CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Departamento de investigaciones Educativas

LOS MAESTROS, LOS NÚMEROS Y LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN. DESCRIPCIÓN ANALÍTICA DE UNA EXPERIENCIA DE ACTUALIZACIÓN

Tesis que para obtener el grado de Maestra en Ciencias en la Especialidad de Investigaciones Educativas

Presenta

Ruth Valencia Pulido
Licenciada en Educación Primaria

Directoras de tesis

Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez
Maestra en Ciencias

Guillermina del Carmen Waldegg Casanova
Doctora en Ciencias

Enero, 2004

Calzada Tenorios No. 235 México, D.F. C.P. 14330 Apartado Postal 86-355 Tel. 5061 2800 Fax DIE 5603 3957

INTRODUCCIÓN

La investigación de los procesos de actualización a docentes es un campo que comienza a cobrar importancia y a desarrollarse más ampliamente a partir de hace un par de décadas. Mientras la investigación educativa se inclinaba hacia los niños, al conocimiento mismo, la génesis de los conocimientos, el docente estaba presente como parte del proceso de enseñanza y de aprendizaje, sin embargo, su problemática no había sido analizada con amplitud y desde diversos campos de estudio como lo es en la actualidad.

En el Laboratorio de Psicomatemática del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav) al investigar sobre las matemáticas y los procesos de apropiación de éstas por parte de los niños, se detectó la necesidad de trabajar con los docentes y se hizo evidente que las mayores dificultades con las matemáticas en la escuela no era en general un problema de aprendizaje por parte de los niños, sino fundamentalmente un problema de enseñanza. Este grupo desde los años ochenta está desarrollando investigaciones centradas en la construcción, experimentación y análisis de situaciones didácticas que permitan al maestro una reconceptualización tanto de los conocimientos matemáticos como de la metodología de enseñanza.

La actualización de los docentes en servicio es también una preocupación de las autoridades educativas, que han implementado programas dirigidos a mejorar la calidad educativa, una de estas propuestas es el Programa Nacional para la Actualización Permanente de Docentes en Servicio (ProNAP), que es marco de referencia del paquete didáctico *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela Primaria. Taller para maestros*[1] Este material fue elaborado por el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav) a solicitud de la Secretaría de Educación Pública (SEP), participando un grupo de investigadores de ambas instituciones, coordinado por David Block. El antecedente de este Taller son los proyectos desarrollados por Fuenlabrada (1982), Fuenlabrada; Block y Nemirowsky, (1988-1989).

A partir de la implementación de esta propuesta de actualización, el Laboratorio de Psicomatemática llevó a cabo el proyecto denominado: "Investigación cualitativa de una propuesta de actualización en matemáticas para profesores en servicio”, bajo la responsabilidad de Irma Fuenlabrada (1995); con el propósito de conocer los efectos de la intervención didáctica planteada en el curso-taller de 200 horas. De este proyecto se han desprendido trabajos de investigación que han estudiado alguno de los capítulos del paquete didáctico.

En este trabajo se analiza el capítulo 2, relacionado con el tratamiento del número y los sistemas de numeración con el fin de analizar las situaciones didácticas del capítulo, así como las respuestas de los docentes y sus dificultades al trabajar en el Taller.

Se toma el capítulo dos, porque los maestros no consideran la enseñanza del número y su representación como difícil, lo trivializan; sin embargo es un contenido que de no resolverse adecuadamente repercute en otros contenidos matemáticos, como lo es la operatoria.

Estos temas son relevantes pues un trabajo didáctico bien desarrollado con el sistema de numeración, posibilita que los niños puedan utilizarlo posteriormente en los algoritmos de las cuatro operaciones elementales y más adelante en los sistemas de medida como lo es el sistema métrico decimal, entre otros.

Los resultados de la investigación están organizados en cuatro capítulos, en el primero se presenta una descripción de los materiales del paquete didáctico de actualización, en el marco de la Modernización Educativa y se señalan algunas cuestiones referentes a la actualización docente en lo que han sido los diversos modelos que la SEP ha elaborado en su intento de resolver esta problemática.

En el segundo capítulo se aborda una semblanza de los planteamientos didácticos referidos a la enseñanza de los números y del sistema de numeración, en planes y programas, tomando en cuenta que estos contenidos no se han tratado de la misma manera. Mientras que para la enseñanza del número ha habido diversas propuestas, para el sistema de numeración no ha habido un trabajo sistemático y de comprensión de sus reglas, hasta la propuesta editada por la SEP en 1993.

Las propuestas para la enseñanza de los primeros números, se han sustentado en diversas teorías. Así en los sesenta, las actividades sugeridas estaban ancladas en la experiencia, en los setenta el enfoque era más matemático y aparecen los números echando mano de los sucesores, (+1);

en los ochenta se ven influenciados por las ideas de Piaget y en los noventa por ideas que se fundamentan en el conteo, desde una perspectiva constructivista del aprendizaje.

En el tercer capítulo se describe la experiencia de implementación de la Propuesta de actualización, teniendo como fundamento teórico la didáctica de las matemáticas, en las líneas de investigación de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y la de construcción, experimentación y análisis de situaciones para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula, de Fuenlabrada, Gálvez y Saiz (1978-1984); Fuenlabrada (1982); Fuenlabrada, Block y Nemerovsky (1988-1989). Se toman éstos en el entendido que los docentes son sujetos que interactúan con un medio, con una situación didáctica, en una secuencia organizada que pretende crearles un conflicto a fin de propiciar reflexiones sobre su conocimiento de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

En el cuarto capítulo se analizan algunas de las actitudes que se mostraron en el curso-taller frente al proceso de actualización, y algunas de las dificultades de los docentes para acercarse a los planteamientos didácticos propuestos.

---

[1] El paquete está integrado por dos libros, primera y segunda parte, un libro de material recortable y un libro de lecturas.

CAPÍTULO I

LA ACTUALIZACIÓN DE LOS MAESTROS EN MATEMÁTICAS

> Se concibe a las situaciones problemáticas
> como el instrumento a través del cual
> los maestros estarán en posibilidad
> de ampliar o redefinir las temáticas propias
> de la educación primaria, a la vez
> que se modifiquen las ideas acerca
> de cómo se aprende y cómo se enseña.
> Fuenlabrada (1997a, 169)

1. Perfeccionamiento, formación y actualización

El Programa para la Modernización Educativa, editado por la SEP en 1992a, propició cambios en los Planes y programas, en los Libros de Texto gratuitos (LTG) y en los materiales de apoyo para los maestros. Uno de los cambios fundamentales se da precisamente sobre la metodología de enseñanza, en la que se observa la influencia de trabajos en educación matemática desarrollados desde una perspectiva constructivista de aprendizaje que se han realizado tanto en México (Fuenlabrada, Gálvez y Sáiz (1978-1984) Fuenlabrada y Block, 1985-1987) como en otros países (Gelman y Gallistel, 1986; Baroody 1988).

En consecuencia, la formación inicial de los alumnos aspirantes a docentes y la actualización de los que ya están en servicio, debe plantearse con fundamento en ideas también constructivistas. En México como en otros países se han definido dos preocupaciones básicas en torno a la actualización: que el maestro reconceptualice algunos conocimientos matemáticos y que se apropie de nuevas formas para la enseñanza. (Fuenlabrada, 1997b; Gálvez, 1994; Tatto, 1999).

La actualización es definida también como perfeccionamiento, formación o profesionalización. Gálvez señala:

> “Personalmente, concibo el perfeccionamiento como una actividad a través de la cual el profesor en ejercicio tenga acceso a experiencias y conocimientos que lo conduzcan a replantearse el conjunto de su quehacer docente: (...) y a partir de eso tomar decisiones respecto a qué aspectos de su práctica modificar (...) y contando con medios para verificar los eventuales efectos de las transformaciones de su enseñanza, sobre el aprendizaje de sus alumnos”. (Gálvez, 1994,72)

Para lograr lo anterior, Gálvez presenta una serie de lineamientos para organizar este perfeccionamiento a través de talleres, en los que se sugiere el análisis de la didáctica de las matemáticas, de las formas de aprendizaje de los niños, así como de los contenidos matemáticos; en grupos de trabajo y en sus propias escuelas.

Algunos autores también coinciden en designar a la escuela como un espacio de reflexión y estudio. Rosas, Fortoul y Mondragón (1991) señalan que “se ha podido comprobar la factibilidad de que los maestros se constituyan en grupos de reflexión, de trabajo, de aprendizaje y de transformación en torno a la práctica docente”.

Ezpeleta (1990, 1991) ha realizado estudios referentes a los Consejos Técnicos, señalando estos espacios como aprovechables para que los maestros analicen su práctica, aunque también afirma que la estructura de las escuelas mexicanas puede ser un obstáculo para que esto se pueda llevar a cabo. Esto por cuestiones de tipo administrativo y el control que se tiene por parte de los supervisores o jefes de sector.

Por su parte el trabajo realizado por Fuenlabrada (1982) también ha llevado a confirmar que el problema de la actualización debe centrarse en la apropiación por parte del docente de las nuevas formas de enseñanza de los enfoques de la didáctica de la matemática y una reconceptualización de los contenidos de la matemática que se van a enseñar, esto es saber más matemáticas. La forma de llevar a cabo lo anterior, es por medio de la resolución de situaciones problemáticas en espacios de curso-taller, asesorías personales y análisis y discusión de protocolos de clase y procedimientos de solución de los niños a situaciones problemáticas (esto se retoma más adelante).

La actualización de los docentes en servicio también es preocupación de las autoridades educativas, sobre todo cuando se han dado cambios[1] a los planes y programas y a los libros de texto. Invariablemente surgen las preguntas: ¿cómo hacer llegar al maestro las innovaciones educativas? ¿cómo hacer que el maestro se apropie de ellas?.

A partir de la reforma de 1990, las intenciones de actualización se ven reflejadas en el Programa de Desarrollo Educativo (PDE) de 1995. En el PDE, se acota que "en el futuro cercano el papel estratégico en la elevación de la calidad de la educación lo desempeñarán los maestros y directores que ya están incorporados al servicio" (SEP, 1995a, 60) También se señalan las necesidades a cubrir en relación a la actualización:

> Las necesidades de desarrollo profesional que presenta el sector son variadas: actualización frente a los cambios del currículo y los avances de las ciencias de la educación, (...) nivelación para profesores en servicio (...) superación profesional para quienes desean especializar sus tareas o alcanzar un nivel más alto de competencia. (SEP, 1995a, 60).

Las denominaciones de actualización, nivelación y superación profesional remiten a las intenciones de las diversas tareas y a los sujetos a quiénes van dirigidas. Se maneja el término de actualización en relación a las acciones del Gobierno a través de la Secretaría de Educación Pública y las instancias correspondientes para poner al día con los cambios curriculares a los docentes en servicio, la nivelación alude a los estímulos y/o reconocimientos por estudios o cursos de actualización realizados; por último la superación profesional se refiere a los estudios de posgrado, que diversas instituciones ofrecen a los docentes.

Estas necesidades son retomadas en el Programa Nacional de Educación (PNE) 2000-2006, cuyos objetivos en cuanto a la actualización son una continuidad de los ya señalados:

> "Fomentar el desarrollo profesional de los maestros asegurando una oferta de formación continua, variada, flexible y congruente, con los propósitos educativos, así como las condiciones institucionales para esta formación..." (SEP, 2001, 151)

También señalan un abanico de acciones en las cuales se contempla al Programa Nacional de Actualización como el eje central de esta tarea, así mismo privilegian el trabajo colegiado dentro de los centros educativos como espacios para la reflexión e inicio de acciones de actualización y renovación de la tarea docente.

Los cambios, al currículo de la escuela primaria, realizados en la Reforma de los noventa exigen por un lado, transformar los programas de las escuelas normales y por otro una actualización a los maestros en servicio que les permita apropiarse de los planteamientos didácticos que se señalan en los diversos materiales curriculares. Esta tarea resulta difícil debido a que en la actividad docente convergen múltiples factores, por lo que estos cambios se han ido incorporando paulatinamente. En relación a la formación de los docentes, desde 1997 se inició la reforma a planes y programas de estudio de las Licenciaturas de Educación Primaria y Preescolar, que conlleva cambios vinculados a la currícula. Se espera que el docente egresado de estas licenciaturas cubra el perfil del profesional de los actuales planteamientos didácticos.

2. La propuesta de actualización de maestros en matemáticas en el contexto de la reforma educativa actual

Como se ha venido estableciendo, son varios los actores que intervienen en el proceso educativo, van desde los alumnos, los maestros, autoridades directivas y de diversas áreas gubernamentales; así mismo, deben considerarse los procesos de gestión que regulan las relaciones entre ellos. Todas estas componentes se tienen que tomar en cuenta cuando se quiere realizar un cambio para elevar la calidad de la educación.

En México, en mayo de 1992 se firmó el Acuerdo Nacional Para la Modernización de la Educación Básica, en el que se recogen las intenciones del gobierno para mejorar las condiciones educativas del nivel básico, articulando la transformación en la modificación de los Planes y Programas. Uno de los cambios que se señalan en el Acuerdo es la reorganización de los niveles educativos para darles continuidad, integrándose en la Educación Básica, los niveles de preescolar, primaria y secundaria. (SEP 1992a, 83).

En el Acuerdo Nacional, se expresa la preocupación de lograr una actualización permanente para los docentes y proveerlos de las condiciones necesarias para ello. Se plantea el establecimiento de un Programa Emergente de Actualización del Maestro (PEAM), que consistió en la elaboración de guías y libros para implementar cursos a docentes y directivos. (SEP, 1992b, 97). Con la colaboración de especialistas en cada área y el apoyo de las instituciones de investigación educativa, se elaboraron los materiales de apoyo para los docentes, así como programas televisivos con temas escolares con objeto de dar a conocer a los maestros los cambios en los programas de educación básica, fortalecer sus conocimientos y reforzar el federalismo educativo.

A diferencia de cursos anteriores, el PEAM propuso cursos nacionales, con un mismo enfoque y propósitos comunes, pero conservó la organización de cursos en "cascada". Es decir la información transitaba de los coordinadores, a grupos de instructores (en los que podía haber directivos y supervisores) hasta llegar a los docentes, es decir se siguió generando la pérdida del origen inicial y cambios en cada fase.

A pesar de lo anterior Martínez, señala que una situación que disminuyó el problema anterior fue "la incorporación de los directores y supervisores como responsables de la capacitación en escuelas y zonas escolares y la utilización de los Consejos técnicos como espacios de actualización"(Martínez, 2000, 153).

En mayo de 1993, el PEAM se transforma en el Programa de Actualización del Maestro (PAM), cuyos objetivos fueron: dar a conocer los planes y programas de estudio de 1º, 3º y 5º de primaria y para el siguiente año 2º, 4º y 6º; impulsar equipos de actualización; producción de paquetes didácticos y cursos para todos los docentes y directivos de la educación básica.

Ambos programas constituyen un experiencia fundamental en cuanto a actualización se refiere, "partían de postulados correctos: el maestro debe ser el actor de su propia formación y la escuela tiene que convertirse en el centro de la actualización"(Martínez, 2000, 154). Sin embargo, sus acciones tanto las del PAM como las del PEAM no llegaron a consolidarse por diversas causas como lo fue la falta de recursos económicos y humanos; la actualización de los docentes quedó nuevamente sin resolverse.

Por el interés de establecer una actualización permanente, por parte de la SEP y apoyada la idea por el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación, el 15 de mayo de 1994, se da a conocer el documento *"Criterios para el establecimiento del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los maestros de Educación Básica en Servicio*. En este documento se encuentran la estructura y propósitos que han dirigido las acciones del ProNAP, desde su creación hasta la fecha.

La estructura del Programa son: los programas de estudio, los paquetes didácticos, los centros de maestros y los mecanismos de evaluación y acreditación. Los propósitos de actualización se dirigen hacia el conocimiento de las distintas disciplinas indispensables para enseñar los contenidos de planes y programas, la comprensión de los enfoques, dominio de los métodos de enseñanza, el conocimiento de los procesos de desarrollo del niño y el adolescente, la gestión educativa, el trabajo colegiado como espacio de reflexión (Martínez 2000).

El ProNAP ofrece diversas modalidades de estudio: Cursos Nacionales de Actualización, Talleres Generales de Actualización, Cursos y Talleres Estatales[2] apoyados en materiales elaborados por especialistas e investigadores de las siguientes áreas: español, matemáticas, geografía, biología, química y lenguas extranjeras. Los cursos se presentan en p*aquetes didácticos* que constan de guías de estudio, libros de lecturas o de actividades y materiales audiovisuales.

Los maestros inscritos al ProNAP pueden acudir a centros de maestros para formar círculos de estudio o bien para solicitar asesorías cuando han participado de un proceso de autoestudio. Lo más importante de los cursos nacionales es que favorecen el autodidactismo y es una opción voluntaria.

Los centros de maestros constituyen espacios de actualización a los que recurren los docentes cada vez con mayor frecuencia, Martínez señala que: "son un factor cada vez más importante para asegurar que la actualización se convierta en un servicio regular que incida con fuerza en la mejora de la calidad educativa" (Martínez, 2000,166).

Uno de los materiales del ProNAP es el paquete didáctico "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria" (Block, et al., 1995a), a la que nos referiremos en adelante como la Propuesta; elaborada por investigadores del DIE-Cinvestav y de la SEP. Este paquete didáctico pretende responder a la necesidad de actualización de los maestros de primaria, en referencia al conocimiento de los materiales curriculares y del enfoque metodológico planteado en los mismos, además utiliza una metodología diferente a la usada en otros cursos de actualización, que después será analizada en detalle.

2.1. Antecedentes de la Propuesta

El paquete didáctico de matemáticas, encuentra sus antecedentes en los trabajos de investigación realizados por profesores del DIE-Cinvestav, particularmente en el Laboratorio de Psicomatemática[3] , donde se han venido realizando investigaciones que se inscriben en las líneas de didáctica de las matemáticas, formación de docentes y desarrollo curricular.

Algunos de los resultados de estos trabajos se han dado a conocer a través de proyectos de desarrollo curricular, solicitados al DIE, como institución, o en particular al Laboratorio de Psicomatemática como son los materiales para los cursos comunitarios del Consejo Nacional de Fomento Educativo

(CONAFE)[4] , Unidad de Publicaciones Educativas y la Subsecretaría de Educación Básica y Normal (éstas últimas de la SEP).

Con base en los resultados de los proyectos de investigación sobre didáctica de las matemáticas, y en los intentos de darlos a conocer dentro del ámbito educacional, a través de cursos-taller, conferencias, publicaciones, etcétera; el equipo de investigadores del Laboratorio de Psicomatemática fue estudiando recursos didácticos a fin de resolver los siguientes problemas de los docentes, con relación a la matemática: a) conocimientos disciplinarios insuficientes y/o erróneos; b) concepciones de enseñanza y de aprendizaje; c) falta de conocimientos sobre didáctica desarrollada desde una perspectiva constructivista del aprendizaje de la matemática. De tal suerte que se comenzó entonces a enfocar la investigación al desarrollo de situaciones en las que el maestro se viera forzado a reconceptualizar sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos de la educación básica y sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje infantil (Fuenlabrada 1981-1985).

Las principales investigaciones que han dado lugar a estas conclusiones, parten del proyecto "Metodología de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria" (Fuenlabrada, Gálvez y Saiz, 1978-1984), investigación de corte longitudinal en la que se estudió (diseño y experimentación) una metodología de enseñanza de las matemáticas de los contenidos de la educación primaria, basada en la concepción de aprendizaje derivada de la teoría psicogenética. Este trabajo de investigación, es el antecedente inmediato de otro sobre formación y actualización docente (Fuenlabrada, 1982), conformado por una serie de cursos-taller con duración de un semestre cada uno, dirigidos a maestros, cuya asistencia no estaba condicionada a ningún tipo de puntaje escalafonario de la SEP. El objetivo de este proyecto fue el diseño y experimentación de situaciones didácticas que permitieran a los maestros ampliar sus conocimientos matemáticos, y entender las dificultades de aprendizaje de los contenidos, tanto para ellos como para los niños. Se pretendía además que los maestros reflexionaran sobre la metodología seguida en los cursos, a fin de aproximarlos a otras formas de práctica docente.

La concepción de actualización generada por estos trabajos de investigación del Laboratorio de Psicomatemática, difiere en diversos aspectos, de otras experiencias que se han venido manejando con los docentes, tales como: a) contemplar contenidos matemáticos no propios de la escuela primaria como álgebra, en el entendido de que "al saber más matemáticas, se estará en condición de enseñar mejor la matemática de la escuela primaria", como también se da el caso de "saber" constructivismo para estar en condiciones de llevarlo a la práctica, la tendencia era que primero habría que estar "informado" vía lecturas, seminarios, etcétera y desde este conocimiento estar en la posibilidad de aplicarlo después en el aula. b) los procesos de aprendizaje de los niños se analizan desde un enfoque estímulo-respuesta, tomando en cuenta todavía al niño como un receptor del "saber" del docente. c) no hay un espacio de reflexión por parte de los maestros sobre su práctica o sus propios conocimientos del área de matemáticas, la reflexión se da cuando los docentes después de leer un documento platican sus conclusiones y las relacionan con sus experiencias. d) la persona que imparte el curso, "da" la clase y dirige las actividades totalmente.

Por el contrario en la experiencia de implementación de la Propuesta de actualización de matemáticas, referente del objeto de este estudio, los maestros trabajan en espacios de curso-taller, los contenidos matemáticos que se manejan son los de la escuela primaria, los maestros trabajando en equipo se enfrentan a resolver situaciones que les resultan problemáticas (como adultos), se dan espacios de reflexión sobre sus formas de resolución de las situaciones planteadas y de las formas de solución que pueden dar los niños a estas mismas. Esta propuesta de actualización representa una alternativa, entre otras, ofrecida a los docentes a través del ProNAP desde 1996.

Estos materiales fueron diseñados con la idea de que los maestros los trabajen de manera autodidacta con la sugerencia de organizarse en pequeños grupos de estudio, estos grupos pueden recibir apoyo de un asesor, en un centro de maestros, que fueron creados para este fin: dar asesoría, proporcionar bibliografía y materiales audiovisuales para consulta.

2.2. Metodología de estudio

En el Laboratorio de Psicomatemáticas se llevó a cabo el proyecto de investigación: "Investigación cualitativa de una propuesta de actualización en matemáticas para profesores en servicio", Fuenlabrada (1995) con el objeto de conocer el impacto de los materiales de la Propuesta de actualización mencionada. El referente empírico analizado en este trabajo corresponde a uno de los cursos (capítulo dos de la Propuesta) de un programa de diplomado ofrecido por una escuela normal del Estado de México, cuyo propósito fue la implementación de la Propuesta Nacional de Actualización. El trabajo experimental se desarrolló en 1995 (enero-diciembre).

En la experiencia de este proyecto de investigación, se planteó trabajar con un grupo de docentes en un espacio de curso-taller, con la conducción de un coordinador, con ciertas características, entre ellas el conocer los principios metodológicos que subyacen a los materiales. Esta modalidad de actualización pretende resolver dos cuestiones: por un lado, evitar la pérdida del objetivo de las actividades que se da en el sistema de actualización por medio de multiplicadores, y por otro lado el permitir a los profesores espacios para comentar, argumentar y preguntar cuestiones referentes a sus formas de resolución de situaciones problemáticas.

Los objetivos de esta investigación, en relación a la Propuesta de actualización son:

> Valorar el potencial didáctico del modelo de Taller para maestros La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. En el sentido de hacer una evaluación cualitativa de esta propuesta de actualización (...) Identificar los aciertos y/o dificultades de la intervención didáctica propuesta en el taller. Describir en términos cualitativos, los efectos del Taller en un grupo de profesores (...) (Fuenlabrada 1995, 1).

La experimentación de los materiales, como se anticipara, se llevó a cabo en una Escuela Normal del Estado de México, se convocó a los profesores en servicio y la inscripción fue abierta, es decir, los maestros que participaron no fueron seleccionados.

Los profesores inscritos fueron 27, de los cuales al inicio del curso-taller desertaron dos[5] los 25 profesores que quedaron se conservaron en el taller hasta el final, con una asistencia regular. Los participantes, son docentes en servicio, algunos con grupo a su cargo, otros con puestos directivos en escuelas primarias y tres son docentes de la escuela normal. Algunas de las expectativas de los docentes en cuanto al taller, se citan a continuación:

> "...conocer nuevas estrategias de enseñanza de las matemáticas...; "...conocer la reforma educativa..."; "...actualizarse para enseñar mejor las matemáticas..."; "...conocer los procesos de los niños y las estrategias que utilizan en la resolución de problemas..."

Estas expectativas fueron recogidas a través de una entrevista individual escrita realizada al inicio del curso. Los comentarios reflejan el reconocimiento de los maestros en cuanto a que no están actualizados en "formas de enseñanza de las matemáticas" y su interés por conocer "estrategias" o la misma "reforma educativa". Se puede ver que existe una inquietud entre algunos maestros por el desconocimiento tanto del manejo de los Libros de Texto Gratuitos (LTG), editados en la década de los noventa, como del enfoque metodológico subyacente.

Las sesiones de trabajo se realizaron semanalmente (cada viernes), con una duración de cuatro horas, hubo un periodo intensivo en el mes de julio, en el cual se trabajó en dos turnos, mañana y tarde (ocho horas diarias); cubriéndose de esta forma un total de 50 sesiones en 200 horas de trabajo.

Se realizaron registros y protocolos de cada una de las sesiones. Para la realización de los registros, se tomaron en cuenta las intervenciones del conductor, las participaciones de los maestros, el tipo de interacción entre ellos, las acciones que realizaron para resolver las situaciones, el tiempo que utilizaban en ello, entre otros aspectos documentados.

El equipo de investigación estuvo conformado por siete personas que intervinieron de manera directa en la realización de todo el curso-taller, dos fueron las responsables de impartir los contenidos del curso, y las demás participaron levantando registros de clase hasta llevarlos a la elaboración de un protocolo. Periódicamente se realizaron seminarios para hacer evaluaciones parciales de los objetivos propuestos.

La idea que subyace en la Propuesta de actualización *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*, es que los docentes al enfrentar una forma de trabajo distinta a los cursos anteriores de actualización, identifiquen, a través de su propia experiencia de aprendizaje, otra manera de enseñar, que a su vez es equivalente a la que se espera empleen con los niños en el aula. En palabras de Fuenlabrada:

> Se concibe a las secuencias de situaciones problemáticas como el instrumento a través del cual los maestros estarán en posibilidad de ampliar o redefinir las temáticas propias de la educación primaria, a la vez que se modifiquen las ideas acerca de cómo se aprende y cómo se enseña (...) deben además incorporar a los maestros en un proceso de aprendizaje en el que ambos procesos -la enseñanza y el aprendizaje- sean análogos a los que se espera se funcionalicen en el salón de clase. (Fuenlabrada, 1997a, 169).

La concepción de actualización que se sustenta en la Propuesta de actualización objeto de análisis de este trabajo, se encuentra asentada en dos partes nucleares del pensamiento de los maestros: sus ideas pedagógicas y sus ideas disciplinarias. Se apuesta que el trabajo del curso-taller posibilite la reconceptualización de los conocimientos matemáticos de los maestros, y dado que su aprendizaje se propicia con una metodología de enseñanza coincidente con- la que se espera trabajen con los alumnos;

estarán al término del curso en mejores condiciones para implementar en el aula, la propuesta de los materiales curriculares actuales.

2.3. Descripción de los materiales de actualización en matemáticas para maestros de primaria en servicio

La propuesta de actualización está integrada por un paquete didáctico que consta de cuatro libros:

- Libro de Actividades*: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros.* Primera parte (en adelante Libro 1).

- Libro de Actividades: *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros* Segunda parte (en adelante Libro 2).

- Libro de Lecturas (en adelante Lecturas).

- Libro de Material Recortable (en adelante Recortable).

En el Libro 1 se revisa el enfoque de la asignatura y se analiza en particular, en el siguiente apartado.

En este libro se revisan además los contenidos de las líneas conceptuales:

Los números, sus relaciones y sus operaciones, La geometría y La medición.

De la línea conceptual de Los números sus relaciones y sus operaciones, se presentan los contenidos de los siguientes temas en las correspondientes unidades:

- Los números naturales y el sistema decimal de numeración (que es objeto de este estudio).

- La suma y la resta.

- La multiplicación y la división.

Los contenidos de geometría y medición se presentan como unidades temáticas.

En el Libro 2 se revisan los contenidos de la línea: Los números, sus relaciones y sus operaciones (en la unidad de Las fracciones); además de las líneas de Procesos de cambio; Tratamiento de la información y La predicción y el azar.

En cuanto a las Lecturas, se trata de una serie de artículos referidos a los aspectos teóricos de los contenidos matemáticos y de procesos de aprendizaje y de enseñanza. La intención de esta antología es que los maestros profundicen en el enfoque didáctico que se les presenta tanto en sus materiales curriculares como en los de la actualización; y que por otro lado conozcan algunas de las discusiones actuales que se están dando con relación a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El libro recortable contiene materiales de apoyo que se requieren para algunas actividades, vienen en papel grueso con impresión en color; los autores de la Propuesta señalan que el objetivo de este material es el de ahorrar tiempo en la preparación de las activiades por parte del maestro (Block, et. al., 1995a). La presentación de estos materiales es análoga a la de los materiales recortables que acompañan a los LTG, esta situación puede propiciar que los profesores reconozcan y validen el uso de éstos.

Los objetivos centrales de la Propuesta de actualización son tres: el primero es que los maestros profundicen y enriquezcan sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos que se manejan en la escuela primaria, el segundo, que amplíen sus conocimientos sobre el enfoque didáctico de los materiales curriculares y el tercero, que realicen una revisión de los materiales con los que cuenta el maestro para su tarea docente (Block, et. al., 1995a, 10).

Cada capítulo de los Libros 1 y 2 está organizado en una serie de actividades, que en la mayoría de los casos se agrupan en temas. Se presentan varios tipos de actividades, a saber:

Un tipo de actividad, que los autores señalan como la más general a lo largo de la Propuesta, es la de "situación problema". Se afirma que este tipo de actividad permitirá a los maestros profundizar en los conocimientos sobre los contenidos matemáticos de la primaria, de una manera más significativa a través de la resolución de cierto tipo de situaciones. Así mismo, caracterizan a los problemas que se plantean, como situaciones en las que se reconoce la búsqueda de la solución a través del ensayo y el error y el uso de los conocimientos previos, como procesos esenciales en la construcción de conocimientos matemáticos (Block, et. al., 1995a, 12).

Otro tipo de actividad permanente, es la revisión de los materiales curriculares de los maestros, como son: El libro para el maestro; El Libro de Texto Gratuito; El avance programático y El fichero de Actividades didácticas. Se sugiere también la revisión de algunos materiales complementarios como son: *Juega y aprende matemáticas* (Fuenlabrada, et. al., 1991b), algunos videos y audios[6] . Estos últimos se consideran complementarios porque, aunque son interesantes y pueden aclarar algunas dudas a los maestros, los autores señalan que si no se cuentan con ellos se continúen con las actividades dando por sentado que con el desarrollo de las éstas se cubren los propósitos del taller. (Block, et. al., 1995a, 12).

Otro tipo de actividad consiste en el análisis de los procedimientos que utilizan los niños para resolver algunas situaciones determinadas, que va en el sentido de ver el tipo de respuestas que dan los niños frente a determinadas situaciones y los errores que pueden llegar a cometer. Estas actividades se denominan "Veamos qué hacen los niños" pero no se encuentran sistemáticamente en la Propuesta.

Al final de cada capítulo, a excepción del primero, se presenta una serie de "ejercicios" bajo el rubro "¿Qué hemos aprendido en este capítulo?". La finalidad de éstos es hacer una evaluación de lo aprendido. Las respuestas correctas se pueden consultar en un anexo de cada libro.

Parte de la estructura de las actividades, son algunos recuadros grises que contienen información de diversa índole. Ésta puede completar el tratamiento del tema que se esté tratando, o bien puede ser una síntesis que explica los procesos por los que pasan los niños al resolver una actividad similar a la que se presenta. También sirven para ampliar las posibles respuestas de los maestros al resolver alguna situación.

La realización de lecturas es otra de las actividades. Las lecturas del paquete didáctico se tratan de dos maneras: a veces se propone un análisis de la lectura con base en una serie de preguntas para elaborar conclusiones, en otras, solamente se sugiere realizar la lectura para completar la información sobre algún tema.

2.4. Principios didácticos de la propuesta de actualización

El capítulo uno del Libro 1, es una amplia introducción, en la que los maestros revisan aspectos didácticos de la enseñanza actual de la matemática. La estructura del capítulo es similar a la del resto, a excepción de que en éste no está el apartado de "revisión de lo aprendido".

El capítulo está conformado por seis actividades, las dos primeras se refieren a la resolución de problemas, la tercera, al papel del juego en el aprendizaje de las matemáticas, la cuarta está dedica a la estimación y cálculo mental, la quinta al uso de la calculadora en la clase y la sexta a la revisión de los materiales de trabajo.

A continuación, se presenta una mirada sucinta de las componentes didácticas que se consideran en el capítulo uno del Libro 1, porque ahí es donde se sientan las ideas metodológicas que sustentan la enseñanza de las matemáticas, y también lo que se va a trabajar a lo largo de las actividades del curso-taller.

2.4.1. La resolución de problemas

El aprendizaje mediante la resolución de problemas es una metodología de enseñanza que se está desarrollando actualmente en varios países. En México, es una de las principales características del enfoque que subyace a los materiales curriculares vigentes en el sistema educativo nacional.

Uno de los objetivos del curso de actualización, como viene dicho, es que el maestro amplíe sus conocimientos del enfoque planteado en los materiales curriculares, y además que trabaje de manera análoga a la manera en que trabajan los alumnos, por tanto, se hace necesario hacer referencia a ciertas cuestiones teóricas:

a) La enseñanza está organizada en torno a la resolución de problemas, planteados como situaciones problema.

b) Las situaciones-problema están ordenadas en general en una secuencia didáctica.

c) Las actividades están enfocadas de manera que la participación del alumno sea activa.

a) La enseñanza está organizada en torno a la resolución de problemas, planteados como situaciones problema.

En el modelo de enseñanza tradicional los problemas se encuentran bajo el signo de la reproducción, es decir, el maestro comunica o explica a los alumnos los contenidos, les da numerosos ejemplos y como última parte "explica" los problemas que se resuelven con ese contenido matemático, de esta forma, el alumno no tiene oportunidad de *pensar* cómo resolverlo, cómo establecer relaciones entre los datos, ni en la operación que lo resuelve. Más aún, el maestro presenta un problema, dirige su forma de resolución y después plantea otros (variando solamente algunos datos) para que los alumnos practiquen a través de la réplica lo "aprendido".

La presencia de los problemas en la escuela primaria ha estado tradicionalmente condicionada a la enseñanza previa de los algoritmos de las operaciones que los resuelven, es decir, los problemas se consideran solamente espacios de "aplicación de conocimientos adquiridos": primero se enseñan los algoritmos de las operaciones y después se plantean problemas que se resuelvan con esos algoritmos. La enseñanza de la matemática ha sido vista como "la enseñanza de signos y las reglas de combinación de los mismos" (Fuenlabrada, 1991, 226; Block, et. al., 1995b, 11).

La concepción de la enseñanza de las matemáticas tiende a modificarse, los trabajos de investigación en didáctica de la matemática, tanto en México como en otros países, han situado la resolución de problemas en un lugar central. El modelo de enseñanza en el que los problemas ocupan un espacio privilegiado, se puede identificar desde la didáctica, como el modelo llamado *aproximativo* (Charnay, 1988; Peltier, 1993) fundamentado en la construcción del saber por el alumno, Peltier, particularmente lo define de la siguiente manera:

> - el maestro propone y organiza una serie de situaciones jugando con diversas restricciones (variables didácticas), organiza las diferentes fases (investigación, formulación, validación, institucionalización); maneja la comunicación en la clase; se da llegado el momento, elementos convencionales del saber;
>
> - el alumno intenta, busca, hace hipótesis, propone soluciones, las confronta con sus compañeros, las defiende...
>
> -el saber es considerado con su propia lógica;
>
> - el problema es medio de aprendizaje.(Peltier, 1993, 8).

Así, en este modelo el maestro no es un informador, es un organizador del aprendizaje y el alumno no es un simple receptor, participa activamente en las situaciones que se le plantean. En este modelo se parte de las concepciones que tengan los alumnos sobre los contenidos matemáticos y se hacen evolucionar o cambiar a otros conocimientos más complejos o a los convencionales. Pero, ¿cómo evolucionan? Los problemas se presentan en una situación didáctica llamada situación problema o situación problemática, que pone a prueba el conocimiento previo del alumno, después el maestro propone una nueva situación en la que varían algunos elementos (variables didácticas) de la situación para que el alumno busque nuevas formas de resolución.

En los trabajos del Laboratorio de Psicomatemática (Block y Papacostas, 1986; Fuenlabrada, 1988, 1991, 1996, entre otros) se sostiene la idea de que la situación problemática debe reunir las siguientes características:

- Involucrar al concepto matemático que se va a estudiar.
  El problema que se va a resolver debe contener los aspectos del

concepto matemático que se va a estudiar, en los primeros momentos deben presentarse los aspectos más sencillos para más adelante complejizarlos.

- Presentar un reto intelectual al individuo a quien va dirigido. La situación debe ser atractiva para el sujeto al que va dirigido pensando que no debe ser tan sencilla o contar con la estrategia de solución, pues pierde el objetivo, tampoco debe ser tan compleja que el individuo ni la entienda ni pueda resolverla con los conocimientos que posee y no pueda buscar entonces una estrategia de solución.

- Proporcionar al sujeto conocimientos significativos que pueda generalizar a otras situaciones problemáticas que enfrente. Al analizar las estrategias de solución de los diversos equipos, le permite al alumno reflexionar sobre sus propias acciones y las de los demás, establecer estrategias que le pueden funcionar en otras situaciones similares (Fuenlabrada, 1991, 227).

Los problemas, desde esta perspectiva "deben plantearse al alumno desde un principio, antes de que aprendan los procedimientos convencionales de solución" (Fuenlabrada, 1996, 3); es decir, cuando el niño enfrenta un problema con los recursos y conocimientos con que inicialmente cuenta, éstos van a evolucionar por la intervención del maestro, a través de la serie de problemas que éste proponga y el niño al enfrentarlos empieza a considerar a las estrategias convencionales como más funcionales que las que elniño ha ido elaborando en el proceso de aprendizaje. Los problemas no se consideran únicamente para aplicar lo aprendido sino también y primordialmente para aprender conocimientos nuevos.

b) Las situaciones-problema están ordenadas en una secuencia didáctica.

Las situaciones problemáticas, como se mencionó antes, son situaciones que permiten al sujeto, al interactuar con ellas, descubrir diversas formas de solucionar un problema, a través de realizar intentos, ensayos e interactuar con otros compañeros. A fin de que el sujeto vaya desarrollando esas estrategias de solución y se acerque a la constitución del conocimiento nuevo, las situaciones problemáticas se van estructurando en una secuencia didáctica, que lleva a la construcción de una noción. Peltier le llama "situación global de aprendizaje" y lo define de la siguiente forma:

1. Una situación-problema: situación didáctica fundamental que pone en juego los conocimientos como instrumento implícito.

2. Situaciones y ejercicios de entrenamiento, de familiarización, donde el conocimiento interviene como instrumento explícito de

resolución; donde el conocimiento se sitúa en relación con los conocimientos anteriores.

3. Una síntesis, en el curso de la cual el conocimiento es institucionalizado como nuevo objeto de saber (...) y situado en relación con los saberes anteriores.

4. Problemas que permitan al alumno reutilizar un conjunto de nociones. (...) (Peltier, 1993, 9).

Los trabajos en didáctica, que se han desarrollado para analizar secuencias didácticas que organicen situaciones problemáticas que posibiliten la evolución de los conocimientos previos de los sujetos hasta llegar a constituir una noción o contenido matemático, se ubican en lo que se llama ingeniería didáctica (Brousseau, 1986; Artigue, 1995; Douady, 1984).

En la Propuesta de actualización, se les plantea a los maestros las características que debe tener una situación problemática para que sea realmente un problema que genere en el aprendiz, el interés por resolverla.

La situación que se les presenta a los profesores se resuelve con una ecuación algebraica, (anexo 1), que en principio, no forma parte de los recursos de solución de los maestros. Este hecho es una acierto desde la didáctica constructivista, porque como se ha mencionado, la situación problema debe plantear "un reto", un problema que represente una dificultad al maestro, "la solución" (en este caso, convencional) debe estar fuera del alcance de los maestros pero el problema es susceptible de ser resuelto con las operaciones (aritméticas) que él maneja.

Lo anterior, permite que los docentes, al resolver la situación, se den cuenta que si al inicio de la actividad se les hubiese presentado la ecuación que la resuelve no habrían pasado por el proceso de construcción de dicho recurso de solución. Por otro lado, es una acertada manera de ilustrar "en los hechos", el enfoque actual de la enseñanza de las matemáticas, en relación a que los problemas deben plantearse a los niños antes de "enseñarles" las herramientas convencionales (operaciones) que los resuelven.

Se pretende que al trabajar los problemas de esta manera, el maestro se vaya percatando de que cuando los niños (o él mismo como alumno) trabajan libremente buscando la solución, se generan aprendizajes más significativos que los que se propician cuando no se da esta oportunidad de indagación libre de la solución de los problemas.

En este nuevo enfoque se trata de "ver" a los problemas como generadores de conocimiento, de adquirirlo al resolver problemas; es decir, los problemas deben estar presentes desde el inicio del aprendizaje de un concepto o noción matemática (Block, et. al., 1995a, 20).

A fin de que los maestros que llevan el curso de actualización continúen reconociendo esta alternativa didáctica que es componente central de la propuesta metodológica, y que la reconozcan en problemas propios de la escuela primaria, se les propone un problema que se resuelve con una división (anexo 2), se les pide que lo resuelvan sin utilizar el procedimiento convencional, más adelante se les presentan dos procedimientos inconclusos para que ellos los continúen.

El conocimiento de muchos maestros acerca de lo que significa resolver un problema, no contempla, la posibilidad de la existencia de soluciones alternativas al uso de la operatoria convencional que lo resuelve. Este ejemplo en que se utiliza la división puede llevar a los maestros a reflexionar sobre los procedimientos que pueden generar los alumnos cuando todavía no saben dividir, a la vez que cuestiona su creencia acerca de la relación biunívoca entre problema y operación que erróneamente, han construido respecto a la resolucion de problemas. Como se mencionó en los antecedentes del proyecto de actualización, en el Laboratorio de Psicomatemática se ha desarrollado investigación sobre actualización de docentes (Fuenlabrada, 1982; Fuenlabrada, Block y Nemirowsky, 1988-1989), cuyos resultados han mostrado, cómo el diseño de situaciones problemáticas que cuestionan al maestro sus conocimientos matemáticos y su modelo de enseñanza, es un buen recurso metodologico que debe considerarse en el diseño de cursos de actualización

c) Las actividades están enfocadas de manera que la participación del alumno sea activa.

Tomar en cuenta al niño como un sujeto "activo" en el proceso de enseñanza es un planteamiento que se ha venido haciendo en algunos modelos de enseñanza o en estudios sobre procesos de aprendizaje. En algunos se plantea "la actividad" por parte del alumno como la acción de éste sobre materiales concretos, en una situación de aprendizaje totalmente dirigida por parte de quien enseña. Por ejemplo, en la enseñanza que se observa todavía en muchos salones de clase, la actividad consiste en una serie de pasos señalados por el maestro que el alumno debe seguir sin que se le permita desviaciones mayores. En cambio, "la actividad" en el modelo de enseñanza fundamentado en la resolución de problemas, refiere esencialmente a actividad intelectual y, en los casos en los que se propone el uso de material concreto, su presencia se justifica como un apoyo al razonamiento del niño, por lo que éste hara uso del material de la maera como lo considere más conveniente, en función de la búsqueda de solución al problema que se le ha planteado, en un espacio de intercambio y confrontación de sus ideas con las de sus compañeros.

Es decir, a diferencia de planteamientos anteriores, en donde la "acción" del alumno es el seguimiento de órdenes sobre un conocimiento ya establecido[7] , en el modelo de resolución de problemas la "acción" del alumno es "dejarlo" que resuelva la situación de aprendizaje; además ésta forma parte de una secuencia de situaciones, que conlleva a la construcción del conocimiento matemático, objeto de la enseñanza.

En los espacios de actualización también debe considerarse al maestro-alumno como un sujeto en proceso de aprendizaje y las situaciones problematicas que se planteen, deben permitirle una "acción" también diferente. Es decir, se trata de propiciar una relación con el conocimiento matemático que genere interacción con la situación misma, (tener la posibilidad de resolverla y el reto de hacerlo), interacción con sus pares y una reflexión o validación del conocimiento adquirido.

2.4.2. El juego como recurso didáctico

El juego ha estado presente en la enseñanza de manera general, en relación a consideraciones de tipo psicológico, a saber: el niño está en una etapa lúdica; para los niños todo es juego y una manera de enseñarles algo, es "jugando a eso". De manera particular en las matemáticas el juego ha estado presente como una forma de "descanso" para los niños, es decir solamente desde un punto de vista recreativo, pero no como fuente de aprendizaje matemático.

El juego como un recurso didáctico a través del cual se pueden adquirir conocimientos, es una postura que ha venido cobrando importancia en las últimas décadas, han aparecido en revistas de investigación como en Gran N y en trabajos específicos de Brousseau (1980) Saiz y Fregona (1984), (Fuenlabrada, et. al., 1991b) en donde se presenta el juego y se explicita la manera en que influye en la adquisición de contenidos matemáticos.

El juego es un recurso didáctico que permite a los jugadores construir conocimientos nuevos al desarrollar estrategias para ganar. El juego se les plantea a los maestros, en la Propuesta, como un "modelo ideal" de situación didáctica para aprender matemáticas, los autores señalan:

> En este juego, como en otros, se necesitan pocos conocimientos para jugar, pero para empezar a ganar, es necesario construir una estrategia. Dicha estrategia se va elaborando al realizar varios

> juegos, en los cuales se prueban ideas, se rectifican, se precisan, se utilizan determinados conocimientos matemáticos y se construyen otros nuevos: en esto radica el gran valor didáctico de los juegos (Block, et. al., 1995a, 24)

Se les presenta uno de los juegos del libro *Juega y aprende matemáticas* (Fuenlabrada, et. al., 1991b) y se realiza una lectura de la introducción y del *Libro para el maestro. Matemáticas Primer grado* (S.E.P, 1994)., en su sección de recomendaciones didácticas generales.

El valor didáctico de los juegos matemáticos se explicita en la presentación del libro *Juega y aprende matemáticas*, donde los autores los presentan bajo dos aspectos; uno, como experiencia de aprendizaje: los niños amplían sus conocimientos matemáticos y desarrollan habilidades numéricas y geométricas; otro, como recurso dentro del salón de clases frente a situaciones de tipo administrativo, por ejemplo, cuando el maestro tiene que atender un grupo de niños en especial, o cuando tiene que atender asuntos fuera del salón de clase.(Fuenlabrada, et. al., 1991b, 6).

Los autores del libro *Juega y aprende matemáticas* señalan que con los juegos:

> (...) el jugador, frente al juego tiende a ser autónomo. No aplica instrucciones dictadas por otro sino que construye sus propias estrategias por sí mismo y en la interacción con sus compañeros. Cada jugador se involucra con entusiasmo, sus aprendizajes son experiencias gozosas. (Fuenlabrada et. al., 1991b, 5)

A lo largo del taller se presentan otros juegos, invitando a los profesores a reflexionar sobre los contenidos matemáticos que se trabajan en ellos, la organización de éstos y el objetivo que persiguen.

2.4.3. El cálculo y la estimación.

El cálculo y la estimación de resultados, se presenta a los maestros como un propósito de la escuela primaria y como estrategias didácticas que permiten establecer relaciones entre los datos de un determinado problema y analizarlas para proponer un resultado posible. Esto permite a los alumnos ampliar su conocimiento sobre los números.

Los autores de la Propuesta señalan:

> Brindar respuestas aproximadas a un problema, además de ser muy útil en la vida diaria para hacerse una idea del tamaño de

> una magnitud, permite también reflexionar sobre las relaciones entre los datos antes de distraer la atención con los cálculos. Después de hacer cálculos, la estimación que se hizo permite saber si el resultado que se obtiene es factible. (Block, et. al., 1995a, 26)

Cabe mencionar que el cálculo mental y la estimación, son aspectos de la educación matemática que han venido cobrando importancia desde principios de la década pasada, tanto en México como en otros países y se reconoció la necesidad de incluirlos en el currículo de la escuela primaria, pues como lo señala Parra (1994, 219): "Podemos constatar que son conocimientos permanentemente en "uso" y su practicidad puede ser un argumento a la hora de discutir su inclusión como contenidos a tratar en la escuela". Esta autora define también al cálculo mental como: "el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados." (Parra 1994, 222).

Por su lado, Balbuena, Block y Carvajal (1995) señalan algunos aspectos de la enseñanza de las matemáticas que son benéficamente influenciados por el cálculo mental:

> En el cálculo mental se ponen en juego estrategias distintas a las que se utilizan en el cálculo escrito, así como diversas propiedades de las operaciones (...)
>
> (...) la estimación de resultados aproximados juega un papel importante en el control que se tiene sobre los resultados de una operación (...) favorece una primera reflexión sobre las relaciones entre los datos del problema (...) (Balbuena, et. al., 1995, 27)

Se plantea la inclusión del cálculo mental y la estimación en el currículo escolar, como un acercamiento a las prácticas matemáticas que se realizan fuera de la escuela y las actividades que se hacen dentro de la misma. Ambos: la estimación y el cálculo mental, permiten al alumno reflexionar sobre las acciones a realizar frente a un problema y establecer datos para definir un acercamiento a la solución. Estas acciones de estimar y calcular un resultado se realizan desde temprana edad con cantidades manejables y más adelante se emplean en el cálculo del dinero que se necesita para pagar, o en diversas situaciones cotidianas.

La estimación, en la Propuesta, se presenta a los maestros a través de una actividad que consiste en hacer una lectura referida al tema de la estimación y la resolución de un problema, para el cual se solicita elegir una respuesta aproximada entre varias opciones. Cabe mencionar, sin embargo que es una actividad que desgraciadamente no se sostiene a lo largo de la Propuesta, a diferencia de las otras recomendaciones didácticas que se hacen en este capitulo.

2.4.4. La calculadora

> El uso de la calculadora en la escuela primaria es un aspecto cuestionable para algunas personas. Algunos maestros, por ejemplo, piensan que la calculadora no es de ayuda para el aprendizaje de las matemáticas y que incluso obstaculiza los procesos de razonamiento por parte del alumno. Sin embargo, en la última década se han desarrollado algunos trabajos acerca de su valor didáctico dentro del aula y han puesto de manifiesto su utilidad. Gálvez, Navarro y Riveros (1992, 9) señalan: "(...) su uso razonado facilita la adquisición de conceptos matemáticos, de relaciones numéricas, de propiedades de las operaciones aritméticas, de destrezas de cálculo (...)". También los autores de la Propuesta, comparten la idea de que la calculadora es un apoyo para que los alumnos desarrollen ciertas habilidades cuando enfrentan la resolución de un problema.

Tanto en la Propuesta, como en los trabajos de Gálvez, se hace notar que su uso debe estar bien planeado y pensando en el objetivo a alcanzar en el aula en una determinada clase:

> El uso de la calculadora en las clases de matemáticas no puede ser indiscriminado, sino que debe ser controlado por el profesor. Es él quien determina en qué momento, durante cuánto tiempo, cuál actividad y con qué propósito, sus alumnos trabajen con la calculadora. (Gálvez, et. al., 1992, 9).

Por su parte los autores de la Propuesta señalan que:

> La calculadora puede dar lugar a interesantes problemas, desde primer grado hasta sexto, que propician el análisis de distintas relaciones y propiedades de los números. Constituye también un medio eficaz para verificar resultados obtenidos mediante cálculo mental. (Block, et. al., 1995a, 27).

Los problemas que se plantean a los maestros en la Propuesta, son ejemplos en los que se encuentran situaciones en las que la calculadora es de utilidad, para analizar las relaciones que se pueden establecer entre los números o los datos de algún problema.

La última actividad de este capítulo se refiere a la revisión de los materiales de trabajo[8] . Ésta, como ya se mencionó, se encuentra en todos los capítulos de la Propuesta, y se hace de acuerdo a los contenidos correspondientes de cada tema, en especial en este primer capítulo, se orienta la reflexión con el propósito de dar una visión general en relación a aspectos metodológicos, tales como:

- La organización de los contenidos en ejes conceptuales.
- Revisión de éstos en los libros para el maestro.
- Aspectos de alguna secuencia didáctica.
- Los momentos de la inclusión de contenidos matemáticos en cada grado, por ejemplo: en qué momento se presentan los algoritmos convencionales de las operaciones aritméticas, en qué momento se introducen las fracciones de manera formal, etcétera.

También se revisan aspectos acerca del manejo de los materiales, como son: el orden en que es más conveniente presentar a los niños las lecciones del LTG y las fichas de actividades; qué fichas se trabajan antes de alguna lección determinada; la función del Avance programático en el desarrollo de las lecciones y las fichas de actividades, etcétera.

Se discuten puntos específicos de la didáctica, como es la importancia del uso del material concreto en la enseñanza de los contenidos matemáticos.

Con el desarrollo de las actividades del capítulo 1 de la Propuesta se espera que los maestros estén en posibilidad de empezar a reflexionar acerca de los planteamientos didácticos que sustentan el enfoque de enseñanza de la matemática y reconozcan éstos en las actividades de la Propuesta.

---

[1] Por ejemplo la reforma de los setenta a los Planes y Programas, la reforma de las matemáticas modernas, en las cuales la entonces Dirección General de Capacitación y Mejoramiento Profesional del Magisterio se dio a la tarea de implementar cursos de verano en los cuales se ofrecía a los maestros cursos de diferentes áreas tanto de aspectos pedagógicos como de contenidos de las materias, incluyendo materias artísticas.

[2] Estos últimos elaborados por personal de cada entidad pero avalados por la SEP

[3] El Laboratorio de Psicomatemática fue fundado en el DIE-Cinvestav, por Irma Fuenlabrada, Grecia Gálvez e Irma Saiz en 1978, como un equipo interdisciplinario para realizar investigación sobre problemas de enseñanza y de aprendizaje de la matemática en la escuela primaria.

[4] Los materiales para el CONAFE mencionados, fueron elaborados por el Departamento de Investigaciones Educativas, a través del Proyecto Dialogar y Descubrir, en donde participaron investigadores y auxiliares del DIE de las áreas de Matemáticas, Español, Ciencias sociales, Ciencias Naturales y Práctica docente, bajo la coordinación general de Elsie Rockwell. Los materiales constan de: Manual del Instructor Comunitario Niveles I y II; Manual de Instructor Comunitario Nivel III; Cuadernos de Trabajo de las cuatro áreas mencionadas para el Nivel III, Libro de Juegos, Fichas de actividades, todos estos sustentados en la investigación generada en cada una de las áreas mencionadas, en relación a las matemáticas, en investigaciones en didáctica de la matemática y en general en corrientes constructivistas del aprendizaje.

[5] Los profesores que desertaron del curso, lo hicieron debido a que su interés estaba en los contenidos de la escuela secundaria.

[6] Audio: *La división. Matemáticas 7* de la serie El conocimiento en la escuela. Matemáticas. Programa de actualización del maestro. Video: *La enseñanza de la matemática en la escuela 1*. Programa de actualización del maestro, 1993.

[7] Por ejemplo en el caso de las operaciones de suma y resta, se le presentan al alumno una serie de pasos a seguir siguiendo el algoritmo, y el alumno manipula materiales concretos y esquemas gráficos, pero siempre fundamentado en el algoritmo, por el contrario en el nuevo enfoque los alumnos trabajan con los números y los agrupamientos y desagrupamientos, con materiales concretos y en situaciones problemáticas, permitiendo así al alumno acercarse al algoritmo convencional. Para ampliar este tema consultar Ávila (1988).

[8] Los materiales que se revisan en esta actividad son: Plan y programas de estudio 1993. Libro para el maestro de matemáticas de los seis gr

CAPITULO II

NÚMEROS Y SISTEMA DE NUMERACIÓN

"Lo que importa entonces no es que una actividad
esté catalogada como 'tradicional' o 'innovadora';
lo que importa es que las propuestas de trabajo
reúnan ciertas condiciones: (...)
contemplar diferentes procedimientos,
admitir diferentes respuestas, generar algún
tipo de aprendizaje..."
Lerner y Sadovsky (1994, 180)

1. Preliminares

Los números aparecen en distintos contextos y sus usos difieren de acuerdo a los mismos, por ejemplo en un partido de basquetbol, los números en las camisetas de los jugadores tienen un uso nominativo que permite identificarlos, mientras que en el juego se usan para cuantificar la cantidad de puntos que anota cada equipo. De todo el conocimiento matemático, el referido a los números (naturales) es el que más cotidianamente aparece, esta "aparente" familiaridad la asumen y trasladan erróneamente los maestros al organizar su enseñanza. Es decir, los docentes no consideran en el proceso de aprendizaje de los números y su representación las dificultades que los niños enfrentan.

Por otro lado, la pregunta ¿qué es el número? da lugar a unos segundos de silencio en los cuales los maestros intentan encontrar una respuesta, todos parecen tener alguna idea pero no aciertan a decir algo. Una de las maestras dice "es una colección", otra manifiesta que "es un símbolo" después alguien más dice "no, es la representación". Aunado a lo anterior se tiene que las ideas de los maestros acerca de cómo enseñar y cómo aprenden los niños se pueden rastrear en gran parte en las ideas plasmadas en los planes y programas, en los libros para el maestro y en los LTG que les han servido para organizar su enseñanza, amén de los saberes que van conformando en su práctica docente

La enseñanza de los primeros números y el inicio del conocimiento del sistema de numeración son contenidos que han sufrido, en las últimas décadas, variaciones dentro del currículo escolar planteado por la SEP, , éstas han sido influenciadas por diversos motivos, Ávila (1988, 8) señala que “tales modificaciones han tenido como objetivo incorporar los ideales educativos de la época y los adelantos de la pedagogía, la psicología y las matemáticas”. Se presenta enseguida una semblanza de los cambios sufridos en tres décadas en las propuestas de enseñanza de los números.

2. Los primeros números y su enseñanza. Semblanza de tres décadas

La enseñanza del número, como la de los demás contenidos curriculares, ha estado influenciada por las teorías de aprendizaje dominantes en su momento, antes de los años setenta, la enseñanza, tanto de las matemáticas en general como de los números en particular, estuvo fuertemente orientada por ideas utilitarias, es decir las matemáticas no eran vistas como un objeto de conocimiento susceptible de ser estudiado en sí mismo. El aprendizaje mecánico, estaba enfocado a la información más que a la formación, el maestro es el que daba la pauta a seguir y el alumno solamente ejercitaba lo que se le enseñaba. (Ávila, 1988, 65).

En esa época, la de los sesenta, aparece el conteo realizado de manera mecánica como una habilidad para contar (de dos en dos, de tres, en tres) y los números son enseñados en el orden de la serie numérica, tomando como referencia el número anterior (n+1) (Ávila, 1988, 29; Peltier, 1995, 37). La secuencia para enseñar los números parte de contar objetos e imágenes, observar el símbolo de las imágenes contadas y escribir dicho símbolo y ejercitar su escritura. La idea de partir de lo concreto a lo abstracto, está basada en el paso de las imágenes a los símbolos. La resolución de problemas está presente como una imitación y ejercitación. Es decir se presentan los problemas con sus soluciones y éstas se ejercitan en problemas similares.

En los setenta tiene lugar en México la reforma de las matemáticas modernas, que en el ámbito mundial adquiere una gran relevancia. La influencia teórica que dominó esta reforma fue la ideología Bourbaki, la cual surge de un grupo de matemáticos con el propósito de reorganizar las matemáticas fundamentándose en la teoría de conjuntos, de las relaciones y de las funciones[1]. México no quedó exento de esta influencia, por ello fueron los matemáticos quienes asumieron la elaboración de programas y materiales curriculares en esa reforma educativa.

En esos años, la enseñanza de los números se organiza sobre la base de la teoría de conjuntos, que se incluyen en los programas de enseñanza además, aparecen contenidos de lógica, probabilidad y variación funcional. Las actividades en las aulas van del conteo y agrupamiento de objetos al manejo de ábacos y juegos de tableros.

En los libros del maestro y los programas se plantea la construcción del conocimiento por parte del niño, sin embargo las acciones son totalmente dirigidas ya sea por la propia lección, o por el maestro. (Ávila, 1988, 83 y 101).

> - El desarrollo de las habilidades numéricas, aún complejas, no depende del acceso previo a la conservación del número.
>
> - El hecho de poner a contar al niño antes de que logre mejoramiento en la conservación de las mismas.
>
> - El entrenamiento en actividades numéricas introduce progresos a la vez en el campo numérico y en las actividades lógicas, mientras que un entrenamiento en las actividades de seriación y clasificación no implica un mejoramiento sino en este sector, y no en las actividades numéricas (Peltier, 1995, 35)

3. Los sistemas de numeración

La humanidad pasó por un largo proceso para llegar a la representación de los números que hoy utilizamos. En este proceso de construcción del Sistema de numeración decimal (SND), se fueron integrando conocimientos de diversas culturas. Someramente diremos que se inicia por una idea de numerosidad, en cuanto a definir si se tienen muchos, pocos, estableciendo relaciones “más que” o “menos que” entre las cantidades de elementos de dos conjuntos mediante una percepción global de las mismas; más tarde se intentó representar o registrar esa numerosidad, derivado del interés de conocer o tener referencia de si se tenían faltantes en una determinada colección y así se recurrió a marcas sobre palos o dibujos de los elementos según su recursos o necesidades; a esta representación escrita, se le asignó en correspondencia una representación oral, más tarde se avanza en la representación de cantidades al agrupar las cantidades que se contaban y surgen los diversos agrupamientos de cinco, de diez y las reglas para manejarse con éstos que devienen en los sistemas de numeración, particularmente en los de base y posición se tiene:.

a) BASE de un sistema de numeración es el número de unidades de un orden cualquiera necesario para formar la unidad de orden inmediato superior y ese número es el mismo para todos los órdenes.

b) La BASE determina el número de los diferentes símbolos que se emplean para construir los numerales.

c) La posición de un símbolo en el numeral define la potencia de la base de la cual es el coeficiente

En un sistema de base 4

2013 = 2 X 43 + 0 X 42 + 1 X 41 + 3 X 40

d) La escritura de los símbolos en el numeral se realiza en forma horizontal de derecha a izquierda, en el orden de valores crecientes.

e) En la escritura de los números se emplea el cero para indicar la ausencia de unidades de determinado orden, una vez hechos los agrupamientos correspondientes.

El sistema maya es de base y posición, tiene agrupamientos sucesivos de veinte elementos, cada grupo de veinte forma un grupo, y éstos se agrupan nuevamente para dar lugar a otro grupo (de veinte grupos de veinte elementos, cada uno) y los símbolos tienen un valor de acuerdo a la posición en la cual se anotan, cuenta con un símbolo para el cero que representar la ausencia en alguno de los grupos de agrupamientos o niveles, sin embargo en el sistema maya solo existen tres símbolos (•, □□,) uno, cinco y cero; y no veinte, como actualmente se definen los sis temas de base y posición

El SND es de base y posición, al igual que el maya tiene un símbolo “el cero”, para señalar la ausencia de algún orden. De manera general, las características del SND son: la base de agrupamiento es diez, tiene diez símbolos diferentes, las cifras en las cantidades representan potencias de esta base, cada símbolo tiene dos valores uno por el orden que representa (lugar que ocupan en la representación de una cantidad) y otro por su valor en sí mismo.

Las regularidades del sistema de numeración hacen posible que éste sea aprendido de manera mecánica, sin que en principio se requiera de una reflexión sobre sus principios: pero la importancia de comprender estos reside no solamente en el hecho de que los alumnos pueden comprender mejor los algoritmos de las operaciones, sino también las reglas de los sistemas de medida que son las mismas que las del sistema de numeración (Fuenlabrada, 1997a; Fregona, 1984).

Esta permisividad del conocimiento mecánico del sistema de numeración, ha estado presente en las estrategias de enseñanza y, como se mencionó en el capítulo anterior, la enseñanza de número y sistema de numeración es considerado por los maestros como trivial, por consiguiente no lo reconocen como un problema de enseñanza (Fuenlabrada, 1997a, 165).

4. La enseñanza del sistema de numeración

A lo largo de las décadas de los sesenta y setenta, el trabajo con el sistema de numeración se encuentra dirigido más hacia la comprensión de los conceptos involucrados, es decir a entender lo que "es", una decena, una centena y menos hacia el uso de éstas. Se apela al uso de series de números y la equivalencia de decenas y unidades con monedas de diez y un centavo, en los sesenta y al estudio de diferentes agrupamientos hasta llegar a los de diez elementos, en los setenta (Álvarez, 2002).

Un recurso para explicitar la organización del sistema de numeración ha sido la manipulación de objetos y sus representaciones esquemáticas en grupos de decenas, centenas y objetos sin agrupar. Se busca materializar las reglas del sistema.

En los ochenta, los objetivos señalados en los materiales de esta época podrían evocar un trabajo similar a los anteriores, por ejemplo, en el Libro para el maestro de 2º grado de 1990 (SEP, 1972), algunos de los objetivos específicos que se señalan son: "Adquirir la noción de centena" y "Relacionar conjuntos de centenas con sus expresiones simbólicas y nombres correspondientes" (SEP, 1990, 140). Los ejercicios en los LTG se presentan de manera similar al de los primeros números; esto es, se presenta la colección, su nombre y su representación numérica escrita, luego se ejercita con diversas cantidades.

Un ejemplo son algunas lecciones del libro de segundo grado (SEP, 1972) en donde se presentan las decenas o centenas acomodadas en el dibujo marcando la separación por cada agrupamiento de diez en diez, se cuenta el primer agrupamiento y no es necesario contar los siguientes, enseguida se presentan los espacios para anotar cuántas decenas y cuántas unidades (Anexo 3).

En el LTG de 3er grado vigente en 1990 (S.E.P 1972), se recurre a las monedas y billetes para representar las centenas y decenas, en este caso los grupos a cuantificar también se encuentran acomodados para ayudar a "ver" que son diez monedas en cada uno. De igual forma no es necesario realizar el conteo, basta ver las monedas (Anexo 4).

Sin embargo en esta etapa, comienzan a introducirse ciertos cambios con el interés de la comprensión de los principios del sistema de numeración, como son el trabajo con materiales concretos que representan los conceptos numéricos a estudiar, por ejemplo el ábaco, las regletas de papel, se continúa con el uso del dinero y se da un espacio para el trabajo con la serie oral (Ávila, 1988; Álvarez, 2002).

5. La propuesta de 1993

A partir de 1993 se propone tanto en planes y programas como en el LTG un trabajo sistemático con el SDN, sobre las reglas de agrupamiento y el valor posicional de los dígitos que caracteriza a los sistemas de numeración de base y posición, entre los que se encuentra el sistema decimal con el que habitualmente se representan los números. Se realizan agrupamientos y desagrupamientos con materiales concretos, algunos de los sugeridos para realizar los agrupamientos, se proporcionan en los libros recortables y se ofrecen actividades para su uso, tanto en los libros como en los ficheros de actividades didácticas. Se presenta el recurso de la tabla de cantidades para el registro de los agrupamientos realizados para dar paso al valor posicional en las cantidades a representar.

En el Plan y programas editados por la SEP en 1993, la matemática está considerada como una de las asignaturas centrales para lograr una educación *permanente* al proporcionar a los alumnos los medios para resolver con eficacia situaciones de la vida práctica (SEP, 1993, 13). Es decir, las matemáticas proveen a los niños elementos para reflexionar sobre diversas situaciones que enfrentan. La resolución de situaciones no está planteada como una resolución mecánica y con esquemas preestablecidos, se señala:

> La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas (SEP, 1993, 15). Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, tales como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana. (SEP, 1993, 51). Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas. (SEP, 1993, 51).

El modelo de enseñanza, que se plantea en los Planes y Programas de 1993, se fundamenta en las siguientes bases epistemológicas:

- Se concibe al niño como un sujeto cognoscente capaz de encontrar soluciones a diversos problemas, sin requerir para ello de la orientación "de alguien" (su maestro) quien en principio conoce la solución a los problemas planteados.

- Los conceptos deben ser estudiados en un principio desde sus significados en distintos contextos, en situaciones en las que se usen con un sentido, para ser estudiados posteriormente como objetos matemáticos.

- El conocimiento se construye en un continuo proceso de búsqueda de solución a situaciones que retan intelectualmente a los niños.

Una resolución didáctica de las bases epistemológicas enunciadas es:

- Organizar la enseñanza a través del planteamiento de situaciones problemáticas.

- Organizar estas situaciones problemáticas en una secuencia didáctica que da cuenta (en un principio) de los sentidos y usos del concepto matemático objeto de enseñanza.
  Los primeros problemas de esta secuencia deben propiciar que los niños

pongan en juego sus conocimientos y experiencias hasta este momento constituidos, al mismo tiempo que el tránsito por la secuencia promueva una evolución de las estrategias de solución iniciales (generadas por los niños) hasta las estrategias convencionales (establecidas por la matemática)

- Plantear el trabajo en equipo, para resolver las situaciones problemáticas como un recurso para posibilitar la socialización del conocimiento.

El enfoque metodológico de la reforma de las década de los noventa, es el que sufrió mayores variaciones en los planteamientos para la enseñanza de las matemáticas. La intervención didáctica se plantea en tres aspectos: el papel del docente, el papel del alumno y el medio en el que interactúan ambos.

Con relación al docente, su rol y participación ha cambiado (materiales y libros, etc.) en el sentido de su actividad dentro del aula y se pretende que pase de ser un informador a un organizador y creador de situaciones didácticas que generen conocimientos en los alumnos.

En cuanto al alumno, su participación dentro del proceso de aprendizaje se ha ido movilizando a la par que del desarrollo y evolución de la didáctica y la psicología. En la década de sesenta era considerado como un actor pasivo, recibía información, observaba y ejercitaba lo que se le enseñaba, su actividad consistía solamente en repetir información o aplicarla en situaciones preestablecidas. En los años setenta se empezaron a manejar términos como la construcción del conocimiento por parte del alumno, sin embargo esto no se reflejó en los materiales de apoyo al trabajo docente, las lecciones de los libros, continuaron en esas épocas, siendo muy dirigidas, a diferencia de los planteamientos de la reforma educativa de la decada de los noventa, en donde el alumno se ve en la necesidad de resolver problemas, pero ya no con la dirección ni del maestro ni de la lección del libro de texto, sino "buscando por sí mismo" la solución.

En cuanto al medio en el que los alumnos interactúan, los cambios se observan en varios puntos: uno es tomar o no en cuenta los conocimientos con los que llegan a la escuela; en los años anteriores a los noventa no se consideraban los conocimientos previos de los niños, mientras que actualmente esto es un aspecto central a partir del cual se organiza el aprendizaje hasta llegar a los conocimientos formales.

Otro punto es el aspecto “utilitario” de las matemáticas, que ha sido visto de diferentes maneras, antes de los años setentas, los conocimientos matemáticos, no eran estudiados como parte de las matemáticas y para las matemáticas, sino como conocimientos que debian ser aprendidos de memoria para ser utilizados en otras áreas. En los noventa, los conocimientos son estudiados en su funcionalidad y en una diversidad de contextos en los que son útiles.

Otro aspecto que ha cambiado, es la actividad con los materiales concretos. En varios programas de estudio anteriores a los noventa se consideran, un antecedente al trabajo con los símbolos gráficos. previo a la comprensión del conocimiento formal. En los noventa, en cambio, el uso de los materiales aparece como apoyo al razonamiento que los niños tienen que realizar para resolver una situación problemática. Esto es los materiales concretos no están alejados de la situación problema, sino al contrario la apoyan.

---

[1] Ideología Bourbaki, en dónde y porqué se generó ver en Angel Ruiz Zúñiga (1993).

CAPITULO III

LA PROPUESTA DE ACTUALIZACION. DESCRIPCION Y EXPERIENCIAS

"Es que no podíamos utilizar
los números (del SND)...pero...,
cómo contar sin los números."
Citlalli (maestra-alumna del
Curso-taller)

1. Los números

La Propuesta de actualización específicamente en las actividades sobre los primeros números, pretende poner a los docentes en una situación similar a la que subyace en el aprendizaje de los alumnos. Las actividades apuntan a que la resolución de las situaciones didácticas y la reflexión sobre las mismas, permitan al maestro reconocer los problemas que enfrentan los alumnos en el proceso de aprendizaje de este contenido matemático: los primeros números y su representación, bajo el supuesto de que esto les permita empezar a tener una postura diferente sobre la enseñanza de este contenido.

En correspondencia a los cambios en la enseñanza de las matemáticas, descritos en el apartado precedente, las actividades del capítulo 2 de la Propuesta de actualización, apuntan hacia la reflexión por parte de los maestros de los aspectos centrales de esta metodología de enseñanza.

En el trabajo del capítulo 2 del Libro 1, se plantea que los maestros reflexionen sobre los aspectos didácticos tales como el uso del conocimiento; es decir trabajan en situaciones en las que los números son necesarios para resolverlas. También se consideran cuestiones de tipo psicológico como son las dificultades de los niños en el aprendizaje de estos contenidos matemáticos, en atención a los resultados reportados por Peltier (1995); Baroody (1988); Fuenlabrada, Dávila y Espinosa (1986); Fuenlabrada (1988, 1991a, 1996ª); Block, (1995b).

A fin de profundizar sobre la enseñanza de los primeros números, se tratan los temas: a) La serie oral; b) La serie escrita.

El tratamiento de estos temas se encuentra organizado en una serie de actividades que pueden o no ser problemas, esto es que se tienen actividades para reflexionar sobre acciones realizadas, revisiones de materiales escritos, juegos matemáticos o secuencias de preguntas para encontrar soluciones. Las situaciones problema se complementan con preguntas o con informaciones que aparecen en recuadros grises. En éstas, los maestros pueden encontrar orientaciones que guíen su reflexión sobre los aspectos didácticos utilizados en el tema tratado.

1.1. Los primeros números

Las dos primeras actividades tratan sobre la enseñanza de los primeros números. La teoría sobre la enseñanza del número que se sustenta en la propuesta es la que privilegia las habilidades de cuantificación, Baroody (1988) menciona que la experiencia de contar es central para que los niños desarrollen paulatinamente la comprensión del número y descubran conceptos aritméticos básicos, señala la importancia que tiene el contar para que lleguen a dominar aplicaciones numéricas, en la enseñanza basada en experiencias de cuantificación los niños aprenden los números en contextos en los que tiene sentido utilizarlos, capitalizándose así sus experiencias cotidianas.

En consecuencia, los autores de la Propuesta de actualización presentan al conteo como un recurso valioso para el trabajo con cantidades y un antecedente necesario para iniciar el aprendizaje de la representación simbólica de los números (Block , et. al. 1995a, 34). Sugieren una serie de actividades en las cuales el conteo es necesario para resolverlas. Algunas son de comparación (de dos colecciones decir cuál tiene más, menos o igual cantidad de elementos); otras de igualación (dada una colección construir una con la misma cantidad de objetos) o bien, de construcción de colecciones (formar una colección con una cantidad dada de elementos).

La secuencia de las actividades planteadas, apela al uso de los números en sus distintos niveles de conceptualización y formalización. Primero se presentan situaciones en las que la percepción global de la cantidad a nivel visual es suficiente para resolverla; después, en las que se hace necesaria la correspondencia uno a uno, que sustenta el uso del conteo cuando dicha correspondencia se establece entre la serie numérica verbal y los objetos de la colección que se quiere cuantificar y finalmente se llega a la representación simbólica del número para expresar la cardinalidad de una colección.

Las teorías que explican el aprendizaje del número fundamentado en el desarrollo de destrezas de cuantificación, sostienen que el número se adquiere al trabajar sobre la capacidad de cuantificar colecciones a través del conteo, algunos de estos autores los menciona Hiebert (1988) y son los trabajos realizados por Klahr y Wallace, Schaeffer, Eggleston & Scott, Young & McPherson. Con relación a la cuantificación de colecciones, las tres etapas de cuantificación que se plantearon en los trabajos mencionados han sido retomadas por los diversos trabajos posteriores que se basan en el conteo (Hiebert, 1988; Peltier, 1995), éstos son:

> 1. La primera es una percepción global e inmediata de los elementos, para referirse a ella se utiliza el vocablo inglés (*subitizing*[1]*).* Se trata de la definición rápida y exacta de la numerosidad de una colección. (...) sin recurrir al conteo. (...) es eficaz en la medida en que el tamaño del conjunto lo permite.(...)
>
> 2. El conteo. El conteo lleva a una cuantificación precisa de los conjuntos sin importar el tamaño de éstos. (...)
>
> 3. La tercera forma de cuantificar un conjunto es una evaluación (estimación) global de la cantidad. La estimación permite una cuantificación muy rápida -pero sólo aproximada- del tamaño de un conjunto. (Peltier, 1995, 35).

A fin de que los maestros se vean inmersos en un proceso análogo al que se da en los niños, se les presenta una serie oral y una serie escrita ficticias con regularidades como las de las series del sistema de numeración decimal. Estas series conforman un sistema de numeración en base seis. Esto último no se menciona a los maestros para preservar la analogía de lo que sucede con los niños cuando en la escuela se trabaja con los números del sistema decimal. Se pretende así, que los maestros interactúen tanto con los aspectos arbitrarios como regulares de un sistema de numeración de base y posición.

La hipótesis es que, dado que se trata de un lenguaje “inventado y por ello desconocido”, los maestros tendrán problemas para utilizarlo en la resolución de problemas, para manejarlo se verán en la necesidad de comprenderlo y estudiarlo. Este intercambio –entre la necesidad de usarlo y la función de la memoria- posibilitará que los maestros por una parte, reconozcan las dificultades que esto les representa a los niños, y por otra que se vean involucrados en una situación de aprendizaje que conlleva el significado de los contenidos objetos de enseñanza.

1.2. La serie oral

El recurso que se pone en juego en las situaciones es el conteo. Las actividades están organizadas de tal forma que van aumentando gradualmente la dificultad de resolución. Inicialmente se trabaja con una parte de la serie, se les dice a los maestros: "Imagine que está en un país llamado **LALILÁN.** En ese lugar, cuando **LALILANESES** cuentan oralmente van diciendo: **la, le, li, lo, lu..."** (Block, et. al., 1995a, 34). Con esta información los maestros resuelven problemas en los cuales la acción a realizar es la comparación de cantidades, éstas están representadas con dibujos de bolitas o con los nombres que les corresponde de la serie oral. Las cantidades a comparar involucran a números mayores al rango numérico conocido hasta ese momento.

Se pretende con estas actividades que los maestros se den cuenta por un lado de la importancia de tener a la mano las colecciones a comparar, porque bajo estas condiciones no es necesario conocer los números, basta establecer una correspondencia uno a uno entre los objetos de las colecciones. Ahora bien, si se conoce el inicio de la serie oral, ésta puede utilizarse reiteradamente para realizar la comparación de las colecciones. En las situaciones en las que se "nombra" una cantidad, los maestros se enfrentan a la dificultad de no conocer la serie en el rango que la necesitan.

Los maestros, empiezan a manifestar descubrimientos sobre la regularidad de la serie de Lalilán referidos al orden de las letras del abecedario, que ciertamente subyace en esta serie de la misma manera que el orden de los dígitos se repite en la serie verbal decimal de los números mayores que éstos y que los niños en su oportunidad también descubren.

> Carla: (En referencia a la comparación de "tanla" y "lanla" borregos) "le" es dos, entonces yo digo que don Julián porque si usamos el abecedario vale más la "t".
>
> Jovita: (Refiriéndose a la comparación de "lenlo" y "lenlu" canicas). Entonces lenlu es más que lenlo.

> Alma: (va señalando las colecciones a la vez que dice la serie)... la, le, li, lo, lu, la, le, li, lo, lu y en el otro sobran.

Carla señala que de acuerdo al orden de las letras, las que van después tienen más valor. Jovita aprovecha su comentario para decir que en el siguiente problema, de canicas, quien tiene más es Mario, "porque **lenlu** es más que **lenlo**" (la "u" va después de la "o"). Asimismo los niños cuando se aprenden la serie oral de los números son capaces de decir en ciertos rangos numéricos cuál número es más grande con base en su conocimiento del orden de los dígitos. Los niños en su interacción con la serie oral de los números identifican también el nombre y el orden de los números que señalan a los primeros nueve agrupamientos de diez (diez, veinte, treinta, cuarenta,..., noventa). Los maestros al igual que los niños identifican en el caso de Lalilán a los primeros ***lu*** agrupamientos de ***lan*** elementos (***lan, len, lin, lon, lun***) los primeros cinco agrupamientos de seis elementos (seis, doce, dieciocho, veinticuatro, treinta), los maestros desde luego no hacen esta correspondencia, su razonamiento se circunscribe únicamente al comportamiento de la serie oral de Lalilán.

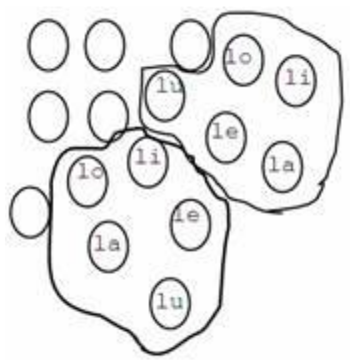
Los maestros echan mano de las regularidades del sistema de numeración decimal que ellos conocen para empezar a controlar la serie oral de Lalilán, una vez que descubren las regularidades de ésta.

La serie oral decimal cambia cada vez que se pone un nuevo grupo de diez que se combina con el orden de los dígitos; así se forma el diez, veinte, treinta, ...; y en los intervalos se retoma la serie de los dígitos: veinti<u>uno</u>, veinti<u>dós</u>,..., treinta y uno, treinta y dos, y así sucesivamente.

En el problema: "José tiene ***lenlo*** canicas y Mario tiene ***lenlu***. ¿Cuál de los ***le*** tiene más?" recuérdese que los autores de la Propuesta agregan la representación (con bolitas dibujadas) de cada una de las cantidades a comparar. Esto propicia el uso y aprendizaje de la serie oral de Lalilán, al mismo tiempo que genera estrategias interesantes para controlar una comparación usando solo los primeros números y repitiéndolos, como lo hace la maestra Alma, quien repite la serie verbalmente "la, le, li, lo, lu, la, le, li, lo, lu y en la otra sobran", y va haciendo la correspondencia de la serie oral con los elementos de las colecciones, al señalar cada uno de ellos. Como en una colección le sobran elementos y en la otra no, esto la lleva a saber cuál de las dos colecciones tiene más objetos. Esta estrategia le permite a Alma resolver el problema de comparación, pero no le permite hacerlo a través de la comparación de las cardinalidades de cada una de las colecciones puesto que desconoce cómo se nombran éstas en Lalilán.

En el momento de hacer la confrontación de resultados, el conductor pregunta a los maestros si no hay otras maneras de resolución. Surgen entonces comentarios como: poner en correspondencia una colección con la otra haciendo líneas de unión entre los elementos de cada una. Una maestra también dice que se pueden hacer agrupamientos de acuerdo a la parte de la serie que se conoce, que es equivalente a lo realizado por Alma, solamente que esta maestra marca pequeños grupos y etiqueta cada elemento que va contando:

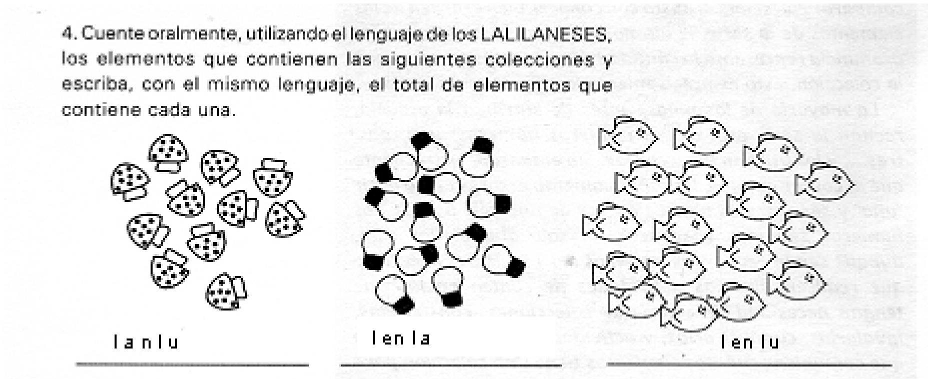
> Marina: Podían ser agrupamientos (Pasa al pizarrón y agrupa las bolitas escribiendo en cada una la serie):



En las siguientes actividades aumenta el rango de números en la serie oral, se presenta el tramo siguiente y se sugiere a los maestros que traten de memorizarla:

la, le, li, lo, lu, lan, lanla, lanle, lanli, lanlo, lanlu, len, lenla, lenle, lenli, lenlo, lenlu, lin, linla… (Block, et. al. 1995a, 35)

Las actividades que continúan son tres colecciones (hongos, focos y peces) que los docentes tienen que cuantificar utilizando la serie oral de Lalilán.



(Block, et. al. 1995a, 35)

Los maestros al utilizar esta serie para resolver el primer problema enfrentan dificultades que se derivan de la incipiente memorización de la serie, es decir, cuando se realiza el proceso de conteo, aparecen problemas para establecer la correspondencia uno a uno entre la serie oral y los objetos de las colecciones, ya que los docentes, en su intento por nombrar la serie oral en el orden establecido pierden el control de considerar un objeto cada vez que nombran un número. Esto es justamente lo que les sucede a los niños con el sistema de numeración decimal cuando lo requieren para realizar un conteo.

Mientras los maestros avanzan en la resolución de las situaciones planteadas en la propuesta van memorizando la serie y descubren otras regularidades relacionadas con el aspecto ordinal de los números, por ejemplo, ante el siguiente problema: "Si Horacio tiene ***lenlu*** canicas y Lucrecia tiene ***lanlu*** ¿quién tiene más? (Block, et. al.1995a, 35), los maestros muestran otro uso de la serie oral en franca correspondencia con lo que los niños también hacen en determinadas situaciones. En este caso los profesores toman toda la serie para ubicar en ella las dos cantidades a comparar y ver cuál de estas está más adelante en la serie.

Juan: Horacio tiene más ¿verdad? Bueno a nosotros se nos ocurrió hacer la serie (pasa al pizarrón a escribir lo que hicieron, omite intencionalmente la primera parte de la serie)

Lan
lanla
lanle

lanli

lanlo

lanlu Lucrecia

len

lenla

lenle

lenli

lenlo

lenlu Horacio

Juan: Entonces Horacio tiene más.

En respuesta al mismo problema, la estrategia de Jovita y su equipo continúa siendo con base al valor de acuerdo al orden del abecedario y también por reconocimiento del comportamiento de los nombres sucesivos de los agrupamientos de la base (lan, len, lin, lon, lun). Ellas no tuvieron la necesidad de repetir la serie, observaron las cantidades y recurrieron a su estrategia inicial de asignar el valor mayor al número cuyo nombre está más adelante en el orden del abecedario, Jovita dice: "***len*** es más que ***lan,*** porque la ***e*** está después que la ***a***":

Jovita agrega "arriba también las colecciones nos ayudaron a ver"; este comentario surge porque las cantidades a comparar en este problema están representadas en el ejercicio anterior en donde se les pide cuantifiquen las colecciones de hongos, focos y peces (ya tenían los nombres de las cantidades registradas) y en dos de ellas corresponden a las que ahora tienen que comparar. Algunos maestros utilizan estas colecciones para dar su respuesta, ya que no tienen ni siquiera que contar, sólo con ver las colecciones por simple observación se ve cuál es mayor (se percibe que hay más peces que hongos).

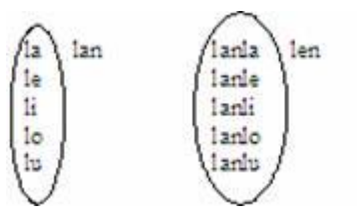
Que las cantidades de este problema hayan sido las mismas que los maestros cuantificaron en el problema anterior, bloqueó la posibilidad para algunos equipos, de generar otras estrategias diferentes al recurso de comparar a través de una percepción global e inmediata (subitizing) Peltier (1995).

Sin embargo, no obstante esta información, un equipo se equivoca al tomar las colecciones que corresponden a las cantidades a comparar y por ello no encuentra el mismo resultado que sus compañeros a la pregunta "¿cuántas canicas le hacen faltan a uno de los niños para tener la misma cantidad que el otro?:

> Gabriel: Nosotros comparamos hongos (lanlu) con focos (lenla) y así supimos la respuesta. (tenían que comparar lanlu con lenlu).
>
> Carmela: Se equivocaron en relacionar, es los hongos (lanlu) con Horacio y los peces (lenlu) con Lucrecia.
>
> C: Los hongos es la cantidad de Horacio y los peces la cantidad de Lucrecia... Aquí ya tenemos cómo sacaron la diferencia entre las colecciones los del equipo de Gabriel, hicieron la comparación con hongos y focos, por eso les resulta "le".

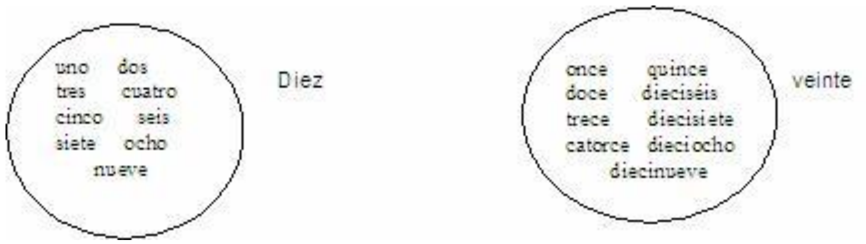
Resulta particularmente interesante –por no observarse en los comportamientos de los niños- analizar lo que un equipo muestra como estrategia para comparar las colecciones:

> Marina: la, le, li, lo, lu, lan (pasa al pizarrón y anota):



En los agrupamientos que hacen en este equipo dejan fuera el elemento que marca un cambio en la serie verbal. No tienen claro todavía el valor de los agrupamientos sucesivos, piensan que los agrupamientos son de cinco en cinco, (y no de seis en seis), al mismo tiempo que pierden el control del comportamiento de la serie oral en la que el cambio "en el nombre de los números" se da cuando se tienen los agrupamientos sucesivos de la base (lan, len, lin, lon, lun).

En relación a las experiencias con los niños, a ellos esto no les sucede, no dejan fuera al diez cuando cuentan y representan una colección con diez objetos, claro que los niños no están en la situación de los maestros de agrupar nombres, pero haciendo una analogía sería como si los niños agruparan así:



Otro tipo de actividad que se plantea son problemas en los que los maestros tienen que unir colecciones, se insiste en no utilizar los números del sistema de numeración decimal. No se ha "enseñado" la operación de suma que resuelve el problema, más aun ni siquiera cuentan con una representación simbólica de los números de Lalilán. Se pretende que los maestros vean que pueden resolver el problema recurriendo al conteo en el rango numérico oral de Lalilán que conocen (los primeros números). Esto con el fin de propiciar un cuestionamiento al esquema tradicional que supone que los niños "no pueden" resolver problemas de suma si antes no se les ha enseñado a escribir los números y a utilizarlos en un algoritmo (la suma). Por ejemplo:

Tomás compró ***lenle*** pesos de galletas y ***lu*** pesos de dulces. ¿Cuánto gastó?

Explique cómo hizo para resolverlo (Block, et. al., 1995a, 36).

Este problema genera diversos procedimientos por parte de los docentes, hay quienes lo resuelven iniciando el conteo a partir de **lenle,** aumentando **lu** elementos o también hay quienes cuantifican por un lado **lenle**, por otro **lu**, y cuentan el total empezando por **la**. Los procedimientos están en función de la posibilidad del manejo de la serie oral con que cuenten los maestros. Obsérvese que esta manera de proceder para controlar el conteo, también aparece cuando los niños se enfrentan a situaciones equivalentes.

Los maestros intentan al principio resolver las situaciones usando el sistema de numeración usual, por la falta de control sobre la serie de Lalilán, pero poco a poco abandonan esa idea porque los problemas planteados bloquean el uso del sistema de numeración decimal y posibilitan que se use la serie de Lalilán.

10. Complete la serie con el lenguaje de los LALILANESES.

lin, linla, ____ , ____ , ____ , ____ , lon, ____ , ____ , ____ , lonlo, ____ , lun, ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , tan, tanla, ____ , ____ , ____ , tanlu, tanlan.

11. Complete la serie de los múltiplos de ***lan***.

lan, len, ____ , ____ , ____ , tan, ____ , ____ , ____ , ____ , tanlun.

12. Complete la siguiente serie de ***la*** en ***la***.

lun, lunla, ____ , ____ , ____ , ____ , tan, tanla, ____ , ____ , ____ , ____ , tanlan.

13. Complete la siguiente serie de ***le*** en ***le*** hasta ***lon***.

la, lo, ____ , ____ , lanlo, ____ , ____ , lenlo, ____ , ____ , ____ , lon.

Las últimas actividades con la serie oral son series que los maestros tienen que completar de diferentes maneras:

(Block, et. al., 1995a, 37).

Algunos de los números que están anotados en las series les permiten saber si están construyendo bien la serie solicitada. El conocimiento que tienen los maestros de la serie de Lalilán permite que en esta actividad encuentren los números que faltan, apoyándose en las regularidades encontradas.

El conductor hace referencia al comentario de una maestra con respecto a los números ***lan*** y ***len***, que nuevamente conflictúa a los maestros:

> C: Una maestra me decía que si esto también contaba: "lan, len", yo le decía que cuando nosotros contamos 10, 20, 30 también cuenta...

En este caso los maestros a diferencia de los niños no identifican estos términos como nombres de números, es como si en el sistema decimal al ir contando, al vocablo "diez" no le hiciéramos corresponder un objeto de la colección que se esta contando, o no se considerara a estos números al construir series por ejemplo de dos en dos. Se dejaría en cada cambio de nombre, de contar un objeto.

> Angelina: A la "n" le dimos el valor de diez, pero como nos dijo (el conductor) que no.
>
> Uriel: Que no nos imaginábamos el valor de "tan".

Angelina intenta explicar los valores de Lalilán en función de la serie decimal, es decir la letra "n" marca un cambio en la serie oral (la, le, li, lo, lu la**n**, la**n**la, la**n**le...) y ella evoca la serie decimal, como se mencionó antes, en los cambios de nombre en las decenas: diez, veinte, treinta. Lo que no toma en cuenta es el valor de los números y de los agrupamientos, ella piensa solamente en el cambio en los nombres de la serie oral pero no en los valores, ya que la serie de Lalilán es de diferente base que la decimal. Los agrupamientos sucesivos son de seis en seis, es decir con seis elementos se forma un grupo de seis (61, **lan**), dos grupos de 61 forman **len** y así sucesivamente hasta tener seis grupos de seis elementos cada uno, con los que se forma uno de orden inmediato superior (62 **tan**); en la serie decimal el primer grupo es 101 (diez) y el segundo 102 (cien). En el mismo sentido Uriel dice que no se imaginaban el valor de "**tan**", porque inicialmente están pensando en el sistema decimal y quieren hacer coincidir los valores de uno con otro, es decir asignarle el valor de diez a la letra que marca el cambio en la serie de Lalilán, al no coincidir el diez (porque en la serie oral de Lalilán al llegar a **lan** no hay diez "nombres") tampoco pueden saber el valor del siguiente orden que es **tan**.

En un recuadro gris que aparece al final de la actividad 1 (trabajo con la serie oral) se presenta a los maestros información para complementar las reflexiones acerca del conteo con la serie oral. En cuanto al conteo, se señala que es un "recurso fundamental en el trabajo que los niños hacen con cantidades", se señala también "la diversidad de situaciones que se pueden realizar apoyándose solo en el conteo" (Block, et. al., 1995a, 38). En referencia a la serie oral, se define la importancia de las regularidades de la serie en el proceso de aprender a contar; se hace la comparación con el SND en cuanto a las regularidades y nuevamente se concluye que la serie oral es una herramienta que permite resolver situaciones de construcción, comparación e igualación de colecciones, así como de comunicación de cantidades (Block, et. al., 1995a, 38-39).

Este recuadro es una síntesis de los aspectos de la serie oral tratados en las actividades. Se pretende que con estos recuadros y con la resolución de las actividades mismas, los maestros identifiquen la metodología de enseñanza que subyace en la Propuesta. Así, se espera que reconozcan por un lado las actividades que se pueden plantear y por otro los recursos a los que se puede recurrir para resolverlas (y que en su caso pondrán en juego los niños).

Las actividades de la Propuesta cumplen con su propósito de propiciar que los maestros generen hipótesis análogas a las de los niños, respecto a las regularidades de la serie oral, con la salvedad que para los maestros, su conocimiento sobre la serie numérica decimal se constituye en un obstáculo didáctico que bloquea su posibilidad de mirar desde un principio que los cambios de nombres suceden cada seis números y no cada diez como están acostumbrados.

Cuando el conductor pregunta sobre las dificultades que tuvieron con la serie de Lalilán, al resolver las situaciones de la actividad correspondiente (a la serie oral), se externan comentarios como:

> Paulina: Es un lenguaje que desconocemos.
>
> Gabriel: Muy abstracto el concepto.

Paulina adjudica sus dificultades en el desconcierto que le provocó el nuevo lenguaje con el que se están nombrando los números, desconocimiento análogo al que los niños tienen respecto a la serie numérica oral. Mientras que para el maestro Gabriel considera "un concepto" que califica de "abstracto" sin percatarse que por el momento solo se trata de memorizar oralmente una serie numérica.

La Propuesta enfrenta a los maestros a la situación de aprendizaje de una serie que si bien tiene regularidades, es tan arbitraria como lo es la serie oral del sistema de numeración decimal.

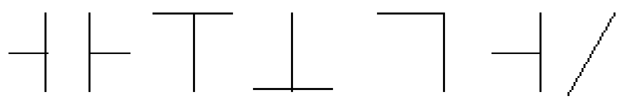
Las actividades también permiten poner en evidencia que algunos maestros piensen que "solo es posible contar usando la serie oral decimal".

> Citlalli: [la dificultad estuvo en] Que no podíamos usar los números., ¿cómo contar sin los números?

La maestra Citlalli, reclama un uso primordial de los números: "¿cómo contar sin los números?, a esta pregunta antecede la explicitación de una dificultad encontrada por la maestra en el manejo de la serie de Lalilán: "que no podíamos usar los números entonces ¿cómo es que nos piden que contemos?" dando por sentado que solamente la serie oral del sistema decimal son números, es decir, no le está otorgando la categoría de números a la serie de Lalilán.

1.3. La serie escrita

En el trabajo con la serie escrita se presentan los símbolos que corresponden a la serie oral de Lalilán, aquí también se sostiene la enseñanza en pequeños rangos, así como la resolución de actividades tales como formar colecciones u ordenar cantidades. Se inicia con la presentación de los símbolos de **la** a **lan**:



(Block, et. al. 1995a, 39)

Utilizar un código diferente al de los números del SND tiene como objetivo preservar en el trabajo con los maestros la analogía con lo que le sucede a los niños cuando en la escuela se pretende que aprendan a escribir los números. Para los docentes es tan desconocido el símbolo , como para los niños lo es el 7 del sistema de numeración decimal. Este recurso genera una reflexión por parte de los maestros en torno a las dificultades de acceso a un código numérico arbitrario.

A la humanidad le tomó mucho tiempo llegar a establecer los símbolos que se usan hoy en día. Aunado a lo anterior, los niños, no aceptan al principio que un solo símbolo represente la cardinalidad de una colección, en un momento del proceso de aprendizaje de los números, piensan que para representar la cantidad de elementos de una colección es necesario escribir todos los números que se utilizan en el conteo. Por ejemplo, los niños para decir que hay cinco canicas, escriben 1, 2, 3, 4, 5 (Fuenlabrada, Saiz, 1981)

En referencia a la serie escrita, Peltier (1995) señala que han sido pocos los estudios que se han realizado sobre las implicaciones psicológicas de la apropiación del código escrito por parte de los niños y presenta, a manera de ejemplo, las etapas por las cuales pasan los niños para comunicar por escrito la cardinalidad de una colección:

1a. Indicaciones incomunicables: el mensaje sólo contiene dibujos sin relación con el número de elementos;

2a. Pictogramas que ilustran la numerosidad y la apariencia de los objetos: el niño los dibuja y progresivamente se va alejando de la representación del objeto (hacia los cuatro años de edad);

3a. Símbolos que aseguran la correspondencia término a término, sin preocupación por la semejanza con los objetos presentados.

4a. Uso de los símbolos convencionales, asignando uno a cada objeto;

5a. El niño acepta un símbolo para representar el total de objetos del conjunto. (Peltier, 1995).

Estudios como los de Peltier no han sido, en general, tradicionalmente tomados en cuenta en la enseñanza de los símbolos numéricos. Ésta se basa en muchas ocasiones, en la ostentación del símbolo de manera aislada y se procede a su memorización a través de la repetición escrita en planas, no se permite, por ejemplo, que los niños representen la cantidad resultante de un proceso de conteo, como ellos lo consideren conveniente, y que vayan poco a poco integrando los símbolos convencionales, conforme éstos les vayan resultando útiles.

Es necesario precisar que los profesores al resolver las actividades no presentan los problemas señalados por Peltier como tampoco la Propuesta espera que aparezcan, sin embargo sí enfrentan otros como la identificación, ordenamiento y memorización de los símbolos de Lalilán.

A partir del conocimiento de la representación de los **lan** primeros números de Lalilán, los ejercicios de una de las actividades apunta a que los maestros discutan sobre de cuestiones metodológicas de la enseñanza de la serie numérica escrita. Por ejemplo en uno de los primeros problemas, se les pide que dibujen una colección de manzanas, no se les indica el número de manzanas mediante la serie oral, sino con un símbolo. Esta situación implica varias tareas, una de ellas es recurrir a la serie escrita que ya conocen, en ésta tienen que identificar el lugar que ocupa el símbolo que se les presenta e identificarlo con su nombre, apoyándose en su conocimiento (adquirido) de la serie oral, para así deducir su valor y finalmente con la información obtenida construir la colección correspondiente. La estructura de esta situación presenta aspectos del enfoque de enseñanza, se continúa enfrentando a los maestros a la búsqueda de solución a situaciones problemáticas, ahora se ven en la necesidad de utilizar la serie escrita como apoyo para resolver actividades que apelan a la interpretación de lo simbólico.

En otras situaciones se pide a los maestros completar series, encontrar antecesor y sucesor de algunos números y ubicar números en un determinado rango. Al ir resolviendo las actividades continúan memorizando la serie oral e inician el proceso de memorización de la serie escrita. La identificación de las regularidades de la serie numérica que les permiten nombrar y escribir los números conocidos permite a su vez extender la serie numérica. Por ejemplo, el último número conocido a nivel de representación, **lan,** les ayuda a inferir cómo continúa la serie. El recurso que los maestros pueden utilizar son la serie oral que va más allá de **lan** y el comportamiento de la serie escrita hasta **lan**, que ha sido presentada. Con este trabajo se amplía y profundiza el conocimiento de la serie y da lugar a una variedad de situaciones a las que se puede recurrir para la enseñanza de la serie numérica sin necesidad de realizar tareas rutinarias, como repeticiones de símbolos aislados o largas numeraciones. En un recuadro gris los autores señalan que tanto la serie oral como la escrita tienen regularidades que al ser reconocidas favorecen la construcción de su continuación. (Block, et. al., 1995a, 41).

La última situación es un problema que se resuelve uniendo dos cantidades, éstas están expresadas con símbolos de Lalilán. La presentación de este problema indica algunos recursos didácticos con la finalidad de que los maestros tengan oportunidad de reflexionar sobre ellos. Entre ellos, cabe destacar la presentación de un problema de suma como parte del proceso para ampliar el conocimiento de la serie escrita, aspecto importante de la innovación metodológica, en lugar de trabajar con el algoritmo de la suma antes de proponer la resolución de problemas aditivos como usualmente se hace en la escuela. Esto corresponde claramente con el actual enfoque para la enseñanza en el cual la presentación de problemas aditivos anteceden a la ejercitación de los algoritmos convencionales que los resuelven.

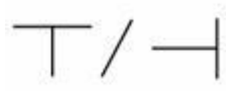
Además, estas situaciones ilustran la enseñanza de los contenidos en diversos contextos y con un sentido de funcionalidad. Es decir la serie escrita no solamente son símbolos susceptibles de ser memorizados a través de "planas" sino que aparecen como una herramienta que permite resolver problemas de diversos tipos. En la parte final de la actividad aparecen diferentes preguntas cuya objetivo es que los maestros reflexionen sobre los ejercicios realizados. Éstas apuntan a la explicitación de las dificultades que ellos han tenido al resolver las actividades., tales como: los errores cometidos en el transcurso de ellas, las dificultades que se considera pueden tener los niños al enfrentar el aprendizaje de los números y el tipo de actividades que pueden ayudar a resolverlas.

Para contestar dichas preguntas se requiere que los maestros retomen las situaciones realizadas y la información de los recuadros, se espera que identifiquen algunas dificultades tales como la inversión de la posición de los signos numéricos, vean la necesidad de repetir la serie oral para encontrar un signo (tanto ellos como los niños); las regularidades de la serie numérica identificables por los niños y aspectos metodológicos como el no presentar cada símbolo de la serie aislado, sino a través de rangos y utilizando como apoyo la serie numérica escrita que siempre está a la vista.

También en relación a los aspectos metodológicos, en la pregunta que se refiere a las actividades que pueden ayudar al niño en el aprendizaje de la representación simbólica convencional de los primeros números del SND, implica que los maestros identifiquen las situaciones que resolvieron ellos mismos como "facilitadoras" de ese aprendizaje, es decir los maestros tienen que darse cuenta que las actividades que resolvieron son las que se sugieren para la enseñanza de los números. En los recuadros grises de la actividad con la serie oral se hace referencia a las actividades que los niños deben realizar "comunicar", "igualar" "comparar", pero los maestros tienen que identificar y redefinir cada una de las actividades que realizaron con esas características.

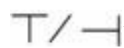
La hipótesis que subyace en la Propuesta, como ya se señaló, es que los maestros, al trabajar con un código escrito diferente al convencional, estén en posibilidad de enfrentar algunos de los problemas que los niños se encuentran en el proceso de aprendizaje de la serie escrita de los números del SND al mismo tiempo que les ayude a comprender que el aprendizaje de la serie escrita no es tan sencillo como hasta ahora lo han considerado, como tampoco su aprendizaje se reduce a la repetición de la representación de la serie escrita. Enseguida se ilustra este hecho.

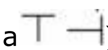
El conductor pone a discusión el problema de la representación del antecesor y sucesor de un número. En esta confrontación se ponen en claro algunas de las dificultades de los docentes previstos en la Propuesta. El conductor pregunta por el número que está antes y el que está después del que anota en el pizarrón:



El número **li** () cambia su nombre a **lin** () y a **tin** () en función de la posición que ocupa, en analogía a lo que le sucede al número tres, que cambia su nombre a treinta (30) y a trescientos (300) en el sistema de numeración decimal. Conservando la analogía el trescientos uno (301) se corresponde a **tinla** () en atención a las regularidades establecidas para la serie oral de Lalilán.

El conductor empieza por solicitar el nombre de ese número en Lalilán, se dan diversas respuestas:

Carmela: El **tanla** (este nombre corresponde a )

Esther: **linla.** (este nombre corresponde a )

Citlalli: No puede ser linla.

Carla: (Mostrando acuerdo con Esther y rebatiendo a Citlalli, dice) En el ejercicio está..., está **lin** y así se van formando y luego se une con **la**...(está pensando en juntar la representación de **lin**  con la de **la**  es decir en  pero pensando en **linla** y no en **tinla**)

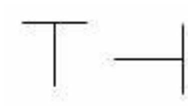
C: ¿Están todos de acuerdo que lin es esto? (dibuja en el pizarrón)

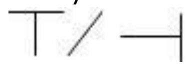
Mtros: **lin** (a coro, es correcto)

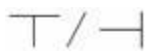
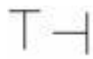
C: ¿Y esto? (dibuja en el pizarrón)

Mtros: **la** (a coro, es correcto)

C: A ver vamos a ver, unos dicen que es linla, es decir esto (anota en el pizarrón)



Mtros: (Observan el pizarrón y no hay comentarios, porque ellos esperaban que se escribiera ).

C: ¿Saben lo que les está pasando?, ¿lo puedo decir?, ¿pero no se enojan?... Les pasa lo que a los niños que escriben el veintinueve como un veinte (20) seguido de un 9 quedando 209, cuyo nombre es doscientos nueve, en lugar de 29. En el caso de Lalilán, es como si para representar linla se escribiera primero lin  seguido de la  quedando linla como  en lugar de  que es la representación correcta. (Escribe en el pizarrón cada uno de los números que va diciendo).

C: Regresamos a lo que empezamos, ¿esto qué es? (señala en el pizarrón el número **tinla** del cual partió para revisar lo de antecesor y sucesor).

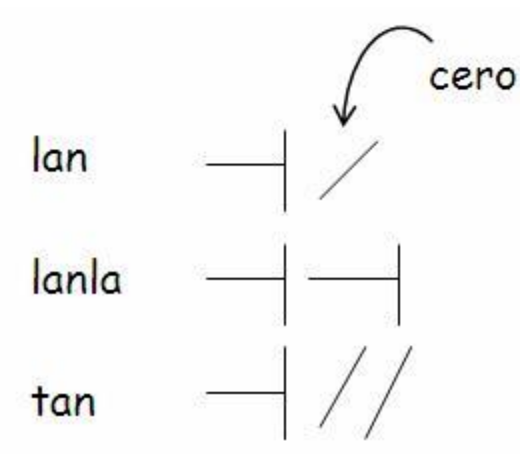
Mtros: **tinla** (algunos).

Carmela: tin es doble. (Se refiere a que tin se representa con dos diagonales, dos ceros ( )

Citlalli: Ese no es tinla.

C: Entonces si esto no es tinla ¿cómo se escribe tinla?

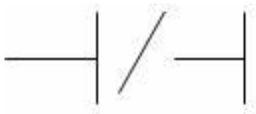
Miguel: Es que se les olvida el cero: (escribe en el pizarrón).



Citlalli: Pero es que se desaparece una diagonal.

Mtros: Por eso, por eso...

Miguel: Entonces tanla:



La dificultad de las maestras Carmela, Citlalli y tal vez de algunos más, es que ellas están pensando en el valor del símbolo como valor del agrupamiento que representan en el sistema de numeración usual, al nombre de las decenas se le asigna una representación compuesta por dos signos (10, 20, 30, 40, 50...,) los niños tienden a escribir por ejemplo treinta y cinco como 305 estableciendo una correspondencia directa entre el nombre del número “treinta y cinco” y la representación simbólica de cada una de las partes, cuando todavía no saben que en el 30 la representación dice que hay 3 decenas completas y cero unidades sueltas, de tal manera que para el treinta y cinco en el lugar de las unidades que no alcanzan para formar una decena se registra un 5 y consecuentemente el “cero” desaparece. Los maestros no han trabajado todavía con agrupamientos y valor posicional por lo que presentan un comportamiento análogo al de los niños, por ello, frente a la ausencia de la idea de valor posicional, surgen estas representaciones de las cantidades en donde repiten el símbolo cero.

Miguel, echando mano de sus conocimientos sobre la serie decimal, en su intervención dice: “se les olvida el cero” da por sentado que los demás entienden la relación que encontró, con solo nombrar al cero, le faltó explicitar que el lugar de las que valen uno lo ocupa otro número y se quita el cero porque ya no hay cero, hay una cantidad en ese lugar.

En la confrontación de las preguntas finales de la primera actividad de la Propuesta en la que se trabaja con la serie oral y el recurso del conteo para el trabajo con los primeros números, el conductor lleva las conclusiones entre otras cosas a un aspecto importante que se señala en uno de los recuadros sobre la enseñanza de los números: en la Propuesta se plantea (en concordancia con los materiales curriculares de primer grado de primaria), que los números se enseñan resolviendo situaciones de conteo sobre un rango numérico, utilizando, primero la serie oral que corresponde a dicho rango y después la serie escrita de éste. Análogamente en la Propuesta, los maestros empezaron por conocer la serie oral (de Lalilán) y al interactuar con ella a través de diferentes actividades en las que usarla resultaba pertinente, descubrieron sus regularidades y posteriormente fueron reconociendo la serie numérica escrita a la vez que iban también encontrando las características de su comportamiento.

El conductor después de leer la información sobre la sugerencia didáctica para trabajar con los primeros números que se sostiene en la propuesta de enseñanza editada por la SEP en 1993, pregunta a los maestros en qué se diferencia esta postura con la enseñanza de los números de la anterior propuesta (1970-1990), en donde se trabajaba con los números de manera aislada primero el uno, luego el dos, etcétera.

C: Aquí dice una cosa muy interesante, introducir los números de uno en uno...

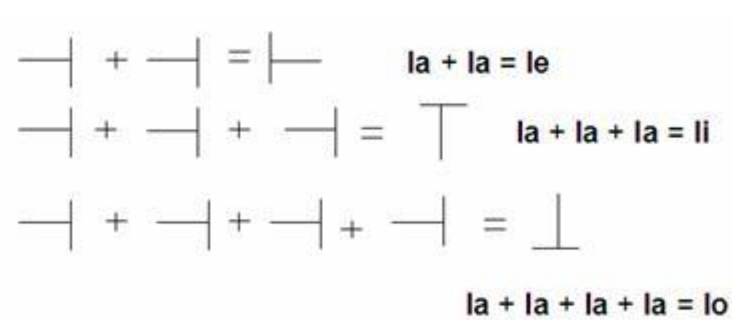
Antonio: Pues se inicia con los dígitos.

C: No, pero cómo se deben enseñar.

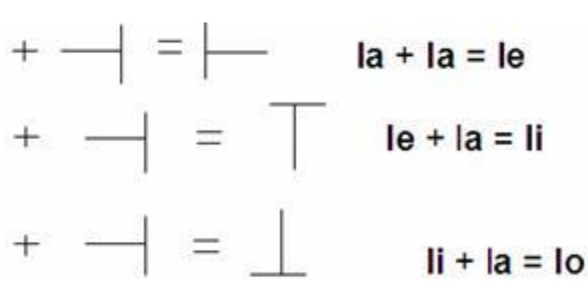
Antonio: Uno, dos: uno más uno; tres: uno, más uno, más uno y sus relaciones dos más uno.

C: O sea tú dices que hubieras hecho, (el Conductor va escribiendo la serie de los lalilaneses y diciéndola en voz alta).

Así dices, ¿no? los demás qué opinan, si la ficha se hubiera presentado así,



o también:



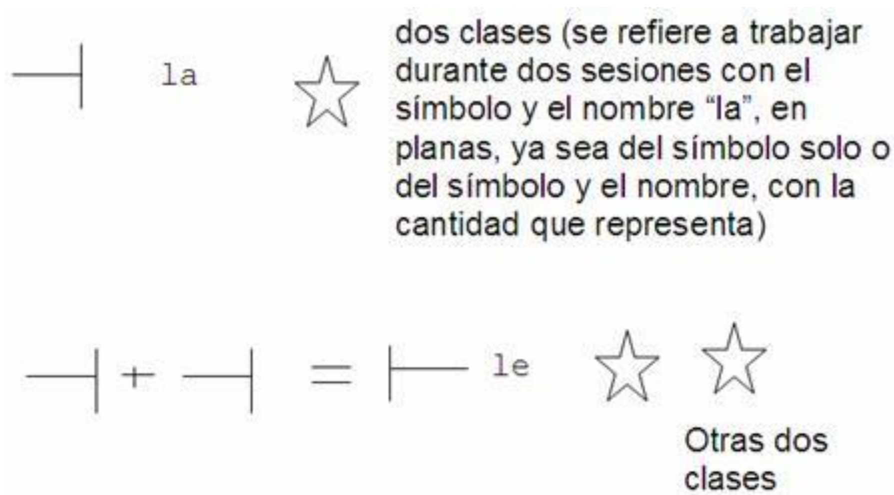
¿hubiera sido más fácil?

Mtros: (Se quedan pensando).

Miguel: No..., el niño sabe contar, no necesariamente la enseñanza tiene que hacerse en ese sentido.

Antonio: Sólo que para que se de el proceso, para mí, debe ser con una secuencia.

C: Tú trabajarías por ejemplo (escribe en el pizarrón, a la vez que explica):



Antonio: Sí

C: A ver lean el recuadro en equipos, a ver si coincide con esto (señala lo que afirma Antonio).

En equipos leen el recuadro en donde se señala que los números (de Lalilán) no fueron introducidos uno por uno, sino en bloques y algunas ventajas de manejarlo de esta manera, así como la importancia de la regularidad de la serie oral como referente al conteo para trabajar sobre la serie escrita.

Una vez leído el recuadro los comentarios de los maestros versan sobre:

a) “Así le hacen” dice Natalia sin asumirse en esa práctica de enseñanza, su afirmación refiere a presentar cada vez un número con su nombre, su símbolos y una colección cuya cardinalidad es el número en cuestión.

b) “Partiendo del conocimiento anterior”, señala Jovita en acuerdo en que esto significa “antes de trabajar con el número 2 se tiene que trabajar con el número uno”.

c) Paulina en cambio hace la observación "aquí (el recuadro) dice que no" para señalar que lo expuesto por sus compañeros no está en concordancia con lo que la propuesta para la enseñanza vigente desde 1993 establece, cabe aclarar que Paulina solo establece que hay diferencia entre las posturas pero no se asume a favor de ninguna de ellas.

d) Jovita en un intento de reafirmar su postura la extiende a la construcción de la serie a través del sucesor, el uso de la conmutatividad de la suma y el recurso a las diversas expresiones aditivas de los números que van conociendo, conforme aparecen en la serie numérica y en este sentido expresa: "dos más uno igual a tres, uno más dos igual a tres, uno más uno, más uno igual a tres".

e) Paulina reafirma sobre lo que ya había expresado, "pero eso no es (lo que propone la propuesta del 93)"

f) Miguel, en cambio hace comentarios que evidencian el reconocimiento de una redefinición de lo que significa (en la propuesta del 93) "el conocimiento previo" diciendo en atención a ello: "ya saben (los niños) contar", (...) "la enseñanza no necesariamente tiene que ser en ese sentido" (lo expresado por Jovita). Para Miguel está claro además que lo que se está proponiendo (la propuesta del 93) para la enseñanza de los primeros números no es enseñar de manera aislada símbolo por símbolo, sino partiendo de los saberes aritméticos de los niños al ingresar a la primaria, trabajar situaciones en donde tengan la oportunidad de aplicar los números. Sin embargo lo que no quedó claro en la intervención de Miguel es si él reconoce que las situaciones en las que los niños (de primer grado) pueden usar los números son aquellas de comunicación, comparación e igualación de cantidades.

g) Finalmente, otros como Antonio, insisten en que se aclare si es correcto o no enseñar los números como él lo expresó (uno por uno), el resto del grupo ya no expresa sus reflexiones, aunque siguen atentamente la discusión de sus compañeros.

El conductor concluye y señala las diferencias entre las posturas. El maestro Miguel, se adhiere afirmando que: "la manera anterior nos ha metido en procesos mecánicos, en algunos casos nos ha provocado problemas. Aquí (lo que dice Antonio) es una mecanización y acá (lo que dice la Propuesta) es una reflexión"; es el único comentario que se da como conclusión de esta discusión, el resto del grupo continúa pensando.

Los maestros empiezan a reconocer aunque con desconcierto que lo que les permitió avanzar sobre el conocimiento de la serie numérica de los primeros números "lalilaneses" fue a través de una serie de actividades que cuestionan las prácticas dominantes para la enseñanza de los primeros números (de uno en uno o a través de la construcción de los sucesores).

2. Los sistemas de numeración

En congruencia con estos planteamientos en la tercera y cuarta actividad de la Propuesta se trabaja con los principios del sistema decimal de numeración, agrupamientos sucesivos y posición de las cifras.

Los objetivos que se señalan en estas actividades: "que el maestro reflexione sobre el principio de agrupamientos sucesivos que caracteriza a nuestro sistema de numeración" (Block, et. al., 1995a, 44); y "que el maestro amplíe sus conocimientos sobre los principios de base y posición que caracterizan al Sistema Decimal de Numeración" (Block, et. al., 1995a, 48), apuntan más a una reflexión y reconstrucción (por parte de los maestros) de los contenidos matemáticos, que a las situaciones didácticas mismas. A diferencia de las actividades 1 y 2 en donde la reflexión recaía más hacia aspectos sobre su enseñanza desde los problemas de aprendizaje.

En las situaciones de las actividades 3 y 4, se cambia de base de agrupamiento de seis a base cuatro, se espera que al utilizar una base diferente a la decimal, los maestros realicen un trabajo más reflexivo que mecánico con una base ya conocida. Así mismo están estructuradas (al igual que las actividades 1 y 2) en una secuencia didáctica es decir, en una progresión de este contenido, trabajando con material concreto, representaciones no convencionales y convencionales.

La secuencia didáctica que se identifica es la siguiente:

- Hacer agrupamientos sucesivos, de manera gráfica, en base cuatro.
- Asignación de un código (fichas de colores) de representación para cada tipo de agrupamiento realizado.

- Hacer agrupamientos y desagrupamientos con material concreto usando el código de color.
- Trabajar el código de representación en situaciones problemáticas y con material concreto.
- Representación convencional de cantidades en tabla y sin ella.
- Trabajar la representación convencional de cantidades en situaciones problemáticas.

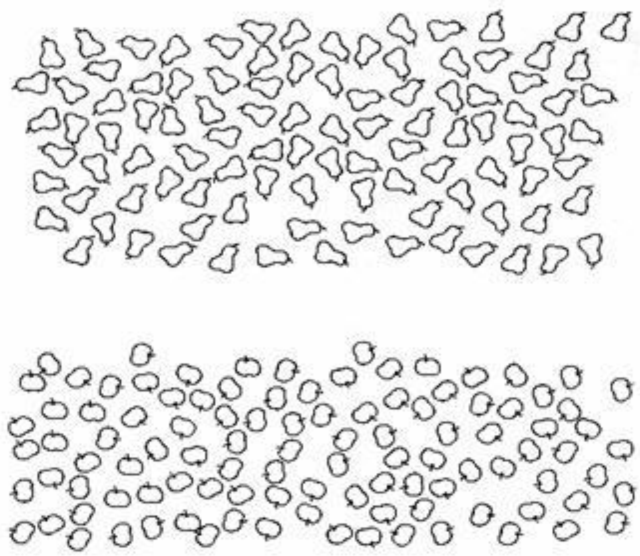
Con relación al recurso didáctico de los juegos matemáticos[2], en estas actividades se presentan dos: *El Cajero* (primera y segunda versiones). y *¿Quién adivina el número?* (cuarta versión) (Fuenlabrada, et. al., 1991b). Los contenidos matemáticos que se trabajan son, en el primer juego, el principio de agrupamiento y desagrupamiento de los sistemas de base, en el segundo, algunos aspectos del sistema numérico de los números naturales, como el orden, el antecesor o sucesor de algún número determinado, o los números que son pares o impares.

2. 1. Los agrupamientos sucesivos

En estas situaciones, se espera que los docentes se den cuenta de que al trabajar con cantidades grandes algunos recursos ya no resultan funcionales como el conteo de uno en uno o la correspondencia uno a uno. Se presenta al agrupamiento como el recurso idóneo para el conteo de cantidades mayores. El agrupamiento sucesivo de los elementos de una colección y el conteo de estos agrupamientos. En un recuadro gris, se explica que, cuando los niños conocen sólo los primeros números, una de las estrategias para comparar colecciones es la correspondencia uno a uno, y que al aumentar las cantidades por comparar deja de ser funcional y se generan otras estrategias, como la formación de grupos y grupos de grupos (Block, et. al., 1995a, 45).

Para iniciar la actividad se les presentan las siguientes colecciones:

1. Para comparar las siguientes colecciones, agrupe de cuatro en cuatro los elementos que contienen. Cada cuatro grupos de cuatro forman un nuevo grupo y así sucesivamente.



¿Qué hay más, peras o manzanas? ______________ ¿Cuántas frutas más tiene la colección más grande? __________________

(Block, et. al., 1995a, 44).

Si los maestros hacen agrupamientos sucesivos, se apunta a realizar una reflexión sobre la dificultad que representaría hacer la comparación con otro tipo de recursos utilizados en actividades anteriores (como la correspondencia uno a uno o el conteo de uno en uno). Se puede reflexionar también acerca del conteo a través de los agrupamientos, ya que en esta parte, si bien el conteo de uno en uno, permite hacer la comparación, una vez hechos los grupos de cuatro en cuatro para comparar las colecciones, se deben "contar los grupos de cuatro" para construir nuevos grupos, ya no es un conteo de uno en uno, sino un conteo y comparación de "grupos de grupos" y elementos sueltos.

En el primer ejercicio los objetos de las colecciones a comparar son muy pequeños y están muy juntos, lo que dificulta la representación clara de los agrupamientos solicitados; aunado a ello, la consigna "agrupe de cuatro en cuatro los elementos que contienen. Cada cuatro grupos de cuatro forman un nuevo grupo y así sucesivamente", no resulta clara para algunos equipos y en sentido estricto tampoco es necesaria para contestar la pregunta ¿qué hay más peras o manzanas? En varios equipos solamente les fue útil hacer grupos de cuatro y les resultó innecesario continuar con los agrupamientos sucesivos de los grupos de cuatro, como señala la consigna.

En el equipo 1, Rosy y Esther agrupan de cuatro en cuatro y no continúan agrupando en grupos de cuatro de cuatro. No es sino hasta que avanzan en la lectura de la Propuesta y se encuentran con una parte de la actividad en la cual se explica la asignación de un valor a cada agrupamiento usando un código de fichas de colores, que comentan con otros equipos, esto las hace regresar a la primera actividad a continuar con los agrupamientos, pero solamente para "cumplir" con una tarea solicitada.

En el equipo 3 sucede lo siguiente:

> Citlalli: 4 x 4, 16; 16 x 4 igual a 64 y acá 10 x 4 igual a 40..., son 104 manzanas, (aunque en este equipo sí continuaron los agrupamientos cuando les preguntan cuál es la colección que tiene más y cuántas más, consideran solamente los grupos de cuatro elementos, pero no como grupos sino como elementos sueltos).
>
> C: Aquí agruparon de cuatro y después...
>
> Juan: Cuatro de cuatro y luego otra vez de cuatro. Aunque hicimos trampa.
>
> C: ¿Por qué dices que hicieron trampa?
>
> Juan: Porque lo ideal es ir formando grupos de cuatro y contar en esa base, no en la decimal, como le hicimos nosotros después.

La actividad así presentada dio la posibilidad a algunos maestros de formar los agrupamientos sucesivos. En los que esto sucede como en el caso de Citlalli y Juan, no los utilizaron para controlar el conteo, reduciéndolo a la comparación de los agrupamientos de mayor orden susceptibles de ser formados en cada una de las colecciones (manzanas y peras). Reconocen sin embargo que no contaron en "esa base", sino en base diez, de esta manera, al momento de contestar cuál colección tiene más objetos, calculan en base 10 (4 x 4, 16; 16 x 4 igual a 64 y acá 10 x 4 igual a 40..., son 104).

El maestro Juan apunta que se debió haber contado en "esa base", como quien quisiera haber actuado desde "el deber ser". La segunda parte de la consigna no registrada por algunos docentes (cada cuatro grupos de cuatro forman un nuevo grupo y así sucesivamente), pero fundamentalmente lo innecesario de ello para contestar la pregunta no propició un conteo en base

4. Tal vez si se hubiera presentado antes el juego del cajero, el conteo en esa base hubiera aparecido de manera más natural.

Después de realizar agrupamientos (gráficamente) se pasa al uso de códigos de colores (fichas o corcholatas de colores) para representar los diferentes "tipos de grupos":

2. Ahora vamos a representar cada tipo de grupo con una corcholata de diferente color.

La corcholata azul (az) vale 1.
La corcholata roja (r) vale 4 corcholatas azules, es decir, un grupo de cuatro.
La corcholata amarilla (am) vale 4 corcholatas rojas.
La corcholata verde (v) vale 4 corcholatas amarillas.

(Block, et. al., 1995a, 45).

El uso del código de colores implica para los maestros, identificar los "tipos de grupos" que realizaron en el punto anterior y establecer la relación entre los grupos y el valor de las fichas de colores.

Después de presentar el código de las fichas de colores, en los puntos 3 y 4 se hace un trabajo con éste, por medio de dos situaciones, en la primera se pide a los maestros que registren, con las corcholatas (fichas), la cantidad de objetos de cada una de las colecciones de manzanas y peras (del punto 1), este ejercicio permite validar el resultado encontrado y, si los maestros no realizaron los agrupamientos sucesivos en la primera actividad, al llegar a esta parte regresan a hacerlos (como le sucedió al equipo de Rosy y Esther). Para ampliar el uso de los valores del código de colores, en la segunda actividad, se da la cardinalidad de una colección utilizando las fichas de colores y los maestros tienen que dibujar la colección correspondiente.

Por medio de un recuadro gris se sugiere que, al realizar este trabajo con los niños, y antes de pasar a la representación gráfica no convencional (utilizando como en la actividad círculos de colores) es conveniente realizar agrupamientos con materiales concretos y representarlos, a fin de facilitar la comprensión de los agrupamientos sucesivos.

En el ejercicio 5 se presenta el juego *El Cajero*. (Fuenlabrada et. al., 1991, 19). Éste permite la funcionalización de la regla de agrupamiento del sistema de numeración[3]. Se realizan las dos primeras versiones, en equipos de tres a cinco personas; se juega con un dado, con las fichas y el código de color explicitado anteriormente: las azules valen uno, las rojas cuatro azules, las amarillas cuatro rojas y las verdes cuatro amarillas. Una de las personas participantes es el cajero quien entregará o recibirá (según la versión que se juegue), fichas azules. En la primera versión, el cajero entrega azules según lo que aparezca en un dado, los participantes no pueden tener más de cuatro fichas del mismo color (están obligados a cambiar con el cajero cada vez que sea posible). Gana quien primero obtenga una ficha amarilla; en la segunda versión, el cajero entrega una cantidad de fichas azules, rojas y amarillas. Después, cada jugador entrega al cajero en su turno fichas azules, cuando no se dispone de azules, se tiene que realizar el cambio con el cajero hasta obtener las azules suficientes para pagar, gana quien primero se quede sin fichas.

La realización de este juego, a diferencia de la actividad del punto 1, sí permitió que los maestros "vieran" los agrupamientos sucesivos característicos de un sistema de base, el hecho de realizar los agrupamientos y desagrupamientos con materiales les permitió ir reconociendo la manera como funcionan las reglas de cambio en los sistemas de base y posición como lo es el SND.

En el juego de *El Cajero* las estrategias de los maestros y sus descubrimientos están tanto en función de lo que van reconociendo de los sistemas de base (respecto a los agrupamientos) como de lo que consideran harían los niños en situaciones similares.

> Paulina: (ella es la cajera y le entrega a Natalia una ficha roja y dos azules).
>
> Natalia: No, azules nada más, para que sea más fácil, ¿no? como los niños.

Después de una ronda comienzan a manejar las fichas de dos colores, no solamente azules.

Chayo no entiende la regla de cambio, sus compañeras le dicen qué hacer.

El comentario de la maestra Natalia puede interpretarse en dos sentidos. Por un lado subyace la idea de que los niños solamente pueden manejarse con situaciones fáciles (sólo azules), por tanto la enseñanza debe adecuarse a esta posibilidad, es decir al niño "se le deben facilitar las cosas". Por otro lado, cabe la posibilidad de que la maestra Natalia adjudique a los niños su propia dificultad.

Sin embargo, los maestros al igual que los niños, en distintos momentos encuentran la manera más rápida de hacer los cambios de fichas al ir transformando su cantidad y mientras unas no entienden qué sucede con las fichas (como es el caso de Chayo); otros, ya no piden al cajero fichas azules, piden rojas y azules según la cantidad que sale en el dado. Por ejemplo, cuando salen seis en el dado no piden seis azules piden una roja y dos azules, o cuando salen cinco, piden una roja y una azul.

Cuando pasan a la segunda versión de *El Cajero*, en donde los jugadores se tienen que deshacer de sus fichas entregando al cajero azules, la maestra Laura decide cambiar desde el principio las fichas amarillas y rojas para tener solamente azules e ir entregándolas al cajero conforme la cantidad que le salga en el dado. La maestra Laura rompe con una de las reglas del juego que es "dar azules y cuando no se tengan las suficientes cambiar una de las fichas que se tenga de mayor valor”; no espera “no tener suficientes azules” y de esta manera se pierde uno de los objetivos del juego que consiste en recurrir al desagrupamiento en el momento en que sea necesario.

En un recuadro gris se explicita la utilidad del material concreto en situaciones de agrupamiento y desagrupamiento para comprender las reglas de cambio del sistema de numeración.

En los puntos 6, 7, 8 y 9 se continúa trabajando con las fichas de colores, en situaciones de comparación y transformación de cantidades y se completa una serie.

En la situación de comparación de dos cantidades (representadas con las fichas de colores), una de las cantidades es una ficha amarilla y la otra son tres fichas rojas y tres azules. El objetivo aquí es que los maestros establezcan relaciones entre los valores de las fichas, para hacer la comparación.

En la situación en donde se pide a los maestros continuar una serie numérica (que se presenta incompleta en algunas partes intermedias) representada con dibujos de las fichas de colores; se les pide que lo hagan utilizando las fichas y aumentando una cada vez que registran una cantidad, además, se les recuerda hacer los cambios de cuatro a uno. Esta situación permite confirmar cómo se va estructurando la serie numérica, cómo al agregar un objeto cambia la representación con las fichas de colores, es también un antecedente para comprender el número de dígitos necesarios en cada sistema de base y posición.

Se presentan como parte de estas actividades dos problemas en los que se pide la utilización de las fichas de colores para resolverlos, esto corresponde a un aspecto del enfoque que es el trabajar con problemas para enseñar los contenidos, la resolución de estos permite una reflexión acerca de los agrupamientos y desagrupamientos del sistema.

Finalmente, en un recuadro gris se explicita a los maestros que la base con la que estuvieron trabajando fue la cuatro, porque los agrupamientos se realizaron de cuatro en cuatro, se señala que los alumnos no necesitan trabajar con otras bases diferentes a la decimal, pero que las actividades realizadas sí son aplicables con ellos. También se comenta la conveniencia de presentar situaciones de comunicación y comparación con cantidades grandes, para poder validar la utilización de los agrupamientos en el caso del SND, primero en decenas y, más adelante, en centenas y en millares.

Después de la confrontación de la actividad "Agrupar para facilitar", a manera de conclusión y en relación a los agrupamientos sucesivos que conforman el principio de base del sistema decimal, el conductor pregunta a los docentes: "¿cuáles son los principios de nuestro sistema?" se dan los siguientes comentarios:

> Citlalli: Que está del uno al nueve.
>
> Andrea: Podría ser la utilización de nueve símbolos.
>
> Carmela: La sucesión o secuencia de los números.
>
> C: Todavía les falta algo.
>
> Esther: Se agrupa de diez en diez (como dudando).
>
> C: Agrupar de diez en diez..., y dice que no sabe..., ¿cuál sería la otra regla?..., mientras piensan en la otra regla...
>
> Citlalli: ¿cuál sería la base de los lalilaneses?
>
> Laura: Sería 6, porque al decir (va diciendo y marcando con seis de sus dedos) la, le, li, lo, lu y el cero ¿no?

Las respuestas de los maestros se centran en el número de símbolos, pero no toman en cuenta los diez símbolos que se usan en el SND, hablan de nueve símbolos olvidando al cero, (que en un sistema de base y posición se requiere para la representación de las cantidades). La maestra Laura observa que en la cantidad de símbolos que se usan debe considerarse también al cero. Ella dice la, le, li, lo, lu, nombrando a todos los primeros números que sirven para contar, y agrega al final el cero haciendo una analogía del sistema de numeración decimal: el 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y el cero. Cuando se cuenta no se empieza por el cero, tal vez esa sea la razón por la que los docente lo obvian, olvidando que cuando se forma el primer grupo en la representación simbólica de éste aparece el cero para comunicar que se tiene un primer agrupamiento y ningún elemento suelto.

De las ideas expresadas solo Esther hace un dudoso comentario en el sentido de los agrupamientos de diez, la maestra dice que se agrupan de "diez en diez", su comentario es incompleto aunque el conductor lo valida, pero se olvida de explicar que son agrupamientos sucesivos, es decir se van formando grupos de grupos de diez elementos cada vez.

2. 2. Principio de posición

En esta actividad los autores presentan una serie de situaciones en las que para su resolución se apela al valor posicional característico del SND, éstas están ordenadas explicitando la metodología de enseñanza para llegar a la representación convencional de cantidades mayores. Los autores parten del dibujo de una tabla para representar cantidades (en adelante la tabla) hasta la resolución de problemas y representación de cantidades sin el uso de la misma.

1. Para representar cantidades con símbolos numéricos en el sistema de numeración de base cuatro que se ha estado trabajando, utilizaremos la siguiente tabla:

v	am	r	az
2	1	0	1

Observe que, empezando de derecha a izquierda:

- El primer número que se escribe representa la cantidad de corcholatas azules.
- El segundo número que se escribe representa la cantidad de corcholatas rojas.
- El tercero, representa la cantidad de corcholatas amarillas.
- El cuarto, representa la cantidad de corcholatas verdes.

(Block, et. al., 1995a, 48)

Estas situaciones tienden a estudiar la estructura de la serie numérica y la representación con dígitos de los agrupamientos. La parte final de la actividad consiste en la resolución de problemas, ya sin el apoyo de la tabla.

En el punto 1 se presenta a los maestros la tabla con el código de representación en base 4 y se les explicita cómo se realiza la representación de cada uno de los grupos.

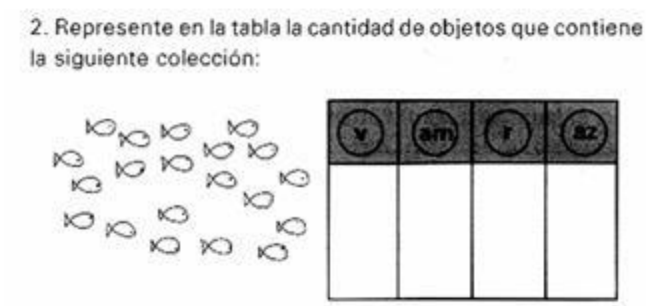
Enseguida, en un cuadro gris, se presenta la utilidad de la tabla o de un ábaco para representar cantidades y se señala que es un paso intermedio para llegar a la representación convencional de cantidades y a la comprensión del valor que tiene cada cifra en una cantidad (Block, et. al., 1995a, 49).

Desde los primeros trabajos del Laboratorio de Psicomatemática, ya se señala la importancia que tiene la tabla de cantidades para la comprensión del valor posicional de las cifras: “El registro en tabla es un recurso intermedio entre el registro libre y el registro convencional de cantidades en los sistemas de base y posición; en donde justamente se conviene en dar un significado a cada posición para señalar el valor del agrupamiento” (Fuenlabrada, et. al., 1986, 37)

En la Propuesta, el trabajo con el valor posicional se organiza con la siguiente secuencia: agrupamientos y desagrupamientos de elementos de colecciones representados de manera gráfica, después utilizando fichas de colores, enseguida se dibujan las fichas para representarlos y por último se pasa a la codificación de cantidades en la tabla. En la representación libre utilizando fichas de colores todavía no se hace referencia al valor posicional de las cifras, solamente al valor del agrupamiento (que viene indicado por el color).

El punto 2, es una situación problemática en donde se pide a los maestros que representen en una tabla la cantidad de objetos de una colección en esta situación los maestros tienen que trabajar en base 4 para representar la cardinalidad de la colección propuesta. Para resolverlo, los maestros pueden realizar primero los agrupamientos necesarios y representarlos en la tabla, ya no dibujando la cantidad de fichas sino asignando una cifra a cada agrupamiento en el lugar (columna de la tabla) correspondiente.

En este primer ejercicio de la actividad "La posición de las cifras", los maestros tienen que cuantificar una colección y representar esa cantidad en una tabla que se muestra:



(Block, et. al., 1995a, 49)

Como los maestros no tienen la primera parte de la ficha[4] en la cual se explicita que se continúa trabajando en base cuatro y cómo se acomodan los agrupamientos según su valor, algunos suponen que se ha cambiado de base y que ahora tienen que realizar el ejercicio con la base diez, otros por su parte dicen que se continúa con la base cuatro, el conductor no aclara la duda y los maestros lo descubren al ir leyendo el resto de los ejercicios.

Por medio de un recuadro gris, se explica a los maestros que, después de un trabajo con la tabla se pude retirar y representar las cantidades sin ella; en este momento, se hace notar que "los alumnos comprenderán la importancia del cero para representar la ausencia de determinados agrupamientos” (Block, et. al., 1995a, 49).

En las situaciones que se presentan después del recuadro, (que a continuación se describen) se trabaja sin la tabla, e implican el valor posicional de las cifras en las cantidades:

En el punto 3, se presentan dos series numéricas que se tienen que completar: la primera aumenta de uno en uno y, la segunda, disminuye de tres en tres. En ambas series se dan ciertos números como control. Se pide a los maestros que realicen esta tarea utilizando la regla de cambio del juego de *El Cajero* y con las fichas de colores.

En el ejercicio de completar una serie en base 4 usando los símbolos numéricos, algunos maestros lo hacen sin apoyarse en el material y surgen algunos comentarios como el siguiente:

> (...) completan una serie en base cuatro: 1, 2, 3, ..., ..., 12, ..., 20, ..., ..., (...) 100. Después del tres anotan 4 y después 5, se dan cuenta que el número que está anotado después (12) no corresponde a la serie que ellos están armando.
>
> Jovita: Ay, no, no va a salir.
>
> C: ¿Por qué no usan el material? Utilicen la tabla.
>
> Jovita acomoda las fichas sobre su cuaderno, como si tuviera una tabla imaginaria, las demás no entienden, insisten en escribir el cinco y no toman en cuenta tampoco el cuatro. Jovita al ir haciendo los cambios se da cuenta de que es 11, en vez de cinco. Les explica a sus compañeras y borran el cinco y anotan 11, continúan con la serie haciendo los cambios con las fichas, ya no se equivocan pero no borran el cuatro.
>
> C: (viendo la serie que completaron las maestras de este equipo). Hay un número que nada más aparece una vez.
>
> Natalia: El cuatro.
>
> C: ¿Y por qué nada más una vez lo pusieron?
>
> Mtras: (No hay respuesta, observan su serie).
>
> Natalia: 1, 2, 3, 0 y 4.
>
> C: Continúen con la ficha a ver qué pasa.

> Las maestras completan otra serie, pero ahora no es aumentando, sino quitando un elemento cada vez, partiendo del número 333.
>
> (...)
>
> Paulina: No puedes llegar al cuatro, porque es el máximo valor.

Las respuestas de las maestras al escribir cuatro y cinco manifiestan que todavía no están pensando en los valores de los agrupamientos sucesivos de la base cuatro, porque al llegar a cuatro objetos, formarían un grupo del siguiente nivel, es decir un grupo de cuatro elementos y ningún elemento suelto, que sería la representación siguiente 10 (uno, cero).

El conductor no les dice la respuesta, en cambio les pide que trabajen con material, porque así se darían cuenta de los valores de los agrupamientos y su representación. Y efectivamente, las maestras logran darse cuenta de su error y ponen el 5 por 11, lo corrigen después de hacer el ejercicio siguiente con los materiales rectifican el cuatro que habían anotado. El uso de la tabla les da la posibilidad de ir haciendo los cambios y representar en ella las transformaciones que se van dando en las cantidades al ir agregando o quitando un elemento cada vez.

Enseguida se presentan dos problemas, se pide resolverlos utilizando las fichas solamente para fines de comprobación de resultados. Con el trabajo desarrollado en las actividades anteriores, los maestros han trabajado primero con material concreto después, han representado cantidades con dibujos y, finalmente han utilizado símbolos convencionales en una tabla y sin ella, de tal suerte que los procedimientos de solución pueden apoyarse en el dibujo de las fichas de colores, los agrupamientos o desagrupamientos (según sea el caso) y las consideraciones necesarias para realizar la cuantificación de las transformaciones, o bien escribir las cantidades e ir haciendo mentalmente las transformaciones de los cambios de valor de cada cifra.

Problema de suma: “Tengo 3 cajas de canicas. En la primera tengo 32 (tres, dos) canicas, en la segunda tengo 13 (uno, tres) y en la última tengo 22 (dos, dos) ¿Cuántas canicas tengo en total?” (Block, et. al., 1995a, 50)

En un equipo se encuentran trabajando las maestras Laura y Paulina, al momento de resolver los problemas se dan los siguientes comentarios entre ellas:

Laura: (toma las tres cantidades y las suma como si fueran números en base diez) Tiene catorce.

Paulina: No son catorce, son seis grupos de cuatro, mira (le muestra su dibujo de las fichas en su cuaderno).

En su cuaderno Paulina hace los dibujos de las fichas y le va explicando a Laura cómo le hizo, primero dibuja la cantidad de fichas rojas y azules que se mencionan en el problema y luego hace los agrupamientos que puede con azules y las cambia por rojas, después agrupa las rojas y hace los cambios que se pueden hacer por amarillas. Laura se sorprende un poco al ver la cantidad.

La maestra Laura al parecer olvida que se está trabajando en base 4, suma las cantidades del problema sin tomar en cuenta el valor posicional de los números en esta base, aunque en la sesión anterior se hizo la actividad de completar la serie en base cuatro no recuerda cómo se registran los números, o la actividad no le fue suficientemente significativa.

La maestra Paulina no utiliza las fichas, la estrategia que usa es representarlas con dibujos y hacer las transformaciones necesarias e ir tachando o borrando al hacer los cambios, esto resulta interesante ya que muestra un momento del proceso entre el uso del material concreto y la representación gráfica hacia la representación convencional para lo que hubiese sido muy útil hacer referencia a la tabla y mostrar ejemplos del uso de ésta en la resolución de problemas de suma y resta. El recurso a la tabla está, en este sentido, poco aprovechado en la actividad.

Problema de resta: "Víctor tiene 20 (dos, cero) lápices de colores y Andrea tiene 12 (uno, dos). ¿Quién tiene más? ______¿cuántos más tiene? _______ (Block, et. al., 1995a, 50)

Laura: Entonces tiene doce, no..., uno, dos, más ¿no?

Paulina: Espérame, déjame dibujar las fichas (se sonríe y hace sus dibujos) Tiene dos más ¿no?

Laura: No, no puede ser, serían uno, dos, más ¿no?

Como no se ponen de acuerdo anotan los dos resultados.

La maestra Laura igual que el problema de suma, lo resuelve sin usar el material ni apoyarse con dibujos, mentalmente ella hace sus operaciones y dice una cantidad que en esta ocasión si es en base cuatro, (de no ser así habría dicho 8) ella tiene que restar 12 (uno, dos) a 20 (dos, cero), tomando en cuenta los valores en fichas azules y rojas, ella completa el 12 al 20; para que salga el cero del 20 hay que agregar 2 azules y los “unos” de los dos, 12, considerados dan el 2 del 20; en el proceso se pierde el control de la roja que producen las cuatro azules consideradas al principio.

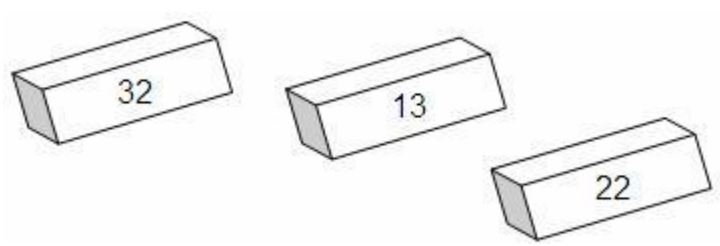
La maestra Paulina continúa haciendo sus dibujos y ella obtiene un resultado diferente (el correcto) pero no puede convencer a la maestra Laura y quedan esos dos resultados.

Después de que se realiza esta actividad, el conductor presenta las preguntas que hacen referencia a todos los temas vistos de la Ficha 4 y enseguida organiza la confrontación de ideas en el grupo.

En el problema de suma: “Tengo 3 cajas con canicas. En la primera tengo 32 (tres, dos) canicas, en la segunda tengo 13 (uno, tres) y en la última tengo 22 (dos, dos). ¿Cuántas canicas tengo en total?”:

(Después de leer el problema de suma)

C: Dibuja en el pizarrón las cajas:



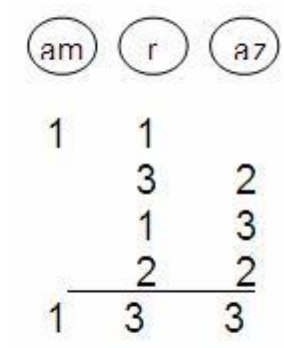
C: ¿Seguimos desagrupando?

Mtros: Sííííí (en coro).

C: ¿Siempre desagrupando?

Mtros: No, agrupando.

C: (Hace la suma en el pizarrón, explicando paso a paso las transformaciones:)



Mtros: (Van siguiendo el proceso del conductor en el pizarrón, muy atentos, algunos afirman con la cabeza, otros más se quedan con cara de duda, pero la mayoría asiente).

El conductor no pregunta por las estrategias utilizadas por los docentes, de tal manera que lo que hicieron Paulina y Laura no sale en la confrontación, por otro lado, el conductor pasa al algoritmo de suma, tema que todavía no se trabaja y uno de los señalamientos de la Propuesta y dicho en un recuadro de esta actividad es precisamente que: “En este caso usted ha resuelto problemas que implican sumar y restar a partir de sus conocimientos sobre el sistema de base y posición que ha estado trabajando y sin utilizar el algoritmo convencional” (Block, et. al., 1995a, 50).

En el problema de resta: “Víctor tiene 20 (dos, cero) lápices de colores y Andrea tiene 12 (uno, dos). ¿Quién tiene más?” ¿Cuántos lápices más tiene? El conductor pregunta a los docentes por sus estrategias y toma la respuesta de la maestra Carmela, sin preguntar más:

(Después de leer el problema).

C: ¿Quién tiene más?

Mtros: Víctor.

C: ¿Cuántos más?

Mtros: Dooos. (la mayoría en coro).

C: ¿Cómo supieron?

Carmela: Es que uno tiene ocho azules y el otro seis azules.

C: (Escribe en el pizarrón la respuesta de Carmela). Esto es transformando las rojas por azules y ya ven el total de azules que tiene cada uno..., muy bien...

La estrategia de la maestra Carmela, al igual que en otras actividades, es cambiar todas sus fichas por azules y manejarse así, por ser más fácil, pero en este caso aun cuando el resultado que ella da es correcto, haciendo los cambios cada vez que son necesarios, la maestra no hubiese tenido que cambiar una de las fichas rojas de la cantidad a la que hay que restar, ya que lo que no se tiene son azules, de tal forma que hay que cambiar una roja por cuatro azules y de ahí restarle las dos de la otra cantidad, después restarle una roja a la roja que se tiene y el resultado es dos azules. El conductor valida la respuesta de la maestra Carmela y no hay más comentarios, lo que sucedió en otros equipos o si lo hicieron de otra manera (Paulina, por ejemplo) no sale en la confrontación.

Las situaciones que se presentan en el punto 5, 6 y 7, llevan a reflexionar sobre la construcción de un sistema numérico de base 4 y sobre cómo, al disminuir o aumentar un elemento, cambian las cifras que conforman una cantidad. Esto lo hacen por medio de dos preguntas: "Explique por qué al número 333 (tres, tres, tres) le sigue el número 1000 (uno, cero, cero, cero) en el sistema de numeración de base y posición que se ha venido trabajando" y "Explique por qué, si le quitamos una unidad al número 300 (tres, cero, cero), se obtiene el número 233 (dos, tres, tres)".

Estas preguntas hacen reflexionar a los maestros sobre los agrupamientos y cómo se representan los cambios en el registro de la cantidad para algunos maestros queda claro el por qué:

C: (después de leer la primera pregunta). A ver...

Lucha: Es que van aumentando uno de cada grupo (anota en el pizarrón)

$$\begin{array}{cccc} & & & 1 \\ & 3 & 3 & \cancel{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

C: Son muy listos la pregunta que sigue: (la lee).

Juan: Por eso que decíamos antes ¿no? de lo de desagrupar y si le quitamos una, es un proceso inverso, se descompone, se cambia.

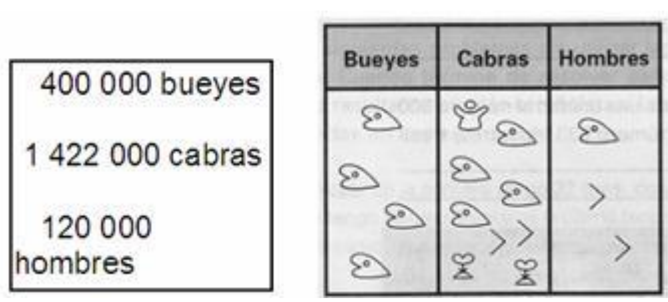
Algunos maestros en sus hojas de la actividad tienen respuestas erróneas en relación a la representación de las cifras y los cambios que se van haciendo al ir agrupando y desagrupando. Tal vez si en la Propuesta se hubiera sugeridito que los ejercicios se hicieran sobre la tabla, o bien si el conductor hubiese tomado nota de los errores que estaban cometiendo los maestros y con base en ellos hubiese propuesto el recurso de la tabla, se habría profundizado la experiencia de los maestros sobre el valor didáctico de la tabla como recurso a la representación y ubicación de cada número en una cifra.

Tanto en los problemas del punto 4, como en los de los puntos 6 y 7, se señalan los "nombres" de los números, se presenta por ejemplo una cantidad 32 y en paréntesis se encuentra: tres, dos, a fin de que reconozcan los nombres de las cantidades y no se cree confusión los del SDN.

2.3. El sistema de numeración egipcio y el decimal

En la actividad 5 se presenta el sistema de numeración egipcio, el objetivo que señalan los autores es el de "comparar el Sistema Decimal de Numeración con un sistema de características distintas". (Block, et. al., 1995a, 50)

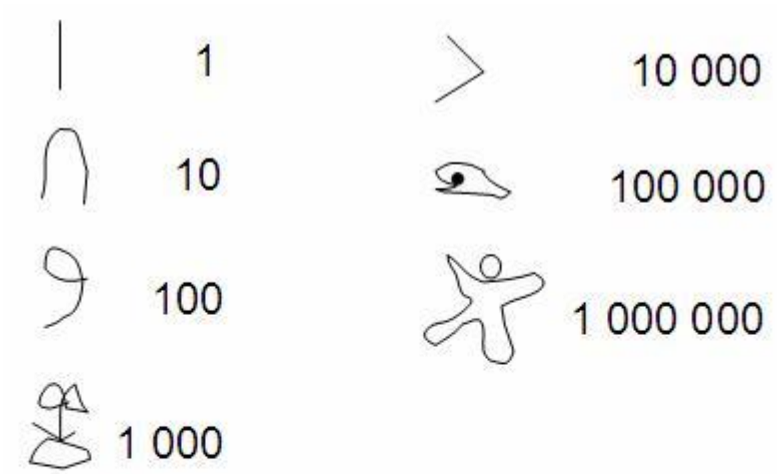
En esta ocasión, se observa un cambio en la estrategia de presentación: las características del sistema egipcio deben ser deducidas por los maestros en el desarrollo de la actividad. En la primera parte se presentan unos cuadros que contienen ciertas cantidades tanto con símbolos egipcios como con números del sistema de numeración decimal, estos cuadros van acompañados de una breve narración, como por ejemplo: "... en una batalla ganada por el faraón Hierkonopolis, el número de enemigos capturados fue...". Con estos datos se pueden deducir los valores de los signos egipcios.



(Block, et. al., 1995a, 52)

Una vez que se han deducido los valores de los símbolos numéricos egipcios, se hace en cuatro situaciones, un trabajo con los mismos,: en las dos primeras se pide la traducción de números egipcios a números decimales, después, hay que encontrar el antecesor y el sucesor de algunos números egipcios, y finalmente se plantea la comparación entre dos cantidades.

En recuadros grises intermedios a las situaciones planteadas, se explica a los maestros las características del sistema, el valor de los símbolos, los grupos que se forman; se indica que este sistema es aditivo y por qué, y se hace referencia a que no se trata de un sistema de posición.



El trabajo con el sistema egipcio permite realizar una comparación de las características de éste con las del SND, una diferencia es por ejemplo, no obstante que en ambos sistemas, los agrupamientos se representan en potencias de diez, los egipcios le asignan un símbolo distinto a cada potencia (diez, cien, mil...) y en el SND el símbolo de los agrupamientos puede ser el mismo que el de otro agrupamiento, con la diferencia de que cada símbolo tiene un lugar en la cifra y de acuerdo a éste, su valor es diferente.

Marina: Otra característica importante es que se escriben al revés, de menor a mayor.

Carmela: Pero aquí más adelante no, ya los acomodaron de mayor a menor.

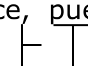
Carmela: Y en otros están desacomodados.

Lucha: Hay que acomodarlos.

Miguel: Sólo sumarlos.

Marina: No se agrupa.

Los maestros tratan de asignar al sistema egipcio algunas reglas del SND como son la posición de los símbolos en la representación de los agrupamientos, es decir quieren "acomodar" los símbolos de acuerdo al orden en el que se registran en el SND. El maestro Miguel les dice que "sólo hay que sumarlos", esto es, que no importa cómo se escriban para efectos de la lectura solamente hay que decir la suma total de la cantidad. Por otro lado la maestra Marina dice que "no se agrupa", en el sentido de que no hay agrupamientos sucesivos al formar un grupo de diez elementos y después formar un grupo de diez grupos de diez y así sucesivamente, en el sistema egipcio se tienen diez elementos se representa con un símbolo y al tener cien se representan cien elementos no diez grupos de diez elementos cada uno.

Señalar las diferencias entre ambos sistemas de numeración, lleva a los maestros a tomar en cuenta propiedades del SND, sobre las cuales no han pensado, por ejemplo, que los números del sistema decimal no son los únicos con los que se puede representar una cantidad; hay otros sistemas, entre ellos el egipcio, que cumplieron con su cometido de tener un código de representación de cantidades. Así mismo, al revisar las características de los sistemas tratados en las situaciones presentadas en la Propuesta, lleva al reconocimiento de que una cantidad dada, por ejemplo quince, puede escribirse 15, se puede representar con los símbolos de LALILAN , o con un "bastoncito" y cinco "palitos"  del sistema egipcio.

Al realizar la reflexión sobre las características del SND y las del sistema egipcio, los maestros se acercan a otra problemática (tampoco reconocida por ellos) que es el aprendizaje de la función del número cero, éste es difícil de comprender por los niños, puesto que desde su lógica de pensamiento representar algo que "no está presente", no tiene sentido.

Miguel: Es otra diferencia respecto a nuestro sistema... y además no hay necesidad del cero.

El maestro Miguel señala una característica de los sistemas de base y posición, el requerimiento de un símbolo (el cero) que no tiene el sistema de numeración egipcio.

El cero en sí mismo presenta dificultades, no se utiliza al enumerar una colección, al iniciar una serie escrita no se empieza con el cero, por lo general se cuantifican colecciones “con objetos”. Su uso encuentra sentido en los sistemas de base y posición al representar una cantidad que no tiene elementos en algún agrupamiento, por ejemplo en el ciento treinta (130) no hay unidades sueltas, las disponibles en esa cantidad se agruparon en trece grupos de diez elementos cada uno.

Las actividades realizadas permiten que los maestros vayan descubriendo las características del sistema y además que lo lo vayan comparando con el sistema decimal de numeración. En el comentario de la maestra Lucha acerca de acomodar los números subyace la necesidad de equiparar al sistema egipcio con el decimal (en el que el valor posicional determina un orden en la escritura de los números). Una vez más aparece un indicador del “deber ser”, si en el sistema decimal los signos se regulan del mayor al de menor valor anotándolos de izquierda a derecha, “todos los demás sistemas de numeración deberían comportarse así”.

El conductor en la discusión grupal de la actividad realizada, pregunta por las diferencias que se dan entre el sistema de numeración egipcio y el sistema de numeración decimal, a lo que los maestros responden que “en el sistema egipcio no hay valor posicional”.

Para la mayoría de los maestros fue claro que los egipcios no tenían un sistema posicional de numeración:

Lucha: No hay valor posicional.

Elena: Hay un símbolo diferente para cada agrupación.

Miguel: Es aditivo.

Carmela: El valor es absoluto, no importa el orden.

Miguel: En los egipcios no hay principio posicional.

Los docentes afirman que no hay valor posicional en el sistema egipcio porque los símbolos que representan las cantidades tienen un valor que siempre es el mismo, por lo que no importa el orden en el que se escriben, una maestra comenta que no hay necesidad del cero porque no es posicional, sin embargo otras maestras comentan acerca del valor cero:

Luisa: No hay una representación gráfica convencional para el cero.

Antonio: Hay un uso implícito del cero.

Mientras que algunos maestros afirman que no hay necesidad del cero porque no es posicional, otros piensan que sí está presente de alguna manera el cero, al contar diez elementos de un agrupamiento, los maestros piensan en el diez como una decena y cero unidades, no en diez elementos que son representados con un símbolo en especial.

Los maestros aun cuando afirman que el sistema egipcio no es posicional discuten acerca del orden en la lectura de los números egipcios:

Carmela. En la lectura sí hay un orden, aunque no esté escrito en orden.

Carla: Primero se va a identificar al de mayor valor.

C: ¿Ustedes en las actividades necesitaron leerlo así?

Luisa: Es que es lo que decíamos que no sabíamos cómo leían ellos.

C: Se vale leer así: cien, uno, mil.

Carmela: A la hora de leerlo no.

C: ¿Los egipcios podían decir: tres flores, un hueso?

Mtros: No hay respuesta.

Los maestros le asignan ese orden de la lectura como si fuera un sistema de posición, en donde sí es necesaria una lectura de acuerdo a los órdenes que se tienen, pero en este sistema no, cuando el conductor les dice "tres flores, un hueso", los maestros dudan, pero no hacen ningún comentario.

Por otro lado, hay cierta confusión en cuanto a los agrupamientos:

Luisa: Nosotros dijimos eso, es que si tenemos en el decimal de diez en diez, cien; y en el egipcio diez a la diez es diez por diez cien (sic),. Así que es lo mismo.

Lo que expresa Luisa al decir "de diez en diez, cien", es correcto, pero cuando dice "diez a la diez" como equivalente de diez por diez es incorrecto. Los maestros reconocen que en ambos sistemas son importantes los grupos de 10 y los de 100, lo que no alcanzan a registrar es que en el sistema egipcio para cada potencia de 10 hay un signo que la representa, mientras que en el SND es la posición de un signo en la representación de una cantidad la que señala la potencia de 10 de referencia.

Al parecer aunque los docentes dicen que el sistema egipcio no tiene valor posicional, al discutir acerca del cero, hablan de un uso implícito al decir que tienen diez elementos, no obstante, al decir esto no toman en cuenta que el uso del cero aparece en los sistemas posicionales, en los que se hace necesario para representar que en un agrupamiento no hay elementos.

---

[1] La palabra Zubitizing, es un vocablo inglés, que algunos autores lo utilizan como subitize y lo explican como un neologismo que designa la apreciación súbita o directa del número de elementos de una colección, sin tenerlos que contar.

[2] En el libro *Juega y aprende Matemáticas* (Fuenlabrada, et. al. 1991b, 19 y 37) aparecen los juegos que se citan, en general, se estructuran en cuatro versiones, de acuerdo a la dificultad que presentan.

[3] Cabe mencionar que en el libro de *Juega y aprende matemáticas* se presenta el juego en base 10 porque es para trabajar con los niños, pero en este caso al tratarse de un proceso de actualización de docentes, se maneja en base 4.

[4] Cuando se imparte este taller, la Propuesta no está impresa todavía y el conductor les proporciona las actividades en fotocopias, tal vez el conductor omitió al fotocopiar la primera parte de la ficha, pues en todas las actividades no se les proporcionó el encabezado inicial. En este caso si afectó pues en esa sección explican la tabla y la manera de representar en ella las cantidades.

CAPITULO IV

REFLEXIONES ACTITUDINALES DE LOS MAESTROS

La manera de enseñar matemáticas
dice mucho o más sobre las matemáticas
que *aquello* que se enseña
Baroody. A. (1988)

1. Actitudes de los maestros ante la actualización

Los maestros que se encuentran en un grupo de actualización, son sujetos de alguna manera singulares, la mayoría de los cursos implementados durante las pasadas décadas han estado influenciados por ideas conductistas, las sesiones son "clases modelo" en donde la persona al frente les va a dar el conocimiento y ellos lo van a memorizar y a aplicar en sus aulas de la misma manera, en ocasiones se les proporcionan textos para ser analizados y relacionados con su práctica diaria. De esta manera, los docentes se asumen como alumnos, como niños, si la conducta del que da el curso es la del "maestro", la de ellos, es de "chicos aprendiendo".

El contrato que se da entre el conductor del taller y los docentes alumnos se ve influenciado por estas ideas acerca de los cursos de actualización, pues aun cuando la estructura del taller pretende que se establezca una relación de responsabilidades compartidas entre el conductor y los alumnos, existen situaciones que tienen que ver con la historia personal de cada sujeto y se puede mirar en: la puntualidad, la asistencia, el cumplimiento de las tareas, la realización de lecturas como parte de las mismas, la participación en las clases, la formación de equipos de trabajo.

A continuación se describen algunas de estas situaciones que se dieron durante el desarrollo del curso-taller.

La Puntualidad. De manera constante el conductor inicia las sesiones del taller, con revisiones de tareas o con ejercicios no señalados en La

Propuesta, dando tiempo que llegue el total o la mayoría de los docentes que integraron el grupo:

> C: ...”vamos a comenzar revisando algunos pendientes que tenemos con el uso de la calculadora en su salón de clases...

En la mayoría de las sesiones se inicia con pocos maestros (de tres a doce) cuando son las tres de la tarde con ocho minutos, tal vez porque el taller es en viernes o porque varios maestros vienen de poblaciones distantes, pero siempre la mayoría llega al salón cuando ya se ha iniciado el taller, quince o veinte minutos tarde. Al final de cada sesión, el conductor pide a los maestros que sean puntuales, sin embargo, éstos continúan llegando después de las tres de la tarde y en ocasiones se pierde continuidad en las actividades, ya que el conductor tiene que implementar actividades dando tiempo a que se complete el grupo de profesores.

Cabe mencionar que a pesar de la impuntualidad, la asistencia de los docentes es regular, no se dan inasistencia en la misma relación que la de llegar tarde, ¿una costumbre de los docentes? , ¿falta de hábitos de puntualidad? o ¿problemas de transporte? Lo cierto es que su asistencia es muestra del interés por el curso taller.

Participación en Clase. La participación en clase es otro índice que pone de manifiesto las inquietudes de los maestros dentro del curso-taller, se manifesto de formas distintas la participación en equipos y la grupal.

En la organización del trabajo en equipo, el coordinador realizaba con cierta frecuencia intercambios en los integrantes de cada equipo, ya fuera porque detectaba actitudes de subordinación a uno de los integrntes, o bien porque se distraían comentando problemas de sus escuelas.. Esto no era del agrado de algunos porque deseaban estar con sus amigos o compañeros de escuela,. Conforme fue avanzando el taller, se fue observando la participación de los docentes con cualquier compañero, en cualquier equipo.

Al interior de los equipos, la participación de los docentes era activa, comentaban sus estrategias, sus dudas, sus argumentaciones; el que tenía la solución al problema planteado la socializaba con el resto del equipo, o discutían cuando no estaban de acuerdo.

La participación individual frente al grupo, no se dio de la misma manera, algunos docentes se inhibían, particularmente no querían exponer sus dudas, más allá de su propio equipo. Inicialmente, la mayoría se resistía a pasar al frente para participar en juegos o actividades, tal vez por el temor de poner en evidencia su falta de conocimiento, o decir algo erróneo, o bien que sus compañeros se dieran cuenta del incumplimiento de alguna tarea.

C: ¿Otra respuesta diferente?

Mtros: No

C: Paso a revisar. (Se dirige a los equipos tratando de ver sus hojas).

Antonio: (Voltea su hoja ante las risas de los compañeros).

C: Bueno, yo vi otras respuestas, pero si no lo quieren socializar...

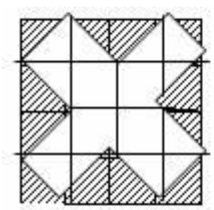
Mtros: (se ríen del comentario y unos pocos se ponen serios).

Sin embargo, estas reacciones fueron desapareciendo los docentes, conforme avanzaban las sesiones, se animaron a participar más. Al parecer fueron tomando confianza en los conocimientos que iban dominando, o empezaron a reconocer que una respuesta incorrecta propiciaba interesantes discusiones, lo que también sucedía con aquellas que no estaban en franca correspondencia con las respuestas de los demás.

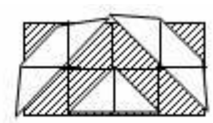
Las Tareas. Una de las tareas solicitadas fue la implementación de alguna actividad propuesta en el taller en sus aulas,, los docentes no se animaban a hacerla, quizá por falta de tiempo o en caso de realizarlas, fueron muy pocos maestros los que quisieron compartir su experiencia con sus compañeros del taller. El conductor constantemente recordaba al incio del curso al término de cada sesión, la realización de esta tarea, y frente a la resistencia de los maestros, dejó de solicitarlas. Aparecían diversos pretextos como el de la maestra Carmela que frente a la demanda del conductor dice:: "es que yo doy Español". Sin embargo, se rastrea en los registros el interés de algunos (pocos) de los maestros, que al tener resultados positivos con sus alumnos continuaron llevándoles actividades sugeridas en el curso-taller; tal es el caso del maestro Uriel quien participa en este sentido en repetidas ocasiones comentando cómo resolvieron sus alumnos ciertos problemas o ejercicios. Un ejemplo se muestra a continuación:

En la parte final del capítulo uno de la Propuesta, se presenta fuera de las actividades , un juego de representación de fracciones este tipo de situaciones son las que los maestros sí llevan a la práctica, tal vez porque el maestro Uriel tenía a su cargo sexto grado o porque las fracciones es un contenido difícil de enseñar, lo retoma con sus alumnos. También dentro de la sesión del taller, se hacen comentarios referentes a que en los exámenes de admisión a secundaria vienen problemas similares a los de la Propuesta, el maestro explica:

Uriel: Yo les enseñé la B y la C (se refiere a las representaciones de partición de fracciones del ejercicio mencionado:)



B



C

Se discutió en el grupo cuáles eran las posibles respuestas y (los niños) se entusiasmaron, les gustó mucho la C e inventaron otras figuras, no he podido analizar bien sus ejercicios, pero creo que sí les sirvió mucho (le entrega al conductor los ejercicios de sus niños).

> C: Es decir que los niños lo hicieron de manera individual ¿y no hubo confrontación?
>
> Uriel: No hubo tiempo.
>
> C: Entonces que te parece si te los dejo para que los analices o los vean entre ellos...
>
> Uriel: Yo les dije que era solamente un ejercicio, que lo hicieran como quisieran.

El maestro Uriel implementa este ejercicio con su grupo por su preocupación repecto al comentario que se da en una de las sesiones: "estos ejercicios se les presentan a los niños en los exámenes de ingreso a secundaria". Aunque él menciona "creo que si les hizo mucho bien resolverlos" sin mucho convencimiento por no haber analizado los trabajos escritos de sus alumnos; se evidencian en sus comentarios cosas interesantes que sucedieron en clase como las siguientes: permitir que los niños resuelvan como quieran o como puedan, permitir comunicación entre ellos, y es bajo estas actitudes del maestro que surge en los niños el interés por inventar otras figuras.

Sin embargo, también el fragmento del diálogo, pone de manifiesto que el maestro, no asumió la actividad con la responsabilidad de alguien que quiere que sus alumnos aprendan algo, como un espacio de enseñanza y consecuentemente de aprendizaje, parece entender que dejar que sus alumnos "lo hicieran como quisieran" es algo que él se puede permitir cuando se trata "solamente de un ejercicio".

Una de las explicaciones que dan algunos maestros ante la resistencia a realizar en su salón de clase alguna actividad sugerida, reafirma el supuesto de un ocultamiento de su falta de conocimientos: "más bien es el terror de que no sabemos sobre esto",.

Subyace particularmente la falta de conocimiento sobre la calculadora y la carencia de recursos didácticos para incorporarla al trabajo del aula, en todo caso, como lo dice Juan: "la calculadora sirve solo para entretener a los niños latosos", aun cuando, según cuenta, este niño latoso al darle libertad de manipular la calculadora pudo encontrar en ella algo de provecho, que Juan en su oportunidad no registró y por tando tampoco aprovechó para hacer la experiencia extensiva a otros alumnos

Otra tarea extra clase a realizar, son las lecturas de artículos que apoyan el trabajo del taller, con información que les puede ser de utilidad al resolver las situaciones o para profundizar sobre los contenidos. Si bien los maestros se ven interesados, la mayoría no lee o no aceptan haberlo hecho para evitarse ser cuestionados por el conductor o por sus compañeros. Un ejemplo de este hecho, es un artículo referente al uso de la calculadora, contiene información acerca de la utilidad de ésta para que los alumnos comprendan las reglas del sistema de numeración y se da un ejercicio de cómo los niños pueden hacer cambiar al número que representa a las decenas en una determinada cantidad, en centenas o unidades de millar.

Realmente el problema no es si lo leyeron o no, porque en todo caso si lo hicieron, no hubo evidencia de que la lectura les haya permitió usar la información para llevar a cabo en su grupo alguna experiencia relacionada con el contenido de la lectura.

Resulta especialmente interesante observar que cuando el conductor les proporciona un artículo breve, en el que hay dos tipos de información, una que consiste en ejercicios y otra de tipo informativo, los maestros esta última no la toman en cuenta, en cambio con los ejercicios se muestran interesados y, aunque se emocionan por los resultados que encuentran, no expresan reflexiones sobre la utilidad del ejercicio para comprender conceptos matemáticos, parece bastarles que resulte entretenida la actividad. Resolver los ejercicios y tener a la mano actividades para el aula, es lo que en todo caso los maestros leen prioritariamente.

Aunado a lo anterior, con relación a la lectura acerca de la calculadora y los ejercicios realizados, los docentes se entusiasman con sus propios descubrimientos, las actividades les representan un desafío a resolver, pero no reparan en cuestiones didácticas, porque ellos mismos encuentran por un lado complicado el uso de la calculadora para resolver problemas y por otro les cuesta trabajo imaginarse situaciones de enseñanza con ella.

En el primer capítulo de la Propuesta, se proponen cuatro del total de doce lecturas, al parecer incluso hasta al conductor le pareció excesiva esta cantidad y da por sentado que es la razón por la cual van un poco atrasados.

> C: ... pero hemos visto una buena parte de los materiales, de este retraso [el avance general del taller,que incluye el análisis de lecturas] podríamos echarle la culpa a los alumnos (los maestros se ríen)..., pero la carga de lectura ha sido muy pesada, muchas lecturas y muy densas.
>
> Mtros: Sííííí.
>
> C: Sí es importante que lean nuevamente los textos...

En el capítulo referente al número y sistema de numeración, la lectura que se sugiere es la de *La India, cuna de la numeración moderna,* este artículo no es comentado ya que los maestros dicen no haberlo leído,

> C: (...) "leyeron el artículo de la numeración,¿alguien quiere hacer un comentario?, ¿quién quiere pasar?,¿escojo al azar? (al parecer nadie quiere hablar, da la impresión de que pocos son los maestros que han cumplido con esa tarea. El conductor insiste en preguntar, la última vez que lo hace, lo hace en un tono de reclamo).

La actitud inicial de los docentes es la de no haber realizado la lectura, el conductor se muestra un poco molesto, tal vez como ya se mencionó anteriormente o ciertamente no leyeron o la información no les resultó significativa o bien, no les reportó un conocimiento o simplemente lo maestros no se deciden a "hablar".

Como ya se dijera, el desarrollo del taller se encuentra en sus sesiones iniciales, los temas vistos son los referentes al enfoque y a los números y sistema de numeración, lo que se observa es que los docentes se interesan por ejercicios que pueden llevar tal cual a sus aulas y no por las actividades que tienen que adaptar a sus grados, como tampoco por textos que solo les reporten información "teórica" y no situaciones "prácticas".

2. Acercamiento de los docentes a las cuestiones didácticas de la enseñanza de los primeros números

En las últimas sesiones del taller referidas al tema de número y sistema de numeración se trabaja con la actividad 6 de la Propuesta, "Nuestros materiales de trabajo", en la cual se hace una revisión de algunas lecciones del libro del alumno y fichas del Fichero de Matemáticas de primer grado. El objetivo de esta revisión es que los docentes analicen las actividades y la secuencia didáctica para la enseñanza de los números del uno al cien, planteada en los materiales curriculares mencionados.

La actividad se inicia con la presentación de dos cuadros, en el primero se caracteriza a las actividades para la enseñanza de los números, tomando en cuenta el rango de los números con el que se trabaja, el tipo de actividad que se realiza y los recursos que pueden utilizar los niños para resolver. En el segundo se señalan algunas lecciones y fichas, que se tienen que revisar tomando en cuenta la información del primer cuadro.

El primer cuadro es el siguiente:

Rango numérico	Tipo de actividad	Recursos
N1 1 a 9	**C1** Comparar colecciones	**R1** Percepción visual
N2 1 a 15	**C2** Igualar colecciones	**R2** Correspondencia uno a uno
N3 1 a 30	**C3** Reproducir una colección con más, menos o igual número de objetos que otra	**R3** Conteo apoyándose en la serie numérica oral
N4 1 a 100	**C4** Comunicar una cantidad	**R4** Representación no convencional de cantidades
	C5 Ordenar	**R5** Lectura y/o escritura de la representación simbólica de cantidades
	C6 Expresar con números la cantidad de objetos de una colección	**R6** Tachar, agregar
	C7 Formar una colección con cierto número de objetos	**R7** Agrupar en decenas
	C8 Unir dos colecciones y cuantificar el total	**R8** Representar las unidades y las decenas con objetos (por ejemplo, fichas de diferentes colores)
	C9 Agregar objetos a una colección y cuantificar el total	**R9** Indicar las unidades y las decenas que conforman a las cantidades en tablas
	C10 Quitar objetos a una colección y cuantificar el total	**R10** Otro
	C11 Otro	

(Block, et. al. 1995a, 57)

Enseguida de este cuadro se presenta otro en el cual en la primera columna, se señalan algunas lecciones y fichas y en las siguientes columnas, los maestros tienen que anotar el rango, tipo de actividad y recurso tomando como referencia los datos del primer cuadro.

Este cuadro se presenta como un corolario de las actividades del módulo, en éste, los autores de la Propuesta caracterizan las actividades para la enseñanza de los números, resulta complejo su análisis puesto que, aun cuando los docentes a lo largo de las actividades precedentes han realizado actividades del tipo de las mencionadas en dicho cuadro, y se han explicitado los recursos de solución correlacionados a las actividades; esto se ha realizado de manera diferenciada. Ciertamente, los maestros han resuelto, por ejemplo, actividades de igualación tanto de cantidades como de colecciones, pero no saben que éstas se les denomina de esa manera. También han utilizado recursos como los mencionados en la tabla, pero no los identifican con la nomenclatura ahí marcada.

En este cuadro la información se presenta a manera de resumen y los maestros deben identificar y diferenciar terminología no manejada, como "recurso" o "tipo de actividad". Así mismo dentro de las actividades de la Propuesta no aparecen actividades de "comunicación de cantidades" y este tipo de actividad así como el recurso de “percepción visual” da lugar a confusiones.

> Andrea: Está esto de que si percepción visual es la primera impresión o detallar más y contar.
>
> Carmela: Es necesario que nosotros observemos todo, pero también veíamos con Luisa que es distinto mirar y observar, entonces no sé...
>
> C: Lo que estés convencida.
>
> Carmela: Se necesita la observación para visualizar, contar...
>
> Angelina: Lo discutimos y salimos convencidas las dos, (de no poner R1 en el pizarrón), porque para todo necesitamos la vista.
>
> (...)
>
> Luisa: Yo siento que lo de percepción visual se va a usar en algunas actividades y lo que se ve más en detalle es observación.
>
> Juan: Había que definir lo que dice Luisa, si lo que hacemos es mirar...
>
> Angelina: El mirar está dentro de la percepción visual.
>
> C: No se trata de discutir qué es percepción visual o que es observar, es definir en donde se usa la percepción en matemáticas.
>
> Luisa: Pero es la finalidad de la actividad.
>
> Esther: Siento que va a depender de acuerdo al objetivo que nos esté marcando la actividad.
>
> C: Ahí vas, ahí vas.
>
> Esther: (Se sonroja y se agacha)
>
> Natalia: Aquí en el ejercicio teníamos dudas porque si los objetos son pocos; si se puede percibir rápidamente, pero si son muchos ya no; entonces tomamos la percepción visual de acuerdo a la actividad.
>
> C: Les muestra los ejercicios que resolvieron de las peras y las manzanas y les explica en cual caso se puede utilizar la percepción visual diciendo que va a depender del objetivo de la actividad (que cantidades se comparan). “está canijo ¿verdad?”... entonces va a depender del objetivo de la actividad...

Los maestros inicialmente se encuentran confundidos porque están pensando en el significado de las palabras: “percepción visual”, es equivalente a “¿mirar?” “¿ver?”, pero no se sitúan en la percepción visual como una “herramienta para”, lo toman en un sentido literal y no desde el propósito de su uso. El conductor por su parte, muestra una actitud de entender la confusión de los docentes al reconocer que es difícil identificar a la percepción visual como herramienta. Los maestros ubican la percepción visual por el "uso de la vista en todas las actividades", la maestra Chela por ejemplo, comenta: "pero sí se visualiza", el conductor señala la diferencia entre visualizar las cantidades u objetos a contar y hacer corresponder la serie numérica verbal con los objetos que se cuentan.

Natalia, sin embargo, hace una buena aproximación a lo que significa "usar la percepción visual" para resolver un problema: "si los objetos son pocos, si se puede percibir rápidamente, pero si son muchos ya no". Es cierto en casos como éste es la percepción un recurso que permite resolver el problema, pero también hay otros como lo es cuando la pregunta plantea ¿en cuál de las siguientes colecciones hay más elementos (o menos)? Que puede contestarse usando la percepción visual.

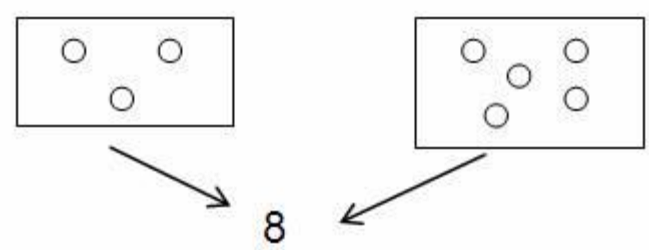
El análisis de estas sutilezas queda "resuelto" en una declaración general "entonces va a depender del objetivo de la actividad".

Con relación a los recursos utilizados por los niños para resolver alguna actividad, la discusión se da al decidir si al hacer dibujos se está recurriendo a la "representación no convencional de cantidades", aparecen los siguientes comentarios:

> Esther: Porque no vamos a escribir ningún número, vamos a hacer dibujitos (se refiere a dibujar piedritas).
>
> C: Miren, una cosa es la colección (de piedritas) y otra la representación. (Cuenta a los maestros) somos veintiuno, una cosa es anotar el número veintiuno y otra es la colección que formamos nosotros, otra representación del número de maestros podría ser con veintiún palitos... (escribe en el pizarrón el número 21 y traza veintiún rayitas).
>
> Uriel: O con bolitas.
>
> C: Y ¿cuál es la colección?
>
> Angelina: Las bolitas ¿no?
>
> Paulina: Es al revés (refiriéndose a que la colección somos los maestros).
>
> C: ¿El dibujo solo es una representación?, ¿la estrella sola es un nueve?
>
> Esther: Sí.

Uriel: Nooo.

C: ¿La estrella representa una cantidad? (...) están confundiendo lo que es la colección y lo que es la representación. (Dibuja en el pizarrón:



C: ¿Cuál es la colección?

Mtros: (Varios asientan que los dibujos de arriba pero no muy convencidos).

C: Borra la R4 (representación no convencional de cantidades), de la lección que analizan.

Esther: ¿Por qué le borró maestro?

Mtros: (la mayoría en coro y con cierta burla). Ja, ja, ja,

C: Ignora las risas y pasa a otra ficha.

En la lección que se está analizando, las piedras representan la cantidad que se necesita para llegar a un determinado casillero del caminito y sí se trata de una representación no convencional de cantidades, Esther tiene claro esto por su comentario de que van a hacer "dibujitos" y no números, esto es, van a decir con dibujos de piedras el número de casilleros que se tienen que recorrer para llegar a uno en especial, no obstante, no explica su idea y no es tomada en cuenta. Por otra parte lo que señala el conductor es cierto "una cosa es la colección" (que se va a contar) y otra "la representación", pero en este ejemplo había que marcar cuál es la colección que se cuantifica (los casilleros) y cómo se representa (con piedritas). Esto no queda claro para los maestros, en el ejemplo que maneja el conductor son dos colecciones que unen para representarlas con el número 8, por lo que dudan un poco al responder que la colección son los dibujos de arriba.

Otra cosa que crea confusión es el tomar ejemplos de diferentes colecciones, primero se da como ejemplo al grupo de maestros como colección y su representación puede ser el número 21, los veintiún palitos que menciona el conductor o las veintiún bolitas que dice Uriel. Al decir el conductor el segundo ejemplo de las colecciones que se reúnen para formar una nueva y escribe el número 8, se confunden entre los dos ejemplos "las bolitas" y no se sabe si son colecciones o representación de colecciones.

El término "comunicar" resulta complicado para los maestros, pues le dan diversos significados a la palabra de acuerdo al contexto de la actividad y la colocan en varias lecciones y fichas. Esta confusión puede deberse a que en la Propuesta no se trabaja en ninguna de las actividades de número con la situación didáctica de mensajes, que es donde se funcionaliza la comunicación de cantidades.

Uriel: No entiendo, va a contar y va a representar, a comunicar...

C: A quién se lo va a comunicar, por qué, o para qué...

Carmela: Se quita.

C: Pero Uriel no está convencido.

Uriel: Bueno, si no se va a comunicar a nadie, se borra.

El comentario de la maestra Carmela, queda incompleto, no se aclara por qué debe borrarse, como varias respuestas se han quitado a "insistencia" del conductor, se dice que se quita porque lo pide él, pero el tipo de actividad "comunicar una cantidad" no queda definido para los maestros, tampoco logran identificar cuál es el objetivo de la actividad sobre comunicar una cantidad y un ejemplo en donde se utilice.

En otra parte de la discusión se retoma la palabra "comunicar":

C: ¿Por qué C4? (comunicar cantidades)

Uriel: ¿A quién se le va a comunicar?

Natalia: En el libro del maestro dice que se tienen que hacer preguntas,

C: Pero una cosa es usar la comunicación verbal o escrita ..... por eso dicen que no y la C7 (formar una colección con cierto número de objetos) dicen [sus asesores] que tampoco.

Carmela: En donde dice ¿cuántas decenas de personas tiene que formar?

C: Bueno, pero las comunica o las cuenta.

Carmela: Las dos.

Los maestros la toman en el sentido literal y en este caso el conductor hace una distinción entre comunicación verbal y escrita, no está completo el registro de lo que argumentan, pero lo cierto es que ese tipo de actividad crea confusiones en los maestros, como puede verse tanto el conductor como los maestros ven la comunicación en el sentido literal de la palabra no como está planteada desde la didáctica para la enseñanza de los números, la situación didáctica de "comunicar" integra a otras en una secuencia (mensajes). Para comunicar una determinada cantidad, antes tiene que haber una colección a cuantificar, elaborar una representación de la misma para comunicarla a alguien, recibir a su vez una representación, formar una colección con esa cantidad y compararla con la original.

Otro problema se da cuando se trata de identificar si la actividad es de "igualación":

L.: ¿Por qué C2? (igualar colecciones).

Natalia: "Tacha para que queden quince".

C: ¿Dónde está la otra colección para igualar, si yo te digo para que la iguales?

Lety: En el ejemplo de las tachadas. (Se refiere a un ejemplo resuelto, donde están tachados unos elementos para que queden quince tornillos).

C: Podría ser... , recuerden que hay flexibilidad en esto... voy a decirles a mis asesores que tomen en cuenta el C2. (igualar)

En esta discusión subyace la confusión que tienen los maestros en esta cuestión de las colecciones y su representación, vinculado esto a que los autores definen un tipo de actividad como "igualar colecciones", los docentes no toman nota de que también se pueden igualar cantidades. Por otro lado también está el cuestionamiento del conductor, que pide la otra colección a igualar, el número 15 es la representación de una cantidad, de una colección, decir quince quiere decir que eso es lo que se tiene de *x* cosa, la maestra Lety busca dar una explicación a su respuesta y busca la colección solicitada en el ejemplo resuelto, buscan la colección a igualar pero no reflexionan en que las colecciones se van a igualar en cantidad con el número 15.

Un aspecto importante a analizar son los momentos de la secuencia didáctica para la enseñanza de los números planteada en los materiales curriculares de la escuela primaria, que los autores de la Propuesta resumen en un recuadro gris; éste es leído después de revisar las respuestas de los maestros a las actividades, el recuadro menciona:

"Observe que, en la secuencia para introducir los números en primer grado, se pueden distinguir los siguientes momentos:

> 1º Actividades con colecciones de menos de 15 objetos para favorecer la correspondencia uno a uno y el conteo oral.
>
> 2º El rango numérico aumenta hasta más o menos 30, privilegiando el conteo oral.
>
> 3º Se introduce la representación simbólica en actividades cuyo rango es 1 a 10, mientras se siguen planteando actividades con un rango mayor, propiciando el conteo oral.
>
> 4º El rango de las actividades que implican representación simbólica aumenta hasta más o menos 15, propiciando al mismo tiempo el conteo oral de 10 en 10 hasta el 100.
>
> 5º El rango de las actividades que implican representación simbólica aumenta hasta 100 y se introduce el recurso de los agrupamientos en decenas. Posteriormente se pasa a la representación simbólica de los números".

Esta información aparece después del cuadro que trabajaron los maestros, analizando las fichas y lecciones, aunque sí se lee, no hay una reflexión de la información, el conductor comenta que en cuanto al rango no hubo problemas, pero sí en actividades y recursos, él trata de resumir la información tomando en cuenta los recursos, pero a los maestros no les queda clara la secuencia (como se verá en la resolución del cuestionario final). Tal vez si se hiciera una correspondencia entre las lecciones y los momentos lo maestros verían cómo se va avanzando en la enseñanza de los números, pues al no quedar claro cada uno de los tipos de actividades y los recursos de los cuales echan mano los niños para resolverla, al verlo en la lección es posible que se fueran aclararando estos términos.

Una alternativa para favorecer la reflexión, que se puede hacer con los maestros es analizar las actividades resueltas en el taller y caracterizarlas como las lecciones y fichas, propuestas en el cuadro, para que no queden términos confusos como lo fue "reproducir", que al igual que "comunicar" y "percepción visual"..A continuación se documenta la dificultad que provocó el término "reproducir", en este caso no se toma literalmente, sino que el término no es comprendido por los maestros, ya que le asignan otros significados:

> Natalia: Esta es la duda que teníamos, hace rato, de reproducir, ¿qué es reproducir..., escribir?
>
> C: Parece que aquí dice (lee C-3). "Reproducir una colección con más menos o igual número de objetos que otra".
>
> Paulina: Sí, es esa ¿no?
>
> Lety: Reproducir no quiere decir aumentar, ¿qué es reproducir?
>
> (...)
>
> Lety: Para aumentarla ¿no?
>
> C: ¿Cuándo dice aumentarla es una manera de reproducirla?
>
> Natalia: Construir es reproducir maestro.

Lety interpreta el término "reproducir" como acción biológica: aumentar, hacer crecer, Natalia por su parte duda entre escribir como forma de repetir y construir, como forma de replicar o modelar los ejemplos. Este es un ejemplo, entre otros, en el cual se puede observar cómo los maestros se desvían con cierta facilidad del objetivo de la actividad, las cuestiones matemáticas quedan de lado para distraerse en otras cuestiones.

3. Conocimiento del contenido a enseñar y la manera de enseñarlo

Como parte de las actividades se presenta una que se llama "Qué hemos aprendido", los autores de la Propuesta señalan que la actividad es para "repasar los contenidos tratados en el desarrollo del módulo", en el caso del curso taller se les presenta como "examen". Las interrogantes planteadas se dan en tres aspectos el primero referido al dominio del contenido matemático, el segundo a las dificultades de los niños pequeños en su proceso de aprender los números y el tercero a cuestiones de orden didáctico.

3.1. El contenido matemático

Las preguntas referidas al contenido matemático como tal son las siguientes:

Escriba los diez primeros números en el sistema de numeración de base cinco.

¿Cuáles son los dígitos que se necesitan para escribir cualquier número en base cinco?

Nuestro sistema de numeración se basa en dos principios, uno de ellos es hacer agrupamientos de diez en diez. ¿Cuál es el otro principio?

¿Por qué en el sistema de numeración egipcio no es indispensable un símbolo para el cero?
(Block, et. al. 1995a, 61)

La posicionalidad de los sistemas de base y posición, genera también un número limitado de símbolos, la cantidad de símbolos hace referencia a la base, en el caso del SND, usamos diez símbolos. En el examen se cuestiona a los maestros acerca del número de símbolos y la serie de los primeros números en base cinco. Las respuestas de los docentes son muy variadas, mientras que algunos escriben los símbolos de **Lalilán** (en ambas preguntas) sin darse cuenta que este sistema está en base seis, otros más anotan, en la pregunta referida a los diez primeros números de un sistema de numeración en base cinco, los valores de los agrupamientos de cada orden: "5, 25, 125, 625, 3125, (...) 9765625"; y en la segunda pregunta, los diez símbolos de la base del SND.

La mayoría de los docentes contesta correctamente las preguntas, sin embargo, aunque responden que el otro principio de nuestro sistema es el de posición o valor posicional, sus respuestas acerca de la ausencia del cero en el sistema egipcio, ponen de manifiesto que no ha habido una reflexión acerca de las leyes que rigen el SND y que el manejo del mismo sigue siendo meramente mecánico.

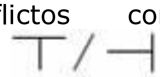
Algunas de las respuestas son: "tienen integrado el cero", "hay un símbolo que tiene ese valor", "cuentan lo que existe, no hay conjunto vacío" "no existía, no tenía validez". Al realizar el contraste entre los dos sistemas de numeración se espera poner en evidencia las características que distinguen a los sistemas posicionales de uno aditivo y las cuestiones ocultas en la representación de cantidades, en uno aditivo como lo es el egipcio, las potencias de la base tienen un símbolo distintivo y no se hace necesario el símbolo "cero", en cambio en uno posicional, deben inferirse de acuerdo al lugar que ocupan en las cifras y el cero evidencia la ausencia de un determinado orden. Estas cuestiones no son tomadas en cuenta por estos docentes, mientras que para otros si fueron evidentes, sus respuestas van de contestar "porque es un sistema aditivo", hasta explicar que "no hay valor posicional y para cada orden de números hay un símbolo".

3.2. Dificultades de los niños pequeños en su proceso de aprender los números

Las preguntas que se hacen a los docentes en referencia a este punto son:

> ¿Por qué considera que los niños pequeños frecuentemente nombran al número 15 como "diez y cinco"?
>
> En el proceso de aprender a representar simbólicamente los números, los niños a veces escriben, por ejemplo, el número veinticinco de la siguiente manera: 205 ¿A qué cree que se deba?
>
> (Block, et. al. 1995a, 61)

Estas cuestiones evocan las actividades del taller en las cuales los docentes al enfrentar un sistema de numeración distinto, tuvieron conflictos similares, los números de la serie hablada, de la cual se apropian en primera instancia los niños, indican el valor de cada cifra, por ejemplo, el número 29 lo nombramos "veintinueve" explicitando el valor de cada cifra: veinte y nueve; al hacer la correspondencia de la numeración hablada con la escrita se propician este tipo de errores o dificultades al escribir cantidades. (Block, et. al. 1995a; Lerner y Sadovsky, 1994).

Los docentes, en el curso taller, también resuelven en primera instancia situaciones en las cuales se hace uso de la serie oral y más adelante representan simbólicamente los números de Lalilán, al hacerlo surgen en ellos conflictos como el de la maestra Citlalli que al escribir **tinla**  lo hace pensando en los valores de los agrupamientos, escribe **tin**  seguido de **la**  y no acepta la escritura de sus compañeros que escriben tinla con una “diagonal”, ella afirma “es que se desaparece una diagonal”.

Algunas de las respuestas de los docentes apuntan hacia las prácticas de enseñanza, señalando que estos problemas se deben a que a los niños les hace falta “ejercitar la numeración” , algunos más se lo atribuyen al “lenguaje”: “es un lenguaje muy difícil para ser manejado por los pequeños”; dirigen la dificultad más hacia una ejercitación y mecanización que hacia la comprensión de los principios del SDN. Sin embargo, una mayoría de respuestas evidencian una comprensión de las dificultades al trabajar con las características del sistema en el que habitualmente se escriben los números:

> “Por desconocer el valor posicional”, “no conocer la función del cero”, “porque el niño relaciona la expresión verbal del número con la representación del mismo” “porque aún no adquieren la noción del valor posicional en base diez y escriben el símbolo que corresponde a la cantidad que corresponda”.

3.3. La enseñanza de la matemática

En relación a las cuestiones didácticas referentes a la enseñanza del tema de los primeros números, las preguntas son:

> “Escriba tres de las actividades básicas que favorecen el proceso de aprendizaje de los primeros números”.
>
> “A continuación aparecen algunos contenidos para trabajar los primeros números. Anote en el paréntesis los números del 1 en adelante para indicar el orden progresivo en que se pueden trabajar. Puede repetirse el mismo número en dos o más contenidos cuando considere que se trabajan paralelamente.
>
> (   ) a) Igualación de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno o en el conteo, quitando, tachando, dibujando o agregando objetos.
>
> (   ) b) Agrupamiento de colecciones en decenas.
>
> (   ) c) Ordenamiento de colecciones desde la que tiene más hasta la que tiene menos objetos (o viceversa).
>
> (   ) d) Comparación de colecciones a partir del número de decenas.
>
> (   ) e) Comparación de cantidades apoyándose en la percepción visual.

( ) f) Comunicación oral del número de objetos que tiene una colección apoyándose en el conteo.

( ) g) Representación convencional del número de objetos que contiene una colección hasta con nueve elementos.

( ) h) Construcción de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno o en el conteo.

( ) i) Comparación de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno.

( ) j) Representación simbólica del número 1.

( ) k) Cuantificación del total de objetos que se obtienen al unir dos colecciones o al agregar o quitar objetos a una colección.

( ) l) Representación simbólica convencional de los números del 1 al 100.

( ) m) Representación simbólica del número 2.

(Block, et. al. 1995a, 61,62)

Nuevamente aquí aparece la confusión generada entre los docentes al resolver las actividades de análisis de las lecciones del libro de primer grado para la enseñanza de los primeros números, el tipo de actividad equivocadamente lo relacionan con el recurso o estrategia de los niños para abordarla. La mayoría de las respuestas apuntan en ese sentido, algunas son las siguientes: "correspondencia uno a uno", "discriminación visual", "conteo oral", "la relación de la forma verbal con los objetos concretos", "la relación entre la expresión verbal y simbólica de los números", "series numéricas", "correspondencia de dibujo con el número".

Subyace a estas respuestas las formas tradicionales de enseñanza de los números como son las numeraciones, las planas de símbolo, nombre y dibujo de la cantidad correspondiente o los ejercicios de los libros de texto anteriores, en los que se presentaban como actividades a realizar correspondencias entre conjuntos.

No se expresa el trabajo con los números en la resolución de las actividades llamadas básicas como comparación e igualación, el comentario: "conocer los símbolos del 1 al 9 de manera general y visualizarlos constantemente", no hace referencia al uso del número como herramienta para resolver problemas, por el contrario, evoca una repetición mecánica de los números.

Solamente tres maestros contestan correctamente las preguntas de las actividades básicas: "construcción de colecciones, su comparación e igualación de colecciones" "reproducir colecciones". Entre las respuestas correctas no se encuentra la de comunicación de cantidades, tal vez debido a la discusión que se presenta por los términos utilizados para denominar a este tipo de actividad.

En relación al ordenamiento de los contenidos, la mayoría hace una separación entre el trabajo con los primeros números y los agrupamientos en decenas, sin embargo, en el trabajo con los primeros números no hay claridad en las actividades que se pueden trabajar paralelamente, ordenan los contenidos sin tomar en cuenta que primero se realiza un trabajo con la serie oral en un rango de números y paralelamente a la continuidad de esto, se comienza a trabajar con la serie escrita, también en un determinado rango.

Otra cuestión que crea confusión es el hecho de que los autores presentan separadamente la representación simbólica del número uno y del dos, la mayoría de los docentes prefiere no tomarlo en cuenta para el ordenamiento.

CONCLUSIONES

La Propuesta como recurso de actualización

Las situaciones didácticas del taller *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria* (Block, et. al. 1995a), donde se trabaja acerca del número y el sistema de numeración, son presentadas como situaciones problemáticas, llevan una secuencia que permite a los sujetos confrontar sus conocimientos acerca de estas temáticas y reflexionar sobre los mismos. Sin embargo, cabe recordar que en este caso en particular, la actualización se realizó en un espacio de curso-taller, y esto implicó ciertas modificaciones no poco despreciables; entre otras, que el conductor del taller en numerosas ocasiones llevó al grupo hacia el logro de algunos objetivos señalados en la Propuesta, particularmente los de orden metodológico o reflexivo.

Cabe recordar que inicialmente, uno de los objetivos del proyecto de investigación en el cual está inmerso esta tesis era documentar y analizar lo que el taller en sí mismo comunica a los maestros, por ello se informa por separado lo que el conductor tuvo que incorporar porque los maestros no asumían la responsabilidad de realizarlo no obstante que en algunas de las actividades se señalan aspectos como: "redacte que dificultades tuvo", "explique cómo hizo para averiguarlo", "a partir de la experiencia, reflexione sobre los siguientes aspectos y registre sus respuestas", etcétera. En espacios de auto-estudio, habría que indagar cómo se realiza esto, es decir hasta dónde los maestros por sí mismos interactuando con las situaciones acceden realmente (o en qué medida) a todos objetivos planteados.

El espacio del curso-taller, garantiza que los maestros realicen todas las situaciones didácticas planteadas, y si además lo coordina una persona que conozca el enfoque y fundamentación de las mismas, también se asegura que se lleve a cabo la discusión y argumentación de las estrategias de solución encontradas. Al respecto, los datos empíricos muestran por un lado el esfuerzo del conductor para animar a los maestros a expresar frente a sus compañeros dichas estrategias, es cierto que conforme fueron tomando confianza, esto se fue resolviendo, pero no así las posibilidades de argumentación de los maestros, que se mantuvieron débiles o incompletas.

Siendo el espacio de discusión y argumentación uno de los componentes importantes del proceso de aprendizaje, cabe preguntarse cómo podría resolverse esto en *los* espacios de actualización que se dan sin la presencia de un conductor.

La experiencia del *curso*-taller posibilitó en los maestros, en mayor medida una redefinición de los contenidos matemáticos (los números y los sistemas de numeración) que lo alcanzado en cuanto a la redefinición de la metodología de enseñanza.

El análisis que se propone en la Propuesta de los materiales curriculares, en este caso, las lecciones del Libro de primer grado de Matemáticas y de algunas fichas del *Fichero* de Actividades, como un recurso para posibilitar la reflexión sobre metodología de enseñanza, no es claro, ni aun con la intervención del conductor. Hay una marcada división entre lo realizado por los maestros en el curso-taller y el análisis que se les solicita de las lecciones y actividades de la propuesta curricular. El cuadro que se presenta a fin de realizar dicho análisis no funciona como un referente útil, básicamente porque aparece una nomenclatura para tipificar a las actividades, no reconocida por los maestros. Particularmente a los docentes los desconcierta el hecho de presentar "tipos de actividades" y "recursos para abordarlas" en el cuadro referente, mientras que en el desarrollo del curso-taller, no se propicia una reflexión en la que los maestros empiecen a diferenciar "actividades" de "recursos".

A lo largo del texto del curso-taller el análisis de las actividades se lleva a cabo de dos maneras: *una* es la información de los recuadros grises y la otra por medio de preguntas finales que tratan de guiar la reflexión hacia determinadas cuestiones.

La información presentada en los recuadros grises aun cuando, en ocasiones, hace referencia a la relación entre el contenido y el proceso de aprendizaje de los niños (que se pretende haga suyo el docente) no remite a los maestros a regresar a las actividades que ellos ya resolvieron, pero que ahora se pretenden las *evoquen* desde las perspectiva de la práctica docente. Es decir, la lectura de la información del recuadro gris no es suficiente para que los maestros identifiquen las actividades que ellos realizaron (y que les permitieron comprender algunos aspectos del objeto de estudio) con las actividades que en principio podrían proponer a sus alumnos. Análogamente tampoco logran identificar cuáles fueron los recursos que utilizaron para resolver, que son a la vez lo que eventualmente sus alumnos podrían funcionalizar.

El otro punto, las preguntas finales (que están presentes solamente en las dos primeras actividades del capítulo estudiado, en el resto de ellas no) cuestionan a los docentes *acerca* de las dificultades de los niños y de ellos mismos en la resolución de las situaciones problemáticas, que les resultan significativas cuando éstas responden a sus propias dificultades, sin embargo parece que no toman conciencia que esto mismo les puede suceder a los niños y ellos tendrían que tener recursos para actuar en consecuencia.

Ciertamente, en el proceso de aprendizaje en el que están inmersos los maestros no es posible ir "etiquetando" (actividades vs. recursos de solución) lo que están realizando, sin embargo valdría la pena quizás hacer ciertos cortes sistemáticos que permitan reflexionar sobre lo que se hace o para qué se hace, a través de preguntas como: ¿con qué rango numérico se está trabajando?,¿cuál es la pregunta que debe ser contestada en cada actividad?, ¿son iguales?, ¿a qué refiere cada una de ellas?, ¿cuáles son los recursos que permiten solucionarlas? etcétera.

El problema de la actualización es un problema complejo, aun no resuelto, si bien la Propuesta de Matemáticas como documento y como material de trabajo, responde a varias de las necesidades de los docentes, deja otras por resolver, a continuación se señalan algunas consideraciones al respecto.

Lo que la Propuesta movilizó

Es un acierto en la Propuesta utilizar el recurso de una serie oral y escrita ficticia, diferente a la del SND, pero estructurada con las características de un sistema de base y posición. Así, las actividades provocan una actuación de los maestros análoga en ciertos aspectos a la de los niños cuando se inician en el aprendizaje de los números, se observa que tanto los primeros, como los segundos, llegan a dominar la serie oral antes que la escrita y a identificar sus regularidades, éstas les permiten incursionar en el sistema de Lalilán más allá del rango numérico conocido y resolver los problemas planteados sin hacer uso del SND, aunque, inicialmente tratan de apoyarse en él, poco a poco se alejan de estos recursos para manejar el nuevo sistema.

Este aprendizaje y descubrimiento de la serie de Lalilán, se da a través de la resolución de problemas y juegos. La metodología implementada para los maestros que evidencia algunos aspectos del enfoque que subyace en los materiales de apoyo a la docencia que ellos reciben de la SEP, no es reconocida como tal por los *docentes*, lo que aprenden lo hacen inmersos como sujetos cognoscentes y no se percatan de que no fue necesario para su propio aprendizaje, realizar tareas rutinarias o aburridas como planas de cada símbolo.

Las explicaciones a esto pueden ser diversas, cuando se da el curso taller, los materiales curriculares y los LTG, tienen poco tiempo de estar en el sistema, por otro lado una situación que obstaculizó el reconocimiento de la metodología subyacente por parte de los docentes, son las prácticas dominantes y la forma en cómo fue aprendido este conocimiento, los maestros al explicar sus opiniones se apoyan en las formas de enseñanza de propuestas anteriores y algunos llegan a comentar que "así se enseñan los números, uno por uno, se *debe* llevar una secuencia". Esta situación no está resuelta del todo, pues mientras algunos docentes sí reconocen que el trabajo con la serie en pequeños tramos "fue más enriquecedor", otros (dos o tres) se quedan con la idea de enseñar los números uno por uno y sus compañeros no encontraron argumentos contundentemente expresados que les permitieran a los primeros reconvertir sus posturas sobre el particular.

Es el conductor el que lleva a los maestros a esta identificación que sin embargo no logra consolidarse cuando menos al corte del segundo capítulo de la Propuesta, el que aquí se ha analizado. Por ello, las respuestas en el "examen" muestran que *algunos* docentes todavía siguen manifestando dudas. Por ejemplo, sobre la pertinencia o no de enseñar los primeros números, realizando actividades de igualación, comparación, identificación de la regularidad (oral y escrita), etcétera, en un rango numérico predeterminado o bien ir enseñando los números uno por uno en apego a la propuesta de los años setenta.

Una cuestión didáctica a la que no se le da un espacio explícito de reflexión en la Propuesta es a la "consigna", ésta es parte primordial de este enfoque didáctico, ya que la manera cómo se den las indicaciones iniciales para empezar una actividad, repercute de manera importante en lo que los alumnos hacen sobre la activiad. La consigna debe ser clara, plantear el problema a resolver, pero no dar indicios de cómo resolverlo. La consigna se da al grupo y se deja que los sujetos desarrollen la actividad, esto permite la búsqueda o construcción de estrategias de solución, a través de ensayos, errores y rectificaciones. En la Propuesta se dan consignas desde esta perspectiva, pero no se analizan posteriormente (una vez que los maestros han resuelto), ni se identifican en el desarrollo didáctico de las sesiones, esto minimiza el aprendizaje de aspectos didácticos tales como: la función y uso de las consignas en el proceso de aprendizaje.

Los maestros muestran como actitud hacia el aprendizaje una "tendencia" a la mecanización de las leyes (de agrupamiento y desagrupamiento) del sistema de numeración; si *bien* dicen que el sistema es de base y posición (el discurso lo conocían), al trabajar con otros sistemas se pone de manifiesto que para algunos maestros las cosas ocultas y herméticas del sistema posicional siguen sin ser cabalmente comprendidas. En el espacio corto de esta experiencia, algunos maestros no manifestaron tener elementos para generalizar los conocimientos que se pretenden propiciar acerca del SND, a partir del trabajo con los números de Lalilán. Es decir "el objetivo" para estos maestros es mostrar su dominio en el sistema de Lalilán en sí mismo.

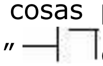
Así, aspectos como el número finito de los símbolos usados para representar cantidades en una determinada base, no es usado por esos maestros para identificar la base en la cual *se* trabaja en Lalilán, o para contestar en el examen con referencia a la base cinco. Aquí se hace necesario precisar que la Propuesta obstaculiza en cierta medida este aprendizaje porque propone a los maestros trabajar en diferentes sistemas de base, en un tiempo muy corto: el trabajo con los primeros números, se hace con la serie de Lalilán que es de base seis, al pasar a los agrupamientos y representación de éstos (posicionalidad) se cambia a base cuatro, en el examen las preguntas refieren a la base cinco y el referente para el trabajo con los niños es la base 10. Una alternativa que posiblemente pueda ayudar a los docentes sería mantener la serie Lalilán (base seis), en todas las situaciones tanto en las actividades sobre los primeros números como en el desarrollo del sistema de numeración (de base y posición). O bien redefinir el sistema numérico de Lalilandia auno de base cuatro.

Relacionado con lo anterior, la comparación del sistema egipcio con el SND, es insuficiente, ya que solo se da una pregunta al final de la actividad referida a este tema: "¿qué diferencias encuentra entre el sistema de numeración egipcio y nuestro sistema de numeración decimal?" (Block, et. al. 1995a, 55), planteado así *queda* abierto a las inferencias y análisis de cada docente y no se da un contraste entre ambos sistemas. En consecuencia y después de analizar los resultados del examen, así como los comentarios de los docentes, el conductor presentó un cuadro de doble entrada, con el objetivo de que los docentes identificaran las características de cada sistema de numeración trabajado, en la primera columna se enlistan: el sistema de Lalilándia, el SND, el egipcio, el de base cinco y el romano; en las columnas sucesivas se anotan las características que los sistemas pueden tener: agrupamientos, agrupamientos sucesivos, presencia del cero, número de símbolos, aditividad, posicionalidad y por último se pide etiquetar la cardinalidad de una colección haciendo uso de los distintos sistemas de numeración analizados, este recurso coadyuvó a que los maestros identificaran las diferentes características que hacen a cada uno de los sistemas numéricos estudiados a la vez que integraran los distintos conocimientos que se revelaron hacia el final del capítulo dos, como separados en distintos apartados.

Las actividades de la Propuesta generan en los docentes una reflexión sobre la ausencia de consideraciones que ellos tienen respecto a las dificultades de aprendizaje de los primeros números, no se sabe en qué medida tomaron conciencia de esta problemática, pero sí se percibe por los comentarios que hicieron que empezaron a reconocer que este contenido no es tan sencillo de enseñar (ni de aprender) como lo suponían en un principio.

Otra situación que no queda suficientemente resuelta es la función de la "lectura". La Propuesta apela al *recurso* de la lectura para llevar a reflexiones (recuadros grises) y para complementar o ampliar la información teórica acerca de algún contenido en especial (artículos), pero la lectura así planteada sólo como sugerencia, por ejemplo, en las actividades finales del capítulo dos, se dice: "Para ampliar su conocimiento sobre el proceso histórico que se siguió para llegar a la invención de los símbolos numéricos que actualmente utilizamos y del sistema de numeración posicional, puede usted leer el artículo 'La India cuna de la numeración moderna' (...)", la lectura resulta ociosa, ya que los profesores o no la leen o si lo hacen, no dan muestra de que les haya resultado significativa. Esto es válido tanto para los artículos como para los recuadros grises, la información teórica como se vio, no es valorada por los docentes. En otras experiencias, al darse cuenta de que los profesores al realizar un reporte sobre algún texto tienden a la transcripción del mismo, se ha realizado un trabajo didáctico con las lecturas, guiando éstas con una serie de cuestionamientos que para ser contestados se tiene que hacer una interpretación y análisis del texto, mientras que la "transcripción" no permite responder al cuestionamiento. Se hace necesario entonces, incorporar a la Propuesta recursos didácticos que propicien el acceso de los maestros al contenido de las lecturas.

En síntesis se puede decir que los docentes se dieron cuenta de que el aprendizaje de los aspectos de los números y del sistema de numeración no es trivial, en todo caso si ellos no se habían percatado de la complejidad, es porque los niños aprenden algunas *cosas* y dan muestra de ello gracias a las regularidades del sistema de numeración oral y escrito, pero las posibilidades de control de este conocimiento pasa por trabajar con diversas situaciones que transitan en las distintas actividades en las que los números y su representación resultan útiles para resolverlas y esto es posible si se transforma la intervención didáctica, la práctica docente, que en esta experiencia quedó claro para algunos docentes (no para todos) por la intervención del conductor, cuando menos en el nivel de la aceptación “por aquí podrían caminar las cosas”, pero faltaría ver si aquellos maestros que se pronunciaron en este sentido realmente lo llevan a su salón de clase.

Quedan retos a cumplir, tal vez modificar algunas actividades del taller como serían llevar el sistema de Lalilán hasta el sistema de numeración. Entre otras cosas por ejemplo, los maestros tendrían oportunidad de escribir “lanlu”  como desde las regularidades descubiertas del sistema oral y escrito para después encontrar una explicación a esta escritura en las leyes de agrupamiento de los sistemas de base y posición; o complementar con otras que impliquen reflexiones metodológicas sobre lo realizado, volviendo a “mirar” las actividades desde la perspectiva de la enseñanza. Buscar espacios de actualización dentro de las mismas escuelas aprovechando el trabajo colegiado, de socialización de nuevas experiencias, de intercambio de saberes. La actualización es una tarea difícil, por la diversidad de aspectos a integrar, sin embargo los cambios se vienen generando paso a paso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez Icaza Longoria Ana María. (2002). La enseñanza del número en primer grado: Dos estudios de caso. Tesis de maestría. DIE-Cinvestav. México.

Artigue Michéle. (1995). "Ingeniería Didáctica". En *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. 33-59. México. Grupo editorial Iberoamérica.

Ávila Alicia. (1988). *La enseñanza oficial de las matemáticas elementales en México; su psicopedagogía y transformación* (1944-1986). Colección cuadernos de cultura pedagógica. Serie investigación No. 6. México. SEP-UPN.

Baroody Arthur J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Aprendizaje Visor. M.E.C. España.

Balbuena H., D. Block, A. Carvajal (1995). "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto". En *Cero en conducta*. 40-41 (10), 15-29. México. Revista de educación y cambio A. C.

Block David y Alcibiades Papacostas (1986). "Didáctica constructivista y matemáticas: una introducción. En Revista *Cero en Conducta*. (4) 13-23. México.

Block, D., H. Balbuena, M. Dávila, Schulmaister, V. García, E. Moreno (Autores).(1995a) M. Olivera, Y. Pasos (col). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte. Programa de Actualización permanente. Dirección de materiales y métodos educativos de la subsecretaría de Educación Básica y Normal. SEP. México.

Block, D. M. Dávila y P. Martínez. (1995b). "La resolución de problemas: Una experiencia de formación de maestros". *Educación Matemática.* 7 (3), 5-26. México: Grupo editorial Iberoamérica.

Brousseau Guy (1980). Les échecs électifs on mathématiques dans l'enseignement élémentaire. En: *Revue de laryngologie, otologie, rhinologie*. 101, (3-4) 107-131.

Brousseau Guy (1986). "Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas". *En Lecturas en didáctica de las matemáticas. Escuela Francesa.* Sánchez, E. Y G. Zubileta, (comps). México. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav. 1-65

Charnay, R. (1988) Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* 51-63. Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.) (1994) Buenos Aires: Paidós. Educador. México.

Coll César. (1983) ”Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la teoría genética y de los aprendizajes escolares”. En *Psicología Genética y aprendizajes escolares*. Recopilación de textos sobre las aplicaciones pedagógicas de las teorías de Piaget. Com. De César Coll. Siglo XXI de España editores. Madrid.

Douady Régine. (1984). De la didactique des mathématiques á L'heure actuelle. En: *Chahier de didactique des mathématiques* 6 IREM de Paris.

Ezpeleta Justa. (1990) "El Consejo Técnico: eficacia pedagógica y estructura de poder en la escuela primaria mexicana". En *Revista Mexicana de Sociología",* Núm. 2, abril-junio, México, CIS-UNAM. pp 13-93

Ezpeleta Justa. (1991) *Sobre laas funciones del consejo técnico: Eficacia pedagógica y estructura de poder en la escuela primaria.* México. DIE-Cinvestav

Fregona Dilma. (1984). "Una experiencia en el nivel elemental: La adquisición del concepto de número". México. Sección de Matemática Educativa.

Fuenlabrada Irma, Grecia Gálvez e Irma Saiz. (1978-1984) "Un programa experimental de matemática en la escuela primaria". (Documento interno). México. DIE-Cinvestav.

Fuenlabrada Irma e Irma Elena Saiz. (1981) "Sistemas de numeración, suma y resta, en la escuela primaria. Un estudio experimental". México. Cinvestav. Departamento de Investigaciones Educativas.

Fuenlabrada Irma (1982). "Metodología de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria". (Documento interno). México. DIE-Cinvestav

Fuenlabrada Irma. (1984). "Registro de cantidades en los sistemas de base y posición". Cuadernos de Investigación. No.6. Laboratorio de Psicomatemática.. México. DIE-CINVESTAV-IPN

Fuenlabrada Irma y David Block. (1985-1987). "Situaciones didácticas para el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria". (Documento interno). México. DIE- Cinvestav

Fuenlabrada Irma. (1981-1985). "Formación de profesores, metodología de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria". Proyecto de investigación. Laboratorio de Psicomatemática. México. DIE-CINVESTAV.

Fuenlabrada Irma, Martha Dávila y Cristina Espinosa (1986). *Sistemas de numeración*. Cuadernos de Investigación. No.1. Laboratorio de Psicomatemática.. México. DIE-Cinvestav.

Fuenlabrada Irma. (1988) "Experiencias Didácticas con maestros".. *Formación de maestros e innovación didáctica*. DIE. Memorias. Myriam Nemirovsky, Irma Fuenlabrada (coordinadoras). DIE-Cinvestav.

Fuenlabrada Irma; David Block y Miriam Nemirowsky. (1988-1989). "Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica". Proyecto de investigación. Laboratorio de Psicomatemática. México.
DIE-CINVESTAV-IPN

Fuenlabrada Irma. (1991a) "La investigación en didáctica de la matemática. Un problema actual". *Revista Avance y Perspectiva* 10 (julio-septiembre), 226-230. México, CINVESTAV-IPN.

Fuenlabrada Irma, David Block, Hugo Balbuena, Alicia Carvajal. (1991b). *Juega y aprende matemáticas*. Actividades para divertirse en el aula. Libros del rincón. México. SEP.

Fuenlabrada Irma (1995) "Investigación cualitativa de una propuesta de actualización en matemáticas para profesores en servicio". (Documento interno. México. Departamento de Investigaciones Educativas. Cinvestav.

Fuenlabrada Irma. (1996). "Innovaciones curriculares en matemáticas. Primer ciclo de la educación primaria". Parte I. Documento DIE 45. DIE-CINVESTAV-IPN,

Fuenlabrada Irma. (1997a)"La investigación en didáctica. El qué, el cómo y el para quién". Ponencia presentada en las Jornadas Académicas y Deportivas. U.A.D.Y. Mérida.

Fuenlabrada Irma. (1997b). "Capacitación y Actualización". en: *Las Prácticas Escolares y Docentes en las Escuelas Multigrado de la Educación Primaria. Lineamientos para un nuevo modelo*. Estudio elaborado por investigadores del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV del IPN a solicitud del CONAFE. México.

Gálvez, G., S. Navarro, M. Riveros, P. Zanocco. (1992). "Aprendiendo matemáticas con la calculadora". Mejoramiento de la calidad y equidad de la educación. MECE-1992-1997. Ministerio de Educación. Chile.

Gálvez, G. (1994). "Lineamientos para Organizar el Perfeccionamiento en Matemática de los Profesores de Enseñanza Básica". *Educación Matemática*. 6 (1). 71-78. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Gelman Rochel and C. R. Gallistel. (1986). *The Child's understandig of number*. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts, and London, England

Hiebert, J. (1988). "Theoretical approaches to the study of number acquisition". En Bergeron, J. y Herscovics, N. (comp). Psychological Aspects in early Education, versión preliminar, manuscrito no publicado, Montreal Canadá.

Ifrah Georges (1988). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid. Alianza Editorial.

Lerner Delia y Patricia Sadovsky. (1994). "El sistema de numeración: Un problema didáctico". en *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* 95-184. Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.) (1994) Buenos Aires: Paidós. Educador.

Martínez Olivé Alba. (2000). "Construir el Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio 1995-2000. En *Memoria del Quehacer Educativo I.* 149-172 SEP. México.

Parra Cecilia (1994). "Cálculo mental en la escuela primaria". En. *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* 219-272. Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.) (1994) Buenos Aires: Paidós. Educador.

Peltier Marie-Lise (1993). "Una visión general de la Didáctica de las Matemáticas en Francia", *Educación Matemática.* 5 (2), 4-10. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Peltier Marie-Lise (1995). "Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y la enseñanza de los números en Francia", *Educación Matemática.* 7 (2), 31-43. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Piaget, J. y A. Szeminska (1967). *Génesis del Número en el niño*. 3a. Ed. Biblioteca Pedagógica. Argentina . Guadalupe.

Piaget Jean. (1997). Cheminements dans l' oeuvre scientifique. Faculté de psychologie et des sciences de l'education/Service de la recherche en éducation. Genève: Delchaux et Niestlé (CD-Rom).

Rosas Lesvia, Bertha Fortuol y Miguel Mondragón. (1991) *Diplomado en docencia para maestros de educación básica en ejercicio.* (Reporte de investigación). CEE, México.

Sáiz Irma y Dilma Fregona. (1984). ¿Quién adivina el número? Cuadernos de Educación No.3. México. DIE-Cinvestav

S.E.P. (1970). *Matemáticas. Segundo Grado. Auxiliar Didáctico*. México. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.

S.E.P. (1972). *Matemáticas. Segundo Grado*. México. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.

S.E.P. (1972). *Matemáticas. Tercer Grado*. México. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.

S.E.P. (1992a). Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica Suscrito por el Secretario de Educación Pública, Ernesto Zedillo Ponce de León, los gobernadores de las 31 entidades federativas, la Secretaria General del SNTE, Profra. Elba Esther Gordillo y como testigo de honor, el Presidente, Carlos Salinas de Gortari. en *Revista Cero en conducta,* 31-32, Septiembre. 82-99. México. Educación y Cambio A. C.

S.E.P. (1995a). Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000.

S.E.P. (1992b). Programa Emergente de Actualización del Maestro (preescolar, primaria y secundaria). México.

S.E.P. (1993). "Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica. Primaria". México. Secretaría de Educación Pública.

S.E.P. (1995b). Bases para el desarrollo del Programa nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio (Pronap). México.

S.E.P. (2001). Programa nacional de educación 2001-2006. México, septiembre,

Tatto María Teresa. (1999). "Para una mejor formación de maestros en el México rural: retos y tensiones de la reforma constructivista". En Revista Mexicana de Investigación Educativa. Enero-junio. (4) 7. 101-136. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C. Plaza y Valdés Editores.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Barocio Roberto y Javier Breña. (1992). "Efectos de un programa de capacitación sobre el desarrollo del pensamiento matemático en los niños de primero y segundo año de primaria". En *Memorias de la Sexta reunión centroamericana y del caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa.* V. 2 111-116. México. CINVESTAV-IPN. PNFAPM. SEP.

Bollás Pedro y Mario A. Sánchez. (1994). "De la cualidad a la cantidad en la representación gráfica de las cantidades". *Educación Matemática*. 6 (3), 4-20. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Brousseau, Guy. (1976) "Les obstacles epistémologiques et les problèmes mathématiques". Ponencia presentada en la reunión de la CIAEEM en Lurian-La-Neuve, Bélgica. En *Proceeding of the CIAEM,* 1-22. Traducción al español de M. Block.

Castro, Encarnación, Luis Rico. Enrique Castro. (1989). "Números y operaciones". Fundamentos para una aritmética escolar. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. 2. Madrid: Editorial Síntesis.

Castro, Encarnación, Luis Rico. Enrique Castro. (1995) "Estructuras aritméticas elementales y su modelización." México: Grupo editorial Iberoamérica.

Chevallard, Y. (1988). "Sobre la Ingeniería didáctica". En *Lecturas en Torno al Debate de la didáctica y la formación de Profesores.* Lic. Susana barco de Surghi. (comp.) (Antologías de la ENEP ARAGÓN 38). México: ENEP ARAGÓN, UNAM.

Gálvez, G. (1985) “La didáctica de las matemáticas” en *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* 39-50. Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.) (1994) Buenos Aires: Paidós. Educador.

Gómez,B. (1989). “Numeración y cálculo”. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. 3. Madrid: Editorial Síntesis.

Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Implicaciones de la teoría de Piaget. Aprendizaje Visor. Madrid, Visor Distribuciones.

Lara, Luis y Neptalí Ortega.(1991). “La formación de maestros de primaria en el área de matemáticas. Relato de una experiencia en el Estado de México”. En *Pedagogía*. Revista de la Universidad Pedagógica Nacional. Enero-junio. 7 (21) 99-106. México.

Moreno, Luis y Guillermina Waldegg. (1992) “Constructivismo y Educación Matemática.” *Educación Matemática*. 4 (2). 7-15. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Piaget, J y E. W. Beth. (1968). *Epistemología matemática y psicología.* 2a. Edición 1980. Editorial Crítica, Barcelona. España.

Ruiz, Angel. (1993). “Las Matemáticas Modernas en las Américas: Filosofía de una reforma”. *Educación Matemática* (4) 1. 10-20. México. Grupo Editorial Iberoamérica.

Sellarés R., M. Bassedas. (1983). “ La construcción de sistemas de numeración en la historia y en los niños”. En *La pedagogía operatoria.* M. Moreno y el equipo de IMIPAE. (Cuadernos de Pedagogía 19). Barcelona: LAIA.

S.E.P. (1994). “Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado”. México. Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos.

S.E.P. (1994). “Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado”. México. Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos.

Velásquez, Irma. H. Botello. N. González. M. Gutiérrez. Z. Martiradoni. (1986). D. Block (asesoría matemática). “Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”. Fascículo 1. El sistema decimal de numeración. Dirección General de Educación Especial. SEP-OEA. México

ANEXOS

ANEXO 1

PROBLEMA TOMADO DEL CAPÍTULO 1 DE LA PROPUESTA DE ACTUALIZACIÓN. (Block, et. al. 1995a, 18-19)

1. Resuelva los siguientes problemas:

a) En una papelería empacaron 28 lápices en cajas con 4 lápices y cajas con 6 lápices. En total obtuvieron 6 cajas.
¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? ___________________

b) Es el mismo problema que el anterior, con los siguientes datos:
- las cajas siguen siendo de 4 y 6 lápices
- en total se empacaron 62 lápices y se obtuvieron 13 cajas.
¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? _______________________

c) Es el mismo problema que el anterior, con los siguientes datos:
- las cajas siguen siendo de 4 y 6 lápices
- en total se empacaron 1020 lápices y se obtuvieron 210 cajas.
¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? _______________________

ANEXO 2

PROBLEMA DEL CAPÍTULO 1 ACTIVIDAD 2. "**El papel de los problemas en la construcción de conocimientos".** (Block, et. al. 1995a, 20-21)

1. Lea el siguiente problema:

Un barco encalló. Tiene en reserva 11 200 litros de agua. El capitán del barco calcula que la tripulación consume aproximadamente 350 litro de agua diarios. ¿Para cuántos días les alcanzará el agua?

¿Considera que alumnos de tercer grado que ya saben multiplicar pero no saben aún dividir lo podrían resolver?
____

2. En el espacio siguiente, resuelva el problema sin utilizar la técnica usual para dividir (la de la casita):

3. Termine los siguientes procedimientos para resolver el problema anterior. Probablemente uno de ellos sea parecido al que usted utilizó.

Procedimiento **A**:

"Ví que en diez días se consumían 3 500 litros de agua, en otros diez, otros 3 500, ya llevaba 20 días y 7 000 litros...

____

____

____

____

Procedimiento **B**:

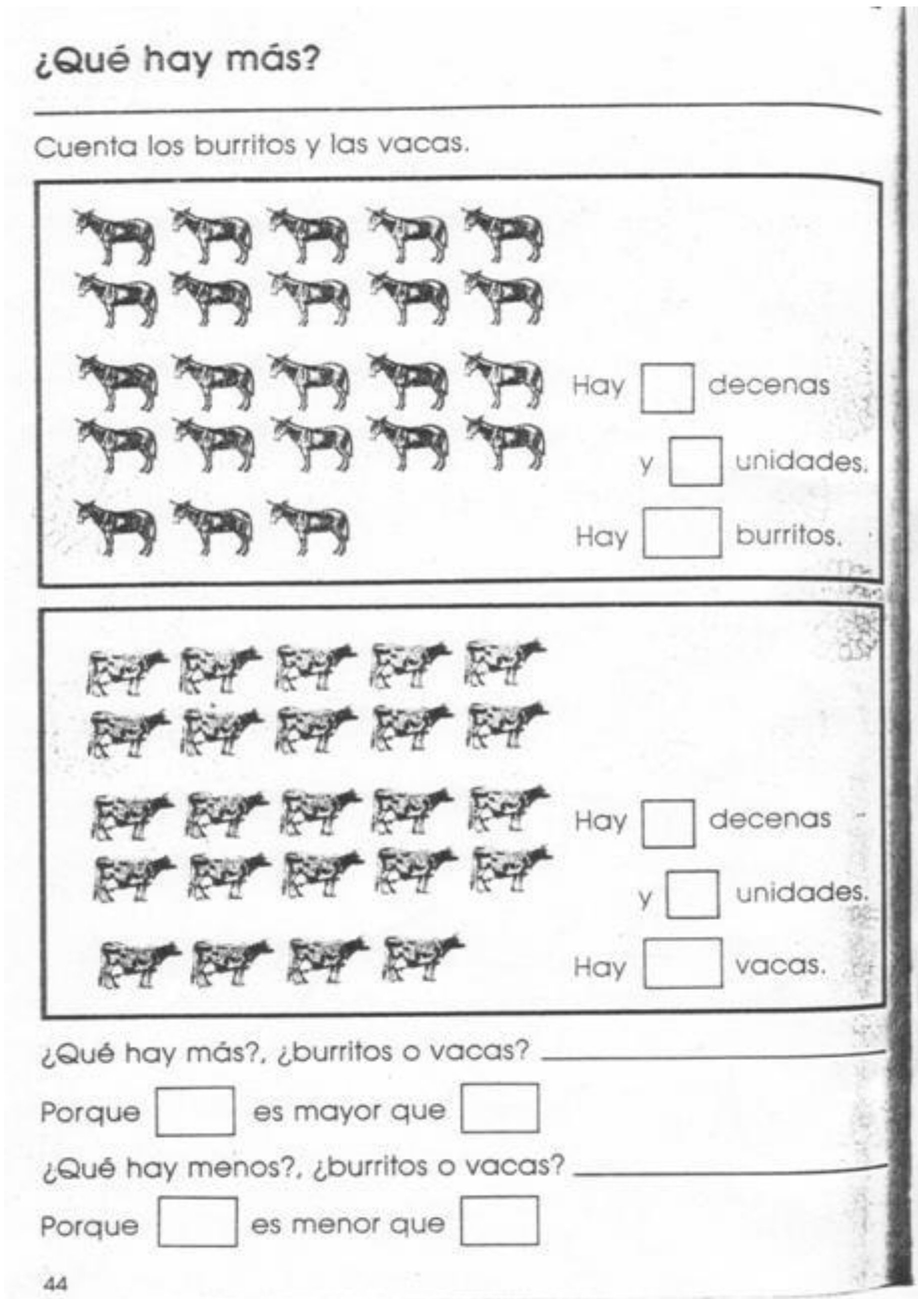
```
 11 200
- 3 500   10 días
  7 700
- 3 500   10 días
```

Procedimiento **C**:

"Calculé que eran como 20 días, hice la cuenta,
aún quedaba bastante agua, entonces le calculé
25 días...

ANEXO 3

IMAGEN DEL LIBRO DE TEXTO DE 2° GRADO 1990



¿Qué hay más?

Cuenta los burritos y las vacas.

Hay decenas

y unidades.

Hay burritos.

Hay decenas

y unidades.

Hay vacas.

¿Qué hay más?, ¿burritos o vacas?

Porque es mayor que

¿Qué hay menos?, ¿burritos o vacas?

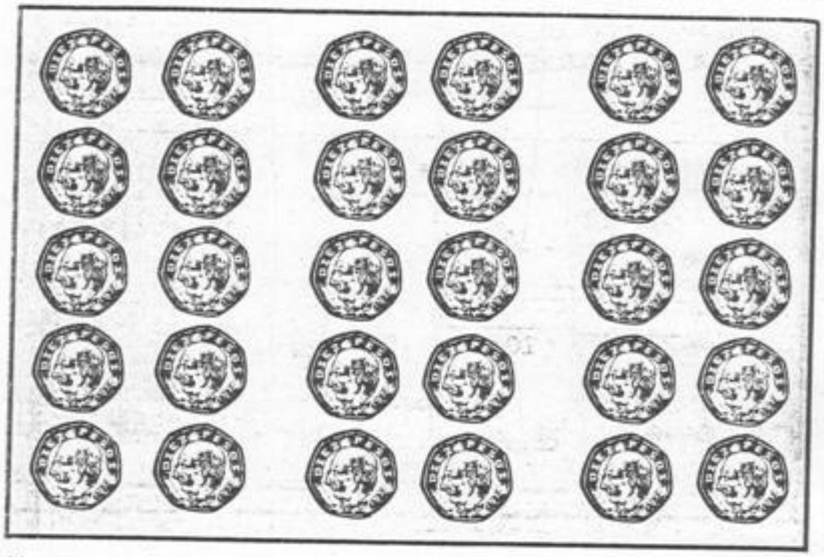
Porque es menor que

44

ANEXO 4

Lección del libro de 3er. Año 1970-1990

Centenas



Un grupo de segundo grado ahorró estas monedas.
Ayúdalos a contar el dinero que tienen.
Con tu lápiz agrupa centenas de pesos.
La centena tiene 10 decenas.

Hay ☐ cientos de pesos.

Después los niños cambiaron las monedas por billetes como éste:

Les dieron ☐ billetes.

102

ANEXO 5
Examen

¿QUE HEMOS APRENDIDO EN ESTE CAPITULO?

1. Escriba los diez primeros números en el sistema de numeración de base cinco.

2. ¿Cuáles son los dígitos que se necesitan para escribir cualquier número en base cinco? [illegible] 2 3 [illegible]

3. Escriba tres de las actividades básicas que favorecen el proceso de aprendizaje de los primeros números?
   Relación símbolo - número [illegible] Descubre que hay
   Relación [illegible] el símbolo [illegible] correspondencia
   agrupar y desagrupar colecciones

4. Nuestro sistema de numeración se basa en dos principios, uno de ellos es hacer agrupamientos de diez en diez. ¿Cuál es el otro principio?
   Y el valor posicional

5. ¿Por qué en el sistema de numeración egipcio no es indispensable un símbolo para el cero?
   [illegible]

6. ¿Por qué considera que los niños pequeños frecuentemente nombran al número 15 como "diez y cinco"?
   [illegible]

7. En el proceso de aprender a representar simbólicamente los números, los niños a veces escriben, por ejemplo, el número veinticinco de la siguiente manera: 205 ¿A qué cree que se deba?
   [illegible] la relación [illegible] a cometer errores [illegible]

8. A continuación aparecen algunos contenidos para trabajar los primeros números. Anote en el paréntesis los números del 1 en adelante para indicar el orden progresivo en que se pueden trabajar. Puede repetirse el mismo número en dos o mas contenidos cuando considere que se trabajan paralelamente.

(1) a) Igualación de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno o en el conteo, quitando, tachando, dibujando o agregando objetos.
(5) b) Agrupamiento de colecciones en decenas.
(3) c) Ordenamiento de colecciones desde la que tiene más hasta la que tiene menos objetos (o viceversa).
(5) d) Comparación de colecciones a partir del número de decenas.
(1) e) Comparación de cantidades apoyándose en la percepción visual.
(3) f) Comunicación oral del número de objetos que tiene una colección apoyándose en el conteo.
(4) g) Representación convencional del número de objetos que contiene una colección hasta con 9 elementos.
(2) h) Construcción de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno o en el conteo.
(2) i) Comparación de colecciones apoyándose en correspondencias uno a uno.
(2) j) Representación simbólica del número 1.
(4) k) Cuantificación del total de objetos que se obtienen al unir dos colecciones o al agregar o quitar objetos a una colección.
(6) l) Representación simbólica convencional de los números del 1 al 100.
(3) m) Representación simbólica del número 2.

[illegible]