

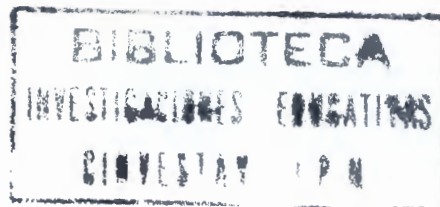


CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Departamento de investigaciones Educativas

**PROCESO DE APROPIACIÓN DE UNA PROPUESTA
CURRICULAR PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA. UN
ESTUDIO DE CASO**

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la
Especialidad de Investigaciones Educativas

Presenta



José Antonio Moscoso Canabal
Licenciado en Pedagogía

Director de tesis

David Francisco Block Sevilla
Doctor en Ciencias

**CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS**

Enero, 2005

RESUMEN

La problemática que motivó este proyecto de investigación, fue documentar formas y grados de apropiación de elementos de la propuesta curricular de 1993, para la enseñanza de las matemáticas por los maestros de educación primaria.

Esta investigación se inscribe en una tendencia internacional que promueve estudios desde perspectivas teóricas complementarias, en este caso la Teoría de las situaciones didácticas, la Teoría del cambio educativo y la investigación educativa de corte etnográfico, que tomen en consideración la complejidad dinámica del oficio de enseñar, de sus modos de elaboración y de su evolución en el aula común; que busquen explicaciones más amplias e integradoras del trabajo de los maestros.

Los resultados presentan dos dimensiones de la apropiación de la propuesta curricular: una en la planeación, la otra en el desarrollo de la clase. Ambas dimensiones denotan que el cambio en la práctica, a pesar de su complejidad dinámica, es posible. El contexto local en el que la maestra protagonista del estudio de caso inscribe su práctica profesional, la lleva a seleccionar y adaptar, más que adoptar, elementos de la propuesta oficial sin abandonar los conocimientos que constituyen su "banco de trabajo". Este proceso de adaptación mutua se perfila como condición indispensable de los cambios en las prácticas de enseñanza.

ABSTRACT

This research basically documents some of the new mathematics teaching techniques for elementary school proposed on the *1993 Reform* and their acceptance among teachers.

The study focuses on a certain international tendency, which promotes studies from complementary theoretical perspectives. *The didactic situation theory, the educational change theory and the ethnographic educational research*. All these theories take into account the complexity of teaching dynamics and its development within the classroom. It also considers the way in which teaching traditions have emerged. All these approaches look for integral and broader explanations of teachers' work.

The results present two dimensions concerning the implementation of the Mathematics *curriculum*. One of them refers to planning, and the other one concerns the way in which teachers deal with the program in class. Both dimension show that a change is possible despite the complexity of the teaching dynamics. The local context in which a teacher performs her professional activity forces her to choose and adapt some elements from the official proposal, rather than apply them without change. The reciprocal adaptation between the program and teachers' performance rises as a necessary condition in a changing practice.

*A Laura Romero Xiu. Sin tu apoyo
no hubiera llegado a buen puerto. Mi eterna gratitud.
A mis adoradas princesas: Aylín y Anahí*

AGRADECIMIENTOS

A David Francisco Block Sevilla por haberme permitido viajar junto a él por el mundo de la Didáctica de las Matemáticas. No defraudaré tus sabias enseñanzas. Estoy listo para el segundo itinerario.

A Ruth Mercado, Irma Fuenlabrada y Martha Dávila por la cuidadosa lectura del trabajo y las observaciones y precisiones que hicieron del mismo.

A la Dra. Guillermina Waldegg, por las observaciones al proyecto y la sugerencia del estudio de caso.

A mis maestros del DIE, por formar los cuadros de profesionales que urgen al país.

A la maestra Martha R. por permitirnos disfrutar y aprender de la sabiduría de su práctica profesional.

A la Dra. Tere Garduño y al maestro Hugo Balbuena por la motivación para estudiar en esta sabia institución.

A mis compañeros de generación por compartir su experiencia profesional y hacer de nuestro grupo un verdadero ejemplo de unidad en la diversidad.

Al personal administrativo del DIE: de biblioteca, Lilia Alvarado y Rodolfo Sánchez; del área de publicaciones, Bulmaro Flores; del área de fotocopias, Enrique Partida, José de Jesús Esparza y Juan Manuel Montiel; de informática, Rocío Argüero y Armando Náñez, y muy especialmente, a Rosa María Martínez y Marcia Barrientos, por el profesionalismo y la calidad humana con que siempre se condujeron entre nosotros.

A Laura Reséndiz por su apoyo en el registro de los referentes empíricos.

A los compañeros del seminario de Didáctica de las Matemáticas: Ana Laura, Margarita, Diana, Rocío, Moisés, Tatiana, Ligia, Laura y Ernesto, por el claro ejemplo de educación dialógica.

A las autoridades de la Secretaría de Educación del estado de Tabasco; de la Sección 29 del SNTE; de la Universidad Pedagógica Nacional Unidad 271 de Villahermosa Tabasco, y al personal Directivo, Docente y de Apoyo a la Educación de la Escuela Normal Urbana de Balancán Tabasco, por su apoyo incondicional.

A Martín y Abel por abrir las puertas de su casa y su corazón al fuereño del sureste... ¡Sí se parece...!
A "Chovo" Argáiz y Carmelita Mata, por estar conmigo en todo momento y tener invariablemente la reflexión exacta para enfrentar los desafíos de la vida.

Para la elaboración de esta investigación se contó con el apoyo de una beca Conacyt

RESUMEN

ABSTRACT

AGRADECIMIENTOS

CAPÍTULO 1. REFORMA CURRICULAR, ACTUALIZACIÓN DE PROFESORES Y PROCESO DE APROPIACIÓN

- 1.1 Necesidad de perspectivas teóricas complementarias
 - 1.1.1 La mirada desde la investigación educativa de corte etnográfico
 - 1.1.2 La mirada desde la didáctica de las matemáticas
 - ¿Qué es lo que se enseña? Problematicación del conocimiento
 - Algunos aspectos relevantes de un proceso de aprendizaje de las matemáticas por adaptación (enfoque constructivista
 - Utilización de los conceptos de "situación adidáctica" y de "institucionalización" en el análisis de las prácticas
 - Multiplicidad de métodos, necesidad de equilibrios
 - 1.1.3 La apropiación un complejo proceso, no un simple suceso: la perspectiva desde la Teoría del Cambio Educativo
 - 1.1.4 Proceso de apropiación
 - 1.2 Objetivos y opciones metodológicas de la investigación
 - 1.2.1 El proyecto amplio
 - 1.2.2 Precisiones sobre los objetivos de la presente tesis
 - 1.3 Las innovaciones de la reforma curricular de 1993
 - 1.3.1 Antecedentes políticos -internacionales y nacionales- de la reforma
 - 1.3.2 La reforma curricular de 1993 en el campo de las matemáticas de la escuela primaria
 - Sobre el enfoque
 - Sobre la enseñanza de los contenidos específicos
 - 1.3.3 La actualización de los maestros ante la reforma curricular
 - El curso nacional de actualización "*La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*
- Diferencia entre los cursos de actualización anteriores y el Taller

CAPÍTULO 2. EL ESTUDIO DE UN CASO: LA MAESTRA MAR

- 2.1 Antecedentes profesionales y académicos
 - 2.1.1 Buena formación en matemáticas, gusto por la lectura y experiencia
 - 2.1.2 Discusión: ¿Qué se requiere para obtener el nivel esperado en el examen de PRONAP
- 2.2 La experiencia de la maestra Mar en el taller de matemáticas del PRONAP
 - 2.2.1 Acercamiento al PRONAP y formas de estudio del Taller
 - 2.2.2 La apreciación de Mar sobre las actividades del Taller
 - 2.2.3 Discusión: el papel de la promoción económica en la actualización
- 2.3 La apreciación de la maestra Mar sobre los cambios en sus prácticas de enseñanza y sobre el proceso
 - 2.3.1 Un cambio profundo
 - 2.3.2 No todo cambia ni hay acuerdo con todo lo que se propone desde la norma
 - 2.3.3 El proceso de cambiar: temores, dificultades pero también condiciones favorables
- 2.4 Las clases de matemáticas de Mar

- 2.4.1 Las actividades y el contenido
 - 2.4.1.1 Descripción general
 - 2.4.1.2 Desarrollo de una lección del libro de texto gratuito
 - Un cambio en el orden de las actividades
 - Cambio en el diseño de la recta numérica: de recta compuesta por líneas en zigzag a recta convencional
 - Cambios en el uso del material: de recurso para verificar a recurso para resolver
 - Actividades postergadas de la lección
 - 2.4.1.3 Uso de variables didácticas en el diseño de actividades
 - 2.4.1.4 Las dificultades de algunos alumnos: un posible referente de las adaptaciones de la lección original
 - 2.4.1.5 La continuación: actividades para apoyar a los alumnos rezagados
 - 2.4.1.6 Discusión: características de la adaptación de una propuesta curricular.
- 2.4.2 Las adaptaciones en el desarrollo de la clase
 - 2.4.2.1 Descripción general de las clases de matemáticas: primero resolvemos, después revisamos
 - 2.4.2.2 El ambiente de trabajo: un desorden en orden.
 - 2.4.2.3 El trabajo en equipo: un recurso aplicado selectivamente
 - 2.4.2.4 Autonomía en la resolución de las tareas y diversidad de procedimientos
 - 2.4.2.5 La validación del conocimiento en clase: dificultades para hacer una devolución
 - El recurso de la verificación empírica durante la resolución
 - Tendencia a no dar respuestas durante la resolución
 - Identificación de aciertos y errores durante la puesta en común
 - El uso de contraejemplos
 - La demanda de justificaciones
 - 2.4.2.6 Las explicaciones y la institucionalización
 - 2.4.2.7 La heterogeneidad del grupo y las ayudas a los alumnos rezagados
 - 2.4.2.8 El episodio de Alejandra
 - 2.4.2.9 El cambio de actitud de los niños, un referente fundamental para confiar en los cambios propuestos.
 - 2.4.1.10 Discusión: otras características de la adaptación de una propuesta curricular
 - Los momentos de institucionalización de los conocimientos
 - Los procesos de validación
 - La atención a los alumnos con rezago: el expediente cotidiano

CONCLUSIONES

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANEXOS

CAPÍTULO 1

REFORMA CURRICULAR, ACTUALIZACIÓN DE PROFESORES Y PROCESO DE APROPIACIÓN

A partir de septiembre del 1993 los maestros de educación primaria en México deben impartir la asignatura de matemáticas según una propuesta curricular oficial que presenta cambios importantes en el enfoque didáctico con respecto a propuestas anteriores. Dos años después, a partir de 1995, a través del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros en Servicio, (PRONAP) se ofrece a los maestros un curso amplio de actualización profesional en el área titulado *La enseñanza de las matemáticas de la escuela primaria. Taller para maestros*[1] el cual tiene como uno de sus principales propósitos apuntalar la nueva propuesta curricular de matemáticas.

A poco más de diez de años de la reforma curricular, a nueve de que el curso de actualización se empezó a ofrecer a los maestros, y cuando se vislumbra ya la intención de una nueva reforma, puede decirse que es imperativo conocer con mayor profundidad las distintas maneras en que las innovaciones propuestas han sido incorporadas por los maestros en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, así como los resultados obtenidos, como quiera que éstos se decidan medir[2]. Avanzar en esta dirección es necesario, no solamente como parte de la evaluación que debería acompañar a toda acción que se despliega sobre el sistema educativo para retroalimentarla, sino también como una forma de mejorar nuestra comprensión acerca de los procesos de cambio en las prácticas de la enseñanza, en este caso, de las matemáticas.

La problemática anterior motivó la presente investigación. En ésta optamos por realizar un estudio de caso en el que se analiza el proceso de apropiación de la propuesta curricular de matemáticas por parte de una maestra de quinto grado de una primaria pública del Distrito Federal, quien acreditó el Taller de actualización con el nivel esperado[3]. Este estudio forma parte de una investigación más amplia de la que hablaremos más adelante.

A continuación expondremos las perspectivas teóricas desde las cuales intentamos aprehender y explicar los procesos de apropiación de innovaciones curriculares por los maestros. Enseguida precisaremos las preguntas de investigación de nuestro estudio así como algunos aspectos de metodología. Terminaremos este primer capítulo con una presentación analítica breve de la propuesta curricular de matemáticas de 1993 y del contexto en el que ésta se desarrolló, así como del curso de actualización que se ofreció a los maestros. Finalmente, en el capítulo dos presentamos los resultados del estudio de caso.

1.1 Necesidad de perspectivas teóricas complementarias

Las relaciones de los maestros con las innovaciones curriculares son complejas, partimos de que en ningún caso se puede tratar de una simple implementación textual de lo propuesto, de que siempre media un proceso de apropiación de la propuesta por parte de los maestros. Nos interesa entonces conocer algunas características relevantes de estos procesos de apropiación y, para ello, consideramos necesario recurrir a categorías de distintas perspectivas teóricas: la didáctica de las matemáticas, la investigación educativa de corte etnográfico y la teoría del cambio educativo.

Los acercamientos desde la didáctica de las matemáticas han sido tradicionalmente utilizados de manera propositiva para orientar el diseño de propuestas didácticas, sin embargo, cada vez más tienden a ofrecer conceptos valiosos para explicar la problemática del saber que es objeto de enseñanza en el aula, conceptos que relativizan la noción misma de saber al poner en primer plano su adaptación a las exigencias propias de cada institución y que permiten estudiar tanto sus transformaciones históricas e institucionales, como sus múltiples formas de manifestarse en distintos tipos de situaciones didácticas.

Por otra parte, tanto la investigación educativa de corte etnográfico como la teoría del cambio educativo, nos permitieron retomar en cierta medida la dimensión social que cruza la complejidad de la labor profesional del maestro: además de verlo como un organizador de situaciones de aprendizaje en el sentido de la didáctica, se intentó comprenderlo como un "sujeto entero"[4], es decir como un individuo conformado a través de

diversas relaciones históricas, sociales y culturales, comprometido con diversos y no siempre coherentes referentes normativos.

Intentaremos beneficiarnos de los tres puntos de vista, esperando mostrar con ello que no se trata de "agua y aceite", lejos de ello, de tres acercamientos complementarios que iluminan distintas facetas de un objeto complejo.

Esta forma de proceder no es original en nuestro campo, se inscribe en una tendencia internacional de la investigación en didáctica que promueve estudios donde el docente es menos visto como un guía sabio o como un ingeniero de la educación, y más como un profesional que trabaja en ambientes complejos y cambiantes a los que debe adaptarse sin cesar. Estos estudios, denominados a veces como de "doble enfoque" se tornan más respetuosos de la complejidad dinámica del oficio de enseñar, de sus modos de elaboración, de su evolución, y de las restricciones diversas del trabajo docente en el aula común. Resume Artigue:

... he deseado destacar que la evolución de los marcos teóricos, desde un constructivismo cognitivo dominante por largo tiempo, hacia aproximaciones antropológicas y socioculturales, permite un mejor acceso a la complejidad de la realidad didáctica, facilitando una mejor articulación de las diferentes escalas de los fenómenos necesariamente en juego en el trabajo didáctico, de lo micro a lo macro didáctico (Artigue, 2001:13)

Estudios como el que llevamos a cabo, se inscriben en esta corriente que busca explicaciones más amplias e integradoras del trabajo de los maestros y, que creemos, ayudan a mostrar la complementariedad, y la fecundidad de acercamientos que apelan a diversas perspectivas teóricas. En lo que sigue justificamos los referentes en cuestión.

1.1.1 La mirada desde la investigación educativa de corte etnográfico

Robert Linhart (1979) describe la situación a la que se enfrenta Demercier, obrero de una fábrica automotriz, cuando ve sustituido su viejo banco de trabajo por un banco equipado con tecnología moderna, diseñado en la oficina de métodos. Si bien el viejo banco de Demercier era rudimentario en comparación con los avances tecnológicos de su tiempo, éste le permitía

cumplir con los estándares exigidos por la empresa automotriz, ya que él mismo lo había adaptado a lo largo de los años. Como consecuencia de este cambio de herramientas, Demercier nunca más pudo recuperar la eficiencia que tenía su trabajo.

La situación de cualquier profesionista que enfrenta cambios en sus herramientas de trabajo puede vincularse con la difícil experiencia de Demercier. Los cambios que se proponen para mejorar las prácticas no deberían ignorar las condiciones del sujeto encargado de implementarlos. Con respecto al trabajo docente Rockwell y Mercado confirman lo anterior de la siguiente manera:

...tampoco es posible "elevar la calidad de la educación" con un reemplazo total de la práctica docente, o más bien de las normas o materiales que se suponen la rigen; esto **no** significa que no interese o importe la calidad, sino que ésta se puede construir sólo a partir de la historia de la práctica docente y de la experiencia de los maestros, y no haciendo abstracción de ella (Rockwell y Mercado, 1990:71).

Las circunstancias de los maestros son tal vez más favorables que la de Demercier, pues a diferencia de este último, aquéllos por lo general sí adaptan las propuestas de trabajo que les ofrecen. En sus prácticas recuperan e integran elementos de distinta procedencia, improvisan, crean recursos en el momento y en el lugar para enfrentar lo imprevisto. Sus prácticas van siempre más allá de las propuestas, en todo caso, las propuestas son adaptadas más que adoptadas, como concluyen las investigadoras citadas, después de haber observado numerosas clases: "Las clases que se observan no corresponden de manera lineal a los programas y libros vigentes, sino que integran recursos, elementos y valoraciones características de diversos momentos en la trayectoria de la escuela y del maestro" (Rockwell y Mercado, 1990:71).

Estas investigaciones educativas de corte etnográfico muestran que el trabajo docente constituye un ejercicio profesional histórico, entendiéndolo no como situado en el pasado, sino como producto de un proceso complejo donde se cruzan la biografía individual y la historia de las prácticas sociales

y educativas. Rockwell y Mercado destacan la transformación continua que lo caracteriza:

Como resultado de este proceso [histórico], la práctica docente actual contiene huellas de todo tipo de tradiciones pedagógicas que tienen origen en los diferentes momentos históricos que ha atravesado la escuela mexicana. Sería un *error*, sin embargo, caracterizar a esta práctica, globalmente, como "tradicional". La práctica docente ha cambiado históricamente y sigue cambiando; no sólo incorpora nuevos elementos propuestos desde los ámbitos técnicos del sistema, sino que también se generan, desde los maestros mismos, prácticas y estrategias distintas a las que han recibido... (Rockwell y Mercado, 1990:71).

Las prácticas y estrategias que los maestros generan a lo largo de su experiencia constituyen un conocimiento implícito en la acción, en términos de Elbaz (1981), "un conocimiento práctico" en el sentido de no formulado, no sistematizado, ni explicitado como tal, mas no por ello ausente. Rockwell y Mercado acuñan el término de *saberes docentes* para referirse a ese conocimiento práctico, social y culturalmente construido:

La biografía de cada maestro incluye la apropiación de ciertos saberes a lo largo de su experiencia docente; todo maestro ha recurrido a la selección y utilización de elementos diversos, de los que tiene noticia en momentos sucesivos de su vida. Estos elementos a su vez provienen de muy diferentes ámbitos, tanto profesionales como personales; provienen de las disposiciones del sistema educativo y los programas de formación docente, así como del contexto escolar y el medio social específico en que se trabaja en diferentes momentos de la carrera (Rockwell y Mercado, 1990:70)

Así, las propuestas didácticas y los cursos de formación o de actualización constituyen una de las múltiples fuentes que nutren los procesos de conformación de las prácticas de los maestros. Puede decirse, volviendo a una vieja metáfora que se ha utilizado para cuestionar ciertas concepciones sobre el aprendizaje de los alumnos, que el saber profesional de los maestros no es una página en blanco en la que puedan escribirse las acciones a seguir, dictadas desde alguna propuesta. Los maestros reciben, comprenden y utilizan las propuestas desde un conocimiento y un saber hacer previos, construidos social e individualmente a lo largo del tiempo.

Otro factor ampliamente documentado por los estudios etnográficos, que se suma a los anteriores para cuestionar la posibilidad de una práctica sujeta a una propuesta didáctica, es la existencia de numerosos eventos impredecibles en lo que ocurre una clase:

Aunque la mayoría de los profesores planifican de antemano, son conscientes de la posibilidad de que dichos proyectos experimenten cambios... Aunque las grandes alteraciones en los planes del profesor proporcionan la más clara prueba de la imposibilidad de predecir los acontecimientos del aula... Los profesores experimentados aceptan tal estado de cosas y llegan a considerar la sorpresa y la incertidumbre como rasgos naturales de su entorno. Saben, o llegan a saber, que el transcurso del progreso educativo se parece más al vuelo de una mariposa que a la trayectoria de una bala (Jackson, 1991:197).

Cabe acotar esta característica del acontecer en el aula señalando que lo contingente así como la necesaria toma de decisiones en el momento, no obstan para que sea posible identificar ciertas constantes, tendencias, o "pesos específicos" de estrategias que configuran un determinado perfil del desarrollo didáctico puesto en marcha. Dicho de otra manera, las numerosas decisiones que los maestros deben tomar sobre la marcha dan cuenta de un necesario margen de acción en su proyecto didáctico, pero no excluyen la existencia de dicho proyecto, así sea éste, o una parte de éste, implícito.

Considerando que los elementos ofrecidos por los cursos de actualización y por las propuestas curriculares son objeto de un proceso de adaptación en las prácticas de los maestros, interesa saber todavía cómo son esos procesos de adaptación, qué se deja de lado, qué se retoma, la manera en que éstas son interpretadas y cómo se adaptan, de qué manera influyen las características mismas de las propuestas en estos procesos, la manera en que son comunicadas y, sobre todo, en qué medida las adaptaciones redundan en mejores condiciones para el aprendizaje de los alumnos. Las respuestas a estas preguntas apelan a otro referente teórico, el de la didáctica.

1.1.2 La mirada desde la didáctica de las matemáticas

¿Qué aspectos del conocimiento matemático son los que se enseñan a través de las distintas tareas que se proponen en el aula? ¿Qué tipo de relaciones

de estudio se propician con el conocimiento por parte de los alumnos? ¿Qué tipo de actividad cognitiva se favorece? Éstas son algunas de las preguntas que la didáctica de las matemáticas puede ayudar a contestar. A continuación se exponen brevemente algunos puntos generales del acercamiento didáctico que precisan lo que se espera ver y analizar en las clases observadas para este estudio.

¿Qué es lo que se enseña? Problematización del conocimiento

La didáctica de las matemáticas problematiza las nociones que son objeto de enseñanza. Se parte de que no existe "el conocimiento matemático" sino conocimientos matemáticos en instituciones y épocas específicas. El conocimiento matemático sufre transformaciones al pasar de una institución a otra, y, en particular, al constituirse como objeto de enseñanza, en el currículum y en los libros de texto. A este fenómeno de le llama "transposición didáctica".

... esta forma de proceder que se caracteriza por estudiar los fenómenos didácticos matemáticos partiendo de un modelo explícito de los conocimientos matemáticos involucrados, sin presuponer que éstos están dados ni, mucho menos, que son transparentes e incuestionables, revela claramente que nos situamos en el paradigma de la didáctica fundamental (Gascón, 1999)

El análisis didáctico no se reduce por lo tanto a los "métodos" de enseñanza, abarca un análisis de la naturaleza y la génesis de los conocimientos matemáticos y la forma en que éstos se reconstruyen en el aula. Dicho análisis requiere, como se señala en la cita anterior, disponer de un "modelo explícito del conocimiento", modelo de sus distintas acepciones, de las familias de problemas que resuelve, de las técnicas asociadas, de las teorías matemáticas en las que se inscribe.

El conocimiento matemático se representa en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) Brousseau (2000), a través de las situaciones en las que éste funciona como medio de resolución, y, más específicamente, a través de las situaciones fundamentales que le son características (las más simples y genéricas que sean posibles).

Así, un primer objeto central en el análisis didáctico de las prácticas de los maestros lo constituyen las situaciones que ponen en marcha, desde el punto de vista de las formas en que implican al conocimiento. Además de la tarea específica que se plantea (problemas, ejercicios) el concepto de "situación didáctica" incluye las relaciones que se establecen entre dicha tarea y el saber matemático, los alumnos y el maestro.

Algunos aspectos relevantes de un proceso de aprendizaje de las matemáticas por adaptación (enfoque constructivista) (Block, 2001)

La investigación en didáctica de las matemáticas incluye, entre sus distintos acercamientos metodológicos, el de la ingeniería didáctica. Puede decirse que éste consiste, grosso modo, en producir los fenómenos que interesa estudiar (Artigue, 2001). La producción de dichos fenómenos, esto es, el diseño y la aplicación de secuencias didácticas para propiciar aprendizajes de matemáticas en la escuela, se realiza en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2000), marco en el cual se asume una tesis constructivista sobre los procesos de aprendizaje.

Los elementos de dicha teoría, y también algunas de las secuencias didácticas producidas a partir de ésta, han tendido a salir de la esfera de la investigación al convertirse en un insumo importante para el desarrollo de propuestas didácticas para la enseñanza de las matemáticas. Como se comentará más adelante, esto ocurrió en el caso de la propuesta curricular mexicana de 1993. Por esta razón, en el presente estudio recurrimos también a algunos conceptos de la TSD para analizar los procesos de apropiación por los maestros de la propuesta curricular. A continuación hacemos una presentación breve de estos conceptos.

En la Teoría de las Situaciones Didácticas se distinguen dos momentos en un proceso de adquisición de un aspecto de conocimiento: el momento en el que podrían suceder aprendizajes por adaptación a un medio, el cual corresponde a un funcionamiento "adidáctico" de la situación, y el momento de "institucionalización", que describe el proceso en el que el maestro, en tanto portador de un saber cultural, interviene en la situación para ayudar a tender un puente entre los conocimientos, siempre fuertemente

contextualizados, y los saberes institucionales, que son objeto de enseñanza[5] .

Una situación funciona de manera "adidáctica" cuando el alumno y el maestro logran que el primero asuma el problema planteado como propio, y entre en un proceso de búsqueda autónomo, sin ser guiado por lo que pudiera suponer que el maestro espera.

Entre el momento en el que el alumno acepta el problema como suyo y aquél en el que produce su respuesta, el maestro se rehúsa a intervenir como el que propone los conocimientos que quiere propiciar. El alumno sabe bien que el problema fue escogido para ayudarlo a adquirir un nuevo conocimiento, pero debe saber también que ese conocimiento está completamente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin apelar a razones didácticas. No solamente puede, sino debe, ya que no habrá adquirido verdaderamente ese conocimiento sino hasta que sea capaz de utilizarlo por sí mismo en las situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza (Brousseau, 1998:59)

El establecimiento de una relación semejante con el problema requiere lo que Brousseau ha llamado un proceso de *devolución* al alumno de la responsabilidad matemática sobre la situación. Se trata más bien de un proceso, y no de un acto instantáneo, habida cuenta de que la relación que prevalece normalmente entre los alumnos y el maestro no es de este tipo. Se requiere romper, o alterar un *contrato didáctico*[6] implícito que tiende a regular las relaciones entre ambos y según el cual el alumno espera que el maestro le enseñe, o, cuando se le plantea un problema, sabe que el maestro espera de él la aplicación de determinados saberes enseñados, y el maestro tiene efectivamente esa expectativa.

Por otra parte, una situación adidáctica es siempre específica de un conocimiento. Para dar lugar a un funcionamiento adidáctico, es necesario que el problema sea adecuado y esto significa, en primer lugar que implique dicho conocimiento como recurso óptimo de resolución. Además, el problema se debe poder abordar sin disponer aún de este conocimiento, de lo contrario, no se trataría de una situación de aprendizaje, sino de evaluación, o de aplicación. Debe poder abordarse sin el conocimiento, en el sentido de poder realizar aproximaciones a la solución, pero no de resolver el problema

de manera óptima puesto que esto requeriría *ya saber*. O bien, puede resolverse una variante simple del problema a partir de conocimientos previos, pero, mediante el manejo de ciertas variables de la situación; se deben poder generar variantes para las cuales los conocimientos previos resultan insuficientes (Douady, 1983; Brousseau, 2000).

Finalmente, la situación adidáctica debe ofrecer al alumno una forma de control sobre el grado de éxito, o de error, de sus tentativas de resolución, es decir, una forma de validar por sí mismo, sin necesidad de la intervención del juicio de un tercero. Esta condición es fundamental para dar lugar a un diálogo entre el alumno y el problema, que permita, al alumno hacer evidentes los errores, un proceso de corrección o de reelaboración de recursos[7] .

Una situación adidáctica normalmente está destinada a aplicarse varias veces, con el mismo grado de dificultad, o con uno mayor. Las repeticiones son una condición para permitir a los alumnos desarrollar nuevos recursos y cesan cuando los alumnos disponen ya de una estrategia que permite resolverla de manera sistemática. A esta estrategia subyace, en principio, un nuevo conocimiento.

Hablemos ahora del proceso de institucionalización. En un proceso de aprendizaje por adaptación, cuando los alumnos logran desarrollar una estrategia que resuelve el problema, el conocimiento que subyace a éste no se les revela como un nuevo saber: si pudieron resolver el problema, es, para ellos, porque sabían hacerlo. Los alumnos no tienen la posibilidad de identificar por sí mismos la presencia de un nuevo conocimiento, y menos aún el hecho de que dicho conocimiento corresponde a un saber cultural. Esto requiere de un proceso de institucionalización que, esta vez, corre a cargo del maestro.

Escoger ciertas preguntas entre las que ya se saben resolver, ubicarlas en el corazón de una problemática que confiere a las respuestas un estatuto de saber más o menos importante, vincularlas a otras preguntas, a otros saberes, constituye a final de cuentas lo esencial de la actividad científica. Este trabajo cultural e histórico difiere totalmente del que podría dejarse a cargo del alumno, le corresponde al maestro, no es el resultado de una adaptación del alumno ... (Brousseau, 1998:77).

Así, finalmente, "los dos tipos principales de juego" del maestro son la devolución y la institucionalización. Mediante la devolución el maestro pone al alumno en situación adidáctica. Mediante la institucionalización define las relaciones que puede haber entre las producciones "libres" del alumno con un saber cultural o científico, y con el proyecto didáctico, da lectura a esas actividades y les da un "estatuto" (Brousseau, 1998:92).

Desde esta perspectiva, el aprendizaje en situación escolar se favorece mediante la alternancia sutil de momentos adidácticos y momentos propiamente didácticos, de institucionalización. Esta característica, que pone en primer plano la recuperación de los *saberes*[8] por enseñar, distingue este acercamiento de enfoques constructivistas ortodoxos, también llamados radicales, en los que los *saberes* objeto de la enseñanza se desdibujan por un supuesto de no intervención del maestro más que como "organizador de situaciones".

Utilización de los conceptos de "situación adidáctica" y de "institucionalización" en el análisis de las prácticas

Es posible identificar en las propuestas para la enseñanza de las matemáticas emanadas de la reforma del 93, el propósito de ofrecer, a través de los distintos materiales, situaciones con las características necesarias para funcionar como "adidácticas" (Block y Álvarez 1999). Desde este punto de vista, el grado de "adidacticidad" de las situaciones planteadas por parte de los maestros constituye el indicador quizá más exigente del nivel de apropiación de los principales elementos del enfoque que subyace a las nuevas propuestas de enseñanza. No obstante, es importante considerar que una situación adidáctica constituye una especie de modelo ideal, de meta hacia la cual dirigir la relación didáctica en determinados momentos del proceso. En la práctica es imposible encontrar realizaciones "puras" de este modelo.

Cabe advertir también que la calidad de una situación no pasa únicamente por el hecho de ser utilizada en tanto situación adidáctica por lo que éste no debe ser el único parámetro para valorar las situaciones implementadas por los maestros. En todo caso, lo que interesará determinar son las

interpretaciones, las modalidades y las dificultades que aparecen en relación a la expectativa de funcionamiento "adidáctico" de las situaciones.

Con respecto a la institucionalización, se prevén dos fenómenos: las prácticas en las que no se tiende a incorporar el enfoque otorgarían un fuerte peso a los momentos de institucionalización; las prácticas en las que se intenta asumir el enfoque de manera relativamente profunda, podrían presentar carencias en el manejo de los momentos de institucionalización, debido a una tendencia ya detectada a considerar que, bajo el enfoque actual, el maestro no debe intervenir, no debe proporcionar información.

Multiplicidad de métodos, necesidad de equilibrios

Es importante destacar que desde la misma TSD se plantea que no existe ningún método que, por sí solo, permita generar en clase un proceso satisfactorio de aprendizaje (Brousseau, 1996). Los métodos (así como los tipos de contratos didácticos) son modelos que enfatizan cierto tipo de relación didáctica. Pueden ser, en el mejor de los casos, buenas guías para la acción, pero ninguno puede prever la gran cantidad de decisiones, de variantes en la relación didáctica que se van revelando necesarias en el desarrollo de una clase con un grupo particular, sobre un tema también particular. En general, es una combinación compleja de diversas formas de proceder las que funcionan en el aula, más o menos articuladas, más o menos orientadas por algunas líneas de fuerza.

En un proceso de enseñanza, deben guardarse equilibrios entre numerosos factores para permitir su funcionamiento: entre la cantidad de conocimientos nuevos, no institucionalizados, que entran en juego en un momento dado y el recurrir a saberes ya institucionalizados; entre las situaciones adidácticas para propiciar nuevos conocimientos y las situaciones de aplicación, o de profundización de conocimientos, entre otros.

Por último señalemos que un reto al utilizar herramientas didácticas en el estudio de las prácticas de enseñanza, sobre todo al disponer de un modelo sofisticado sobre los procesos de aprendizaje por adaptación, radica en no reducir el análisis a una simple verificación de lo que no se logra hacer

todavía, sino en “*comprender lo que legítimamente [los maestros] tenían necesidad de hacer...*” (Brousseau, 1994:74).

1.1.3 La apropiación: un complejo proceso, no un simple suceso. La perspectiva de la Teoría del Cambio Educativo

El objeto de estudio de esta tesis se ubica en el marco de la última reforma curricular a la educación básica en México por lo que consideramos pertinente recurrir a algunos de los aportes de la teoría que ha hecho de las reformas e innovaciones en educación un objeto de conocimiento.

Los planteamientos de algunos de los teóricos del cambio educativo como: Fullan, 1997; Tyack y Cuban, 2000; Bolívar, 2002; Hargreaves, 1996, que fueron de utilidad en el desarrollo de esta tesis son los siguientes:

- En toda política de actualización profesional subyace la idea de que quienes incursionen en ella serán más profesionales en su trabajo, sin embargo, en un proceso de cambio, es básico comprender que el aprendizaje de una aptitud nueva y la consideración de conceptos nuevos crean dudas y sentimientos de torpeza o incompetencia. Esta contradicción genera incertidumbre entre quienes incursionan con altas perspectivas a un proceso de actualización.
- La actualización profesional, una de las rutas más prometedoras y poderosas para progresar en el empleo, para combatir el tedio y la enajenación, para la mejora de la escuela, y para la propia satisfacción, se ha ganado, según los teóricos del cambio educativo, una mala reputación. Presumiblemente un docente -enfatan ellos- puede verse atraído por la idea de que la actualización profesional aumentará sus conocimientos y aptitudes, contribuirá a la evolución, e intensificará el aprendizaje de los alumnos. Pero, ¿cuáles son los costos? ¿la actualización profesional hará que el trabajo sea más fácil o más difícil? La retórica de la innovación educativa subestima, si no es que ignora totalmente, los costos reales de intentar algo nuevo, por ejemplo, si las propuestas de innovación no proporcionan a los maestros indicios de éxito en un corto plazo, éstos tenderán a volver a las formas conocidas de hacer las cosas, o a practicar las propuestas de innovación en privado para no parecer incompetentes ante los

compañeros y las autoridades; lo cual es exactamente lo contrario a lo que se necesita -intercambio entre compañeros y otros, acerca de los problemas *naturales* de aprender nuevas aptitudes-.

- Aun cuando se considere que el cambio ocurre a nivel individual, debe reconocerse que, con frecuencia, son necesarios algunos cambios en la organización de las instituciones involucradas, con el fin de proporcionar indicios de apoyo o estímulo para fomentar el cambio en la práctica.
- El proceso psicológico de aprender y comprender algo nuevo no sucede en un instante, el marco total de tiempo, desde la iniciación hasta la institucionalización, es extenso, incluso los cambios moderadamente complejos requieren de tres a cinco años, mientras que los esfuerzos de reestructuración mayor pueden llevarse de cinco a 10 años. La idea más importante que se desprende del argumento anterior es que el cambio educativo es un proceso no un suceso.
- Si los reformadores creen que pueden cambiar la escuela, señalan Tyack y Cuban (2000), es importante que reconozcan que las escuelas, tal y como están estructuradas, cambian las reformas. La escuela, como construcción cultural, adapta -más que adopta- las reformas a sus propios modos de ver y hacer. También los profesores, poco a poco, logran implementar selectivamente y alterar las reformas.

En la medida en que toda reforma conlleva unos valores y visiones, que son más o menos compatibles con la cultura de las escuelas, se precisa necesaria una reconstrucción/ adaptación.

- La forma en que se introducen los cambios propuestos, afecta la posibilidad de obtener un significado acerca de lo deseable y de lo funcional de las prácticas educativas específicas. Se trata, entonces, de comprender cómo los patrones de cultura profesional de los profesores influyen y son influidos por el cambio educativo (Hargreaves, 1996) es decir, las relaciones recíprocas entre cultura profesional, estructura organizativa y el desarrollo del cambio

educativo. En este complejo proceso, el profesorado se constituye en la última llave. Al respecto puntualiza Fullan (1982): la grandeza y miseria del cambio educativo, es que "*depende de lo que los profesores piensan y hacen. Así de simple y de complejo.*" Esta puntualización es fundamental porque nos muestra un cambio en el foco de atención inicial de los investigadores del cambio educativo. Por dos décadas sus estudios se centraron predominantemente en el diseño de las reformas educativas, en los ochentas sus investigaciones se focalizaron en quienes las implementaban.

1.1.4 Proceso de apropiación

Hemos mencionado que no pretendemos ver cómo "aplican" los maestros las propuestas didácticas que se les han ofrecido, sino las formas y grados diversos de *apropiación* de las mismas. A lo largo del apartado, intentamos justificar este punto de vista. Precisamos ahora esta idea: entendemos la *apropiación* como un proceso de *adaptación mutua* (Elmore, 2000) en tanto que: la propuesta de innovación es moldeada por los maestros, de la misma manera que el comportamiento de éstos puede resultar modificado por la propuesta de innovación.

Desde nuestra perspectiva, la innovación no existe en ningún sentido concreto sino hasta que los maestros le han dado forma y la han reclamado como propia. El resultado de ello, retomando las ideas de Elmore (2000:231), es un consenso que permite dejar huellas en el aula, donde se refleja, tanto la intención original de quienes elaboraron la propuesta de innovación, como el juicio independiente de los maestros, en tanto responsables de la implementación. Estamos de acuerdo con Espinosa cuando explica que:

Los maestros, desde esta perspectiva, no se limitan a hacer uso de las propuestas pedagógicas tal como éstas son prescritas. Al hacer uso de éstas, los maestros las reelaboran, las reformulan, porque "las llenan con sus propias intenciones". Esta manera de ver la apropiación advierte sobre la diversidad de usos y significados que adquieren las propuestas al ser incorporadas por los maestros a sus prácticas cotidianas... (Espinosa, 2004:8).

Evidenciar una parte de esta diversidad de intenciones propias, identificar dificultades y condiciones favorables, someterlas a cierto nivel de análisis didáctico, son propósitos del presente estudio.

1.2 Objetivos y opciones metodológicas de la investigación

A continuación se presentan los objetivos y la metodología del proyecto amplio en el que se inscribe el trabajo de tesis y después se hacen algunas precisiones con respecto a este último.

1.2.1 El proyecto amplio

Con el propósito de contribuir a una evaluación integral del funcionamiento del curso de actualización que se ofreció a los maestros para apuntalar la última reforma curricular, se llevó a cabo en el DIE CINVESTAV y a solicitud de la Coordinación General de Actualización y Capacitación para Maestros en Servicio (CGAyCMS)[9], entre noviembre del 2003 y junio del 2004, un proyecto de investigación denominado *Papel del taller "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria", en los procesos de apropiación de la propuesta curricular de 1993*. Entre los múltiples aspectos que conforman la problemática de la actualización profesional de los docentes en servicio, en dicho proyecto se dirigió la mirada hacia los procesos de apropiación de elementos de mencionada propuesta curricular en las prácticas de enseñanza de los maestros en el aula, con la idea de enriquecer su comprensión y, al mismo tiempo, mejorar los programas de actualización.

Las preguntas a las que se intentó dar respuesta fueron:

- ¿Cómo valoran el Taller los maestros que lo han estudiado, tanto en lo que se refiere a la modalidad de estudio por la que optaron, como por su contenido mismo? Con respecto a lo último, ¿qué aspectos de los que se trabajan en el Taller han sido de utilidad en su práctica? ¿en qué y cómo los han apoyado?
- ¿Cuáles son algunas de las características de los procesos de apropiación de la propuesta curricular del '93 para la enseñanza de las matemáticas? ¿qué aspectos se retoman y de qué manera se

incorporan a las clases? ¿cuáles se dejan de lado? ¿qué condiciones favorecen estos procesos y cuáles los dificultan?

- ¿Es posible identificar cuáles aspectos del Taller incidieron de una manera positiva en los procesos de apropiación de la propuesta actual para la enseñanza de las matemáticas y cuáles no brindaron el apoyo necesario?

El trabajo que se presenta aquí como tesis se realizó en el ámbito del proyecto amplio en el que colaboré de diversas maneras: en la definición misma del proyecto, en el diseño de algunos de los instrumentos de trabajo (guión de entrevistas, criterios de análisis), en el desarrollo del marco de referencia, en la realización y transcripción de un total de siete de las entrevistas iniciales, y de nueve de los registros de las observaciones de clase, entre otras tareas ligadas al proceso de investigación.

La parte del proyecto amplio de la que soy responsable y que se presenta como parte central de esta tesis es el caso de la maestra Mar, uno de los cinco estudios de caso que, junto con el estudio basado en entrevistas, conformaron dicha investigación. Los objetivos que orientaron el proyecto amplio de investigación fueron los siguientes:

- Conocer los antecedentes profesionales y de formación, así como las estrategias de estudio del Taller, de un grupo de docentes del Distrito Federal, que acreditaron el Taller con el nivel esperado.
- Conocer la valoración que dichos docentes hacen de los contenidos y de las actividades del Taller.
- Conocer el punto de vista de dichos docentes acerca de los elementos de la propuesta curricular oficial que han podido integrar en sus prácticas y del papel que en ello ha jugado el Taller, así como de las necesidades de conocimiento para las que no encontraron respuesta en el Taller.
- Identificar, en prácticas de la enseñanza de dichos docentes, formas y grados de apropiación de elementos de la propuesta actual para la

enseñanza de las matemáticas, así como aspectos problemáticos que podrían requerir apoyos específicos en la actualización.

- Valorar la posibilidad de hacer inferencias respecto al papel del Taller en el proceso de apropiación de elementos de la propuesta curricular, principalmente en lo que refiere al tipo de situaciones didácticas empleadas, en las prácticas de enseñanza.
- Contribuir a la formación de un banco de registros de clases de matemáticas con vistas a su posible utilización en los procesos de formación y de actualización de maestros y maestras.

Identificar aportes del Taller en las prácticas docentes sobre la enseñanza de las matemáticas, así como aspectos problemáticos no resueltos, constituye una tarea compleja, debido a que, como hemos comentado, los maestros integran en sus prácticas elementos de muy diversa procedencia (Mercado, 2002), adaptándolos a sus necesidades y a sus concepciones acerca de los procesos implicados. Para la realización del proyecto amplio se optó por un acercamiento, no exento de limitaciones, pero que pareció suficientemente sólido y factible en el tiempo y con los recursos disponibles: cruzar dos fuentes de información, por una parte, lo que el mismo maestro expresa acerca de los aspectos de la propuesta curricular que ha incorporado y el papel que en ello ha jugado el Taller, y, por otra, lo que puede observarse directamente en sus clases.

Por otra parte, el propósito de conocer el papel del Taller en los procesos de apropiación de la propuesta curricular oficial en las prácticas de los maestros, llevó a seleccionar a docentes que hubieran *estudiado* efectivamente el Taller. Solamente de esta manera era posible relacionar las dificultades observadas con el Taller mismo, al disminuir, en principio, el efecto de factores relativos a procesos de estudio deficientes o incompletos.

Para garantizar que la población de maestros con los que se trabajaría cumpliera con la condición anterior, se utilizaron dos filtros: primeramente, se estableció contacto con maestros que obtuvieron el nivel esperado en el examen que aplica el PRONAP y, a partir de las entrevistas, se corroboró que efectivamente hubieran estudiado el Taller.

Se contemplaron dos estrategias para la obtención de la información: la realización de entrevistas a profundidad a 21 maestros y la observación de 19 clases impartidas por 5 de los maestros entrevistados. Personal del PRONAP proporcionó una lista de maestros con las características solicitadas, a saber: que hubieran acreditado los cursos I y II del Taller con el nivel esperado y que impartieran clases en el nivel de primaria en escuelas públicas de la ciudad de México, Distrito Federal. De esta lista se logró hacer contacto con 17 maestros, quienes accedieron a ser entrevistados. Además, se decidió entrevistar a cuatro maestras más que habían estudiado el Taller pero no habían logrado acreditarlo con el nivel esperado. Se consideró que estas entrevistas podrían darnos algunos indicadores acerca de la pertinencia de incluir, en una segunda etapa del estudio, a maestros con esas características. Todos los docentes participantes estaban frente a grupo, excepto una maestra que era directora.

Mediante las entrevistas se buscó conocer los antecedentes profesionales de los maestros (formación, estudios de actualización, experiencia); algunas características de la forma en que estudiaron el Taller (en caso de lo que hubieran estudiado); su valoración sobre la modalidad de estudio que adoptaron y sobre el contenido del Taller; la forma en que consideraban haber incorporado elementos de la propuesta curricular del 93 y del Taller a sus prácticas (procurando la mayor precisión posible, con ejemplos concretos) y su apreciación sobre los materiales curriculares para la enseñanza de las matemáticas. Para ello se contó con un guión de entrevista que fue utilizado de manera flexible, permitiendo siempre la inclusión de aspectos no previstos (ver anexo 1). Las entrevistas se llevaron a cabo en el lugar que los maestros indicaron: en sus centros de trabajo o en su domicilio particular, tuvieron una duración de 60 a 120 minutos y fueron audio grabadas.

El análisis de las entrevistas se organizó en torno a los puntos del guión y a otros puntos que surgieron al aplicarlo. En general se intentó recuperar en primer lugar el sentido otorgado por los maestros a cada una de las problemáticas abordadas. En determinados apartados, se hacen algunas valoraciones tomando como referente los postulados de la propuesta

curricular para la enseñanza de las matemáticas, tal y como nosotros los interpretamos.

A partir de las entrevistas, se seleccionaron a los cinco maestros que participaron en la segunda fase, la observación de sus clases, con base en la disposición que manifestaron para ser observados. También se consideraron sus antecedentes profesionales dado que interesaba tener cierta diversidad. A cada uno de estos cinco maestros se les observó entre tres y seis sesiones de clase, y en total se analizaron 19 registros de observación. En el cuadro I se presenta la información sobre los maestros que participaron en la segunda fase del proyecto amplio.

Debido a que se procuró que las clases observadas de cada maestro abarcaran una parte significativa del desarrollo de alguno de los aspectos de un tema, en ciertos casos fue necesario observar más veces a un mismo maestro. Además, al término de cada clase observada se entrevistaba nuevamente al maestro para obtener más elementos acerca de las decisiones que había tomado durante la clase y para conocer la valoración que hacía de la misma. Al término del conjunto de observaciones, se realizó una última entrevista para profundizar en algunos aspectos, y para conocer la manera en la que planeaba continuar con el tema.[\[10\]](#)

CUADRO I. Datos académicos y laborales sobre los casos en estudio en el proyecto amplio.

Maestro (a)	Grado	Núm de clases	Años de Experiencia frente a grupo	Formación
Mar	5º	3	25	Profra. de Educación Primaria; Especialidad de Matemáticas para Secundaria.
Ena	5º	4	23	Profra. de Educación Primaria; Lic. en Educación Básica; Lic. En Pedagogía
Aarón	4º	6	28	Profr. De Educación Primaria; Especialidad de Artes Plásticas; Lic. en Lengua y Literatura Hispanas
Ros	1º	3	22	Profra. de Educación

				Primaria; Lic. En Educación
Juan	6º	3	27	Profr. de Educación Primaria; Lic. En Economía; Lic. En Educación para Adultos

Las clases fueron observadas y registradas por dos integrantes del equipo, dos investigadores, o un investigador y un auxiliar. Todas fueron videogradas. El protocolo se realizó a partir de los registros de los observadores, de los videos, de las entrevistas y de los trabajos de los niños.

En los registros se procuró dar cuenta del mayor número de interacciones del maestro con los alumnos y entre los alumnos, así como del trabajo individual desarrollado por algunos alumnos.

Para el análisis de las clases observadas se determinaron previamente aspectos amplios que interesaba analizar, derivados de determinadas categorías didácticas y, se intentó identificar, al interior de dichos aspectos, fenómenos particulares. Así, cada uno de los cinco estudios de caso destaca distintos elementos, los más relevantes, pero en los cinco estudios se analizó un conjunto de aspectos comunes.

En los lineamientos preliminares para los análisis se distinguieron dos grandes partes: el análisis de las tareas propuestas desde el punto de vista de la forma en que ponen en juego al conocimiento que se quiere enseñar, y el análisis de las interacciones durante el desarrollo de las clases (ver los criterios iniciales de análisis, anexo 2)[11] .

1.2.2 Precisiones sobre los objetivos de la presente tesis

Como se señaló anteriormente, para la realización del presente trabajo de tesis se asumió la responsabilidad de uno de los estudios de caso, el de la maestra Mar. Este recorte llevó a reformular a posteriori la jerarquía de los objetivos anteriormente expuestos, dando prioridad al estudio del proceso de apropiación de la propuesta curricular de matemáticas del 93 por la maestra, y dejando en segundo plano el análisis de los aportes del Taller de actualización. Esto se debe a que, si bien la maestra Mar dejó ver que el estudio del Taller constituyó una experiencia importante para ella y fue uno

de los principales factores que la llevaron a imprimir ciertos cambios en su práctica, no proporcionó suficiente información específica sobre esta influencia. Aunado a lo anterior, como se verá, además del Taller dirigido a maestros de primaria, Mar estudió el que se ofreció a maestros de secundaria y, al evocar uno y otro, en varias ocasiones tendió a integrarlos.

El carácter situado de nuestro objeto de estudio y el propósito de adentrarnos en su complejidad dinámica nos llevó a considerar como viable y pertinente, documentar este proceso en la vida académica de una maestra en particular, la que por su riqueza de experiencias particulares ofrecía contextos significativos para realizar nuestra investigación.

Desde una perspectiva metodológica, documentar un hecho educativo como lo es un proceso de apropiación de una propuesta curricular, en un sujeto concreto con características y condiciones particulares puede ser relevante, tanto por lo representativo que puede resultar de un complejo mundo de realidades humanas y sociales propias del colectivo de docentes en los que se ha desarrollado, como por lo que se diferencia de éste.

Este tipo de estudios, en la medida que logran cierto nivel de profundidad en la caracterización de los sentidos de las acciones observadas y, sobre todo, de las condiciones en que éstas ocurren, puede dar cuenta de aspectos que cruzan las prácticas de otros sujetos que comparten algunas de estas condiciones, "La generalización es posible porque lo general sólo se da en lo particular." (Martínez 1998:42)

Por otra parte, las condiciones vinculadas a una práctica (y en particular a un proceso de apropiación de una propuesta curricular) que desde determinado punto de vista se considera exitosa o deseable, pueden ser relevantes incluso cuando dichas condiciones, o algunas de ellas, sean excepcionales, pues justamente éstas podrían dar pistas acerca de lo que es necesario, aun cuando no suficiente, para la realización de prácticas con determinadas características. Así mismo, puede ser sensato considerar que algunas de las dificultades que se identifican en un caso en el que confluyen ciertas condiciones favorables, serán compartidas por otros casos con menos condiciones favorables.

En el siguiente cuadro presentamos información sobre la recolección de datos específicos para el estudio de caso de la maestra Mar.

CUADRO II. Entrevistas y observaciones de clase en el estudio de caso.

Entrevistas	Cantidad	Tiempo aproximado
Inicial	1	45 minutos
Post-clase	2	60 minutos
Final (posterior a la lectura del análisis preliminar de sus entrevistas y clases)	1	60 minutos
Observaciones de clase	3	350 minutos

Nota: cada hora de transcripción de entrevistas implicó aproximadamente ocho horas de trabajo, espaciadas en varias jornadas. La transcripción y ampliación con notas de campo y video, de cada observación de clase implicó una semana de trabajo.

1.3 Las innovaciones de la reforma curricular de 1993

Presentamos en lo que sigue una descripción analítica breve de las innovaciones para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, introducidas en el currículum mexicano en 1993, así como del Taller de actualización que fue ofrecido a los maestros a partir de 1995. Previamente, contextualizamos la reforma educativa del 93 en el marco político nacional e internacional.

1.3.1 Antecedentes políticos - internacionales y nacionales- de la reforma

Para acercarnos al estudio de las políticas diseñadas para la educación básica en los países llamados en vías de desarrollo en la década del noventa, es necesario prestar atención por lo menos, a dos grandes actores condicionantes de las políticas educativas en el mundo: La UNESCO y el Banco Mundial. Las directrices de la UNESCO (1990) que influyeron en las reformas educativas de esta década quedaron modeladas en la declaración mundial sobre la Educación para Todos, hecha en Jomtien, Tailandia, específicamente en el documento: *Educación para Todos, satisfacción de las*

necesidades básicas de aprendizaje una visión para el decenio de 1990. México como miembro de la ONU, firmó el documento de la UNESCO y asumió el compromiso de incluir en la política educativa nacional los resolutivos de esta reunión internacional, los cuales se pueden identificar en los documentos complementarios al Programa para la Modernización Educativa 1989-1994 (SEP, 1990). Aunque es amplio el documento de la UNESCO, es en el artículo 1. *Satisfacción de las necesidades básicas de aprendizaje*, donde encontramos planteamientos específicos acerca de ciertos conocimientos matemáticos, los cuales son el hilo conductor para el desarrollo del presente trabajo. En dicho documento se afirma que cada persona, niño, joven o adulto:

... deberá estar en condiciones de aprovechar las oportunidades educativas ofrecidas para satisfacer sus necesidades básicas de aprendizaje. Estas necesidades abarcan tanto las herramientas esenciales para el aprendizaje (como la lectura y escritura, la expresión oral, el cálculo, la solución de problemas) como los contenidos básicos de aprendizaje (conocimientos teóricos y prácticos, valores y actitudes) necesarios para que los seres humanos puedan sobrevivir, desarrollar plenamente sus capacidades, vivir y trabajar con dignidad, participar plenamente en el desarrollo, mejorar la calidad de vida, tomar decisiones fundamentadas y continuar aprendiendo... (UNESCO 1990:21)

Otro documento del organismo de Naciones Unidas importante como referencia es el informe Jaques Delors (1996), en el que después de plantear su concepción de la educación a lo largo de la vida con base en cuatro pilares básicos -aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y, aprender a ser- se sugiere que: *"En esa concepción deben buscar inspiración y orientación las reformas educativas, tanto en la elaboración de los programas como en la definición de las nuevas políticas pedagógicas"* (Delors, 1996:39).

En el ámbito económico, el Banco Mundial hacía las siguientes recomendaciones para países como el nuestro en materia educativa: descentralizar la gestión de los sistemas educativos, diversificar las fuentes de financiamiento e incorporar importantes medidas de privatización, "desregulación" y "flexibilización" de los sistemas escolares (De Ibarrola, 1996).

Los pronunciamientos de estos dos importantes actores de la política mundial constituyen antecedentes básicos para contextualizar lo que en el sexenio 1989-1994 dio en llamarse: *Federalización de la Educación*[12] ; cuya expresión más simple la encontramos en el *Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica*, (ANMEB) (Arnaut,1998) suscrito el 18 de mayo de 1992 por el Gobierno Federal, el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación, (SNTE) y los Gobernadores de los Estados, en el cual se establecía la transferencia de la administración de la educación básica a los estados, con suministro de recursos económicos por parte del gobierno federal. Dicho acuerdo incluía: la actualización de planes y programas de estudio; el mejoramiento de materiales didácticos y libros de texto; la revaloración social del maestro en el proceso de enseñanza y aprendizaje; el fomento de la participación social en la educación y, la creación de la carrera magisterial.

Un documento nacional, cuya influencia fue determinante en la delimitación de las tareas signadas en el ANMEB es el diagnóstico de la educación nacional realizado por un grupo de profesionales y expertos convocado por la revista *Nexos* en 1988[13] . Una parte de estos trabajos se publicó bajo el nombre de *La catástrofe silenciosa* en Guevara Niebla (1992).

El diagnóstico nacional se fue enriqueciendo con otros estudios como el de (Ávila 1991), los cuales, a partir de análisis diversos de lo que ocurría en la escuela primaria mexicana en relación con los aprendizajes, concluyeron que era urgente modificar lo que ahí acontecía. En términos de productos de aprendizaje, señalaban que los resultados que se lograban eran sumamente escasos. En su momento el poder ejecutivo reconoció esta situación, y planteó el Programa de Modernización Educativa, (SEP, 1990). Esta reforma, como todas las que le antecedieron en lo que iba del siglo, no estuvo exenta de resistencias y/o críticas:

Se ha dicho que la reforma curricular que propone la Modernización es un retroceso en términos educativos, que las personas que coordinan los trabajos no son las idóneas, que no ha mediado una evaluación entre los planes vigentes y los que se quiere implantar, que el Modelo Pedagógico que se propone implica un descuidado eclecticismo, o que es una nueva imposición. (Ávila 1991:31).

En el área de matemáticas el acento de la reforma curricular se puso, no tanto en la incorporación de nuevos contenidos, sino más bien en la secuenciación de los que se habían venido trabajando y en la forma de trabajarlos como objetos de enseñanza. La parte más importante de la propuesta se centró en aspectos metodológicos de la enseñanza y en el enfoque de los cursos. (Mancera, 1991; Ávila, 1991; Balbuena, et. al. 1991).

Este matiz de la reforma se plasmó inicialmente en el nuevo *Plan y Programas de Estudios 1993*, y en los libros de texto gratuito, y no en los planes de estudios de las escuelas formadoras de docentes,^[14] ni en los programas de actualización de los maestros responsables de su implementación. Esta situación generó, de nueva cuenta, críticas de los investigadores, quienes se preguntaban ¿Qué tanto las modificaciones al currículo alterarían la vida en las aulas? Con base en la experiencia de reformas anteriores planteaban que la reforma al currículo era solamente la reforma posible, pero no la necesaria. Para Ávila (1991) la reforma necesaria era en las aulas y, modificar lo que ocurre en ellas requiere atender a otros factores y a otras lógicas, no necesariamente a las modificaciones curriculares.

En las concepciones del profesor, más ligadas a la propia experiencia como estudiante y a la cultura magisterial, que en México es una cultura de tradiciones arraigadas, penetran poco las ideas expresadas en los programas educativos y éstos llegan sólo a constituir un marco normativo que altera en escasa medida las concepciones y el trabajo docente (Ávila, 1991:35).

Quienes tomaron una posición crítica como la del grupo convocado por *Nexos*, pero que sin embargo apoyaron la reforma con propuestas, sostenían que difícilmente la lectura o un curso de actualización apresurado permitiría que los enfoques planteados en los programas de la Modernización Educativa permearían los salones de clases. Para inicios de la década del noventa, la experiencia en formación de profesores permitía aseverar que los procesos de construcción de nuevos esquemas de interpretación y por tanto de intervención en la realidad eran sumamente lentos y difíciles, pero sobre todo, que no se conocían del todo. Esta situación impedía imaginar

estrategias de formación y actualización que pudieran traducirse en nuevas dinámicas en las aulas.

1.3.2 La reforma curricular de 1993 en el campo de las matemáticas de la escuela primaria

Después de un largo proceso iniciado en 1990, que incluyó una consulta nacional, una "prueba operativa" y los programas emergentes de 1992, la orientación general que se imprimió a los programas y materiales para la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria, en 1993, se inscribe en una tendencia mundial que enfatiza la actividad de resolución de problemas como fuente del aprendizaje y como origen de una diversidad de significados de las nociones a enseñar (Ávila, 1991; Balbuena et. al., 1991). Aunque este enfoque es general y adopta interpretaciones particulares no siempre homogéneas, inclusive en los distintos materiales que componen la propuesta curricular oficial, es posible afirmar que supone cambios relativamente profundos con respecto a las prácticas de la enseñanza de las matemáticas que prevalecen en el aula. Precisemos algunos de los más importantes.

Sobre el enfoque

El principio didáctico y epistemológico según el cual es posible que los alumnos desarrollen determinados conocimientos al resolver problemas de matemáticas, se opone a una práctica muy antigua y arraigada en la que los problemas se plantean únicamente para *aplicar* conocimientos previamente enseñados (Block et al., 1995).

El hecho de partir de la resolución de problemas, supone que los alumnos tienen conocimientos previos con los que pueden abordar una situación didáctica nueva, conocimientos que no les han sido enseñados formalmente, lo cual podría entrar en contradicción con la tendencia a considerar como disponibles únicamente los conocimientos que han sido enseñados a los alumnos en la escuela.

La resolución de problemas, como enfoque, supone también una valoración positiva de los conocimientos precarios, incompletos, aún no bien formulados e incluso parcialmente falsos que los alumnos logran poner en

juego en un proceso constructivo, lo cual entra en contradicción con la tendencia a reconocer como válidos únicamente los conocimientos que se expresan de manera explícita, con el lenguaje convencional, es decir, los conocimientos en su forma culturalmente institucionalizada (Block et al., 1995).

Por otra parte, si bien las consideraciones anteriores han sido identificadas como "constructivistas", es necesario precisar que, en el mismo nivel teórico, existen distintas interpretaciones del constructivismo cuando de enseñanza se trata[15]. Destaquemos dos: un acercamiento identificado como "constructivismo radical" que pone énfasis en el desarrollo de conocimientos informales a partir de la interacción con situaciones problemáticas, sin intervención del maestro (consideran a este como "organizador de situaciones" o, "facilitador de aprendizajes"). En este acercamiento se devalúa, o incluso se deja completamente de lado el problema de la conversión de conocimientos de los alumnos, implícitos, informales, en saberes culturales, institucionales.

Otro acercamiento pone en primer plano el problema de la articulación entre los conocimientos informales con los formales. Es el caso, por ejemplo, de la Teoría de las situaciones didácticas (TSD), en la que el concepto de "institucionalización" da cuenta de la importancia de arribar, en un proceso de enseñanza, a conocimientos explícitos y formales, tal y como se reconocen en la cultura. En este caso, el papel del maestro va más allá de plantear las situaciones problemáticas y favorecer en sus alumnos la búsqueda de soluciones, pues es a él a quien corresponde destacar determinados conocimientos, y proporcionar la información necesaria en los momentos oportunos para asegurar que los alumnos vinculen sus conocimientos con los saberes institucionales, culturales (Brousseau, 1998).

¿Qué postura frente a estos dos acercamientos se adoptó en las propuestas oficiales actuales para la enseñanza de las matemáticas, o en el enfoque asumido? Si bien no hay textos en los que puedan encontrarse respuestas muy explícitas a esta pregunta, es posible inferir, de los planteamientos que se hacen en los "Libros para el maestro", que la respuesta es la segunda.

Sin embargo, falta analizar en qué medida este acercamiento se ve reflejado en los otros materiales curriculares, libros de texto y ficheros de actividades.

Es posible que, cuando se reformularon los planes y programas de estudio, se haya considerado necesario cuestionar, nuevamente, las prácticas de enseñanza que tendían a privilegiar demasiado, o demasiado pronto, el dominio de saberes en su forma ya institucionalizada, o incluso, saberes reducidos a escrituras sintácticas, a reglas, a fórmulas con poco significado, y que por ello el énfasis se haya puesto en la valoración del desarrollo de conocimientos no formales. A fin de cuentas, según Freudenthal, de lo que se trató fue de "postergar el momento de la formalización para dar lugar al discernimiento"[16] .

Sobre la enseñanza de contenidos específicos

Un aspecto poco atendido cuando se habla de la propuesta oficial para la enseñanza las matemáticas es el hecho de que ésta no afecta únicamente a las consideraciones generales acerca de cómo enseñar (el enfoque, la metodología), las cuales pueden ser fácilmente trivializadas al identificarse con ideas vagas tales como propiciar la participación activa del niño. Dicha propuesta conlleva también ciertos cambios en la definición y en la organización misma de los contenidos que son objeto de enseñanza. En este aspecto se presentan también algunas oposiciones entre las prácticas comunes y las propuestas emanadas de la reforma. Destaquemos a título de ejemplo dos casos en los que esto es muy visible.

Para la enseñanza de los primeros números en primer grado, en todas las propuestas didácticas que conocemos dirigidas a alumnos pequeños, por lo menos desde principios del siglo XX hasta la reforma del '93, se proponía desarrollar una lección por cada número de la serie: el 1, el 2, el 3 (Block y Álvarez, 1999). En la propuesta vigente, se propone trabajar desde el principio con varios números a la vez, en rangos que se van ampliando, lo cual es coherente con la intención de trabajar a partir de situaciones problemáticas (pues no parece posible plantear un problema que haga intervenir a un solo número).

Otro ejemplo lo constituyen las operaciones aritméticas. En la propuesta vigente, además de afirmarse que la enseñanza no debe partir de los algoritmos usuales, sino del desarrollo de procedimientos informales a partir de la resolución de problemas, se plantea que, contra una idea que ha prevalecido durante mucho tiempo, las técnicas para resolver una operación no constituyen el único contenido importante del tema. Ahora se pone el acento en el hecho de que una operación aritmética puede asumir significados distintos dependiendo de las relaciones entre los datos. Se habla de numerosas estructuras de los problemas de suma y resta, de varios tipos de problemas de multiplicar y de dividir. Se insiste en que comprender una operación implica, además de conocer técnicas para resolverlas, poder reconocer su pertinencia en una gama amplia de problemas. En consecuencia, se dedican ahora numerosas lecciones para el estudio de estos aspectos de las operaciones.

En relación con este punto, el de los cambios en el nivel de la organización de los contenidos y el del papel que juegan en ello los problemas, cabe señalar que si bien los libros de texto oficiales y los ficheros de actividades didácticas ofrecen una importante plataforma a partir de la cual los maestros podrían operacionalizar las orientaciones que se dan, no se dispone siempre, para todos los temas y en todos los grados, de las secuencias didácticas más adecuadas para ello[17]. Hay temas mejor logrados que otros, tanto desde el punto de vista de la calidad de las secuencias, como desde el punto de vista de su factibilidad, es decir, del grado en que es posible llevarlas a cabo en las condiciones de trabajo de los maestros. No sobra recordar, además, que aún en los casos en los que secuencias didácticas podrían considerarse satisfactorias, su puesta en práctica podría requerir de conocer y compartir los presupuestos que subyacen a las mismas.

Por último, cabe señalar que lo que se ha llamado "el nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas", contiene un conjunto de planteamientos que siguen siendo objeto de revisión y de precisión o de adaptación, tanto a nivel de quienes intentan llevarlo a la práctica (diseñadores de currículum, maestros) como de quienes lo asumen como objeto de estudio. Una consecuencia de esto es que "el enfoque", sea cual sea su interpretación, no es hoy idéntico al que fue hace 10 años, cuando se estableció la reforma.

Una tarea que podría ser útil consistiría en documentar algunas de las principales interpretaciones del citado enfoque, entre maestros[18] , pero también entre investigadores, destacando qué presupuestos suficientemente importantes se comparten como para considerarlos variantes de *un enfoque*, y en qué casos se manifiestan posturas suficientemente alejadas para afirmar que constituyen *otros enfoques*.

1.3.3 La actualización de los maestros ante la reforma curricular

Para responder a las necesidades de actualización de los maestros ante la inminente reforma curricular, se implementó, en 1992, un Programa Emergente de Actualización del Magisterio (P.E.A.M.), no obstante, sus alcances fueron muy limitados. Dos años más tarde, en el Programa de Desarrollo Educativo del sexenio 1995-2000, se reconoce nuevamente que entre los factores con mayor influencia en el desempeño de los educadores se encuentran una formación inicial sólida y congruente con las necesidades del trabajo, y un sistema que ofrezca oportunidades permanentes para la actualización y el perfeccionamiento profesional de los maestros en servicio. Se acepta también que la situación en general en esta materia no ha sido satisfactoria, por lo que su transformación en el futuro inmediato constituiría una de las más altas prioridades de la política educativa del gobierno federal y de los gobiernos de los estados.

La actividad más amplia debía concentrarse en la operación de un programa de actualización destinado al personal en servicio de los tres niveles de la educación básica, con las siguientes características:

... facilitar el conocimiento de los contenidos y enfoques de los nuevos planes de estudio, así como promover la utilización de nuevos métodos, formas y recursos didácticos congruentes con los propósitos formativos del currículo. Esta actividad deberá crear una plataforma común de competencia didáctica, sobre la cual, y en fases posteriores al programa, se establecerán opciones más avanzadas de actualización (SEP, 1996:61).

En este mismo documento se establecía que para apoyar al personal docente en sus estudios de actualización, los inscritos recibirían gratuitamente paquetes didácticos de material impreso y orientación mediante radio y televisión. Se instalaría además, un número mínimo de 500 Centros de

Maestros, en cuyas instalaciones se contaría con biblioteca, recursos audiovisuales, de informática, y asesoría.

La tarea antes descrita se preveía de grandes dimensiones ya que según los datos disponibles para 1995, en el nivel de preescolar trabajaban 143 mil educadoras, directoras y supervisoras; en la primaria el personal docente y directivo sumaba 546 mil miembros, y en secundaria 268 mil. Una demanda potencial de 957 mil maestros, más los que se generaran cada año producto de la cobertura en expansión de la educación básica.

Para responder de manera sistemática y ordenada a la necesidad de actualizar los conocimientos del magisterio nacional, requerida por la última reforma curricular, se diseñó el Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio (PRONAP). Este programa forma parte del Sistema Nacional de Formación, Actualización, Capacitación, y Superación Profesional para Maestros de Educación Básica, que corresponde a la SEP regular de acuerdo con lo que establece el artículo 12, fracción VI, de la Ley General de Educación.

Para afianzar el desarrollo del PRONAP, en enero de 1995, la SEP y el SNTE firmaron el Convenio de Ejecución y Seguimiento de este Programa. A partir del mes de mayo de 1996, la SEP y los gobiernos de las entidades federativas suscribieron el Convenio para la extensión del Programa, el cual incluía los talleres generales de actualización (T.G.A.), los talleres estatales de actualización, talleres breves y diversos cursos vía la Red Edusat.^[19]

Con base en nuestra experiencia podemos decir que en un principio se observaron resistencias por parte de los docentes a inscribirse en los cursos del PRONAP debido a que no era claro para ellos mediante qué mecanismos dichos cursos repercutirían en la Carrera Magisterial. Además, la idea de resolver un paquete didáctico de manera autodidacta o en pequeños grupos de estudio, con el apoyo de un asesor, maestro del mismo gremio que el centro de maestros proporcionaba, y del cual en ocasiones se ponía en tela de juicio su preparación profesional, les provocaba incertidumbre.

El curso nacional de actualización "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros"

El propósito con el que inició el PRONAP fue facilitar el conocimiento de los contenidos y enfoques de los nuevos planes de estudio, así como promover la utilización de nuevos métodos, formas y recursos didácticos congruentes con los propósitos formativos del currículo. Desde entonces, a los maestros que se inscriben a los Cursos Nacionales, se les entrega el paquete didáctico del Curso elegido, el cual deben estudiar en forma autodidacta. Los maestros tienen en principio la posibilidad de asistir a las asesorías que se proporcionan en los Centros de Maestros, en donde además pueden integrarse en grupos de estudio. Pueden también formar sus propios grupos. Una vez que consideran estar preparados, presentan el examen que periódicamente ofrece el PRONAP. La acreditación de este curso tiene valor para el incremento de categoría en la "Carrera Magisterial" y en el escalafón vertical.

El Curso Nacional *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros* fue el primero en ofrecerse a partir de 1995. Los propósitos que se enuncian son los siguientes:

- Ampliar los conocimientos sobre los contextos y las secuencias de situaciones problemáticas que dan significado a los contenidos de matemáticas que se trabajan en la escuela primaria.
- Ampliar los conocimientos sobre el enfoque didáctico de los nuevos materiales para la enseñanza de las matemáticas.
- Conocer con mayor profundidad la estructura y los contenidos de los nuevos materiales para la enseñanza de las matemáticas.
- Experimentar una manera grata y creativa de hacer matemáticas.

El Taller consta de 10 capítulos que se presentan en dos libros (parte 1 y parte 2), una antología de lecturas y un paquete de material recortable. Todos los capítulos, excepto el primero, están centrados en un tema de matemáticas del currículum de la educación primaria: los números naturales, la suma y la resta, la multiplicación y la división etc.

En el primer capítulo, se abordan de manera explícita algunos aspectos metodológicos generales, sobre la enseñanza de las matemáticas

en la primaria: el papel de los problemas, la posibilidad de resolver un mismo problema con diversos procedimientos, la factibilidad de propiciar la evolución de los procedimientos iniciales mediante el manejo de algunas variables didácticas en los problemas que se plantean, la importancia de la estimación de resultados de problemas y operaciones y, el uso de la calculadora como un recurso que permite aprender matemáticas.

El hecho de haber estructurado los nueve capítulos siguientes en función de temas matemáticos y no de temas didácticos deja ver una decisión: se otorgó prioridad al propósito de que los maestros ampliaran su conocimiento de los contenidos de matemáticas que se trabajan en la educación la primaria, desde el punto de vista de su enseñanza, con respecto al de estudiar temas específicos de didáctica de las matemáticas[20] .

Dada la intención de que, al estudiar el Taller, los maestros vivieran una experiencia lo más parecida posible a la que se quisiera que ellos propiciaran con sus alumnos, puede decirse que algunas cuestiones de didáctica se abordan de manera implícita, "en la acción", al estudiar los temas de matemáticas. Algunos aspectos de didáctica se van haciendo explícitos a lo largo del Taller, o se abordan en las lecturas que se sugieren, pero otros se dejan implícitos, no se abordan en tanto objeto de estudio.

Por ejemplo, la noción de "aprender a través de la resolución de problemas" tiene un pequeño espacio de estudio en el primer capítulo, se aborda en varios de los textos de la antología y de libros del maestro por grado y, además, subyace a las secuencias de actividades que se presentan en los demás capítulos. En cambio, otros aspectos de didáctica como la idea misma de secuencia, algunas características didácticas de una situación de aprendizaje, los procesos de validación, de devolución o de institucionalización, se encuentran casi siempre implícitos en las actividades de los nueve capítulos sin llegar ser temas explícitos de estudio.

En contrapartida, el Taller ofrece a los maestros oportunidades -de calidad diversa- para mejorar sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos del programa para la educación primaria, desde el punto de vista de las familias de problemas que les están asociados, de los distintos significados que asumen en éstas, de la diversidad de procedimientos no formales que

pueden generarse, de algunas de sus propiedades, de las características de algunas situaciones didácticas que pueden ser útiles en la enseñanza y, también, de las propuestas didácticas que se hacen en los materiales oficiales. Decimos que la calidad es diversa pues para algunos de los temas de matemáticas se logró un mejor desarrollo que para otros.

Con respecto a los tipos de actividad, como su nombre lo sugiere, el Taller propone principalmente situaciones problema a resolver, de preferencia en parejas o en equipos, sobre los distintos aspectos que se van abordando. A continuación se mencionan los principales tipos de actividad.

Resolución de problemas que implican a un conocimiento específico. Este es el tipo de actividad más frecuente. Algunos de los problemas fueron seleccionados, o diseñados ex profeso para maestros, otros son problemas similares a los que se plantean a los alumnos, pero con alguna variante que introduce una dificultad adicional para los docentes, y otros, finalmente, son los mismos que se plantean a los alumnos de primaria, cuando el nivel de dificultad se consideró suficiente.

Con estas actividades se intenta favorecer que, al mismo tiempo que los maestros amplíen su conocimiento sobre un contenido de matemáticas, vivan una experiencia de aprendizaje similar a la que se desea propiciar en el aula, en particular: iniciar el proceso de enseñanza de un contenido a partir de la resolución de un problema, poniendo en juego procedimientos precarios al principio y favoreciendo su evolución. Ejemplos de estas situaciones son: un problema de conteo con una numeración no convencional para conocer determinados aspectos del proceso que siguen los niños al aprender a contar, y darse cuenta de las dificultades que éstas enfrentan en ese proceso de aprendizaje; resolución de un problema de división con la restricción de no usar el algoritmo convencional para dividir; resolución de un problema de multiplicación con un significado diferente al que conocen la mayoría de los maestros; resolución de problemas de variación proporcional con un nivel de complejidad adecuado para los maestros, con los que se favorece el análisis de las propiedades de este tipo de problemas; resolución de problemas cuya solución implica el uso de conocimientos geométricos poco trabajados por los maestros, etc.

Análisis de diversas características de los problemas asociados a una operación. A diferencia de la anterior, se trata de una actividad exclusiva para maestros: deben, por ejemplo, comparar problemas para identificar diferencias en su estructura, diseñar problemas con distinta estructura, analizar los diferentes tipos de procedimientos que los alumnos suelen utilizar para resolver cada tipo de problemas[21] . Este trabajo se desarrolla, por ejemplo, en el estudio de la división, en donde se distinguen problemas de reparto de los de agrupamiento.

"Nuestros materiales" de trabajo. Al término de cada capítulo, se incluyen actividades en las que se analizan secuencias didácticas planteadas en los materiales curriculares oficiales (principalmente libros de texto, ficheros y en otros libros, dirigidos a maestros, editados por SEP, como las propuestas para divertirse y trabajar en el aula de los Libros del Rincón).[22]

Experimentación en el aula. En algunos capítulos, se dan orientaciones para que los profesores hagan un trabajo de "experimentación en el aula": se propone al maestro aplicar a sus alumnos una situación problemática y se dan lineamientos para la auto observación y el análisis de su clase.

Resolviendo problemas difíciles., A lo largo de los dos libros que componen el Taller, se incluyen acertijos y problemas con cierto grado de dificultad, para dar más ocasiones a los maestros de experimentar procesos de resolución de problemas cuya solución no es evidente.

Textos, audios y videos. En algunas actividades del Taller, se incluyen lecturas para profundizar en los aspectos estudiados. En otros casos se remite a los maestros a determinados programas de audio o video con los que se amplía la información sobre el tema. Estos últimos materiales fueron elaborados por la SEP para apoyar la actualización.

Además, en cada uno de los dos volúmenes del Taller se incluyen secciones para la auto evaluación de conocimientos adquiridos y, al final de cada volumen, se presenta un anexo con las respuestas de algunos de los problemas planteados en las actividades de cada capítulo.

Diferencia entre los cursos de actualización anteriores y el Taller

Hasta el año en que el Taller fue diseñado, los materiales de apoyo para los cursos de actualización en enseñanza de las matemáticas consistían, casi siempre, en antologías de lecturas. La temática tendía a centrarse en el referente cognitivo de la problemática (estudios de corte psicológico), y en el referente matemático (cursos de matemáticas). En ese sentido, el Taller introdujo tres innovaciones en la actualización, por una parte, al introducir la modalidad de "taller", con actividades diseñadas para propiciar aprendizajes por parte de los profesores bajo un enfoque similar al que interesaba dar a conocer, por otra parte, al poner en primer plano la cuestión de la enseñanza de las matemáticas de las primaria introduciendo, poco a poco, algunas cuestiones de didáctica de esta disciplina (Fuenlabrada, 1988) y, por último, al plantear una logística que evitaba la estructura tradicional de cursos en "cascada".

A más de ocho años de su creación, los avances en didáctica de las matemáticas, los estudios sobre formación de maestros en el área, las investigaciones sobre las prácticas de enseñanza en el aula y aquéllas que han estudiado procesos ligados al uso del Taller, permiten identificar tanto indicios de las debilidades de esta obra como algunas de sus bondades. El presente estudio pretende contribuir en la misma dirección.

[1] En lo sucesivo se hará referencia a este material como "el Taller".

[2] En acuerdo con la perspectiva del Consejo Mexicano de investigación Educativa (COMIE): la investigación de la enseñanza que se realiza en los salones de clase comunes es una línea de trabajo que, si bien iniciara de manera incipiente en los años ochenta, es hasta la segunda mitad de la década del noventa donde se deja ver un interés creciente por estudiar dicha problemática. En el último estado del conocimiento (COMIE, 2003) se plantea como deseable que en los próximos años tuviera lugar una ampliación de los trabajos en esta línea, cuestión que sería de suma importancia tanto en sentido teórico como por sus aplicaciones. "En cuanto a las aplicaciones, el conocimiento específico sobre las prácticas de enseñanza –sumado a lo que otras vertientes de indagación proporcionen– ofrecerá elementos para confirmar, complementar o reorientar las políticas de formación continua de los profesores y de revisión de los materiales curriculares que el Estado distribuye en las escuelas." (COMIE, 2003:107-108)

[3] El PRONAP aplica cinco niveles de desempeño en los resultados de sus exámenes nacionales de los cuales el nivel esperado es el más alto. Para mayor información ver SEP, 2004.

[4] Heller en Ezpeleta, 1992.

[5] La situación "adidáctica" es siempre un momento o una fase de una situación didáctica. La diferencia con una situación "no didáctica" es que esta última no ocurre en un contexto de enseñanza.

[6] Sobre la noción de contrato didáctico, ver, por ejemplo, Brousseau, 1998.

[7] Brousseau distingue tres formas de validación: pragmática, semántica y sintáctica (Brousseau, 1998). Ver también (Block, 1991)

- [8] Es necesario aclarar que en la escuela francesa de didáctica de las matemáticas, las conceptualizaciones de *saber* y *conocimiento* difieren del concepto de *saberes docentes* en el sentido otorgado por Rockwell y Mercado (apartado 1.1.1). En Didáctica, según Block (2001), el *saber* "por enseñar", el que está señalado en los programas, es un producto cultural, establecido, avalado socialmente. Los *conocimientos* son aquellos que se manifiestan en la acción del alumno en situación de resolución de problemas, y, a diferencia de los saberes –puntualiza Block– pueden no ser identificados por el sujeto que los utiliza. Esta situación, en el contexto escolar, genera la necesidad de organizar la apropiación de los *saberes* específicos a partir de los *conocimientos* construidos.
- [9] El equipo de investigación estuvo coordinado por el Dr. David Block, como autores participaron: Martha Dávila, Silvia García, Patricia Martínez F., José Antonio Moscoso, Ligia Ramírez M., Margarita Ramírez B. y Diana Solares y como colaboradoras Laura Reséndiz y Minerva Reséndiz.. En lo sucesivo, al referirnos a este proyecto, y para distinguirlo del trabajo de tesis, lo llamaremos "Proyecto amplio".
- [10] A dos elementos de la muestra, uno de los cuales fue Mar, se les proporcionó el documento de análisis descriptivo de sus clases y entrevistas, y se sostuvo con ellos una entrevista más.
- [11] El informe final del proyecto amplio (Block, Dávila, García, Martínez, Moscoso, Ramírez, Ramírez, Solares, 2004) puede consultarse en la biblioteca *Juan Manuel Gutiérrez Vázquez* del DIE CINVESTAV.
- [12] Considero pertinente aclarar que, los lineamientos de los organismos multilaterales aunque en ocasiones aparezcan en la redacción de documentos oficiales casi al pie de la letra, en el terreno de los hechos, se mezclan con los contextos nacionales produciendo políticas públicas que podrían clasificarse como híbridas. Sin duda, se retoman los lineamientos internacionales en el diseño de las reformas, pero es el contexto de cada nación el que las determina.
- [13] Este grupo estuvo integrado, en su núcleo base, por Carlos Muñoz Izquierdo, Alejandra Romo, Roberto Arizmendi, Gilberto Guevara Niebla y, en su consejo de evaluación participaron, Pablo Latapí Sarre, José Warman, Clara Jusidman, Rolando Cordera y Héctor Aguilar Camín.
- [14] El nuevo plan de estudios para formar maestros de primaria se puso en marcha en 1997, posteriormente se implementaron el de secundaria, preescolar, educación física y actualmente está en proceso el de educación especial.
- [15] Sobre estas interpretaciones ver por ejemplo Coll, C. (1986, 1990), Lerner, D. (1998)
- [16] Freudenthal, en Block y Fuenlabrada 1999:275.
- [17] Freudenthal, en Block y Fuenlabrada 1999:275.
- [18] Ya se han realizado los primeros estudios en este sentido, como los de Ávila (2001^a, 2001^b), Ramírez (2003) y Martiradoni (2004).
- [19] Red de televisión educativa vía satélite.
- [20] Si el Taller se hubiese estructurado en temas de didáctica, los capítulos habrían sido, por ejemplo: La noción de situación didáctica, la noción de secuencia; la puesta en común, el papel del error, etc. Los contenidos de matemáticas se habrían estudiado al interior de dichos temas, en tanto ejemplos concretos.
- [21] Estos procedimientos de alumnos han sido recuperados en diversas investigaciones de corte didáctico realizadas en el DIE-CINVESTAV-IPN.
- [22] En algunos de estos libros se abordan temas de matemáticas que se trabajan en la educación primaria. Los títulos que se sugieren trabajar en el Taller son: *lo que cuentan las cuentas...*

CAPÍTULO 2

EL ESTUDIO DE UN CASO: LA MAESTRA MAR

A continuación presentaremos los resultados del estudio de caso. Haremos una breve exposición de los antecedentes profesionales y académicos de la maestra Mar, y una reseña de su experiencia en el Taller de matemáticas del PRONAP. Enseguida detallaremos las apreciaciones de la maestra sobre los cambios en sus prácticas de enseñanza, y su visión sobre este proceso. Terminaremos el segundo capítulo con el análisis extenso de las clases de matemáticas observadas. Finalmente se presentan las conclusiones, las fuentes de documentación y los anexos.

2.1 Antecedentes profesionales y académicos

Una sólida experiencia docente y la especialidad en matemáticas para secundaria, son la base de la formación profesional de la maestra de nuestro estudio.

2.1.1 Buena formación en matemáticas, gusto por la lectura y experiencia

La maestra Mar realizó sus estudios de Normal Básica de 1974 a 1978 en la Escuela Nacional de Maestros. Se ha dedicado al magisterio durante 25 años en escuelas urbanas y en grupos unigrado. En los inicios de su carrera profesional trabajó con primer ciclo y, después de aprovechar una beca para realizar estudios en la especialidad de matemáticas en la Normal Superior de México, se reintegró al magisterio en un sexto grado. Además, por inquietudes profesionales realizó estudios de inglés de manera particular.

Posteriormente, se le presentó la oportunidad de un cambio de escuela en la que le respetaron el sexto grado y desde entonces su experiencia profesional ha sido con el tercer ciclo de primaria. Actualmente, trabaja con 25 alumnos de quinto grado por la mañana e imparte clases de matemáticas en una secundaria por las tardes.

La maestra Mar mantiene una buena relación con la cultura escrita, aunque no está segura -manifestó- si esto fue por el ambiente familiar o por alguna otra influencia,

...a mí no me duele gastar en libros, o sea yo, y eso viene de cuando aún yo no tenía dinero y yo decía, yo compro el libro, no me importa si no me podía comprar otra cosa, yo compro el libro ... [MEI:P75][1]

2.1.2 Discusión: ¿Qué se requiere para obtener el nivel esperado en el examen de PRONAP?

Cabe preguntarse si el hecho de que Mar haya acreditado el examen de PRONAP con el nivel esperado está relacionado con su formación previa, en particular con sus estudios de matemáticas.

De los 17 profesores entrevistados que acreditaron el examen de PRONAP con el nivel esperado, 14 estudiaron, además de la Normal Básica, por lo menos una licenciatura[2]. Cinco de ellos estudiaron dos licenciaturas. Con base en esta información cabe preguntarse si la acreditación con el nivel esperado en el examen que aplica el PRONAP está correlacionada con esta formación. En caso de que así fuera (averiguarlo requiere considerar una muestra representativa de maestros) cabría preguntarse si el disponer de una formación más allá de la Normal Básica, solamente favorece acreditar el examen de PRONAP con el nivel esperado (por ejemplo, debido a mejores hábitos de estudio, de lectura) o si incluso constituye una condición para ello.

Seis de los 14 maestros estudiaron licenciaturas relacionadas con las matemáticas, en estos casos, valdría la pena indagar si esta formación específica se correlaciona, no solamente con el resultado del examen, sino con el grado de apropiación de la propuesta curricular oficial de matemáticas.

En el caso específico de la maestra Mar, hay indicios que permiten conjeturar que la formación en matemáticas sí tiene incidencia tanto en los resultados del examen como en el grado de apropiación de la propuesta.

2.2 La experiencia de la maestra Mar en el taller de matemáticas del PRONAP

La experiencia formal de actualización profesional de la maestra Mar, en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas además de algunos talleres cortos,[3] se circunscribe a los cursos nacionales del PRONAP tanto para primaria como en secundaria.

2.2.1 Acercamiento al PRONAP y formas de estudio del Taller

La primera motivación para ingresar a los cursos del PRONAP fue, según nos comentó Mar, ascender en la carrera magisterial y consecuentemente mejorar su situación económica. En el transcurso -precisó- se sumó el interés por el Taller y el gusto de poderlo estudiar de manera autodidacta:

... que uno se prepare por su cuenta y en el tiempo que uno pueda ...
[MEI:P33]

...a mí lo que más me gusta del paquete es eso, que tengamos esa comodidad ... [MEI:P33]

Prácticamente, nunca asistió a los centros de maestros, salvo en una ocasión en que acudió para obtener unos videos. El centro le quedaba muy lejos y, como expresó en diferentes ocasiones, el no disponer de tiempo para la actualización ha sido uno de los principales obstáculos en su vida profesional.

La maestra nos comentó que la recámara era su lugar para estudiar en los ratos libres, sin importar que fuera de diez a doce de la noche. Cuando se acercaba la fecha del examen estudiaba todas las noches; sentía que “los domingos se iban como agua”.

Las actividades didácticas del Taller, según sus cálculos, le consumieron mucho tiempo. Resolver las dos partes del curso nacional -libro uno y libro dos- le implicó, al menos 100 horas de trabajo. Cabe mencionar que ella estudió las dos partes del curso de matemáticas *de un tirón*, sin saber que habría un examen para cada una de las partes. El haberlas resuelto consecutivamente le permitió invertir menos tiempo y le facilitó la preparación para el examen de la segunda parte.

También recordó haber enfrentado algunas dificultades para resolver las actividades propuestas en el curso. La más significativa fue que no pudo

conseguir todos los materiales requeridos por el Taller como los libros de texto, videos y audios. Esto le impidió realizar las actividades propuestas con dichos materiales. Además, al trabajar sola, tampoco pudo realizar algunas de las actividades que implicaban el trabajo en equipo.

2.2.2 La apreciación de Mar sobre las actividades del Taller

Mar calificó al paquete didáctico del Taller como "muy bueno"; las actividades le parecieron "atractivas"; aunque algunas de ellas le resultaron sencillas comentó que las resolvió todas en estricto orden. Cuando se le pidieron ejemplos de actividades que le hubieran parecido especialmente importantes, evocó dos: la de los lalilaneses y las autoevaluaciones. La primera es en realidad un conjunto de actividades sobre un sistema de numeración tanto oral como gráfico, distinto a los convencionales, pero basados en los mismos principios (base y posición). Estas actividades se diseñaron con la finalidad de permitir a los maestros reflexionar acerca de dichos principios y de las dificultades que los niños tienen al aprender el uso de un sistema de numeración. Mar recordó dos aprendizajes en su experiencia con estas actividades: por una parte, dice haberse dado cuenta de que, contra lo que ella hacía años atrás cuando fue maestra de primer grado, ahora se recomienda enseñar varios números al mismo tiempo y no uno por uno. Comentó que la actividad "Aprendiendo a contar" (Taller para Maestros. Libro 1, p. 34) la hizo reflexionar, porque pudo entender las dificultades que enfrentan los niños cuando tratan de apropiarse del sistema decimal de numeración. El haber cometido un error, que suelen cometer los niños, la cuestionó[4] ,

... ya cuando formaba los números que eran equivalentes a decena y unidad, sí tuve yo el error, tuve yo el error, ya me di cuenta después, igual pasa con los niños, entonces la verdad, a mí sí me hizo reflexionar ... [MEI:P38]

El otro aspecto del Taller que apreció fueron las evaluaciones con las que se cierra cada capítulo y, sobre todo -enfaticó- la sección con respuestas que se incluye al final de cada volumen.

Acerca de las lecturas recordó haber tenido ciertas dificultades con la de Van Hiele pero, en términos generales, le gustaron un poco más las del Taller de secundaria, por la sensibilización que tratan de suscitar en el maestro.

En una de las entrevistas, se remitió a ciertas lecturas que enfatizan los retos que tiene por delante una maestra cuando decide actualizarse profesionalmente:

...dice aquí: [paquete didáctico de matemáticas secundaria] y eso no lo subrayé ayer, lo subrayé cuando lo estudié: una didáctica basada en teorías constructivistas exige también una actividad mayor de parte del educador, es menos rutinario y en ocasiones impredecible y exige del educador una constante creatividad ... [MEPC1:P39]

Finalmente, planteó su interés para que se ampliara el Taller con otro paquete didáctico. La importancia de esta aseveración radica en que, la maestra, tiene expectativas de continuar con su proceso de actualización en didáctica de las matemáticas.

2.2.3 Discusión: el papel de la promoción económica en la actualización

Con la instauración de la carrera magisterial, en el marco del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica y Normal en 1992, (Arnaut, 1998) se planteó a los maestros del país, la posibilidad de premiar su preparación académica, su participación en cursos de actualización, su desempeño profesional, su antigüedad en el servicio mediante incrementos en sus percepciones económicas a través de los mecanismos de la carrera magisterial. A raíz de esto, al parecer numerosos maestros vislumbraron la carrera magisterial, con escepticismo, como la vía para fortalecer sus percepciones económicas. Si bien esta posición economicista como fundamento para incrementar el rendimiento profesional ha suscitado comprensibles cuestionamientos, hay elementos que impiden descalificarla de raíz. McLaughlin y Pfeiffer (1988), han documentado que la oportunidad de promoción económica, es uno de los cinco [5] principales criterios que los maestros aplican para sopesar una propuesta de cambio, y de esta manera poder decidir, como afirma Fullan (1997), si las recompensas igualarán por lo menos a los costos.

El caso de la maestra de nuestra investigación parece corroborar lo anterior: la promoción económica parece haber sido una primera motivación para acercarse al Programa Nacional de Actualización Permanente, pero esto no fue un impedimento para que la maestra obtuviera beneficios

académicos significativos, como ella misma lo afirma, y como lo pudimos constatar al observar sus clases.

2.3 La apreciación de la maestra mar sobre los cambios en sus prácticas de enseñanza y sobre el proceso

En este apartado expondremos lo que la misma maestra nos dio a conocer acerca de los aspectos de la propuesta curricular que ha incorporado en su trabajo docente, las adaptaciones realizadas, y su visión sobre el complejo proceso de cambiar sus prácticas de enseñanza.

2.3.1 Un cambio profundo

Mar identifica un cambio profundo en sus clases de matemáticas a partir del estudio del Taller y del conocimiento de los materiales curriculares que se distribuyeron a partir de la reforma educativa de 1993. Además comenta, que el cambio fue difícil pero manifiesta sentirse convencida de los beneficios del mismo para los alumnos.

En las descripciones de estos cambios calificó varias veces sus prácticas anteriores de "conductistas", aclarando de manera reiterada que el que así fuera no era responsabilidad suya, pues finalmente así le enseñaron a ella a enseñar y, además, dicha forma de trabajar le permitió obtener buenos resultados: sus alumnos aprendían, ella tenía un buen prestigio como maestra, incluso sus ex alumnos la han buscado como maestra para sus hijos.

... yo vuelvo a decir, era así terriblemente conductista, y yo diría así, si yo me calificara, diría yo, una excelente conductista, ¿no? porque, pues lo grupos salían bien y todo, dentro de aquella forma de evaluar ... [MEI:P58]

Por las prácticas que Mar asoció al calificativo de conductista, se infiere que éste no remite tanto a la corriente psicológica denominada "conductismo", sino a un tipo de "contrato didáctico,[6]" en el que se presupone que el alumno solamente puede hacer lo que se le ha enseñado a hacer previamente. Deja ver cierto conflicto entre dos posturas al señalar que antes, en las formas avaladas de enseñar matemáticas, la explicación previa era fundamental y ahora con el nuevo enfoque parece que no lo es tanto.

Además, a juicio de ella lo hacía bien, a los alumnos les gustaba como explicaba. Después de explicarles proponía ejercicios, con la indicación precisa de cómo había que resolverlos, para finalmente revisar si habían entendido o no:

Yo llegaba y daba la clase, todas las clases, todas, o sea yo llegaba y yo decía de español, miren esto es esto, les dictaba yo, yo les traía los resúmenes, o sea yo, yo decía pues son muy buenos resúmenes, digamos si teníamos algún otro material, yo lo escogía, o sea yo hacía todo, ¿no?, yo decidía, esto está muy bien, esto lo van a iluminar, con esto van a aprender... le van a hacer así, miren, éste lo multiplican por éste, luego lo suman ... [MEI:P61]

¿Y cómo enseña ahora? ¿En qué ha cambiado? Tanto al cuestionar algunos rasgos de sus prácticas anteriores, como al subrayar los de las actuales, Mar dejó entrever, a veces muy claramente, aspectos en los que considera que hubo cambios, mostrando también matices en dichos cambios, dificultades y formas de enfrentarlas.

La maestra atribuye al Taller el haberla "sensibilizado", el haberla llevado a "tener apertura y confiar en que los cambios iban a ser productivos". Por otras cosas que comenta, parece referirse principalmente al cambio de perspectiva con respecto a la idea misma de cómo aprenden los alumnos. Parece haber descubierto en ellos una capacidad para el trabajo autónomo que no imaginaba.

... yo les decía, bueno a ver explícame, y ellos decían: no, es que esto es por esto, cosas que a mí incluso, no se me habían ocurrido, y entonces, si yo lo hubiera enseñado, yo lo hubiera enseñado con mi proceso de, de adulto, de ya saber matemáticas, saben que: esto, porque esto es la cuarta parte... ellos buscan otros procesos, entonces yo siento que sí, a los niños les da una apertura, tremenda, en comparación con el conductismo, en comparación con el conductismo les da mucha apertura. [MEI:P63]

Ahora se atreve -enunció- a plantearles las tareas[7] de matemáticas antes de explicarles "todo":

... ahora yo les digo: bueno, la lección tal, se reúnen por equipos, la van a resolver, no les doy ninguna pauta, ninguna pauta, y ellos la resuelven, o sea la verdad a mí sí me tiene maravillada, es increíble, resuelven, y las lecciones, pues están difíciles y los niños se ayudan, claro no, no todos saben hacer lo que dice ahí [en el libro de texto

gratuito] *pero como están en equipos se ayudan, y sí, yo he visto resultados ...* [MEI:P45]

Mar expresó varias veces que aprendió, además de tener confianza en la capacidad de los alumnos, a darles tiempo necesario para realizar las actividades:

...apenas estoy como a la mitad del segundo bloque, pero también no me preocupa tanto, porque como ya tengo la experiencia de otros años ... [MEI:P52]

Otros cambios que Mar identifica tienen que ver con un uso más intensivo de los materiales curriculares oficiales, principalmente el libro de texto gratuito (L.T.G.). Éstos últimos parecen constituir una gran ayuda para impartir sus clases y para poner en práctica elementos del enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas.

[Dije a la supervisora] *... maestra, nada más, le dije yo, no vaya a pensar ... que estoy revolucionando algo, y ino! O sea, yo estoy haciendo lo que en el libro para el maestro me sugieren.* [MEI:P100]

...claro también los libros [de texto gratuito] actuales ayudan mucho, ayudan mucho porque ya prácticamente ahí está el seguimiento, entonces ya con que uno lo vaya aplicando, como viene en el libro, ya tiene una ganancia ... [MEI:P44]

Mar no externó comentarios sobre los materiales curriculares, dejó ver simplemente que deposita en ellos una confianza a priori, basada en la suposición de que fueron hechos por especialistas:

... entonces digo, ellos son especialistas, de alguna forma ellos ya pensaron, este era lo que queremos, este es el enfoque que queremos seguir, y aquí ya está vaciado digamos en las lecciones, entonces yo por eso sí sigo el libro ... [MEPC2:P47]

Aunque estos comentarios podrían sugerir que Mar tiende a delegar en los libros la responsabilidad de la organización de su curso de matemáticas, lo que observamos en las clases permite afirmar que no es así. Las lecciones del L.T.G. constituyen efectivamente para Mar un apoyo importante y parece seguirlo muy de cerca, pero éstas son adaptadas y complementadas con otras actividades.

...porque siempre tengo que reafirmar fuera del libro, o sea no puedo nada más con lo del libro, a los que son muy listos sí, pero los que no, me tengo que detener con eso. [MEPC2:P16]

Además de los cambios en cuestiones generales de la enseñanza, Mar habló de cambios en la enseñanza de conocimientos específicos de matemáticas, en particular con respecto a las fórmulas y los algoritmos que antes hacía memorizar a sus alumnos:

*... yo me acuerdo que, como tenía puros sextos, yo decía ¿no?, las fórmulas, se las aprenden de memoria y me hacen la figurita esa, así lo enseñaba yo, me haces la figurita, le pones el nombre, le pones la fórmula, sustitución, resultado, y bueno pues, lo aprendían así, o sea ellos me daban lo que yo les pedía ¿no?, **yo les daba y ellos me regresaban lo mismo** ... [MEI:P44]*

Ahora -precisó- plantea actividades previas a la enseñanza de las fórmulas, posiblemente encaminadas a reconstruirlas:

Ahorita, por ejemplo ... estoy viendo la de áreas, ¿no?, sí, áreas de polígonos que tienen fórmula o no la tienen, entonces les decía ahí que ellos hicieran su rombo, que le recortaran el triángulo, que lo pusieran del otro lado para formar un rectángulo, y que ellos, se supone que deben deducir, la fórmula, sí la deducen ... [MEI:P50]

En ambos fragmentos de registro citados anteriormente, hay una participación muy directiva de la maestra Mar, ¿en dónde podemos identificar el cambio que ella considera haber tenido para trabajar ciertos contenidos matemáticos con el grupo? Consideramos que el punto de partida es un cambio fundamental, no es lo mismo empezar pidiendo la memorización de una fórmula, que no se explica de dónde sale, para luego aplicarla, a inducir al grupo en un proceso, ciertamente muy dirigido, de deducción de una fórmula para luego aplicarla.

En relación a este mismo tema, comenta que las actividades del Taller le ayudaron a comprender la importancia de utilizar unidades de medida no convencionales para la enseñanza del cálculo de áreas; señala que fue tal el contraste entre su anterior forma de trabajar y lo que le proponía el Taller, que alguna vez pensó: "¡ya no voy a ir a dar clases!"

2.3.2 No todo cambia ni hay acuerdo con todo lo que se propone desde la norma

En la entrevista inicial, Mar habló de cambios profundos, pero también dejó entrever matices en las formas de seguir las orientaciones propuestas, mencionó por ejemplo, que tiende a no decir a sus alumnos previamente cómo resolver un ejercicio, pero que cuando están atorados da "alguna pista":

...cuando no encuentran el camino, entonces sí, yo por ahí les doy alguna pista ... [MEI:P46]

Ahora, a diferencia de cómo lo hacía antes, -ahondó- da mucho más espacio a la resolución de situaciones problemáticas, en comparación con el tiempo que dedica a los algoritmos. Sin embargo -señaló- esto no significa que haya dejado de propiciar la mecanización de los algoritmos, práctica a la que Mar consagra cierto tiempo del mes y que combina con el cálculo mental y con el uso de la calculadora.

...no te preocupes Alejandra [Madre de familia] mira, sí vamos a usar la calculadora, pero de todos modos yo les voy a estar poniendo operaciones, [y] que no usen la calculadora ... entonces en ese sentido también yo lo he ido combinando, eso [el cálculo algorítmico] no lo he dejado todo de lado, porque yo considero que sí es necesario ... [MEI: P63]

En la entrevista final[8], posiblemente debido a que sentía mayor confianza con el entrevistador y a que la lectura de una versión preliminar del presente análisis le evocó problemáticas más específicas, fue mucho más certera al señalar aspectos de la propuesta curricular que considera deficientes. Se refirió a un problema efectivamente importante: la falta de precisión, en los programas vigentes, con respecto a los aprendizajes esperados. Este hecho, aunado a una orientación que propicia aplazar los momentos de institucionalización de los conocimientos, refuerza, desde nuestra perspectiva, el peligro de que dichos momentos no se concreten.

... efectivamente, o sea tenemos ese choque. Y ¿hasta dónde ... hasta dónde podemos soltar? ¿hasta dónde tenemos que afianzar? En ese sentido yo siento que el enfoque suelta más esa situación, no sé si fue intencional, no sé si sea que no lo consideraron, pero como que sí, antes, como estaban los objetivos particulares, que los objetivos generales, que los objetivos específicos como que sí sabía uno hasta donde uno tenía que llegar, ahí sí siento yo que hubo un cambio también fuerte y como que ya cuando entraron estos

materiales pues nada más están los temas. Bueno sí, pero de ese tema ¿yo qué voy a ver? [MEF:P 165-166]

Mar habló desde su experiencia como maestra de secundaria, en donde ha podido constatar las lagunas con las que llegan los alumnos:

¿Cómo llegan a tercero de secundaria y tienen todas esas lagunas? [MEF:P54].

¿Hasta qué punto un alumno de tercero de secundaria se le puede permitir que no pueda hacer una suma o una resta de 81 menos 25.7? ¿hasta qué punto podemos como maestros de secundaria permitir que el alumno no pueda dividir? [MEF:P56]

Conocer estas deficiencias parece producirle un fuerte conflicto cuando, en la primaria, intenta seguir ciertas directrices del enfoque:

Ahí es cuando tengo un conflicto interior tremendo... [MEF:P56]

La maestra explicó que su encuentro con la falta de conocimientos de sus alumnos de secundaria le ha llevado a asumir decisiones personales relacionadas con los contenidos curriculares de la Primaria:

Entonces uso una decisión personal, en base a lo que en un momento dado yo puedo manejar mejor y que siento que en un momento dado entonces, les va a permitir a ellos tener un mayor desarrollo. Pero ahora sí, ahí bajo mí responsabilidad. Eso bajo mí responsabilidad. [MEF:P60]

Entre los temas que fortalece -explicó- está el de variación proporcional, por su relación con otros temas curriculares, mientras que uno de los que declina trabajar es el de combinatoria y diagramas de árbol.

El que Mar comente estos matices y haga estos cuestionamientos da cuenta de que asume las ideas y sugerencias que toma de los materiales curriculares y del Taller como un insumo más, importante, pero no el único. Estos matices, y en particular, los comentarios de Mar sobre prácticas del pasado que no abandonó totalmente porque las sigue considerando necesarias, parecen dar cuenta de una visión más histórica de su práctica, en contraste con la descalificación general de su práctica anterior, mediante el calificativo de "conductista".

Al analizar sus clases encontramos, como es de esperar, muchos otros matices. No obstante, adelantamos que se confirmaron, en mayor o menor grado, las apreciaciones de la maestra sobre sus clases.

2.3.3 El proceso de cambiar: temores, dificultades pero también condiciones favorables

Mar comentó haber vivido con mucho temor los cambios en su manera de enseñar matemáticas. Al parecer su mayor preocupación fue la incertidumbre de sustituir ciertas prácticas que le funcionaban, por otras que le resultaban desconocidas.

... le digo, entre más leía, más miedo me daba venir a dar clases. [MEI:P44]

Tuvo que confiar, dice ella, y empezar a experimentar. El factor tiempo fue también una preocupación:

... ha sido muy difícil para mí, en primera yo aceptar ese cambio, ¿no?, pero ya leyendo y confiar, confiar en que los niños si iban a, a aprender ¿no?, yo decía al principio, no pero es que esto está lentísimo. [MEI:P58]

Aspectos como la organización del trabajo en equipos -comentó- le generaban temor por el atraso que le podrían acarrear en el cumplimiento del programa y por la pérdida del control de la disciplina en el grupo. Según sus comentarios, en más de una ocasión pensó en desistir de sus intentos por llevar adelante los cambios:

... pero ha sido un proceso, siento yo difícil, porque a veces digo yo, sí he tenido la fortaleza para enfrentarlo, pero no se crea, que luego, yo llegaba y decía: ¡Ay Dios mío! ¿Qué hago?, mejor me regreso, estaba yo mejor así, porque, porque era reconocida por la comunidad, o sea reconocido mi trabajo ... [MEI:P60]

Poco a poco la maestra Mar fue sintiendo que había resultados satisfactorios. De no haber sido así -enfaticó- habría claudicado en el intento.

... nos dicen, «ya no es nada más lo que tu le trasmitas, sino que el niño tiene que construir todo su conocimiento, su aprendizaje» y... yo los dejo, pero más que nada, ya tengo sí, esa cierta seguridad, porque ya van varios años y he visto los resultados, y sí, a lo mejor, si yo viera que los resultados no son positivos, a lo mejor yo, sí, pero, pues, tuve que confiar, tuve que confiar, y decir: bueno, lo voy

a poner en práctica, y ya al practicarlo me ha ido dando resultados ...
[MEI:P63]

Y si bien la maestra Mar varias veces expresó haber tenido confianza en lo que se le proponía, no dejó de remarcar que, la teoría no puede contemplar todas las variables a las que ella se enfrenta, y que, a final de cuentas, ella es la responsable:

Porque ... una cosa es la teoría, bueno sí, ya tengo la teoría, pero iel laboratorio lo tengo yo! [risas]. [MEPC2:P42]

En la entrevista final que sostuvimos, después de que Mar leyó el documento que contenía el análisis descriptivo que habíamos realizado de sus clases, la maestra aclaró que al decir que los maestros son los que tienen el laboratorio, se refería a lo siguiente:

... ellos o sea ustedes tienen la teoría, pero el laboratorio lo tengo yo. En este caso, dije yo porque estoy acostumbrada a hablar en primera persona, pero me refiero a nosotros, nosotros los maestros, los que estamos trabajando con los alumnos, pues tenemos,[el laboratorio] para mí el laboratorio es identificar la realidad, esto es con muchas variantes, en teoría puedo decir esto funciona, pero dependiendo incluso de un grupo a otro hay muchas diferencias. A eso me refería. [MEF:P21]

En otro momento de la entrevista volvió sobre este asunto:

... la teoría la tienen ustedes los investigadores, los que están haciendo todo este tipo de documentos, pero el laboratorio lo tenemos los maestros, los que al final de cuentas estamos trabajando con los niños con todas sus variables, ¿verdad? Con todas sus diferencias individuales. A final de cuentas los que estamos trabajando somos nosotros y las variables no están contenidas en la teoría, no están consideradas o eso siento yo. [MEF:P26]

Además de la incertidumbre que le generaba la perspectiva de un cambio hacia modalidades que le eran desconocidas, Mar nos platicó que enfrentó otras dificultades. Una de las más importantes fue la relación con los padres de familia:

...mire, yo nunca había tenido problemas con los padres de familia, cuando yo empecé a cambiar mi forma de trabajo, empecé a tener problemas, venía el padre, es que nada más están jugando, es que, es que no avanzan, es que en tal grupo les dejan muchas planas de tareas, fue mucha presión, fue mucha presión ... [MEI:P60]

Aunque parece que el trabajo de un maestro se desarrolla en un aula cerrada, entre cuatro paredes donde sólo él y sus alumnos saben lo que sucede, desde otros lugares, el trabajo docente es fuertemente vigilado, sobre todo de manera informal, por ejemplo a través de los comentarios y actitudes de los alumnos, pero principalmente por los padres de familia, los cuales piden aclaraciones, comparan los estilos de trabajo de los maestros, e incluso, califican la certeza con que los maestros tratan los contenidos curriculares en la escuela.

Uno de los espacios de supervisión de los padres de familia sobre el trabajo escolar son los cuadernos y los L.T.G. Esta supervisión, comprensible y pertinente desde cierto punto de vista, puede llegar a constituir también una fuente de conflicto frente al intento de realizar ciertos cambios. Así lo expresa Mar cuando se refiere a los momentos de la clase dedicados a pensar, a discutir, o a realizar juegos con un contenido de matemáticas, los cuales no dejan huella escrita:

...tanto la clase de ayer como la de hoy, no llevan una producción en el cuaderno, y los padres, con el conductismo, pues sí, hagan este ejercicio miren le hacen así y así, y se los calificaba yo, y al siguiente día, ah, bueno otro, y entonces llevaban bien el cuaderno y los padres contentos ... ellos no ven esa producción, claro, al no estar en la clase no observan, que a lo mejor nos tardamos una o dos horas en que ellos estén razonando, pensando. [MEPC1:P26]

La influencia de los padres se deja sentir también en las decisiones que Mar toma con respecto a las tareas para la casa:

... pero no les dejo la lección para su casa porque voy a crear muchos conflictos en el padre, y esos conflictos claro me van a repercutir a mí, porque van a venir y, es que maestra cómo le podemos hacer en esto, no le entendemos ... [MEI:P60]

Una estrategia que en la escuela se implementó para enfrentar las demandas de los padres de familia fue la organización de talleres dirigidos a ellos.

... entonces hemos estado haciendo esa labor de sensibilización a los padres ¿no?, de que ya no es nada más de las planas y planas de cómo a nosotros nos enseñaron, de las multiplicaciones, las divisiones ... [MEI:P60]

Los exámenes de Carrera Magisterial son otro factor de presión. Afortunadamente, nos dijo, su grupo ha salido bien librado de estas pruebas, incluso con ventajas sobre otros grupos.

Mar nos comentó que para empezar a hacer algunos cambios en sus clases de matemáticas, pensó que era condición necesaria tener a su grupo durante un ciclo completo, en primer lugar -ahondó- para poder tener control sobre la secuencia de trabajo que recién empezaba a experimentar[9]. En segundo lugar, para evitar ser criticada por el maestro que recibiera su grupo en el siguiente año escolar:

...porque, si cuando lleguen a sexto, va el maestro de sexto a decir, es que no saben esto, no saben esto, no saben aquello ... [MEI:P58]

Y en tercero, para no arriesgar el prestigio profesional que había logrado con su anterior forma de trabajar que ella misma denominó "conductista".

...porque era reconocida por la comunidad, o sea reconocido mi trabajo, que yo llegué aquí en el ochenta y cuatro, y con conductismo, y a la gente le gustaba ¿no?, y además, yo me catalogo y era excelente conductista, ¿no? Y la gente estaba contenta ... [MEI:P60]

Frente a las dificultades que Mar nos dejó entrever, y dado que ella consideraba su forma anterior de enseñar como exitosa, cabe preguntar ¿Qué fue lo que la llevó a emprender tales cambios?

Además de los motivos intrínsecos, esto es, del grado en que pudo sentirse interesada, convencida por lo que se plantea en los materiales curriculares y en el Taller, Mar dejó ver el importante papel que jugó la institución escolar en la que trabaja. Hizo referencia varias veces a la presión que la directora del plantel ejerció sobre ella para que cambiara su manera de enseñar. De hecho, el calificativo de conductista parece originarse en los comentarios de la directora:

... no, mire incluso mi directora actual, si la entrevistan a ella, pues les va a decir que yo era conductista, siento yo que ella, no, no se lo tomo a mal, porque siento yo que ella nos ha querido ayudar a todos ¿no?, entonces en las juntas de Consejo luego remarcaba, no, es que, la maestra Mar que cuando la conocí era muy conductista, entonces sí, como que algo me decía, voy a intentar cambiar ... [MEI:P60]

... luego mi directora me decía, es que la maestra Mar es muy conductista, y sí, así como que dice uno, ¡ay Dios!, le llega a uno la pedrada muy fuerte y trata de cambiar. [MEPC1:P38]

La directora del plantel parece estar convencida de la orientación que se ha querido dar a la enseñanza de las matemáticas desde la norma oficial. Por los comentarios de Mar, inferimos que ella libra un trabajo importante de actualización, y de convencimiento, con sus maestros. El tema del planteamiento y la resolución de problemas ha sido central en las juntas de Consejo Técnico y en diversas asesorías y cursos[10]. Al parecer, los docentes de esta escuela están integrando a su forma de enseñar matemáticas elementos del enfoque propuesto para esta asignatura, en la reforma curricular de principios de los noventa. Refiriéndose a la relación difícil con los padres de familia, dice, por ejemplo:

... eso fue uno de los problemas que, ahora ya no [es] tanto porque toda la escuela estamos llevando esto, bueno la gran mayoría estamos así, pero al principio, eran cuestiones muy fuertes, en ese sentido ... [MEPC1:P26]

Y con respecto al trabajo en equipo:

El trabajar en equipo pues lo empecé no con matemáticas sino con Español, y es que aquí dice muy bonito [Libro para el maestro de Español] pero a mí se me hace que los niños van a hacer un relajo tremendo... y ya después en junta de Consejo, hubo alguien que se atrevió a decir « es que maestra yo no los pongo en equipo porque se me va el grupo de control», y era, yo creo, que un temor de muchos, o sea no nada más un temor mío, porque yo no lo decía, y ya por ahí alguien lo expresa, pero ahora tenemos más apertura en la zona ... [MEPC2:P38]

Según la maestra Mar, como consecuencia de esta labor desde los primeros grados, tanto los padres como los niños, entran en una dinámica de trabajo diferente, se familiarizan con el enfoque vigente, así como con las actividades lúdicas planteadas en los L.T.G. y en los ficheros:

... claro, ahora como vienen desde primero, desde primero les dicen, que no es nada más que estén jugando, que están aprendiendo, entonces ya tenemos esa, también esa aceptación de los padres, pero fue, fue muy difícil ... [MEI:P60]

Así, parece que además de aquello que Mar valoró y aprendió al estudiar el Taller, un factor decisivo en su disposición al cambio fue todo un movimiento

emprendido en la escuela en la que trabaja, impulsado por la directora, y en el que participan varios maestros. Hay indicios que, en esta escuela, las orientaciones del enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas, se han convertido en la norma. En el apartado siguiente, al estudiar las clases impartidas, podremos conocer más de cerca la naturaleza de las transformaciones de la propuesta oficial que el proceso de apropiación conlleva.

2.4 Las clases de matemáticas de Mar

Entramos ahora al terreno de la práctica. A continuación se presentan los resultados del análisis de las tres clases observadas en quinto grado de educación primaria. En una primera parte, se analiza el diseño, la selección y la adaptación de situaciones didácticas así como su relación con el conocimiento que fue objeto de enseñanza. Posteriormente, se analiza el desarrollo de las clases, es decir, las formas en que cobran vida las situaciones: la organización del trabajo, la secuencia de momentos y las interacciones de la maestra con los alumnos en cada uno de ellos.

2.4.1 Las actividades y el contenido

En este apartado centraremos la atención, primeramente, en el conocimiento que fue objeto de enseñanza y, en los diversos cambios que la maestra realizó a las actividades propuestas en la lección del L.T.G. que los alumnos resolvieron durante las observaciones. Posteriormente, se presentará tanto el análisis didáctico de las actividades planteadas por Mar para complementar la lección, como sus elementos y puntos de referencia para diseñarlas.

2.4.1.1 Descripción general

Durante las tres clases observadas se realizaron tareas sobre la ubicación de fracciones en la recta numérica y sobre la comparación de fracciones. Ambos tipos de tarea constituyeron una ocasión para volver sobre la noción de fracción como partes de unidad y para profundizar en ésta. Se propició el desarrollo de procedimientos para comparar fracciones en casos particulares

(numeradores iguales, una fracción inversa de la otra, entre otros), sin aplicar todavía un algoritmo general.

La lección 44 *Las fracciones en la recta* del L.T.G. de quinto grado constituyó la base a partir de la cual se desarrolló cada clase, pero ésta no fue aplicada literalmente[11]. La maestra cambió el orden de las actividades, postergó unas, agregó otras e imprimió algunas modificaciones a las actividades de la lección que sí realizó, estas acciones las resumimos en el cuadro tres.

A continuación, (ver cuadro III) se presentan primero las actividades del L.T.G. que Mar usó, destacando los cambios que hizo. Después se analizan las actividades que Mar diseñó. Finalmente, se presentan algunas de las dificultades que mostraron los alumnos al resolverlas y el plan que la maestra previó para ayudarlos.

2.4.1.2 Desarrollo de una lección del libro de texto gratuito

En general, puede decirse que Mar sacó un buen provecho de la lección 44 del L.T.G. (Ver anexo 3). Hay indicios de que ella preparó con cuidado la lección: el material estaba listo, el orden de las actividades que se harían ese día y el siguiente estaba previsto, entre otras cosas. No obstante, algunos de los cambios que Mar imprimió a la lección pueden atribuirse a cierta falta de claridad en las consignas del libro, mientras que otros obedecieron, al parecer, a una intención de economizar tiempo y de reducir la complejidad de los problemas que se plantean en la lección.

Un cambio en el orden de las actividades

La modificación que Mar hizo en el orden de las actividades de la lección 44 del L.T.G., aplazar el juego que se propone en la actividad 2.2 (cuadro III), pudo haberse debido a que esta actividad requería de un material tardado de elaborar, tarjetas de dos colores numeradas y una recta numérica en cartulina, que no se utiliza en la actividad que está antes ni en la que está después. El cambio pudo deberse también al hecho de que es frecuente considerar que un juego queda mejor como cierre del trabajo del día que en medio. Aunque es posible encontrar cierta jerarquía entre las actividades del libro, el cambio de orden no parece haberla afectado de manera importante.

Cambio en el diseño de la recta numérica: de recta compuesta por líneas en zigzag a recta convencional

En el momento de la revisión de resultados de la actividad 1.1 (cuadro III), la maestra traza en el pizarrón una recta numérica convencional (línea recta horizontal) en lugar de una línea en forma de zigzag como la que viene en el libro. Considerando que en el libro para el maestro, uno de los propósitos enunciado de esta actividad es “*Comparar, ordenar y ubicar fracciones en una línea compuesta por varias rectas*”, podría decirse que Mar eliminó una parte de dicho propósito. Sin embargo, resulta extraño que se considere que ubicar fracciones “en una línea compuesta por varias rectas” constituye un propósito didáctico. Es posible suponer que la línea que aparece en el L.T.G. fue trazada en forma de zigzag por cuestiones de espacio y que la redacción del propósito incorporó equivocadamente esa característica[12]. La adaptación que hizo Mar parece pertinente.

Cambios en el uso del material: de recurso para verificar a recurso para resolver

En las actividades 1 y 2 del L.T.G. (ver anexo 3), se hace referencia al material de regletas que viene incluido en el libro. Se trata de un juego de tiras de cartoncillo, del mismo tamaño que las unidades de la recta trazada en la lección (20 cms.). Estas regletas están subdivididas en medios, tercios, cuartos, hasta doceavos.

En ambas actividades se supone que las regletas debían usarse sólo para verificar los resultados obtenidos, y no para resolverlas. Sin embargo, en las actividades 1 y 2 la tendencia en la clase fue usar las regletas para resolver. Los motivos y las implicaciones de esto pudieron ser diferentes en cada actividad.

En la primera actividad se trata de ubicar con precisión algunas fracciones en la recta quebrada. La mayoría de los alumnos lo hizo utilizando las regletas. Mar no manifestó identificar un cambio con respecto a lo que se pide en la lección hasta que, en la revisión, un alumno mostró una forma de ubicar una fracción sin regletas. En ese momento Mar comenta:

Ma. ... bueno, miren, estuve viendo el trabajo en los equipos y la mayoría desde el principio dijeron, vamos a usar las regletas, la mayoría, no todos ... ellos [refiriéndose al equipo dos] hicieron el proceso que en un momento dado, parece que quiere el libro, porque dice primero marca, señala, estos puntos, estas fracciones y después comprueba con las regletas, o sea las regletas eran para comprobar. [MCL1:P111]

CUADRO III. Orden en el que la maestra Mar trabajó las actividades de la lección 44 del L.T.G. de quinto grado.

Sesión	Actividad	Fuente
1	1.1 Ubicar las fracciones $1/12$, $4/7$, ... en una recta numérica de tres unidades en forma de zigzag	Lección 44, actividad 1, primera parte
	1.2 Comparar contra la fracción $11/7$ (ya ubicada en la recta) las siguientes fracciones, aún no ubicadas en la recta: $22/12$, $10/9$, $15/8$, $7/6$, $15/9$, y $18/10$	Lección 44, actividad 1, segunda parte
	1.3 Se presentan 9 parejas de fracciones. En cada pareja, se debe encerrar la fracción menor. Las tres primeras parejas tienen numerador común ($3/4$ vs. $3/5$), en las tres siguientes, una es inversa de la otra ($12/15$ vs. $15/12$) y finalmente las tres últimas no presentan características especiales ($7/9$ vs. $6/7$)	Lección 44, actividad 3 (solamente se resuelven las 6 primeras parejas)
2	2.1 Se presentan 6 parejas de fracciones. Se debe encerrar la mayor. Las tres primeras tienen numerador común ($7/9$ vs. $7/10$), en las tres siguientes, una es inversa de la otra ($10/6$ vs. $6/10$).	Ejercicio diseñado por la maestra.
	2.2 "Juega con tus compañeros" En parejas, los alumnos, por turnos, sacan dos tarjetas de un montón (con números entre 1 y 12) y forman una fracción. Deben ubicarla en una recta numérica. Cuando cada uno ha jugado	Lección 44, actividad 2

	cinco veces, comprueban la ubicación con regletas.	
3	3.1 Se resuelven 5 problemas que implican comparar fracciones; se pide justificar, argumentar o explicar cada una de las respuestas.	Ejercicio diseñado por la maestra.

Nota: la numeración de las actividades en el presente cuadro corresponden al orden en que las fue planteando la maestra al grupo a lo largo de las tres sesiones, por ejemplo: actividad 1.2 fue la segunda actividad que se planteó en la primera sesión. Se usa esta numeración debido a que en el L.T.G. las actividades están sólo parcialmente numeradas.

Este cambio se explica en parte por la forma en que se dan las instrucciones en el libro: después de la primera instrucción en la que se pide ubicar las fracciones en la recta, aparecen otras tres, en letra más pequeña, con viñetas en forma de "balitas", la primera de las cuales pide a los alumnos que comprueben con las regletas si ubicaron correctamente las fracciones, en la recta. Así, es de la segunda instrucción, y no de la primera, que se infiere que los alumnos no debían utilizar las regletas para ubicar las fracciones.

El propósito de no usar las regletas, solamente puede comprenderse a partir de una idea de lo que se propicia con esa restricción. Al usar este material para realizar la actividad los alumnos deben seleccionar la regleta indicada (la que está dividida en el número de partes que indica el denominador de la fracción que se desea ubicar en la recta) y considerar el número de partes que indica el numerador. Para fracciones mayores que la unidad, deben iterar la regleta, o bien, considerar las unidades enteras y determinar la parte fraccionaria. No es un trabajo trivial. Al no disponer de regletas, a lo anterior se agrega una dificultad: construir la subdivisión de la unidad, lo cual se puede hacer, por ejemplo, como lo hicieron en uno de los equipos: midiendo la longitud de la unidad, dividiendo la medida entre el denominador y marcando las subdivisiones sobre la recta[13].

La verificación que se propone en este ejercicio con el uso de regletas no es sobre la buena interpretación de la fracción (pues ésta es requerida también

para usar correctamente las regletas), sino sobre la técnica utilizada para subdividir las unidades sin regletas.

Considerando la dificultad que implica ubicar las fracciones, aun con regletas, puede decirse que el ejercicio no perdió su principal interés didáctico. A título de ejemplo, se muestran algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para ubicar fracciones mayores que la unidad.

Algunos alumnos utilizan las regletas y dividen desde la primera unidad de la recta: otros, en cambio, atajan el camino determinando la parte entera:

Aa. [para $23/8$] *tomamos que en el primer tramo son 8, en el segundo son 16 y en el tercero 24, y nada más le quitamos uno y ya son 23.* [MCL1:P171]

Es decir, $23/8 = 3 - 1/8$

En un equipo, como se vio, no usaron regletas: midieron la unidad y dividieron la medida (20 cms.) entre el número de partes que indica cada denominador. Por ejemplo, para $4/7$:

Aa. *20 lo dividimos entre 7 y nos salió la cantidad de 2.8*

Ma. ¿y luego?

Aa. y luego, marcamos 2.8 cuatro veces, y ¡ya! [MCL1:P101-108]

A partir del momento en que la maestra se dio cuenta de que los alumnos no debían usar las regletas para ubicar las fracciones, empezó a valorar los procedimientos que prescindieron de éstas.

En la segunda "balita" de la actividad 1 se pide a los alumnos que digan cuáles de las fracciones, que aún no están ubicadas en la recta, creen que van antes de la fracción $11/7$, ya ubicada[14]. Después nuevamente, se les pide que verifiquen sus anticipaciones con las regletas.

Pese a que en la actividad anterior la maestra comprendió que las regletas se debían usar para verificar, en ésta actividad no restringió su uso por lo que prácticamente todos los alumnos se dieron a la tarea de ubicar el nuevo conjunto de fracciones en la recta, utilizando las regletas. Una vez ubicada una fracción, establecían la comparación.

Esta vez, la alteración del sentido de la actividad fue más importante que en el caso anterior pues en ésta no se pedía que los alumnos ubicaran con precisión las fracciones, sino simplemente que *estimaran* si eran mayores o menores que $11/7$ mediante el establecimiento de relaciones entre el numerador y el denominador de las fracciones en cuestión. Es posible que en esta actividad la maestra haya permitido el uso de regletas, en detrimento de la estimación, por considerar que la actividad era demasiado difícil para algunos de sus alumnos. No obstante, ella no comentó nada al respecto.

Cabe señalar, por otra parte, que a primera vista pude no ser claro para un maestro cómo podrían realizar los alumnos las estimaciones solicitadas, por ejemplo, cómo podrían saber si $15/9$ es mayor o menor que $11/7$, sin ubicar las fracciones en la recta o sin recurrir a un algoritmo.

En la actividad 3 de la lección se presentan nueve parejas de fracciones que deben ser comparadas. Solamente se resolvieron las seis parejas en las que las fracciones presentan características que facilitan la comparación: tienen el mismo numerador, o una es mayor que la unidad mientras que la otra es menor. Probablemente por estas características, esta vez algunos alumnos no usaron las regletas para comparar las fracciones y, los que sí las usaron pudieron de todas maneras establecer y formular las relaciones que les permitieron justificar el resultado de su comparación. Un alumno, por ejemplo, explicó:

Ao. Hicimos rectas para comprobar, pero no de todas, [las fracciones de la lista, sino] sólo las que fueran más difíciles. [MCL1:P330]

Esta actividad fue propicia para establecer y expresar una diversidad de relaciones entre fracciones y enteros. En la revisión, la maestra valoró el recurso a estas relaciones. A continuación se dan algunos ejemplos

$\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$ porque los pedazos de tres cuartos son más grandes que los quintos. [MCL1:P301]

$\frac{8}{7} > \frac{8}{9}$ porque en $\frac{8}{7}$ se "necesitan dos" [se refieren a las regletas divididas en séptimos] y en $\frac{8}{9}$ no ... [no se necesitan dos regletas] [MCL1:P327]

... porque en $\frac{8}{7}$ hay más de un entero y en el otro [$\frac{8}{9}$] no ... [MCL1:P340]

...porque en $\frac{8}{9}$ las partes son más pequeñas que en $\frac{8}{7}$. [MCL1:P327]

$\frac{12}{15} < \frac{15}{12}$ porque $\frac{12}{15}$ es menor que un entero. [MCL1:P364]

$\frac{9}{8} > \frac{8}{9}$ porque "a nueve octavos le sobra un octavo [con respecto a la unidad] y a $\frac{8}{9}$ le falta [en realidad le falta $\frac{1}{9}$]. [MCL1:P338]

La disponibilidad de las regletas no impidió que los alumnos destacaran diversas relaciones para comparar y, posiblemente, ofreció una alternativa a los alumnos a los que se les dificultaba establecer dichas relaciones mentalmente.

Actividades postergadas de la lección

Mar postergó las comparaciones de las tres últimas parejas de fracciones de la actividad 3 de la lección. Según dijo, estas comparaciones "*son un poquito más difíciles*". Efectivamente, dichas fracciones no presentan términos en común (numerador o denominador) ni la característica de ser una mayor y la otra menor que la unidad. Dos de estas fracciones pueden compararse todavía sin recurrir a un algoritmo, aunque es menos evidente cómo hacerlo, por ejemplo, puede saberse que $\frac{5}{8}$ es menor que $\frac{6}{9}$ porque a la primera le faltan $\frac{3}{8}$ para el entero mientras que a la segunda le faltan $\frac{3}{9}$.

Mar postergó también los últimos ejercicios de la lección, en los que se pide a los alumnos que ubiquen en la recta tres fracciones entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ y cuatro fracciones entre $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{5}$. En el libro para el maestro se explica que el propósito de estas últimas es *reflexionar sobre la propiedad de densidad de los números fraccionarios* (SEP, 2002:104). Es muy probable que Mar haya postergado estos ejercicios por el grado de dificultad que presentan, claramente mayor que el de los demás.

2.4.1.3 Uso de variables didácticas en el diseño de actividades

En las actividades diseñadas por Mar con las que complementó las del L.T.G., se observa una buena comprensión de los propósitos de la lección y un manejo de variables didácticas pertinentes. La primera actividad que ella diseñó (2.1 en el cuadro III) constituye una réplica de la actividad 3 que se

resolvió en el libro: comparación de fracciones en casos especiales (numeradores iguales y una fracción inversa de la otra).

La segunda actividad diseñada por Mar (3.1 en el cuadro III) consiste en un conjunto de cinco problemas que llevan a comparar y ordenar fracciones[15]. Mar presentó los problemas al grupo en hojas fotocopiadas. Instó a los alumnos a recurrir a la representación gráfica de las fracciones y enfatizó la importancia de justificar cada una de las respuestas. El haber solicitado esta actividad nos permitió apreciar varias características didácticas que Mar considera: fracciones que permiten comparaciones sin aplicar un algoritmo; fracciones mayores, menores o iguales a la unidad; la pregunta no siempre remite explícitamente a una comparación de fracciones; además, se recupera un error que efectivamente varios alumnos cometieron en la clase anterior (ver cuadro IV).

En la entrevista posterior a la clase Mar dejó ver la consideración explícita de algunas de las variables señaladas. Por ejemplo, con respecto al problema 3, señaló que puso intencionalmente una fracción equivalente a $\frac{1}{2}$ para ver si algunos alumnos la utilizaban para comparar mentalmente:

Ma. ... por ejemplo Octavio, [respondió] «el de los $\frac{3}{6}$, pues el otro [niño] caminó menos de la mitad», que, bueno, yo lo planeé así, $\frac{3}{6}$ a la mitad, pero no pensé que alguien lo encontrara. [MEPC3:P4]

Detengámonos en otra característica de la actividad: la contextualización de la comparación de fracciones en problemas con magnitudes. En las entrevistas, Mar señaló explícitamente la importancia que ella da a la contextualización de las nociones de matemáticas para facilitar su comprensión. En talleres que ha tomado le han dicho,

... contextualícenlos, traten [de] hacerlos de situaciones reales, que no sea del libro ... [MEPC3:P2]

Mar reconoció el carácter artificial de los contextos que propuso en la actividad que revisamos aquí, desde el punto de vista de la "vida cotidiana". Al respecto mencionó un apartado del Taller:

... en este caso, las fracciones, es un poquito difícil de contextualizarlas porque en realidad no tomamos... por ejemplo a lo mejor dos cuartos, un medio, pero dos quintos, dos sextos,

realmente no se emplea, entonces, sí, como que es un poquito artificial, pero, en los libros de PRONAP dice que no importa, que no es necesario que tengan que ser cosas reales ... [MEPC3:P2]

En los materiales del Taller hay, efectivamente, comentarios sobre la necesidad, y la dificultad, que representa contextualizar el trabajo con fracciones[16] y sobre el hecho de que los contextos que no son de “vida real” también pueden ser muy útiles en la enseñanza. Esta última afirmación refiere tanto a situaciones ficticias, por ejemplo, una rana que da brincos del mismo tamaño, como a situaciones puramente numéricas, por ejemplo, juegos con números (SEP, 1995a:96). Desde este punto de vista, los problemas que Mar plantea pueden considerarse híbridos pues los contextos pretenden ser de vida cotidiana, pero incluyen datos que no se presentan en ésta, no al menos en la forma de fracciones.

2.4.1.4 Las dificultades de algunos alumnos: un posible referente de las adaptaciones a la lección original

Todas las actividades planteadas suponen un conocimiento previo sobre las fracciones, pues las consignas incluyen ya fracciones. Para llevar a cabo la tarea más sencilla, ubicar una fracción en la recta con el auxilio de regletas previamente subdivididas, los alumnos deben poder identificar la unidad en la recta y saber que el denominador indica el número de partes en que se divide la unidad y el numerador el número de partes que se considera. Entre seis y ocho de los 24 alumnos manifestaron no tener estos conocimientos. A continuación se presentan algunos ejemplos representativos. Es posible que Mar haya considerado el nivel de conocimientos de estos alumnos en los cambios relacionados con la lección.

En la actividad 2 de la lección: “El juego”, Marco sacó sus dos tarjetas y formó la fracción $10/2$ la cual interpretó como 10.5 centímetros. Cuando se le preguntó cómo había encontrado la respuesta, explicó:

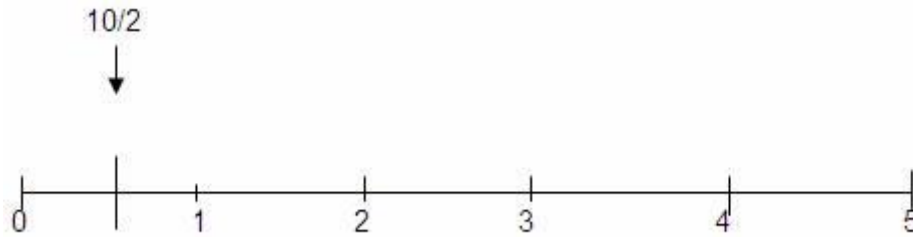
... porque puse la regla y nos daba, [corrige] medía diez centímetros [la mitad del entero] y aparte era medio [10 más medio = 10.5] o sea diez y medio. [MCL2:P544]

CUADRO IV. Características de los problemas planteados por Mar en la tercera sesión de clase.

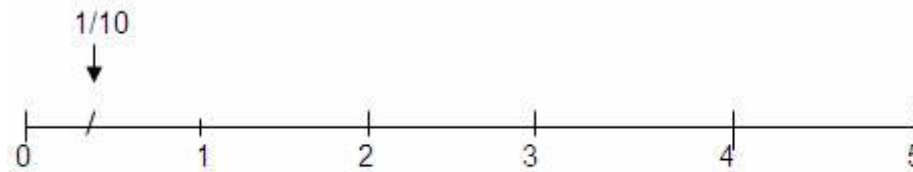
Problema	Algunas características didácticas
----------	------------------------------------

<p>1. Rosa, Silvia, Luisa y Berta llevaron a la escuela una botella de un litro de agua cada una. Rosa tomó $\frac{2}{5}$ de litro, Silvia tomó $\frac{2}{6}$ de litro, Luisa tomó $\frac{2}{4}$ de litro y Berta $\frac{2}{3}$ de litro. ¿Quién consumió más agua? ¿Cómo lo sabes?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de fracciones de litro, menores que la unidad, con mismo numerador; (relación inversa entre el tamaño del denominador y el de la fracción).
<p>2. Juan compró un queso cuyo peso es de $\frac{7}{9}$ Kg. Pedro compró uno que pesa $\frac{9}{7}$ Kg. Pedro dice que el suyo es más pesado. Juan dice que pesan lo mismo. ¿Quién tiene la razón?..¿Por qué?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de una fracción con su inversa; • Se deben evaluar respuestas dadas. • Una de las respuestas - pesan lo mismo- constituye un error frecuente, detectado por la maestra.
<p>3. La maestra de Educación Física compró cuerdas de las siguientes medidas: $\frac{3}{5}$ metros, $\frac{3}{8}$ metros, $\frac{3}{2}$ metros y $\frac{3}{3}$ metros. Ordena las medidas de las cuerdas de menor a mayor tamaño.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Orden de fracciones de metro con mismo numerador. • Hay fracciones menores, iguales y mayores que la unidad.
<p>4. Ramón camina $\frac{3}{6}$ de kilómetro diariamente para llegar a su casa. Julio camina $\frac{4}{12}$ de kilómetro. ¿Quién camina menos? ¿Cómo lo sabes?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de dos fracciones de kilómetro, una de las cuales es equivalente a $\frac{1}{2}$ (la otra puede simplificarse a $\frac{1}{3}$).
<p>5. La Sra. Martínez está haciendo moños con $\frac{6}{8}$ metros de listón cada uno. Le quedan en el carrete $\frac{8}{10}$ metros de listón. ¿Le alcanza para hacer otro moño que mida $\frac{6}{8}$ metros? ¿sí o no?..¿Por qué?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de dos fracciones de metro. Es más difícil comparar sin algoritmo, pero es posible: observando la diferencia contra la unidad, $\frac{2}{10}$ vs. $\frac{2}{8}$; simplificando: $\frac{4}{5}$ vs. $\frac{3}{4}$. • La comparación de las dos fracciones no se solicita directamente, debe inferirse de la pregunta ¿alcanza ...?

En la recta numérica Marco ubicó la fracción $\frac{10}{2}$ de la siguiente manera:



En la misma actividad otro alumno formó la fracción $1/10$, ubicándola como sigue en la recta numérica:



Posteriormente formó la fracción $1/6$ y, al preguntársele cómo le haría para ubicarla en la recta señaló:

Ao. *Aquí tengo $1/10$, [fracción ubicada] entonces me regreso un tantito, [más cerca de cero] aquí sería $1/9$, luego $1/8$, $1/7$ y un sexto, que es lo que me salió [cree que mientras más chico es el denominador, es más chica la parte] [MCL2:P545]*

$1/6$ $1/7$ $1/8$ $1/9$ $1/10$



0

1

Es posible que el ejercicio de ubicar fracciones en la recta haya constituido una ocasión para que, con ayuda, algunos alumnos allanaran algunas de sus dificultades, sin embargo no disponemos de información suficiente para afirmar que esto sucedió. En todo caso, la maestra libró un esfuerzo importante en ese sentido [17]. En cambio, sí hay evidencias de que las actividades desarrolladas fueron de ayuda para enfrentar dificultades como las siguientes:

- interpretar fracciones cuyo denominador es la unidad ($4/1$; $1/1\dots$);
- interpretar fracciones mayores que la unidad o equivalentes a números enteros;
- controlar el tamaño de las unidades que se usan para comparar dos fracciones (las unidades deben ser iguales);
- corregir anticipaciones erróneas como "a mayor denominador mayor fracción", o "si los números con los que se forman las fracciones son iguales, las fracciones podrían ser iguales ($7/9$ y $9/7$)";
- comparar fracciones estableciendo relaciones diversas, sin ubicarlas previamente en la recta.

2.4.1.5 La continuación: actividades para apoyar a los alumnos rezagados

Al término de las tres clases observadas Mar expresó que las actividades planteadas le permitieron identificar dificultades de algunos de sus alumnos y prever algunas situaciones adicionales. Mencionó una representación de las fracciones que conoció en un curso y que considera muy útil para ayudar a los niños a comprender la noción de fracción: el círculo:

Ma. ... sí, me voy a regresar, de hecho me gusta más trabajar con el círculo, ahí tengo el material ... yo lo consolidé en sexto, lo tomé en un curso ... tengo las copias y con éste, los niños, bueno, nuevamente recórtalo, compáralo, las veces que necesite.

Me gusta más el círculo, porque en el círculo sí puedo ver que ya no me caben más, y en el rectángulo o el cuadrado... «ah, pues yo le pongo otro cachito» como ahorita decía Oscar ... sí están los sextos, pues sí, pero yo no los veo todos del mismo tamaño, ¿cuál es la condición?, que sean todos del mismo tamaño ... ¿no? [MEPC3:P28-32]

No obstante, el círculo como representación de las fracciones también tiene desventajas: es más difícil representar fracciones de unidad distintas de $1/2^n$, como $1/5$, $1/7$, $1/11$, $1/13$ pues implica divisiones de ángulo. Puede ser más difícil concebir fracciones mayores que la unidad; no es muy claro, además, que se inhíba el error señalado por Mar de usar unidades de distinto tamaño (ella misma utilizó en una ocasión círculos de distinto tamaño para mostrar a los niños, con un contraejemplo, la necesidad de tener unidades

iguales). Posiblemente lo óptimo sea la alternancia de modelos (rectángulos, círculos, rectas).

En la valoración que Mar hace de esta representación, se insinúa una sutil adhesión a la creencia de que las fracciones pueden comprenderse *viendo* y *manipulando* una representación específica. Así lo dejó ver también cuando se refirió a la forma de enseñar del maestro Abel: "*realmente no dio las bases con materiales objetivos*". Cabe señalar que el análisis de ventajas y desventajas de distintas representaciones de las fracciones no se plantea en el *Taller* ni en los libros del maestro.

2.4.1.6 Discusión: características de la adaptación de una propuesta curricular

Existe una vieja polémica en torno a si es o no conveniente que los maestros dispongan de un libro de texto. Se afirma que atenta contra una parte sustancial de la profesión del maestro, a saber, la de diseñar las actividades de enseñanza. Aunado a lo anterior, se cuestiona la demanda de "recetas" por parte de los maestros (Lerner, 2001). En el otro extremo, se escuchan puntos de vista que destacan la complejidad que subyace al diseño de buenas situaciones didácticas, complejidad develada por las investigaciones contemporáneas en didáctica, y que sugieren que no es prudente esperar que el maestro diseñe las situaciones didácticas, que lo conveniente es que aprenda a aplicar las que se le suministran.

El caso que estudiamos aquí, permite cuestionar ambos puntos de vista: Efectivamente, el libro de texto parece ser una base importante en las clases de Mar. Las tres clases observadas giran en torno a una lección del mismo. Como vimos anteriormente (apartado 2.3.1), Mar considera que el disponer de los L.T.G. constituyó para ella una ayuda muy importante para poder empezar a poner en juego algunos elementos del enfoque promovido por la SEP para la enseñanza de las matemáticas. Lo que interesa destacar aquí es que, lejos de aplicar textualmente la lección, Mar le imprime numerosas modificaciones, la mayor parte de las cuales decide conscientemente: cambia el diseño de la recta numérica, cambia el orden de las actividades (el juego se pospone), selecciona actividades (las más difíciles no se realizan), añade actividades adicionales semejantes a algunas del libro como

respuesta a la necesidad de mayor práctica (comparaciones de fracciones con características especiales). Además, dejó saber que considera incluir en algún momento actividades adicionales a las que se proponen en el libro para ayudar a los alumnos con más dificultad (el círculo para trabajar sobre la noción de fracción). Con respecto a la actividad adicional que introdujo en la tercera clase, la colección de cinco problemas, si bien la incluyó para responder a una petición del observador, con ella dejó ver que no solamente comprendió bien los propósitos de la lección, sino que pudo enriquecerla.

Así, el L.T.G. se revela como una herramienta útil que no excluye la toma de decisiones por parte de la maestra. La atención a los alumnos rezagados, la necesidad de mayor tiempo de práctica, aunado a consideraciones personales acerca de lo que puede ser útil, (por ejemplo, la importancia de contextualizar) constituyen, en lo revisado hasta aquí, las fuentes que originan y dan forma a las adaptaciones. Más adelante se identificarán otras.

2.4.2 Las adaptaciones en el desarrollo de la clase

Centraremos ahora la atención en las formas en que los conocimientos de matemáticas se introducen, se manifiestan, se validan y se institucionalizan en la clase. Presentaremos primero una descripción breve de las clases destacando aspectos que se repiten y que parecen constituir rutinas. Enseguida, analizamos características específicas de las interacciones.

2.4.2.1 Descripción general de las clases de matemáticas: primero resolvemos, después revisamos

Mar tiene inscritos en su grupo a 25 alumnos, de los cuales, en las clases observadas, asistieron 24 cada día. Las clases a las que tuvimos acceso duraron, la menos, una hora y media, la más, dos horas con diez minutos.

En el desarrollo de cada clase se identifican tres momentos: momento del inicio en el que se crean las condiciones para trabajar, momento de la resolución problemas por los alumnos, y momento grupal de la puesta en común de resultados y procedimientos.

En el momento del inicio Mar pasa lista, revisa el cumplimiento de tareas, supervisa que los alumnos tengan el material con el que van a trabajar, organiza al grupo (equipos, trabajo individual) , explica lo que se va a hacer en esa clase y, finalmente, da la consigna para la realización de la primera actividad:

Ma. ... vamos a hacer hoy el número uno, la instrucción uno, y la instrucción dos la vamos a hacer mañana, por eso les pedí la tira ... [MCL1:P17]

Ma. ... bueno, vamos a hacer este ejercicio...es individual y después ya nos vamos a poner en equipos ... [MCL2:P5]

En seguida, tal y como Mar lo comentó en la entrevista, los alumnos realizan las tareas indicadas, individualmente o en equipos. Mar se pasea entre los alumnos, observa lo que hacen y eventualmente comenta con algunos cuestiones sobre el trabajo que realizan:

...pero [en] el proceso en sí, ... sí paso a cada equipo, si tienen problemitas, ah, «pero a ver, fíjense en esto, a ver», y ellos vienen y preguntan, «oiga maestra pero ésta», a ver, «pero tu qué harías, cómo le pondrías» ... [MEI:P50]

La duración de esta fase de la clase parece estar determinada por el tiempo que tarde la mayoría de los alumnos en concluir la tarea. En la entrevista inicial Mar recalcó haber aprendido a tener paciencia y a esperar.

Sigue una larga tercera fase de la clase, la cual llamaremos "puesta en común", que cumple varias funciones, en primer lugar explicar:

Ma. ... después ya sabemos que pasamos al pizarrón y explicamos, ¿aja? [MCL1:P31]

También propiciar la justificación de resultados:

Ma. ... después de que resuelven la lección, entonces ya pasan a explicar sus procedimientos, nosotros lo hicimos así, y les doy el tiempo, que ellos expliquen, porque se supone que es uno de los objetivos ahora, no nada más que sepan hacer las cosas ... [MEI:P45]

Además, dijo Mar, se toman acuerdos y se concluye.

En las clases observadas se pudo comprobar la importancia de este último momento, "la puesta en común". Se identificó una diversidad de funciones

aún mayor que la que Mar señaló: solicitar a los alumnos que hicieran muy explícita la forma en que resolvieron los problemas, posiblemente para darla a conocer a los otros, solicitar justificaciones, cuestionar resultados o argumentos incorrectos, eventualmente con contraejemplos, calificar (bien, palomita, tache), explicar a los alumnos que presentan dificultades, acentuar y re explicar procedimientos que Mar considera valiosos, destacando aquello que deberá recordarse. Es decir, en esta fase convergen procesos de formulación, validación[18] e institucionalización al mismo tiempo que se abren espacios de ayuda a alumnos con rezago escolar.

Considerar que el aprendizaje en situación escolar se favorece mediante la alternancia sutil de momentos adidácticos y momentos propiamente didácticos de institucionalización, (Block, 2001), ayuda a comprender, y a valorar la dinámica que Mar imprime a sus clases. Esta característica, que pone en primer plano la recuperación de los saberes por enseñar, aclara Block, distingue este acercamiento de enfoques constructivistas ortodoxos, también llamados radicales, en los que los saberes objeto de la enseñanza se desdibujan por un supuesto de no intervención del maestro más que como "organizador de situaciones".

2.4.2.2 El ambiente de trabajo: un desorden en orden

En las clases de Mar se percibe un ambiente relajado de trabajo: durante la fase de resolución, los alumnos comentan mucho entre ellos, se mueven de lugar para ver lo que hacen otros. Durante las fases de puesta en común, en ciertos momentos, hablan al mismo tiempo y levantan la voz para ser escuchados por la maestra.

En la entrevista inicial, Mar señaló que no todas sus clases transcurren en un clima de tranquilidad y orden. Consideró que la misma dinámica de trabajo, individual, por equipos o grupal, aunada al manejo flexible que hace del tiempo, provocan clases ruidosas, donde se establece un cierto "desorden en orden". La maestra considera este aparente desorden propio de una clase donde los alumnos pueden comparar procedimientos, proponer cálculos o ayudarse mutuamente. Al término de la segunda clase observada se refirió a este aspecto en los siguientes términos:

Ma. ... *hay clases que son así, como que muy ruidosas, pero siento que es un desorden en orden, o sea, yo así lo veo, un desorden porque están comentando ..., el no saber, por ejemplo, que le salía 12/12, que les salía cuatro sobre uno, y entonces lo comentan con sus compañeros, ... hay clases que son así, la de ayer como que estuvo más tranquila, y la de hoy estuvo así como que muy ruidosa, pero es eso ¿no? Siento yo que están viendo sus procedimientos y, no, hazle aquí, hazle allá, divídelo de esta forma, entonces se ayudan, digo.* [MEPC1:P2]

2.4.2.3 El trabajo en equipo: un recurso aplicado selectivamente

En las clases, se pudo observar que Mar efectivamente recurre al trabajo en equipo con frecuencia, pero, sobre todo, que aplica determinados criterios para decidir cuándo y cómo organizar el trabajo en equipos.

Para ella, la alternancia con el trabajo individual es importante, entre otras razones, porque solamente en éste puede apreciarse lo que cada alumno puede hacer, sobre todo los alumnos rezagados.

... el trabajo en equipo, que les da confianza, dicen «ah sí, mejor en equipo», [pero] no, ahora es individual porque no quiero que comenten, necesito yo saber realmente si sí captaron esos niños o no, [en equipo] yo no los puedo controlar, pero eso les da confianza. [MEPC2:P28]

Así, por ejemplo, en la primera clase observada Mar se percató que en el trabajo por equipos hubo alumnos que no pudieron abordar las actividades de la lección del L.T.G. En la siguiente clase, decidió añadir un ejercicio, similar a uno de los que resolvieron la vez anterior, pero esta vez les pidió que lo hicieran en forma individual.

La forma de integrar los equipos también obedece a determinados criterios. En las clases que observamos, Mar balancea la integración de tal manera que en todos los equipos queden alumnos con diferente rendimiento escolar. Cuida especialmente la integración de los alumnos con atraso escolar, porque éstos tienden a ser relegados por los otros integrantes del grupo.

Ma. ... *a ver Nelly, [niña con atraso escolar] salte de ese equipo y vas a integrarte con ellos dos [niños con rendimiento regular].* [MCL1:P14]

Más adelante, en el apartado sobre la heterogeneidad del grupo, volveremos sobre este tema.

2.4.2.4 Autonomía en la resolución de las tareas y diversidad de procedimientos

Vimos anteriormente que, en las entrevistas, Mar manifestó haber experimentado un cambio importante con respecto a la manera en que propicia que los alumnos enfrenten la resolución de las tareas de matemáticas, de explicarles previamente todo como lo hacía antes, a dejarlos buscar por sí mismos, como intenta hacerlo ahora. Manifestó que ahora se siente convencida del trabajo que pueden desarrollar sus alumnos por sí mismos, sin orientación previa. Precisó que la libertad que otorga a sus alumnos es en relación a las formas de abordar las tareas:

... sí los dejo en libertad en cuanto a que ellos me digan « hazle como tu quieras», pero no en libertad de que hagan lo que quieran ... [MEPC3:P26]

... ahora yo les digo, la lección tal, se reúnen por equipos, la van a resolver, no les doy ninguna pauta, ninguna pauta, y ellos la resuelven ... [MEI:P45]

En los distintos momentos de las clases observadas, se identificaron efectivamente varias manifestaciones de este propósito, empezando por la secuencia misma de fases en sus clases, la cual no inicia con un momento de explicación para que después los alumnos hagan los ejercicios en función de éstas. Mar planteó, en primer lugar, las tareas y no fue sino después, en la puesta en común, que proporcionó información o explicaciones. Otras manifestaciones fueron: el cuidado de no dar indicaciones acerca de cómo resolver las tareas al dar las consignas o al contestar las preguntas de los niños durante la resolución y, sobre todo, la valoración que hizo de los procedimientos diversos en los momentos de puesta en común. En los siguientes apartados se proporcionarán numerosos ejemplos de esto.

Cabe señalar que el fomento a la autonomía de los alumnos durante la resolución de las tareas no significa que Mar no intervenga en otros momentos para corregir, para ayudar, para enseñar directamente determinados aspectos del conocimiento en juego. Estas acciones forman

parte importante del papel que Mar juega en clase, como se verá posteriormente.

Un factor que dificultó el propósito de lograr cierta autonomía en los alumnos durante la resolución es el tema mismo que se vio en clase y los problemas planteados en las actividades de la lección. Como se explicó ya en el apartado (2.4.1.4), para ubicar una fracción en la recta, por ejemplo, se necesita de antemano saber interpretar la fracción en términos de partes de unidad. Los alumnos que no disponen de estos conocimientos requieren de ayuda y dirección para poder abordar las tareas. Éste es un hecho que parece haber causado conflicto en Mar, como se observa en el siguiente fragmento en el que, frente a la dificultad de un alumno para ubicar en la recta la fracción $12/9$, Mar parece no querer proporcionar la información que, finalmente, acaba proporcionando:

Ma. *¿Qué vamos a hacer si no sabemos?... donde ustedes piensen, a lo mejor él dice: ésta [haciendo referencia a la unidad dibujada en el pizarrón] lo divido en doce parte iguales [divide la primera unidad de la recta en doce partes iguales] y más o menos [se voltea hacia el grupo, hace señal de silencio y dice: estoy dando un ejemplo] y más o menos digo, ¡ah, bueno!, en doce partes iguales y esa es mi estrategia, no sé cuál, a lo mejor mide con la regla, no sé, y él dice, ah bueno, lo divido en doce partes [haciendo referencia a las divisiones que ya ha hecho sobre la recta dibujada en el pizarrón] y de ahí donde esté, nueve, una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y le pone aquí doce novenos [escribe sobre la marca correspondiente el $12/9$]*



Ma. *... no sé, estoy dando un ejemplo, podría ser así...*[MCL2:P460-462]

En realidad no se trata de *una* estrategia, ni de *un* ejemplo, sino de la única manera de ubicar la fracción en la recta. Mar no quisiera guiar la resolución del alumno que manifiesta tener dificultades para ubicar las fracciones, pero, frente al ejercicio que se está resolviendo, en realidad no tiene otra opción[20].

Este episodio deja entrever dificultades que se sitúan en un nivel más sutil de la implementación de ciertos principios del enfoque: no todas las situaciones tienen la característica de permitir a los alumnos el desarrollo autónomo de procedimientos. Hay situaciones destinadas a afirmar conocimientos y que requieren de disponer, en algún grado, de éstos[21]. Además, no todas las situaciones admiten acercamientos diversos. En el problema que aquí se trata, las diferentes maneras de resolver se sitúan únicamente en el nivel de los posibles "atajos" para ubicar las fracciones (por ejemplo, considerar la parte entera), pero no en la acción general de dividir la unidad entre el denominador.

2.4.2.5 La validación del conocimiento en clase: dificultades para hacer una devolución

Las preguntas que orientan el análisis en esta parte son: ¿Cómo se determina en clase la validez de los resultados y de los procedimientos? ¿Cómo se identifican los errores? ¿Qué participación tienen en ello los distintos actores, alumnos y maestra? ¿Qué tipo de argumentos se favorecen y se enuncian?

A diferencia de los momentos de resolución de tareas en los que Mar intentó fomentar en sus alumnos un trabajo autónomo, en los procesos de validación manifestó tener grandes dificultades. Así lo expresó ella misma al término de una clase:

Ma. ... eso de la validación, que [antes] la dábamos nosotros, no dejábamos que el alumno dijera sí estaba bien o estaba mal, a mí cambiar eso me ha costado mucho trabajo [decir a los alumnos] «pues no sé, a ver tu piénsale». Me ha costado mucho trabajo hacerlo mío ... me ha costado mucho trabajo cambiar a eso. [MEPC1:P38]

Conoce, sin embargo, cual es la propuesta que al respecto se plantea en los materiales que ha utilizado para su actualización:

Ma. ... no encuentro donde viene eso [revisa el texto de PRONAP secundaria], ah! aquí está, por ejemplo [lee]: "La resolución de problemas se refiere a la combinación de experiencias previas y el sujeto formula el problema, experimenta, conjetura, valida", y acá más adelante dice: generalmente el maestro valida o invalida las soluciones, sin esperar que los alumnos manifiesten su progreso, o

sea más que nada a mí el paquete sí me sirvió para sensibilizarme ...
[MEPC1:P38]

Como veremos a continuación, durante la puesta en común Mar tiende a asumir completamente el control en los procesos de validación, si bien esto no excluye el manejo de recursos pertinentes entre los que destacan el uso de contraejemplos y la demanda sistemática de justificaciones. Veremos primero, brevemente, aspectos de la validación que ocurren antes de la puesta en común, durante la fase de resolución.

El recurso de la verificación empírica durante la resolución

En los ejercicios de la lección del L.T.G. que se resolvieron durante las clases observadas, se prevé una forma de verificación empírica de los resultados: el uso de las regletas.

Ya se vio que Mar no identificó al principio esta función del material y permitió que los alumnos lo usaran para resolver los ejercicios, en lugar de para verificar. Poco a poco, fue intentando reestablecer la función de las regletas como recurso para verificar, aunque este uso no se estableció de manera sistemática.

Tendencia a no dar respuestas durante la resolución

Cuando Mar identificó errores en el trabajo que los alumnos desarrollaban durante la fase de resolución, reaccionó a ellos de distintas maneras, dependiendo del error y posiblemente también de quien lo cometiera. En general procuró no dar ella la respuesta. Veamos algunos ejemplos.

En algunos momentos se niega a dar información:

Ma. ... tú piénsalo, no te puedo decir eso, tú piénsalo y ahorita lo vamos a comentar... tu piénsalo ... [MCL2:P42]

En otros casos invita a reflexionar sin proporcionar información precisa, sugiriendo la existencia de una relación simple que el alumno no ha visto:

[Un alumno está detenido en la tarea de comparar $7/9$ y $7/10$]

Ma. ¿cuál será la mayor? ... piénsalo ... tienes $7/9$... ¿qué significa?... ¿cuál crees que sea mayor?. Use su lógica. [MCL2:P46]

Con ciertos alumnos deja pasar deliberadamente un error:

[Un alumno pregunta qué puede hacer si las dos fracciones, $7/9$ y $9/7$ son iguales]

Ma. *Si son iguales, encierra los dos.* [MCL2:P42]

No obstante, a veces, sí proporciona una ayuda, como ella misma dice:

... cuando no encuentran el camino, entonces sí, yo, por ahí, les doy alguna pistita ... [MEI:P46]

Un tipo de ayuda frecuente fue contextualizar el problema:

Ma. [observa el trabajo de una niña que está tratando de identificar la fracción mayor entre $7/9$ y $7/10$ y le explica] *haz de cuenta que fuera una pizza, está dividida en nueve partes iguales, ¿cuántas tomo? ... sí ... la misma pizza, ¿aquí en cuántas partes las vas a dividir? ...en diez pedazos, cuál tomas ... ¿dónde vas a tomar más?... ¿por qué? ... porque de todos modos agarras siete pedazos ...* [MCL2:P88]

Identificación de aciertos y errores durante la puesta en común

La fase de la puesta en común fue el espacio privilegiado por Mar para revisar los resultados y procedimientos, someterlos a evaluación y propiciar justificaciones. Fue sobre todo en este espacio en el que ella asumió el control del proceso de validación.

Cuando el resultado era correcto, después de pedir la justificación del mismo, la maestra validaba con una expresión como "bien" o "muy bien" y, a veces, una palomita en el cuaderno.

Ao. *... entonces $6/4$ no se podría señalar aquí, se necesitaría otra recta, entonces $4/6$ es menor, si el otro [$6/4$] ni alcanza con una recta.*

Ma. *... muy bien, gracias.* [MCL1:P349-350]

En caso de error, el recurso más frecuente fue preguntar al mismo alumno, o al grupo, en un tono que casi siempre revelaba la presencia de un error. Por ejemplo, cuando un equipo cometió un error al explicar cómo ubicaron $11/8$ en la recta numérica:

Ao. ... *teníamos que dividir la recta en 11 partes iguales y tomar nada más 8.*

Ma. *¿Están de acuerdo? ¿Once partes iguales y tomaron ocho?*

El grupo a coro dice. *noooooooooooooo.*

El integrante del equipo rectifica. [MCL1:P332-335]

En otros casos, señaló y corrigió directamente el error:

Ma. ... *aquí, a ver, vamos a ver, nuevamente $9/7$ y $7/9$ por allí, alguien contestó que son iguales. No, recuerden que si el numerador lo cambian al denominador y el, éste, igual lo cambian de lugar, no es igual ...* [MCL3:P157]

La maestra tendió a seleccionar a los alumnos que debían pasar al pizarrón a presentar sus resultados. Parece que la selección se basó en lo que observó mientras los alumnos resolvían, aunque no alcanzamos a identificar un criterio claro. En la primera clase, predominaron las resoluciones correctas pero, en la segunda y en la tercera, pasaron varios alumnos rezagados que más presentaron errores.

Durante la última entrevista, Mar hizo aclaraciones en torno a nuestras apreciaciones. Ella considera que en los inicios de un tema nuevo, le ha resultado provechoso durante la revisión, darle la palabra a los niños que comprenden más rápido. Desde su perspectiva, las explicaciones entre los alumnos suelen ser más efectivas comparadas con las formas, no tan accesibles, en que ocasionalmente ella estructura su lenguaje en la clase:

... efectivamente, dice el documento, en la primera clase predominaron las resoluciones correctas. Sí, digamos que también es una forma de trabajar ya sistemática mía, en que las primeras ocasiones en que estoy dando un tema les doy la palabra a los niños que yo sé que comprenden más rápido, para que ellos, explicando, los demás les puedan entender, yo a veces tengo un lenguaje pues no muy claro y los niños en su lenguaje se entienden y ellos explican y bueno, yo lo hice de esta manera y pienso yo, que sí les puede ayudar. [MEF:P89]

También aclaró que fue intencional que en la segunda y tercera clase se observaran las respuestas erróneas de los alumnos rezagados, porque precisó que es su manera sistemática de trabajar:

Y fue intencional, que yo a la segunda clase pasara a esos niños que tenían muchos problemas, por eso dicen hubo muchos errores. Aparentemente pareciera que la primera clase todas las respuestas fueran acertadas y en la segunda y en la tercera ya no. ¿Qué pasaba? Porque dice aquí [en el documento de análisis preliminar] que parecía que no había ... un criterio claro, ..., pero sí, fue intencional o sea, ya es algo sistemático, en la primera clase digamos del tema, sí permito que, bueno, a ver tú explica esto, y ya en las otras me fui con los niños que no han comprendido..., bueno, que siento que les cuesta más trabajo y que luego lo compruebo cuando pasan, y les vuelve a costar trabajo ... [MEF:P90]

Finalmente, en algunos casos, frente a un resultado incorrecto, la maestra entabló una larga interacción con el alumno en cuestión, intentando ayudarlo. Este recurso resultó muy problemático, por lo que se analizará más adelante.

El uso de contraejemplos

En dos ocasiones Mar propuso contraejemplos pertinentes frente a determinados errores de los alumnos. Un caso fue cuando algunos alumnos intentaron aplicar la propiedad según la cual entre menor es el denominador mayor es la fracción, sin considerar al numerador (en el ejercicio anterior éste había sido constante): ¿Acaso $9/12$ es menor que $3/6$?:

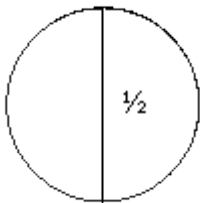
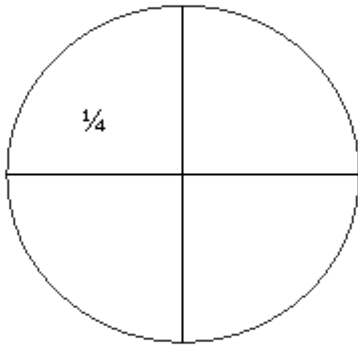
Ma. ... a varios niños les hice esa pregunta, a ver pongan atención, a ver, Víctor me va a contestar, [la maestra escribe en la pizarra $3/6$ y $4/12$] porque creo que también dice eso, dicen porque aquí los pedazos son más pequeños [señala $4/12$] entonces él camina menos, entonces, si yo pongo $9/12$, ¿en este caso también camina menos Julio, porque los pedazos son más pequeños? [MCL3:P267]

Lamentablemente, Mar no devuelve el contraejemplo a los alumnos. Ella misma lo contesta, mediante una explicación en la que evoca de manera vaga la posibilidad de formar fracciones grandes aún con partes de unidad muy pequeñas:

Ma. ... aquí [$9/12$] está caminando más de la mitad, entonces no basta con que nos fijemos que los pedazos son más pequeños, ¿sí? Si el número de arriba, es el mismo sí, pero si es diferente no, porque a lo mejor tengo muchos pedazos pequeños, es como los milésimos, décimos, centésimos que vimos ... [MCL3:P271].

El segundo ejemplo ocurre a raíz de que algunos alumnos trazan unidades de distintos tamaño cuando comparan las fracciones

Ma. ... cuando trabajen en un problema, el entero debe ser del mismo tamaño. La recta tiene que ser del mismo tamaño si no, no lo van a poder comparar, vean por ejemplo, si yo les digo que a aquí [señala el pizarrón], a este Roberto le voy a dar la mitad y a este Armando le voy a dar $\frac{1}{4}$ de la pizza y, listos, ¿a quién le estamos dando más?



ROBERTO

ARMANDO

Ao x. a Roberto

Ao y. a Armando

Ma. ¿están seguros?

Aos. [a coro] noooo

Ao. a Armando

Ma. a Armando le voy a dar un cuarto de la pizza. ¿A quién le estoy dando más con este ejemplo? [Señala el pizarrón]

Ao:. a Armando. [MCL3:P311-318]

Algunos alumnos responden a partir del tamaño de la porción en el dibujo del pizarrón, sin tomar en cuenta las fracciones que están escritas en las figuras. Esta situación podría haber conducido a un debate grupal, sin embargo, nuevamente, el contraejemplo pierde su potencial didáctico porque es la maestra quien explica:

Ma. ¿Por qué? No pueden comparar, ¿sí? Cuidado con esto. Si no tenemos enteros del mismo tamaño no los pueden comparar, tienen que ser del mismo tamaño, definitivamente lo que ustedes decían al principio era cierto: si son del mismo tamaño, $\frac{1}{4}$ es menor, pero Armando, Nelly, si me hacen enteros de diferente tamaño para comparar dentro de un mismo problema, no lo van a poder comparar ... [MCL3:P319]

Es notorio que la maestra logra plantear buenos contraejemplos, sin duda su formación en matemáticas se lo permite. Pero también resulta expresiva la dificultad de Mar para llevarlos más lejos, propiciando un debate entre los alumnos, planteando un problema a resolver en los equipos.

La demanda de justificaciones

Mar expresó varias veces que ella concede mucha importancia a que los niños expliquen el porqué de sus resultados.

Ma. ... y les doy el tiempo, que ellos expliquen, porque se supone que es uno de los objetivos ahora, no nada más que sepan hacer las cosas ... [MEI:P45]

En las clases observadas, se encontraron distintas manifestaciones de este propósito, tanto en las consignas para resolver las tareas como, sobre todo, durante la presentación de resultados en la puesta en común.

En la clase tres, por ejemplo, la consigna general para resolver cinco problemas que Mar diseñó fue:

Resuelve los siguientes cuestionamientos. Justifica tus respuestas con el procedimiento que desees. [MCL3:P22]

Además, en cuatro de los problemas, después de la pregunta aparece otra que dice "¿Por qué?" o "¿Cómo lo sabes?". Al final de esta clase, Mar afirmó:

Ma. ... a mí me interesaba más que nada que justificaran sus respuestas. [MEPC3:P2-3]

Durante los momentos de la puesta en común, los "porqué" y "qué significa..." de la maestra fueron frecuentes y llevaron a los alumnos a emitir sus justificaciones. En estas clases las tareas fueron ubicar fracciones en la recta y comparar fracciones. En el primer caso, la demanda de "justificar" consistió más bien en hacer explícitos todos los pasos que se siguieron para ubicar una fracción en determinado lugar, en particular, hacer explícita la forma en que se interpreta el denominador y el numerador de la fracción. Se trata por lo tanto, de una forma elemental de justificación que consiste en describir, formular el procedimiento seguido. Por ejemplo, cuando un alumno pasó a ubicar la fracción $1/12$ en la recta del pizarrón ocurrió el siguiente diálogo:

[Los alumnos superponen su tira de doceavos al primer tramo de la recta dibujada por la maestra en el pizarrón para ubicar $1/12$]

Ma. ... ¿por qué ahí es un doceavo?

Ao. ... porque ahí ...

Ma. ... a ver escuchamos.

El alumno señala el tramo 0 a 1 y argumenta:

Ao. ... porque es como que aquí fuera un metro y el metro se divide en 12 partes iguales, y nada más se toma una.

Ma. ... ¡ajá! Pero ustedes no dividieron en doce partes iguales, ¿qué hicieron, qué usaron...?

Ao. las regletas.

Ma. ... las regletas, ¿cuál regleta?

Equipo. ... la de doceavos. [MCL1:P78-87]

La respuesta todavía no es satisfactoria

Ma. ... ¿por qué?

Ao. ... porque nos está diciendo, que la recta se divide en 12 partes y nada más dice que agarremos una.

Ma. ... ¿toda la recta?

Ao. ... no, tomamos un pedazo de ella, un entero.

Ma. ... el entero, el entero se divide ¿en qué?

Equipo. ... en doce partes iguales.

Ma. y luego

Ao. nada más tomamos una.

Ma. muy bien [MCL1:P88-96]

Puede observarse que la demanda de explicitación es extrema, lo que parece obedecer a la intención de que las explicaciones sirvan a los alumnos con menos conocimientos.

Una pregunta frecuente en los momentos de puestas en común, también con una intención de explicitar, fue "¿qué significa la fracción X?" Esta pregunta buscó apelar al significado básico de las fracciones como partes de unidad (el denominador indica en cuántas partes se divide la unidad, etc) para, a partir de ahí, desarrollar algún procedimiento para comparar. Se trataba más de un recordatorio que de una justificación, a partir del cual, a veces, se guió la resolución. Por ejemplo, en la segunda clase, en su permanente recorrido por el grupo Mar identificó que varios alumnos tenían problemas para resolver la primera actividad diseñada por ella como repaso, en la que debían comparar fracciones mediante ciertas relaciones y encerrar la mayor. Escribió entonces en el pizarrón $\frac{3}{4}$ ó $\frac{3}{7}$ y pidió a César que leyera la primera fracción. César respondió en tono de duda: *¿tres cuartos?* La maestra aceptó su respuesta y le preguntó, *¿Qué significa esta fracción?* El alumno permaneció cierto tiempo en silencio y luego le contestó: *¿De un cuarto van*

a agarrar tres partes? La maestra le pidió entonces que mostrara su respuesta en el pizarrón. El alumno opta por un rectángulo para ilustrar la fracción, enfrenta dificultades para dividirlo en partes iguales y con la ayuda de otros alumnos logra dividirlo en cuartos. Sombreadó tres de las cuatro partes. Con esto quedó explícito que $\frac{3}{4}$ es un entero dividido en cuatro partes de las cuales se toman tres, no como había dicho César en un principio.

En seguida, la maestra cuestionó sobre la fracción $\frac{3}{7}$:

Ma. ... ahora tú mismo, ¿qué significa?, ¿cómo se lee la otra? [3/7]

Ao. César. ¿tres séptimos?

Ma. ahora, ¿qué significa?

Ao. César. ¿dividir en siete partes iguales?

Ma. dividir en siete partes iguales

Ao. César. ¿y agarrar 3?

Ma. y a agarrar 3. ¿Cuál de esas crees que sea la mayor?

Ao. César. [señala $\frac{3}{4}$] [MCL2:P72-79]

En el segundo tipo de tarea, la comparación de fracciones, la demanda de justificación remitió a distintas cosas, dependiendo del ejercicio y del alumno: a veces se trató simplemente de mostrar el resultado en el registro gráfico (recta numérica), en cuyo caso se trató de una validación empírica. Pero otras veces se trató de hacer explícitas las relaciones que se pusieron en juego para comparar, por ejemplo, a mayor denominador, menor fracción. En este caso, se trató de una validación semántica, por ejemplo:

Ao. $\frac{3}{5}$ es menor que $\frac{3}{4}$ porque los pedazos de $\frac{3}{4}$ son más grandes, ocupan más espacio en la recta, y los de $\frac{3}{5}$ ocupan menos espacio, por eso es que es menor $\frac{3}{5}$ que $\frac{3}{4}$. [MCL1:P301]

En todos los casos, las demandas de justificación vinieron de la maestra y dieron lugar a un diálogo entre ésta y el alumno interpelado, aunque eventualmente, participaron otros. La maestra asumió la tarea de validar y de solicitar las justificaciones que conducen a ello. Esta fase tiene un carácter doble, típico de los momentos de revisión de ejercicios en el pizarrón: se valida, se explica y al mismo tiempo se institucionaliza.

Si bien las sesiones de puesta en común no parecen favorecer que los alumnos participen en el proceso de validación de manera autónoma, sí les aportan otras cosas: propician que unos expliciten sus procedimientos y brindan la ocasión de que otros vean, con detalle y paso a paso, formas posibles de resolver las tareas.

Cabe destacar un rasgo más de la noción de justificación que Mar dejó entrever en un comentario: las justificaciones no solamente son importantes sino que, además, al igual que los procesos de resolución, pueden ser, al principio, precarias:

Ma. ... eso de $2/5$, $2/6$, $2/3$, se supone que ese tema lo ven en cuarto, aún así algunos niños no lo razonan ¿no?, y los demás ... sí los razonaron, claro, al explicarlo, como que, obviamente todavía no tienen todo el lenguaje matemático, pero sí les entendía, bueno [dicen los alumnos] «es que los pedazos son más grandes», ..., pero de todos modos sí los captaron ... [MEPC3:P8]

2.4.2.6 Las explicaciones y la institucionalización

Ya vimos en el apartado anterior que las justificaciones solicitadas a los alumnos jugaron también el papel de explicaciones para todo el grupo. Además durante los espacios de la puesta en común, la maestra frecuentemente intervino para destacar algún procedimiento que consideró de interés para todos y para re explicarlo con sus palabras a todo el grupo. Estas intervenciones parecen tener un doble carácter: explicar e institucionalizar.

Considerando que Mar manifestó haber vivido un cambio en su manera de enseñar matemáticas, de pretender explicar todo previamente a los alumnos, a darles mayor libertad para que enfrentaran por sí mismos las tareas, puede decirse, que, de alguna manera, las explicaciones de Mar reaparecen, pero en un lugar distinto: en la puesta en común, y a partir de las resoluciones de los alumnos. Esto marca una diferencia importante. Veamos algunos ejemplos.

En la actividad 1 de la lección, en la que se trataba de ubicar fracciones en la recta, cuando se presentó un procedimiento en el que no se usaron las regletas, y por lo tanto se hizo patente lo que la lección del libro pedía, la

maestra destacó el procedimiento, propició la explicitación de todos sus pasos y lo re explicó ella misma, ampliamente.

Para ubicar $1/12$:

Ma. ... muy bien, bueno, entonces ellos dijeron, necesitamos primero las 12 partes iguales, midieron 20 centímetros, y lo dividieron con la calculadora, truncan el resultado de la calculadora porque tenía muchos números, y entonces dijeron 1.6, fíjense en lo que hicieron, fueron marcando 1.6, 1.6, 1.6, hasta que Karen les dijo, para qué lo hacemos todo, si ya sabemos que van a salir 12 partes, nada más marcamos el que necesitamos, ¿o qué? Ya no terminaron de hacerlo, y así como dice Karen, ¡pongan atención! [MCL1:P122]

Para ubicar $4/7$:

Ma. Dividiendo 20 entre 7, dos punto ocho, y de esto cómo necesitaban $4/7$, pues van marcando 2.8 cuatro veces. Y los demás equipos, pues más que nada se fueron directamente a las regletas, ¿verdad? Creo que fue el único equipo que siguió todo el proceso, y después podemos comprobar con las regletas, pero bueno, está bien, vamos a seguir, ¡equipo tres! [MCL1:P126]

En el mismo ejercicio, volvió a explicar y validó el hecho de que los alumnos tuvieran en cuenta la parte entera de las fracciones para ubicarlas, debido a la economía que esto proporcionaba. Por ejemplo, en la ubicación de $14/8$:

Ma. ... este grupo se ahorra pasos, ya sabía que en el primer entero habían ocho octavos, ya ni siquiera lo contaban, ya decían va a estar en el otro entero, se ahorran esos pasos, se ahorran esos conteos, muy bien ... [MCL1:P163]

En la segunda parte de la actividad 1, cuando algunos alumnos se limitaron a usar regletas habiendo podido estimar, ella misma mostró cómo pudieron haberlo hecho:

La comparación de $10/9$ y $11/7$:

Ma. ... ellos se dieron cuenta de su error, al colocar la regleta ¿verdad?, entonces si hubieran usado la lógica que usó el equipo uno, entonces son $9/9$, y $1/9$, no iba alcanzar ese noveno a llegar hasta los $11/7$, si no la tienen bien, rectifíquenla por favor ... [MCL1:P233]

En la actividad 3, valoró sistemáticamente los procedimientos que permitieron comparar, prescindiendo de las regletas, "razonando":

Ma. ... muy bien, gracias, vamos a ver, vean nuevamente, Linda, César, pongan atención, dicen $4/6$ es menor que un

entero [señalando el dibujo realizado por el equipo], $6/4$, no da tan sólo con una recta, ya con eso pueden determinar en su ejercicio, si es mayor o si es menor, ¿sí César? ¿sí le entendiste? ¿seguro? Bueno, entonces algunos no necesitan la recta, estamos determinando... si razonamos si es más de un entero o menor de un entero ... [MCL1:P350]

En la comparación de $7/9$ vs. $7/10$:

Ma. En los dos, Armando ... estás tomando siete pedazos pero estos son más grandes, [señala $7/9$] porque el entero lo divides en menos partes y estos [señala $7/10$] son más pequeños porque el entero lo divides en más partes, ¿Sí? ¿Ya más o menos le vas entendiendo?... [MCL2:P127]

Un recurso más para explicar, fue contextualizar las fracciones que estaban en juego:

Ma. ... aquí, esto Alejandra... es lo mismo que hacías ayer,... lo querías poner al revés, [decir nueve cuartos y escribir cuatro novenos] si lo pones al revés no es lo mismo, o sea no lo puedes cambiar. Aquí dice [señalando $9/4$] divide el entero en cuatro partes iguales, haz de cuenta que vas a [traer] una pizza [dibuja una pizza en el pizarrón], y que nada más hay cuatro personas, ¿sí?... entonces les vamos a dar partes iguales, cada quien le toca ... ¿cuántos?

Aa. Alejandra. un cuarto [MCL2:P300-301]

Después de dos clases en las que los alumnos estuvieron comparando fracciones con características especiales, Mar cerró la sesión con una explicación claramente destinada a resumir y concluir, en la que introduce también términos más formales. Se trata de una intervención típica de institucionalización.

Ma. ... en estos tres ejercicios, [$3/4$ vs. $3/5$, $8/7$ vs. $8/9$, $11/8$ vs. $11/7$] este número de arriba, que se llama numerador, en los dos, en cada pareja era igual, ¡Ingrid! Cuando el numerador es igual, es menor la que tiene, vean, mayor numerador[22], esa observación podemos hacer. Por eso la hicimos así [señalando la segunda fila de ejercicios]. Si el numerador es el mismo y el denominador es mayor, entonces esa fracción va a ser la menor. [Señalando las fracciones encerradas en círculo] vean pongan atención, estas tres, en donde les ponen, tres partes, tres partes, [$3/4$ vs. $3/5$] ocho partes, ocho partes, [$8/7$ vs. $8/9$] once partes, once partes, [$11/8$ vs. $11/7$] y el denominador diferente, y cuando el denominador es más grande, la fracción es más pequeña. [MCL1:P358]

La maestra continúa la explicación con los tres pares de fracciones intermedias de la actividad 3, tratando de hacer participar a los alumnos:

Y aquí [señalando las fracciones, 12/15 vs. 15/12; 6/4 vs. 4/6 y 9/8 vs. 8/9] qué hacían en estos ejercicios, a ver ... [MCL1:P358]

Karen responde diciendo que "se cambia el de arriba para abajo y el de abajo para arriba". La maestra retoma los argumentos de Karen con un lenguaje más convencional:

Ma. ... el numerador pasa al lugar del denominador y el denominador pasa al lugar del numerador, y así ¿qué sucede? [MCL1:P360]

Y plantea al grupo que en cada uno de los pares de fracciones a comparar, una de ellas es más que un entero.

Ma. ... este es más que un entero [15/12], esto es menos que un entero [12/15], este es más que un entero [6/4], este es menos que un entero [4/6], este es más que un entero [9/8], este es menos que un entero [8/9], no es igual, si lo cambiamos, Alejandra, no va a ser la misma fracción. Usen ese razonamiento, Luis, una de estas es más que un entero y la otra viene a ser menos de un entero ... [MCL1:P362]

Estas fases de institucionalización, pese a su importancia en la enseñanza de las matemáticas, fueron muy poco consideradas en los cursos sobre "el nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas", incluyendo el *Taller*, en los que el énfasis se puso en polo opuesto, en los procesos de resolución, en la valoración de lo informal. En este sentido, puede reconocerse aquí una adaptación pertinente por parte de Mar de los lineamientos del enfoque, aun cuando probablemente ella no lo vea de esta manera. Ya que según nos refirió en la entrevista final, ella trataba más que nada, de "amarrar" los contenidos con una última explicación, preocupada tanto por sus alumnos rezagados como por los conocimientos que necesitaría todo el grupo para continuar con sus estudios.

Cabe agregar, por último, que Mar comentó que la formación que tiene en matemáticas le ayuda a comprender y por lo tanto a valorar los distintos procedimientos de los alumnos.

... a mí me ayuda el hecho de que yo soy maestra de matemáticas ... a mí sí me hacen otro proceso los niños, yo sé por dónde van, eso siento yo que a mí me ayuda ... [MEI:P46]

2.4.2.7 La heterogeneidad del grupo y las ayudas a alumnos rezagados

Nos detendremos por último en la cuestión de la atención a los alumnos con mayor rezago debido a que es un asunto al que Mar demostró otorgar importancia y que, al mismo tiempo, se reveló complejo.

A lo largo de las pláticas que se sostuvieron al término de las clases, Mar mencionó varias veces el problema de la heterogeneidad de su grupo. Como suele ocurrir cuando los maestros tocan este punto, tendió a atribuir la causa, en parte, a los maestros de los grados anteriores.

... cuando lo pasé al pizarrón anteayer y veo que no, que no pudo hacer nada, o sea no sabía ni $2/8$, no sabía ni el concepto, no tiene ni idea de eso, entonces, pienso yo, puede haber influido eso, que los niños realmente no han visto acerca del concepto lo suficiente. [MEPC3:P18]

... esos cuatro niños estuvieron con el maestro, es una coincidencia, entonces yo siento que a lo mejor ese tema, pues sí, realmente no dio las bases con materiales objetivos. [MEPC3:P18]

En ciertos casos, el problema se acentúa por causas sobre las que la maestra no tiene control, por ejemplo, por las ausencias de los alumnos.

La niña que no ha venido, Karina la que vino su mamá en la mañana, con esa niña tengo como el 40% de faltas, desde el principio, el primer mes, el segundo mes y viene la señora pero, ya son faltas muy especiales. [MEPC2:P36]

Con respecto al programa USAER[23], Mar comenta que los maestros encargados apenas se dan abasto con los niños de primero, por lo que no pueden ayudar en otros grados.

A lo largo de las clases, en varias de las decisiones que Mar fue tomando, se pudo observar la intención de atender a las necesidades de los alumnos con un nivel de desempeño más bajo que el del promedio. En los apartados anteriores se han ido mencionando las decisiones y recursos que acusan esta atención. A continuación los recordaremos brevemente, mostrando en

algunos casos las dificultades para implementarlos. Al final, nos detendremos en un recurso que fue particularmente problemático.

- *Integrar a los alumnos en equipos "balanceados"*

La maestra cuida la integración de los equipos de manera que queden balanceados y que los alumnos con más dificultad puedan recibir ayudas de los otros. En cierto momento comentó, sin embargo, que en el grupo que ahora atiende, esta medida no resulta tan eficaz debido a la poca tolerancia y falta de solidaridad de los alumnos:

... el año pasado, eran más pacientes, aunque los que ya sabían, eran más pacientes, y aquí no, son muy impacientes, y como que dicen, ay, se va a tardar un año, y se impacientan un poquito, no son muy, como solidarios con ellos, incluso si ustedes vieron, desde el principio los excluyen ¿no? ... ya los integro, no quieren trabajar con ellos porque no traen el material ... [MEPC2:P8]

- *Proponer ejercicios pensados para ellos*

En el apartado 2.4.1 se vieron varios ejemplos: cierta simplificación de las actividades de la lección del L.T.G., la inclusión de ejercicios adicionales a partir de la identificación de dificultades, la omisión de algunos ejercicios más difíciles.

... sí, quise empezar con eso, para reafirmar un poquito con ellos porque si no se me van rezagando más, siempre se me van rezagando, entonces, eso es lo que yo hago. [MEPC2:P 8]

E. ¿y mañana qué piensas hacer?

Ma. Lo que quiero hacer... la revisión, porque pensé que me iba a dar tiempo ahorita, y algunos equipos estaban muy bien pero estos no, este equipo tenía muchas dudas, incluso hubo uno que nada más hizo una fracción, y entonces ya, revisar con las regletas [MEPC2:P 9-10]

- *Abrir en su programación un espacio con actividades dirigidas a los alumnos con dificultad*

Ma. ...ahorita sigo identificando a los niños que les está fallando... por ejemplo con Armando, con Karina, con Michel, con la otra Karina que ni viene, con Linda, que sí, como que están en un nivel así, muy bajo ... [MEPC3:P4]

Ma. ... sí, me voy a regresar, de hecho me gusta más trabajar con el círculo. [MEPC3:P28-32]

- *Llevarlos a hacer explícitas las decisiones que subyacen a sus procedimientos, darles tiempo*

Ma. ... sí hay que estarles haciendo ese reforzamiento insistir con eso, «pero.¿por qué esto?», pero específicamente ya a ellos, ya darles un poquito más de tiempo. [MEPC2:P8]

- *Brindar pequeñas ayudas durante la resolución, frecuentemente contextualizando las comparaciones*

Ma. ...y entonces tu dices, ¡ah bueno!, pues la divido en pedazos más pequeños, ¿y entonces a cada persona le estarías dando un cuarto? [MCL2:P302]

- *Finalmente, pasarlos al pizarrón, para que mejoren su desempeño individual, porque señala que, el haber resuelto con el equipo no garantiza que hayan comprendido*

Ma. ... por ejemplo esta Nelly pasa al pizarrón y, así como que le cuesta mucho trabajo expresar sus ideas, entonces son a los niños que yo paso, y yo sabía que ayer, aun cuando aparentemente ... parecían que habían resuelto, y que había pasado porque estaban en equipo, entonces es otra cosa, es diferente, cuando están individual les cuesta más trabajo, o sea [paso a] los niños que les cuesta, a los que les cuesta más trabajo. [MEPC2:P 8]

El último tipo de recurso, tratar de ayudar a los niños con más rezago en el pizarrón, durante las puestas en común, se reveló problemático cuando la intervención en el pizarrón se alargaba. A continuación nos detendremos en el análisis de un episodio expresivo de las dificultades.

2.4.2.8 El episodio de Alejandra

Alejandra pasa al pizarrón. Le toca comparar $9/4$ contra $4/9$. Escoge bien la fracción mayor, $9/4$, pero, cuando la maestra le pide justificar su respuesta:

Ma. ¿por qué?

Aa. Alejandra. *porque aquí divido en nueve partes y tomo cuatro.* [MCL2:P190-191]

Esta dificultad dio lugar a una muy larga interacción de la maestra (de 15 minutos aproximadamente), principalmente con Alejandra, aunque también

con otros niños. En la interacción se distinguen cerca de cuatro momentos a lo largo de los cuales la maestra despliega varios recursos con la intención de ayudarla a: oralizar la fracción, usar las regletas, apelar a las explicaciones de lo que sí saben, plantear un nuevo problema (reparto de pizzas).

- *Oralizar la fracción*

Ma. ... a ver, ¿cómo se lee esta fracción?

Aa. Alejandra. nueve cuartos

Ma. ... ¿qué significará nueve cuartos?, ¿dividido un entero en nueve partes y tomas cuatro? [MCL2:P192-194]

Dado que, normalmente, el denominador se lee como número ordinal (cuartos); mientras que el numerador se lee como cardinal, la maestra supone que esto podría ser una pista para saber en cuántas partes se divide la unidad, pues las partes suelen nombrarse mediante ordinales. El recurso presenta ciertos puntos débiles pues hay ocasiones, y las hubo en este episodio, en las que también el numerador se lee como ordinal, cuando se quiere hablar del último tramo que "se toma", por ejemplo, para $9/4$ se dice: "el noveno cuarto"

- *Usar las regletas*

Cuando Alejandra va a tomar la segunda regleta para identificar $9/4$.

Aa. Alejandra. nada más necesito una regleta

Ma. ¿pero la misma?

Aa. Alejandra. no

Ao. yo te la presto

Ma. consigue la que necesites. [MCL2:P234-240]

La maestra no dice a Alejandra qué regleta tomar, ni cede, al principio, ante la presión de los niños que le quieren decir. Efectivamente, la decisión de Alejandra era importante pues daría cuenta de si está interpretando bien la fracción. De otra manera, se habría limitado a contar pedacitos.

La razón por la cual el recurso no logró funcionar al final fue que, aunque Alejandra pueda reconocer en las regletas la parte mayor, cuando al final se le pregunta: "¿entonces quien es mayor, $9/4$ o $4/9$?", pudo ocurrir que ella no pudiera pasar de los nombres de las fracciones a las representaciones con las regletas.

- *Apelar a los que sí saben* [Norma]

Ma. *a ver, [Norma] es que está calladita*

Aos. yo también, yo

Ma. a ver, ¿qué significa Norma, nueve cuartos?

Norma. *Que divido dos enteros, los tres enteros ... un entero está dividido en cuatro, luego tomo otro, serían ocho partes porque estaría igual dividido en cuatro partes, y de otro lo divido en cuatro y tomo una parte del entero.* [MCL2:P282]

- *Plantear un nuevo problema en un contexto de reparto de pizzas*

Ante la dificultad de Alejandra para determinar qué fracción, $9/4$ ó $4/9$ es mayor, y con el afán de hacer más accesible el problema, Mar propone un nuevo problema en el que la comparación está contextualizada. Este problema resulta confuso y poco pertinente para la duda específica de la alumna. La situación consiste en que una pizza se va repartir entre cuatro niños, por lo que a cada uno le tocaría un cuarto.

Ma. *...haz de cuenta que vas a [traer] una pizza [dibuja una pizza en el pizarrón], y que nada más hay cuatro personas, ¿sí?... entonces les vamos a dar partes iguales, cada quien le toca... ¿cuántos?*

Aa. Alejandra. *un cuarto* [MCL2:P300-301]

Enseguida, Mar plantea el problema: llegan cinco niños más y se quiere que éstos reciban una cantidad de pizza igual a la de los anteriores.

Ma. *... pero luego llegaron unas cinco personas más y les quieres dar lo mismo a cada persona ...* [MCL2:P302]

Teóricamente, el problema admite dos soluciones. La primera consiste en partir la pizza que ya recibieron los primeros cuatro niños en más pedazos (en nueve en vez de cuatro), de manera que cada uno recibiría un pedazo menor que un cuarto (un noveno). Notemos que esta solución pasa por alto

un detalle que podría dificultar la comprensión del problema: la pizza ya estaba partida en cuatro, por lo tanto, la solución de partir en nueve no es real. El problema es más complejo: ¿cómo obtener nueve pedazos iguales a partir de cuatro pedazos iguales? En esta solución, a cada niño tocaría $\frac{1}{9}$ de pizza.

Ma. ... y entonces tu dices, ah bueno, pues la divido en pedazos más pequeños, ¿y entonces a cada persona le estarías dando un cuarto? [MCL2:P302]

La segunda solución consiste en comprar más pizzas para seguir dando un cuarto a cada niño.

Ma. ...¿qué necesitas hacer para darle de todos modos a cada quien, un cuarto de pizza?, porque ya te llegaron más invitados, invitados que tu no esperabas. [MCL2:P308]

Aquí hay otra dificultad que también puede afectar la comprensión del problema: se necesitan $\frac{9}{4}$, es decir, 2 pizzas completas y $\frac{1}{4}$ de una tercera pizza, ¿es posible obtener eso, o bien es necesario comprar las tres pizzas? Suponiendo que es posible, en este caso a cada niño le toca $\frac{1}{4}$ de pizza.

Notemos que en el problema planteado por la maestra, están implicadas las fracciones $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{4}$, como la porción que recibiría cada niño en cada solución, y una pizza completa o 3 pizzas completas (o quizá 2 pizzas y $\frac{1}{4}$) como el total de pizza que se compra. El problema original de comparar las fracciones $\frac{4}{9}$ y $\frac{9}{4}$ no aparece explícitamente.

Por lo anterior, la inferencia que la maestra propicia al término de la resolución del nuevo problema, después de que un niño dice que en la segunda solución a cada uno toca $\frac{1}{9}$, es incierta: "Un noveno, muy bien Armando... Armando, ¿será lo mismo nueve cuartos que cuatro novenos?"

Hasta aquí el episodio. Cabe hacer los siguientes comentarios. El que la interacción de la alumna con la maestra fuera pública (todos los ojos estaban puestos en sus respuestas a las preguntas de la maestra) probablemente fue motivo de una presión que dificultó a la alumna concentrarse. La situación anterior se agravó debido a la presión que ejercieron las numerosas interpelaciones e interrupciones de los alumnos que pensaban tener las respuestas a las preguntas que la maestra iba planteando, y que querían

proporcionarlas. La maestra tendió a no responder a esta presión (lo que no significa que no la sintiera), aunque en ciertos momentos, cedió. Para la alumna, tal presión seguramente dificultó aún más la posibilidad de concentración.

Por otra parte, al prolongarse la interacción con una sola alumna, el grupo tendió a perder la atención, entrando en una dinámica que aumentó mucho el nivel del ruido.

Por último, las alternativas que la maestra fue creando para ayudar a la alumna presentan limitaciones importantes, probablemente porque son alternativas creadas en el momento y porque se basan en gran medida en interacciones verbales a partir de lo que la maestra piensa, no desde la lógica de quien trata de comprender.

En resumen: Mar libra un esfuerzo significativo para atender a todos sus alumnos, en particular a los que más dificultad tienen, mediante una variedad ejemplar de recursos. El último recurso analizado, las ayudas proporcionadas en vivo en el pizarrón se demostró costoso en tiempo y esfuerzo, y poco eficiente desde el punto de vista de la ayuda que brinda.

2.4.2.9 El cambio de actitud en los niños, un referente fundamental para confiar en los cambios propuestos

Mar destaca dos resultados de su esfuerzo por fomentar cierto nivel de autonomía en el trabajo de sus alumnos, el primero, una actitud de disposición a abordar las tareas sin demandar explicaciones de cómo hacer, la cual pudo ser constatada en las observaciones:

... la actitud de los niños ha cambiado, ya no es de que, pues es que no nos ha enseñado nada, o no nos ha dicho nada... ellos tienen esa apertura ... [MEI:P45]

Segundo, un cambio en relación a su disposición para resolver problemas de matemáticas y no solamente, como antes, "cuentas":

... y antes era al revés, las operaciones felices de hacerlas, pues sacaban dieces, y ya los problemas, como iban a salir mal, ¿verdad?, pues yo siento, o les iba a costar mucho trabajo, como que no, y ahora es al contrario, ahora ellos están felices, ah, es que esto, de

buscarle, de razonar, y ya las operaciones [solitas] como que no les gustan mucho ... [MEI:P63]

En las clases que observamos, sobre todo en la tercera donde los niños resolvieron cinco problemas, pudimos constatar su familiaridad con este tipo de situaciones de enseñanza.

2.4.2.10 Discusión: otras características de la adaptación de una propuesta curricular

En el apartado anterior, se analizaron manifestaciones de las formas en que la maestra ha incorporado aspectos de la propuesta curricular oficial para la enseñanza de las matemáticas en lo que refiere al tratamiento de las actividades de una lección del L. T. G.

Se destacaron formas en que ella modificó y amplió las actividades de la lección, así como algunos de los criterios que orientaron estos cambios: la necesidad de mayor tiempo de práctica, de más ocasiones de aprendizaje para los alumnos rezagados, la puesta en juego de ciertos recursos didácticos para ayudar para facilitar el aprendizaje, como la contextualización o el uso de representaciones gráficas específicas. En este apartado, al analizar el desarrollo de las actividades en las clases, se pone de manifiesto, con mayor fuerza aún que en el anterior, un grado significativo de incorporación del enfoque oficial para la enseñanza de las matemáticas al mismo tiempo que un proceso de adaptación importante de la propuesta, resultado de numerosas decisiones que la maestra toma. Comentaremos aquí algunos aspectos de este proceso.

Los momentos de institucionalización de los conocimientos

A primera vista puede resultar extraño que consideremos que la organización por la maestra de los momentos de institucionalización constituya una adaptación de la propuesta curricular oficial y del enfoque que la caracteriza. Sin embargo, como se comentó en el primer capítulo, la importancia y las características de estos momentos constituyen uno de los aspectos menos explícitos de dicha propuesta y, en consecuencia, menos comprendidos por los maestros. El enfoque para la enseñanza de las matemáticas ha sido identificado con el polo opuesto a la institucionalización[24], a saber, el

desarrollo de procedimientos personales, no formales, en la resolución de problemas. Cabe agregar que esta ambigüedad no es privativa de la propuesta curricular mexicana, parece constituir una especie de "mal necesario" en el proceso histórico de maduración de las ideas emanadas de los enfoques constructivistas. Mopondi (1995) proporciona un ejemplo sorprendente de lo anterior en un estudio comparativo sobre clases de matemáticas impartidas en dos escuelas, una en Francia, en la que desde hace más de 20 años se desarrollan secuencias basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas, y otra en una escuela común, del Zaire. El estudio muestra que los alumnos de la escuela francesa logran resolver mejor algunos problemas no estándar que los otros, pero que, en conjunto, no logran un mejor desempeño. El autor conjetura que una explicación de este hecho es el bajo grado de institucionalización de procedimientos de resolución en la escuela francesa, en contraste con la institucionalización clara de un procedimiento específico en la escuela de Zaire. Muestra entonces que el *cuándo y cómo institucionalizar* constituyen todavía aspectos no del todo claros en la Teoría.

No obstante que el objeto de estudio de Mopondi era analizar los efectos que tenían las explicaciones en clase sobre los comportamientos de los alumnos, se permitió estimar y proponer hipótesis al respecto[25].

Considerando lo anterior podemos decir que la maestra de nuestro estudio, como probablemente otros maestros, no dejó de hacer lo que su conocimiento práctico le indicó que era necesario: organizar momentos de institucionalización, pese a que no identificara ese hacer en la propuesta curricular.

Podemos decir también que la organización sistemática de momentos de institucionalización constituye una adaptación necesaria que viene a cubrir una carencia en la propuesta oficial.

Recordemos que Mar mostró ser especialmente sensible a esta necesidad, por su posición simultánea de maestra de matemáticas de secundaria, desde la cual ha podido apreciar las lagunas con las que llegan los alumnos a ese nivel. Así, Mar fomenta la realización autónoma de tareas por sus alumnos,

pero al mismo tiempo, está pendiente de los saberes explícitos que éstos deben tener.

Los procesos de validación

El enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas, como se comentó en el primer capítulo (apartado 1.3.2), pone énfasis en la importancia de que los alumnos participen en los procesos de validación. Mar reconoce la importancia de esta característica al mismo tiempo que sabe que no ha logrado implementarla, en parte porque siente que los alumnos reclaman su atención: "específicamente quieren que yo les diga, estás bien o no estás bien". Cuando evita validar sugiriendo a los alumnos que socialicen sus resultados, ella ha logrado percibir que su actitud la sienten los niños como una desatención y no como un espacio de autonomía.

La observación de sus clases lo confirma, pero además, deja ver contrastes que llaman la atención: si Mar identifica algunos errores conceptuales[26] en las tareas de sus alumnos, tales como considerar que una fracción con mayor denominador que otra fracción es necesariamente menor, sin tener en cuenta al numerador, o como usar distintos tamaños de unidad al comparar fracciones; y es capaz de construir los contraejemplos pertinentes para cuestionarlos. ¿Por qué se le dificulta "devolver estos contraejemplos" a los alumnos? ¿Se debe a una dificultad para identificar los errores con los que hacer tal devolución puede valer la pena?

Refiriéndose a los procesos de validación señala Lerner (2001): el docente sigue teniendo la última palabra, pero es importante que sea la *última* y no la primera, señala. Entonces ¿es el no tener claro que a ella corresponde cerrar los procesos de validación lo que le dificulta abrirlos? ¿es la presión de los alumnos para que valide personalmente sus resultados lo que no le permite delegar más autonomía en el grupo? No lo sabemos.

En todo caso, puede identificarse aquí una alteración a la propuesta curricular cuyo origen, a decir de Mar, es una dificultad personal. Considerando que esta dificultad probablemente es compartida por otros maestros, queda por averiguar en qué grado es solamente personal.

La atención a alumnos con rezago: el expediente cotidiano

Finalmente, se observa nuevamente que las dificultades específicas que manifiestan en clase algunos alumnos son causa de múltiples decisiones de la maestra, tanto planeadas -selección y diseño de ejercicios; énfasis de ciertos aspectos durante las puestas en común; formas de organizar los equipos de trabajo-, como improvisadas en el momento: ayudas a alumnos específicos, en forma individual, o en público. Estas dificultades constituyen una de las tantas variables que llevan a los maestros a hacer ajustes en la planeación de sus clases, el conocimiento de las mismas forma parte de su "expediente cotidiano"[27], y son, en consecuencia, una de las causas más visibles de la adaptación de las propuestas en aras de hacerlas viables.

-
- [1] Estas siglas corresponden al código utilizado para identificar los referentes empíricos: MEI, Mar entrevista inicial; MEPC, Mar entrevista post clase; MCL1, Mar clase uno; MEF, Mar entrevista final; P75, número de párrafo del registro en cuestión; Ma., Maestra; Ao., Alumno; E., Entrevistador.
- [2] Los otros cuatro maestros entrevistados (de un total de 21) no acreditaron el examen de PRONAP con el nivel esperado.
- [3] Elaboración de reactivos tipo CENEVAL; el uso del círculo en la enseñanza de las fracciones, y los libros de texto de matemáticas en la Escuela Primaria.
- [4] Los comentarios de Mar remiten, probablemente, a las actividades siete y ocho del Taller (T. M. Libro 1 p. 41), en las cuales los maestros deben escribir con notación "lalilanesa" un número oral, también "lalilanes". Estas actividades dan lugar a que los maestros cometan un error que los niños comenten con frecuencia en cierto momento de su aprendizaje, cuando escriben, por ejemplo, veinticinco yuxtaponiendo 20 y 5 ("205").
- [5] Los otros cuatro criterios son los siguientes:
1. ¿El cambio aborda, potencialmente, una necesidad? ¿Estarán interesados los estudiantes? ¿Aprenderán? ¿Hay evidencia de que el cambio funcione, es decir, que produzca los resultados esperados?
 2. ¿Qué tan claro es el cambio en términos de lo que tendrá que hacer el maestro?
 3. ¿Cómo afectará personalmente al maestro en cuanto a tiempo, energía, nuevas técnicas, sensación de entusiasmo y competencia, e interferencia con las prioridades existentes?
 4. ¿Qué tan gratificante será la experiencia en términos de interacción con los colegas y los demás? (McLaughlin y Pfeiffer, en Fullan 1997: 115-116).
- [6] El concepto de contrato didáctico refiere al conjunto de expectativas mutuas del maestro y los alumnos en torno a la enseñanza de un conocimiento (Brousseau, 1998).
- [7] Entenderemos por "tareas" todas las situaciones de matemáticas que se proponen a los alumnos con fines de enseñanza, ejercicios, problemas, etc, ya sea en clase o para realizar en casa.
- [8] Recordemos que esta se llevó a cabo algunos meses después de las observaciones, una vez que la maestra había leído una primera versión del presente análisis.
- [9] Esta inquietud da cuenta también de la existencia de lo que se ha llamado "memoria didáctica" (Brousseau, 1994: 89): En un proceso de enseñanza con orientación constructivista en el que los momentos de institucionalización de los conocimientos suele postergarse, se vuelve más problemático que en otras

formas de enseñanza dar cuenta, de un grado a otro, de cuáles son las cosas que “ya saben hacer los alumnos”. Es el maestro que ha compartido el proceso con los alumnos quien lo sabe, este conocimiento le es necesario para seguir gestionando el proceso, es su “memoria didáctica”.

- [10] Ha invitado a su escuela, por ejemplo, a algunos especialistas a impartir talleres a sus maestros.
- [11] Cabe aclarar que en el momento de las observaciones la maestra Mar no contaba con el libro nuevo para el maestro.
- [12] Los propósitos se redactaron una vez hechas las lecciones. Cabe señalar además, la línea en forma de zigzag dificulta las tareas de ubicar y sobre todo de comparar fracciones debido a que en el segundo tramo, los números mayores quedan a la derecha de los menores y no a la izquierda.
- [13] En el nuevo libro para el maestro (SEP, 2000), se sugiere el uso de la hoja rayada para dividir los segmentos. Sin embargo, para usar de manera eficiente dicha hoja, los segmentos que se van a fraccionar tendrían que poderse acomodar encima de la hoja rayada, lo cual no es el caso.
- [14] El uso de “antes” y “después” no deja de ser un poco ambiguo en la línea en zigzag.
- [15] Al término de la clase dos, se preguntó a la maestra si podía proponer una actividad diseñada por ella. Atendiendo a esta petición, Mar preparó los cinco problemas de la actividad 3.1 del cuadro II.
- [16] Efectivamente, en el Taller se dice: “A diferencia de lo que sucede con otros contenidos de aritmética de los programas de primaria, las fracciones se utilizan menos en la vida cotidiana y, en consecuencia, los niños tienen muy pocos conocimientos previos cuando inician este tema en la escuela. Por esta razón, el trabajo de contextualizar a las fracciones es uno de los retos importantes que se plantea a la enseñanza de esta noción: es necesario diseñar situaciones en las que las fracciones, sus relaciones y operaciones cobren sentido como herramientas útiles para resolver determinados problemas” (SEP. 1995b:17).
- [17] En la siguiente parte de este análisis se muestra cómo los aspectos que Mar enfatizó en los momentos de revisión colectiva de resultados estaban dirigidos a estos alumnos.
- [18] Los procesos de formulación hacen explícitos elementos de los conocimientos que los alumnos ponen en juego en situaciones de acción muchas veces implícitamente; los procesos de validación son procesos de prueba donde algo que se afirma es verdadero o falso. Hay momentos en los que se favorece la formulación, como la puesta en común, o el trabajo en equipos. Sobre los procesos de institucionalización hablamos más adelante.
- [19] La maestra habla de $12/9$ pero la división del segmento de recta muestra un $9/12$, ¿fue a propósito? Por lo que acontece posteriormente en la clase, cuando Karen explica cómo marcar un $12/9$, parece ser que Mar actuó a propósito.
- [20] Nuestra presencia pudo haber incomodado a la maestra porque en la entrevista inicial dijo que respetaba el enfoque y en esta clase estaba “dando la clave” para solucionar el ejercicio.
- [21] Ver la noción de “afirmación de la técnica” (Chevellard, Bosch y Gascón, 1997).
- [22] Este desliz pudo deberse a que el tiempo de la clase se agotaba.
- [23] Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular.
- [24] En las entrevistas y observaciones de clase de varios de los maestros que participaron en el estudio amplio, se identificó una interpretación del enfoque según la cual proporcionar información a los alumnos o explicarles, es considerado como contrario al enfoque. Varios maestros dicen que, no obstante, ellos lo hacen, pero lo dicen como quien confiesa una falta, o incluso, explícitamente lo señalan así.
- [25] A la pregunta 1, [¿En qué momentos es necesario institucionalizar un saber?] Mopondi (1995) sugiere que el momento selecto o idóneo debería ser, ese donde, durante la devolución, el conocimiento apuntado funciona como modelo implícito de los alumnos. En ese momento, se puede decir que los alumnos tienen los conocimientos necesarios esperados por el maestro para su enseñanza.

A la pregunta 2, [¿Cómo hacer para institucionalizar un saber?] El autor estima que la institucionalización podría hacerse a partir de un debate entre los alumnos. Bien conducido por el maestro, esto permitiría:
Desbloquear a los alumnos en dificultades, especial o particularmente a los alumnos que manifiestan dificultades de cálculo.

Tomar en cuenta todos los elementos que van a permitir la institucionalización: por ejemplo, el inventario de todos los procedimientos de resoluciones de los alumnos;

Establecer en seguida una escala de valores, una relación, entre todos los que se han puesto en evidencia para una institucionalización: por ejemplo, una escala de valor entre los procedimientos inventariados. Esto puede hacerse por eliminación, el maestro propone situaciones que, desde el punto de vista de la comodidad, de la rapidez (costo de ejecución), de la eficacia, favorecen ciertos procedimientos y desfavorecen otros;

Hacer por último una declaración sobre el procedimiento que está bien posicionado en esta escala, con base en criterios como: rapidez; comodidad y eficacia, el procedimiento que califique mejor se colocará primero.

A la pregunta tres [¿Cómo administrar las relaciones personales e institucionales del alumno con el saber al momento de las aplicaciones?] Mopondi propone que esta gestión parta de un debate en el cual se confronten las relaciones institucionales y las relaciones no institucionales de los alumnos con el saber. La confrontación debería fundarse sobre "la necesidad", no escoger lo que está institucionalizado o lo que no es. Los argumentos de justificación de la elección deberían ser la rapidez, la comodidad y la eficacia. De esta manera, el alumno que la manipula toma conciencia de los límites de las que no están institucionalizadas, por contraste con las que sí lo están. Y cuando el alumno vea este efecto, el maestro puede por último apuntar hacia el dominio de lo institucional. Evidentemente él velará por el equilibrio entre el debate sobre la necesidad de la elección, y el dominio de lo institucional.

Visto de esta manera, la etapa de la "aplicación" debería ser considerada como el cuarto estadio, después de la devolución, la resolución y la institucionalización. Que se nombraría "estadio de confrontación" de lo institucional y de lo no institucional, donde solo la necesidad de la elección justifica el comportamiento del alumno.

- [26] Nos referimos a errores que proceden de una noción incorrecta, o incompleta y que, en algunos casos, son inherentes al proceso de construcción de la noción; se distinguen de otros tipos de error, como los accidentales, frente a los cuales no es pertinente plantear procesos de devolución pues una simple llamada de atención basta.
- [27] El expediente cotidiano es una categoría analítica en la investigación llevada a cabo por Ma. Eugenia Luna E. para obtener el grado de maestría en el DIE-CINVESTAV-IPN. La autora precisa que: "El expediente cotidiano no está escrito. Sin embargo, es utilizado de manera permanente por los maestros durante la enseñanza como base sobre la cual toman decisiones acerca de las actividades que ponen en marcha. Su uso es tan vital para el trabajo de los maestros que a partir de él modifican, reformulan y ajustan las distintas tareas, que realizan en la jornada escolar y fuera del aula, a las necesidades de los niños". (Luna, 1994:106)

CONCLUSIONES

Mi manera de enseñar matemáticas es ... dar planteamientos, problemas, situaciones problemáticas que ellos resuelvan comentando con sus compañeros, ¿sí? ... Y después, que ellos mismos se expliquen y, definitivamente, al final yo doy pautas, digo "lo vamos a hacer así", sobre todo por los niños que no captan.

Maestra Mar

En el primer capítulo de esta tesis planteamos dos presupuestos: partimos de que el maestro es un profesional que estructura su manera de enseñar a partir de múltiples referentes, atendiendo a diversas variables. En este sentido, la docencia, probablemente, sea la única profesión en la que la socialización profesional empieza desde la niñez. Las primeras nociones de lo que es la enseñanza, un aula y de lo que es una escuela se adquieren a muy temprana edad. En consecuencia, las personas que enseñan han tenido años, como bien señala Eisner (1998), para internalizar una serie de expectativas respecto de lo que los maestros hacen y de cómo son las escuelas, las cuales dependiendo de sus características pueden operar a favor o en contra en un proceso de cambio educativo. Por otro lado, asumimos que una propuesta de innovación curricular, como política educativa, es una declaración de intenciones con lineamientos para la acción; portadora de elementos destinados a ser adaptados y, completados o enriquecidos en los procesos concretos de enseñanza. Procuramos no perder de vista la perspectiva de los maestros desde donde se sostiene que, las propuestas de innovación educativa son siempre insuficientes para responder a la complejidad dinámica de los contextos locales en los que inscriben su práctica profesional cotidiana.

Consideramos que el presente estudio documenta una experiencia que viene a confirmar ambos presupuestos anteriores, que aporta información acerca de algunas características y condiciones específicas de un proceso de apropiación de una propuesta curricular para la enseñanza de las matemáticas y, sobre todo, aporta conocimientos acerca de las situaciones

en que dicho proceso ocurre. A título de conclusión, a continuación destacamos éstos aspectos.

MANIFESTACIONES DE LA APROPIACIÓN DE UNA PROPUESTA CURRICULAR

Identificamos dos dimensiones en las que se manifiestan distintos aspectos del proceso de apropiación de la propuesta curricular por parte de la maestra protagonista del estudio: la primera refiere a aquello que es *planificado* por la maestra para actuar sobre los conocimientos matemáticos de sus alumnos y remite principalmente a la selección y diseño de las actividades de enseñanza. La segunda refiere al *desarrollo* de la clase, a las múltiples interacciones de la maestra con los alumnos a lo largo de sus distintas fases, a colación del conocimiento que está en juego, interacciones en las que aquello que fue planificado asume formas y sentidos específicos, más o menos distantes de lo previsto; incluye aspectos como el tipo de ayuda que la maestra proporciona a los alumnos mientras resuelven las actividades; la puesta en común; los momentos de validación; y las formas de institucionalización de los conocimientos en la clase.

Primera dimensión de la apropiación de la propuesta curricular: en la planificación de la clase

La maestra del estudio suele organizar sus clases de matemáticas, según nos informó, a partir de las lecciones del L.T.G.

Considera que las lecciones tienen un diseño adecuado y que "*ahí está el enfoque*". En las tres clases que observamos, la maestra trabajó efectivamente con actividades de una lección del libro y con actividades diseñadas a semejanza de aquellas. El análisis de las clases mostró que el propósito principal de la lección, propiciar el desarrollo de procedimientos diversos para comparar fracciones, estuvo presente y se llevó a buen puerto.

Lo anterior permite suponer que la maestra Mar recurre con frecuencia a las actividades propuestas en el LTG y, probablemente, con el sentido con el que fueron propuestas. Si bien esto da cuenta de la manera en que la propuesta curricular incide en la planificación de las clases de la maestra,

falta la contraparte, las transformaciones voluntarias que la maestra imprime a la propuesta en este mismo nivel de la planificación.

En la lección del LTG que fue aplicada durante las tres clases observadas, la maestra seleccionó actividades dejando fuera a las más difíciles; cambió el orden de las actividades para optimizar el tiempo que se invierte en organizar al grupo y en distribuir materiales, simplificó aspectos de la lección cuya complejidad, probablemente, no se justificaba para ella (recta numérica "en zigzag") y, sobre todo -explicó- que preparó nuevas actividades para brindar más ocasiones a los alumnos de comprender y afirmar el tema de estudio. Estas actividades, por su diseño, confirmaron la comprensión del propósito de la lección y dieron cuenta de un buen manejo de variables didácticas pertinentes.

Además de estos cambios puntuales a las actividades de la propuesta, la maestra nos dejó saber que, en ciertos momentos, se aleja francamente de la propuesta, cuando, hacia el final de un ciclo escolar, observa que algunos alumnos no han logrado los conocimientos o destrezas que ella considera indispensables. Entonces opta por enseñarles directamente determinadas reglas o técnicas "a la manera tradicional", es decir, sin esperar a que las comprendan, menos aún a que las desarrollen por sí mismos, como en una especie de contrato didáctico a la baja. Cabe recordar aquí que la experiencia de la maestra Mar en secundaria parece darle una perspectiva particular de aquellos conocimientos mínimos que en la primaria deberían adquirirse.

Lo anterior va acorde con la consideración de que los L.T.G. o, más ampliamente, las propuestas precisas de actividades para la enseñanza, pueden ser muy útiles para los maestros sin menoscabo de su margen de decisión y de su creatividad. Más aún, este argumento contribuye a sustentar la consideración de que toda propuesta, para poder ser implementada, necesita ser modificada.

Lo situación planteada anteriormente deja ver también con claridad algunos de los principales factores que están detrás de los cambios que se imprimen a las propuestas: los conocimientos previos de los alumnos, siempre heterogéneos; los saltos bruscos en el nivel de dificultad de las lecciones, y/o la cantidad insuficiente de actividades para que los alumnos puedan

afirmar sus conocimientos y, finalmente el tiempo de enseñanza disponible, al parecer, insuficiente para regular el equilibrio entre una expectativa de postergar la formalización emanada de los planteamientos del enfoque para la enseñanza, y la necesidad de asegurar el dominio de ciertos conocimientos y ciertas destrezas por parte de los alumnos.

Por último, señalemos que en las clases de la maestra Mar identificamos otro tipo de cambios a la propuesta, esta vez involuntarios, derivados de cierto desconocimiento de algunas características de la misma, o de una dificultad reconocida por ella misma para ponerlas en práctica. Esto lo comentamos en el punto siguiente.

Segunda dimensión de la apropiación de la propuesta curricular: en el desarrollo de la clase

La práctica docente que le había redituado prestigio profesional se caracterizaba, según comentó la maestra Mar, por su fuerte participación en la conducción de las clases y por una tendencia a sólo dejar en manos de los alumnos la aplicación de sus instrucciones. Por lo que pudimos observar, el control de la clase no desapareció, más bien, con la implementación de ciertos lineamientos de la última propuesta curricular adquirió matices diferentes. El comentario de Mar de que ahora intenta evitar explicar “todo” a sus alumnos antes de ponerlos a resolver algún ejercicio, se corroboró en gran medida; las clases iniciaron con la resolución de tareas, sin indicaciones de cómo resolverlas y sin que se percibiera un interés por hacer las cosas de un modo previamente determinado.

Ahora las expectativas parecen estar puestas en la capacidad de los alumnos para imaginar distintas formas de resolver las tareas matemáticas. Ateniéndonos a los comentarios de la maestra, probablemente esta sea la manifestación más significativa, en sus prácticas, de la apropiación del enfoque de enseñanza promovido por la reforma curricular del '93, aunada a la confianza que expresa tener ahora en la capacidad de sus alumnos para enfrentar las tareas por sí mismos.

Esta promoción de la autonomía de los alumnos durante la resolución de las actividades en el aula, según nuestros registros, no significa que Mar deje

de intervenir en otros momentos de la clase para corregir, para ayudar, para enseñar directamente determinados aspectos del conocimiento en juego. Estas acciones forman parte importante del papel que Mar tiene en clase, y que reflejan otros aspectos del proceso de apropiación de la propuesta curricular, como veremos a continuación.

En los intentos por aprender, los alumnos cuentan con su maestra

En la resolución de las tareas matemáticas la ayuda de la maestra a sus alumnos no desaparece. Al transitar constantemente por el aula, Mar cuestiona seleccionando discrecionalmente los procesos de sus alumnos y atiende sus preguntas, sin escatimar ayudas, sobre todo en los casos en que, al parecer, a los alumnos ya no les es posible continuar por sí mismos en su tarea.

Cabe señalar también que las ayudas a los alumnos a través de "*algunas pístitas*", cuando ya no pueden continuar solos, de contextualizarles los problemas con el propósito de que los comprendan, de darles explicaciones individuales en su pupitre o en el pizarrón, o explicaciones grupales desde el pizarrón, no siempre se revelaron exitosas, sobre todo cuando se atendía a los alumnos con rezago escolar. La maestra reconoció que una cosa es manejar los contenidos y otra cosa lograr que los alumnos los entiendan, en este ámbito -remarcó- aún sigue "*necesitada de ayuda profesional*". La posibilidad de atender oportunamente la heterogeneidad en los saberes previos del grupo en torno a cierto contenido matemático, aparece de nueva cuenta como un reto para los programas de actualización profesional, específicamente en aquellos temas donde todavía no se dispone de situaciones didácticas satisfactorias para abordarlos en clase.

Del temor a la indisciplina, a aceptar un "desorden en orden" en la clase

Uno de los preceptos que Mar defiende como condición para que la marcha del programa no se detenga y los alumnos aprendan es la disciplina en el grupo. La maestra no abandona en el fondo este precepto pero le imprime un significado diferente. De pensar la clase como un espacio de tranquilidad y orden, a considerarlo como uno donde se alterna el trabajo por equipos con el individual y donde se comparan y comparten procedimientos, donde

está permitido discrepar y ayudarse mutuamente, no puede más que esperarse clases con movimiento, dinamismo y en cierta medida ruidosas, como ella misma nos expresó, donde lo que se establece es un cierto "desorden con orden", porque no se trata -abundó- de que los alumnos hagan lo que quieran, sino de que hagan lo que deben hacer, pero con cierta libertad para realizarlo, en un ambiente de respeto, en el cual, según parece indicar la expresión de la maestra, discrepar no sea sinónimo de indisciplina.

La puesta en común, un momento privilegiado de la clase para identificar rasgos de la apropiación

Si bien los momentos de revisión en el pizarrón de los resultados que los alumnos obtienen constituyen prácticas muy frecuentes en las clases de matemáticas, en las clases de Mar asumen determinadas características que nos permiten mostrar aspectos específicos de un proceso de apropiación.

De acuerdo con los comentarios de la maestra en las entrevistas y que nosotros corroboramos, ya no se trata de un momento en el que se evalúe la aplicación de procedimientos, ideas o conceptos transmitidos o explicados de antemano, sino del espacio privilegiado para la socialización, previa selección de ella, de los procedimientos que los alumnos desarrollaron y los resultados que obtuvieron, sometiéndolos del mismo modo a evaluación y propiciando justificaciones.

También fue el momento en el que la maestra intervino frecuentemente para destacar algún procedimiento o aspecto del contenido, que consideró de interés, re explicándolo con sus palabras a todo el grupo. Estas intervenciones parecen haber tenido un doble carácter: explicar e institucionalizar.

Considerando que Mar manifestó haber vivido un cambio en su manera de enseñar matemáticas, de pretender explicar todo previamente a los alumnos, a darles mayor libertad para que enfrentaran por sí mismos las tareas, puede decirse, que, de alguna manera, las explicaciones de Mar reaparecen, pero en un lugar distinto: en la puesta en común, y a partir de las resoluciones de los alumnos. Este hecho da cuenta de la *adaptación*

mutua como inherente, desde nuestra perspectiva, a un proceso de apropiación.

También fue en este espacio en el que la maestra asumió el control de los momentos de validación, sólo que, a diferencia de los momentos de resolución de tareas en los que propició un trabajo autónomo, en los de validación dio muestras de tener todavía dificultades para hacer lo mismo. El que la maestra haya aceptado que todavía no ha hecho suyos los lineamientos para la validación emanados del enfoque oficial para la enseñanza de las matemáticas, no fue impedimento para que identificara lagunas en la propuesta curricular e hiciera, desde la sabiduría de su práctica profesional, las adaptaciones necesarias para cubrir una carencia en la propuesta oficial: *la organización necesaria de momentos de institucionalización*, los cuales no fueron lo suficientemente explícitos en los materiales curriculares introducidos por la reforma del 93 y, al parecer tampoco en el Taller, y como consecuencia, fueron poco comprendidos por los maestros.

Estas manifestaciones del proceso de apropiación de la propuesta curricular, las cuales hemos agrupado y presentado en dos dimensiones, denotan que el cambio en la práctica, a pesar de su complejidad, es posible.

El contexto local en el que Mar inscribe su práctica profesional la llevan a seleccionar y adaptar más que adoptar elementos de la propuesta oficial, sin abandonar los conocimientos que constituyen su "banco de trabajo". Esta singular manera de proceder para transformar su práctica profesional, en la cual corren paralelos tanto los rasgos de la reforma curricular como el conocimiento práctico de una profesión, sin excluirse, sino determinándose mutuamente, parece constituirse como la condición necesaria para que las propuestas de innovación puedan vivir en las aulas, donde la exclusión de alguna de las partes abonaría el fracaso de la otra.

Este proceso de mutua determinación no se da en el vacío, sino en el contexto de instituciones escolares con características muy concretas, desde el cual se ejercen presiones de diversa índole sobre el trabajo docente, como la que llevan a cabo los padres de familia, las promociones salariales, o la gestión de la dirección de la escuela. En este proceso las características

personales e institucionales no siempre se suman a la intención de cambio de los maestros, como sucedió en el caso de Mar, más bien con frecuencia se tornan en un obstáculo. La maestra Mar ha demostrado ser persistente en la consolidación de su actual forma de enseñar matemáticas superando diversas condicionantes. De las situaciones y los costos del proceso de apropiación nos ocuparemos a continuación.

LAS SITUACIONES EN LAS QUE OCURRE UN PROCESO DE APROPIACIÓN Y LOS COSTOS DEL CAMBIO

La maestra de nuestro estudio dejó ver múltiples aristas del difícil proceso de emprender algunos cambios en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Cabe observar que no fue la insatisfacción con los resultados obtenidos con anterioridad el motivo para emprender dicho proceso, pues Mar subrayó que su manera de enseñar le funcionaba bien, e incluso que le preocupaba perder el prestigio ganado a lo largo de sus años como maestra de grupo. La percepción de éxito en su práctica anterior parece, al contrario, haber acrecentado las dudas frente a la posibilidad de un cambio.

Tomando en cuenta este antecedente, ¿cuáles fueron las situaciones que lograron persuadir a la maestra Mar de los beneficios de implementar la propuesta curricular?

Al parecer, una situación que tuvo influencia fue su encuentro con los Talleres del PRONAP. Al resolver los paquetes didácticos, puso en duda la pertinencia de ciertos aspectos de sus formas de enseñanza y, al mismo tiempo, conoció aspectos de los contenidos de la disciplina, nuevos para ella pese a su formación en matemáticas más amplia que la de otros colegas. Para que esto ocurriera, cabe suponer que había además una disposición personal favorable a la auto crítica y al cambio. Por otra parte, Mar dejó ver el importante papel que jugó la institución, los cuestionamientos que le hizo la directora del plantel en el que ahora trabaja y, sobre todo, el que los cambios en dicha escuela constituyeran un proyecto colectivo. Las reiteradas menciones al hecho de que ahora las cosas son más sencillas porque, por ejemplo, los padres ya están acostumbrados a ciertas formas de trabajo, dan cuenta de la importancia de este factor.

Paralelamente a estas situaciones que inducían al cambio, había otras que llevaban a Mar a dudar una y otra vez acerca de la factibilidad de los cambios propuestos, como por ejemplo, la incertidumbre de la funcionalidad de una propuesta que apenas empezaba a conocerse, la heterogeneidad del grupo, las restricciones del tiempo para la enseñanza de la asignatura, restricciones que le impedían atender tanto la cantidad como la profundidad con la que se abordaban los contenidos en las lecciones del L.T.G. además, las distintas "miradas" del exterior.

Mar dijo que aceptó "experimentar", pero que tuvo dudas en el camino y que se sintió tentada a abandonar. Comentó que si perseveró fue porque empezó a ver resultados positivos. La importancia de este hecho en un proceso de transformación de la práctica, ha empezado a ser documentada por algunos autores. Huberman y Miles, por ejemplo, afirman que "durante la implementación, las recompensas tempranas y cierto éxito tangible son incentivos críticos"[1].

Finalmente, Mar pone de manifiesto otra situación que, desde nuestro punto de vista, juega un papel fundamental para explicar la posibilidad de permanencia de ciertos cambios en el mismo proceso de apropiación del que hablamos antes: desde los comentarios que la maestra hizo en la entrevista inicial, dejó ver que, en su práctica, selecciona y adapta elementos de la propuesta oficial al mismo tiempo que recupera otros de sus prácticas anteriores, eventualmente modificados. Mar comentó que, por ejemplo, deja resolver a los alumnos los problemas por sí mismos, pero, cuando es necesario, les da "*algunas pistitas*"; da importancia a los problemas y al uso de la calculadora, pero no por ello ha dejado de dársela también a las "*mecanizaciones*" de los algoritmos; opta por incluir el trabajo en equipo, pero no por ello abandona el trabajo individual, el cual considera importante para conocer el avance de cada alumno y, sobre todo, valora la posibilidad de propiciar procesos en los que los alumnos desarrollan conocimientos no formales, pero no pierde de vista, tanto la evolución de estos conocimientos informales como la importancia de que los alumnos dominen determinados conocimientos canónicos y determinadas destrezas.

Así, el caso de Mar parece mostrar con bastante claridad que, para incorporar determinados elementos innovadores, fue necesario que éstos se integraran con otros elementos de su práctica, modificándose y modificándolos. En este sentido, la apropiación de una propuesta supone su transformación activa y se revela como condición del cambio.

APORTES Y CARENCIAS DEL TALLER DEL PRONAP

Comentamos en el primer capítulo del presente trabajo que un propósito que tuvimos que dejar en segundo plano fue el de conocer el papel que ha jugado el Curso Nacional de Actualización "*La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*" en los procesos de apropiación de la propuesta curricular del '93. Para el lector interesado, en el anexo 4 incluimos el apartado del informe final del proyecto amplio[2] que versa sobre las fortalezas y carencias identificadas en el Taller de PRONAP. A continuación, hacemos un breve comentario sobre lo que en el presente estudio de caso pudimos observar al respecto.

Mar dejó saber que estudiar el Taller constituyó un elemento importante, aunque no único, en su proceso de incorporar ciertas innovaciones en su práctica de enseñanza de las matemáticas. Comentó, refiriéndose tanto al Taller dirigido a maestros de primaria como al que está dirigido a maestros de secundaria y que también estudió, que éstos la "*sensibilizaron*". A lo largo de las entrevistas, se fue aclarando que con dicho término (sensibilización), Mar se refirió tanto a la apertura que tuvo al pensar "que los cambios podrían ser buenos", como principalmente al hecho de comprender que los alumnos tienen la capacidad de abordar tareas de matemáticas antes de recibir explicaciones de cómo resolverlas, así como al hecho de que existe una diversidad de maneras para resolver una tarea. Otras aportaciones que la maestra identificó con el Taller tienen que ver con una mejor comprensión de los materiales curriculares, y en consecuencia, un uso más intensivo de éstos, principalmente del L.T.G.

Además de valorar la riqueza de las actividades propuestas en el Taller, sobre todo aquellas que la llevaron a experimentar problemas similares a los que enfrentan los alumnos cuando tratan de aprender algún contenido, hizo referencia a algunas experiencias en las que aprendió sobre temas

específicos: dijo haber comprendido, por ejemplo, por qué ahora se sugiere que los primeros números no se enseñen uno por uno o por qué los alumnos cometen determinados errores cuando empiezan a escribir números de dos cifras o más. Conoció la posibilidad de que los alumnos reconstruyan las fórmulas del área de polígonos y no se limiten a memorizarlas. Conoció las secuencias didácticas que se proponen para algunos temas como la medición. Con respecto a las fracciones, recordó casi textualmente lo que se dice acerca de la dificultad para contextualizarlas, y acerca de la validez de contextos que no son de "vida cotidiana".

En aparente contradicción con lo anterior, Mar dijo en algún momento de la entrevista inicial que el Taller no la ayudó en cuanto a sus conocimientos de matemáticas, ni tampoco en cuanto a las formas concretas de cómo enseñar, las cuales se encuentran en los libros de texto. Es probable que Mar, dada su formación disciplinaria, no haya aprendido más matemáticas en un sentido estricto, pero posiblemente sí más matemáticas desde la perspectiva de su didáctica, pues conocer, por ejemplo, un camino alternativo para reconstruir una fórmula, constituye, además de un conocimiento útil para la enseñanza, un enriquecimiento del propio saber matemático. Así mismo, aunque las propuestas didácticas están en los L.T.G., el comprender, por ejemplo, por qué los primeros números no se enseñan ya uno por uno o, por qué reconsiderar el uso de las unidades de medida no convencionales en el trabajo con el eje de medición, sin duda permite sacar un mejor provecho de las lecciones.

Por otra parte, al analizar las clases de Mar, se identificaron varios aspectos que no se abordan de manera explícita, en tanto objetos de estudio, en el Taller, y que sin embargo podría ser necesario que se consideraran en la actualización, por ejemplo, el análisis de los momentos propicios para la institucionalización de los conocimientos o la caracterización de los diversos tipos de situaciones didácticas (de aprendizaje, de afirmación, etc.). También parece necesario hacer más explícito, en la actualización, que ciertas innovaciones introducidas con la propuesta curricular del 93 complementan, sin excluir, ciertas prácticas usuales en la enseñanza de las matemáticas tales como las "mecanizaciones" de algoritmos, la memorización de los productos de dígitos, o el trabajo individual, mientras

que otras innovaciones tienden a dar nuevos sentidos a viejas prácticas, por ejemplo, al uso del material concreto. Para algunos de estos aspectos, Mar demostró haber construido estrategias valiosas, en particular para las explicaciones y los procesos de institucionalización.

Cabe recordar, por último, que algunas de las dificultades que se detectaron en el proceso de estudio del Taller no tienen que ver con su contenido, sino con las condiciones para su estudio: la falta de tiempos adecuados, la distancia entre el hogar y los Centros de Maestros, la imposibilidad de acopio de los materiales curriculares que se demandan para ciertas actividades y, relacionado con lo anterior, la falta de condiciones para compartir experiencias de clase y recibir retroalimentación.

PARA TERMINAR...

A continuación planteamos algunas reflexiones finales sobre la actualización y sobre los cambios en las prácticas de la enseñanza de las matemáticas, las cuales se suscitan a partir del caso aquí estudiado y que, desde nuestro punto de vista, pueden ser de interés general.

Cierto tipo de cambios en las prácticas de la enseñanza, junto con la incertidumbre característica del periodo inicial, pueden desencadenar presiones sobre los maestros, tanto externas a la escuela (los padres de familia), como internas (los compañeros, los niños) que acrecientan la inseguridad y pueden incluso generar angustia. Ello explica que la continuidad en el proyecto de implementar ciertos cambios, cuyos primeros pasos son hasta cierto punto "un acto de fe", requiera, además de fortaleza personal, de evidencias en el corto plazo de resultados positivos. La posibilidad de apreciar los logros en el aprendizaje de los alumnos parece una condición fundamental para el cambio.

No obstante, las condiciones anteriores podrían no ser suficientes. El caso de Mar nos deja ver que, junto con aquellas, la maestra contó con otras condiciones que parecen haber jugado un papel importante y que es pertinente considerar:

- Primero, el que el proyecto de introducir ciertas innovaciones en la enseñanza de las matemáticas no fuera solamente individual, sino un proyecto compartido por la mayoría de sus compañeros, y apuntalado desde la dirección misma de la escuela.
- Segundo, el trabajo con padres de familia para explicarles el nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas.

- Tercero, la posibilidad que se le dio de trabajar dos años seguidos con un mismo grupo, lo cual disminuyó la presión de llegar a determinados resultados en un solo año.
- Cuarto, la especialización en matemáticas para Secundaria la cual le facilitó comprender las alternativas curriculares que se proponen y, sobre todo, las producciones no convencionales o canónicas de sus alumnos. Estos estudios, además, le permitieron enriquecer la propuesta.
- Quinto, el hecho de “negociar” con la propuesta, con las innovaciones, desde su proyecto personal, es decir, la posibilidad de cambiar algunos aspectos importantes de su práctica, pero también de conservar otros aspectos, o de volver, en determinadas circunstancias, sobre sus prácticas anteriores.
- Sexto, la ayuda que brindó el estudio de los talleres de actualización de matemáticas primaria y secundaria en la comprensión de varios aspectos del enfoque para la enseñanza de las matemáticas promovido por la SEP y en el conocimiento de los materiales curriculares.

[1] Huberman y Miles, 1984, en Fullan, 1997:68-69.

[2] Nos referimos a la investigación que incluyó un estudio basado en entrevistas a 20 maestros y cinco estudios de caso, uno de los cuales es el que se presenta en este trabajo de tesis.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adelman, Nancy, Karen Panton W. y Andy Hargreaves (2003) *Una carrera contra el reloj. Tiempo para la enseñanza y el aprendizaje en la reforma escolar*. Ediciones Akal, Madrid España.
- Aguilar, Villanueva, Luis F. (2000a) *La implementación de las políticas*. Colección: Antología de políticas públicas. Cuarta antología. Ed. Porrúa, Ciudad de México.
- Arnaut Salgado, Alberto (1998) *La Federalización educativa en México: historia del debate sobre la centralización educativa, 1889-1994*. El Colegio de México, Centro de Estudios Sociológicos. Ciudad de México.
- Artigues, Michel (2001) *Problemas y desafíos en educación matemática: ¿que nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos?* Université Paris 7 Denis Diderot. En prensa.
- Ávila, Alicia (1991) "La reforma a las matemáticas en primaria. Lo posible y lo necesario". En *Educación Matemática*. Vol. 3, No. 3 Diciembre. Ciudad de México.
- _____ (2001a) "Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas". En *Perfiles Educativos*, Vol. XXIII, Num. 93, Tercera época. Ciudad de México.
- _____ (2001b) *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar*. Tesis de doctorado. UNAM. Ciudad de México.
- Balbuena Hugo, D. Block, I. Fuenlabrada, R. Valencia, L. Ortega (1991) "Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la primaria", en *Educación Matemática*, Vol. 3, No. 3, diciembre, p.p. 40-57.
- Bajtín, M. M. (2003) *Estética de la creación verbal*. Siglo XXI editores. Ciudad de México.
- Block, David (1991) "Validación empírica del conocimiento en la clase de matemáticas en la primaria". En *Cero en Conducta*, Año 6 (25). Educación y Cambio A. C. Ciudad de México.
- _____ (2001). *La Noción de Razón en las Matemáticas de la Escuela Primaria. Un Estudio Didáctico. Tesis de doctorado*, DIE-CINVESTAV-IPN, Ciudad de México.
- _____ (2000) "Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria", en Carrillo Yáñez J. Y Contreras Luis Carlos,, *Resolución de Problemas en los Albores del Siglo XXI: una*

visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos. Editora Andaluza, España.

- _____ (1996), "Una propuesta de actualización en la enseñanza de las matemáticas para maestros de educación primaria" en *Memorias, de la décima reunión centroamericana y del caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa*, Universidad de Puerto Rico, Colegio Universitario de Cayen, Universidad Interamericana de Puerto Rico. Ciudad de Ponce, Puerto Rico.
- Block, David. A. M. Álvarez (1999) "Los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didácticas". En *Educación Matemática*, Vol. 11 No. 1, Grupo Editorial Iberoamérica. Ciudad de México.
- Block, David, e Irma Fuenlabrada (1999) "Materiales curriculares de matemáticas para el nivel básico" en *Encuentros de investigación educativa 95-98*. DIE-CINVESTAV-IPN. Plaza y Valdés Editores. Ciudad de México.
- Block, David, M. Dávila, P. Martínez (1995) "La resolución de problemas: una experiencia de formación de maestros". En *Educación Matemática*, Vol. 7 No. 3, Grupo Editorial Iberoamérica. Ciudad de México.
- Bolívar, Antonio. (2002) *Cómo mejorar los centros educativos*. Ed. Síntesis Educación. Madrid, España.
- Brousseau, Guy (1994) "Los diferentes roles del maestro". En C. Parra e I. Saíz (comp.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Paidón. Argentina.
- _____ (1996) " L'enseignant dans la théorie des situation didactiques". En *Actes de VIIIe Ecole et Université D'été de Didactiques de Mathématiques*. Francia: IREM de Clermont-Ferrand pp. 3-45.
- _____ (1998) *Théorie des situation didactiques. Recherches en Didactiques des Mathématiques*. Paris: La pensée Sauvage.
- _____ (2000). "Educación y didáctica de las matemáticas". En *Educación Matemática*, Vol. 12, No. 1. Grupo Editorial Iberoamérica. Ciudad de México.
- Coll, César (1986) *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Compilación. Siglo XXI editores. España.
- _____ (1990) *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Paidós, Buenos Aires, Argentina.
- _____ (1991) *Psicología y currículum. Una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*. Paidós. Ciudad de México.
- Consejo Nacional Técnico de la Educación (1991), *Hacia un Nuevo Modelo Educativo*, Modernización Educativa 1989-1994, SEP, Ciudad de México.

- _____ (1991), *Perfiles de Desempeño para Preescolares, Primaria y Secundaria*, Modernización Educativa, 1989-1994, SEP, Ciudad de México.
- Consejo Mexicano de Investigación Educativa, AC (2003) *La investigación educativa en México 1992-2002* (colección). *Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje. Tomo I: El campo de la educación matemática, 1993-2001*. No. 7, COMIE, Ciudad de México.
- Chaiklin, Seth y Jean Lave (2001) *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Amorrortu editores. Buenos Aires, Argentina.
- Chevallard, Yves (1997) *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique. Argentina.
- _____ (1999) "El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico". En *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 19, No. 2, pp. 221-266. IUFM d' Aix- Marseille, Francia.
- Chevallard, Yves, Mariana Bosch y Joseph Gascón (1998) *Estudiar matemáticas*. Fondo Mixto de Cooperación Técnica y Científica México-España. Biblioteca del Normalista. Ciudad de México.
- Darling-Hammond, Linda (2002) *El derecho de aprender. Crear buenas escuelas para todos*. Ariel Educación-SEP, Biblioteca para la Actualización del Maestro. Ciudad de México.
- De Ibarrola, María (1996) "La Educación en América en los Albores del Siglo XXI" en *Básica*, Revista de la Escuela y el Maestro, Año III, julio-agosto, núm. 12, p.p. 4-5, Ciudad de México.
- Delors, Jacques (1996) "La educación encierra un tesoro. Pistas y recomendaciones", en *Básica*, Revista de la Escuela y el Maestro, Año III, julio-agosto, núm. 12, p.p. 36-46, Ciudad de México.
- Devalle, de Rendo Alicia (1996), *Hora de Matemáticas, Maestro y Capacitador en Interacción*, Aique, Buenos Aires, Argentina.
- Douady, R. (1983) "Dialectique outil objet, jeux de cadres". En. Cahier de Didactique des Mathématiques No. 3. Francia: IIREM de París.
- Elbaz, Freema (1981) "The teacher's practical knowledge: report of case study". *Curriculum Inquiry*, 11:1, pp. 43-67. ("El conocimiento práctico de los maestros", Traducción de Ruth Mercado para material de estudio en la maestría en ciencias del Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV-IPN)
- Elmore, Richard F. (2000). "Modelos organizacionales para el análisis de la implementación de programas sociales". En Luis Aguilar

Villanueva. *La implementación de las políticas*. Colección: Antología de políticas públicas. Cuarta antología. Ed. Porrúa. Ciudad de México.

Espinosa, Epifanio (2004) "Los maestros y la apropiación de perspectivas pedagógicas para la enseñanza del lenguaje escrito en el contexto de un programa de asesoramiento". Documento presentado como avances del proyecto de investigación para obtener el grado de Doctor. DIE-CINVESTAV-IPN.

Ezpeleta, Justa (1992) "El trabajo docente y sus condiciones invisibles" en *Nueva Antropología*. Vol. XII. No.42, Julio. Ciudad de México.

Fierro, Cecilia, Bertha Fortoul y Lesvia Rosas (1999) *Transformando la práctica docente. Una propuesta basada en la investigación-acción*. Paidós. Ciudad de México.

Fuenlabrada, Irma (1988) "Experiencias didácticas con maestros". En DIE memorias *Formación de maestros e innovación didáctica*. Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de investigaciones y Estudios Avanzados, IPN. Ciudad de México.

Fullan, M. (1982) *The meaning of educational change*. Teachers College Press. Nueva York. En Bolívar, A. (2002) *Cómo mejorar los centros educativos*. Ed. Síntesis Educación. Madrid España.

Fullan, Michael (2002) *Las fuerzas del cambio. Explorando las profundidades de la reforma educativa*. Ediciones Akal, Madrid España.

Fullan, Michael y Andy Hargreaves (1999) *La escuela que queremos. Los objetivos por los que vale la pena luchar*. SEP- Amorrortu editores. Biblioteca para la actualización del maestro. Ciudad de México.

Fullan, Michael. S. Stiegelbauer. (1997) *El cambio educativo: guía de planeación para maestros*. Ed. Trillas. Ciudad de México.

Gascón, Joseph (1999) "La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar". En *Educación matemática*, Vol. 11, No. 1. Grupo Editorial Iberoamérica. Ciudad de México.

Goetz, J. P. Margartet LeCompte (1998) *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ediciones Morata. Madrid España.

Guevara, Niebla Gilberto (comp.) (1992) *La catástrofe silenciosa*. Fondo de cultura económica, Ciudad de México.

Hargreaves, Andy (1996) *Profesorado, cultura y postmodernidad. Cambian los tiempos, cambia el profesorado*. Morata, Madrid España.

Heller, Ágnes (1998) *Sociología de la vida cotidiana*. Ediciones península, Barcelona España.

Imbernón, Francisco (1994) *La formación del profesorado*. Paidós, Barcelona España

- Jackson, W. Philip. (1991) *La vida en las aulas*. Ediciones Morata, Madrid España.
- Lave, Jean (1991) *La cognición en la práctica*: Paidós, Barcelona España.
- Lerner, Delia (1998) "La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición". En José A. Castorina, E. Ferreiro, M.K. de Oliveira, D. Lerner. *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*. Paidós. Ciudad de México.
- _____ (2001) *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible y lo necesario*. Fondo de cultura económica, Ciudad de México.
- Linhart, Robert (1979) *De cadenas y de hombres*. Siglo XXI editores. Ciudad de México.
- Luna, Ma. Eugenia (1994) "Los maestros y la construcción del expediente cotidiano" en *Investigación en la escuela*. No. 22. Díada Editora. Sevilla España.
- Mancera Eduardo, (1991) "La matemática de la educación básica: el enfoque de la modernización educativa", en *Educación Matemática*, Vol. 3, No. 3, diciembre, p.p. 10-31. Ciudad de México.
- Martínez Mígueles, Miguel (1998) *La investigación cualitativa etnográfica en educación*. Trillas. Ciudad de México.
- _____ (1996) *Comportamiento humano: nuevos métodos de investigación*. Trillas. Ciudad de México.
- Martiradoni, G. Zorobabel, (2004) *El profesor, el saber a enseñar y el saber enseñado: un estudio de caso sobre la enseñanza de la multiplicación en segundo grado de primaria*. Tesis de Maestría, DIE-CINVESTAV-IPN. Ciudad de México.
- May, Peter. (2000) "Claves para diseñar opciones de política". En Luis Aguilar Villanueva. *Problemas públicos y agenda de gobierno*. Colección: Antología de políticas públicas. Tercera antología. Ed. Porrúa, Ciudad de México.
- Méndez, Balderas Rodolfo (1991), "Algunas concepciones de los maestros en la enseñanza de las matemáticas", en *Cero en conducta*, año 6, número 25, mayo-junio, p.p. 33-37, Ciudad de México.
- Mercado, R. (2002) *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. Fondo de cultura económica. Ciudad de México.
- Mopondi, Bendeko (1995) "Les explications en classe de mathématiques" en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 15 N° 3, pp. 7-52. France.

- Morin, E. Emilio Roger y Raúl D. Mota (2002) *Educación en la era planetaria*. Gedisa. Barcelona España.
- Panizza, Mabel (2003) "Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas", en Mabel Panizza (comp.) *Enseñar matemáticas en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: análisis y propuestas*. Olga Bartolomé, Claudia Broitman, Dilma Fregona, Horacio Itzcovich, María Emilia Quaranta, Beatriz Ressa de Moreno, Irma Elena Saiz, Paola Tarasow y Susana Wolman. Paidós, Buenos Aires Argentina.
- Perrenoud, Philippe (2004) *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar. Profesionalización y razón pedagógica*. Graó, Barcelona España.
- Ramírez, B. Margarita (2003) *El saber enseñado: protagonista discreto en la trama de acontecimientos en el aula. La proporcionalidad en sexto grado de primaria*. Tesis de Maestría, DIE-CINVESTAV-IPN, Ciudad de México.
- Rockwell, Elsie (1995) "De huellas bardas y veredas: una historia cotidiana en la escuela, en Elsie Rockwell (coord.) *La escuela cotidiana*. Fondo de cultura económica. Ciudad de México.
- Rockwell, Elsie y Ruth Mercado (1990) *La escuela lugar del trabajo docente, descripciones y debates*. DIE-CINVESTAV-IPN. Ciudad de México.
- Schön, Donald (1998) *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Paidós. Barcelona España.
- Secretaría de Educación Pública, (1990), *Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, Formación y Actualización de Docentes*, SEP, Ciudad de México.
- _____ (1995a) *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria, Taller para Maestros*, Libro 1. Pronap, SEP, Ciudad de México.
- _____ (1995b) *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria, Taller para Maestros*, Libro 2. Pronap, SEP, Ciudad de México.
- _____ (1996) *Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000*, Poder Ejecutivo Federal, SEP, Ciudad de México.
- _____ (2001) *Informe de Labores 1999-2000*. Ciudad de México.
- _____ (2000) *Matemáticas quinto grado*. Ciudad de México.
- _____ (2002) *Libro para el maestro. Matemáticas quinto grado*. SEP. Ciudad de México.
- _____ (2004) *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Primera parte, B01. Reporte académico. Recomendaciones para el estudio. Exámenes de Acreditación de los Cursos Nacionales de Actualización. Ciclo Escolar 2003-2004*. Programa Nacional para la

Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio. SEP. Ciudad de México.

Stake, Robert E. (1998) *Investigación con estudio de casos*. Morata, Madrid España.

Tyack, David y Larry Cuban, (2000) *En busca de la utopía, un siglo de reformas en las escuelas públicas*. Biblioteca para la Actualización del Maestro. SEP. Ciudad de México.

UNESCO, (1990) "Educación para Todos". En *Básica*. Revista de la Escuela y el Maestro, Año III, núm. 12, julio-agosto 1996, p.p. 21-27, Ciudad de México.

Van Meter Donal S., Carl E. Van Horn. (2000) "El proceso de implementación de las políticas. Un marco conceptual". En Luis Aguilar Villanueva, *La implementación de las políticas públicas*. Colección: Antología de políticas públicas. Cuarta antología. Ed. Porrúa, Ciudad de México.

Wenger, E. y Jean Lave (2003) *Aprendizaje situado: participación periférica legítima*. UNAM, Facultad de Estudios Superiores Iztacala, Tlalnepantla Estado de México.

Woods, Peter (1998) *Investigar el arte de enseñar. El uso de la etnografía en la educación*. Paidós, Barcelona España.

www.pronap.ilce.edu.mx

ANEXOS

ANEXO 1

GUIÓN DE ENTREVISTAS

1. ANTECEDENTES PROFESIONALES

1.1 Estudios

1.1.1 ¿Cuáles han sido sus estudios posteriores a la secundaria?

1.1.2 ¿Qué cursos de actualización has tomado, además del Curso de matemáticas del PRONAP? ¿Qué materiales sobre enseñanza de las matemáticas has leído?

1.2 Experiencia laboral

¿Cuántos años de servicio tiene?

¿En qué grados?

¿En qué tipo de escuelas? (medio urbano o rural, etc.)

¿Qué grado impartes actualmente?

2. FORMA DE INGRESO AL PRONAP Y FORMA DE ESTUDIO

2.1 Platíqueme por qué decidió acercarse a los centros de maestros e inscribirse al Taller de la enseñanza de las matemáticas?

2.2 ¿Cómo se organizó para estudiarlo? (Círculo de estudio, asesorías, totalmente autodidacta) ¿Qué tiempo le llevó contestar la 1ª Y la 2ª Parte?, Platíqueme de su experiencia. ¿Qué ventajas y desventajas tuvo para usted? ¿Siente que le faltó asesoría? ¿Le hubiera gustado estudiarlo de otra manera? (Asesor experto, semi escolarizado, escolarizado ...).

3. ACTIVIDADES DEL CURSO

3.1 ¿Qué le parecieron las actividades del Paquete Didáctico?

3.2 ¿Cuáles son algunas de las actividades que le gustaron más, que le parecieron más interesantes, o que siente que le permitieron aprender? (¿Por qué?).

3.3 ¿Cuáles son algunas de las actividades que no le gustaron o le parecieron inadecuadas? ¿Por qué?

4. IMPACTO EN EL AULA

4.1 ¿Siente Usted que sus clases de matemáticas han ido cambiando?

4.2 ¿Qué factores han hecho que realice esos cambios?

4.3 ¿Siente que algunos de los conocimientos que adquirió al estudiar el paquete didáctico le han servido en sus clases de matemáticas?

4.4 ¿Qué aspectos del paquete didáctico le ha sido difícil aplicar en sus clases? ¿Por qué?

- 4.5 ¿Qué temas está enseñando en estos momentos?
- 4.6 ¿Puede platicarme de qué manera lo está desarrollando?, ¿Qué materiales utilizas para apoyarse? (oficiales, comerciales, ficheros).

5. EVALUACIÓN GLOBAL DEL PAQUETE DIDÁCTICO

¿Cómo califica el paquete didáctico: insuficiente, suficiente, bueno, muy bueno, excelente.

¿Qué sugerencias nos puede dar para mejorar el paquete didáctico?

¿Lo que aprendió al estudiar el paquete didáctico le ha sido útil en su enseñanza de otras asignaturas? ¿Por ejemplo?

2. PARTICIPACIÓN EN LA SEGUNDA FASE DE LA INVESTIGACIÓN

¿Te interesaría participar en la segunda fase de la investigación? (explicar en qué consiste y criterios de selección)

3. PREGUNTAS ADICIONALES PARA MAESTROS QUE NO SON DE LA BASE DE DATOS

¿Cuántas veces te has presentado al examen?

¿Qué calificaciones has obtenido?

ANEXO 2

CRITERIOS INICIALES PARA EL ANÁLISIS DE LOS REGISTROS DE CLASE

- Momentos

Identificar momentos a lo largo de la clase, especificando la duración.

- Relación 1, entre conocimiento y problema (analizar el problema).

¿Qué aspectos del conocimiento están implicados?

¿Qué alternativas de solución tienen, en principio, los alumnos?

¿Qué formas de resolución aparecen?

¿Qué formas de validación de la respuesta ofrece el problema, en principio, considerando los conocimientos de los alumnos?

Si el maestro plantea más de un problema, repetir el análisis para cada uno e identificar variables que maneja para generarlos.

- Relación 2, entre conocimiento y problema (observar consigna, desarrollo y corrección)

a) El conocimiento se enseña para se aplicado.

- b) Se procura propiciar cierto desarrollo del conocimiento al resolver un problema (en qué grado).
- c) Aparentemente igual que b: hay efectivamente un problema inicial, pero en realidad no se da lugar al desarrollo de procedimientos.
- d) Se trata de un momento de ejercitación, de aplicar lo aprendido.

- Interacciones durante la resolución.

Tipo de intervenciones del maestro;

Interacciones entre pares.

- La validación (analizar el mismo problema, las intervenciones durante la resolución y durante la corrección).

¿Qué errores ocurren y qué respuestas hay en torno a ellos?

¿Qué formas de validación ocurren en la clase?

- En el momento de la corrección y el cierre:

¿Qué lugar ocupan los procedimientos divergentes y los errores?

¿Qué lugar ocupa el procedimiento esperado, o el más avanzado?

¿Se identifica por parte del maestro un momento de institucionalización?

- Actitudes, Rutinas:

¿Qué rutinas se identifican?

Actitud que tienen los alumnos frente a:

- La forma de abordar el problema a) mediante cualquier procedimiento; b) tratando de identificar un procedimiento esperado.
- La corrección: grado de iniciativa y libertad para discutir respuestas y procedimientos.

- Los materiales curriculares.

¿Qué materiales se utilizaron?

- El plan del maestro

¿Qué hubo antes, con qué se piensa continuar; hay tareas,(eventualmente, identificar variables didácticas)

- La valoración del maestro.

¿Cómo manifiesta sus expectativas de los alumnos?

¿Cómo explica y cómo valora lo que ocurrió en la clase?

¿Qué utilidad le da a lo ocurrido en la clase?

- Otros aspectos para valoración final:
 - Dificultades conceptuales por parte del maestro.
 - Nivel de comprensión de los procedimientos y errores de sus alumnos.

Nota: los días de la observación, los maestros podrían procurar usar explícitamente algo relacionado con el curso. Esto no afecta necesariamente el análisis pues se podrá ver, de cualquier forma a) cómo lo hace, en qué grado lo logra, b) si hay indicios de rutinas que dejen suponer que la práctica no es de un día.

ANEXO 3
LA LECCIÓN DEL LIBRO DE TEXTO QUE SE TRABAJÓ DURANTE LAS
OBSERVACIONES

Las fracciones en la recta

44

- $\frac{1}{12}$
- $\frac{4}{7}$
- $\frac{13}{12}$
- $\frac{11}{7}$
- $\frac{6}{8}$
- $\frac{20}{7}$
- $\frac{14}{8}$
- $\frac{23}{8}$
- $\frac{6}{6}$
- $\frac{16}{6}$

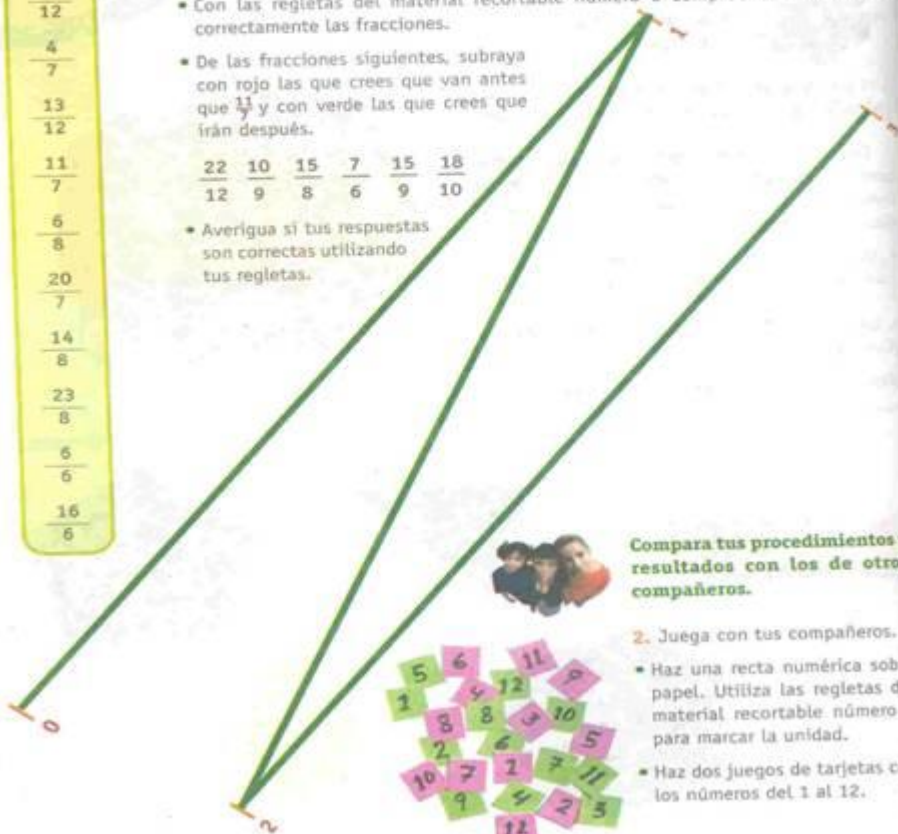
1. Para realizar este ejercicio, reúnete con un compañero. Ubique cada uno en la siguiente línea las fracciones que aparecen en el recuadro de la izquierda.

• Con las regletas del material recortable número 5 comprueben si ubicaron correctamente las fracciones.

• De las fracciones siguientes, subraya con rojo las que crees que van antes que $\frac{11}{7}$ y con verde las que crees que irán después.

$$\frac{22}{12} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{15}{8} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{15}{9} \quad \frac{18}{10}$$

• Averigua si tus respuestas son correctas utilizando tus regletas.



Compara tus procedimientos y resultados con los de otros compañeros.

2. Juega con tus compañeros.

• Haz una recta numérica sobre papel. Utiliza las regletas del material recortable número 5 para marcar la unidad.

• Haz dos juegos de tarjetas con los números del 1 al 12.



- Por turnos, saca al azar dos tarjetas y con ellas forma fracciones. La primera será el numerador, la segunda el denominador. Por ejemplo, si sale el 3 y luego el 4, se formará $\frac{3}{4}$.
- El que sacó las tarjetas ubica la fracción que se haya formado sobre la recta dibujada.
- Cuando cada quien haya anotado 5 fracciones, comprueba la ubicación con las regletas.
- Gana el que haya tenido más respuestas correctas.



3. Observa las siguientes parejas de fracciones. En cada caso, encierra en un círculo la menor.

$\frac{3}{4}$	o	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{7}$	u	$\frac{8}{9}$	$\frac{11}{8}$	u	$\frac{11}{7}$
$\frac{12}{15}$	o	$\frac{15}{12}$	$\frac{4}{6}$	o	$\frac{6}{4}$	$\frac{9}{8}$	u	$\frac{8}{9}$
$\frac{2}{4}$	o	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{9}$	o	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{8}$	o	$\frac{6}{9}$

Comenta con tu maestro y tus compañeros en qué te fijaste para obtener las respuestas; utiliza tus regletas para averiguar si son correctas.



4. Anota, en la línea de la página anterior, 3 fracciones que se ubiquen entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$.

¿Cuáles fracciones anotaste? _____ ¿Hay otras fracciones que pudieras haber anotado? _____

¿Tus compañeros anotaron las mismas fracciones que tú? _____

• Anota ahora sobre la línea cuatro fracciones que puedan ir entre $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$. Puedes ayudarte con tus *regletas-unidad*.

¿Cuáles fueron esas fracciones?

¿Las que tus compañeros anotaron son las mismas o son diferentes? Si son diferentes, escríbelas aquí.

¿Podrías encontrar otras fracciones para anotar entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$?



Comenta tus respuestas con tu maestro y tus compañeros.



Papel del taller "*La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*", en los procesos de apropiación de la propuesta curricular de 1993

(SÍNTESIS Y CONCLUSIONES)

CAPÍTULO CINCO: APORTES DEL *TALLER*, CARENCIAS Y RECOMENDACIONES

Equipo de Investigación:

Coordinación: David Block

Autores: Martha Dávila

Silvia García

Patricia Martínez

José A. Moscoso

Ligia Ramírez

Margarita Ramírez

Diana Solares

Colaboradores: Laura Reséndiz

Minerva Reséndiz

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS

Junio 2004

5. APORTES DEL *TALLER*, CARENCIAS Y RECOMENDACIONES

Los comentarios de los maestros en distintos momentos de las entrevistas permiten identificar tres ámbitos de su trabajo profesional en los que consideran haber recibido aportes del *Taller*: el conocimiento de aspectos centrales del enfoque para la enseñanza de las matemáticas que se promueve desde el currículum, el conocimiento de las matemáticas que se

enseñan en la escuela primaria y de su didáctica, y el análisis de propuestas didácticas para la enseñanza[1].

Por otra parte, el análisis de las formas de apropiación de la propuesta curricular a partir del conjunto de comentarios de los maestros y, sobre todo, de las clases de matemáticas observadas, permite identificar también puntos débiles y carencias del *Taller*, de los que se desprenden múltiples recomendaciones para su mejoramiento.

En lo que sigue se exponen estos aspectos vinculados al *Taller*, en torno a los tres ámbitos señalados. Se hacen también algunos comentarios sobre las lecturas de la antología y sobre el formato. Ocasionalmente, se añaden comentarios o recomendaciones que no se desprenden directamente del presente estudio, sino de información procedente de otros estudios, o de constataciones de los autores. Cuando éste es el caso, se señala explícitamente.

5.1 Sobre aspectos generales del enfoque

El *Taller* parece haber cumplido una importante función en la comprensión del enfoque oficial para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, tanto por sus contenidos explícitos, como por aquéllos, implícitos, que transmite mediante el tipo de experiencias que ofrece. No obstante, el presente estudio pone en evidencia numerosas lagunas e imprecisiones que es imperativo atender. Cabe recordar que en el *Taller* se priorizó el estudio de conocimientos específicos de matemáticas desde el punto de vista de su didáctica y solamente se dedicó un capítulo al estudio de cuestiones más generales sobre el enfoque.

Aportes

Probablemente la principal fuente de aprendizajes sobre el enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas fueron las experiencias de aprendizaje que los maestros vivieron al estudiar el *Taller*. Estos son algunos de los descubrimientos que los maestros dicen haber hecho:

Perder el miedo a las matemáticas, constatar que éstas pueden ser amenas, lúdicas.

Descubrir que el uso de material concreto o representaciones icónicas, no son recursos exclusivos para los niños pequeños.

Descubrir y valorar que algunas situaciones permiten comprobar por uno mismo.

Descubrir que el procedimiento de ensayo y error constituye una forma de abordar un problema, cuando no se conoce aún la resolución canónica.

- En el caso de maestros que estudiaron el *Taller* en grupo, descubrir que existen diferentes maneras de abordar una misma situación y el valor de compartirlas.

Sobre los procesos de aprendizaje de los alumnos, las siguientes apreciaciones fueron dominantes:

Tener una mejor percepción de la capacidad que tienen los alumnos para enfrentar por sí mismos distintas tareas.

Considerar la posibilidad de favorecer aprendizajes mediante la resolución de situaciones problemáticas ("no todo lo tiene que dar el maestro")

- Comprender algunas de las dificultades que pueden tener los niños frente a determinadas tareas cuando están en proceso de aprender, sobre todo cuando los mismos maestros cometieron errores en actividades del *Taller* (por ejemplo, al intentar usar una numeración no convencional como la de lalilán).

Carencias y recomendaciones Distintas fases didácticas en un proceso de enseñanza. De los comentarios de los maestros vertidos en las entrevistas y, en menor medida, de las observaciones de las clases, se desprende la necesidad de enriquecer el modelo de los procesos de enseñanza de una noción de matemáticas que propone el enfoque actual, dando cuenta en mayor medida de la existencia de fases distintas en el mismo, a las que corresponden tipos de relación didáctica también distintos.

Lo anterior apuntaría a superar la consideración de que el enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas excluye prácticas que se suelen relacionar con "lo tradicional", tales como las intervenciones del maestro para aportar información, la introducción de algoritmos y, sobre todo, su ejercitación. Apuntaría a relativizar aserciones que se atribuyen al enfoque tales como "aprender a partir de la resolución de problemas", "el maestro no da el conocimiento, los alumnos lo construyen", "los procedimientos informales son valiosos", destacando que éstas corresponden a momentos de un proceso de aprendizaje antes poco advertidos, pero que no agotan lo

que es un proceso de aprendizaje escolar. El estudio explícito de ciertas nociones de didáctica podría ser útil para este propósito. A continuación se dan algunos ejemplos.

La noción de "momentos o fases en un proceso de aprendizaje de conocimientos de matemáticas" permitiría apreciar la existencia de distintos tipos de relación didáctica a lo largo de un proceso de enseñanza.

La noción de "Institucionalización de los conocimientos", además de devolver un lugar legítimo a una práctica importante de los maestros (seleccionar, entre lo que fue producido, aquello que deberá ser conservado, proporcionar información, establecer los puentes entre lo informal y lo institucional), podría permitir analizar las distintas interrogantes a las que da lugar: ¿Cuándo y cómo institucionalizar? ¿Cómo guardar cierto equilibrio entre los conocimientos informales de los alumnos y los conocimientos institucionales?

La noción de "momento del desarrollo de la técnica" además de también devolver su lugar a la necesidad de practicar y afianzar las técnicas que se van aprendiendo, permite ver que dicha práctica se puede enriquecer considerablemente cuando se tiene el propósito de mostrar los alcances y los límites de la técnica, o las adaptaciones que tiene que sufrir para abarcar más casos.

Las nociones de "descontextualización", "generalización" y "formalización" apuntan a los procesos de aprendizaje en el mediano o largo plazo y ayudan a analizar cuestiones como ¿Cuándo y cómo descontextualizar las nociones? ¿Cómo propiciar la identificación de relaciones o regularidades que permiten generalizar?

Contar con ejemplos abundantes y diversos (fragmentos de registros de clase, ejercicios) de los fenómenos a los que refieren las nociones anteriores, podría constituir un valioso recurso para analizarlas y para comprenderlas.

Así mismo, también parece conveniente incluir textos y reflexiones sobre el carácter necesariamente ecléctico de las prácticas de la enseñanza y sobre el necesario interjuego entre distintos tipos de relación didáctica al interior de la clase. Sobre todo, parece necesario aclarar que ningún modelo puede pautar la conducción del maestro quien deberá siempre tomar decisiones y articular distintas estrategias. Los modelos que se proponen bajo cualquier enfoque, como se planteó en la introducción, proponen acercamientos amplios, grandes líneas de acción, dentro de las cuales hay un necesario y considerable margen para las decisiones del maestro.

Recordemos que la interpretación que llamamos “enfoque excluyente” no parece llevar a los maestros a abandonar las prácticas que se consideran excluidas por éste, pero sí a llevarlas a cabo con la idea de que son transgresiones y, probablemente, a no considerar su posible articulación con las otras prácticas, ni la posibilidad de mejorarlas.

La noción de situación de aprendizaje y otras nociones asociadas (problema, variable, uso del material concreto, validación). Aunque los maestros muestran acordar que, en el enfoque actual, los problemas son importantes, incluso en tanto medios de propiciar conocimientos nuevos y no solamente como espacios de aplicación, muy pocos señalaron características específicas de una situación de aprendizaje tales como: la necesidad de que ésta implique al conocimiento que es objeto de estudio, pero que a la vez posibilite acercamientos sin disponer de ese conocimiento; la conveniencia de que proporcione una retroalimentación a las acciones que se hacen para resolver (la validación); la necesidad de identificar variables didácticas que permitan complejizar la situación para eventualmente disuadir procedimientos que se quieren ver superados.

Por otra parte, como se vio en un apartado anterior, se observa una tendencia por parte de los maestros a atribuir al enfoque para la enseñanza de las matemáticas, dos atributos que se revelan muy ambiguos: el recurrir a los problemas “de vida cotidiana” y el uso del material concreto. Ambos atributos adolecen de una idea restringida de la noción de situación problemática.

Estas nociones de didáctica, características de una situación de aprendizaje, de una situación problemática, funciones del material concreto, requieren de un tratamiento más explícito y amplio en el *Taller*.

Los errores, las puestas en común. Ha tendido a conformarse una especie de principio general según el cual los errores (todos) son valiosos para aprender y el maestro no debe (nunca) cuestionarlos. Ésta consideración ayuda poco a los maestros a mejorar el tratamiento de los errores. En ciertos casos, se observó que incluso obstaculiza dicho tratamiento al inhibir su iniciativa para corregirlos.

Es necesario profundizar sobre el tratamiento de los errores, considerando la existencia de distintos tipos de errores, los hay desde errores de cálculo, hasta errores conceptuales y, en consecuencia, la pertinencia de tratamientos diferenciados: hay casos en los que el señalamiento directo del profesor puede servir, mientras que en otros casos tiene pocas posibilidades de ser útil. Debe enriquecerse así mismo el repertorio de estrategias para el

tratamiento de los errores, sobre todo conceptuales: el interés de que la misma situación ofrezca una forma de identificarlos, el uso de contraejemplos, la participación de los otros en las puestas en común, entre otros.

Con respecto a los momentos de puesta en común, es necesaria mayor precisión en cuestiones operativas: en uno de los estudios de caso se observó la tendencia a exponer *todas* las respuestas y argumentos de los alumnos. Esto alarga excesivamente el momento, en detrimento de la atención que los alumnos le prestan y de la posibilidad de sacar provecho de las respuestas más interesantes, ya sea por el tipo de error que contienen, o por la solución que ofrecen. Por otra parte, el tipo de confrontación, y la duración de la misma, deben variar en función de la edad de los alumnos. En los primeros grados se requieren momentos breves. Precisiones como éstas podrían servir también para que los profesores que aún no exploran el recurso de la confrontación en las puestas en común, sientan más confianza para hacerlo.

El trabajo en equipo. No hay, en el Taller, una reflexión explícita sobre las alternativas para la organización del trabajo, si bien tiende a darse una valoración del trabajo en equipo. En los estudios de caso, pudo observarse que algunos maestros han logrado afinar la forma en que utilizan este recurso, tanto por la manera en que lo combinan con otros (trabajo individual, en parejas, o colectivo), por la forma en que integran los equipos (alumnos con más dificultades junto con los más avanzados), como por ciertas estrategias para favorecer la participación de todos (selección de un alumno al azar para que presente los resultados). Parece conveniente difundir entre los maestros este tipo de estrategias, construidas por sus pares, a través de la experiencia, así como las dudas y temores que fueron superando.

Con respecto a los posibles cambios curriculares por venir. En relación a la posible actualización del currículum que prepara la SEP, sería muy conveniente incluir una reflexión sobre las competencias que se van a destacar, las cuales, más que constituir innovaciones, provienen de hacer explícitos aspectos del currículum que antes estaban implícitos. Es de suma importancia ayudar a los maestros a establecer vínculos entre las nociones evocadas por la nueva terminología que presumiblemente se va a introducir, con las nociones que han venido estudiando.

5.2 Sobre los conocimientos de matemáticas y de su didáctica

Un punto de vista compartido por los maestros, incluso por quienes tienen una formación profesional más fuerte en el área, es que el *Taller* les permitió

ampliar y profundizar sus conocimientos de matemáticas y de su didáctica.[2] No obstante, los maestros hicieron numerosas sugerencias para mejorar varias partes del *Taller* dedicadas a este propósito. La observación de clases permitió además identificar aspectos problemáticos que los maestros no mencionaron y que sugieren la necesidad de ampliar ciertas partes del *Taller*. En las recomendaciones que se presentan a continuación se recuperan ambas fuentes.

Aportes

¿Qué conocimientos de matemáticas y su didáctica aprendieron los maestros? Grosso modo los maestros señalan lo siguiente:

Explicaciones acerca del funcionamiento de sistemas de representación y de técnicas algorítmicas (el sistema decimal de numeración, los algoritmos canónicos para las distintas operaciones aritméticas).

La existencia de distintas técnicas para resolver las cuatro operaciones básicas.

La existencia de distintos tipos de uso de los números, principalmente los fraccionarios, y los significados asociados a dichos usos.

La existencia de distintos tipos de relaciones a las que puede estar asociada una misma operación aritmética.

Algunos aspectos de geometría plana, por ejemplo clasificación de polígonos, líneas del triángulo.

Y, sobre aspectos más específicamente didácticos:

Procedimientos, errores y dificultades de los alumnos que pueden aparecer en procesos de aprendizaje de algunas nociones de matemáticas;

El potencial didáctico de algunos recursos como: la calculadora, el tangram, el geoplano.

De los nueve capítulos centrados en contenidos de matemáticas, dos fueron especialmente apreciados por los maestros: el de "Los números y el Sistema Decimal de Numeración" y el de "Fracciones".

Carencias y recomendaciones

Se observa cierta oposición entre dos necesidades sentidas por los maestros: varios solicitan más información, mayor nivel de profundidad, problemas

más complejos. Otros, sin embargo, perciben que el *Taller* es difícil. Se insinúa la necesidad de ofrecer distintos niveles de profundidad y complejidad.

Por otra parte, los estudios de caso ponen de manifiesto dificultades, a veces pequeñas, a veces mayores, en el manejo didáctico de algunos contenidos (los primeros números, fracciones, proporcionalidad, ubicación espacial, área de triángulos, probabilidad). En las siguientes dos tablas se especifican las principales correcciones requeridas.

Capítulos que requieren de una revisión profunda

Capítulo	Tipo de deficiencia/ recomendación
Geometría	<p>Tratamiento poco congruente con el enfoque;</p> <p>El apartado de líneas del triángulo es muy amplio, su justificación es incierta, y está poco problematizado;</p> <p>Falta considerar el aspecto de ubicación espacial.</p> <p>La lectura que se ofrece en la antología es inadecuada: es compleja y no guarda relación clara con el desarrollo del tema.</p> <p>Sugerencias: rehacer el capítulo rescatando las partes más valoradas por los maestros, en particular, la introducción de materiales como Tangram y Geoplano; Sustituir la lectura sobre el modelo de Van Hiele por una más accesible y acorde con el enfoque.</p>
Predicción y azar	<p>Se trata de uno de los temas más complejos y desconocidos por los maestros. El capítulo se revela insuficiente para permitir a los maestros una comprensión del tema y, sobre todo, de su didáctica</p> <p>Falta, por ejemplo, un tratamiento amplio sobre el paso de lo intuitivo a lo formal en un proceso de aprendizaje.</p>

Capítulos que requieren de modificaciones parciales

Capítulo	Tipo de deficiencia/ recomendación
Tratamiento de la	<p>Debe ofrecer un trabajo más amplio y problematizado con fuentes de datos, por ejemplo, inferencias a partir del análisis de datos. Debe</p>

información	<p>propiciar en mayor medida la búsqueda de datos potencialmente interesantes para los estudiantes</p> <p>Deben hacerse más explícitos los vínculos con nociones del eje de procesos de cambio (porcentaje, razón)</p>
Procesos de cambio	<p>Varias actividades o subtemas fueron percibidos como difíciles ("Engranajes", "Proporcionalidad inversa"). Es posible que se requiera de mayor graduación.</p> <p>Requiere de un tratamiento más extenso sobre los distintos tipos de problemas de</p>
	<p>proporcionalidad (comparación de razones, valor faltante, reparto proporcional, proporción múltiple) y sobre los procedimientos posibles de resolución.</p> <p>Debe abordar la cuestión de la vinculación con otros temas de matemáticas, en particular con la noción de número racional, de probabilidad y de función lineal.</p>
Fracciones	<p>Es uno de los capítulos de los que los maestros comentan haber aprendido más, en particular, sobre los distintos significados de las fracciones.</p> <p>No obstante, varios maestros comentan que el desarrollo del capítulo no es suficiente para lograr una buena comprensión de todos los aspectos que ahí se tratan (varios señalan la noción de operador multiplicativo). Es necesario desarrollar más ése y otros aspectos.</p> <p>Son necesarias también más lecturas complementarias.</p>
Problemas aditivos y multiplicativos	<p>Sobre estos capítulos hubo pocos comentarios, casi todos favorables. Los maestros destacan haber comprendido la existencia de distintas estructuras aditivas y de distintos significados asociados a la operación de división.</p> <p>Es probable que sea conveniente mejorar el estudio de las estructuras aditivas, pues en otras investigaciones se han mostrado dificultades por parte de los maestros.</p>
Los números naturales y el sistema de numeración	<p>Constituye otro de los capítulos más valorados por los maestros.</p> <p>Son necesarias las siguientes modificaciones: disminuir la cantidad de actividades destinadas a</p>

conocer el sistema de numeración en base 4; incluir un breve estudio de sistemas decimales de otras culturas; incluir los resultados de investigaciones recientes sobre los procesos de escritura de los números en los niños; actualizar las lecturas complementarias.

Otros aspectos

Algunos maestros hicieron referencia a las evaluaciones de Carrera Magisterial y de ingreso a la secundaria para señalar que perciben una contradicción entre éstas y la propuesta del *Taller*, pues las primeras hacen énfasis en los resultados y el *Taller* da prioridad a los procesos. Por otra parte, en los diversos eventos en los que se presentan o se discuten aspectos de la propuesta curricular vigente, con frecuencia los maestros externan inquietudes o dudas acerca de las implicaciones del "nuevo enfoque" en la evaluación de conocimientos. Este tema, sin embargo, no se aborda en el *Taller*, por lo que sería conveniente considerarlo en la revisión que se haga del mismo.

Con respecto a los cambios curriculares por venir, no se prevén cambios importantes en la selección de contenidos. Es probable que el número de ejes conceptuales que agrupan a los distintos contenidos disminuya de seis a tres, y que en el eje sobre sentido numérico se incluyan elementos muy básicos de lo que se ha llamado "preálgebra". Sería conveniente que en la revisión del *Taller* se consideraran estos cambios.

5.3 Sobre el análisis de propuestas didácticas

Uno de los propósitos del *Taller* es permitir a los maestros conocer y analizar las propuestas didácticas que se hacen, principalmente en los materiales que la SEP pone a su disposición. Este propósito se concreta en los apartados con los que terminan los nueve capítulos sobre temas de matemáticas, llamados *Nuestros materiales de trabajo*.

Como en los demás aspectos, en esta función del *Taller* se pusieron de manifiesto aportes y limitaciones.

Aportes

El propósito anterior, conocer los distintos materiales curriculares, libros de texto, fichero, libros para el maestro, parece cumplirse en buena medida, según se infiere de los comentarios que los maestros hicieron. Menos maestros mencionaron haber conocido también otros materiales complementarios sugeridos desde el *Taller*, como la colección de libros sobre

matemáticas del Rincón de Lectura de la SEP o los programas audiograbados por el PRONAP. En algunos casos, los maestros explicaron que el estudio del *Taller* les permitió además comprender el porqué de determinadas características de las propuestas didácticas, por ejemplo, por qué ya no se enseña un número cada vez sino varios al mismo tiempo, el funcionamiento de un algoritmo alternativo para dividir, el uso los rectángulos cuadriculados para multiplicar. También fueron pocos los maestros que señalaron que el haber revisado un mismo tema a lo largo de varios grados escolares les permitió comprender la forma en que dicho tema se va complejizando, así como la secuencia que se propone.

Por otra parte, todos los maestros encontraron entre las actividades *para maestros* que se proponen en el *Taller*, alternativas o ideas para trabajar con sus alumnos.

Carencias y recomendaciones

Dificultades operativas. Los maestros señalan que una dificultad importante para la realización de las actividades de las secciones de *Nuestros materiales de trabajo*, es que se requiere de los libros y ficheros de todos los grados así como de otros materiales (Libros del Rincón, audiocassetes) que frecuentemente no se tienen a la mano. Sugieren que todos los materiales que se van a usar estén incluidos en el *Taller*. Esta opción es poco viable pues llevaría a un incremento excesivo en el número de páginas; es necesario buscar otras alternativas, por ejemplo, hacer una mejor selección de las actividades que se van a analizar e incluir en el *Taller* las principales. La tecnología de multimedios y el internet abren nuevas posibilidades.

Actualización con respecto a los libros de texto. Es necesario que las actividades que se proponen en las secciones de *Nuestros materiales de trabajo* estén actualizadas con respecto a las nuevas ediciones de los libros de texto oficiales.

Actividades más breves e interesantes. Varios maestros consideraron que las actividades que se proponen en las secciones de *Nuestros materiales de trabajo* son demasiado largas y acaban por ser tediosas. Es necesaria una mejor selección de aquello que se va a analizar, y mejores criterios para el análisis. Esto último se vincula con las dos observaciones siguientes.

Formación para el Análisis Previo. En todos los estudios de caso se reporta que el *análisis previo* que realizan los maestros de las actividades que aplican, es insuficiente, aún en las clases que se consideraron mejor logradas: se identificaron desde dificultades amplias, como no alcanzar a reconocer el propósito de la actividad, hasta otras más específicas como no dar al material concreto el uso más adecuado, no prever la dificultad de un ejercicio, no identificar un procedimiento importante de resolución. Se manifestó también cierta ausencia de sentido crítico hacia las mismas lecciones de los libros de texto: algunas de las modificaciones que los maestros hacen a éstas se revelan necesarias, pero no derivan de ello una crítica al diseño de la lección. Consideramos que se deben proporcionar más y mejores experiencias a los maestros para realizar análisis de las actividades, especialmente en las secciones de "*Nuestros materiales de trabajo*".

Posibilidad de conocer o concebir secuencias amplias. Todos los maestros mostraron que una de las funciones que el *Taller* ha tenido para ellos es la de encontrar en éste actividades que aplican con sus alumnos. Algunos maestros demandan que el *Taller* proporcione más información en ese sentido. Sin embargo, esta función no es la más importante en el *Taller*, el cual pretende ser recurso de formación sobre aspectos de didáctica de las matemáticas que permitan a los maestros comprender mejor las propuestas que se les ofrecen, seleccionarlas, adaptarlas. Pero sí es posible, en cambio, mejorar la vinculación entre los dos polos, los elementos para la formación básica del maestro y las propuestas didácticas, en el sentido de ayudar a los maestros a comprender, y a concebir, progresiones didácticas amplias, que ubiquen y den más sentido a las propuestas sobre aspectos puntuales en grados específicos.

5.4 Sobre las lecturas y la búsqueda de información

En general, los maestros demandan más lecturas. Algunas características de las lecturas que más parecen haberles interesado, son el estar escritas en lenguaje sencillo, con pocos términos técnicos y el contener fragmentos de registros de clase.

Cabe señalar que para varios maestros, las lecturas que ofrece el *Taller* son las únicas sobre el tema de la enseñanza de las matemáticas que leen, lo que indica la pertinencia de considerar su solicitud. Por otra parte, atendiendo a la necesidad de una formación continua, el *Taller* debería

favorecer mediante actividades ad hoc la búsqueda de nueva información fuera de los materiales del mismo, en artículos o libros accesibles en bibliotecas o en Internet. Cabe advertir que solamente dos maestros mostraron haber buscado información complementaria (no directamente propuestas didácticas) a partir de la bibliografía que el mismo *Taller* proporciona.

5.5 Sobre la estructura

La estructura del *Taller* fue bien valorada (secciones de evaluación, de respuestas a los ejercicios, acertijos y problemas en el extremo izquierdo de las páginas, antología de lecturas). También hubo comentarios favorables en relación con la forma en que se presenta la información: en recuadros grises, después de haber problematizado el tema.

Varios maestros sugieren aumentar la proporción de actividades para las que se incluyen las respuestas, lo cual se comprende al considerar que muchos de ellos estudian solos y no tienen, por lo tanto, referentes para cotejar sus respuestas.

5.6 Sobre el formato y la edición

Varios maestros proponen "dosificar" el *Taller*, es decir, presentarlo bajo la forma de pequeños *Talleres* cortos, por ejemplo, un *taller* por cada capítulo. Esta recomendación parte del hecho de que los maestros podrían apreciar mejor su avance, al sentir que van concluyendo las partes. A este argumento se suman otros: si el *Taller* sufre una actualización importante, los maestros que ya cursaron la versión actual, podrían sentirse motivados para estudiar nuevamente lo relativo a un tema específico. Por otra parte, cada maestro podría seleccionar el contenido a estudiar en función del grado que atiende, pues algunos de los temas tienen más peso en unos grados que en otros. Deben preverse sin embargo algunas posibles complicaciones: los costos de edición aumentarían, así como la diversidad y frecuencia de exámenes. Otra sugerencia es mejorar la edición y la encuadernación.

[1] Los conocimientos de didáctica de un contenido no se reducen al conocimiento de propuestas didácticas. Los primeros incluyen aspectos como: las distintas definiciones y significados del contenido, las familias de problemas asociados, las situaciones fundamentales de aprendizaje, las variables didácticas, etc. Por supuesto, estos conocimientos permiten analizar con mayor profundidad las propuestas didácticas.

[2] Hay una relación estrecha entre los conocimientos de matemáticas y los de didáctica de las matemáticas desde el momento en que el análisis didáctico no afecta únicamente al cómo enseñar sino también al qué enseñar, no en el sentido de selección de contenidos, sino de reconstrucción de los mismos (ver introducción). Un análisis didáctico de un saber matemático requiere de cierto conocimiento matemático, al mismo tiempo que lo enriquece. Para ciertos conocimientos, por ejemplo, el funcionamiento de un algoritmo, o el conocimiento de varios significados posibles de un número, no resulta sencillo determinar si constituyen conocimientos de la didáctica del contenido, o conocimientos del contenido.