de la federalización, la Subsecretaría de Servicios Educativos para el Distrito Federal elaboró en 1996 un documento de *Orientaciones Pedagógicas*, que se ha ido modificando en cada ciclo escolar. En el documento más reciente, el del ciclo escolar 2002-2003, se aprecia la influencia de los referentes teóricos psicológicos y didácticos recientes: se considera que no se debe esperar a que el niño construya la noción del número para poder utilizarlo, sino que, utilizándolo en el conteo a través de la resolución de problemas, el niño será capaz de construir la noción (SEP, 2002). A diferencia de los programas anteriores, los contenidos a trabajar en relación al número incluyen la cuantificación, la resolución de problemas operando hasta con 30 objetos en el tercer grado; establecer relaciones numéricas (más, menos, igual); usar diversas estrategias de conteo (cinco en cinco, diez en diez); utilizar formas no convencionales y convencionales para representar cantidades y relaciones entre cantidades (suma y resta, para el tercer grado); organizar información cuantitativa utilizando gráficas. En esta guía se consideran algunas características para que un juego sea educativamente útil, como: que plantee un problema a los niños y ellos piensen cómo resolverlo;

ayudarlos a descubrir diversos caminos para lograrlo; que los niños puedan evaluar su éxito; permitir que todos participen en el juego; organizar el grupo en pequeños equipos; plantear diversos juegos que impliquen un reto para avanzar en sus conocimientos.

Algunas de las situaciones planteadas dejan ver una incorporación inicial de los aportes de la didáctica de las matemáticas, por ejemplo. La posibilidad que los juegos mismos ofrecen a los niños de verificar el resultado de su jugada, sin necesitar que sea la educadora o el adulto quien indique el éxito o fracaso; el recurso de determinadas variables de un juego base, para hacer inoperantes algunas respuestas y dar pie a nuevos conocimientos; la posibilidad de usar diversos procedimientos para tener éxito.

#### *A manera de comentario*

Hoy en día disponemos de amplios conocimientos sobre los procesos cognitivos implicados en la adquisición de la noción de número y de su representación simbólica, sobre los distintos sentidos que asumen los números dependiendo de las situaciones en que se utilizan, así como de las condiciones didácticas que pueden favorecer su apropiación.

Lo anterior no significa, por supuesto, que ya sepamos todo lo que hay que saber. Por ejemplo, no sabemos qué tan pertinente es propiciar el desarrollo de la capacidad de realizar *enumeraciones* previamente al desarrollo del conteo, o si estas capacidades se desarrollan juntas, de manera integrada; poco sabemos aún acerca de las condiciones didácticas para aprovechar en mayor medida los conocimientos que ahora sabemos que los niños tienen acerca de los numerales; hay un debate vigente acerca de la pertinencia de aplazar la enseñanza de los principios de base y posición del sistema de numeración, todavía enseñados en el primer grado de primaria.

Pero, probablemente, las interrogantes más urgentes tienen que ver, por una parte, con la forma de integrar los aportes de la investigación didáctica al salón de clases, lo cual conlleva también preguntas relativas a la formación de maestros y, más específicamente, con la integración de los aportes de la didáctica al nivel de preescolar. En esta dirección se encamina el presente estudio.

## 1.2 Propósito y metodología de la presente investigación.

En la parte siguiente de este trabajo (capítulos 2, 3 y 4) se reportan los resultados de la aplicación de una secuencia didáctica sobre la noción de número, en un grupo de tercer grado de preescolar. La secuencia se construyó a partir de la situación de fundamental del número, diseñada por G. Brousseau, de la cual hablaremos en un momento.

La principal motivación para llevar a cabo este estudio empírico fue el deseo de contribuir al incipiente proceso de incorporación de los aportes de la didáctica de las matemáticas, a la enseñanza de esta disciplina en el nivel de preescolar.

Las preguntas que orientaron del estudio empírico fueron las siguientes:

¿Qué condiciones se requieren para plantear una secuencia didáctica en torno a la situación fundamental del número, en un grupo de tercer grado de preescolar? ¿Qué tipo de organización del grupo lo permite? ¿Qué información básica requiere la educadora?

Si la secuencia se logra desarrollar dentro de los márgenes previstos, ¿qué aprendizajes relativos al conteo y a la representación gráfica de los números propicia? ¿en qué medida resulta provechosa para todos los alumnos del tercer grado de preescolar, considerando la heterogeneidad de sus conocimientos previos?

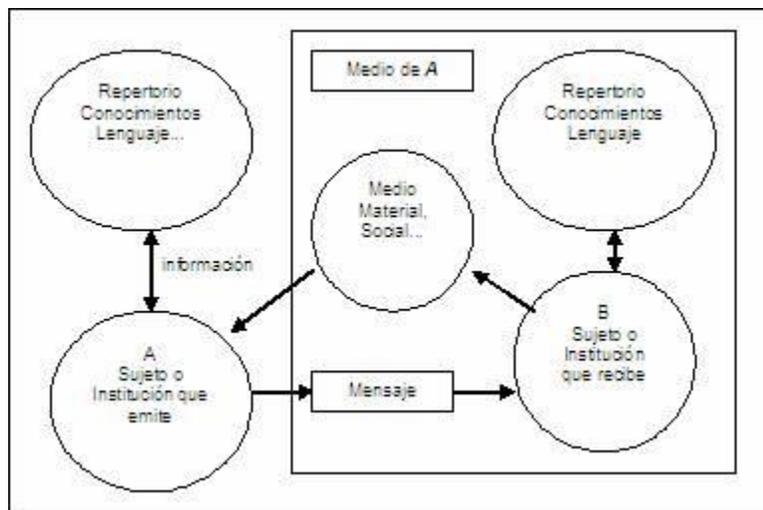
### 1.2.1 La secuencia didáctica.

#### *Origen de la situación fundamental del número*

El Bouazzaoui, bajo la dirección de Brousseau, desarrolló un trabajo de investigación (1982) en el marco teórico, en pleno proceso de constitución, de la didáctica de las matemáticas. La investigadora intentaba aportar una alternativa a la tendencia que se vivió en la década anterior, por lo que retomó el *juego de las muñecas*, diseñado por Claire Meljac, para estudiar las condiciones que debía tener una situación de enseñanza para que el conteo fuera puesto en práctica por el niño, por sí mismo. El juego consistía en solicitar a los niños que trajeran de un lugar alejado los vestidos

necesarios para vestir a un grupo de muñecas (Briand, 1999, p.47-48) . El Bouazzaoui analizó las características que un juego como éste podía tener para usarse con fines didácticos y qué variables se podían imprimir para ir haciendo inoperantes determinadas respuestas de los niños y hacer evolucionar su conocimiento.

El propósito de la secuencia didáctica que diseñó El Bouazzaoui fue que los alumnos aprendieran a designar colecciones[33] . La situación de base es una situación característica de comunicación o formulación en la que un alumno *B* debe construir una colección equipotente a otra que tiene *A*, a partir de los datos que le aporte *A*. *A* y *B* verifican si las colecciones son equipotentes. Veremos de un poco más cerca las características de este tipo de situaciones. Para ello presentamos el modelo con el que Brousseau explica la situación de comunicación (ver figura 7).



**Figura 7.** Situación de comunicación o formulación  
Tomado de Brousseau, 200, p. 19

Lo que caracteriza a este tipo de situaciones radica en que uno de los actores (emisor *A*) tiene cierta información que el otro (receptor *B*) no tiene. Dado que el emisor no tiene la posibilidad de actuar directamente con el medio, deberá, entonces, proporcionar la información al receptor, a través de un mensaje, para que éste actúe sobre el medio. Puede decirse entonces que el receptor *B* es para el emisor *A* parte del medio con el que debe actuar.

La elaboración e intercambio de mensajes exigen un código lingüístico (verbal o gráfico) que los haga funcionar. La situación debe hacer posible una evolución de una formulación natural (dibujos, por ejemplo) a un enunciado formal (utilización del numeral) (Brousseau, 1986, p.58) .

En base a esta situación fundamental se estructuró la secuencia que se aplicó en esta experiencia didáctica.

#### *Principales variantes:*

La secuencia está constituida por cuatro *juegos*[34] que parten de la situación fundamental del número y por dos juegos de afirmación. En cada juego se modifica la forma de comunicación de la cantidad y, por lo tanto, el tipo de representación que se favorece: auto comunicación, comunicación oral, comunicación gráfica y comunicación gráfica con apoyo de una tira de números. A continuación se explica la situación con la que inició la secuencia (de auto comunicación), seguida de las otras variantes, especificando para cada una, los tipos de procedimientos que se podía esperar que aparecieran.

#### El juego "platos y cucharas"[35]

*El grupo se organiza en equipos de 4 alumnos. A cada equipo se le entrega determinada cantidad de platos. Un representante de cada equipo debe traer, en un solo viaje, de un depósito (que se encontrará alejado de los equipos), la cantidad de cucharas necesarias, para que a cada plato le corresponda una y solamente una cuchara, sin que falten ni sobren cucharas a su equipo. Después de traer las cucharas, el grupo verifica si ganaron o perdieron los diferentes equipos, es decir, si alcanzaron las cucharas para los platos, sin que faltaran ni sobran.*

Este primer juego implica un ejercicio de **auto comunicación**: el niño que va por las cucharas debe recordar por sí mismo, de alguna manera, la cantidad de cucharas que deberá traer para que su equipo gane. Para tener éxito los niños pueden utilizar algún procedimiento que les permita controlar la colección de platos que la maestra les asigna, tales como:

- Hacer una correspondencia 1 a 1 con una colección intermedia (los dedos, por ejemplo).
- Reconocer visualmente la cantidad[36] .

- El conteo con descomposición aditiva[37] .
- El conteo.

Para que aparezca el número explícitamente, dice Brousseau, es necesario transformar la auto comunicación en una comunicación verdadera, para lo que cada niño deberá estar tanto en una situación de emisor como en una situación de receptor. Para esto la secuencia plantea distintas variantes, que harán aparecer al número (primero oral y después escrito) como herramienta óptima. Una de las variantes es:

*Los niños de un equipo deberán pedir oralmente a los niños de otro equipo, que está alejado, las cucharas necesarias para que cada plato tenga la suya, sin que les falten ni les sobren cucharas.*

Este juego implica un ejercicio de **comunicación oral**, que también podría ser resuelto con diversos procedimientos. En los equipos que tienen los platos:

- Recitar la serie numérica hasta el número total de la colección de platos, con la expectativa de que el receptor ponga un plato por cada número pronunciado, o bien dictar plato por plato.
- Reconocer visualmente la cantidad y dictar el número.
- Contar subcolecciones y dictar los números.
- Contar y decir el número.

Y en los equipos de las cucharas:

- Construir la colección uno a uno, mientras el otro equipo les dicta la serie (o dicta uno, otro, otro, otro...).
- Construir la colección con el número dado, contando.

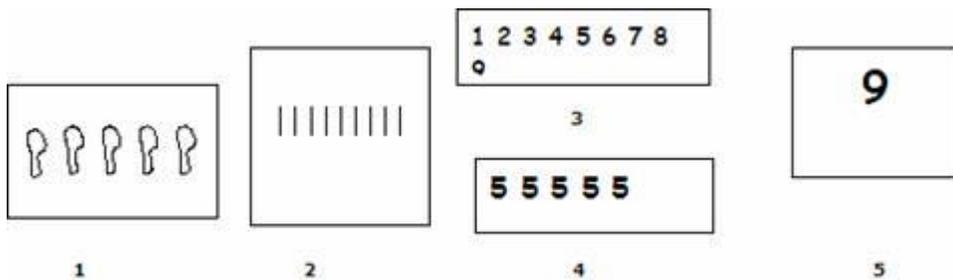
Este juego, entonces, llevaría a buscar el procedimiento más económico: el *número oral*. Notemos que hay aquí cuatro subsituaciones implicadas: El emisor debe *cuantificar* y *comunicar* la cantidad. El receptor debe formar la *colección* a partir del número dado, es decir, interpretarlo. Luego, ambos deben *comparar* la cantidad de cucharas con la de los platos, poniendo cada cuchara sobre un plato.

Otra variante del juego es:

*Los equipos de los platos deben solicitar por carta, a los equipos que tienen las cucharas, las que necesitan para que cada plato tenga la suya, sin que falten ni sobren cucharas.*

Ahora el ejercicio implicado es de **comunicación gráfica**. Los procedimientos posibles son, para los equipos de los platos:

- Dibujar las cucharas que se solicitan [1].
- Construir una colección gráfica intermedia (tantas bolitas o palitos como cucharas se solicitan) [2].
- Escribir la serie de los números desde el 1 hasta el número que se solicita [3].
- Escribir varias veces el número que se solicita [4].
- Contar y escribir el número [5].



Y para el equipo de las cucharas:

- Construir uno a uno la colección (por cada objeto dibujado), mientras un integrante del equipo va dictando o mientras el mismo niño va señalando cada elemento del mensaje.
- Contar los dibujos y construir la colección.
- Interpretar el número, construyendo la colección que se solicita.

El manejo de algunas variables como: la cantidad de platos, el tipo de objetos (móviles o fijos; organización espacial de éstos), también imprimen

ciertas dificultades que llevan a privilegiar la utilización de un procedimiento u otro.

Como vemos, este juego implica la noción de número, la cual "... no es más el *objeto* explícito de la pregunta, sino el *recurso* implícito para responder a ella" (Brousseau, 2000, p.14) . La situación exige que los participantes pongan en juego, de alguna manera, ciertos conocimientos sobre el número o pre-numéricos, como herramienta para ganar el juego.

Se considera una situación fundamental porque todas las situaciones de conteo (enumerar, poner en correspondencia biunívoca, evaluar su cardinal, contar, nombrar el resultado de su conteo, escribir un numeral) están implicadas, o bien, pueden deducirse con sólo modificar sus variables.

La última variante consistió en otorgar a los niños, tanto a emisores como a receptores, una tira de números (figura 8) de apoyo para la escritura del numeral. Además se solicitó a los niños que, de preferencia, se usaran numerales en el mensaje escrito.



**Figura 8.** Tira de números

Otras variables que se consideraron en la planeación de la secuencia fueron:

- El tipo de objetos: concretos o gráficos y móviles o fijos.
- En el caso de colecciones gráficas, el tipo de distribución de los objetos, en líneas o en desorden. Esta variable y la anterior inciden en el tipo de estrategias de enumeración que los niños usan [38] .
- El rango numérico.

En el siguiente cuadro se especifican los valores de las variables para cada juego.

**Tabla 1. Secuencia de Juegos**

Juego	Rango	Modalidad	Otras variantes
1 2 sesiones	7-10 platos	Auto comunicación: Un representante del equipo va por las cucharas.	Objetos móviles

2 2 sesiones	4-10 platos	Comunicación oral: Los emisores piden a los receptores las cucharas que necesitan	Objetos móviles
3 1 sesión	4-16 perros	Comunicación oral.	Objetos fijos, en desorden
4 2 sesiones	4-10 asientos[39]	Comunicación gráfica: Los emisores escriben en un mensaje, para los receptores, los pasajeros que necesitan.	Objetos fijos, alineados
5 2 sesiones	4-12 asientos	Comunicación gráfica con números, usando la tira numerada.	Objetos fijos, alineados y en desorden
6 1 sesión	1- 12 trompos	Interpretar un número escrito, formando una colección.	Objetos fijos, en desorden
7 1 sesión	1- 12 trompos	Cuantificar una colección y escribir el número.	Objetos fijos, en desorden

\* Juego individual

### *Los momentos del juego.*

En el diseño de cada sesión se distinguen distintos momentos. El primer momento es el de la *organización*. En éste, la educadora distribuye a los niños que jugarán en equipos, organiza los turnos y busca su atención para iniciar el juego. Una vez que el grupo está dispuesto a comenzar, la educadora da la consigna y los alumnos de la primera ronda empiezan a jugar. En cada *jugada* hay cuatro acciones: el emisor *cuantifica* la colección de platos y, si es el caso, *elabora un mensaje*; el receptor recibe el mensaje y *forma la colección de cucharas*; finalmente, las cucharas se ponen sobre los platos para *verificar*.

Durante la *verificación* o después de ella, la educadora destaca algunos de los procedimientos que se quieren enfatizar y algunos de los errores que los niños cometieron con frecuencia. A este momento le hemos llamado *recapitulación*[40]. Una vez que todos los equipos de la primera ronda terminaron una jugada se inicia una nueva ronda, en la que cambian los niños responsables de completar la tarea.

### **1.2.2 Aspectos metodológicos.**

El estudio empírico constituye una experiencia de ingeniería didáctica en aula regular[41]. La Ingeniería didáctica es el método específico creado para el

estudio experimental de secuencias de situaciones didácticas[42] . La principal característica metodológica de este tipo de experiencias, es la forma de llevar a cabo el análisis de los resultados: se busca ponderar en qué medida los procedimientos de los alumnos observados a lo largo de la secuencia, se relacionan con las condiciones intencionalmente creadas a través de las situaciones, y si en dichos procedimientos es posible identificar elementos que den cuenta de ciertos aprendizajes. La forma de validación, entonces, es interna

Cabe precisar que los aprendizajes de los alumnos no se manifiestan necesariamente en el mismo periodo en el que se aplica una secuencia didáctica. Ciertos aprendizajes pueden requerir de un período de tiempo indeterminado, incluso después de las experiencias didácticas, para manifestarse. Esto impone una limitación al estudio de las micro secuencias didácticas: solamente es posible dar cuenta de aprendizajes que se manifiestan en el corto plazo, y conjeturar, valorando las condiciones particulares, la posibilidad de que otros aprendizajes se manifiesten más adelante. No obstante, debe agregarse que la riqueza de una experiencia didáctica no se mide únicamente a través de los "aciertos" visibles de los alumnos al realizar determinada tarea, sino también, por la calidad de las confrontaciones entre sus conocimientos previos y el medio con el que interactúan (por ejemplo, la constatación del fracaso de una estrategia constituye en sí misma, un avance en el conocimiento); se manifiesta también en las formas en que los niños, en la interacción, logran construir formulaciones explícitas de determinadas ideas, aunque éstas sean todavía precarias o formalmente incorrectas.

El análisis de los resultados se realiza, por lo tanto, a la luz de un *análisis previo* (a priori) de las situaciones didácticas, en el que la fundamentación de cada decisión didáctica incluye una anticipación de lo que se espera propiciar[43] . La realización de ambos análisis, el previo y el posterior a la experiencia, están precedidos por los *análisis preliminares* en los que, por una parte, se revisa el estado del conocimiento sobre la problemática relativa a la noción que interesa (desde el punto de vista psicológico, didáctico y epistemológico) y, por otra parte, se estudian las

condiciones particulares de los actores concretos y de la institución (Artigue, 1995; Solares, 1999) :

A continuación se especifica en qué consistieron estos análisis en el caso del presente estudio.

### *Los análisis preliminares*

Constaron de 1) la revisión de literatura existente sobre el desarrollo de la noción de número y sobre las condiciones didácticas para su enseñanza. 2) una exploración inicial de algunos de los conocimientos sobre la noción el número de ocho niños del grupo[44] en el que se aplicó la secuencia, mediante una entrevista individual.

Estos análisis permitieron confirmar que la opción por la situación fundamental del número como base para elaborar la secuencia didáctica que sería objeto del estudio empírico, tenía buenas posibilidades de ser adecuada. A continuación se precisan las razones.

-El análisis de las situaciones que ponen en funcionamiento la noción de número como cardinal muestra que, efectivamente, la situación fundamental del número incluye las tareas más importantes en las que el número está implicado: cuantificar, representar la cantidad, interpretar la representación de la cantidad y comparar cantidades.

-Los estudios revisados en los que se da cuenta de los conocimientos de los niños de entre 5 y 6 años de edad (Gelman y Gallistell, 1978/1986; Fuson, 1988; Pontecorvo, 1996; Alvarado, 2002; entre otros), y la exploración preliminar realizada con ocho niños del grupo, confirmaron que los niños tenían elementos suficientes para comprender el problema (formar colecciones equipotentes) y para poner en juego recursos iniciales de resolución. Así mismo, se confirmó que dichos conocimientos, por lo menos en varios de los niños, no eran todavía tales que la situación resultara trivial para ellos: varios niños no dominaban el conteo más allá de los primeros números, y la mayoría manifestó conocer sólo algunas de las representaciones gráficas de la cantidad, incluso en el rango del 1 al 10.

-En la revisión de los antecedentes, no se encontraron sino comentarios puntuales acerca del diseño de una secuencia relativamente completa en torno a la situación fundamental de número, y, sobre todo, acerca de los resultados de su implementación en el aula. Debido a que se trata de una situación relevante en la didáctica, considerada como ejemplo clásico de situación fundamental "a-didáctica", se consideró que los resultados de un estudio empírico en el aula aportarían al conocimiento del potencial didáctico de dicha secuencia y, particularmente, al conocimiento de las condiciones requeridas para su instrumentación[45] .

### *Los análisis a priori*

Para cada situación de la secuencia se determinaron: -los valores de algunas variables de las situaciones y los efectos esperados sobre los procedimientos de los alumnos; -las distintas fases de trabajo a lo largo de la sesión y las posibles intervenciones de la educadora; -los aspectos relativos a la forma de organizar el grupo. El producto en el que se reflejó este trabajo son las fichas que se entregaron a la educadora[46] .

Durante la aplicación de la secuencia fueron surgiendo ciertas dificultades relativas a los momentos de recapitulación de procedimientos y, sobre todo, a las formas de organización del trabajo en el grupo. Dado el propósito de hallar condiciones que hicieran factible la puesta en práctica de la secuencia, se fueron haciendo ajustes a las fichas. Estos se reportan en los análisis posteriores.

### *Los análisis a posteriori.*

Al término de cada sesión se realizó un primer análisis de resultados, con vistas a tomar decisiones para la sesión siguiente. Cuando concluyó la aplicación de la secuencia se llevó a cabo el análisis final. Para cada situación, se analizaron dos grandes aspectos:

-“Condiciones didácticas”: se analiza el funcionamiento global de la situación en las condiciones concretas en las que se aplicó, incluyendo la conducción de la educadora: organización y tamaño del grupo; consigna, verificación y recapitulación de los procedimientos; tipo de interacciones

entre pares y con la maestra; dificultades a las que se enfrentan maestra y niños, debidos al tipo de contrato didáctico que prevalece en el grupo, entre otros.

-“Procedimientos de los niños”: se analizan los procedimientos observados y los cambios de un juego a otro.

### **1.2.3. Condiciones para la experiencia didáctica.**

*Población, tiempo y lugar.* La experiencia didáctica se realizó en un Jardín de Niños público, ubicado en la zona centro sur de la Ciudad de México, durante cinco semanas en los meses de octubre y noviembre de 2001. La población que asiste a esta institución proviene de familias de clase socioeconómica media y media baja.

La conducción de las sesiones corrió a cargo de la maestra titular del grupo. La población infantil que participó en la experiencia fueron los niños de este grupo, de entre 5 años y 5 años 11 meses de edad, 30 en total al inicio y en los últimos juegos de la secuencia y 16 niños (la mitad del grupo) en el resto de la secuencia. El resto del grupo permanecía haciendo otra actividad en el mismo salón, o bien, iba a trabajar con otra maestra.

*Las fichas de trabajo para la educadora.* La secuencia se presentó a la educadora en una serie de fichas de trabajo (una por juego), elaboradas a partir del análisis que se hizo de la situación fundamental del número y de los posibles procedimientos y estrategias que los alumnos podían utilizar en la solución de los juegos. Con estas fichas se intentó dar a la educadora las herramientas necesarias para llevar a cabo cada juego, conservando su enfoque. Las fichas contienen los siguientes aspectos: descripción general del juego; materiales, organización espacial y grupal sugerida, consignas, tipo de procedimientos que se pueden esperar de los alumnos, así como algunas sugerencias para destacar algunos de estos procedimientos; adaptaciones del juego en caso de haber alumnos con necesidades educativas especiales [47] .

Previamente a cada juego, se realizó una sesión de trabajo entre la educadora y la investigadora, en la que se entregó a la educadora la ficha

del juego que correspondía. En dicha sesión se leía la ficha en cuestión y la educadora planteaba sus dudas o comentarios acerca del contenido. Una vez empezada la experiencia didáctica, se utilizaron las mismas sesiones para hacer comentarios sobre el desarrollo y las respuestas de los niños en el juego anterior.

*Tipos de registros y de productos.* Las sesiones fueron registradas en audio por la autora del presente trabajo y por una observadora auxiliar. Cada una pudo atender de 4 a 8 niños, de acuerdo al tipo de organización, por lo que, en cada sesión, se obtuvieron datos relativamente precisos de cerca de 16 [48] niños. Se procuró que algunos niños fuesen observados a lo largo de toda la secuencia. En dos sesiones se hizo además un registro en video (sesiones 7 y 9). Se registraron también las entrevistas iniciales que se realizaron a los ocho niños, elegidos por la educadora.

Además de estos registros, el corpus de datos constó de los mensajes gráficos por los niños en los juegos 4, 5 y 7 (sesiones 6, 7, 8, 9 y 11).

Se espera que los resultados del estudio constituyan un aporte para el conocimiento de las situaciones utilizables en preescolar sobre la noción de número, y proporcionen insumos para los procesos de formación y actualización de las educadoras. Se considera también que el estudio empírico permitirá profundizar en la reflexión acerca de las formas posibles de aprovechar en el aula los aportes de la didáctica, y de las dificultades aún insuficientemente consideradas en este proceso.

---

[1] En 1990, en el marco del Programa de Educación Preescolar de 1981, Nemirovsky coordinó un trabajo de investigación para conocer cuáles eran las ideas de las educadoras respecto a la forma de enseñar los contenidos matemáticos. Respecto a la forma de trabajar el número y las nociones lógico matemáticas se encontraron interpretaciones del trabajo con conjuntos como: la distinción entre actividades de clasificación y formación de conjuntos, atribuyendo a las segundas el estatus de ejercicios preparatorios para la primaria, en los que había que juntar concretamente los objetos, incluso demarcándolos con una cuerda o una línea para completar la idea de conjunto; la comparación de conjuntos para enseñar las relaciones 'más que', 'menos que', 'tantos como'.

[2] Institute de Recherche en Education Mathématique.

[3] El Proyecto de la escuela preescolar Ypsilanti Perry, se creó en 1962 para compensar a un grupo de niños de una comunidad negra con desventaja educativa, al desarrollar los conceptos y los habilidades necesarias

- para su permanencia con éxito en la educación regular (Weikart, Rogers, Adcock, McClelland, 1971, p. 1). Ver también en: [www.highscope.org](http://www.highscope.org)
- [4] Actualmente este programa continúa vigente en un buen número de países, con adaptaciones al programa inicial. Se trata ahora de enriquecer el ambiente del preescolar con estímulos que lleven a los niños a realizar clasificaciones, seriaciones, comparaciones entre colecciones mediante la correspondencia uno a uno y al conteo de objetos que estén a su alcance (Hohmann y Weikart, 1999).
  - [5] La propuesta estaba compuesta por ocho cuadernillos de trabajo y un libro guía en el cual además se hacían algunas sugerencias de juegos preparatorios en la clase, con objetos reales.
  - [6] Caracterizar conjuntos mediante lo que no son, por ejemplo, lo que no es azul.
  - [7] El trabajo con números mayores de 4 se dejaba para una etapa posterior. Dienes y Holt (1973) reconocían que los niños podían saber contar números mayores y para eso sugerían introducir colecciones más grandes, que no fueran mayores de 9 elementos.
  - [8] En los estudios de Piaget y Szeminska (1964) se identificaron tres estadios por los que pasan los niños para la construcción de las operaciones de clasificación, seriación y conservación de la cantidad.
  - [9] Para J. Briand (1993), quien realiza su trabajo desde la perspectiva de la teoría de las situaciones didácticas, de la que se hará referencia más adelante (Brousseau, 1998), la enumeración de una colección "consiste en pasar revista a todos los objetos de esta colección una vez y solo una" (Briand, 1993, p. 39). Este investigador estudia el proceso de enumerar como algo separado y anterior del proceso de asignar etiquetas a los objetos. Sus aportes radican principalmente en el estudio de situaciones didácticas que favorecen procesos de enumeración.
  - [10] Se sugiere una intervención individualizada con estos niños.
  - [11] Se hace aquí la distinción entre representación de un número y de la cantidad porque pueden corresponder a acciones distintas. Por ejemplo, cuando se escribe un número que fue dictado, podemos decir que basta con conocer la grafía asociada a la etiqueta. Esto es distinto a cuando se escribe un numeral, para representar la cantidad de objetos de una colección.
  - [12] Los nombres dados entre paréntesis corresponden a los asignados por Hughes en sus estudios (1987).
  - [13] Bollás y Sánchez (1994) llaman a estas dos modalidades: correspondencia cualificada y correspondencia cuantificada, aludiendo a la relación biunívoca cualificada (fundada en las semejanzas de los elementos) y cuantificada (que hace abstracción de las cualidades) que establece Piaget en uno de sus trabajos.
  - [14] A lo largo de este trabajo, nos referiremos a numerales cuando hablemos del símbolo escrito de los números.
  - [15] Esto significa que no se debería pretender enseñar a los niños los principios de base y posición como requisito para que conocieran la escritura de los números. Cabe decir que estas autoras hacen también una propuesta didáctica que incorpora además de sus hallazgos, elementos de la didáctica de las matemáticas, de la que se hablará más adelante.
  - [16] El concepto de medio (milieu) tendrá mucha importancia en esta teoría, por ser éste el lugar propicio (medio favorecedor) para que el alumno construya el conocimiento nuevo que el maestro quiere poner a su alcance.
  - [17] En el sentido que Piaget concibió el aprendizaje, el individuo se adapta (asimila y acomoda) a un medio problematizado que lo lleva al desequilibrio (Margolinas, 1998).
  - [18] Esta doble función herramienta/objeto del conocimiento fue introducida por Regine Douady (1995b), para distinguir dos momentos y dos estatutos del conocimiento en un proceso de adquisición: como herramienta para resolver determinados problemas eventualmente implícito, funcional y contextualizado y, posteriormente, como un objeto cultural, explícito, instituido, aplicable a muchas otras situaciones.
  - [19] Una situación a-didáctica, se distingue de la didáctica, por el rol, al parecer pasivo, que asume el maestro. Éste modeliza un medio propicio para que el alumno aprenda, pero no interviene directamente en la interacción que el alumno tiene con el medio. Brousseau utiliza el término a-didáctico para distinguirlo también de una situación no didáctica, es decir la que no es diseñada para la enseñanza ((Brousseau, 1986, p.14) .
  - [20] El término *devolución* se utilizará con frecuencia a lo largo del texto. El sentido que Brousseau le da a este término implica la transferencia de la responsabilidad matemática por el maestro al alumno y la aceptación, de éste último, de hacerse cargo de sus decisiones al interactuar con el medio (Brousseau, 1986) .
  - [21] *Contrato didáctico* para Brousseau es: el conjunto de expectativas explícitas e implícitas que tiene el maestro con respecto a sus alumnos y los alumnos con respecto al maestro, en relación a las tareas específicas de un contenido matemático. (Brousseau, 1998, p. 60) .
  - [22] Que involucra un menor esfuerzo.
  - [23] Más adelante ampliaremos la explicación sobre este tipo de función.

- [24] Es el proceso que sigue cualquier conocimiento en el camino hacia su constitución como un saber cultural, para desligarlo de la situación problema que le dio origen y que le permita ser comunicado y reutilizado en otras situaciones. (Brousseau 1986, p.3-5)
- [25] Por ejemplo, Aurora está feliz porque al fin cumplió 5 años y ahora es la más grande de su grupo. Su maestra no la contradice haciéndole saber que siempre ha sido la mayor de su grupo, pues sabe que la niña se está apropiando de la noción de número y para ella cinco siempre es más que cuatro. Aurora, ahora no lo entendería (Hohmann y Weikart, 1999, p.597) .
- [26] Equipe de didactique des mathématiques del Institut national de recherche pédagogique (INRP), en Francia.
- [27] En el sentido de Douady (1995b).
- [28] Proponen la situación fundamental del número en diferentes contextos.
- [29] Consejo Nacional de Fomento Educativo.
- [30] La propuesta consta además del libro de texto y el libro del maestro, de un fichero de actividades, en cuya elaboración participa nuevamente el equipo de investigadores del DIE (Block, Carvajal y Martínez, 1993; Block y Fuenlabrada, 1996).
- [31] Retoma la idea de la serpiente de Comiti (1977).
- [32] Esta propuesta es particularmente interesante, pues concluye con implicaciones didácticas a los hallazgos de su investigación sobre el conocimiento del sistema numérico. Ver apartado sobre la representación escrita de numerales de este texto.
- [33] El sentido de la *designación* en este trabajo es el de dar nombres a los números, que pueden también ser escritos. Es decir, dar un nombre o un signo al cardinal de una colección. La designación es un medio para medir una colección y para producir una colección (El Bouazzaoui, 1982, p. 12-22) .
- [34] Distinguiremos el término juego, que se refiere a la variante de la situación didáctica, del término jugada, referido aquí a la participación de cada equipo en cada ronda.
- [35] "Platos y cucharas" es el contexto que se eligió para trabajar la situación fundamental del número de Brousseau y El Bouazzaoui en el Fichero de Primer grado (SEP, 1994) .
- [36] En caso de ser cantidades muy pequeñas (1, 2 ó 3 platos y en algunos casos hasta 4).
- [37] Contar los platos en dos o más subcolecciones (por ejemplo, en vez de contar 7 platos, se cuentan 4 y 3).
- [38] Para que la actividad no fuera muy monótona los platos y cucharas se cambiaron a transportes con cierta cantidad de asientos y pasajeros, perros y huesos y, por último, helados y cucharas.
- [39] A partir de este juego, el contexto de platos y cucharas cambia a asientos de un transporte y pasajeros, después a perros y huesos y por último a helados y cucharas.
- [40] La elección de los procedimientos a destacar la realizó la educadora, basada en las sugerencias hechas en las fichas de trabajo que se le entregaron antes de cada juego.
- [41] A diferencia de otros trabajos que se realizan en condiciones de laboratorio, en donde la persona encargada de plantear la situación didáctica es el investigador, en este trabajo fue la maestra de un grupo regular la que puso en práctica la secuencia.
- [42] Esta metodología tiene una doble función: por un lado, aportar a la enseñanza producciones hechas a partir de investigaciones y, por el otro lado, constituirse como una metodología propia de la didáctica de las matemáticas. La elaboración de las situaciones didácticas, en la ingeniería didáctica pasa por cuatro fases: análisis preliminares, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori (Artigue, 1995, p. 38-49; ver también Solares, 1999) .
- [43] El tipo de validación que se utiliza en la investigación didáctica es interna: se confrontan los datos del análisis a priori con los del análisis a posteriori. Ver: Artigue (1995, p.36-38).
- [44] Los ocho niños fueron elegidos por la maestra, con la única condición de que representaran significativamente a los tipos de desempeño del grupo (es decir desempeños alto, medio y bajo). En el anexo (pag. I) se pueden consultar la guía de exploración de la entrevista inicial y la tabla I con los resultados por niño.
- [45] Recordemos, además, que esta situación ya está considerada en los materiales de apoyo oficiales para la enseñanza de las matemáticas en primer grado en México.
- [46] Se presenta una ficha, a título de ejemplo, en el anexo (páginas II-IV).
- [47] En la Conferencia Nacional *Atención Educativa a Menores con Necesidades Educativas Especiales. Equidad para la Diversidad*, en Huatulco, México (1997) se declaró: "Un alumno tiene necesidades educativas especiales cuando presenta dificultades mayores que el resto de los alumnos para acceder a los aprendizajes que se determinan en el currículo que le corresponde por su edad (bien por causas internas, por dificultades o carencias en el entorno sociofamiliar o por una historia de aprendizaje desajustada) ..." (citado en SEP, 2000, pp.24)

[48] En cuatro sesiones el número de niños observados fue menor: en la sesión 1 por el tipo de organización y cantidad de niños jugando, en las sesiones 7 y 9 porque una de las observadoras se ocupó de video grabar la sesión y en la última sesión debido a la ausencia de la observadora auxiliar.

## CAPITULO 2

### SITUACIÓN DE AUTO COMUNICACIÓN

#### JUEGO 1

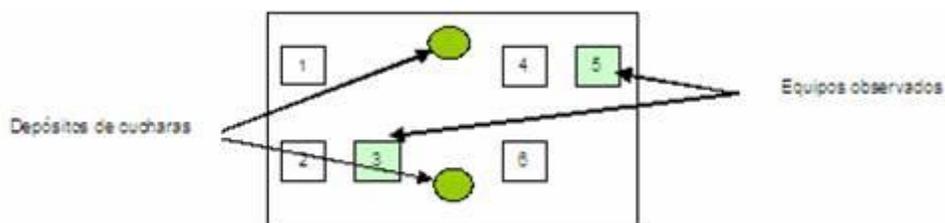
Se entregó a cada equipo cierta cantidad de platos. Un representante del equipo tenía que ir a un depósito de cucharas a buscar las que fueran necesarias para que a cada plato le correspondiera una, sin que faltaran ni sobraran cucharas. Esto lo debían hacer en un solo viaje. La situación implicó un ejercicio de *auto comunicación*; el niño que iba por las cucharas debía representarse, de alguna manera, la cantidad de cucharas que necesitaba tomar del depósito para anotar un punto a favor de su equipo.

#### 2.1. Condiciones didácticas

##### La organización

En la primera sesión, el juego 1 se aplicó dos veces en calidad de prueba, para transmitir la consigna a los niños y para permitir a la educadora afinar detalles de organización. Como veremos, efectivamente, se pusieron de manifiesto numerosas dificultades, algunas debidas a cuestiones que no fueron previstas al diseñar la ficha, y otras al hecho de que ésta fue la primera vez que la educadora intentaba aplicar una situación didáctica con las características de "platos y cucharas", además, con la presencia de dos observadoras.

A esta sesión asistieron 24 niños. La maestra organizó 6 equipos de cuatro alumnos cada uno, quedando distribuido el grupo como se muestra en la figura 9[1].



**Figura 9**

La situación se planeó para ser aplicada a todo el grupo, es decir, a los seis equipos de 4 niños simultáneamente, sin embargo, la necesidad de organizar la participación de los equipos por turnos[2] (para asegurar la comprensión de la consigna, el apego a las reglas y para poder observar las resoluciones), dio lugar a tiempos de espera demasiado largos y frecuentes, lo que redundó

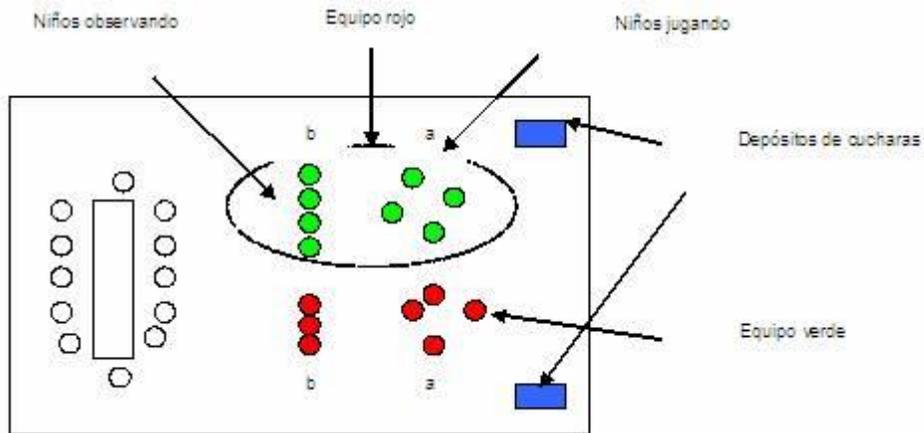
a su vez en la pérdida de la atención, la dispersión del grupo, la realización de actividades paralelas[3], estimulada además por la presencia de un material nuevo y llamativo.

Debido a estas dificultades, a partir de la segunda sesión y a lo largo de la secuencia se hicieron modificaciones tanto en la organización espacial y grupal como en la cantidad de alumnos jugando. Desde la sesión 2 se decidió seguir el desarrollo de la secuencia únicamente con la mitad de la población total del grupo, esto es, con 16 niños. El resto del grupo permanecía en el mismo salón realizando alguna otra actividad o bien, iba al salón de otra maestra[4]. Se acordó con la educadora que, en otro momento del mismo día o al día siguiente, ella aplicaría las mismas actividades con la otra mitad del grupo. Por ello, de aquí en adelante y salvo indicación contraria, las referencias al "grupo" remiten únicamente a la parte del mismo que fue observada.

También en la sesión 2, con el fin de observar y controlar las participaciones de los 16 alumnos, se organizaron dos grandes equipos de ocho alumnos cada uno: los verdes y los rojos. Estos dos grandes equipos jugaron simultáneamente, cada uno por su lado (para cada equipo se dispuso un depósito de cucharas, lo más alejado que se pudo del equipo). Se previó que, al final del juego, los alumnos vieran cuál de los dos equipos había reunido más "puntos" (un punto por cada jugada exitosa), para favorecer la identificación de los niños con su equipo.

Ya que ocho niños trabajando en torno a una mesa es excesivo, cada uno de los dos equipos se subdividió a su vez en dos pequeños grupos de cuatro niños, **a** y **b**, mismos que jugaron uno después del otro y no simultáneamente. Así, tanto en el equipo verde como en el rojo, mientras cuatro niños jugaban, otros cuatro los observaban y después cambiaban (ver figura 10). Los niños que jugaban, lo hicieron sentados en el piso. Se esperaba que el deseo de que el propio equipo ganara más puntos fuera también una motivación para que los niños que observaban estuvieran interesados en lo que hacían sus compañeros de equipo.

Por otro lado, los dos alumnos que se habían detectado, en la entrevista inicial, con dificultades para utilizar los números se ubicaron uno en cada uno de los dos equipos que serían observados durante este juego.



**Figura 10**

En esta segunda sesión se realizaron 8 rondas[5] en total, cambiando en cada una el responsable de la jugada, de manera que cada niño de los dos equipos tuviera su turno de jugar. Para aprovechar mejor los tiempos de juego se eliminó el uso de las tarjetas para identificar los turnos y la maestra asignó previamente los nombres de los equipos.

Las observadoras se ubicaron una en cada equipo, de manera que se pudo hacer un seguimiento más preciso que en la sesión 1 de los procedimientos usados por todos los alumnos. No obstante, en este tipo de situación (de auto comunicación), esta labor no siempre se facilitó, especialmente cuando iban a la charola por las cucharas, pues muchas veces no fue evidente lo que los niños estaban haciendo, o con qué idea se iban a tomar las cucharas. Por ejemplo, cuando fue el turno de Luis se paró de su lugar sin detenerse a ver los platos (10). Tomó de la charola 5 cucharas, una a una.

AN: (Cuenta en silencio los platos y cuando regresa Luis, le dice cuántos son) *Diez*

LU: *¿Diez? A ver si son diez. No sé si alcancen* (comienza a poner las cucharas en los platos) *Ay, ya se perdieron.*

### Las consignas

En la primera sesión, después de que los alumnos eligieron el nombre de su equipo, la maestra comenzó la explicación del juego y de la forma en que se organizarían los turnos para participar. La consigna de la maestra fue:

M: (...) Les voy a poner unos platos y a los que vaya yo nombrando..., las frutas[6] que vaya yo nombrando, se van a parar y van a tener que ir a buscar, en orden, las cucharas necesarias para los platitos. Y todo esto lo

tienen que hacer en un solo viaje. No se pueden regresar a tomar más cucharas. ¿Sí?... ¿Sí me entendieron el juego?

Dos de los puntos a remarcar en la consigna, establecidos en la ficha, fueron olvidados por la maestra:

... que a cada plato le toque una sola cuchara.

... sin que les falten ni les sobren cucharas.

Estas omisiones tuvieron evidentes consecuencias en los resultados de la primera ronda. Cinco equipos de seis trajeron cuatro cucharas, independientemente de la cantidad de platos que la maestra les había asignado. Los niños trajeron cucharas para asignar un plato y una cuchara a cada uno de los niños del equipo (todos los equipos estaban formados por 4 integrantes). La falta de claridad de la consigna, aunada a que cotidianamente, en este grupo, un niño de cada mesa es asignado para ir a buscar el material para sus compañeros, parecen haber llevado a los niños a esta interpretación, aún cuando hubo equipos que sabían la cantidad de platos que tenían. En uno de los equipos se manifestó de la siguiente manera:

ER y RA: (8 platos) (Cuentan juntos)... dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.

ER: Ocho

ER: (Le toca pasar por las cucharas. Es el segundo en la fila. Antes de él está Ramiro, quien toma 4 cucharas y se va a su equipo. Él también toma cuatro cucharas. Cuando llega a la mesa le da a cada compañero un plato y una cuchara y deja tres platos vacíos al centro de la mesa.)

SI: Gracias

ER: Miren un platito para cada uno, iyupi!, cuatro, ¿por qué aquí habrían más (platos)?

O2: ¿Cuántos hay? (señala todos los platos).

ER: Siete, pero deben de ser 4.

O2: ¿Por qué deben de ser cuatro?

ER: (Cuenta a los integrantes de su equipo) uno, dos, tres, cuatro.

Al terminar la primera ronda, la observadora (O1) se acercó a la maestra para recordarle las dos condiciones de la consigna que no habían quedado explícitamente claras.

En la segunda ronda, la maestra repitió la consigna haciendo la indicación referida a los turnos para tomar las cucharas y verificar. Mencionó, también, una de las condiciones omitidas en el juego anterior: “*no les deben de faltar ni les deben de sobrar cucharas*”. Aunque no hizo explícita la consigna de “llevar las cucharas necesarias para que cada plato tuviera una”, para este momento, la mayoría de los alumnos ya había comprendido cómo jugar. Sin embargo, el manejo de los turnos fue algo que no resultó fácil. Los alumnos trataron de tomar las cucharas en cuanto estuvieron cerca de la charola[7], lo que llevó a la maestra a tener que controlar los turnos de los niños para tomar las cucharas.

Para la sesión 2, en lo que respecta a la tarea por realizar, la consigna de la educadora fue mucho más clara. La única condición que no quedó clara fue la pertenencia al propio equipo.

### Otras interacciones

- *En la primera ronda de la sesión 1*[8].

*La verificación.* Aún cuando la mayoría de los equipos interpretaron el problema como un reparto, varios de los niños dedujeron las reglas del juego en el momento de la verificación, en el que la maestra (M) hizo explícito el error. El siguiente extracto muestra esta situación.

M: Pero, a este equipo le tocaron siete platos, pero nada más tienen cuatro cucharas. ¿Qué creen que pasó?

DA: Tenían que agarrar cuatro platos para cada quien (lo dice en corto a los niños de su equipo).

M: ¿Qué creen que pasó?

No: Se equivocaron en las cucharas.

M: Eran siete platos y trajeron nada más cuatro cucharas ¿qué pasó con este equipo ganó o perdió?

Ns: ¡Perdió!

M: ¿Qué tienen que hacer?

RA: ¡Y todos perdimos!

DA: ¡Todos perdimos! (dice a los niños de su equipo).

*La recapitulación de los procedimientos y errores.* En esta primera ronda, la maestra dio mucha importancia a la verbalización de los procedimientos de los niños después del momento de verificación de cada equipo[9]. Como para la mayoría de los alumnos, el juego (en la forma que ellos lo

entendieron) no había representado un problema, puesto que la actividad de reparto de material a los compañeros de equipo es una actividad rutinaria en el jardín de niños, la educadora terminó por “tomar a su cargo lo esencial del trabajo” (Brousseau, 1986, p.8), al sugerir, mediante sus cuestionamientos a los alumnos, la respuesta al problema. Esto es lo que Brousseau ha denominado ‘efecto Topaze’. Los alumnos no pudieron dar la respuesta que la maestra quería escuchar, puesto que no habían entendido el problema que se les planteó.

M: A ver niños, vamos a ver este equipo que... ¿cuántos platitos tienen Alafín?

No: (no contesta)

M: Cuéntalos.

El momento de recapitulación se convirtió, entonces, en un momento de validación y de sugerencia de estrategias para resolver el problema por parte de la maestra.

- *En la segunda ronda de la sesión 1.*

*La recapitulación.* Una vez más la educadora inquirió a los niños acerca de lo que hicieron. Sin embargo, para la mayor parte de los alumnos fue difícil explicar los procedimientos que utilizaron. Al no encontrar respuestas en los niños, la educadora nuevamente los guió mediante preguntas directas como “¿cuántos platos tienes? y ¿cuántas cucharas trajiste?”. Después se dirigía al grupo entero cuestionando si ganó o perdió el equipo y les pedía que explicaran por qué. La razón más frecuente que dieron los niños fue: “porque lo hicieron bien” o “porque lo hicieron mal”. La educadora no centró la atención de los niños directamente en el hecho de que no llegaron a la meta del juego, “hay platos sin cucharas”, sino en el recurso numérico que se intentaba favorecer “hay 7 platos y 4 cucharas”. Esto se expresa en la forma misma en que pregunta a cada equipo: “¿Cuántos platos hay, cuántas cucharas?” De esta manera, lo que estaba previsto que funcionara como un recurso motivado por la situación, la cuantificación, se convirtió en una destreza directamente solicitada por la maestra. Este cambio sutil en la forma de apelar al conocimiento en juego, puede verse como una forma de asimilar la situación al esquema más frecuente que prevalece en las situaciones que se aplican en la escuela, en la que la tarea pide explícitamente la aplicación de un recurso.

Cuando la maestra encontró una niña (Dayna) que pudo “explicar” lo que hizo para ganar, validó su procedimiento, pidiéndole que lo platicara al resto del grupo. Mientras Dayna lo hacía, la maestra repetía algunas de las cosas,

en voz alta dirigiéndose al resto del grupo, sugiriendo con esto que atendieran a una "intervención importante". Dayna, en su explicación respondió a la demanda que había hecho la maestra a todos los equipos (decir la cantidad de platos y la cantidad de cucharas)[10]. Veamos un extracto de esta situación:

M: A ver con el equipo de Dayna, ¿qué pasó?

DA: Agarramos bien.

M: ¿Por qué?

DA: Porque son siete platos y agarramos siete cucharas.

M: A ver, miren... Dayna... en el equipo de las estrellas tienen siete platos y Dayna trajo siete cucharas...

No: Ganaron.

M: ¿Por qué creen que ganaron?... ¿Qué hicieron para ganar?

DA: Primero conté los platos...

No: Lo hicieron bien.

M: A ver escuchen a Dayna lo que hizo. Fuerte Dayna.

En la continuación de este fragmento, Dayna dice varias veces más que contó 7 platos y 7 cucharas. Esto fue, probablemente, poco provechoso para el grupo porque, en realidad, la dificultad no estribaba tanto en decidir "contar", sino en saber cómo hacerlo. Como veremos, algunas de las dificultades que tuvieron otros niños radicaron justamente en eso, por ejemplo, ¿cómo hacer para no omitir un plato al contar o para no contar dos veces el mismo plato?

Después de la primera sesión y antes de la segunda, se hicieron a la educadora las siguientes sugerencias:

Revisar las consignas, sobre todo las partes subrayadas.

Hacer el momento de verificación[11] lo más rápido y ágil posible, invitando al grupo a participar y anotando los puntos correspondientes en caso de que el equipo hubiera ganado.

Retomar, en el momento de recapitulación, solamente dos o tres procedimientos (el uso del número en el conteo y descomposición aditiva y los errores más frecuentes), evitando utilizar preguntas que indicaran a los niños que debían cuantificar, tales como: ¿cuántos platos tienen y cuántas cucharas?, ¿ya contaron los platos? o cuéntalos, así como validaciones muy insistentes en los procedimientos de algunos de los niños reconocidos por el

grupo. En vez de esto podría preguntar solamente "¿cómo le hiciste?". En caso de que el niño no supiera explicar, pero ella hubiera observado su procedimiento (que le interesara destacar) podría decir lo que ella vio.

Para los alumnos con más dificultades se sugirió que jugaran al mismo tiempo, con la intención de equilibrar los ritmos de los jugadores[12]. Como caso especial, para uno de estos niños (Juan Manuel) se propuso tener papel y plumón, pues se había observado en la entrevista inicial que podía reproducir en una hoja una cantidad de objetos mediante la correspondencia uno a uno[13]. Se le ofrecería si se notara que no encontraba formas de jugar.

A estas observaciones la maestra agregó que llevaría las consignas escritas para ponerlas en un lugar visible para ella.

- *car, sin embargo, que esta forma de jugar dio por resultado un fuerte trabajo en equipo e interés por participar de los integrantes de equipo que estaban jugando y, como en la sesión anterior, el inicio de una búsqueda de estrategias para asegurar un conteo eficaz.*

*La verificación*[14]. La maestra dirigió de manera ágil la verbalización del resultado de los juegos, limitándose a preguntar si el equipo había ganado o perdido y registrando el punto del equipo en el primer caso.

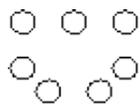
## **2.2 Procedimientos de resolución de los alumnos**

Se comentarán aquí únicamente los procedimientos de los ocho niños que conformaron los dos equipos observados, correspondientes a la primera sesión. Los que corresponden a la segunda sesión serán analizados más adelante, junto con los del juego 2, debido a que, como se dijo antes, en esta segunda sesión los niños asumieron la modalidad de la comunicación oral entre emisor y receptor y no la de auto comunicación.

Entre los procedimientos identificados en la primera ronda, hubo cierta ocurrencia del procedimiento "reconocimiento perceptual" de la cantidad o *subitizing*, descrito por Klahr y Wallace (citados en: Fuson, 1988; Gelman y Gallistell, 1978/1986), que consiste en el reconocimiento de la cantidad de elementos, sin necesidad de contarlos, cuando éstos no son más de tres, o por ejemplo, con 4, 5 y 6 elementos cuando tienen una distribución espacial ya conocida, como la del dado. Esto se debió principalmente a que, como se explicó, los niños tendieron a considerar la cantidad de integrantes de su equipo (por lo general cuatro) y no la cantidad de platos.

Por ejemplo, en el siguiente fragmento, Andrea, al tomar las cucharas, probablemente hizo una aproximación en base a la cantidad de niños que integraban su equipo. Al verlos, rectificó:

AN: (9 platos) (No contó los platos, incluso éstos continúan apilados. Trae 5 cucharas, cuando llega a su mesa y ve a sus compañeros, regresa a dejar una y reparte las otras, una a cada niño de su equipo).



En la segunda ronda, hubo una mayor incidencia del conteo, con y sin errores[15]. La principal dificultad que se identificó en los conteos de platos en esta primera sesión fue en la enumeración. Esta dificultad se manifiesta cuando el niño no asigna a cada objeto una etiqueta o cuando considera uno o más objetos más de una vez[16]. En el siguiente ejemplo de la primera ronda, los niños empezaron a contar respetando la distribución de los platos que dejó la maestra:

MN: (7 platos) (Cuenta los platos, señalándolos, pero vuelve a contar los dos primeros que había señalado. Oye que dos de sus compañeros contaron siete): *¿son siete?, uno dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve. ¡Son nueve!*

ER: *Son siete, contaste mal* (toma los platos y conforme los cuenta los va moviendo) *uno, dos, tres... siete*

Notemos que, sin proponérselo, Ernesto enseñó una estrategia básica de marcado[17] a Martín: conviene mover los platos conforme se cuenta. Sin embargo, en la segunda ronda, el mismo equipo tuvo, otra vez, dificultades por la misma razón, hasta que sus integrantes encontraron una estrategia eficiente que les permitió tener la certeza de las cucharas que necesitaban:

ER: (8 platos) (Cuenta los platos, señalándolos con el dedo, pero no toma en cuenta el plato del centro) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis* (después los vuelve a contar pero ahora hace un ligero desplazamiento de los platos). *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete* (los platos quedaron acomodados de la siguiente manera).



MN: *¿Son 7?*

ER: (Dudando) No. (Vuelve a contar) Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.

MN: ¿Cinco, siete?

ER: No, uno...

ER y RA:(Cuentan juntos)... dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.

ER: Ocho.

(Todo esto ocurre cuando la maestra les entrega los platos, pero aún no les da indicaciones para ir por las cucharas).

MN: (En su turno) ¿Cuántas son? (las cucharas que debe traer).

ER: Yo creo que por siete (Mientras Martín se forma para recoger las cucharas, Ernesto vuelve a contar los platos, acercándolos uno por uno a su lugar y cambiando la distribución de un círculo a una línea) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.



Por otra parte, entre los niños que lograron hacer un conteo exitoso cabe destacar el caso de Silverio (SI). Él utilizó una *descomposición aditiva*[18] como procedimiento para representar la cantidad y verbalizó la cantidad de platos que había en la mesa, de la siguiente manera: "cuatro y cuatro". Ernesto (ER), en un primer momento, negó que la cantidad de platos que su compañero decía fuera la correcta y expresó la cantidad de platos por medio del conteo en voz alta. Cuando Silverio reiteró su necesidad de hacer una descomposición aditiva, pero esta vez de dos en dos, Ernesto intentó seguir esa lógica, nombrando los números de la serie que estaban incluidos en la descomposición.

SI: Son cuatro... son cuatro y cuatro.

ER: ¡No! uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.

SI: (Toma dos platos) son dos (toma otros dos).

ER: Otros dos, son cuatro.

SI: (Pone otros dos).

ER: Otros dos son cinco, seis y otros dos son ocho... siete.

SI: (Vuelve a tomar los platos) Uno, dos, tres, cuatro... cuatro.

Se esperaba que este procedimiento (descomposición aditiva) fuera utilizado por más niños, debido a que permite dar cuenta de una cantidad para la cual

no se conoce aún el número, a partir de los números más pequeños que sí se conocen. Posiblemente el procedimiento no apareció más, debido a que no fue destacado por la maestra en la recapitulación, al mismo tiempo que los procedimientos de conteo "corrido" (sin descomposición) fueron muy valorados.

En esta primera sesión no fue posible registrar con precisión los procedimientos de los niños *al tomar las cucharas* del depósito, a partir del número de platos contados. Como veremos al analizar las resoluciones que ocurrieron en el siguiente juego, no cabe suponer que el conteo, en este segundo momento (tomar cucharas de un depósito), haya transcurrido de la misma manera que en el primero (contar los platos de una colección)[19].

Un ejemplo de mayor dominio del conteo lo encontramos en el momento en que el equipo verificaba el resultado del juego en la sesión 1.

IR: (7 platos)(Mientras Irving va por las cucharas, un niño agrega 5 platos) *Maestra alguien puso más platos.*

M: *¿Quién puso más platos?*

IR: *Yo los conté y había siete y pusieron más.*

Este ejemplo denota la confianza en el resultado del conteo, expresada por Irving (IR). Él estaba seguro de la cantidad de platos que había, porque los contó y lo recordó para poder tomar las cucharas que necesitaba. Brousseau afirma que cuando un niño es capaz de estar lo suficientemente seguro de su conteo, pudiendo identificar las fuentes de error y en caso dado discutir las, entonces se puede decir que sabe contar (Brousseau, 2000, p. 15).

## 2.3 Comentarios

Por las condiciones especiales en las que se desarrolló el juego de auto comunicación (poca familiaridad de la educadora con el tipo de situaciones, olvido de parte de la consigna, dinámica que establecieron los niños) disponemos de poca información relativa al funcionamiento de esta modalidad. Sin embargo, esta modalidad del juego admite, en principio, cierto tipo de recursos de resolución en los que no hay conteo, tales como la estimación de la cantidad, el reconocimiento súbito (o perceptual) para cantidades relativamente pequeñas (también para subcolecciones), o incluso la correspondencia uno a uno con una colección intermedia (los dedos, por ejemplo), de los cuales pudieron observarse algunos ejemplos.

Algunas de las dificultades que encontró la educadora en la primera sesión, como recordar la consigna, plantear el problema sin indicar la forma de resolverlo, dirigir el momento de recapitulación sin validar ningún procedimiento, se explican en gran medida por haberse tratado de la primera vez que aplicaba una situación con estas características. Algunas de estas dificultades fueron superadas en distinto grado en la sesión 2 (en parte por las modificaciones en la organización y tamaño del grupo) en la que la consigna fue mucho más clara, la educadora tuvo más oportunidad de detenerse a ver las resoluciones de los niños y de manejar de manera más ordenada los turnos de los niños, empezó a identificar algunos de los procedimientos usados, dirigió un momento de verificación con más fluidez.

Por otro lado, esta versión del juego, con un rango mayor, podría permitir observar otras estrategias que consideran aspectos espaciales y de ritmo, como las que se identificaron en un estudio hecho por Edith Ackerman (1996), tales como: reordenar la colección base en alguna configuración familiar; reagrupar por líneas o columnas, a veces contando los elementos de cada segmento; realizar esquemas o sistemas de notación, como trazar el contorno, dibujar los cubos, dibujar un esquema de la configuración espacial, anotar numerales de las subcolecciones o el de la suma total de elementos.

- 
- [1] Se observó al grupo de manera general y de cerca los equipos 3 y 5 (marcados en gris).
  - [2] En la ficha entregada a la educadora se había propuesto tener preparadas tarjetas con cuatro frutas diferentes para trabajar los turnos de los niños, al interior de su equipo. Por ejemplo, cuando la maestra nombraba "la manzana", el niño, de cada equipo, que tenía esa tarjeta era el encargado de jugar para su equipo (ver ficha en el anexo).
  - [3] Llamaremos actividades paralelas a los intercambios que se dan entre los niños, que no tienen relación con la situación didáctica y sus propósitos. Por ejemplo, los niños jugaban a "la comidita" con los platos. En uno de los equipos observados surgió una conversación sobre las grabadoras y cámaras fotográficas, a propósito de la grabadora que se encontraba al centro de la mesa.
  - [4] El trabajo en preescolar, mediante diversas estrategias, concibe la posibilidad del trabajo en pequeños grupos, por ejemplo cuando se trabaja por rincones o áreas de trabajo, e incluso con proyectos.
  - [5] Se hablará de ronda, cada vez que jueguen una vez todos los equipos.
  - [6] Fueron las figuras elegidas para las tarjetas de control de los turnos.
  - [7] La maestra había indicado que cuando ella nombrara al representante de cada equipo, éste tenía que esperar su turno para tomar las cucharas. Esto se hizo con la finalidad de poder observar las formas que cada equipo utilizara para resolver el problema.
  - [8] En esta sesión revisamos por separado las dos rondas, puesto que cada una tuvo características especiales.
  - [9] En la ficha se había sugerido a la maestra retomar procedimientos exitosos como el conteo, el conteo con descomposición aditiva, así como algunos errores en el conteo.
  - [10] En el transcurso de la experiencia, pudimos notar que existían "ciertas voces" en el grupo normalmente validadas por la educadora, a las que todos "escuchan". La de Dayna (DA) era una de ellas.
  - [11] El momento de verificación es cuando los niños, al poner las cucharas sobre los platos, se dan cuenta de su éxito o fracaso en las jugadas.

- [12] Más adelante comprobamos que ésta no fue la opción más adecuada. Esta medida acrecienta las diferencias entre los alumnos, de las que ellos mismos son concientes.
- [13] Sin embargo, no se consideró, al hacer la sugerencia, que el hecho de reproducir una colección en un papel respondiendo a la demanda de alguien, no es equivalente a poder decidir usar ese recurso para comunicar una cantidad a otro. En el siguiente capítulo se verá esta situación.
- [14] En esta sesión no hubo momento de recapitulación de los procedimientos.
- [15] En la tabla II del anexo se presentan los tipos de procedimientos usados por los ocho niños observados en esta sesión.
- [16] Briand señala que para poder enumerar es necesario: distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado, escoger un primer elemento de la colección, determinar un sucesor dentro del conjunto de elementos que no han sido considerados, conservar la memoria de las elecciones hechas antes y saber que se ha elegido el último elemento (Briand, 1993, p. 26) .
- [17] Fuson (1988) distingue dos tipos de estrategias en el conteo (para enumerar): marcar y alinear los objetos que se cuentan. En el análisis del juego de comunicación oral hablaremos más sobre ellas.
- [18] Contar los platos en dos o más subcolecciones (por ejemplo, en vez de contar 7 platos, se cuentan 4 y 3).
- [19] Resnick y Ford (1981, citados en: Baroody, 1988/1997) identificaron algunos conocimientos necesarios para poder interpretar un número: almacenar el objetivo (número) en la memoria, realizar una enumeración y, al mismo tiempo, ir comparando ambos números para detener el proceso cuando se llegan a igualar. Baroody llama a este proceso *separación* (p. 92)

## CAPITULO 3

### SITUACIONES DE COMUNICACIÓN ORAL

#### JUEGOS 2 Y 3

Las situaciones de comunicación oral se aplicaron a lo largo de tres sesiones. En el juego 2 (sesiones 3 y 4), cada equipo de cuatro niños se subdividió en dos parejas: los emisores y los receptores. Uno de los emisores, elegido por la maestra, debía pedir oralmente a uno de los receptores de su mismo equipo (que estaba alejado) las cucharas necesarias para que cada plato tuviera la suya, sin que faltaran ni sobraran cucharas. Este juego implicó un ejercicio de *comunicación oral*.

El juego 3 (sesión 5) fue una variante del juego 2, en la que los niños jugaron individualmente con la maestra. El propósito de su aplicación fue afirmar los conocimientos hasta ese momento construidos por cada alumno.

#### 3.1 Condiciones didácticas

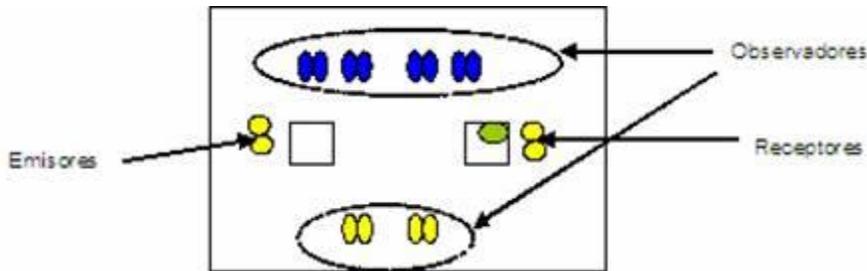
##### 3.1.1 Condiciones didácticas del juego 2

###### La organización

Para la sesión 3 (primera sesión de este juego), el tamaño del grupo de jugadores permaneció como en la sesión anterior (16 niños, distribuidos en dos grandes equipos) [1]. La organización del grupo y del espacio se modificó para propiciar que: cada niño tuviera la oportunidad de jugar una vez en cada rol (emisor-receptor); los niños tuvieran interés en observar las estrategias utilizadas por sus compañeros; facilitar la observación (por los niños y por los adultos) de las mismas.

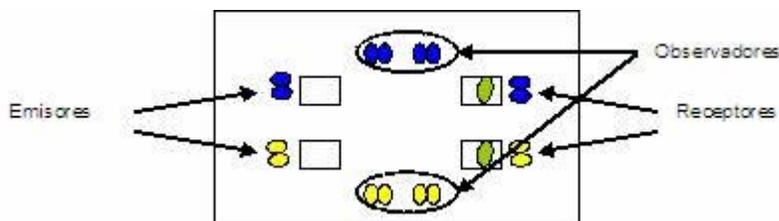
Jugaron frente al grupo, cada vez, cuatro niños de un mismo equipo formado por dos emisores y dos receptores (ver figura 11). En una jugada, a uno de los dos emisores y a uno de los dos receptores les tocó la responsabilidad de llevar a cabo las acciones. En la jugada siguiente, cambiaban los responsables. Esto se hizo alternando los equipos, hasta que todos los niños

jugaron una vez. Después se iniciaron nuevas rondas con cambio de roles: los niños que fueron emisores se convirtieron en receptores y los receptores en emisores.



**Figura 11**

Esta organización presentó varias dificultades: el cambio de equipos consumía mucho tiempo; el que los jugadores fueran observados por todo el grupo generó cierta tensión. Por ello, en la sesión 4, se decidió que los dos equipos (verde y rojo) jugaran simultáneamente (ver figura 12).



**Figura 12**

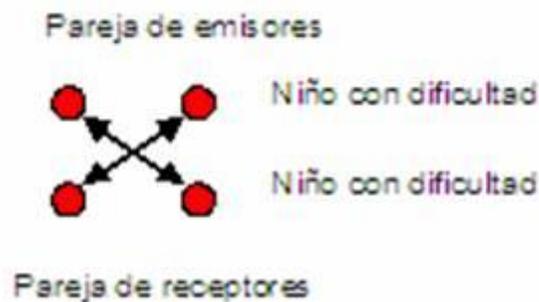
En cada equipo de ocho niños (el verde y el rojo) la mitad jugó, mientras la otra mitad observó. Los emisores de los dos equipos realizaron sus cuantificaciones al mismo tiempo, pero la maestra siguió dándoles turno para hacer su pedido. Los niños receptores llevaron las cucharas y verificaron el resultado de su juego inmediatamente después de escuchar el pedido, cada quien en su turno. Se decidió hacerlo de esta forma por el mismo motivo que en los juegos anteriores: tener control sobre los turnos para poder observar los procedimientos de los alumnos. A pesar de que esta sesión fue más ágil, los tiempos de espera para jugar aún fueron prolongados.

Para indicar la puntuación ganada en las diferentes rondas, en la primera sesión de este juego (sesión 3), se propuso el uso de fichas que los mismos niños colocaban en un tablero. En la segunda sesión (sesión 4), la maestra propuso otras alternativas que ayudaron a economizar el tiempo de juego:

colocó dos hojas de papel con los nombres de los equipos previamente elegidos por ella, en las que fue anotando los puntos a los equipos que ganaban en las diferentes rondas.

Otros cambios hechos de una sesión a la otra, por sugerencia nuestra fueron:

- Los niños con más dificultad se ubicaron en el mismo equipo, jugando en roles opuestos, uno en la pareja de emisores, el otro en la pareja de receptor. En la sesión 3 jugaron uno contra el otro y en la sesión 4 jugaron con el compañero del otro:



- Buscar que los niños tuvieran claro que pertenecían a un equipo que jugaba, aunque en ese momento su papel fuera el de observadores.

### Las consignas

En la sesión 3, aunque la consigna fue clara, la maestra la repitió en cada ronda. Así fue planteada al inicio:

M: (...) Ahora fíjense bien cómo es el juego, los niños que están acá con los platos le tienen que pedir... las cucharas necesarias para sus platitos, para que le toque una cuchara a cada plato, sin que les sobren ni les falten. Cuando el equipo de las cucharas ya tengan las cucharas necesarias se las va a traer. No se pueden parar de su lugar, entonces tienen que decirlo con su...

No: ... boca.

M: Ajá, tienen que pedir los platos con su boca, hablando. Y ya cuando escucharon los niños de las cucharas, entonces van a buscar las cucharas necesarias y se las van a dar al equipo de los platos. Recuerden que no deben de faltar ni sobrar.

Para la sesión 4, después de asegurarse de que todos los alumnos sabían a qué equipo pertenecían y de haberles explicado la manera de anotar los puntos de los equipos que ganaran, la maestra les dio la consigna enfatizando que hicieran su pedido "con voz alta".

Una variable que imprimió la maestra a este juego, en la sesión 4, fue entregar a los niños emisores los platos apilados, lo que favoreció el uso de diversos métodos de conteo, por la necesidad de los niños de desapilar los platos para contarlos. Esto se hizo en todas las rondas.

### Otras interacciones

*Durante el juego.* En la sesión 3, la forma de organización en la que dos niños jugaban mientras el resto del grupo los observaba, aunado a que era la primera sesión de este juego, inhibió a los niños (sobre todo a los más tímidos) e hizo las primeras rondas del juego, un poco lentas y los tiempos de espera del propio turno muy largos. En la siguiente sesión (4), en cambio, el que jugaran los dos equipos simultáneamente lo hizo un poco más ágil. Además, la educadora eligió para empezar el juego a dos niñas que se desenvolvían con seguridad, tanto en participaciones grupales, como en el conteo.

En la sesión 4, la forma de distribución de los niños con dificultades, lejos de constituir una ayuda para ellos, hizo más evidentes las diferencias en los resultados de los equipos, lo cual no dejó de ser incómodo para los niños. A pesar de esto, el hecho de tener una pareja al lado dio oportunidad a los niños de recibir y prestar algunas ayudas. Por ejemplo, en la sesión 3:

DI: **(7 platos)** (Cuenta los platos de uno en uno, pero no toma en cuenta un plato) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Seis*

AG: *Siete, porque te faltó uno.*

En algunas ocasiones también los niños observadores hicieron alguna sugerencia o aportación al niño que jugaba, como: "tienes que contarlas" o indicarle cuándo dejar de tomar cucharas.

*La verificación y la recapitulación.* La posibilidad de que los mismos niños realicen la verificación, como ya lo hemos dicho, es una característica de las

situaciones a-didácticas. En el siguiente ejemplo de la sesión 4 vemos cómo Silverio (SI), el receptor, se dio cuenta del error de Juan Manuel (JM), el emisor, por lo tanto del fracaso de su equipo, en el momento de colocar las cucharas en los platos.

JM: (**6 platos**) (Solicita cinco cucharas).

SI: (Toma, de una en una, cinco cucharas, después las pone sobre los platos). *Pero no son cinco, son seis!* (se refiere a los platos).

Durante el momento de recapitulación de la sesión 3, la maestra intentó siempre que un equipo perdía, que se hicieran explícitas las razones del fracaso [2]. Éstas, sin embargo, fueron difíciles de identificar por los niños, quienes, en general, basaron su argumentación, no en el proceso sino en el resultado observado en la verificación. Ocurrió también que, a lo largo del juego algunos niños atribuyeron la responsabilidad del éxito o del fracaso a los niños receptores, quienes portaban la información para la verificación. Por ello, y a sugerencia nuestra, en la sesión 4, la educadora buscó que los niños reconocieran que el receptor no llevaba toda la responsabilidad del éxito al preguntarle al receptor si había entregado lo que le pidió el emisor y corroborarlo entre todos, por ejemplo:

LU: (**8 platos**)(Va contando en voz alta, mientras desapila los platos)  
Uno, dos... nueve. Son nueve

Na: ¿Nueve?

NY: (Toma seis cucharas, sin contarlas. Las lleva a los platos)

M: ¿Ganaron o perdieron?

Ns: Perdieron

M: ¿Por qué?

Na: Nayeli no las contó bien.

M: ¿Qué pidió Luis?

Na: Nueve cucharas y Nayeli nada más trajo seis y no se fijó bien.

M: A ver, de platos ¿qué tiene Luis?

Na: Nueve.

Na2: Once

M: Sí, pero observen, ¿cuántos platos tiene Luis?

Na: Nueve

Na: (Se acerca a contarlos) Ocho

M: ¿Qué pasó entonces?

Na2: Que no se fijó (...)

Na: Luis se equivocó y también Nayeli.

Finalmente, en el cierre de cada juego, los niños tuvieron una ocasión más para comparar cantidades con la puntuación de los equipos.

M: Vamos a ver qué equipo ganó y qué equipo perdió.

No: Empataron

M: ¿Cómo sabes?

No: Porque son dos y dos (se refiere a las fichas que están en el tablero).

SI: Son cuatro fichas

M: ¿Cómo quedaron los equipos?

Ns: Empatados

Más adelante se analizan los procedimientos utilizados por los alumnos.

### 3.1.2 Condiciones didácticas del juego 3 [3]

El juego 3 (sesión 5) presenta tres variantes con respecto al juego 2: en primer lugar, los niños, aunque agrupados en mesas de cuatro, jugaron individualmente el papel de emisor con la maestra, quien fue la receptora. Los alumnos debían solicitar oralmente los huesos que necesitaban para que cada perro (de su fotocopia) tuviera uno, sin que faltaran ni sobraran huesos. Además, los objetos estaban dibujados en una hoja de papel, por lo que los alumnos, al no poder moverlos, debían encontrar nuevas estrategias de enumeración. Finalmente, el rango de objetos aumentó hasta dieciséis [4]. Las configuraciones de las hojas con más de diez elementos eran parecidas a las de la figura 13.

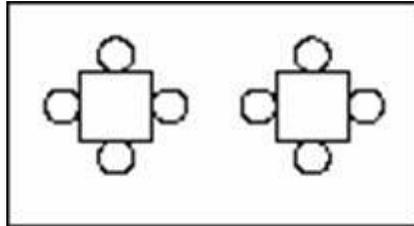


**Figura 13**

El propósito del juego fue propiciar que los niños afirmaran y mejoraran sus procedimientos de comunicación oral de cantidades.

## La organización

Ocho niños trabajaron individualmente, distribuidos en dos mesas (A y B), como se muestra en la figura 14. El resto del grupo jugó con la maestra en otro momento. Se realizaron dos rondas de juegos, de manera que cada niño jugó dos veces en el papel de emisor.



**Figura 14**

## La consigna

La consigna de la maestra al iniciar el juego fue:

M: (...) Vamos a hacer un juego diferente... Fíjense que hoy les voy a dar unas hojas que tienen dibujados unos perritos. A cada quien le voy a dar su hoja. La van a ver... para que vean cuántos huesos necesitan para que les toque un hueso a cada perro. Éstos (muestra unas cucharitas de madera) van a ser los huesitos. Ya que vean los huesos que necesitan, van a voltear su hoja boca abajo [5]. Yo voy a pasar a su lugar y me van a pedir los huesos que necesitan, para que a cada perrito le toque su hueso. Recuerden que no les deben de sobrar...

DA: Ni faltar (lo dice al mismo tiempo que la maestra).

M: ... ni faltar. Este trabajo es individual. Cada quien va a tener su hoja.

## Otras interacciones

- *En la primera ronda.*

El tipo de organización dio a los niños suficiente tiempo para cuantificar los perros y corroborar varias veces. Esto les dio oportunidad de interactuar entre ellos respecto a la cantidad de perros que cada uno tenía. Algunas ayudas, estrategias de conteo nuevas y juegos sobre el número surgieron en estos tiempos. Por ejemplo, tres niños de la mesa B, jugaban en torno al "número más grande":

ER: (Se dirige a Martín) *Yo tengo trece, te gano.*

MN: *Yo tengo doce, yo tengo doce años.*  
ER: *Yo tengo trece.*  
SI: *Yo tengo siete años,*  
MN: *Yo tengo doce años.*  
SI: *Yo tengo cinco años.*  
MN: *Yo tengo treinta mil años*  
ER: *Yo tengo cincuenta y ocho. Ah no, con los cincuenta mil (...) yo te gano, yo soy el mayor.*

La intervención de Ernesto (ER) cuando quería competir con su compañero que dijo "treinta mil" y, después de decir "cincuenta y ocho" corrigió a "cincuenta mil" asegurando ganar con ese número, muestra que los niños preescolares, como lo han señalado ya varios investigadores (Lerner y Sadovsky, 1998; Brizuela, 2001, entre otros), tienen ya ciertos conocimientos sobre números grandes.

En la mesa A los niños también tuvieron oportunidad de corroborar sus resultados, realizando conteos una y otra vez. Andrea (AN), por ejemplo, por el tiempo de espera tan prolongado para pedir los huesos, olvidó la cantidad de huesos que iba a solicitar (10) y pidió otra cantidad (6). Mientras sus compañeros verificaban, tuvo tiempo de revisar y determinar la cantidad de huesos que le faltó pedir.

M: (...) ¿Y a ti que te pasó Andrea? ¿Perdiste o ganaste?  
AN: Perdí  
M: ¿Por qué?... ¿qué pasó?  
AN: Eran cuatro.  
M: ¿Cuatro qué?  
AN: Perros... me faltaron.  
M: Te faltaron cuatro, muy bien.

Las ayudas otorgadas por los mismos compañeros a los niños con más dificultades (Nayeli, NY y Juan Manuel, JM), fueron muy directas, indicándoles cómo podían contar sus perros. Sin embargo, a pesar de que en ese momento pudieron realizar el conteo, al hacer el pedido, no pudieron asegurar el éxito. En la sección de los procedimientos hablaremos de esto.

En esta primera ronda, la maestra preguntó a los niños cuántos huesos necesitaban, pero no fue ella la que entregó el pedido de huesos, sino que les acercó la charola para que ellos mismos los tomaran. La comunicación oral del número a la maestra perdió, de alguna manera, su sentido. Al

finalizar la primera ronda una de las observadoras recordó a la maestra que ella debía entregar los pedidos. No obstante, la modalidad propuesta por la maestra permitió observar que algunos niños no relacionaban todavía el número oral con la cantidad de huesos que tomaban.

- *En la segunda ronda*

La reducción del tiempo para cuantificar e intercambiar con sus compañeros de mesa y el aumento del rango de perros (hasta dieciséis), aunado a las interrupciones en los conteos de la mesa B [6], provocó que uno de los niños no tuviera clara la cantidad de huesos que debía solicitar a la maestra [7], cuando fue su turno. Esta situación derivó en una ayuda importante de la maestra.

MN: (16 perros)

M: *¿Y qué te pasó con tu juego Martín?*

MN: *Perdí.*

M: *Pero, ¿por qué, qué pasó?*

MN: *Porque me sobró una.*

M: *¿Por qué crees que pasó eso?*

SI: *Porque dijo muchos.*

M: *¿Cuántos pediste?*

MN: *Dieciocho.*

M: *Y ¿cuántos perros tienes?*

MN: (Cuenta en voz alta) *uno, dos, tres*, (pero se equivoca y trata de volver a empezar).

M: *¿Quieres que te dé un lápiz para que vayas poniéndoles una marquita a cada perro?*

MN: (Asiente).

M: (Le entrega el lápiz) *Para que lleves... sepas los perros que tienes, puedes irles poniendo así (al final de la cola de un perro pone un punto)... una marquita y entonces sabes los que tienes. Empieza aquí (Martín le pone una marca) ¿esto cuánto es?*

MN: *Uno.*

M: *Ajá, síguele.*

MN: (Va contando mientras marca cada perro contado) *cuatro, cinco, seis... nueve, diez, once... catorce, quince, dieciséis.*

Martín (MN) tenía una cantidad de perros que le resultó difícil de controlar. La maestra le propuso una nueva estrategia de enumeración, marcando, esta vez concretamente, los perros [8]. Otro de los niños del

equipo también tomó el lápiz para practicar esta estrategia enseñada por la maestra.

En la mesa A el trabajo de los niños fue más independiente, aunque compartían el resultado de sus conteos con los otros. Solamente un niño (Juan Manuel, JM) permanecía callado, hasta que la observadora le preguntó si sabía lo que iba a pedir. Esto provocó el interés de una de sus compañeras por darle ayudas, indicándole cómo contar sus perros y recordándolo nuevamente cuando la maestra le preguntó cuántos huesos necesitaba. A raíz de esto se observó de Juan Manuel, por primera vez, el conteo con etiquetas en el orden convencional.

Así, el hecho de haber tenido cada quien una colección a cuantificar; el tipo de organización del trabajo y el mayor tiempo asignado a la tarea, derivaron en una mayor cantidad de interacciones entre pares y de oportunidades para todos los niños de practicar el conteo y prestar ayudas a los que no sabían hacerlo.

### 3.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

#### *Tipos de desempeño global*

A fin de tener un primer acercamiento a la diversidad de respuestas de los alumnos frente las tareas implicadas en las situaciones de comunicación oral, y a reserva de analizar después aspectos más finos, identificamos cuatro tipos de “desempeño global” que consideran el desempeño de los niños en ambos papeles, el de emisor y el de receptor. Cabe advertir que esta tipología constituye únicamente una herramienta de análisis, una manera de cernir la diversidad de respuestas frente una tarea compleja, y no pretende distinguir “etapas” por las que los niños tuvieran que transitar.

- **O1:** No logran utilizar el conteo para cuantificar una colección ni para interpretar un número oral; tienden a proporcionar números o cantidades al azar.

Por ejemplo, Nayeli en la sesión 5, después de haber recibido la ayuda de sus compañeros para cuantificar cinco perros, solicitó a la maestra “cuatro”

huesos. Cuando la maestra le acercó la charola para que ella misma los tomara, tomó seis huesos, aparentemente sin contar.

- **O2:** Utilizan el conteo en el papel de emisores (eventualmente con errores), pero no en el de receptores, es decir, no logran interpretar el número que les dicen sus compañeros [9].

El caso de Ángel, en la sesión 3, ilustra este tipo de desempeño. Como emisor, Ángel utilizó una estrategia de enumeración eficiente, logrando contar con éxito los platos (seis), e incluso se percató del error de su compañero de mesa quien omitió un plato en su conteo (cuenta seis platos de siete) y le señaló: "siete, porque te faltó uno". Pero, en el papel de receptor, no logra contar las cucharas:

GE: (Pide) Siete cucharas.

AG: (Toma cuatro cucharas y voltea a preguntar) ¿siete? (voltea a ver la charola, pero no toma más cucharas y lleva las cuatro que ya tenía).

En la sesión 4 también tuvo éxito como emisor y no como receptor. Más adelante analizamos estas diferencias en los dos papeles.

- **O3:** Logran utilizar el conteo en los dos papeles, emisor y receptor, eventualmente con errores (principalmente en el rol de emisor).

Un ejemplo de este tipo de desempeño, singular por cierto, es el de Luis, quien dice el cardinal correcto, gracias a que un error de enumeración se compensa con otro.

LU: (**8 perros**)(Voltea su hoja. Cuenta los perros, tocando uno dos veces y otro no lo considera. Cuenta ocho).

- **O4:** Tienden a utilizar con éxito el conteo en los dos papeles.

María Fernanda, por ejemplo, en la sesión 4, en el papel de emisora contó los platos mientras los iba colocando en la mesa (nueve) y, como receptora, interpretó el número "once" tomando esa cantidad de cucharas del depósito. En las sesiones pasadas María Fernanda había tenido dificultades para enumerar. Es muy probable que la variante que introdujo la maestra en esta sesión, de entregar apilados los platos, le haya facilitado la enumeración.

Gracias a la organización que se usó en este juego, fue posible registrar la mayoría de los procedimientos de los niños que participaron, excepto en el juego 3, en el que solamente se pudo observar a ocho niños.

En la tabla 2, se presentan los tipos de desempeño global por niño, durante las sesiones 2, 3, 4 y 5 [10].

**Tabla 2: Tipos de desempeño en la comunicación oral**

Niños	Sesión 2	Sesión 3	Sesión 4	Sesión 5	
				Afirmación 1	Afirmación 2 (sólo emisor)
JM	01	01	01	01	01
NY	01	01	01	01	01
DI	01	02	02		
AG		02	02		
ST	02	02	04		
LU	02	03	03	03	03
MF	03	03	04		
MN	03	03	04	04	03
GE	02	04	04		
SI	03	04	04	04	04
JU	04	04	03		
YO		04	04		
IV		04	04		
AN	04	04	04	04	04
DA	04		04	04	04
ER	04	04	04	04	04

O1: Fracaso en los dos papeles  
 O2: Conteo solamente como emisor, eventualmente con errores  
 O3: Conteo en ambos papeles eventualmente con errores  
 O4: Conteo exitoso en ambos papeles

En la tabla 2 se puede observar lo siguiente:

- Solamente en el caso de dos alumnos, JM y NY, (aparecen en las primeras dos filas de la tabla) prácticamente todas las resoluciones son del *Tipo O1*, lo que indica que no lograron superar de manera visible las dificultades a lo largo de las 4 sesiones de trabajo.
- Las resoluciones de un alumno (AG), que participó en pocas sesiones, permanecieron como O2. No logró utilizar el conteo para interpretar los números que le dictaban sus compañeros.
- Las resoluciones de un alumno (LU) permanecieron como O3, sin poder corregir errores de conteo (principalmente de enumeración).

-Siete alumnos (los que aparecen en las últimas filas de la tabla) logran conteos exitosos en los dos papeles prácticamente desde el principio, desde la segunda o tercera sesión (O4). Los avances de algunos de estos alumnos se manifiestan en la ampliación del rango en el que logran contar y en la incorporación de nuevas estrategias de enumeración.

-Finalmente, por lo menos seis alumnos manifiestan una mejoría en su desempeño a lo largo de las sesiones: DI empieza a usar el conteo como emisor (sus resoluciones pasan de O1 a O2); ST, LU y GE logran utilizar el conteo también en el papel de receptores, eventualmente con errores (de O2 a O3 ó a O4), MF y MN logran utilizar el conteo en los dos papeles sin errores (de O3 a O4).

A continuación, se analizan algunos aspectos más específicos de cada uno de los tipos de desempeño señalados. Esta revisión permitirá también identificar dificultades más precisas, avances que no llegan a traducirse en un cambio de tipo de desempeño y, al mismo tiempo, permitirá identificar formas en que ciertas características de las situaciones afectan la complejidad de las tareas.

#### La incorporación del "gesto" de contar (O1)

Juan Manuel (JM), en la primera ronda de la sesión 5, señaló cada perro (cuatro), sin errores de enumeración y después dictó el número "cinco". La maestra le acercó la charola y él tomó cinco huesos, uno por uno. Cuando la observadora le preguntó cuántos huesos solicitó, Juan Manuel respondió, mientras tocaba cada perro: "*uno, cinco, seis, once. Once*". Por este tipo de respuestas, suponemos que la enumeración realizada y el número solicitado pueden ser dos acciones que el niño realiza como parte del juego, pero que no tienen aún una relación entre sí ni con la cardinalidad de la colección. Estos primeros intentos de Juan Manuel por contar parecen haber comenzado a integrar algunos "gestos" que otros niños realizan cuando cuentan, aunque no siempre los utiliza simultáneamente [11]. Juan Manuel ha aprendido que para contar es necesario:

- Considerar cada elemento una sola vez, tocándolos.

- Esto se debe hacer mientras se recitan las etiquetas (números).
- La última etiqueta nombrada es la que se debe decir.

El caso de Nayeli es muy parecido: también utilizó una etiqueta preferencial (“cuatro”) y también intentó imitar algunos gestos, por ejemplo:

NY: (Mientras el grupo verifica, Nayeli intenta contar las cucharas que están en la charola, mueve una y dice) cinco (mueve otra) seis (mueve otra) siete (después se da cuenta que O2 la está observado y lo deja de hacer).

Nayeli trataba de apropiarse de la serie numérica, sin embargo, al parecer para ella aún no resultaba relevante si el conteo empezaba por una etiqueta o por otra.

Notamos que estos dos niños (al igual que otros más) consideraban que el conteo era el procedimiento que se esperaba de ellos. Al parecer, antes de poderse apropiarse del conteo de manera funcional, los niños adoptaron algunas de las acciones que se realizan al contar, sin que éstas formaran parte aún del esquema más completo del conteo. Estas acciones, en parte tributarias del contrato didáctico que establecía las pautas para poder jugar y desvinculadas de la necesidad de comunicar una cantidad, forman parte del proceso de aprender a contar (Gelman y Gallistell, 1978/1986; Baroody, 1988/1997; Fuson, 1988).

Ahora bien, hemos identificado algunos niños del tipo de desempeño O2 (DI, AG) quienes, al parecer, también habían incorporado estos gestos con más eficiencia, pero que, al igual que los anteriores, dictaban una etiqueta como parte del juego sin que ésta expresara necesariamente, para ellos, una cantidad precisa de cucharas. Esto lo manifestaron cuando, después de nombrar la última etiqueta del conteo de los platos, al hacer su pedido decían por ejemplo: “dame cucharas, por favor” o “necesito cucharas”.

#### La tarea del receptor, más compleja que la del emisor (O2)

El hecho de que varios alumnos, en repetidas ocasiones, lograran contar una colección cuando eran emisores pero no lograran interpretar un número

cuando eran receptores, invita a examinar las diferencias de complejidad entre la tarea del emisor y la del receptor.

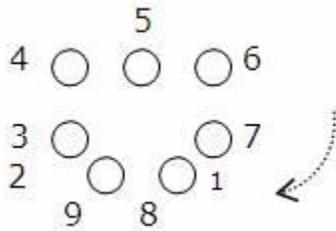
Para el emisor, la tarea empieza con el conteo de los objetos que tiene sobre la mesa. En principio, tendría que saber, al igual que el receptor, que el último número pronunciado corresponde al cardinal de la colección y que dicho número es suficiente para comunicar la cantidad. Sin embargo, el emisor puede terminar su conteo al agotarse los objetos, haciendo una correspondencia entre el objeto considerado y el número de la serie, sin necesariamente comprender lo anterior, y esto bastaría para que un receptor atento pudiera conocer la cantidad en juego [12]. En cambio, para el receptor la tarea empieza con el número que escucha. Para interpretar dicho número debe contar tomando, de una colección mayor que la que él va a formar, un objeto por cada número pronunciado y detener el conteo *al llegar al número que le fue comunicado* [13]. Esta diferencia explica probablemente la mayor complejidad de la tarea del receptor. Podemos decir que ésta exige, más que la del emisor, haberse apropiado de la noción de cardinalidad. Al mismo tiempo, esta diferencia permite apreciar el carácter complementario de las dos tareas implicadas en la situación fundamental, respecto al uso integral del número como cardinal. Es por esto que Brousseau dice que el niño sabrá contar cuando pueda jugar los dos roles: *pedir* a alguien una cantidad de objetos, oralmente o por escrito y *proveer* la petición de una cantidad deseada" (Brousseau, 2000, p. 14).

Al comentar el siguiente tipo de desempeño, veremos otra diferencia entre ambas tareas que, esta vez, facilita la tarea del receptor.

### Los errores de enumeración (O3)

Los errores de conteo aparecieron más frecuentemente en el papel de emisor que en el de receptor [14]. Esta diferencia puede explicarse por el hecho siguiente: los emisores tuvieron frente sí una colección dispersa de platos sobre la mesa. Contarlos implicaba poner en juego alguna *estrategia de enumeración* (para no omitir ninguno y no contar uno dos veces). Para los receptores, en cambio, la estrategia de enumeración ya estaba dada, pues debían sacar las cucharas de un bote y lo natural era sacarlas una por una.

Por ejemplo, Martín en la sesión 1, al contar los platos que estaban acomodados en un círculo consideró dos veces los dos primeros que contó.



En la sesión 5, a diferencia de las anteriores, la colección de perritos que los emisores debían contar, se presentó gráficamente, en una hoja de papel. La imposibilidad de mover los elementos aumentó la dificultad de enumeración. En esta sesión hubo varios niños que, en alguno de los intentos, dejaban de considerar alguno de los perros o consideraban algunos más de una vez.

- *Otros errores en el conteo.*

Otro tipo de errores que se manifestaron con menos frecuencia (algunos en las primeras sesiones) fueron: el desconocimiento de la serie de números o de un tramo suficientemente largo y el error de correspondencia temporal entre etiquetas y números [15], por ejemplo, en la sesión 1:

AL: (**7 platos**) (Cuenta los platos sin hacer correspondencia de las etiquetas y los platos que va considerando). *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.*

No siempre fue posible identificar el origen de los errores de conteo. Veamos un ejemplo de un alumno en el papel de receptor, en el que caben varias interpretaciones del error. ER y SI solicitaron a MN ocho platos:

ER y SI: ¡Martín son ocho, son ocho!

MN: (Escucha que son ocho platos desde la fila) ¿Son ocho?

MN: (Después de que la niña que está formada antes de él toma sus cucharas, él toma las suyas. Toma siete cucharas, una por una. Al parecer las va contando) Ocho cucharas.

ER: (Le pregunta a Martín, quién apenas regresaba de tomar las cucharas) ¿son ocho? (Martín afirma con un movimiento de cabeza) Te dije, yo te las pongo en cada plato.

MN: (Va contando mientras coloca una cuchara en cada plato) una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, sieete (se ríe).

Martín quizás cometió un error de correspondencia temporal entre la etiqueta nombrada y la cuchara tomada del depósito, pero también pudo haber omitido un número de la serie al contar las cucharas, con lo que llegó al "ocho" y no al "siete", aunque esto no parece suceder cuando cuenta en voz alta.

#### Éxito en los papeles de emisor y de receptor (O4)

Se destacarán a continuación algunos aspectos particulares de los procedimientos de conteo de los niños.

- *Diversidad de formas de enumeración*

A lo largo de este juego la mayoría de los niños habían ya elaborado estrategias de enumeración que les permitían tener la certeza de que su conteo había sido el correcto. Se observaron muy pocos casos de niños que recontaran la colección de platos o de cucharas. En la sesión 4, la variante de entregar los platos apilados facilitó la enumeración correcta para varios niños, quienes al ir desapilando iban contando; en cambio, otros prefirieron asegurarse con estrategias ya conocidas por ellos que les daban más seguridad, o bien, combinando ambas. Fuson (1988) identificó algunos métodos (o estrategias) que son utilizados por los niños y adultos para enumerar los objetos de una colección. Los agrupó en dos grandes categorías: los métodos para marcar los objetos y los métodos para alinear los objetos. Tomamos esta caracterización para nombrar algunos ejemplos de estrategias de enumeración que observamos en los niños emisores en este juego.

*Estrategias de marcado de los objetos que se cuentan* (mover o señalar). Requieren que el niño deje marcados los objetos que ya ha considerado (físicamente o no), ayudándose de estrategias de memoria espacial. Algunas de estas estrategias son: mover de lugar los objetos ya contados (apilándolos, desapilándolos, separándolos, moviéndolos ligeramente hacia otra línea); señalar y de esta manera marcar física o mentalmente los objetos ya contados (tocar el objeto, señalarlo de cerca, señalarlo de lejos y marcar con la mirada) (Potter y Levy, 1968; Beckwith y Restle, 1966,

citados en: Fuson, 1988). Algunos ejemplos encontrados en el presente trabajo son:

MN: (Cuenta los platos, primero sin moverlos) *siete*. (Después mueve los platos, como lo hizo Ernesto, en una hilera para controlar la cantidad) *una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete*. (Sesión 3)

DA: (Cuenta los platos al mismo tiempo que los desapila) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez*. (Sesión 4)

AN: (Desapila los platos e intenta contarlos al mismo tiempo, pero se confunde) *no*. (Los cuenta dos veces, tocándolos cuando ya están sobre la mesa) *siete*. (Sesión 4)

*Estrategias de alineación de los objetos* (señalar caminos o figuras). Requieren estrategias de dibujado de líneas o caminos, que muchas veces pueden resultar obvios, por la distribución de los elementos de la colección, pero otras veces no. Algunos son: señalar un camino (o línea) evidente; señalar un camino (o línea) individualmente, por ejemplo, cuando no hay un camino fácilmente reconocible los niños pueden dibujar pequeños agrupamientos, tratar de seguir una línea circular en forma de caracol hacia adentro (Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974), o una línea en zig-zag. Los ejemplos que presentamos sobre estas estrategias son:

SI: (**8 platos**) (Señala con su dedo cada plato como dibujando un círculo. Los cuenta en voz baja. El plato del centro no lo toca, pero sí le asigna una etiqueta) *Once*

	5	6
4	11	7
3	2	1

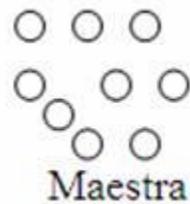
NY: (Señala el plato que no tocó Silverio).

M: *... se las pides a Luis. Pídeselas a Luis, las cucharas que necesitas.*

SI: (Vuelve a acomodar los platos de dos en dos y a contarlos). (Sesión 3)



En la sesión 2 la maestra distribuyó los platos en una organización que fue modificada por Stéfani, para facilitar el conteo.



### *Estrategias mixtas:*

GE: (Cuenta los platos al mismo tiempo que los desapila y después los vuelve a contar) *siete*. (Sesión 4)

- *La descomposición aditiva*

La descomposición aditiva, que supusimos aparecería como un recurso útil para los niños que no dominan la serie numérica, fue utilizada solamente por Silverio y desapareció rápidamente en este juego como procedimiento explícito, posiblemente por la validación que se hizo del conteo. Únicamente vimos, en el ejemplo de estrategias de alineación de los objetos, un esbozo de ésta cuando Silverio intentaba dar una configuración a ocho platos (en dos hileras, como dos “cuatros” del dado), que pudiera darle seguridad de la cantidad. En la sesión 4, no apareció como procedimiento sino cuando el niño trataba de explicar a la maestra cómo se dio cuenta de que el emisor le dictó un número equivocado (cinco en lugar de seis), cuando dijo “porque son cuatro y dos” mostrando las subcolecciones de platos.

- *Ejemplos de mayor dominio del conteo*

En el juego 3 (sesión 5) hubo algunos factores que propiciaron que los niños contaran varias veces y lo hicieran de maneras diversas. Uno de éstos fue el tiempo y otro fue el uso de colecciones dibujadas en un papel, con una configuración fácil de contar. Este último factor favoreció la ejercitación de un procedimiento que empezaba a utilizar Dayna (DA) desde el juego anterior: el conteo por agrupamientos. La maestra entregó a Dayna hojas con once y con catorce perros (figura 13). Dayna después de conocer la cantidad de perros que tenía, intentó algo un poco más complicado. Realizó un conteo por agrupamientos, de tres y cuatro perros,

respectivamente[16]. Veamos algunos extractos del proceso que siguió mientras sus compañeros contaban una y otra vez sus perros:

DA: (Sin escuchar lo que le dice Luis, cuenta agrupando) *tres y tres... seis, dos* (tocando las dos primeras líneas)... *tres* (tocando los siguientes 3 perros)... *nueve... diez, once*.

Una vez que se sintió segura de lo que estaba haciendo lo mostró:

DA: Tres (señalando los tres perros que más o menos forman una línea horizontal arriba de su hoja). Mira (dice a O1) Tres... y otros tres, seis y otros tres... nueve y otros... A ver... un, dos tres... seis... nueve... diez y once. ¿Viste?

Cuando la maestra le dio una hoja con catorce perros, Dayna intentó hacer lo mismo localizando grupos de perros que se pudieran contar juntos:

DA: Uno, dos, tres, cuatro... cinco, seis, siete, ocho... nueve, diez, once, doce... trece, catorce. (Los va contando por renglones) Cuatro y cuatro... cuatro y cuatro... ocho y otros cuatro... (cuenta en voz baja) nueve, diez, once... doce, trece, catorce. Son catorce.

Puede identificarse en estos ensayos de Dayna el germen de una estrategia de conteo que precede a otras nociones: la suma, la multiplicación, el sistema decimal de numeración (Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974).

### 3.3 Comentarios

El juego de comunicación oral funcionó bien: las consignas fueron claras, casi todos los niños hicieron intentos por llegar a la meta y supieron cuándo lo habían logrado y cuando no, las situaciones propiciaron, además, numerosas interacciones entre los niños.

El procedimiento que tendió a prevalecer fue el conteo, posiblemente debido a que la maestra validó su uso, desde el principio y de manera exclusiva. Esta validación tuvo el efecto positivo de impulsar a los niños a recurrir al conteo, pero también pudo tener el efecto no deseado de inhibir otros procedimientos que hubieran permitido abordar la tarea a los niños que aún no tenían un dominio mínimo de dicho recurso. Por ejemplo, Silverio mostró, una vez, poder recurrir a la descomposición aditiva (la cantidad se descompone en pequeñas cantidades susceptibles de ser cuantificadas), pero no volvió a hacerlo más. Una mayor valoración de la descomposición

aditiva por la maestra, posiblemente hubiera permitido un mejor desempeño no solamente a Silverio sino a los otros niños que aún no dominaban el conteo.

Con respecto al conteo, pudieron apreciarse algunos avances a lo largo de las tres sesiones. Los más visibles fueron en las estrategias de enumeración, otros fueron: la incorporación inicial de algunos gestos ligados al acto de contar (recitar números en orden, repetir el último número pronunciado), pero aún sin integrarlos en el acto de conteo, en los alumnos con más dificultad.

El análisis de las resoluciones de los alumnos permitió destacar diferencias relevantes entre la tarea del emisor y la tarea del receptor, desde dos puntos de vista:

- Realizar con éxito el papel de receptor, esto es, construir una colección a partir de un número dado, parece requerir haber desarrollado la noción de cardinalidad, mientras que esta exigencia no ocurre, necesariamente, respecto del conteo de la colección que hace el emisor (O2).
- El éxito con más consistencia en el conteo como emisor que como receptor, en la situación de platos y cucharas, responde a un problema muy diferente y menos profundo: la enumeración se facilita en el caso del receptor.

Por otra parte, a lo largo de estas primeras sesiones, se pusieron de manifiesto numerosas dificultades relativas al tamaño del grupo, a las formas de organización de los equipos, a las formas de distribución de los niños con más dificultades y a los aspectos a considerar en los momentos de recapitulación. Estas dificultades son relevantes desde el punto de vista de la búsqueda de las condiciones que permitan utilizar situaciones didácticas como las que aquí se estudian, en un grupo de preescolar. En las partes siguientes de la secuencia, se siguieron buscando alternativas para mejorar dichas condiciones. En las conclusiones finales, se hará un comentario amplio sobre las mismas.

- 
- [1] Los niños que no jugaron en la sesión observada lo hicieron en otro momento con su maestra.
- [2] En la ficha entregada a la educadora se sugirió destacar algunos procedimientos no exitosos como: errores en el conteo por desconocimiento de la serie, dificultades para interpretar el número.
- [3] Los procedimientos que los niños utilizaron en los juegos de comunicación oral (2 y 3) se analizan juntos en el apartado 3.2, después de presentar las condiciones didácticas del último.
- [4] Debido a que el juego sería individual, se decidió proponer un rango numérico más amplio a los niños que iban mostrando mayor dominio del conteo. No se consideró, sin embargo, que la variante "objetos gráficos" implicaba ya un mayor nivel de dificultad desde el punto de vista de la enumeración.
- [5] Esto se pensó para que los niños no hicieran su pedido viendo la colección. Suple la lejanía del depósito de cucharas en los juegos anteriores.
- [6] Los niños contaban cada quien en voz alta, interrumpiendo el conteo de los otros.
- [7] La observadora de esa mesa, ante la dificultad que impuso el conteo de cuatro niños al mismo tiempo, sugirió a los niños seguir turnos para poder contar. Sin embargo, la maestra llegó antes de que dos de los niños tuvieran su turno de contar.
- [8] Esta ayuda fue sugerida en la ficha, en el caso de que los niños no encontraran alguna forma de marcar los objetos.
- [9] Este grupo resulta interesante pero difícil de comprender por las respuestas erráticas de los niños. Parecería que sólo han aprendido en "forma" el conteo, pero no lo utilizan aún para obtener un cardinal.
- [10] Se incluye la sesión 2, en la que el juego de auto comunicación se transformó en un juego de comunicación oral. En la tabla III del anexo se presentan los procedimientos específicos que utilizó cada niño en cada papel (emisor, receptor), en las mismas sesiones.
- [11] La mayoría de las veces enumera los objetos de la colección en silencio y dicta la etiqueta "cinco". Es probable que sea una etiqueta de preferencia para Juan Manuel, por ser conocida. Cuando se le pregunta directamente cuántos pidió, entonces Juan Manuel responde con el recitado de la serie aunado a la enumeración.
- [12] En sesiones posteriores veremos que incluso el hecho de que el emisor repita el último número pronunciado, por ejemplo "uno, dos, tres, cuatro, cinco... cinco cucharas" no es garantía de que se haya apropiado de la noción de cardinal.
- [13] *Separación* en Baroody (1988/1997).
- [14] Esto puede observarse en la tabla III del anexo.
- [15] Un error de correspondencia temporal etiqueta-objeto aparece cuando el niño no coordina el acto de correspondencia del objeto que considera con la asignación de una etiqueta, por ejemplo: dice más de una etiqueta cuando considera un objeto, considera un objeto señalándolo sin asignarle etiqueta, las etiquetas no corresponden a los señalamientos de los objetos que hace (Fuson, 1988, p. 66-67).
- [16] La distribución de los perros en las dos hojas se prestaba para hacerlo así.

## SITUACIONES DE COMUNICACIÓN GRÁFICA. JUEGOS 4, 5, 6 Y 7.

En este capítulo presentamos los resultados de los juegos de comunicación gráfica, realizados de la sesión 6 a la 11.

### 4.1 Juego 4

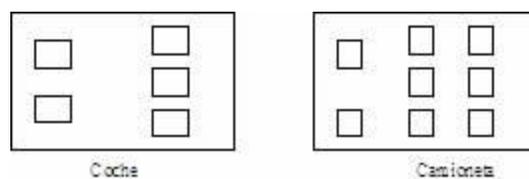
La variante principal que caracteriza a este juego es la siguiente: la educadora pide a los emisores que, esta vez, soliciten por carta [1] su pedido a los receptores. El rango de números vuelve a ser de 4 a 10. El juego busca favorecer el desarrollo de representaciones gráficas de la cantidad (sesiones 6 y 7)

Otras de las variantes que se introducen son:

- La sustitución del contexto de platos y cucharas por transportes: asientos y pasajeros [2].
- Los objetos de la colección a cuantificar por el niño emisor (los asientos) son gráficos y fijos.

Los transportes se representan en una hoja de papel tamaño carta (coches y camionetas), donde cada cuadrado representa un asiento (ver figura 15). Los pasajeros se representan con fichas. La colección para el receptor continúa teniendo las mismas características que en las sesiones anteriores (una charola con fichas). Las colecciones gráficas introducen una dificultad al juego con respecto a la enumeración por la imposibilidad de mover los elementos. Sin embargo, la configuración en la que se presentaron los asientos podía sugerir estrategias por alineación.

**Figura 15**



#### 4.1.1 Condiciones didácticas

## La organización.

La organización espacial y el tamaño del grupo fueron los mismos que en el juego anterior (figura 12 del apartado 3.1.1) no así la distribución de los niños con más dificultades: en estas sesiones se formaron parejas de niños (emisores y receptores) procurando que hubiera un niño con dificultades al lado de otro que utilizara el conteo sin dificultad. Esta distribución funcionó mucho mejor que las anteriores: los niños con dificultad recibieron con frecuencia ayudas de sus compañeros.

Por otra parte, debido a que en la primera sesión de este juego (sesión 6) se observó que la elaboración de mensajes gráficos fue muy tardada, en la segunda sesión (sesión 7) se dispuso que dos emisores responsables de la tarea (uno de cada equipo) elaboraran su mensaje al mismo tiempo. La entrega del pedido, en cambio, se siguió haciendo una a la vez: la maestra entregó primero un mensaje y la charola con fichas a los receptores de un equipo, esperó a que lo contestaran y después entregó el siguiente. Esta modalidad agilizó un poco el juego, pero aún no lo suficiente. Los tiempos de espera siguieron siendo largos y los niños tendieron a perder la atención.

## Las consignas.

En la sesión 6, después de organizar las parejas, la maestra dio la consigna e hizo una demostración de cómo debían quedar los transportes, con un pasajero (ficha) en cada asiento.

M: Les voy a explicar... A los niños de acá les voy a dar unas hojas que van a ser como si fuera un coche o una camioneta (señala a los niños emisores). Estos son los coches y estas son las camionetas (muestra unas hojas que tienen dibujados cuadros, que representan asientos). Estos chiquitos van a tener las hojas. Por ejemplo, le voy a dar una a Ángel, le voy a dar una a Luis (les da las hojas). Y a los niños de acá del otro lado, les voy a dar unas fichas (enseña las fichas). Estas fichas van a representar a los pasajeros, entonces ellos les tienen que pedir los pasajeros que necesiten para que su autobús o su coche se pueda ir de paseo. Fíjense cómo les tiene que quedar: esto es un ejemplo (entrega una hoja a Luis). Acomoda a los pasajeros en cada asiento (le entrega cinco fichas).

LU: Uno, dos, tres, cuatro y cinco (cuenta mientras acomoda las fichas, una en cada cuadro).

La maestra, al concentrarse en aclarar a los niños cómo debían colocar los pasajeros en las hojas de los transportes, olvidó señalar en la consigna la variante de comunicación escrita. La primera jugada se realizó de la misma manera que el juego 2: con un mensaje oral. Terminando la jugada, una de las observadoras entregó a la

maestra las hojas blancas para los mensajes gráficos. Al verlos, ésta agregó la parte de la consigna que había omitido:

M: A ver, atención. Se me olvidó algo, ¿qué creen?

Na: ¿Qué?

M: Que ahora, para pedir vamos a mandar un recado, un mensaje...

No: No, no, no.

M: Escúchame, vas a escribir aquí el mensaje (entrega una hoja en blanco). Yo voy a ser el cartero. Yo voy a llevar el mensaje del recado, que escriba Luis, de los pasajeros que necesita y yo se lo voy a entregar a Martín. Entonces aquí vas a hacer tu mensaje (dice a Luis), tu recado de los pasajeros que necesitas... para que yo vaya a entregar tu carta.

En la sesión 7, la maestra dio por sentado que la consigna era la misma que en la sesión anterior y sólo indicó brevemente lo que debían hacer los niños que eran elegidos para jugar primero.

### Otras interacciones

#### ▪ En la sesión 6

Para ejemplificar el juego, la maestra eligió a un niño (LU) que había mostrado cierta dificultad para utilizar el conteo. Frente a la dificultad para decidir qué hacer, su pareja de mesa (emisora) comenzó a darle ayudas:

(6 asientos)

DA: *Fíjate... cuentas estos cuadritos...*

LU: *Ya lo sé...* (dice en el oído a la niña que le está explicando).

M: *Está bien que te explique, ella te puede ayudar, hijo. A ver síguele explicando Dayna.*

DA: *Si... cuentas los cuadritos y si ves cuántos cuadros hay, aquí pones el número, para que se lo lleven a Martín y te dé las cucharas necesarias...*

M: *Pasajeros...*

DA: *Ajá.*

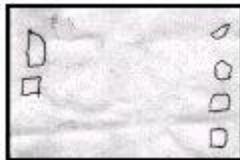
LU: (Dice algo al oído a Dayna).

DA: *Nomás cuéntalos... y ponle palitos...*

LU: Sí, ya lo sé (dice en secreto).

M: *Pues hazlo.*

LU: (Dibuja los cuadros de los asientos, tal como aparecen en el modelo del coche, lo hace copiando uno por uno).



DA: (Va contando los cuadros que Luis dibuja) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis.* (Algunos niños se levantan de sus lugares para ver qué es lo que escribe, pero cuando la maestra los ve, se vuelven a sentar).

Dayna (DA) dijo exactamente lo que se esperaba que todos los niños pudieran llegar a hacer: escribir un número, sin embargo era probable que Luis no supiera escribir ese número, limitación que seguramente varios niños más compartían. No obstante, como había ocurrido ya en varias ocasiones, los niños demostraron saber cómo ayudar: Dayna le dio a Luis otra opción con la que él y otros niños podían tener éxito ("cuéntalos y ponle palitos"). Finalmente, Luis utilizó un tercer tipo de mensaje que también le permitía comunicar la cantidad de pasajeros: copió el modelo del coche en su hoja, haciendo una correspondencia biunívoca entre el asiento del modelo y el que iba dibujando. Como se verá más adelante, esta primera jugada tuvo cierta influencia en el tipo de mensajes que los niños produjeron en la primera sesión de este juego (sesión 6).

Por otra parte, la validación que la maestra hizo de la ayuda ofrecida por Dayna constituye un ejemplo del interés de la maestra por favorecer la colaboración entre los niños, interés que se reflejó en las frecuentes interacciones de este tipo entre los niños a lo largo de los juegos.

*La verificación y la recapitulación de los procedimientos y errores.* En los momentos de verificar (cuando se ponen los pasajeros sobre los transportes) fue notable que, una vez más, la responsabilidad del fracaso tendió a ser atribuida a los niños con más dificultad, aunque en este juego los niños que dominaban el conteo también cometieron errores, principalmente de enumeración.

Cuando terminó la primera ronda del juego (4 jugadas), la maestra llevó a cabo un momento de recapitulación en el que aprovechó la variedad de procedimientos usados hasta ese momento y pidió a los niños que buscaran una forma más rápida y más fácil de hacer su mensaje[3]. Las respuestas fueron diversas, algunas sugerencias de los niños fueron: "con mucha fuerza", "con letras", "con nombres", "con bolitas", "haciendo los números". Esta última se repitió varias veces, pero como la maestra no mostraba estar conforme, los niños fueron buscando otras opciones. La maestra interrumpió la conversación y la retomó al final de la sesión. En ese momento llamó a todos los niños para que se sentaran en el piso cerca de ella. Mostró a los niños tres tipos de mensajes distintos: uno con círculos, otro con "asientos" y otro con números. Les pidió, entonces, que dijeran en qué se parecían, a lo que una niña respondió diciendo el tipo de objeto dibujado en cada uno ("bolitas", "cuadrados", "números"). La maestra entonces mostró un modelo de coche con cuatro asientos,

asegurándose que todos o casi todos podrían reconocer la cantidad o bien contar rápidamente los asientos[4].

M: A ver, por ejemplo, miren este coche que traigo aquí. ¿Ya vieron este coche?...¿Y ya vieron los asientos que lleva este coche?

Na: Sí, cuatro.

M: Y aquí... entonces... pero cómo lo podremos hacer rápido, para escribir que necesito... (varios niños hablan a la vez) que necesito cuatro pasajeros? A ver, Gerardo.

(Varios niños hablan al mismo tiempo. Un niño alza su mano mostrando cuatro dedos).

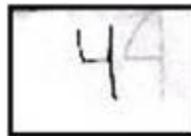
MF: Poniendo el número cuatro.

M: ¡Ay, Fernanda! Escuchen lo que me dijo Fernanda es muy interesante, fíjense. ¿Ya vieron? Yo necesito cuatro pasajeros ¿verdad? Y María Fernanda ¿qué me dijiste? ¿cómo lo puedo hacer más rápido?

MF: Poniendo un cuatro.

M: A ver, ¿me lo podrías hacer en este papelito, por atrás? ...hazlo aquí para que se den cuenta los niños (entrega el papel a María Fernanda). A ver, fíjense lo que va a hacer Fernanda a ver si eso nos ayuda.

MF: (Escribe)



M: A ver ¿qué escribió aquí Fernanda?

Ns: Cuatro.

M: A ver, enséñenmelo con sus dedos. Lo que dice aquí enséñenmelo con sus dedos.

Ns: (Enseñan cuatro dedos)

M: (Les muestra varios tipos de mensajes, incluido el "4", y les pregunta cuál sería más fácil de hacer)

MF: (Señala la escritura del cuatro)

(Algunos niños y niñas observan y otros comienzan a jugar).

M: Entonces, ¿esta podría ser una forma más fácil de escribir un mensaje de lo que necesito?

Ns: Sí

M: ¿Sería más fácil que estos otros mensajes?

Ns: Sí (pocos niños).

M: ¿Cuál sería más fácil de hacer y rápido?

Ns: Ésta (señalan el cuatro).

M: Bueno, pues ya tenemos otra opción para poder jugar nuestros juegos. ¿Se van a acordar?

Ns: Sí.

Con esta intervención, la maestra validó un procedimiento que en esta primera sesión no apareció espontáneamente en el juego, sino en la recapitulación y más bien propiciado por sus preguntas. De manera que, aunque ella se expresó sobre este nuevo procedimiento como "otra opción para poder jugar", los niños, lo interpretaron

como lo que esperaba de ellos la maestra. Esto se reflejará claramente en la sesión siguiente.

Al terminar la sesión, la maestra llamó a los niños con más dificultades para asegurarse de que hubieran entendido cómo podían hacer su pedido utilizando un número.

M: ¿Ya vieron mi coche? Yo necesito estos pasajeros.¿Ya vieron los asientos que hay en mi coche? (acerca el coche para que cuenten los asientos)

DI: Uno, dos, tres, cinco.

LU: Uno, dos, tres, cuatro.

JM: uno, cuatro, diez, once

ST: (No quiere hablar).

NY: Uno, dos, tres, cuatro.

(...)

M: ¿Sabes qué es esto Luis, tú Juan? (Pregunta a todos los niños si saben lo que es el número 4).

JM: (Asiente, pero no dice nada. Finalmente dice que no).

NY: (No lo conoce).

ST: Un cuatro.

Puede verse que, si bien la maestra validó el número escrito, varios niños tenían aún dificultades anteriores, como el conteo mismo. No obstante, para ellos, como veremos, la posibilidad de enviar ahora el mensaje en papel, ofrece una alternativa.

- *En la sesión 7*

Al parecer el procedimiento resaltado (utilización de un solo número) que surgió de la recapitulación hecha al final de la sesión 6, determinó en gran medida el tipo de procedimientos que aparecieron en esta sesión. La frecuencia de los mensajes que incluyen números aumentó notablemente. De cuatro mensajes con la serie numerada de la sesión anterior, aparecieron en ésta doce mensajes con números y sólo cuatro con colecciones gráficas intermedias. El contrato didáctico implícito en el grupo, una vez más, inclinó el desempeño del grupo, hacia lo que la maestra validaba, aunque no al grado de que los procedimientos alternativos quedaban excluidos. Puede suponerse que quienes asumieron la expectativa de la maestra en este juego (cinco niños) fueron quienes ya podían usar el recurso demandado. El siguiente extracto es un ejemplo de la aprobación que buscaron los niños, recordando que el número era el procedimiento que la maestra consideraba como el "más rápido y fácil" de escribir. Mientras la maestra llevaba el mensaje a la pareja receptora del equipo en turno, mostraba al grupo el mensaje que el emisor había elaborado, diciendo siempre el nombre del niño que lo produjo.

MN: **(9 asientos)** (Cuenta los asientos tocándolos con el lápiz y le dice a la maestra) *nueve* (después escribe un 9 invertido).

M: (Mientras Andrea lleva las fichas) *Y aquí está el mensaje que hizo Martín para que Andrea le pudiera entregar los pasajeros.*

IV: *Es más rápido* (se refiere al mensaje).

M: *¿Es más rápido Ivanova?... el mensaje que escribió Martín para Andrea... (lo muestra a los demás niños) ¿Ganaron o perdieron?*

Aunque esta sesión fue un poco más ágil que la anterior, también resultó cansada para los niños. Se pudo ver que el juego mismo ya empezaba a sentirse monótono. A la mitad de la sesión, la maestra tuvo que buscar la atención del grupo, cantando una canción. Esta situación afectó a los momentos de verificación en los que eran sólo unos cuantos niños (generalmente los niños que sabían utilizar el número con éxito) los que participaban.

*La verificación y la recapitulación de los procedimientos y errores.* En la sesión 7, al igual que en las sesiones anteriores, la maestra se detuvo a recapitular los procedimientos, cada vez que un equipo perdía. Los niños que no eran del equipo en turno, pero que seguían el juego (dos o tres solamente y siempre los mismos) normalmente podían reconocer las razones del fracaso.

ST: (Escribe un mensaje con la serie del 1 al 4, para cuatro asientos).

DI: (Ve el mensaje y empieza a tomar fichas, sin contarlas. Toma muchas fichas. Las lleva al autobús).

Na: *Perdieron.*

M: *¿Qué pasó?*

Na: *No las contó bien Diego...*

Na2: *Porque trajo muchas.*

M: *¿Y ya vieron el mensaje?*

No: *Eran cuatro.*

M: *¿Viste el mensaje que te mandó Stefi, Diego? ¿Entiendes este mensaje o no lo entiendes?*

DI: (Asiente).

M: *¿Qué dice el mensaje?... ¿Sabes qué dice?*

DI: *No.*

M: *¿No le entiendes?*

DI: *No.*

IV: *Dice cuatro.*

Además de estar interesada en que los niños vieran quien había cometido el error, la maestra se detuvo, con dos de los niños que habían mostrado dificultades, para conocer si, como receptores, habían podido interpretar el mensaje.

Otros dos errores que la maestra destacó fueron casos en los que éstos se corrigieron sobre la marcha o no afectaron al resultado. En el primer caso, Silverio interpretó un mensaje con seis asientos tomando seis pasajeros, pero, al acercarse a la mesa del

emisor, se dio cuenta que sólo había cinco asientos en el transporte y decidió regresar una ficha. Aunque la maestra se dio cuenta de esto, decidió resaltar la incongruencia entre el mensaje ("seis") y la colección de pasajeros (5) y no el incumplimiento de una de las reglas del juego (*en un solo viaje*). Pero, para Silverio, lo importante para ganar no era que el mensaje coincidiera con el pedido, sino que éste último coincidiera con los asientos del "coche".

Ns: Ganaron

M: Pero yo me di cuenta de una cosa... ¿Ven el mensaje de Juan Manuel, que mandó? (muestra el mensaje) ¿Qué dice aquí, a ver?

Na: Seis.

M: Ya vieron que dice aquí (enseña a otros niños).

Ns: Seis

SI: No, no, son cinco.

M: Pero mira el mensaje que te escribió Juan Manuel... (permite que Silverio los cuente) Entonces ¿qué pasó Silverio? ¿Qué pasó en este mensaje?

Na: Es que Juan se equivocó.

M: Juan Manuel se equivocó ¿por qué?

Na2: Porque no las contó bien.

M: Silverio ¿qué hizo?

Na: Trajo cinco.

M: De todos modos ¿qué pasó en el juego?

Na: Perdieron.

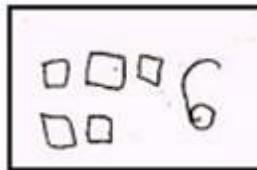
M: ¿Eso es igual a lo que hizo Juan? ¿es igual al mensaje?

SI: No, no es igual.

M: No es igual ¿verdad?... siéntense en sus lugares.

SI: (Al regresar a su lugar) ¡Yo gané!, no, no lo agarres (dice a su compañera de mesa, que juega con las fichas).

El segundo caso, singular, también concernió a Silverio, esta vez como emisor: Silverio cuantificó una colección original de seis asientos y elaboró un mensaje mixto: además del número (6) dibujó la colección de asientos, pero, en vez de dibujar seis, solo hizo cinco. Es probable que para Silverio no importara que estuviera la colección completa, pero sí estuviera representado el número[5]. En todo caso, Luis (LU), el niño receptor de este mensaje, interpretó el 6, sin considerar la colección y el equipo ganó.



Silverio

Como en el caso anterior, la maestra intentó que el grupo identificara el error del mensaje, pues sabía que podía interpretarse contando los asientos y numeral como

un elemento más, sin embargo, esto no sucedió, para los niños lo único que era evidente era que el equipo había ganado pues no faltaban ni sobraban pasajeros.

Al final del juego no hubo una revisión de la puntuación de los equipos para saber cuál había ganado. Sin embargo, el hecho de que hubiera equipos compitiendo fue algo que había quedado desdibujado desde el inicio de la sesión.

#### 4.1.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

A partir de este juego vamos a distinguir dos aspectos en los procedimientos utilizados por los niños. Presentaremos primero los tipos de mensajes gráficos producidos y posteriormente analizaremos los recursos que los niños utilizaron para elaborar e interpretar dichos mensajes.

##### Mensajes gráficos

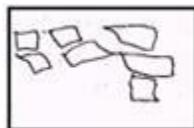
Distinguiremos dos tipos de mensajes gráficos elaborados por los niños: los que contienen una colección gráfica intermedia y los que contienen numerales. A su vez, cada uno de estos tipos presenta variantes.

*Colección gráfica intermedia.* Consiste en la reproducción de la colección, con éxito o sin éxito [6]. Se identificaron tres variantes de este tipo de mensaje:

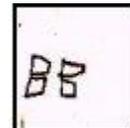
- Copia del modelo. Contiene una copia del modelo del "coche" dado por la maestra, conservando la organización espacial de los asientos. El primer ejemplo (Luis, S6) fue realizado utilizando toda la hoja, en el segundo y tercero (Silverio, S6 y Nayeli, S7), en cambio, se respetó la posición de los asientos pero los niños los ubicaron todos en la parte superior izquierda de su hoja [7]. Para realizar este tipo de mensajes basta con realizar una correspondencia uno a uno, o bien, reconocer perceptualmente las cantidades por hilera y copiarlas.



Luis (6)(S6)



Silverio (7) (S6)



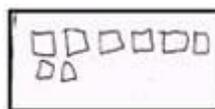
Nayeli (4) (S7)

El número que está entre paréntesis indica la cantidad de la colección base, seguido de la referencia a la sesión en que fue escrito el mensaje (S6 para la sesión 6 y S7 para la sesión 7).

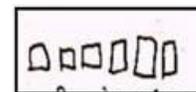
- Colección gráfica intermedia con asientos. Los niños reproducen la colección de asientos pero no en la configuración espacial del modelo. Alinean los asientos en la parte superior de la hoja 8 (la mayoría siguiendo la direccionalidad de la escritura convencional). Este tipo de mensaje se realizó por medio de una correspondencia entre los asientos del modelo y los asientos dibujados, o bien, contando los asientos del modelo y después dibujando la misma cantidad. Hay casos especiales como el mensaje de Juan Manuel, que se analizará más tarde.



María Fernanda (7)(S6)

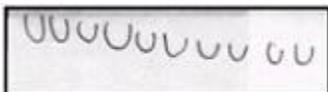


Andrea (7) (S6)



J. Manuel (4)(S7)

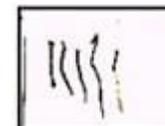
- Colección gráfica intermedia con grafías simplificadas. Los niños reproducen una colección equipotente con elementos distintos a los asientos o a los pasajeros. Por lo general se trata de grafías más simples, muchas veces unidades gráficas del sistema de escritura. Este tipo de mensaje fue menos frecuente: solamente dos en cada sesión:



Yoselín (10) (S6)



Andrea (9) (S7)



Diego (5) (S7)

La mayor parte de los niños que hicieron colecciones de asientos y de grafías simplificadas empezaron sus trazos en el extremo superior izquierdo y bajaron al renglón siguiente cuando no les cabía el mensaje en una sola línea (como el caso de Andrea) adoptando así algunos rasgos de la escritura convencional.

Por otra parte, es probable que el menor número de mensajes con grafías simplificadas, en comparación con el de mensajes con la copia de los asientos, se deba a que los asientos eran muy fáciles de representar. En ese sentido, la decisión de usar

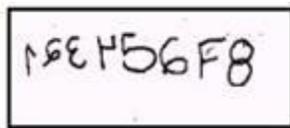
este contexto y no figuras más elaboradas, no fue la más adecuada, si lo que se pretendía era favorecer que los niños simplificaran sus grafías.

Finalmente, se puede observar que los niños que hacen mensajes del tipo "copia del modelo" y "colección gráfica intermedia con asientos", eligieron representar los asientos y no los pasajeros que necesitaban. Uno de los factores, que pudo influir en este hecho es el que se señaló antes, la facilidad con la que se copian los asientos. No obstante, cabe preguntarse si estos niños representan los asientos con la convicción de que dicha representación servirá al receptor para determinar la cantidad de fichas que necesitaba, o bien, si pierden de vista que su dibujo es un mensaje para los receptores[8].

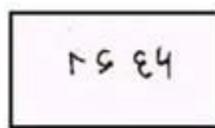
*Uso de numerales.* También en este caso aparecieron tres modalidades.

Serie de números. Algunos niños hicieron su mensaje escribiendo la serie numérica del uno hasta el número que solicitaban. Aunque la serie de números puede funcionar también como colección gráfica intermedia, decidimos ubicar este tipo de mensajes en esta categoría por implicar un conocimiento de los numerales y porque no siempre fueran utilizados como colección intermedia.

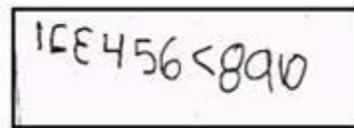
En varios de los ejemplos que se presentan se pueden ver algunas inversiones de los numerales, rasgo común en los niños que se están apropiando de la escritura de números y letras[9]. Stéfani, por ejemplo, invirtió la dirección del 4 en una de sus producciones, pero no en la otra.



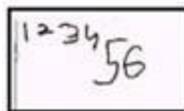
Stéfani (8) (S6)



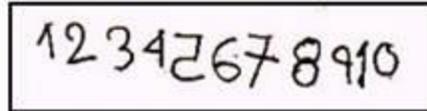
Stéfani (4) (S7)



Ivanova (10) (S6)



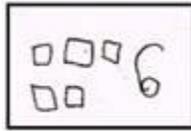
Gerardo (6) (S7)



María Fernanda (10) (S7)

- Mixto. Este tipo de mensaje incluye además de la colección gráfica el numeral que la representa. Se encontró solamente un caso en la sesión 7. Silverio dibujó cinco

asientos y escribió el numeral 6 para solicitar seis pasajeros[10]. Es probable que la necesidad de dibujar los asientos no estuviera dada por tener una colección equipotente presente, sino más bien por la necesidad de expresar la pluralidad. Más adelante veremos otros ejemplos, que parecen confirmar esta idea.



Silverio (6) (S7)

- Finalmente, un solo número[11].



Ernesto (8) Ivanova (8) Luis (7) Dayna (11) Martín (9)

En la tabla 3 se presenta el tipo de mensaje utilizado por cada niño en las dos sesiones de este juego (sesiones 6 y 7). Los niños están agrupados de dos en dos, tal y como se conformaron las parejas de mesa en la sesión 6, empezando por el que participó primero. Esto permite ver la influencia que para algunos niños tuvieron las producciones de sus parejas en su propia producción (ER-NY, IV-ST, AN-JM). Por ejemplo, Nayeli (NY), gracias al ejemplo que le ofreció Ernesto (ER) quien realizó una colección intermedia con asientos, pudo hacer lo mismo, encontrando por primera vez una forma de representar la cantidad. El caso de Juan Manuel (JM) fue distinto: imitó el tipo de producción de Andrea (AN) (colección intermedia de asientos), pero no supo cómo controlar la cantidad, probablemente porque su compañera utilizó el conteo para su producción.

Como ya se anticipó, se puede observar también que la mayoría de los mensajes elaborados en la sesión 6 son del tipo "colección gráfica intermedia". Además, entre los pocos mensajes con numerales (DA, JU, IV y ST[12]), no hay ninguno con un solo número, ni siquiera el de Dayna, quien propuso este procedimiento cuando explicaba a Luis lo que podía hacer para resolver el juego (ver apartado 4.1, *otras interacciones*). En cambio, en la sesión 7 los mensajes numéricos fueron mucho más frecuentes, y también la utilización de un solo número. Como se vio, algunos de estos cambios pudieron estar influidos por dos sucesos ocurridos en la sesión 6: por una

parte, el primer mensaje que se produjo y se utilizó para ejemplificar la situación, fue una colección gráfica intermedia y pudo haber dado idea a los niños de lo que se podía hacer, o quizá, de lo que se debía hacer. Por otra parte, al final de dicha sesión, la maestra validó fuertemente los mensajes numéricos y prácticamente indujo la aparición de un mensaje con un solo número.

Así, los tres niños (LU, ER, MN) que pasaron de la representación de una colección gráfica intermedia o copia del modelo en la sesión 6, al uso de un solo número en la sesión 7 estaban ya en condiciones de utilizar números desde la sesión 6.

Los demás cambios de procedimiento fueron menos abruptos: dos niños pasaron de una colección intermedia al uso de gráficas simplificadas (DI, AN); tres niños (MF, YO, GE) pasaron de la realización de colecciones intermedias a la formación de una colección de numerales (serie de números); dos niños (DA, IV) pasaron de la serie de números a un solo número. Finalmente, hubo niños que utilizaron el mismo tipo de mensaje en las dos sesiones (JM, JU, ST). En el apartado siguiente continuamos este análisis, considerando los recursos empleados para elaborar e interpretar los mensajes.

**Tabla 3. Mensajes gráficos del juego 4**

Niños	Colección gráfica intermedia			Uso de numerales		
	Copia del modelo	Asientos	Grafías simples	Serie de números	Mixto	Un solo número
AG	*			S7		
MF		S6		S7		
LU	S6					S7
DA				S6		S7
JU				S6, S7		
YO			S6	S7		
ER		S6				S7
NY	S7	S6				
DI		S6	S7			
GE			S6	S7		
SI	S6				S7	
MN		S6				S7
IV				S6		S7
ST				S6, S7		
AN		S6	S7			
JM		S6, S7				
<b>Total S6</b>		<b>11</b>			<b>5</b>	
<b>Total S7</b>		<b>4</b>			<b>12</b>	

**S6:** Sesión 6; **S7:** sesión 7

### Recursos para elaborar e interpretar los mensajes

Se identificaron cuatro tipos de desempeño global (considerando las resoluciones en los dos roles, el de emisor y el de receptor) en la comunicación gráfica[13]:

- G1: no pueden aún realizar ninguna de las dos tareas (cuantificar, interpretar).
- G2: logran cuantificar colecciones de pasajeros haciendo *colecciones intermedias*, e interpretar mensajes de ese mismo tipo con más dificultad, mediante correspondencias 1 a 1, *sin conteo*.
- G3: como los anteriores, elaboran e interpretan colecciones intermedias, o bien series de números, pero, a diferencia de aquellos, estos alumnos sí utilizan el conteo[14].
- G4: Logran elaborar mensajes que contienen *un solo número* mediante el conteo.

Estos tipos de desempeño guardan relaciones diversas con los que se identificaron en la comunicación oral. Por una parte, los alumnos que, en la comunicación oral, prácticamente no utilizaron el conteo para cuantificar colecciones (desempeño O1), tampoco lo utilizaron en la comunicación gráfica. No obstante, en esta última, una niña (NY) logró realizar con éxito por lo menos la tarea de emisora gracias a la posibilidad que tuvo ahora, y que no tenía en la comunicación oral, de hacer o de interpretar mensajes con colecciones intermedias, mediante correspondencias uno a uno (desempeño G2).

Por otra parte, los alumnos que, en la comunicación oral, mostraron cierto dominio del conteo en ambos papeles, aún con errores eventuales (O3 y O4), en la comunicación gráfica utilizaron este recurso de una de las siguientes dos maneras: crearon ellos también colecciones intermedias (de íconos, de gráficas simplificadas, o incluso de numerales) utilizando para ello el conteo (G3), o bien, escribieron e interpretaron mensajes con un solo número (G4).

Así, se registran algunos desfases entre los tipos de desempeño en la situación oral y en la gráfica, que ponen de manifiesto que estas dos situaciones no están jerarquizadas de manera estricta: el dominio en la comunicación oral mediante el conteo (O4) no se traduce siempre en el mejor desempeño en la comunicación gráfica

(G4), pues en esta última algunos alumnos mostraron necesidad de colecciones intermedias, o, más frecuentemente, de series numéricas (G3). Por otra parte, algunos de los alumnos que tuvieron grandes dificultades en la comunicación oral (O1 y O2), tuvieron ahora acceso al recurso de la colección intermedia para sustituir, o para apoyar su conteo aún deficiente (G2 ó G3).

### **Tipos de desempeño en los juegos de comunicación oral y gráfica.**

#### **Comunicación oral**

O1: no logran utilizar el conteo para cuantificar una colección, ni para interpretar un número oral.

O2: cuantifican mediante conteo, como emisores, pero no logran interpretar un número, como receptores.

O3 y O4: logran utilizar el conteo en ambos papeles, con dificultad (nivel 3), o sin dificultad (nivel 4).

#### **Comunicación gráfica**

G1: no pueden aún realizar ninguna de las dos tareas.

G2: logran cuantificar colecciones de pasajeros haciendo colecciones intermedias, e interpretar mensajes de ese mismo tipo, mediante correspondencias 1 a 1, sin conteo.

G3: como los anteriores, elaboran e interpretan colecciones intermedias, o bien series de números, pero, a diferencia de aquellos, estos alumnos sí utilizan el conteo

G4: Logran elaborar mensajes que contienen un solo número mediante el conteo.

En la tabla 4 se presentan los resultados por alumno en términos de los “tipos de desempeño global”. Se indica además el tipo de desempeño que fue dominante para cada alumno en los juego 2 y 3 (comunicación oral), lo que permite observar las relaciones señaladas anteriormente entre los tipos de desempeño en los juegos 2, 3 y 4. El detalle de los procedimientos de cada alumno[15] se presenta en la Tabla IV, en el anexo.

**Tabla 4: Tipos de desempeño en los Juegos 2,3 y 4**

Niños	Juego 2 y 3 Comunicación oral	Juego 4 Comunicación gráfica	
		Sesión 6	Sesión 7
JM	O 1	G 1	G 1
DI	O 1	G 1	G 1
NY	O 1	G 2	G 2
ST	O 2	G 3	G 3
AG	O 2	G 3	G 3
GE	O 4	G 3	G 3
MF	O 4	G 3	G 3
JU	O 4	G 3	G 3
SI	O 4	G 3	G 4
AN	O 4	G 3	G 4
YO	O 4	G 3	G 4
IV	O 4	G 3	G 4

DA	O 4	G 3	G 4
LU	O 3	G 3	G 4
MN	O 4	G 3	G 4
ER	O 4	G 3	G 4

A continuación se analizan aspectos más específicos de los procedimientos identificados.

#### Diferentes formas de utilizar la correspondencia biunívoca.

La correspondencia uno a uno fue muy utilizada en este juego debido a la posibilidad que abrió la comunicación gráfica. Se identificaron las siguientes modalidades de uso de este recurso:

- En sustitución del conteo, cuando éste no se domina. En este caso, tanto en el papel de emisor como en el de receptor, los niños ponían una grafía o tomaban una ficha por cada objeto señalado. Por ejemplo, Nayeli en el papel de emisora en ambas sesiones hizo mensajes de tipo "colección intermedia", copiando cada asiento, después de tocar el del modelo.

- En sustitución del conteo aún cuando éste se domina (porque posiblemente resulta más económico), o como apoyo al conteo. Éste fue el caso de Gerardo (GE) y de Ernesto (ER) en la sesión 6:

GE: **(10)** (Cuenta los asientos, señalándolos con su dedo. Comienza a dibujar bolitas sin ver el modelo del coche, para los primeros asientos. El resto lo hace, señalando con un dedo el cuadro de la hoja original y con la otra mano, va dibujando las bolitas en su mensaje. Al terminar le da el mensaje a la maestra, y vuelve a contar los asientos) Diez.

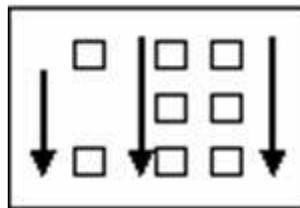
Ernesto, para escribir su mensaje, dibujó cada cuadro señalando el asiento del modelo primero. Mientras hacía esto, iba diciendo el número en voz baja. Dibujó diez cuadros (para diez asientos).



En el papel de receptores, algunos niños realizaron el conteo al mismo tiempo que veían el mensaje e iban tomando las fichas (DA, S6 y JU, S7).

Dificultades en la enumeración y en el conteo al elaborar e interpretar "colecciones intermedias" o "series numéricas".

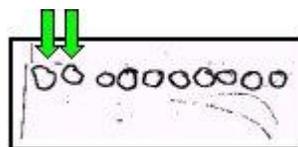
Los niños que hicieron mensajes de tipo "colección intermedia" utilizando el conteo, debían hacer un doble conteo: uno al cuantificar la colección de "asientos", otro, al elaborar el mensaje. El "arreglo rectangular" en la que se presentaron los asientos, facilitó la enumeración en el primer conteo, lo que dio origen a nuevas estrategias de enumeración por alineación. Por ejemplo, Ángel después de dos intentos fallidos por cuantificar horizontalmente, pues al llegar a la segunda línea no encontraba un primer elemento, decidió contar los asientos verticalmente.



Julio, en la sesión 6, contó los asientos del modelo en zig-zag, línea por línea. Después de contar los asientos de una línea, escribía los numerales correspondientes a ese fragmento de la serie nombrado (1, 2, 3), como haciendo una correspondencia entre asientos y numerales. Al escribir los numerales que correspondían a los tres asientos de la segunda línea, omitió el 4 y después, quizás observando que escribió dos numerales para tres asientos, rectificó:



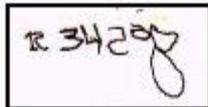
Para los receptores de mensajes con colecciones intermedias, el control de la cantidad de objetos gráficos del mensaje dio lugar a errores de enumeración frecuentes por el tamaño pequeño de los objetos y por la cercanía de unos con otros. Pocos niños implementaron alguna estrategia de enumeración más segura que la vista. Entre ellos se encuentra María Fernanda (MF), quien en los primeros juegos tuvo problemas para encontrar estrategias de enumeración efectivas y ahora logró contar, haciendo agrupamientos de dos en dos.



MF: (**10 figuras**) (Cuenta una por una las bolitas, pero tiene problemas porque son muchas y están muy juntas, así que usa dos dedos para contar, el índice y el medio) *uno, dos: dos; tres, cuatro; cinco, seis; siete, ocho; nueve, diez* (después toma diez fichas, todas del mismo color).

Los mensajes del tipo "serie numérica" en relación a la apropiación del principio de cardinalidad.

Varios investigadores han señalado que, en el proceso de aprender a utilizar los números para expresar cantidades, antes de utilizar un solo numeral los niños necesitan conservar la correspondencia uno a uno entre objetos y elementos (Sinclair, Siegrist y Sinclair, citados en: Pontecorvo, 1996; Hughes, 1987; Pontecorvo, 1996; Sastre y Moreno, 1999]. Entre los casos de escritura de la serie numérica que se identificaron en estas dos sesiones, en algunos, efectivamente, puede reconocerse la necesidad de mantener una correspondencia 1 a 1 entre objetos contados y grafías, tanto en el papel de emisores como de receptores (tipo de desempeño G2 y G3). Sin embargo, parece que éste no es el caso de todos los niños que utilizan la serie. Ángel, por ejemplo, en el papel de emisor, para expresar ocho asientos, escribe una serie numérica, pero omite el número 7.



AG: (**8 asientos**)(Escribe un mensaje con la serie del 1 al 8, omitiendo el 7) *iOcho!* (dice a Gerardo)

GE: (Sin escuchar lo que dice su compañero, cuenta los numerales y toma 7 fichas).

Esto podría indicar que Ángel (posiblemente al igual que otros niños) no se limitó a hacer una simple correspondencia 1 a 1 entre objetos y numerales, sino que contó bien los objetos y anticipó que la serie *debía llegar* al número ocho, pero mientras la escribía se distrajo y omitió el 7. Es probable que esta anticipación exprese una transición hacia la posibilidad de escribir un solo número. En la sesión 9 se encontró otro caso parecido que se analizará más tarde.

Se observaron también formas distintas de interpretar los mensajes con series numéricas: algunos alumnos interpretaron las series numéricas como una colección de grafías cualquiera: contaron los numerales, sin distinguirlos (G3), o incluso hicieron correspondencias entre los numerales y los objetos que debían tomar (G2). Otros, en cambio, parecieron considerar únicamente el último numeral de la serie, por ejemplo, Ivanova (IV) en la sesión 7, quien recibió un mensaje con la serie del 1 al 7, lo miró por un momento y contó del depósito siete fichas, sin volver a ver el mensaje (G4).

Otro aspecto que parece insuficientemente explicado en relación al uso de la serie numérica en la comunicación gráfica, es su relación con lo que sucede en la comunicación oral. Los procedimientos de los alumnos indican que el hecho de que necesiten escribir la serie en la comunicación gráfica, no obsta para que, en la comunicación oral, puedan comunicar una cantidad, como emisores y como receptores, con un solo número. Así lo manifiestan por lo menos los cuatro niños (GE, MF, JU, YO) que necesitaron escribir la serie numérica al elaborar su mensaje (G3), habiendo demostrado anteriormente, en el juego 2, que dominaban el conteo (O4). ¿Por qué en el nivel oral pueden comunicar una cantidad con un solo símbolo y en el gráfico no? En los estudios revisados en los que se hace referencia al principio de la cardinalidad (e.g., Gelman y Gallistell, 1986), no se comentan las posibles diferencias entre estas dos modalidades, la oral y la escrita, con respecto al principio de cardinalidad[16].

Finalmente, Kato, Kamii, Osaki y Nagahiro (2002) consideran que los niños que escriben la serie de números pueden estar representando con ella el conteo. Cabe hacer aquí una precisión: en el contexto de la situación "platos y cucharas", las representaciones de los niños tienen una finalidad dentro del juego: solicitar a un compañero una cantidad de objetos igual a la propia (nadie pide a los niños que representen lo que tienen, nadie hace frente a ellos un conteo). En este contexto, podría ocurrir que, efectivamente, las series numéricas elaboradas por los niños representaran su propio conteo, pero, en ese caso, la representación del conteo estaría finalizada, es decir, se haría, muy probablemente, con la intención de permitir a otro determinar una cantidad. El mismo gesto, representar un conteo, puede adquirir valencias distintas, dependiendo del contexto en el que aparece.

#### 4.2 Juego 5: con la tira de números

El juego se llevó a cabo en las sesiones 8 y 9. En este juego, se entregó a cada pareja de niños una tira de números del 1 al 12 para apoyar la elaboración e interpretación de mensajes (figura 16). La maestra les sugirió que procuraran utilizar un solo número en sus mensajes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

### Figura 16. Tira de números

En la sesión 9 se hizo un cambio al contexto: se entregaron a los niños hojas con dibujos de helados (entre cuatro y doce helados), para que solicitaran una cuchara por cada helado.

#### 4.2.1 Condiciones didácticas

La organización.

En la primera sesión de este juego (sesión 8) se decidió intentar que los 16 niños de la parte del grupo con la que se había estado trabajando, participaran simultáneamente. Varios motivos llevaron a esta decisión: la espera demasiado prolongada del turno para jugar en las organizaciones anteriores; la mayor soltura y dominio en la conducción demostrada por la maestra y, por último, la decisión de no pretender observar a cada equipo en cada jugada.

Se colocaron 8 mesas en las que los niños se sentaron por pares. Jugaron cuatro equipos de cuatro niños cada uno (dos emisores y dos receptores) (figura 17).

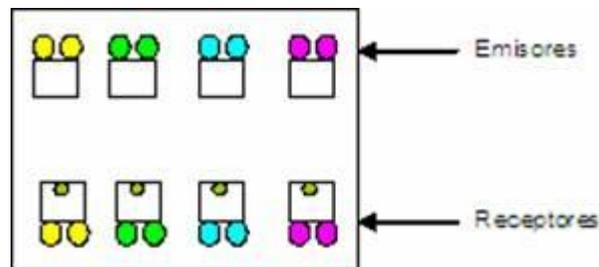


Figura 17

En la sesión siguiente, debido a que asistieron solamente 20 niños, considerando las dos partes del grupo, se decidió hacer el juego con cinco equipos de cuatro niños cada uno: dos emisores y dos receptores.

Cabe decir que, en los dos casos, la situación pudo llevarse a cabo sin dificultad y que, además, la dinámica mejoró notablemente al reducirse los tiempos de espera del turno para jugar.

Las parejas se conformaron como en la sesión 6, con un niño con dificultades y un niño que pudiera otorgarle ayudas, distribución que volvió a mostrar beneficios importantes.

### Las consignas.

En la sesión 8, antes de iniciar el juego, la maestra hizo una presentación de algunos de los usos que podían darle a la tira de números. Después, al dar la consigna del juego hizo explícita la meta de ocupar los asientos de los transportes, como la primera vez que jugaron con este tipo de material y no volvió a hacer mención de lo que era nuevo en el juego (el uso de la tira de números). Para la sesión 9, les hizo saber a los niños que el juego sería como el anterior, con el único cambio de los helados en vez de transportes.

### Otras interacciones

- *En la sesión 8.*

La maestra empezó la sesión con la revisión de dos tipos de mensajes de la sesión anterior: la serie de números del 1 al 8 y un 8, para después hacer la presentación de la tira de números (del 1 al 20) e invitar a su uso.

M: Y ¿cuál creen que es más rápido para hacer?

IV: El que nada más es un número.

M: Nada más escribir un número, ¿verdad?. Nada más escribir un ¿qué?

M: Un número... a ver... ¿saben lo que hay aquí? (señala la tira de números del 1 al 20 que está arriba del pizarrón).

M: Números... Stefi, ¿me podrías decir dónde está el número cuatro? Párate y señálalo.

ST: (Se acerca tímidamente y toca el 4).

M: A ver Silverio, ¿tú conoces los números?

SI: ¿Qué número?

M: ¿El seis?

SI: (Se acerca a tocar el 6).

M: A ver Andrea, ¿sabes dónde se encuentra el quince?

AN: (Se para y señala el 16).

M: A ver, vamos a ayudarle a Andrea. Ahí está tocando Andrea el ...¿qué número le dije?

Ns: Quince.

M: ¿Me ayudan a contar?

Ns: Sí.

AN: (Continúa tocando el 16).

M: (Toca el 1, después el 2, mientras los niños cuentan).

Ns: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ...quince (se detienen).

M: (Detiene su dedo en el 15 y voltea a ver a Andrea) ¿ya viste?

El error de Andrea al localizar un número (el 15) que está más allá del rango que habían trabajado hasta el momento[17], permitió a la maestra mostrar cómo podían usar la tira para localizar un número que no sabían escribir, recitando la serie numérica y haciendo una correspondencia con los numerales de la tira que estaba en el pizarrón.

Durante el juego, la maestra se percató de que varios de los niños no le daban un uso adecuado a la tira de números y en algunos casos, como en el de Ángel, prestó ayudas directas.

DA: (Escribe un "9")

AG: (Se queda observando la carta)

M: ¿Qué es lo que te está pidiendo, Ángel?, ¿qué es lo que te está pidiendo Dayna?

AG: Yo no me lo sé.

M: A ver, ¿a cuál se parece? (muestra la tira de números y el mensaje)

AG: Es que yo no sé.

M: A ver a ¿cuál se parece? (Ángel no responde) ¿le puedes ayudar Andrea y decirle a cuál se parece?

AJ: (Señala el 9 en la tira de números) .

M: Ahora ¿cómo le harías?

AG: (No responde).

M: A ver, empieza desde aquí (señala el número 1 de la tira).

AG: (Mientras cuenta, la maestra va señalando los números) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ocho, nueve. (Vuelve a contar sus fichas) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis... (toma de la charola las fichas que le faltaban) siete, ocho y nueve (va a dejar las fichas al coche que tiene Dayna).

Ayudas como la anterior también se pudieron observar entre pares, tal fue el caso de Ernesto (ER) y Diego (DI) quienes tuvieron interacciones interesantes a lo largo de la sesión. Ernesto, el niño más experimentado, ayudó a Diego a recitar la serie de números del 1 al 12, apoyándose en la tira de números, en una actividad paralela al juego de "transportes y pasajeros".

ER: (Cuenta los asientos y utiliza la tira, contando desde el 1 hasta el 10 -aunque conoce el 10- y lo escribe)

ER: (Vuelve a contar sobre la tira de números). Mira (dice a Diego) Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez. Son diez, (cuenta una vez más en voz baja). Ahora tú (dice a Diego).

DI: Toma la tira de números y comienza a contar desde el 1 mientras Ernesto lo observa). Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, doce, once, siete, ocho.

ER: A ver ahora...

DI: (Ve la tira).

ER: Mira, este parece seis (señala el 9), y este que ves aquí... el dos va así, y el siete va así[18].

DI: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete...

ER: (Interrumpe a Diego, tratando de hacer que se equivoque, jugando)... *nueve, siete* (se ríe)  
DI: (Vuelve a empezar) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, cinco, ¡ay!*  
ER: *¿Cinco? ¡Nueve, qué cinco! Otra vez.*  
DI: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, trece, catorce.*  
ER: *No, no.*  
DI: *No conté bien, otra vez.*  
ER: *Ahora, cuéntalos bien, ¿sale?*  
DI: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve...*  
ER: (cuenta con Diego desde el seis)...*seis, siete, ocho, ¡nueve, te equivocaste aquí!*[19]

Al parecer, la posibilidad ofrecida por la maestra de utilizar la tira de números, fue asumida por Ernesto (y por otros niños) como un *requisito* del juego. Por otra parte, en el ejemplo anterior puede observarse que para Diego, quien hasta ahora no había utilizado el conteo en el juego, más que en muy contadas ocasiones, la tira fue útil para aprender la serie numérica oral, mientras hacía una correspondencia con los numerales de la serie escrita.

*La verificación y la recapitulación de los procedimientos y errores.* En esta sesión la maestra probó una nueva forma para que los niños se percataran del origen de los errores, asumiendo ella misma la explicación de la actuación tanto del emisor como del receptor y logrando así más agilidad en los momentos de recapitulación. Un ejemplo de esto es:

M: Miren, Andrea pidió diez, pero ¿qué creen?... que necesitaba once pasajeros. Ivanova sí le mandó los diez que le apuntó aquí. ¿Ya te diste cuenta hija? (dice a Andrea).

Otro ejemplo de este tipo de intervención de la maestra fue cuando Gerardo (GE) interpretó el mensaje de Silverio (SI).



Silverio

Gerardo contó cada asiento y el número como un asiento más y tomó 8 fichas. Cuando vio que le iba a sobrar una ficha escondió la ficha que le sobraba en su bolsa. La maestra, aunque sabía lo que había hecho Gerardo, no logró saber dónde puso la ficha sobrante. Entonces pidió a Silverio que explicara cómo escribió su mensaje, pues sabía que este tipo de mensajes habían sido difíciles de interpretar por los niños.

M: ¿Cómo escribiste tu mensaje Silverio? Dile a Gerardo.

SI: Uno, dos, tres, cuatro... siete (cuenta los asientos de su transporte).

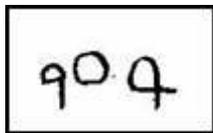
M: Y aquí ¿cómo se lo mandaste?  
SI: Siete también.  
M: Y éste ¿qué es? (señala el 7 escrito en el mensaje).  
SI: Siete.  
M: ¿Qué es?  
SI: Se llama siete.  
M: Se llama siete.

▪ En la sesión 9 [\[20\]](#).

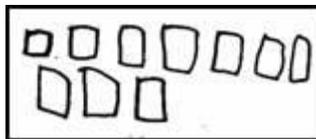
Antes de iniciar el juego, la maestra hizo una recapitulación de la sesión anterior. Mostró algunos de los mensajes elaborados por los niños, sobre todo algunos que podían causar confusión en la interpretación y otros que no utilizaban numerales. Por ejemplo, el mensaje de Silverio que acabamos de presentar (colección de asientos con el numeral) y después preguntó al niño que le había tocado interpretarlo, qué decía.

GE: Siete  
M: Siete. ¿Sí lo ven todos? Pero, ¿qué creen que hizo Silverio? Que yo me di cuenta. Fíjense que dibujo las figuritas y al último ¿qué dibujó?  
Ns: El siete.  
M: El siete. ¿Qué creen que sería más fácil y más rápido?  
IV: Con un solo número.

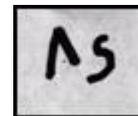
Otros mensajes que la maestra retomó fueron el de Andrea, el de Julio y el de Juan Manuel, quien escribió tres intentos de un "4".



Juan Manuel (4)



Andrea (11)



Julio (12)

En todos ellos resaltó la idea de escribir el mensaje "con un solo número". En el mensaje de Julio, justificó la forma de los numerales por una utilización inadecuada de la tira de números, aunque creemos que más bien se trató de una inversión común de los numerales.

M: ¿Qué creen que pasó aquí?  
Ns: ¿Qué?  
M: ¿Les digo? Al usar la recta de los números, que les di... la tenía de cabeza. ¿Ya vieron qué tenemos aquí? (muestra los numerales de la tira de números que está arriba del pizarrón) ¿Los conocen? ¿Qué son esos?

Después de mostrar los ejemplos, la maestra eligió a Nayeli (una de las niñas que había presentado dificultades) para mostrar el uso de la tira de números en la comunicación de una cantidad pequeña, con un número.

M: A ver, por ejemplo, Nayeli, si yo te pidiera cinco manzanas, ¿cómo lo escribirías?  
NY: (No contesta).  
M: A ver Nayeli, ven. ¿Conoces los números Naye?  
NY: (Niega con la cabeza).  
M: ¿No los conoces?... y ¿podría ponerte a contar hasta el cinco? (señala la tira de números).  
NY: (Asiente).  
M: ¿Cómo contarías hasta el cinco, empezando desde aquí? A ver, te va ayudar Esteban...  
ES: (Va señalando los números) Uno, dos, tres, cuatro, cinco.  
M: Cinco, ¿conoces este número ya? (pregunta a Nayeli).  
NY: Sí.

Durante el juego se observó, en la mayoría de las mesas y en las diferentes jugadas, mucha participación de la pareja del encargado. Atribuimos esto a que las cinco parejas de emisores tenían casi todo el tiempo una hoja con helados y la tira de números, esto derivó, como en el juego de afirmación de la comunicación oral, en una mayor interacción y actividad alrededor de la tarea. En cambio, las cinco parejas de receptores, mientras no tenían material a la mano (pues en esta sesión la charola de cucharas fue solo una que la maestra llevaba a los receptores en turno), jugaban a otras cosas, lo que provocó desorden y ruido a lo largo de la sesión, por lo que la maestra tuvo que realizar juegos y cantos antes de iniciar la última ronda, para captar de nuevo la atención.

Aún cuando la pareja del encargado participaba y en varias ocasiones intentaba dar ayudas, normalmente a los niños encargados les gustaba resolver el problema y asumían su responsabilidad para ello, en ocasiones rechazando las ayudas que la pareja les proponía. Los alumnos que se sabían pareja de mesa de un niño con dificultad, por lo general asumieron la responsabilidad de resolver el problema; otros optaron por otorgar las ayudas necesarias a su compañero para poder ganar, pero incluso estos niños llegaron a resistirse a que fuera el compañero el que resolviera el juego. Ejemplos de estas ayudas fueron desde el niño que simplemente señaló el número de la tira, el que corrigió el conteo de su compañero, el que intentó resolver el ejercicio por él, hasta el niño que trató de hacerle ver su error para que lo corrigiera. A continuación mostramos algunos ejemplos.

Ivanova (IV) intentó quitarle el plumón y papel a Juan Manuel (JM) cuando él estaba escribiendo su mensaje (serie del 1 al 4). Cuando al mismo niño le tocó ser receptor:

JM: (Recibe un mensaje con un **5**. Pone una cuchara en el 12 de la tira).  
IV: *No, éste* (señala el 1), ese no (quita la cuchara del 12 y la pone en el 1).  
JM: (Hace una correspondencia en la tira con las cucharas).

IV: (Va contando las cucharas que Juan Manuel pone. Cuando llega a cinco, recoge las cucharas y se las da a Juan).

En la pareja formada por Ernesto (ER) y Diego (DI), Ernesto, nuevamente, intentó adecuar las ayudas a las posibilidades de Diego. Por ejemplo, cuando a Diego (DI) le solicitaron siete cucharas y comenzó a tomar cucharas sin contarlas, Ernesto (ER) trató de ayudarlo:

ER: (Le enseña los cinco dedos de una mano) *Cinco* (pone un dedo de la otra y después otro) *seis, siete. Son así.*

M: *Diego te está hablando tu compañero.*

ER: (Repite lo que hizo y después va levantando dedo por dedo, contándolos, hasta el siete) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.*

DI: (No lo toma en cuenta y se va a dejar las cucharas).

En el turno de Diego de ser emisor, Ernesto le sugirió utilizar un número, mostrándoselo. Diego no aceptó copiar el numeral, entonces Ernesto se limitó a indicarle cuándo dejar de dibujar palitos.

DI: (**4 helados**) (Ve los cuatro helados).

ER: *Oh, no iya lo escribieron!* (se refiere a los otros niños emisores), *tú escríbelo... aquí, porque es cuatro* (señala el 4 de la tira).

DI: (Señala el 4 también)... *palitos y bolitas.*

ER: *Pero, que sean de cuatro. No, mejor puros palitos*[21].

DI: Empieza a dibujar palitos).

ER: (Va contando en voz alta los palitos que dibuja Diego) *Uno, dos, tres, cuatro, iya, ya, ya, ya!*

DI: (Deja de dibujar).

ER: (Contento) *Uh, cuatro... Uno, dos, tres, cuatro ¡Vamos a ganar, vamos a ganar, vamos a ganar!*

*La verificación y la recapitulación de los procedimientos y errores.* En la primera ronda de esta sesión, uno de los niños receptores comenzó a usar la tira haciendo una correspondencia de las cucharas con los numerales, hasta llegar al número solicitado. Terminando las dos primeras rondas, antes del cambio de roles, una de las observadoras sugirió a la maestra que resaltara ese procedimiento.

M: (Les muestra la tira de números)... ven que les di una recta con números a todos. Pues fíjense lo que hizo Irving. Cuando le mandó el mensaje América, él usó esto y ¿saben cómo? Cuando ya pudo leer el mensaje de lo que le pedían, él, para saber lo que necesitaba su compañera, él fue acomodando las cucharitas en esta forma (muestra cómo hizo Irving la correspondencia), abajo de cada número. Y con eso él se pudo ayudar para poder mandar lo que le pidieron. ¿Creen que les podría servir?

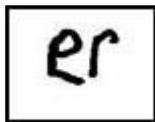
Ns: Sí

A partir de ese momento fueron varios los niños que se apoyaron en este uso de la tira, eventualmente para corroborar su conteo, como Luis:

LU: (Cuenta 4 cucharas y después las acomoda en los números de la tira).

En los momentos de verificación de cada equipo, alrededor de siete niños participaron constantemente, parándose de su lugar cada vez, para saber si el equipo ganaba o perdía.

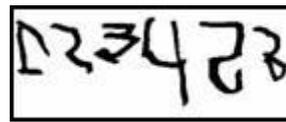
*Revisión final.* Al finalizar el juego la maestra llamó nuevamente a todos los niños a observar los siguientes mensajes, elaborados en la sesión.



Jeny (6)



Nayeli (6)



Ángel (7)



Diego (4)

Los dos primeros mensajes fueron revisados, pues su parecido con letras podía traer dificultades en la interpretación. Sin embargo muchos de los niños interpretaron el primero como 9 y el segundo como 3 (los dos fueron escritos para solicitar 6 cucharas). Los otros dos mensajes se revisaron por su extensión, haciendo énfasis nuevamente en la ventaja de escribir "un solo número". Más adelante se analizan estos mensajes.

Finalmente la maestra intentó hacer una reflexión sobre el uso que se puede dar a la tira de números. Los niños destacaron más el carácter de respuesta a una demanda escolar que la posible funcionalidad de la tira de números:

M: A ver ¿esto cómo les sirve o para qué lo necesitan?

IV: Para contar...

(...)

Na: Para estudiar.

No: Para contar

M: Para contar, ¿para qué más?... Algo se les olvida por ahí, que es muy importante

No: Para hacer la tarea.

M: Para saber cómo... ¿qué?

IV: ...hacer los números.

M: Para saber cómo hacer los números. ¿A ti te serviría esto para que pudieras hacer los números, Nayeli?

En esta sesión, como en las demás, la maestra registró los puntos ganados por cada equipo. Debido a que esta vez la "competencia" fue entre los equipos pequeños de

cuatro integrantes y no entre dos grandes equipos, los niños se identificaron más fácilmente con su equipo y la competencia pareció tener más sentido.

#### 4.2.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

A continuación se presentan primero los tipos de mensajes que los niños produjeron en esta sesión, comentando brevemente las formas en que fueron interpretados. Enseguida, se presenta un comentario sobre las formas en que los alumnos utilizaron la tira de números, cuya introducción fue la variante característica de este juego.

#### Los mensajes gráficos.

En la tabla 5 se muestran los tipos de mensajes que los niños produjeron en este juego (sesiones 8 y 9)[22]. La consigna, la introducción del uso de la tira de números y las validaciones que la maestra hizo a favor de usar un solo número parecen haber influido en la cantidad de producciones con un solo número: de cinco alumnos en la sesión 7 del juego anterior a 10 y 8 respectivamente en las dos sesiones de este juego. Solamente dos niños (AN, DI) no intentaron utilizar numerales en sus mensajes. Con respecto a los mensajes del tipo "serie numérica", estos también desaparecieron en la sesión 8, aunque en la sesión 9 reaparecieron dos casos (AG, JM) que se comentarán más adelante.

**Tabla 5. Mensajes gráficos del juego 5 [23]**

Niños	Colección gráfica intermedia		Uso de numerales			
	Asientos	Otros	Mixto	Serie de números	Un solo número	Otros
MN					S7, S8, S9	
NY	S7, S8					S9
DA*					S7, S8	
JM	S7			S9		S8
AN*	S7, S8					
SI*			S7, S8			
ER					S7, S8, S9	
DI		S7, S8, S9				
JU				S7	S8, S9	
ST				S7	S8, S9	
AG				S7, S9	S8	
GE				S7	S8, S9	
IV					S7, S8, S9	
YO			S9	S7	S8	
LU					S7, S8, S9	
IR					S9	
<b>Total S8</b>	<b>3</b>				<b>12</b>	

\* Niños que no asistieron a la sesión 9

Otros, como: tres intentos de copiar un numeral de la tira o una gráfica.

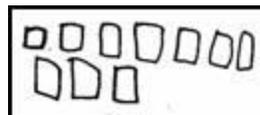
A continuación mostramos algunos ejemplos de las producciones de estas dos sesiones, así como algunas interpretaciones de éstas que resultaron interesantes:

### *Colección gráfica intermedia*

- Asientos



Nayeli (6) (S8)

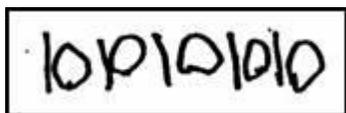


Andrea (11) (S8)

Nayeli, debido a su escaso dominio del conteo, retomó el tipo de mensaje que le permitió jugar por primera vez en la sesión anterior. Andrea (AN), en cambio había mostrado que era capaz de realizar conteos con eficiencia, incluso había podido interpretar un solo número. No obstante, en la sesión 8 decidió continuar utilizando el mismo procedimiento que había venido usando en las dos sesiones anteriores (colección gráfica de asientos).

En la sesión 9, los mensajes de este tipo y del tipo "copia del modelo" desaparecieron. El cambio de contexto a helados y cucharas pudo influir en ello.

- Otros elementos



Diego (5) (S8)



Diego (4) (S9)

Como ya vimos, para la elaboración de los dos mensajes de Diego, Ernesto (su compañero de mesa), intentó prestarle ayudas, aunque Diego no siempre las tomó. En la sesión 8, por ejemplo, Diego recibió un coche con cinco asientos. Ernesto realizó un conteo en la tira del 1 al 5 y después mostró el 5 de la tira a su compañero. Diego no aceptó esta ayuda, probablemente porque para él los números aún no eran un buen medio para comunicar una cantidad. Diego decidió entonces utilizar grupos de

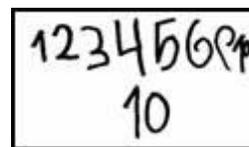
“palito-bolita”[24] y para solicitar cinco pasajeros, escribió cinco grupos de “palito-bolita”. Ernesto sabía que la interpretación de este tipo de elementos los podía hacer perder. Sin embargo, para la sorpresa de la maestra y observadoras, el mensaje fue interpretado como “cinco” por Luis, el receptor, quien al llegar al tercer elemento (“palito”) observó que estaba ligado a la siguiente “bolita”, considerándolo como una unidad. Entonces Luis regresó a contar el primer grupo “palito-bolita” como uno, y así cada grupo. No obstante, previendo posibles errores de interpretación, en una ronda posterior, Ernesto pidió explícitamente a Diego que usara solamente “palitos”.

*Uso de numerales.*

- Mensajes mixtos



Silverio (7) (S8) [25]



Yoselín (10) (S9)

El hecho de que, en el mensaje de Yoselín, la serie estuviera incompleta (faltan el 7 y el 8) pero apareciera el número 10 abajo al centro, expresa que la niña no necesitaba establecer una correspondencia uno a uno entre numerales y objetos. Cabe preguntarse si escribió la serie con el propósito de facilitar la interpretación del receptor, o porque todavía no se sintió segura de que un solo numeral pudiera dar cuenta del tamaño de la colección [26] .

O1: Yoselín ¿cómo supiste que eran diez?

YO: Porque yo hice números y nada más con un solo número.

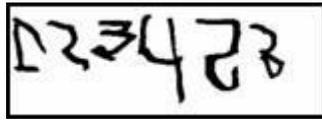
O1: ¿Con un solo número? Pero tu hiciste más números...

YO: Y ganamos.

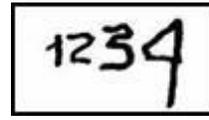
La forma de interpretar estos mensajes dependió, como siempre, de los conocimientos del receptor: Ernesto interpretó el mensaje de Yoselín contando cada numeral, pero, al llegar al 10 que estaba centrado, dijo “nueve y diez”, interpretando éste último.

En cambio, el mensaje de Silverio, fue interpretado por Gerardo, contando los asientos y el siete como un asiento más y llevando ocho fichas. Vemos en este ejemplo que el conteo eficaz no siempre llevó al éxito, pues los mensajes no siempre fueron interpretados según la lógica con la que fueron escritos.

- Serie de números

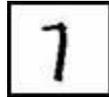


Ángel (7) (S9)

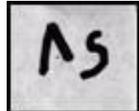


Juan Manuel (4) (S9)

- Un numeral



Ángel (7) (S8)



Julio (12)



Gerardo (6) (S8)



Ernesto(11)(S9)

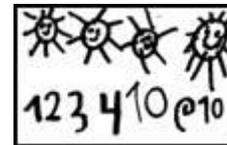
(S8)



Julio (5) (S9) [27]



Esteban (10) (S9)



Yoselín (10) (S8)

El mensaje de Yoselín (S8), aunque contiene varios numerales se ha ubicado en este grupo (un solo numero) pues originalmente presentaba únicamente los soles y el número "10" que está en el centro. Los otros numerales fueron agregados al terminar el juego cuando una de las observadoras le preguntó a Yoselín qué escribió en el mensaje.

YO: *Aquí dice diez (señala los soles y los cuenta) uno, dos, tres cuatro (cuando se acaban los soles continúa el conteo empezando otra vez del que está del lado izquierdo y hasta llegar al diez)... cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez (terminando su conteo en el segundo sol)*

Cuando la observadora volvió a preguntarle si donde estaban los soles había "diez", Yoselín tomó el mensaje y agregó los otros numerales, empezando por el uno y terminando nuevamente en el diez, pero omitiendo 5, 6, 7 y 8, seguramente restringiéndose al espacio que tenía

Así, los soles parecen ser una especie de indicador cualitativo de "cantidad". Esta función es asignada después a un tramo de la serie numérica, como si, para que el

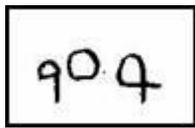
mensaje dijese lo que tenía que decir, fuera necesario, además del numeral (10), una presencia concreta de la pluralidad. Los mensajes mixtos pueden estar mostrando la misma necesidad.

Algunas veces los mensajes de este tipo no pudieron ser interpretados, bien por un conocimiento insuficiente de los niños receptores, o bien por sus características gráficas particulares. Por ejemplo, el mensaje de Julio (S8) debido a los trazos invertidos y no precisos no pudo ser interpretado por Martín.

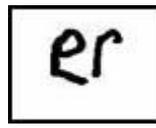
En otros casos, los mensajes resultaron claros para los receptores, por ejemplo, el niño receptor del mensaje de Yoselín contó primero los soles[28], pero cuando vio el 10, tomó 10 fichas.

Cabe señalar también que hubo numerales que tendieron a ser confundidos entre sí, en particular el 9 con el 6, el 2 con el 5. Ángel, en la sesión 8, por ejemplo, cometió un error al interpretar un 9 como 6 y entregar 6 fichas. En la sesión 9, en el rol de emisor, escribió una serie del 1 al 6 (para comunicar "siete"), y al escribir el 6 dijo "nueve". También en la sesión 9, Stéfani para interpretar un mensaje con un 6, primero puso el mensaje de cabeza, de manera que parecía un 9, pero lo interpretó como 6.

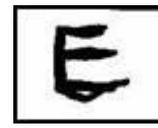
- Otros.



Juan Manuel (4) (S8)



Jeny (6) (S9)



Nayeli (6) (S9)

Estos mensajes parecen tener su origen en la necesidad de responder a la demanda de utilizar un solo número, por niños que aún no tenían los conocimientos suficientes para ello. Por un lado, en el mensaje de Juan Manuel de la sesión 8, aunque aparecen tres numerales, éstos responden a los tres intentos que hizo por copiar el numeral (4) que su pareja de mesa (Dayna) le señalaba en la tira de números. Los otros dos casos, Nayeli y Jeny[29], utilizan en sus mensajes grafías que podrían ser letras. No podemos descartar otras interpretaciones, aunque las consideramos remotas, sobretodo en el caso de Nayeli, por el tipo de respuestas que dio durante la secuencia, antes y después de ella[30]. La interpretación que los niños hicieron de estos dos mensajes fue

tomando en cuenta las similitudes de las grafías con los numerales 9 y 3, respectivamente.

#### Usos de la tira de números.

En la sesión 8 se observaron pocos cambios en los recursos que los niños pusieron en juego para elaborar e interpretar los mensajes, con respecto a la sesión anterior. En la sesión 9, la diferencia más notoria fue el aumento en la frecuencia con la que se recurrió a la correspondencia biunívoca utilizando la tira de números, lo cual estuvo influido por la explicación que la maestra dio, en la sesión 8, sobre la forma de usar dicha tira y por la validación que hizo de su uso en la sesión 9 (en la tabla V del anexo se especifican los procedimientos utilizados por cada niño).

Con respecto a la utilidad de la tira, pueden distinguirse tres grupos de alumnos: aquellos para quienes no constituyó todavía un recurso aprovechable, debido a que tenían dificultades anteriores a la representación de la cantidad con numerales, dificultades para contar o incluso para establecer correspondencias uno a uno; aquellos a quienes la tira les permitió identificar o interpretar numerales que no conocían, o bien, construir colecciones de numerales (series numéricas) y, finalmente, aquellos que podían escribir e interpretar un número sin la tira y que por lo tanto no la necesitaban, aunque algunos de ellos la hubieran utilizado.

A continuación se muestran algunos ejemplos y se comentan otras dificultades, en particular, el uso de la tira de izquierda a derecha.

- *Alumnos para quienes la tira de números no representó un recurso aprovechable para resolver el juego.*

Para dos de los tres niños que mostraron dificultades importantes en el juego 4 (Diego y Nayeli, tipo de desempeño G1), la tira, esta vez, no resultó ser una herramienta útil para resolver el juego. Diego (DI), por ejemplo, no buscó siquiera apoyarse en ella, la utilizó únicamente cuando su compañero de mesa o la maestra le sugerían hacerlo. En la sesión 8, Ernesto (ER) le señaló el número del mensaje que recibió (7) en la tira, pero esto no le ayudó a resolver la tarea. Nayeli, en el papel de emisora en la sesión 8, tomó la tira de números y trató de hacer correspondencia cuadro con número, como lo hizo su compañero de juego, pero ella no inició por el 1 sino por los números intermedios. Finalmente desistió y realizó una correspondencia entre asientos del modelo y los que ella dibujó. En la sesión 9, escribió una "E", pero no usó para ello la

tira. No obstante, para los dos niños, la presencia de la tira de números en estas dos sesiones, constituyó un apoyo para el aprendizaje de ciertos aspectos del número, que más adelante cobrarían un sentido más amplio. Por ejemplo, Diego, como receptor, ocupó la tira como Ernesto le había enseñado: para recitar los números.

- DI: (Observa **el 7 del mensaje** y empieza a tomar fichas).  
ER: (Señala el 7 de la tira, mientras Diego toma las fichas).  
M: *¿Sabes lo que dice aquí?*  
M: *Te podrías ayudar con esto* (señala la tira).  
DI: (Cuenta hasta el 12 en la tira, tocando los números).  
M: *¿Cuál te está pidiendo?*  
DI: (Señala el 7).  
M: *Ve cuántas tienes que llevar.*  
DI: (Comienza a tomar fichas, sin contar. Toma más de 7).

Nayeli, también en el rol de receptora, en la sesión 8, recibió un mensaje con un 5, lo localizó en la tira de números comparándolo con el del mensaje, aunque después tomó un puñado de fichas.

- *Alumnos para quienes la tira de números representó una ayuda*

La tira de números fue de ayuda sobre todo para los alumnos que, en el juego anterior, no pudieron escribir un número, ni interpretarlo, pero que pudieron abordar la tarea de comunicación gráfica mediante el uso de colecciones intermedias, o de series de números (tipos de desempeño G2 y G3).

La tira fue utilizada de dos maneras, tanto por emisores como por receptores: una, que se puede considerar como la más avanzada, como un recurso para identificar o interpretar un numeral mediante el conteo de numerales sobre la tira misma. Otra, como una colección intermedia, eventualmente sin utilizar el conteo. Veamos algunos ejemplos.

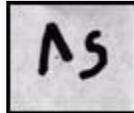
-En el papel de emisores, como colección intermedia, sin conteo.

Este caso se observó en la sesión 9 con Juan Manuel (G2):

- JM: (Toma la tira de números y hace una correspondencia de cada número con un helado, tocando primero el número de la tira y después un helado).  
O1: *¿Ya sabes qué vas a poner Juan?*  
JM: *Sí* (cuenta los helados) *uno, dos, tres, cinco.*  
IV: *¡No! uno, dos, tres, cuatro* (lo dice señalando cada helado).  
JM: (Toma la tira y toca el 1 y el 4, la deja... Copia con cuidado los numerales del 1 al 4 de la tira. Cuando está escribiendo el 4, Ivanova intenta quitarle el plumón para terminar el numeral, pero éste no lo permite y lo termina él mismo).

-El uso de la tira por los emisores, usando también el conteo, se observó en pocos niños, principalmente para corroborar el numeral que iban a escribir. Varios de los niños contaban los asientos o helados y después miraban la tira, como rectificando la escritura del numeral. Un ejemplo de este tipo de uso es el de Julio (JU), quien incluso escribió primero y después rectificó:

JU: (Cuenta doce asientos y escribe un 12, con los números invertidos y no muy claros) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce. Vamos a escribir doce aquí.*



JU: (Se acerca a ver el 12 de la tira de números que está arriba del pizarrón. La maestra se da cuenta y lo manda a su lugar para que cheque en su tira. Cuando llega a su lugar, toma la tira y comienza a contar los números hasta el 12. Se muestra conforme con su producción, así que entrega el mensaje a la maestra).

En caso de no conocer los numerales, los niños hubieran podido contar la cantidad de "helados" y después contar, sobre la tira los numerales del uno hasta dicho número, para localizar la grafía correspondiente. Este procedimiento no apareció más que en Ernesto, quien no necesitaba la tira de números y seguramente lo hizo para mostrar a su compañero una forma de encontrar el numeral.

Otro ejemplo interesante es el de Luis, quien no recordaba el numeral que necesitaba, pero conocía bien el numeral del sucesor:

LU: (**7 helados**) (Cuenta los helados varias veces en voz alta y observa la tira de números) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete. Ay, pero ¿cuál es el siete?*

YO: (No le contesta).

LU: *¿Cuál es el siete?!... ah, ya lo busqué (señala el 8). No, ese es ocho. Siete, ocho, éste (señala el 7).*

- En el papel de receptores, sin conteo

IR: (**7**) (Hace una correspondencia biunívoca de las cucharas con los números de la tira de números. Cuando llega al 7 se detiene y toma las cucharas para llevarlas a los helados).

El uso que dio Irving a la tira de números fue recuperado por otros niños en las rondas siguientes, después de que la maestra lo destacó frente al grupo.

-En el papel de receptores, con conteo:

Ángel (AG), en la sesión 8, con la ayuda de la maestra y de su pareja de mesa, localizó el numeral del mensaje en su tira de números y contó los numerales para conocer la cantidad de fichas que debía tomar[31].

Otro ejemplo, fue el de José de Jesús (JJ).

JJ: (10) (Empieza haciendo una correspondencia de las cucharas con los números de la tira, pero después de poner las tres primeras cucharas, realiza un conteo de los numerales que no están ocupados hasta el 10. Cuenta esas cucharas y las acomoda en la tira para verificar).

- *Alumnos que no necesitaron de la tira de números.*

Algunos de los alumnos que utilizaron la tira de números, habían demostrado, en el juego anterior, que podían escribir e interpretar un sólo número. Por lo menos en el caso de algunos de ellos, el recurso de la tira en el presente juego se debió al deseo de usar el material novedoso para ellos, o al hecho de que asumieron que eso era lo que se esperaba de ellos. Por ejemplo, Julio y Martín hicieron, en la sesión 8, el intento de utilizar la tira haciendo una correspondencia entre los asientos del “coche” con los numerales de la tira, pero esto más que ayudarles les dificultó la tarea. Los dos niños desistieron y recurrieron al conteo, procedimiento con el que los dos se sentían confiados. Otros niños utilizaron el procedimiento de Irving[32], validado por la maestra, aún cuando antes habían escrito e interpretado un numeral.

- *Otras dificultades y otros usos*

Algunos niños usaron la tira en sentido inverso manifestando la incorporación de un gesto (contar y señalar un numeral) aislado, no orientado por la finalidad de comunicar una cantidad.

Por otra parte, cabe destacar que la tira de números dio lugar a momentos de “ejercitación espontánea” por parte de los niños, más allá de los momentos de la actividad central. Ya vimos, en la primera parte del análisis de estas sesiones algunos ejemplos.

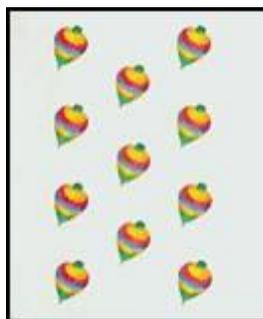
### **4.3 Juego 6. Interpretación de un número escrito**

Los juegos 6 y 7 tuvieron como finalidad afirmar los conocimientos adquiridos en los juegos 4 y 5 (comunicación gráfica) y se llevaron a cabo en las sesiones 10 y 11, respectivamente.

En el juego 6, a cada equipo se le repartió un paquete de tarjetas número-colección (figuras 18 y 19) de su libro *Material para actividades y juegos educativos* (SEP, 1996), con un rango de números del 1 al 12. El juego consiste en construir una colección de elementos a partir de la interpretación de un número escrito en una tarjeta número-colección y, después, compararla con la colección dibujada en la parte de atrás de la tarjeta para verificar si se ganó o perdió.

Las tarjetas se colocan con el número hacia arriba, revueltas en un montón, al centro de la mesa. Cada niño juega en su turno. Los niños que aciertan se van quedando con la tarjeta jugada. Los que se equivocan regresan la tarjeta a la parte de abajo del montón de tarjetas. Una ronda termina, para cada equipo, cuando se agotan las tarjetas número-colección. Gana cada ronda el niño o niña que acumula más tarjetas.

Anverso



**Figura 18**

Reverso

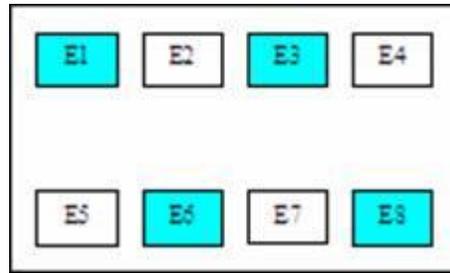


**Figura 19**

#### **4.3.1 Condiciones didácticas**

##### *La organización*

Con todos los niños del grupo (aproximadamente 30), se organizaron ocho equipos de entre tres y cuatro niños cada uno, como se muestra en la figura 20. Se observó a los equipos 1 y 6 en la primera ronda (cuando el juego iniciaba) y a los equipos 3 y 8 en la segunda o tercera ronda. La maestra distribuyó a los niños con más dificultades en los diferentes equipos.



**Figura 20**

### *La consigna*

La maestra pidió a los niños, en primer lugar, que identificaran su mano derecha para el manejo del turno "... Es muy importante que sepan ahorita, cuál es la mano derecha... porque el juego cuando empiece un niño a jugarlo, después de que termine el niño de jugar, sigue el niño que está sentado a su derecha... ¿sí me entienden?... Vamos a respetar el turno para jugar... Los demás pueden ver el juego, cómo juega su compañero, hasta que acabe de jugar. Ya después, sigue jugando el otro", enseguida la maestra mostró a los niños el material (fichas y tarjetas), eligió a un niño para hacer un ejemplo del juego y llamó a los niños para que se acomodaran alrededor de la mesa, de manera que todos pudieran observar la forma de jugar "... *Martín empieza el juego. Va a ver, va a leer lo que dice aquí* (muestra el número 8 que está en una de las tarjetas). *Él empieza el juego. Entonces él va a tomar de las fichitas lo que dice aquí* (acerca el montón de tarjetas con la del 8 arriba y una charola con fichas). *A ver, hazlo*". Martín empezó a contar las fichas que tomaba, pero cuando la maestra le hizo una observación se distrajo y tomó una ficha de menos. "...*Entonces, él vio aquí lo que decía y tenía que haber tomado la cantidad. A la hora de voltear ya su tarjeta, ya no se puede volver a tomar material, ya cuando voltearon la tarjeta* (Martín coloca las fichas una a una sobre las figuras de la tarjeta). *Ya las colocó. Como le faltó, perdió y entonces, ¿qué va a hacer Martín? Pone su tarjeta hasta abajo y entonces ahora le tocaría jugar ¿a quién?*." Hizo otra demostración con Stéfani a quien le tocó jugar con el número 12. Como la maestra sabía que a varios niños se les podía dificultar ese número, entregó a la niña la tira de números y otorgó nuevamente algunas ayudas que consideró necesarias, probablemente por los errores que se presentaron en las sesiones pasadas:

M: Bueno, si les doy ésta (señala la tira de números), ¿desde dónde empiezan a contar?

Ns: Desde el uno.  
M: ¿Dónde está el uno?  
Ns: Aquí (lo tocan).  
M: Entonces ¿qué podría hacer Stefi?  
Ns: Contarlo.  
M: Pero, buscar ¿qué?  
Na: El número que está aquí (señala el de la tarjeta).  
M: El número que está aquí. A ver, ¿dónde está el número, Stefi?  
ST: (Señala el 12).  
M: Ah, entonces vas a tomar esa cantidad de material, de fichitas[33]... Hazlo.

Evidentemente, para Stéfani (ST) (y seguramente para otros niños) esta ayuda no fue suficiente[34], pues sólo localizó el numeral, pero no contó todos los numerales de la tira hasta el doce y tomó solamente siete fichas. Martín intentó ayudarle pero la maestra le pidió que la dejara jugar sola. Stéfani intentó voltear la tarjeta, entonces la maestra preguntó si ya tenía todas las fichas que necesitaba. Cuando las acomodó sobre las figuras y todos vieron que le faltaban, un niño intentó tomar más fichas. La maestra insistió en que cada niño debía jugar sin ayuda en su turno.

Lo que hizo la maestra al proponer un juego observado, fue que los niños se dieran cuenta de lo que sí y lo que no estaba permitido en el juego. No obstante, la maestra olvidó hacer dos observaciones importantes: qué pasaba si un niño ganaba y cómo sabrían quién había ganado el juego. Una de las observadoras, sugirió a la maestra que hiciera esta indicación antes de que los niños empezaran a jugar.

Una vez que todos los niños se acomodaron en sus lugares la maestra les recordó otra vez la regla de respetar el turno de los demás y les indicó que ella iba a estar recorriendo todos los equipos.

### *Otras interacciones*

El tipo de organización y la estructura de este juego dieron lugar a más interacciones entre pares y a ayudas de la maestra distintas a las vistas en los juegos anteriores. Se observó que los niños empezaron a regularse ellos mismos, es decir, hubo intentos de romper las reglas, pero los mismos compañeros (y en ocasiones las observadoras o la maestra) recordaban la regla que se rompía. Por ejemplo, algunos trataron de levantar la tarjeta para verificar la cantidad antes de tomar las fichas, otros intentaron agregar o quitar fichas cuando les habían faltado o sobrado. Otra situación que se observó, que además es muy común en el nivel preescolar, fue que en varios equipos, al inicio del juego, algunos niños tendieron a solicitar la aprobación de la maestra después de cada jugada, llamándola para que observara su juego y les dijera lo que

tenían qué hacer. Después de un rato estos niños se involucraron en el juego con su propio equipo.

En los distintos equipos se dieron dinámicas distintas que se fueron modificando de una ronda a otra. En las últimas rondas los niños se observaron cansados y realizando mayor cantidad de juegos paralelos a este juego. En esta parte trataremos de dar cuenta del tipo de interacciones y ayudas otorgadas tanto por la maestra como por los pares.

- Interacciones y ayudas entre pares.

Los roles que los integrantes de cada equipo fueron tomando estuvieron relacionados con el tipo de desempeño que éstos tenían. Por ejemplo, los niños que no necesitaban la tira de números tendieron a prestar ayudas a los niños con más dificultades para interpretar el número. No obstante, también hubo casos en los que el rol no fue una cuestión de desempeño sino de habilidad social. Tal fue el caso en el equipo 6 donde dos de las niñas lideraron el juego: Isis e Ivanova. Paola, otra integrante del equipo, se limitó a jugar cuando le tocaba, participando poco en la actividad paralela al juego. Su timidez pareció interpretarse, por las otras niñas, como una necesidad de ayuda. Ivanova, intentó en varias ocasiones ayudarle a acomodar y contar las fichas.

IV: Ahorita se vale ayudar. Te pongo esta ficha para que (...) (pone una ficha en el 12 de la tira).

(...)

IV: Ahora, las tomas... (Le ayuda a acomodar las fichas en las figuras de la tarjeta)

O1: Ivanova, déjala que las ponga ella.

Sin embargo, las tres veces que le tocó jugar a Paola, lo hizo con éxito, escogiendo el mejor recurso en cada caso, por ejemplo cuando le tocó interpretar el 2, lo hizo tomando las fichas sin necesidad de contar, en cambio cuando le tocó interpretar el 12, empezó a tomar fichas de dos en dos y las fue acomodando en los números de la tira.

Juan Manuel, también integrante del equipo 6, permanecía callado y jugaba sólo cuando se lo indicaban, pero él lo hizo con mucha dificultad, incluso con números pequeños. Las niñas, concientes de la dificultad de Juan Manuel, intentaban brindarle ayudas[35]. Una de estas ayudas fue la siguiente:

JM: (aparece el número **1**. Pone una ficha en el 12).

IV e IS: *No, ahí...* (señalan el 1, para que empiece por ahí y cuando pone una ficha le dicen que pare). *¡Ya, ya, ya, ya! ¡Ganaste Juan!*

A Nayeli (E1) también le tocó interpretar el número 1. Sus compañeros y la observadora, ansiosos por su dificultad, le dieron algunas ayudas directas.

ST y MN: ¡Va a perder!

NY: (Toma la tira).

O2: Acuérdate que empieza desde acá (señala el uno). ¿A cuál se parece este? (señala el número de la tarjeta).

NY: (Señala el uno y luego cuenta) uno, dos.

MN: Nada más uno.

ST Mira es uno, uno (le da un cubo).

NY: (Voltea la tarjeta y pone el cubo).

ST: ¡Ganó!

MN: ¡Por fin!

Otro tipo de ayudas prestadas en los otros equipos fueron: decir qué número era, pasar las fichas, recordar que faltaban fichas por poner en la correspondencia con la tira de números, o cuando se equivocaban en el conteo. Por ejemplo, a Jorge (E3), quien aún no conocía la serie numérica oral, Luis le corrigió:

JR: ...seis, nueve...

LU: ¡Siete, chamaco!

Martín (E1), por petición de la maestra, hizo uso de la tira de números, para que Nayeli pudiera ver cómo la utilizaba. Martín contó los números de la tira y después contó once fichas. Esta muestra no fue útil para Nayeli, pero pudo haberlo sido para Stéfani, quien parecía tener más conocimiento sobre el número. Esto se verá más adelante.

En dos de los equipos que fueron observados después de la primera ronda, los niños, aunque estaban más familiarizados con el juego, por el cansancio, comenzaron a tener más actividades paralelas a éste. Los niños del equipo 3, por ejemplo, en la segunda o tercera ronda, encontraron la posibilidad de establecer un juego de palabras alrededor de esta actividad, porque el juego ya no les causaba ninguna dificultad y porque empezaban a perder la atención. En el siguiente extracto se puede observar este tipo de juego en el que se percibe algo del conocimiento que tienen estos niños acerca de los números.

LU: (12)

JR: (Cuenta los trompos de la tarjeta) *uno, dos, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce.*

MF: ...*veintiuno* (mientras Jorge dice doce).

LU: ¿*Veintiuno?* (coloca un cubo sobre cada número de tira hasta llegar al doce) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis...*

JR: ...*seis, nueve...*

MF: *Le dije veintiuno en vez de doce* (se ríe).

LU: *¡Siete, chamaco!* (refiriéndose a Jorge quien del seis se fue al nueve).

JR: ...*ocho...*

LU: ...nueve...  
JR: ¡Nueva! (los tres niños se ríen).  
LU: ...diez, once...  
JR: ¡Onzo!  
LU: ...doce (comprueba su resultado). Gané.

- *Ayudas de la maestra.*

Además de las ayudas propuestas por la maestra al inicio de la sesión, mientras mostraba la forma de jugar, también otorgó algunas ayudas a los niños con más dificultades. Por ejemplo, cuando terminó la primera ronda del equipo donde estaba Juan Manuel, al ver su dificultad, la maestra revolvió las tarjetas acomodándolas para que le tocara jugar con números pequeños. Con esta ayuda y la que le prestaron sus compañeras, Juan Manuel logró tener éxito en algunas de las jugadas de la siguiente ronda.

Con Nayeli, en uno de sus turnos, esperó a que identificara el número 7 en la tira, para preguntarle "¿dónde empiezas a contar?". Nayeli señaló el siete.

M: Ahí tienes que llegar. Ahora toma lo que necesitas.  
NY: (Toma cada ficha, viendo los números de la tira, como haciendo una correspondencia visual).  
M: A ver, verifica... ¿cómo podrías hacer para verificar, qué es lo que te pide aquí?  
NY: (No responde).  
M: Ayúdate con esto hija (le muestra la tira) y con tu material que tienes. ¿A dónde tienes que llegar?  
NY: (Empieza a colocar un cubo debajo de cada número de la tira, hasta el 8).  
M: ¿Hasta dónde tienes que llegar?  
NY: (Comienza a contar en voz muy baja) uno...  
M: Fuerte hija no te oigo... ¿sabes cómo se llama éste (**7**)?  
NY: No.  
M: ¿Te digo cómo se llama?... Este se llama siete. Ahora ve que tengas este material. Las puedes ir acomodando para ver que tengas la cantidad necesaria, pero cuenta. Que yo te escuche, hija.  
NY: Uno, dos, tres...  
MN: Perdió.  
M: No, todavía no voltea su tarjeta. Espérate, ¿cuáles son los que necesitas?  
NY: (señala el 8 de la tira).  
M: ¿Todos esos?, ¿hasta aquí necesitas? (señala 8).  
NY: (Afirma con un movimiento de cabeza, voltea su tarjeta y coloca las fichas sobre los dibujos).

El conjunto de acciones implicadas en la tarea: identificar un numeral en la tira igual al de la tarjeta, poner un objeto en cada casillero (o en cada numeral) de la tira, desde el 1 hasta el número identificado (inclusive), tienen sentido solamente si están conscientemente articulados por la idea clara de que dicha secuencia de acciones permite obtener una cantidad determinada de objetos. Es decir, el apoyo de la tira de

números no sustituye la necesidad de comprender que un número puede representar una cantidad determinada (principio de cardinalidad), solamente facilita ciertos aspectos de la tarea. Sin esta comprensión, las acciones antes descritas quedan desarticuladas, como simples gestos yuxtapuestos.

Al finalizar el juego, la maestra llevó a cabo un ejercicio individual con algunos de los niños que tuvieron mucha dificultad para jugar (entre ellos Nayeli). La maestra intentaba que Nayeli aprendiera una técnica para interpretar un numeral desconocido. Le mostraba a la niña una de las tarjetas número-colección, del lado del número (como en el juego). La niña debía señalar el numeral en la tira de números. Después le pedía que contara los números hasta llegar al que había localizado y tomara las fichas para ponerlas en la tira en correspondencia con los numerales, para finalmente verificar en la tarjeta del lado de la colección. Esta actividad la realizaron con todas las tarjetas. Nayeli, en ocasiones repetía la serie de números en el orden correcto, pero en el siguiente juego olvidaba una o varias etiquetas o, como se muestra en seguida, alguna de las reglas para contar, como empezar por el 1. Aunque el conteo no era indispensable para localizar el numeral en la tira, para la maestra fue importante, seguramente porque conocía las carencias de Nayeli.

NY: (6) *Éste* (señala el 9 de la tira).  
M: *¿Dónde está? Velos bien...*  
NY: (Empieza a contar desde el 12).  
M: *¿Acá se empieza a contar?*  
NY: *No.*  
M: *¿Dónde se empieza a contar?*  
NY: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco... seis.*  
M: *Seis...*  
NY: *... siete.*  
M: *¿Y aquí cuál te está pidiendo?*  
NY: *El seis*  
M: *¿Y dónde está el seis? Ya lo perdiste.*  
NY: *Uno, dos, seis...* (va tocando los números de la tira).  
M: *¿Cómo se llama éste (3)?*  
NY: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis...* (va tocando cada número, como para localizar nuevamente el 6).  
M: *Seis ¿Y habrá lo mismo que aquí?* (voltea la tarjeta).  
NY: (Pone las fichas) *Gané.*

#### **4.3.2 Procedimientos de resolución de los alumnos [36]**

Debido a que en este juego cada equipo trabajó con todos los números entre 1 y 12, fue posible apreciar el desempeño de los niños en función del rango numérico[37]. En el rango de números mayores, 8-12, pueden reconocerse los mismos cuatro tipos de

desempeño ya identificados en el juego 3, al mismo tiempo que se puede observar lo que los niños logran hacer con números más pequeños. Esta información se sintetiza en la tabla 6. En la tabla VI del anexo se reporta el tipo específico de procedimiento por niño.

**Tabla 6: Tipos de desempeño en la actividad de interpretación de números. Juego 6**

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G1	JM NY	No logran interpretar prácticamente ningún número, dan cantidades al azar		
G2	ST JR*	Correspondencia 1 a 1 (con apoyo de la tira de números) ó reconocimiento perceptual (1)	Correspondencia 1 a 1 <u>sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números)	Correspondencia 1 a 1 <u>sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números). Presentan dificultades
G3	PA* MF IS* IV LU	Reconocimiento perceptual (1)	Principalmente <u>conteo</u> (con apoyo en la tira de números)	Correspondencia 1 a 1 y conteo (con apoyo de la tira de números)
G4	MN GE AN YO	Reconocimiento perceptual (1)	Conteo	

\* Alumnos que no habían sido observados en las sesiones anteriores.

(1) Ven el número y enseguida toman los objetos, rápidamente, aparentemente por reconocimiento perceptual. Aunque no se identificó un conteo, no es posible descartarlo.

A continuación se presentan ejemplos representativos de cada tipo de desempeño.

*Tipo G1:*

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G1	JM NY	No logran interpretar prácticamente ningún número, dan cantidades al azar		

Juan Manuel y Nayeli en todos sus turnos tuvieron dificultades para interpretar los numerales, incluso con los más pequeños (1-4).

Nayeli localizó en la tira de números algunos de los números de la tarjeta que le tocaba interpretar, pero después tomaba uno o varios "montones" de fichas, incluso para números como el 3 ó el 5. Mostró también desconocer todavía el nombre de la mayoría de los numerales menores que 12, por ejemplo, cuando vio en la tarjeta el número 11, dijo "cuatro". Como en otras ocasiones, se observaron momentos en los que Nayeli parecía incorporar gestos que observaba en sus compañeros: en uno de sus turnos imitó el gesto de "barrido" (pasar el dedo por los objetos, uno, por uno, como si

contara) que en algún momento hizo Stéfani, respondiendo a la sugerencia de Martín de contar antes de tomar las fichas.

Juan Manuel: cuando tuvo que interpretar el 8, puso una ficha en el 8 de la tira, pero después empezó a poner fichas en los números que estaban alrededor de éste (7, 6, 9, 10, 11 y 12). La observadora trató de reafirmar lo que la maestra mostró al inicio, cuando explicaba el uso de la tira como apoyo (se comienza en el 1). Sin embargo, para Juan Manuel esto no pareció ser significativo, o las indicaciones fueron demasiadas para poderlas seguir.

*Tipo G2*

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G2	ST JR	Correspondencia 1 a 1 (con apoyo de la tira de números) ó reconocimiento perceptual	Correspondencia 1 a 1 <u>sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números)	Correspondencia 1 a 1 <u>sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números) Presentan dificultades

Para interpretar los numerales, los niños con este tipo de desempeño tendieron a identificar el numeral de la tarjeta en la tira de números para después establecer una correspondencia 1 a 1 entre los numerales de la tira y los objetos, sin usar el conteo. Este procedimiento tendió a funcionarles bien en los rangos 1-4 y 5-7, ya no en el rango 8-12, en el que cometieron errores frecuentes. En el rango de números muy chicos, algunas veces pudieron reconocer la cantidad perceptualmente o contando.

Cuando a Jorge le tocó jugar con el 3, tomó tres fichas (haciendo un reconocimiento perceptual) y las colocó sobre los números de la tira de números, para corroborar. Con los números más grandes, la tira de números le dio la posibilidad de no tener que contar: intentó hacer, en cada uno de sus turnos, una correspondencia de las fichas con los números de la tira de números, localizando primero el número a interpretar. Desafortunadamente para él la tira estaba curvada y las fichas se resbalaban, sin que él lo notara, quedando dos fichas en un numeral, lo que le ocasionó el fracaso en dos jugadas. Después de que la observadora le explicó por qué no había podido ganar, aplánalo la tira y pudo ganar.

Stéfani, cuya dificultad quedó expuesta frente a todo el grupo al inicio de la sesión, cuando fracasó interpretando el 12, pareció conciente de su dificultad pues, al jugar con su equipo, no se mostró segura hasta que apareció un número pequeño. Dos veces cedió su turno a sus compañeros, hasta que apareció el 4:

ST: **(4)** (Ve que en la tarjeta está el 4 y se la arrebató a Nayeli) *Ah no, me toca a mí, me toca a mí.* (Acerca a su lugar la tira, identifica el cuatro y toma cuatro cubos de uno en uno).

Veamos cómo interpretó un número grande:

ST: **(10)** *uno, dos, tres, cuatro, cinco,* (en un inicio se salta algunos numerales de la tira, así que cuando ve que ya está en el número diez, dice) *seis... diez.* (Toma seis cubos, voltea la tarjeta y coloca las fichas sobre los dibujos).

Stéfani mostró conocer el 10 pero no logró hacer una correspondencia entre los numerales de la tira y el conteo (posiblemente no conoce la serie oral más allá de 6). Cuando, en otro turno, le tocó interpretar por segunda ocasión el 11, Martín le ayudó recitando la serie mientras ella iba tocando los numerales, pero, al tomar las fichas, aunque al parecer contaba, tomó una cantidad menor a once.

Stéfani, a diferencia de Jorge, no encontró una forma adecuada de utilizar la tira de números, limitándose, al parecer, a identificar el número que estaba en la tarjeta. Probablemente si en su equipo hubieran recordado el recurso que utilizó Irving en la sesión 9 (mismo que utilizó Jorge), en el cual se evita el conteo, ella hubiera obtenido mejores resultados.

### Tipo G3

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G3	PA MF IS* IV LU	Reconocimiento perceptual	Principalmente <u>conteo</u> (con apoyo ocasional en la tira de números)	Correspondencia 1 a 1, con o sin conteo (con apoyo de la tira de números)

Lo que distingue a estos niños de los del grupo anterior es la mayor utilización del conteo. Para los números del rango mayor (8-12) privilegiaron el uso de correspondencias uno a uno, con la tira de números, apoyándose generalmente en el conteo. No obstante, hay que considerar que varios niños tendieron a realizar dichas acciones no tanto porque las necesitaran sino porque fueron mostradas por la maestra. Sabemos que algunos de los niños considerados en este grupo podían haber prescindido de la tira.

Veamos algunos ejemplos con números medianos y grandes:

MF: **(6)** (observa el número un rato) *Pero no es el nueve, ya tú tienes el nueve (dice a Luis) y yo ya sé cuál es* (cuenta las fichas que toma) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis* (coloca las fichas sobre los dibujos de la tarjeta). *Gané, otra tarjeta.*

-0-

IV: **(11)** *Ah, son once, son once.* (Usa la tira, haciendo correspondencia de las fichas hasta el 11, sin contar).

-0-

LU: **(10)** (Toma la tira y coloca una ficha en cada número) *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez* (las coloca sobre los dibujos de la tarjeta sin que le sobren cubos).

*Tipo G4*

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G4	GE YO AN MN	Reconocimiento perceptual	Conteo	

Solamente cuatro niños, Martín, Gerardo, Andrea y Yoselín, interpretaron números grandes sin utilizar la tira de números, aunque algunas veces cometieron errores de conteo, como Martín, que al jugar con su compañera se distrajo:

*Otras dificultades: confusiones entre numerales parecidos*

Otro aspecto que merece ser destacado es el relacionado con la confusión de numerales por su forma. En dos de los equipos observados se hicieron evidentes las confusiones en la escritura de algunos números. Se observó una dificultad para interpretar el 6 y 9. Constantemente, los niños interpretaron 6 por 9 y viceversa. En el equipo 8, por ejemplo, la última tarjeta que quedó en la mesa fue el 9, pues, cada vez que a alguien le tocaba jugar con ella, tomaba seis fichas. Algunos niños como Luis (LU) y Gerardo (GE) expresaron dudas cuando observaban uno de estos números, pero otros niños con mucha seguridad tomaban la cantidad de fichas. Vemos en seguida, algunos ejemplos de esto:

GE: **(6)** ¿Cuál es éste?

YO: Este es nueve

GE: (...) (Toma nueve fichas, voltea la tarjeta y pone las fichas. Trata de regresar las fichas que le sobraron)

-0-

LU: **(9)** (Mientras cuenta, va colocando las fichas sobre cada número de la tira de números hasta llegar al seis) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis o es nueve, ¿es el que te tocó? (se dirige a María Fernanda. Voltea la tarjeta y coloca las fichas en los dibujos de la ficha, vuelve a contar) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, pensaste que era el seis pero no era, es el nueve.

-0-

LU: **(6)** ¡Ay, no... ! Necesito esto (toma la tira de números y va acomodando las fichas sobre los números de la tira). Ya llevo dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve (voltea la tarjeta).

MF: Ya las puedes poner

LU: Son nueve (cuenta los dibujos) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis ¿son seis? ¡Ah, no! (coloca las fichas sobre los dibujos).

Algunos niños no lograron identificar la diferencia entre uno y otro. A Luis, cuando le volvió a tocar interpretar el 9 dijo: *"No, no. El seis tiene una cintitita y este es nueve. El nueve tiene así..."*[38] Cuando volteó la tarjeta cruzó los dedos para que fuera nueve *"inueve!"*. María Fernanda, por ejemplo, descartó que el 6 fuera 9 porque sabía que Luis ya tenía esa tarjeta.

Este problema pudo haberse agravado por la posición desde la que a cada niño le tocaba ver el número en la mesa. Aunque todas las tarjetas número-colección tienen el número con su nombre escrito en la parte inferior, esta situación no se previó y no se dio ninguna indicación al respecto. Como lo hemos visto ya en algunos casos, los niños requieren relacionar las formas con algunos rasgos de otros objetos, como el caso de la "cintitita" del seis, para Luis o la "puntita pajarita" del dos, para Ernesto, expresiones que ellos mismos usaron para ayudar a otros a reconocer las formas o bien para poder identificarlas ellos mismos.

Los errores al nombrar el 12 como "veintiuno", en cambio, reflejan el conocimiento de los numerales en un rango mayor ("veintis") al que se había estado manejando en los juegos por dos de las niñas. Estos errores no trascendieron en el juego puesto que la tira de números solo llegaba hasta el doce. Yoselín se refirió a ese número mientras mostraba las tarjetas que había ganado diciendo *"... once, dos, nueve, veintiuno"*. María Fernanda, en cambio, jugaba con el nombre del número *"le dije veintiuno en vez de doce"*[39].

#### **4.4 Juego 7. Cuantificación y escritura de un número**

En este juego (sesión 11) la actividad se invirtió: el niño en turno debía cuantificar la colección de trompos de la tarjeta "número-colección" y escribir el numeral correspondiente. Después, debía voltear la tarjeta para verificar si era el mismo numeral y corroborar el éxito o fracaso.

##### **4.4.1 Condiciones didácticas**

###### *La organización*

El grupo se organizó de la misma manera que la sesión anterior. En esta ocasión se observaron solamente tres de los equipos (1, 4 y 6)[40].

###### *La consigna*

Para explicar el juego, la maestra hizo una demostración, similar a la de la sesión anterior. Pidió a un niño que sirviera de ejemplo, mientras el resto del grupo observaba. "...Ahora (las tarjetas) no van a estar por el lado del número, van a estar por este lado... (la colección). Le voy a dar a Martín un papelito y un lápiz... ahora Martín va a tomar la primera tarjeta... así como está, él tiene que escribir... en una hoja lo que hay aquí... (Martín lo hace) Ahora ya puedes voltear la tarjeta y ver si es lo mismo, si dice atrás lo mismo que tu escribiste. ¿Sí es lo mismo? (pregunta a Martín)...". Mientras daba instrucciones a Martín, preguntó a los demás: "¿Qué es más fácil para poder hacerlo... lo más rápido?", buscando nuevamente la respuesta de "un número" que surgió de inmediato, aunque en este juego era la única respuesta aceptada. Después la educadora mostró al grupo el número que escribió Martín y verbalizó lo que el niño hizo. También recordó las reglas: no voltear la tarjeta antes de escribir el número y respetar el turno de los compañeros.

#### *Otras interacciones*

Como ya vimos en la sesión pasada, este tipo de juegos generaron interacciones interesantes y valiosas que comentaremos aquí.

- *Ayudas entre pares.*

Las ayudas más directas fueron para los niños con más dificultad: Nayeli y Diego. Diego, ahora, solicitaba la ayuda con insistencia y de alguna manera la exigía, argumentando que él no sabía hacer números[41]. Recordemos que, efectivamente, en ninguno de los juegos anteriores utilizó numerales, aún cuando su compañero de mesa le mostraba el numeral en la tira para que lo copiara. Aunque Diego (DI) mostró desconocimiento de la serie numérica escrita, se pudo observar que con respecto a la serie oral había un avance.

DI: (10) (Cuenta las figuras en voz alta) Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.

O1: ¿Cuántas son?

DI: Diez. ¿Cómo es el diez Ernesto?

ER: (Toma el plumón y escribe el 1) El diez es un uno...

O1: Pero él lo tiene que escribir...

DI: ¡Yo no sé!

O1: Pues, búscalo aquí están los números.

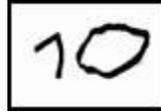
DI: ¿Es éste? (señala el 1 de la tira).

AN: No.

DI: ¿Cuál es entonces?

AN: Es una bolita...

ER: Es un cero... un uno y un cero.  
AN: Una bolita.  
DI: ¿Cómo es?  
ER: Nada más una bolita.  
DI: ¿Chiquita?  
ER: ¡Grandota!... pero no que se pase de la raya.  
DI: (Dibuja un 0 junto al 1).



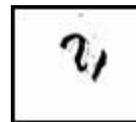
ER: Ah, sí ese es el diez...  
O1: A ver voltéala.  
DI: Sí es, ¡gané! ¡Me la gané !

Las ayudas que los compañeros le otorgaron estuvieron encaminadas a resolverle a Diego el problema. Cuando Andrea (AN) dijo "una bolita" seguramente sabía que Diego no conocía las grafías de los números, por eso su insistencia en manejar un vocablo que su compañero conociera. Ernesto (ER) aceptó la sugerencia y dirigió la producción. Los compañeros no le mostraron el numeral en la tira, porque Diego se negaba a copiarlos de ahí, como se vio después cuando tenía que escribir el 2.

DI: No sé.  
O1: No sabes, pero lo puedes copiar... ahí está.  
DI: ¡Que yo no sé!  
ER: Así como el mío (señala el 2 del 12). Es una puntita... pajarita y un palito.  
DI: Ay, ¿cómo haces éste? Préstame tu hoja para que vea cómo lo haces (Copia el 2 de Ernesto, pero agrega una línea abajo, que probablemente sea "el palito" que indicó Ernesto o bien el 1 que estaba antes del dos).



Ernesto (12)



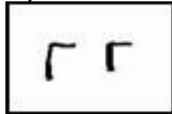
Diego (2)

La observadora intentó propiciar otro tipo de ayuda que le permitiera jugar a él solo y pidió a Ernesto que le mostrara a Diego cómo hacía él para jugar. Ernesto respondió "yo, cuando tenía ésta (12), con el plumón conté: uno, dos, tres... (cuenta hasta el doce tocando cada figura con el plumón) y puse doce... y lo volteé...". Esta explicación no ayudó a Diego, pues precisamente una de sus dificultades radicaba en el desconocimiento de los numerales.

Las ayudas a Nayeli (NY), en otro equipo, fueron también dirigidas, pero no solicitadas. Al parecer Ivanova (IV) trataba de decirle lo que tenía que hacer para ganar, pero, al

mismo tiempo sabía que Nayeli no podría hacerlo, por lo que, después de darle la indicación, ella le señalaba o incluso, en alguna ocasión intentó escribirle el número.

- NY: (**11**) (Empieza a contar y se distrae)... *dos...*  
IV: *Mira, es mejor que los cuentes* (señala el 11 en la tira).  
NY: (Escribe un 1 invertido).  
IV: *¡Dos!*  
NY: *¿Dos?* (escribe otro 1 invertido).



- *Ayudas de la maestra.*

La educadora recorrió el salón observando los juegos de todos los equipos y realizó intervenciones cuando lo consideró necesario. En uno de los equipos observados, por ejemplo, intervino cuando un niño, Miguel, escribió un 5 para una tarjeta con dos trompos. Ya hemos visto algunos casos de confusión entre numerales (2-5, 6-9, 12-21). La maestra proporcionó a Miguel una ayuda con apoyo de la tira, para localizar el problema de su escrito.

- M: A, ver, y ¿aquí (en la tira) dónde estaría éste (el 2 de la tarjeta)? ¿Es igual al que escribiste?  
MI: No.  
M: ¿Tú cuál hiciste?  
MI: (señala el 5 que escribió)



(2)

- M: *¿Y aquí (señala el escrito del niño) cuánto dice, entonces?*  
MI: *Dos.*  
M: *¿Aquí dice dos?* (en su misma producción)  
MI: *Sí.*  
M: *A ver, vamos ayúdame.* (Va tocando los números de la tira).  
MI: (Nombra los números, mientras la maestra los señala) *Uno, dos, tres cuatro, cinco.*  
M: *¿Y aquí que dice (el 2 de la tarjeta)?*  
MI: *Dos.*  
M: *Éste (el 2 de la tira) ¿es igual a éste (el 5 de la tira)?*  
MI: No.  
M: *Y ¿Tú cuál hiciste?*  
MI: (Señala el 5 de la tira).  
M: *Entonces, ¿éste (el 5 que escribió Miguel) vale dos?*  
MI: *No.*

Casualmente a Miguel[42] le tocó nuevamente cuantificar la tarjeta con dos trompos, pero esta vez, reconoció la cantidad visualmente, tocó el 2 de la tira y lo copió con

cuidado. Con esto confirmamos que el error de Miguel se debió a una confusión por la figura de los dos numerales y no a una respuesta al azar.

Al terminar el juego, la maestra llamó a Diego y otros niños para hacer algunas actividades de apoyo con material concreto. Les entregó a los niños un tablero para ensartar aros de colores. La maestra les indicaba una cantidad de aros de un color determinado. Los niños tomaban el material y lo ensartaban en un mismo palo. Cuando pidió cuatro azules a Diego, éste ensartó tres aros. La maestra le entregó una tarjeta número-colección del lado de la colección con 4 trompos, *“yo te pedí esto”*. Sacó los aros del tubo y le pidió a Diego que los acomodara sobre los trompos. Cuando la educadora preguntó a Diego cuántos aros le faltaban, éste no respondió. La maestra continuó con este ejercicio, sin lograr que Diego acertara aún con los números más pequeños: cuando la maestra pidió “uno blanco”, Diego tomó dos.

#### 4.4.2 Procedimientos de resolución de los alumnos

Los tipos de desempeño son similares a los que se registraron en la sesión anterior, de interpretación de números. Lo diferente en este juego fue que todos los niños observados realizaron conteos, por lo menos en una ocasión y, en general, presentaron tipos de desempeño más altos. Debido a que no fue posible observar a los mismos niños en las dos actividades, no podemos interpretar este dato. No obstante, por lo que hemos visto en los juegos anteriores, es posible suponer que la actividad actual, expresar una cantidad con un número (tarea de los emisores en la situación fundamental), es menos compleja para los niños que la tarea anterior, interpretar números (tarea de los receptores).

En la tabla 7 se presentan los desempeños de los niños, nuevamente por rango. En la tabla VII del anexo pueden consultarse los procedimientos específicos por niño.

**Tabla 7: Tipos de desempeño en la actividad de cuantificar una colección y escribir un numeral. Juego 7**

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G2	DI NY JR*	Correspondencia 1 a 1 (con apoyo de la tira de números) y/o conteo;	Correspondencia 1 a 1 <u>con o sin conteo</u> [43] (con apoyo de la tira de números)	Correspondencia 1 a 1 <u>con o sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números). Presentan dificultades

		reconocimiento perceptual	
G3	AG AN AJ* CI*	Reconocimiento perceptual (1)	Principalmente <u>conteo</u> (con apoyo en la tira de números)
G4	MN SI IR ER IV	Reconocimiento perceptual (1)	Conteo

\* Alumnos que no habían sido observados en las sesiones anteriores.

(1) Ven el número y enseguida toman los objetos, rápidamente, aparentemente por reconocimiento perceptual. Aunque no se identificó un conteo, no es posible descartarlo.

A continuación se presentan algunos ejemplos:

### Tipo G2

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G2	DI NY JR*	Correspondencia 1 a 1 (con apoyo de la tira de números) y/o conteo; reconocimiento perceptual	Correspondencia 1 a 1 <u>con o sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números)	Correspondencia 1 a 1 <u>con o sin conteo</u> (con apoyo de la tira de números). Presentan dificultades

Diego realizó los conteos de las colecciones de trompos, aún del rango más grande (8-12), pero solicitó después a sus compañeros que le indicaran cómo escribir el número correspondiente a la última etiqueta que nombró. Aunque tuvo varios aciertos, éstos no hubieran sido posibles sin la ayuda de sus compañeros. En la parte anterior se han mostrado varios ejemplos de esto.

Nayeli, con un número pequeño (3), retomó el conteo en la tira que la maestra le mostró al final de la sesión anterior y esta vez pareció tener más claro hasta dónde quería llegar, pues ya había reconocido la cantidad de trompos perceptualmente.

NY: **(3)**

IV: (Intenta señalar el número en la tira)

O1: *A ver, Ivanova no le va a decir ahora... solita Nayeli.*

NY: (Va a escribir algo sin haber contado los trompos de la tarjeta).

O1: *Pero ¿viste qué tienes que poner? ¿ya los contaste?*

NY: (Va tocando cada número de la tira hasta el 3 y escribe 3).

No logró hacer lo mismo con un número más grande (11).

Jorge, no se sintió seguro del conocimiento que tenía de la serie numérica oral y tendió a hacer correspondencias de cada trompo con cada número de la tira, aún para

cantidades pequeñas. Cuando le tocó la tarjeta con dos trompos, cantidad que reconoció a simple vista, hizo la correspondencia en el mismo escrito: escribió el 1 y el 2, pero no alineados. Después de discutir si ganaba o perdía, a Silverio le tocó escribir 12. La observadora retomó los dos mensajes para saber si los niños los consideraban como representaciones de cardinales distintos.

O1: Oigan y éste (el mensaje de Silverio) *¿se parece a éste, el que hizo Jorge (donde escribió un 1 y un 2)?*.

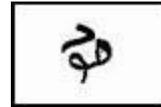
SI: *No, éste (el de Silverio) es doce... conté bien, mira.*

O1: *Y éste? (1, 2) ¿qué es Jorge?*

JR: *Uno y dos.*



Jorge (2)



Silverio (12)

En otro de sus turnos cuando le tocó la tarjeta con cuatro trompos, Jorge tomó la tira y acercó cada número a cada trompo, haciendo una correspondencia biunívoca.



Jorge (4)

La dificultad del procedimiento elegido por Jorge se acrecentó cuando intentó utilizarlo con números grandes, entonces trató de combinarlo con el recitado de la parte de la serie de números que conocía. Cuando le tocó la tarjeta con nueve trompos, utilizó las dos manos, con una fue tocando los trompos y con la otra los números de la tira:

JR: **(9)** (Intenta contar los trompos) *Uno, dos, tres* (después toca cada trompo con una mano, haciendo una correspondencia con la tira, alternando dos dedos de la otra mano, pero no considera todos los trompos) *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, nueve* (llega al 7)

IV: *También te puedes ayudar contándolos.*

JR: (Después de varios intentos por contar, escribe un 7).



(9)

Tipo G3

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G3	AG AN	Reconocimiento perceptual (1)	Principalmente <u>conteo</u> (con apoyo en la tira de números)	

	AJ*		
	CI*		

Los casos de Andrea y Ángel son similares entre sí: los dos reconocieron colecciones pequeñas y escribieron el número sin necesidad de ver la tira de números. Sin embargo, cuando se enfrentaron a números más grandes Ángel (AG) contó los trompos y después cuando empezó a contar en la tira, Irving le señaló el número y él solamente lo copió, mientras que Andrea (AN) requirió de recontar varias veces los trompos y hacer el conteo en la tira.

- AN: (11) (Cuenta las figuras tocándolas) *Uno, dos, tres... once.*  
 ER: ¿Cuál era?  
 AN: (Vuelve a contar) *uno, dos... once.*  
 ER: *Once, lo haces así (señala la tira) dos unos.*  
 AN: (Cuenta en la tira).  
 ER: *El once son dos unos.*  
 AN: *¿Dos unos? ¿Así como éste? (señala en la tira). (Escribe 11 y verifica)*

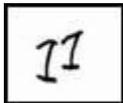


#### Tipo G4

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
G4	MN SI IR ER IV	Reconocimiento perceptual (1)	Conteo	

Los conocimientos de los niños más avanzados, además de reflejarse en sus propias jugadas, lo hicieron también en las ayudas que prestaron a sus compañeros y en los comentarios que hicieron. En este ejemplo, Irving (IR) conocía el número y solo lo mostró a Ángel (AG) para evitarle el segundo conteo.

- AG: (11) (Cuenta las figuras por líneas en zig-zag, empezando de arriba hacia abajo. Después empieza a contar en la tira).  
 IR: *Éste es el once (señala el 11 de la tira).*  
 AG: *Ah, gracias. ¡Gracias compañero! (escribe 11).*



#### 4.5 Comentarios

Los juegos de comunicación gráfica permitieron la puesta en marcha de una gran diversidad de recursos de comunicación gráfica de cantidades, lo que facilitó que

prácticamente todos los alumnos pudieran participar en la situación y pudieran mejorar en alguna medida sus recursos iniciales: desde aquellos como Nayeli, que pudo elaborar e interpretar mensajes por primera vez, apoyándose en la correspondencia 1 a 1; quienes lograron simplificar las gráficas de sus colecciones intermedias; quienes incorporaron la serie numérica; y, finalmente, quienes pudieron funcionalizar los numerales que ya conocían para expresar cantidades mediante un solo número. Desde este punto de vista, el juego de comunicación gráfica se reveló más abierto por aceptar más diversidad de resoluciones que los dos anteriores[44].

En los últimos juegos fue posible observar la diversidad de procedimientos elegidos de acuerdo al rango de números, cuestión que no pudo apreciarse en los juegos anteriores. Excepto para los niños con más dificultad (G1), para quienes estas actividades resultaron todavía muy difíciles, todos los demás demostraron poder interpretar números, o expresar cantidades con números en un rango de 1 a 4, frecuentemente mediante percepción visual. Más allá de este rango, los procedimientos se diversificaron dependiendo del dominio del conteo y del conocimiento de los numerales escritos: desde quienes solamente podían resolver las tareas con apoyo de la tira, haciendo correspondencias 1 a 1 (con fracasos en el rango 8-12), quienes ya usaban el conteo pero necesitaban la tira para identificar los numerales, y quienes ya interpretaban y escribían numerales sin apoyo.

Las experiencias de interpretar y escribir números, en el contexto proporcionado por los juegos, junto con las numerosas interacciones entre pares a que dieron lugar, permiten suponer que éstas constituyeron para los niños ocasiones de afirmar y ampliar sus conocimientos sobre el conteo y sobre la escritura de numerales. En las conclusiones finales, haremos un comentario sobre los avances que fue posible identificar a lo largo de la aplicación de toda la secuencia.

Por otra parte, fue posible profundizar en algunos aspectos que subyacen a los recursos que los niños utilizan para comunicar cantidades:

- Nuevamente, ciertas diferencias entre los papeles de emisor y de receptor desde el punto de vista de lo que exigen saber: interpretar un número escrito, formando la colección, se revela como una tarea más compleja que cuantificar una colección con un número;

-La existencia de desfases entre los logros de los niños en el nivel oral y el gráfico: algunos niños pueden comunicar una cantidad oralmente mediante un solo número, pero, en el registro gráfico, muestran necesidad de establecer una correspondencia entre los objetos y los numerales.

-Particularidades en el uso de la serie numérica como medio de comunicación: si bien para algunos niños el recurso a la serie de números parece obedecer a la necesidad de mantener una correspondencia con los objetos que se cuantifican, para otros parece que dicha necesidad tiende a desaparecer, lo cual expresan cuando, pese a que omiten uno o más números en la serie, llegan al número correcto.

La tira de números resultó ser un material útil para la mayoría de los niños del grupo, de dos maneras: como recurso para identificar o interpretar numerales, y como colección intermedia. Además, favoreció otro tipo de interacción con el número escrito: de aprendizaje y de práctica de las habilidades tales como la recitación de la serie, la asociación del nombre de un número con su grafía.

Con respecto a las condiciones didácticas (tamaño y organización del grupo, distribución de alumnos con dificultad, momentos de verificación y de recapitulación), a lo largo de los juegos de comunicación escrita, se fueron encontrando soluciones aceptables para la mayoría de las dificultades que se presentaron en los primeros juegos. En las conclusiones finales se destacarán estas soluciones.

---

[1] Los emisores escriben sus mensajes en un cuarto de hoja tamaño carta blanca.

[2] Se decidió cambiar el contexto para evitar la monotonía en las situaciones, principalmente por haber realizado la secuencia entera en un lapso de tiempo muy corto.

[3] En la ficha se sugiere destacar el uso de un número y algunos errores en el conteo.

[4] Como se vio en la sesión 1, la mayoría de los niños fueron capaces de hacer un reconocimiento perceptual de esa cantidad, llevando 4 cucharas a sus compañeros de mesa (4).

[5] Más adelante se revisarán mensajes parecidos.

[6] Este tipo de representaciones ya han sido identificadas por otros investigadores. Hughes (1987), por ejemplo, las ubica como "respuestas pictográficas e icónicas, mientras que Pontecorvo (1996) las considera representaciones de la cantidad de nivel 2, después de las representaciones en las que no se toman en cuenta aspectos cuantitativos (ver apartado 1.1.2).

[7] Los ejemplos de las producciones de los niños se han recortado, mostrando únicamente la producción en sí y no la utilización que hacen los niños del espacio.

[8] En este estudio, se puso más atención en los tipos de procedimientos usados por los niños para comunicar una cantidad, sin embargo, hubiera resultado interesante indagar sobre lo que los mismos niños decían de sus representaciones.

[9] Se ha visto que los niños también hacen "rotaciones voluntarias" cuando quieren distinguir el valor posicional del número que escriben. Ver: Alvarado, 2002; Brizuela, 2001.

[10] Pontecorvo (1996) ubica producciones parecidas a ésta en un nivel de transición, en el que el niño representa cantidades aún mediante una correspondencia con los elementos de la colección, pero escribe el numeral a petición explícita. No obstante, Silverio realizó en el mismo mensaje colección y numeral. Más adelante veremos aparecer otros ejemplos de este tipo de mensaje.

[11] Todos estos mensajes pertenecen a la sesión 7.

[12] Lo hacen escribiendo la serie de números, empezando por el 1 y hasta el que quieren solicitar.

[13] Un factor que dificultó apreciar de manera más completa el desempeño logrado es el hecho de que los niños recibieron, en calidad de receptores, distintos tipos de mensajes, desde colecciones intermedias hasta un solo número.

[14] El nivel G3 contiene en realidad dos subniveles, pues el uso de la serie numérica, además de dar cuenta de cierto grado de incorporación de los numerales, no siempre es utilizada como una colección intermedia más, sino como una representación de la cantidad cualitativamente distinta. Más adelante se analiza este punto.

[15] La observación de los niños en la dinámica de la clase frecuentemente no permitió hacer la exploración que se necesitaría para conocer con más precisión lo que hizo cada niño.

[16] En uno de sus estudios, Pontecorvo (1996) indagó la relación del conocimiento de la notación de la cantidad con el recitado de la serie numérica oral y, por otro lado, con la construcción de una colección equipotente a otra dada. Encontró, en el primer caso, que entre los niños que eran capaces de recitar la serie hasta el 19, las respuestas de la notación de la cantidad variaban sin un patrón fijo, desde colecciones sin control de la cantidad, hasta la escritura de numerales. Reconoce que en esta última están involucradas diversas capacidades que es necesario estudiar.

[17] El 15, además constituye uno de los números no transparentes del rango 11-15, cuyo nombre no ayuda a inferir la escritura.

[18] Parece que Ernesto, conciente de algunas semejanzas y diferencias en la orientación gráfica de algunos numerales, trata de ayudar a Diego a que pueda distinguirlos.

[19] Ernesto sabe que el 6 y el 9 son parecidos, parece que quiere hacer pensar a Diego que el 6 es el 9 y viceversa.

[20] Esta sesión se registró con video (observadora 2) y se hizo un seguimiento más cercano del equipo 5, integrado por Yoselín, Luis Eduardo, Ernesto y Diego (observadora 1).

[21] Seguramente Ernesto dice esto recordando el mensaje de la sesión anterior, en el que Diego escribió "palitos y bolitas", anticipando un posible error en la interpretación del receptor.

[22] Se incluye la sesión 7 (S7) como referencia para ubicar el tipo de producciones que realizaron los niños al final del juego 4. En el juego 4, la maestra no solicitó explícitamente el uso preferente de un solo número.

[23] Aparecen solamente los datos de los niños que fueron observados durante toda o la mayor parte de la secuencia.

[24] Esto podría haber sido una forma de imitar el "10" que escribió Ernesto en su turno.

[25] Al finalizar la sesión anterior (7) se intentó indagar si Silverio se había percatado de que sólo dibujó 5, al parecer, él estaba más atento al numeral escrito. Quizás esta intervención lo llevó a controlar bien la cantidad de asientos en el mensaje de esta sesión.

[26] Es probable que el mensaje de Silverio partiera de esta misma necesidad.

[27] Los ejemplos de Julio y Esteban de la sesión 9, entre otros, fueron utilizados, al terminar la sesión, por algún niño al parecer para practicar la escritura de los números.

[28] Recordemos que cuando jugaron estaba escrito solamente el 10 del centro.

[29] Jeny formo parte de la mitad del grupo que no fue observada y sólo se integró a las actividades en dos sesiones.

[30] En las entrevistas inicial y final, Nayeli usó algunas grafías y pseudografías para escribir su nombre, mismas que utilizó para escribir los numerales que se le dictaban. Una de estas grafías es la que escribió en su pedido. Algunas de las interpretaciones posibles de estos mensajes son, por ejemplo: en el de Jeny, la primera grafía representa un seis y la segunda "cucharas"; o bien, las dos grafías representan la palabra "seis"; en el de Nayeli, la letra 'E' expresa la palabra "seis".

[31] Recordemos que hasta ahora Ángel había logrado encontrar formas exitosas de jugar como emisor, pero no siempre como receptor.

[32] La correspondencia de las cucharas con los casilleros de la tira de números.

[33] Al parecer la maestra asume que los niños saben que al localizar un número en la tira deben saber cómo tomar la cantidad de fichas igual a la cantidad de casilleros desde el 1 hasta ese número, pues ya se ha hecho en las sesiones anteriores.

[34] Eso se verá después cuando ya en su equipo la niña juega sin encontrar una forma de uso de la tira de números que le permita ganar.

[35] Incluso una de las niñas comentó con la observadora: "*a Juan le cuesta mucho trabajo ganar, ¿verdad?*".

[36] Tres de los 13 niños que fue posible observar en esta sesión, pertenecen a la parte del grupo que no había sido observada en las sesiones anteriores (PA; JR; IS).

[37] Los rangos obedecen a los siguientes criterios: 1-4 , los números pequeños, representan las cantidades que los alumnos logran reconocer perceptualmente; 5-7 se consideró como rango intermedio, pues la mayoría de los niños suelen poder contar hasta 7 y tienen cierta familiaridad con esos numerales; Se consideró desde el 8 como "números más grandes" por las dificultades que a partir de este número tuvieron varios de los niños en sesiones pasadas.

[38] Seguramente después del segundo fracaso, Luis intentó localizar estas diferencias.

[39] En el trabajo de Alvarado y Ferreiro (2000, p. 11) se encontró que en la escritura del 12 por preescolares, los niños encontraban una "pista falsa" en el inicio de la oralidad de la etiqueta "doce", pues ésta los hacía remitirse a un "dos". En el presente trabajo, en cambio, los niños no parten del nombre "doce" para escribir el numeral, sino al revés, ven el numeral '12' y deben oralizarlo. Al parecer, la presencia de dos dígitos, uno de los cuales es 2, los remite a los números que se leen con el prefijo "veinti".

[40] En esta sesión hubo una sola observadora.

[41] Es probable que la insistencia de Diego tenga que ver con la forma de considerar el puntaje en el juego: el niño que gana, se queda con la tarjeta; el que tiene más tarjetas gana el juego. Parece que cuando el estímulo es concreto para los niños tiene más sentido ganar en el juego. Ángel, también dejó sentir esta necesidad cuando mientras una de las compañeras jugaba pidió a un tercero: "A ver dime todos los números... que me los digas. Dímelos Miguel". Además, en este juego, escribir un solo número, era el único tipo de respuesta válida.

[42] Miguel no aparece en la tabla 7 puesto que las únicas intervenciones suyas fueron las que se comentan aquí, con la misma cantidad (dos trompos).

[43] Ya en otros juegos veíamos que en la actividad de cuantificar una colección, los niños utilizaban el conteo antes de poder hacerlo para interpretar un número.

[44] Hicimos esta conjetura desde el momento de diseñar la secuencia, lo cual nos hizo dudar en qué momento convendría introducir la variante de comunicación escrita. Volveremos a esto en las conclusiones.

## CONCLUSIONES

El estudio experimental buscó aportar respuestas a los siguientes dos bloques de preguntas, que planteamos en el capítulo 1:

*¿Qué condiciones se requieren para plantear una secuencia didáctica en torno a la situación fundamental del número, en un grupo de tercer grado de preescolar? ¿Qué tipo de organización del grupo lo permite? ¿Qué información básica requiere la educadora?*

*Si la secuencia se logra desarrollar dentro de los márgenes previstos, ¿qué aprendizajes relativos al conteo y a la representación gráfica de los números propicia? ¿en qué medida resulta provechosa para todos los alumnos del tercer grado de preescolar, considerando la heterogeneidad de sus conocimientos previos?*

A continuación revisaremos los resultados obtenidos a la luz de estas preguntas. Comenzaremos con el segundo bloque, destacando algunos aspectos de la experiencia vivida por los alumnos. Será la ocasión de hacer algunos comentarios sobre el diseño de la secuencia didáctica. Enseguida, destacaremos el grado de operatividad de las distintas condiciones didácticas de las situaciones aplicadas. Nos centraremos después en la relación con la educadora. Evaluaremos el grado de pertinencia de la información que se le proporcionó, considerando las dificultades en la conducción de las clases. Finalmente, haremos un comentario breve y más general sobre la enseñanza del número en preescolar y destacaremos algunos aspectos que podrían dar lugar a futuras investigaciones.

### Acerca de la experiencia vivida por los niños

En el apartado de metodología, en el capítulo 1 mencionamos que una limitación inherente a las experiencias de micro ingeniería radica en que solamente es posible identificar aprendizajes que se manifiestan en el corto plazo. Subrayamos entonces que la valoración del potencial didáctico de la secuencia no podría reducirse a la identificación objetiva de aprendizajes, sino que debía considerar la calidad de las experiencias y las interacciones vividas por los niños. A continuación haremos primero un comentario general

sobre éste último punto y, enseguida, sobre los avances que pudieron identificarse en el lapso de la experiencia, en algunos niños, a partir de los cambios que mostraron en sus procedimientos. Destacaremos también algunos procedimientos poco considerados en la literatura sobre el tema.

### *Calidad didáctica de las experiencias*

Excepto para algunos de los niños que manifestaron dificultades considerables a lo largo de toda la secuencia, puede afirmarse que para los demás todas las situaciones planteadas fueron adecuadas en la medida en que les permitieron:

- poner en marcha recursos para cuantificar colecciones y para interpretar mensajes orales y gráficos relativos a cantidades; quienes ya tenían cierto dominio de los recursos óptimos (estrategias de enumeración, conteo, número escrito), pudieron afirmarlos y, eventualmente, mejorarlos; quienes aún no tenían un dominio suficiente, pudieron poner en marcha recursos más elementales (principalmente basados en la correspondencia 1 a 1) y, algunos, empezar a incorporar poco a poco recursos mejores. Con respecto a estos últimos niños, la situación de comunicación oral se reveló más cerrada que la de comunicación escrita, al permitir menor diversidad de acercamientos.
- comprobar empíricamente, cada vez, el grado de éxito de sus acciones para comunicar una cantidad, mediante la comparación física de las colecciones.
- a los más avanzados, hacer explícitos algunos de sus conocimientos al intentar adecuar sus ayudas a las necesidades de los otros en las numerosas interacciones entre pares que se generaron en torno a las actividades; por otra parte, a los niños con dificultad, recibir múltiples ayudas, algunas de las cuales fueron pertinentes (en las estrategias de enumeración, en la recitación de la serie, en el acto mismo de contar) mientras que otras no lo fueron, ya fuera porque simplemente se les resolvía la tarea, o porque la ayuda era todavía incomprensible (por ejemplo, cuando la ayuda suponía un conteo que el niño todavía no

podía hacer). La forma de distribuir a los niños con dificultad resultó determinante.

No obstante, algunas de las condiciones didácticas establecidas mostraron deficiencias.

### *El desempeño de los niños*

Los cambios más visibles en los procedimientos de los niños fueron en los niños que manifestaron tipos de desempeño intermedios. En quienes tuvieron dificultades muy grandes se apreciaron pocos cambios, así como en aquellos que demostraban, en cada nuevo juego, un desempeño alto desde el principio.

Comentaremos primero los cuatro tipos de desempeño global que utilizamos para analizar los datos e inmediatamente después, los cambios observados en algunos de los niños observados.

- Desempeño muy bajo (tipo O1, oral y G1, gráfico). Algunos niños mostraron desde el principio dificultades muy grandes: al no poder contar ni siquiera en un rango pequeño, no pudieron abordar las situaciones de comunicación oral limitándose a pedir, o entregar cantidades al azar. En las situaciones de comunicación gráfica las dificultades tendieron a persistir pese a la mayor diversidad de recursos disponibles.
- Desempeño bajo (tipo O2 y G2). Los niños que ubicamos en este grupo manifestaron un desempeño poco estable, aparentemente errático, o difícil de comprender. A diferencia de los niños del tipo de desempeño anterior, lograron mejores estrategias de enumeración, empezaron a poder contar en orden estable y convencional como emisores en comunicación oral, pero no es claro que lograran incorporar el conteo como receptores. Lograron elaborar mensajes gráficos mediante correspondencias uno a uno e interpretar mensajes del mismo tipo, con dificultad.
- Desempeño intermedio (tipo O3 y G3). Lograron cuantificar colecciones e interpretar un número oral, con errores de enumeración ocasionales. En la variante de comunicación gráfica lograron comunicar

cantidades mediante colecciones intermedias e interpretar tanto colecciones intermedias como un numeral, con apoyo en la tira de números.

- Desempeño alto (O4 y G4). Estos niños lograron otorgar al número un uso como cardinal. Esto se debió, en gran medida, a su dominio del conteo en cualquiera de las variantes, con errores de enumeración eventuales. No necesitaron utilizar la tira de números como herramienta.

Comentamos ahora algunos casos representativos:

*Juan Manuel.* Fue uno de los niños que tuvo dificultades desde el inicio de la secuencia para comprender las consignas de los juegos. Su tipo de desempeño al iniciar el juego era muy bajo (O1, G1), tendiendo a dar respuestas azarosas. Al transcurrir la secuencia fue realizando algunas acciones que se aproximaban en la forma a las de los otros niños, tales como ejecutar una enumeración o dictar una etiqueta al completar la enumeración; sin embargo, el sentido que daba a estas acciones no parecía ser sino un mero cumplimiento de los pasos a seguir en el juego. Probablemente sus respuestas fueron determinadas en gran medida por el tipo de respuestas valoradas por la educadora. En el juego de comunicación gráfica con apoyo en la tira de números (juego 5) logró comunicar un pedido escribiendo una serie de números, apoyado en la correspondencia biunívoca (G2). Es probable, sin embargo, que esta respuesta fuera solamente un 'gesto' bien ejecutado, pero sin la conciencia de que esa acción permitiría comunicar una cantidad. No obstante, creemos que este tipo de acciones realizadas a manera de imitación de los 'gestos' de otros, por los niños del tipo de desempeño O1 y G1 forman parte de su proceso de aprendizaje, y que cobrarán sentido para ellos al integrarse en el proceso de construcción de la noción de número.

*Luis.* El progreso de Luis fue uno de los más notorios. Al iniciar la secuencia su desempeño fluctuaba entre el tipo de desempeño bajo (O2) e intermedio (O3). Luis era capaz de realizar conteos, pero cometía errores frecuentes, tanto del tipo temporal como de enumeración. Algunas veces, en las primeras ocasiones, después de realizar el conteo de los platos, se limitaba a decir "dame cucharas", como si el conteo y la solicitud de las cucharas fueran acciones independientes. Esto nos daba la idea de que, como Juan

Manuel, probablemente Luis hubiera estado siguiendo los pasos del resto del grupo, atinando algunas veces y otras no. Al transcurrir la secuencia, el cambio se tradujo en un conteo más seguro y en la posibilidad de representar el número que quería comunicar por escrito (G4). Al finalizar la secuencia, Luis era capaz de realizar conteos hasta doce (por lo menos) tanto para comunicar como para interpretar números sin errores, incluso corregir el conteo de otros y realizar juegos paralelos al conteo, hacer cuentas descendentes y localizar un numeral, en la tira, a partir de su antecesor (busca el 7, identifica el 8 y sabe que el que busca es el anterior a 8).

*Ángel.* Su desempeño en las versiones del juego de comunicación oral fue del tipo O2 (parecido al de Luis): como emisor podía realizar el conteo de la colección de platos, pero no parecía ser capaz de interpretar el número dictado por su compañero, aún cuando conocía un tramo de la serie suficiente para hacerlo. En los juegos de comunicación gráfica, Ángel tendió a utilizar mensajes de tipo serie de números, que no siempre parecían responder a una correspondencia entre objeto y numeral sino más bien a la traducción del conteo que realizaba. En éstos, varias veces omitió algunos numerales. En un principio, nos pareció que este hecho podía indicar un momento de transición en el que para Ángel no era tan importante hacer la correspondencia, sino indicar el numeral correspondiente a la última etiqueta oral nombrada, sin importar las omisiones internas en la serie. Sin embargo, las respuestas erráticas del niño no nos permitieron conocer bien la lógica de éstas.

*Silverio.* El caso de Silverio fue singular en esta experimentación, por el uso de un recurso, muy útil, que, lamentablemente no fue difundido. Al iniciar la secuencia Silverio era capaz de reconocer una cantidad, aún de colecciones con un rango intermedio (5-8, o quizá hasta más grandes) por medio del reconocimiento perceptual de agrupamientos (descomposición aditiva) (O2). Su dificultad radicaba en el conocimiento de un tramo muy corto de la serie de números, por lo que en un principio prefirió utilizar el recurso de descomposición aditiva que conocía bien. Comenzó a usar el conteo hasta después de observar a sus compañeros hacerlo cada vez que respondían y al ver que era un recurso valorado por la educadora. El progreso de Silverio fue relativamente rápido, pues, aunque en un principio tuvo la necesidad de

utilizar la descomposición aditiva para verificar la cantidad, logró integrar la serie de números en sus resoluciones (O4). Las interacciones dentro del juego y el hecho de poder observar lo que otros niños hacían fue, sin duda, el principal estímulo de los progresos de Silverio.

*Dayna.* Desde el inicio de la secuencia su dominio del conteo nos hizo ubicarla en un tipo de desempeño alto (O4, G4). Para la mayoría de los niños que iniciaron con un tipo de desempeño alto, los progresos estuvieron relacionados con su destreza en el conteo, como: mejor estrategia de enumeración, mayor rango de recitación de la serie numérica oral, identificación de más numerales. Dayna, además, comenzó a desarrollar un recurso que no se observó en otros niños. En el juego 3 (comunicación oral), gracias a que hubo más tiempo y el trabajo fue más bien individual con objetos gráficos, Dayna tuvo la oportunidad de practicar un conteo por agrupamientos de tres en tres y de cuatro en cuatro elementos.

#### *El valor de las interacciones entre pares*

Las ayudas e interacciones que surgieron al interior de las parejas que jugaban, resultaron ser las más provechosas en el aprendizaje, aún más que las ayudas brindadas por la maestra o los momentos de recapitulación, en los que, por lo general, solamente atendían los niños que eran capaces de comprender la información. Otro factor que influyó en las interacciones fue la presencia del material concreto que formaba parte del juego. En la dinámica del juego, los alumnos, aún cuando no era su turno de jugar, se involucraban en juegos paralelos, en torno al número, con los que afirmaban sus conocimientos, ayudaban a otros a aprenderse la serie, incluso reflexionaban acerca de sus conocimientos sobre este contenido. Para las parejas de receptores, las oportunidades para practicar el conteo fueron más reducidas pues la maestra llevaba la única charola de cucharas sólo en el turno del equipo, lo que derivó en mayor dispersión de estos niños. Será importante considerar esto para propiciar juegos que brinden más oportunidades para contar y aprender sobre el número.

#### *Un comentario sobre los niños con más dificultades.*

En este trabajo se prestó una atención especial a los niños con más dificultades para aprender. Esto fue motivado por varias razones. Por un lado, la preocupación de que la escuela pueda proporcionar realmente oportunidades para los niños que empiezan a rezagarse desde muy temprana edad, ya sea por su capacidad intelectual o bien por las posibilidades que su medio les otorga. Por otro lado, por ser ésta una población poco atendida, tanto en las propias escuelas, como en los niveles en los que se hace investigación y se elaboran los currículos.

Al iniciar la revisión de la secuencia y sus características, teníamos la certeza de que, a diferencia de situaciones más cerradas, ésta podría permitir a los niños con más dificultades, jugar con cierto éxito a partir de sus conocimientos. Sin embargo, al transcurrir la secuencia, nos percatamos de que estos niños iban quedando rezagados y, lejos de usar sus conocimientos, tendían a dar respuestas azarosas, intentando siempre acercarse a los procedimientos validados por la educadora, sin lograrlo. Las expectativas de que todos los niños logaran resolver el juego mediante el uso del número, fue una presión que se hizo sentir en el grupo y no permitió a estos niños encaminar sus esfuerzos a resolver el juego por otros medios. Considerando a estos niños, pensamos que es importante destacar, en la misma medida que el número, procedimientos más elementales como la correspondencia biunívoca, el reconocimiento perceptual y la descomposición aditiva, que los pueden llevar al éxito.

Otro aspecto que se exploró en esta experiencia fue la búsqueda de la distribución más favorable para estos niños en los equipos. Cuando fueron asignados a un equipo, donde su pareja de mesa era un niño con un tipo de desempeño alto, estos niños tuvieron ayudas más ricas y provechosas.

#### *Procedimientos de resolución poco estudiados*

La experiencia permitió identificar algunas características de los procedimientos que los niños desarrollan, que han merecido pocos comentarios, o ninguno, en la literatura revisada sobre el tema. A continuación resumimos los que nos parecen relevantes:

#### - Cuantificar versus interpretar

Tanto en la comunicación oral como en la escrita pudo apreciarse que la cuantificación de una colección (decir cuánto hay) puede ser menos difícil para los niños que están en proceso de adquirir el principio de cardinalidad, que la interpretación de un número (formar la colección). Se identificaron niños que pueden hacer lo primero más no lo segundo. Esto se puede explicar por la falta de constitución de los principios de cardinalidad y abstracción, planteados por Gelman y Gallistell (1986). Estos niños logran realizar una correspondencia de etiqueta-objeto adecuada, nombrando la última etiqueta para su pedido sin, necesariamente, comprender que ésta representa la totalidad de elementos que solicitan. Saben que es la forma correcta de 'solicitar'. En cambio, en el rol de receptores, cuando tienen una charola llena de fichas, esta correspondencia se hace más compleja, puesto que la correspondencia uno a uno no debería terminar al agotarse las fichas del depósito sino al nombrar la etiqueta solicitada por el emisor. Ésta no es una tarea fácil si no se tiene una idea de la cantidad de fichas que representa la etiqueta nombrada.

#### - Principio de cardinalidad: lo oral versus lo escrito

La adquisición del principio de cardinalidad se reconoce, según los autores revisados (Gelman y Gallistell, 1978/1986) en la capacidad de considerar al último número pronunciado en un conteo como expresión de la cantidad. Algunas de las manifestaciones conocidas de la ausencia de este principio son: después de contar, frente a la pregunta ¿cuánto hay? se dice un número diferente al último número del conteo, o se toma una cantidad diferente de objetos; en lo escrito, se puede manifestar por la necesidad de escribir la serie numérica en lugar de un sólo número.

En la presente experiencia didáctica, se observó que varios de los niños que pudieron comunicar cantidades oralmente mediante un número (como emisores) en la comunicación escrita mostraron necesidad de escribir la serie numérica o bien mensajes mixtos. Estos mismos niños, con dos excepciones, cuando les tocó interpretar un mensaje del mismo tipo, tendieron a contar los numerales o bien a hacer una correspondencia entre el numeral y la ficha que tomaban. Los otros dos niños se limitaban a ver el último numeral escrito

y ese interpretaban. Cabe preguntarse, por qué, en lo escrito, algunos niños consideran necesarias múltiples grafías para expresar una cantidad, mientras que en lo oral les basta un sólo número, ¿qué otros factores intervienen en lo escrito que problematizan a estos niños?

- Usos de la tira de números

Hasta donde sabemos, no existen estudios sobre las formas en que los pequeños pueden incorporar la tira de números como apoyo para la realización de las tareas de cuantificar colecciones y de interpretar numerales. En el presente estudio se identificaron tres formas de uso de la tira, en ambas tareas (cuantificar, interpretar), tributarias del nivel de conocimientos de los niños:

\* Algunos niños, aún sin dominar el conteo, lograron utilizar la tira para codificar y decodificar numerales, a través de la correspondencia uno a uno. Por ejemplo, para cuantificar una colección mediante un número, hicieron una correspondencia uno a uno entre los objetos de la colección y los numerales de la tira, sin usar el conteo. Así localizaron el numeral que necesitaban.

\* Los niños que ya dominaban el conteo de los primeros números utilizaron la tira de una manera más eficiente: para cuantificar una colección, contaban los objetos de la colección y después contaban los numerales de la tira, empezando por el uno.

\* Los niños que conocían ya algunos numerales, usaron la tira para rectificar o recordar la forma de su escritura o bien para localizar un numeral menos conocido a partir de los que sí conocían.

La introducción de la tira resultó útil para que los niños fueran conociendo los numerales convencionales, al mismo tiempo que los usaban en una situación compleja (cuantificar, interpretar). Los niños con dificultades mayores, pudieron sacar provecho usando la tira como colección intermedia, o para localizar algún numeral, aunque no siempre el uso que le dieron resultó útil para resolver la tarea.

## Acerca de las condiciones didácticas

### *La secuencia: orden y frecuencia de los juegos.*

Si bien en la experiencia cotidiana logra observarse que los niños logran recitar los números antes de poder escribirlos, en el caso de la situación fundamental del número, la variante de comunicación oral resultó ser más exigente que la de comunicación gráfica, debido a que permitió una menor diversidad de procedimientos: los niños que aún no dominaban el conteo tendieron a fracasar en la primera, mientras que en la segunda algunos recurrieron a la alternativa de usar colecciones gráficas intermedias [1]. Parece claro que, en una etapa muy inicial, cuando aún no se utiliza el conteo de manera sistemática ni se usan numerales escritos, no hay una dependencia entre estos dos tipos de situaciones. Esto lleva a considerar que posiblemente la opción más adecuada consista en alternarlas, iniciando con un juego de comunicación gráfica. En ese caso, sería interesante averiguar si los recursos utilizados en ese juego pueden tener alguna incidencia sobre los que se utilicen en el juego de comunicación oral, por ejemplo, si aparece la idea de dictar objeto por objeto. En cambio, la decisión de iniciar con la situación de auto comunicación parece adecuada. Aunque no fue posible explotarla cabalmente por dificultades en la organización, dicha situación permite, en principio, una primera aproximación al problema mediante procedimientos muy elementales tales como la percepción visual (incluyendo la descomposición aditiva).

Con respecto a la frecuencia con que se aplicaron las situaciones cabe hacer varios comentarios. La razón de dos sesiones por semana resultó excesiva, al mismo tiempo que el lapso de seis semanas fue, demasiado corto [2]. Por una parte, los niños tendieron a cansarse, aunque, ciertamente, en esto intervinieron también algunas deficiencias relativas a las formas de organización del grupo. Pero, más allá de lo anterior, consideramos que extender el lapso de aplicación, a medio ciclo escolar, reduciendo la frecuencia semanal de las sesiones, y, sobre todo, intercalando otros tipos de situaciones, permitiría obtener un mayor provecho para el aprendizaje: los niños podrían desarrollar en forma paralela ciertas destrezas necesarias que están implicadas en la comunicación de cantidades, tales como la

recitación de la serie numérica; podrían abordar situaciones que también implican al número como cardinal, pero en otros contextos (e.g, "El caminito", fichas 4, 7, 11; "La tarea", ficha 2; "Todos deben tener lo mismo", ficha 17, SEP, 1994); podrían, finalmente, estudiar a los números naturales bajo otras de sus funciones, como la denominativa, lo cual también les permitiría mejorar su conocimiento sobre las series, con independencia de su función de representar cantidades.

Así mismo, prolongar el lapso de aplicación, permitiría, incluso a los mismos niños, apreciar avances más claros en su desempeño.

### *Los contextos y el material elegidos*

Los tipos de contextos y materiales elegidos para la secuencia proveyeron oportunidades para desarrollar diversas estrategias de enumeración. Por un lado, los platos resultaron ser fáciles de manipular, prestándose para ser movidos o apilados. En relación al material gráfico, los asientos otorgaron la oportunidad de desarrollar estrategias de conteo por alineación, pero a la vez no constituyeron la mejor opción para el primer juego de comunicación gráfica, cuando no había aparecido el número, pues fue para los niños más económico copiar los asientos, que intentar buscar otras formas de comunicación. Los perros y helados, en cambio, acomodados en una estructura no tan lineal, permitieron la búsqueda y afirmación de estrategias efectivas como el conteo por subgrupos, conteo de dos en dos, marcado y alineación.

Con respecto a las tarjetas número colección, se vio la necesidad de brindar ayudas que permitieran a los niños reconocer la direccionalidad de los numerales, para evitar errores en su interpretación, por ejemplo, trazar una línea debajo de los números, o bien, dar algunas pistas verbales.

### *El tamaño del grupo*

La cantidad de 32 niños (auto comunicación) demostró ser, en la primera sesión, demasiado grande para llevar a cabo la situación fundamental del número, considerando la cantidad de detalles que deben cuidarse para que la situación funcione, tales como los desplazamientos de los niños (o de los

mensajes), la importancia de respetar la regla de no devolver objetos ni traer más en el momento de verificar. La aplicación alternada con la mitad del grupo, de 16 niños, en cambio, pareció factible, aunque nos tomó tiempo encontrar formas de organización que funcionaran satisfactoriamente. Cabe señalar que en preescolar suelen utilizarse formas de trabajo que podrían ser adecuadas para organizar juegos de este tipo, tales como: el trabajo por rincones, áreas de trabajo o incluso por proyectos. En estas modalidades, la parte del grupo que no juega se organiza en equipos de trabajo con tareas que los niños pueden realizar solos mientras la educadora participa con algunos equipos en el juego.

### *Las formas de organización del grupo*

La necesidad de asegurar el buen funcionamiento del juego, cumpliendo las reglas, aunada al interés de observar lo que cada equipo hacía, nos llevó a establecer una forma de organización en la que solamente uno o dos equipos de cuatro niños, dos niños emisores y dos receptores, jugaban, mientras los demás observaban, con cambios de turno. Si bien con esto se satisficieron dichas necesidades, se provocaron tiempos de espera para jugar muy largos con la consecuente dispersión de la atención de los niños y la disminución de la intensidad de interacciones en torno al juego, en suma, un desaprovechamiento del tiempo disponible. El intento de motivar a los niños observadores haciéndolos sentir parte de dos grandes equipos que competían entre sí, tampoco ayudó. A lo largo de la secuencia comprobamos que, en situación de clase, no puede subordinarse la organización a la necesidad de observación. La observación por parte de la maestra debe resolverse rotando a los equipos observados a lo largo de varias sesiones[3].

En las últimas sesiones, las que correspondieron al juego 5 de comunicación gráfica, intentamos nuevamente que todos los equipos de niños jugaran simultáneamente (cuatro y cinco parejas jugando simultáneamente). La dinámica de las actividades mejoró notoriamente. El hecho de que las parejas tuvieran desde el principio su material (platos, huesos, asientos, tira de números, etc.) favoreció significativamente las interacciones entre los niños en torno a la actividad, aún en los tiempos de espera. Es necesario

decir que esto fue posible también gracias al mayor dominio que la educadora había alcanzado en el manejo de la situación.

Aún con esta organización, las parejas receptoras tenían que esperar a que las emisoras mandaran su mensaje. Hay otro tipo de organización para el tipo de situación de comunicación gráfica, que permitiría tener a todos los niños, todo el tiempo, en actividad, pero que no probamos debido a que requiere de un dominio muy grande de la situación por parte de quien la conduce: todos los equipos son, en un primer momento, emisores. La mitad de ellos (trabajando en pares), solicitan un tipo de objeto *A* mientras que la otra mitad solicitan un tipo de objeto *B* (por ejemplo, unos solicitan huesos para sus perritos mientras que los otros solicitan pelotas). En un segundo momento, todos son receptores de mensajes, los que solicitaron objetos *A*, son receptores de los que solicitaron objetos *B*.

Cabe precisar también aquí que, en los juegos 6 y 7, con las tarjetas número-colección (comunicación gráfica), fue mucho más fácil tener a todo el grupo trabajando simultáneamente, en equipos de 4, debido a las características de estos juegos: los niños no necesitaron de la coordinación de la educadora, tendieron a controlar por sí mismos el cumplimiento de las reglas (pocas y simples), pudieron verificar por sí mismos. Esto, además, liberó a la educadora para apoyar a los niños que lo necesitaban.

Así, las situaciones de afirmación resultaron ser más fáciles de organizar, más fáciles de trabajar en grupos numerosos, aunque, en contraparte, tienen menor potencial didáctico que la situación fundamental, pues en un caso, fue la educadora la que jugó una de los papeles (juego 3) y en otros, la situación resultó más cerrada al no admitir representaciones no convencionales (juegos 6 y 7).

#### *Las intervenciones de la educadora en los momentos de la consigna y la recapitulación*

En una situación a-didáctica la consigna juega un papel muy importante. Es la forma de la educadora de comunicar el problema a resolver a los alumnos. El conocimiento que se quiere ver aparecer en los niños debe ser una de las respuestas posibles a ese problema: la más económica. Si la educadora, al

dar la consigna, olvida plantear algunas de las restricciones que hacen aparecer al juego como un problema, o, en ella nombra la forma de resolver el juego, entonces, reduce las posibilidades de los niños de construir su conocimiento. El primer caso (olvido de consignas) sucedió a la maestra en algunas de las sesiones, ya fuera por que se estaba familiarizando con el tipo de situación, o bien, al cambiar de una variante de juego a otra.

Por otro lado, el momento de recapitulación de los diferentes juegos, que en general siguió al de verificación, se volvió en la mayoría de los juegos largo y cansado para los niños y no tan productivo como fueron las interacciones que se dieron al interior de los equipos. El tipo de preguntas realizadas por la educadora para destacar procedimientos o para ayudar a los niños a localizar sus errores fueron seguidas sólo por un grupo pequeño de niños, en general los niños que no tenían dificultad para realizar conteos. Para los niños con tipo de desempeño más alto, conocer la fuente del error les ayudó a no atribuir automáticamente el fracaso a alguno de los participantes. Para los niños que podían comunicar e interpretar cantidades, aunque no fueran todavía muy hábiles en el conteo, el momento de recapitulación, resultó ser un momento de 'sugerencias de procedimientos'. Sin embargo, el momento de recapitulación no resultó ser útil para que los niños que no sabían cómo contar, encontraran ideas de cómo hacerlo. Para éstos últimos, la dificultad de resolver el juego mediante el uso del número, pareció ensancharse en la medida que transcurrió la secuencia, logrando aproximarse sólo en la forma "al procedimiento validado".

Pensamos que es conveniente que este momento aparezca una o dos veces durante el juego (tal vez antes del cambio de roles y al finalizar el juego) con intervenciones de la educadora muy breves y que tiendan a mostrar lo que observó en algunos de los equipos. Por ejemplo: sabemos que una de las dificultades mayores para los niños preescolares al realizar sus conteos es encontrar una estrategia efectiva de enumeración. En lugar de realizar preguntas directas como: ¿cuántos platos y cuántas cucharas tiene? o preguntas muy difíciles de contestar como ¿por qué perdió? ¿qué pasó?, después de toda la ronda o todo el juego, la educadora podría elegir algún procedimiento con error que hubiera aparecido con frecuencia en esa ronda y verbalizarlo ella misma. Después hacer las preguntas encaminadas a

sugerir a esos niños cómo solucionar el error. Por ejemplo: "me fijé que algunos niños se saltaron un plato cuando los contaban y por eso perdieron, ¿alguien puede sugerirles cómo hacer para no saltarse ningún plato?". Este momento podría ser de más utilidad para los niños que estuvieran teniendo problemas de este tipo. En el caso de que los niños no tuvieran sugerencias, la misma educadora podría pedir a algún niño que hubiera utilizado alguna estrategia efectiva, que repitiera su procedimiento, y pedir a los demás que observaran cómo lo hace. Si aún no hubiera sugerencias, ella misma podría verbalizar lo que ese niño hizo y que a otros les cuesta trabajo hacer, como: "yo vi que X fue separando cada plato para que no se le olvidara ninguno" o "fíjense cómo Y toca primero todos los platos que están de este lado, después los de en medio y por último, los de la derecha". No obstante, el problema de qué preguntar, qué destacar en los momentos de recapitulación con niños pequeños va más allá de las consideraciones anteriores y deberá seguir siendo estudiado.

### *El contrato didáctico*

Un rasgo sobresaliente de las interacciones en el seno de las situaciones didácticas fue la sensibilidad que ya muestran los pequeños de preescolar a las expectativas y las valoraciones por parte de la educadora, es decir, el peso del *contrato didáctico*.

Estamos claros que dirigir una situación del tipo de "platos y cucharas", no es una tarea fácil, especialmente cuando los referentes de los que parte la práctica de enseñanza son, en algunos puntos importantes, muy distintos a los que plantea el enfoque didáctico que subyace a situaciones como las que aquí se aplicaron. La aplicación de situaciones a-didácticas requiere que la maestra atenúe lo más posible los 'presupuestos didácticos' poniendo el problema en las manos de sus alumnos, para que ellos se hagan cargo de resolverlo con sus propios medios (Brousseau, 2000).

Debido a que este tipo de situaciones de enseñanza supone una ruptura en el tipo de contrato didáctico más común en la enseñanza, la maestra buscó la manera de modificar el contrato didáctico existente en el grupo, para responder, por un lado, a las expectativas de esta investigación, y por el otro, a su necesidad de indicar a los niños lo que ella esperaba que

aprendieran del juego[4]. Debido a esto, la educadora no mostró directamente cómo resolver el juego, pero desde muy temprano validó los procedimientos de los niños que el grupo reconocía como “voces importantes”.

En estudios hechos sobre la adquisición de la lengua escrita se pueden localizar, también, algunos ejemplos de la sensibilidad que muestran los niños a las expectativas de la maestra. Por ejemplo, en un estudio realizado por Ferreiro y Teberosky (1979) se encontró que los niños que se ubican en los niveles más elementales de conceptualización de la escritura[5], y participan en un proceso de enseñanza escolar de este saber, al solicitárseles que escriban, tienden a reducir la cantidad de grafías en su escritura exclusivamente a las que han sido trabajadas en clase, a diferencia de niños que se encuentran en la misma etapa de adquisición de la lengua escrita, sin escolarización. Esto nos habla de la influencia que toman los elementos transmitidos en la escuela en las producciones que los niños hacen en la misma, aún cuando fueran capaces de utilizar otros conocimientos en situaciones extraescolares similares.

### El desempeño de la educadora

La educadora, con ninguna experiencia en la conducción de situaciones didácticas de este tipo, logró conducir la secuencia dentro de los márgenes previstos. Cabe decir, en primer lugar, que se comprometió con entusiasmo en la experiencia. Repasaremos aquí brevemente los insumos de los que dispuso, así como las dificultades a las que se enfrentó, varias de las cuales pudo superar.

#### *Las fichas de trabajo y las asesorías*

Para poner en práctica esta secuencia de situaciones didácticas, la maestra contó con el apoyo de dos elementos: una ficha de trabajo por juego y una sesión de asesoría previa a cada sesión de juego, en la que se aclaraban las dudas surgidas de las fichas. De acuerdo a las dudas y comentarios de la maestra y tomando en cuenta las principales dificultades surgidas a lo largo de la secuencia, los puntos que podrían enfatizarse más al elaborar las fichas de trabajo son: la consigna con los elementos que no deben ser olvidados;

recursos de los niños que conviene hacer públicos o someter a discusión y los tipos de preguntas o intervenciones para ese momento; los tipos de ayudas para niños con distintos tipos de desempeño; posibles variantes para aplicar en distintas repeticiones; varios tipos de organización y, tal vez, las ventajas y desventajas de cada una.

### *Las dificultades; algunas soluciones*

Es claro que algunas de las dificultades se debieron a la poca familiaridad de la educadora con este tipo de situaciones, tales como la ruptura del contrato didáctico que conllevan y las formas de recapitulación de procedimientos y errores. Hubo otras dificultades relacionadas con la forma de organización grupal y la operatividad, como: el manejo de turnos, la forma de anotar la puntuación de los equipos, para las cuales la educadora echó mano de su experiencia, buscando soluciones más prácticas.

El hecho de que el juego aceptara múltiples respuestas exitosas por los niños fue una característica que movilizó la práctica habitual de la maestra. Esto la llevó, a partir de cierto momento, a registrar los procedimientos tanto de los alumnos emisores como de los receptores, en el mensaje gráfico de cada jugada y a buscar algunas ayudas personalizadas para los niños que mostraron más dificultad.

### **Reflexiones finales: aportes de la didáctica; aspectos pendientes de indagar**

Creemos que la experiencia constituye un ejemplo de lo que la didáctica de las matemáticas puede aportar al nivel de preescolar en términos de situaciones didácticas de buena calidad, para la enseñanza de las matemáticas. La asesoría mínima que requirió una educadora sin una formación previa en el manejo de situaciones de este tipo, la posibilidad de organizar al grupo, numeroso, para trabajar alternadamente con dos subgrupos, muestran que la aplicación de este tipo de situaciones es, si no sencilla, sí factible. La riqueza de las interacciones entre los niños, la diversidad de recursos de los que echaron mano para abordar las situaciones justifican, nos parece, la pertinencia de introducir en preescolar actividades específicamente diseñadas para el aprendizaje de las

matemáticas, sin menoscabo de otros recursos didácticos tales como los proyectos integradores.

Por otra parte, la experiencia abrió algunas problemáticas de distinta índole que deberán seguir siendo estudiadas. Ya hemos mencionado algunas de ellas: de índole didáctica, la insuficiencia de las ayudas y de los procedimientos que conviene destacar para ayudar a algunos de los niños con más dificultad; la necesidad de estudiar otras formas de secuenciar las variantes de comunicación oral y gráfica; de índole psicológica, el papel de la imitación de gestos aislados en el proceso de aprendizaje, la necesidad de una comprensión más profunda del proceso de adquisición de la cardinalidad considerando simultáneamente las funciones de emisor y receptor, y los registros oral y gráfico;

Cabe agregar un tema de investigación pendiente para la didáctica, derivado de los aportes de la investigación reciente sobre la psicogénesis del sistema gráfico numérico. Vimos en el capítulo 1 que algunos estudios (Lerner y Sadovsky, 1998; Brizuela, 2001, Alvarado, 2002) han mostrado que los niños, desde muy pequeños, 4 ó 5 años, han desarrollado importantes conocimientos sobre la escritura de los números, incluso mayores que 100. En dichos estudios, los numerales que los niños escriben no constituyen, como en el presente, medios de comunicación de una cantidad, se trata de usos más simples, tales como los llamados "denominativos" (por ejemplo, los números de teléfono) o bien, para expresar cantidades pero en situaciones mucho menos exigentes que en la situación fundamental del número, desde el punto de vista de la cardinalidad, tales como el dictado de cantidades (la investigadora dicta, por ejemplo, una receta: "huevos, cuatro"). La pregunta es: ¿cómo aprovechar en el proceso amplio de enseñanza de los números, estos conocimientos? Para evitar la tentación de replicar en el aula las situaciones de entrevista utilizadas en dichos estudios, se requiere diseñar y experimentar nuevas situaciones didácticas que favorezcan la incorporación y el desarrollo de esos conocimientos. Esto implica, también, distinguir bien las distintas modalidades de uso de los números y los distintos tipos de conocimiento que subyacen a dichas modalidades. Requiere, finalmente,

estudiar la forma en que estas diversas modalidades se afectan mutuamente, se retroalimentan.

Para terminar:

Esperamos que la experiencia reportada en este trabajo, el recuento de las dificultades y de las formas en que se fueron superando paulatinamente, constituya un material útil en la formación de las educadoras.

- 
- [1] Cabe recordar que las primeras formas que encontró la humanidad para registrar cantidades, antes de la invención del número, fueron mediante colecciones intermedias, tales como: grabados en huesos, en cuevas, el uso de los dedos, piedras o granos (Ifrah, 2000).
  - [2] Esta frecuencia obedeció al tiempo limitado del que se disponía para llevar a cabo la fase experimental de este estudio.
  - [3] La observación para la investigación debe resolverse de otras maneras: si no se cuenta con suficientes observadores, lo cual fue el caso aquí y es el caso general, puede hacerse el seguimiento solamente de un subgrupo pequeño de niños.
  - [4] Este último hecho resta al juego platos y cucharas su carácter a-didáctico, puesto que la intención de enseñanza nunca desaparece para los niños.
  - [5] Nos referimos a los niveles presilábicos, identificados en este texto por las autoras como nivel 1, en el que los alumnos tienden a reproducir los rasgos típicos de la escritura con la que tienen contacto; y el nivel 2, en el que marcan alguna diferencia entre dos palabras, aún cuando ésta diferencia radique únicamente en el orden que ocupan las grafías en la escritura.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Thèse pour obtenir le grade de Docteur. Bordeaux: Ecole Doctorale de Mathématiques-Informatique, Université de Bordeaux I.

Brizuela, B. (2001). *Children's ideas about the written number system*. Ph.D. Thesis. Boston: School of Education, Harvard University.

Brizuela, B. (in press). The figurative and operative in children's understanding of the written number system. In: Strauss, S. (Ed.) *The Development of Notational Representations*. New York: Oxford University Press

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche des didactique des mathématiques*, 7, 33-115.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Paris: La pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2000) Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12, 5-38.

Comiti, C. (1977). A propos de l'approche de la notion de nombre. *Grand N*, 11, 136-155.

Dienes, Z. P: y Holt, M. (1975). *Zoo. Juegos matemáticos para educación preescolar. Gato 2*. (2ª ed.) Barcelona: Teide. (Original, 1972)

Dienes, Z. P: y Holt, M. (1976a). *Zoo. Juegos matemáticos para educación preescolar. Elefante 1*. (2ª ed.) Barcelona: Teide. (Original, 1972)

Dienes, Z. P: y Holt, M. (1976b). *Zoo. Juegos matemáticos para educación preescolar. Elefante 2*. (2ª ed.) Barcelona: Teide. (Original, 1972)

Dienes, Z. P: y Holt, M. (1976c). *Zoo. Juegos matemáticos para educación preescolar. Gato 1*. (2ª ed.) Barcelona: Teide. (Original, 1972)

Dienes, Z. P: y Holt, M. (1973). *Zoo. Juegos matemáticos para educación preescolar. Notas para el profesor*. (J. Tortella, trad.) Barcelona: Teide.

Douady, R. (1995a). Nacimiento y desarrollo de la didáctica de las matemáticas en Francia: rol de los IREM. En: P. Gómez (Comp.) *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 1-23). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Douady, R. (1995b). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En: P. Gómez (Comp.) *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 61-96). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

El Bouazzaoui, H. (1982). *Étude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relations entre divers caracteres de ces situations et le sens, la compréhension de l'apprentissage de ces notions*. Thèse pour obtenir le grade de Docteur de 3e Cycle. Bordeaux: Université de Bordeaux I.

ERMEL (1990). *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages, grande section de maternelle*. Paris: Hatier.

Ferreiro, E. y Teberosky, A. (1999). *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño* (20ª ed.) México: Siglo XXI. (Original, 1979)

Fuson, K. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York: Springer-Verlag.

Gálvez, G. (1998). La didáctica de las matemáticas. En: Parra y Saiz (Comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 39-50). México: Paidós Educador:

- Gelman, R. y. Gallistell, C. R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, Massachusetts, and London, England: Harvard University Press. (Original, 1978)
- González, A. y. Weinstein, E. (2001). *¿Cómo enseñar matemática en el jardín? Número-Medida-Espacio*. Buenos Aires: Colihue.
- Hiebert, J. (1988). Theoretical approaches to the study of number acquisition (Acercamientos teóricos al estudio sobre la adquisición del número). En: Bergeron y. Herscovics (Comps.). *Psychological Aspects in early Education*. Montreal, Canadá, Versión preliminar, manuscrito no publicado.
- Hohmann, M. y. Weikart, D. (1999). *La educación de los niños pequeños en acción. Manual para los profesionistas de la educación infantil*. (M. A. Moreno, trad.) México, D.F.: Trillas. (Original, 1979)
- Hughes, M. (1987). *Los niños y los números. Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. (J. A. Iglesias, trad.) Barcelona: Planeta. (Original, 1986)
- Ifrah, G. (2000) *Historia universal de las cifras. La inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo*. Volumen 1. México, D.F: SEP-Espasa:
- Kamii, C. y DeVries, R. (1978). *Piaget, Children and Number* (2<sup>nd</sup> ed.) Washington, USA: National Association for the Education of Young Children.
- Kamii, C. (1995). *El número en la educación preescolar* (4<sup>a</sup> ed.)(E. Martín y A. Moreno, trad.) Madrid: Visor. (Original, 1982)
- Kato, Y., Kamii, C., Osaki, K., Nagahiro, M. (2002). Young Children's Representations of Groups of Objects: The Relationship Between Abstraction and Representation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 1, 30-45
- Kline, M. (1988) *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar* (13<sup>a</sup> ed.) (Garma, S. Trad.). México: Siglo XXI (original, 1973)
- Lerner, D. y Sadovsky P. (1998). El Sistema de numeración: un problema didáctico. En: Parra y Saiz (Comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 95-184). México: Paidós Educador.
- Margolinas, C. (1998, juillet). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. *Actes de l'U. E. de la Rochelle : Analyses des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, France*, 3-16
- Moreno, L. y Block, D. (2002) Democratic Access to Powerful Mathematics in a Developing Country (Chapter 13) En: Lyn D. English (Ed.) *Handbook of International Research in mathematics Education* (pp. 301-321). USA: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Panizza, M. (comp.) (2003) *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires: Paidós
- Piaget, J.y Szeminska A. (1996). *Génesis del número en el niño* (8<sup>a</sup> reimpresión) (S. Vasallo, trad.) Buenos Aires: Guadalupe. (Original, 1964)
- Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el periodo preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 74, 3-24.
- Rockwell, E. (coord.) (1989) *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II*. (2<sup>a</sup> ed.) México: CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.
- Ruiz, A. (1992) Las matemáticas modernas en las Américas... filosofía de una reforma. *Educación Matemática*, 4, 10-20.

- Sastre, M. y. Moreno, G. (1999). *Descubrimiento y construcción del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Schaeffer, B., Eggleston V. y Scott , J. (1974). Number Development in Young Children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- SEP (1981a). *Programa de Educación Preescolar. Libro 1. Planificación general del programa*. México: Cuadernos/SEP.
- SEP (1981b). *Programa de Educación Preescolar. Libro 2. Planificación por unidades*. México: Cuadernos/SEP.
- SEP (1981c). *Programa de Educación Preescolar. Libro 3. Apoyos metodológicos*. México: Cuadernos/SEP.
- SEP (1991). *Actividades de Matemáticas en el Nivel Preescolar*. México: SEP.
- SEP (1992). *Programa de Educación Preescolar*. México: Dirección General de Educación Preescolar de la SEP.
- SEP (1994). *Fichero de Actividades didácticas. Matemáticas. Primer Grado*. México: SEP.
- SEP (1996). *Material para Actividades y Juegos Educativos*. México: SEP.
- SEP (Comp.) (2000). *Antología de Educación Especial. Evaluación del factor preparación profesional*. México, D.F.: SEP.
- SEP (2002). *Orientaciones Pedagógicas para la educación preescolar de la Ciudad de México*. México, D.F.: SEP.
- SEP-DGEE (1984). *Propuesta para el aprendizaje de las matemáticas en grupos integrados*. México: SEP-OEA.
- SEP-DGEP (1976). *Guía Didáctica para Jardines de Niños*. México: SEP.
- SEP-DGEP (1979a). *Programa de Educación Preescolar*. México: SEP.
- SEP-DGEP (1979b). *Metodología del Programa de Educación Preescolar*. México: SEP.
- Solares, D. (1999). *La fracción como resultado de una división: un estudio didáctico*. Tesis de Maestría. México, D.F.: DIE-CINVESTAV.
- UPN-SEP (1983). *Sistema de Educación a distancia. Anexo 1 Concepto de número. Construcción espontánea y consecuencias pedagógicas*. México: SEP.
- Weikart, D., Rogers, L., Adcock, C. y McClelland, D. (1980) *The Cognitively Oriented Curriculum*. (4<sup>th</sup> ed.) University of Illinois, E.U.A.: ERIC-NAEYC publication in Early Childhood Education. (Original, 1971)
- Wolman, S. (2000). La enseñanza de los números en el nivel inicial y en el primer año de la EGB. En: Kaufman, A. M. (comp.). *Aula XXI. Letras y números. Alternativas didácticas para Jardín de infantes y Primer Ciclo de la EGB*. (pp. 161-256) Buenos Aires: Santillana

### Entrevista Inicial

#### DESARROLLO:

1. **Cuantificar.** Se le pregunta al niño cuántos objetos hay en una colección de entre 7 y 10 objetos [1].
2. **Comunicar la cantidad gráficamente.** Una vez que el niño dice la cantidad, se le pregunta cómo lo escribiría.
3. **Interpretar un número oral.** Se pide al niño que forme una colección a partir de un número dado.
4. **Nombrar un numeral.** Se le muestra en un papel un numeral entre el 1 y el 10 y se pide que diga qué número es.
5. **Escribir un número dictado.** Se dicta un número y el niño debe escribirlo.
6. **Recita la serie.** Se le pide que cuente hasta el número que pueda hacerlo. Cuando termina, se le anima a que continúe.
7. **Conservar cantidad.** Se le pide que construya una colección igual a la de la observadora (entre 5 y 7 fichas alineadas). Se pregunta quién tiene más. Después la observadora redistribuye las fichas ya sea extendiendo el espacio entre una y otra o cambiando la configuración y vuelve a preguntar quién tiene más.

**Tabla I. Entrevista inicial**

	Andrea	Ernesto	Luis	Juan M.	Dayna	Nayeli	Martín	Silverio
<b>Recita serie</b>	1-11, 13-16	1-26	1-6,8-11, 13-25	No convencional	1-59	1-3	1-39	1-4
<b>Cuantifica</b>	D (1-6) A (6-11)	A (1-20)	B (1-15),	-	A (1-20)	C (1-2)	A 1-20	C (1-4) C1 (5,7)
<b>Interpreta un número oral</b>	A (1-11), B (12-16)	A (1-17), B (18)	A (1-7), B (8-15)	No	A (1-20)	No	A (1-15)	A (1-4), C1 (7)
<b>Comunica cantidad gráficamente</b>	No	Número 1-10	No	Dibuja colección (1,5,7)	Número 1-16 17 escribe la serie	No	Número 1-10	Dibuja colección (3), número (8)
<b>Escribe un número dado.</b>	Sólo 1, 4, 8	1-18 *	1-8	No	1-30	Sólo 3	1-12 * 16=016	1-18 *

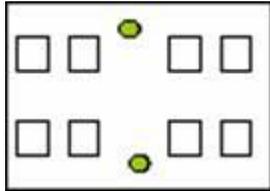
<b>Nom- bra nume- rales</b>	1-7	1-10	1-9	No	1-30	No	1-20	1- 10
<b>Conser- va canti- dad</b>	II.	Ia	II	I	I	-	II	Ia
A: Conteo A1: Conteo con descomposición aditiva B: Conteo con errores de enumeración C: Reconocimiento perceptual de la cantidad (1-4) C1: Reconocimiento perceptual de subcolecciones					D: Estimación de la cantidad *: (dificultad con números no transparentes) I: Iguala cantidad (correspondencia 1-1, o conteo) Ia: Iguala cantidad, al modificarse la distribución de una colección, no conserva II: iguala espacio, no cantidad			

### Ficha para la educadora. Juego 1

<b>Platos y cucharas</b>	<b>Juego 1</b>
<p><b>CARACTERÍSTICAS GENERALES:</b></p> <p>Es un ejercicio de auto comunicación, pues el representante del equipo deberá recordar, de alguna manera, la colección de la que parte (la de los platos) para construir una igual (con las cucharas).</p> <p><b>Rango:</b> 7 a 10 platos</p> <p><b>Número de juegos:</b></p> <p>Este juego se repetirá 5 veces. Un juego inicial de prueba para que los alumnos se familiaricen con las reglas del juego y después, una repetición por cada jugador de los equipos.</p> <p><b>Duración aproximada:</b> 1 hora. 1 sesión.</p>	<p><b>MATERIALES:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entre 7 y 10 platos por equipo.</li> <li>▪ Dos botes con 100 cucharas, cada uno, ubicados en distintos lugares, alejados de los equipos.</li> <li>▪ Un sobre para cada equipo con cuatro estampas distintas (las mismas para los diferentes equipos).</li> </ul> <p><b>Si el juego resultara fácil.</b></p> <p>Se puede aumentar la cantidad de elementos entre 10 y 15.</p> <p><b>Si el juego resultara difícil.</b></p> <p>Se podrá reducir entre 5 y 8 elementos, la primera vez y aumentar la cantidad de elementos la segunda vez.</p>

**Distribución del espacio:**

Habrán de 3 a 4 niños por mesa.

**Alumnos con necesidades educativas especiales:**

Si es solo uno, la educadora le dará su turno en el tercer lugar, para que el alumno con nee vea antes los procedimientos de sus compañeros. En su turno, la educadora cambiará la cantidad de platos a 3 ó 4 (de acuerdo a las posibilidades del alumno). Si son varios, la educadora deberá distribuirlos en los diferentes equipos y procurar que les toque su turno al mismo tiempo. Esto se deberá considerar desde el momento de asignarles figuras a los alumnos en los equipos (Ver consideraciones generales).

**Platos y cucharas****Juego 1...****CONSIDERACIONES GENERALES:**

Para controlar que a todos los niños les toque pasar una vez, se pueden asignar el nombre de cuatro animales o frutas (los mismos para cada equipo), de manera que en cada equipo habrá una pera, una manzana, un plátano y un melón, por ejemplo. La educadora indicará a qué fruta (niño) le toca jugar cada vez. Así pasarán todas las peras en el primer juego, las manzanas en el segundo, etc.

**DESARROLLO:****Momento 1.**

- ▶ El grupo se organiza en equipos de cuatro niñas y niños.
- ▶ Cada equipo escoge un nombre.
- ▶ La educadora escribe en el pizarrón los nombres de los equipos, con espacio suficiente para registrar los juegos ganados y perdidos.
- ▶ La educadora coloca los dos botes con cucharas en los lugares designados.

**Momento 2:** (se omite este momento para el juego de prueba)

- ▶ La educadora asigna los nombres de frutas o animales a los integrantes de los equipos. Para economizar tiempo, esto puede hacerse, dándole a cada equipo un sobre con cuatro papelitos y en ellos las figuras impresas con sellos y pidiendo que cada niño tome uno. Todos los sobres deben tener las mismas figuras.

### Momento 3.

- ▶ Consigna:
  - *A cada equipo les voy a dar unos platos (en ese momento, entrega a cada equipo una cantidad de platos, entre 7 y 10).*
  - *Un representante (dice una de las figuras escogidas) deberá ir al bote de cucharas a buscar las que necesite el equipo para que **a cada plato le toque una sola cuchara.***
  - *El representante **podrá hacer un solo viaje** para buscar las cucharas.*
  - *Ganan los equipos que logren traer las cucharas necesarias, **sin que les falten ni les sobren.***

### Platos y cucharas

### Juego 1...

#### Momento 4.

- ▶ Una vez que los niños elegidos saben lo que van a buscar, la educadora les pide que se paren cerca de ella en dos hileras **a** y **b**, según la distribución de las mesas (ver esquema). Así, cuatro mesas (señaladas como **a**) irán a uno de los depósitos de cucharas (**a**) y las otras cuatro mesas al otro (**b**). Es importante que las mesas de trabajo estén lo más alejadas que se pueda del depósito de cucharas que les corresponda, para evitar que los niños puedan corroborar desde el depósito.
- ▶ La educadora manda a dos niños, uno de cada fila, a los dos depósitos para que tomen las cucharas que necesiten. Solo podrán ir una vez.
- ▶ Después les pide que permanezcan parados en la fila otra vez, mientras van otros dos y así hasta que los 8 niños tengan las cucharas para su equipo.

**Nota: Es probable que, en el juego de prueba, algún niño intente regresar al bote a traer más cucharas en caso de que le**

**hayan faltado. En este caso, la educadora deberá detenerlo y recordarles a todos que sólo se puede hacer un viaje para traer las cucharas.**

**La educadora deberá hacer énfasis en que podrán hacer un solo viaje para traer las cucharas. Después, a la hora de verificar con todos los equipos, resaltaré esta regla una vez más.**

*Nota: Es importante no decir a los niños lo que deben hacer para resolver el juego, sino dejarlos que busquen soluciones desde su propio conocimiento.*

#### **Momento 5.**

- ▶ Verificación: La educadora pide que pase uno por uno a su mesa, coloque las cucharas en los platos y el equipo diga si ganaron o perdieron. Los otros niños corroboran que así haya sido. En el caso de haber perdido, la educadora debe dejar que ellos mismos digan si les faltaron o les sobraron cucharas.
- ▶ Algún niño se encarga de registrar en el pizarrón, a cada equipo, si ganaron o perdieron (esto no se hace en el juego de prueba).

#### **Platos y cucharas**

#### **Juego 1...**

Después del juego de prueba, el juego se repite 4 veces, cambiando al niño que se hará cargo de cada equipo, utilizando los nombres de animales o frutas (u otros) para designar al que le corresponda jugar. La educadora irá variando la cantidad de platos de cada equipo, dentro del mismo rango (de 7 a 10 platos).

*Nota: En este momento es importante que la educadora trate de hacer ágil la actividad y no detenerse demasiado en cada equipo. Sin embargo, deberá destacar algunas situaciones que se hayan presentado (ver en la sección de comentarios).*

## COMENTARIOS:

**Lo que se puede destacar:** Será importante que la educadora destaque algunos de los procedimientos y errores de los niños. Esto es para que **ellos mismos** vayan privilegiando los procedimientos más efectivos y desechando los que tienen pocas probabilidades de tener éxito.

***Nota:** Cuando se trate de destacar un error, es importante no mostrarlo como algo vergonzoso. La educadora puede decir: "Vamos a ayudar entre todos al equipo a encontrar por qué no les salió".*

*Por el contrario, cuando se trate de destacar un procedimiento que sí funcionó, no es necesario ni conveniente exagerar la exaltación o felicitación. Simplemente se muestra una manera más en que la situación se puede resolver. La educadora puede decir: " Al equipo X le salió bien. Vamos a ver cómo lo hicieron".*

*El tono de la educadora no debe variar demasiado ante un procedimiento exitoso y uno de fracaso, para evitar que los niños que fracasaron no se inhiban y también para evitar que los niños empiecen a guiar sus acciones, no por los resultados del juego, sino para ganar la aprobación o felicitación de la maestra.*

### Platos y cucharas

### Juego 1...

A continuación se enunciarán los procedimientos que los niños pueden recurrir. Se marcarán con un \* los que pueden destacarse en la etapa de verificación.

#### Los procedimientos exitosos probables.

- \* Contar los platos, recordar el número y construir una colección equipotente, es decir, de la misma cantidad de cucharas.
- \* Contar los platos con descomposición aditiva. Esto es, separar los platos en dos o más colecciones pequeñas que

#### Los procedimientos exitosos poco probables:

- Correspondencia 1 a 1 con una colección intermedia (con los dedos). El niño hace una correspondencia de los platos con sus dedos y después hace corresponder una cuchara a cada uno de los dedos levantados. Es probable que el niño necesite ayuda para tomar las

el niño pueda controlar, recordar los números y construir la colección a partir de las pequeñas colecciones.

cucharas. En ese caso la educadora permite que otro niño le ayude.

**Los que probablemente no permitirían tener éxito:**

- No considerar la colección de platos y traer un puñado de cucharas.

**Los errores probables en el conteo:**

- Si el niño o niña no conoce la serie numérica. Recita los números que conoce indistintamente, mencionando varias veces algunos y vuelve a empezar varias veces.

- \* Si recita correctamente la serie, pero no considera todos los elementos de la colección mientras cuenta o considera algunos varias veces.

En el caso del último procedimiento, puede pedirse al niño que vuelva a hacerlo y que los niños observen lo que hizo. La educadora puede pedir a otro niño que cuente y todos comparen los resultados.

En los juegos posteriores, los equipos que hayan tenido éxito podrán reafirmar su procedimiento o modificarlo en caso de haber encontrado un procedimiento más efectivo entre los de los otros equipos. Los equipos que hayan fracasado, buscarán tener más cuidado en el procedimiento utilizado o buscarán modificarlo por uno de los utilizados por otros equipos.

**Tabla II: Procedimientos de resolución en el juego 1[2] .**

Niños	Sesión 1			
	Ronda 1		Ronda 2	
	Platos	Cucharas	Platos	Cucharas
<b>JM</b>				
<b>NY</b>	F			
<b>SI</b>	A		A1	
<b>LU</b>				
<b>MN</b>	A, B		*A	B
<b>ER</b>	*D, A	D, B	A, B	

<b>AN</b>	*D, A	D con e	A	
<b>DA</b>	A		* A	A

A: Conteo sin error

D: Reconocimiento

A1: Conteo sin error con

perceptual

descomposición aditiva

F: No pide o le ayuda algún

B: Conteo con error.

compañero.

\* Niños responsables de la

jugada.

**Tabla III. Procedimientos de resolución en los juegos de comunicación oral. Juegos 2 y 3[3]**

Niños	Sesión 2		Sesión 3		Sesión 4		Sesión 5		
	E	R	E	R	E	R	Afirmación 1		Afirmación 2
							E	R	E
<b>JM</b>	--	E	E	E	E	E	E	E	F
<b>NY</b>	--	E	¿?	F	E	E, B	E	E	¿?
<b>DI</b>	--	E	B	E	A	E			
<b>AG</b>			A	E	A	E			
<b>ST</b>	A	E	F	E	A	A			
<b>LU</b>	A	E	B	A	B	A	F	¿?	B
<b>MF</b>	A, B	A	B, B	A	A	A			
<b>MN</b>	A, B	A	A	¿?	A	A	A	A	B
<b>GE</b>	A	E	A, A	A	A	A			
<b>SI</b>	--	B*	B*, A, A, A	A, A	A	A	A	A	A
<b>JU</b>	A, A	A	A	A	B	A			
<b>YO</b>			A	A	A	A			
<b>IV</b>			A	A	A	A			
<b>AN</b>	A, A	A	F	A	A	A	A, ¿?	A	A
<b>DA</b>	A, A, A	A			A	A	A	A	A
<b>ER</b>	A, A, A	A	A	A	A	A	A	A	A

A: Conteo sin errores

C: Correspondencia uno a uno

A1: Conteo sin errores con descomposición aditiva

D: Reconocimiento perceptual

B: Conteo con errores (enumeración)

E: Cantidad o número al azar.

B\*: Conteo con errores (desconocimiento de la serie)

F: No pide o algún compañero le dicta

**Tabla IV. Recursos para elaborar e interpretar los mensajes. Juego 4**

Niños	Rol	Sesión 6		Sesión 7	
		Tipo de mensaje	Recurso	Tipo de mensaje	Recurso
JM	Emisor	Colección intermedia	E	Colección intermedia	E
	Receptor	Colección intermedia	E	Colección intermedia	E
DI	Emisor	Colección intermedia	E	Colección intermedia	E
	Receptor	Colección intermedia	E	Serie de números	E
NY	Emisor	Colección intermedia	C	Colección intermedia	C
	Receptor	Colección intermedia	¿C? Con e	Un numeral	E
ST	Emisor	Serie de números	¿?	Serie de números	D ó A
	Receptor	Serie de números	E	Colección intermedia	B
AG	Emisor	*		Serie de números	A y G
	Receptor	Colección intermedia	B	Serie de números	A
GE	Emisor	Colección intermedia	A y C	Serie de números	A
	Receptor	*		Serie de números	A
MF	Emisor	Colección intermedia	A	Serie de números	A
	Receptor	Colección intermedia	A	Serie de números	C
JU	Emisor	Serie de números	A	Serie de números	A
	Receptor	Serie de números	¿A2?	Serie de números	C
SI	Emisor	Colección intermedia)	C	Mixto (colección numeral)	C, con e y A
	Receptor	Serie de números	¿A2?	Colección intermedia	A
AN	Emisor	Colección intermedia	B	Colección intermedia	A
	Receptor	Colección intermedia	A	Un numeral	A
YO	Emisor	Colección intermedia	A	Serie de números	A
	Receptor	Serie de números	¿A2?	Un numeral	A
IV	Emisor	Serie de números	A	Un numeral	B
	Receptor	Colección intermedia	B	Serie de números	¿A2 ?
DA	Emisor	Serie de números	A	Un numeral	A
	Receptor	Colección intermedia	B y C	Un numeral	A
LU	Emisor	Colección intermedia	C	Un numeral	A
	Receptor	Colección intermedia	A	Mixto	A
MN	Emisor	Colección intermedia	A	Un numeral	A
	Receptor	Colección intermedia	G	Colección intermedia	A
ER	Emisor	Colección intermedia	A y C	Un numeral	A
	Receptor	Colección intermedia	C	Un numeral	A

A: Conteo sin errores

C: Correspondencia uno a uno

A1: Conteo sin errores con descomposición

D: Reconocimiento perceptual

aditiva

E: Cantidad o número al azar.

A2: Considera el último número y cuenta

F: No pide o le ayuda su compañero.

B: Conteo con errores.

G: Otros, como: omite un numeral (AG).

- \* Ángel y Gerardo fueron la primera pareja que jugó en la sesión 6. Lo hicieron con la modalidad de comunicación oral, pues la maestra había olvidado la parte de la consigna para cambiar a comunicación escrita. Es por esto que no aparecen sus registros

**Tabla V. Recursos para elaborar e interpretar los mensajes gráficos. Juego 5**

Tipo de desempeño	Niños	Rol	Sesión 8		Sesión 9	
			Tipo de mensaje	Recurso	Tipo de mensaje	Recurso
E1	DI	E	Colección intermedia	F y E	Colección intermedia	F +
		R	Un numeral	F y E	Un numeral	E
E2	NY	E	Colección intermedia	C +	Una grafía	E

		R	Un numeral	E	Un numeral	E +
	<b>JM</b>	E	Numerales	F +	Serie de números	C +
		R	Un numeral	E	Un numeral	C y F +
<b>E3</b>	<b>AG</b>	E	Un numeral	F + y A	Serie de números	G
		R	Un numeral	A, G	Un numeral	E +
	<b>AN</b>	E	Colección intermedia	B		
R		Un numeral	G			
<b>E4</b>	<b>ST</b>	E	Un numeral	B	Un numeral	B
		R	Colección intermedia	A	Un numeral	A
	<b>IR</b>	E			Un numeral	A
		R			Un numeral	C +
	<b>DA</b>	E	Un numeral	A		
		R	Un numeral	A		
	<b>GE</b>	E	Un numeral	A+	Un numeral	A
		R	Mixto (colección-numeral)	A	Serie de números	A2
	<b>JU</b>	E	Un numeral	A	Un numeral	A
		R	Un numeral	A +	Una grafía	D
	<b>SI</b>	E	Mixto (colección-numeral)	A		
		R	Un numeral	A1 y A		
	<b>YO</b>	E	Un numeral	A	Mixto (serie-numeral)	A
		R	Un numeral	A	Un numeral	C +
	<b>IV</b>	E	Un numeral	A	Un numeral	B
		R	Colección equipotente	A	Un numeral	C y A+
	<b>LU</b>	E	Un numeral	A	Un numeral	A +
		R	Colección intermedia	A	Colección intermedia	F y A +
	<b>MN</b>	E	Un numeral	A	Un numeral	A
		R	Un numeral	E	Un numeral	A
	<b>ER</b>	E	Un numeral	A+	Un numeral	A
		R	Un numeral	A2	Mixto (serie-numeral)	A2

A: Conteo sin errores

D: Reconocimiento perceptual

A1: Conteo sin errores con descomposición

E: Cantidad o número al azar.

aditiva

F: No pide

A2: Considera el último número y cuenta

G: Otros, como: omisión de un numeral

B: Conteo con errores.

(AG), distracción (AN), confunde el

C: Correspondencia uno a uno

numeral (AG)

+ : con apoyo de la tira numerada

e: con error

**Tabla VI. Recursos para interpretar un número escrito, por rango. Juego 6**

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
<b>G1</b>	<b>JM</b>	E +	E +	E +
	<b>NY</b>	E +	E +	E +
<b>G2</b>	<b>ST</b>	A +	--	+ E
	<b>JR</b>	D y C +	C +	C con error + C +
<b>G3</b>	<b>PA</b>	A	D	--
				C +

	<b>MF</b>	A		A		C +	
	<b>IS</b>	D	C +	--		C + con A	
	<b>IV</b>	--		A	C +	C +	
	<b>LU *</b>	--		C + con A		C + con A	
<b>G4</b>	<b>MN</b>	D		A		B	A
	<b>GE *</b>	A		C +		A	
	<b>AN</b>	+ D		A		A	
	<b>YO</b>	+ D		--		A	

A: Conteo sin errores

E: Cantidad o número al azar.

B: Conteo con errores.

+ Uso de la tira numerada

C: Correspondencia uno a uno

\* Confusión de numerales (6-9)

D: Reconocimiento perceptual

**Tabla VII. Recursos para cuantificar una colección y escribir un numeral, por rango. Juego 7**

Tipo	Niños	Rango		
		1-4	5-7	8-12
2	<b>DI</b>	A y F	--	A y F
	<b>NY</b>	2A +	2A y F +--	F +
	<b>JR</b>	D / C +	--	C + / C con B +
3	<b>AG</b>	D	--	2A y F +
	<b>CI*</b>	D	A +	--
	<b>AN</b>	D	--	A / 2A + con F
	<b>AJ*</b>	--	--	2A + / A
4	<b>MN</b>	--	--	A
	<b>SI</b>	--	A	A
	<b>IR</b>	--	A +	A
	<b>ER</b>	A	A	A
	<b>IV</b>	D	A	A

A: Conteo sin errores

D: Reconocimiento perceptual

B: Conteo con errores.

E: Cantidad o número al azar.

C: Correspondencia uno a uno

F: No pide o algún compañero le dicta

[1] Siempre se inicia en el rango de 1 a 10 y si el niño lo resuelve se aumenta el rango hasta 20, etc.

[2] Se observaron únicamente 8 alumnos, de los cuales tres no participaron. Se registran tanto los procedimientos del responsable de la jugada, como de los niños que participaron fuera de su turno.

[3] Varios niños tienen más de una participación en algunas de las sesiones debido a que realizaron también el conteo del turno del compañero, para ayudarlo.