



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SECCIÓN MECATRÓNICA

# Controladores de complianza virtual para teleoperación bilateral

T E S I S

Que presenta

**Erwin de Jesús Barbabosa Mongiotti**

Para obtener el grado de  
**Maestro en Ciencias**

En la especialidad de  
**Ingeniería Eléctrica**

Director de la Tesis:

**Dr. Carlos Alberto Cruz Villar**



# Dedicatoria

*Con amor y cariño a mi  
prometida Karla Polet Medel Benítez*



# Agradecimientos

**A mi prometida Karla Polet Medel Benítez:** Por todo tu amor, cariño y sobre todo tu apoyo a lo largo de todos estos años, por creer en mí para dar un paso más en mi formación académica. Gracias por todo, eres mi fuente de inspiración y mi motivación para seguir adelante.

**A mi familia:** Por creer siempre en mí y motivarme para cumplir las metas que me propongo en la vida.

**Al Dr. Carlos Alberto Cruz Villar:** Por la oportunidad y confianza para realizar este proyecto, por su todo su apoyo, sus críticas constructivas y valiosos consejos que permitieron el desarrollo y culminación del trabajo de tesis.

**A los miembros del jurado Dr. Martín Velasco Villa y Dr. Erick Axel Padilla García:** Por su tiempo y dedicación en la revisión del manuscrito de tesis, que permitió complementar su culminación con sus valiosos comentarios y observaciones.

**A los doctores de la Sección de Mecatrónica:** Por compartir su conocimiento y excelente enseñanza para llevar a cabo los estudios de maestría.

**Al Dr. Álvaro Cabrera Amado y al M.C. Esteban Chávez Conde:** Por haberme dado la oportunidad de realizar una estancia corta en el Laboratorio de Mecatrónica Aplicada en la Universidad del Papaloapan, para culminar mis experimentos a larga distancia, así como también, por organizar actividades para realizar la retribución social.

**A mis compañeros de generación Irvin, David, Miguel y compañeros de laboratorio:** Por brindar su amistad y compartir su tiempo, que hicieron más agradable mi estancia en la maestría.

**Al Consejo Nacional de Humanidades Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT):** Por su apoyo económico mediante la beca otorgada con número de *CVU 1144412*, que permitió realizar mis estudios de maestría en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN).



# Resumen

En el presente trabajo de tesis se aborda el problema de realizar tareas de teleoperación bilateral de manera remota en sistemas con alta impedancia. Para ello se realiza el diseño y construcción de una plataforma experimental basada en dos dispositivos mecánicos con transmisión por tornillo de potencia. La interacción con los dispositivos es logrado mediante la implementación de Controladores de Complianza Virtual (CCV), de manera más precisa, controladores de impedancia y admitancia, cuya estructura de control está basada en el modelo.

Dotar a los dispositivos con los CCV permite disminuir la impedancia mecánica del sistema y con ello se realizan las tareas de teleoperación, las cuales implican la interacción de un usuario con el dispositivo maestro, mientras que el dispositivo esclavo lo hace con un objeto o entorno. Dicha interacción es puesta a prueba mediante el uso de controladores de teleoperación bilateral de estructura simétrica PF-PF (los sistemas maestro y esclavo retoalimentan estados y fuerzas) y no-simétrica F-PF (el sistema maestro envía estados y fuerzas al sistema esclavo y este únicamente envía su fuerza de interacción al sistema maestro), para el caso de comunicación sin retardos de tiempo. Mientras que se hace uso de los esquemas F-PF y control por modos deslizantes de segundo orden (SMC-2) para los casos donde existe la presencia de retardos de tiempo.

A lo largo del trabajo se muestran resultados experimentales, obteniendo un error en teleoperación menor cuando los sistemas maestro y esclavo han sido dotados por controladores de admitancia, ya sea a corta distancia por medio de comunicación serial, así como también a larga distancia por medio de internet, mediante una metodología propuesta que hace uso del Arduino IoT Cloud. Los resultados obtenidos fueron validados mediante una interacción a larga distancia en el proceso de incisión de una aguja con un par de objetos.



# Abstract

The present thesis work addresses the challenge of performing remote bilateral teleoperation tasks in systems with high impedance. To this, the design and construction of an experimental platform based on two mechanical devices with power screw transmission are carried out. Interaction with the devices is achieved by implementing virtual compliance controllers (VCC), more precisely, impedance and admittance controllers, whose control structure is based on the model.

Equipping the devices with VCC allows reducing the mechanical impedance of the system, thereby enabling the execution of teleoperation tasks. These tasks involve the interaction of a user with the master device, while the slave device interacts with an object or environment. This interaction is tested using symmetric PF-PF (master and slave system feedback states and forces) and non-symmetric F-PF (master system send states and force to slave system and this only send your interaction force to master system) bilateral teleoperation controllers, assuming communication without time delays. For cases involving time delays, F-PF schemes and second-order sliding mode control (SMC-2) are employed.

Throughout the study, experimental results are demonstrated, obtaining a minor error in teleoperation when both master and slave systems are equipped with admittance controllers. This applies to both short-distance interactions through serial communication and long distance interactions via the internet, using a proposed methodology that leverages the Arduino IoT Cloud. The obtained results were validated through a long distance interaction in the process of needle incision with a pair of objects.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	3
1.1.1. Controladores de complianza virtual . . . . .	3
1.1.2. Sistemas de teleoperación bilateral . . . . .	6
1.1.3. Sistemas de teleoperación bilateral con retardos de tiempo . . . . .	7
1.2. Justificación . . . . .	9
1.3. Contribución de la tesis . . . . .	9
1.4. Objetivos . . . . .	10
1.4.1. Objetivo General . . . . .	10
1.4.2. Objetivos Particulares . . . . .	10
1.5. Organización de la de tesis . . . . .	11
<b>2. Plataforma experimental</b>	<b>13</b>
2.1. Especificaciones de la plataforma experimental . . . . .	13
2.2. Elementos que conforman la plataforma experimental . . . . .	14
2.2.1. Elementos implementados . . . . .	14
2.2.2. Elementos diseñados . . . . .	18
2.2.3. Elementos complementarios . . . . .	22
2.3. Diseño CAD de la plataforma experimental . . . . .	23
2.4. Plataforma experimental . . . . .	24
<b>3. Modelado matemático y controladores para robots</b>	<b>27</b>
3.1. Modelo matemático del mecanismo traslacional . . . . .	27
3.2. Esquemas de control . . . . .	31
3.2.1. Control de posición basado en el modelo . . . . .	32
3.2.2. Controlador de impedancia . . . . .	38
3.2.3. Controlador de admitancia . . . . .	44
3.2.4. Resultados experimentales del controlador de impedancia y admitancia . . . . .	45
3.2.5. Respuesta en frecuencia de los controladores de impedancia y admitancia . . . . .	48
<b>4. Esquemas de control de teleoperación bilateral</b>	<b>51</b>
4.1. Teleoperación bilateral mediante modelos de impedancia . . . . .	51
4.2. Teleoperación bilateral simétrica P-P . . . . .	57
4.3. Teleoperación bilateral simétrica PF-PF . . . . .	59

4.4.	Teleoperación bilateral no-simétrica F-PF . . . . .	61
4.5.	Efectos del retardo de tiempo en la teleoperación P-P . . . . .	62
4.6.	Teleoperación bilateral por modos deslizantes . . . . .	64
4.6.1.	Controlador por modos deslizantes de segundo orden . . . . .	66
4.6.2.	Algoritmo Super-Twisting . . . . .	68
<b>5.</b>	<b>Resultados experimentales mediante comunicación serial</b>	<b>69</b>
5.1.	Protocolos de comunicación serial . . . . .	69
5.2.	Planificación de interacción virtual entre el sistema maestro y esclavo . . . . .	70
5.2.1.	Planificación de la fuerza aplicada por el usuario . . . . .	70
5.2.2.	Pared virtual para la interacción con el sistema esclavo . . . . .	71
5.3.	Teleoperación bilateral con CCV . . . . .	71
5.4.	Esquema de teleoperación bilateral simétrico PF-PF . . . . .	72
5.5.	Esquema de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF . . . . .	77
5.6.	Comparación de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF . . . . .	80
5.7.	Retardos en los esquemas de teleoperación PF-PF vs F-PF . . . . .	82
<b>6.</b>	<b>Resultados experimentales con retardos de tiempo</b>	<b>85</b>
6.1.	Comunicación LAN mediante el protocolo UDP . . . . .	85
6.1.1.	Resultados experimentales en LAN aplicando el control F-PF . . . . .	87
6.1.2.	Resultados experimentales en LAN aplicando el STA . . . . .	90
6.1.3.	Comparación de teleoperación bilateral F-PF vs STA . . . . .	94
6.2.	Comunicación WAN por Arduino IoT Cloud . . . . .	97
6.2.1.	Resultados experimentales por internet aplicando el control F-PF . . . . .	97
6.2.2.	Resultados experimentales por internet aplicando el STA . . . . .	100
6.2.3.	Comparación de teleoperación por internet con control F-PF vs STA . . . . .	105
<b>7.</b>	<b>Interacción de aguja con tejidos vegetales a larga distancia</b>	<b>107</b>
7.1.	Interacción de una aguja con una manzana . . . . .	108
7.1.1.	Percepción del usuario en la interacción con la manzana . . . . .	110
7.2.	Interacción de una aguja con una naranja . . . . .	111
7.2.1.	Percepción del usuario en la interacción con la naranja . . . . .	113
7.3.	Procedimiento efectivo para la interacción remota . . . . .	114
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>119</b>
8.1.	Conclusiones generales . . . . .	119
8.2.	Trabajo futuro . . . . .	121
<b>A.</b>	<b>Aproximación de parámetros de la plataforma experimental</b>	<b>129</b>
A.1.	Aproximación de los parámetros del motor . . . . .	129
A.2.	Aproximación de los parámetros del mecanismo . . . . .	132
<b>B.</b>	<b>Planificación de trayectoria polinomial</b>	<b>137</b>
B.1.	Planificación de trayectoria polinomial de noveno grado . . . . .	137

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	XI
<b>C. Programas</b>	<b>141</b>
C.1. Programación de la comunicación serial e internet de la ESP32 . . . . .	141
<b>D. Circuitos implementados</b>	<b>147</b>
D.0.1. Circuito de distribución . . . . .	147
D.0.2. Circuito de sensado de fuerza . . . . .	147
<b>E. Hojas de datos</b>	<b>151</b>
<b>F. Planos de la plataforma experimental</b>	<b>159</b>



# Índice de figuras

1.1.	Primer sistema de teleoperación maestro-esclavo desarrollado por Goertz en el año 1949, para el manejo de sustancias radioactivas (Cortesía de Argonne National Labs). . . . .	1
1.2.	a) Robot quirúrgico da Vinci (Cortesía de Intuitive Surgical, Inc.), b) Robot RB600 (Cortesía de Sandy Air Corp.) y c) tEODor, Sistema telerobótico para desarme de explosivos (Cortesía telerob Gesellschaft für Fernhantierungstechnik mbH, Ostfildern, Germany). . . . .	2
1.3.	<i>Anklebot</i> , Robot de 3 GDL utilizado para la movilidad del tobillo en [8]. . .	4
1.4.	Sistema Exoesqueleto desarrollado por Li, Zhijun, t. al. [9], conformado por articulación de hombro y codo. . . . .	5
1.5.	Interacción de manipulador con estrategia de control de impedancia, para garantizar la seguridad en el espacio de trabajo de personal médico, [11]. . .	5
1.6.	Prueba del esquema de teleoperación bilateral con robots delta realizado en [18], basado en el enfoque de funciones de transferencia desarrollado en [17].	7
1.7.	Plataforma maestro/esclavo desarrollado en [26], donde evalúan el comportamiento en contacto y movimiento libre mediante la arquitectura de control de dos capas para la teleoperación con retardos. . . . .	8
1.8.	Interacción remota mediante teleoperación bilateral y CCV: a) Interacción directa, b) Interacción por medio de una interfaz mecánica de alta impedancia, c) Interacción por medio de una interfaz con CCV y d) Interacción remota por medio de dos dispositivos con CCV. . . . .	10
2.1.	Mecanismo con husillo de bolas, del fabricante <i>TOAUTO</i> [33]. . . . .	14
2.2.	Motor de corriente directa de la compañía <i>Crouzet</i> [35]. . . . .	15
2.3.	Codificador óptico US DIGITAL H6-2048 [37]. . . . .	16
2.4.	a) Sensor de fuerza FSR 402 Short [38] y b) Circuito de acondicionamiento. .	16
2.5.	Tarjeta de desarrollo STM32F4DISCOVERY [39]. . . . .	17
2.6.	Tarjeta de desarrollo ESP32 DEVKIT V1. . . . .	18
2.7.	a) Fuente de alimentación de 24V, b) Regulador de tensión LM2596 y c) Puente H BTS7960. . . . .	19
2.8.	Soporte para fijar el motor y acoplar al mecanismo. . . . .	20
2.9.	Elementos que forman parte del proceso de medición angular del tornillo. . .	20

2.10. Mecanismo que permite la detección de fuerzas aplicadas mediante el uso de los sensores de fuerza FSR402: a) Elementos que forman parte del mecanismo y b) vista explosionada del mecanismo de sensado de fuerza. . . . .	21
2.11. Diseño del efector final de los sistemas maestro/esclavo: a) Empuñadura para el efector final del sistema maestro y b) Porta-Jeringa para pruebas de incisión en el sistema esclavo. . . . .	22
2.12. a) Caja o gabinete, b) Caja para circuito de acondicionamiento, c) Soporte para finales de carrera, d) Estructura metálica y e) Tornillería. . . . .	23
2.13. Modelo CAD de la plataforma experimental: a) Sistema maestro y b) Sistema esclavo. . . . .	24
2.14. Vista lateral de la plataforma experimental: 1. Estructura metálica, 2. Guia lineal, 3. Tornillo de potencia, 4. Porta-Jeringa, 5. Empuñadura, 6. Encoder H6-2048, 7. Fuente de alimentación y 8. Motor CD. . . . .	25
2.15. Vista auxiliar de la plataforma experimental. . . . .	25
2.16. Integración de la electrónica: (1) STM32DISCOVERY, (2) Regulador LM2596, (3) Driver BTS7960, (4) ESP32 DEVKIT V1 y (5) Encoder H6-2048. . . . .	26
3.1. Mecanismo con movimiento traslacional bidireccional. . . . .	28
3.2. Diagrama esquemático de un motor CD. . . . .	29
3.3. Diagrama a bloques que describe el controlador de posición sobre el mecanismo traslacional. . . . .	34
3.4. Comportamiento del sistema con trayectoria polinomial deseada. . . . .	37
3.5. Comportamiento del sistema con trayectoria sinusoidal deseada. . . . .	37
3.6. Circuito RLC y su impedancia equivalente $Z(s)$ . . . . .	38
3.7. Sistema masa-resorte-amortiguador de 1 GDL y su equivalencia eléctrica con impedancia equivalente $Z(s)$ . . . . .	39
3.8. Diagrama general de un controlador de impedancia. . . . .	40
3.9. Sistema equivalente del mecanismo con transmisión de tornillo a un sistema masa-resorte-amortiguador aplicando el control de impedancia. . . . .	42
3.10. Diagrama a bloques que representa al control de impedancia. . . . .	43
3.11. Diagrama general de un controlador de admitancia. . . . .	44
3.12. Sistema equivalente del mecanismo con transmisión de tornillo a un sistema masa resorte amortiguador aplicando el control de admitancia. . . . .	45
3.13. Comportamiento del sistema en una interacción con control de impedancia con $\bar{m} = 1$ [kg], $\bar{b} = 250$ [Ns/m] y $\bar{k} = 100$ [N/m]. . . . .	46
3.14. Comportamiento del sistema en una interacción con control de admitancia con $\bar{m} = 1$ [kg], $\bar{b} = 250$ [Ns/m] y $\bar{k} = 100$ [N/m]. . . . .	47
3.15. Comportamiento del sistema en una interacción con control de impedancia con $\bar{m} = 1$ [kg], $\bar{b} = 100$ [Ns/m] y $\bar{k} = 500$ [N/m]. . . . .	48
3.16. Comportamiento del sistema en una interacción con control de admitancia con $\bar{m} = 1$ [kg], $\bar{b} = 100$ [Ns/m] y $\bar{k} = 500$ [N/m]. . . . .	49
3.17. Comportamiento del controlador de impedancia al barrido frecuencial. . . . .	50
3.18. Comportamiento del controlador de admitancia al barrido frecuencial. . . . .	50

4.1. Red de teleoperación de dos puertos. . . . .	52
4.2. Modelado de la red de teleoperación por circuito de impedancias. . . . .	53
4.3. Sistema de teleoperación bilateral mediante el esquema simétrico P-P modelado como un sistemas MRA de 2 GDL. . . . .	58
4.4. Red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF modelada como un sistema MRA de 2 GDL. . . . .	60
5.1. Pared virtual sobre el dispositivo esclavo. . . . .	71
5.2. Esquema de teleoperación bilateral con controlador de impedancia para el maestro e impedancia para el esclavo. . . . .	72
5.3. Esquema de teleoperación bilateral con controlador de impedancia para el maestro y admitancia para el esclavo. . . . .	73
5.4. Esquema de teleoperación bilateral con controlador de admitancia para el maestro e impedancia para el esclavo. . . . .	73
5.5. Esquema de teleoperación bilateral con controlador de admitancia para el maestro y admitancia para el esclavo. . . . .	74
5.6. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	75
5.7. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	76
5.8. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	76
5.9. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación simétrica PF-PF. . . . .	78
5.10. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	79
5.11. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	79
5.12. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	80
5.13. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF. . . . .	81
5.14. Error en teleoperación $\chi_m$ de la red de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	81
5.15. Fuerzas $f_t(t)$ producidas en la red de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	83
5.16. Comparativo entre el comportamiento de la teleoperación Admit-Admit aplicando los esquemas PF-PF vs F-PF en presencia de retardos de tiempo. . . . .	84
6.1. Diagrama que representa la conexión del hardware para la teleoperación bilateral por LAN. . . . .	86
6.2. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	88

6.3. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	88
6.4. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	89
6.5. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF mediante LAN.	89
6.6. Error $\chi_m$ y error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	90
6.7. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	91
6.8. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.	92
6.9. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	93
6.10. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación con STA mediante LAN. . . . .	93
6.11. Error $\chi_m$ y error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	94
6.12. Error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	95
6.13. Fuerzas $f_t(t)$ producidas en la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA con LAN: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.	96
6.14. Diagrama que representa la conexión del hardware para la teleoperación bilateral por Internet. . . . .	98
6.15. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	99
6.16. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	99
6.17. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	100
6.18. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF mediante internet.	101

6.19. Error $\chi_m$ y error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	101
6.20. Desplazamiento $x_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	102
6.21. Velocidad $\dot{x}_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	103
6.22. Control $u_{[m,s]}$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	103
6.23. Señal del error $\chi_m(t)$ y fuerzas virtuales aplicadas $f_{[h,t]}(t)$ en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación con STA mediante Internet. . . . .	104
6.24. Error $\chi_m$ y error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	104
6.25. Error compensando el retardo $\chi_m^C$ de la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	105
6.26. Fuerzas $f_t(t)$ producidas en la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA por Internet: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit. . . . .	106
7.1. Interacción realizada de forma remota por internet del sistema maestro-esclavo, desde la Universidad del Papalopan en Loma Bonita Oax., al CINVESTAV-IPN en la Cd. México. . . . .	108
7.2. Diagrama que representa la interacción remota por internet, de un usuario a la inserción de una aguja con un objeto rígido como una manzana. . . . .	109
7.3. Comportamiento de la red de teleoperación F-PF a larga distancia en la interacción con una manzana. . . . .	110
7.4. Comportamiento de la red de teleoperación STA a larga distancia en la interacción con una manzana. . . . .	111
7.5. Diagrama que representa la interacción remota por internet, de un usuario a la inserción de una aguja con un objeto blando como una naranja. . . . .	112
7.6. Comportamiento de la red de teleoperación F-PF a larga distancia en la interacción con una naranja. . . . .	113
7.7. Comportamiento de la red de teleoperación STA a larga distancia en la interacción con una naranja. . . . .	114
7.8. Etapas correspondientes al proceso de insición en la interacción remota: a) Fase 1 (posición inicial), b) Fase 3 (acercamiento al objeto) y c) Fase 3 (incisión). . . . .	116
7.9. Etapas correspondientes al retiro de la aguja en la interacción remota: a) Fase 4 (deformación del objeto), b) Fase 5 (corrección de la deformación) y c) Fase 6 (retorno a la posición de inicio). . . . .	117
A.1. Respuesta de la velocidad angular del motor CD a una entrada escalón de magnitud 15 [V]. . . . .	130

A.2. Comparación de la respuesta del motor acoplado al sistema de sensado y al comportamiento numérico de las funciones de transferencia aproximadas y el modelo dinámico. . . . .	133
A.3. Respuesta experimental de la velocidad del mecanismo a una entrada escalón.	134
A.4. Comparación de la respuesta experimental del mecanismo y la respuesta numérica con $J_{eq}$ calculado y ajustado al 25 %. . . . .	136
D.1. Circuito de distribución de periféricos externos con la tarjeta de desarrollo STM32F4DISCOVERY. . . . .	148
D.2. PCB que representa el circuito de distribución. . . . .	148
D.3. Circuito para el sensado y acondicionamiento de los sensores de fuerza. . . . .	149
D.4. PCB de la placa de sensado de fuerza. . . . .	149

# Índice de tablas

2.1. Parámetros del sistema. . . . .	26
5.1. Características principales entre los protocolos de comunicación serial. . . . .	69
5.2. Promedio del error absoluto en la red de teleoperación, en [m]. . . . .	82
6.1. Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA por LAN en [m]. . . . .	96
6.2. Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA por Internet en [m]. . . . .	106
7.1. Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA. . . . .	115
A.1. Parámetros del motor y los ajustados en el proceso de aproximación a la respuesta experimental. . . . .	132



# Capítulo 1

## Introducción

Los sistemas de teleoperación son un área de la robótica, que se encarga principalmente del control y manipulación de dispositivos de manera remota considerando como mínimo un dispositivo maestro y otro esclavo. En el año de 1949, Raymond C. Goertz, desarrolló el primer sistema de teleoperación maestro-esclavo, el cual consistía de dos manipuladores conectados mecánicamente, con el objetivo de manipular elementos radioactivos sin riesgo para el operador humano (ver Figura 1.1). A partir de esto, los sistemas de teleoperación han sido aplicados en diferentes sectores a lo largo de los años, desde el sector aeroespacial para la teleoperación de dispositivos y vehículos no tripulados sector industrial, sector médico para el desarrollo de dispositivos asistentes de cirugías, industria submarina, militar, etc., tal como los mostrados en la Figura 1.2.

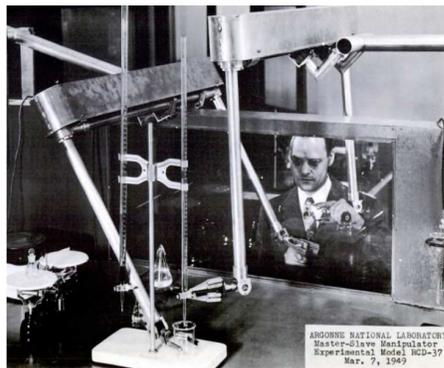


Figura 1.1: Primer sistema de teleoperación maestro-esclavo desarrollado por Goertz en el año 1949, para el manejo de sustancias radioactivas (Cortesía de Argonne National Labs).

Los sistemas de teleoperación pueden clasificarse de acuerdo con la cantidad de dispositivos que estén presentes en la red de teleoperación (bilaterales y multilaterales) o también de acuerdo al flujo en la transferencia de datos, los cuales pueden ser unidireccionales o bidireccionales. El tipo de sistema a desarrollar depende de las especificaciones de la tarea que se requiera realizar.

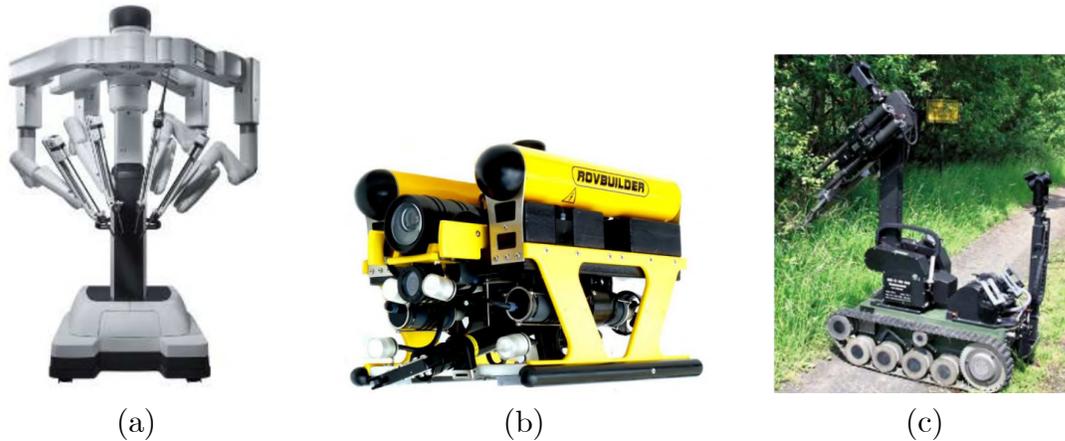


Figura 1.2: a) Robot quirúrgico da Vinci (Cortesía de Intuitive Surgical, Inc.), b) Robot RB600 (Cortesía de Sandy Air Corp.) y c) tEODor, Sistema telerobótico para desarme de explosivos (Cortesía telerob Gesellschaft für Fernhantierungstechnik mbH, Ostfildern, Germany).

Si la tarea a realizar requiere un alto grado de complejidad en la manipulación de un dispositivo, entonces se requiere de un sistema con intercambio de estados entre el dispositivo maestro y esclavo de forma bidireccional, ya que el intercambio de estados entre los dos dispositivos garantiza que el operador humano sea sensible a la interacción que el dispositivo esclavo esté teniendo con un entorno. Por lo tanto, un sistema de teleoperación bilateral es aplicable para resolver una gran mayoría de tareas.

En el contexto de robótica, un sistema de teleoperación bilateral se conforma por dos sistemas denominados maestro y esclavo, cuya finalidad es que el dispositivo esclavo pueda repetir los movimientos realizados por el dispositivo maestro y a su vez éste último deberá manifestar las fuerzas que se encuentren en interacción con el dispositivo esclavo hacia el operador humano. Este efecto, donde el operador humano percibe de forma íntegra las fuerzas de interacción con un entorno remoto se denomina *Transparencia* [1].

Por otra parte, si bien los sistemas de teleoperación bilateral resuelven gran cantidad de problemas, la interacción del operador humano dependerá de la dinámica del dispositivo maestro, por lo que es de gran relevancia el diseño del dispositivo maestro. Para facilitar la complejidad en el diseño del dispositivo maestro se puede considerar dotar al sistema de un controlador de interacción física robot-humano (pHRI por sus siglas en inglés) o también denominados *Controladores de Complianza Virtual (CCV)*. Esta clase de controladores se encargan de modificar las propiedades mecánicas de un sistema de manera virtual, por lo tanto, el sistema en lazo cerrado con dichos controladores es modelado mediante el clásico sistema masa-resorte-amortiguador (MRA), de esta manera, se pueden imponer parámetros inerciales, de amortiguamiento y rigidez que garantizan una interacción entre el operador humano y el dispositivo segura y cómoda para la realización de tareas.

La introducción de los controladores compliantes surge a partir del incremento de robots en el sector industrial. Que a su vez, origina la necesidad de preservar la integridad física del personal que se encuentra en contacto con robots industriales. De esta manera los robots industriales pueden realizar las tareas programadas y al entrar en contacto accidental con una persona podrá cambiar su trayectoria sin causarle daño. Esto debido al concepto de impedancia mecánica, el cual define la relación fuerza con respecto a la velocidad, por lo que al modificar las propiedades mecánicas del robots manipulador este pasa de ser un sistema de alta impedancia a baja impedancia, por lo que puede modificar su posición con la mínima fuerza aplicada.

Esta virtud de modificar la impedancia de un sistema mediante un controlador es explotada para diversas aplicaciones fuera del sector industrial como el diseño de exoesqueletos para incrementar la fuerza de un operador o fortalecer la movilidad de una persona con problemas óseos o musculares, también para el diseño de dispositivos de rehabilitación para extremidades dañadas, tareas cooperativas robot-humano para simplificar la tarea de programación de tareas de alta complejidad, etc.

En el presente trabajo se pretende unificar el concepto de los CCV en las tareas de teleoperación bilateral, con la intención de mejorar la comodidad y seguridad del usuario en la interacción remota con un entorno de condiciones cambiantes, de tal manera que, se realiza el diseño, selección de componentes y manufactura de una plataforma experimental basada en dos mecanismos traslaciones de 1 GDL (Grado de Libertad), para probar la efectividad en la integración de dichos conceptos en pruebas que involucran el contacto del sistema esclavo con superficies de rigidez cambiante, además de pruebas de interacción de una aguja con tejidos vegetales.

## 1.1. Estado del arte

Conforme ha evolucionado la tecnología se han abordado diferentes estudios para la solución de problemas en los sistemas de teleoperación, ya que la expansión de la red de internet ha permitido establecer una interacción entre dispositivos maestro-esclavo a mayor distancia, sin embargo, esto induce a su vez la presencia de retardos de tiempo. Por lo tanto, a continuación se muestran trabajos relacionados con respecto a cada área de asociada con los sistemas de teleoperación bilateral con y sin retardos de tiempo, además de los controladores de complianza virtual que es un complemento que brinda a los sistemas robóticos mayor confiabilidad y seguridad.

### 1.1.1. Controladores de complianza virtual

A partir de la necesidad de garantizar la integridad física del personal que interactúa con robots industriales, Hogan en 1984 y 1989 [2], [3] define la estructura general de un control de impedancia aplicada a manipuladores considerando la relación fuerza/desplazamiento para la impedancia dinámica de bajo orden y la relación fuerza/velocidad para los términos de mayor orden. Además del control de impedancia, Newman en 1992 [4], presenta un modelo

de admitancia (relación inversa a la impedancia) desde el punto de vista de acción de control, aplicado a un sistema lineal invariante en el tiempo de un grado de libertad (GDL).

A partir de las publicaciones de Hogan y Newman, se han realizado estudios complementarios y de aplicaciones, tal es el caso de Otto C. y Nakamura Y. [5], que en el año del 2009 investigan el uso de un sensor base de fuerza/par para implementar un control de impedancia basado en la posición (es decir, control de admitancia) y al siguiente año (2010, [6]), presentan un enfoque híbrido incorporando el control de impedancia y admitancia donde realizan la interpolación continua de ambos controles y evalúan las propiedades de estabilidad y rendimiento en el brazo robótico KUKA-DLR. Por otra parte, en 2014 Kikuuwe R. [7], propone un nuevo controlador de posición interno para la implementación del controlador de admitancia con fuerzas de actuador limitadas, el cual responde de manera rápida en los cambios de fuerzas aplicadas conduciendo a una mejor estabilidad y suavidad.

Como aplicación en el área médica de rehabilitación se encuentra el trabajo de Lee, et al. [8], que en el año del 2016 presentan dos consideraciones esenciales para el diseño y control de robots que interactúan físicamente con humanos, la pasividad energética y la impedancia mecánica, obteniendo resultados en su caso de estudio de un humano con interacción con un dispositivo para la movilidad del tobillo, tal como se muestra en la Figura 1.3.



Figura 1.3: *Anklebot*, Robot de 3 GDL utilizado para la movilidad del tobillo en [8].

Otra de las aplicaciones de los CCV es el diseño de exoesqueletos robóticos, que le pueden dar la capacidad a una persona de aumentar la fuerza para realizar una tarea. Un trabajo sobre esto es desarrollado en el año 2018 por Li, Zhijun, et al. [9], que presentan un enfoque de interacción física humano-robot para el exoesqueleto robótico (ver Figura 1.4) desarrollado que utiliza el control de admitancia con estimación de rigidez en línea (impedancia variable) para que un operador humano pueda contrarrestar la masa y momentos de inercia desconocidos en la dinámica robótica.

Por otra parte, en 2018 Keemink A., et al. [10], presentan la descripción general de un control de admitancia y un conjunto de pautas para lograr controladores de admitancia de alto rendimiento que generen bajos efectos inerciales con un adecuado rechazo de perturba-



Figura 1.4: Sistema Exoesqueleto desarrollado por Li, Zhijun, et al. [9], conformado por articulación de hombro y codo.

ciones. Ese mismo año, Su Hang, et al. [11], describen un control de un robot manipulador de 7 grados de libertad para cirugía mínimamente invasiva (MIS), que garantiza un comportamiento de conformidad con seguridad mejorada en el espacio nulo. La redundancia del manipulador se aprovecha para proporcionar un espacio de trabajo flexible para las enfermeras u otro personal (médicos asistentes, apoyo al paciente) (ver Figura 1.5). En función del control de impedancia implementado de las tareas MIS operadas a distancia, se aplica una restricción de seguridad mejorada en el movimiento de espacio nulo compatible.

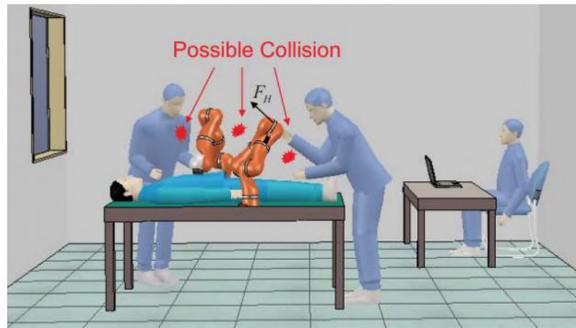


Figura 1.5: Interacción de manipulador con estrategia de control de impedancia, para garantizar la seguridad en el espacio de trabajo de personal médico, [11].

Con respecto a aplicaciones con máquinas se tiene el trabajo de Tommasino, et al. [12], desarrollado en 2020, donde enfocan en que un sistema robótico que sea capaz de minimizar la velocidad final de un objeto después del impacto con una herramienta de trabajo, entonces modifican la impedancia del robot mediante un sistema elástico basado en un mecanismo biestable y se demuestra su validez mediante simulaciones numéricas.

En 2021 Fujiki, et al. [13] proponen un nuevo enfoque de control híbrido admitancia e impedancia, que a diferencia del propuesto en [6], cuya estructura es conmutada, esta se compone por un estructura serial entre admitancia e impedancia. Cuyos resultados numéricos muestran que el esquema propuesto es al menos tan bueno como los controles convencionales, además que es más robusto, estable y muestra efectos que atenúan las vibraciones cuando el

sistema se encuentra en contacto con un entorno desconocido y de rigidez cambiante. Mientras que en el año 2022 [14], validan los resultados numéricos implementando su enfoque híbrido serial a un sistema mecánico traslacional de 1 GDL, cuyos resultados experimentales mostrarán una mejora en la seguridad del sistema en tareas en las que es posible el contacto con un entorno y es altamente preciso en tareas cooperativas entre humanos y robots, además de demostrar estabilidad mediante respuesta en frecuencia y diagramas de Nyquist.

### 1.1.2. Sistemas de teleoperación bilateral

A finales de la década de los 40's, Raymond C. Goertz desarrolla el primer sistema maestro-esclavo unidos de forma mecánica, con el propósito de manejar materiales peligrosos. A partir de esto, se han desarrollado esquemas que permiten realizar dicha tarea, pero de manera remota. Un esquema que ganó popularidad, por la forma en que es modelado un sistema de teleoperación, es el descrito por Raju, et al. [15], en el año de 1989, ellos presentan un modelo de red de impedancia de 2 puertos de un sistema de manipulación remota de un solo grado de libertad en el que un operador humano en un puerto maestro interactúa con un objeto de tarea en el puerto esclavo en una ubicación remota. En ese mismo año, Hannaford [16], realiza un trabajo complementario al desarrollado en [15], presentando la aplicación de un modelo híbrido de dos puertos a teleoperadores con detección de fuerza y velocidad en el maestro y esclavo. Se muestra que el modelo híbrido (a diferencia de otras formas de dos puertos) conduce a una representación intuitiva del rendimiento ideal del teleoperador y se aplica a varias arquitecturas de teleoperador. Ambas arquitecturas son la base para diversas aplicaciones en los sistemas de teleoperación bilateral actuales.

En la actualidad, diversos sistemas hacen uso del modelo de red de 2 puertos, propuesto por Hannaford [16], no obstante, investigadores siguen planteando nuevos esquemas para la solución de problemas, tal es el caso de Tajiri, et al. [17], que en año 2017 presentan un enfoque basado en funciones de transferencia para diseñar sistemas de control bilateral. A través de experimentos en una plataforma de dos péndulos, confirman que el control propuesto logra un mayor rendimiento y requiere menos canales de comunicación que el control bilateral convencional de cuatro canales, tanto en entornos blandos como duros. Al año siguiente, Deras, et al. [18], realizan la implementación del sistema de control para la teleoperación bilateral basado en funciones de transferencia [17], aplicado en una plataforma experimental compuesta por dos robots paralelos tipo delta, tal como se muestra en la Figura 1.6. La arquitectura tridimensional del robot Delta bilateral propuesta demuestra tener un buen rendimiento, sin embargo, se ve afectada por la gravedad y, por lo tanto, para garantizar el buen funcionamiento de los robots delta, introducen una compensación por gravedad en el sistema de control bilateral, basada en el análisis de la cinemática de la configuración delta.

La idea del modelado de 2 puertos es extendida por Akutsu, et al. [19], en el año 2019, ellos proponen un modelado de la red de teleoperación por medio de un circuito eléctrico equivalente. En este sentido el modelo de circuito tiene en cuenta las características de los motores de CC a diferencia del modelo de circuito convencional de 2 puertos. La novedad de este estudio es el modo de descomposición claramente representado como la fuente de corriente paralela y la fuente de voltaje en serie que son responsables del control de par y



Figura 1.6: Prueba del esquema de teleoperación bilateral con robots delta realizado en [18], basado en el enfoque de funciones de transferencia desarrollado en [17].

el control de posición (velocidad), respectivamente. Otro enfoque el abordado por Nagatsu Y. y Hashimoto H. [20] en 2022, ellos se enfocan en el rendimiento del controlador de 4 canales que se deteriora cuando se aplica a los robots controlados por posición/velocidad. El controlador propuesto convierte la fuerza aplicada por el usuario y la de interacción con el entorno en trayectorias deseadas para los robots, por lo que, maestro y esclavo no intercambian estados y la cantidad de información en el canal de comunicación es menor, mejorando el rendimiento de la teleoperación y obtienen resultados con menores oscilaciones cuando los sistemas interactúan con entornos de diferente rigidez.

### 1.1.3. Sistemas de teleoperación bilateral con retardos de tiempo

Otro camino que han abordado los investigadores con respecto a los sistemas de teleoperación, es encontrar la solución al problema de estabilización cuando existe la presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación, tal es el caso de Anderson R. y Spong M. [21] en 1988, que establecen una ley de control que podía resolver el problema de estabilidad en la reflexión de fuerzas en una red de teleoperación bilateral en presencia de retardos de tiempo, dividiendo la red en cinco bloques: el operador, sistema maestro, bloque de comunicación, sistema esclavo y entorno. La solución se llevó a cabo utilizando la pasividad, la *Scattering Theory* y la representación híbrida en proceso de publicación de Hannaford [16] ese mismo año. Por otra parte, en 1991 Niemeyer G. y Slotine E. [22] extienden el trabajo realizado por Anderson R. y Spong M., mediante la noción de *Variables de Onda*, que se utiliza para caracterizar los sistemas con retardos de tiempo y conduce a una nueva configuración para la reflexión de fuerzas en la teleoperación bilateral.

En el año de 1999 Park, et al. [23], proponen una alternativa diferente a la *Scattering Theory* y *Variables de Onda*, mediante el aumento de robustez a la tarea de teleoperación bilateral cuando existe la presencia de retardos de tiempo, para ello dotan al sistema maestro con un controlador de impedancia con retroalimentación de fuerza del esclavo, mientras que a dicho sistema se le implementa un controlador por modos deslizantes (SMC) y mediante la doble retroalimentación de la fuerza del esclavo determinan una condición de estabilidad

independiente de cualquier retardo de tiempo. Mientras que Cho, Hyun Chul, et al. [24], en el año 2001, reestructuran el esquema SMC para ser aplicado en la modalidad híbrida de teleoperación de Hannaford [16], cuyos resultados experimentales muestran que el esclavo sigue trayectorias maestras bien comandadas y mantiene un contacto estable incluso cuando hay un retraso de tiempo relativamente grande.

En 2003 Chopra, et al. [25], presentan una continuidad a los trabajos de Anderson R. y Spong M. [21] y de Niemeyer G. y Slotine E. [22], al proponer un nuevo enfoque para la estabilización de sistemas de teleoperación con retardos variables en el tiempo, utilizando ganancias variables y retroalimentación de la posición. Obteniendo resultados experimentales utilizando un sistema maestro/esclavo de un solo grado de libertad. Por otra parte, Heck, et al. [26] en el año 2018, proponen una arquitectura de control de dos capas para la teleoperación bilateral con retardos de tiempo en la comunicación. El esquema propuesto está diseñado específicamente para la reflexión directa de fuerzas en la teleoperación bilateral, es decir, el controlador esclavo imita las acciones del operador, mientras que el controlador maestro refleja la interacción esclavo-entorno. Mediante pruebas experimentales muestran que el esquema requiere una amortiguación significativamente menor durante el movimiento libre y ha mejorado las respuestas transitorias de impacto y desprendimiento sobre un objeto, en este caso sobre la interacción con un resorte y un cilindro de aluminio, tal como se muestra en la Figura 1.7.

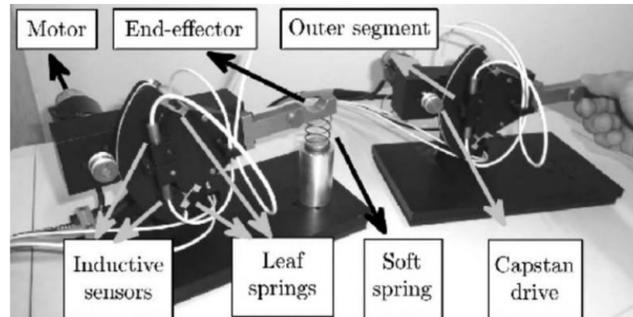


Figura 1.7: Plataforma maestro/esclavo desarrollado en [26], donde evalúan el comportamiento en contacto y movimiento libre mediante la arquitectura de control de dos capas para la teleoperación con retardos.

Otro enfoque fue presentado en 2021 por Dehghan, et al. [27]. En este estudio, se ha desarrollado un procedimiento de control de teleoperación bilateral utilizando un observador de fuerza adaptativo para estimar las fuerzas externas del maestro y el esclavo, en presencia de retardo de tiempo. Los resultados obtenidos mediante la utilización de dos manipuladores planares de 2 GDL muestran la efectividad del rendimiento de seguimiento del sistema de teleoperación de circuito cerrado presentado bajo retardo de tiempo.

## 1.2. Justificación

La manipulación o interacción directa de un operador humano sobre un objeto o entorno es realizado para satisfacer alguna tarea en específico (ver Figura 1.8a), no obstante, cuando la manipulación directa entre usuario y entorno representa un riesgo en la integridad física del operador, o se requiere una interacción con alta precisión, la solución es incorporar un dispositivo que sirva como interfaz de usuario y de esta manera se garantice la seguridad y precisión en la interacción (ver Figura 1.8b). El dispositivo utilizado como interfaz en la interacción puede ser diseñado para satisfacer los requerimientos de una tarea en específico, sin embargo, cumplir con requerimientos de movimientos precisos requiere mecanismos de transmisión que contienen elementos mecánicos como engranes y tornillos de potencia que aumentan la impedancia del sistema mecánico y como solución a dicho problema se considera aplicar Controladores de Complianza Virtual (CCV) para dotar al dispositivo de una nueva impedancia que emule al sistema MRA con parámetros que garanticen comodidad y seguridad en la interacción del usuario con el dispositivo interfaz, tal como se muestra en la Figura 1.8c. Por otra parte, hay actividades donde no es posible que el operador se encuentre localizado en el sitio donde se encuentra el objeto o entorno a manipular, ya sea el caso de manejo de materiales peligrosos, intervención en alguna actividad médica de manera remota, entre otras. Por lo que se considera el uso de dos dispositivos llamados maestro y esclavo, de esta forma el operador interactúa de manera segura con el dispositivo maestro dotado con los CCV y mediante la interacción del dispositivo esclavo también dotado con CCV y comunicación bidireccional entre ambos dispositivos, se logra la interacción remota entre usuario y entorno, tal como se muestra en la Figura 1.8d.

## 1.3. Contribución de la tesis

La contribución del presente trabajo consiste en dotar de Controladores de Impedancia y Admitancia (esquemas que pertenecen a los CCV) a una plataforma experimental que involucra a un par de mecanismos traslacionales de 1 GDL para disminuir su impedancia mecánica y obtener una interacción que garantice comodidad y seguridad a un usuario que interactúa con un entorno de manera remota mediante la teleoperación bilateral. Mediante la planificación de fuerzas virtuales se evalúa el comportamiento del sistema de teleoperación cuando los sistemas maestro y esclavo son dotados con la misma clase de CCV y en modalidades híbridas donde el maestro es dotado por un CCV distinto del impuesto al sistema esclavo. Por otra parte, los experimentos propuestos se realizan utilizando diferentes canales de comunicación, comenzando con protocolos de comunicación a corta distancia (distancia acotada a 1 [m]) que no presentan retardos de tiempo y posteriormente se considera la interacción remota en presencia de retardos de tiempo a media distancia (acotada a 10 [m]) por medio del Protocolo de Datagramas de Usuario (UDP) en red local y larga distancia (distancias mayores a 10 [m]) por medio de una metodología utilizando el Internet de las Cosas (IoT). Además, con dicha metodología basada en la IoT, se obtienen resultados preliminares en un estudio basado en la interacción remota de una aguja con tejidos a larga distancia, en este caso se comienza con la interacción con tejidos vegetales.

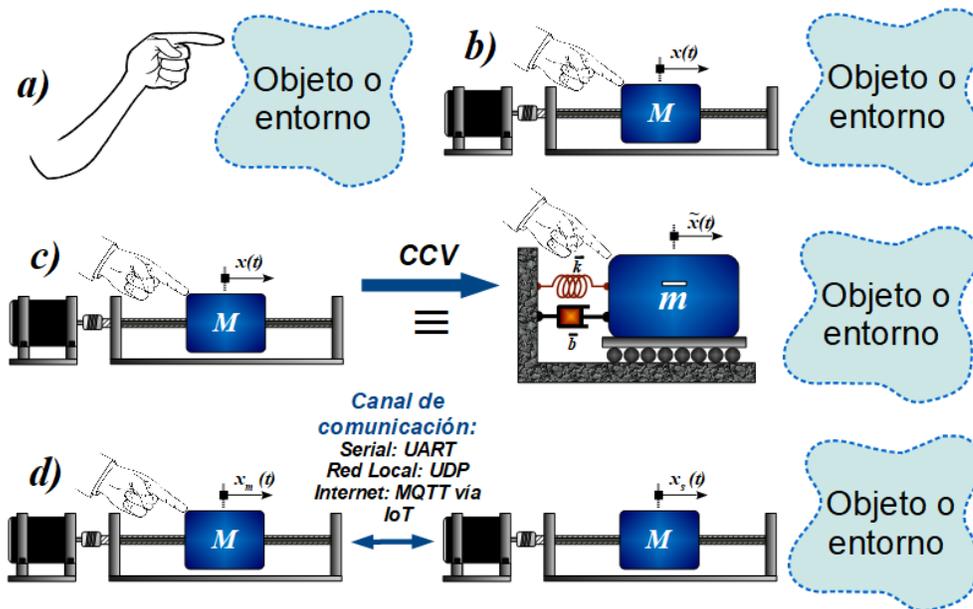


Figura 1.8: Interacción remota mediante teleoperación bilateral y CCV: a) Interacción directa, b) Interacción por medio de una interfaz mecánica de alta impedancia, c) Interacción por medio de una interfaz con CCV y d) Interacción remota por medio de dos dispositivos con CCV.

## 1.4. Objetivos

### 1.4.1. Objetivo General

Diseñar y construir una plataforma experimental para la implementación de algoritmos de control basados en controladores para la interacción robot-humano o CCV combinados con tareas de teleoperación bilateral.

### 1.4.2. Objetivos Particulares

- Diseñar, construir e instrumentar una plataforma experimental basada en dos dispositivos (maestro y esclavo) mecánicos traslacionales de 1 GDL.
- Obtener el modelo matemático de los dispositivos e implementar dos clases de Controladores de Complianza Virtual (Impedancia y Admitancia).
- Implementar tres tipos de controladores para la resolver el problema de teleoperación bilateral en diferentes canales de comunicación con y sin retardos.
- Obtener resultados experimentales de los esquemas de teleoperación aplicando pruebas a corta y media distancia por comunicación serial y UDP.

- Establecer una metodología basada en IoT para la comunicación por internet y con ello obtener resultados en teleoperación a larga distancia.
- Obtener resultados preliminares en el estudio basado en la interacción entre una aguja con un objeto por medio de teleoperación a larga distancia.

## 1.5. Organización de la de tesis

En el Capítulo 2 se muestran las especificaciones mecánicas y electrónicas, que permiten realizar la selección de actuadores, elementos de máquina y sensores que son parte fundamental en el diseño y manufactura de soportes, estructuras y mecanismos para obtener finalmente una plataforma experimental para la realización de tareas de teleoperación.

En el Capítulo 3 se realiza el análisis de modelado y control para sistemas robóticos en general. A partir del modelo matemático obtenido mediante la técnica de Euler-Lagrange, se realiza el diseño de un controlador de posición basado en el modelo vía retroalimentación de estados, que es el complemento del controlador de Admitancia. La metodología del controlador de posición se extiende para el diseño del controlador de impedancia, ya que la ley de control realiza la cancelación de la dinámica del sistema y se impone el modelo de impedancia para que el sistema en lazo cerrado se comporte como el clásico sistema masa-resorte-amortiguador.

En el Capítulo 4 se realiza el modelado de un sistema de teleoperación bilateral por medio de una red de dos puertos, lo que permite establecer una serie de estructuras de controladores para la teleoperación denominados esquemas simétricos PF-PF, no-simétrico F-PF y extendiendo éste último mediante la metodología del control discontinuo por modos deslizantes de segundo orden, específicamente el Algoritmo Super-Twisting (STA), con el propósito obtener una teleoperación con más robustez en cuando se hagan presentes los retardos de tiempo y sin la necesidad de utilizar la derivada temporal de la superficie de deslizamiento.

En el Capítulo 5 se muestran los resultados experimentales en la teleoperación bilateral por medio de comunicación serial, aplicando los esquemas simétrico PF-PF y el no simétrico F-PF con diferentes modalidades de CCV. Además que, se hace uso de una interacción virtual entre dispositivo maestro y esclavo por medio de la planificación de fuerzas, con el propósito de comparar los resultados obtenidos.

En el Capítulo 6 se presentan resultados experimentales en la teleoperación bilateral, ahora por medio de canales de comunicación por red de área local (LAN) e internet aplicando los protocolos UDP y el interfaz de Arduino IoT Cloud. Que si bien, permiten extender la teleoperación a media y a larga distancia, inducen retardos de tiempo. Por lo que se aplica la interacción de fuerzas virtuales, ahora con el objetivo de comparar los esquemas F-PF y el STA.

En el Capítulo 7 se obtienen resultados preliminares al estudio de la interacción remota a larga distancia por internet en el proceso de incisión de una aguja sobre un par de objetos de prueba. Resultados que permiten evaluar la metodología considerada para la comunicación por internet en la teleoperación bilateral en una situación real y a su vez, se establecen una

serie de aspectos críticos para que la interacción remota a larga distancia en el proceso de incisión se realice de manera exitosa.

En el Capítulo 8 se describen las conclusiones generales acerca del trabajo realizado y los resultados obtenidos, así como también se hace la consideración de los trabajos a futuro que implican técnicas de compensación de retardos, evaluar el desempeño en el proceso de inyección con diferentes tejidos, entre otros más.

# Capítulo 2

## Plataforma experimental

El prototipo experimental que se realiza en el presente trabajo consiste en un par de dispositivos con las mismas características mecánicas, que puedan satisfacer las tareas de teleoperación bilateral en la interacción de un operador humano con el dispositivo maestro y el dispositivo esclavo con un entorno. En este caso, el dispositivo que se desea realizar está basado en un mecanismo traslacional de 1 GDL (grado de libertad) con transmisión por tornillo de potencia actuado por un motor de corriente directa, conocido como servomecanismo. A continuación se muestra la selección de componentes y el CAD de los elementos que conforman los dispositivos.

### 2.1. Especificaciones de la plataforma experimental

De manera general se considera que la plataforma experimental está compuesta por dos dispositivos con las mismas características, denominados como maestro y esclavo. Por lo tanto, se establece que los dispositivos estarán conformados por un mecanismo traslacional longitudinal de 1 GDL, es decir, sólo contará con movimiento en un sólo eje. Para dotar de movimiento al sistema se considera una transmisión por tornillo de potencia actuado por un motor CD, unidos por medio de un acoplador flexible para corregir algún desalineamiento entre ejes. Se deberá contar con una etapa que pueda realizar la medición del desplazamiento angular del tornillo de potencia y el sensado de fuerzas por medio de galgas ubicadas sobre el efector final del mecanismo. Los dispositivos maestro y esclavo serán diferenciados por medio del efector final, lo cual depende de la tarea que se requiera realizar. En este caso, para el sistema maestro se considera un efector final en forma de empuñadura, de tal manera que el usuario puede tener una interacción con el dispositivo, mientras que para el sistema esclavo se considera un soporte para sujetar una jeringa médica, con el propósito de que el usuario experimente una interacción remota en un procedimiento de incisión de aguja con algún objeto o tejido. A partir de estas especificaciones se plantea el modelado de sólidos en CAD y posteriormente se realiza la elección del proceso de manufactura y selección de sensores, hardware y elementos de máquina.

## 2.2. Elementos que conforman la plataforma experimental

A continuación se muestran los elementos que conforman la plataforma experimental y que permiten cumplir con las especificaciones anteriormente mencionadas.

### 2.2.1. Elementos implementados

#### 2.2.1.1. Mecanismo de traslación

Se considera un mecanismo traslacional del fabricante *TOAUTO* [33] y [34] (ver Figura 2.1), elaborado en su mayoría de material *aluminio de aviación 6061*, el cual cuenta además con un tornillo de potencia con paso  $\eta = 0.005$  [mm/rev] y de husillo de bolas. El mecanismo cuenta con un bloque de aluminio apoyado sobre un par de guías lineales de acero inoxidable, el cual tiene una longitud de trabajo de 400 [mm].



Figura 2.1: Mecanismo con husillo de bolas, del fabricante *TOAUTO* [33].

La tarea principal en el diseño consta de equipar el mecanismo mencionado con una etapa de sensado de posición angular y a su vez el acoplamiento de un actuador para la inyección de energía, de modo que el mecanismo se convierta en el prototipo funcional requerido para tareas de control y teleoperación en interacción con usuarios de manera precisa, no excediendo velocidades superiores a 10 [cm/s], para garantizar la integridad física del usuario.

#### 2.2.1.2. Actuador eléctrico

El mecanismo traslacional es el que se encarga de dar la dirección de movimiento al sistema, sin embargo, requiere del acoplamiento de un elemento de entrada que proporcione la

energía para realizar dicho movimiento. En este caso, se considera como elemento que proporcionará la energía para el movimiento un motor CD de la compañía *Crouzet* [35], ya que producen motores especializados de larga vida útil, garantizan alta eficiencia y bajo ruido de operación, en el rango de 35 – 55 [dBA], además que, por su confiabilidad son la elección en diversos dispositivos dirigidos para el sector médico, aplicaciones ferroviarias y aeroespaciales [36]. De la gama de motores CD *Crouzet*, se ha realizado la selección del modelo *Dcminid Brush 89830004*, el cual se muestra en la Figura 2.2. Debido a la relación cinemática del tornillo de potencia y el husillo de bolas del mecanismo traslacional, el torque necesario para hacer girar el tornillo es de 0.024525 [N m], por lo que el motor elegido ofrece una cantidad de par que satisfacen los requerimientos de movimiento en esta clase de mecanismos y velocidad de interacción, cuyos valores máximos son:  $\tau_{\text{máx}} = 0.128$  [N m],  $\omega_{\text{máx}} = 3200$  [rpm], alimentado a 90 [V].



Figura 2.2: Motor de corriente directa de la compañía *Crouzet* [35].

A diferencia de otros motores de CD, la magnitud del voltaje de alimentación del motor seleccionado es mucho mayor, esto representa una ventaja en las pruebas experimentales, ya que se tiene un amplio rango de voltajes de prueba, con el que se puede satisfacer los objetivos de control para la interacción en la teleoperación y futuras aplicaciones para la plataforma experimental.

### 2.2.1.3. Medición del desplazamiento angular

Para aplicar técnicas de control sobre los dispositivos es necesario obtener la medición del desplazamiento del elemento móvil del mecanismo, que es el bloque de aluminio, tal como se muestra en la Figura 2.1, y para ello es suficiente con medir el desplazamiento angular del tornillo, ya que este es proporcional al desplazamiento lineal debido a su relación cinemática  $\eta$ . Como opciones de medición de posición angular se tiene los sensores analógicos resistivos como potenciómetros o sensores digitales como: codificadores por efecto hall o codificadores ópticos, entre otros. Para garantizar la precisión en la medición se hace la elección del codificador óptico, ya que los analógicos contienen ruido no deseado y los de efecto hall son de baja resolución. En la Figura 2.3 se muestra el codificador óptico que fue seleccionado, el modelo *US-H6-2048* [37] de dos canales (canal A y canal B), que proporciona 2048 ppr (pulsos por revolución) por cada canal, que pueden extenderse hasta 8192 ppr si se realiza la cuenta de los flancos de subida y bajada de cada canal.



Figura 2.3: Codificador óptico US DIGITAL H6-2048 [37].

#### 2.2.1.4. Sensores de fuerza

Los dispositivos maestro y esclavo deben estar dotados de sensores de fuerza, ya que esto permite la implementación de los CCV y además hace posible la transparencia de fuerzas en la red de teleoperación bilateral. Existen diferentes formas de medir la fuerza, se puede utilizar una celda de carga, la cual contiene internamente galgas extensiométricas, y un circuito de acondicionamiento de señales, sin embargo, las celdas de carga son de gran tamaño y condicionan el diseño que pueda cumplir con las especificaciones. La alternativa elegida en este caso es el uso de galgas resistivas, ya que existen en diferentes tamaños y son de espesor delgado, lo que permite incorporarlo de manera sencilla en cualquier diseño. El sensor de fuerza seleccionado en el *FSR 402* [38] en su versión corta, el cual se muestra en la Figura 2.4a, ya que tiene un tamaño que se ajusta a las dimensiones del bloque de aluminio (sitio donde será colocado el efector final) y además que es de bajo costo.

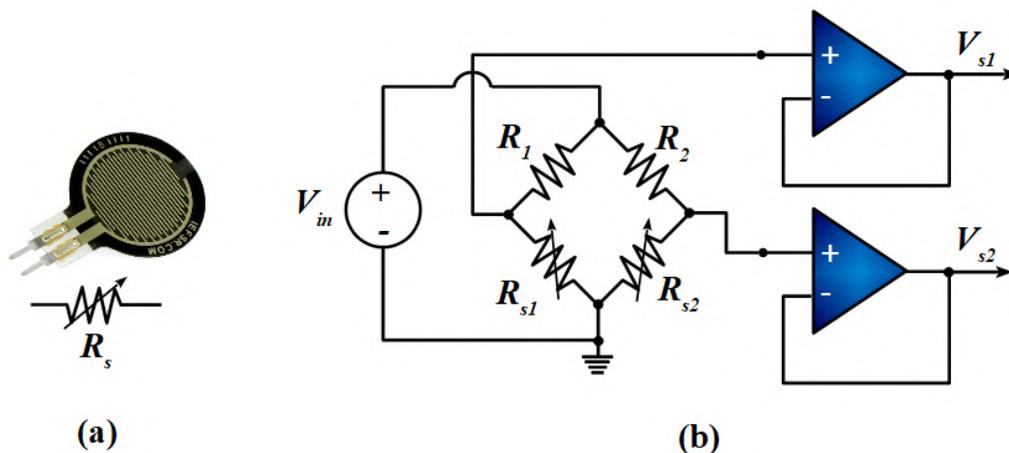


Figura 2.4: a) Sensor de fuerza FSR 402 Short [38] y b) Circuito de acondicionamiento.

La interacción del usuario con el mecanismo implica la detección de fuerzas en el sentido positivo y negativo del movimiento de acuerdo a una marco de referencia inercial, para esto es necesario utilizar dos sensores de fuerza y realizar un circuito de acondicionamiento, tal como el que se muestra en la Figura 2.4b. Donde  $V_{in}$  es el voltaje de operación de los sensores,  $R_1, R_2$  son resistencias de valor fijo,  $R_{s1}, R_{s2}$  y  $V_{s1}, V_{s2}$  son la resistencia y voltaje variable de los sensores de fuerza. Puede observarse que el circuito de acondicionamiento es un puente de Wheatstone, donde las resistencias  $R_1, R_2$  se ajustan para que el puente este equilibrado, es decir, la diferencia entre los voltajes  $V_{s1}$  y  $V_{s2}$  sea cero, cuando no hay fuerzas aplicadas.

#### 2.2.1.5. Tarjeta de control y adquisición de datos

Para realizar la adquisición de datos y programación de los algoritmos de control, se requiere utilizar una tarjeta de desarrollo con capacidad de lectura de voltajes analógicos, entradas-salidas digitales, generación de señales PWM y que se pueda hacer uso de protocolos de comunicación serial. Además que, debe tener la capacidad de procesar las señales y realizar operaciones a gran velocidad.

De acuerdo a esto, se ha seleccionado la tarjeta de desarrollo *SMT32F4DISCOVERY* [39] (ver Figura 2.5) que hace uso del microcontrolador *STM32F407VG*, el cual posee una arquitectura de 32 bits, 192kB de memoria RAM, ciclo de reloj de 168 MHz, además de 100 pines de uso generales, los cuales se utilizan como entradas-salidas digitales, entradas analógicas, entre otros. Detalles particulares de la tarjeta de desarrollo pueden encontrarse en el Apéndice E.

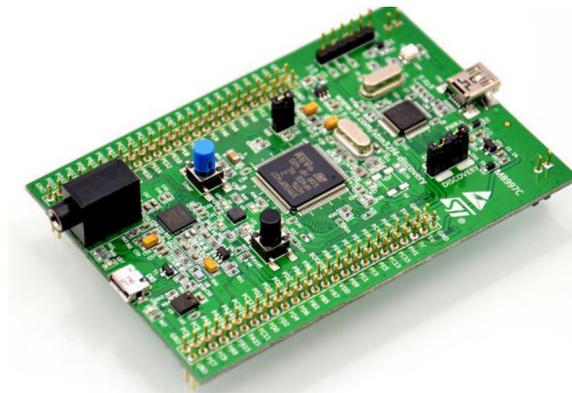


Figura 2.5: Tarjeta de desarrollo STM32F4DISCOVERY [39].

#### 2.2.1.6. Tarjeta para la comunicación por internet

Las aplicaciones actuales de los sistemas de teleoperación bilateral implican la interacción remota a largas distancias, es por ello que se propone el uso de la tarjeta de desarrollo *ESP32 DEVKIT V1*, la cual se muestra en la Figura 2.6. La cual posee doble núcleo (útil para ejecutar tareas en paralelo) y puede operar hasta una velocidad de 240 MHz, además

cuenta con diversas entradas-salidas digitales, entradas analógica, cuenta con protocolos de comunicación serial como SPI, I2C y UART. La principal virtud por la cual fue seleccionada fue por su capacidad de conectarse a internet por medio de wi-fi y tiene compatibilidad con el interfaz Arduino IoT Cloud (plataforma del internet de las cosas de Arduino).



Figura 2.6: Tarjeta de desarrollo ESP32 DEVKIT V1.

### 2.2.1.7. Elementos de alimentación de voltaje

El motor CD tiene como voltaje nominal  $90 [V]$ , no obstante, puede ser operado con menor voltaje, lo que es conveniente para las aplicaciones de interacción, las cuales implican bajas velocidades de operación, acotadas en el presente trabajo a  $10 [cm/s]$ . Es por ello que se considera un voltaje de operación menor al nominal, en este caso se propone  $24 [V]$ , el cual se consigue mediante una fuente de alimentación conmutada. Además se cuenta con un regulador de tensión del tipo convertidor *Step-Down LM2596*, el cual recibe como entrada los  $24 [V]$  de la fuente de alimentación y es regulado a  $5 [V]$  en su salida. Por otra parte, también se considera el uso de un driver para los motores CD, por lo que se propone el módulo puente H *BTS7960*, cuyo funcionamiento depende de un par de entradas digitales que se utilizan para conmutar el giro del motor y un par de señales PWM que serán amplificadas al voltaje de alimentación del módulo, el cual es de  $24 [V]$ . Estos elementos se pueden observar en la Figura 2.7.

## 2.2.2. Elementos diseñados

### 2.2.2.1. Diseño del soporte del motor

El motor CD será el encargado de transmitir el movimiento al mecanismo, por medio del acoplamiento de la flecha del motor con el tornillo de potencia, es por ello que se considera el diseño de un par de soportes para sujetar el motor y a su vez se considera una placa base, la cual sirve para fijar los soportes del motor a una estructura general y también provee la altura necesaria para lograr una colinealidad entre la flecha del motor y el tornillo. Dichos soportes y base se muestran en la Figura 2.8.

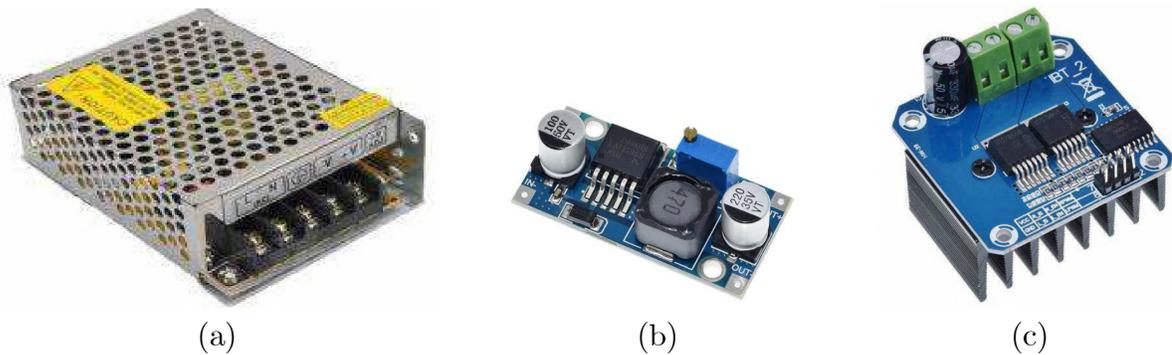


Figura 2.7: a) Fuente de alimentación de 24V, b) Regulador de tensión LM2596 y c) Puente H BTS7960.

#### 2.2.2.2. Diseño del módulo para la medición del desplazamiento angular

Si bien ya se ha realizado la selección de elementos que conforman al sistema, puede observarse que el mecanismo únicamente tiene como entrada una sección de eje, el cual forma parte del tornillo de potencia (ver Figura 2.1). Es por ello que, se propone colocar el codificador óptico al costado derecho del mecanismo y por medio de una transmisión por bandas y poleas, el desplazamiento angular del tornillo será transmitido al encoder, tal como se muestra en la Figura 2.9.

Entonces, el módulo para la medición angular está compuesto por un soporte para fijar el encoder, un par de soportes con baleros de bolas 608Z que son utilizados para sostener una flecha de acero inoxidable de 8mm de diámetro. Fijo al centro de dicha flecha se encuentra una polea dentada de Aluminio modelo *GT2-T40 W6, D8*. Por otra parte, después del acoplamiento entre el tornillo y la flecha del motor, se fija una segunda polea dentada de Aluminio modelo *GT2-T40 W6, D12* y mediante una banda se transmite el desplazamiento angular a la primer polea y por ende, es transmitida al encoder por medio de la unión de un acoplamiento entre la flecha del mismo encoder con la flecha de acero.

#### 2.2.2.3. Diseño del mecanismo para la medición de los sensores de fuerza

Mediante la acción del motor y el tornillo de potencia, se logra realizar el movimiento lineal del bloque de aluminio del mecanismo. Por lo tanto, dicho elemento móvil va a ser considerado como el efector final. Sin embargo, para efectuar una interacción con el dispositivo se requiere dotar al efector final de los sensores de fuerza propuestos, los FSR402. Para ello se propone colocar el par de sensores sobre la superficie superior del bloque de aluminio y para que puedan ser presionados y con ello obtener la medición de fuerza, se considera un mecanismo con la capacidad de hacer rotar un elemento (base rotativa) que contenga una geometría que permita realizar el contacto con las galgas (sensores de fuerza). Por lo tanto, la base rotativa estará fija a un eje de 8mm de diámetro apoyado sobre dos soportes. No obstante, si bien la base rotativa puede realizar el contacto con las galgas mediante un

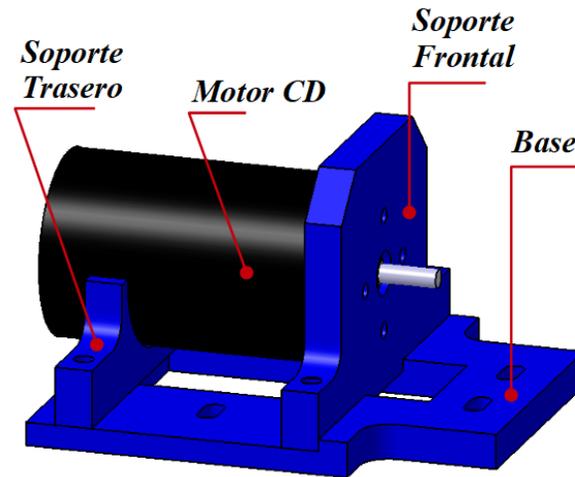


Figura 2.8: Soporte para fijar el motor y acoplar al mecanismo.

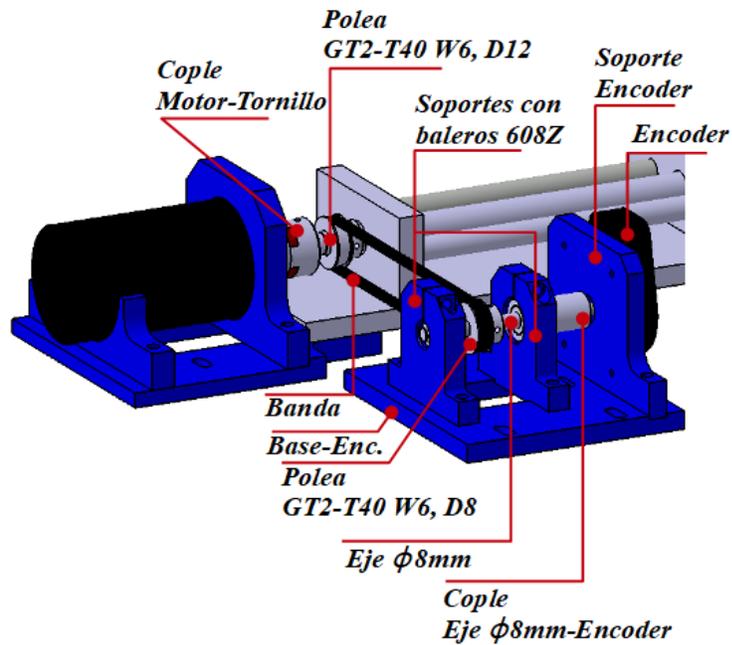


Figura 2.9: Elementos que forman parte del proceso de medición angular del tornillo.

giro horario o antihorario, no provee un movimiento ergonómico desde la perspectiva de un usuario. La solución a este problema se encuentra mediante la incorporación de un elemento elástico, en este caso una goma, la cual es colocada por debajo de la base rotativa y de este modo restringe su rotación a solo unos milímetros cuando la fuerza aplicada es lo suficiente para implicar la deformación del elemento elástico. Todos los elementos mencionados se pueden observar en la Figura 2.10.

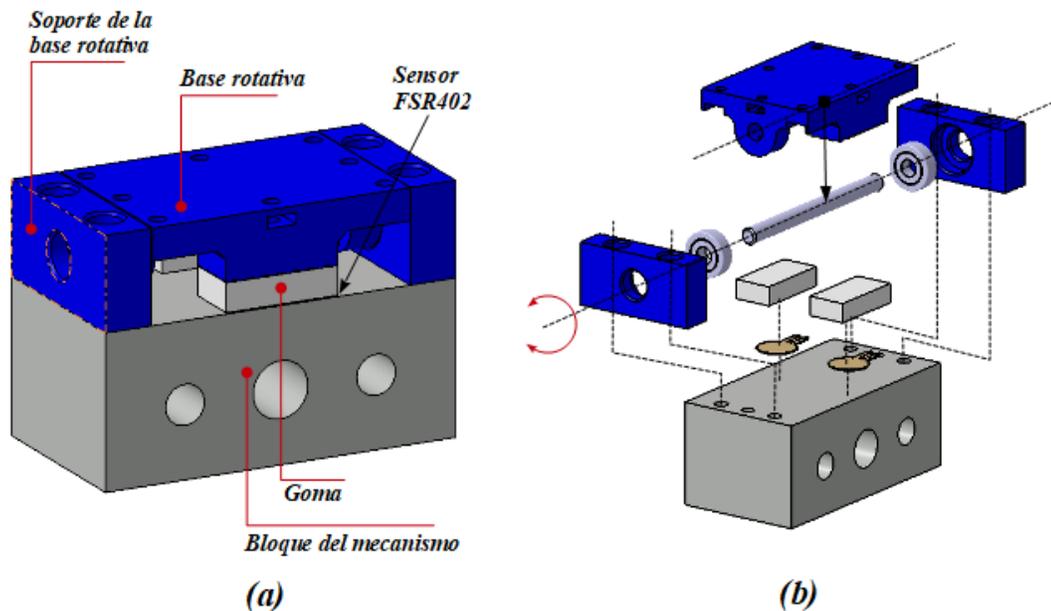


Figura 2.10: Mecanismo que permite la detección de fuerzas aplicadas mediante el uso de los sensores de fuerza FSR402: a) Elementos que forman parte del mecanismo y b) vista explosionada del mecanismo de sensado de fuerza.

#### 2.2.2.4. Diseño del efector final del sistema maestro y esclavo

El mecanismo del sensado de fuerza (ver Figura 2.10) permite el contacto mecánico sobre las galgas, debido al movimiento de la base rotatoria que implica la deformación de las gomas. Entonces, la base rotativa es la encargada de la transmisión de la fuerza, por lo que su diseño contempla un conjunto de agujeros con tuerca interior que permiten dotar a la base con un elemento para la aplicación de fuerzas.

Para el sistema maestro se ha considerado el diseño de una empuñadura, la cual se muestra en la Figura 2.11a, que puede ser atornillada sobre la base rotativa. De tal manera que, el usuario puede realizar la aplicación de la fuerza sobre el dispositivo mediante el tacto con la empuñadura, esto es, si aplica una fuerza hacia adelante de él, entonces va a inducir un desplazamiento de la base rotatoria en sentido anti-horario, lo que implica una deformación sobre la goma del sensor delantero. Por otra parte, si la fuerza aplicada es en sentido opuesto,

la base rotativa tiende a girar en sentido horario y la deformación producida se realiza sobre el sensor de la parte inferior.

La empuñadura satisface la ergonomía en la interacción de un usuario con el dispositivo, no obstante, el efector final del sistema esclavo depende de la tarea que se requiere realizar. En este caso, se propone realizar la interacción remota en pruebas de incisión de una aguja con objetos. Por lo tanto, se plantea un diseño que permita realizar las pruebas de incisión de forma preliminar, es decir, el diseño plantea únicamente la idea de un elemento que pueda sujetar el cuerpo de una jeringa médica, sin considerar el proceso de administración del medicamento. El diseño realizado es el que se muestra en la Figura 2.11b y que al igual que la empuñadura, el diseño del porta-jeringa es atornillado directamente sobre la base rotativa lo que implica que, al entrar en contacto la aguja con un objeto, la fuerza que es ejercida será transmitida a las galgas vía deformación de la goma en la inclinación de la base.

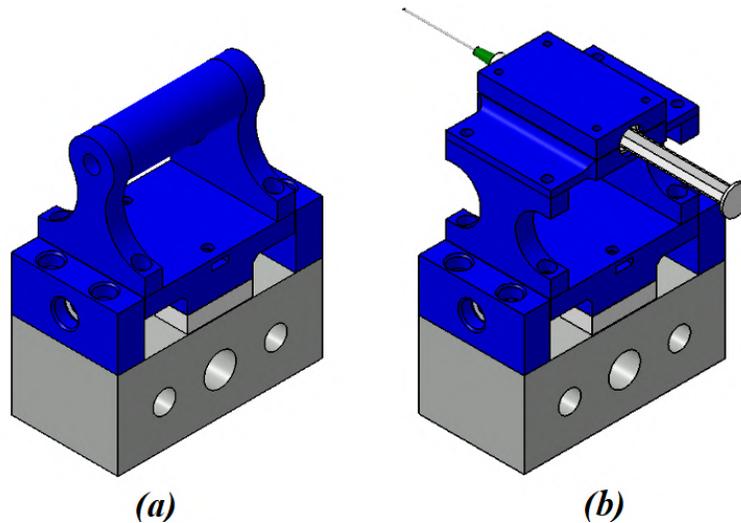


Figura 2.11: Diseño del efector final de los sistemas maestro/esclavo: a) Empuñadura para el efector final del sistema maestro y b) Porta-Jeringa para pruebas de incisión en el sistema esclavo.

### 2.2.3. Elementos complementarios

Se han descrito los elementos que permiten realizar la transmisión de movimiento, sensado de posición angular y la medición de la fuerza aplicada por un usuario o en la interacción con un entorno mediante un mecanismo sobre el elemento móvil del sistema (bloque de aluminio). Sin embargo, se requiere de ciertos elementos que integren y complementen al sistema completo, como:

■ **Caja o gabinete:** Será utilizado para colocar y fijar las tarjetas de desarrollo, drivers y todos los elementos electrónicos, además de resguardar el cableado en general.

■ **Caja para circuito de acondicionamiento:** Se instalará una caja ubicada al costado derecho del bloque móvil, con el propósito de proteger el circuito de acondicionamiento

de los sensores de fuerza.

■ **Soporte para finales de carrera:** Se propone dotar al mecanismo de un par de finales de carrera instalados en el extremo superior e inferior como medida de protección en el avance del elemento móvil.

■ **Estructura metálica:** Se requiere una estructura lo suficientemente rígida que permita fijar todos los elementos y se propone que sea una estructurada basa en perfiles PTR de acero ASTM A32 de sección transversal de 1.25x1.25".

■ **Tornillería:** Para realizar el ensamble de las piezas y fijar todos los elementos a la estructura se requiere utilizar un conjunto de tornillos de diversas medidas, además de considerar tornillos niveladores para corregir el desnivel que pueda existir en el sitio donde serán colocados los dispositivos maestro y esclavo.

En la Figura 2.12 se muestran los componentes complementarios mencionados.

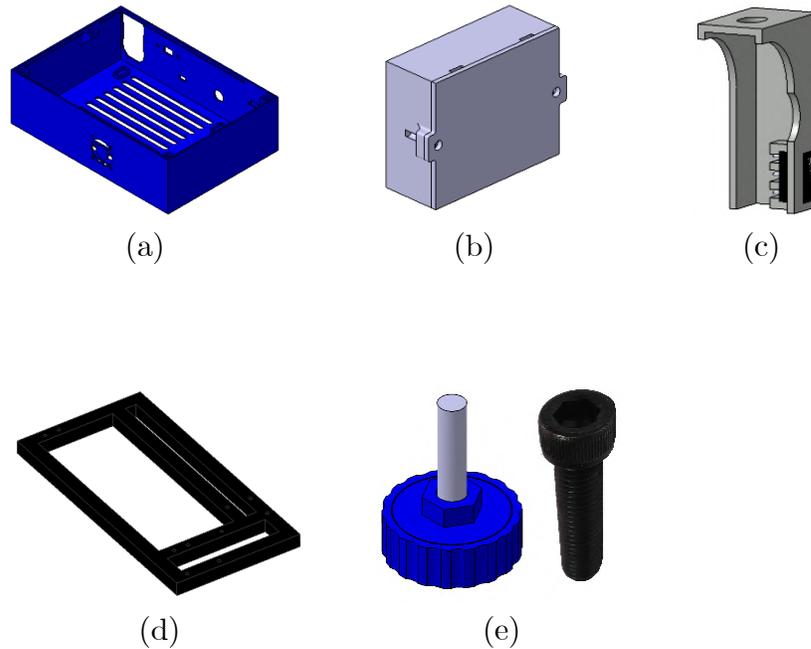


Figura 2.12: a) Caja o gabinete, b) Caja para circuito de acondicionamiento, c) Soporte para finales de carrera, d) Estructura metálica y e) Tornillería.

## 2.3. Diseño CAD de la plataforma experimental

De acuerdo a las especificaciones establecidas y la descripción de cada uno de los elementos que conforman a la plataforma experimental, se realiza el modelo completo CAD de los sistemas maestro y esclavo, cuyo resultado final es el que se muestra en la Figura 2.13.

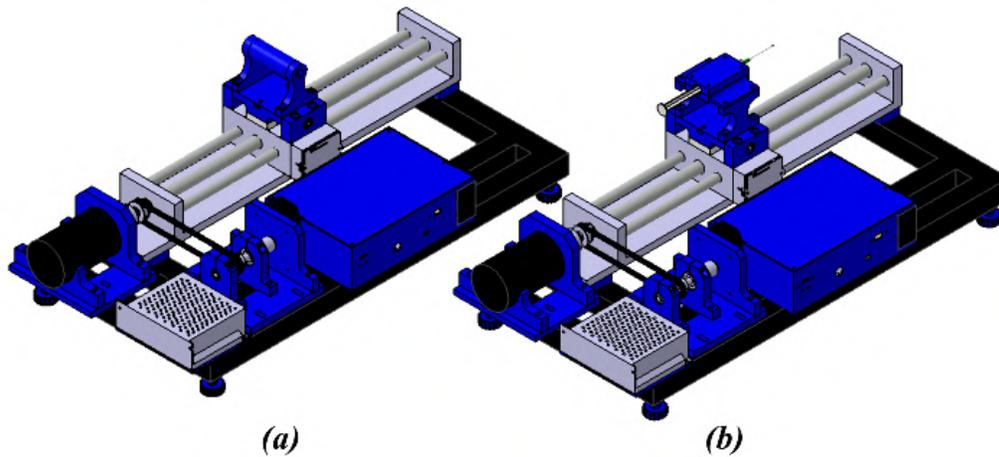


Figura 2.13: Modelo CAD de la plataforma experimental: a) Sistema maestro y b) Sistema esclavo.

## 2.4. Plataforma experimental

Una vez se ha desarrollado el modelo completo de la plataforma, de acuerdo con lo mostrado en la Figura 2.13, se procede a realizar la manufactura de la misma. Dado que los elementos propuestos como: soportes, bases y mecanismos, están diseñados para sostener elementos con poca inercia, implica que los esfuerzos que puedan presentar son de baja magnitud, por lo que se ha decidido realizar la manufactura de estos por medio de impresión 3D, mediante la técnica de deposición de material plástico. El material seleccionado es el PLA, cuyas propiedades mecánicas satisfacen requerimientos mínimos de carga, suficientes para las piezas a fabricar.

Por otra parte, y como se ha mencionado en elementos complementarios, se ha realizado el diseño y manufactura por medio de soldadura de una estructura con perfiles PTR de acero ASTM A36, el cual es utilizado para el montaje de todos los elementos, de esta manera la plataforma es lo suficientemente rígida y con la robustez que permite realizar las tareas de interacción. El sistema maestro y esclavo que conforman la plataforma experimental, así como sus elementos mecánicos y electrónicos son los que se muestran en la Figura 2.14 mientras que una vista secundaria se muestra en la Figura 2.15.

Por otra parte, los elementos que conforman la electrónica de cada dispositivo se encuentra en un gabinete, el cual se muestra en la Figura 2.16.

Dado que los sistemas maestro y esclavo están diseñados con las mismas especificaciones y elementos, implica que poseen los mismos parámetros. En la Tabla 2.1 se muestran los parámetros del sistema, dividido en parámetros del motor asociado al mecanismo de sensado y parámetros del mecanismo traslacional, los cuales se han aproximado mediante respuestas en lazo abierto y la metodología de aproximación de funciones de transferencia de segundo orden [40], cuyo procedimiento se muestra en el Apéndice A.

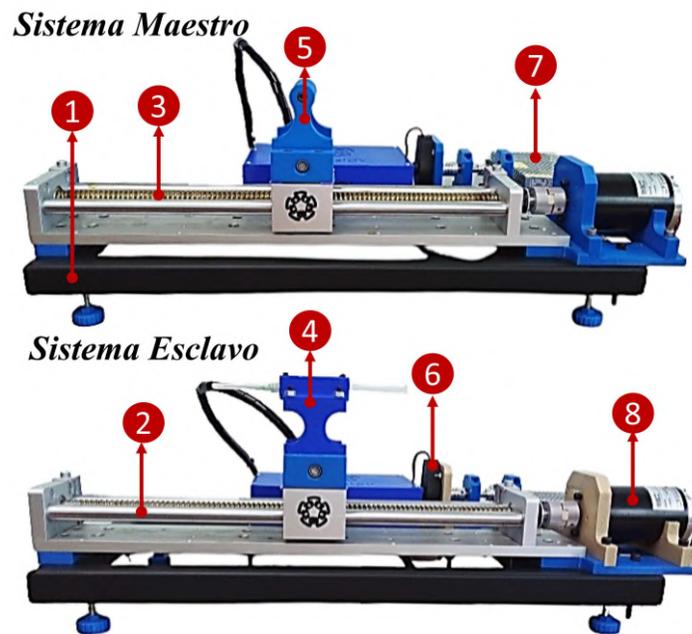


Figura 2.14: Vista lateral de la plataforma experimental: 1. Estructura metálica, 2. Guía lineal, 3. Tornillo de potencia, 4. Porta-Jeringa, 5. Empuñadura, 6. Encoder H6-2048, 7. Fuente de alimentación y 8. Motor CD.

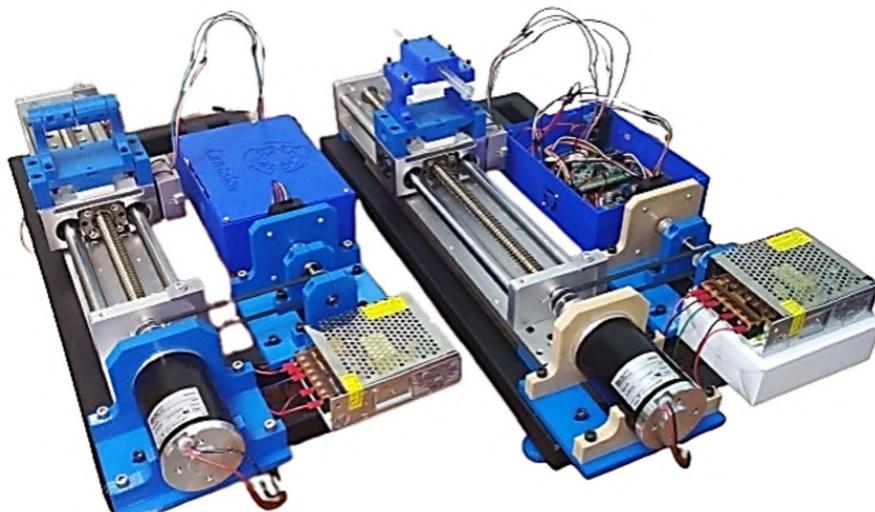


Figura 2.15: Vista auxiliar de la plataforma experimental.

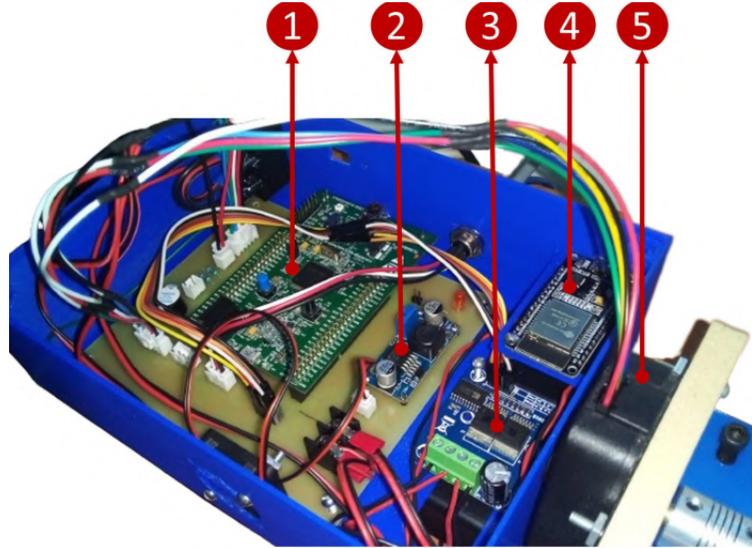


Figura 2.16: Integración de la electrónica: (1) STM32DISCOVERY, (2) Regulador LM2596, (3) Driver BTS7960, (4) ESP32 DEVKIT V1 y (5) Encoder H6-2048.

<b>Parámetros del motor acoplado al mecanismo de sensado</b>	
Resistencia de armadura ( $R_a$ )	18 [ $\Omega$ ]
Inductancia de armadura ( $L_a$ )	0.25 [mH]
Constante de par ( $k_m$ )	0.2368 [N m/ A]
Constante de velocidad ( $k_a$ )	0.237 [V s/ rad]
Inercia del motor ( $J_m$ )	$3.8 \times 10^{-5}$ [kg m <sup>2</sup> ]
Fricción del motor ( $b_m$ )	$2.3873 \times 10^{-7}$ [N m s/ rad]
<b>Parámetros del mecanismo</b>	
Relación cinemática del tornillo ( $\eta$ )	$\frac{0.005}{2\pi}$ [m/ rad]
Inercia equivalente del bloque ( $J_{eq}$ )	$1.0150 \times 10^{-4}$ [kg m <sup>2</sup> ]
Fricción equivalente del bloque ( $b_{eq}$ )	0.005726 [N m s/ rad]

Tabla 2.1: Parámetros del sistema.

# Capítulo 3

## Modelado matemático y controladores para robots

En el presente trabajo de tesis se ha realizado el diseño y construcción de una plataforma experimental (ver Capítulo 2) para llevar a cabo tareas de teleoperación bilateral, de acuerdo a las especificaciones establecidas, se han manufacturado el sistema maestro y esclavo con las mismas características, por lo tanto, es posible realizar estudios generalizados como el modelado matemático mediante la técnica de *Euler-Lagrange* [41] y a partir de ello, diseñar estrategias de control de posición y de complianza virtual pHRI basadas en el modelo.

### 3.1. Modelo matemático del mecanismo traslacional

Para el presente trabajo se considera la realización de una red de teleoperación bilateral de dos dispositivos mecánicos con movimiento traslacional actuados por un motor CD (corriente directa). Por lo que, se procede a obtener la ecuación dinámica que rige el comportamiento de dicho sistema.

Se considera que el mecanismo posee un bloque de masa  $m_b$  que tiene una traslación longitudinal sobre un sólo eje denotado  $x(t) \in \mathbb{R}$ , tal como se muestra en la Figura 3.1. El bloque es actuado por un motor CD acoplado y sin reducción a una transmisión por tornillo de potencia con inercia  $J_b$ , por lo que la relación cinemática que hay entre el desplazamiento angular del motor  $\theta_m(t) \in \mathbb{R}$  y el desplazamiento  $x(t)$  está dado por  $x = \eta\theta_m$ , con  $\eta = p_t/2\pi$  ( $p_t$  es el paso del tornillo de potencia). Además, se considera que existe la presencia de fricción viscosa en los rodamientos donde se apoya el tornillo de potencia y husillo denotada por  $b_r$ , así como también fricción  $b_b$  en la guía lineal.

A continuación, se obtienen las ecuaciones de movimiento del mecanismo traslacional considerando la técnica de modelado de Euler-Lagrange, considerando como coordenada generalizada el desplazamiento angular del tornillo de potencia, es decir,  $q = \theta_m$ .

La energía cinética  $K$  del mecanismo está dada por:

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}J_b\dot{\theta}_m^2 + \frac{1}{2}m_b\dot{x}^2 = \frac{1}{2}J_b\dot{q}^2 + \frac{1}{2}m_b\eta^2\dot{q}^2 \quad (3.1)$$

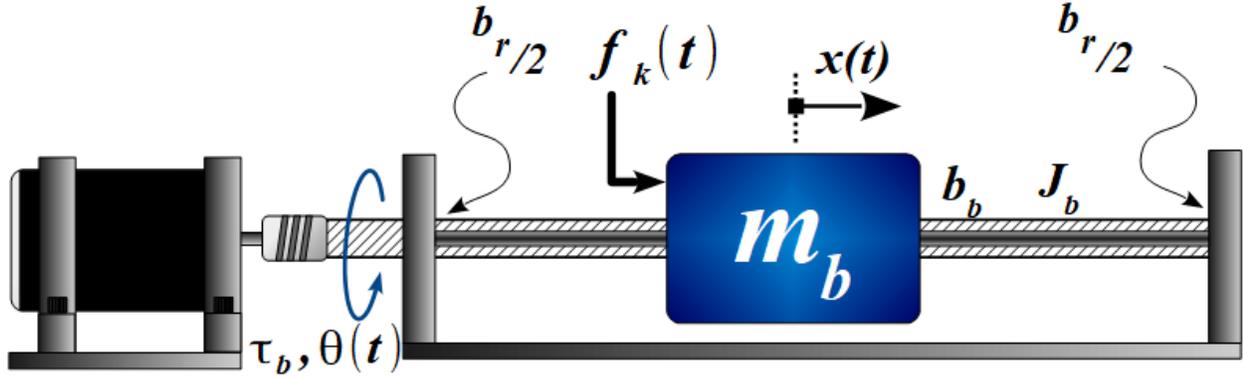


Figura 3.1: Mecanismo con movimiento traslacional bidireccional.

La energía potencial del sistema es nula, es decir,  $U = 0$ , ya que el sistema se encuentra restringido a un plano que no es afectado por la gravedad y no contiene elementos elásticos que almacenen energía.

Función de disipación de Rayleigh  $D(\dot{q})$ .

$$D(\dot{q}) = \frac{1}{2}b_r\dot{q}^2 + \frac{1}{2}b_b\eta^2\dot{q}^2 \quad (3.2)$$

La función de Lagrange en este caso, queda definida por la energía cinética ec. (3.1), es decir,  $\mathcal{L} = K$ , ya que no hay energía potencial.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(J_b + m_b\eta^2)\dot{q}^2 \quad (3.3)$$

La ecuación de movimiento del mecanismo se obtiene aplicando la siguiente expresión.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial\dot{q}} = Q_{ext} \quad (3.4)$$

donde  $Q_{ext} \in \mathbb{R}$  es la fuerza ó par aplicada al sistema, en este caso la entrada aplicada se debe a un torque en el tornillo  $\tau_b \in \mathbb{R}$  y una fuerza externa  $f_k(t) \in \mathbb{R}$ . El torque  $\tau_k$  que produce la fuerza aplicada  $f_k$  se obtiene aplicando el principio de trabajo virtual, el cual considera que el trabajo  $W$  total realizado para movimientos infinitesimales es  $\partial W = 0$ , esto es.

$$\begin{aligned} \partial W &= f_k \partial x = \tau_k \partial \theta_m = 0 \\ \tau_k &= \frac{\partial x}{\partial \theta_m} f_k \end{aligned}$$

La relación cinemática del tornillo está dada por  $x = \eta\theta_m$ , al diferenciar con respecto al tiempo se tiene,

$$\dot{x} = \eta \dot{\theta}_m \Rightarrow \partial x = \eta \partial \theta_m$$

esto implica que la relación  $\frac{\partial x}{\partial \theta_m} = \eta$ , por lo tanto, el torque  $\tau_k$  generado por la fuerza externa  $f_k$  esta dado por  $\tau_k = \eta f_k$ . Por lo tanto,  $Q_{ext} = \tau_b + \eta f_k$ .

Con  $Q_{ext}$  definido y empleando la función de Lagrange ec. (3.3), se resuelve la ec. (3.4), obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) &= (J_b + m_b \eta^2) \ddot{q}, & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} &= 0, \\ \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} &= (b_r + b_b \eta^2) \dot{q} \end{aligned}$$

La ecuación de movimiento del mecanismo está dada por:

$$(J_b + m_b \eta^2) \ddot{q} + (b_r + b_b \eta^2) \dot{q} = \tau_b + \eta f_k \quad (3.5)$$

o bien, considerando inercia y fricción equivalente se tiene que el modelo matemático del mecanismo es:

$$J_{eq} \ddot{\theta}_m + b_{eq} \dot{\theta}_m = \tau_b + \eta f_k \quad (3.6)$$

con  $J_{eq} = (J_b + m_b \eta^2)$ ,  $b_{eq} = (b_r + b_b \eta^2)$  y recordando que  $q = \theta_m$ .

Ahora se considera como actuador un motor de corriente directa (CD) que tiene como entrada un voltaje  $e(t) \in \mathbb{R}$  en sus terminales y como salida la posición angular  $\theta_m$  en el rotor con un par  $\tau \in \mathbb{R}$ , tal como se muestra en el esquema de la Figura 3.2.

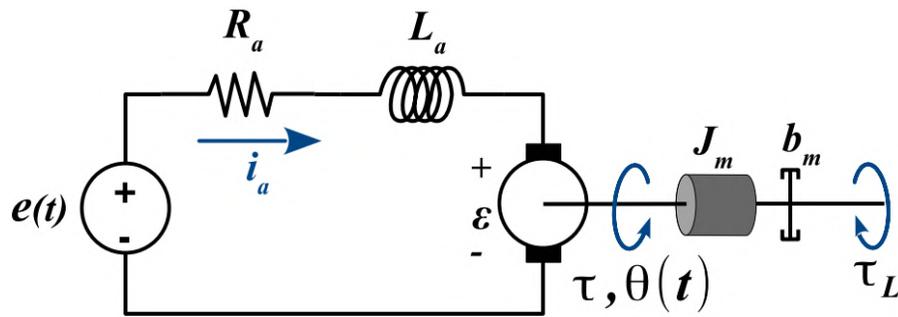


Figura 3.2: Diagrama esquemático de un motor CD.

El diagrama esquemático del motor CD está representado por un sistema eléctrico y uno mecánico. Para la parte eléctrica se tiene la resistencia de armadura  $R_a$ , la inductancia de armadura  $L_a$  y la fuerza contraelectromotriz  $\varepsilon$ . Realizando el análisis del circuito mediante la ley de Kirchhoff se obtiene la expresión que rige la dinámica de la malla del circuito.

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + \varepsilon = e(t) \quad (3.7)$$

La fuerza contraelectromotriz  $\varepsilon$  que se genera en las terminales del motor CD es proporcional a la velocidad angular del rotor, es decir,

$$\varepsilon = k_a \dot{\theta}_m \quad (3.8)$$

donde  $k_a$  se le conoce como la constante de velocidad.

Por lo que la dinámica de la parte eléctrica del motor es:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + k_a \dot{\theta}_m = e(t) \quad (3.9)$$

Para la parte mecánica se tiene un rotor con inercia  $J_m$ , se considera que existe la presencia de fricción viscosa  $b_m$  en los rodamientos donde se encuentra apoyado el rotor, además se considera un par  $\tau_L$  que interpreta la existencia de la carga aplicada al rotor. La expresión que representa la dinámica del rotor del motor CD se obtiene mediante la aplicación de la segunda ley de Newton, esto es:

$$\begin{aligned} J_m \ddot{\theta}_m &= \tau - b_m \dot{\theta}_m - \tau_L \\ J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m &= \tau - \tau_L \end{aligned} \quad (3.10)$$

El par  $\tau$  del motor en ese caso es proporcional a la corriente de armadura, es decir,

$$\tau = k_m i_a \quad (3.11)$$

donde  $k_m$  es la constante de par.

Por lo que la dinámica rotacional en el eje del motor CD es:

$$J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m = k_m i_a - \tau_L \quad (3.12)$$

El acoplamiento de las ecuaciones dinámicas, tanto del mecanismo ec. (3.6) como del motor CD ecs. (3.9) y (3.12) se realiza considerando que el par  $\tau_b$  aplicado al mecanismo representa la carga  $\tau_L$  que se considera en el rotor del motor, por lo que se tiene que  $\tau_b = \tau_L$ , entonces al sustituir la dinámica del mecanismo ec. (3.6) en la ec. (3.12) se obtiene la dinámica completa de la parte mecánica del sistema, esto es:

$$(J_m + J_{eq}) \ddot{\theta}_m + (b_m + b_{eq}) \dot{\theta}_m = k_m i_a + \eta f_k \quad (3.13)$$

Las expresiones dinámicas del sistema se pueden expresar en términos del desplazamiento  $x(t)$  del bloque del servomecanismo, para ello se sustituye la relación cinemática  $\theta_m = \frac{1}{\eta} x$  en las ecs. (3.9) y (3.13), por lo que se tienen las siguientes expresiones:

$$\eta L_a \frac{di_a}{dt} + \eta R_a i_a + k_a \dot{x} = \eta e(t) \quad (3.14)$$

$$M\ddot{x} + B\dot{x} = \frac{1}{\eta}k_m i_a + f_k \quad (3.15)$$

donde  $M = (J_m + J_{eq})/\eta^2$  y  $B = (b_m + b_{eq})/\eta^2$  son la masa y fricción equivalente de todo el sistema.

Las ecs. (3.14) y (3.15) que rigen la dinámica completa del sistema se pueden representar en el espacio de estados considerando  $x_E = i_a$ ,  $x_1 = x(t)$ ,  $x_2 = \dot{x}(t)$ ,  $u = e(t)$ , esto es,

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= \frac{1}{\eta L_a} \{-\eta R_a x_E - k_a x_2 + \eta u\} \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -B x_2 + \frac{1}{\eta} k_m x_E + f_k \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Reescribiendo las expresiones anteriores despreciando el efecto de la fuerza  $f_k$  en la forma matricial  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$ ,  $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$   $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{R_a}{L_a} & 0 & -\frac{k_a}{\eta L_a} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_m}{\eta M} & 0 & \frac{B}{M} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_E \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u \quad (3.17)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} x_E \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1$$

## 3.2. Esquemas de control

En el presente trabajo se desarrollan esquemas de control individuales para el sistema maestro y esclavo, los cuales permiten modificar de manera virtual los parámetros del sistema, por medio de controladores compliantes. En el contexto de robótica, los controladores compliantes realizan la modificación de las propiedades mecánicas de un sistema mediante un lazo de control retroalimentado, en otras palabras, al sistema se le impondrá un efecto inercial, amortiguamiento y rigidez de forma virtual. El propósito del diseño e implementación de esta clase de controladores se realiza para que la interacción entre un operador humano y un dispositivo mecánico sea segura confortable, de la misma forma entre un dispositivo que interactúa con un objeto o entorno. En este caso, se realiza el análisis de control para imponer parámetros deseados de masa  $\bar{m}$ , amortiguamiento  $\bar{b}$ , y rigidez  $\bar{k}$  con  $\bar{m}, \bar{b}, \bar{k} > 0$  mediante controladores de impedancia y admitancia.

### 3.2.1. Control de posición basado en el modelo

Como análisis preliminar a los controladores de complianza virtual (impedancia y admitancia), se realiza el diseño de una estrategia de control para el seguimiento de trayectorias, el cual provee la estructura general para la descripción del controlador de impedancia, mismo que será empleado para la implementación del controlador de admitancia. Esta estrategia de control está compuesta por una ley de control basada en el modelo y la retroalimentación de estados [42].

La dinámica del sistema ecs. (3.14) y (3.15) se rige por una dinámica eléctrica y mecánica, por lo tanto, se considera diseñar una estrategia de control para cada dinámica, esto da lugar a un control por par calculado para que la dinámica del error propuesta tenga convergencia a cero y a su vez dicho par calculado será la estructura deseada para el control de corriente de armadura  $i_a$  que gobierna la dinámica eléctrica con entrada de voltaje del motor  $e(t)$ . Entonces, bajo esta consideración se tiene la siguiente representación en el espacio de estados del sistema ec. (3.16) considerando que la entrada de la parte mecánica es el torque de motor  $\tau = k_m x_E$ .

$$\dot{x}_E = \frac{1}{\eta L_a} \{-\eta R_a x_E - k_a x_2 + \eta u\} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -B x_2 + \frac{1}{\eta} \tau + f_k \right\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para que el sistema tenga convergencia en un estado de equilibrio  $x^*$  distinto al trivial, es decir,  $(\dot{x}_E^*, x_1^*, x_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$  se realiza la representación en el espacio de estados de la dinámica considerando los estados de equilibrio deseados, es decir,

$$\dot{x}_E^d = \frac{1}{\eta L_a} \{-\eta R_a x_E^d - k_a x_2^d + \eta u^d\} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^d &= x_2^d \\ \dot{x}_2^d &= \frac{1}{M} \left\{ -B x_2^d + \frac{1}{\eta} \tau^d \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

A partir de esto, se forma la siguiente dinámica del error,

$$\dot{\tilde{x}}_E = \frac{1}{\eta L_a} \{-\eta R_a \tilde{x}_E - k_a \tilde{x}_2 + \eta \tilde{u}\} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -B \tilde{x}_2 + \frac{1}{\eta} \tilde{\tau} + f_k \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde  $\tilde{x}_1 = x_1 - x_1^d$ ,  $\tilde{x}_2 = x_2 - x_2^d$ ,  $\tilde{x}_E = x_E - x_E^d$  y  $x_E = \frac{1}{k_m} \tau$ ,  $x_E^d = \frac{1}{k_m} \tau^d$ .

El planteamiento considerado para el control de posición consiste en el diseño de una ley de control para la dinámica mecánica y posteriormente una ley de control para la dinámica eléctrica, para ambos casos, la ley de control se basa en que los estados del error tiendan a cero de forma asintótica. La ley de control para la dinámica mecánica, considerando la dinámica del error ec. (3.23) esta dada por:

$$\tilde{\tau} = \eta \{B\tilde{x}_2 - f_k + M(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1)\}$$

Por lo que el torque  $\tau$  está dado por:

$$\begin{aligned} \tau &= \eta \{B\tilde{x}_2 - f_k + M(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1)\} + \tau^d \\ \tau &= \eta \{B\tilde{x}_2 - f_k + M(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1)\} + \eta (M\dot{x}_2^d + Bx_2^d) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Sustituyendo la ley de control  $\tau$  en la dinámica mecánica se obtiene la siguiente dinámica en lazo cerrado,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -Bx_2 + \frac{1}{\eta} \left[ \eta \{B\tilde{x}_2 - f_k + M(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1)\} + \eta (M\dot{x}_2^d + Bx_2^d) \right] + f_k \right\} \end{aligned}$$

Simplificando se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Esto implica que, se tiene un único estado de equilibrio en  $(\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0)^T$ .

Por otra parte, considerando la dinámica del error de la dinámica eléctrica ec. (3.22) se propone la siguiente ley de control  $\tilde{u}$ .

$$\tilde{u} = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \}$$

Por lo que, la entrada de control  $u(t)$  queda definida como:

$$u = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} + u^d$$

esto es:

$$u = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} + \frac{1}{\eta} (\eta L_a \dot{x}_E^d + \eta R_a x_E^d + k_a x_2^d) \quad (3.26)$$

Sustituyendo la entrada de control  $u$  ec. (3.26) en el modelo de la dinámica eléctrica se tiene la siguiente dinámica en lazo cerrado.

$$\dot{x}_E = \frac{1}{\eta L_a} \left\{ -\eta R_a x_E - k_a x_2 + \eta \left[ \frac{1}{\eta} \{ \eta R \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} \right. \right. \\ \left. \left. \cdots + \frac{1}{\eta} (\eta L_a \dot{x}_E^d + \eta R_a x_E^d + k_a x_2^d) \right] \right\}$$

Simplificando se tiene,

$$\dot{\tilde{x}}_E = -\kappa_E \tilde{x}_E \tag{3.27}$$

Y a su vez, esto implica que la dinámica eléctrica en lazo cerrado tiene un único estado de equilibrio en  $\tilde{x}_E^* = 0$ .

En la Figura 3.3 se muestra el diagrama a bloques representativo del controlador de posición basado en el modelo para la implementación sobre el sistema (mecanismo traslacional).

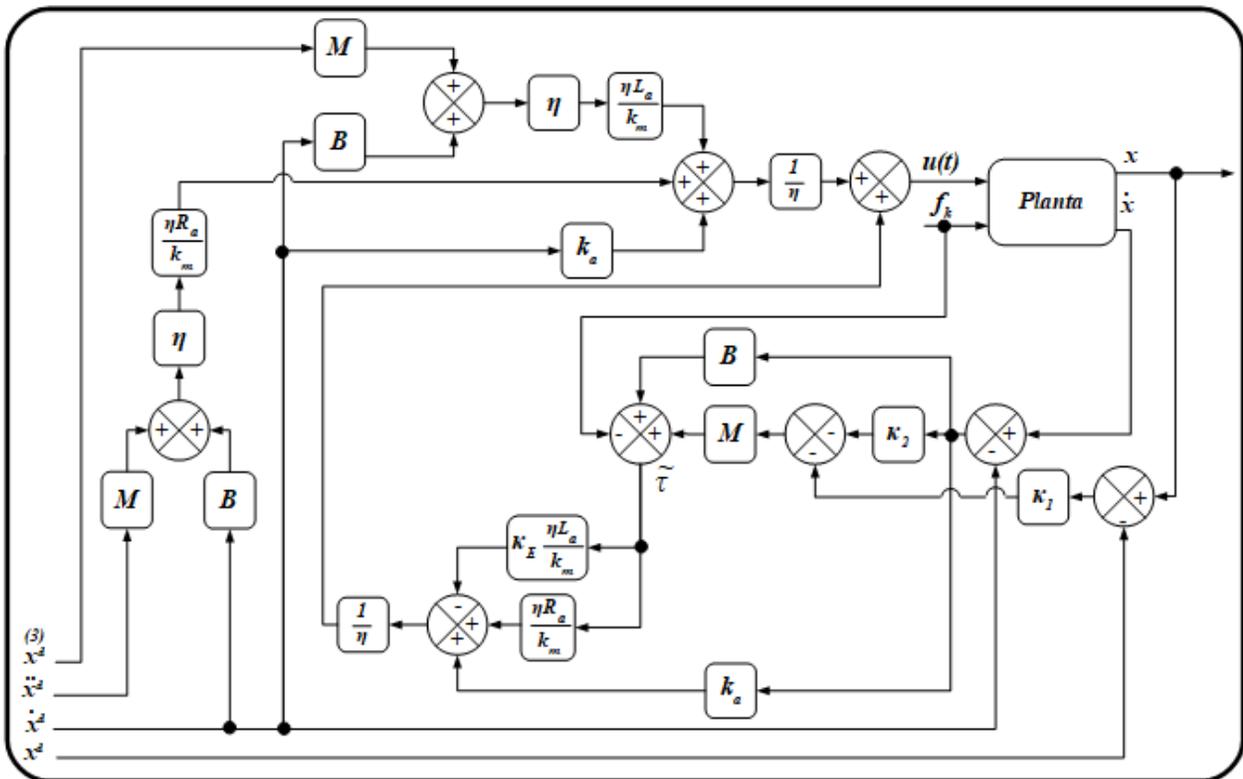


Figura 3.3: Diagrama a bloques que describe el controlador de posición sobre el mecanismo traslacional.

**Lema 1** *El sistema mecánico traslacional, con dinámica ecs. (3.18) y (3.19) y ley de control:*

$$\begin{aligned}\tau &= \eta \{B\tilde{x}_2 - f_k + M(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1)\} + \eta (M\dot{x}_2^d + Bx_2^d), \\ u &= \frac{1}{\eta} \{\eta R\tilde{x}_E + k_a\tilde{x}_2 + \eta L_a(-\kappa_E\tilde{x}_E)\} + \frac{1}{\eta} (\eta L_a\dot{x}_E^d + \eta R_a x_E^d + k_a x_2^d), \\ \text{con } \tilde{x}_1 &= x_1 - x_1^d, \tilde{x}_2 = x_2 - x_2^d, \tilde{x}_E = x_E - x_E^d \text{ y } x_E = \frac{1}{k_m}\tau, x_E^d = \frac{1}{k_m}\tau^d\end{aligned}$$

*tiene estabilidad asintótica global sobre la dinámica del error ec. (3.22) y (3.23) con  $\kappa_E, \kappa_1, \kappa_2 > 0$ , en el equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$ .*

**Demostración.** Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov definida positiva,

$$V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{1}{2}\tilde{x}_E^2 + \frac{1}{2}\kappa_1\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{x}_2^2$$

Se garantiza que la función  $V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \geq 0$ , con  $\kappa_1 > 0$ .

Derivando la función candidata de Lyapunov  $V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$  a lo largo de las trayectorias.

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) &= \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_E} \dot{\tilde{x}}_E + \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_1} \dot{\tilde{x}}_1 + \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_2} \dot{\tilde{x}}_2 \\ &= \tilde{x}_E(-\kappa_E\tilde{x}_E) + \kappa_1\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + \tilde{x}_2(-\kappa_2\tilde{x}_2 - \kappa_1\tilde{x}_1) = -\kappa_E\tilde{x}_E^2 - \kappa_2\tilde{x}_2^2\end{aligned}$$

La función  $\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$  es semidefinida negativa, es decir,  $\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \geq 0$ , con  $\kappa_2, \kappa_E > 0$ , no obstante, dicha condición implica que el sistema es estable. Aplicando el *Teorema de La Salle* [43], se obtienen las condiciones para garantizar estabilidad asintótica en el estado de equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$ , para ello se define el máximo conjunto invariante  $\Omega$ , de la siguiente manera:

$$\Omega = \left\{ \tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \mid \dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 0 \right\}$$

Para que la función  $\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 0$ , implica que los estados  $\tilde{x}_E, \tilde{x}_2$  deben ser  $\tilde{x}_E = \tilde{x}_2 = 0$ , y sustituyendo en la dinámica en lazo cerrado ecs. (3.27) y (3.25) se tiene que  $\tilde{x}_1 = 0$ , por lo que el máximo conjunto invariante  $\Omega$  es  $(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)^T = (0, 0, 0)^T$ , y dado que sólo existe un estado de equilibrio, la dinámica del mecanismo ec. (3.16) con control  $\tau, u$  es estable asintóticamente en forma global en el equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$ . ■

### 3.2.1.1. Resultados experimentales del control de posición basado en el modelo

A continuación, se muestran los resultados experimentales del controlador de posición, considerando el seguimiento de trayectorias del tipo polinomial y sinusoidal.

Para la trayectoria polinomial se realiza una planificación de desplazamiento donde el mecanismo se traslade de un punto inicial  $x_0^d$  en un tiempo inicial  $t_0$  a un punto final  $x_f^d$  con un

tiempo final  $t_d$  de forma suave, por lo que, se considera la implementación de una trayectoria polinomial de noveno grado (ver Apéndice B), el cual garantiza velocidad, aceleración y jerk nulos en el instante inicial y final de los puntos  $x_i^d, x_f^d$ , es decir,  $\dot{x}_i^d = \ddot{x}_i^d = x_i^{d(3)} = x_i^{d(4)} = 0$  y  $\dot{x}_f^d = \ddot{x}_f^d = x_f^{d(3)} = x_f^{d(4)} = 0$ .

La expresión que describe la trayectoria polinomial de noveno grado está dada por,

$$x^d(t) = \begin{cases} x_0^d & , \quad 0 \leq t < t_0 \\ \sum_{i=0}^9 r_i t^i & , \quad t_0 \leq t < t_f \\ x_f^d & , \quad t \geq t_f \end{cases} \quad (3.28)$$

donde  $r_i$  son los coeficientes del polinomio de noveno grado, cuyo valor dependen de los instantes iniciales y finales deseados, es decir,  $r_i(x_0^d, x_f^d, t_0, t_f)$ , cuya representación está descrita en el Apéndice B. Los parámetros iniciales y finales propuestos para la obtención de los resultados experimentales son:  $t_0 = 3$  [s],  $t_f = 13$  [s],  $x_0 = 0$  [m] y  $x_f = 0.15$  [m].

En la Figura 3.4 se muestra el comportamiento del sistema en el seguimiento de la trayectoria polinomial ec. (3.28), donde puede apreciarse que el desplazamiento  $x(t)$  del bloque de masa equivalente  $M$  sigue de manera eficiente la trayectoria planificada, por lo que llega de forma suave al valor final de  $x_f = 0.15$  [m]. La evolución del voltaje del control  $u(t)$  para el motor muestra que tiene un valor máximo que llega a los 10 [V] justo en el punto de inflexión de la curva polinomial, alrededor de los 8 [s]. El eficiente seguimiento de la trayectoria se refleja en el error en el seguimiento, el cual tiene como pico máximo 0.4 [mm], donde se encuentra el punto de inflexión de la trayectoria deseada.

Por otra parte, se realiza la implementación de un seguimiento de trayectoria descrita por una función sinusoidal, es decir,

$$\begin{aligned} x^d(t) &= X^d \sin(\omega t), \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde  $X^d$  es la amplitud de la función,  $\omega$  la frecuencia en [rad/s] y  $T$  es el periodo de la función. Los parámetros de la trayectoria deseada  $x^d(t)$  ec. (3.29) son:  $X^d = 0.1$  [m] y  $T = 15$  [s].

El comportamiento del sistema con la trayectoria deseada tipo sinusoidal ec. (3.29) es el que se muestra en la Figura 3.5, donde se puede observar nuevamente que el seguimiento de la trayectoria se realiza de manera eficiente a lo largo del tiempo, aun cuando se ha aplicado una fuerza de perturbación aproximadamente en los instantes de tiempo 28 [s] y 35 [s]. Perturbación que ha sido corregida por el controlador de forma inmediata para que el error de seguimiento  $\tilde{x}$  sea menor a 1 [mm], misma que oscila entre los  $\pm 0.4$  [mm] aproximadamente durante el seguimiento sin perturbación.

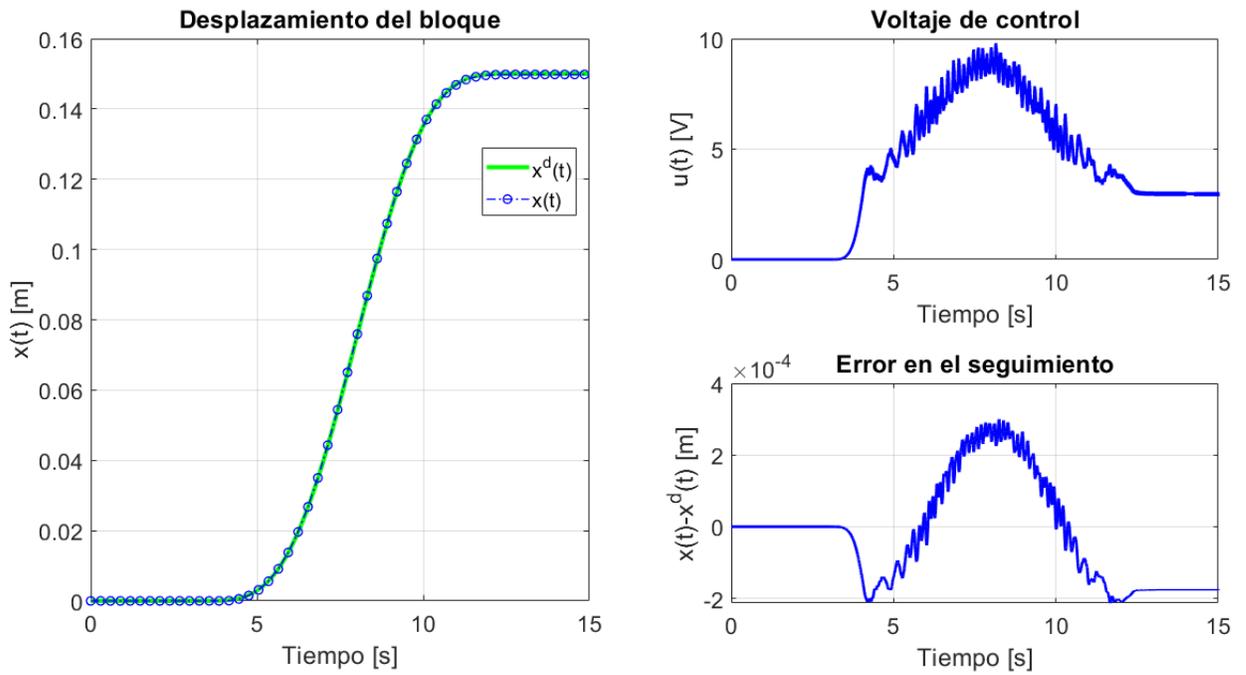


Figura 3.4: Comportamiento del sistema con trayectoria polinomial deseada.

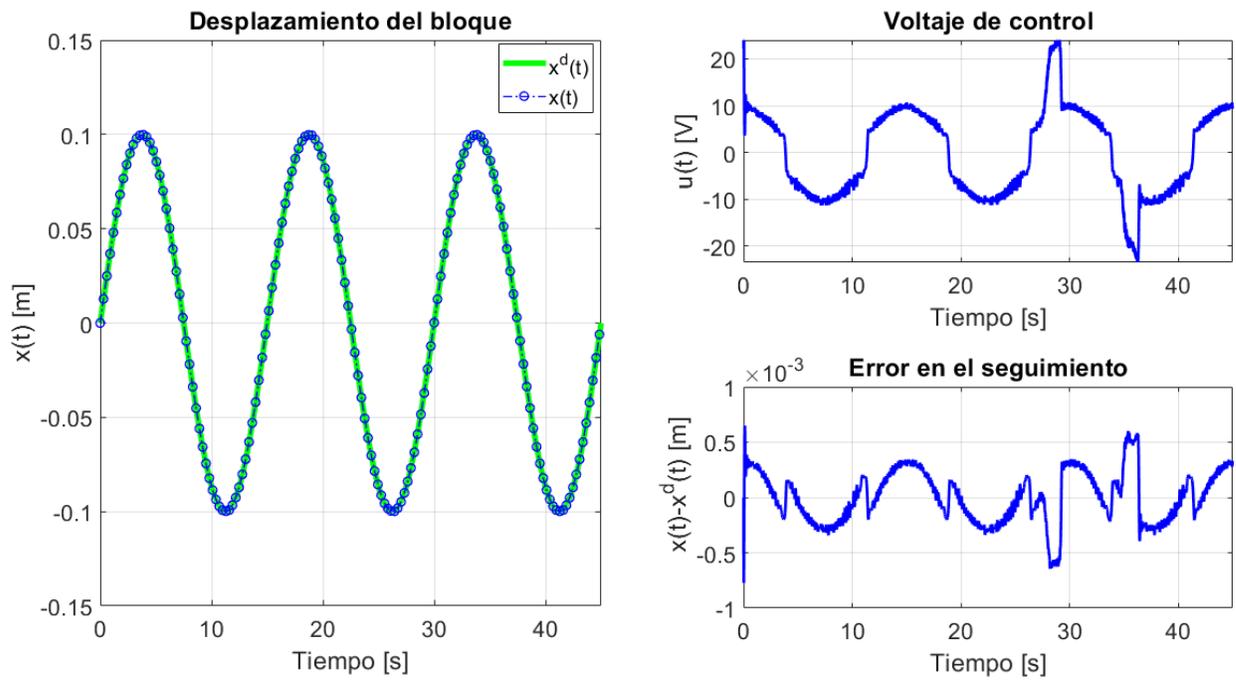


Figura 3.5: Comportamiento del sistema con trayectoria sinusoidal deseada.

### 3.2.2. Controlador de impedancia

El controlador de impedancia es comúnmente aplicado en el ámbito de la robótica cuando se requiere una interacción física robot-humano que garantice la integridad de un operador humano o del mismo entorno. Es por ello, que es una opción recurrente para su implementación en dispositivos de rehabilitación y sistemas cooperativos con robots manipuladores. El control de impedancia descrito por Hogan [2], establece que hay una relación entre la fuerza/posición para los términos de bajo orden y fuerza/velocidad para los términos de mayor orden.

El controlador de impedancia tiene la finalidad de modificar la impedancia del sistema, en ese sentido, mediante la ley de control se establecen nuevos parámetros mecánicos que otorguen una interacción cómoda y segura, es por ello que, a continuación se define el modelo de impedancia para la ley de control.

#### 3.2.2.1. Modelo de impedancia

Es común relacionar el concepto de impedancia con los circuitos eléctricos, ya que la impedancia define la oposición del flujo de la corriente eléctrica sobre un conductor entre una diferencia de potencial. Para ver esto, se considera el circuito eléctrico RLC que se muestra en la Figura 3.6, el cual puede ser representado como una sola impedancia  $Z(s)$  en el dominio de la variable compleja  $s$ .

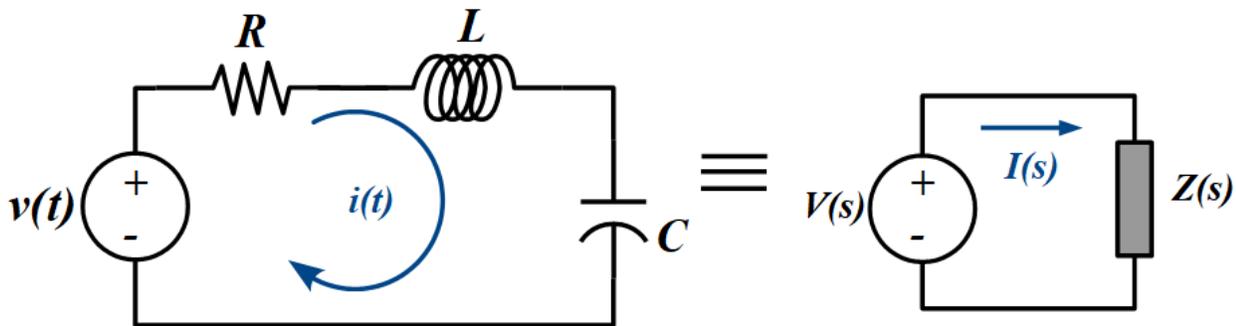


Figura 3.6: Circuito RLC y su impedancia equivalente  $Z(s)$ .

La representación matemática de la impedancia  $Z(s)$  es obtenida mediante la aplicación de la sumatoria de tensiones en la malla, esto es,

$$v(t) = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

Aplicando la transformada de Laplace se obtiene la relación voltaje-corriente, la cual es,

$$\frac{V(s)}{I(s)} = Ls + R + \frac{1}{Cs} = Z(s) \quad (3.30)$$

Por otra parte, si se considera el sistema masa-resorte-amortiguador, tal como se muestra en la Figura 3.7, cuya representación matemática en el dominio de  $s$  está dado por,

$$\left( ms + b + \frac{k}{s} \right) sX(s) = F(s) \quad (3.31)$$

Relacionando dicha expresión ec. (3.31) con los términos de la impedancia equivalente eléctrica ec. (3.30) se puede observar que hay una relación mecánica-eléctrica donde  $m \sim L$ ,  $b \sim R$  y  $k \sim \frac{1}{C}$ , esto implica que la fuerza es equivalente al voltaje  $F(s) \sim V(s)$  y la velocidad a la corriente  $sX(s) \sim I(s)$ , de tal manera que la impedancia mecánica  $Z(s)$  es la relación fuerza/velocidad y está expresado como:

$$\frac{F(s)}{sX(s)} = ms + b + \frac{k}{s} = Z(s) \quad (3.32)$$

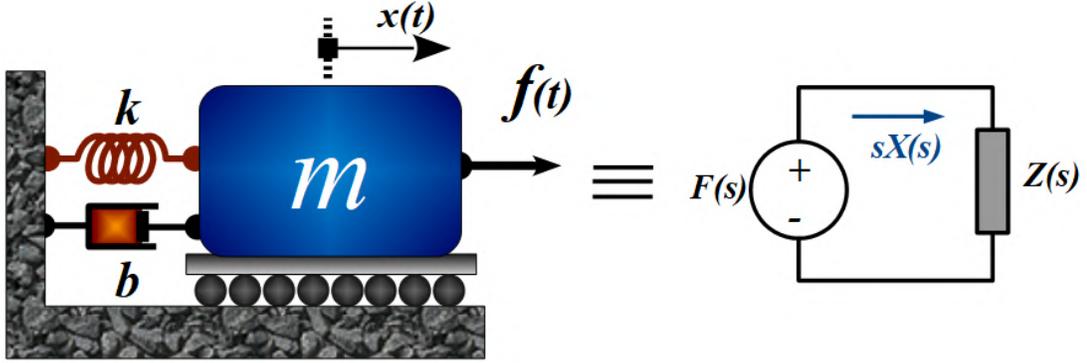


Figura 3.7: Sistema masa-resorte-amortiguador de 1 GDL y su equivalencia eléctrica con impedancia equivalente  $Z(s)$ .

De acuerdo con la expresión ec. (3.32), la impedancia mecánica del sistema  $Z(s)$  se encuentra en función de los parámetros del sistema, es decir,  $Z(m, b, k)$ , por lo que un cambio en estos parámetros permite aumentar o disminuir la impedancia. Ahora, cuando se trata de un sistema cuya coordenada generalizada sea precedida de una transmisión de engranes o tornillo de potencia como en el caso del presente trabajo, los parámetros mecánicos son escalados por la relación cinemática de transmisión produciendo parámetros inerciales y de fricción de gran magnitud, lo que implica que se tiene un sistema de alta impedancia y requiere de fuerzas de gran magnitud para que el sistema pueda realizar un desplazamiento.

Bajo esta consideración, se define el modelo de impedancia  $Z^*(s)$  que se desea imponer al sistema mecánico traslacional, el cual se encuentra en función de parámetros inerciales, rigidez y amortiguamiento deseados  $\bar{m}, \bar{b}, \bar{k} > 0$ , así como también de estados de equilibrio  $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0$ , esto es,

$$Z^*(s) = \frac{F_k(s)}{sX(s) - sX_0(s)} = \frac{\bar{m}s^2 + \bar{b}s + \bar{k}}{s} \quad (3.33)$$

donde  $F_k(s)$  representa la fuerza que se aplica al sistema, la cual puede ser inducida por un usuario o la reacción del mecanismo con un entorno.

### 3.2.2.2. Esquema de control de impedancia

Para imponer el modelo de impedancia ec. (3.33) sobre el sistema ec. (3.16) se considera la estructura del esquema de control de posición, ya que el control basado en el modelo con retroalimentación de estados realiza la cancelación dinámica del sistema y de esta manera, se impone el modelo de impedancia. La representación general del controlador de impedancia sobre el sistema se muestra en la Figura 3.8.

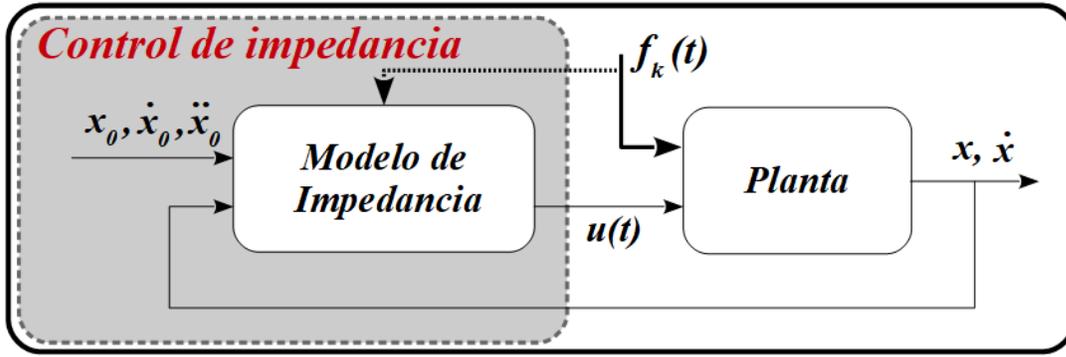


Figura 3.8: Diagrama general de un controlador de impedancia.

Del modelo del mecanismo, representado en el espacio de estados ec. (3.16) se construye la siguiente dinámica del error,

$$\dot{\tilde{x}}_E = \frac{1}{\eta L_a} \{-\eta R_a \tilde{x}_E - k_a \tilde{x}_2 + \eta \tilde{u}\} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -B \tilde{x}_2 + \frac{1}{\eta} \tilde{\tau} + f_k \right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

a diferencia del controlador de posición, los estados del error no dependen de estados deseados  $x_1^d, x_2^d, x_E^d$ , sino, de los estados de equilibrio  $x_{10} = x_0, x_{20} = \dot{x}_0$  y  $x_{E0}$ , por lo tanto  $\tilde{x}_E = x_E - x_E^d, \tilde{x}_1 = x_1 - x_{10}$  y  $\tilde{x}_2 = x_2 - x_{20}$ .

La ley de control para la dinámica mecánica, considerando la dinámica del error ec. (3.34) está dada por:

$$\tilde{\tau} = \eta \left\{ B \tilde{x}_2 - f_k + M \underbrace{\left[ \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b} \tilde{x}_2 - \bar{k} \tilde{x}_1 + f_k) \right]}_{\text{Modelo de Impedancia}} \right\}$$

Por lo que el torque  $\tau$  está dado por:

$$\begin{aligned}\tau &= \eta \left\{ B\tilde{x}_2 - f_k + M \left[ \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b}\tilde{x}_2 - \bar{k}\tilde{x}_1 + f_k) \right] \right\} + \tau_0 \\ \tau &= \eta \left\{ B\tilde{x}_2 - f_k + M \left[ \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b}\tilde{x}_2 - \bar{k}\tilde{x}_1 + f_k) \right] \right\} + \eta (M\dot{x}_{20} + Bx_{20})\end{aligned}\quad (3.36)$$

Sustituyendo la ley de control  $\tau$  en la dinámica mecánica se obtiene la siguiente dinámica en lazo cerrado,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left\{ -Bx_2 + \frac{1}{\eta} \left[ \eta \left\{ B\tilde{x}_2 - f_k + M \left[ \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b}\tilde{x}_2 - \bar{k}\tilde{x}_1 + f_k) \right] \right\} + \eta (M\dot{x}_{20} \cdots \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdots + Bx_{20}) \right] + f_k \right\}\end{aligned}$$

Simplificando se tiene,

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b}\tilde{x}_2 - \bar{k}\tilde{x}_1 + f_k)\end{aligned}\quad (3.37)$$

El estado de equilibrio  $\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*$  de la dinámica mecánica en lazo cerrado ec. (3.37) bajo las condiciones  $\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1^* \\ \dot{\tilde{x}}_2^* \end{pmatrix}^T = (0, 0)^T$ , es  $\tilde{x}_2^* = 0$  y  $\tilde{x}_1^* = f_k/\bar{k}$ . Por lo que, únicamente se tendrá equilibrio  $(\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0)^T$  cuando la fuerza aplicada por el usuario o entorno sea nula, i.e.,  $f_k = 0$ .

Bajo la ley de control  $\tau$ , se tiene una dinámica en lazo cerrado que representa la dinámica del sistema MRA de 1GDL y al definir valores para los parámetros  $\bar{m}$ ,  $\bar{b}$  y  $\bar{k}$  respectivamente, se puede reducir la impedancia mecánica y con ello se asegure movimientos suaves y seguros para el operador humano en la tarea interacción de fuerzas. En la Figura 3.9 se muestra el sistema equivalente al aplicar el control de impedancia sobre el sistema mecánico traslacional con transmisión por tornillo de potencia.

Por otra parte, considerando la dinámica del error de la dinámica eléctrica ec. (3.34) se propone la siguiente ley de control  $\tilde{u}$ .

$$\tilde{u} = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \}$$

Por lo que, la entrada de control  $u(t)$  queda definida como:

$$u = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} + u_0$$

esto es:

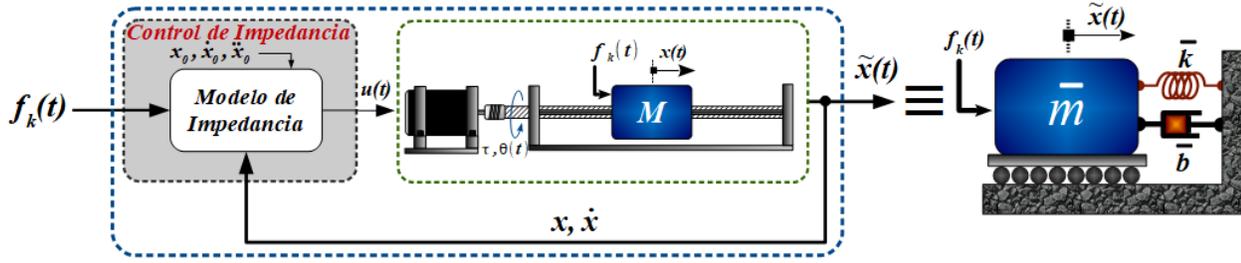


Figura 3.9: Sistema equivalente del mecanismo con transmisión de tornillo a un sistema masa-resorte-amortiguador aplicando el control de impedancia.

$$u = \frac{1}{\eta} \{ \eta R_a \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} + \frac{1}{\eta} (\eta L_a \dot{x}_{E0} + \eta R_a x_{E0} + k_a x_{20}) \quad (3.38)$$

Sustituyendo la entrada de control  $u$  en el modelo de la dinámica eléctrica se tiene la siguiente dinámica en lazo cerrado.

$$\begin{aligned} \dot{x}_E = & \frac{1}{\eta L_a} \left\{ -\eta R_a x_E - k_a x_2 + \eta \left[ \frac{1}{\eta} \{ \eta R \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} \right. \right. \\ & \left. \left. \cdots + \frac{1}{\eta} (\eta L_a \dot{x}_{E0} + \eta R_a x_{E0} + k_a x_{20}) \right] \right\} \end{aligned}$$

Simplificando se tiene,

$$\dot{\tilde{x}}_E = -\kappa_E \tilde{x}_E \quad (3.39)$$

Y a su vez, esto implica que la dinámica eléctrica en lazo cerrado tiene un único estado de equilibrio en  $\tilde{x}_E^* = 0$ .

En la Figura 3.10 se muestra el diagrama a bloques del control de impedancia aplicado al sistema.

**Lema 2** *El sistema mecánico traslacional, con dinámica ecs. (3.18) y (3.19) y ley de control ecs. (3.36) y (3.38):*

$$\begin{aligned} \tau &= \eta \left\{ B \tilde{x}_2 - f_k + M \left[ \frac{1}{\bar{m}} (-\bar{b} \tilde{x}_2 - \bar{k} \tilde{x}_1 + f_k) \right] \right\} + \eta (M \dot{x}_{20} + B x_{20}), \\ u &= \frac{1}{\eta} \{ \eta R \tilde{x}_E + k_a \tilde{x}_2 + \eta L_a (-\kappa_E \tilde{x}_E) \} + \frac{1}{\eta} (\eta L_a \dot{x}_{E0} + \eta R_a x_{E0} + k_a x_{20}), \\ \text{con } \tilde{x}_1 &= x_1 - x_{10}, \tilde{x}_2 = x_2 - x_{20}, \tilde{x}_E = x_E - x_{E0} \text{ y } x_E = \frac{1}{k_m} \tau, x_{E0} = \frac{1}{k_m} \tau_0 \end{aligned}$$

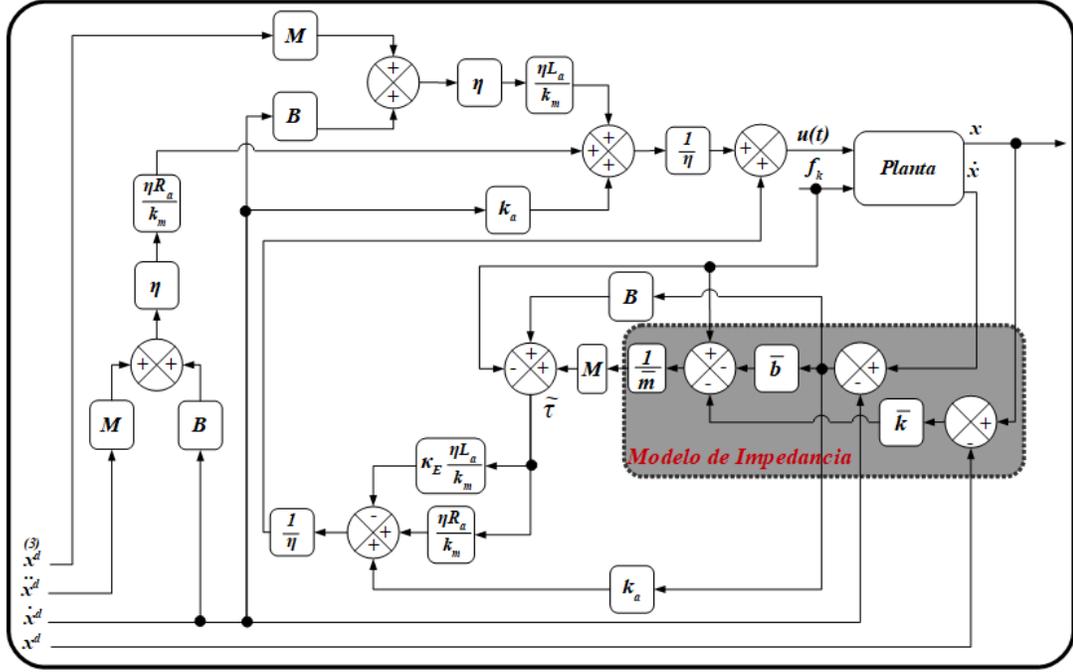


Figura 3.10: Diagrama a bloques que representa al control de impedancia.

tiene estabilidad asintótica global sobre la dinámica del error ecs. (3.34) y (3.35) con  $\bar{m}, \bar{b}, \bar{k}, \kappa_E > 0$ , en el equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$  con  $f_k = 0$ .

**Demostración.** Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov,

$$V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{1}{2}\tilde{x}_E^2 + \frac{1}{2}\bar{k}\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}\bar{m}\tilde{x}_2^2$$

donde se garantiza que la función  $V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \geq 0$ , con  $\bar{k}, \bar{m} > 0$ .

Derivando la función candidata de Lyapunov  $V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$  a lo largo de las trayectorias.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) &= \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_E} \dot{\tilde{x}}_E + \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_1} \dot{\tilde{x}}_1 + \frac{\partial V(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\partial \tilde{x}_2} \dot{\tilde{x}}_2 \\ &= \tilde{x}_E(-\kappa_E \tilde{x}_E) + \bar{k}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + \bar{m}\tilde{x}_2 \left[ \frac{1}{\bar{m}}(-\bar{b}\tilde{x}_2 - \bar{k}\tilde{x}_1) \right] = -\kappa_E \tilde{x}_E^2 - \bar{b}\tilde{x}_2^2 \end{aligned}$$

Entonces se tiene que  $\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \leq 0$ , con  $\bar{b}, \kappa_E > 0$ . Aplicando el *Teorema de La Salle* se obtienen las condiciones para garantizar estabilidad asintótica en el estado de equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$ , para ello se define el máximo conjunto invariante  $\Omega = \left\{ \tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \mid \dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 0 \right\}$

Considerando a  $\dot{V}(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 0$ , implica que  $\tilde{x}_E = \tilde{x}_2 = 0$ , y sustituyendo en la dinámica en lazo cerrado ecs. (3.39) y (3.37) se tiene que  $\tilde{x}_1 = 0$ , por lo que el máximo conjunto invariante  $\Omega$  es  $(\tilde{x}_E, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)^T = (0, 0, 0)^T$ , y dado que sólo existe un estado de equilibrio con  $f_k = 0$ , la dinámica del mecanismo ec. (3.16) con control  $\tau, u$  ecs. (3.36) y (3.38) es estable asintóticamente en forma global en el equilibrio  $(\tilde{x}_E^*, \tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*)^T = (0, 0, 0)^T$ . ■

### 3.2.3. Controlador de admitancia

El controlador de admitancia definido por Newman [4], tiene la misma finalidad que el controlador de impedancia, que es modificar la impedancia de un sistema. La diferencia consiste en la forma en la que se implementa en los sistemas, por lo tanto, es otro de los controladores pHRI que suelen usarse en diversas aplicaciones.

En el esquema de control de impedancia (ver Figura 3.8) se observa que el modelo de impedancia puede aplicarse de manera directa sobre la ley de control, y esto se debe a que un sistema mecánico tiene como entrada una fuerza  $f$  y como salida posición y velocidad  $x, \dot{x}$ , que en el dominio de la variable compleja  $s$  está descrito por  $sX(s)/F(s)$ , lo que implica que su comportamiento es inverso a un modelo de impedancia descrito por  $Z(s) = F(s)/sX(s)$ , que por definición se le conoce como admitancia  $Y(s) = 1/Z(s)$ .

#### 3.2.3.1. Modelo de admitancia

Dado que un sistema mecánico se comporta como una admitancia, imponer una impedancia puede realizarse de manera directa. Sin embargo, imponer un modelo de impedancia no puede realizarse de la misma manera ya que la salida del modelo de impedancia es una velocidad y la entrada de un sistema mecánico es una fuerza. Por lo tanto, si se desea imponer un modelo de admitancia  $Y(s)$ , se tiene que anteponer al sistema mecánico un elemento que realiza la conversión en el flujo de señales (velocidad a fuerza) y esto se resuelve colocando un controlador de posición, tal como se muestra en la Figura 3.11.

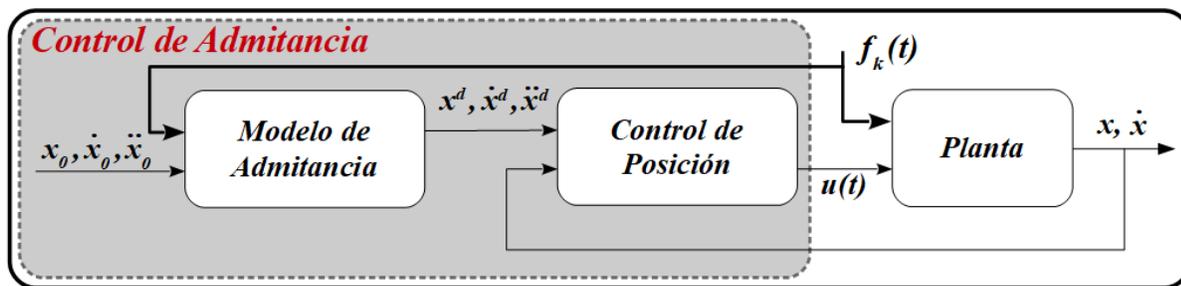


Figura 3.11: Diagrama general de un controlador de admitancia.

En este caso, el modelo de admitancia va a proporcionar los valores deseados  $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d$  que el control de posición requiere como entrada y entregará como salida la fuerza de control

que requiere el sistema mecánico. Por lo que, se define el siguiente modelo de admitancia descrito por la dinámica del sistema MRA de 1GDL con parámetros  $\bar{m}, \bar{b}, \bar{k} > 0$ .

$$Y^d(s) = \frac{sX^d(s) - sX_0(s)}{F_k(s)} = \frac{s}{\bar{m}s^2 + \bar{b}s + \bar{k}} = \frac{1}{Z^d(s)} \quad (3.40)$$

donde  $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0 \in \mathbb{R}$ , son estados de equilibrio.

### 3.2.3.2. Esquema de control de admitancia

De acuerdo a lo anterior, el controlador de admitancia modifica la impedancia del sistema mediante la solución del modelo de admitancia  $Y(s)$  ec. (3.40) y utilizando dicha solución como valores deseados para el control de posición  $u$  y  $\tau$  ecs. (3.24) y (3.26), entonces mediante la elección de los parámetros  $\bar{m}, \bar{b}$  y  $\bar{k}$  se puede regular la intensidad de la interacción para que garantice la integridad del operador. Por lo tanto, el sistema con controlador de admitancia también tiene el comportamiento de manera equivalente al sistema MRA de 1GDL, tal como se muestra en la Figura 3.12.

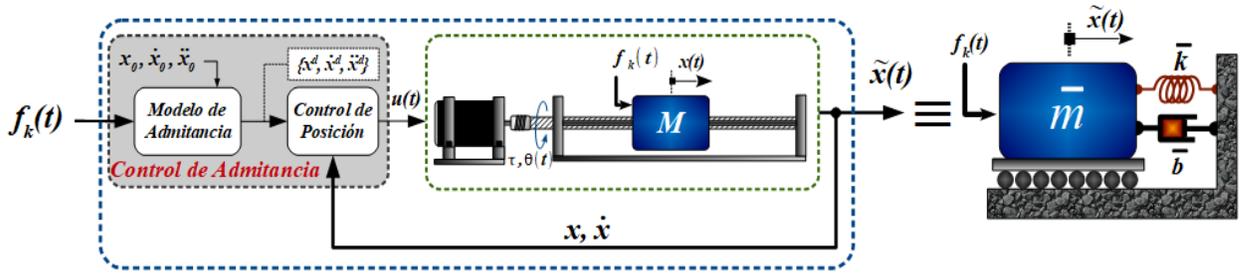


Figura 3.12: Sistema equivalente del mecanismo con transmisión de tornillo a un sistema masa resorte amortiguador aplicando el control de admitancia.

### 3.2.4. Resultados experimentales del controlador de impedancia y admitancia

A continuación, se muestran los resultados experimentales de los controladores de impedancia y admitancia considerando la modificación de los parámetros de rigidez y de fricción. Las pruebas consideran la interacción de un usuario con un dispositivo, donde se aplican fuerzas  $f_k(t)$  con aleatoriedad en ambas direcciones del movimiento (movimientos negativos y positivos de acuerdo con el punto de equilibrio  $x_0$ ) pero que induzcan movimientos de baja y alta velocidad, para apreciar el comportamiento de los CCV sobre el sistema. Esto mismo se complementa con pruebas de barrido frecuencial para observar su comportamiento en interacciones en baja y alta frecuencia.

Para las pruebas realizadas se considera como estados de equilibrio  $x_0 = \dot{x}_0 = \ddot{x}_0 = 0$  y para comparar resultados se consideran diferentes parámetros para la interacción  $\bar{m}, \bar{b}$  y

$\bar{k}$ . Dado que los controladores de impedancia y admitancia tienen como objetivo replicar el comportamiento del sistema MRA en el sistema controlado, se realiza la comparación entre el comportamiento del sistema con los CCV con respecto de la respuesta numérica del MRA, cuya respuesta se encuentra denotada como  $x^d(t)$ . Por lo que se considera un error en la interacción de acuerdo con la diferencia  $x(t) - x^d(t)$ .

### 3.2.4.1. Interacción con alta fricción y baja rigidez

Para la primer prueba se establecen los siguientes parámetros de interacción para los controladores de impedancia y admitancia:  $\bar{m} = 1$  [kg],  $\bar{b} = 250$  [N m/s] y  $\bar{k} = 100$  [N/m]. El comportamiento del sistema dotado del controlador de impedancia es el que se muestra en la Figura 3.13, el cual muestra una diferencia notable en el desplazamiento  $x(t)$  con respecto al comportamiento numérico  $x^d(t)$ , esto se observa en los primeros 10 [s] de la interacción, debido a que la fuerza aplicada por el usuario  $f_k$  oscila con baja velocidad produciendo un error de la interacción que llega 6 [cm] aproximadamente. Por otra parte, el error de la interacción disminuye en magnitud ( $\pm 1$  [cm] aproximadamente), lo que implica que  $x(t) \rightarrow x^d(t)$  cuando la fuerza aplicada por el usuario varía con mayor frecuencia que en el tiempo  $t < 10$  [s].

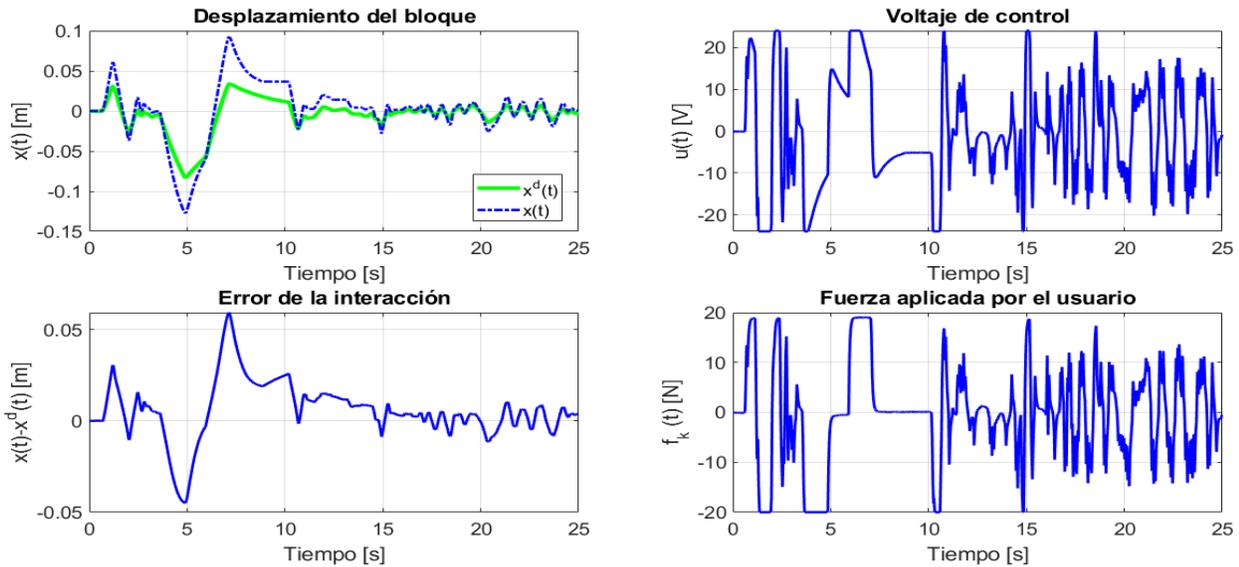


Figura 3.13: Comportamiento del sistema en una interacción con control de impedancia con  $\bar{m} = 1$  [kg],  $\bar{b} = 250$  [N s/m] y  $\bar{k} = 100$  [N/m].

A diferencia del controlador de impedancia, el controlador de admitancia logra replicar el comportamiento  $x^d(t)$  a lo largo de toda la interacción, ya que apenas tiene un error en la interacción de  $\pm 1$  [mm], lo cual se muestra en la Figura 3.14. En este caso, el control de admitancia con un valor alto de fricción y baja rigidez, es menos afectado a los cambios de intensidad en la interacción con el usuario, con respecto al control de impedancia, ya

que en movimientos rápidos y lentos el error se mantiene acotado a los  $\pm [1 \text{ mm}]$  en toda la interacción. Por otra parte, al comparar el voltaje de control  $u(t)$  se puede observar (ver Figuras 3.13 y 3.14) que éste es de menor magnitud cuando se aplica el control de admitancia, llegando a los  $\pm 12 \text{ [V]}$ , mientras que en el control de impedancia alcanza a llegar hasta los  $\pm 24 \text{ [V]}$  en las zonas donde la fuerza aplicada es a baja velocidad, por dicha razón es que el desplazamiento  $x(t)$  se aleja del numérico  $x^d(t)$  y el error de interacción crece.

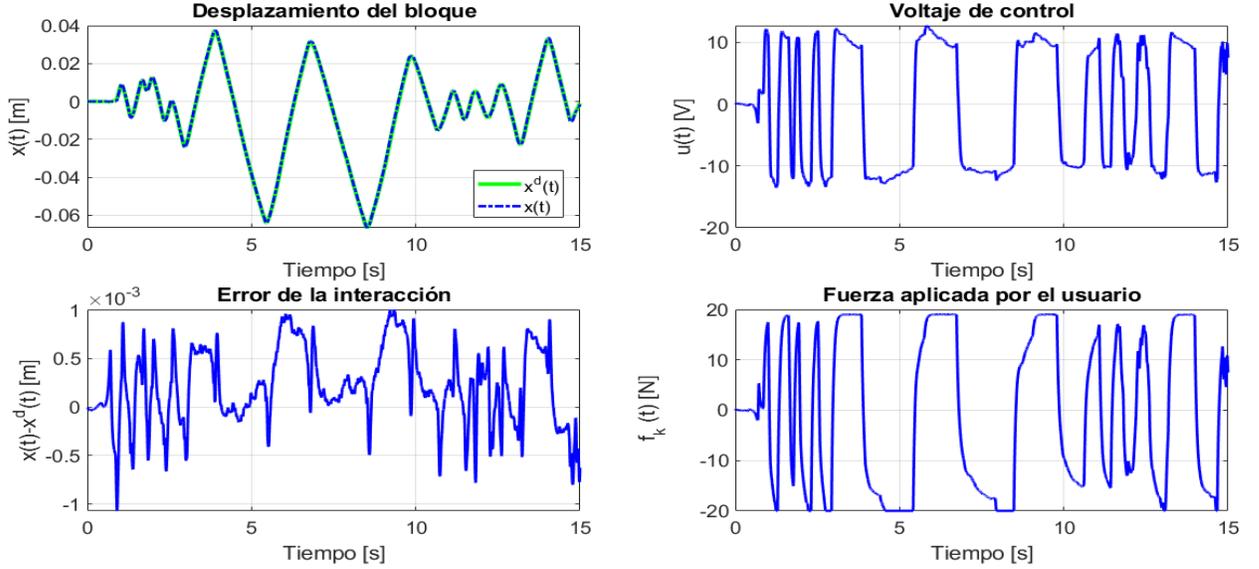


Figura 3.14: Comportamiento del sistema en una interacción con control de admitancia con  $\bar{m} = 1 \text{ [kg]}$ ,  $\bar{b} = 250 \text{ [Ns/m]}$  y  $\bar{k} = 100 \text{ [N/m]}$ .

### 3.2.4.2. Interacción con baja fricción y alta rigidez

Los resultados anteriores muestran que el controlador de impedancia presenta déficit al replicar el comportamiento numérico del MRA, cuando el coeficiente de amortiguamiento  $\bar{b}$  impuesto es de gran magnitud y las fuerzas en la interacción son a baja frecuencia. Ahora se realizan pruebas de interacción disminuyendo la fricción y aumentando la rigidez, es decir,  $\bar{m} = 1 \text{ [kg]}$ ,  $\bar{b} = 100 \text{ [Nm/s]}$  y  $\bar{k} = 500 \text{ [N/m]}$ .

En la Figura 3.15 se muestra el comportamiento del sistema con el control de impedancia, puede observarse una mejora en el comportamiento al aumentar la rigidez y disminuir la fricción, ya que el desplazamiento  $x(t)$  se aproxima más a  $x^d(t)$  dando un error de la interacción menor a la prueba de alta fricción, en este caso, el error de la interacción se encuentra acotado a  $\pm [1 \text{ cm}]$  y tiene un patrón homogéneo durante toda la interacción sin importar la intensidad con la que es aplicada la fuerza.

Aunque el error de la interacción ha disminuido con el control de impedancia a alta rigidez, el comportamiento obtenido al aplicar el control de admitancia sigue siendo el que más se aproxima al resultado numérico  $x^d(t)$  con error en la interacción que es menor a los

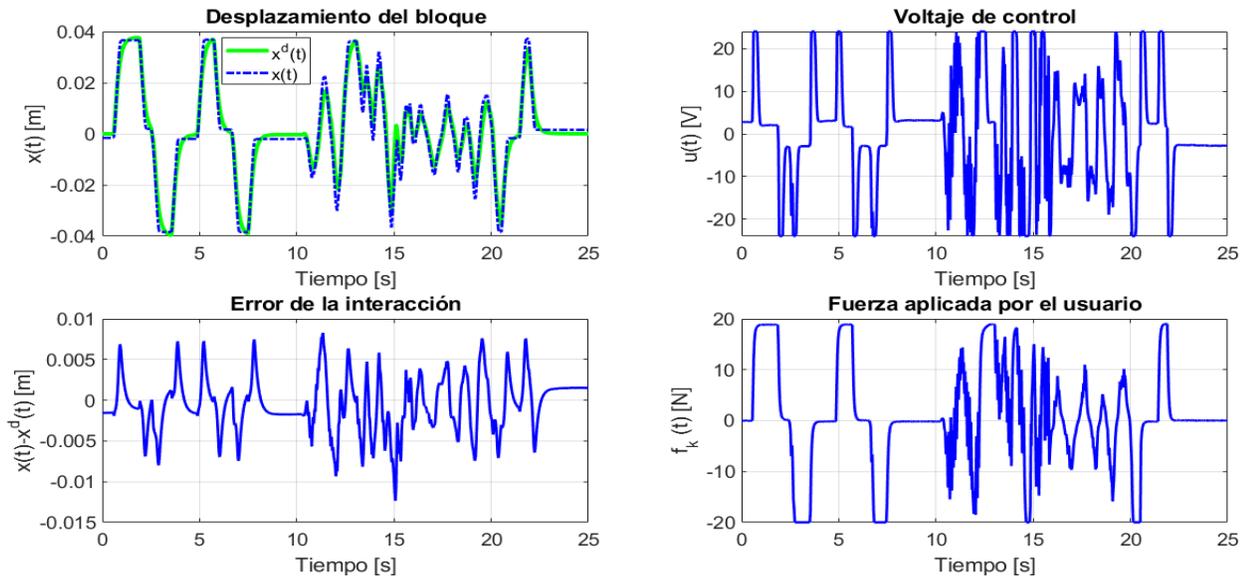


Figura 3.15: Comportamiento del sistema en una interacción con control de impedancia con  $\bar{m} = 1$  [kg],  $\bar{b} = 100$  [Ns/m] y  $\bar{k} = 500$  [N/m].

$\pm 2$  [mm], tal como se muestra en la Figura 3.16. También puede observarse que los errores máximos de la interacción son mayores cuando la interacción se hace manteniendo la fuerza más tiempo en un solo valor y disminuye cuando aumenta la frecuencia, lo cual es contrario cuando se aumenta la fricción y disminuye la rigidez.

### 3.2.5. Respuesta en frecuencia de los controladores de impedancia y admitancia

Los resultados obtenidos en la interacción con controladores de impedancia y admitancia muestran diferencias de acuerdo con los parámetros que se imponen, donde puede observarse que **el controlador de impedancia responde mejor cuando se desea imponer al sistema baja fricción**, no obstante, **el controlador de admitancia muestra resultados favorables con cualquier tipo de parámetros que se desean imponer**.

También se observaron diferencias entre el comportamiento de ambos controladores de acuerdo a la frecuencia de la fuerza en la interacción, es por ello que se planifica una fuerza de virtual  $f_k$  que represente un barrido frecuencial y de esta manera obtener resultados a comparar. En este caso, se han definido los siguientes parámetros de interacción  $\bar{m} = 1$  [kg],  $\bar{b} = 150$  [N m/s] y  $\bar{k} = 100$  [N/m], los cuales proveen un comportamiento cómodo al operador humano y a partir de este se aplica un barrido frecuencial con una tasa de incremento lineal descrito por la siguiente expresión:

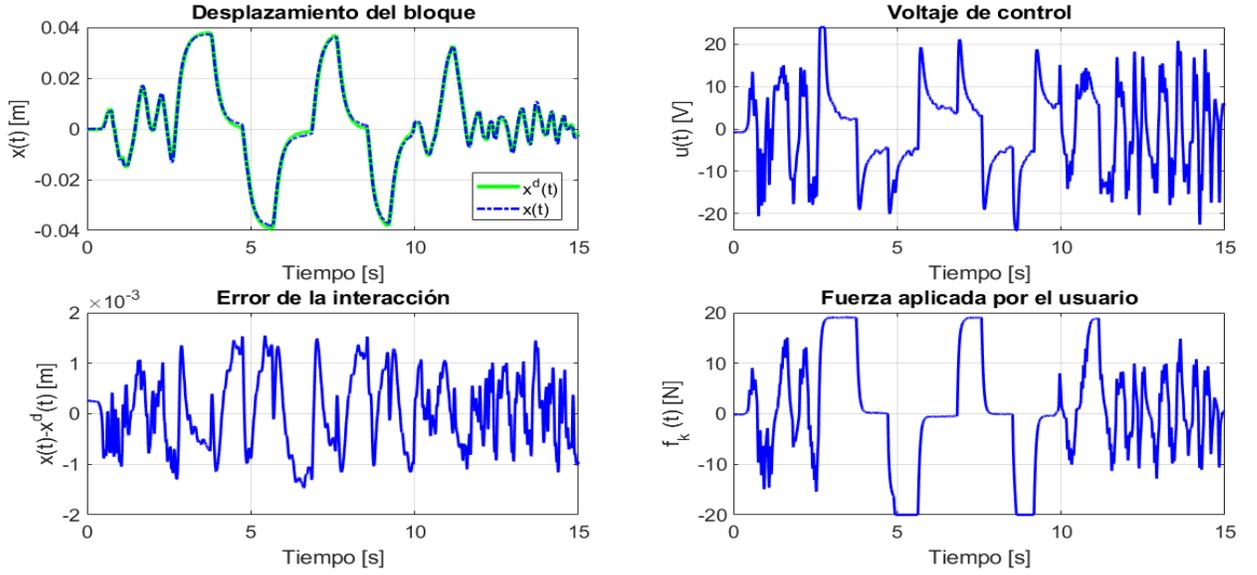


Figura 3.16: Comportamiento del sistema en una interacción con control de admitancia con  $\bar{m} = 1$  [kg],  $\bar{b} = 100$  [N s/m] y  $\bar{k} = 500$  [N/m].

$$\begin{aligned}
 f_k(t) &= A \sin(\phi), \\
 \omega &= \frac{\omega_f - \omega_0}{t_f - t_0} (t - t_0), \\
 \phi &= \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \frac{\omega_f - \omega_0}{t_f - t_0} (t - t_0)^2
 \end{aligned}$$

donde  $A$  es la amplitud de la fuerza,  $\omega$  es la frecuencia variable,  $\omega_0$ ,  $\omega_f$ ,  $t_0$  y  $t_f$  son la frecuencia y tiempo inicial y final respectivamente. Los parámetros de la planificación del barrido frecuencial son:  $A = 10$  [N],  $\omega_0 = 0$  [rad/s],  $\omega_f = 2\omega_n$ ,  $t_0 = 0$  [s] y  $t_f = 20$  [s], con frecuencia natural  $\omega_n = \sqrt{k/\bar{m}} = 10$  [rad/s].

En la Figura 3.17 se muestra el comportamiento del controlador de impedancia al barrido frecuencial, donde se comprueba que el controlador de impedancia tiende a aumentar la magnitud en el desplazamiento  $x(t)$  a bajas frecuencias, mientras que a frecuencias superiores a  $\omega_n$  el controlador tiende a disminuir la amplitud de oscilación, por lo que tiene efectos de absorción de vibraciones a altas frecuencias.

Por otra parte, el controlador de admitancia tiene el efecto contrario, tal como se muestra en la Figura 3.18, ya que a baja frecuencia se comporta muy similar al comportamiento ideal, mientras que a frecuencias superiores a  $\omega_n$  la amplitud en las oscilaciones comienza a aumentar. Entonces, a pesar de que el controlador de admitancia tiene mejor comportamiento que el controlador de impedancia, éste último presenta un resultado favorable cuando hay una interacción a altas frecuencias. Por lo que, la utilización de cualquiera de los dos CCV dependerá de las condiciones de la interacción.

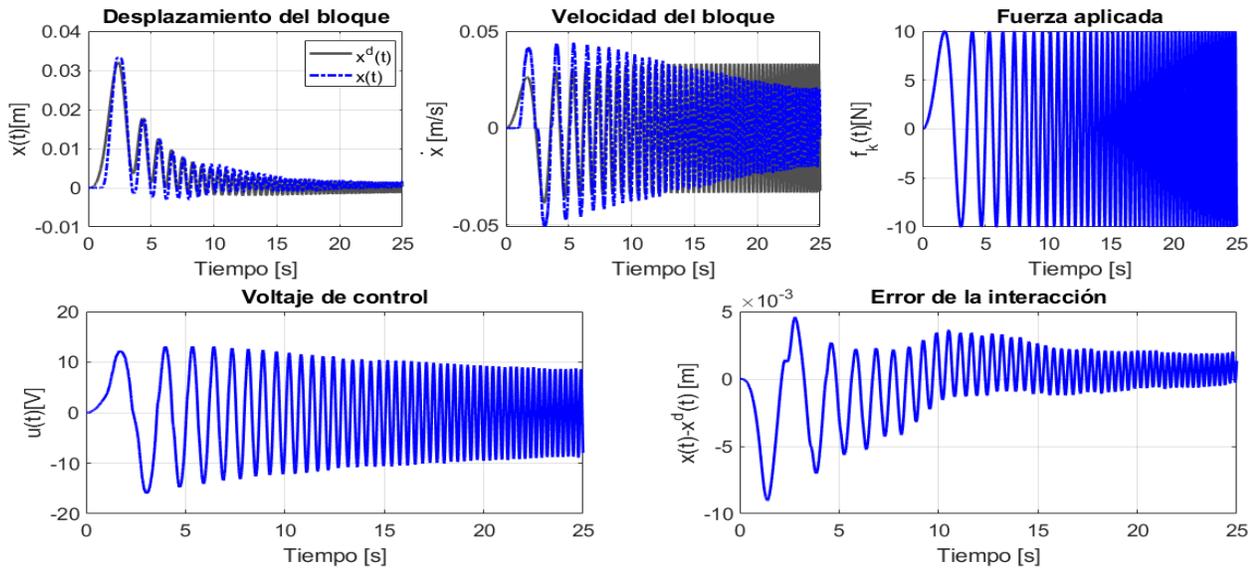


Figura 3.17: Comportamiento del controlador de impedancia al barrido frecuencial.

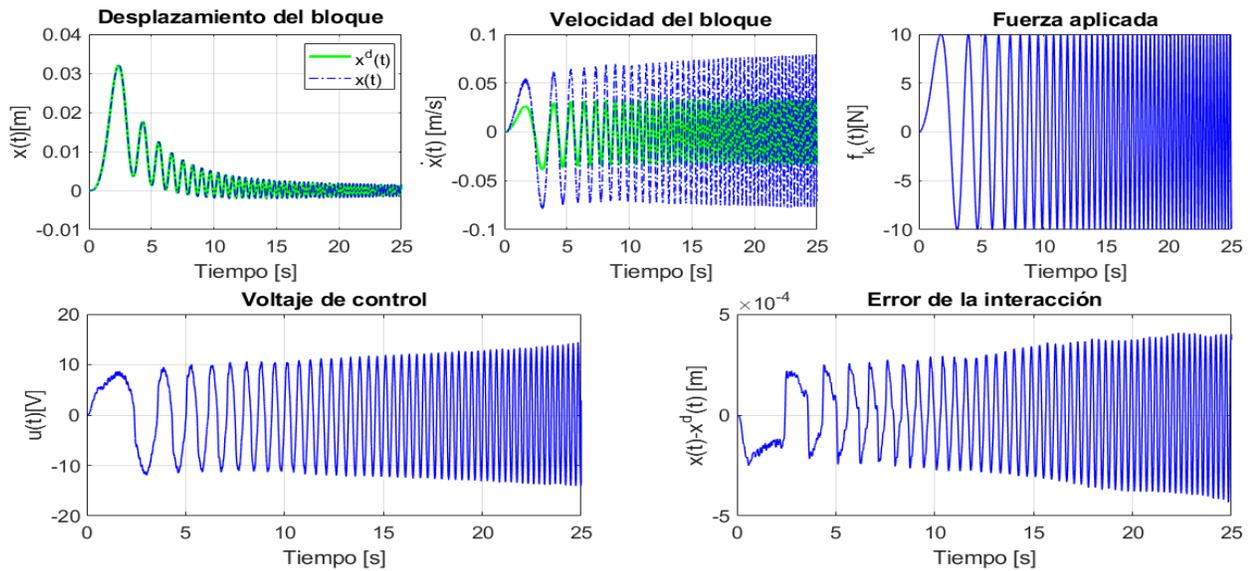


Figura 3.18: Comportamiento del controlador de admitancia al barrido frecuencial.

# Capítulo 4

## Esquemas de control de teleoperación bilateral

En los sistemas de teleoperación bilateral se busca realizar la sincronización entre dos sistemas, denominados maestro y esclavo. La sincronización implica un intercambio de estados y fuerzas entre ambos sistemas por medio de un canal de comunicación, el cual puede o no inducir retardos de tiempo, depende del protocolo empleado y la distancia entre los sistemas. Por lo tanto, a continuación se realiza el modelado de una red de teleoperación y la propuesta de esquemas de control para la teleoperación bilateral de sistemas dotados internamente con Controladores de Complianza Virtual (CCV).

### 4.1. Teleoperación bilateral mediante modelos de impedancia

Para realizar el intercambio de estados entre los sistemas maestro y esclavo se propone el modelado de la teleoperación bilateral por medio de una red de dos puertos, descrito por Raju, et al. [15]. Para ello se describen los sistemas maestro y esclavo de la siguiente manera.

Sea el sistema maestro con CCV descrito por la siguiente expresión,

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m = f_h \quad (4.1)$$

por su parte, el sistema esclavo se describe a continuación,

$$\bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s = f_t \quad (4.2)$$

donde  $\tilde{x} = x - x_0$ ,  $\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{x}_0$ , y  $\ddot{\tilde{x}} = \ddot{x} - \ddot{x}_0$  son los estados del sistema considerando estados de equilibrio  $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0$ , además  $\bar{m}, \bar{b}, \bar{k}$  son los parámetros impuestos para la interacción, los subíndices  $m, s$  denotan a los parámetros y estados de los sistemas maestro y esclavo respectivamente, así como también  $f_h, f_t$  es la fuerza del operador humano y del entorno. En un sistema de teleoperación bilateral se tiene como objetivo que el sistema esclavo pueda replicar los movimientos realizados por el sistema maestro. A partir de esto, se puede modelar

un sistema de teleoperación bilateral por medio de una red de dos puertos, tal como se muestra en la Figura 4.1. Para ello los sistemas maestro y esclavo se representan en el dominio de la frecuencia y posteriormente en impedancias, que es la relación fuerza/velocidad, es decir,  $Z_i = F_j/s\tilde{X}_i$ ,  $i = [m, s]$ ,  $j = [h, t]$ .

$$Z_m(s) = \frac{F_h(s)}{s\tilde{X}_m(s)} = \frac{\bar{m}_m s^2 + \bar{b}_m s + \bar{k}_m}{s} \quad (4.3)$$

$$Z_s(s) = \frac{F_t(s)}{s\tilde{X}_s(s)} = \frac{\bar{m}_s s^2 + \bar{b}_s s + \bar{k}_s}{s} \quad (4.4)$$



Figura 4.1: Red de teleoperación de dos puertos.

De acuerdo a la red de dos puertos, (ver Figura 4.1), se tiene una equivalencia mecánica-eléctrica, donde una fuente de tensión denota las fuerzas aplicadas y la corriente eléctrica es representada por la velocidad del sistema mecánico. El acoplamiento entre los sistemas maestro y esclavo se puede obtener mediante una matriz de impedancia  $Z(s)$ , es decir,  $F(s) = Z(s) sX(s)$ ,  $F(s), X(s) \in \mathbb{R}^2$ ,  $Z(s) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , esto es,

$$\begin{bmatrix} F_h(s) \\ F_t(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(s) & z_{12}(s) \\ z_{21}(s) & z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sX_m(s) \\ sX_s(s) \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, se propone el siguiente circuito eléctrico considerando las impedancias del maestro y esclavo, tal como se muestra en la Figura 4.2.

Aplicando el análisis de circuito en cada malla, se obtienen las siguientes expresiones:

$$F_h(s) = Z_m(s) s\tilde{X}_m(s) - F_{u,m}(s) \quad (4.5)$$

$$F_t(s) = Z_s(s) s\tilde{X}_s(s) - F_{u,s}(s) \quad (4.6)$$

El acoplamiento entre los sistemas maestro y esclavo se obtiene mediante la siguiente representación matricial  $F_u(s) = G(s) s\tilde{X}(s)$ , esto es,

$$\begin{bmatrix} F_{u,m}(s) \\ F_{u,s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & -g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix}$$

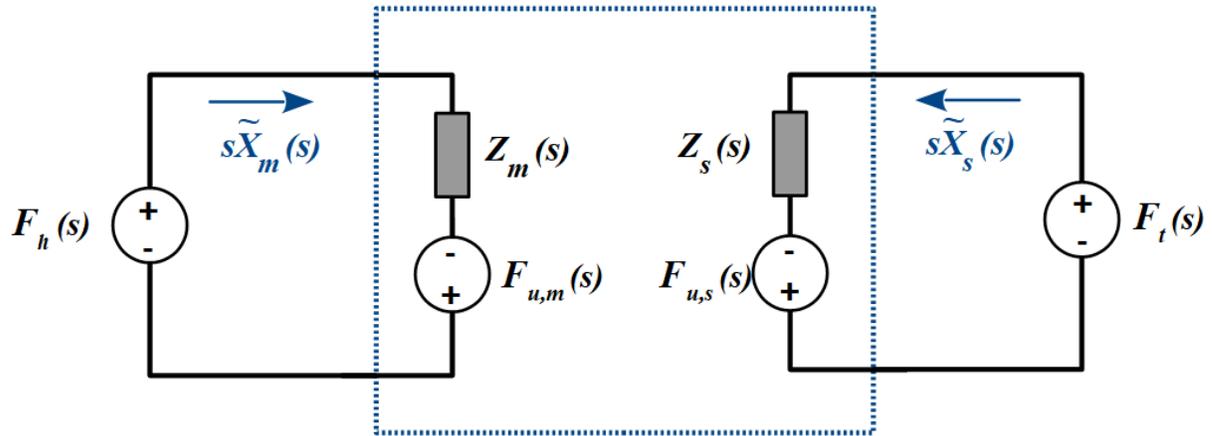


Figura 4.2: Modelado de la red de teleoperación por circuito de impedancias.

obteniendo así, el siguiente par de expresiones,

$$\begin{aligned} F_{u,m}(s) &= -g_{11}(s) s\tilde{X}_m(s) + g_{12}(s) s\tilde{X}_s(s) \\ F_{u,s}(s) &= g_{21}(s) s\tilde{X}_m(s) - g_{22}(s) s\tilde{X}_s(s) \end{aligned}$$

Sustituyendo  $F_{u,m}(s)$  y  $F_{u,s}(s)$  en las ecs. (4.5) y (4.6) se tiene,

$$F_h(s) = [Z_m(s) + g_{11}(s)] s\tilde{X}_m(s) - g_{12}(s) s\tilde{X}_s(s) \quad (4.7)$$

$$F_t(s) = [Z_s(s) + g_{22}(s)] s\tilde{X}_s(s) - g_{21}(s) s\tilde{X}_m(s) \quad (4.8)$$

Las funciones  $g_{ij}(s)$ , se definen mediante una clásica retroalimentación de estados, tal como sigue:

$$\begin{bmatrix} F_{u,m}(s) \\ F_{u,s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{23} & -k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

O bien, en forma de matriz de impedancia,

$$\begin{bmatrix} F_{u,m}(s) \\ F_{u,s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{k_{11}}{s} + k_{12}\right) & \frac{k_{13}}{s} + k_{14} \\ \frac{k_{21}}{s} + k_{22} & -\left(\frac{k_{23}}{s} + k_{24}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix}$$

Por lo que, los elementos  $g_{ij}(s)$ , están definidos como:

$$\begin{aligned}
 g_{11}(s) &= \left. \frac{F_{u,m}(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = \frac{k_{11}}{s} + k_{12}, \\
 g_{12}(s) &= \left. \frac{F_{u,m}(s)}{s\tilde{X}_s(s)} \right|_{s\tilde{X}_m(s)=0} = \frac{k_{13}}{s} + k_{14}, \\
 g_{21}(s) &= \left. \frac{F_{u,m}(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = \frac{k_{21}}{s} + k_{22}, \\
 g_{22}(s) &= \left. \frac{F_{u,m}(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = \frac{k_{23}}{s} + k_{24}
 \end{aligned}$$

Entonces, al sustituir los elementos  $g_{ij}(s)$  en las ecs. (4.7) y (4.8) se tiene,

$$\begin{aligned}
 F_h(s) &= \left[ Z_m(s) + \frac{k_{11}}{s} + k_{12} \right] s\tilde{X}_m(s) - \left( \frac{k_{13}}{s} + k_{14} \right) s\tilde{X}_s(s) \\
 F_t(s) &= \left[ Z_s(s) + \frac{k_{23}}{s} + k_{24} \right] s\tilde{X}_s(s) - \left( \frac{k_{21}}{s} + k_{22} \right) s\tilde{X}_m(s)
 \end{aligned}$$

Con representación en matriz de impedancia:

$$\begin{bmatrix} F_h(s) \\ F_t(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m(s) + \frac{k_{11}}{s} + k_{12} & - \left( \frac{k_{13}}{s} + k_{14} \right) \\ - \left( \frac{k_{21}}{s} + k_{22} \right) & Z_s(s) + \frac{k_{23}}{s} + k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix}$$

Esto implica, que los elementos  $z_{ij}(s)$  están dados por,

$$\begin{aligned}
 z_{11}(s) &= \left. \frac{F_h(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = Z_m(s) + \frac{k_{11}}{s} + k_{12}, \\
 z_{12}(s) &= \left. \frac{F_t(s)}{s\tilde{X}_s(s)} \right|_{s\tilde{X}_m(s)=0} = - \left( \frac{k_{13}}{s} + k_{14} \right), \\
 z_{21}(s) &= \left. \frac{F_h(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = - \left( \frac{k_{21}}{s} + k_{22} \right), \\
 z_{22}(s) &= \left. \frac{F_t(s)}{s\tilde{X}_m(s)} \right|_{s\tilde{X}_s(s)=0} = Z_s(s) + \frac{k_{23}}{s} + k_{24}
 \end{aligned}$$

Y la representación en función del tiempo de la red de teleoperación bilateral está dada de la siguiente manera:

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m + k_{12} \dot{\tilde{x}}_m + k_{11} \tilde{x}_m - k_{14} \dot{\tilde{x}}_s - k_{13} \tilde{x}_s = f_h \quad (4.10)$$

$$\bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s + k_{24} \dot{\tilde{x}}_s + k_{23} \tilde{x}_s - k_{22} \dot{\tilde{x}}_m - k_{21} \tilde{x}_m = f_t \quad (4.11)$$

En su forma matricial  $\bar{M}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \bar{B}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \bar{K}\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{F}$ ,  $\bar{M}, \bar{B}, \bar{K} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{F} \in \mathbb{R}^2$ .

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{m}_m & 0 \\ 0 & \bar{m}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\tilde{x}}_m \\ \ddot{\tilde{x}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_m + k_{12} & -k_{14} \\ -k_{22} & \bar{b}_s + k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_m \\ \dot{\tilde{x}}_s \end{bmatrix} \\ & \cdots + \begin{bmatrix} \bar{k}_m + k_{11} & -k_{13} \\ -k_{21} & \bar{k}_s + k_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_m \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_h \\ f_t \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde  $\bar{M}$  es la matriz de masas de los sistemas maestro y esclavo,  $\bar{B}$  es la matriz de amortiguamiento de la red de teleoperación,  $\bar{K}$  es la matriz de rigidez de la red de teleoperación y  $\mathbf{F}$  es el vector de las fuerzas de interacción. Además se tiene en este caso que la matriz  $\bar{M}$  es simétrica, es decir,  $\bar{M} = \bar{M}^T$ .

**Lema 3** *Los sistemas maestro y esclavo ec. (4.1) y (4.2) con red de teleoperación de dos puertos ecs. (4.5) y (4.6) y con ley de control ec. (4.9)*

$$\begin{bmatrix} F_{u,m}(s) \\ F_{u,s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{23} & -k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix}$$

tiene estabilidad asintótica global con ganancias  $k_{11} = k_{13} = k_{21} = k_{23} > -\bar{k}_m\bar{k}_s / (\bar{k}_m + \bar{k}_s)$ ,  $k_{12} > -\bar{b}_m$ ,  $k_{24} > -\epsilon\bar{b}_s/\bar{b}_m$ ,  $\epsilon > 0$  y  $k_{22}k_{14} = k_{12}k_{24}$ .

**Demostración.** Representación en el espacio de estados considerando  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}$ .

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \bar{M}^{-1}(-\bar{B}\mathbf{x}_2 - \bar{K}\mathbf{x}_1 + \mathbf{F}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Se define la siguiente función candidata de Lyapunov,

$$V(\cdot) = \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}\mathbf{x}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_2^T \bar{M}\mathbf{x}_2$$

La función  $V(\cdot)$  es definida positiva si  $\bar{K}, \bar{M} > 0$ , lo cual implica que,

$$\begin{aligned} \bar{k}_m + k_{11} &> 0 \Rightarrow k_{11} > -\bar{k}_m \\ |\bar{K}| &= \bar{k}_m\bar{k}_s + \bar{k}_m k_{23} + \bar{k}_s k_{11} + k_{11}k_{23} - k_{13}k_{21} > 0 \end{aligned}$$

Derivando la función  $V(\cdot)$  a lo largo de las trayectorias,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\cdot) &= \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}\dot{\mathbf{x}}_1 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{x}}_1^T \bar{K}\mathbf{x}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_2^T \bar{M}\dot{\mathbf{x}}_2 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{x}}_2^T \bar{M}\mathbf{x}_2 \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}\dot{\mathbf{x}}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}^T \dot{\mathbf{x}}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_2^T \bar{M}\dot{\mathbf{x}}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_2^T \bar{M}^T \dot{\mathbf{x}}_2 \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}\mathbf{x}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}^T \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \bar{M} \{M^{-1}(-\bar{B}\mathbf{x}_2 - \bar{K}\mathbf{x}_1)\} \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}\mathbf{x}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \bar{K}^T \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2^T \bar{B}\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2^T \bar{K}\mathbf{x}_1 \end{aligned}$$

Si se asume que las ganancias que pertenecen la matriz de rigidez  $\bar{K}$  son  $k_{13} = k_{21} = k_{11} = k_{23}$  se tiene que  $\bar{K} = \bar{K}^T$ , lo cual implica que la condición  $|\bar{K}| > 0$  debe satisfacerse, esto es,

$$\begin{aligned} |\bar{K}| &= \bar{k}_m \bar{k}_s + \bar{k}_m k_{11} + \bar{k}_s k_{11} + k_{11} k_{11} - k_{11} k_{11} > 0 \\ &\bar{k}_m \bar{k}_s + \bar{k}_m k_{11} + \bar{k}_s k_{11} > 0 \\ k_{11} &> -\frac{\bar{k}_m \bar{k}_s}{\bar{k}_m + \bar{k}_s} \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tienen dos condiciones para  $k_{11}$ , donde  $\bar{k}_m > \bar{k}_m \bar{k}_s / (\bar{k}_m + \bar{k}_s)$  lo que implica que  $k_{11} > -\bar{k}_m \bar{k}_s / (\bar{k}_m + \bar{k}_s)$  es la condición más restrictiva.

Por otra parte, dado que  $\bar{K} = \bar{K}^T$  se tiene que la función  $\dot{V}(\cdot)$  es simplificada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\cdot) &= \mathbf{x}_1^T \bar{K} \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2^T \bar{B} \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2^T \bar{K} \mathbf{x}_1 \\ &= -\mathbf{x}_2^T \bar{B} \mathbf{x}_2 \end{aligned}$$

La función  $\dot{V}(\cdot)$  es semidefinida negativa  $\dot{V}(\cdot) \leq 0$  con  $\bar{B} > 0$ . El primer menor de la matriz  $\bar{B}$  está dado por  $\bar{b}_m + k_{12} > 0 \Rightarrow k_{12} > -\bar{b}_m$ , y al considerar un  $\epsilon > 0$  implica que  $k_{12} = -\bar{b}_m + \epsilon$ . Analizando el segundo menor, es decir,  $|\bar{B}|$  se tiene,

$$\begin{aligned} |\bar{B}| &= (\bar{b}_m + k_{12}) (\bar{b}_s + k_{24}) - k_{22} k_{14} > 0 \\ \bar{b}_m \bar{b}_s + \bar{b}_m k_{24} + \bar{b}_s k_{12} + k_{12} k_{24} - k_{22} k_{14} &> 0 \end{aligned}$$

Si se considera la simetría de la matriz de amortiguamiento, es decir,  $\bar{B} = \bar{B}^T$ , implica que  $k_{22} = k_{14}$ , y se asume que el producto  $k_{22} k_{14} = k_{12} k_{24}$  se obtiene,

$$\bar{b}_m \bar{b}_s + \bar{b}_m k_{24} + \bar{b}_s k_{12} > 0$$

y al sustituir la relación  $k_{12} = -\bar{b}_m + \epsilon$  se tiene,

$$\begin{aligned} \bar{b}_m \bar{b}_s + \bar{b}_m k_{24} + \bar{b}_s (-\bar{b}_m + \epsilon) &> 0 \\ \bar{b}_m k_{24} + \epsilon \bar{b}_s &> 0 \\ k_{24} &> -\frac{\epsilon \bar{b}_s}{\bar{b}_m} \end{aligned}$$

Bajo estas condiciones, sólo se obtiene estabilidad, ya que la función  $\dot{V}(\cdot)$  es semidefinida negativa. Por lo tanto, al aplicar el Teorema de La Salle se obtienen las condiciones para garantizar estabilidad asintótica. Para ello se define el máximo conjunto invariante

$\bar{\Omega} = \left\{ (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \mid \dot{V}(\cdot) = 0 \right\}$  y para que  $\dot{V}(\cdot) = 0 \Rightarrow \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$  y a su vez  $\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{0}$ . Al sustituir en ec. (4.12) se obtiene que  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{0}$ , por lo que el el máximo conjunto invariante  $\bar{\Omega} = \{(\mathbf{0}, \mathbf{0})\}$ , y dado que el sistema tiene un único equilibrio en  $(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_2^*)^T = (\mathbf{0}, \mathbf{0})^T$ , se asegura estabilidad

global con ganancias  $k_{11} = k_{13} = k_{21} = k_{23} > -\bar{k}_m \bar{k}_s / (\bar{k}_m + \bar{k}_s)$ ,  $k_{12} > -\bar{b}_m$ ,  $k_{24} > -\frac{\epsilon \bar{b}_s}{\bar{b}_m}$ ,  $\epsilon > 0$  y  $k_{22} k_{14} = k_{12} k_{24}$  con  $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ . ■

**Corolario.** *El conjunto de ganancias  $k_{11} = k_{13} = k_{21} = k_{23} = 0$  y  $k_{12} = k_{14} = k_{22} = k_{24} = 0$  satisfacen las condiciones que garantizan estabilidad en los sistemas maestro y esclavo en lazo cerrado ecs. (4.10) y (4.11), sin embargo, implican el desacoplamiento dinámico en la red de teleoperación, no obstante, los sistemas maestro y esclavos desacoplados están dotados de los CCV y su estabilidad ha sido probada en la demostración de los Lemas 1 y 2.*

## 4.2. Teleoperación bilateral simétrica P-P

De acuerdo al modelado del sistema de teleoperación por medio de una red de dos puertos, se ha establecido la forma en que los sistemas maestro y esclavo pueden intercambiar estados, además, mediante el Lema 3 se han definido las condiciones para garantizar estabilidad asintótica. Lo que se propone a continuación es una estructura de control en teleoperación basada en la expresión del control ec. (4.9) que proporcione simetría en la red de teleoperación. En este caso, se propone la igualdad entre las ganancias de retroalimentación de posición así como también las de velocidades, esto es:  $k_{11} = k_{13} = k_{21} = k_{23} = k_P$  y  $k_{12} = k_{14} = k_{22} = k_{24} = k_D$ , implica que la matriz  $B = B^T$ , y las condiciones de estabilidad del Lema 3 se cumplen para  $k_P > -\bar{k}_m \bar{k}_s / (\bar{k}_m + \bar{k}_s)$  y  $k_D > -\bar{b}_m \bar{b}_s / (\bar{b}_m + \bar{b}_s)$ . Por lo tanto, la nueva ley de control de teleoperación queda descrita como:

$$\begin{bmatrix} F_{u,m}(s) \\ F_{u,s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_P & -k_D & k_P & k_D \\ k_P & k_D & -k_P & -k_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ s\tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \\ s\tilde{X}_s(s) \end{bmatrix}$$

esto es,

$$\begin{aligned} f_{u,m} &= -k_P \tilde{x}_m - k_D \dot{\tilde{x}}_m + k_P \tilde{x}_s + k_D \dot{\tilde{x}}_s \\ f_{u,s} &= k_P \tilde{x}_m + k_D \dot{\tilde{x}}_m - k_P \tilde{x}_s - k_D \dot{\tilde{x}}_s \end{aligned}$$

Las expresiones anteriores describen la ley de control de teleoperación **simétrica P-P** (Posición-Posición, y hace referencia de manera general al intercambio de estados), descrita de manera general como:

$$f_{u[m,s]} = -k_D \left( \dot{\tilde{x}}_{[m,s]} - \dot{\tilde{x}}_{[s,m]} \right) - k_P \left( \tilde{x}_{[m,s]} - \tilde{x}_{[s,m]} \right) \quad (4.13)$$

que satisface el objetivo de teleoperación  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_{[m,s]} - \tilde{x}_{[s,m]}| = 0$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left| \dot{\tilde{x}}_{[m,s]} - \dot{\tilde{x}}_{[s,m]} \right| = 0$ .

La ley de control obtenida  $f_{u,[m,s]}$  ec. (4.13) es la estructura base de teleoperación bilateral empleada en el presente trabajo y mediante su modificación se pueden obtener la estructura conocida como teleoperación **simétrica PF-PF** (Posición Fuerza-Posición Fuerza, la cual hace referencia al intercambio de estados y fuerzas) y la **no-simétrica F-PF**. (Fuerza-Posición Fuerza, en este caso el sistema maestro actúa como un sistema en lazo abierto y reacciona a la fuerza recibida por parte del esclavo, mientras que éste si recibe los estados y fuerza del sistema maestro para la acción de control).

La expresión generalizada de los sistemas maestro y esclavo con CCV definidas en ecs. (4.1) y (4.2) está descrita por,

$$\bar{m}_{[m,s]}\ddot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{b}_{[m,s]}\dot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{k}_{[m,s]}\tilde{x}_{[m,s]} = f_{[h,t]} + f_{u[m,s]} \quad (4.14)$$

Al sustituir la ley de control ec. (4.13) en la expresión ec. (4.14) se tiene la siguiente dinámica en lazo cerrado.

$$\bar{m}_{[m,s]}\ddot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{b}_{[m,s]}\dot{\tilde{x}}_{[m,s]} + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_{[m,s]} - \dot{\tilde{x}}_{[s,m]} \right) + \bar{k}_{[m,s]}\tilde{x}_{[m,s]} + k_P \left( \tilde{x}_{[m,s]} - \tilde{x}_{[s,m]} \right) = f_{[h,t]}$$

o bien,

$$\begin{aligned} \bar{m}_m\ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m\dot{\tilde{x}}_m + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s \right) + \bar{k}_m\tilde{x}_m + k_P \left( \tilde{x}_m - \tilde{x}_s \right) &= f_h \\ \bar{m}_s\ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s\dot{\tilde{x}}_s + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m \right) + \bar{k}_s\tilde{x}_s + k_P \left( \tilde{x}_s - \tilde{x}_m \right) &= f_t \end{aligned} \quad (4.15)$$

Esto implica que, la dinámica en lazo cerrado ec. (4.15) tiene la estructura del clásico sistema MRA de 2 GDL, tal como se muestra en la Figura 4.3.

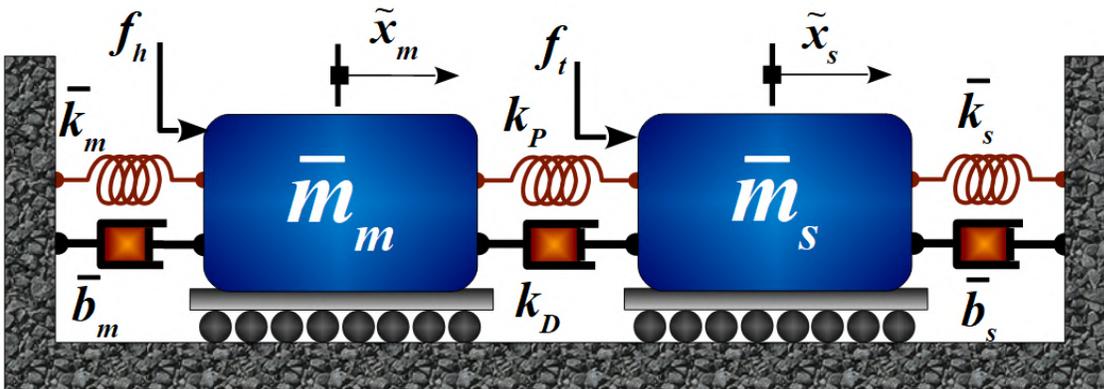


Figura 4.3: Sistema de teleoperación bilateral mediante el esquema simétrico P-P modelado como un sistemas MRA de 2 GDL.

### 4.3. Teleoperación bilateral simétrica PF-PF

La estructura de control para la teleoperación basada en la retroalimentación de posición y velocidad garantiza estabilidad asintótica global, sin embargo, se presenta una disminución en la fuerza aplicada por el usuario  $f_h$  o la de reacción por el entorno  $f_t$ . Lo que produce que no se cumpla la propiedad de *Transparencia*, la cual establece que, además de que los estados  $\tilde{x}_s \rightarrow \tilde{x}_m$ , las fuerzas de interacción deben percibirse con la misma magnitud en los sistemas maestro y esclavo, es decir, se debe cumplir que:

$$\bar{m}_{[m,s]}\ddot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{b}_{[m,s]}\dot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{k}_{[m,s]}\tilde{x}_{[m,s]} = f_{[h,t]} + f_{[t,h]}$$

Por lo que, se plantea el hecho de intercambiar las fuerzas entre dispositivos maestro y esclavo, bajo las siguientes suposiciones:

**Suposición 1.** Las fuerzas aplicadas  $f_{[h,t]}$  se encuentran acotadas  $|f_{[h,t]}| < |c|$ .

**Suposición 2.** Se considera que los parámetros del sistema esclavo pueden ser escritos en términos de los parámetros del sistema maestro por medio de una relación proporcional  $\alpha$ , esto es,  $\bar{m}_s = \alpha\bar{m}_m$ ,  $\bar{b}_s = \alpha\bar{b}_m$ ,  $\bar{k}_s = \alpha\bar{k}_m$ .

Por lo tanto, se realiza la modificación de la ley de control P-P ec. (4.13), de la siguiente manera:

$$f_{u[m,s]} = -k_D\dot{\chi}_{[m,s]} - k_P\chi_{[m,s]} + \alpha f_{[h,t]} \quad (4.16)$$

donde  $\chi_{[m,s]} = \tilde{x}_{[m,s]} - \tilde{x}_{[s,m]}$ ,  $\dot{\chi}_{[m,s]} = \dot{\tilde{x}}_{[m,s]} - \dot{\tilde{x}}_{[s,m]}$ .

La ley de control ec. (4.16) se le denomina control de teleoperación **simétrico PF-PF**.

**Lema 4** Sea la red de teleoperación bilateral maestro-esclavo descrita por la ec. (4.14), con ley de control de teleoperación simétrica PF-PF ec. (4.16),

$$f_{u[m,s]} = -k_D\dot{\chi}_{[m,s]} - k_P\chi_{[m,s]} + \alpha f_{[h,t]}$$

con  $\chi_{[m,s]} = \tilde{x}_{[m,s]} - \tilde{x}_{[s,m]}$ ,  $\dot{\chi}_{[m,s]} = \dot{\tilde{x}}_{[m,s]} - \dot{\tilde{x}}_{[s,m]}$  y  $\alpha > 0$ . Satisface que cuando  $\tilde{x}_s \rightarrow \tilde{x}_m$ , los sistemas maestro-esclavo transmiten entre sí las fuerzas de interacción con la misma magnitud, esto es:

$$\bar{m}_{[m,s]}\ddot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{b}_{[m,s]}\dot{\tilde{x}}_{[m,s]} + \bar{k}_{[m,s]}\tilde{x}_{[m,s]} = f_{[h,t]} + f_{[t,h]}$$

**Demostración.** Considerando la ley de control modificada ec. (4.16), se obtiene las siguientes expresiones en lazo cerrado,

$$\bar{m}_m\ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m\dot{\tilde{x}}_m + k_D\left(\dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s\right) + \bar{k}_m\tilde{x}_m + k_P(\tilde{x}_m - \tilde{x}_s) = f_h + \alpha f_t \quad (4.17)$$

$$\bar{m}_s\ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s\dot{\tilde{x}}_s + k_D\left(\dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m\right) + \bar{k}_s\tilde{x}_s + k_P(\tilde{x}_s - \tilde{x}_m) = f_t + \alpha f_h \quad (4.18)$$

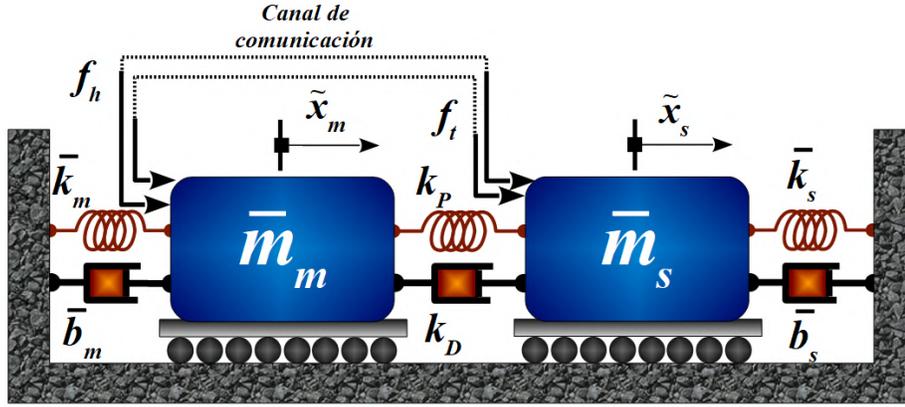


Figura 4.4: Red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF modelada como un sistema MRA de 2 GDL.

Lo que implica que la red de teleoperación es modelada como un sistema MRA de 2 GDL, tal como se muestra en la Figura 4.4.

Para lograr el objetivo de la teleoperación, es decir,  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_m - \tilde{x}_s| = 0$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left| \dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s \right| = 0$  se asumen ganancias  $k_D, k_P$  lo suficientemente grandes, es decir,  $k_D, k_P \rightarrow \infty$ , de tal manera que se obtiene una unión rígida entre la masa  $\bar{m}_m$  y  $\bar{m}_s$  e implica que  $\tilde{x}_s \rightarrow \tilde{x}_m$ . Por lo que se tiene la siguiente simplificación en las ecs. (4.17) y (4.18)

$$\begin{aligned} \bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m + K &= f_h + \alpha f_t \\ \bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s - K &= f_t + \alpha f_h \end{aligned}$$

donde  $K = k_D \left( \dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s \right) + k_P (\tilde{x}_m - \tilde{x}_s)$ , y al considerar la proporcionalidad en los parámetros  $\bar{m}_s = \alpha \bar{m}_m$ ,  $\bar{b}_s = \alpha \bar{b}_m$ ,  $\bar{k}_s = \alpha \bar{k}_m$  se tiene,

$$\begin{aligned} (\bar{m}_m + \alpha \bar{m}_m) \ddot{\tilde{x}}_m + (\bar{b}_m + \alpha \bar{b}_m) \dot{\tilde{x}}_m + (\bar{k}_m + \alpha \bar{k}_m) \tilde{x}_m &= f_h + \alpha f_t + f_t + \alpha f_h \\ \bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m &= \frac{(f_h + f_t)(1 + \alpha)}{(1 + \alpha)} \\ \bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m &= f_h + f_t \end{aligned}$$

Por lo tanto, cuando hay retroalimentación de fuerzas y bajo la condición de proporcionalidad  $\alpha$  en los parámetros del sistema maestro y esclavo, se obtiene un sistema equivalente a un sistema MRA de 1GDL sin modificación de fuerzas, logrando así la propiedad de transparencia en la teleoperación. ■

Las condiciones de estabilidad para el control simétrico PF-PF quedan descritas en términos de la proporcionalidad  $\alpha$ , esto es,

$$k_P > -\frac{\bar{k}_m \bar{k}_s}{\bar{k}_m + \bar{k}_s} = -\frac{\alpha \bar{k}_m^2}{\bar{k}_m (1 + \alpha)} = -\frac{\alpha \bar{k}_m}{1 + \alpha}$$

$$k_D > -\frac{\bar{b}_m \bar{b}_s}{\bar{b}_m + \bar{b}_s} = -\frac{\alpha \bar{b}_m^2}{\bar{b}_m (1 + \alpha)} = -\frac{\alpha \bar{b}_m}{1 + \alpha}$$

#### 4.4. Teleoperación bilateral no-simétrica F-PF

La efectividad en la retroalimentación de fuerzas entre los sistemas maestro y esclavo se ha demostrado en el Lema 4, mediante el uso del controlador simétrico PF-PF, no obstante, para determinadas aplicaciones no es posible o viable realizar el intercambio de estados en la red maestro-esclavo. Esta razón implica que no es posible aplicar un esquema simétrico para resolver el problema de la teleoperación. Por lo tanto, se define una ley de control denominado **no-simétrico F-PF** el cual consiste en el intercambio de fuerzas entre maestro y esclavo para lograr la transparencia, mientras que el objetivo  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_m - \tilde{x}_s| = 0$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left| \dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s \right| = 0$ , se logrará mediante la ley de control en el sistema esclavo.

A partir de estas consideraciones, se expresa la ley de control del sistema maestro y esclavo de la siguiente manera:

$$f_{u,m} = \alpha f_t \quad (4.19)$$

$$f_{u,s} = -k_D \left( \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m \right) - k_P (\tilde{x}_s - \tilde{x}_m) + \alpha f_h \quad (4.20)$$

Por lo que, la dinámica del sistema maestro y esclavo en lazo cerrado queda expresado como:

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m = f_h + \alpha f_t \quad (4.21)$$

$$\bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m \right) + \bar{k}_s \tilde{x}_s + k_P (\tilde{x}_s - \tilde{x}_m) = f_t + \alpha f_h \quad (4.22)$$

De esta manera, el sistema maestro tendrá movimiento libre y reaccionará a la fuerza del usuario y del entorno  $f_{[h,t]}$ , mientras que el sistema esclavo es el encargado de corregir el error en la teleoperación. No obstante, las condiciones de estabilidad para el sistema esclavo cambian, ya que no existe un acoplamiento dinámico con el sistema maestro.

Aplicando la transformada de Laplace a la ec. (4.22) se obtiene,

$$(\bar{m}_s s^2 + (\bar{b}_s + k_D) s + (\bar{k}_s + k_P)) \tilde{X}_s(s) - (k_D s + k_P) \tilde{X}_m(s) = F_t(s) + \alpha F_h(s)$$

Despreciando las fuerzas de usuario  $f_h$  y entorno  $f_t$ , se tiene la siguiente función de transferencia del sistema esclavo con respecto al sistema maestro.

$$\frac{\bar{X}_s(s)}{\bar{X}_m(s)} = \frac{k_D s + k_P}{\bar{m}_s s^2 + (\bar{b}_s + k_D) s + (\bar{k}_s + k_P)} \quad (4.23)$$

Aplicando el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz a la función de transferencia anterior, ec. (4.23), se tiene la siguiente tabla.

$$\begin{array}{c|ccc} s^2 & \bar{m}_s & \bar{k}_s + k_P & 0 \\ s^1 & \bar{b}_s + k_D & 0 & 0 \\ \hline s^0 & \bar{k}_s + k_P & & \end{array}$$

Dado que la masa  $\bar{m}_s > 0$ , implica que el sistema esclavo es estable si se cumple que  $\bar{b}_s + k_D, \bar{k}_s + k_P > 0$ , por lo tanto, las ganancias  $k_D, k_P$  deben ser:  $k_D > -\bar{b}_s$  y  $k_P > -\bar{k}_s$ .

## 4.5. Efectos del retardo de tiempo en la teleoperación P-P

La teleoperación bilateral mediante el esquema simétrico P-P es la base de los demás esquemas de teleoperación propuestos y bajo las consideraciones que  $k_P, k_D > 0$ , se garantiza estabilidad asintótica global en la teleoperación bilateral. Sin embargo, esto sólo es garantizado en condiciones donde no hay presencia de retardos de tiempo.

Los retardos de tiempo se presentan cuando incrementa la distancia entre los dispositivos maestro y esclavos, o bien, dependiendo del canal de comunicación que se este utilizando, para aplicaciones actuales, el internet es un medio mediante el cual se puede establecer la comunicación entre dos dispositivos de manera remota a larga distancia, sin embargo, dicha comunicación es afectada por los retardos de tiempo. Por lo tanto, al considerar dichos efectos en el esquema de control simétrico P-P, se tiene la siguiente representación en lazo cerrado de los sistemas maestro y esclavo.

$$\begin{aligned} \bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_m - \dot{\tilde{x}}_s(t - T_1) \right) + k_P (\tilde{x}_m - \tilde{x}_s(t - T_1)) &= f_h \\ \bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s + k_D \left( \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m(t - T_2) \right) + k_P (\tilde{x}_s - \tilde{x}_m(t - T_2)) &= f_t \end{aligned}$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  son los retardos de tiempo ocasionados por el canal de comunicación y aplicando la transformada de Laplace se obtiene su representación en el dominio de la frecuencia  $s$ .

$$\begin{aligned} (\bar{m}_m s^2 + (\bar{b}_m + k_D) s + \bar{k}_m + k_P) \tilde{X}_m(s) - (k_D s + k_P) \tilde{X}_s(s) e^{-sT_1} &= F_h(s) \\ (\bar{m}_s s^2 + (\bar{b}_s + k_D) s + \bar{k}_s + k_P) \tilde{X}_s(s) - (k_D s + k_P) \tilde{X}_m(s) e^{-sT_2} &= F_t(s) \end{aligned}$$

Y su presentación en forma matricial está dada por,

$$\begin{bmatrix} \bar{m}_m s^2 + (\bar{b}_m + k_D) s + \bar{k}_m + k_P & -(k_D s + k_P) e^{-sT_1} \\ -(k_D s + k_P) e^{-sT_2} & \bar{m}_s s^2 + (\bar{b}_s + k_D) s + \bar{k}_s + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_h(s) \\ F_t(s) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Para determinar condiciones donde el retardo de tiempo influye en la estabilidad de la red de teleoperación, se pretende obtener el polinomio característico. Obtener el polinomio característico implica la descomposición de la función  $e^{-sT}$  y esto puede obtenerse mediante la aproximación de Padé [44], para la cual se tienen aproximaciones desde primer a n-ésimo orden, en este caso se muestran las de primer y segundo orden.

$$\begin{array}{cc} \text{Primer Orden} & \text{Segundo Orden} \\ e^{-sT} \approx \frac{1 - \frac{T}{2}s}{1 + \frac{T}{2}s} & ; \quad e^{-sT} \approx \frac{1 - \frac{T}{2}s + \frac{T^2}{12}s^2}{1 + \frac{T}{2}s + \frac{T^2}{12}s^2} \end{array}$$

Entre mayor sea el orden de la aproximación, será más preciso el resultado, no obstante, aumenta la complejidad analítica. Por lo que se ha considerado emplear la aproximación de primer orden, y al sustituir en la ec (4.24) se obtiene lo siguiente,

$$\begin{bmatrix} \bar{m}_m s^2 + (\bar{b}_m + k_D) s + \bar{k}_m + k_P & -(k_D s + k_P) \left( \frac{1 - \frac{T_1}{2}s}{1 + \frac{T_1}{2}s} \right) \\ -(k_D s + k_P) \left( \frac{1 - \frac{T_2}{2}s}{1 + \frac{T_2}{2}s} \right) & \bar{m}_s s^2 + (\bar{b}_s + k_D) s + \bar{k}_s + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_h(s) \\ F_t(s) \end{bmatrix}$$

La expresión anterior puede representarse de la forma,  $A(s) \tilde{\mathbf{X}}(s) = F(s)$ ,  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}(s), F(s) \in \mathbb{R}^2$ , de tal manera que, la función de transferencia de los sistemas maestro y esclavo en lazo cerrado puede obtenerse mediante la operación  $\tilde{\mathbf{X}}(s) = A^{-1}(s) F(s)$ . La cual tiene la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_m(s) \\ \tilde{X}_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_1(s, T_1, T_2, F_h, F_t)}{P(s, T_1, T_2)} \\ \frac{N_2(s, T_1, T_2, F_h, F_t)}{P(s, T_1, T_2)} \end{bmatrix}$$

donde  $N_1, N_2$ , definen al polinomio que contiene los zeros de las funciones de transferencia, así como también las fuerzas  $F_h(s), F_t(s)$  y los tiempos de retardo  $T_1, T_2$ . Por otra parte, dado que hay un acoplamiento de estados entre los sistemas maestro y esclavo, las funciones de transferencia comparten el mismo denominador denotado como  $P(s)$ , el cual se encuentra expresado como:

$$\begin{aligned}
P(s) = & a_8 T_1 T_2 s^6 + (2a_8 (T_1 + T_2) + a_6 T_1 T_2) s^5 + (4a_8 + 2a_6 (T_1 + T_2) + a_4 T_1 T_2) s^4 \\
& \cdots + (4a_6 + 2(a_4 + 2a_7) (T_1 + T_2) + a_2 T_1 T_2) s^3 + (4a_4 + 2(a_2 + 4a_5) (T_1 + T_2) \\
& \cdots + a_1 T_1 T_2) s^2 + (4a_2 + 2(a_1 + 2a_3) (T_1 + T_2)) s + 4a_1
\end{aligned} \tag{4.25}$$

dónde

$$\begin{aligned}
a_1 &= k_P \bar{k}_m + k_P \bar{k}_s + \bar{k}_m \bar{k}_s, \\
a_2 &= k_P \bar{b}_m + k_P \bar{b}_s + \bar{b}_m \bar{k}_s + \bar{b}_s \bar{k}_m + \bar{k}_m k_D + \bar{k}_s k_D, \\
a_3 &= k_P^2, \\
a_4 &= \bar{b}_m \bar{b}_s + k_P \bar{m}_m + k_P \bar{m}_s + \bar{k}_m \bar{m}_s + \bar{m}_m \bar{k}_s + \bar{b}_m k_D + \bar{b}_s k_D, \\
a_5 &= k_P k_D, \\
a_6 &= \bar{b}_m \bar{m}_s + \bar{b}_s \bar{m}_m + \bar{m}_m k_D + \bar{m}_s k_D, \\
a_7 &= k_D^2, \\
a_8 &= \bar{m}_m \bar{m}_s
\end{aligned}$$

De acuerdo al polinomio característico ec. (4.25), se observa que los retardos de tiempo se encuentran presentes en cada uno de los términos, y dado que este contiene los polos del sistema, implica que los retardos de tiempo influyen de forma directa en la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

## 4.6. Teleoperación bilateral por modos deslizantes

El retardo de tiempo es un factor que repercute directamente en la estabilidad de la red de teleoperación bilateral, en especial en el esquema de control simétrico P-P y que a su vez tiene la misma estructura que el PF-PF. Por otra parte, dado que el esquema no-simétrico F-PF no realiza la corrección del error en teleoperación por parte del sistema maestro, se tiene un sistema semi-acoplado, ya que sólo recibe la información de la fuerza de interacción del sistema esclavo, mientras que el sistema esclavo es el que recibe los estados del sistema maestro y con ello se encarga de que el error en teleoperación  $\tilde{\chi}_{[m,s]} \rightarrow 0$ . Es por ello que, los efectos de retardos tienen menos repercusión, esto se comprobará de manera práctica con los resultados experimentales.

Además de la implementación del controlador no simétrico F-PF, se propone una modificación en la ley de control, específicamente un aumento de robustez para los casos donde el canal de comunicación para la teleoperación bilateral presenta retardos de tiempo. La propuesta en este caso es hacer uso del controlador por modos deslizantes [45], ya que es considerado de los principales métodos efectivos bajo condiciones de incertidumbre, el cual fue abordado por Park, et al. [23] para tareas de teleoperación con retardos de tiempo, el cual se describe a continuación.

Sea el sistema maestro-esclavo dotados con CCV, es decir,

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m = f_h + f_{u,m} \quad (4.26)$$

$$\bar{m}_s \ddot{\tilde{x}}_s + \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s = f_t + f_{u,s} \quad (4.27)$$

Considerando que existe la presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación, los estados y fuerzas con retardos de tiempo se denotan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{md} &= \tilde{x}_m(t - T_2), \\ \dot{\tilde{x}}_{md} &= \dot{\tilde{x}}_m(t - T_2), \\ f_{hd} &= f_h(t - T_2), \\ f_{td} &= f_t(t - T_1) \end{aligned}$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  son los retardos de tiempo en el canal de comunicación de los estados y fuerzas del sistema maestro y esclavo respectivamente. En este caso,  $T_1 + T_2$  es el tiempo de ida y vuelta (RTT por sus siglas en inglés) que afecta a la interacción remota.

Considerando la estructura de control F-PF, se tiene que el control  $f_{u,m}$  para el sistema maestro depende únicamente de la retroalimentación de la fuerza del entorno  $f_t$ , es decir,  $f_{u,m} = \alpha f_{td}$ . Por lo que la dinámica en lazo cerrado del sistema maestro es:

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m = f_h + \alpha f_{td} \quad (4.28)$$

Con respecto al sistema esclavo, se considera que este tenga la retroalimentación de estados del maestro para la corrección del error, por lo tanto, se define la siguiente superficie de deslizamiento  $\sigma$ ,

$$\sigma = \Delta \dot{\tilde{x}} + \lambda \Delta \tilde{x}, \quad \lambda > 0$$

donde  $\Delta \tilde{x} = \tilde{x}_s - \tilde{x}_{md}$  y  $\Delta \dot{\tilde{x}} = \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_{md}$ .

Considerando la siguiente función candidata de Lyapunov  $V(\sigma)$  se tiene que,

$$\begin{aligned} V(\sigma) &= \frac{1}{2} \sigma^2 \\ \dot{V}(\sigma) &= \frac{\partial V(\sigma)}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \sigma \dot{\sigma} \leq -\beta |\sigma| \leq 0, \quad \beta > 0 \end{aligned}$$

El objetivo de control en este caso, es que la superficie de deslizamiento  $\sigma = 0$ . Para garantizar la estabilidad de la superficie de deslizamiento se deriva a lo largo de las trayectorias, esto es,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \Delta \dot{\tilde{x}}} \dot{\Delta \dot{\tilde{x}}} + \frac{\partial \sigma}{\partial \Delta \tilde{x}} \ddot{\Delta \tilde{x}} \\ &= \ddot{\Delta \tilde{x}} + \lambda \dot{\Delta \tilde{x}} = \ddot{\tilde{x}}_s - \ddot{\tilde{x}}_{md} + \lambda \dot{\Delta \tilde{x}} \end{aligned}$$

Sustituyendo las dinámicas  $\ddot{\tilde{x}}_s$  y  $\ddot{\tilde{x}}_{md}$  considerando las ecs. (4.27) y (4.28).

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{\bar{m}_s} \left( -\bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s - \bar{k}_s \tilde{x}_s + f_t + f_{u,s} \right) - \frac{1}{\bar{m}_m} \left( -\bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_{md} - \bar{k}_m \tilde{x}_{md} + f_{hd} + \alpha f_t \right) + \lambda \Delta \dot{\tilde{x}}$$

El objetivo  $\sigma = 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = 0$ , por lo tanto, se puede obtener el control equivalente  $f_{u,eqs}$  a partir de la expresión anterior.

$$f_{u,eqs} = \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s - f_t + \frac{\bar{m}_s}{\bar{m}_m} \left( -\bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_{md} - \bar{k}_m \tilde{x}_{md} + f_{hd} + \alpha f_t \right) - \bar{m}_s \lambda \Delta \dot{\tilde{x}}$$

La ley de control  $f_{u,s}$  para el sistema esclavo se compone por el control equivalente  $f_{u,eqs}$  y además un término discontinuo  $f_{u,dis}$ , esto es,

$$\begin{aligned} f_{u,s} &= f_{u,eqs} + f_{u,dis} \\ f_{u,dis} &= -K_{dis} \text{sign}(\sigma), \quad k_{dis} > 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene,

$$f_{u,s} = \bar{b}_s \dot{\tilde{x}}_s + \bar{k}_s \tilde{x}_s - f_t + \frac{\bar{m}_s}{\bar{m}_m} \left( -\bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_{md} - \bar{k}_m \tilde{x}_{md} + f_{hd} + \alpha f_t \right) - \bar{m}_s \lambda \Delta \dot{\tilde{x}} - K_{dis} \text{sign}(\sigma) \quad (4.29)$$

La dinámica en lazo cerrado aplicando la ley de control ec. (4.29) está dada por:

$$\ddot{\tilde{x}}_s = \frac{1}{\bar{m}_m} \left( -\bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_{md} - \bar{k}_m \tilde{x}_{md} + f_{hd} + \alpha f_t \right) - \lambda \Delta \dot{\tilde{x}} - \frac{1}{\bar{m}_s} K_{dis} \text{sign}(\sigma) \quad (4.30)$$

La desventaja de la ley de control ec. (4.29), radica en el término de control equivalente  $f_{u,eqs}$ , ya que contiene la estructura del sistema, por lo que realiza la cancelación dinámica. **Dado que el sistema ha sido dotado previamente de parámetros  $\bar{m}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{k}$  para la interacción, implica que se perdería dicho efecto.** Por lo tanto, se plantea la implementación del SMC considerando únicamente la parte discontinua  $f_{u,dis}$  y dotándole de la retroalimentación de la fuerza del usuario. Por lo que el control SMC para el sistema esclavo está dado por:

$$\begin{aligned} f_{u,s} &= f_{u,dis} + \alpha f_{hd} \\ f_{u,s} &= -k_{dis} \text{sign}(\sigma) + \alpha f_{hd}, \quad K_{dis} > 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

#### 4.6.1. Controlador por modos deslizantes de segundo orden

La principal desventaja del control por modos deslizantes es el efecto *Chattering*. Este efecto produce vibraciones alta frecuencia sobre el sistema, algo no deseado en sistemas mecánicos y en diferentes estudios se ha demostrado que es causado principalmente por

dinámicas en cascada no modeladas, que aumentan el grado relativo del sistema y perturban de manera endógena el modo deslizante ideal presente en el sistema [46], [47]. Evitar el efecto Chattering se consigue mediante la aplicación de los controladores por modos deslizantes de orden superior, los cuales preservan las principales ventajas del enfoque original con respecto a la robustez y facilidad de implementación [48].

El control por modos deslizantes de segundo orden (SMC-2) [49], permite reducir el efecto de Chattering y su objetivo principal es generar un modo deslizante de segundo orden sobre la superficie de deslizamiento,

Sea el sistema  $\dot{y}(t) = f(y, u)$  con superficie de deslizamiento  $S(y)$  y derivando la superficie  $S(y)$  a lo largo de la superficie se tiene,

$$\frac{d}{dt}S(y) = \frac{\partial S(y)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial S(y)}{\partial y} f(y, u) = \dot{S}(y, u)$$

La segunda derivada de la superficie  $S(y)$  está dada por,

$$\frac{d}{dt}\dot{S}(y, u) = \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t}$$

Esto es,

$$\frac{d}{dt}\dot{S}(y, u) = \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial y} f(y, u) + \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial u} \dot{u}$$

Suponiendo que,

$$\begin{aligned} \theta(y) &= \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial y} f(y, u), \\ \zeta(y) &= \frac{\partial \dot{S}(y, u)}{\partial u} \end{aligned}$$

Ahora se considera una nueva representación en variables de estados  $z_1(y) = S(y)$ ,  $z_2(y) = \dot{S}(y, u)$ , de tal manera que,

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(y) &= z_2(y) \\ \dot{z}_2(y) &= \theta(y) + \zeta(y) \dot{u} \end{aligned}$$

Se propone una nueva superficie de deslizamiento  $\sigma(y)$  en función de la representación anterior,

$$\sigma(y) = z_2(y) + \rho z_1(y) = \dot{S}(y, u) + \rho S(y)$$

El sistema cuya entrada y salida es  $\dot{u}$  y  $\sigma(y)$  es de grado relativo uno, por lo que puede existir un modo deslizante en  $\sigma(y)$  [50]. Entonces la entrada  $\dot{u}$  se puede tomar como:

$$\dot{u} = -M \operatorname{sign}(\sigma(y))$$

Por lo tanto, el control del sistema está dado por la integral de la expresión anterior, es decir,

$$u = \int_0^t \dot{u}(\tau) d\tau = -M \int_0^t \operatorname{sign}(\sigma(y(\tau))) d\tau$$

#### 4.6.2. Algoritmo Super-Twisting

La implementación del SMC-2 en un sistema de grado relativo uno permite compensar perturbaciones mediante un control absolutamente continuo. Sin embargo, dicho enfoque requiere la derivada temporal de la superficie de deslizamiento.

El algoritmo SMC-2 Super-Twisting [51], consiste en la incorporación de un integrador en el esquema de control SMC de primer orden, de tal manera que el control con naturaleza discontinua se vuelve continua. Esto implica que la derivada temporal de la superficie de deslizamiento no es necesaria. Esto produce un aumento del grado relativo, no obstante, es una metodología de diseño que permite imponer el modo deslizante de segundo orden después de un intervalo de tiempo finito y suprimir perturbaciones desconocidas con derivadas de tiempo acotadas.

La ley de control del Algoritmo Super-Twisting (STA), aplicado al sistema esclavo en la teleoperación, como extensión de la ec. (4.31) está definido como:

$$\begin{aligned} f_{u,s} &= u_{1s} + u_{2s} + \alpha f_{hd}, \\ u_{1s} &= -K_{u1} |\sigma|^{1/2} \operatorname{sign}(\sigma), \\ \dot{u}_{2s} &= -K_{u2} \operatorname{sign}(\sigma) \end{aligned} \tag{4.32}$$

Por lo tanto, para cualquier  $f(x)$  Lipshitz de un sistema de la forma  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$  con incertidumbre o perturbaciones acotadas, las constantes  $K_{u1}$  y  $K_{u2}$  garantizan convergencia exacta en tiempo finito para el segundo modo deslizante  $\sigma = \dot{\sigma} = 0, \forall t > T$  sin el uso de  $\dot{\sigma}$  [49].

En el siguiente Capítulo se presentan los resultados experimentales del sistema de teleoperación bilateral, aplicando los diferentes esquemas de control propuestos y utilizando un canal de comunicación que no muestra efectos de retardos de tiempo en pruebas realizadas a periodo de muestreo de 3 [ms] con el hardware propuesto en el Capítulo 2. Dado que los sistemas maestro y esclavo son dotados de diferentes CCV, se planifican condiciones de interacción que garantizan la comparación de cada control de teleoperación en sistemas con CCV.

# Capítulo 5

## Resultados experimentales mediante comunicación serial

En este Capítulo se muestran los resultados experimentales considerando un canal de comunicación serial entre los dispositivos maestro-esclavo, el cual garantiza un intercambio de datos bit a bit sin retardos de tiempo, de acuerdo con las características de los protocolos existentes.

### 5.1. Protocolos de comunicación serial

Los protocolos de comunicación serial que pueden ser utilizados son: protocolo Universal de Transmisión y Recepción Asíncronos (UART por sus siglas en inglés), Circuito Inter-Integrado (I2C por sus siglas en inglés) y el Interface de Periféricos Seriales (SPI por sus siglas en inglés), cuyas características principales se muestra en la Tabla 5.1.

<b>Características</b>	<b>UART</b>	<b>I2C</b>	<b>SPI</b>
Velocidad	Media	Lenta	Rápida
Distancia	Larga	Media	Corta
No. Dispositivos	2	múltiples	múltiples
Cables de transmisión	2	2	4
Transferencia	Full-Duplex	Half-Duplex	Full-Duplex

Tabla 5.1: Características principales entre los protocolos de comunicación serial.

En el presente trabajo se considera utilizar el protocolo de comunicación serial UART ya que al ser asíncrono permite una velocidad en la transmisión de datos que puede ser comparable con el SPI y se utiliza para comunicar únicamente dos dispositivos, permitiendo la transferencia de datos a mayor distancia utilizando 2 cables nombrados como  $Tx$  y  $Rx$ , además de tierra común  $GND$  entre dispositivos.

La STM32Discovery tiene dos modalidades de comunicación serial: modo bloqueo y no-bloqueo. El modo bloqueo es de utilidad cuando se trata de una comunicación unidireccional, ya que al momento de enviar los datos por el bus de comunicación realiza una pausa en el programa principal, de este modo se garantiza el envío de todos los datos sin que ocurra pérdida de información. Sin embargo, cuando se requiere una comunicación bidireccional esto no es conveniente, por lo tanto, para la comunicación bidireccional se selecciona la transferencia de datos con el modo no-bloqueo, de esta manera el programa principal del sistema maestro y esclavo no se detiene en el intercambio de datos entre ellos, considerando una velocidad de transmisión de 115200 [bps]<sup>1</sup>.

## 5.2. Planificación de interacción virtual entre el sistema maestro y esclavo

Para obtener resultados que sean comparables entre los diferentes esquemas de teleoperación bilateral con controladores de complianza, se ha considerado la planificación de fuerzas virtuales, por lo que se obtendrá una interacción entre maestro y esclavo sin contacto físico con un operador humano y entorno.

### 5.2.1. Planificación de la fuerza aplicada por el usuario

La planificación de la fuerza aplicada por un usuario  $f_h$  sobre el sistema maestro consiste en una curva suave que inicie una fuerza inicial  $f_{h0}$  en un tiempo  $t_0$  y este descrita por una función polinomial de noveno grado, la cual garantiza velocidad, aceleración y jerk cero al comienzo y final de la curva, llegando a una fuerza final  $f_{hf}$  en un tiempo  $t_f$ . Posterior a ello, se mantiene la amplitud de la fuerza  $f_{hf}$  hasta un tiempo  $t_{f2}$  y se retira la fuerza aplicada por el usuario a una razón exponencial hasta finalizar la interacción en  $t_a$ . La función que describe dicho comportamiento se encuentra descrita en la ec. (5.1).

$$f_h = \begin{cases} f_{h0} & , \quad 0 \leq t < t_0 \\ \sum_{i=0}^9 r_i t^i & , \quad t_0 \leq t < t_f \\ f_{hf} & , \quad t_f \leq t < t_{f2} \\ f_{hf} e^{-5(t-t_{f2})} & , \quad t_{f2} \leq t < t_a \end{cases} \quad (5.1)$$

donde  $r_i$  son los coeficientes del polinomio de noveno grado, cuyo valor depende de los instantes iniciales y finales de tiempo y fuerzas, es decir,  $r_i(f_{h0}, f_{hf}, t_0, t_f)$ , cuya representación está descrita en el Apéndice B. Por otra parte, los parámetros iniciales y finales propuestos para la obtención de los resultados experimentales son:  $t_0 = 3$  [s],  $t_f = 6$  [s],  $t_{f2} = 12$  [s],  $t_a = 40$  [s],  $f_{h0} = 0$  [N] y  $f_{hf} = 20$  [N].

---

<sup>1</sup>Bits por segundo o baudios, que es el número de veces por segundo que una señal vía comunicación serial cambia de estado.

### 5.2.2. Pared virtual para la interacción con el sistema esclavo

Cuando un dispositivo se encuentra en contacto con un entorno, se producen fuerzas de reacción en el sentido opuesto a la dirección del movimiento. A partir de esto, se propone emular una pared de manera virtual mediante el modelo de un resorte, el cual va a producir la fuerza de oposición que es proporcional a su deformación. Para que el contacto sea más parecido a un contacto real con un objeto se plantea dotar al sistema esclavo con una doble pared virtual, la primera a baja rigidez  $k_{w1}$  impuesta a una distancia  $x_{c1}$  medida a partir del marco inercial del desplazamiento del bloque y se conmuta a una segunda pared a una distancia  $x_{c2}$  con alta rigidez  $k_{w2}$ . La conmutación es propuesta con el objetivo de emular el contacto sobre un objeto compuesto por capas, por ejemplo: el tejido de animal, frutas, etc. En la Figura 5.1 se puede observar la colocación de la doble pared virtual sobre el dispositivo esclavo y la función que describe su comportamiento se muestra en la ec. (5.2).

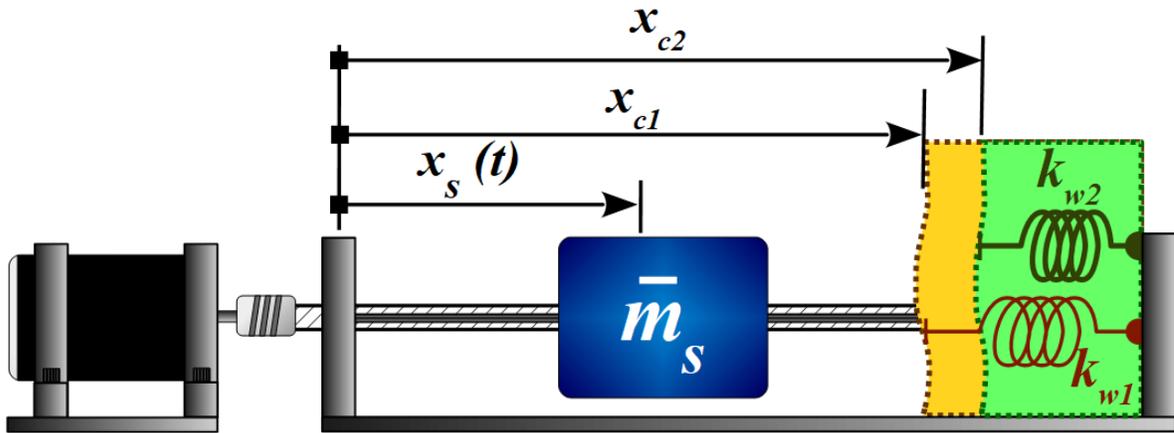


Figura 5.1: Pared virtual sobre el dispositivo esclavo.

$$f_t = \begin{cases} 0 & , \quad x_s < x_{c1} \\ k_{w1}(x_{c1} - x_s) & , \quad x_{c1} \leq x_s < x_{c2} \\ k_{w2}(x_{c2} - x_s) & , \quad x_s \geq x_{c2} \end{cases} \quad (5.2)$$

Cuyos parámetros propuestos para la interacción con la doble pared son:  $x_{c1} = 0.1$  [m],  $x_{c2} = 0.14$  [m],  $k_{w1} = 25$  [N/m] y  $k_{w2} = 2000$  [N/m].

## 5.3. Teleoperación bilateral con CCV

Los controladores de complianza virtual tienen la finalidad de modificar la impedancia de un sistema, no obstante, cada uno de ellos lo realiza de manera distinta (ver Capítulo 3), y a pesar de que emulan al sistema masa resorte amortiguador, el comportamiento varía de acuerdo con los parámetros e intensidad de la fuerza en la interacción. Es por ello que, se aborda en el presente trabajo la teleoperación bilateral considerando los controladores

de complianza virtual, esto es, considerando el controlador de impedancia para los sistemas maestro y esclavo (Imped-Imped), tal como se muestra en la Figura 5.2.

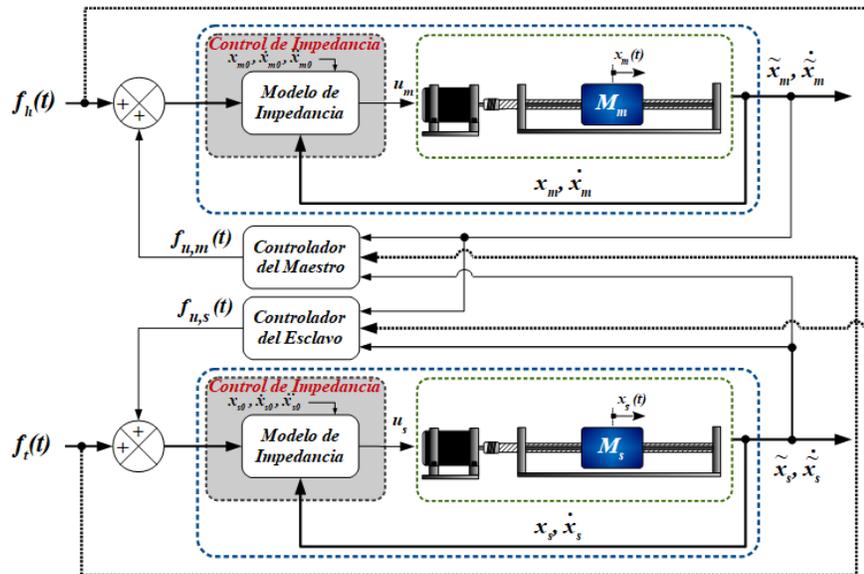


Figura 5.2: Esquema de teleoperación bilateral con controlador de impedancia para el maestro e impedancia para el esclavo.

Se considera una modalidad híbrida de teleoperación considerando un control de impedancia para el sistema maestro y admitancia para el sistema esclavo (Imped-Admit) y viceversa (Admit-Imped), control de admitancia para el sistema maestro e impedancia para el esclavo, los cuales se muestran en las Figuras 5.3 y 5.4 respectivamente.

Por último, se considera una teleoperación donde ambos sistemas (maestro-esclavo) sean dotados de controladores de admitancia (Admit-Admit), tal como se muestra en el esquema de la Figura 5.5.

A continuación se muestran los resultados experimentales por comunicación serial, considerando tiempo de muestreo de 3 [ms], con los parámetros impuestos por los controladores complianza virtual  $\bar{m}_m = \bar{m}_s = 1$  [kg],  $\bar{b}_m = \bar{b}_s = 300$  [Ns/m] y  $\bar{k}_m = \bar{k}_s = 100$  [N/m], lo cual implica que  $\alpha = 1$ .

## 5.4. Esquema de teleoperación bilateral simétrico PF-PF

En la Figura 5.6 se muestra el desplazamiento realizado por los sistemas maestro y esclavo considerando la interacción de fuerzas virtuales y el esquema de control simétrico PF-PF. Puede observarse que en cualquier modalidad de CCV, el sistema esclavo repite los movimientos del sistema maestro. La teleoperación con controladores de impedancia para los

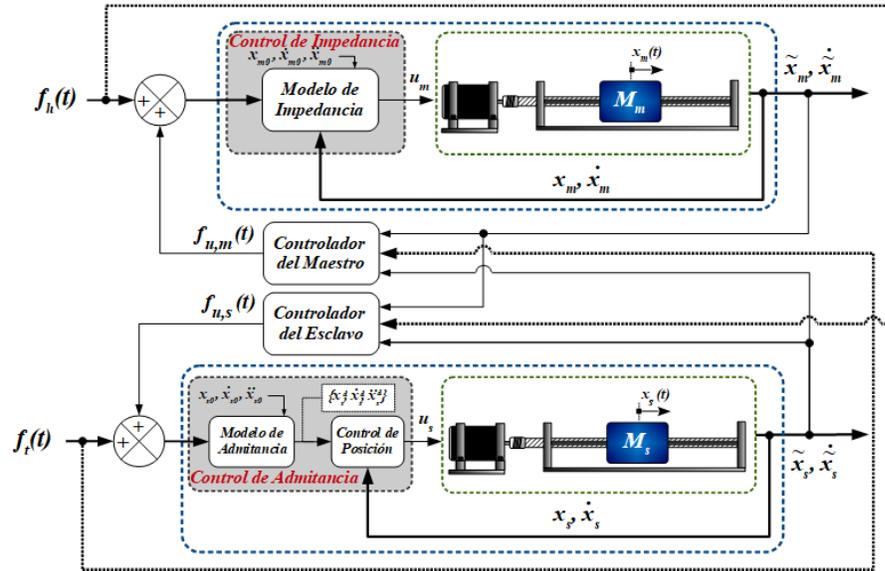


Figura 5.3: Esquema de teleoperación bilateral con controlador de impedancia para el maestro y admitancia para el esclavo.

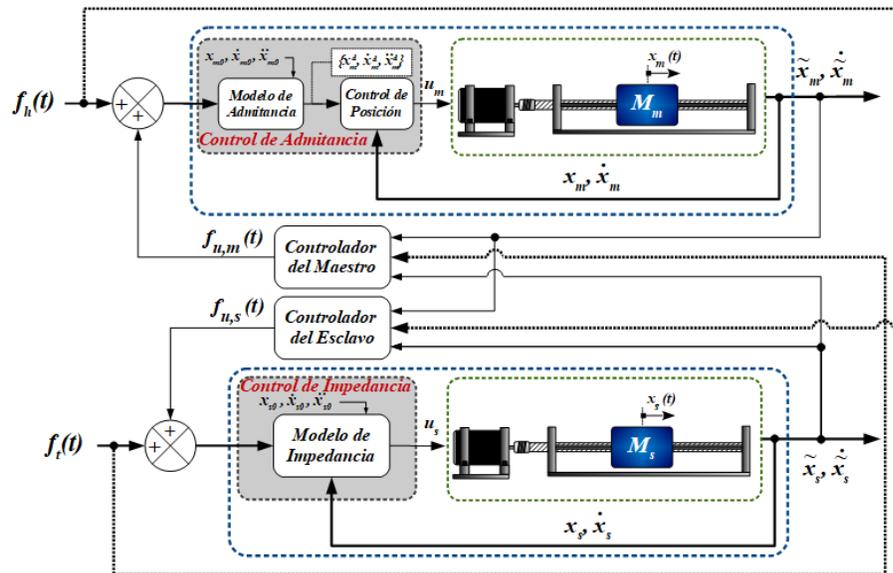


Figura 5.4: Esquema de teleoperación bilateral con controlador de admitancia para el maestro e impedancia para el esclavo.

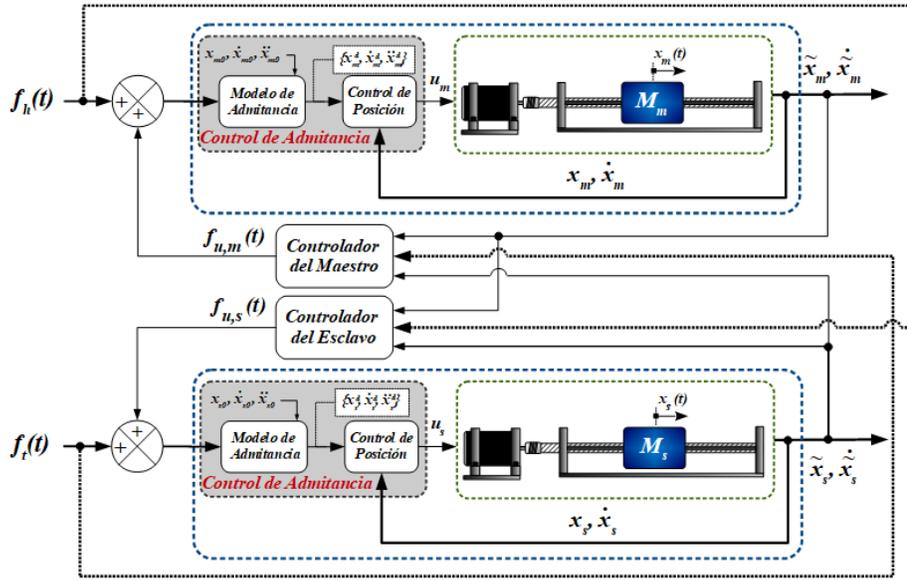


Figura 5.5: Esquema de teleoperación bilateral con controlador de admitancia para el maestro y admitancia para el esclavo.

sistemas maestro y esclavo, no presenta cambio en su trayectoria cuando entra en la zona del contacto de la pared con baja rigidez, la cual se ubica a los 10 [cm] del origen, mientras que la teleoperación con al menos un controlador de admitancia si presenta los efectos de la zona de contacto blanda. También se muestra que la teleoperación con controladores de admitancia en maestro y esclavo es el que permite a los sistemas retornar a su estado de equilibrio en  $x_{m0} = x_{s0} = 0$  [m], efecto que es observado en los resultados preliminares (ver Capítulo 3). Por otra parte, cuando los sistemas maestro y esclavo entran en contacto con la pared de alta rigidez (ubicada a los 14 [cm]), sin importar el controlador de complianza virtual con el que se haya dotado a los sistemas, la tendencia es detenerse con una pequeña deformación.

El valor teórico de estabilización al contacto con la pared de rigidez alta  $k_{w2}$  se determina considerando la interacción de fuerzas sobre el sistema masa-resorte-amortiguador de 1 GDL desde el punto de vista del sistema maestro, es decir,

$$\bar{m}_m \ddot{\tilde{x}}_m + \bar{b}_m \dot{\tilde{x}}_m + \bar{k}_m \tilde{x}_m = f_h + f_t$$

el equilibrio estático  $\tilde{x}_m^*$  se cumple cuando  $\ddot{\tilde{x}}_m^* = \dot{\tilde{x}}_m^* = 0$ , con  $f_h = 20$  [N] y  $f_t = k_{w2} (x_{c2} - \tilde{x}_m^*)$ , por lo que se tiene,

$$\tilde{x}_m^* = \frac{f_h + k_{w2} x_{c2}}{\bar{k}_m + k_{w2}} = 0.14286 \text{ [m]}$$

El valor de equilibrio estático  $\tilde{x}_m^* = 0.14286$  [m] corresponde a los resultados obtenidos (ver Figura 5.6).

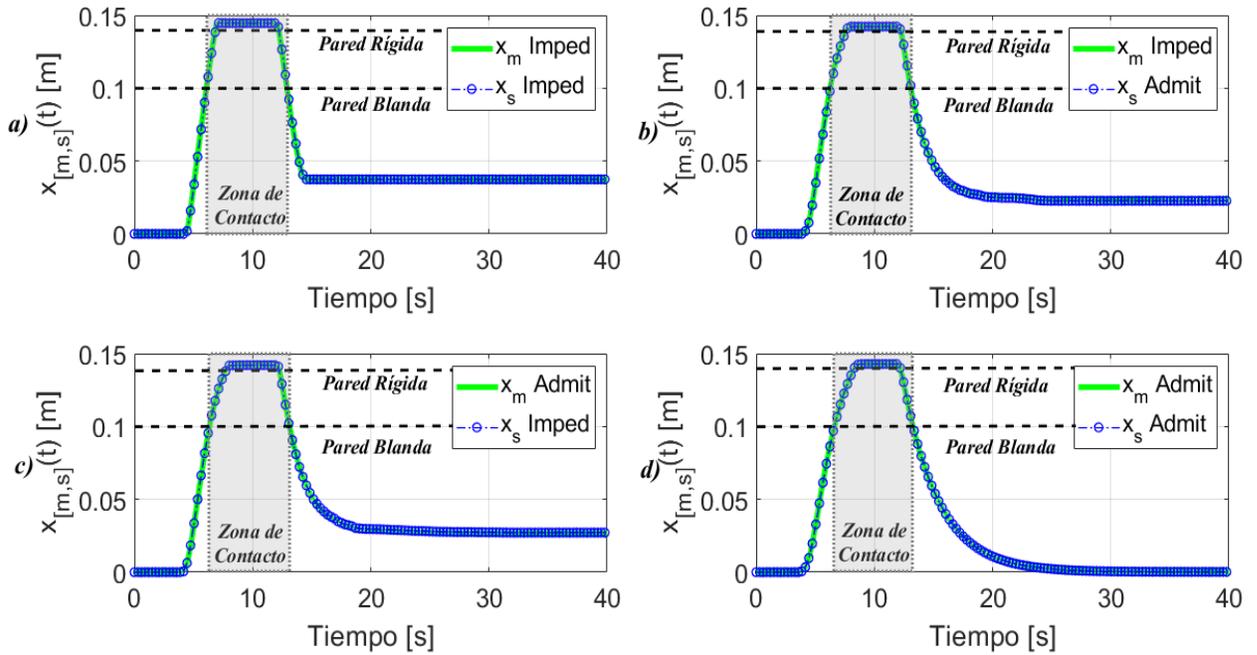


Figura 5.6: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

Con respecto al comportamiento de las velocidades en los sistemas maestro y esclavo, se puede observar cómo la velocidad incrementa de forma más rápida en la teleoperación con controladores de impedancia en los sistemas maestro y esclavo, tal como se muestra en la Figura 5.7, es por esta razón que su desplazamiento es menos suave que con las otras modalidades de controladores de complianza (ver Figura 5.6). Por otra parte, las velocidades de las combinaciones con controladores de admitancia tienen el mismo patrón de comportamiento.

En la Figura 5.8 se muestra el comportamiento del voltaje de control, el cual presenta un comportamiento con incremento y decremento de amplitud en una taza más lenta en presencia de controladores de admitancia, además que, cuando el sistema maestro y esclavo presentan controladores de impedancia (Imped-Imped) puede observarse que una vez que en ausencia de fuerzas de interacción, el voltaje se mantiene constante a un nivel aproximado de 4 a 5 [V], que es la región de zona muerta del motor, esto provoca que los sistemas con control de impedancia no puedan llegar a la convergencia en su equilibrio en cero. No obstante, en la teleoperación con controladores de admitancia en los sistemas maestro y esclavo (Admit-Admit) el nivel de voltaje posterior a la interacción de fuerzas se mantiene en niveles más altos y con pequeñas oscilaciones, lo que produce que finalmente los sistemas se estabilicen en su equilibrio en cero. También cabe recalcar que los movimientos más suaves obtenidos son por medio del controladores de admitancia, y esto se manifiesta en la amplitud máxima del control, ya que en controladores de admitancia se presentan la amplitud de menor magnitud  $\pm 12$  [V], mientras que en ambos controladores de impedancia se encuentra la mayor amplitud, llegando a casi  $\pm 20$  [V].

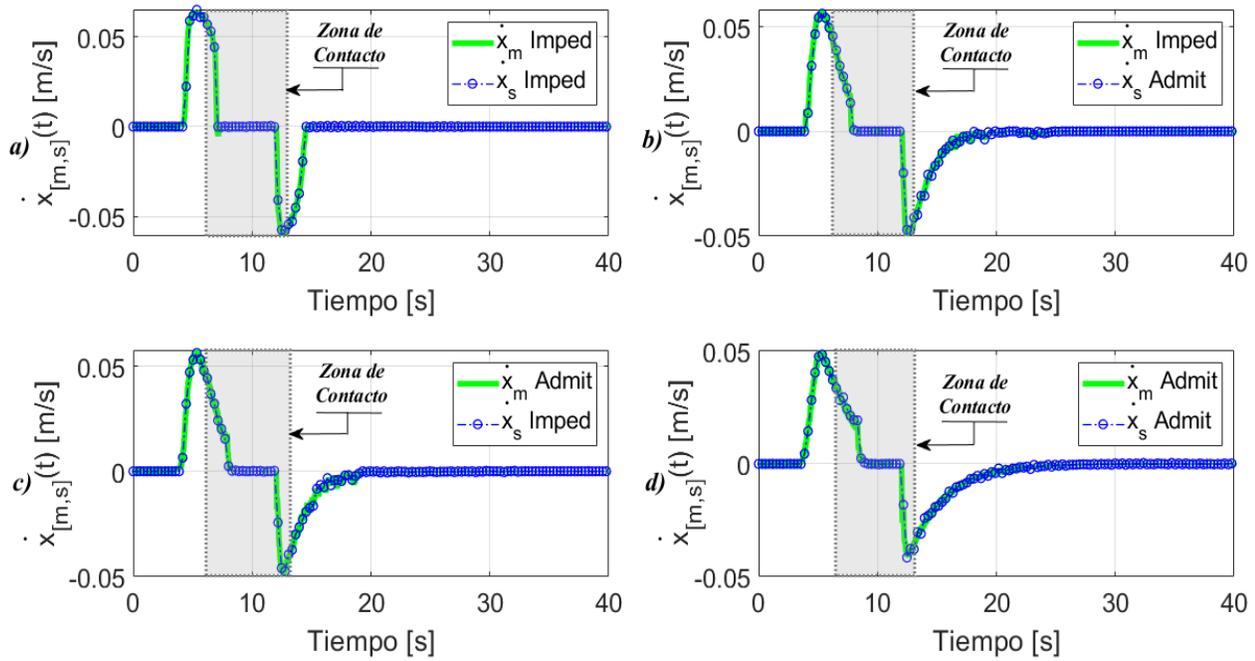


Figura 5.7: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

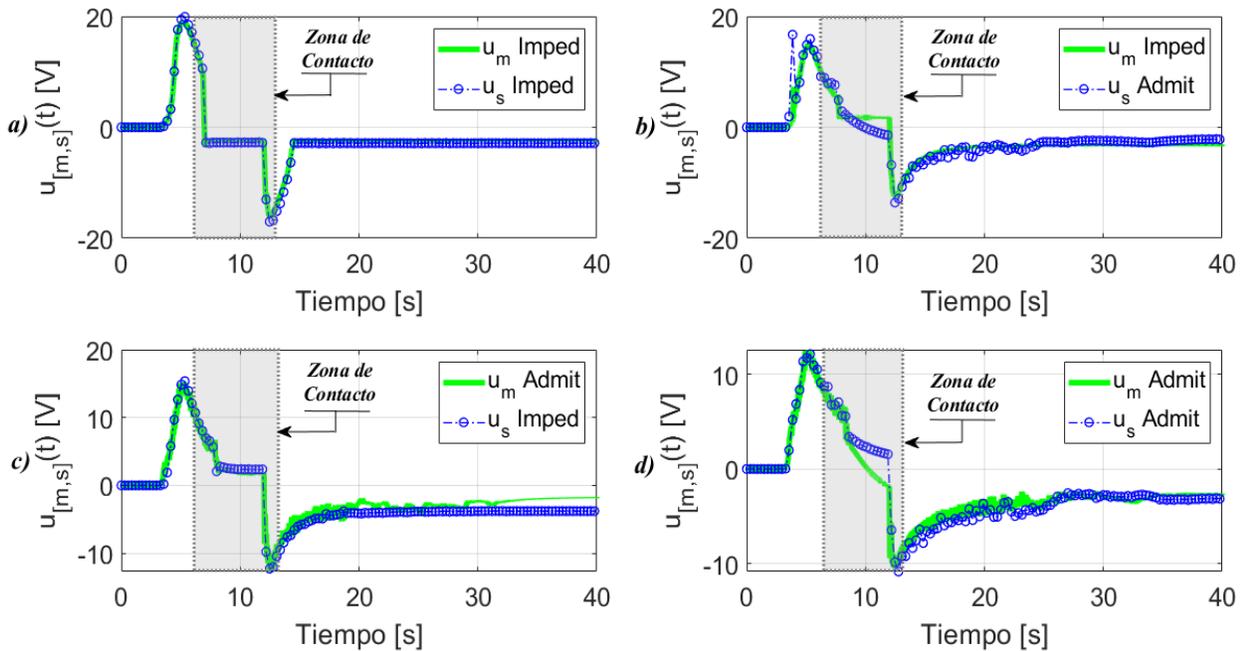


Figura 5.8: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral simétrica PF-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

Con el controlador simétrico PF-PF, se ha conseguido que el sistema esclavo logre seguir los movimientos del sistema maestro, y a su vez se obtuvo de manera eficaz la transparencia entra las fuerzas de interacción, es decir, en el sistema maestro se manifiesta de manera exitosa la interacción de las fuerzas que interactúan con el sistema esclavo, esto mientras han sido dotados de los CCV. Independientemente de las diferencias entre los comportamientos, se obtienen diferentes errores en la teleoperación  $\chi(t)$  con los diferentes controladores de complianza virtual, tal como se muestra en la Figura 5.9, donde es apreciable que los errores de mayor magnitud se producen cuando el sistema maestro es dotado de controladores de impedancia, mientras que con los de admitancia se logra disminuir la magnitud del error, obteniendo el error más pequeño con la teleoperación con ambos controladores de admitancia, el cual oscila los  $\pm 0.6$  [mm]. No obstante, a pesar de que el error de mayor magnitud es de  $\pm 1.5$  [mm], sigue siendo aceptable para la tarea de teleoperación, ya que es un error poco perceptible físicamente. Por otra parte, de acuerdo al CCV impuesto a los sistemas maestro y esclavo, se manifiestan diferentes fuerzas de reacción  $f_t(t)$ , siendo la teleoperación Admit-Admit, la que aproxima de manera más real el valor de fuerza teórico, el cual está dado por:

$$\begin{aligned} f_t &= k_{w2}(x_{c2} - \tilde{x}_s^*), \tilde{x}_s^* = \tilde{x}_m^* \\ &= -5.72 \text{ [N]} \end{aligned}$$

Puede observarse que las modalidades híbridas tienen una fuerza menor a la teórica, mientras que la teleoperación Imped-Imped tiene una fuerza de reacción mucho más elevada, de casi 10 [N].

## 5.5. Esquema de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF

El esquema de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF, cuya ley de control se rige por las ecs. (4.19) y (4.20), tiene como característica el intercambio de fuerzas entre sistemas maestro y esclavo, mientras que la tarea de hacer que el  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\chi_{[m,s]}| \approx 0$  lo lleva a cabo únicamente el sistema esclavo. A continuación, se muestran los resultados experimentales con dicho esquema de control mediante la interacción de fuerzas virtuales.

El desplazamiento realizado por el sistema maestro y esclavo con la interacción de fuerzas virtuales mediante el esquema de teleoperación no-simétrico F-PF es el que se muestra en la Figura 5.10. Puede observarse de nueva cuenta, que el seguimiento entre sistema maestro y esclavo se realiza se logrará con cualquier combinación de CCV. Una característica obtenida en el comportamiento y que difiere al controlador simétrico PF-PF, es que predomina el comportamiento del CCV que haya sido aplicado al sistema maestro. Es por ello, que se encuentra gran similitud en el comportamiento en la teleoperación bilateral Imped-Imped con Imped-Admit, así como también Admit-Imped con Admit-Admit, la cual consiste principalmente en que los movimientos con controladores de impedancia son más rápidos y el sistema no converge a su equilibrio, mientras que el controlador de admitancia tiene un

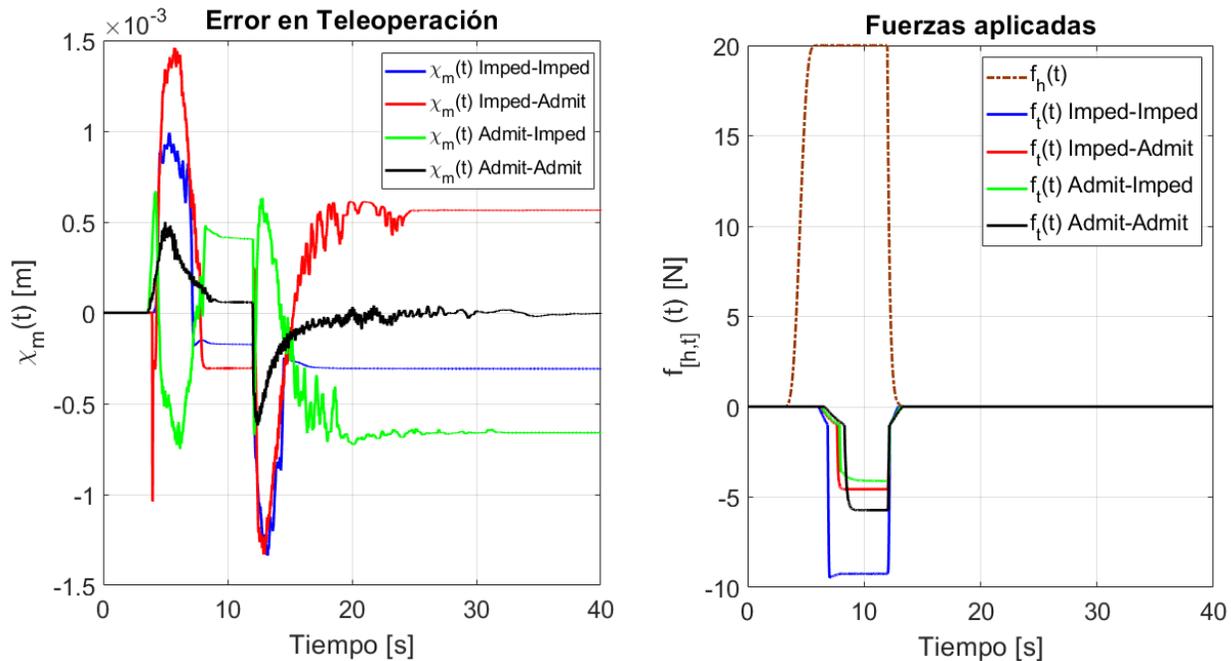


Figura 5.9: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación simétrica PF-PF.

comportamiento que se apega a un sistema MRA por lo que es más suave y sí converge al equilibrio cuando no hay presencia de fuerzas.

La semejanza entre los comportamientos en la teleoperación se sigue reflejando en la velocidad, tal como se muestra en la Figura 5.11. En donde se aprecia que en la teleoperación donde el controlador de admitancia se hace presente en el sistema maestro hay una disminución mayor de la velocidad posterior a sus valores máximos y mínimos.

Con respecto al comportamiento en el voltaje de control  $u_{[m,s]}$  (ver Figura 5.12), pueden observarse las mismas características entre la teleoperación con controladores de impedancia y admitancia en el sistema maestro, no obstante, también puede observarse que hay una gran similitud en el control aplicado a los sistemas maestro y esclavo cuando ambos sistemas tienen en común el mismo CCV, es decir, los sistemas con teleoperación Imped-Imped y Admit-Admit. Comportamiento que a su vez se manifiesta en los niveles de voltaje máximos, siendo de  $\pm 20$  [V] en controladores de impedancia en el sistema maestro y  $\pm 10$  [V] con controlador de admitancia en el maestro.

Los errores en la teleoperación y las fuerzas de interacción son los que se presentan en la Figura 5.13, en donde se puede observar que el error en la teleoperación para cada combinación de CCV se encuentra como valor máximo  $\pm 3$  [mm] para el controlador híbrido Imped-Admit, mientras que la teleoperación con el error más pequeño oscila los  $\pm 7$  [mm] aproximadamente se obtiene con el controlador de admitancia, en este caso Admit-Admit. A diferencia del controlador simétrico PF-PF, las fuerzas de reacción en la interacción con la pared virtual para la teleoperación, con los controladores de admitancia en el sistema

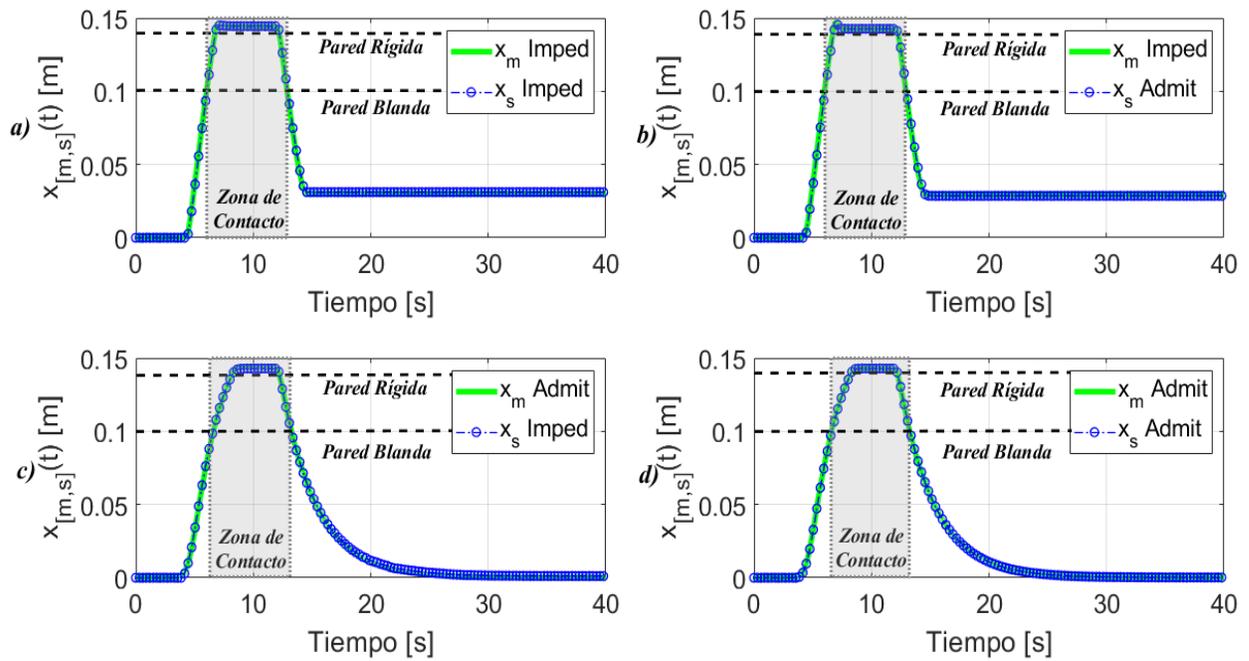


Figura 5.10: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

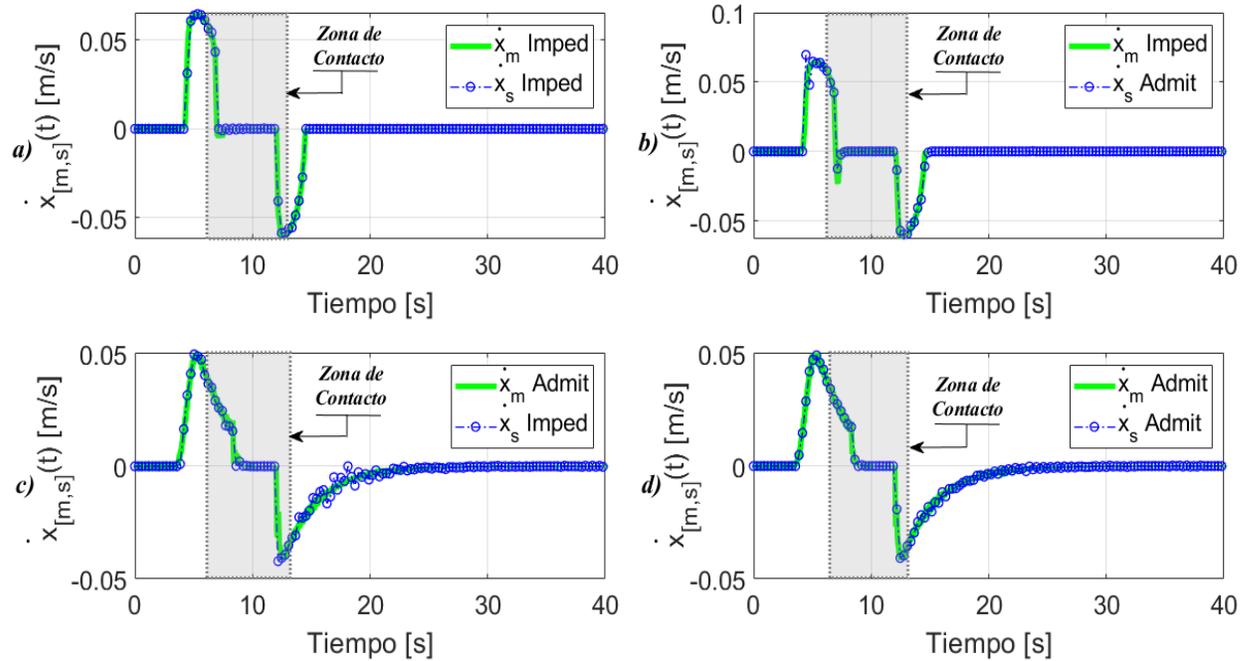


Figura 5.11: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

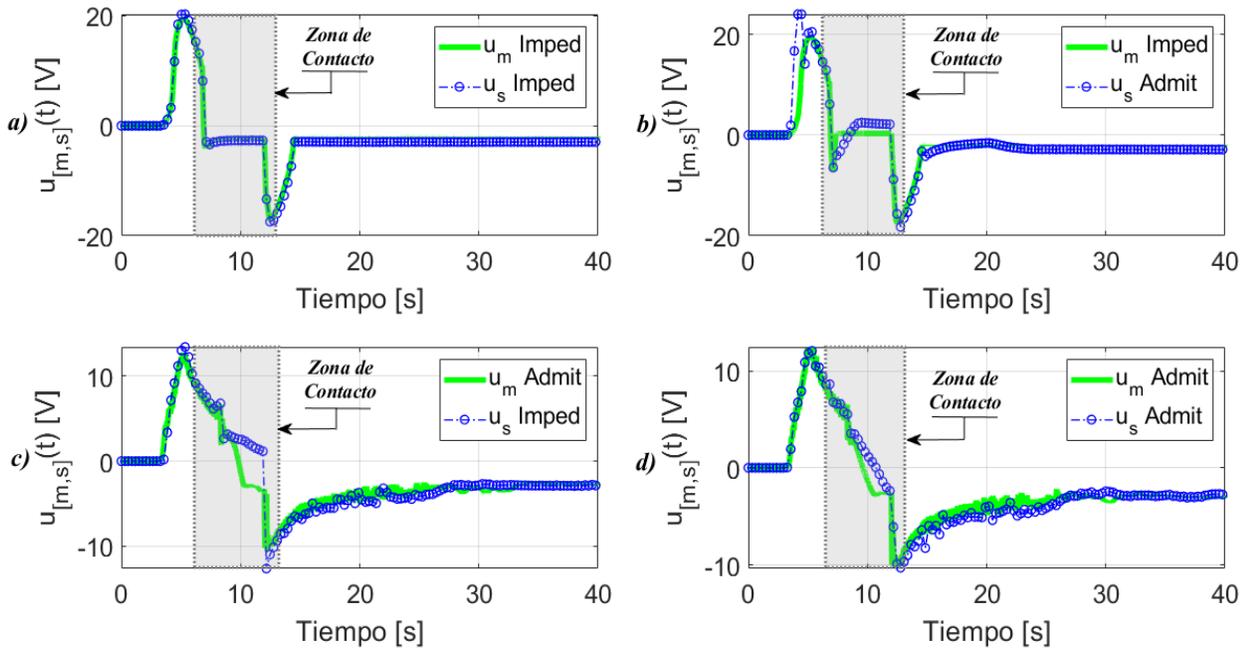


Figura 5.12: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

maestro tienen prácticamente el mismo comportamiento, mientras que utilizando el controlador de impedancia en el sistema maestro se obtiene un sobrepaso más elevado, llegando a los  $-10$  [N], siendo el modo híbrido Imped-Admit el que disminuye su valor después del sobrepaso.

## 5.6. Comparación de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF

Los esquemas de teleoperación bilateral simétrico PF-PF y el no-simétrico F-PF mostraron comportamientos que satisfacen el objetivo de la teleoperación bilateral utilizando diferentes combinaciones de CCV en los sistemas maestro y esclavo. Ahora se realiza una comparativa para determinar cuál de las estructuras de control de teleoperación bilateral es el más efectivo. Para ello se comparan las señales del error en teleoperación PF-PF vs F-PF, tal como se muestra en la Figura 5.14. Se puede observar que, para cualquier CCV impuesto a los sistemas maestro y esclavo, el error en teleoperación es siempre menor con la estructura de control simétrico PF-PF, lo cual se comprueba al comparar el promedio del valor absoluto del error  $|\chi_m(t)|$ , el cual se calcula con la ec. (5.3) y los resultados se muestran en la Tabla 5.2. La cual muestra que la teleoperación Admit-Admit es la más efectiva con las estructuras PF-PF- y F-PF, aunque el margen de error entre ellas es muy reducido.

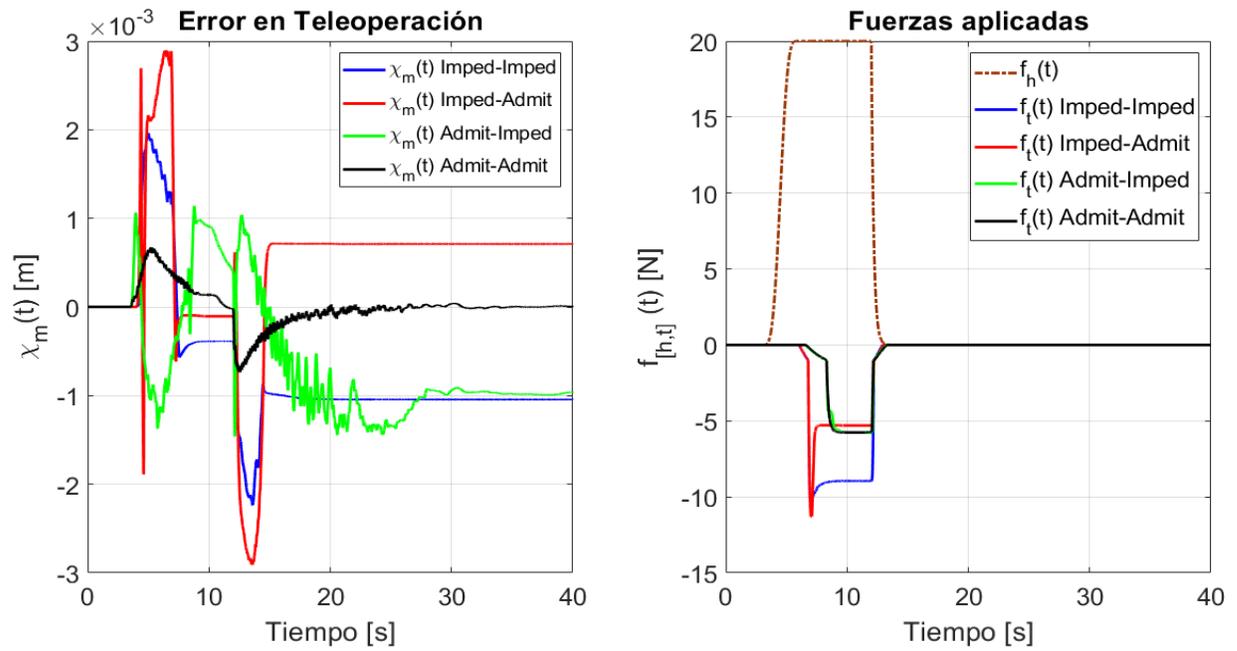


Figura 5.13: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF.

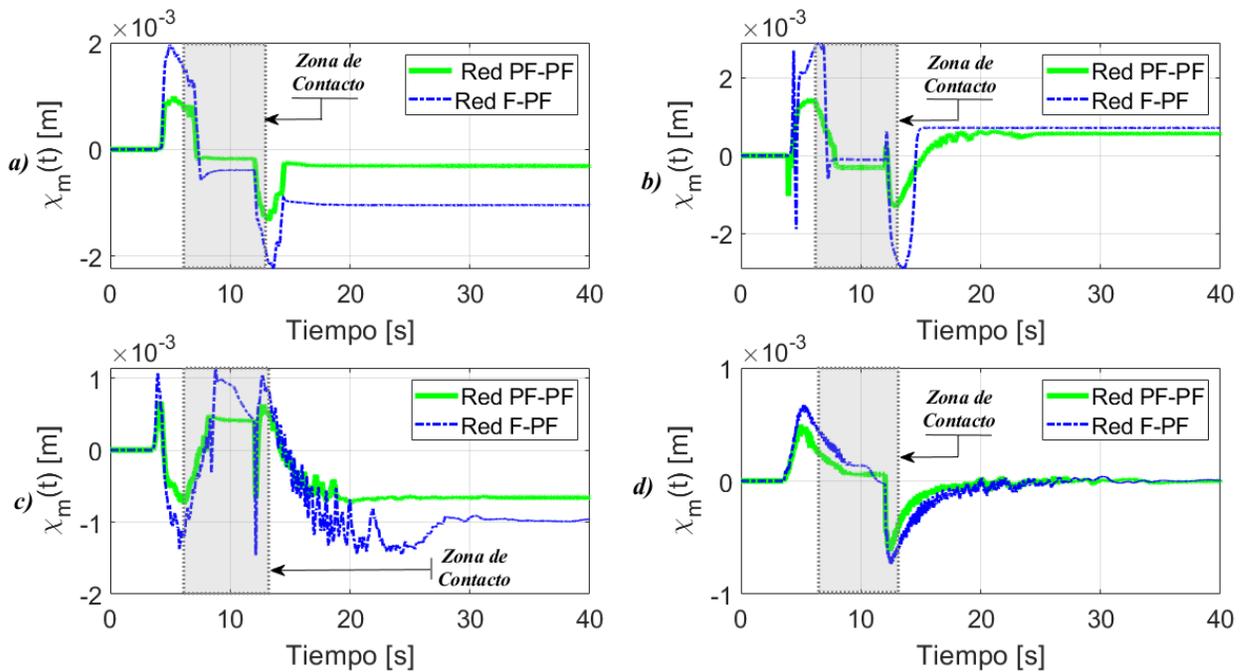


Figura 5.14: Error en teleoperación  $\chi_m$  de la red de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

$$|\bar{\chi}_m| = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |\chi_m(k)| \quad (5.3)$$

donde  $L$  es la longitud del vector de datos asociado a  $\chi_m(k)$  y  $k$  las muestras.

CCV	Esquemas de control de teleoperación	
	PF-PF	F-PF
	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m $
Imped-Imped	$3.3116 \times 10^{-4}$	$9.2106 \times 10^{-4}$
Imped-Admit	$5.0821 \times 10^{-4}$	$7.5489 \times 10^{-4}$
Admit-Imped	$5.0677 \times 10^{-4}$	$8.1514 \times 10^{-4}$
Admit-Admit	$7.4899 \times 10^{-5}$	$1.1735 \times 10^{-4}$

Tabla 5.2: Promedio del error absoluto en la red de teleoperación, en [m].

Por otra parte, en la Figura 5.15 se muestra la reacción de fuerzas  $f_t(t)$  obtenidas en el contacto del sistema esclavo en la interacción con la pared virtual. Es apreciable que existe una gran similitud en las fuerzas de reacción cuando maestro y esclavo tienen el mismo CCV, tanto en el contacto de baja rigidez como de alta rigidez. Sin embargo, cuando se aplican los CCV diferentes en los sistemas maestro y esclavo, las fuerzas producidas sí presentan diferencias, siendo la red de teleoperación F-PF la que muestra fuerzas de reacción más cercanas a la fuerza teórica, la cual es  $f_t = -5.72$  [N]. Siendo a su vez, los controles con admitancia en el maestro los que mejor representan la fuerza de reacción.

## 5.7. Retardos en los esquemas de teleoperación PF-PF vs F-PF

Los resultados obtenidos en la teleoperación bilateral muestran que el sistema esclavo logra seguir los movimientos realizados por el sistema maestro con errores de poca magnitud, aplicando los controladores con estructura simétrica PF-PF y la no-simétrica F-PF, en donde se pudo verificar que sin importar el CCV que se apliquen a los sistemas maestro y esclavo, la teleoperación bilateral Admit-Admit es la que muestra el mejor desempeño, con error en teleoperación menor a  $\pm 1$  [mm] con PF-PF y F-PF. Dicho desempeño también es manifestado en la fuerza de reacción, ya que esta misma teleoperación produce la fuerza en la interacción con la pared virtual que se aproxima a la fuerza teórica. Entonces, pese al buen comportamiento de los esquemas de teleoperación, el que presenta el mejor resultado sobre todos es la teleoperación bilateral simétrica PF-PF con CCV Admit-Admit.

Sin embargo, este resultado fue obtenido bajo la consideración que no existen retardos de tiempo en el canal de comunicación. Cuando sí existe la presencia de retardos de tiempo, la conclusión obtenida ya no tiene validez y para corroborar ello, se pone a prueba el comportamiento de la red de teleoperación simétrica PF-PF vs la no-simétrica F-PF considerando el mejor desempeño (aplicando el CCV Admit-Admit), induciendo tiempos de retardo, tal

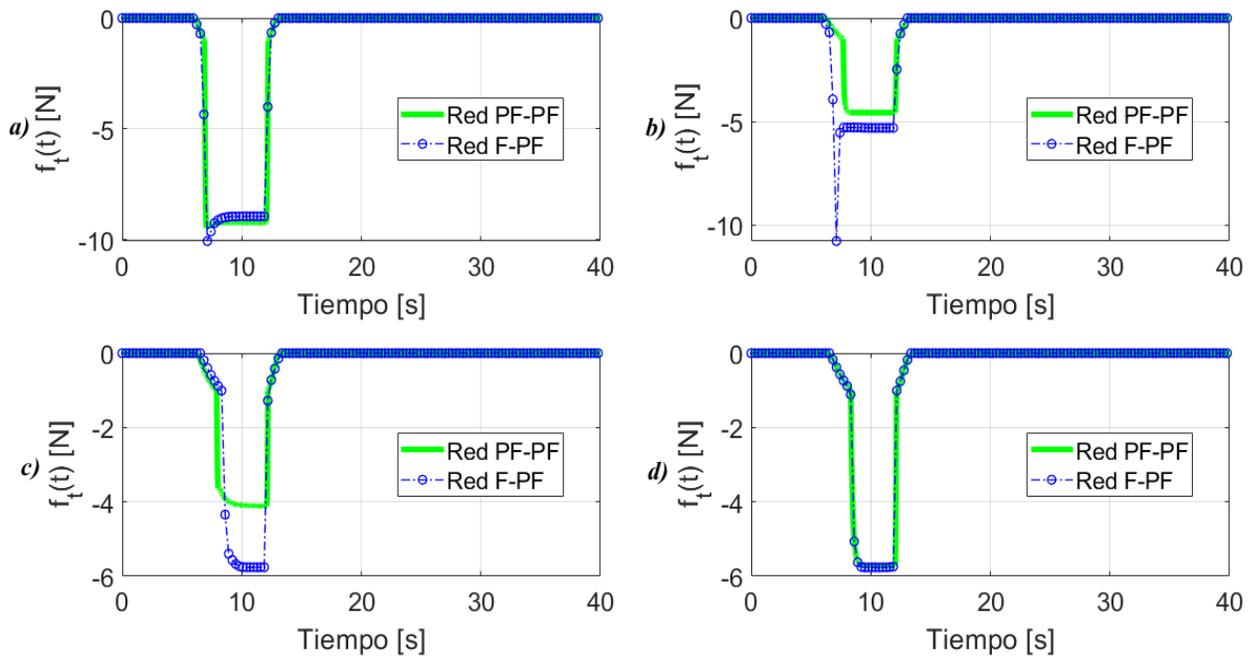


Figura 5.15: Fuerzas  $f_t(t)$  producidas en la red de teleoperación bilateral PF-PF vs F-PF con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

como se muestra en la Figura 5.16. Donde puede apreciarse que, sin importar el tiempo de retardo impuesto, la red de teleoperación no-simétrica F-PF logra mantener la amplitud en el desplazamiento del sistema maestro y esclavo, con un respectivo cambio de fase.

Por otra parte, si bien el mejor desempeño se había obtenido con el controlador simétrico PF-PF, ahora puede observarse su deficiencia bajo tiempos de retardo. En este caso, se observa que con un retardo de  $0.5 [s]$  se tiene una diferencia entre la amplitud del sistema maestro y esclavo, misma que se ha incrementado cuando el tiempo de retardo también ha aumentado, ahora a  $1 [s]$  y por último se muestra que al aumentar el tiempo de retardo a  $2 [s]$  ha disminuido la diferencia de amplitudes, sin embargo siguen siendo diferentes y desfasadas, pero al momento de que se deja de aplicar la señal de entrada, cuando el retardo es de  $2 [s]$  la red PF-PF presenta un comportamiento errático no deseable, ya que el sistema maestro presenta un movimiento que se aleja rápidamente del sistema esclavo mientras que éste converge al origen.

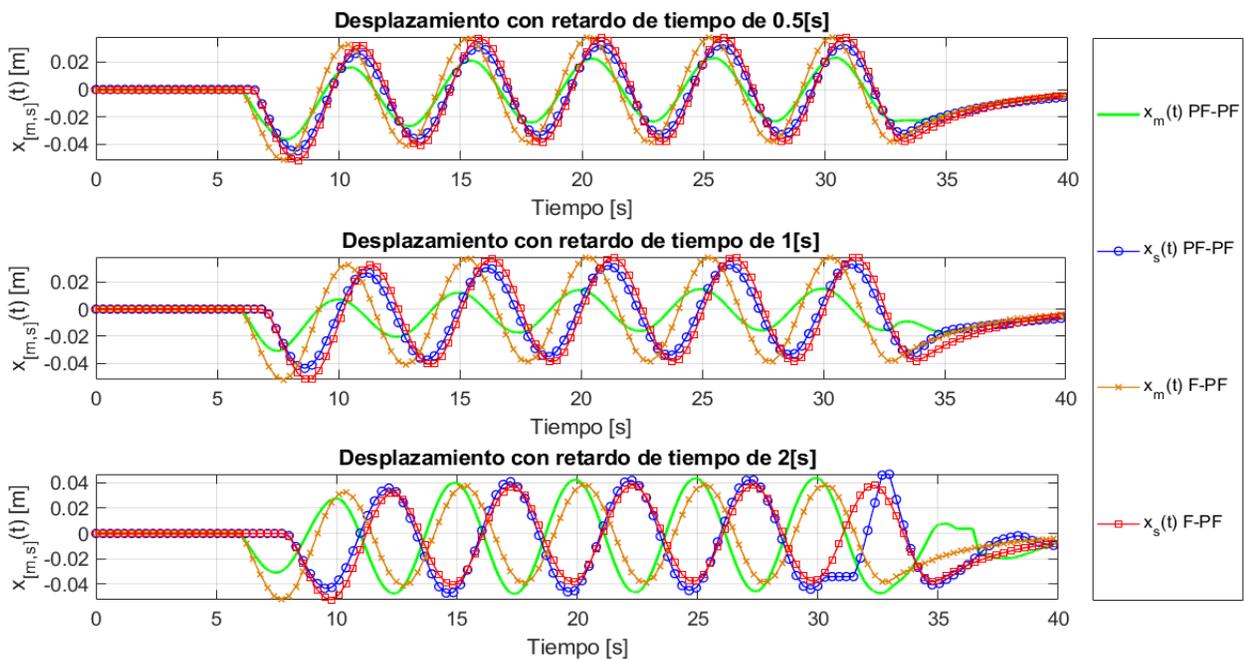


Figura 5.16: Comparativo entre el comportamiento de la teleoperación Admit-Admit aplicando los esquemas PF-PF vs F-PF en presencia de retardos de tiempo.

# Capítulo 6

## Resultados experimentales con retardos de tiempo

En el Capítulo 5 se mostraron los resultados experimentales de la teleoperación bilateral mediante el canal de comunicación serial, en el cual se puede realizar el intercambio de estados entre los sistemas maestro y esclavo sin retardos de tiempo. Sin embargo, el principal inconveniente de la comunicación serial es la distancia con la cual se puede transferir la información entre los dispositivos. Muchas de las aplicaciones hoy en día exigen que los sistemas de teleoperación puedan realizar la comunicación entre ellos en canales de comunicación de media y larga distancia, lo cual puede ser conseguido mediante diversos protocolos de comunicación como: bluetooth, wifi, radiofrecuencia, TCP/IP, UDP, MQTT, etc.

En el presente trabajo, se propone establecer la comunicación entre los dispositivos maestro y esclavo para la teleoperación bilateral a media y a larga distancia, mediante el Protocolo de Datagramas de Usuarios (UDP por sus siglas en inglés) y comunicación por internet empleando el Arduino IoT Cloud, el cual hace uso del protocolo MQTT.

### 6.1. Comunicación LAN mediante el protocolo UDP

Existen dos clases de protocolos comúnmente recurridos para el envío de información a través de un área de red local (LAN por sus siglas en inglés) o por internet (WAN) y se basan en la conexión entre dispositivos denominados servidor y cliente, estos protocolos son el TCP/IP y UDP.

El protocolo de comunicación UDP permite enviar datagramas (paquetes de datos) sin que se haya establecido previamente una conexión entre dispositivos. Esto representa una ventaja para transmitir información a mayor velocidad en comparación con el Protocolo de Control de Transmisión (TCP por sus siglas en inglés), ya que este protocolo es orientado a la conexión, esto implica que antes de transmitir datos establece una conexión entre la fuente y su destino, asegurando a su vez que permanezca activa hasta que comience la comunicación.

Entonces, TCP tiene la característica de que protege la entrega de datos con controles como reconocimiento, inicio de conexión y controles de flujo, característicos del modelo OSI. Por otra parte, el protocolo UDP es no orientado a la conexión, por lo que es más eficiente

para la transmisión de información en tiempo real.

En la Figura 6.1 se muestra un diagrama que representa la comunicación LAN entre los dispositivos maestro y esclavo empleando el protocolo UDP. En este caso, el dispositivo maestro conectado a la placa de desarrollo STM32DISCOVERY transfiere los estados y fuerza del sistema maestro ( $x_m, \dot{x}_m, f_h$ ) a una computadora de escritorio vía comunicación serial UART. Los datos son recopilados en la interfaz de Matlab/Simulink y posteriormente son enviados por Ethernet mediante del protocolo UDP mediante el uso de la librería *Instrument Control Toolbox*, configurando para ello la dirección IP y puertos, del dispositivo local y remoto. Por otra parte, se tiene una simetría en la comunicación por parte del sistema esclavo, con la diferencia de que, el equipo donde se recibe la fuerza de interacción en el sistema esclavo  $f_t$ , es una laptop y estos son enviados vía wi-fi mediante el protocolo UDP. Los datos que son transferidos por los sistemas maestro y esclavo pasan por el router y son distribuidos y enviados a su destinatario final.

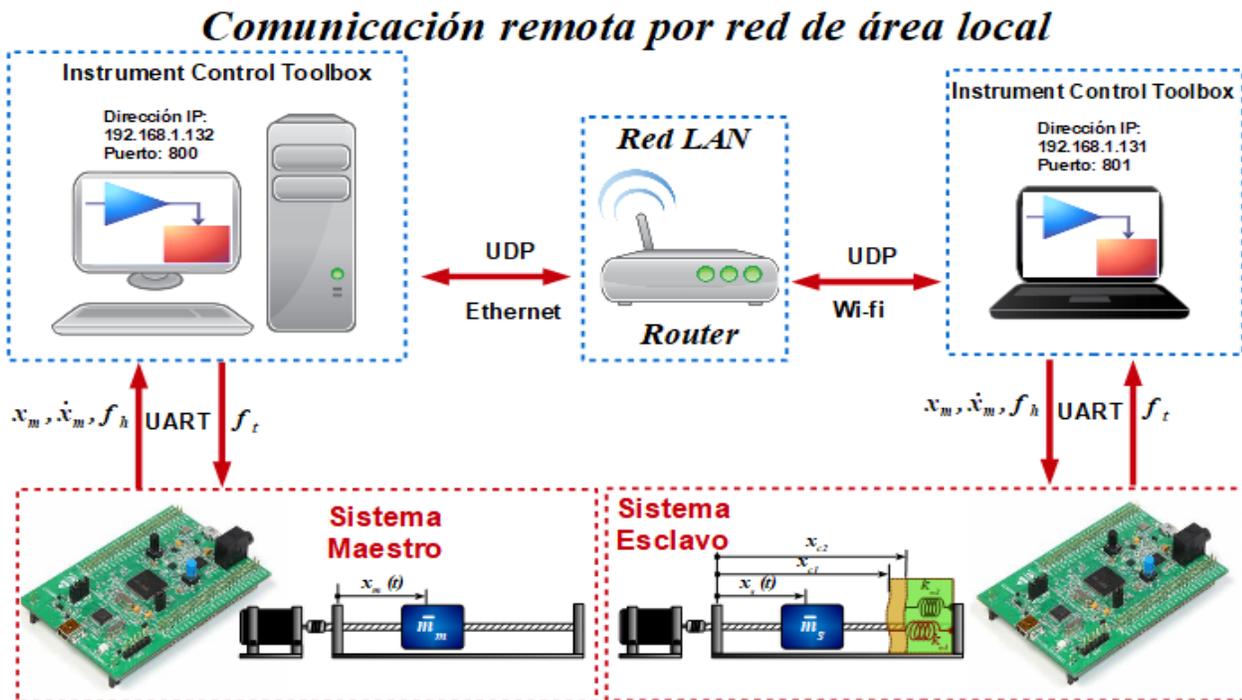


Figura 6.1: Diagrama que representa la conexión del hardware para la teleoperación bilateral por LAN.

Cabe mencionar que, para que esta comunicación sea posible, los equipos de cómputo deben estar conectados a la misma red, es decir, al mismo enrutador y por su naturaleza, es una comunicación que se ve afectada por los retardos de tiempo.

A continuación, se aplican las pruebas de interacción de fuerzas virtuales empleadas en el Capítulo 5 y se obtienen los resultados siguientes.

### 6.1.1. Resultados experimentales en LAN aplicando el control F-PF

Cuando se aplica el control de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF considerando la presencia de retardos de tiempo, las expresiones del control ecs. (4.19) y (4.20), son modificados de la forma:

$$f_{u,m}(t) = \alpha f_t(t - T_2), \quad (6.1)$$

$$f_{u,s}(t) = -k_D \left( \dot{\tilde{x}}_s - \dot{\tilde{x}}_m(t - T_1) \right) - k_P (\tilde{x}_s - \tilde{x}_m(t - T_1)) + \alpha f_h(t - T_1) \quad (6.2)$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  son los retardos de tiempo en la transmisión de los estados y fuerzas entre los sistemas maestro y esclavo.

En la Figura 6.2 se muestra el comportamiento en el desplazamiento realizado por los sistemas maestro y esclavo en la interacción de fuerzas virtuales. Puede apreciarse que hay una correspondencia entre los desplazamientos manteniéndose un cambio de fase debido al tiempo de ida y vuelta (RTT) de los retardos de tiempo. También se observa cómo el comportamiento en la red de teleoperación es más suave y con menos oscilaciones cuando se produce el contacto con la pared virtual con la teleoperación con control de admitancia en el sistema maestro, siendo el modo Admit-Admit el que produce menos sobreimpulso en el sistema maestro y sí tiende a detenerse en primera instancia el sistema maestro al contacto con la pared rígida. Mientras que, se produce un comportamiento brusco en la teleoperación con control de impedancia en el sistema maestro.

En cuanto a la velocidad de los sistemas maestro y esclavo, la cual se muestra en la Figura 6.3. Esta decrece con mayor rapidez en cuanto se produce el contacto con la pared de rigidez blanda y rígida, cuando el maestro tiene el controlador de admitancia y por el contrario, cuando el sistema maestro tiene el controlador de impedancia, la velocidad se mantiene más tiempo en sus valores máximos y esto provoca a su vez un aumento en el voltaje de control, el cual se muestra en la Figura 6.4.

Los movimientos bruscos presentados en la teleoperación con controladores de impedancia en el sistema maestro implican que los niveles de voltaje aplicados son de mayor magnitud, los cuales oscilan alrededor de  $\pm 20$  [V], para la teleoperación Imped-Imped e Imped-Admit. Y que a su vez, son mejorados por la teleoperación Admit-Admit, cuyos valores máximos se encuentran alrededor de  $\pm 15$  [V].

Los resultados muestran que el mejor comportamiento lo tienen los sistemas con CCV del tipo admitancia en el sistema maestro, no obstante, el que presenta un error menor en la teleoperación en presencia de retardos de tiempo es el Admit-Admit, tal como se muestra en la Figura 6.5, mismo que presenta una fuerza de reacción en la pared virtual  $f_t$  que se aproxima más a la fuerza teórica. Por otra parte, los que presentan un déficit mayor en la teleoperación bilateral son los que han sido dotados del controlador de impedancia en el sistema maestro, siendo la modalidad Imped-Admit la que tiene un aumento excesivo en la fuerza producida en el contacto con la pared rígida, de  $f_t = -43$  [N] aproximadamente.

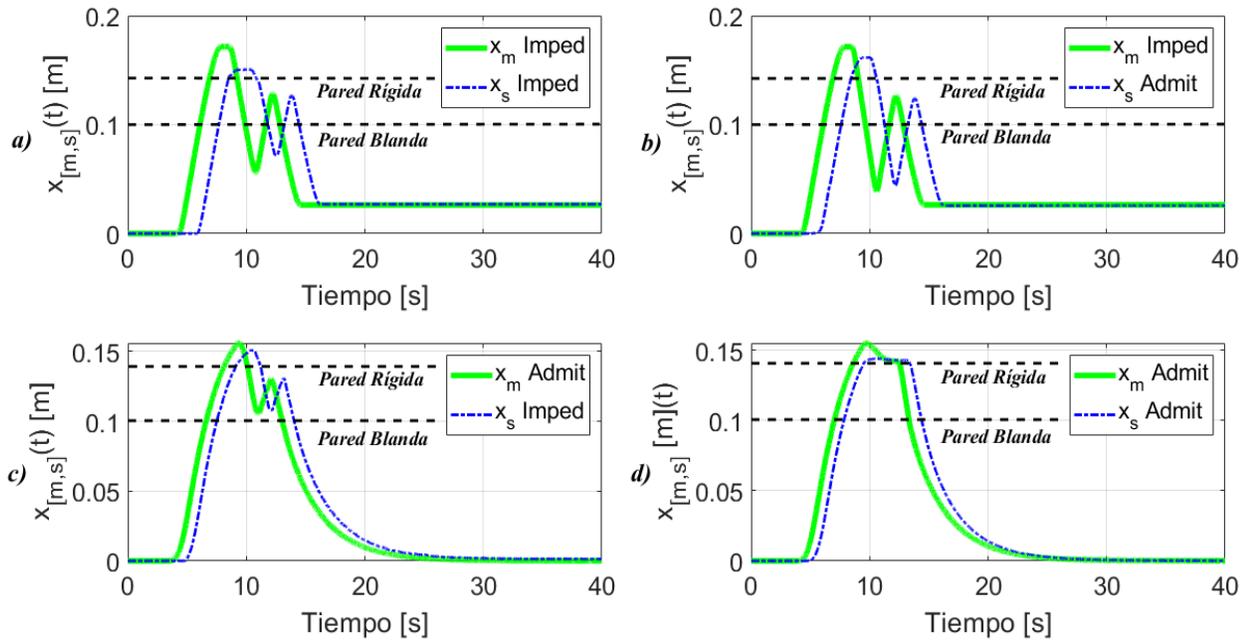


Figura 6.2: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

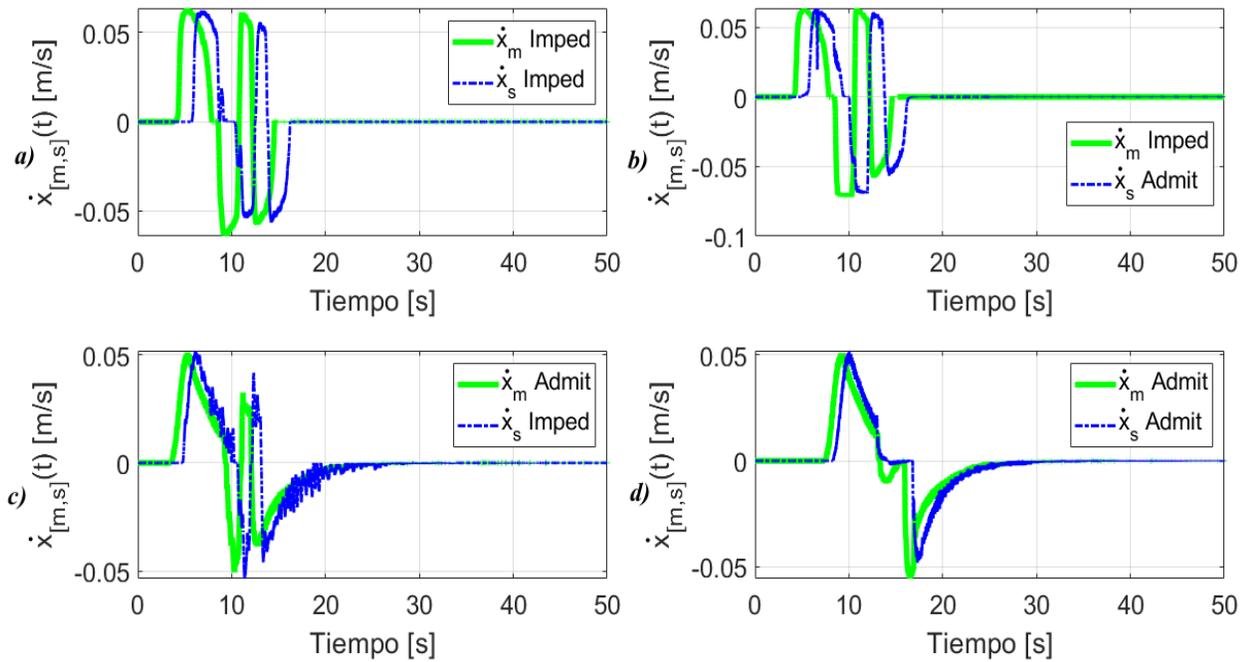


Figura 6.3: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

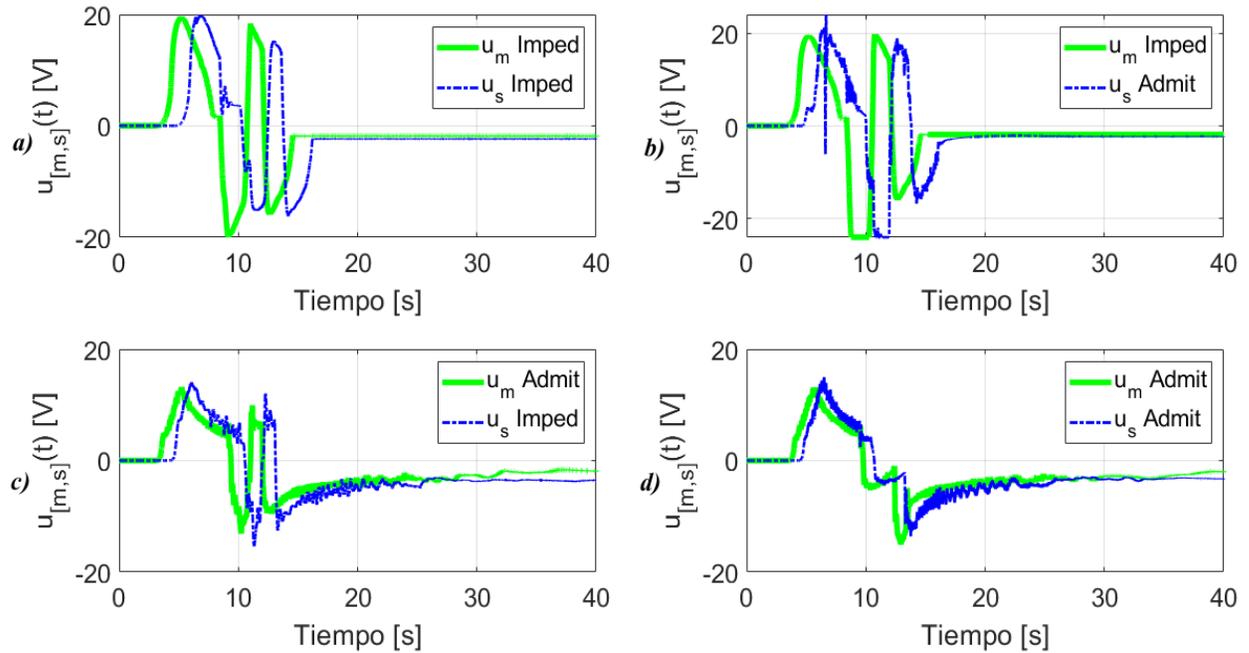


Figura 6.4: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

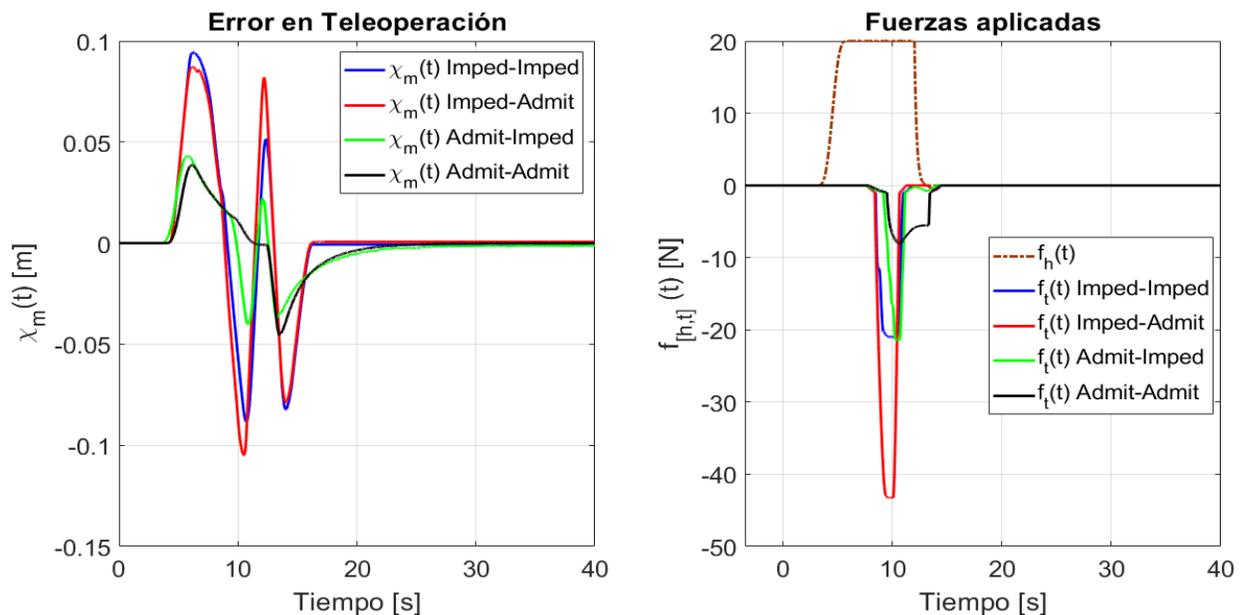


Figura 6.5: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF mediante LAN.

El error que se muestra en la Figura 6.5, es un error generado de manera instantánea, considerando el retardo de tiempo, por dicha razón contiene elevadas magnitudes. Para obtener una aproximación del error que da una mejor perspectiva, se ha considerado la medición del retardo en el momento que inicia la interacción, entre el desplazamiento del sistema maestro con respecto al sistema esclavo. Con las mediciones del tiempo de retardo se vuelve a calcular la señal del error denotado por  $\chi_m^C$ , y el comportamiento obtenido es el que se muestra en la Figura 6.6. Puede observarse que en realidad el error tiene magnitud menor, en este caso para la teleoperación Imped-Imped sigue manteniendo el error de mayor magnitud, de  $-0.02174$  [m], mientras que el error menor lo mantienen la modalidad Admita-Imped y Admit-Admit con  $-0.008416$  [m] y  $-0.01103$  [m] respectivamente.

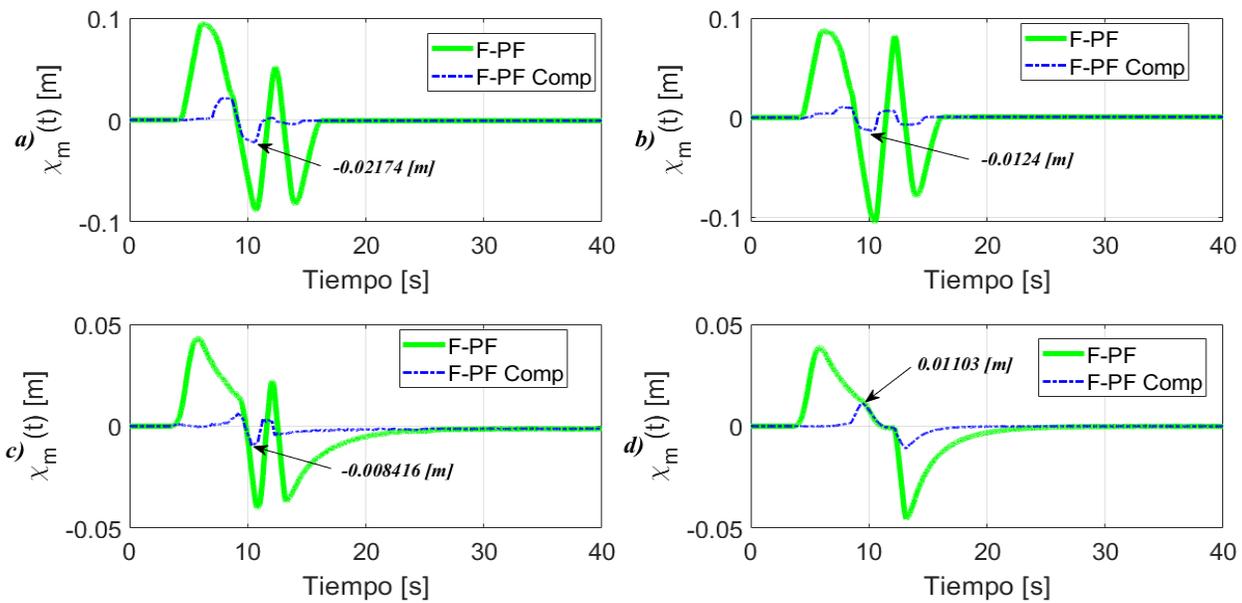


Figura 6.6: Error  $\chi_m$  y error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

### 6.1.2. Resultados experimentales en LAN aplicando el STA

El comportamiento en la red de teleoperación bilateral con el controlador no-simétrico F-PF muestra un comportamiento aceptable en presencia de retardos de tiempo, cuando es aplicado un controlador de admitancia en el sistema maestro, ya que el esclavo logra replicar los movimientos del sistema maestro, así como los resultados obtenidos en las pruebas sin retardos de tiempo, con la diferencia que se manifiesta un desfase en los desplazamientos debido al RTT. Dichos resultados serán comparados con la estrategia de control Algoritmo Super-Twisting (STA).

El desplazamiento del sistema maestro y esclavo es el que se muestra en la Figura 6.7, en la teleoperación con controladores de impedancia en el sistema maestro se vuelve a presentar un comportamiento con oscilaciones en la interacción con la pared rígida, no obstante, dichas oscilaciones son a menor amplitud que las obtenidas con el controlador F-PF, y con respecto a la teleoperación con controladores de admitancia en el sistema maestro, se sigue obteniendo un comportamiento con mayor suavidad en la interacción con la pared blanda y rígida, produciendo que la modalidad Admit-Imped no tenga oscilación alguna, lo contrario al esquema F-PF, en el cual sí se presenta un sobrepaso.

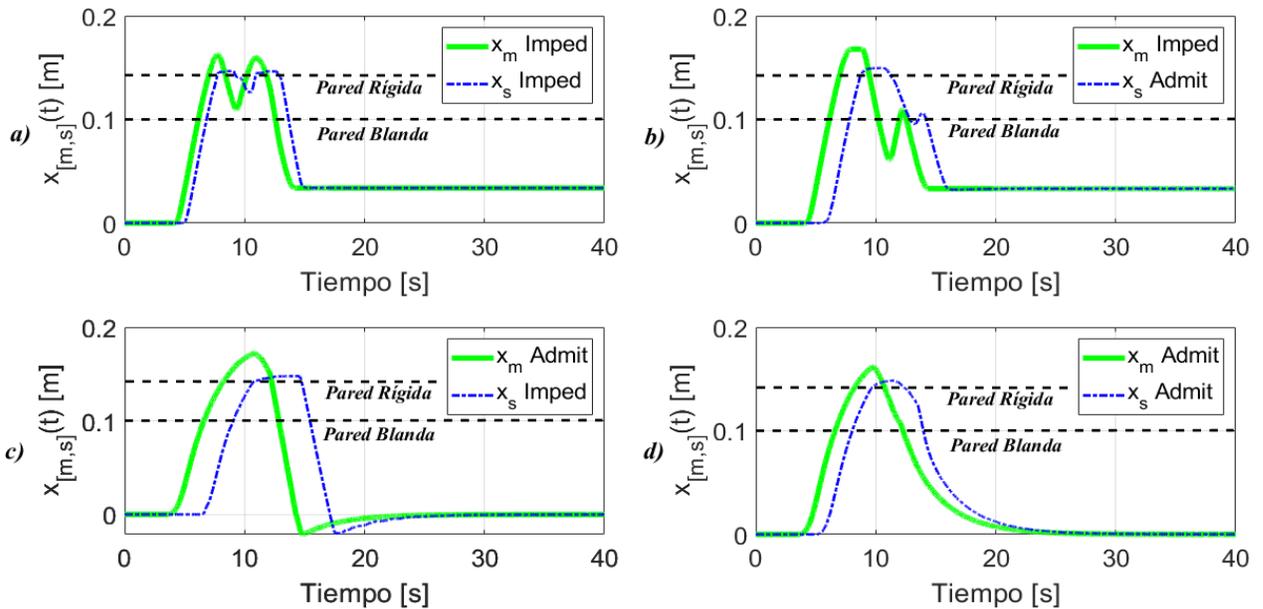


Figura 6.7: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

En la Figura 6.8 se muestra el comportamiento de la velocidad en la teleoperación bilateral con STA, en dicho comportamiento se observa que la velocidad cuando el sistema maestro tiene el control de impedancia, tiene una atenuación rápida después del primer contacto con la pared rígida, a los 13 [s] aproximadamente, esto produce que las oscilaciones grandes en el desplazamiento  $\dot{x}_{[m,s]}$  en la teleoperación con STA sean menores que en la obtenida con el esquema F-PF. Por otra parte, cuando el sistema maestro tiene el controlador de admitancia se tiene una disipación más rápida de velocidad con respecto a los sistemas con control de impedancia en el sistema maestro, en este caso se presentan velocidades con oscilaciones de alta frecuencia, y esto se debe principalmente a la incorporación del STA.

El esquema de control de teleoperación F-PF tiene la característica que las señales de control tienden a converger a valores constantes. Este no es el caso aplicando el STA, ya que, a pensar de ser un control continuo, su estructura contiene términos discontinuos, los cuales han sido suavizados por medio del aumento del orden del controlador. Por lo que el efecto robusto de la discontinuidad se sigue haciendo presente, aunque de forma atenuada, tal como

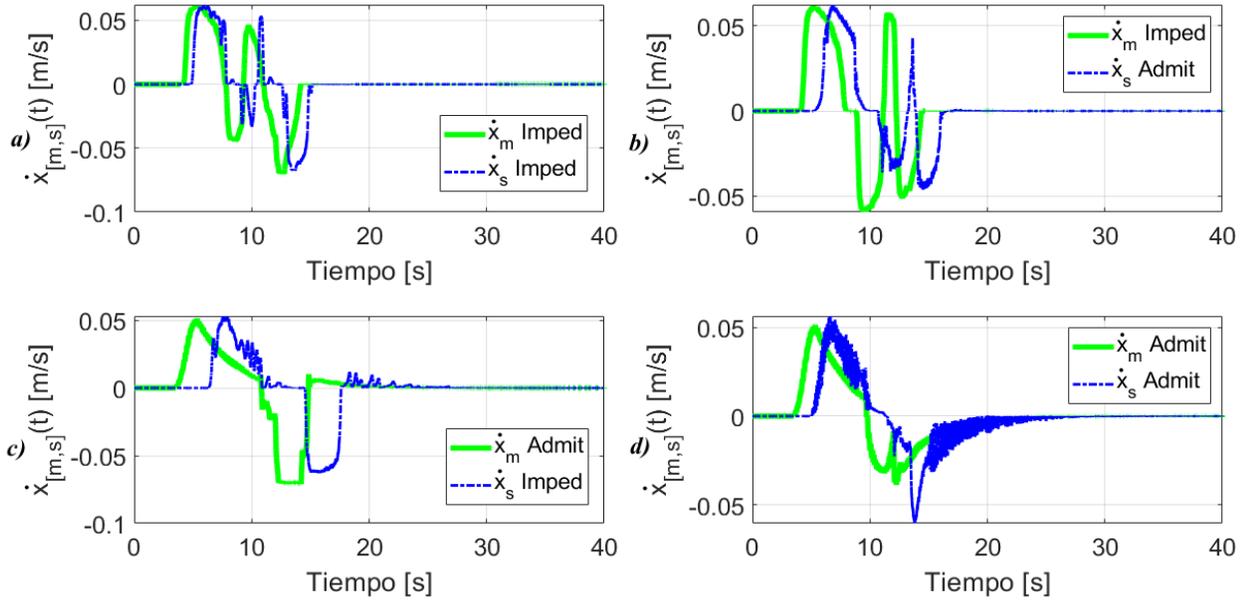


Figura 6.8: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

se observa en la Figura 6.9. Dichos efectos vibratorios o efecto *Chattering* es más notorio en la zona libre de fuerzas en las modalidades Imped-Admit, Admit-Imped y Admit-Admit, siendo este último el que presenta el efecto chattering con mayor intensidad en la interacción de fuerzas.

Por el contrario, a los errores obtenidos  $\chi_m(t)$  en la teleoperación del esquema F-PF, aplicando el STA se puede observar que el que tiene la magnitud más grande es el modo Admit-Imped, tal como se muestra en la Figura 6.10 y no la teleoperación con controladores de impedancia en el sistema maestro. Mientras que, la teleoperación con menor error es el Imped-Imped. Estas diferencias con respecto al esquema F-PF se deben principalmente a la cantidad de retardo de tiempo con el que se ha realizado la prueba, mediante la respuesta del desplazamiento de la Figura 6.7 se observa que la teleoperación Imped-Imped es la que presenta el retardo de tiempo de menor magnitud, mientras que la prueba Admit-Imped es la que presenta el retardo de mayor magnitud. Entonces, aunque los de admitancia en el sistema maestro dan como resultado una interacción más suave, tuvieron un déficit mayor que los de impedancia debido únicamente a los retardos de tiempo. Por otra parte, una virtud obtenida al aplicar el STA es que la magnitud de la fuerza de contacto con la pared virtual está limitada hasta los casi  $-20$  [N] (ver Figura 6.10) para la modalidad Imped-Admit y no incrementa a los  $-43$  [N] aproximadamente del esquema F-PF. No obstante, ahora la teleoperación de las demás modalidades no se acercan al valor de fuerza teórica, debido al movimiento más rápido del modo Imped-Imped y también al hecho de que los esquemas con controlador de admitancia en el sistema maestro tienen un retardo de tiempo mayor que el de Imped-Imped.

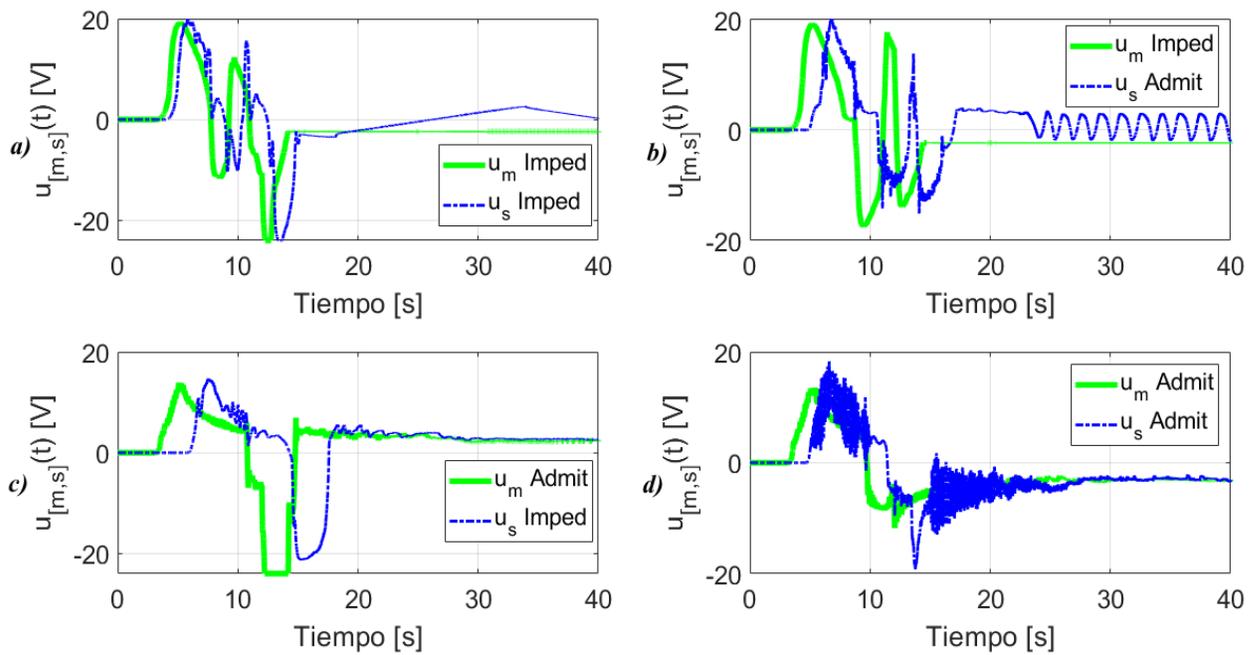


Figura 6.9: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

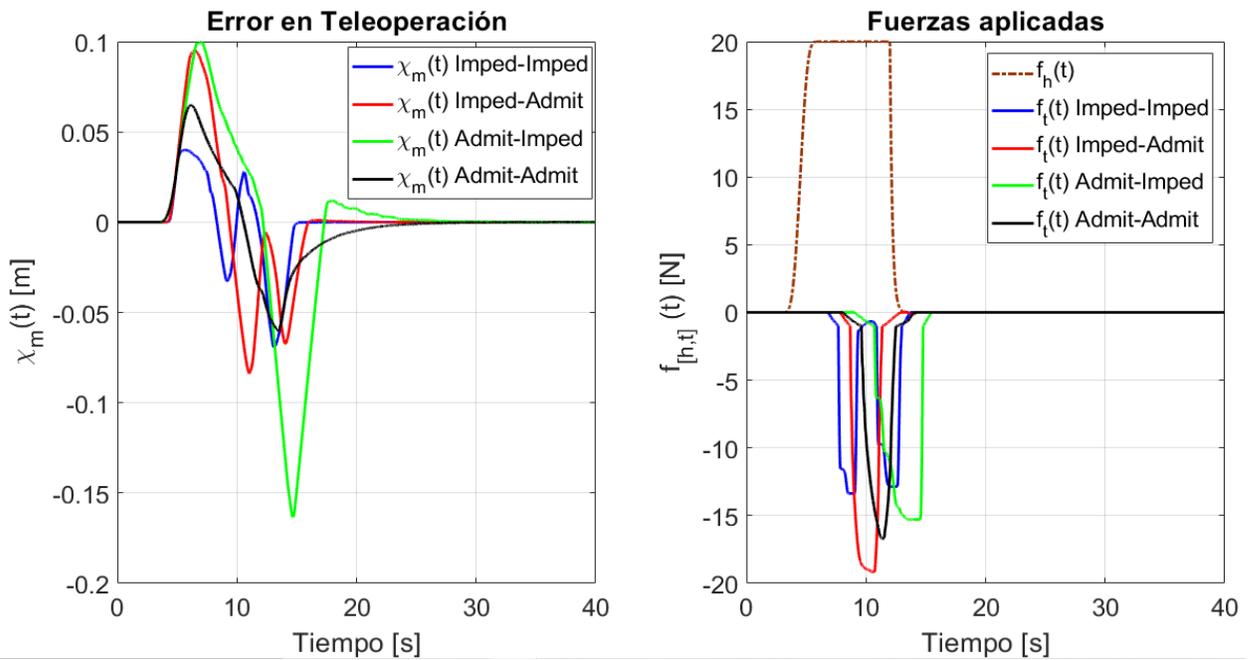


Figura 6.10: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación con STA mediante LAN.

En la Figura 6.11 se muestra el comparativo entre el error en teleoperación  $\chi_m$  vs el error compensando el retardo de tiempo al comienzo de la interacción  $\chi_m^C$ , en donde puede apreciarse que la teleoperación Imped-Imped no fue realmente la más efectiva, ya que al compensar el retardo de tiempo el error obtenido disminuye aproximadamente a la mitad de su valor máximo, en cambio los demás esquemas de teleoperación muestran una disminución mayor del error, cuyo mejor comportamiento lo presenta la modalidad Admit-Admit con un error máximo de  $-0.01837$  [m].

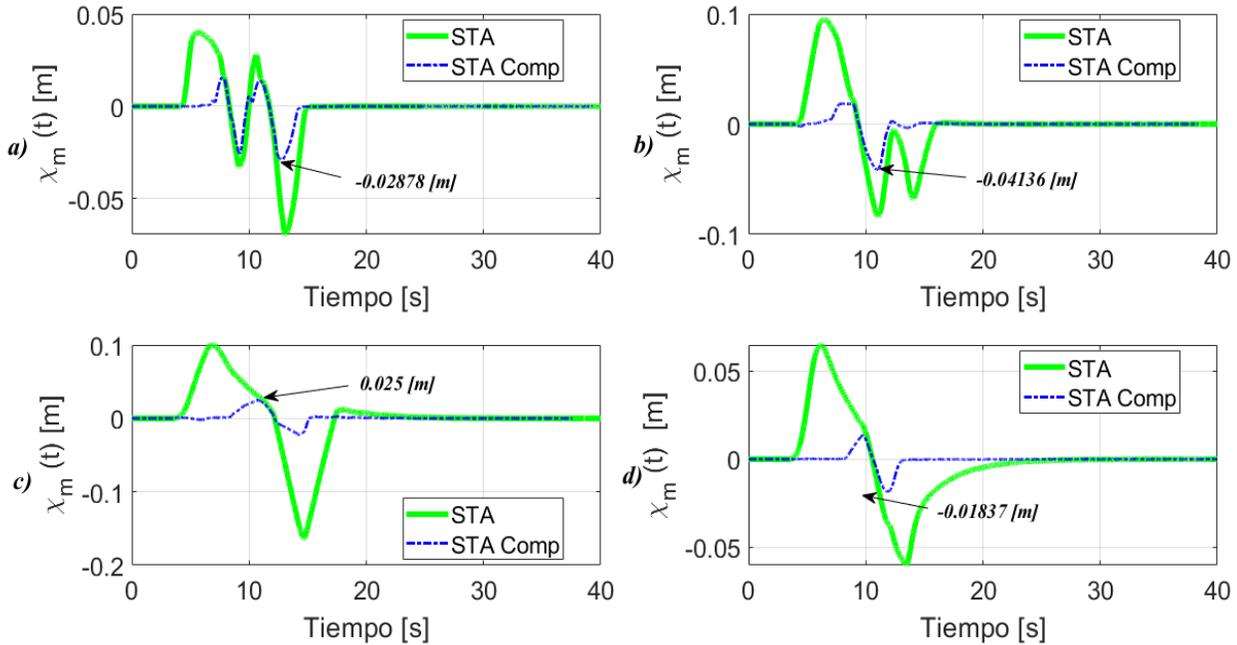


Figura 6.11: Error  $\chi_m$  y error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

### 6.1.3. Comparación de teleoperación bilateral F-PF vs STA

De acuerdo con los resultados obtenidos, es posible realizar tareas de teleoperación bilateral en presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación, en este caso mediante LAN y aplicando el esquema no-simétrico F-PF y el STA. Sin embargo, en el comportamiento obtenido se presenta un desfase entre los estados del sistema maestro y esclavo, debido al RTT. Por otra parte, cada controlador de teleoperación implicó diferencias en los comportamientos, en especial cuando el sistema esclavo entra en contacto con la pared virtual.

En la Figura 6.12 se muestra una comparación en el error de teleoperación del sistema maestro compensando el tiempo de retardo inicial, es decir a  $\chi_m^C$ , entre los esquemas F-PF vs STA. Puede observarse que en todas las modalidades de CCV la red de teleoperación

no simétrica F-PF es la que presenta los errores de menor magnitud, siendo más notoria la disminución en la teleoperación híbrida Imped-Admit y Admit-Imped. Por otra parte, para los controladores con mismos CCV en los sistemas maestro y esclavo tienen similitud en amplitudes, aunque es más alto su error en los STA.

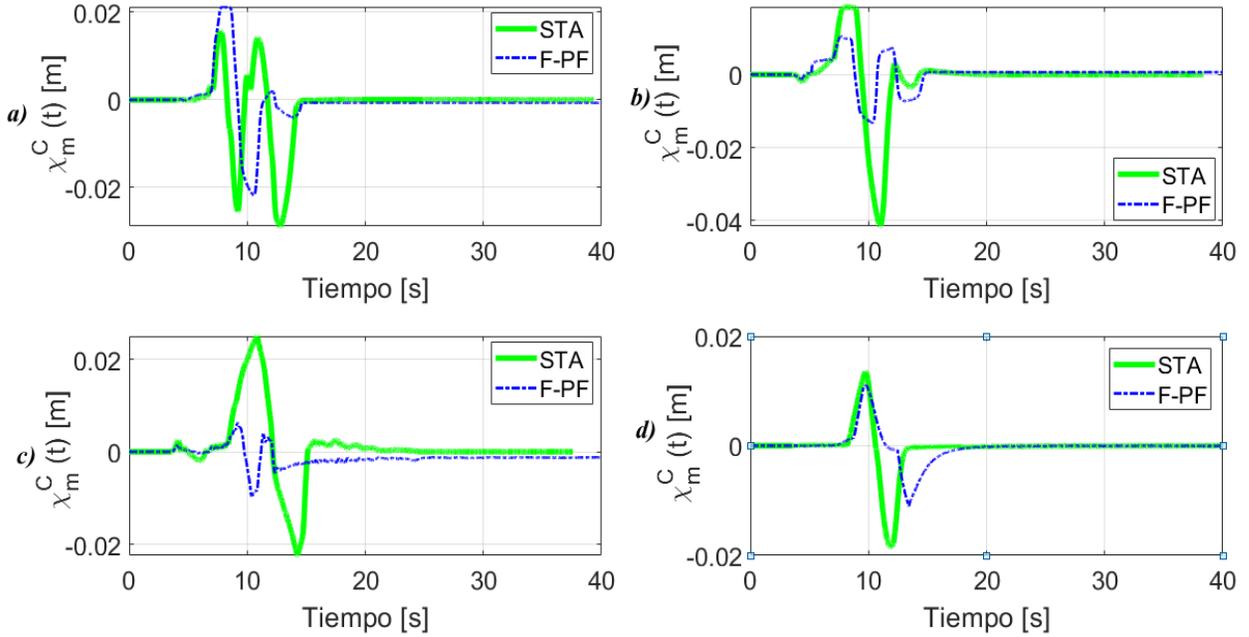


Figura 6.12: Error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA mediante LAN con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

Estas diferencias entre los errores se muestra también en la Tabla 6.1, donde se muestra el promedio de los erros absolutos  $\bar{\chi}_m$  y utilizando los errores compensando el retardo  $\bar{\chi}_m^C$ , calculados como:

Sin compensar el retardo	Compensado el retardo
$ \bar{\chi}_m  = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L  \chi_m(k) $	$ \bar{\chi}_m^C  = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L  \chi_m^C(k) $

donde es apreciable la disminución del promedio del error cuando se ha compensado el tiempo de retardo inicial en la interacción, así como también, la diferencia que existe en el promedio compensado  $|\bar{\chi}_m^C|$  aplicando el esquema F-PF y el STA, que es casi del doble para la teleoperación híbrida. Mientras que se tiene un promedio similar entre la teleoperación Imped-Imped y Admit-Admit.

Por otra parte, la fuerza de reacción producida en el contacto, sobre todo en la pared rígida, tiene diferentes comportamientos de acuerdo al control de teleoperación, y que a su vez es afectado por los tiempos de retardo. En la Figura 6.13 se muestra la diferencia en el comportamiento de la fuerza  $f_t(t)$  que se produce al aplicar los esquemas de control de

CCV	F-PF		STA	
	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $
Imped-Imped	0.0121	0.0020	0.0073	0.0024
Imped-Admit	0.0127	0.0018	0.0136	0.0029
Admit-Imped	0.0073	0.0015	0.0225	0.0030
Admit-Admit	0.0055	$8.5059 \times 10^{-4}$	0.0094	$9.6016 \times 10^{-4}$

Tabla 6.1: Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA por LAN en [m].

teleoperación no-simétrico F-PF y STA. Puede observarse que la fuerza de reacción es mayor empleando el controlador F-PF en todas las modalidades de CCV excepto en el modo Admit-Admit, en donde se observa que la fuerza producida en el control F-PF tiende a aproximarse al valor de fuerza teórico de  $-5.72$  [m] y por lo contrario, con el STA se presenta una fuerza de reacción de casi 3 veces el valor teórico. Sin embargo, el incremento de la fuerza se debe también a que en la interacción con el STA en Admit-Admit tuvo un tiempo de retardo mayor a la misma prueba con el F-PF. Además que, con el STA se aprecia que en la modalidad Imped-Imped se manifiesta una doble reacción y esto se debe a que la oscilación producida en el desplazamiento  $x_{[m,x]}$  entra en contacto dos veces con la pared rígida, tal como se mostró en la Figura 6.7.

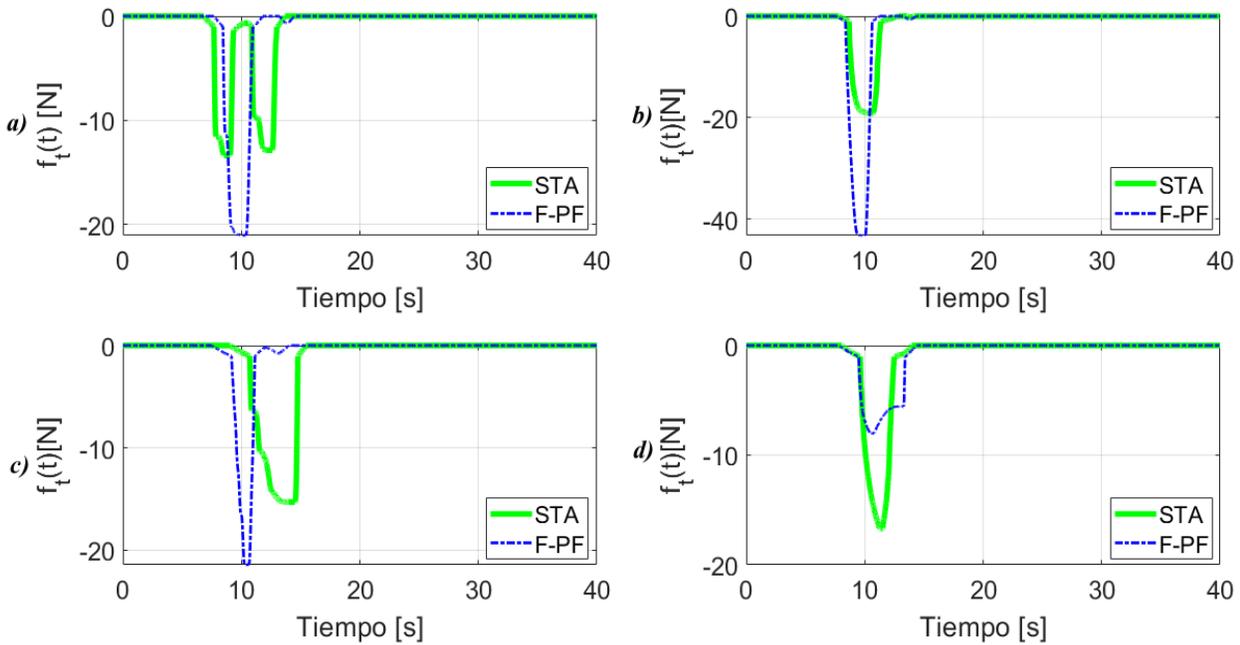


Figura 6.13: Fuerzas  $f_t(t)$  producidas en la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA con LAN: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

## 6.2. Comunicación WAN por Arduino IoT Cloud

La comunicación LAN permite ampliar la distancia en la comunicación entre dispositivos. Sin embargo, esta se encuentra limitada a dispositivos que se encuentren conectados a la misma red, y si bien, se pueden realizar tareas de teleoperación bilateral a mayor distancia que la comunicación serial, la distancia aún sigue limitada.

Una solución a este problema es establecer una conexión entre dispositivos por red de área extendida (WAN por sus siglas en inglés), de tal manera que, se puede realizar la comunicación entre dispositivos desde cualquier sitio que tenga disponible una conexión a internet. En este caso se ha propuesto la comunicación por internet utilizando la plataforma de *Arduino IoT Cloud* y las placas de desarrollo ESP32, las cuales se utilizan como interfaz para llevar a cabo el intercambio de datos entre los sistemas maestro y esclavo. Arduino IoT Cloud al igual que otros sitios del internet de las cosas (IoT), están basados en el protocolo de comunicación MQTT (Message Queuing Telemetry Transport) caracterizado por la comunicación máquina a máquina (M2M), que a su vez requiere recursos mínimos de operación, lo que permite ser implementado en pequeños microcontroladores que poseen limitado ancho de banda y alta latencia.

El protocolo MQTT implementa un modelo de publicación y suscripción mediante la definición de clientes y agentes (broker). Considerando esto, en la Figura 6.14 se muestra el diagrama que representa el intercambio de estados y fuerzas entre los sistemas maestro y esclavo. El dispositivo maestro conectado a la placa STM32DISCOVERY envía los estados y fuerza  $(x_m, \dot{x}_m, f_h)$  por medio del protocolo UART a la tarjeta de desarrollo ESP32, la cual actúa como cliente 1 del broker MQTT (Arduino IoT Cloud) y es el publicador de dichos estados y fuerza, además que, se encuentra suscrito a tópico  $f_t$  que es la fuerza aplicada al sistema esclavo, la cual se encuentra almacenada en el broker. Por otra parte, al igual que la comunicación LAN se tiene una simetría en la comunicación, con la diferencia que el sistema maestro vía serial envía la fuerza del entorno  $f_t$  y recibe los estados del sistema maestro por medio de una segunda tarjeta ESP32 que actúa como cliente 2 MQTT y es el publicador de la fuerza  $f_t$  y a su vez se encuentra suscrito al tópico  $x_m, \dot{x}_m, f_h$ .

Mediante esta configuración para la transmisión de datos entre los sistemas maestro y esclavo ya es posible realizar las tareas de teleoperación, cuya latencia estará implicada de acuerdo a velocidad de la conexión a internet, por lo que se tendrá un intercambio de estados con retardos de tiempo.

A continuación, se presentan los resultados experimentales por medio de internet utilizando los esquemas de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF y STA aplicando a su vez los CCV.

### 6.2.1. Resultados experimentales por internet aplicando el control F-PF

El comportamiento en el desplazamiento  $x_{[m,s]}$  realizado por los sistemas maestro y esclavo a la interacción de fuerzas virtuales y aplicando los CCV es el que se muestra en la Figura 6.15. Puede observarse un comportamiento similar al obtenido mediante LAN, no obstante,

## Comunicación remota por Internet

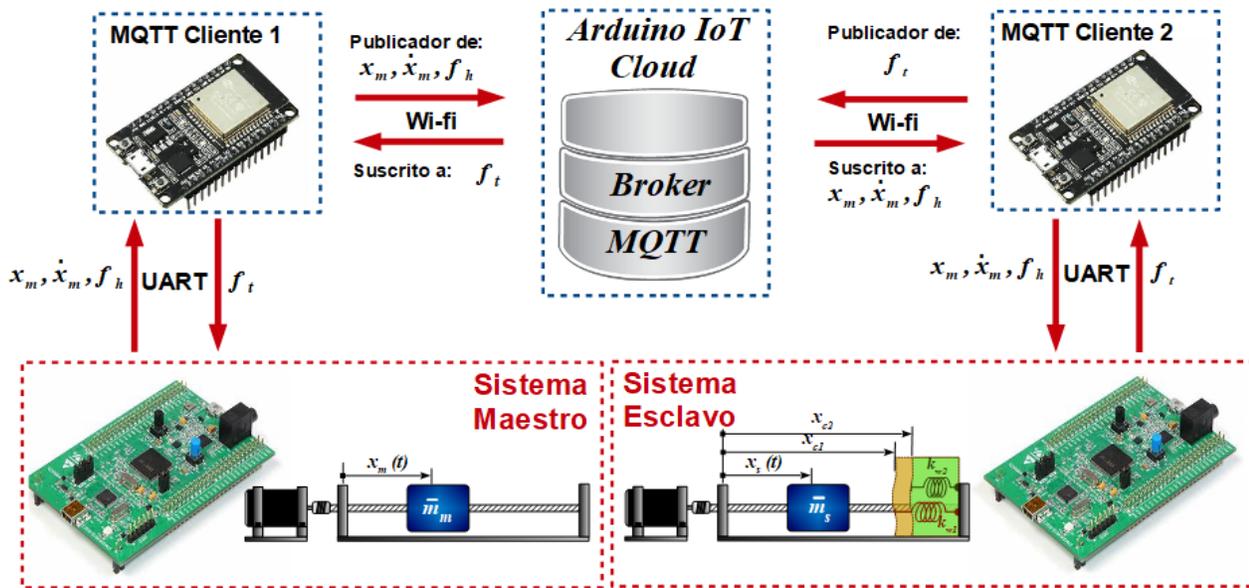


Figura 6.14: Diagrama que representa la conexión del hardware para la teleoperación bilateral por Internet.

hay pequeñas diferencias debido a la diferencia entre protocolos de comunicación. En este caso, es apreciable que la amplitud en las oscilaciones es menor que las obtenidas con el protocolo UDP y cabe resaltar que la modalidad de teleoperación Admit-Admit es la que sigue manteniendo el mejor desempeño, ya que el desplazamiento del sistema esclavo se mantiene con una deformación estable durante la aplicación de la fuerza del usuario, a diferencia del resto de modalidades de CCV.

Al igual que el desplazamiento, el comportamiento de la velocidad (ver Figura 6.16) tiene similitudes con respecto al resultado obtenido por el protocolo UDP, con la diferencia de que el comportamiento del dispositivo esclavo tiende a reducir más rápido la velocidad una vez que llega a sus valores máximos, resultado que es más evidente en la teleoperación con controladores de impedancia.

El control en este caso mantiene la tendencia mostrada previamente, tal como se muestra en la Figura 6.17. El voltaje en el sistema esclavo tiende a decrecer de forma más suave que el control aplicado al sistema maestro. Manteniendo en todos los casos de teleoperación los niveles de voltaje máximo y mínimo que en los experimentos LAN con el protocolo UDP.

Con respecto al error en teleoperación y fuerzas aplicadas (ver Figura 6.18), se puede observar que ahora si hay una gran similitud en los errores de acuerdo al CCV que se aplica al sistema maestro y de nueva cuenta la tendencia marca que el error de menor magnitud se obtiene con los controladores de admitancia en el sistema maestro. Por su parte, la fuerza de reacción vuelve a mostrar un valor que supera los  $-40$  [N], en la modalidad Imped-Admit,

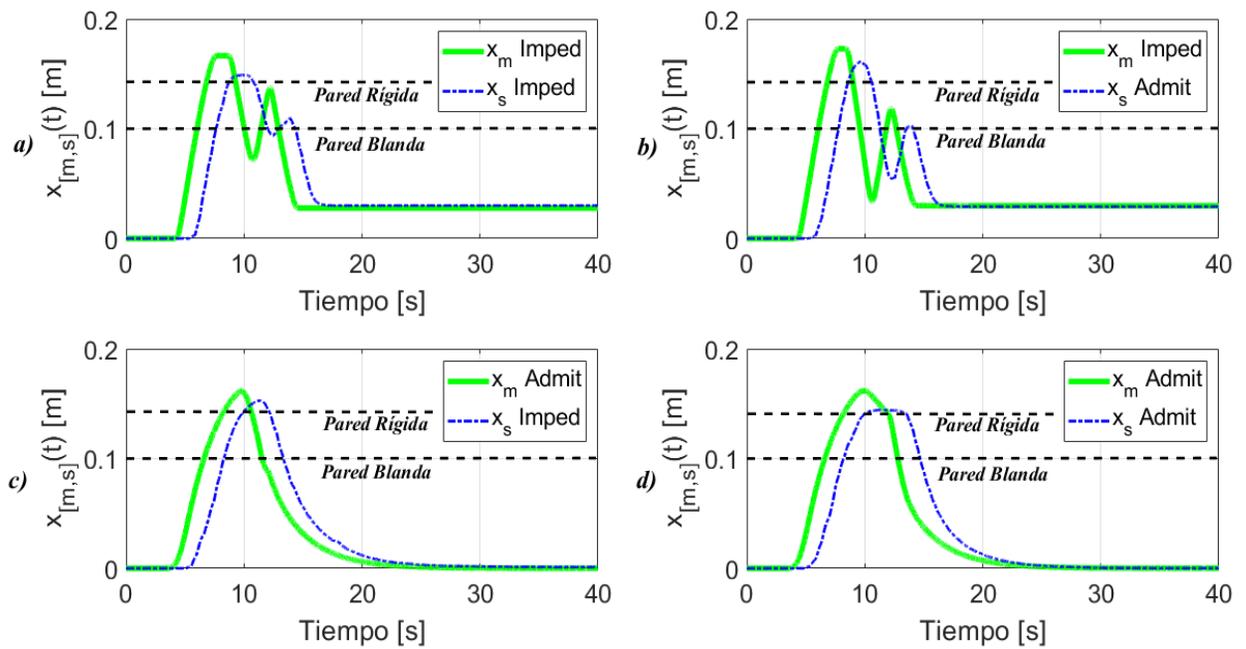


Figura 6.15: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

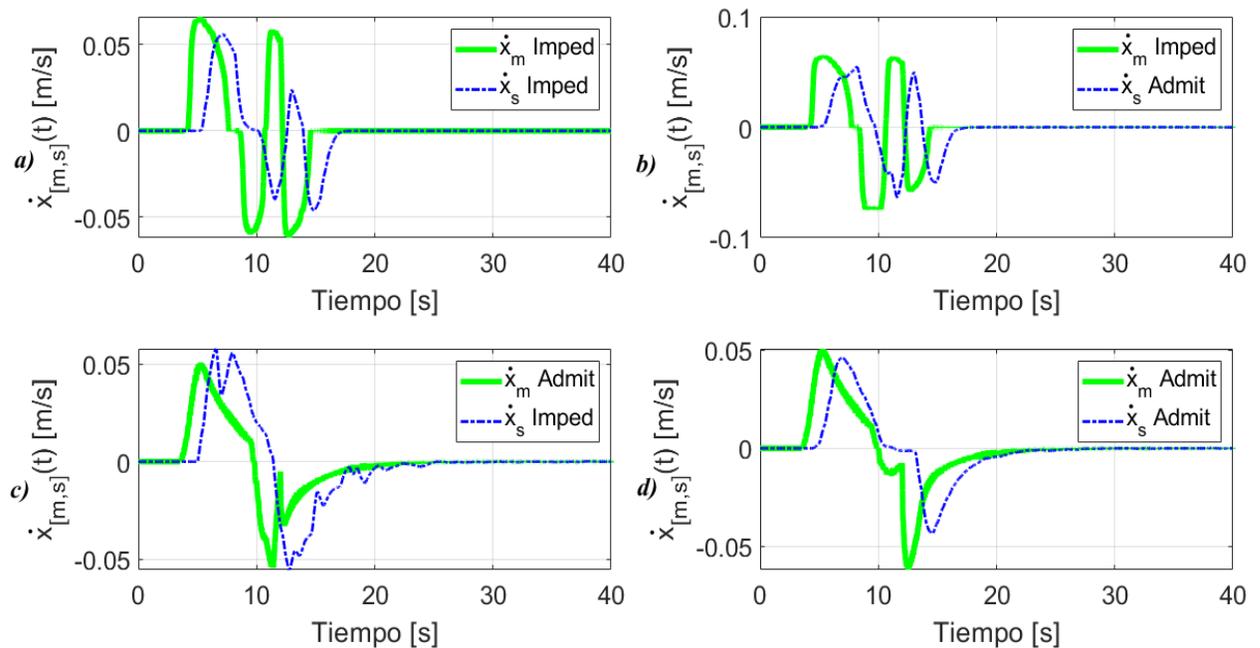


Figura 6.16: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

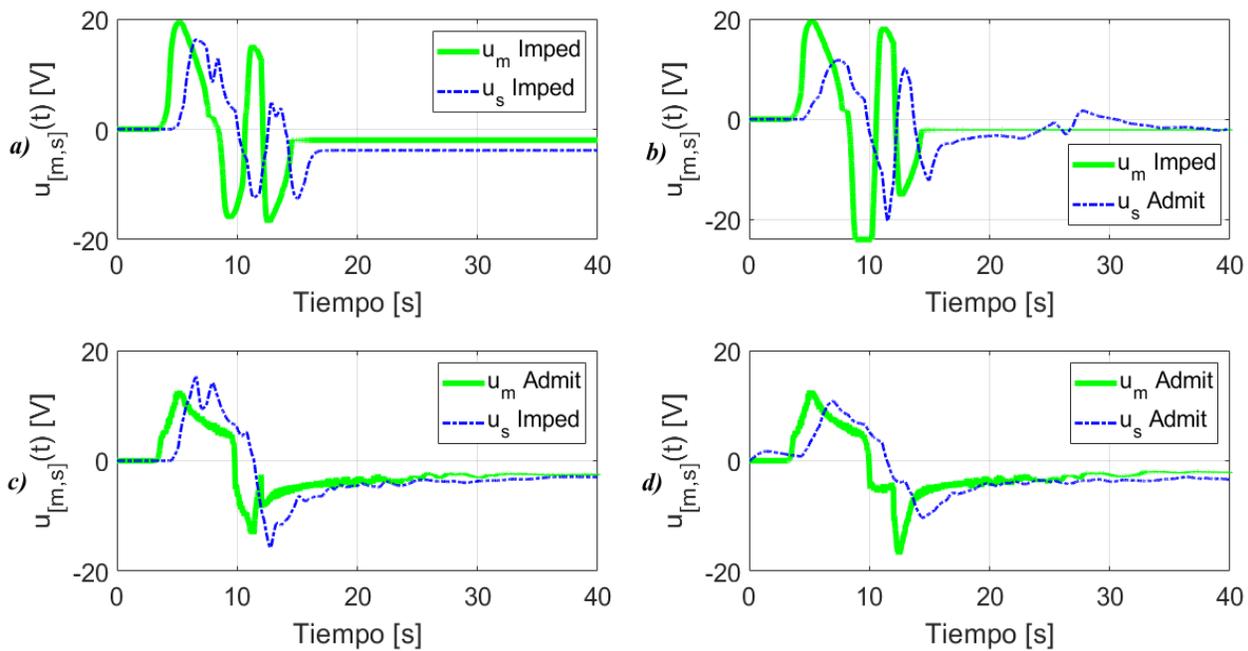


Figura 6.17: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

mientras que el más aproximado es el Admit-Admit, como los resultados previos.

Al compensar el retardo de tiempo en los errores en teleoperación, tal como se muestra en la Figura 6.19. Se observa que el error máximo sin compensar de  $\pm 0.1$  [m] es reducido a  $-0.02090$  [m] y ya no es el de mayor magnitud. Por otra parte, nuevamente se tiene que el error menor se lleva a cabo en la teleoperación con control de admitancia en el sistema maestro, y es todavía menor en la modalidad Admit-Imped, debido principalmente a que es el que se encuentra menos tiempo en contacto con la pared rígida, que es el momento donde se experimenta el mayor incremento en el error.

## 6.2.2. Resultados experimentales por internet aplicando el STA

En la Figura 6.20 se muestra el desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de los sistemas maestro y esclavo, puede observarse que en la teleoperación Imped-Imped entra en contacto una sola vez con la pared rígida y tiene una oscilación sobre la pared blanda, a diferencia del resultado obtenido en la teleoperación STA en LAN que tiene doble contacto con la pared rígida a pesar de tener un retardo de tiempo menor que en la prueba actual por internet. Por otra parte, el comportamiento en las demás modalidades se mantiene con una tendencia similar a las obtenidas anteriormente a excepción de la teleoperación Admit-Imped, la cual a pesar de contar con retardos similares a la prueba LAN, el desplazamiento no llega por debajo del cero.

La velocidad mostrada en la Figura 6.21, muestra que existe una mayor reducción de la

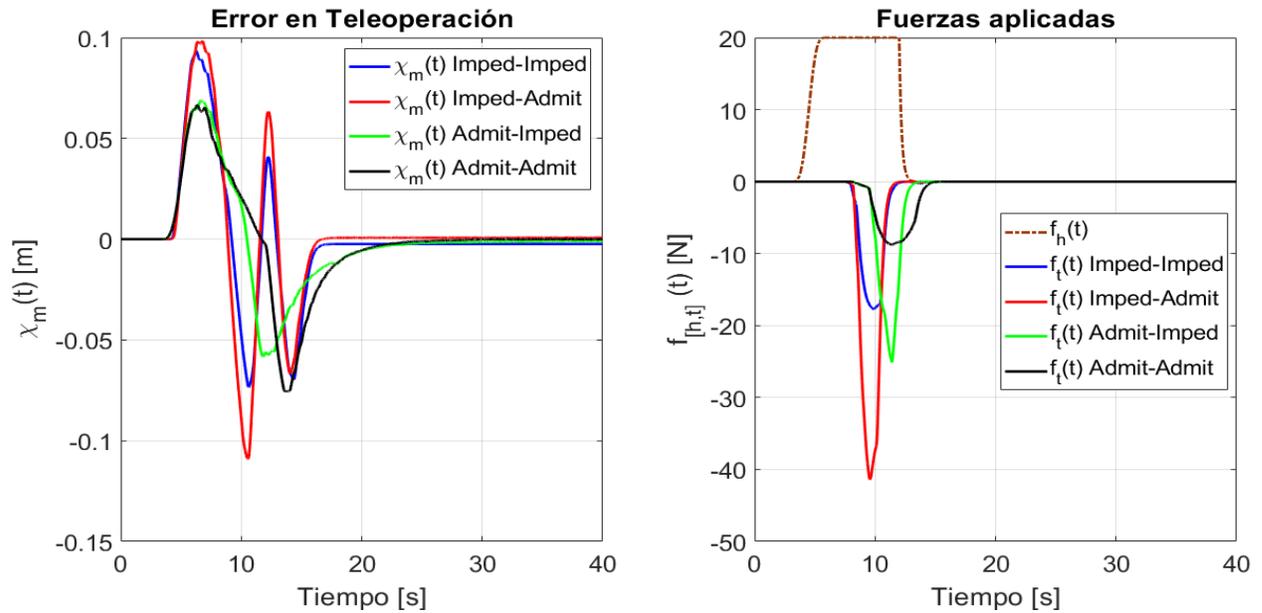


Figura 6.18: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación no-simétrica F-PF mediante internet.

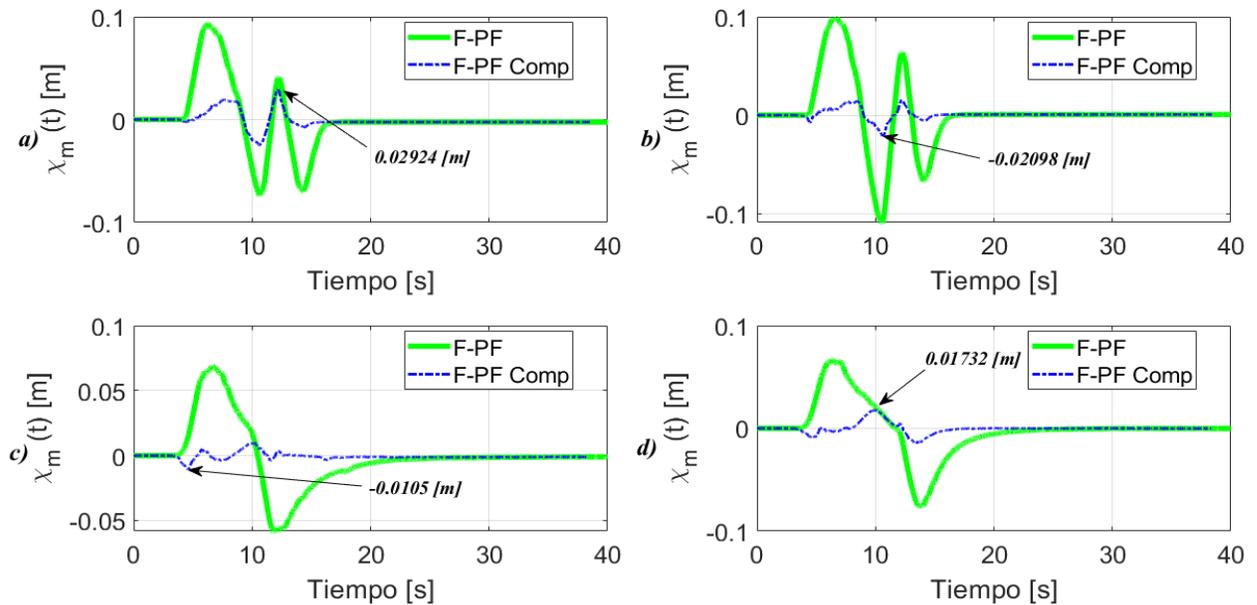


Figura 6.19: Error  $\chi_m$  y error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral no-simétrica F-PF mediante internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

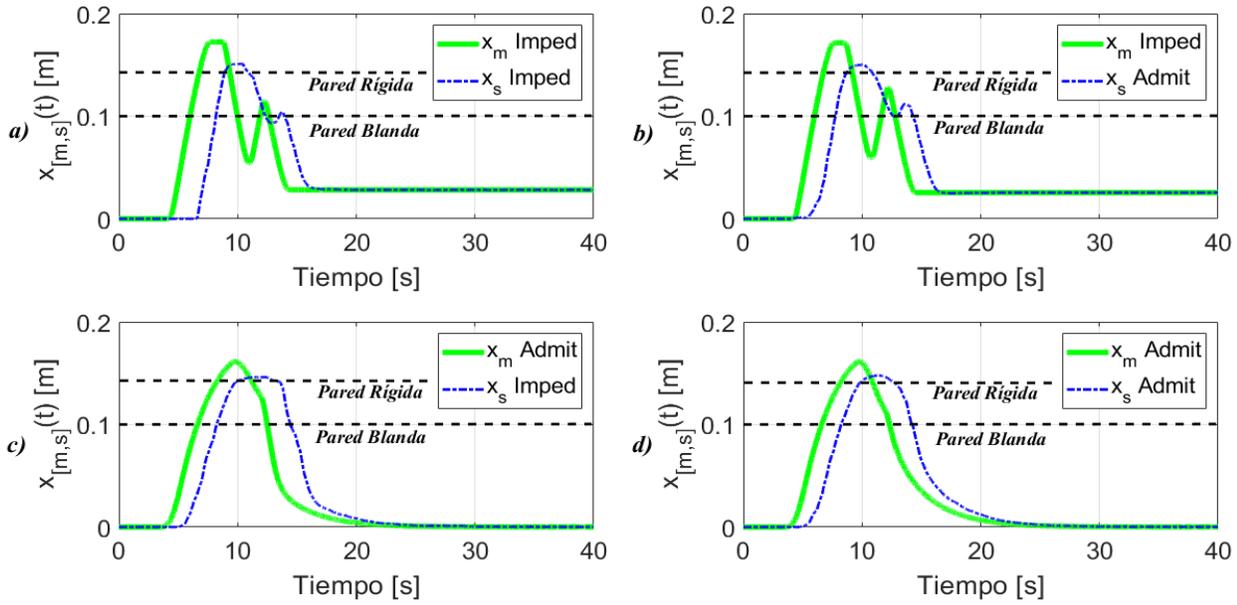


Figura 6.20: Desplazamiento  $x_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

misma cuando llega a sus valores máximos, eso dio como resultado que el desplazamiento redujera las oscilaciones en la zona de contacto.

La característica que se observa en el voltaje de control es que en la teleoperación con controladores de impedancia en el sistema maestro tiene picos de mayor magnitud para el sistema esclavo, que tienden a disminuir rápidamente y de forma más suave que el respectivo voltaje de control del maestro, tal como se muestra en la Figura 6.22. Por otra parte, el patrón de comportamiento aplicando control de admitancia en el sistema maestro es similar a obtenido median LAN, con una disminución de la parte vibratoria debido a los términos discontinuos del control STA.

En las señales del error en teleoperación (ver Figura 6.23) se observa que el error que presenta los valores de mayor magnitud se produce con la teleoperación Imped-Imped, mientras que por LAN era la modalidad Admit-Admit y tienen en común que el tiempo de retardo en ambas pruebas fue la mayor, por lo tanto, el tiempo de retardo afecta directamente el error en teleoperación. Por otro lado, la teleoperación con controladores de admitancia se acerca más a la fuerza  $f_t$  teórica, mientras que la teleoperación con control de impedancia en el maestro produce una fuerza de magnitud similar, llegando a los casi  $-22$  [N].

Compensando los retardos de tiempo en la señal del error en teleoperación, tal como se muestra en la Figura 6.24, se vuelve a confirmar que el error es menor en la teleoperación con controlador de admitancia en el sistema maestro, siendo la modalidad Admit-Admit la que tiene el error de menor amplitud.

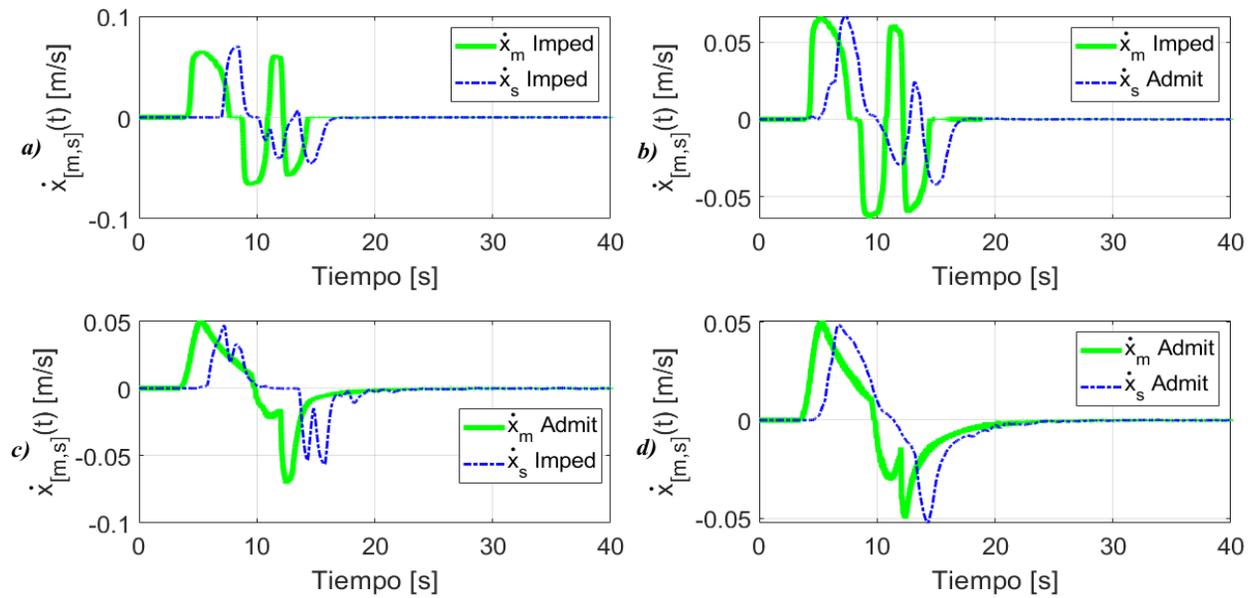


Figura 6.21: Velocidad  $\dot{x}_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

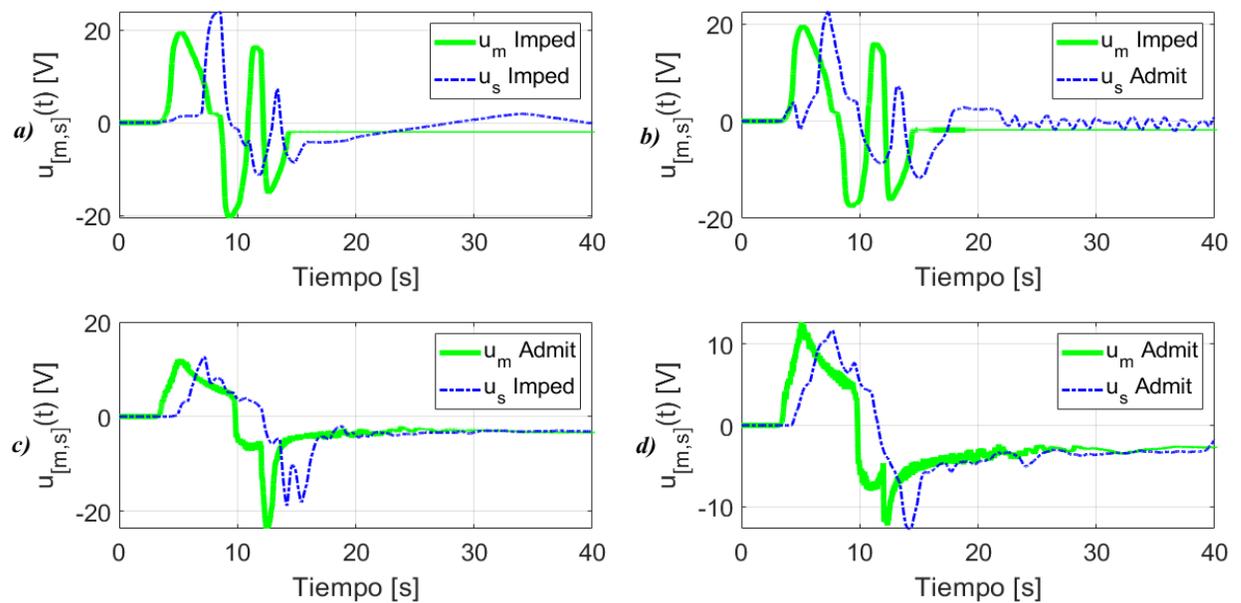


Figura 6.22: Control  $u_{[m,s]}$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

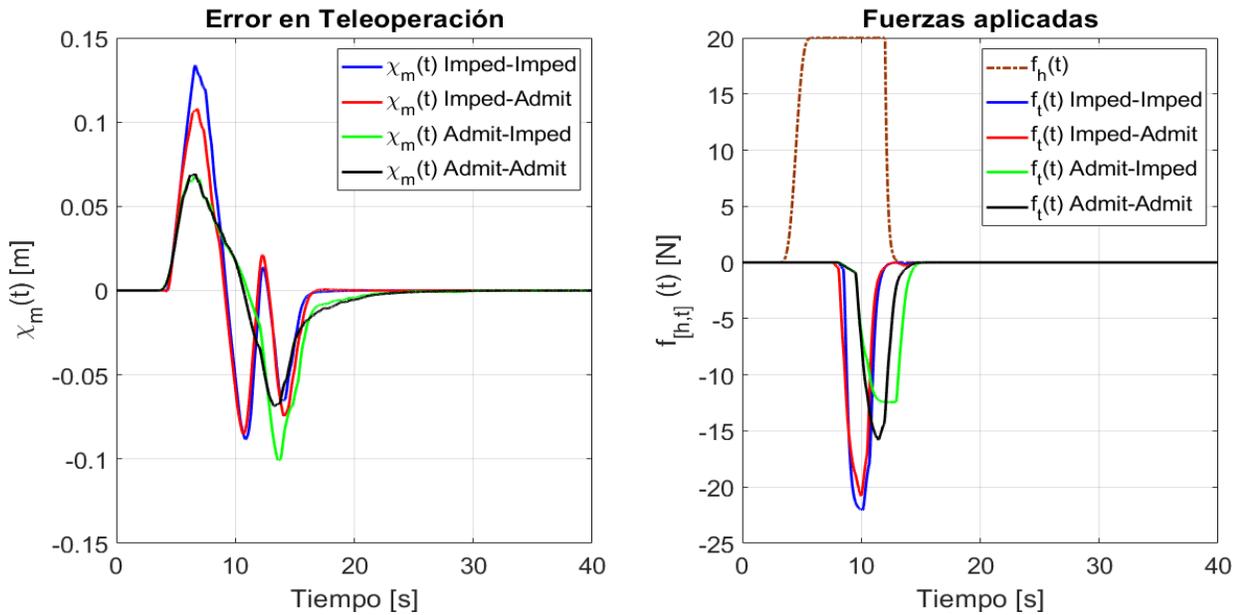


Figura 6.23: Señal del error  $\chi_m(t)$  y fuerzas virtuales aplicadas  $f_{[h,t]}(t)$  en los sistemas maestro-esclavo en la red de teleoperación con STA mediante Internet.

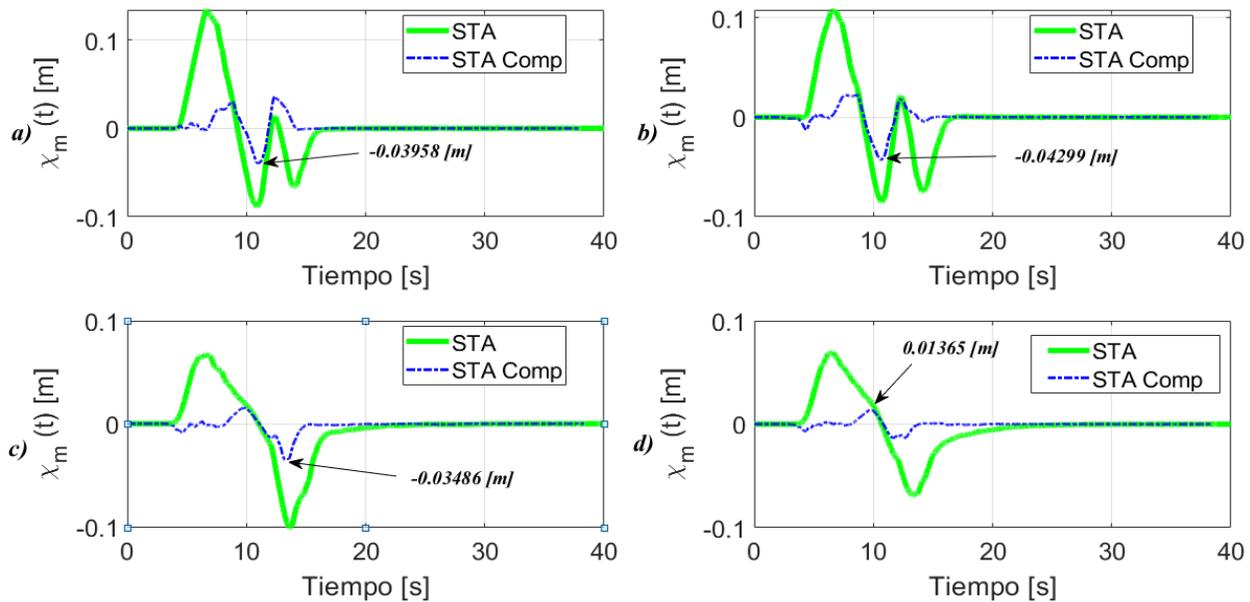


Figura 6.24: Error  $\chi_m$  y error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral con STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

### 6.2.3. Comparación de teleoperación por internet con control F-PF vs STA

Realizando la comparativa de los esquemas de control en la teleoperación bilateral por internet, se presentan los errores compensados en la teleoperación  $\chi_m^C$  de los esquemas no-simétrico F-PF y el STA, los cuales se muestran en la Figura 6.25. Se puede observar que el error tiene picos de mayor magnitud cuando se ha aplicado el STA, no obstante, para el caso de la teleoperación Admit-Admit resulta que el esquema F-PF tiene los picos más altos.

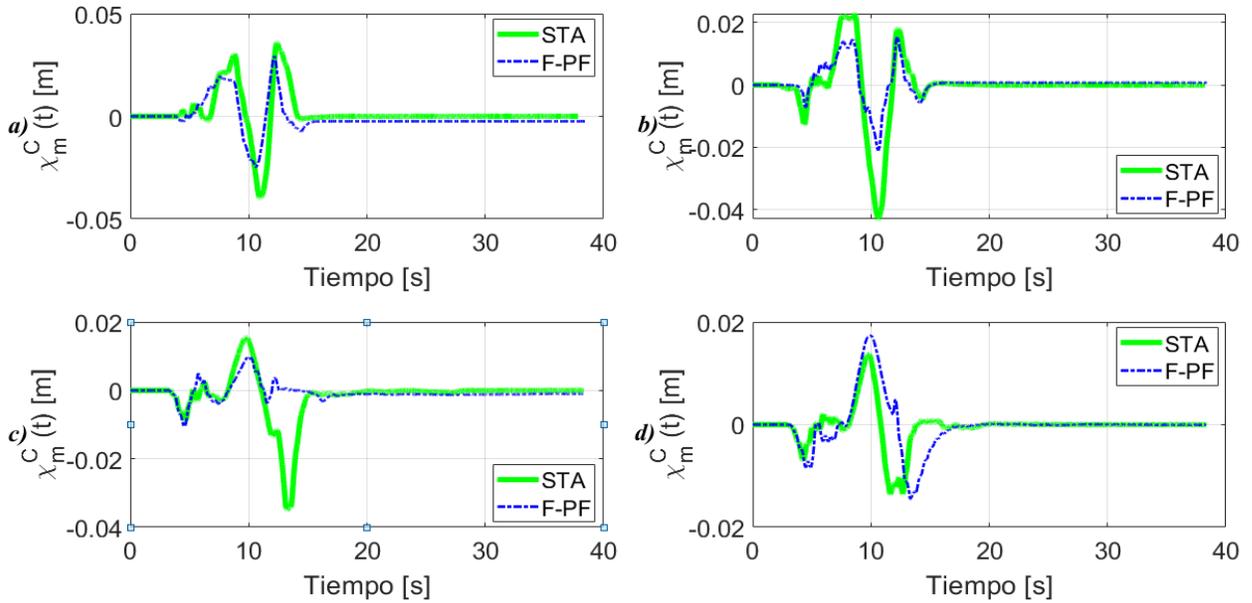


Figura 6.25: Error compensando el retardo  $\chi_m^C$  de la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA mediante Internet con: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

En la Tabla 6.2 se muestra el promedio de los errores absolutos en teleoperación bilateral con internet, donde los promedios de los errores compensados  $|\bar{\chi}_m^C|$  son menores en el STA con respecto al F-PF para la teleoperación con los mismos CCV, es decir, con Imped-Imped y Admit-Admit. Mientras que en la modalidad híbrida Imped-Admit y Admit-Imped el promedio del error es menor en el esquema F-PF con respecto al STA. Destacando que el error menor con y sin compensar el retardo fue obtenido por la teleoperación Admit-Admit con el STA.

Las fuerzas de interacción con la pared virtual muestran que para la teleoperación por internet en las modalidades híbridas de teleoperación, el STA es el que presenta fuerzas de menor magnitud que en el esquema F-PF, tal como se muestra en la Figura 6.26. Por lo contrario, las fuerzas  $f_t$  son mayores aplicando el STA en la teleoperación Imped-Imped y Admit-Admit, mientras que este último es el que muestra fuerzas de interacción más cercanas al teórico.

CCV	F-PF		STA	
	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $
Imped-Imped	0.0147	0.0045	0.0160	0.0041
Imped-Admit	0.0159	0.0024	0.0147	0.0037
Admit-Imped	0.0135	0.0017	0.0142	0.0028
Admit-Admit	0.0133	0.0022	0.0130	0.0015

Tabla 6.2: Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA por Internet en [m].

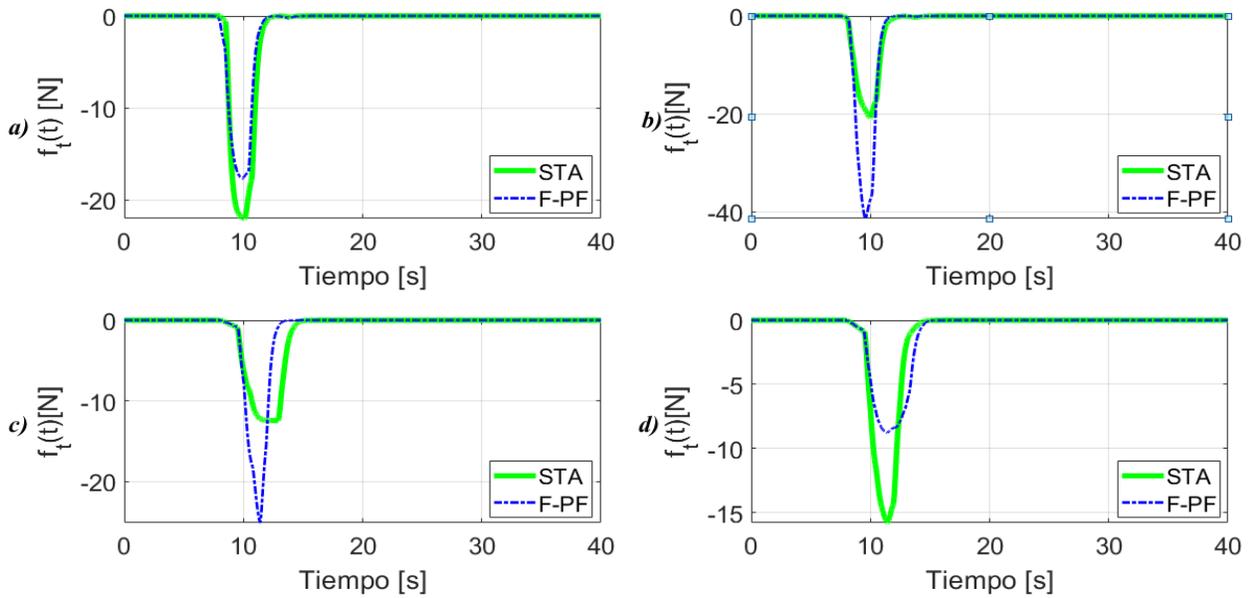


Figura 6.26: Fuerzas  $f_t(t)$  producidas en la red de teleoperación bilateral F-PF vs STA por Internet: a) Imped-Imped, b) Imped-Admit, c) Admit-Imped y d) Admit-Admit.

# Capítulo 7

## Interacción de aguja con tejidos vegetales a larga distancia

Los resultados experimentales obtenidos en la teleoperación mediante los canales de comunicación por red de área local (LAN) y por internet o red de área extendida (WAN) han demostrado que es posible realizar tareas de teleoperación en presencia de retardos de tiempo aplicando el control de teleoperación simétrico F-PF y el controlador por modos deslizantes de segundo orden (STA). Estos esquemas de control han sido probados al mismo tiempo que los sistemas maestro y esclavo han sido dotados por Controladores de Complianza Virtual (CCV), cuyos resultados más favorables se han obtenido en la teleoperación donde el sistema maestro y esclavo se les ha impuesto el controlador de admitancia, es decir, el modo Admit-Admit.

Al analizar las respuestas obtenidas, se puede observar que hay una gran similitud en el comportamiento por medio del protocolo UDP en red de área local (LAN) y por internet empleando la interfaz de Arduino IoT Cloud, siendo el factor más crucial en retardos de tiempo. Por lo tanto, para aplicaciones futuras se puede hacer uso de la comunicación por internet para tareas de teleoperación bilateral a larga distancia, con el propósito de obtener una interacción remota con un objeto o entorno.

En el presente trabajo de tesis, se ha considerado como caso de estudio la interacción de una aguja con un par de objetos de manera remota a larga distancia. Se propone utilizar objetos de prueba con diferente rigidez, entonces se ha propuesto utilizar frutas para la obtención de resultados preliminares, aprovechando el hecho de que las frutas poseen doble capa debido a la corteza. Las frutas elegidas en este caso son una manzana y una naranja, las cuales poseen rigidez distinta, siendo la naranja más deformable.

Por otra parte, se ha establecido una interacción remota donde el dispositivo maestro se encuentra localizado en la Universidad del Papaloapan (UNPA) ubicada en la ciudad de Loma Bonita, Oax., mientras que el sistema esclavo se encuentra localizado en la sección de Mecatrónica del CINEVESTAV-IPN en la Cd. de México, existiendo una distancia de 374.77 [km] aproximadamente entre ambos sitios, tal como se muestra en el mapa de la Figura 7.1.

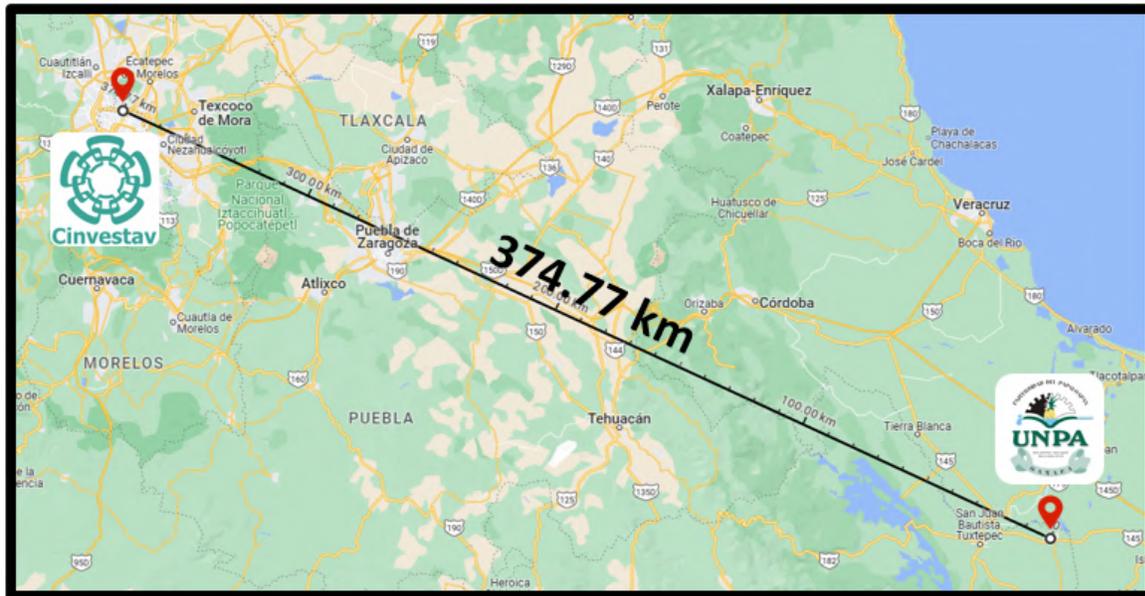


Figura 7.1: Interacción realizada de forma remota por internet del sistema maestro-esclavo, desde la Universidad del Papalopan en Loma Bonita Oax., al CINVESTAV-IPN en la Cd. México.

## 7.1. Interacción de una aguja con una manzana

Para la primera prueba de interacción remota, se considera como objeto de prueba una manzana, la cual posee una corteza delgada y no es deformable con fuerzas de baja magnitud. Entonces, un usuario realiza la manipulación del sistema maestro aplicando una fuerza y por medio de internet se envían los estados y fuerza  $(x_m, \dot{x}_m, f_h)$  al sistema esclavo, tal como se muestra en la Figura 7.2. Dicha manipulación del usuario con el dispositivo maestro da lugar al movimiento tanto del sistema maestro como del esclavo, por lo que este último se encontrará en contacto con la manzana y al ser una aguja el efector final se realizará una inserción, produciendo una fuerza de reacción  $f_t$  que será enviada vía internet al dispositivo maestro y le transmitirá la fuerza al usuario para completar la interacción remota.

Como se ha mencionado antes, se aplicarán los esquemas de teleoperación no simétrico F-PF y el STA en la modalidad Admit-Admit, ya que fue la que mostró los resultados más favorables con y sin retardos de tiempo. El comportamiento de la interacción remota por internet aplicando el esquema no-simétrico F-PF es el que se muestra en la Figura 7.3 (el experimento puede observarse por medio del siguiente enlace:

[https://www.youtube.com/watch?v=uRZVKWNv\\_lU](https://www.youtube.com/watch?v=uRZVKWNv_lU)). Puede observarse que el usuario aplica una fuerza  $f_h$  que va aumentando debido al efecto de la rigidez virtual  $\bar{k}$  que se ha impuesto, la fuerza aplicada induce el movimiento  $x_s$  en el sistema maestro y a su vez al sistema esclavo después de un tiempo de retardo de 1.620 [s] aproximadamente. El desplazamiento  $x_{[m,s]}$  va incrementando hasta que la aguja entra en contacto con la superficie de la manzana (tiempo

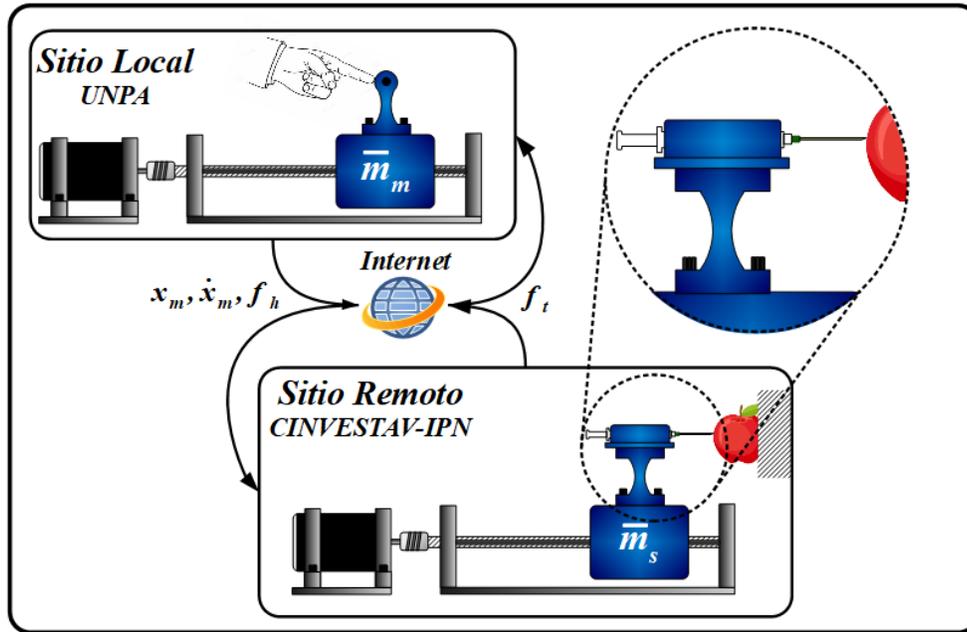


Figura 7.2: Diagrama que representa la interacción remota por internet, de un usuario a la inserción de una aguja con un objeto rígido como una manzana.

de 17.3 [s]) y se produce la inserción debido al filo de la misma, por lo tanto, mientras la aguja continua penetrando el cuerpo de la manzana empieza un incremento de fuerza de reacción  $f_t$  por la resistencia del material, con una duración total de incisión de 2.140 [s] y alcanzando una fuerza máxima de  $-3.782$  [N]. Dicha fuerza aumenta de forma abrupta cuando la aguja ha entrado por completo y el material plástico de la jeringa hace contacto con la superficie de la manzana, elevando la fuerza hasta un valor máximo de  $-12.41$  [N].

El contacto del cuerpo de la jeringa (C. C. Jeringa) con la manzana se produce cuando el sistema esclavo se encuentra en una posición de  $0.1123$  [m] y dado que el usuario continua con la aplicación de fuerzas debido al retardo de tiempo, se produce una deformación sobre la superficie de la manzana de  $\delta_{sM} = 4.7$  [mm] aproximadamente, mientras que, desde el punto de vista del sistema maestro se produce una deformación aproximada de  $\delta_{mM} = 27.4$  [mm]. Está deformación por parte del sistema maestro es el que produce el error máximo de teleoperación considerando la compensación del retardo, el cual es de  $0.02238$  [m], mientras que al no ser compensado se tiene el error máximo de  $-0.07437$  [m] cuando el usuario disminuye la fuerza hacia cero, para terminar la tarea de incisión y retornar a la posición inicial en  $x_{[m,s]} = 0$  [m]. Por otra parte, se puede observar cómo el voltaje de control se mantiene acotado por debajo de los  $10$  [V] debido a que durante el proceso de inserción se mantiene una fuerza aplicada por el usuario que asciende de forma suave, mientras que después del período de inserción que sí llega a los  $10$  [V] en el proceso de retorno al valor inicial de aplicación, ya que se requiere que regrese con mayor velocidad.

Para complementar el resultado obtenido en la interacción remota en la inserción de la

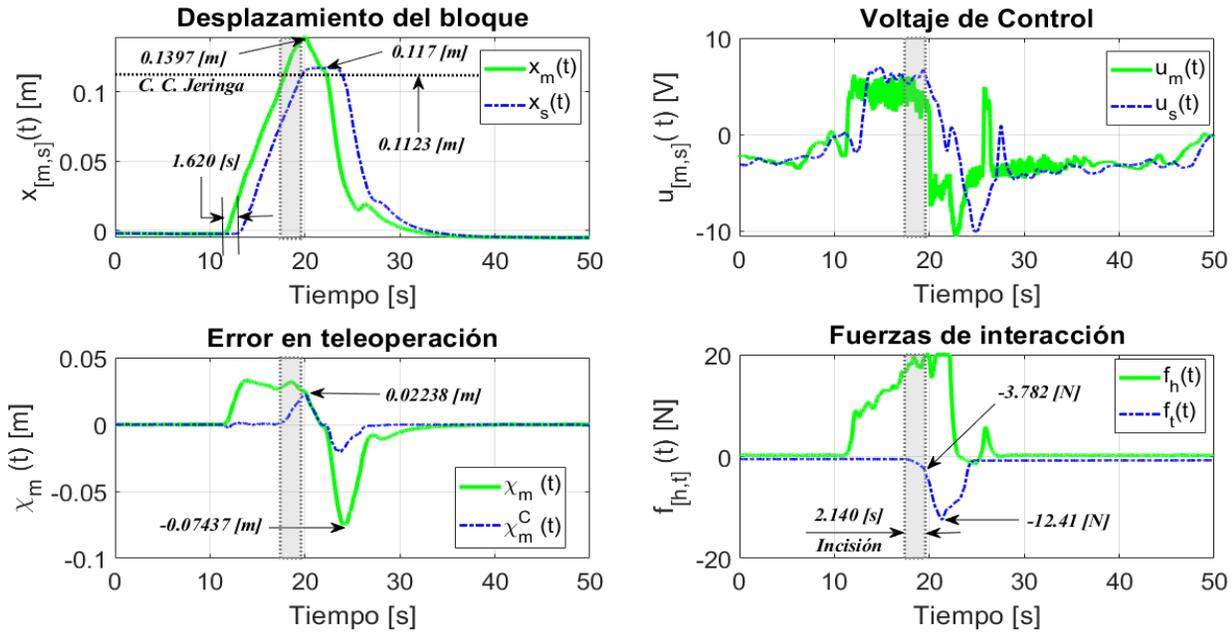


Figura 7.3: Comportamiento de la red de teleoperación F-PF a larga distancia en la interacción con una manzana.

aguja con una manzana, se aplica la teleoperación bilateral con STA con la modalidad Admit-Admit, cuyo comportamiento obtenido es el que se presenta en la Figura 7.4 (la grabación del experimento puede observarse con el siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=omgJdvhnvpQ>). En este caso, en el momento que el usuario aplica la fuerza  $f_h$  comienza el desplazamiento y se observa un retardo de tiempo de 1.437 [s] del sistema esclavo con respecto al sistema maestro. Aproximadamente al tiempo de 10 [s] inicia la inserción sobre la manzana, cuya duración es de 1.5 [s], ya que después se produce el C. C. Jeringa, esto produce que la fuerza máxima de la inserción de la aguja pasa de los  $-2.001$  [N] a los  $-17.15$  [N]. El C. C. Jeringa genera una deformación sobre la superficie de la manzana de  $\delta_{sM} = 10.5$  [mm] y desde el punto de vista del sistema maestro se produjo la deformación  $\delta_{mM} = 22.9$  [mm]. Por otra parte, nuevamente el voltaje de control permanece acotado a 10 [V], sin embargo, tiene un pico máximo en la región negativa de  $-20$  [V] provocado por el proceso de retiro rápido de la aguja y a su vez esto produce el error máximo en teleoperación, el cual es de  $-0.01$  [m] y de  $0.02238$  [m] al compensar el retardo de tiempo.

### 7.1.1. Percepción del usuario en la interacción con la manzana

La percepción en la interacción a larga distancia del usuario con la manzana en el proceso de incisión, fue similar al aplicar los esquemas de control de teleoperación F-PF y el STA. Esto se debe a que las fuerzas de reacción en dicho proceso son de baja magnitud, lo que da una sensación de poca resistencia durante la penetración de la aguja. Sin embargo, una vez que se produce el C. C. Jeringa los efectos en ambos controles se perciben de manera distinta.

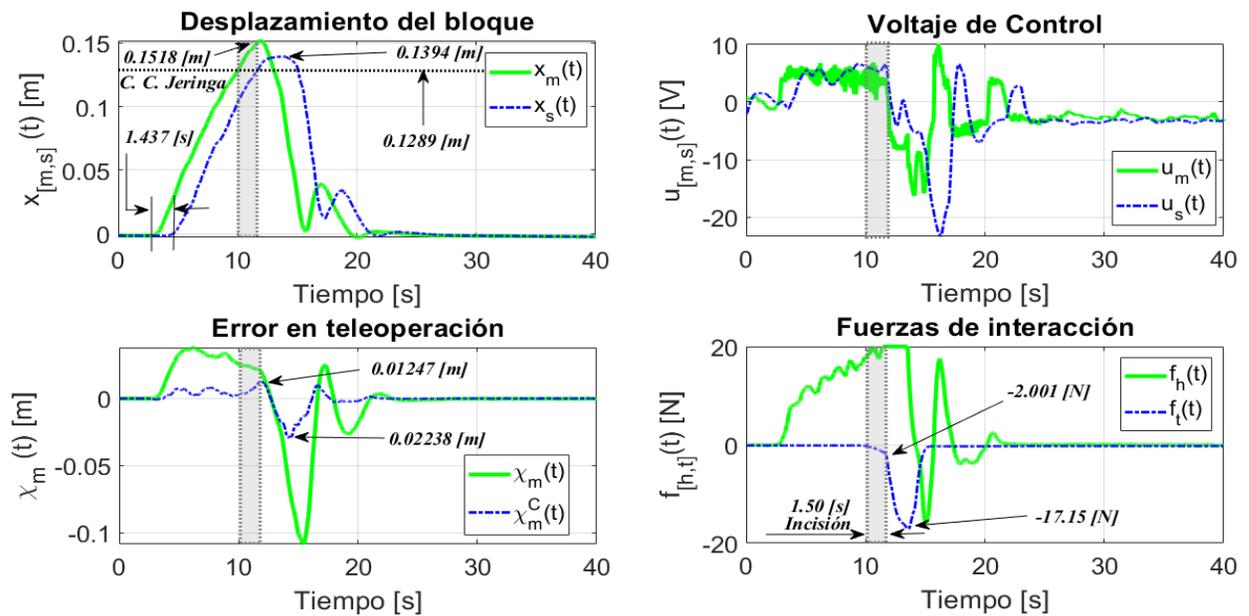


Figura 7.4: Comportamiento de la red de teleoperación STA a larga distancia en la interacción con una manzana.

Cuando se produce el C. C. Jeringa aplicando el control F-PF, se produce una deformación sobre la manzana de menor magnitud que la deformación producida al aplicar el STA, esto implica que el usuario recibe una fuerza mayor con el STA y es más complicado mantener una posición estática en dicho contacto, por lo que se producen pequeñas oscilaciones, esto es observable en el video del experimento con el STA. Por otra parte, con el control F-PF hay una fuerza de reacción de menor magnitud y esto permite al usuario tener un mayor control de su fuerza aplicada para mantener dicha posición de contacto, durante los instantes de tiempo necesarios para realizar la dotación del medicamento. Con respecto a la acción de retroceso de la aguja, este puede ser regulado con mayor facilidad por el usuario con el F-PF, ya que la fuerza en el contacto es de menor magnitud, y al disminuir la fuerza aplicada se produce un retroceso suave. Esto sucede de manera contraria con el STA, ya que la fuerza de contacto es mayor y cuando el usuario disminuye la fuerza aplicada, recibe un empuje hacia atrás con mayor velocidad y por lo tanto, es un movimiento brusco.

## 7.2. Interacción de una aguja con una naranja

Como siguiente objeto de prueba para la interacción remota a larga distancia (aplicando los esquemas de teleoperación F-PF y STA con controladores de admitancia) de la inserción de una aguja, se considera una naranja, tal como se muestra en la Figura 7.5. La cual difiere con respecto a la manzana en su rigidez, ya que la naranja es más blanda y por tanto su rigidez es menor. Por otra parte, su corteza es de mayor espesor, lo que permite tener una interacción con diferente percepción para el usuario.

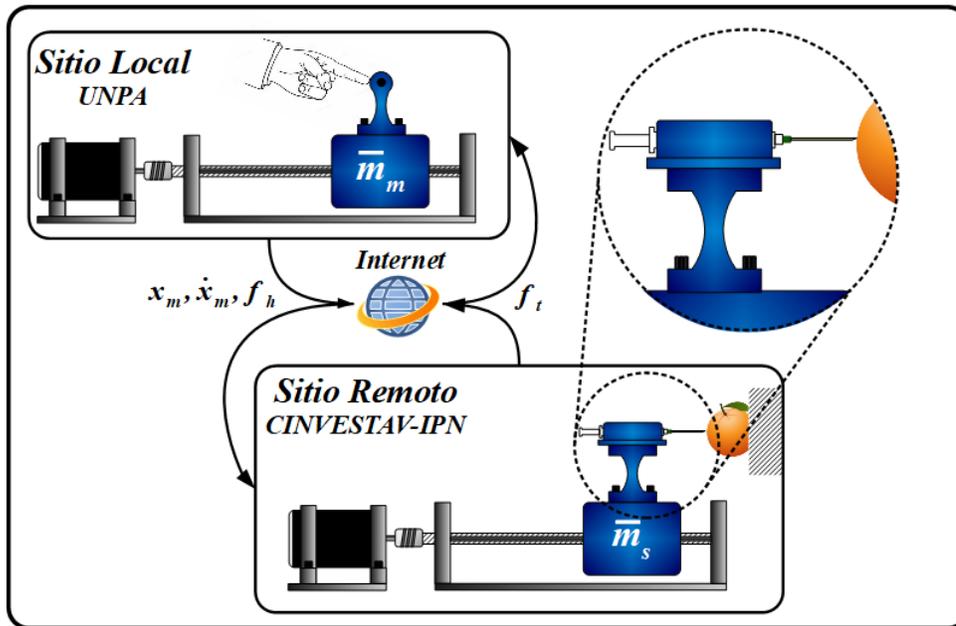


Figura 7.5: Diagrama que representa la interacción remota por internet, de un usuario a la inserción de una aguja con un objeto blando como una naranja.

El comportamiento obtenido en la interacción remota con la naranja aplicando la teleoperación Admit-Admit con el esquema F-PF es el que se muestra en la Figura 7.6 (el experimento puede observarse por medio del siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=RLt9p1mgreM>). Al ser la naranja un material más blando que la manzana, se observa que la fuerza  $f_t$  que se produce en el proceso de incisión y en el C. C. Jeringa son de menor magnitud, ya que estas son de  $-1.704$  [N] y  $-8.429$  [N] respectivamente. Además, no solo las fuerzas son de menor magnitud que en la prueba con la manzana, sino que la taza con la que incrementan de valor es menor. Con respecto al desplazamiento del sistema maestro y esclavo, puede observarse que el retardo de tiempo existente es de  $1.563$  [s] y la inserción completa de la jeringa se ha producido a la distancia de  $0.1143$  [m], lo que implica que la deformación en la superficie de la naranja fue de  $\delta_{sN} = 6.5$  [mm] y de  $\delta_{mN} = 19.2$  [mm] por parte del sistema maestro respectivamente. Por último se muestra que el voltaje de control tiene un comportamiento similar al de la interacción con la manzana y el error máximo se encuentra cuando se retira la fuerza para terminar la inserción, siendo de  $\chi_m = -0.06735$  [m] y compensando el retardo de tiempo  $\chi_m^C = -0.01509$  [m]. Estos errores obtenidos son menores que en la interacción con la manzana debido a que la naranja por ser blanda tiende a deformarse más en el momento del contacto que la manzana, y esto permite que el desplazamiento del esclavo sea más cercano al del sistema maestro.

Para la segunda interacción remota en la incisión de la naranja, se aplica la teleoperación con el STA y el comportamiento obtenido es el que se muestra en la Figura 7.7 (en el siguiente enlace puede observarse el experimento: <https://www.youtube.com/watch?v=pFkoqNMXJJg>),

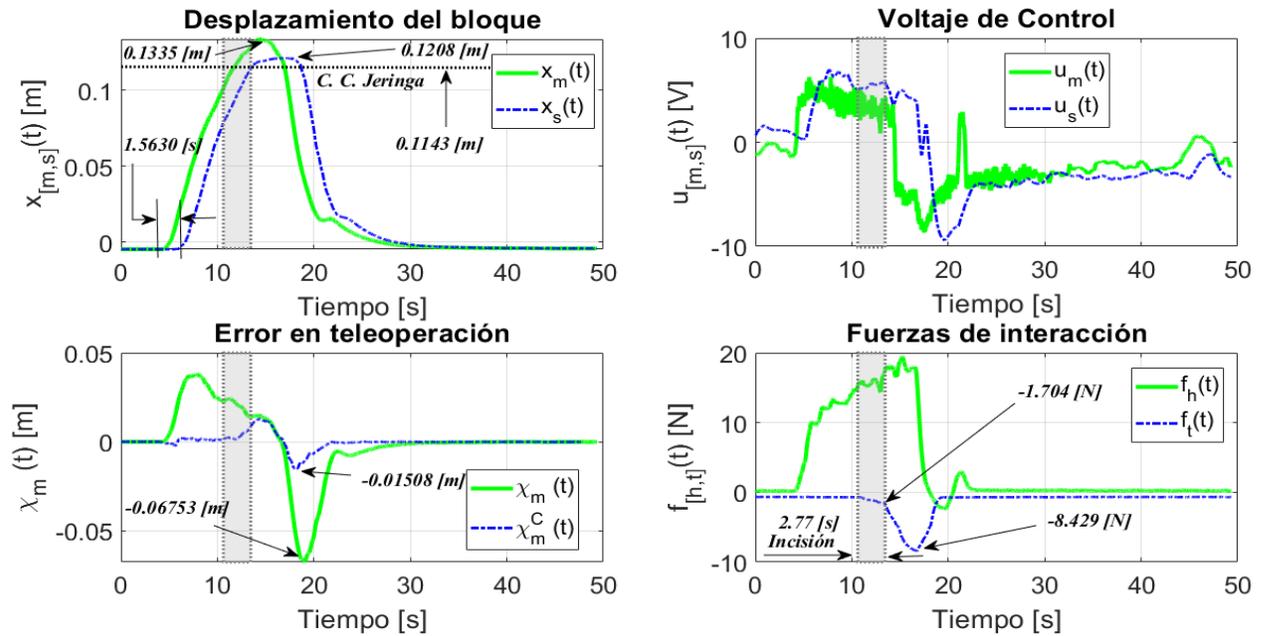


Figura 7.6: Comportamiento de la red de teleoperación F-PF a larga distancia en la interacción con una naranja.

el cual presentó un retardo de tiempo de  $1.593$  [s]. Se observa cómo las fuerzas de reacción han aumentado respecto al esquema F-PF, ya que la fuerza máxima de incisión es de  $-2.234$  [N] y en el C. C. Jeringa es de  $-16.52$  [N], esto representa un aumento de casi el doble. La interacción de fuerzas provoca que el C. C. Jeringa se realice a los  $0.1375$  [m], produciendo deformaciones de  $\delta_{sN} = 5.8$  [mm] y  $\delta_{mN} = 19.7$  [mm] del sistema esclavo y el maestro respectivamente. En el voltaje de control se produce un aumento considerable en la acción de retroceso de la inserción, llegando al voltaje de saturación de  $-24$  [V], lo que produce el error mayor en la teleoperación, el cual es de  $-0.1$  [m] y al compensar el retardo de tiempo es de  $-0.01606$  [m].

### 7.2.1. Percepción del usuario en la interacción con la naranja

Desde el punto de vista del usuario en la interacción remota con la naranja, se vuelve a percibir la similitud en el comportamiento de los esquemas de teleoperación F-PF y STA en movimiento libre y cuando se produce la incisión. La diferencia en este caso con respecto a la prueba con la manzana, es que con la naranja se experimenta una resistencia menor durante la penetración de la aguja, lo cual se debe a las propiedades de los objetos, en este caso, la manzana es más rígida y aumenta rápidamente la fuerza de reacción con la mínima deformación.

Por otra parte, cuando se produce el C. C. Jeringa, se experimenta con ambos controles un contacto suave, debido a la baja rigidez de la naranja, no obstante, se repite que en el

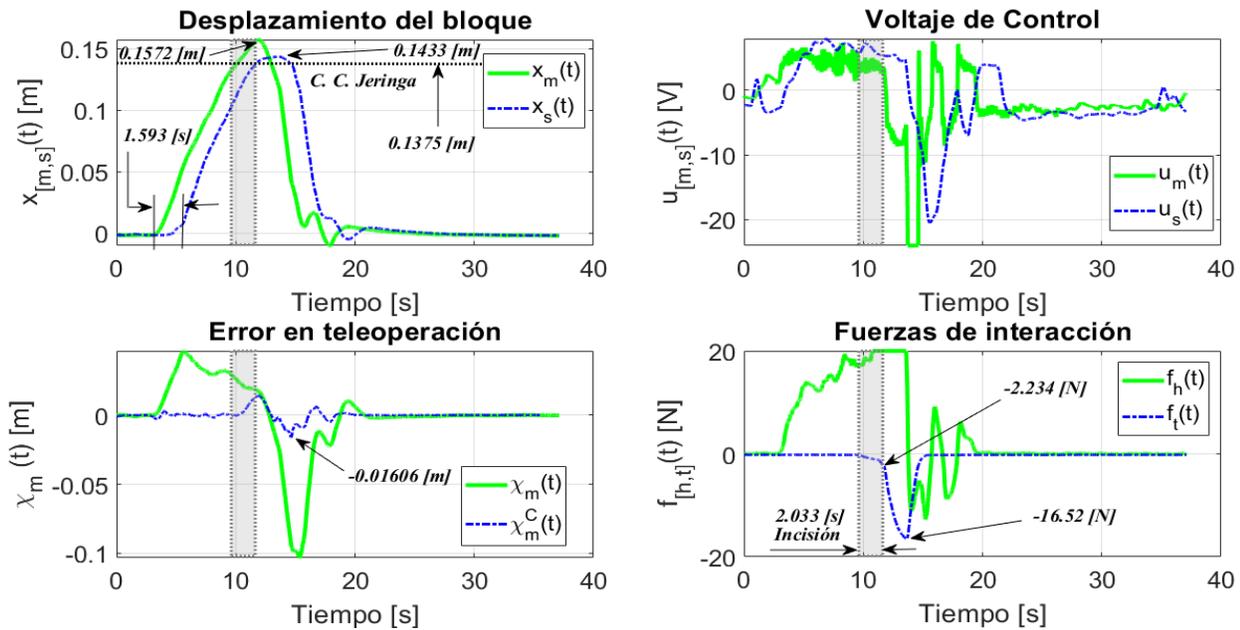


Figura 7.7: Comportamiento de la red de teleoperación STA a larga distancia en la interacción con una naranja.

caso del STA la fuerza de reacción producida es mayor que con el control F-PF, por lo que es más complicado mantener la posición unos segundos para la dotación de medicamento, con relación al F-PF que al producir una fuerza de reacción menor, esto se realiza con mayor facilidad. Por último, el retroceso de la aguja se vuelve a realizar de manera más controlada por parte del usuario, con el control F-PF debido a la menor fuerza de reacción producida en el C. C. Jeringa.

Cabe mencionar que, en la interacción remota con la manzana y la naranja, se observa como en unos momentos los objetos tienden a moverse hacia adelante debido a la fuerza producida en el C. C. Jeringa, sin embargo, dicho efecto induce fuerzas de perturbación cuya magnitud no es apreciable durante el contacto, por lo que no afecta la interacción. Un segundo efecto se produce en la acción de retroceso de la aguja, en esta ocasión se debe al rozamiento de la aguja con las paredes internas de los objetos y de la misma manera, se producen fuerzas que no alcanzan a ser percibidas por el usuario.

### 7.3. Procedimiento efectivo para la interacción remota

Los resultados obtenidos muestran que es posible realizar una interacción de forma remota por medio de internet en la inserción de una aguja sobre objetos, ya sea aplicando el esquema de teleoperación bilateral no-simétrico F-PF y el STA, considerando que no debe existir un retardo mayor a  $2$  [s], ya que esto produce que el desplazamiento del sistema maestro aumente considerablemente, sin tener respuesta por parte del sistema esclavo en un lapso de

tiempo grande, lo que provoca una sensación de confusión por parte del usuario y conlleva a errores en la interacción por dichos efecto. Además que, aumenta el error en teleoperación y el sistema esclavo será susceptible a realizar movimientos bruscos para la corrección. Por lo tanto, en caso de retardos superiores a 2 [s] se puede realizar una acción limitante por software y así garantizar una interacción con mayor seguridad. La semejanza entre los errores obtenidos aplicando los esquemas F-PF y el STA en relación con los tiempos de retardo en las aplicaciones de incisión sobre la manzana y naranja son los que se muestran en la Tabla 7.1.

Control	Manzana			Naranja		
	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $	Retardo	$ \bar{\chi}_m $	$ \bar{\chi}_m^C $	Retardo
F-PF	0.0089 [m]	0.0019 [m]	1.62 [s]	0.0100 [m]	0.0022 [m]	1.563 [s]
STA	0.0128 [m]	0.0028 [m]	1.437 [s]	0.0141 [m]	0.0017 [m]	1.593 [s]

Tabla 7.1: Promedio del error absoluto en la red de teleoperación F-PF vs STA.

Para que un usuario pueda realizar la interacción remota a distancia para el proceso de incisión de forma segura, se plantea un procedimiento que consta de 6 etapas, tal como se muestra en las Figuras 7.8 y 7.9, las cuales se detallan a continuación:

### Fase 1: Inicialización

La Fase 1 de inicialización hace referencia a la posición inicial de los dispositivos maestro y esclavo, tal como se muestra en la Figura 7.8a. Esta posición dependerá de los estados de equilibrio que se hayan impuesto en los CCV, es decir,  $x_{[m,s]0}$ ,  $\dot{x}_{[m,s]0}$  y  $\ddot{x}_{[m,s]0}$ . Para el presente trabajo se han impuesto los valores  $x_{[m,s]0} = \dot{x}_{[m,s]0} = \ddot{x}_{[m,s]0} = 0$ , además que se hace uso del controlador de admitancia, ya que presentó los mejores resultados en la red de teleoperación. Además de la posición inicial, se considera que la fuerza aplicada por el usuario en la presente Fase, denotada por  $F_{hF1}$  debe ser nula, y al no haber movimiento el error en teleoperación para la Fase 1  $\chi_{mF1}$  también es cero.

### Fase 2: Acercamiento al objeto

Esta Fase representada en la Figura 7.8b, implica que el usuario ya se encuentra aplicando una fuerza, es decir,  $F_{hF2} \neq 0$  en la dirección del objeto, y debido al retardo de tiempo (considerar que el tiempo de retardo no debe superar los 2 [s], de no ser así, retornar a la Fase de inicialización) en el canal de comunicación va a existir un error en teleoperación también  $\chi_{mF2} \neq 0$ . El objetivo en esta Fase es que la aguja se acerque al objeto, por lo que se puede realizar a una velocidad mayor a la que se aplicará en el proceso de incisión.

### Fase 3: Proceso de incisión

En la Fase 3 se considera el proceso de incisión (ver Figura 7.8b), por lo tanto, la fuerza del usuario no debe superar la fuerza aplicada en la Fase 2, es decir,  $F_{hF3} \leq F_{hF2}$ , esto con el propósito de tener una velocidad más lenta y se pueda obtener de manera más precisa la percepción de la fuerza producida durante la inserción de la aguja. Entonces, independientemente del retardo de tiempo, se va a presentar un incremento en el error en la teleoperación  $\chi_{mF3}$  con respecto a la Fase anterior, debido a la resistencia que pone el objeto en el movimiento, por lo tanto,  $\chi_{mF3} > \chi_{mF2}$ .

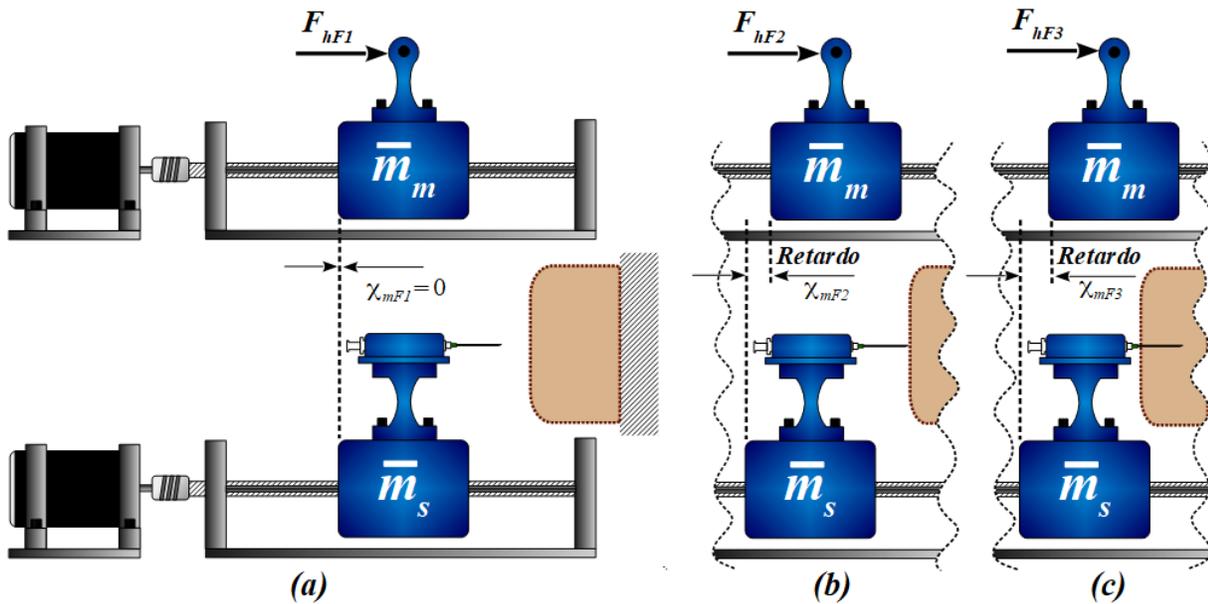


Figura 7.8: Etapas correspondientes al proceso de incisión en la interacción remota: a) Fase 1 (posición inicial), b) Fase 3 (acercamiento al objeto) y c) Fase 3 (incisión).

#### Fase 4: Deformación del objeto

En esta Fase se presenta una deformación  $\delta_{sO}$  provocada por el contacto del cuerpo de la jeringa con la superficie del objeto, tal como se muestra en la Figura 7.9a, mismo que se produce al finalizar el proceso de incisión. Mientras exista la presencia de retardos de tiempo, esta Fase va a estar presente y lo que se requiere es que la deformación  $\delta_{sO}$  sea lo menor posible. Debido al retardo de tiempo, la fuerza  $f_t$  producida por el contacto y la deformación no es percibida de manera instantánea por el usuario, por lo tanto, cuando dicha fuerza es transmitida al usuario implica que ya pasó un lapso de tiempo en el que el sistema esclavo está en contacto con la superficie del objeto, por lo tanto, el usuario debe de actuar de manera inmediata y disminuir la fuerza aplicada, es decir,  $F_{hF4} < F_{hF3}$ . Con esta acción retrocede el desplazamiento del sistema maestro y se disminuye el error en la teleoperación, que en dicho momento tiene el error máximo, esto es,  $\chi_{mF4} \geq \chi_{mF3}$ .

#### Fase 5: Administración de medicamento

La Fase 5 viene precedido de la acción donde se ha producido una deformación  $\delta_{sO}$  sobre el objeto y se ha aplicado una acción correctora por parte del usuario. El objetivo de dicha acción es que la aguja permanezca completa dentro del objeto (ver Figura 7.9b) y a su vez que la deformación  $\delta_{sO} \rightarrow 0$ . De este modo, el operador de los dispositivos puede administrar el medicamento en caso necesario, por tanto, en esta Fase hay que mantener los dispositivos de manera estática un breve momento, entonces el usuario debe aplicar una fuerza similar a la de la Fase 4, es decir,  $F_{hF5} \approx F_{hF4}$ , y esto da como resultado la disminución del error en teleoperación donde  $\chi_{mF5} \rightarrow 0$ .

### Fase 6: Retorno a la posición de inicio

En esta última Fase lo que se realiza es un retorno a la posición de inicio de la interacción (ver Figura 7.9c), una vez que se ha suministrado el medicamento con la jeringa. La velocidad de retroceso puede ser mayor que en el proceso de incisión, por lo tanto, es posible reducir la fuerza del usuario a cero  $F_{hF6} \rightarrow 0$ , ya sea de forma gradual o de manera instantánea, de igual manera ambos dispositivos van a tender a converger a la posición inicial por el efecto del resorte virtual impuesto con el controlador de admitancia. De tal manera que, al reducir la magnitud de la fuerza en la presencia del retardo de tiempo, se presentará el error máximo en teleoperación de la interacción completo, no obstante, al converger el sistema maestro y esclavo a su punto de partida, el error se vuelve  $\chi_{mF6} = 0$ .

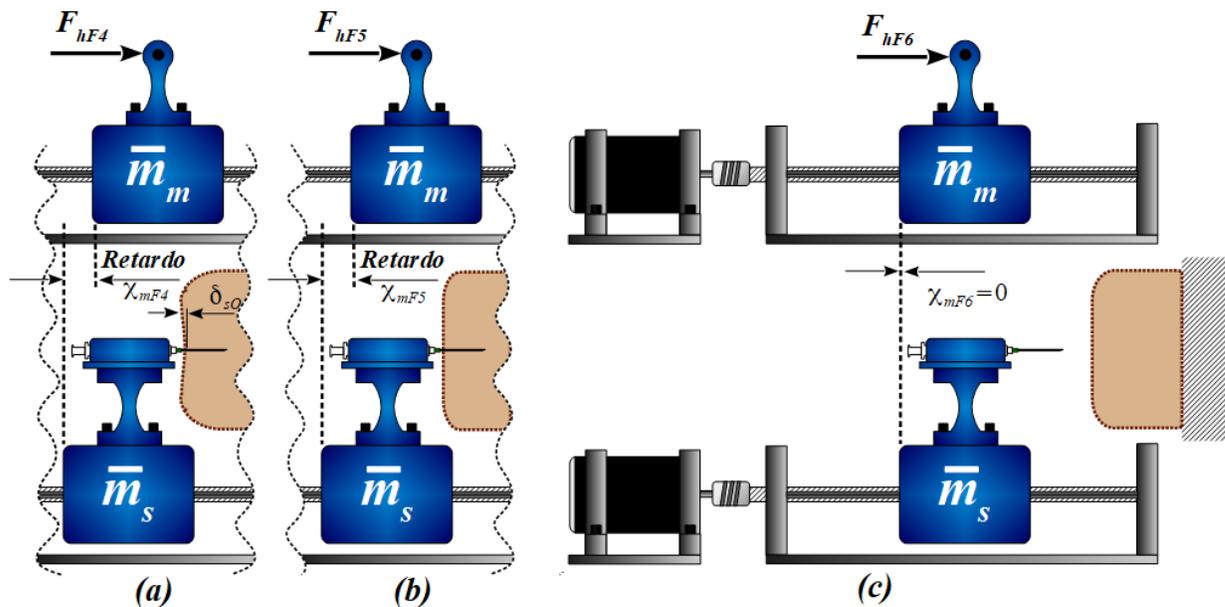


Figura 7.9: Etapas correspondientes al retiro de la aguja en la interacción remota: a) Fase 4 (deformación del objeto), b) Fase 5 (corrección de la deformación) y c) Fase 6 (retorno a la posición de inicio).

Se sugiere que en el proceso de interacción exista una retroalimentación visual, para complementar la transparencia de fuerzas y se garantice mayor precisión en las aplicaciones de las 6 Fases.



# Capítulo 8

## Conclusiones

### 8.1. Conclusiones generales

En el presente trabajo de tesis se ha desarrollado una plataforma experimental que consta de dos dispositivos mecánicos traslacionales de 1 GDL, la cual permitió la implementación de controladores de complianza virtual (CCV), los cuales poseen una estructura basada en el modelo del sistema. Si bien ambos controladores de CCV (controlador de impedancia y admitancia) tienen la misma finalidad, que es dotar al sistema de nuevos parámetros mecánicos y disminuir la impedancia mecánica para la pHRI, los resultados experimentales han mostrado que el controlador de admitancia es el que logra replicar de manera más precisa el comportamiento del sistema masa-resorte-amortiguador, por lo que garantiza movimientos con mayor suavidad. Por otra parte, el controlador de impedancia muestra resultados favorables en cuanto la interacción producida por un usuario sea de alta frecuencia, ya que muestra una tendencia de disminución en la amplitud del movimiento oscilatorio.

Aplicando los CCV sobre los dispositivos mecánicos, se ha obtenido una disminución en la impedancia mecánica, lo que ha permitido realizar tareas de teleoperación bilateral mediante diferentes esquemas de control y canales de comunicación con y sin presencia de retardos de tiempo. Entonces, mediante el modelado del sistema de teleoperación por medio de una red de dos puertos [15], se pudieron obtener esquemas de teleoperación denominados simétricos P-P y PF-PF cuya característica es el intercambio de estados entre sistemas maestro y esclavos (P-P) y mediante el intercambio de estados y fuerzas (PF-PF) se logra la transparencia de fuerzas. Además se considera un esquema de control de teleoperación donde el encargado de lograr el objetivo de teleoperación  $\chi_{[m,s]} \rightarrow 0$  es únicamente el sistema esclavo, dando como resultado el esquema de teleoperación no-simétrico F-PF y una variación del mismo mediante el controlador por modos deslizantes de segundo orden (SMC-2) [49], específicamente el Algoritmo Super-Twisting (STA) para el caso donde se hace presente el retardo de tiempo en el canal de comunicación, ya que el retardo condiciona la estabilidad de la red de teleoperación de los controladores simétricos.

Para comparar de manera efectiva los esquemas de control de teleoperación bilateral dotados de CCV, se planificó una interacción con fuerzas virtuales, mediante la implementación de una fuerza de usuario modelado con una función polinomial, mientras que el entorno fue

modelado por medio de una pared virtual de doble rigidez. Los primeros resultados fueron obtenidos mediante el protocolo de comunicación serial UART, con el cual garantizó que la teleoperación bilateral se realizara libre de retardos de tiempo. Estos resultados mostraron que el comportamiento más eficiente en la teleoperación es obtenido cuando maestro y esclavo son dotados del controlador de admitancia (modalidad Admit-Admit), para los esquemas PF-PF y F-PF, donde el error máximo en teleoperación apenas sobrepasa los 0.6 [mm], siendo el más efectivo el controlador PF-PF, con un error por debajo de ese margen. Resultado que se refleja en el cálculo del promedio del valor absoluto de los errores, los cuales son de  $|\bar{\chi}_m| = 7.4899 \times 10^{-5}$  [m] para el esquema PF-PF, mientras que para el esquema F-PF fue de  $|\bar{\chi}_m| = 1.1735 \times 10^{-4}$  [m]. Por otra parte, el error de mayor magnitud que se produjo fue en la modalidad híbrida Imped-Admit con el esquema F-PF, el cual llegó a los  $\pm 3$  [mm] aproximadamente. Las demás modalidades, Imped-Imped y Admit-Admit presentaron comportamientos con errores intermedios a los de las modalidades Admit-Admit e Imped-Imped.

De manera general el esquema PF-PF presenta el error de menor magnitud en cualquier modalidad de CCV, no obstante, las modalidades Admit-Imped y Admit-Admit del controlador F-PF mostraron resultados cercanos al Admit-Admit del PF-PF. Esto implica que, en casos donde las capacidades de hardware sean un factor importante, es posible aplicar la modalidad híbrida Admit-Imped con el controlador F-PF. Pero si esto no es una limitante, el que garantiza el mejor comportamiento es la modalidad Admit-Admit con el esquema PF-PF. Sin embargo, cuando el canal de comunicación presenta retardos de tiempo, las pruebas indican que la teleoperación PF-PF además de presentar un desfaseamiento entre la respuesta del maestro y esclavo, hay una pérdida de amplitud, mientras que eso no es un problema en el esquema F-PF. Por lo tanto, si hay presencia de retardos de tiempo el esquema PF-PF es deficiente.

Además de la comunicación serial, se ha implementado la teleoperación bilateral vía LAN y WAN (internet), utilizando el protocolo UDP y la plataforma Arduino IoT Cloud. La implementación estuvo caracterizada por la misma interacción de fuerzas virtuales, modalidades de CCV, pero en este caso, utilizando el esquema F-PF, ya que no hay cambio de amplitud entre maestro y esclavo en presencia de retardos de tiempo, y para comparar se ha implementado el controlador STA. El comportamiento en la red de teleoperación presenta las mismas características en LAN ó internet, el efecto predominante en la teleoperación fue el retardo de tiempo. Los resultados muestran que el contacto con la pared virtual produce oscilaciones no deseadas en presencia de retardos de tiempo, y esto se debe a que el esclavo tiende a deformar más la pared virtual, produciendo fuerzas de reacción de mayor magnitud. Pese a esto, la modalidad más efectiva vuelve a ser Admit-Admit, ya que tiene un efecto que disipa la oscilación, la cual es más notoria en los esquemas donde se ha impuesto el control de impedancia en el sistema maestro. A pesar de su estructura robusta del STA, el comportamiento obtenido presenta similitudes con el esquema F-PF en todas las modalidades de CCV, cuya única diferencia se encuentra en la fuerza de interacción del entorno, ya que el STA de manera general acota las fuerzas, mientras que el F-PF tiene un aumento considerable en su modalidad más deficiente, el Imped-Admit.

En promedio los retardos de tiempo en los resultados por LAN e internet se encontraban en un rango de 1 a 2 [s], un tiempo mayor provoca un aumento en las oscilaciones en el

momento del contacto con la pared virtual. Bajo esta consideración, y considerando que la teleoperación más efectiva es la modalidad Admit-Admit, se han realizado pruebas de interacción remota a larga distancia en el proceso de inserción de una aguja con objetos de prueba. En este caso se utilizaron como objetos de prueba una naranja y una manzana, y con ello se obtuvieron resultados preliminares de este amplio estudio, obteniendo resultados favorables aplicando los esquemas F-PF y el STA. Dado el éxito en dichas pruebas, se ha establecido una metodología para que un usuario pueda realizar la inserción de la aguja de manera segura y efectiva, siempre y cuando el retardo de tiempo no sea superior a 2 [s].

De acuerdo con el conjunto de resultados obtenidos en presencia de retardos de tiempo, la diferencia al aplicar los esquemas de teleoperación F-PF y STA es mínima, por lo que en aplicaciones futuras es posible considerar aplicar el esquema F-PF debido a su versatilidad y menor complejidad de implementación que el STA.

## 8.2. Trabajo futuro

Como trabajo futuro se plantea lo siguiente:

- Demostrar la estabilidad del esquema de control por modos deslizantes de segundo orden, considerando el Algoritmo Super-Twisting con la omisión del control equivalente.
- Diseñar una estrategia para la predicción de retardos mediante la metodología de control basado en datos y comparar los resultados con métodos como: la teoría de dispersión y variables de onda.
- Desarrollar un Broker MQTT, por medio de tarjetas de desarrollo para la comunicación de dispositivos por internet.
- Extender el estudio asociado a la inyección de manera remota a larga distancia, para ello se debe considerar la inserción de la aguja sobre tejido animal.
- Diseñar un mecanismo para la dotación de medicamento después del proceso de incisión de la aguja sobre el tejido.



# Bibliografía

- [1] Lawrence, Dale A. "Stability and transparency in bilateral teleoperation." *IEEE transactions on robotics and automation* 9.5 (1993): 624-637.
- [2] Hogan, Neville. "Impedance control: An approach to manipulation." 1984 American control conference. IEEE, 1984.
- [3] Hogan, N. 1989. Controlling impedance at the man/machine interface. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Scottsdale, AZ, pp. 1626–1631.
- [4] Newman, Wyatt S. "Stability and performance limits of interaction controllers." *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*. (1992): 563-570.
- [5] Ott, Christian, and Yoshihiko Nakamura. "Admittance Control using a Base Force/Torque Sensor." *IFAC Proceedings Volumes* 42.16 (2009): 467-472.
- [6] Ott, Christian, Ranjan Mukherjee, and Yoshihiko Nakamura. "Unified impedance and admittance control." 2010 IEEE international conference on robotics and automation. IEEE, 2010.
- [7] Kikuuwe, Ryo. "A sliding-mode-like position controller for admittance control with bounded actuator force." *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics* 19.5 (2013): 1489-1500.
- [8] Lee, Hyunglae, and Neville Hogan. "Essential considerations for design and control of human-interactive robots." 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016.
- [9] Li, Zhijun, et al. "Physical human–robot interaction of a robotic exoskeleton by admittance control." *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65.12 (2018): 9614-9624.
- [10] Keemink, Arvid QL, Herman van der Kooij, and Arno HA Stienen. "Admittance control for physical human–robot interaction." *The International Journal of Robotics Research* 37.11 (2018): 1421-1444.
- [11] Su, Hang, et al. "Safety-enhanced human-robot interaction control of redundant robot for teleoperated minimally invasive surgery." 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2018.

- [12] Tommasino, Domenico, et al. "Effect of end-effector compliance on collisions in robotic teleoperation." *Applied Sciences* 10.24 (2020): 9077.
- [13] Fujiki, Takuto, and Kenji Tahara. "Numerical Simulations of A Novel Force Controller Serially Combining The Admittance and Impedance Controllers." 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021.
- [14] Fujiki, Takuto, and Kenji Tahara. "Series admittance-impedance controller for more robust and stable extension of force control." *ROBOMECH Journal* 9.1 (2022): 23.
- [15] Raju, G. Jagannath, George C. Verghese, and Thomas B. Sheridan. "Design issues in 2-port network models of bilateral remote manipulation." 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Computer Society, 1989.
- [16] Hannaford, Blake. "A design framework for teleoperators with kinesthetic feedback." *IEEE transactions on Robotics and Automation* 5.4 (1989): 426-434.
- [17] Tajiri, Masahiro, Pablo López, and Yasutaka Fujimoto. "Design of two-channel bilateral control systems by a transfer-function-based approach." *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65.7 (2017): 5655-5664.
- [18] Deras, Pablo René López, and Yasutaka Fujimoto. "Two-Channel Bilateral Control of Delta Robots with Gravity Compensation." 2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). IEEE, 2018.
- [19] Akutsu, Shuhei, Takahiro Nozaki, and Toshiyuki Murakami. "Design of bilateral control based on equivalent circuit model." 2019 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). IEEE, 2019.
- [20] Nagatsu, Yuki, and Hideki Hashimoto. "Force-based Two-channel Bilateral Control for Position/Velocity Controlled Robots." 2022 IEEE 17th International Conference on Advanced Motion Control (AMC). IEEE, 2022.
- [21] Anderson, Robert J., and Mark W. Spong. "Bilateral control of teleoperators with time delay." *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Vol. 1. IEEE, 1988.
- [22] Niemeyer, Günter, and J-JE Slotine. "Stable adaptive teleoperation." *IEEE Journal of oceanic engineering* 16.1 (1991): 152-162.
- [23] Park, Jong Hyeon, and Hyun Chul Cho. "Sliding-mode controller for bilateral teleoperation with varying time delay." 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (Cat. No. 99TH8399). IEEE, 1999.
- [24] Cho, Hyun Chul, et al. "Sliding-mode-based impedance controller for bilateral teleoperation under varying time-delay." *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)*. Vol. 1. IEEE, 2001.

- [25] Chopra, Nikhil, et al. "Bilateral teleoperation over the internet: the time varying delay." Proceedings of the American Control Conference (ACC). 2003.
- [26] Heck, Dennis, et al. "Direct force-reflecting two-layer approach for passive bilateral teleoperation with time delays." IEEE Transactions on Robotics 34.1 (2018): 194-206.
- [27] Dehghan, Seyed Ali Mohamad, et al. "Observer-based adaptive force–position control for nonlinear bilateral teleoperation with time delay." Control Engineering Practice 107 (2021): 104679.
- [28] Hashtrudi-Zaad, K., and Salcudean, S. E. 2001. Analysis of control architectures for teleoperation systems with impedance/admittance master and slave manipulators. The International Journal of Robotics Research, 20(6), 419-445.
- [29] H. Su, J. Sandoval, M. Makhdoomi, G. Ferrigno and E. De Momi, "Safety-Enhanced Human-Robot Interaction Control of Redundant Robot for Teleoperated Minimally Invasive Surgery," 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Brisbane, QLD, Australia, 2018, pp. 6611-6616, doi: 10.1109/ICRA.2018.8463148.
- [30] Sakai, Hayata, Daisuke Tomizuka, and Kouhei Ohnishi. "Compliance control for stabilization of bilateral teleoperation system in the presence of time delay." 2017 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM). IEEE, 2017.
- [31] Bong, Jae Hwan, et al. "Force feedback haptic interface for bilateral teleoperation of robot manipulation." Microsystem Technologies 28.10 (2022): 2381-2392.
- [32] López, Mauro Gilberto, et al. Resultados experimentales del control de un sistema de teleoperación bilateral de robots con retardos variantes en el tiempo." Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19.1 (2022): 96-107.
- [33] TOAUTO, (©2023), *ToAuto Tool*. Disponible en: <https://www.toautotool.com/>.
- [34] Amazon, (©1996-2023), *Amazon Inc.* Disponible: [https://www.amazon.com/-/es/Actuador-deslizante-tornillo-lineales-Longitud/dp/B07BMMDQBW/ref=d\\_pd\\_sbs\\_sccl\\_4\\_3/146-6343436-9892206?pd\\_rd\\_w=rHdOj&content-id=amzn1.sym.3676f086-9496-4fd7-8490-77cf7f43f846&pf\\_rd\\_p=3676f086-9496-4fd7-8490-77cf7f43f846&pf\\_rd\\_r=6KTZHB160V68D9NPVWHE&pd\\_rd\\_wg=9kXYe&pd\\_rd\\_r=8fd2df7e-1e9b-499f-948d-0f2b745e7440&pd\\_rd\\_i=B07BMJC3WF&th=1](https://www.amazon.com/-/es/Actuador-deslizante-tornillo-lineales-Longitud/dp/B07BMMDQBW/ref=d_pd_sbs_sccl_4_3/146-6343436-9892206?pd_rd_w=rHdOj&content-id=amzn1.sym.3676f086-9496-4fd7-8490-77cf7f43f846&pf_rd_p=3676f086-9496-4fd7-8490-77cf7f43f846&pf_rd_r=6KTZHB160V68D9NPVWHE&pd_rd_wg=9kXYe&pd_rd_r=8fd2df7e-1e9b-499f-948d-0f2b745e7440&pd_rd_i=B07BMJC3WF&th=1).
- [35] CROUZET, (©2023), *CROUZET*. Disponible en: <https://soda.crouzet.com/pn/?i=89830004>.
- [36] CROUZET, (©2023), *CROUZET*. Disponible en: <https://www.crouzet.com/products/dc-motors>.
- [37] US Digital, (©2023), *US Digital Motion Control Products*. Disponible en: <https://www.usdigital.com/products/encoders/incremental/shaft/h6/>.

- [38] Interlink, (©2018), *INTERLINK ELECTRONICS*. Disponible en: <https://www.interlinkelectronics.com/fsr-400-series>.
- [39] ST, (©2023), *STMicroelectronics*. Disponible en: <https://www.st.com/en/evaluation-tools/stm32f4discovery.html>.
- [40] Dorf, Richard C., et al. *Sistemas de control moderno*. Pearson Educación, Madrid, 2005.
- [41] Wells, D. A. 1967. *Lagrangiane Dynamics*. Schaum's Outlines, McGraw-Hill, USA.
- [42] Craig, John J. *Introduction to robotics*. Pearson Educacion, México, 2006.
- [43] La Salle, Joseph P. An invariance principle in the theory of stability. No. NASA-CR-74165. 1966.
- [44] Baker Jr, George A., and John L. Gammel. "The padé approximant." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 2.1 (1961): 21-30.
- [45] Utkin, Vadim Ivanovich. "Sliding modes and their applications in variable structure systems." Mir, Moscow (1978).
- [46] Fridman, Leonid, Jaime Moreno, and Rafael Iriarte. "Sliding modes after the first decade of the 21st century." *Lecture notes in control and information sciences* 412 (2011): 113-149.
- [47] Arana-Daniel, Nancy, Carlos Lopez-Franco, and Alma Y. Alanis. *Bio-inspired algorithms for engineering*. Butterworth-Heinemann, México, 2018.
- [48] Bartolini, Giorgio, et al. "On second order sliding mode controllers." *Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control* (1999): 329-350.
- [49] Levant, Arie. "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control." *International journal of control* 58.6 (1993): 1247-1263.
- [50] Sira-Ramirez. "Structure at infinity, zero dynamics and normal forms of systems undergoing sliding motions." *International journal of systems science* 21.4 (1990): 665-674.
- [51] Levant, Arie. Robust exact differentiation via sliding mode technique." *Automatica* 34.3 (1998): 379-384.
- [52] Bernfeld, Stephen R. "Differential equations with discontinuous righthand sides (AF Filippov)." *Siam Review* 32.2 (1990): 312-315.

## Apéndice



# Apéndice A

## Aproximación de parámetros de la plataforma experimental

Como se muestra en el Capítulo 2, los dispositivos maestro y esclavo se han diseñado y manufacturado con las mismas características, por lo que se rigen por el mismo modelo dinámico ec. (3.16). A continuación, se lleva a cabo la aproximación de los parámetros del motor y el mecanismo traslacional por medio de funciones de transferencias de segundo orden.

### A.1. Aproximación de los parámetros del motor

El motor CD es el elemento que introduce la energía al mecanismo y los parámetros del motor seleccionado para los dispositivos maestro y esclavo se encuentra en el Apéndice E, no obstante, la medición del desplazamiento angular implica el acoplamiento del motor a un encoder, el cual se lleva a cabo mediante un conjunto de soportes, ejes, bandas y poleas, por lo que, la dinámica del motor se ve modificada.

El modelo dinámico del motor CD esta descrito por las siguientes expresiones:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + k_a \dot{\theta}_m = e(t) \quad (\text{A.1})$$

$$J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m = k_m i_a \quad (\text{A.2})$$

Aplicando la transformada de Laplace a las ecs. (A.1), y (A.2) se obtienen las siguientes expresiones algebraicas en el dominio de la variable compleja  $s$ .

$$(L_a s + R_a) I_a(s) + k_a s \Theta_m(s) = E(s) \quad (\text{A.3})$$

$$(J_m s + b_m) s \Theta_m(s) = k_m I_a(s) \quad (\text{A.4})$$

Mediante las ecs. (A.3) y (A.4) se puede obtener la función de transferencia que describe la relación entre la velocidad angular  $s\Theta(s)$  con respecto al voltaje de entrada  $E(s)$ , la cual se muestra a continuación:

$$\frac{s\Theta(s)}{E(s)} = \frac{\frac{k_m}{L_a J_m}}{s^2 + \frac{(L_a b_m + R_a J_m)}{L_a J_m} s + \frac{R_a b_m + k_a k_m}{L_a J_m}} \quad (\text{A.5})$$

La expresión anterior ec. (A.5) muestra que la dinámica completa del motor considerando la función de transferencia  $s\Theta(s)/E(s)$  se rige por una dinámica de segundo orden. Sustituyendo los parámetros de la hoja de datos del motor se tiene,

$$\frac{s\Theta(s)}{E(s)} = \frac{24926}{s^2 + 72.006s + 5908} \quad (\text{A.6})$$

En la Figura A.1 se muestra la respuesta experimental de la velocidad angular del motor  $\dot{\theta}_m$  cuando se aplica una entrada de voltaje tipo escalón.

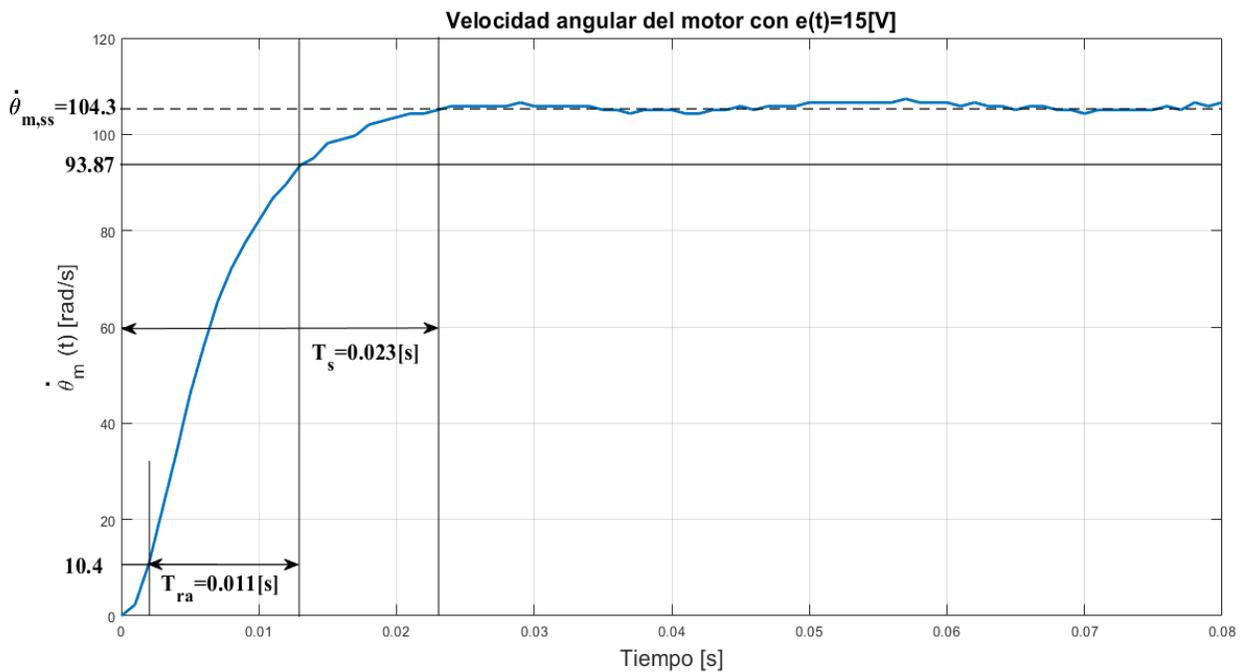


Figura A.1: Respuesta de la velocidad angular del motor CD a una entrada escalón de magnitud 15 [V].

La respuesta obtenida en la Figura A.1 muestra una curva con respuesta tipo subamortiguada, es decir, su factor de amortiguamiento relativo es  $\zeta < 1$ . Esto permite aproximar la respuesta obtenida mediante el uso de la función de transferencia normalizada de segundo

orden en términos de parámetros de frecuencia natural  $\omega_n$ , factor de amortiguamiento  $\zeta$  y una ganancia de ajuste  $\alpha$ , esto es:

$$\frac{s\Theta(s)}{E(s)} \approx \frac{\alpha\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{A.7})$$

La aproximación de los parámetros  $\zeta$ ,  $\omega_n$  y  $\alpha$  se obtiene mediante las expresiones descritas en [40], que consideran el tiempo de subida normalizado  $T_{ra}$  aproximado de forma lineal con la expresión:

$$T_{ra} = \frac{2.16\zeta + 0.60}{\omega_n} \quad (\text{A.8})$$

la cual es válida para  $0.3 \leq \zeta \leq 0.95$ , y es el tiempo donde la respuesta del sistema pasa del 10 – 90 % de su valor en estado estacionario  $\dot{\theta}_{m,ss}$ .

De acuerdo a la curva de velocidad que se muestra en la Figura A.1, se observa que la velocidad en estado estacionario es  $\dot{\theta}_{m,ss} = 104.3$  [rad/s], mientras que el tiempo de asentamiento  $T_s$  empleando el criterio del 2 % y el tiempo de subida normalizado  $T_{ra}$  son los siguientes:

$$\begin{aligned} T_s &= 0.023 \text{ [s]} \\ T_{ra} &= 0.011 \text{ [s]} \end{aligned}$$

El tiempo de asentamiento empleando el criterio del 2 % esta dado por:

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (\text{A.9})$$

Despejando  $\zeta$  de la ec. (A.9) y sustituyendo en la ec. (A.8) se obtiene el siguiente polinomio.

$$T_{ra}\omega_n^2 - 0.60\omega_n - \frac{8.64}{T_s} = 0 \quad (\text{A.10})$$

Resolviendo la ec. (A.10) para la frecuencia natural  $\omega_n$  se obtiene:

$$\omega_n = 214.0721 \text{ [rad/s]}$$

Lo que implica un valor de factor de amortiguamiento de  $\zeta = 0.8124$ . Además, dado que la entrada aplicada es 15 [V], la ganancia  $\alpha$  es calculada como:  $\alpha = \dot{\theta}_{m,ss}/e(t) = 104.3/15$ .

Sustituyendo  $\omega_n$ ,  $\zeta$  y  $\alpha$  en la función de transferencia normalizada se tiene,

$$\frac{\Omega_m(s)}{V(s)} \approx \frac{318650}{s^2 + 347.8261s + 45827} \quad (\text{A.11})$$

aplicando un ajuste de  $1.1\omega_n$  para mejorar la respuesta (comportamiento que se muestra en la Figura A.2) se tiene,

$$\frac{\Omega_m(s)}{V(s)} \approx \frac{385570}{s^2 + 382.61s + 55451} \quad (\text{A.12})$$

Las expresiones anteriores ecs. (A.11) y (A.12) muestran una diferencia notoria en la magnitud con respecto a la función de transferencia del modelo del motor ec. (A.6) que contiene los parámetros de la hoja de datos del mismo, es por ello que se realiza un ajuste en los parámetros del motor para que los términos de los polinomios del numerador y denominador tengan una diferencia menos notoria y la respuesta numérica se aproxime a la respuesta experimental. Los parámetros del motor contenidos en la hoja de datos y los ajustados son los que se muestran en la Tabla A.1.

<b>Parámetros del motor acoplado al mecanismo de sensado</b>		
Parámetros	Hoja de datos	Ajustados
Resistencia de armadura ( $R_a$ )	18 [ $\Omega$ ]	4.44 [ $\Omega$ ]
Inductancia de armadura ( $L_a$ )	0.25 [mH]	0.0096 [H]
Constante de par ( $k_m$ )	0.2368 [N m/ A]	0.1438 [N m/ A]
Constante de velocidad ( $k_a$ )	0.237 [V s/ rad]	0.1438 [V s/ rad]
Inercia del motor ( $J_m$ )	$3.8 \times 10^{-5}$ [kg m <sup>2</sup> ]	$3.2500 \times 10^{-5}$ [kg m <sup>2</sup> ]
Fricción del motor ( $b_m$ )	$2.3873 \times 10^{-7}$ [N m s/ rad]	$4.2017 \times 10^{-7}$ [N m s/ rad]

Tabla A.1: Parámetros del motor y los ajustados en el proceso de aproximación a la respuesta experimental.

Sustituyendo los parámetros ajustados del motor en la función de transferencia del modelo ec. (A.5) se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{s\Theta(s)}{E(s)} = \frac{460900}{s^2 + 462.51s + 66283} \quad (\text{A.13})$$

La similitud en la respuesta del sistema a la entrada escalón de 15 [V] experimental, con las aproximaciones ecs. (A.11) y (A.12) y con el modelo del motor con los parámetros ajustados ec. (A.13), es la que se muestra en la Figura A.2. Donde se observa que el primer ajuste de  $1.1\omega_n$  tiende a aproximar mejor la respuesta que con sólo el valor de  $\omega_n$ , y con el ajuste de los parámetros del motor se obtiene una curva que aproxima de manera más precisa el comportamiento numérico al experimental.

## A.2. Aproximación de los parámetros del mecanismo

La dinámica completa del sistema se obtiene al acoplar el motor CD con el mecanismo traslacional, dando como resultado el modelo dinámico que se rige por las ecs. (3.14) y (3.15), las cuales fueron obtenidas en el Capítulo 3 y se muestran a continuación:

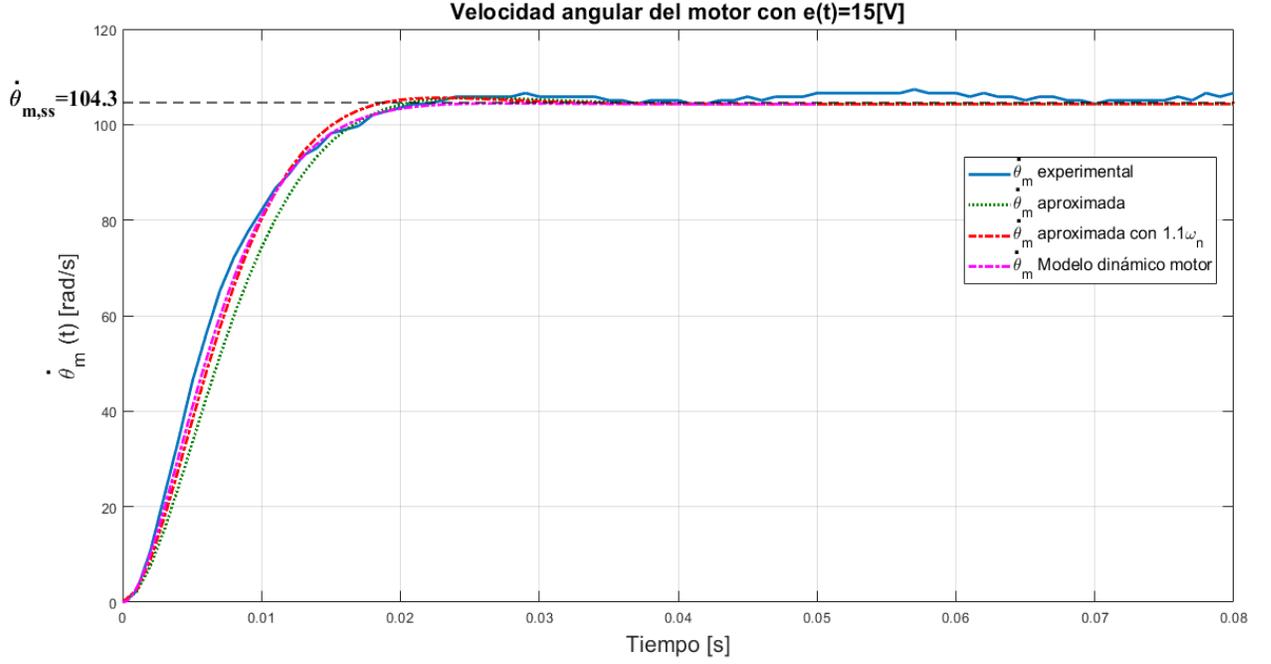


Figura A.2: Comparación de la respuesta del motor acoplado al sistema de sensado y al comportamiento numérico de las funciones de transferencia aproximadas y el modelo dinámico.

$$\eta L_a \frac{di_a}{dt} + \eta R_a i_a + k_a \dot{x} = \eta e(t) \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{(J_m + J_{eq})}{\eta^2} \ddot{x} + \frac{(b_m + b_{eq})}{\eta^2} \dot{x} = \frac{1}{\eta} k_m i_a \quad (\text{A.15})$$

Aplicando la transformada de Laplace a la expresiones anteriores, se tiene,

$$(\eta L_a s + \eta R_a) I_a(s) + k_a s X(s) = \eta E(s) \quad (\text{A.16})$$

$$[(J_m + J_{eq}) s + (b_m + b_{eq})] s X(s) = \eta k_m I_a(s) \quad (\text{A.17})$$

$$I_a(s) = \frac{[(J_m + J_{eq}) s + (b_m + b_{eq})] s X(s)}{\eta k_m}$$

Despejando  $I_a(s)$  de la ec. (A.17) y sustituyendo en la ec. (A.16) se obtiene la función de transferencia que relaciona la velocidad  $sX(s)$  con respecto al voltaje de entrada  $E(s)$ , es decir,

$$\frac{sX(s)}{E(s)} = \frac{\eta k_m}{L_a (J_m + J_{eq}) s + [L_a (b_m + b_{eq}) + R_a (J_m + J_{eq})] s + [R_a (b_m + b_{eq}) + k_m k_a]} \quad (\text{A.18})$$

La función de transferencia  $sX(s)/E(s)$  describe el comportamiento del mecanismo traslacional actuado por el motor CD, cuya respuesta experimental a la prueba escalón a 15 [V] se muestra en la Figura A.3, en donde se observa que tiende a converger a una velocidad en estado estacionario de  $\dot{x}_{ss} \approx 0.037$  [m/s], el tiempo de asentamiento  $T_s = 0.041$  [s] aplicando el criterio del 2% y el tiempo de subida normalizado  $T_{ra} = 0.025$  [s].

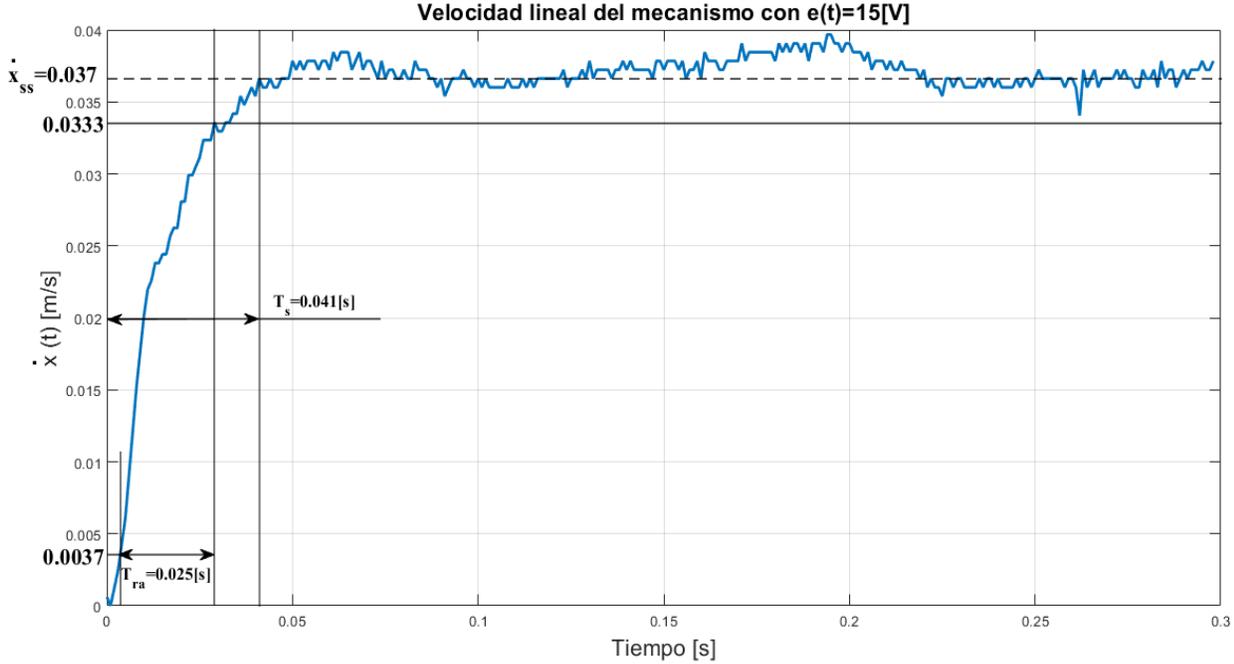


Figura A.3: Respuesta experimental de la velocidad del mecanismo a una entrada escalón.

La curva obtenida (Figura A.3) puede ser aproximada mediante la función de transferencia normalizada:

$$\frac{sX(s)}{E(s)} \approx \frac{\alpha\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo los valores  $\dot{x}_{ss}$ ,  $T_s$  y  $T_{ra}$  obtenidos de la Figura A.3 y sustituyendo en las ecs. (A.9) y (A.10) se obtienen los siguientes parámetros:  $\omega_n = 104.592$  [rad/s],  $\zeta = 0.933$ , y  $\alpha = \dot{x}_{ss}/e(t) = 0.00248$  [m/s V].

Igualando la función de transferencia del sistema ec. (A.18) con la aproximada ec. (A.19), para determinar el valor de los parámetros  $J_{eq}$  y  $b_{eq}$ .

$$\frac{sX(s)}{E(s)} = \frac{\frac{\eta k_m}{L_a(J_m + J_{eq})}}{s^2 + \frac{L_a(b_m + b_{eq}) + R_a(J_m + J_{eq})}{L_a(J_m + J_{eq})}s + \frac{R_a(b_m + b_{eq}) + k_a k_m}{L_a(J_m + J_{eq})}} = \frac{\alpha\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Esto da como resultado,

$$\begin{aligned} \frac{\eta k_m}{L_a (J_m + J_{eq})} &= \alpha \omega_n^2 \\ \Rightarrow J_{eq} &= \frac{\eta k_m}{L_a \alpha \omega_n^2} - J_m \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} \frac{R_a (b_m + b_{eq}) + k_a k_m}{L_a (J_m + J_{eq})} &= \omega_n^2 \\ \Rightarrow b_{eq} &= \frac{L_a (J_m + J_{eq}) \omega_n^2 - k_a k_m}{R_a} - b_m \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Sustituyendo los parámetros  $\zeta$ ,  $\omega_n$  y  $\alpha$  en las ecs. (A.20) y (A.21), da como resultado los siguientes valores:

$$\begin{aligned} J_{eq} &= 0.000406 \text{ [kg m}^2\text{]} \\ b_{eq} &= 0.005726 \text{ [N m s/rad]} \end{aligned}$$

La respuesta aproximada con el modelo del mecanismo ec. (A.18) tiene un error en la velocidad de convergencia con respecto a la respuesta experimental, esto se observa en la Figura A.4 (curva color verde -"), lo cual se debe a que la respuesta experimental no mantiene una velocidad uniforme en estado estacionario, por lo que se produce un error en la medición del tiempo de asentamiento  $T_s$ , no obstante, un reajuste porcentual en el valor de la inercia equivalente  $J_{eq}$ , disminuyendo su valor al 25 %, es decir  $J_{eq} = 0.25 (0.000406 \text{ [kg m}^2\text{]}) = 1.0150 \times 10^{-4} \text{ [kg m}^2\text{]}$ , se consigue una respuesta que aproxima de manera más exacta la respuesta experimental, lo cual se observa de nueva cuenta en la Figura A.4 (curva color roja .").

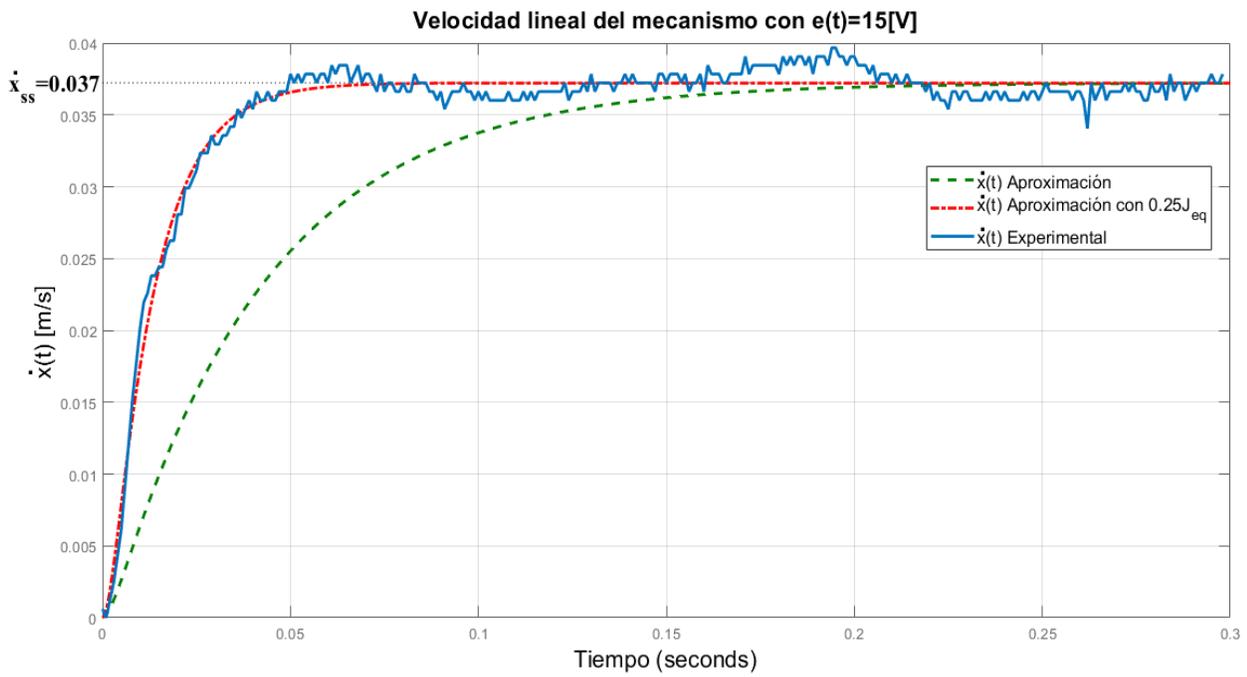


Figura A.4: Comparación de la respuesta experimental del mecanismo y la respuesta numérica con  $J_{eq}$  calculado y ajustado al 25 %.

# Apéndice B

## Planificación de trayectoria polinomial

### B.1. Planificación de trayectoria polinomial de noveno grado

En el campo de la automatización y robótica es común encontrar sistemas cuyas tareas se basan en llevar un punto de interés del sistema o el efector final de un robot de un punto a otro, lo que comúnmente se le conoce como tareas de *Pick and Place*. Este tipo de tareas implica movimientos abruptos en el instante inicial y final de la tarea, por lo que la integridad de los elementos mecánicos de los dispositivos se pone en riesgo, así como también la integridad de los actuadores. Una solución a este tipo de problemas es convertir la tarea de regulación a un problema de seguimiento de trayectorias, de tal manera que se logre llevar al elemento de interés del sistema de un punto a otro de manera suave desde un punto inicial, hasta un punto final. Esto se consigue mediante la propuesta de un polinomio de *n-ésimo* grado, los cuales tienen la característica de tener velocidad, aceleración y jerk prácticamente nulos en el inicio y final de la trayectoria, mientras que en su punto medio tienden a desarrollar la velocidad máxima.

El grado del polinomio a elegir depende de los requerimientos deseados y la potencia del procesamiento de cómputo de los sistemas embebidos, por lo que polinomios de alto grado permiten tener un movimiento más suave en el inicio y fin que los polinomios de menos grado. En este caso se ha elegido un polinomio de noveno grado, ya que permite tener esa suavidad que se requiere, en este caso para llevar el bloque del mecanismo traslacional de un punto inicial  $x_0$  a un punto final  $x_f$  a partir de un tiempo inicial  $t_0$  hasta un tiempo final  $t_f$ , con  $x_0, x_f, t_0, t_f \in \mathbb{R}$ , esto sin que la tarjeta de adquisición de datos y control presente ningún inconveniente. El polinomio de noveno grado mencionado se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}x^*(t) &= \sum_{i=0}^9 r_i t^i \\x^*(t) &= r_0 + r_1 t + r_2 t^2 + r_3 t^3 + r_4 t^4 + r_5 t^5 + r_6 t^6 + r_7 t^7 + r_8 t^8 + r_9 t^9\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

Las condiciones para el seguimiento de trayectoria son:

$$\begin{aligned}
x^*(t_0) &= x_o, \dot{x}^*(t_0) = 0, \ddot{x}^*(t_0) = 0, \overset{(4)}{\ddot{x}^*(t_0)} = 0, x^*(t_0) = 0 \\
x^*(t_f) &= x_f, \dot{x}^*(t_f) = 0, \ddot{x}^*(t_f) = 0, \overset{(4)}{\ddot{x}^*(t_f)} = 0, x^*(t_f) = 0
\end{aligned}$$

donde  $x^*(t) \in \mathbb{R}$  es la trayectoria deseada para el desplazamiento del bloque

La determinación de los coeficientes  $r_i \in \mathbb{R}$  con  $i = 0, 2, \dots, 9$  se hace a partir del siguiente análisis.

Diferenciando el polinomio ec. (B.1) hasta  $\overset{(4)}{x^*(t)}$ .

$$\begin{aligned}
\dot{x}^*(t) &= r_1 + 2r_2t + 3r_3t^2 + 4r_4t^3 + 5r_5t^4 + 6r_6t^5 + 7r_7t^6 + 8r_8t^7 + 9r_9t^8 \\
\ddot{x}^*(t) &= 2r_2 + 6r_3t + 12r_4t^2 + 20r_5t^3 + 30r_6t^4 + 42r_7t^5 + 56r_8t^6 + 72r_9t^7 \\
\overset{(4)}{\ddot{x}^*(t)} &= 6r_3 + 24r_4t + 60r_5t^2 + 120r_6t^3 + 210r_7t^4 + 336r_8t^5 + 504r_9t^6 \\
\overset{(4)}{x^*(t)} &= 24r_4 + 120r_5t + 360r_6t^2 + 840r_7t^3 + 1680r_8t^4 + 3024r_9t^5
\end{aligned}$$

Evaluando la función  $x^*(t)$  y sus derivadas  $\dot{x}^*(t)$ ,  $\ddot{x}^*(t)$ ,  $\overset{(4)}{\ddot{x}^*(t)}$ ,  $\overset{(4)}{x^*(t)}$  en  $t = t_0$ ,

$$\begin{aligned}
x^*(t_0) &= r_0 + r_1t_0 + r_2t_0^2 + r_3t_0^3 + r_4t_0^4 + r_5t_0^5 + r_6t_0^6 + r_7t_0^7 + r_8t_0^8 + r_9t_0^9 = x_o \\
\dot{x}^*(t_0) &= r_1 + 2r_2t_0 + 3r_3t_0^2 + 4r_4t_0^3 + 5r_5t_0^4 + 6r_6t_0^5 + 7r_7t_0^6 + 8r_8t_0^7 + 9r_9t_0^8 = 0 \\
\ddot{x}^*(t_0) &= 2r_2 + 6r_3t_0 + 12r_4t_0^2 + 20r_5t_0^3 + 30r_6t_0^4 + 42r_7t_0^5 + 56r_8t_0^6 + 72r_9t_0^7 = 0 \\
\overset{(4)}{\ddot{x}^*(t_0)} &= 6r_3 + 24r_4t_0 + 60r_5t_0^2 + 120r_6t_0^3 + 210r_7t_0^4 + 336r_8t_0^5 + 504r_9t_0^6 = 0 \\
\overset{(4)}{x^*(t_0)} &= 24r_4 + 120r_5t_0 + 360r_6t_0^2 + 840r_7t_0^3 + 1680r_8t_0^4 + 3024r_9t_0^5 = 0
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
x^*(t_f) &= r_0 + r_1t_f + r_2t_f^2 + r_3t_f^3 + r_4t_f^4 + r_5t_f^5 + r_6t_f^6 + r_7t_f^7 + r_8t_f^8 + r_9t_f^9 = x_f \\
\dot{x}^*(t_f) &= r_1 + 2r_2t_f + 3r_3t_f^2 + 4r_4t_f^3 + 5r_5t_f^4 + 6r_6t_f^5 + 7r_7t_f^6 + 8r_8t_f^7 + 9r_9t_f^8 = 0 \\
\ddot{x}^*(t_f) &= 2r_2 + 6r_3t_f + 12r_4t_f^2 + 20r_5t_f^3 + 30r_6t_f^4 + 42r_7t_f^5 + 56r_8t_f^6 + 72r_9t_f^7 = 0 \\
\overset{(4)}{\ddot{x}^*(t_f)} &= 6r_3 + 24r_4t_f + 60r_5t_f^2 + 120r_6t_f^3 + 210r_7t_f^4 + 336r_8t_f^5 + 504r_9t_f^6 = 0 \\
\overset{(4)}{x^*(t_f)} &= 24r_4 + 120r_5t_f + 360r_6t_f^2 + 840r_7t_f^3 + 1680r_8t_f^4 + 3024r_9t_f^5 = 0
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Evaluando la función  $x^*(t)$  y sus derivadas  $\dot{x}^*(t)$ ,  $\ddot{x}^*(t)$ ,  $\overset{(4)}{\ddot{x}^*(t)}$ ,  $\overset{(4)}{x^*(t)}$  en  $t = t_f$ .

Con las expresiones ecs. (B.2) y (B.3) se forma el siguiente sistema de ecuaciones,

$$x_0 = 0, x_f = 20, t_0 = 0, t_f = 4$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 & t_0^6 & t_0^7 & t_0^8 & t_0^9 \\
 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 & 6t_0^5 & 7t_0^6 & 8t_0^7 & 9t_0^8 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 & 30t_0^4 & 42t_0^5 & 56t_0^6 & 72t_0^7 \\
 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_0 & 60t_0^2 & 120t_0^3 & 210t_0^4 & 336t_0^5 & 504t_0^6 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120t_0 & 360t_0^2 & 840t_0^3 & 1680t_0^4 & 3024t_0^5 \\
 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 & t_f^6 & t_f^7 & t_f^8 & t_f^9 \\
 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 & 6t_f^5 & 7t_f^6 & 8t_f^7 & 9t_f^8 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 & 30t_f^4 & 42t_f^5 & 56t_f^6 & 72t_f^7 \\
 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_f & 60t_f^2 & 120t_f^3 & 210t_f^4 & 336t_f^5 & 504t_f^6 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120t_f & 360t_f^2 & 840t_f^3 & 1680t_f^4 & 3024t_f^5
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 r_0 \\
 r_1 \\
 r_2 \\
 r_3 \\
 r_4 \\
 r_5 \\
 r_6 \\
 r_7 \\
 r_7 \\
 r_9
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 x_0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 x_f \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Cuya solución para los coeficientes  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 9$ , se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix}
 r_0 \\
 r_1 \\
 r_2 \\
 r_3 \\
 r_4 \\
 r_5 \\
 r_6 \\
 r_7 \\
 r_7 \\
 r_9
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 & t_0^6 & t_0^7 & t_0^8 & t_0^9 \\
 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 & 6t_0^5 & 7t_0^6 & 8t_0^7 & 9t_0^8 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 & 30t_0^4 & 42t_0^5 & 56t_0^6 & 72t_0^7 \\
 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_0 & 60t_0^2 & 120t_0^3 & 210t_0^4 & 336t_0^5 & 504t_0^6 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120t_0 & 360t_0^2 & 840t_0^3 & 1680t_0^4 & 3024t_0^5 \\
 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 & t_f^6 & t_f^7 & t_f^8 & t_f^9 \\
 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 & 6t_f^5 & 7t_f^6 & 8t_f^7 & 9t_f^8 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 & 30t_f^4 & 42t_f^5 & 56t_f^6 & 72t_f^7 \\
 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_f & 60t_f^2 & 120t_f^3 & 210t_f^4 & 336t_f^5 & 504t_f^6 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120t_f & 360t_f^2 & 840t_f^3 & 1680t_f^4 & 3024t_f^5
 \end{bmatrix}^{-1}
 \begin{bmatrix}
 x_0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 x_f \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Dando como resultado el valor de los coeficientes  $r_i$ , tal como se presentan a continuación.

$$\begin{aligned}
r_0 &= \frac{1}{(t_0 - t_f)^9} (x_f t_0^9 - 9x_f t_0^8 t_f + 36x_f t_0^7 t_f^2 - 84x_f t_0^6 t_f^3 + 126x_f t_0^5 t_f^4 - 126x_0 t_0^4 t_f^5 + 84x_0 t_0^3 t_f^6 \\
&\quad \cdots - 36x_0 t_0^2 t_f^7 + 9x_0 t_0 t_f^8 - x_0 t_f^9), \\
r_1 &= \frac{630t_0^4 t_f^4}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f), \\
r_2 &= -1260t_0^3 \frac{t_f^3}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (t_0 + t_f), \\
r_3 &= 420t_0^2 \frac{t_f^2}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (3t_0^2 + 8t_0 t_f + 3t_f^2), \\
r_4 &= -630t_0 \frac{t_f}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (t_0^3 + 6t_0^2 t_f + 6t_0 t_f^2 + t_f^3), \\
r_5 &= \frac{126}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (t_0^4 + 16t_0^3 t_f + 36t_0^2 t_f^2 + 16t_0 t_f^3 + t_f^4), \\
r_6 &= -\frac{420}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (t_0^3 + 6t_0^2 t_f + 6t_0 t_f^2 + t_f^3), \\
r_7 &= \frac{180}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (3t_0^2 + 8t_0 t_f + 3t_f^2), \\
r_8 &= -\frac{315}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f) (t_0 + t_f), \\
r_9 &= \frac{70}{(t_0 - t_f)^9} (x_0 - x_f)
\end{aligned}$$

# Apéndice C

## Programas

### C.1. Programación de la comunicación serial e internet de la ESP32

El siguiente programa consiste en llevar a cabo la comunicación serial entre las tarjetas STM32DISCOVERY y la ESP32. En este caso, se presenta la programación sobre la tarjeta ESP32, dividida en secciones, y puede ser consultada por medio del siguiente enlace: [https://github.com/ErwinProjects/Master\\_System.git](https://github.com/ErwinProjects/Master_System.git).

#### **Variables y librerías de iniciación.**

Se define la librería que permite la comunicación entre la tarjeta ESP32 con la plataforma Arduino IoT Cloud, por medio de wi-fi. Además se declara el conjunto de variables que permiten el intercambio de datos por comunicación serial y se define una tarea auxiliar para habilitar el segundo núcleo de la tarjeta.

```
#include "thingProperties.h"
typedef union{
    float number;
    uint8_t bytes[4];
}valor;
valor Dato1;
valor Dato2;
valor Dato3;
valor Dato4;
valor DatoSend1;
valor DatoSend2;
valor DatoSend3;
valor DatoSend4;
int bufferSize=18;
float xsk_1 = 0;
float xs_dotk_1 = 0;
float ftk_1 = 0;
```

```

float usk_1 = 0;
float xsk_2 = 0;
float xs_dotk_2 = 0;
float ftk_2 = 0;
float usk_2 = 0;
float xsk_3 = 0;
float xs_dotk_3 = 0;
float ftk_3 = 0;
float usk_3 = 0;
float xsk_4 = 0;
float xs_dotk_4 = 0;
float ftk_4 = 0;
float usk_4 = 0;
float xsk_5 = 0;
float xs_dotk_5 = 0;
float ftk_5 = 0;
float usk_5 = 0;

```

```
TaskHandle_t Tarea1;//Tarea que habilita el segundo núcleo
```

### Inicialización del microcontrolador

Se realiza la configuración de la velocidad en baudios por segundos en la comunicación serial , del segundo núcleo y las configuraciones para la comunicación por internet y el Arduino IoT Cloud.

```

void setup() {
  Serial2.begin(115200);
  // Defined in thingProperties.h
  initProperties();
  // Connect to Arduino IoT Cloud
  ArduinoCloud.begin(ArduinoIoTPreferredConnection);

  /*
  setDebugMessageLevel(2);
  ArduinoCloud.printDebugInfo();
  */

  //Configuración del segundo núcleo
  xTaskCreatePinnedToCore(
  loop_0,
  "Tarea1",
  10000,
  NULL,
  0,

```

## C.1. PROGRAMACIÓN DE LA COMUNICACIÓN SERIAL E INTERNET DE LA ESP32143

```
&Tarea1,  
0);  
  
}
```

### Recepción de datos por comunicación serial

A continuación se muestra la programación que realiza la recepción de los datos por medio del protocolo de comunicación serial, utilizando el segundo núcleo.

```
void loop_0(void * pvParameters){  
  while(1){  
    byte buffer[bufferSize];  
    byte bufferOrd[bufferSize];  
    //lectura por el puerto serial2  
    if(Serial2.available()>0){  
      for(int i=0; i<=bufferSize-1; i++){  
        buffer[i] = Serial2.read();  
      }  
    }  
    //Ordenamiento de los datos del buffer  
  
    //Posición del encabezado en el bus de entrada  
    int indice = 0;  
    for (int i = 0; i < bufferSize; i++) {  
      if (buffer[i] == 'S') {  
        indice = i;  
        break;  
      }  
    }  
  
    int j=0;  
    for(int i=0; i<bufferSize; i++){  
      if((indice + i) < bufferSize){  
        bufferOrd[i]=buffer[indice+i];  
      }else{  
        bufferOrd[i]=buffer[j];  
        j++;  
      }  
    }  
    // Finalización de orden del buffer
```

En esta sección del programa ya se tiene los datos del buffer ordenado y se procede a distribuirlo en sus respectivas variables, es decir, en posición, velocidad, control y fuerza del sistema esclavo.

```

if(bufferOrd[0]=='S' && bufferOrd[bufferSize-1]=='\n'){
for(int k=0; k<4; k++){
Dato1.bytes[k] = bufferOrd[k+1];
}
for(int k=0; k<4; k++){
Dato2.bytes[k] = bufferOrd[k+5];
}
for(int k=0; k<4; k++){
Dato3.bytes[k] = bufferOrd[k+9];
}
for(int k=0; k<4; k++){
Dato4.bytes[k] = bufferOrd[k+13];
}
xsk_5 = xsk_4;
xsk_4 = xsk_3;
xsk_3 = xsk_2;
xsk_2 = xsk_1;
xsk_1 = xs;
if(abs(Dato1.number-xsk_1)<0.1){
xs = Dato1.number;
}else{
xs = (xsk_1+xsk_2+xsk_3+xsk_4+xsk_5)/5;
}

xs_dotk_5 = xs_dotk_4;
xs_dotk_4 = xs_dotk_3;
xs_dotk_3 = xs_dotk_2;
xs_dotk_2 = xs_dotk_1;
xs_dotk_1 = xs_dot;
if(abs(Dato2.number-xs_dotk_1)<1){
xs_dot = Dato2.number;
}else{
xs_dot = (xs_dotk_1+xs_dotk_2+xs_dotk_3+xs_dotk_4+xs_dotk_5)/5;
}

usk_5 = usk_4;
usk_4 = usk_3;
usk_3 = usk_2;
usk_2 = usk_1;
usk_1 = us;
us = Dato3.number;

ftk_5 = ftk_4;

```

## C.1. PROGRAMACIÓN DE LA COMUNICACIÓN SERIAL E INTERNET DE LA ESP32145

```
ftk_4 = ftk_3;
ftk_3 = ftk_2;
ftk_2 = ftk_1;
ftk_1 = ft;
ft = Dato4.number;

}else{
xs = (xsk_1+xsk_2+xsk_3+xsk_4+xsk_5)/5;
xs_dot = (xs_dotk_1+xsk_dotk_2+xsk_dotk_3+xsk_dotk_4+xsk_dotk_5)/5;
us = (usk_1+usk_2+usk_3+usk_4+usk_5)/5;
ft = (ftk_1+ftk_2+ftk_3+ftk_4+ftk_5)/5;
}
// }
//Fin de la lectura por el puerto serial2

// Serial.println("Fin ciclo");
delay(3);
}
}
```

### Envío de datos de la ESP32 a la STM32Discovery

Mediante el uso del núcleo principal de la tarjeta se realiza en envío de los datos del sistema maestro por comunicación serial de la tarjeta ESP32 a la STM32DISCOVERY.

```
void loop() {
  ArduinoCloud.update();
  //Envio de datos por el puerto serial
  DatoSend1.number = xm;
  Serial2.write('S');
  for(int i=0; i<4; i++){
    Serial2.write(DatoSend1.bytes[i]);
  }
  DatoSend2.number = xm_dot;
  for(int i=0; i<4; i++){
    Serial2.write(DatoSend2.bytes[i]);
  }
  DatoSend3.number = um;
  for(int i=0; i<4; i++){
    Serial2.write(DatoSend3.bytes[i]);
  }
  DatoSend4.number = fh;
  for(int i=0; i<4; i++){
```

```
Serial2.write(DatoSend4.bytes[i]);  
}  
Serial2.write('\n');  
delay(3);  
}
```

### **Funciones que envían y reciben datos del Arduino IoT Cloud**

El siguiente conjunto de funciones es el encargado de enviar y recibir los estados del sistema maestro y esclavo en el broker MQTT localizado en la plataforma de Arduino IoT Cloud.

```
void onXsChange() {  
  
}  
  
void onXsDotChange() {  
  
}  
  
void onUsChange() {  
  
}  
  
void onFtChange() {  
  
}  
  
void onXmChange() {  
  
}  
  
void onXmDotChange() {  
  
}  
  
void onUmChange() {  
  
}  
  
void onFhChange() {  
  
}
```

# Apéndice D

## Circuitos implementados

La plataforma experimental cuenta con dos circuitos PCB, de los cuales uno es el encargado de distribuir las señales de todos los periféricos externos hacía la tarjeta de desarrollo STM32F4DISCOVERY, mientras que la segunda placa PCB se encarga de la conexión de los sensores y un circuito de protección para el envío de la señal de voltaje hacia la placa de distribución.

### D.0.1. Circuito de distribución

El circuito de distribución es el que se muestra en la Figura D.1. Está compuesto por un conjunto de terminales donde se conectan los siguientes elementos: finales de carrera (L-SW1 y L-SW2), alimentación 24V, ventilador de 24V (FAN1), conector de las terminales del encoder, terminales para un buzzer pasivo, conectores UART 1 y 3, conector para la conexión con la placa PCB de sensado de fuerza (FORCE), conector para el puente H BTS7960. Además se cuenta con terminales para la conexión del módulo regulador de tensión LM2596, terminales para la conexión directa de la tarjeta STM32F4DISCOVERY y un led indicador de alimentación.

En la Figura D.2 se muestra el PCB correspondiente al circuito de distribución. Se pueden observar la colocación de los conectores sobre la placa y las respectivas pistas de conexión hacía los conectores de la tarjeta STM32F4DISCOVERY.

### D.0.2. Circuito de sensado de fuerza

En el Capítulo 2 se describe el sensor de fuerza FSR402 y un circuito de acondicionamiento compuesto por un puente de Wheatstone, y para protección de corrientes se consideran dos amplificadores operacionales en configuración de seguidor de volateja. El circuito realizado es el que se muestra en la Figura D.3. En el se considera el amplificador dual LM358N, el cual contiene dos amplificadores operacionales en su un solo circuito integrado. El puente de Wheatstone lo componen dos potenciómetros de precisión (Trimpot), los cuales se ajustan para equilibrar el puente al conectar los sensores de fuerza resistivos, para los cuales se consideran las terminales S1 y S2 con conexión en paralelo con capacitores cerámicos C1 y C2 para el filtrado de ruido. La alimentación del puente en este caso es de 3V, mientras que

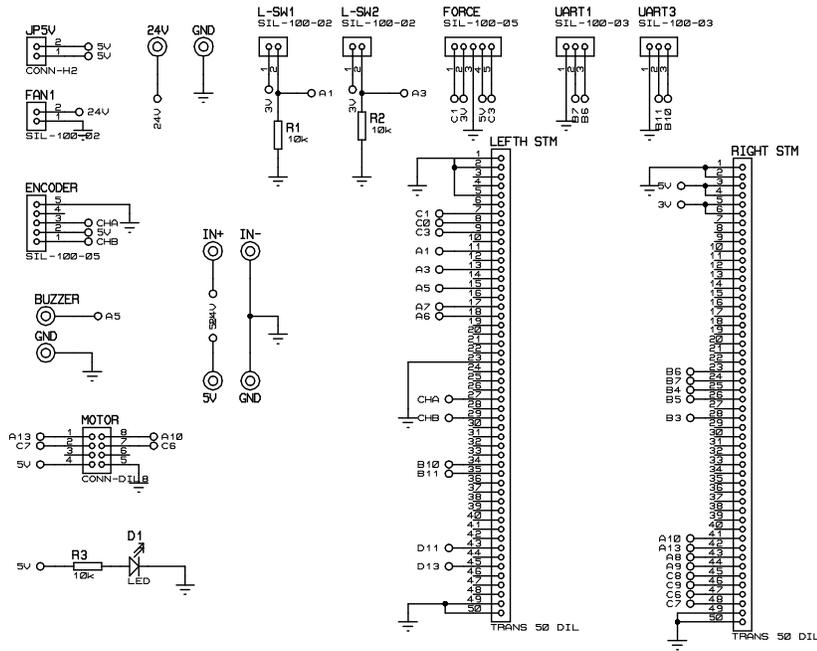


Figura D.1: Circuito de distribución de periféricos externos con la tarjeta de desarrollo STM32F4DISCOVERY.

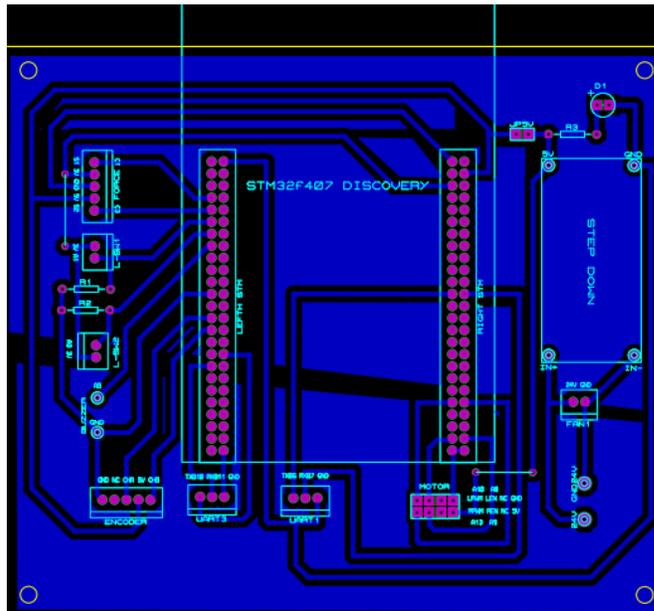


Figura D.2: PCB que representa el circuito de distribución.

la alimentación del Opam LM358N es de 5V y GND. Por último, se considera un conector de 5 terminales que contiene la alimentación 3V, 5V y GND, así como también el voltaje de salida de cada sensor F1 y F2. Las conexiones de dicho conector son dirigidos al conector FORCE del PCB de distribución.

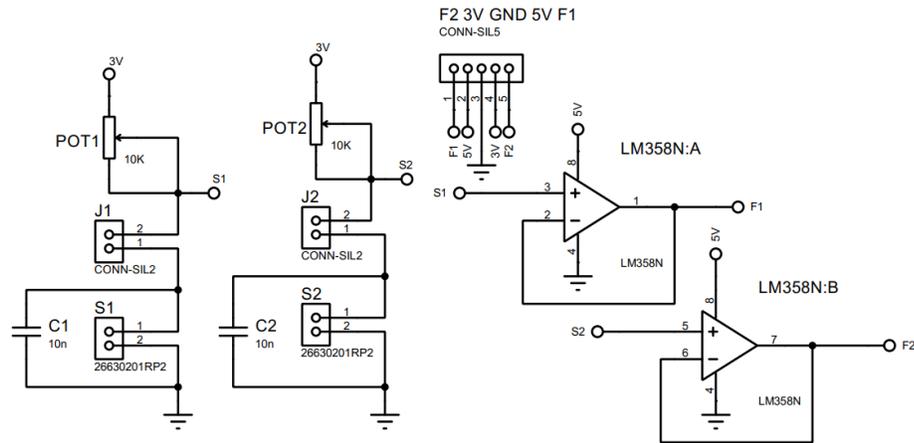


Figura D.3: Circuito para el sensado y acondicionamiento de los sensores de fuerza.

La representación en placa PCB del circuito de sensado de fuerza es el que se muestra en la Figura D.4. En donde se muestra la ubicación de los conectores y elementos electrónicos previamente mencionados.

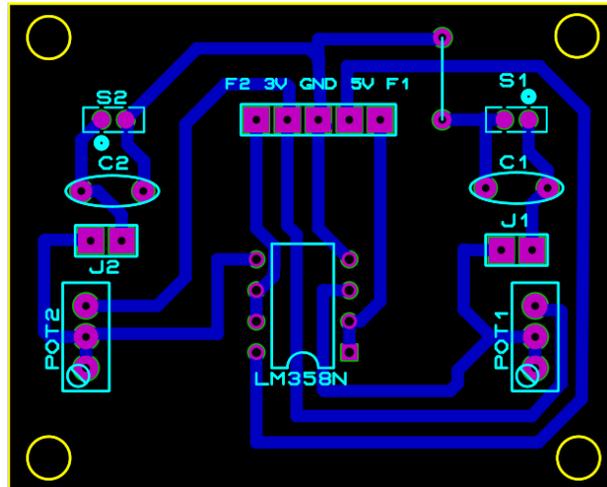


Figura D.4: PCB de la placa de sensado de fuerza.



# Apéndice E

## Hojas de datos



# US | H6 Ball Bearing Optical Shaft Encoder

**H6 Ball Bearing Optical Shaft Encoder**

**SINGLE-ENDED VERSION**

**SINGLE-ENDED VERSION SHOWN**

**DIFFERENTIAL VERSION**

**.025 SQUARE PINS MATES TO CON-FC5**

**.025 SQUARE PINS MATES TO CON-FC10**

**US DIGITAL** 1400 NE 136th Avenue  
Vancouver, Washington 98684, USA

info@usdigital.com  
www.usdigital.com

Local: 360.260.2468  
Toll-free: 800.736.0194

UNITS: INCHES [MM]  
METRIC SHOWN FOR REFERENCE ONLY

## Specifications

### ENVIRONMENTAL

PARAMETER	VALUE	UNITS
Operating Temperature (CPR < 3600)	-40 to 100	C
Operating Temperature (CPR ≥ 3600)	-25 to 100	C
Vibration (5Hz to 2kHz)	20	G
Electrostatic Discharge		
Single-ended (-S version), IEC 61000-4-2	± 4	kV
Differential (-D version), Human Body Model	± 2	



# FSR<sup>®</sup> Model 402 Short Tail

Force Sensing Resistor<sup>®</sup>

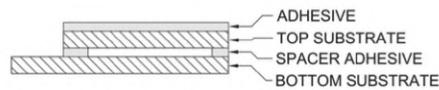
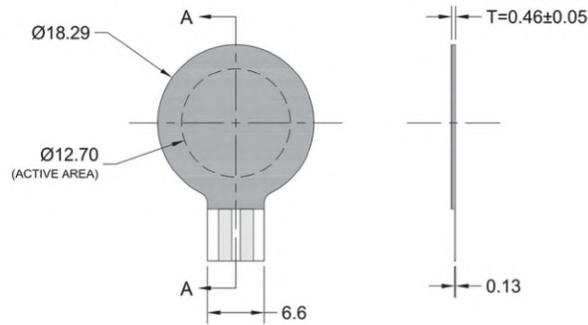
**Model 402 Short Tail:**

Active Area:  $\varnothing 12.70\text{mm}$   
 Nominal Thickness: 0.46mm  
 Switch Travel: 0.15mm

**Available Part Numbers:**

- PN: 34-00016 Model 402 Short Tail  
- No contacts or solder tabs
- PN: 34-00017 Model 402 Short Tail  
- with female contacts
- PN: 34-00018 Model 402 Short Tail  
- with female contacts and housing
- PN: 34-00015 Model 402 Short Tail  
- with solder tabs

**Sensor Mechanical Data**



SECTION A-A  
LAYER STACK-UP

**Exploded View**



## Product Overview

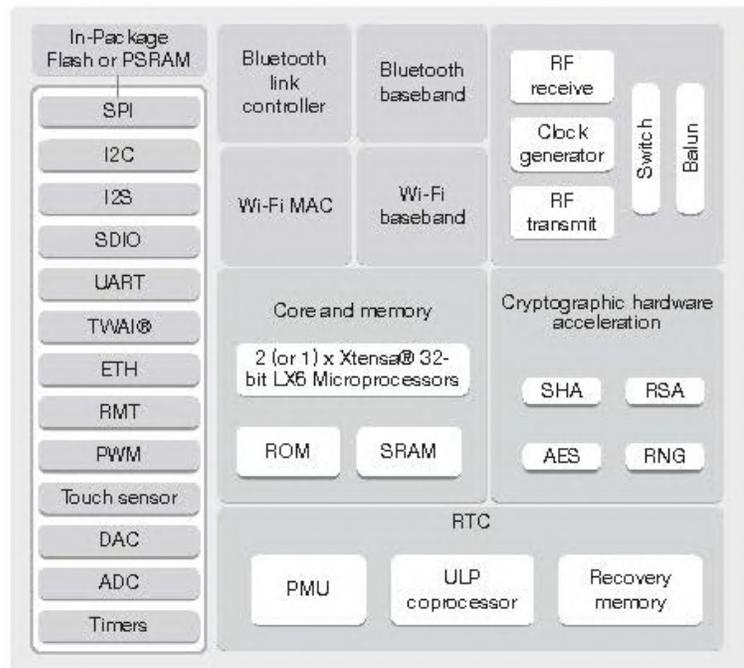
ESP32 is a single 2.4 GHz Wi-Fi-and-Bluetooth combo chip designed with the TSMC low-power 40 nm technology. It is designed to achieve the best power and RF performance, showing robustness, versatility and reliability in a wide variety of applications and power scenarios.

The ESP32 series of chips includes ESP32-D0WD-V3, ESP32-D0WDR2-V3, ESP32-U4WDH, ESP32-S0WD (NRND), ESP32-D0WDQ6-V3 (NRND), ESP32-D0WD (NRND), and ESP32-D0WDQ6 (NRND), among which,

- ESP32-S0WD (NRND), ESP32-D0WD (NRND), and ESP32-D0WDQ6 (NRND) are based on chip revision v1.1 or chip revision v1.1.
- ESP32-D0WD-V3, ESP32-D0WDR2-V3, ESP32-U4WDH, and ESP32-D0WDQ6-V3 (NRND) are based on chip revision v3.0 or chip revision v3.1.

For details on part numbers and ordering information, please refer to Section 1 ESP32 Series Comparison. For details on chip revisions, please refer to [ESP32 Chip Revision v3.0 User Guide](#) and [ESP32 Series SoC Errata](#).

The functional block diagram of the SoC is shown below.



ESP32 Functional Block Diagram

## Features

### Wi-Fi

- 802.11b/g/n
- 802.11n (2.4 GHz), up to 150 Mbps
- WMM
- TX/RX A-MPDU, RX A-MSDU
- Immediate Block ACK
- Defragmentation
- Automatic Beacon monitoring (hardware TSF)
- 4 × virtual Wi-Fi interfaces
- Simultaneous support for Infrastructure Station, SoftAP, and Promiscuous modes  
Note that when ESP32 is in Station mode, performing a scan, the SoftAP channel will be changed.
- Antenna diversity

### Bluetooth®

- Compliant with Bluetooth v4.2 BR/EDR and Bluetooth LE specifications
- Class-1, class-2 and class-3 transmitter without external power amplifier
- Enhanced Power Control
- +9 dBm transmitting power
- NZIF receiver with 94 dBm Bluetooth LE sensitivity
- Adaptive Frequency Hopping (AFH)
- Standard HCI based on SDIO/SPI/UART
- High-speed UART HCI, up to 4 Mbps
- Bluetooth 4.2 BR/EDR and Bluetooth LE dual mode controller
- Synchronous Connection-Oriented/Extended (SCO/eSCO)
- CVSD and SBC for audio codec
- Bluetooth Piconet and Scatternet
- Multi-connections in Classic Bluetooth and Bluetooth LE
- Simultaneous advertising and scanning

### CPU and Memory

- Xtensa® single-/dual-core 32-bit LX6 microprocessor(s)
- CoreMark® score:
  - 1 core at 240 MHz: 504.85 CoreMark; 2.10 CoreMark/MHz

- 2 cores at 240 MHz: 994.26 CoreMark; 4.14 CoreMark/MHz

- 448 KB ROM
- 520 KB SRAM
- 16 KB SRAM in RTC
- QSPI supports multiple flash/SRAM chips

#### Clocks and Timers

- Internal 8 MHz oscillator with calibration
- Internal RC oscillator with calibration
- External 2 MHz ~ 60 MHz crystal oscillator (40 MHz only for Wi-Fi/Bluetooth functionality)
- External 32 kHz crystal oscillator for RTC with calibration
- Two timer groups, including 2 × 64-bit timers and 1 × main watchdog in each group
- One RTC timer
- RTC watchdog

#### Advanced Peripheral Interfaces

- 34 × programmable GPIOs
  - 5 strapping GPIOs
  - 6 input-only GPIOs
  - 6 GPIOs needed for in-package flash/PSRAM (ESP32-D0WDR2-V3, ESP32-U4WDH)
- 12-bit SAR ADC up to 18 channels
- 2 × 8-bit DAC
- 10 × touch sensors
- 4 × SPI
- 2 × I2S
- 2 × I2C
- 3 × UART
- 1 host (SD/eMMC/SDIO)
- 1 slave (SDIO/SPI)
- Ethernet MAC interface with dedicated DMA and IEEE 1588 support
- TWAI<sup>®</sup>, compatible with ISO 11898-1 (CAN Specification 2.0)
- RMT (TX/RX)
- Motor PWM
- LED PWM up to 16 channels



## STM32F4DISCOVERY

Data brief

### Discovery kit with STM32F407VG MCU



Picture is not contractual.

Product status link

[STM32F4DISCOVERY](#)

### Features

- STM32F407VGT6 microcontroller featuring 32-bit Arm® Cortex®-M4 with FPU core, 1-Mbyte Flash memory and 192-Kbyte RAM in an LQFP100 package
- USB OTG FS
- ST MEMS 3-axis accelerometer
- ST-MEMS audio sensor omni-directional digital microphone
- Audio DAC with integrated class D speaker driver
- User and reset push-buttons
- Eight LEDs:
  - LD1 (red/green) for USB communication
  - LD2 (red) for 3.3 V power on
  - Four user LEDs, LD3 (orange), LD4 (green), LD5 (red) and LD6 (blue)
  - Two USB OTG LEDs, LD7 (green) V<sub>BUS</sub> and LD8 (red) over-current
- Board connectors:
  - USB with Micro-AB
  - Stereo headphone output jack
  - 2.54 mm pitch extension header for all LQFP100 I/Os for quick connection to prototyping board and easy probing
- Flexible power-supply options: ST-LINK, USB V<sub>BUS</sub>, or external sources
- External application power supply: 3 V and 5 V
- Comprehensive free software including a variety of examples, part of STM32CubeF4 MCU Package, or STSW-STM32068 for using legacy standard libraries
- On-board ST-LINK/V2-A debugger/programmer with USB re-enumeration capability: mass storage, Virtual COM port, and debug port
- Support of a wide choice of Integrated Development Environments (IDEs) including IAR Embedded Workbench®, MDK-ARM, and STM32CubeIDE

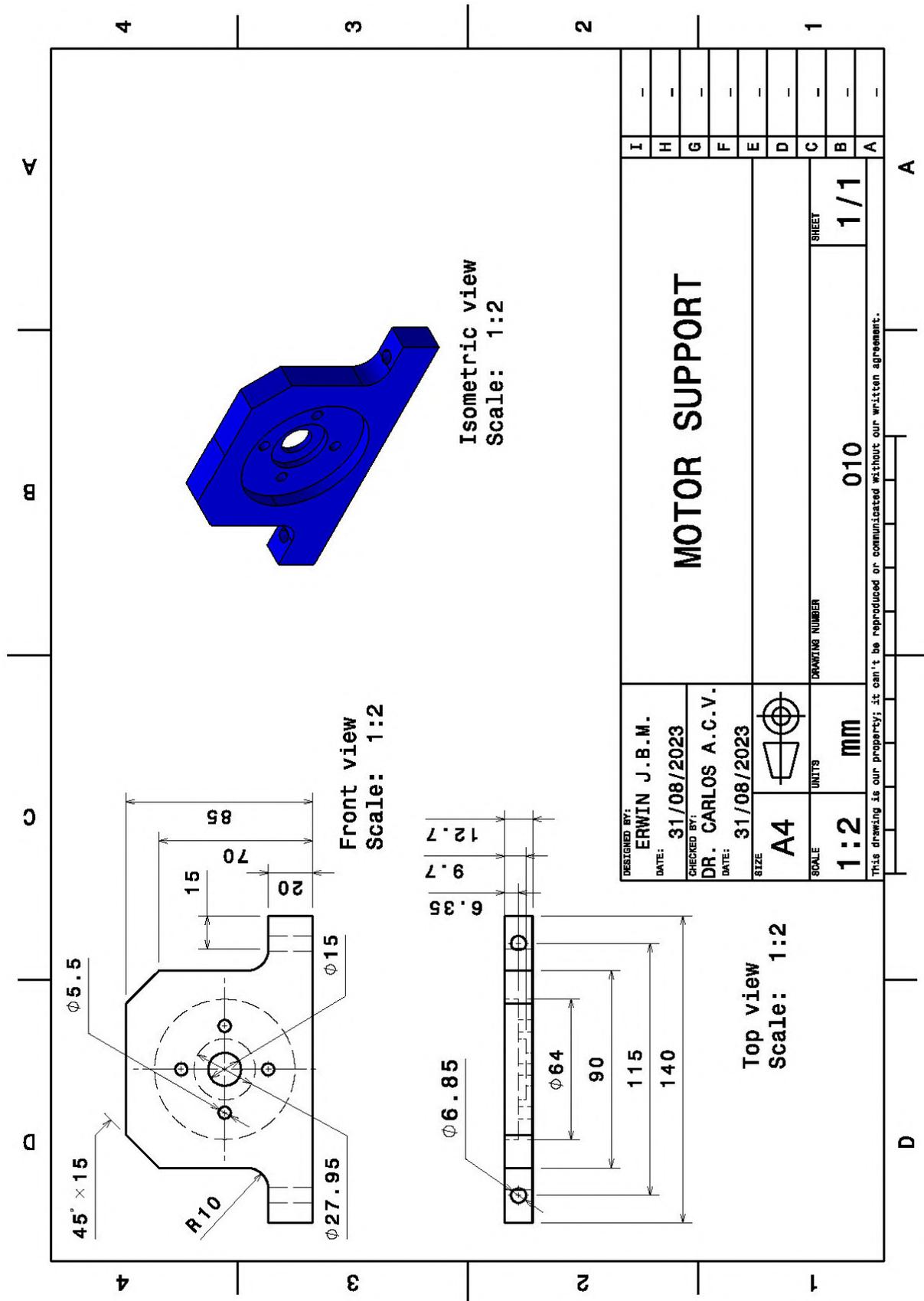
### Description

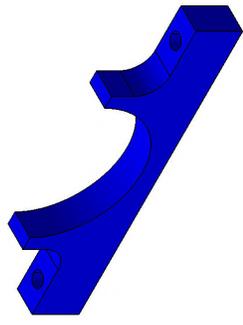
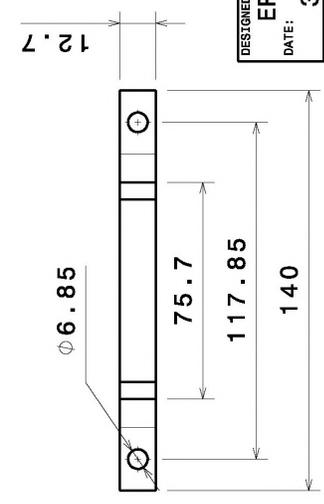
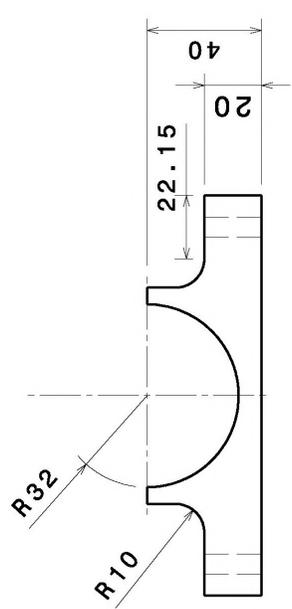
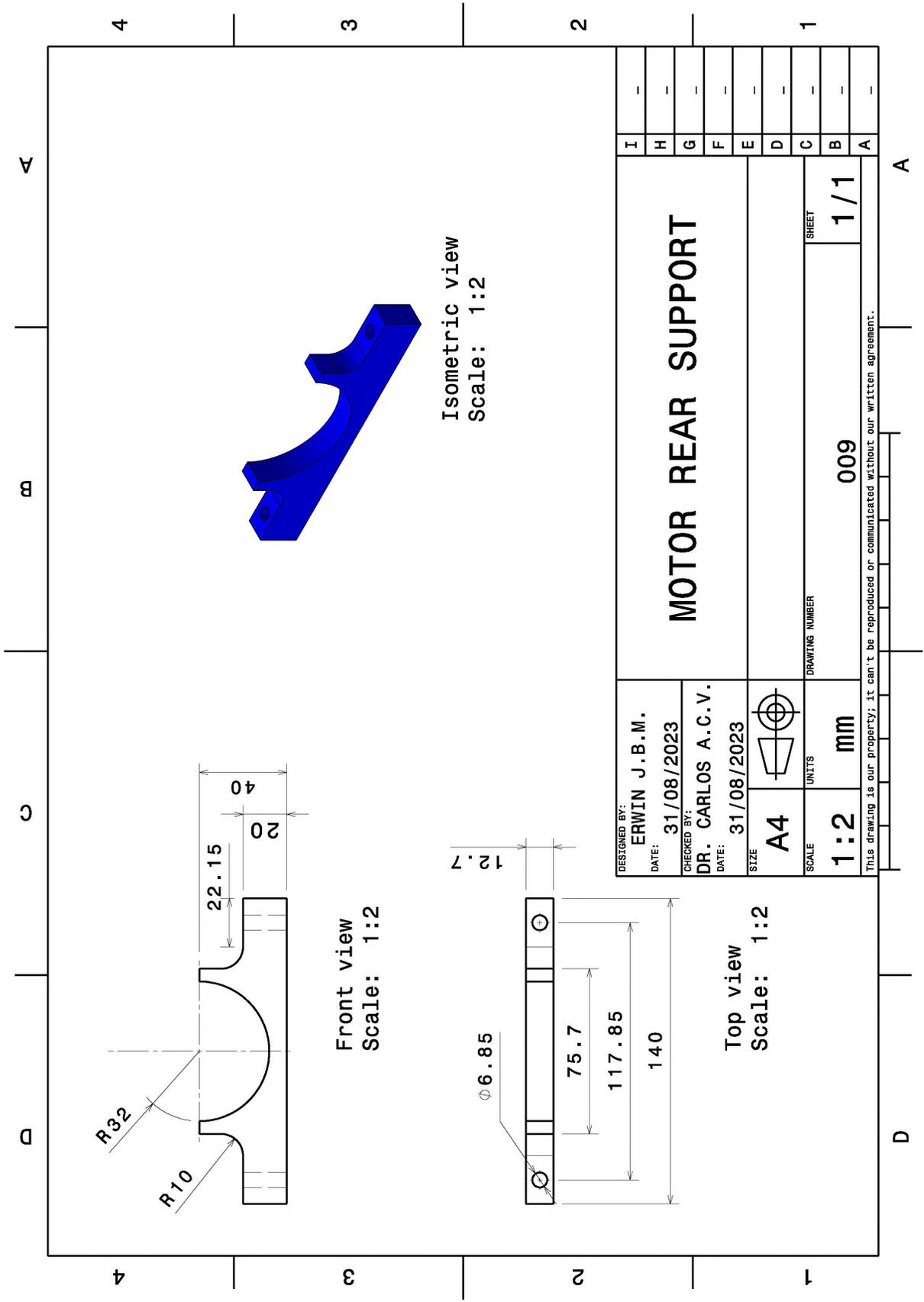
The **STM32F4DISCOVERY** Discovery kit leverages the capabilities of the STM32F407 high-performance microcontrollers, to allow users to develop audio applications easily. It includes an ST-LINK/V2-A embedded debug tool, one ST-MEMS digital accelerometer, one digital microphone, one audio DAC with integrated class D speaker driver, LEDs, push-buttons, and a USB OTG Micro-AB connector.

Specialized add-on boards can be connected by means of the extension header connectors.

## Apéndice F

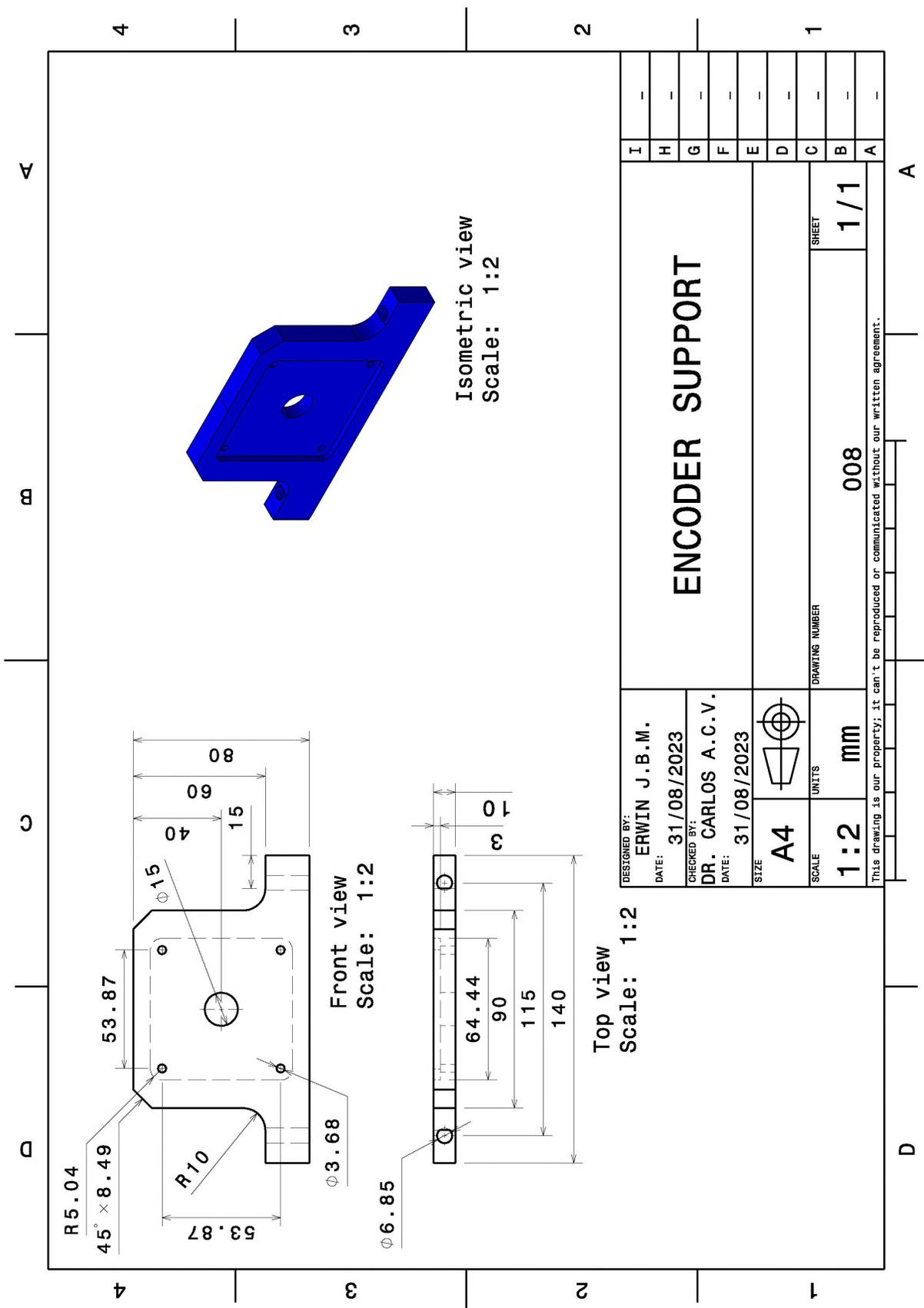
### Planos de la plataforma experimental

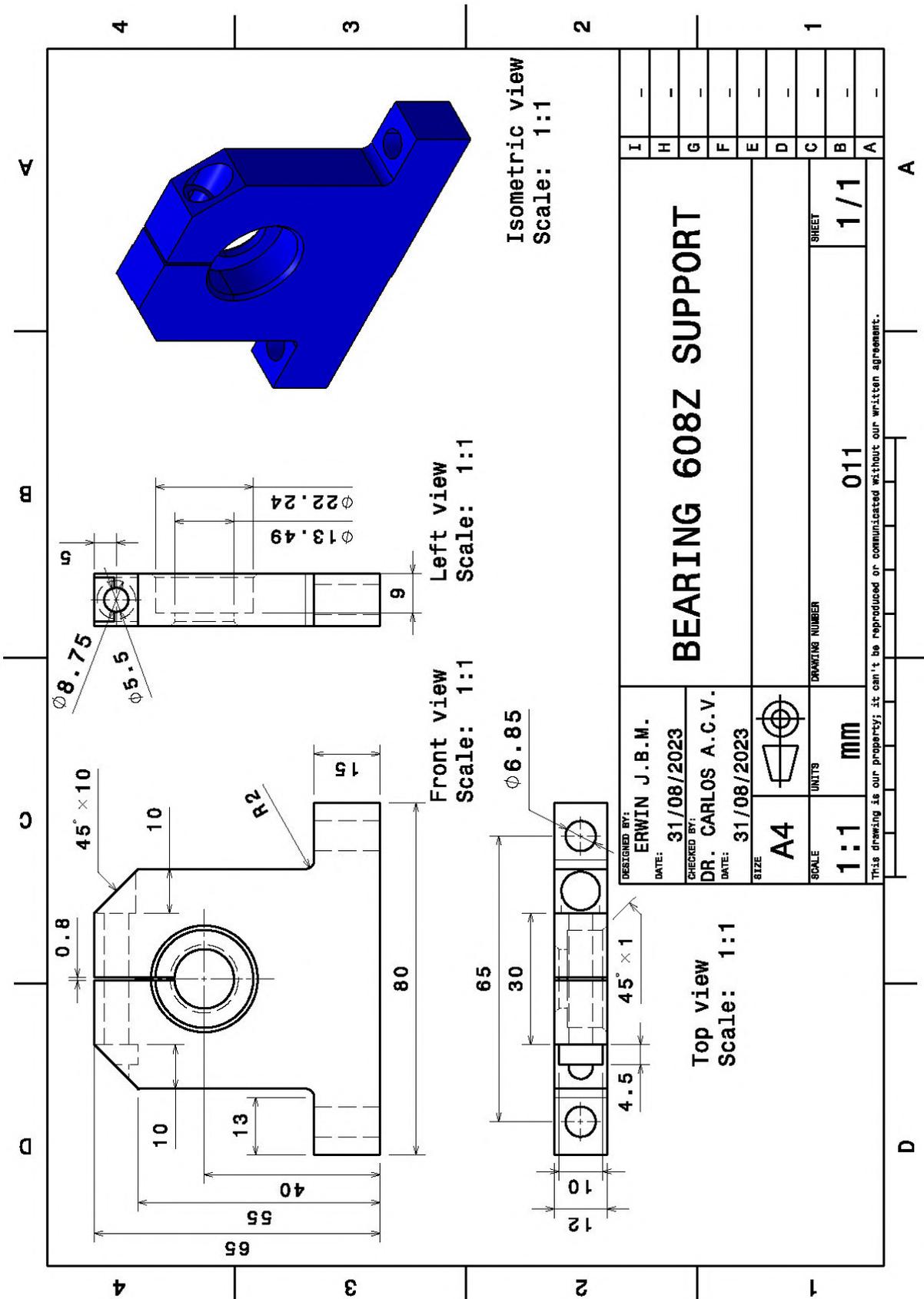


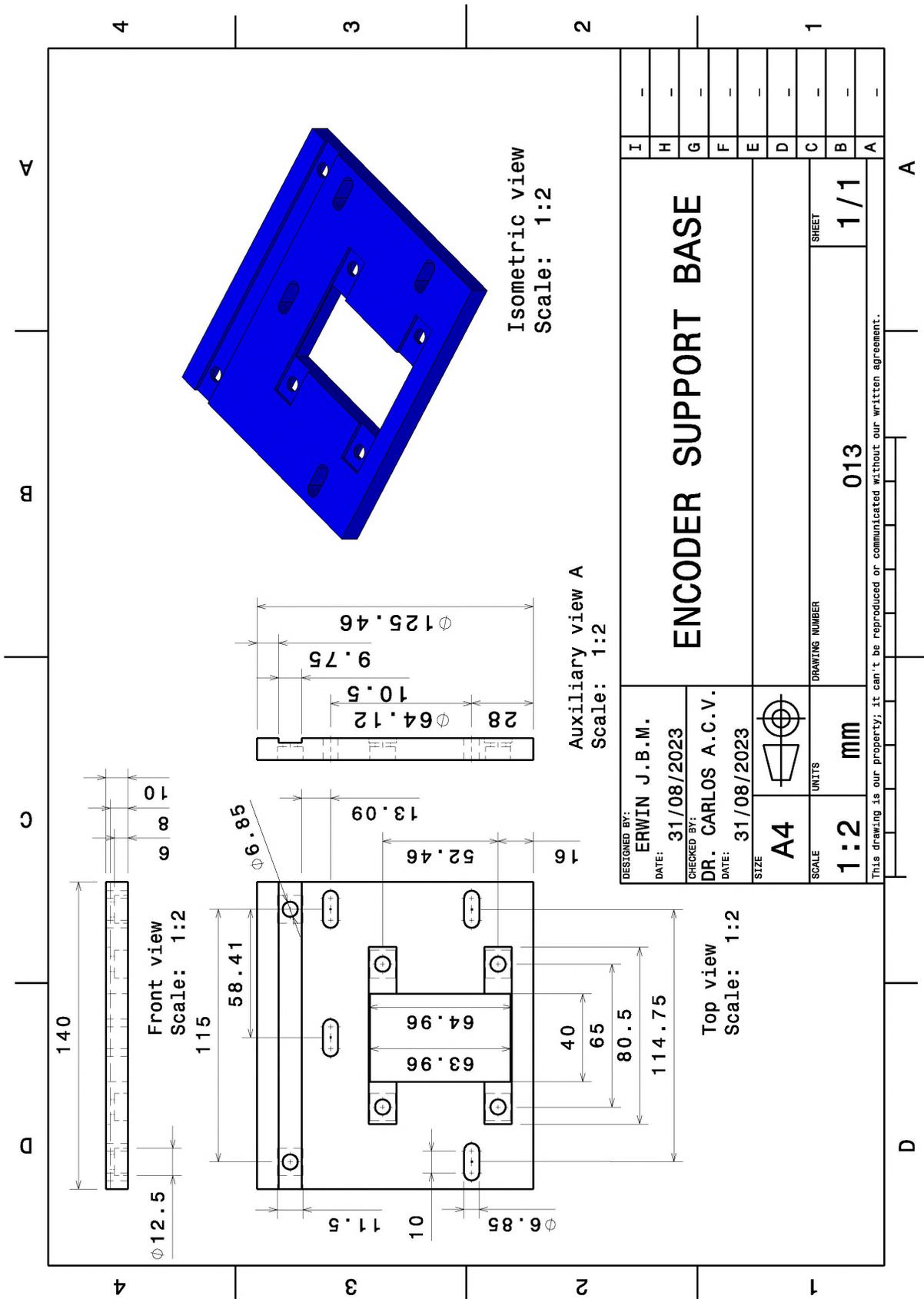


DESIGNED BY: ERWIN J.B.M.		<b>MOTOR REAR SUPPORT</b>	I	-
DATE: 31/08/2023			H	-
CHECKED BY: DR. CARLOS A.C.V.			G	-
DATE: 31/08/2023		F	-	
SIZE: A4		E	-	
UNITS: mm		D	-	
SCALE: 1:2	DRAWING NUMBER: 009	C	-	
		B	-	
		A	-	









This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.



