



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE
ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO
POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA**

**“Control de Sistemas Conmutados mediante Rechazo Activo de
Perturbaciones”**

T E S I S

**QUE PRESENTA EL
ING. ALEJANDRO ESAÚ MELÉNDEZ HERNÁNDEZ**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS**

**EN LA ESPECIALIDAD DE:
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. HEBERTT JOSÉ SIRA RAMÍREZ**

CIUDAD DE MÉXICO

FEBRERO, 2024

Dedicado

*A mi esposa Sheila, mis padres Alejandro y Rocío, mi tío
Raúl y abuelita Juana*

“Mira que te mando que te esfuerces y seas valiente; no temas ni desmayes, porque Jehová tu Dios estará contigo en dondequiera que vayas.” (Josué 1:9 RVR1960)

Agradecimientos

- **A Dios:** Por darme la vida y salud necesarias para poder culminar esta etapa en la vida. Porque envió a las personas adecuadas en el tiempo preciso. Porque ni un solo día me ha desamparado como lo ha prometido en su manual de vida llamado Biblia.
- **A mi esposa Sheila:** Por todo ese amor que destilas más dulce que la miel, que me das desde el noviazgo y hasta ahora continuo deleitándome en él. Gracias por tu apoyo y confianza en los proyectos que he emprendido.
- **A mi familia:** Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi familia por su amor incondicional y apoyo constante. Su paciencia y comprensión fueron fundamentales para llevar a cabo este proyecto.
- **Al Dr. Hebertt Sira:** Quisiera expresar mi sincero agradecimiento por su orientación experta y apoyo constante a lo largo de este proyecto. Su sabiduría y dedicación han sido fundamentales para el éxito de esta tesis.
- **Al Comité Evaluador:** Agradezco a los miembros de mi comité de tesis, por sus valiosas sugerencias y comentarios que contribuyeron significativamente a mejorar la calidad de este trabajo.
- **A los profesores de la Sección de Mecatrónica:** Por el corazón que pusieron en cada una de sus clases impartidas, las cuales me proporcionaron un conocimiento que ahora podré aplicar en proyectos futuros.
- **A mis compañeros de laboratorio:** Mis sinceros agradecimientos a mis colegas y amigos, en especial a Mario Aguilar y Brian Gómez, por su colaboración, discusiones enriquecedoras y guía durante todo mi estadía en el laboratorio 1 de la Sección de Mecatrónica.
- **Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT):** Este trabajo de tesis fue posible gracias a su apoyo financiero, proporcionándome una beca para completar mi Maestría en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV).
- **A los auxiliares:** Quiero expresar mi agradecimiento al personal auxiliar de la Sección de Mecatrónica por su asistencia técnica y logística invaluable, en especial al auxiliar Julio Ramírez Bonilla, por lograr conseguir el material necesario para la realización de este trabajo a pesar de las restricciones económicas que enfrenta actualmente el CINVESTAV.

Resumen

Este trabajo de tesis se centra en la aplicación de un esquema de control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC) en cascada de dos etapas a un sistema mecánico de manipulador único. Este sistema está impulsado por un motor de corriente continua controlado mediante un convertidor buck de doble puente, con la posibilidad de presentar o no una unión flexible entre el eje del motor y el eje en la base del manipulador. El conocimiento detallado del modelo matemático abarca la parte mecánica, electromecánica y electrónica del sistema. Aunque se describe el proceso de modificación de la plataforma experimental, el enfoque principal recae en la comparativa entre el control ADRC tradicional y el control ADRC en dos etapas de clara motivación física subyacente.

La propuesta de solución al problema considerado se basa en el control por rechazo activo de perturbaciones, reconocido por su robustez ante perturbaciones representadas por términos aditivos no lineales dependientes del estado (perturbaciones endógenas) y otras perturbaciones exógenas desconocidas. Se destaca la eficacia de los esquemas en cascada para subsistemas acoplados SISO, donde las etapas eléctricas y mecánicas exhiben diferentes constantes de tiempo diferentes.

El enfoque del trabajo aprovecha el esquema de control por rechazo activo de perturbaciones al agrupar términos conocidos representados por funciones aditivas no lineales (endógenas) del estado, de difícil compensación explícita por la carga computacional intrínseca en su conformación algebraica. Estos términos se relegan al carácter global de una perturbación desconocida total que puede ser estimada en línea, mediante un observador lineal, y cancelada ulteriormente desde el control dado al sistema. Este procedimiento estructural simplifica el sistema a un modelo entrada-salida de índole lineal perturbado.

Los problemas abordados en este trabajo son:

1. Modelado del sistema.
2. Diseño de la estrategia de control.
3. Simulación de la estrategia de control.
4. Implementación de la estrategia de control.
5. Modificación de la plataforma experimental.

A lo largo del desarrollo, se presentan simulaciones de diversos escenarios a los cuales se somete el sistema, y para concluir, se exhiben y analizan los resultados obtenidos de la implementación del esquema de control en la plataforma experimental empleada.

Abstract

This thesis work focuses on the application of a two-stage cascaded Active Disturbance Rejection Control (ADRC) scheme to a mechanical system with a single manipulator. This system is driven by a DC motor controlled by a dual-bridge buck converter, with the possibility of having or not having a flexible joint between the motor shaft and the base shaft of the manipulator. The detailed knowledge of the mathematical model covers the mechanical, electromechanical, and electronic parts of the system. Although the process of modifying the experimental platform is described, the main emphasis is on the comparison between traditional ADRC control and two-stage ADRC control with clear underlying physical motivation.

The proposed solution to the considered problem is based on Active Disturbance Rejection Control, recognized for its robustness against disturbances represented by nonlinear additive terms dependent on the state (endogenous disturbances) and other unknown exogenous disturbances. The effectiveness of cascaded schemes for coupled SISO subsystems is highlighted, where electrical and mechanical stages exhibit different time constants.

The approach leverages the Active Disturbance Rejection Control scheme by grouping known terms represented by nonlinear additive functions (endogenous) of the state, which are difficult to explicitly compensate due to the intrinsic computational load in their algebraic formation. These terms are relegated to the global character of a total unknown disturbance that can be estimated online through a linear observer and subsequently canceled from the control given to the system. This structural procedure simplifies the system to a linear perturbed input-output model.

The problems addressed in this work include:

1. System modeling.
2. Control strategy design.
3. Control strategy simulation.
4. Control strategy implementation.
5. Experimental platform modification.

Throughout the development, simulations of various scenarios to which the system is subjected are presented, and to conclude, the obtained results of the control scheme implementation on the experimental platform are exhibited and analyzed.

Índice general

Resumen	V
Abstract	VII
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.2. Planteamiento del problema	3
1.3. Preguntas de investigación	3
1.4. Motivación y justificación	4
1.5. Objetivos	4
1.5.1. Objetivo general	4
1.5.2. Objetivos particulares	4
1.6. Alcances	5
1.7. Estructura del documento	6
2. Marco Teórico	9
2.1. ADRC en forma tradicional basada en observadores	9
2.2. Relación con el control de modo deslizante tradicional	14
3. Modelado del sistema	19
3.1. Puente H	19
3.2. Convertidor buck	21
3.3. Motor de corriente continua	22
3.4. Robot manipulador de un grado de libertad	23
3.4.1. Modelo matemático vía Euler-Lagrange	24
3.4.2. Planitud del sistema	25
3.5. Robot manipulador de un grado de libertad con unión flexible	27
3.5.1. Modelo matemático vía Euler-Lagrange	27
3.5.2. Planitud del sistema modificado	29
4. Control por ADRC	33
4.1. Implementación del control	34
4.1.1. Ejemplo 1: Modelo de estado para un controlador ADRC de segundo orden	34

4.1.2.	Ejemplo 2: Modelo de estado para un controlador ADRC de quinto orden	35
4.1.3.	Control generalizado para un sistema de orden n	37
4.2.	Control ADRC de un sistema en dos etapas	37
4.3.	Sistema original buck-motor-manipulador sin resorte torsional con un control ADRC en 2 etapas	37
4.3.1.	Control ADRC en 2 etapas de la planta original	39
4.3.2.	Simulación de la planta original sin perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas	40
4.3.3.	Simulación de la planta original con perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas	42
4.4.	Sistema original buck-motor-manipulador sin resorte torsional con un control ADRC tradicional	42
4.4.1.	Control ADRC tradicional de la planta original	44
4.4.2.	Simulación de la planta original sin perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional	44
4.4.3.	Simulación de la planta original con perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional	45
4.5.	Sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional con un control ADRC en 2 etapas	45
4.5.1.	Control ADRC en 2 etapas de la planta modificada	48
4.5.2.	Simulación de la planta modificada sin perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas	50
4.5.3.	Simulación de la planta modificada con perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas	50
4.6.	Sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional con un control ADRC tradicional	53
4.6.1.	Control ADRC tradicional de la planta modificada	53
4.6.2.	Simulación de la planta modificada sin perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional	54
4.6.3.	Simulación de la planta modificada con perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional	55
5.	Filtro Exponencial EMA	57
5.1.	Obtención de expresión simplificada	58
5.2.	Respuesta en frecuencia	59
5.3.	Filtro aplicado al modelo de control	60
6.	Experimento	63
6.1.	Componentes mecánicos	63
6.1.1.	Base de plataforma	63
6.1.2.	Motor de CD	64
6.2.	Componentes electrónicos	66
6.2.1.	DSP F28335	66
6.2.2.	Encoders	67

6.2.3.	Circuito de acondicionamiento de señal	67
6.2.4.	Puente H	69
6.2.5.	Convertidor Buck	69
6.3.	Funcionamiento de la plataforma experimental	70
6.3.1.	Caso especial: Sistema modificado con un control ADRC tradicional	72
7.	Resultados experimentales	73
7.1.	Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original sin perturbación exógena	74
7.2.	Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original con perturbación exógena	75
7.3.	Implementación del controlador ADRC tradicional para el sistema original sin perturbación exógena	77
7.4.	Implementación del controlador ADRC tradicional para el sistema original con perturbación exógena	79
7.5.	Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado sin perturbación exógena	82
7.6.	Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado con perturbación exógena	83
8.	Conclusiones	87
8.1.	Conclusión del trabajo	87
8.2.	Aportaciones	88
8.3.	Trabajo futuro	88
	Bibliografía	91
	Apéndices	95
A.	Planos de la plataforma	97

Índice de figuras

2.1. Modulador Delta-Sigma	16
2.2. Esquema de control de retroalimentación en modo deslizante utilizando control ADRC a través de un bloque de modulación Delta-Sigma	17
3.1. Diagramas del puente H	20
3.2. Diagrama del convertidor buck	21
3.3. Diagrama del convertidor buck	22
3.4. Diagramas del motor de CD	23
3.5. Diagrama de un manipulador de un grado de libertad	23
3.6. Diagrama de un manipulador de un grado de libertad con resorte	27
4.1. Diagrama de bloques del sistema original con el control ADRC en 2 etapas	38
4.2. Diagrama electromecánico del sistema buck-motor-manipulador sin resorte torsional	38
4.3. Simulación de sistema original con un control ADRC en 2 etapas sin perturbaciones	41
4.4. Simulación de sistema original con un control ADRC en 2 etapas con perturbaciones	43
4.5. Diagrama de bloques del sistema original con el control ADRC tradicional	43
4.6. Simulación de sistema original con un control ADRC tradicional sin perturbaciones	46
4.7. Simulación de sistema original con un control ADRC tradicional con perturbaciones	47
4.8. Diagrama de bloques del sistema modificado con el control ADRC en 2 etapas	48
4.9. Diagrama electromecánico del sistema buck-motor-manipulador con resorte torsional	48
4.10. Simulación de sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas sin perturbaciones	51
4.11. Simulación de sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas con perturbaciones	52
4.12. Diagrama de bloques del sistema modificado con el control ADRC tradicional	53
4.13. Simulación de sistema modificado con un control ADRC tradicional sin perturbaciones	55
4.14. Simulación de sistema modificado con un control ADRC tradicional con perturbaciones	56

5.1.	Respuesta en magnitud del filtro EMA con distintos α	60
5.2.	FPB aplicado al control ADRC en 2 etapas del sistema original	61
5.3.	FPB aplicado al control ADRC tradicional del sistema original	61
5.4.	FPB aplicado al control ADRC en 2 etapas del sistema modificado	61
5.5.	FPB aplicado al control ADRC tradicional del sistema modificado	62
6.1.	Vista frontal de la plataforma	64
6.2.	Vista superior de la plataforma	65
6.3.	Circuito acoplador de señales	68
6.4.	Diagrama a bloques del experimento	71
7.1.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original y sin perturbaciones externas	76
7.2.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original y con perturbaciones externas	78
7.3.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC tradicional para el sistema original y sin perturbaciones externas	80
7.4.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC tradicional para el sistema original etapa y con perturbaciones externas	81
7.5.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado y sin perturbaciones externas	84
7.6.	Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado y con perturbaciones externas	86

Índice de tablas

3.1. Tabla de verdad del puente H	20
4.1. Parámetros de los controladores $K_\theta(s)$ y $K_b(s)$ para simular el sistema original con un control ADRC en 2 etapas	40
4.2. Parámetros del controlador $K_\theta(s)$ para simular el sistema original con un control ADRC tradicional	45
4.3. Parámetros de los controladores $K_\theta(s)$ y $K_b(s)$ para simular el sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas	50
4.4. Parámetros del controlador $K_\theta(s)$ para simular el sistema modificado con un control ADRC tradicional	54
5.1. Frecuencias de corte de $\alpha = \{0.0005, 0.0007, 0.005, 0.008, 0.01, 0.02\}$	61
6.1. Especificaciones técnicas del motor de CD	66
6.2. Parámetros del sistema usados para el experimento	71
7.1. Parámetros del controlador $K_b(s)$ en el sistema original con un control ADRC en 2 etapas	74
7.2. Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema original con un control ADRC en 2 etapas	74
7.3. Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema original con un control ADRC tradicional	78
7.4. Parámetros del controlador $K_b(s)$ para implementar el control ADRC en 2 etapas en el sistema modificado	82
7.5. Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas	82

Capítulo 1

Introducción

Los sistemas mecatrónicos, amalgama de componentes mecánicos y electrónicos, han experimentado una evolución significativa en los últimos años. En particular, los sistemas de orden superior, con sus complejidades inherentes, plantean desafíos sustanciales en términos de control y estabilidad. En este contexto, el Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) ha surgido como una metodología de vanguardia, proporcionando soluciones innovadoras para abordar perturbaciones desconocidas en tiempo real [1].

La esencia del ADRC radica en su capacidad para estimar y contrarrestar activamente perturbaciones dinámicas, un atributo crucial en sistemas mecatrónicos de superior. El ADRC no se basa en un modelo dinámico preciso y detallado de la planta y es extremadamente tolerante a las incertidumbres y fácil de usar como lo menciona Han [2, 3].

Las aplicaciones del ADRC son variadas, desde el conocido control para cuadricópteros [4], como también el ámbito médico al controlar un prototipo funcional de un ventilador mecánico portátil para tratar a pacientes con función respiratoria comprometida [5], hasta un buscador láser importante en los sistemas de guiado y control de misiles [6].

La presente tesis se enfoca en la crucial tarea de controlar sistemas de orden superior, específicamente aquellos de orden 5 y 7, que sean diferencialmente planos [7]. El sistema objeto de estudio consiste en un convertidor buck que suministra energía a un motor de corriente continua (CD), el cual, a su vez, está acoplado a un resorte torsional conectado a un manipulador. Este escenario complejo demanda estrategias de control avanzadas para garantizar un rendimiento óptimo y la estabilidad del sistema.

La necesidad de controlar este sistema en dos etapas se deriva de la complejidad inherente de la interacción entre sus componentes. En particular, se destaca la importancia de medir con precisión el voltaje de salida del convertidor buck, un parámetro crítico que afecta directamente el comportamiento del motor de CD y, por ende, el rendimiento general del sistema.

En el intento de mitigar el ruido inherente al sistema, se implementa un filtro de Media Móvil Exponencial (EMA, por sus siglas en inglés de Exponential Moving Average) [8].

La utilización de este filtro no solo permite obtener mediciones más suaves y precisas del voltaje de salida, sino que también contribuye significativamente a reducir las interferencias y perturbaciones, mejorando así la estabilidad global del sistema de control.

El núcleo de esta investigación radica en la comparación entre el enfoque tradicional de control y la implementación de un sistema de control en dos etapas. El control tradicional ha sido ampliamente utilizado, pero se enfrenta a limitaciones notables en sistemas de orden superior como el presente. Por otro lado, la estrategia de control en dos etapas ofrece una perspectiva innovadora y potencialmente más eficaz para abordar las complejidades dinámicas y no lineales presentes en este tipo de sistemas mecatrónicos.

1.1. Estado del arte

Si bien se han desarrollado técnicas para sintonizar los parámetros usados en un ADRC [9], estos son para sistemas de orden inferior, en específico para sistemas de primer orden y segundo orden, en cambio para sistemas de orden superior no se cuenta con una metodología específica y efectiva, sólo existen propuestas para la sintonización de los parámetros del ADRC de los sistemas de orden superior.

La aplicación del ADRC a sistemas de alto orden es pocos y también desafiante porque el método de ajuste de ancho de banda existente no puede determinar los parámetros del controlador adecuados para lograr el rendimiento del sistema deseado. En [10] se propone un nuevo método para ajustar el ADRC para controlar sistemas de alto orden, en específico se habla de un sistema hidráulico. Primero, el ADRC se descompone en un controlador y un prefiltrado en el dominio de la frecuencia. En segundo lugar, se sintonizan para satisfacer las especificaciones de rendimiento prescritas. Asimismo, en [11] se añadió un filtro paso bajo para disminuir las componentes de alta frecuencia presentes en la lectura de la corriente de un convertidor de energía eólica.

Como ilustración, en [12] se trató el control de un manipulador espacial con unión flexible donde se buscó seguir una trayectoria del orden de miliradianes, los resultados en simulaciones fueron exitosos ante un control en cascada. De igual forma se tienen otros trabajos separando en subsistemas la planta, como el realizado en el trabajo [13] que reconfigura el péndulo invertido de cuarto orden, ubicado sobre un carro, en dos sistemas de segundo orden enlazados en cascada mediante la aplicación de una transformación de estado no lineal. Del mismo modo, en [14], se logra la conversión del péndulo Furuta de cuarto orden en dos sistemas de segundo orden en cascada mediante la implementación de una salida plana].

En la investigación liderada por Sira Ramírez y su equipo [15], se llevó a cabo la simulación de un sistema de quinto orden compuesto por un convertidor buck que suministra energía a un motor de corriente directa (CD) que opera un manipulador. A partir de este trabajo, se introdujo un resorte torsional en el manipulador en una contribución adicional,

actualmente en fase de revisión. Ambos documentos incluyen simulaciones que evidencian la eficacia del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC), destacando su robustez en diversas condiciones.

No obstante, se hace patente que, aunque existe un conjunto de investigaciones que abordan aspectos relacionados con el controlador ADRC, la literatura actual no presenta un corpus suficiente para abordar sistemas de orden superior de manera integral. Esta limitación se atribuye al impacto del ruido en el controlador, especialmente en relación con su observador de alta ganancia contenido dentro del ADRC. Conscientes de esta restricción, las líneas de investigación actuales se centran en proponer esquemas de control más avanzados para hacer frente a sistemas complejos, ya sea mediante la reducción del ruido en las mediciones o a través de la descomposición de sistemas complejos en subsistemas más manejables.

1.2. Planteamiento del problema

Considerando los trabajos mencionados anteriormente, se centran en sistemas de uno o dos grados de libertad. La extensión del ADRC a sistemas multivariables o en cascada no es trivial y requiere un análisis más profundo. Los sistemas de orden superior son comunes en muchas áreas, como la robótica, la aeronáutica y la ingeniería de procesos, y a menudo presentan dinámicas complejas y no lineales. Aunque el ADRC ha demostrado ser robusto frente a las incertidumbres del modelo y las perturbaciones externas, su eficacia en sistemas de orden superior y en cascada aún no se ha estudiado exhaustivamente.

Por lo tanto, el problema que se plantea es desarrollar una esquema de control ADRC en cascada para el control de sistemas de orden superior, y evaluar su rendimiento y robustez frente a las incertidumbres del modelo y las perturbaciones. Este estudio podría contribuir significativamente a la teoría del control y tener aplicaciones prácticas en diversas áreas de la ingeniería.

1.3. Preguntas de investigación

- ¿La estrategia de control por etapas es efectiva para una trayectoria de seguimiento tipo descanso-descanso?
- ¿La división del sistema modificado, de séptimo orden, con un control ADRC en 2 etapas es suficiente para el control del manipulador?
- ¿Es mejor el control tradicional que el propuesto por etapas?
- ¿Cómo afecta el ruido de medición al esquema de control propuesto tradicional y en 2 etapas?

1.4. Motivación y justificación

La investigación propuesta busca abordar la aplicación del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) en sistemas mecatrónicos de orden superior, motivada por la necesidad de mejorar la eficacia y estabilidad del ADRC en entornos de alta complejidad. Dada la creciente demanda de precisión y robustez en sistemas avanzados, especialmente aquellos de quinto orden o superior, existe un vacío de conocimiento en la implementación específica del ADRC en estos contextos. La justificación para esta investigación radica en la falta de un marco sistemático y guía clara, lo cual limita la aplicación efectiva del ADRC en sistemas mecatrónicos de mayor complejidad. El resultado de esta investigación no solo contribuirá al conocimiento fundamental en el control automático, sino que también ofrecerá herramientas prácticas para ingenieros de control y diseñadores de sistemas mecatrónicos, mejorando la eficiencia y la fiabilidad de estos sistemas avanzados.

En última instancia, la justificación descansa en el impacto potencialmente transformador que esta investigación puede tener en el diseño y control de sistemas mecatrónicos de alta complejidad, proporcionando una base sólida para futuros avances en la ingeniería de control aplicada a sistemas de orden superior.

1.5. Objetivos

En este apartado se exponen el propósito global y los propósitos específicos que se pretenden lograr al llevar a cabo la presente presente labor de tesis.

1.5.1. Objetivo general

Desarrollar una estrategia de control basada en el enfoque de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) para un sistema compuesto por un convertidor buck que suministra energía a un motor de corriente continua, el cual activa un manipulador con articulación flexible. La estrategia debe abordar la complejidad de las dinámicas mecánicas y eléctricas del sistema, incorporando un observador extendido de orden reducido y un filtro Exponential Moving Average (EMA). El objetivo es lograr un posicionamiento preciso del efector final en un punto predeterminado del espacio mediante el seguimiento de una trayectoria específica, incluso en presencia de perturbaciones internas y externas que afecten al sistema.

1.5.2. Objetivos particulares

- Elaborar y simular un esquema de control ADRC, considerando el sistema compuesto por el convertidor buck, el motor de corriente continua y el manipulador, tanto con como sin unión flexible, con el objetivo de evaluar y comparar la eficacia del control en ambas configuraciones.

- Realizar una efectiva descomposición del sistema propuesto de orden superior en dos subsistemas independientes, permitiendo así una comprensión más detallada y un control más preciso de cada componente.
- Desarrollar la placa que facilita el intercambio del motor de corriente continua en la plataforma de dos grados de libertad, diseñada por el colaborador de investigación Mario Aguilar. Este ajuste posibilitará la implementación de trayectorias de seguimiento más dinámicas en comparación con las previamente empleadas en la misma plataforma.
- Implementar los controles propuestos en la plataforma experimental modificada, evaluando su desempeño y comparándolos con el control tradicional del ADRC.
- Desarrollar e incorporar un filtro Exponential Moving Average (EMA) diseñado para gestionar de manera efectiva el ruido de medición en el sistema de orden superior, contribuyendo así a una mayor estabilidad y controlabilidad.
- Evaluar y comparar el rendimiento de los controladores por etapas en contraste con el control tradicional del ADRC, analizando sus respectivas capacidades y limitaciones en diversas condiciones operativas.

1.6. Alcances

- Adaptar la plataforma experimental de dos grados de libertad para la integración de motores de corriente continua adicionales.
- Obtener el modelo matemático del sistema en condiciones tanto sin resorte torsional como con la inclusión de dicho componente.
- Incorporar la dinámica de los motores mediante la aplicación de la metodología de Euler-Lagrange y la conexión de modelos eléctrico-mecánicos.
- Elaborar un sistema de control en cascada fundamentado en el esquema ADRC con el propósito de alcanzar los objetivos de control establecidos.
- Implementar un filtro EMA capaz de atenuar los ruidos de medición en el sistema.
- Establecer un único término para las perturbaciones, englobando las perturbaciones endógenas y exógenas al sistema, así como las no linealidades no modeladas. Este enfoque tiene como objetivo gestionar de manera global dichas perturbaciones mediante la robustez inherente del controlador ADRC.
- Validar el límite en que puede operar el filtro EMA antes de inestabilizar el sistema. bajo el cual el esquema de control basado en
- Llevar a cabo la implementación del esquema de control propuesto en la plataforma experimental.

1.7. Estructura del documento

El Capítulo 1 de este estudio presenta una introducción al problema identificado, destacando las investigaciones previas existentes en la literatura, los desafíos específicos que se abordarán, y los límites de la tesis que se detallarán en este documento.

En el Capítulo 2, se abordan los conceptos y las herramientas teóricas empleadas en el diseño e implementación por simulación del esquema de control propuesto en esta tesis. Además, se proporciona una descripción detallada de las características generales de las herramientas teóricas utilizadas a lo largo del desarrollo de la tesis.

En el Capítulo 3, se profundiza en la obtención del modelo matemático del sistema, el cual es fundamental para diseñar la estrategia de control. Se desarrollan de manera individual los modelos matemáticos correspondientes a la parte mecánica y electromecánica del sistema. Además, se examina el modelado y el impacto que la componente electrónica de potencia tiene sobre el modelo global del sistema. Se lleva a cabo la representación del escenario en el que el convertidor buck está conectado al motor de corriente continua, el cual a su vez acciona un manipulador, tanto en situaciones sin resorte como con la incorporación de un resorte.

El Capítulo 4 se enfoca en el desarrollo de la estrategia de control ADRC en sus modalidades tradicional y por etapas. Se lleva a cabo el diseño de un esquema de control continuo y se introduce una metodología de implementación de dicho control mediante un esquema de regímenes deslizantes que incorpora un modulador $\delta - \sigma$. Se realiza el control tanto del sistema original (buck-motor-manipulador sin resorte torsional) como del sistema modificado (buck-motor-manipulador con resorte torsional). Se presentan gráficos que ilustran los resultados obtenidos a partir de las simulaciones de los controles implementados.

En el Capítulo 5 se introduce una forma de filtrar la señal del error para así minimizar la influencia del ruido de alta frecuencia ocasionada por la rápida conmutación del sistema eléctrico implementado mediante el puente H.

El quinto Capítulo 6, aborda el diseño de la plataforma experimental, que corresponde a un robot manipulador de dos grados de libertad, donde el primer grado de libertad será usado para el seguimiento de trayectoria, mientras que el segundo grado de libertad será usado para como perturbación exógena del sistema. En este capítulo se exhiben todas las componentes que conforman la plataforma, así como se detallan los parámetros asociados a la plataforma utilizada.

En el Capítulo 7, se presentan los resultados experimentales derivados de la implementación de los esquemas de control propuestos en la plataforma, tanto para el sistema original como para el sistema modificado. Estos resultados son analizados y comparados entre sí.

Finalmente, en el Capítulo 8, se ofrecen las conclusiones derivadas de la investigación,

acompañadas de posibles direcciones para trabajos futuros.

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo se hará una exposición primeramente del control ADRC en su forma tradicional basada en observadores de orden reducido extendidos, y posteriormente del control por modos deslizantes robustos en sistemas de entrada salida y su relación con el controlador ADRC mediante el uso natural de un esquema de modulación delta-sigma ??.

2.1. ADRC en forma tradicional basada en observadores

Considere el siguiente modelo simplificado de un sistema de 5to orden:

$$y^{(5)} = \beta u + \xi(t) \quad (2.1)$$

donde y es la variable de salida plana (Ver Fliess et al. [16]) del sistema y $\xi(t)$ es una señal de perturbación desconocida que consta de expresiones dependientes del estado ($y, \dot{y}, \dots, y^{(4)}$) de carácter endógeno y variables exógenas foráneas al sistema.

En términos del error de seguimiento $e = y - y^*(t)$ entre la salida plana y y una señal de referencia, $y^*(t)$, suave (es decir, infinitamente diferenciable) y definiendo el error del control $e_u = u - u^*(t)$, donde $u^*(t) = [y^*(t)]^{(5)}/\beta$, se tiene la siguiente representación error de entrada-error de seguimiento:

$$e^{(5)} = \beta e_u + \xi(t) \quad (2.2)$$

$$e = y - y^*(t) \quad (2.3)$$

$$e_u = u - u^*(t) \quad (2.4)$$

La representación del estado del error de seguimiento, a través de variables de fase asociadas con el error de seguimiento e (que también es una salida del sistema de error de

seguimiento no perturbado) es:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= e_2 \\
 \dot{e}_2 &= e_3 \\
 \dot{e}_3 &= e_4 \\
 \dot{e}_4 &= e_5 \\
 \dot{e}_5 &= \beta e_u + \xi(t) \\
 e_1 &= e
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Para estimar la señal de perturbación desconocida ξ , podemos proponer un observador de orden reducido (ya que la salida plana y se supone medible) extendido en una dimensión $\hat{\xi}$ correspondiente a la estimación de la señal de perturbación desconocida ξ que suponemos exponencialmente integrable (es decir existe su transformada de Laplace).

Sin embargo, dado que se mide $e_1 = e$, se suele recurrir al llamado observador de orden reducido suponiendo que es posible la medición de e_2 , que es la derivada temporal de primer orden de la salida plana, $e = e_1$.

La forma del observador de orden reducido puede no ser fácilmente implementable, pero es buena para el análisis y, además, no se utilizará ningún observador explícitamente como resultado de esta derivación.

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{e}}_2 &= \hat{e}_3 + \lambda_4(e_2 - \hat{e}_2) \\
 \dot{\hat{e}}_3 &= \hat{e}_4 + \lambda_3(e_2 - \hat{e}_2) \\
 \dot{\hat{e}}_4 &= \hat{e}_5 + \lambda_2(e_2 - \hat{e}_2) \\
 \dot{\hat{e}}_5 &= \beta e_u + \hat{\xi} + \lambda_1(e_2 - \hat{e}_2) \\
 \dot{\hat{\xi}} &= \lambda_0(e_2 - \hat{e}_2)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

A efectos informativos, la forma implementable del observador de orden reducido es:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\zeta}}_2 &= \hat{\zeta}_3 - \lambda_4 \hat{\zeta}_2 - (\lambda_4^2 - \lambda_3)e \\
 \dot{\hat{\zeta}}_3 &= \hat{\zeta}_4 - \lambda_3 \hat{\zeta}_2 - (\lambda_3^2 - \lambda_2)e \\
 \dot{\hat{\zeta}}_4 &= \hat{\zeta}_5 - \lambda_2 \hat{\zeta}_2 - (\lambda_2^2 - \lambda_1)e \\
 \dot{\hat{\zeta}}_5 &= \beta u + \hat{\eta} - \lambda_1 \hat{\zeta}_4 - (\lambda_1 \lambda_4 - \lambda_0)e \\
 \dot{\hat{\eta}} &= -\lambda_0 \hat{\zeta}_2 - \lambda_0 \lambda_4 e
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

con:

$$\begin{aligned}
 \hat{e}_2 &= \hat{\zeta}_2 + \lambda_4 e \\
 \hat{e}_3 &= \hat{\zeta}_3 + \lambda_3 e \\
 \hat{e}_4 &= \hat{\zeta}_3 + \lambda_2 e \\
 \hat{e}_5 &= \hat{\zeta}_3 + \lambda_1 e \\
 \hat{\xi} &= \hat{\eta} + \lambda_0 e
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Los errores de estimación de las variables de fase de error de seguimiento se obtienen restando las ecuaciones del observador de la parte correspondiente de las ecuaciones de la planta. Se define: $\epsilon_2 = e_2 - \hat{e}_2$, $\epsilon_3 = e_3 - \hat{e}_3$, $\epsilon_4 = e_4 - \hat{e}_4$, $\epsilon_5 = e_5 - \hat{e}_5$, $\epsilon_\xi = \xi - \hat{\xi}$, obteniendo:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_2 &= \epsilon_3 - \lambda_4 \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_3 &= \epsilon_4 - \lambda_3 \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_4 &= \epsilon_5 - \lambda_2 \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_5 &= \epsilon_\xi - \lambda_1 \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_\xi &= \dot{\xi} - \lambda_0 \epsilon_2\end{aligned}\tag{2.9}$$

Nótese que:

$$\begin{aligned}\epsilon_2(s) &= \frac{s\xi(s)}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \\ \epsilon_\xi(s) &= \xi(s) - \lambda_0 \frac{\epsilon_2(s)}{s}\end{aligned}\tag{2.10}$$

es decir:

$$\epsilon_\xi(s) = \left[\frac{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s)\tag{2.11}$$

implica:

$$\hat{\xi}(s) = \left[\frac{\lambda_0}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s)\tag{2.12}$$

La última expresión explica por qué el observador extendido (incluso si es de naturaleza reducida) funciona bien para estimar la señal de perturbación dependiente del tiempo ξ , cualquiera que sea su origen. El observador extendido de orden reducido simplemente filtra la señal de perturbación ξ y, a bajas frecuencias, idealmente reproduce la entrada de perturbación $\xi(s)$ en términos de la perturbación estimada $\hat{\xi}$. Recuerde que en la teoría de control clásica, siempre se supone que la entrada de perturbación tiene un contenido dominante de baja frecuencia, al igual que la señal de referencia (nominal) de salida.

Resumiendo, obtenemos las siguientes funciones de sensibilidad de los errores de estimación basados en el observador, correspondientes a los errores de seguimiento de trayectoria de las variables de la fase de salida:

$$\begin{aligned}\epsilon_2(s) &= \left[\frac{s}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s) \\ \epsilon_3(s) &= \left[\frac{s(s + \lambda_4)}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s) \\ \epsilon_4(s) &= \left[\frac{s(s^2 + \lambda_4 s + \lambda_3)}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s) \\ \epsilon_5(s) &= \left[\frac{s(s^3 + \lambda_4 s^2 + \lambda_3 s + \lambda_2)}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s) \\ \epsilon_\xi(s) &= \left[\frac{s(s^4 + \lambda_4 s^3 + \lambda_3 s^2 + \lambda_2 s + \lambda_1)}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s)\end{aligned}\tag{2.13}$$

Usando las definiciones de estos errores de estimación, se tiene:

$$\begin{aligned}
 \hat{e}_2(s) &= e_2(s) - \epsilon_2(s) \\
 \hat{e}_3(s) &= e_3(s) - \epsilon_3(s) \\
 \hat{e}_4(s) &= e_4(s) - \epsilon_4(s) \\
 \hat{e}_5(s) &= e_5(s) - \epsilon_5(s) \\
 \hat{\xi}(s) &= \xi(s) - \epsilon_\xi(s)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Con base en estos hechos, el controlador ADRC retroalimenta las estimaciones de todas las variables de estado de fase e intenta cancelar, a través de la señal de estimación de perturbación lograda $\hat{\xi}(s)$, la señal de perturbación real $\xi(s)$. El sistema de bucle cerrado evoluciona de acuerdo con:

$$\begin{aligned}
 s^5 e(s) &= \beta e_u(s) + \xi(s) \\
 &= -\gamma_4 \hat{e}_5(s) - \gamma_3 \hat{e}_4(s) - \gamma_2 \hat{e}_3(s) - \gamma_1 \hat{e}_2(s) - \gamma_0 e(s) - \hat{\xi}(s) + \xi(s) \\
 &= -\gamma_4 (e_5(s) - \epsilon_5(s)) - \gamma_3 (e_4(s) - \epsilon_4(s)) - \gamma_2 (e_3(s) - \epsilon_3(s)) - \gamma_1 (e_2(s) - \epsilon_2(s)) \\
 &\quad - \gamma_0 e(s) + \epsilon_\xi(s)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 &(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) e(s) = \gamma_4 \epsilon_5(s) + \gamma_3 \epsilon_4(s) + \gamma_2 \epsilon_3(s) + \gamma_1 \epsilon_2(s) + \epsilon_\xi(s) \\
 &= \left[\frac{s^5 + (\lambda_4 + \gamma_4) s^4 + (\lambda_3 + \lambda_4 \gamma_4 + \gamma_3) s^3 + (\lambda_2 + \lambda_4 \gamma_3 + \lambda_3 \gamma_4 + \gamma_2) s^2 + (\lambda_1 + \lambda_4 \gamma_2 + \lambda_3 \gamma_3 + \lambda_2 \gamma_4 + \gamma_1) s}{s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \right] \xi(s)
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

El error de seguimiento $e(s)$ en función de la entrada de perturbación $\xi(s)$ define la función de transferencia de sensibilidad del sistema $S(s)$:

$$\begin{aligned}
 &e(s) = S(s) \xi(s) \\
 &= \left[\frac{s^5 + (\lambda_4 + \gamma_4) s^4 + (\lambda_3 + \lambda_4 \gamma_4 + \gamma_3) s^3 + (\lambda_2 + \lambda_4 \gamma_3 + \lambda_3 \gamma_4 + \gamma_2) s^2 + (\lambda_1 + \lambda_4 \gamma_2 + \lambda_3 \gamma_3 + \lambda_2 \gamma_4 + \gamma_1) s}{(s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0)} \right] \xi(s)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

El polinomio característico del sistema en lazo cerrado es, claramente:

$$p_{cl}(s) = (s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \tag{2.18}$$

La función de sensibilidad del sistema satisface la relación:

$$S(s) = \frac{G(s)}{1 + \beta K(s) G(s)} \tag{2.19}$$

donde $G(s)$ es la función de transferencia de la planta y $\beta K(s)$ es la función de transferencia del controlador, incluida la ganancia de entrada β .

A partir de la expresión de la función de transferencia de sensibilidad, y multiplicando por $e(s)$:

$$\beta K s(s) = \frac{1}{S(s)} - \frac{1}{G(s)} \quad (2.20)$$

$$-\beta e_u(s) = \frac{e(s)}{S(s)} - \frac{e(s)}{G(s)} \quad (2.21)$$

En nuestro caso, $G(s) = \frac{1}{s^5}$, entonces:

$$-\beta e_u(s) = \left[\frac{(s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0)}{s^5 + (\lambda_4 + \gamma_4)s^4 + (\lambda_3 + \lambda_4 \gamma_4 + \gamma_3)s^3 + (\lambda_2 + \lambda_4 \gamma_3 + \lambda_3 \gamma_4 + \gamma_2)s^2 + (\lambda_1 + \lambda_4 \gamma_2 + \lambda_3 \gamma_3 + \lambda_2 \gamma_4 + \gamma_1)s} - s^5 \right] e(s) \quad (2.22)$$

es decir:

$$e_u(s) = -\frac{1}{\beta} \left[\frac{\kappa_5 s^5 + \kappa_4 s^4 + \kappa_3 s^3 + \kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s^4 + \kappa_9 s^3 + \kappa_8 s^2 + \kappa_7 s + \kappa_6)} \right] e(s) \quad (2.23)$$

donde:

$$\begin{aligned} \kappa_9 &= \gamma_4 + \lambda_4 \\ \kappa_8 &= \gamma_3 + \lambda_3 + \gamma_4 \lambda_4 \\ \kappa_7 &= \gamma_2 + \lambda_2 + \gamma_3 \lambda_4 + \gamma_4 \lambda_3 \\ \kappa_6 &= \gamma_1 + \lambda_1 + \gamma_2 \lambda_4 + \gamma_3 \lambda_3 + \gamma_4 \lambda_2 \\ \kappa_5 &= \gamma_0 + \lambda_0 + \gamma_1 \lambda_4 + \gamma_2 \lambda_3 + \gamma_3 \lambda_2 + \gamma_4 \lambda_1 \\ \kappa_4 &= \gamma_1 \lambda_3 + \gamma_2 \lambda_2 + \gamma_3 \lambda_1 + \gamma_4 \lambda_0 + \gamma_0 \lambda_4 \\ \kappa_3 &= \gamma_1 \lambda_2 + \gamma_2 \lambda_1 + \gamma_3 \lambda_0 + \gamma_0 \lambda_3 \\ \kappa_2 &= \gamma_1 \lambda_1 + \gamma_2 \lambda_0 + \gamma_0 \lambda_2 \\ \kappa_1 &= \gamma_1 \lambda_0 + \gamma_0 \lambda_1 \\ \kappa_0 &= \gamma_0 \lambda_0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

que son, precisamente, los coeficientes del polinomio característico del sistema en lazo cerrado:

$$\begin{aligned} p_{cl}(s) &= s^{10} + \kappa_9 s^9 + \kappa_8 s^8 + \kappa_7 s^7 + \kappa_6 s^6 + \kappa_5 s^5 + \kappa_4 s^4 + \kappa_3 s^3 + \kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0 \\ &= (s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \end{aligned} \quad (2.25)$$

En este controlador (2.23), se encuentran sintetizados de manera compacta los elementos fundamentales del esquema ADRC, es decir, el observador de estados (estados de fase del error de seguimiento de la salida plana) para retroalimentación lineal estabilizante, el controlador estabilizante, el reconstructor, por estimación $\hat{\xi}$, de la perturbación total desconocida $\xi(t)$ y su acción de compensación, por eliminación asintótica, mediante el control propuesto. Estos elementos se presentan de manera compacta en una sola función de transferencia real, racional, y propia. Esta función de transferencia es un controlador dinámico que estabiliza en forma predominantemente exponencial el error de seguimiento perturbado e a una vecindad tan pequeña como se quiera del origen de coordenadas del error de seguimiento (sobre la base de la escogencia apropiada de las ganancias del controlador

y observador). Esto simplifica su implementación, haciéndolo adecuado para la ejecución en sistemas de control reales y prácticos. Además, destaca por la conveniencia de solo necesitar la medición de la salida plana del sistema.

2.2. Relación con el control de modo deslizante tradicional

Por sencillez se desarrolla el caso de segundo orden, aunque el procedimiento se generaliza, sin inconveniente alguno, a cualquier orden n (en particular al quinto orden que fue el orden en que se desarrolló anteriormente).

Considere ahora un sistema controlado por conmutación:

$$\ddot{y} = \beta u + \xi'(t), \quad \text{con } \beta > 0 \quad (2.26)$$

donde la entrada de control es $u \in \{-1, 1\}$ y puede ser convertida a $v \in \{0, 1\}$ por medio de la relación:

$$u = 2v - 1 \quad (2.27)$$

entonces el sistema se puede reescribir como sigue:

$$\ddot{y} = \beta(2v - 1) + \xi'() \quad (2.28)$$

$$\ddot{y} = 2\beta v - \beta + \xi'() \quad (2.29)$$

$$\ddot{y} = \gamma v + \xi(t) \quad (2.30)$$

El método natural para sistemas con entradas de control de valores binarios es inducir, mediante conmutaciones (inteligentes), una restricción algebraica entre las variables de estado, para imponer una dinámica de bucle cerrado deseable correspondiente para la evolución deseada de y .

Tradicionalmente, para el seguimiento de trayectorias, la relación podría ser de la forma:

$$\sigma = (\dot{y} - \dot{y}^*(t)) + \alpha(y - y^*(t)) = 0 \quad \text{con } \alpha > 0, y \rightarrow y^*(t) \quad (2.31)$$

pero esto no es robusto y requiere la medición de la primer derivada de la trayectoria, es decir, requiere medir \dot{y} .

El error de seguimiento de salida $e_y(t) = y(t) - y^*(t)$ y el error de control $e_u(t) = u(t) - u^*(t)$ satisfacen:

$$\ddot{e}_y = \beta e_u + \xi(t) \quad (2.32)$$

Considere en su lugar el uso de la siguiente función de coordenadas de superficie deslizante en un espacio de estado extendido utilizando retroalimentación de entrada exógena e inyecciones de salida endógenas:

$$\sigma = \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_3 e_y + \kappa_2 \left(\int e_y \right) + \kappa_1 \left(\int^{(2)} e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(3)} e_y \right) \quad (2.33)$$

siendo su derivada con respecto al tiempo:

$$\dot{\sigma} = \beta e_u + \kappa_3 \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_2 e_y + \kappa_1 \left(\int e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(2)} e_y \right) \quad (2.34)$$

Las condiciones de invariancia (o de régimen ideal de deslizamiento) $\dot{\sigma} = 0$ en $\sigma = 0$ implican que, en promedio, el también llamado control equivalente u_{EQ} viene dado por:

$$0 = \beta e_u(s) + \kappa_3 \beta \frac{1}{s} e_u(s) + \kappa_2 e_y(s) + \kappa_1 \frac{1}{s} e_y(s) + \kappa_0 \frac{1}{s^2} e_y(s) \quad (2.35)$$

$$0 = \beta(u_{EQ} - u^*) + \kappa_3 \beta \frac{1}{s} e_u(s) + \kappa_2 e_y(s) + \kappa_1 \frac{1}{s} e_y(s) + \kappa_0 \frac{1}{s^2} e_y(s) \quad (2.36)$$

De (2.35) y en términos del dominio de la frecuencia usando transformada de Laplace por:

$$\left(1 + \frac{\kappa_3}{s}\right) \beta e_u(s) = - \left(\kappa_2 + \frac{\kappa_1}{s} + \frac{\kappa_0}{s^2}\right) e_y(s) \quad (2.37)$$

$$e_u(s) = -\frac{1}{\beta} \left(\frac{s}{s + \kappa_3}\right) \left(\frac{\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s^2}\right) e_y(s) \quad (2.38)$$

$$u_{EQ}(s) - u^*(s) = -\frac{1}{\beta} \left(\frac{\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s + \kappa_3)}\right) e_y(s) \quad (2.39)$$

es decir:

$$u_{EQ}(s) = u^*(s) - \frac{1}{\beta} \left(\frac{\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s + \kappa_3)}\right) e_y(s) \quad (2.40)$$

nótese que esta expresión es idéntica a la de un controlador ADRC para el problema de seguimiento de salida de un sistema (planta) de segundo orden.

De acuerdo a V. Utkin [17], la condición necesaria y suficiente para la existencia de un régimen deslizante en $\sigma = 0$ es:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} < 0 \quad (2.41)$$

Analizando este límite se puede sustituir de (2.34) en (2.41):

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} = \sigma \left[\beta(e_u) + \kappa_3 \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_2 e_y + \kappa_1 \left(\int e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(2)} e_y \right) \right] \quad (2.42)$$

$$= \sigma \left[\beta(u - u^*) + \kappa_3 \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_2 e_y + \kappa_1 \left(\int e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(2)} e_y \right) \right] \quad (2.43)$$

$$= \sigma \left[\beta(u - u_{EQ}) + \beta(u_{EQ} - u^*) + \kappa_3 \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_2 e_y + \kappa_1 \left(\int e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(2)} e_y \right) \right] \quad (2.44)$$

pero en $\sigma = 0$, implica que $u = u_{EQ}$, por lo tanto $\beta(u_{EQ} - u^*) + \kappa_3 \beta \left(\int e_u \right) + \kappa_2 e_y + \kappa_1 \left(\int e_y \right) + \kappa_0 \left(\int^{(2)} e_y \right) = 0$, entonces podemos decir que $\dot{\sigma} = \beta(u - u_{EQ})$ es la dinámica

de sigma en las vecindades de $\sigma = 0$:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \beta(u - u_{EQ}) < 0 \quad (2.45)$$

nótese que $\dot{\sigma} = \beta(u - u_{EQ})$, y debido a que $u \in \{0, 1\}$ implica que:

$$0 < u_{EQ} < 1 \quad (2.46)$$

Para garantizar el teorema de Utkin $\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} < 0$, se transforma u a la siguiente forma:

$$u = \frac{1}{2}(1 - \text{sign } \sigma) \quad (2.47)$$

Si $\sigma = -e$ se tiene que la dinámica controlada de σ alrededor de S es la de un modulador $\Delta - \Sigma$ (Delta-Sigma):

$$\dot{e} = \beta(u_{EQ} - u), \quad u = \frac{1}{2}(1 + \text{sign } e) \quad (2.48)$$

donde:

$$\text{sign } e = \begin{cases} +1 & \text{para } e > 0 \\ -1 & \text{para } e < 0 \\ \text{No definido} & \text{para } e = 0 \end{cases} \quad (2.49)$$

su diagrama se muestra en la Figura 2.1.

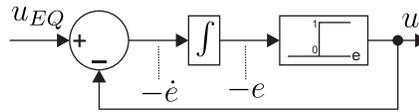


Figura 2.1: Modulador Delta-Sigma

Teniendo en cuenta que $\lim_{e \rightarrow 0} e \dot{e} < 0$ si y solo si:

$$0 < u_{EQ} < 1 \quad (2.50)$$

En la Figura 2.2 se muestra la conexión entre el control por ADRC con el modulador Delta-Sigma.

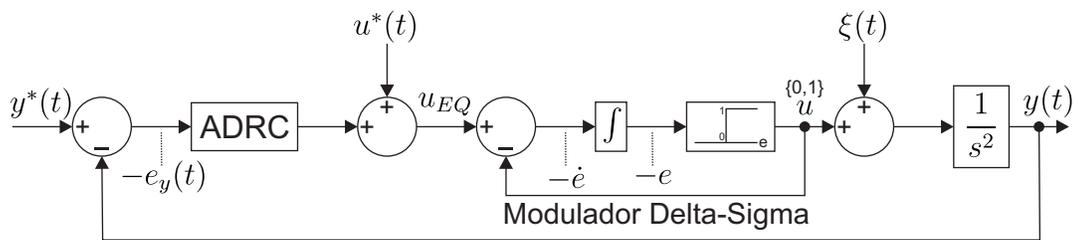


Figura 2.2: Esquema de control de retroalimentación en modo deslizante utilizando control ADRC a través de un bloque de modulación Delta-Sigma

Capítulo 3

Modelado del sistema

El modelado de un sistema consiste en la obtención de ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del sistema, las cuales se obtienen a partir de leyes físicas que gobiernan al sistema en cuestión. Existen distintos tipos de sistemas, tales como mecánicos y eléctricos, para los cuales se usan las leyes de Newton y Kirchhoff respectivamente. Un modelo matemático de un sistema será tan preciso como términos que representen su dinámica incluyamos en las ecuaciones diferenciales, por lo cual se puede llegar a despreciar algunos términos en el modelado y aun así tener una representación razonable de la dinámica del sistema [18].

En este capítulo se modelará el sistema a tratar que consta de una parte eléctrica y otra mecánica. El sistema está compuesto por un puente H conectado a un convertidor DC-DC reductor (convertidor buck) que alimenta a un motor de corriente directa con motorreductor unido a un eslabón; entre el motor y el eslabón puede haber o no un resorte torsional.

3.1. Puente H

Un puente H es un circuito electrónico utilizado para controlar la dirección y la velocidad de un motor eléctrico. Este circuito permite que un motor gire en ambas direcciones y controle la velocidad con mayor precisión.

El puente H consiste en un arreglo de cuatro interruptores (generalmente transistores o relevadores) organizados en forma de puente, véase Figura 3.1a. Estos interruptores se activan en pares opuestos para controlar la corriente a través del motor en dos direcciones. Cuando se activa un par de interruptores, la corriente fluye en una dirección y el motor gira en un sentido. Al activar el otro par de interruptores, la corriente se invierte, permitiendo que el motor gire en la dirección opuesta. Estos pares están conformados por $Q_1 - Q_2$ y $Q_3 - Q_4$.

Un efecto secundario al controlar un motor de corriente directa sucede al desenergizarlo, ya que por la inercia del movimiento que llevaba ahora funciona como generador de

energía, la cual dañaría los transistores si no proporcionamos un camino para liberar dicha energía, para ello se hace uso de los diodos $D_{1...4}$ que están conectados de forma inversa a los transistores.

Debido a que el puente H es mucho más rápido en su dinámica que el sistema a controlar, se puede simplificar el diagrama al que presentamos en la Figura 3.1b, donde se reemplazan los transistores y diodos por interruptores.

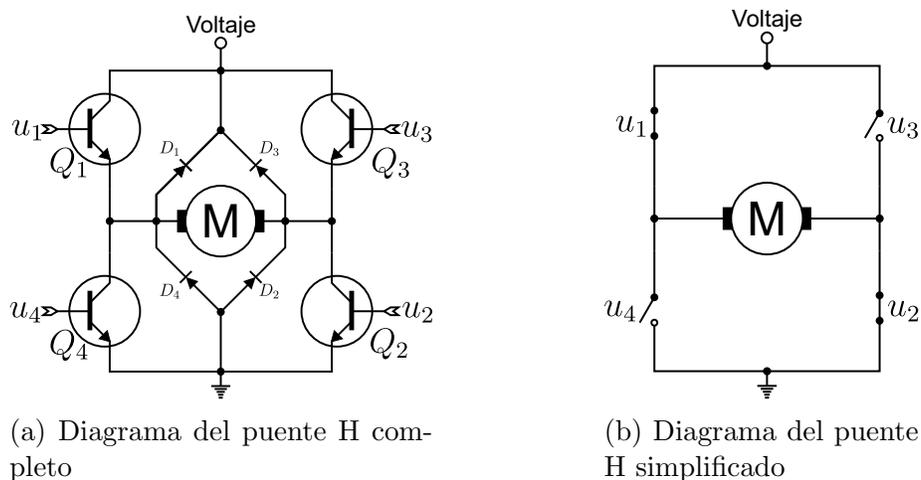


Figura 3.1: Diagramas del puente H

Se puede expresar entonces el voltaje de salida del puente H de acuerdo a la Tabla 3.1, donde U es la entrada de control discreta que activa o desactiva los distintos u_i ; nótese que los casos donde $u_1 = u_2 = ON$ o $u_3 = u_4 = ON$ generan corto circuito, ya que conectan el voltaje de entrada V con tierra directamente; dicho cortocircuito también puede ser producido si la conmutación lógica de 0 a 1 o viceversa se realiza tan rápido que el transistor aún no sale de su región activa para estar en las regiones de corte o saturación, para evitar esta situación es recomendable consultar las especificaciones del transistor y así habilitar un pequeño retardo entre cambios de estado de los transistores.

U	u_1	u_2	u_3	u_4	Salida
1	ON	ON	OFF	OFF	V
0	OFF	OFF	OFF	OFF	0
-1	OFF	OFF	ON	ON	-V

Tabla 3.1: Tabla de verdad del puente H

3.2. Convertidor buck

Un convertidor buck, también conocido como convertidor reductor de voltaje o regulador buck, es un tipo de convertidor de corriente continua (CD) que reduce o disminuye el nivel de voltaje de entrada a uno menor en la salida. El convertidor buck es un circuito conmutado (controlado por conmutadores) que utiliza elementos como inductores, transistores (como por ejemplo, MOSFETs) y diodos para regular la tensión de salida.

El funcionamiento básico del convertidor buck implica la conmutación de un interruptor (usualmente un transistor) a alta frecuencia. Esto crea pulsos de tensión que se aplican a un inductor en serie con la carga. La energía se almacena en el inductor durante parte del ciclo de trabajo del interruptor y luego se transfiere a la carga durante el otro periodo. La relación entre el tiempo de encendido y apagado del interruptor determina la relación de transformación de voltaje llamada “relación de trabajo”.

El convertidor buck es fundamental en el diseño de sistemas de energía eficientes, ya que proporciona un control preciso sobre el voltaje de salida a partir de una fuente de voltaje constante de valor superior. En la Figura 3.2 se observa su diagrama básico, en él se observa el diodo D que al estar el transistor en corte (representado por el interruptor en estado abierto) da un sentido a la circulación de la corriente, evitando que se creen picos de tensión en dicho nodo. Este diodo se debe conectar inversamente a la fuente E , pero como nosotros estaremos conmutando entre E y $-E$, el diodo crearía un cortocircuito cuando el interruptor esté cerrado y estemos alimentando con $-E$, por ello es que se prescinde del mismo para este trabajo, manejando el ruido ocasionado por este efecto a través de un filtro.

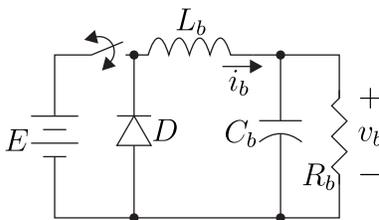


Figura 3.2: Diagrama del convertidor buck

Tomando en cuenta que se invertirá la fuente de entrada al convertidor buck y por ello no se usará el diodo, se muestra en la Figura 3.3 el diagrama del convertidor buck de doble puente, donde cuando $v = 1$ la entrada al convertidor buck sería E y cuando $v = -1$ la entrada sería $-E$, dejando a la salida un valor entre E y $-E$.

Por medio de análisis de malla, usando la Ley de voltaje de Kirchhoff, se obtiene:

$$L_b \frac{di_b}{dt} = -v_b + uE, \quad u \in \{1, -1\} \quad (3.1)$$

Y usando la Ley de corriente de Kirchhoff en el nodo que conecta al condensador se

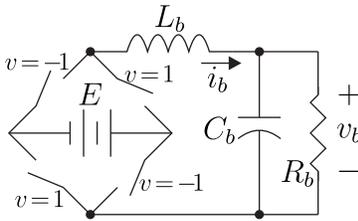


Figura 3.3: Diagrama del convertidor buck

obtiene:

$$C_b \frac{dv_b}{dt} = i_b - \frac{v_b}{R_b} - i_m \quad (3.2)$$

3.3. Motor de corriente continua

Un motor de corriente continua es un motor eléctrico que convierte la energía eléctrica en energía mecánica mediante la interacción entre un campo magnético y corriente eléctrica en un circuito cerrado. Funciona utilizando la ley de Ampère y la ley de Faraday.

El motor de corriente continua es un sistema electromecánico cuyas partes eléctricas y partes mecánicas gozan de analogías dinámicas que facilitan la determinación de la dinámica del sistema. Utilizaremos en nuestros desarrollos el modelo ideal, simplificado, del motor de CD. Nos concentraremos en la aplicación de la teoría de control para lograr maniobras de un brazo manipulador, actuado por un motor de CD alimentado por un circuito convertidor buck de doble puente.

En el modelo electromecánico, se utilizan componentes eléctricos y mecánicos para representar diferentes aspectos del motor:

- **Voltaje de entrada** (E) \Leftrightarrow Fuerza contraelectromotriz (FCEM) del motor.
- **Corriente** (i_m) \Leftrightarrow Velocidad angular del motor ($\dot{\theta}_m$).
- **Resistencia eléctrica** (R_m) \Leftrightarrow Resistencia mecánica (B_m).
- **Inductancia** (L_m) \Leftrightarrow Inercia mecánica (J_m).
- **Tensión eléctrica** \Leftrightarrow Torque mecánico.

Estas equivalencias permiten utilizar técnicas y herramientas de análisis de sistemas eléctricos en sistemas mecánicos, y viceversa, facilitando el diseño de controladores y la comprensión del comportamiento del motor de corriente continua en sistemas de control. En la Figura 3.4a se observa un diagrama donde se toma en consideración todos los componentes de la lista previa, mientras que en la Figura 3.4b se observa la separación en dos mallas de los componentes eléctricos y mecánicos respectivamente, donde E es el voltaje

de entrada, L_m la inductancia, i_m la corriente, R_m la resistencia de armadura, k_m la constante de fuerza electromotriz (FEM), k_t la constante de torque, J_m la inercia del rotor, $\dot{\theta}_m$ la velocidad angular del eje del motor, B_m la fricción del motor, τ_m torque de la carga vista desde el eje del motor. Se trabajó bajo el sistema internacional (SI) de unidades, y se utiliza la igualdad paramétrica $[k_t(\frac{Nm}{A}) = k_m(\frac{V \cdot s}{rad})]$ [19].

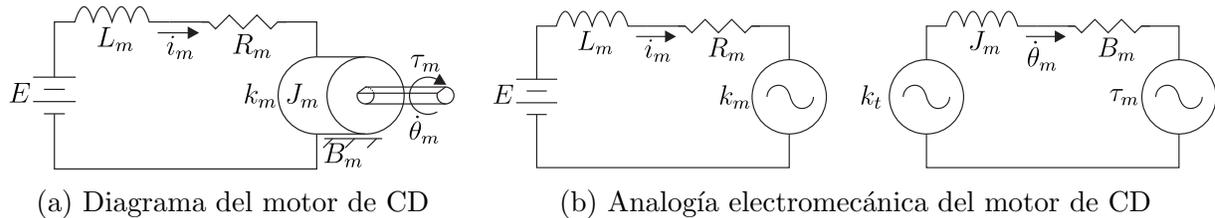


Figura 3.4: Diagramas del motor de CD

Usando la Ley de voltaje de Kirchhoff en ambas mallas de la Figura 3.4b se obtiene:

$$L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m + k_m \dot{\theta}_m = v_b \tag{3.3}$$

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + \tau_m = k_t i_m \tag{3.4}$$

3.4. Robot manipulador de un grado de libertad

Ahora tomemos en cuenta la Figura 3.5 donde se muestra el diagrama de conexión entre un motor de CD con su caja de engranes, un arreglo de poleas y un péndulo simple. Como ya se obtuvo el modelo matemático del convertidor buck y del motor, nos centraremos en la obtención del modelo de la parte mecánica, a partir del eje del motor.

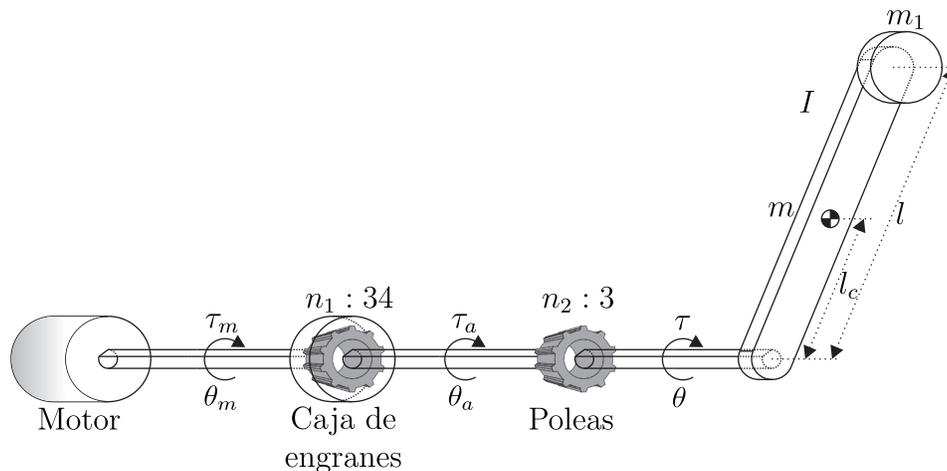


Figura 3.5: Diagrama de un manipulador de un grado de libertad

3.4.1. Modelo matemático vía Euler-Lagrange

Siguiendo la metodología de Euler-Lagrange que requiere el cálculo de la energía cinética (3.5) y energía potencial (3.6) para así construir el Lagrangiano (3.7) que es la diferencia de la energía cinética y la energía potencial. Procedemos a la determinación de las ecuaciones diferenciales que caracterizan al sistema mecánico mediante dicha metodología.

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\dot{\theta}^2 \quad (3.5)$$

$$\mathcal{P} = (ml_c + m_1l)gl(1 - \cos \theta) \quad (3.6)$$

donde $\dot{\theta} = \frac{d}{dt}\theta$ es la velocidad angular del péndulo.

Dando como resultado el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{P} = \frac{1}{2}(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\dot{\theta}^2 - (ml_c + m_1l)g(1 - \cos \theta) \quad (3.7)$$

Se aplican las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L} - \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L} = Q_i \quad (3.8)$$

donde Q_i son las fuerzas externas al sistema.

Resultando:

$$(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\ddot{\theta} + (ml_c + m_1l)g \sin \theta = \tau \quad (3.9)$$

El motor de CD tiene una caja de engranes, donde conectado a su eje de salida se encuentra un arreglo de poleas. Estos medios de transmisión del movimiento cuentan con una serie de relaciones de torque, ángulos y velocidades entre la entrada y salida de sus respectivos ejes; estas son:

$$n_1\tau_m = \tau_a \quad (3.10)$$

$$n_2\tau_a = \tau \quad (3.11)$$

$$\frac{\theta_m}{n_1} = \theta_a \implies \frac{\dot{\theta}_m}{n_1} = \dot{\theta}_a \quad (3.12)$$

$$\frac{\theta_a}{n_2} = \theta \implies \frac{\dot{\theta}_a}{n_2} = \dot{\theta} \quad (3.13)$$

es decir $\tau_m = \frac{1}{n_1n_2}\tau$ y $\dot{\theta}_m = n_1n_2\dot{\theta}$.

Sustituyendo estas relaciones junto con (3.9) en (3.3) y (3.4) se puede obtener el si-

guiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$k_t n_1 n_2 i_m = (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I) \ddot{\theta} + B_m n_1^2 n_2^2 \dot{\theta} + (m l_c + m_1 l) g \sin \theta \quad (3.14)$$

$$v_b = L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m + k_m n_1 n_2 \dot{\theta} \quad (3.15)$$

$$C_b \frac{dv_b}{dt} = i_b - \frac{v_b}{R_b} - i_m \quad (3.16)$$

$$L_b \frac{di_b}{dt} = -v_b + uE, \quad u \in \{-1, 1\} \quad (3.17)$$

Definiendo las variables de estado como $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = i_m$, $x_4 = v_b$, $x_5 = i_b$, se tendría el siguiente espacio de estados:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.18)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I} (-B_m n_1^2 n_2^2 x_2 - (m l_c + m_1 l) g \sin x_1 + k_t n_1 n_2 x_3) \quad (3.19)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L_m} (-R_m x_3 - k_m n_1 n_2 x_2 + x_4) \quad (3.20)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{C_b} (x_5 - \frac{x_4}{R_b} - x_3) \quad (3.21)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{L_b} (-x_4 + uE), \quad u \in \{-1, 1\} \quad (3.22)$$

donde θ es la posición del brazo manipulador, $\dot{\theta}$ la velocidad del brazo manipulador, i_m la corriente del motor, v_b voltaje de salida del convertidor buck, i_b corriente del convertidor buck y u el control.

3.4.2. Planitud del sistema

La propiedad de planitud, cuando existe, es una característica deseable en los sistemas físicos de una entrada y una salida (SISO, por sus siglas en inglés: Single Input Single Output) que facilita el diseño y análisis de controladores. Un sistema SISO se refiere a un sistema en el que hay una única entrada que afecta a una única salida.

La propiedad de planitud se refiere a la capacidad de expresar todas las salidas del sistema como funciones diferenciales, es decir, funciones de la salida plana y un número finito de sus derivadas temporales. Sin embargo, no todos los sistemas SISO tienen esta propiedad, y su existencia depende de la naturaleza y la estructura del sistema en cuestión.

Por inspección se puede determinar que la salida plana y del sistema es θ ya que se pueden expresar todas las variables del sistema en términos de θ y sus derivadas. Para comprobarlo, se realizará el siguiente análisis en cascada, donde en cada paso se busca despejar la variable de estado siguiente, para así derivarla e igualarla a una de las ecuaciones originales del espacio de estados.

Si $y = x_1 \Rightarrow \dot{y} = \dot{x}_1$, se puede tener una sustitución directa de (3.18):

$$\dot{y} = x_2 \quad (3.23)$$

$$x_2 = \dot{y} \quad (3.24)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} \quad (3.25)$$

Sustituyendo (3.19) en (3.25):

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = \frac{1}{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I} (-B_m n_1^2 n_2^2 x_2 - (m l_c + m_1 l) g \sin x_1 + k_t n_1 n_2 x_3) \quad (3.26)$$

de (3.26) se despeja x_3 , obteniendo:

$$x_3 = \frac{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I}{k_t n_1 n_2} \left(\ddot{y} - \frac{1}{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I} (-B_m n_1^2 n_2^2 x_2 - (m l_c + m_1 l) g \sin x_1) \right) \quad (3.27)$$

de (3.27) se deriva respecto al tiempo y todos los términos que no contienen a la derivada de mayor orden, se engloban en la variable $\xi(t)$ que actuará como una perturbación al sistema simplificado:

$$\dot{x}_3 = \frac{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I}{k_t n_1 n_2} (y^{(3)} + \xi(t)) \quad (3.28)$$

Sustituyendo (3.20) en (3.28):

$$\dot{x}_3 = \frac{J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I}{k_t n_1 n_2} (y^{(3)} + \xi(t)) = \frac{1}{L_m} (-R_m x_3 - k_m n_1 n_2 x_2 + x_4) \quad (3.29)$$

de (3.29) se despeja x_4 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_4 = \frac{L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{k_t n_1 n_2} (y^{(4)} + \xi(t)) \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.21) en (3.30):

$$\dot{x}_4 = \frac{L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{k_t n_1 n_2} (y^{(4)} + \xi(t)) = \frac{1}{C_b} (x_5 - \frac{x_4}{R_b} - x_3) \quad (3.31)$$

de (3.31) se despeja x_5 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_5 = \frac{C_b L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{k_t n_1 n_2} (y^{(5)} + \xi(t)) \quad (3.32)$$

Sustituyendo (3.22) en (3.32):

$$\dot{x}_5 = \frac{C_b L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{k_t n_1 n_2} (y^{(5)} + \xi(t)) = \frac{1}{L_b} (-x_4 + u E) \quad (3.33)$$

de (3.33) se despeja la derivada de mayor orden, que en este caso es $y^{(5)}$, buscando obtener la forma simplificada del sistema entrada-salida la forma $y^{(n)} = \beta u + \xi(t)$:

$$y^{(5)} = \frac{E k_t n_1 n_2}{L_b C_b L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} u + \xi(t) \quad (3.34)$$

donde $\beta = \frac{Ek_t n_1 n_2}{L_b C_b L_m (J_m n_1^2 n_2^2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}$ es la ganancia de entrada (constante) del sistema.

Cabe señalar que el término $\xi(t)$ no solo engloba las expresiones que contienen derivadas de menor orden, que conforman la dinámica del sistema de entrada-salida. Estas expresiones contienen no linealidades endógenas del sistema que optamos por englobar en un solo término al cual le damos la connotación de una perturbación desconocida (a ser estimada y cancelada por una retroalimentación adecuada). Esta señal $\xi(t)$ puede también contener señales que representan perturbaciones exógenas.

Uno de los objetivos es controlar el sistema escalar de entrada-salida (3.34) mediante un Control por Rechazo Activo de Perturbaciones.

3.5. Robot manipulador de un grado de libertad con unión flexible

En esta ocasión se agrega un resorte torsional entre la caja de engranes del motor de DC y el arreglo de poleas, véase Figura 3.6, esto incrementa el orden del sistema en 2 unidades, es decir, crece a orden 7. Se procede a la obtención del modelo matemático de forma similar que en la sección previa.

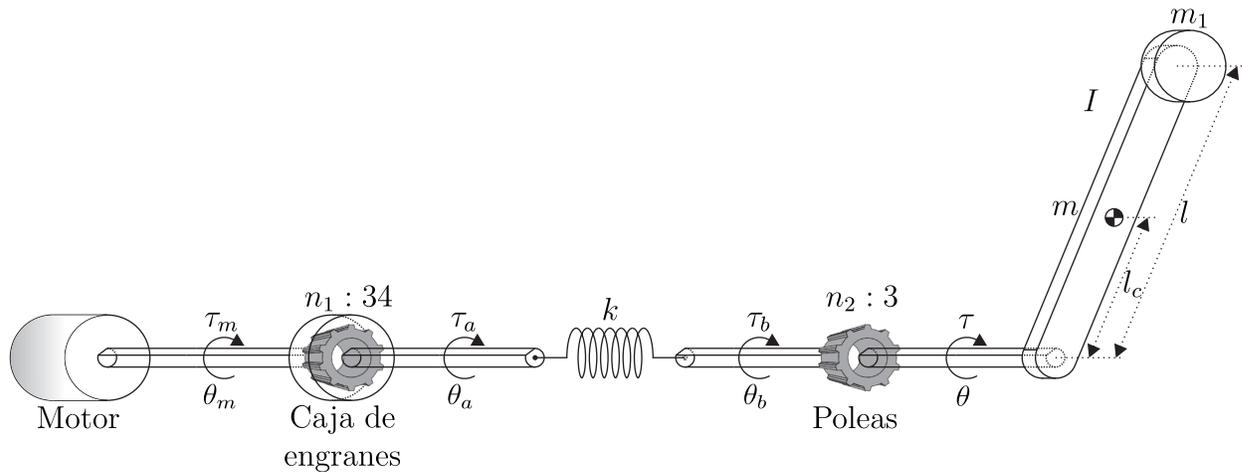


Figura 3.6: Diagrama de un manipulador de un grado de libertad con resorte

3.5.1. Modelo matemático vía Euler-Lagrange

Consideramos ahora el sistema modificado y obtendremos un modelo dinámico de entrada-salida que admite la simplificación tradicional asupiciada por la metodología del

control ADRC. Se requiere el cálculo de la energía cinética (3.35) y energía potencial (3.41) para así construir el Lagrangiano (3.42) que es la diferencia de la primera energía y la segunda, teniendo esto se procede con la resolución de las ecuaciones de dicha metodología.

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\dot{\theta}^2 \quad (3.35)$$

$$\mathcal{P} = (ml_c + m_1l)gl(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}k(\theta_b - \theta_a)^2 \quad (3.36)$$

donde $\dot{\theta} = \frac{d}{dt}\theta$ es la velocidad angular del péndulo.

El motor de CD cuenta con una caja de engranes, donde conectado a su eje de salida se encuentra un resorte torsional, seguido de un arreglo de poleas. En estas transmisiones existe una serie de relaciones de torque, ángulos y velocidades entre la entrada y salida de sus respectivos ejes. Estas relaciones son:

$$n_1\tau_m = \tau_a \quad (3.37)$$

$$n_2\tau_b = \tau \quad (3.38)$$

$$\frac{\theta_m}{n_1} = \theta_a \implies \frac{\dot{\theta}_m}{n_1} = \dot{\theta}_a \quad (3.39)$$

$$\frac{\theta_b}{n_2} = \theta \implies \frac{\dot{\theta}_b}{n_2} = \dot{\theta} \quad (3.40)$$

Usando las relaciones anteriores, (3.37)-(3.40), se tiene:

$$\mathcal{P} = (ml_c + m_1l)gl(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}k \left(n_2\theta - \frac{\theta_m}{n_1} \right)^2 \quad (3.41)$$

Obtenemos el siguiente lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{P} = \frac{1}{2}(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\dot{\theta}^2 - (ml_c + m_1l)g(1 - \cos \theta) - \frac{1}{2}k \left(n_2\theta - \frac{\theta_m}{n_1} \right)^2 \quad (3.42)$$

Se aplican las ecuaciones de Euler-Lagrange para las coordenadas generalizadas θ y θ_m :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \mathcal{L} - \frac{\partial}{\partial q} \mathcal{L} = Q_i \quad (3.43)$$

donde Q_i son las fuerzas no conservativas que hacen trabajo.

Obtenemos, para la primera coordenada generalizada θ :

$$(ml_c^2 + m_1l^2 + I)\ddot{\theta} + (ml_c + m_1l)g \sin \theta + n_2k \left(n_2\theta - \left(\frac{\theta_m}{n_1} \right) \right) = 0 \quad (3.44)$$

y para la segunda coordenada generalizada θ_m :

$$-\frac{k}{n_1} \left(n_2\theta - \left(\frac{\theta_m}{n_1} \right) \right) = \tau_m \quad (3.45)$$

Combinando (3.45) con (3.3) y (3.4) se puede obtener el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$0 = (ml_c^2 + m_1l^2 + I)\ddot{\theta} + (ml_c + m_1l)g \sin \theta + n_2k \left(n_2\theta - \frac{\theta_m}{n_1} \right) \quad (3.46)$$

$$k_t i_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m - \frac{k}{n_1} \left(n_2\theta - \frac{\theta_m}{n_1} \right) \quad (3.47)$$

$$v_b = L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m + k_m \dot{\theta}_m \quad (3.48)$$

$$C_b \frac{dv_b}{dt} = i_b - \frac{v_b}{R_b} - i_m \quad (3.49)$$

$$L_b \frac{di_b}{dt} = -v_b + uE, \quad u \in \{-1, 1\} \quad (3.50)$$

Definiendo las variables de estado como $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = \theta_m, x_4 = \dot{\theta}_m, x_5 = i_m, x_6 = v_b, x_7 = i_b$, se tendría el siguiente espacio de estados:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.51)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{ml_c^2 + m_1l^2 + I} \left(-(ml_c + m_1l)g \sin x_1 - n_2k \left(n_2x_1 - \frac{x_3}{n_1} \right) \right) \quad (3.52)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.53)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{J_m} \left(-B_m x_4 + \frac{k}{n_1} \left(n_2x_1 - \frac{x_3}{n_1} \right) + k_t x_5 \right) \quad (3.54)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{L_m} (-R_m x_5 - k_m x_4 + x_6) \quad (3.55)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{1}{C_b} \left(x_7 - \frac{x_6}{R_b} - x_5 \right) \quad (3.56)$$

$$\dot{x}_7 = \frac{1}{L_b} (-x_6 + uE), \quad u \in \{-1, 1\} \quad (3.57)$$

donde θ es la posición del brazo manipulador, $\dot{\theta}$ la velocidad del brazo manipulador, θ_m es la posición del eje del rotor del motor de CD (antes de la caja de engranes), $\dot{\theta}_m$ la velocidad del rotor del motor de CD (antes de la caja de engranes), i_m la corriente del motor, v_b voltaje de salida del convertidor buck, i_b corriente del convertidor buck y u el control.

3.5.2. Planitud del sistema modificado

Por inspección se puede determinar que la salida plana y del sistema también es θ ya que se pueden expresar todas las variables del sistema en términos de θ y sus derivadas. Para comprobarlo se realizará el siguiente análisis en cascada, donde en cada paso se busca despejar la variable de estado siguiente, para así derivarla e igualarla a una de las ecuaciones originales del espacio de estados.

Si $y = x_1 \Rightarrow \dot{y} = \dot{x}_1$, se puede tener una sustitución directa de (3.51):

$$\dot{y} = x_2 \quad (3.58)$$

$$x_2 = \dot{y} \quad (3.59)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} \quad (3.60)$$

Sustituyendo (3.52) en (3.60):

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = \frac{1}{ml_c^2 + m_1l^2 + I} \left(-(ml_c + m_1l)g \sin x_1 - n_2k \left(n_2x_1 - \frac{x_3}{n_1} \right) \right) \quad (3.61)$$

de (3.61) se despeja x_3 , obteniendo:

$$x_3 = \frac{n_1(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2k} \left(\ddot{y} + \frac{1}{ml_c^2 + m_1l^2 + I} (-(ml_c + m_1l)g \sin x_1 - n_2^2kx_1) \right) \quad (3.62)$$

de (3.62) se deriva respecto al tiempo y todos los términos que no son la derivada de mayor orden se engloban en la variable $\xi(t)$ ya que estos no aportan cambios significativos a la señal de control:

$$\dot{x}_3 = \frac{n_1(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2k} (y^{(3)} + \xi(t)) \quad (3.63)$$

Sustituyendo (3.53) en (3.63):

$$\dot{x}_3 = \frac{n_1(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2k} (y^{(3)} + \xi(t)) = x_4 \quad (3.64)$$

de (3.64) se despeja x_4 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_4 = \frac{n_1(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2k} (y^{(4)} + \xi(t)) \quad (3.65)$$

Sustituyendo (3.54) en (3.65):

$$\dot{x}_4 = \frac{n_1(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2k} (y^{(4)} + \xi(t)) = \frac{1}{J_m} \left(-B_mx_4 + \frac{k}{n_1} \left(n_2x_1 - \frac{x_3}{n_1} \right) + k_tx_5 \right) \quad (3.66)$$

de (3.66) se despeja x_5 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_5 = \frac{n_1J_m(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2kk_t} (y^{(5)} + \xi(t)) \quad (3.67)$$

Sustituyendo (3.55) en (3.67):

$$\dot{x}_5 = \frac{n_1J_m(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2kk_t} (y^{(5)} + \xi(t)) = \frac{1}{L_m} (-R_mx_5 - k_mx_4 + x_6) \quad (3.68)$$

de (3.68) se despeja x_6 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_6 = \frac{n_1J_mL_m(ml_c^2 + m_1l^2 + I)}{n_2kk_t} (y^{(6)} + \xi(t)) \quad (3.69)$$

Sustituyendo (3.56) en (3.69):

$$\dot{x}_6 = \frac{n_1 J_m L_m (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{n_2 k k_t} (y^{(6)} + \xi(t)) = \frac{1}{C_b} (x_7 - \frac{x_6}{R_b} - x_5) \quad (3.70)$$

de (3.70) se despeja x_7 y se deriva, obteniendo:

$$\dot{x}_7 = \frac{n_1 J_m L_m C_b (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{n_2 k k_t} (y^{(7)} + \xi(t)) \quad (3.71)$$

Sustituyendo (3.57) en (3.71):

$$\dot{x}_7 = \frac{n_1 J_m L_m C_b (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}{n_2 k k_t} (y^{(7)} + \xi(t)) = \frac{1}{L_b} (-x_6 + uE) \quad (3.72)$$

de (3.72) se despeja la derivada de mayor orden, que en este caso es $y^{(7)}$, buscando obtener la forma simplificada del sistema entrada-salida la forma $y^{(n)} = \beta u + \xi(t)$:

$$y^{(7)} = \frac{n_2 k k_t E}{n_1 J_m L_m C_b L_b (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} u + \xi(t) \quad (3.73)$$

donde $\beta = \frac{n_2 k k_t E}{n_1 J_m L_m C_b L_b (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)}$ es la ganancia de entrada (constante) del sistema.

Capítulo 4

Control por ADRC

En comparación con estrategias de control más clásicas como el PID, el ADRC ofrece una mayor flexibilidad y robustez en el control de sistemas no lineales diferencialmente planos. Sin embargo, su implementación puede requerir una cierta destreza práctica para ajustar correctamente los parámetros del controlador.

Cada estrategia de control tiene sus ventajas y desventajas, y la elección óptima suele depender de un análisis detallado del sistema y de las restricciones específicas de la aplicación.

En la presente tesis se presentan el contraste entre controlar un sistema por medio de ADRC, como los considerados en el capítulo anterior (planta convertidor-motor-manipulador, con o sin, la modificación del resorte torsional) usando un diseño tradicional del tipo ADRC (un solo controlador basado en la salida del sistema) o, alternativamente, un diseño consistente en dos etapas en cascada, midiendo, adicionalmente, una variable física intermedia que provea un “lazo interno de control.” adecuado. Dado que la entrada de control $u \in \{-1, 1\}$ se convierte el control continuo a discreto por medio de un modulador $\delta - \sigma$ el cual hará la conversión debida a un formato de salida binario, para así poder controlar el doble puente H que alimenta al convertidor buck y este a su vez maneja el motor de CD, que manipula el eslabón que se desea siga una trayectoria preestablecida.

La forma tradicional de considerar el uso de un controlador ADRC para seguimiento de trayectoria sobre un sistema plano que admite la simplificación: $y^{(n)} = \beta u + \xi(t)$, está dada por:

$$u = u^*(t) - \frac{1}{\beta} \left[\frac{\kappa_n s^n + \kappa_{n-1} s^{n-1} + \dots + \kappa_0}{s(s^{n-1} + \kappa_{2n-1} s^{n-2} + \dots + \kappa_{n+1})} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.1)$$

Debido a la complejidad algebraica de calcular, en línea, un control nominal $u^*(t)$ en base al modelo no lineal del sistema plano, se opta por relegar este término (de pre-compensación) a las perturbaciones englobadas en la señal $\xi(t)$ del modelo simplificado.

Es posible expresar el sistema dinámico que representa el controlador lineal ADRC, escrito en el dominio de la frecuencia, en variables de estado continuas que permitan su incorporación efectiva al algoritmo del controlador. Presentamos dos ejemplos de la

obtención del controlador ADRC, para dos sistemas de orden diferente, en la representación de variables de estado. Este desarrollo permite incorporar de manera directa el controlador ADRC (4.1) a un algoritmo digital que sintetice el sistema dinámico.

4.1. Implementación del control

A continuación se mostrarán 2 ejemplos de obtención del control en tiempo discreto, uno de orden 2 y otro de orden 5, para después mostrar la forma generalizada para un sistema de orden n .

4.1.1. Ejemplo 1: Modelo de estado para un controlador ADRC de segundo orden

Sea un sistema de orden 2 de la forma:

$$\ddot{y} = \beta u + \xi(t) \quad (4.2)$$

Con $n = 2$, (4.1) quedaría de la forma:

$$u = u^*(t) - \frac{1}{\beta} \left[\frac{\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s + \kappa_3)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.3)$$

el cual es equivalente a un control por PID con el término derivativo sustituido por un término que representa la llamada “derivada sucia” [20]. Esta práctica es tradicional en el control de sistemas lineales mediante controladores PID.

Ignorando el término de pre-compensación $u^*(t)$, se tiene que:

$$u = \left[\frac{\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s + \kappa_3)} \right] e \quad (4.4)$$

$$e = -\frac{1}{\beta} (y - y^*(t)) \quad (4.5)$$

Sea:

$$x = \frac{e}{s(s + \kappa_3)} \quad (4.6)$$

$$e = (s^2 + \kappa_3 s)x = s^2 x + \kappa_3 s x \quad (4.7)$$

Dado que (4.1) está en el dominio de la variable compleja s es posible aplicar la transformada inversa de Laplace para pasar al dominio del tiempo, tomando las condiciones iniciales iguales a cero, de tal forma que nos queda:

$$e = \ddot{x} + \kappa_3 \dot{x} \quad (4.8)$$

$$\ddot{x} = e - \kappa_3 \dot{x} \quad (4.9)$$

Se propone $x_1 = x$, entonces:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = x_2 \quad (4.10)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = e - \kappa_3 \dot{x} \quad (4.11)$$

que en forma matricial es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\kappa_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (4.12)$$

donde la integración de la ecuación diferencial resulta en los estados del sistema que serán usados a continuación en la síntesis del controlador ADRC.

De (4.4) y (4.6) se obtiene la siguiente forma de expresar el control u :

$$u = (\kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0)x = \kappa_2 s^2 x + \kappa_1 s x + \kappa_0 x \quad (4.13)$$

Aplicando la transformación inversa de Laplace con condiciones iniciales nulas se tiene:

$$\begin{aligned} u &= \kappa_2 \ddot{x} + \kappa_1 \dot{x} + \kappa_0 x \\ &= \kappa_2 (e - \kappa_3 \dot{x}) + \kappa_1 \dot{x} + \kappa_0 x \\ &= (\kappa_1 - \kappa_2 \kappa_3) \dot{x} + \kappa_0 x + \kappa_2 e \end{aligned} \quad (4.14)$$

Recordando que $\dot{x} = x_2$, $x = x_1$, se tiene finalmente:

$$u = (\kappa_1 - \kappa_2 \kappa_3)x_2 + \kappa_0 x_1 + \kappa_2 e \quad (4.15)$$

4.1.2. Ejemplo 2: Modelo de estado para un controlador ADRC de quinto orden

Sea un sistema de orden 5 de la forma:

$$y^{(5)} = \beta u + \xi(t) \quad (4.16)$$

Con $n = 5$, (4.1) quedaría de la forma:

$$u = u^*(t) - \frac{1}{\beta} \left[\frac{\kappa_5 s^5 + \kappa_4 s^4 + \kappa_3 s^3 + \kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s^4 + \kappa_9 s^3 + \kappa_8 s^2 + \kappa_7 s + \kappa_6)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.17)$$

Ignorando el término de pre-compensación $u^*(t)$, se tiene que:

$$u = \left[\frac{\kappa_5 s^5 + \kappa_4 s^4 + \kappa_3 s^3 + \kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0}{s(s^4 + \kappa_9 s^3 + \kappa_8 s^2 + \kappa_7 s + \kappa_6)} \right] e \quad (4.18)$$

$$e = -\frac{1}{\beta} (y - y^*(t)) \quad (4.19)$$

Sea:

$$x = \frac{e}{s(s^4 + \kappa_9 s^3 + \kappa_8 s^2 + \kappa_7 s + \kappa_6)} \quad (4.20)$$

$$e = (s^5 + \kappa_9 s^4 + \kappa_8 s^3 + \kappa_7 s^2 + \kappa_6 s)x = s^5 x + \kappa_9 s^4 x + \kappa_8 s^3 x + \kappa_7 s^2 x + \kappa_6 s x \quad (4.21)$$

Dado que (4.1) está en el dominio de la variable compleja s es posible aplicar la transformada inversa de Laplace para pasar al dominio del tiempo, tomando las condiciones iniciales iguales a cero, de tal forma que nos queda:

$$e = x^{(5)} + \kappa_9 x^{(4)} + \kappa_8 x^{(3)} + \kappa_7 \ddot{x} + \kappa_6 \dot{x} \quad (4.22)$$

$$x^{(5)} = e - \kappa_9 x^{(4)} - \kappa_8 x^{(3)} - \kappa_7 \ddot{x} - \kappa_6 \dot{x} \quad (4.23)$$

Se propone $x_1 = x$, entonces:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = x_2 \quad (4.24)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = x_3 \quad (4.25)$$

$$\dot{x}_3 = x^{(3)} = x_4 \quad (4.26)$$

$$\dot{x}_4 = x^{(4)} = x_5 \quad (4.27)$$

$$\dot{x}_5 = x^{(5)} = e - \kappa_9 x^{(4)} - \kappa_8 x^{(3)} - \kappa_7 \ddot{x} - \kappa_6 \dot{x} \quad (4.28)$$

que en forma matricial es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\kappa_6 & -\kappa_7 & -\kappa_8 & -\kappa_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (4.29)$$

donde la integración de la ecuación diferencial resulta en los estados del sistema que serán usados a continuación en la síntesis del controlador ADRC.

De (4.18) y (4.20) se obtiene la siguiente forma de expresar el control u :

$$u = (\kappa_5 s^5 + \kappa_4 s^4 + \kappa_3 s^3 + \kappa_2 s^2 + \kappa_1 s + \kappa_0)x = \kappa_5 s^5 x + \kappa_4 s^4 x + \kappa_3 s^3 x + \kappa_2 s^2 x + \kappa_1 s x + \kappa_0 x \quad (4.30)$$

Aplicando la transformación inversa de Laplace con condiciones iniciales nulas se tiene:

$$\begin{aligned} u &= \kappa_5 x^{(5)} + \kappa_4 x^{(4)} + \kappa_3 x^{(3)} + \kappa_2 \ddot{x} + \kappa_1 \dot{x} + \kappa_0 x \\ &= \kappa_5 (e - \kappa_9 x^{(4)} - \kappa_8 x^{(3)} - \kappa_7 \ddot{x} - \kappa_6 \dot{x}) + \kappa_4 x^{(4)} + \kappa_3 x^{(3)} + \kappa_2 \ddot{x} + \kappa_1 \dot{x} + \kappa_0 x \\ &= (\kappa_4 - \kappa_5 \kappa_9) x^{(4)} + (\kappa_3 - \kappa_5 \kappa_8) x^{(3)} + (\kappa_2 - \kappa_5 \kappa_7) \ddot{x} + (\kappa_1 - \kappa_5 \kappa_6) \dot{x} + \kappa_0 x + \kappa_5 e \end{aligned} \quad (4.31)$$

Recordando que $x^{(4)} = x_5$, $x^{(3)} = x_4$, $\ddot{x} = x_3$, $\dot{x} = x_2$, $x = x_1$, se tiene finalmente:

$$u = (\kappa_4 - \kappa_5 \kappa_9) x_5 + (\kappa_3 - \kappa_5 \kappa_8) x_4 + (\kappa_2 - \kappa_5 \kappa_7) x_3 + (\kappa_1 - \kappa_5 \kappa_6) x_2 + \kappa_0 x_1 + \kappa_5 e \quad (4.32)$$

4.1.3. Control generalizado para un sistema de orden n

La obtención de un modelo de estados del controlador ADRC, dado en términos de una función de transferencia, puede generalizarse a un controlador de orden n , donde la forma matricial del sistema donde se estiman los estados del controlador esta dada por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\kappa_{n+1} & \cdots & -\kappa_{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (4.33)$$

Así como la ley de control de n-ésimo orden sería:

$$u = (\kappa_{n-1} - \kappa_n \kappa_{2n-1})x_n + (\kappa_{n-2} - \kappa_n \kappa_{2n-2})x_{n-1} + \cdots + \kappa_0 x_1 + \kappa_n e \quad (4.34)$$

4.2. Control ADRC de un sistema en dos etapas

Es posible dividir un sistema en subsistemas, o etapas, donde al aplicar dicha división es más fácil controlar el sistema completo, teniendo un diagrama de conexión como el presentado en [21] donde se propone un controlador que su salida será la referencia que deberá seguir un segundo controlador. Gracias a esta separación del diseño en dos etapas, es más fácil sintonizar las ganancias de cada controlador debido a que ambos subsistemas tienen menor orden y es posible encarar la posibilidad de que ambos subsistemas tengan tiempos de respuesta sustancialmente diferentes.

En este trabajo de tesis se trabaja con el sistema original buck-motor-manipulador sin resorte torsional (de 5to orden) y el sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional (de 7mo orden). Procedemos ahora a dividir cada sistema en 2 subsistemas. Luego procederemos a comparar el desempeño del controlador tradicional con el obtenido en dos etapas para el sistema original y modificado. Los resultados se contrastan en un capítulo más adelante.

4.3. Sistema original buck-motor-manipulador sin resorte torsional con un control ADRC en 2 etapas

Consideramos descomponer el sistema original en dos subsistemas que permitan el diseño de la estrategia de control en dos etapas proponiendo un lazo interno de control y un lazo externo. Para ello usamos una variable física del sistema original de índole intermedia y medible, como se presenta en la Figura 4.1.

La primera etapa está conformada por las ecuaciones (3.18) a (3.20), y procedemos a diseñar un controlador ADRC, identificado mediante $K_\theta(s)$, que controla la posición del

manipulador y para seguir la trayectoria deseada y^* , el cual generará el voltaje requerido para el debido control. La segunda etapa, aplicada al subsistema conformado por las ecuaciones (3.21) a (3.22), servirá para controlar v_b igualmente mediante un controlador ADRC $K_b(s)$. Este controlador generará la señal promedio de control que transformaremos en una política de conmutación equivalente del suiche que comanda el convertidor de puente H. Dicha señal promedio es la que necesita el convertidor buck para obtener el voltaje continuo necesario para alimentar el motor de CD.

También en la Figura 4.1 se muestran los errores de seguimiento de trayectoria $-e_y = y^* - y$ y el error de seguimiento del voltaje del convertidor buck de puente H $-e_b = v_b^* - v_b$. Adicionalmente, se muestran, en la Figura 4.1 las perturbaciones exógenas tanto para el péndulo $\xi_\theta(t)$ como para el convertidor buck $\xi_b(t)$, y el ruido de medición del voltaje de salida del convertidor buck η_b .

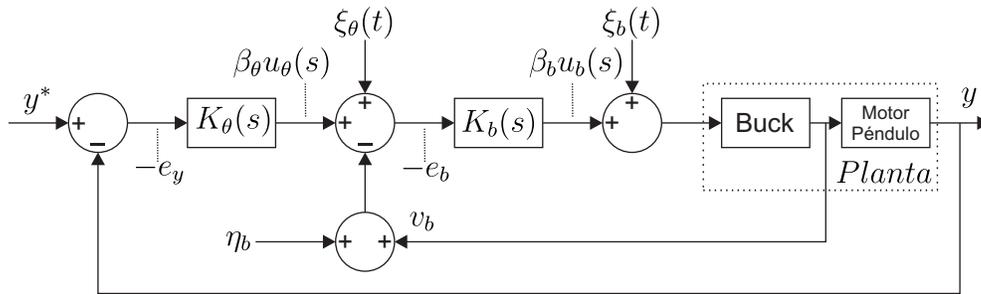


Figura 4.1: Diagrama de bloques del sistema original con el control ADRC en 2 etapas

En la Figura 4.2 se muestra la parte electrónica y mecánica que conforman la planta original buck-motor-manipulador, de quinto orden.

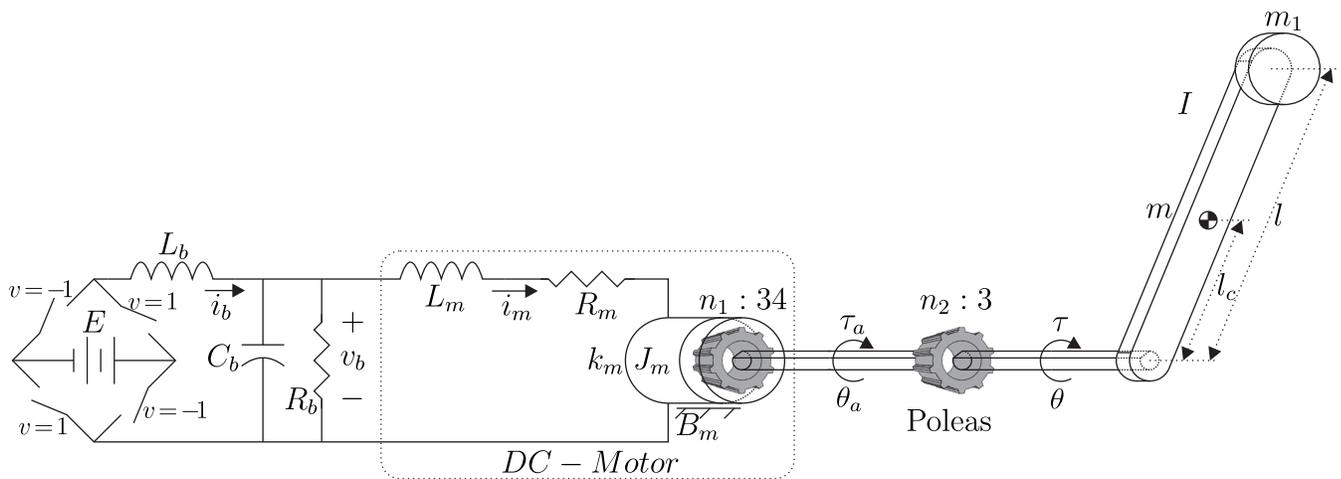


Figura 4.2: Diagrama electromecánico del sistema buck-motor-manipulador sin resorte torsional

4.3.1. Control ADRC en 2 etapas de la planta original

Consideramos el diseño de la forma tradicional del convertidor ADRC para la planta original de quinto orden, para luego compararlo con un diseño en dos etapas como el sugerido anteriormente.

La planta original se representa en (4.35) y su control en (4.36):

$$y^{(5)} = \beta u + \xi(t) \quad (4.35)$$

$$u = -\frac{1}{\beta} \left[\frac{k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^4 + k_9 s^3 + k_8 s^2 + k_7 s + k_6)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.36)$$

Como se dijo, dividiremos el proceso de diseño del esquema de control, en dos etapas correspondientes a dos subsistemas claramente identificables de la planta física. En (4.37) podemos ver el control $K_\theta(s)$ para el brazo manipulador y en (4.38) presentamos el control $K_b(s)$ para el convertidor buck.

$$K_\theta(s) = -\frac{1}{\beta_\theta} \left[\frac{k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^2 + k_5 s + k_4)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.37)$$

$$K_b(s) = -\frac{1}{\beta_b} \left[\frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s + k_3)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.38)$$

Los polinomios característicos en lazo cerrado son:

$$p_{cl-\theta}(s) = s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.39)$$

$$= (s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.40)$$

$$p_{cl-buck}(s) = s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.41)$$

$$= (s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.42)$$

donde sabemos que sus constantes deben ser Hurwitz para asegurar que todos los polos correspondan al semiplano izquierdo del plano complejo, asegurando estabilidad para el sistema en lazo cerrado.

Una forma de proponer el polinomio del controlador y del observador es que sus términos polinómicos pares sean coprimos:

$$p_{cl-\theta}(s) = (s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)(s + p)(s^2 + 2\zeta w'_n s + w_n'^2)(s + p') \quad (4.43)$$

$$p_{cl-buck}(s) = (s^2 + 2\zeta w_{nb} s + w_{nb}^2)(s^2 + 2\zeta w'_{nb} s + w_{nb}'^2) \quad (4.44)$$

donde $w'_n = \frac{w_n}{\epsilon_\theta}$, $w'_{nb} = \frac{w_{nb}}{\epsilon_b}$, $p' = \frac{p}{\epsilon_\theta}$, $0 < \epsilon_\theta \ll 1$, $0 < \epsilon_b \ll 1$.

El modelo simplificado del sistema de ambas etapas es:

$$y^{(3)} = \beta_\theta u_\theta + \epsilon_\theta(t) \quad (4.45)$$

$$y^{(2)} = \beta_b u_b + \epsilon_b(t) \quad (4.46)$$

donde $u_\theta = K_\theta(s)$, $u_b = K_b(s)$.

Sabiendo que el sistema es plano en ambas etapas, se usa la metodología correspondiente al ADRC para obtener β_θ y β_b :

$$\beta_\theta = \frac{k_t n}{L_m(J_m n_1 n_2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} \quad (4.47)$$

$$\beta_b = \frac{E}{L_b C_b} \quad (4.48)$$

4.3.2. Simulación de la planta original sin perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas

En las siguientes simulaciones se muestra en la primera subgráfica el seguimiento de una trayectoria variante en el tiempo que inicia y que termina en el reposo. En la segunda subgráfica se puede ver que el controlador auxiliar u_{pend} , encargado de seguir la trayectoria deseada del manipulador, propone un control que es la referencia del controlador del convertidor buck. En la tercera subgráfica se aprecia el control promedio u_{buck} necesario para que el voltaje del convertidor buck v_b siga el voltaje deseado, y su control conmutado SMC por un modulador delta-sigma. En la cuarta subgráfica se observa el Error Cuadrático Integral (que proviene del inglés ISE: Integral Square Error) que nos permite evaluar la desviación de la salida plana de la referencia deseada a lo largo del tiempo. En la quinta subgráfica se consideran las perturbaciones que tuvo el sistema en la simulación, las cuales afectan al voltaje E variable en la entrada del convertidor buck, a la corriente i_m variable en el convertidor buck y al torque τ en el eje del manipulador.

Para todas las simulaciones se usó el paso de integración $1e-4$ segundos y el solver ODE3 (Bogacki-Shampine) de Simulink.

Se usan las constantes de la Tabla 4.1 para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ del polinomio característico correspondiente al controlador del convertidor buck y para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5$ del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema motor-péndulo.

	$K_b(s)$			$K_\theta(s)$			
Símbolo	ζ	w_n	ϵ	ζ	w_n	p	ϵ
Valor	1	300	0.2	1	100	w_n	0.03

Tabla 4.1: Parámetros de los controladores $K_\theta(s)$ y $K_b(s)$ para simular el sistema original con un control ADRC en 2 etapas

En la Figura 4.3 se presentan los resultados obtenidos por simulación. En la primera subgráfica se muestra que el seguimiento de la trayectoria deseada por parte del manipulador tiene alta precisión. En la subgráfica del control del péndulo y voltaje del convertidor

4.3. SISTEMA ORIGINAL BUCK-MOTOR-MANIPULADOR SIN RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC EN 2 ETAPAS

buck se puede ver también un seguimiento fiel por parte de la salida del convertidor buck v_b respecto a su referencia que es el control del péndulo u_{pend} . En la subgráfica del control del convertidor buck, se aprecia el control promedio u_{buck} , este está debidamente acotado en todo momento en el intervalo $[-1, 1]$ para poder ser transformado ulteriormente, por medio de un modulador delta-sigma a un control conmutado entre $\{-12, 12\}$ [V] que accionará al motor de CD. Al cabo de 20 segundos de simulación el valor ISE converge a un valor constante.

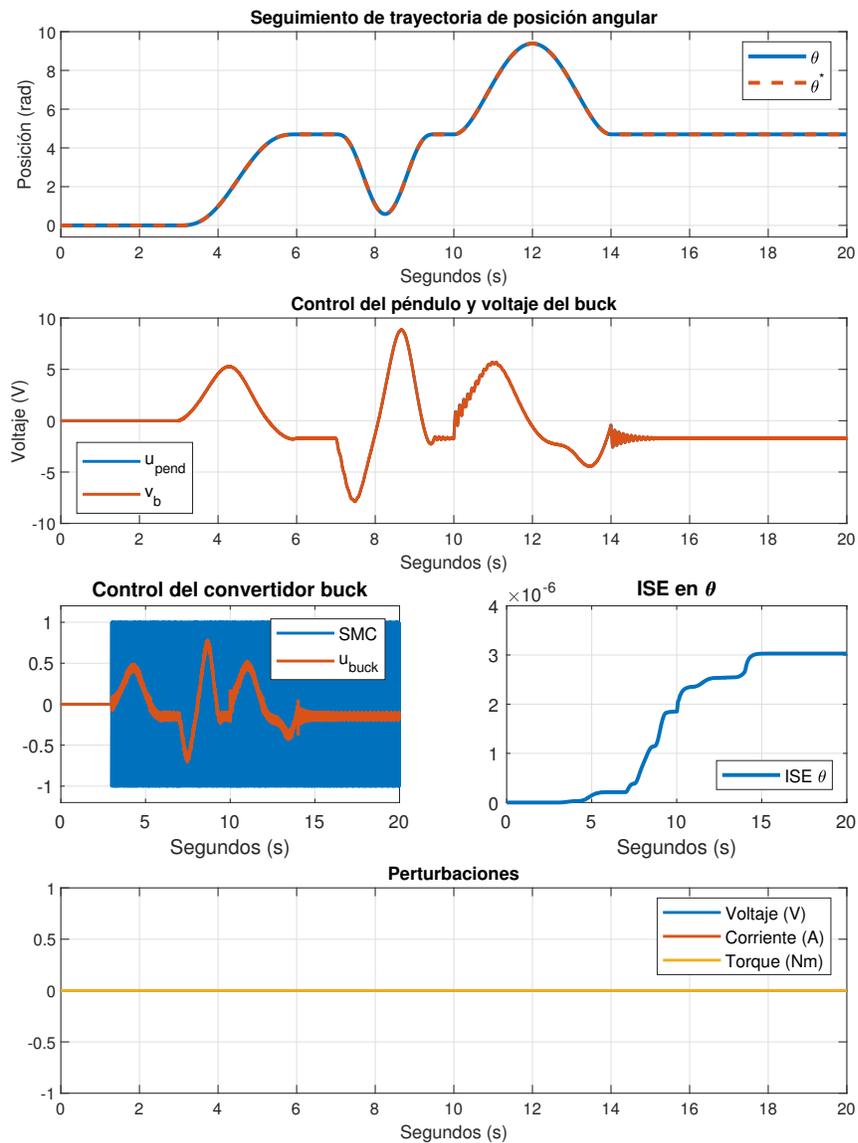


Figura 4.3: Simulación de sistema original con un control ADRC en 2 etapas sin perturbaciones

4.3.3. Simulación de la planta original con perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas

Se procede a simular el sistema permitiendo la inserción de perturbaciones desconocidas al voltaje de alimentación del convertidor E , a la corriente del motor i_m y al par aplicado al manipulador τ . Para ello se usan las mismas constantes para el cálculo de las ganancias de los polinomios característicos correspondientes a los controladores del convertidor buck $K_b(s)$ y péndulo $K_\theta(s)$.

En la Figura 4.4 se establecen los resultados obtenidos mediante simulaciones. En la subgráfica del control del péndulo y voltaje del buck se puede ver que por instantes las perturbaciones provocan que el voltaje del buck v_b difiera levemente del valor deseado u_{pend} , provocando que este se sature por un corto periodo de tiempo y luego vuelve a estar debidamente acotado. Al cabo de 20 segundos de simulación el valor ISE es lentamente creciente, siendo un poco más grande que la simulación no perturbada. En este caso sí hay perturbaciones, y están acotadas de la siguiente manera: E entre ± 2.7182 [V], i_m entre ± 0.4382 [A], y τ entre -1.3599 y 0.6199 [N·m]. La perturbación al voltaje E es de alta frecuencia, así como la perturbación a la corriente i_m ; en cuanto a la perturbación τ al torque es de baja frecuencia. Dichas perturbaciones inician desde el segundo 0 y son las mismas para todos los casos simulados con perturbaciones presentados en este capítulo. Pese a las 3 perturbaciones inducidas en el sistema, el seguimiento de trayectoria sigue siendo muy acertado y el valor ISE muy pequeño.

4.4. Sistema original buck-motor-manipulador sin resorte torsional con un control ADRC tradicional

En este caso no dividiremos el sistema original, de quinto orden, y lo controlaremos en 1 sola etapa, conformado por las ecuaciones (3.18) a (3.22). Esto implica ciertos retos para el control, puesto que se prescinde de la lectura del voltaje de salida del convertidor buck v_b y solo se lee la posición del manipulador θ . El diagrama de bloques se observa en la Figura 4.5, donde se muestra que el control de la planta completa se hará por medio de un único controlador ADRC $K_\theta(s)$, el cual nos dirá la conmutación que necesita el convertidor buck para seguir la trayectoria deseada y^* a partir de la medición de la posición del manipulador y . En la misma Figura 4.5 se puede ver el error de trayectoria $-e_y = y^* - y$, las perturbaciones exógenas del péndulo $\xi_\theta(t)$ y del convertidor buck $\xi_b(t)$ que en esta ocasión se suman para perturbar al controlador a la vez.

La representación de la parte electrónica y mecánica es la misma en esta ocasión que la mostrada en la Figura 4.2.

4.4. SISTEMA ORIGINAL BUCK-MOTOR-MANIPULADOR SIN RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC TRADICIONAL

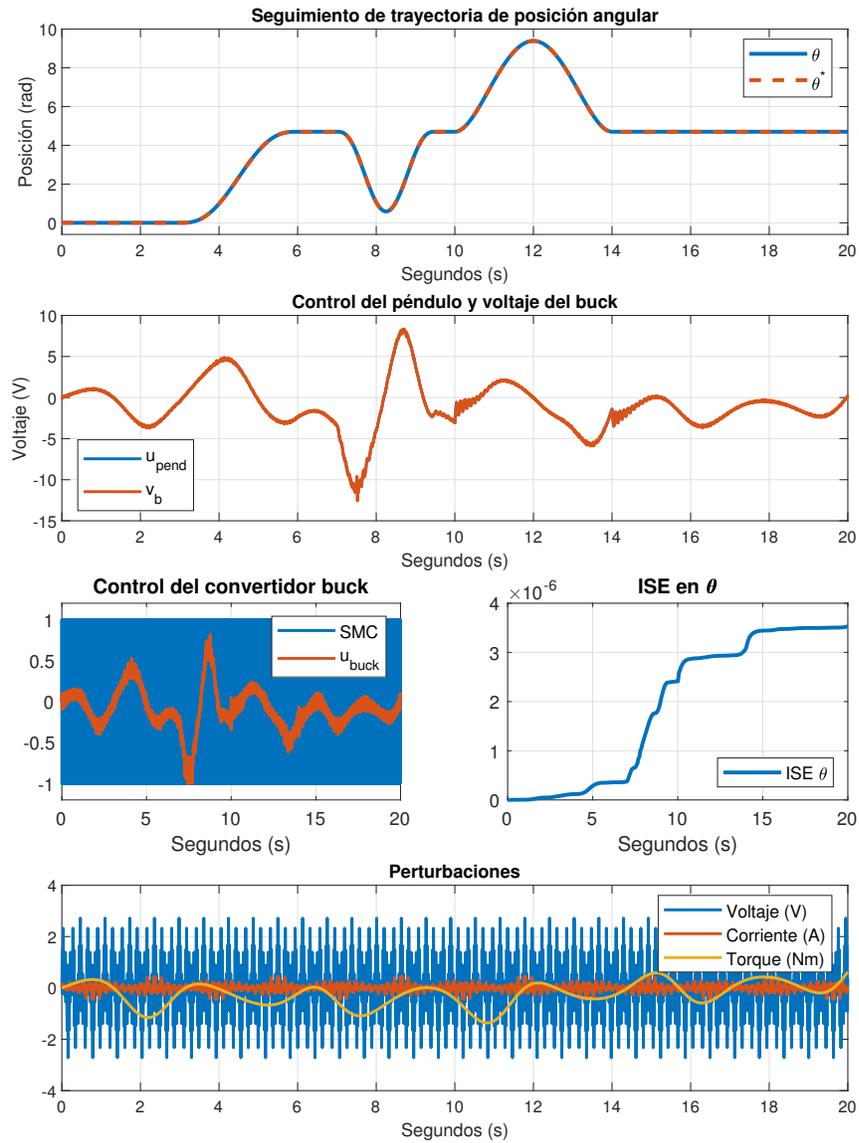


Figura 4.4: Simulación de sistema original con un control ADRC en 2 etapas con perturbaciones

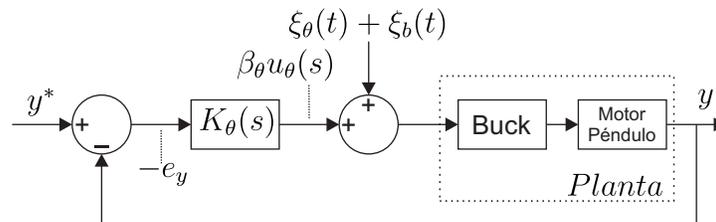


Figura 4.5: Diagrama de bloques del sistema original con el control ADRC tradicional

4.4.1. Control ADRC tradicional de la planta original

En esta ocasión las 2 subplantas buck y motor-péndulo serán controladas desde un mismo controlador, por ello se hace uso del controlador ADRC en su forma clásica, donde la planta es la misma que en la subsección pasada representada por (4.35) y su control por (4.36), el cual ahora es idénticamente el controlador $K_\theta(s)$, como se observa en (4.49).

$$K_\theta(s) = -\frac{1}{\beta} \left[\frac{k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^4 + k_9 s^3 + k_8 s^2 + k_7 s + k_6)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.49)$$

El polinomio característico en lazo cerrado es:

$$\begin{aligned} p_{cl-\theta}(s) &= s^{10} + k_9 s^9 + k_8 s^8 + k_7 s^7 + k_6 s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.50) \\ &= (s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.51) \end{aligned}$$

donde sabemos que sus constantes deben ser Hurwitz para asegurar que todos los polos correspondan al semiplano izquierdo del plano complejo, asegurando estabilidad para el sistema en lazo cerrado.

Una forma para proponer el polinomio del controlador y del observador es que sus términos polinómicos pares sean coprimos:

$$p_{cl-\theta}(s) = (s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)^2 (s + p) (s^2 + 2\zeta w'_n s + w_n'^2)^2 (s + p') \quad (4.52)$$

donde $w'_n = \frac{w_n}{\epsilon_\theta}$, $p' = \frac{p}{\epsilon_\theta}$, $0 < \epsilon_\theta \ll 1$.

El modelo simplificado del sistema es:

$$y^{(5)} = \beta_\theta u_\theta + \epsilon_\theta(t) \quad (4.53)$$

donde $u_\theta = K_\theta(s)$.

Sabiendo que el sistema es plano, se usa la metodología correspondiente al ADRC para obtener β_θ :

$$\beta_\theta = \frac{Ek_t}{L_b C_b L_m (J_m n_1 n_2 + m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} \quad (4.54)$$

4.4.2. Simulación de la planta original sin perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional

Al controlar al sistema original desde un control ADRC tradicional se prescinde del uso del control auxiliar, por ello en la segunda subgráfica de la Figura 4.6 se puede ver un único control encargado de controlar el sistema original completo.

Se usan las constantes de la Tabla 4.2 para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6, \kappa_7, \kappa_8, \kappa_9$ del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema

4.5. SISTEMA MODIFICADO BUCK-MOTOR-MANIPULADOR CON RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC EN 2 ETAPAS

	$K_\theta(s)$			
Símbolo	ζ	w_n	p	ϵ
Valor	1	180	w_n	0.03

Tabla 4.2: Parámetros del controlador $K_\theta(s)$ para simular el sistema original con un control ADRC tradicional

completo buck-motor-péndulo.

En la Figura 4.6 se presentan los resultados obtenidos por simulación. Se muestra que el control u_{pend} deja de ser una línea delgada en cuanto se inicia con el seguimiento de trayectoria, donde su engrosamiento es debido a que en la misma señal de control está incluido el comportamiento del convertidor buck que es de mayor frecuencia comparada con la del subsistema motor-péndulo, esto provoca una oscilación de mayor frecuencia sobre la señal de control. Al cabo de 20 segundos de simulación el valor ISE converge a una constante.

4.4.3. Simulación de la planta original con perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional

Se procede a simular el sistema permitiendo la inserción de perturbaciones desconocidas. Para ello se usan las mismas constantes para el cálculo de las ganancias del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema completo buck-motor-péndulo $K_\theta(s)$.

En la Figura 4.7 se establecen los resultados obtenidos mediante simulaciones. En la subgráfica del control del sistema buck-motor-péndulo se puede ver el control promedio necesario a la entrada del convertidor buck, este se satura por algunos momentos debido a las velocidades requeridas por el manipulador y en otras ocasiones debido a errores numéricos por parte de la generación de trayectorias, fuera de estos dos casos el control está debidamente acotado. Al cabo de 20 segundos de simulación el valor ISE es lentamente creciente, siendo un poco más grande que la simulación no perturbada.

4.5. Sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional con un control ADRC en 2 etapas

Partiremos el modelo del sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional para diseñar un esquema de control ADRC consistente en 2 etapas en cascada como se muestra en la Figura 4.8. La primera etapa está conformada por las ecuaciones (3.51) a (3.55), y procedemos a diseñar un controlador ADRC, identificado mediante $K_\theta(s)$, que controla la posición del manipulador y para seguir la trayectoria deseada y^* , el cual gene-

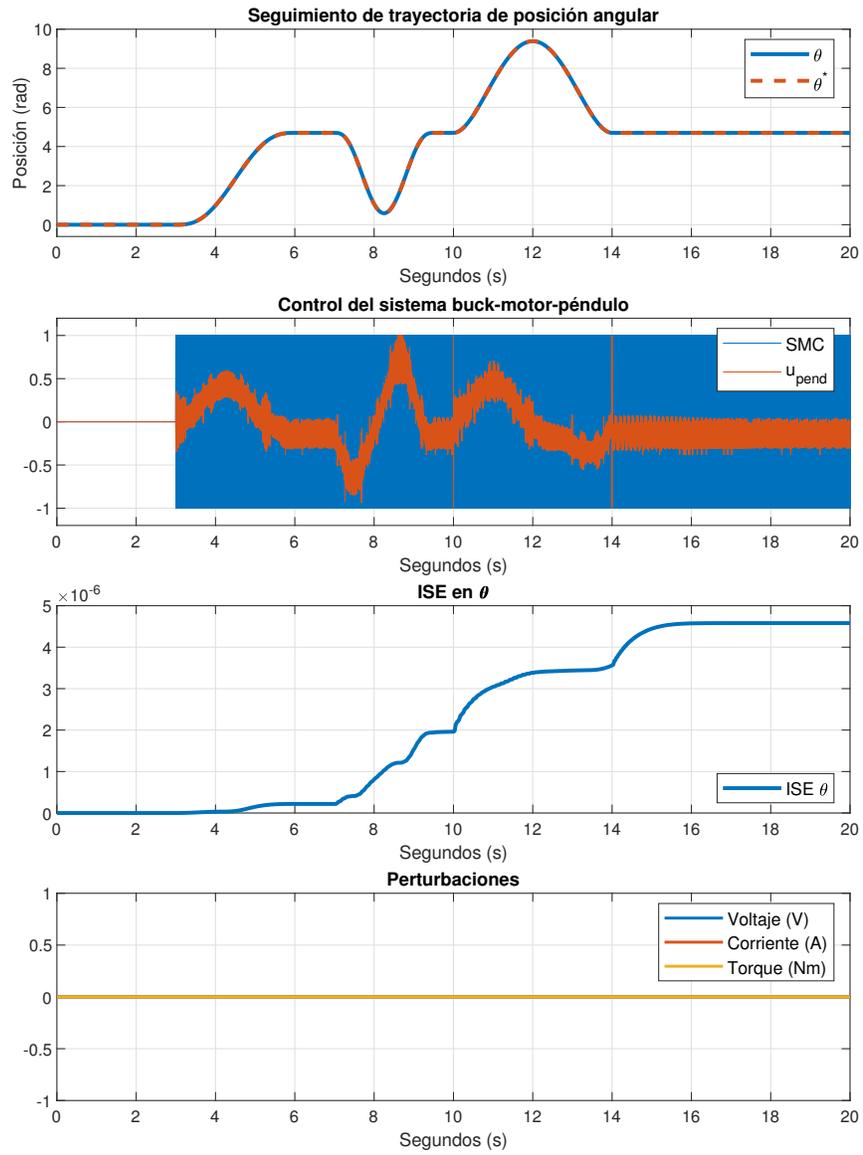


Figura 4.6: Simulación de sistema original con un control ADRC tradicional sin perturbaciones

4.5. SISTEMA MODIFICADO BUCK-MOTOR-MANIPULADOR CON RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC EN 2 ETAPAS

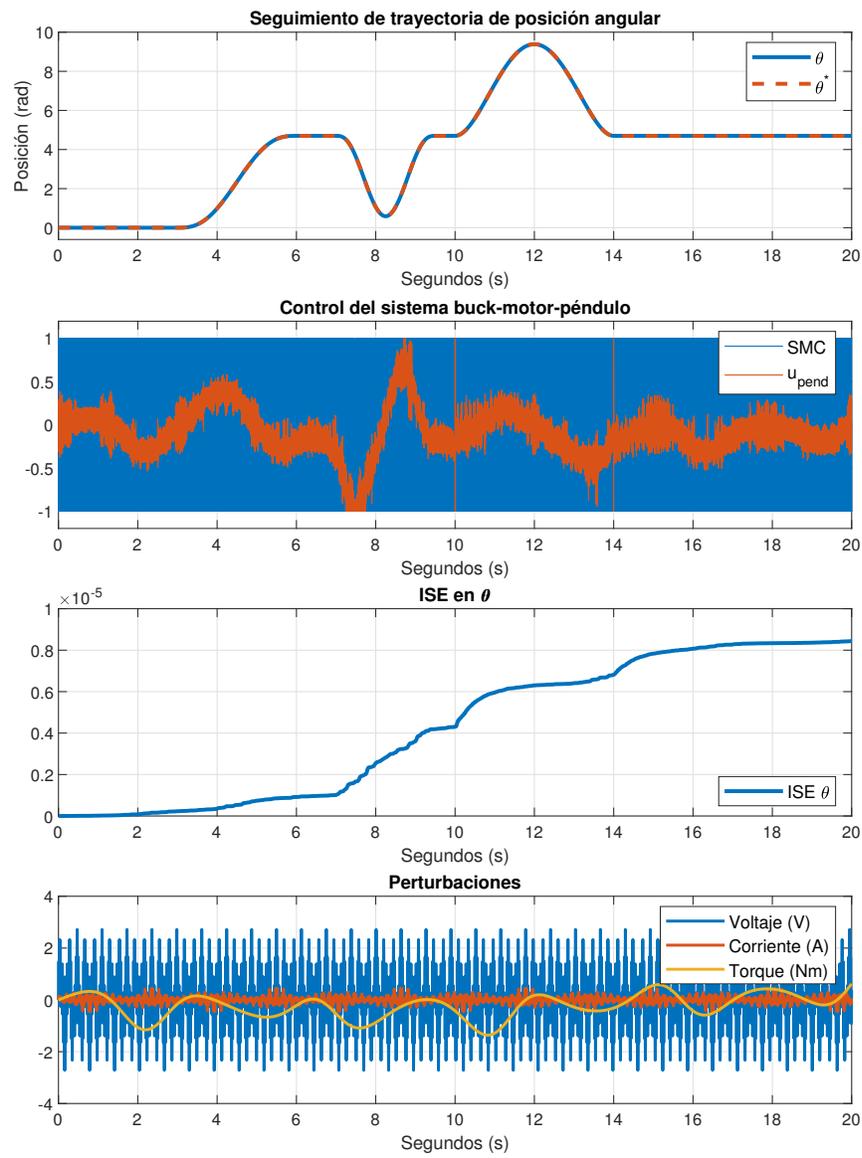


Figura 4.7: Simulación de sistema original con un control ADRC tradicional con perturbaciones

rá el voltaje requerido para el debido control. La segunda etapa, aplicada al subsistema conformado por las ecuaciones (3.56) a (3.57), servirá para controlar v_b igualmente mediante un controlador ADRC $K_b(s)$. Este controlador generará la señal promedio de control que transformaremos en una política de conmutación equivalente del suiche que comanda el convertidor del puente H. Dicha señal promedio es la que necesita el convertidor buck para obtener el voltaje continuo necesario para alimentar el motor de CD.

También en la Figura 4.8 se muestran los errores de seguimiento de trayectoria $-e_y = y^* - y$ y el error de seguimiento del voltaje del convertidor buck de puente H $-e_b = v_b^* - v_b$. Adicionalmente, se muestran, en la Figura 4.8 las perturbaciones exógenas tanto para el péndulo $\xi_\theta(t)$ como para el convertidor buck $\xi_b(t)$, y el ruido de medición del voltaje de salida del convertidor buck η_b .

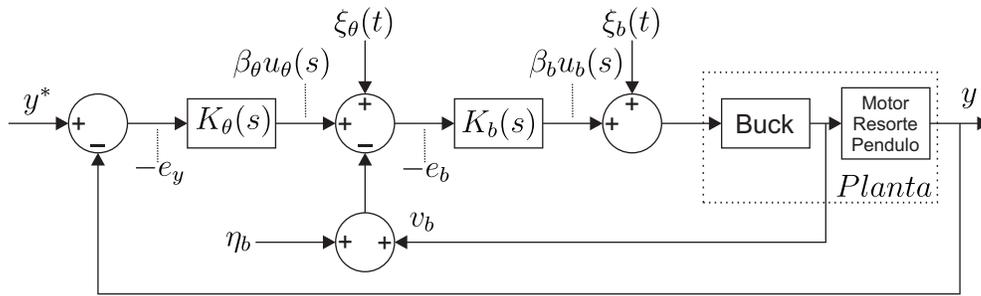


Figura 4.8: Diagrama de bloques del sistema modificado con el control ADRC en 2 etapas

En la Figura 4.9 se puede observar la parte electrónica y mecánica que conforman la planta modificada buck-motor-manipulador con resorte torsional, de séptimo orden.

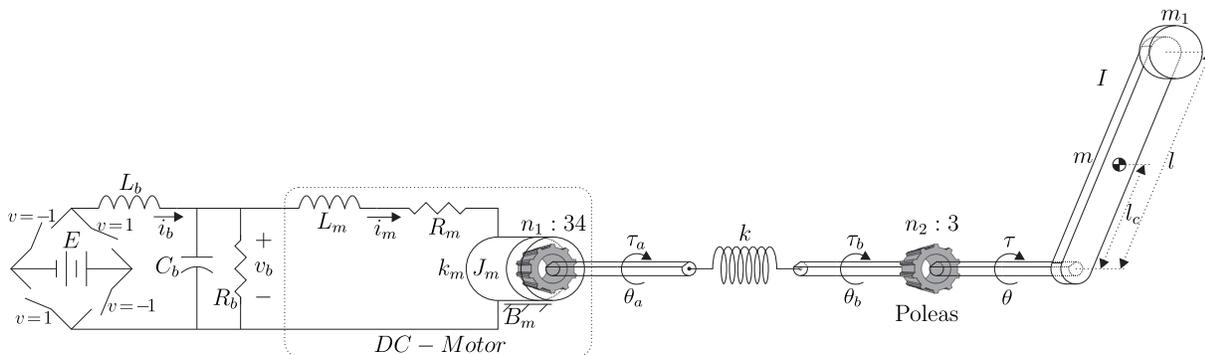


Figura 4.9: Diagrama electromecánico del sistema buck-motor-manipulador con resorte torsional

4.5.1. Control ADRC en 2 etapas de la planta modificada

Consideramos el diseño de la forma tradicional del convertidor ADRC para la planta original de quinto orden, para luego compararlo con un diseño en dos etapas como el su-

4.5. SISTEMA MODIFICADO BUCK-MOTOR-MANIPULADOR CON RESORTE
TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC EN 2 ETAPAS

gerido anteriormente.

La planta modificada se representa en (4.55) y su control en (4.56):

$$y^{(7)} = \beta u + \xi(t) \quad (4.55)$$

$$u = -\frac{1}{\beta} \left[\frac{k_7 s^7 + k_6 s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^6 + k_{13} s^5 + k_{12} s^4 + k_{11} s^3 + k_{10} s^2 + k_9 s + k_8)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.56)$$

Como se dijo, dividiremos el proceso del diseño del esquema de control, en dos etapas correspondientes a dos subsistemas claramente identificables de la planta física. En (4.57) presentamos el control $K_\theta(s)$ para el brazo manipulador con resorte y en (4.58) podemos ver el control $K_b(s)$ para el convertidor buck.

$$K_\theta(s) = -\frac{1}{\beta_\theta} \left[\frac{k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^4 + k_9 s^3 + k_8 s^2 + k_7 s + k_6)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.57)$$

$$K_b(s) = -\frac{1}{\beta_b} \left[\frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s + k_3)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.58)$$

Los polinomios característicos en lazo cerrado son:

$$p_{cl-\theta}(s) = s^{10} + k_9 s^9 + k_8 s^8 + k_7 s^7 + k_6 s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.59)$$

$$= (s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^5 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.60)$$

$$p_{cl-buck}(s) = s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.61)$$

$$= (s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.62)$$

donde sabemos que sus constantes deben ser Hurwitz para asegurar que todos los polos correspondan al semiplano izquierdo del plano complejo, asegurando estabilidad para el sistema en lazo cerrado.

Una forma de proponer el polinomio del controlador y del observador es que sus términos polinómicos pares sean coprimos:

$$p_{cl-\theta}(s) = (s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)^2 (s + p)(s^2 + 2\zeta w'_n s + w_n'^2)^2 (s + p') \quad (4.63)$$

$$p_{cl-buck}(s) = (s^2 + 2\zeta w_{nb} s + w_{nb}^2)(s^2 + 2\zeta w'_{nb} s + w_{nb}'^2) \quad (4.64)$$

donde $w'_n = \frac{w_n}{\epsilon_\theta}$, $w'_{nb} = \frac{w_{nb}}{\epsilon_b}$, $p' = \frac{p}{\epsilon_\theta}$, $0 < \epsilon_\theta \ll 1$, $0 < \epsilon_b \ll 1$.

El modelo simplificado del sistema de ambas etapas es:

$$y^{(5)} = \beta_\theta u_\theta + \epsilon_\theta(t) \quad (4.65)$$

$$y^{(2)} = \beta_b u_b + \epsilon_b(t) \quad (4.66)$$

donde $u_\theta = K_\theta(s)$, $u_b = K_b(s)$.

Sabiendo que el sistema es plano en ambas etapas, se usa la metodología correspondiente al ADRC para obtener β_θ y β_b :

$$\beta_\theta = \frac{n_2 k k_t}{n_1 J_m L_m (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} \quad (4.67)$$

$$\beta_b = \frac{E}{L_b C_b} \quad (4.68)$$

4.5.2. Simulación de la planta modificada sin perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas

Se usan las constantes de la Tabla 4.3 para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ del polinomio característico correspondiente al controlador del convertidor buck y para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6, \kappa_7, \kappa_8, \kappa_9$ del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema resorte-péndulo.

	$K_b(s)$			$K_\theta(s)$			
Símbolo	ζ	w_n	ϵ	ζ	w_n	p	ϵ
Valor	1	300	0.2	1	85	$1.5w_n$	0.05

Tabla 4.3: Parámetros de los controladores $K_\theta(s)$ y $K_b(s)$ para simular el sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas

En la Figura 4.10 se observan los resultados obtenidos de la simulación. Los picos que se aprecian en la subgráfica del control del sistema motor-resorte-péndulo y voltaje del buck son debidos al error numérico ocasionado por la generación de trayectoria, ya que el sistema al ser más complejo y tener polos más rápidos, es más sensible al cambio en el error de seguimiento; no obstante, son picos despreciables, ya que no inestabiliza al sistema. Estos mismos picos los trata de seguir el control del convertidor buck u_{buck} , ya que es un controlador bastante rápido, pese a ello el voltaje de salida del convertidor buck v_b no le afectan lo suficiente los picos y es rápidamente llevado a su referencia u_{pend} . Al cabo de 20 segundos de simulación el valor ISE tiende a un valor constante.

4.5.3. Simulación de la planta modificada con perturbación, controlada mediante ADRC en 2 etapas

Se procede a simular el sistema permitiendo la inserción de perturbaciones desconocidas. Para ello se usan las mismas constantes para el cálculo de las ganancias de los polinomios característicos correspondientes a los controladores del convertidor buck $K_b(s)$ y motor-resorte-péndulo $K_\theta(s)$.

En la Figura 4.11 se establecen los resultados obtenidos de la simulación. Se muestra en la subgráfica del control del sistema motor-resorte-péndulo y voltaje del buck como desde el instante inicial la señal de control u_{pend} rápidamente empieza a compensar las

4.5. SISTEMA MODIFICADO BUCK-MOTOR-MANIPULADOR CON RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC EN 2 ETAPAS

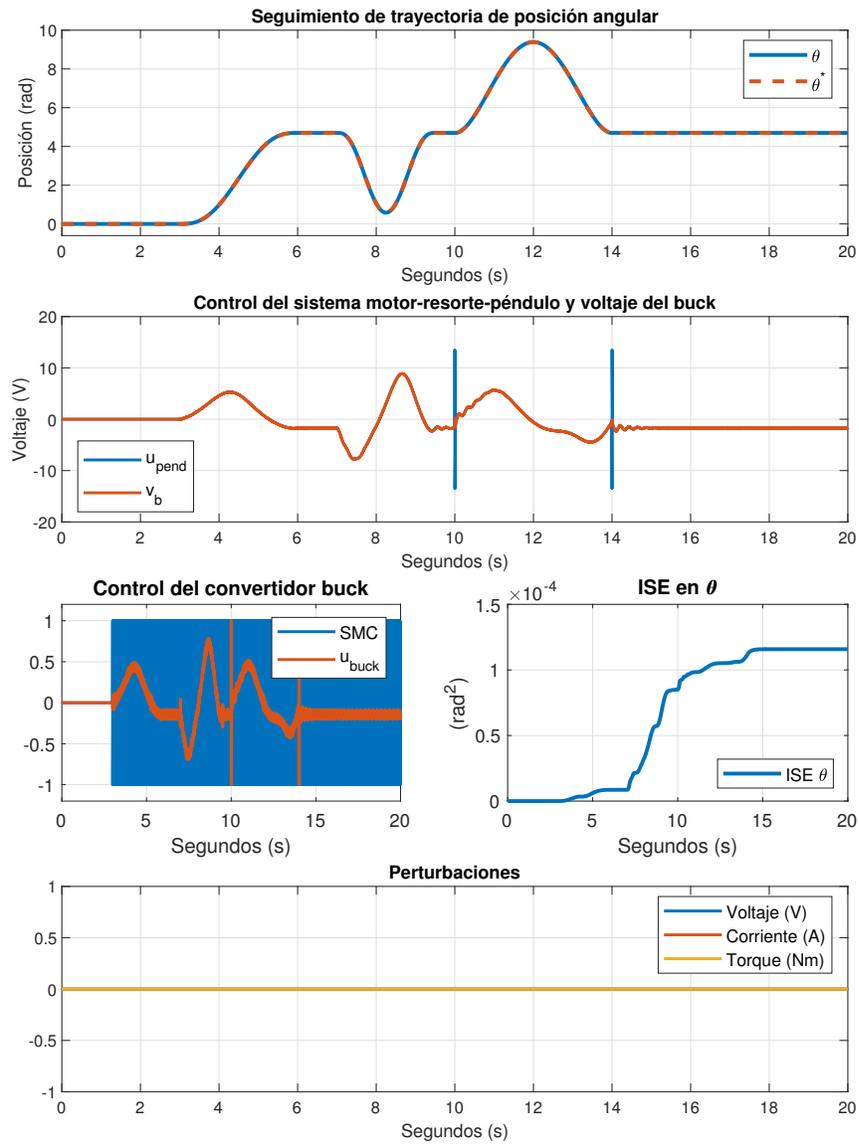


Figura 4.10: Simulación de sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas sin perturbaciones

perturbaciones, provocando a su vez la rápida intervención por parte del control u_{buck} , logrando así estabilizar al sistema para que pueda tener un eficiente seguimiento de trayectoria. Se puede ver que el control u_{buck} está en más ocasiones cerca del umbral superior, demostrando que bajo estas perturbaciones está cerca de su límite de control. Aún así, se el control propuesto logra controlar de manera eficiente el sistema modificado. El valor ISE al final de la simulación crece de forma paulatina.

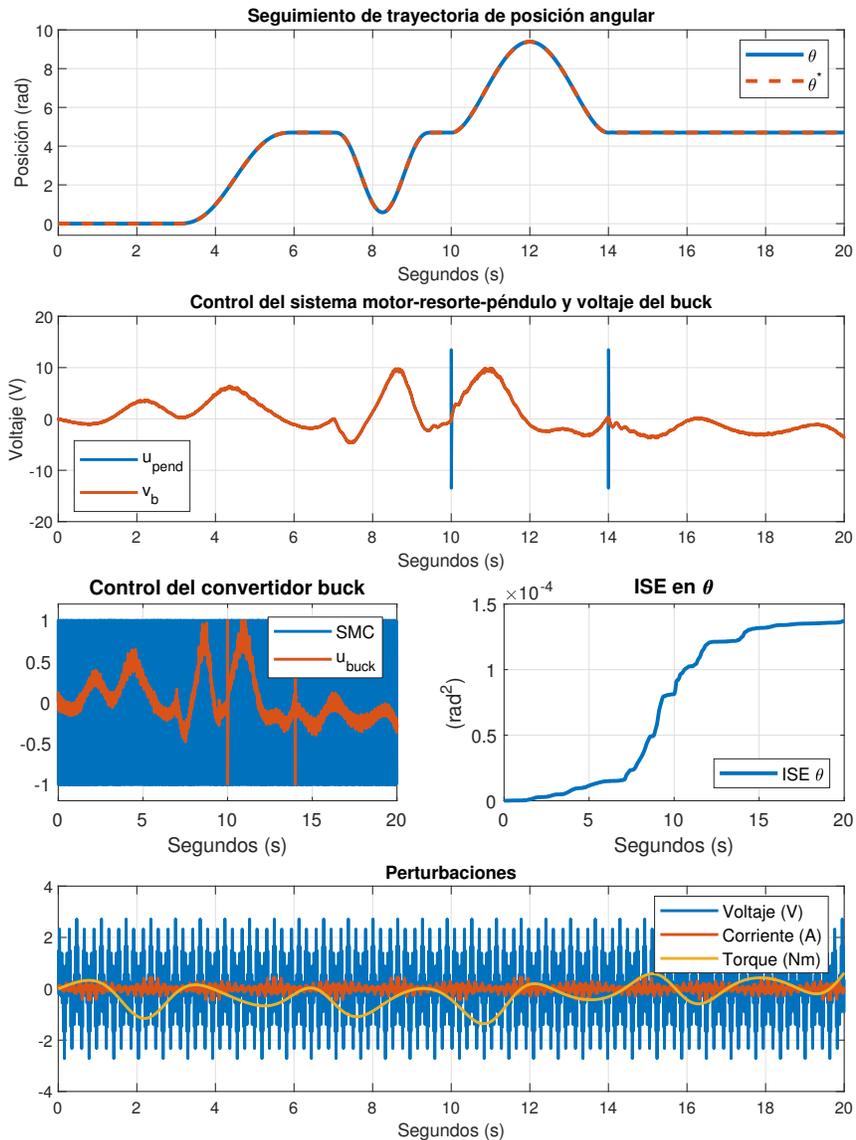


Figura 4.11: Simulación de sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas con perturbaciones

4.6. Sistema modificado buck-motor-manipulador con resorte torsional con un control ADRC tradicional

En este caso no dividiremos el sistema modificado, de séptimo orden, y lo controlaremos en 1 sola etapa, conformado por las ecuaciones (3.51) a (3.57). Esto implica ciertos retos para el control, puesto que se prescinde de la lectura del voltaje de salida del convertidor buck v_b y solo se lee la posición del manipulador θ . El diagrama de bloques se observa en la Figura 4.12, donde se observa que el control de la planta completa se hará por medio de un único controlador ADRC $K_\theta(s)$, el cual nos dirá la conmutación que necesita el convertidor buck para seguir la trayectoria deseada y^* a partir de la medición de la posición del manipulador y . En la misma figura 4.12 se puede observar el error de trayectoria $-e_y = y^* - y$, las perturbaciones exógenas del péndulo $\xi_\theta(t)$ y del convertidor buck $\xi_b(t)$ que en esta ocasión se suman para perturbar al controlador a la vez.

La representación de la parte electrónica y mecánica es la misma en esta ocasión que la mostrada en la Figura 4.9.

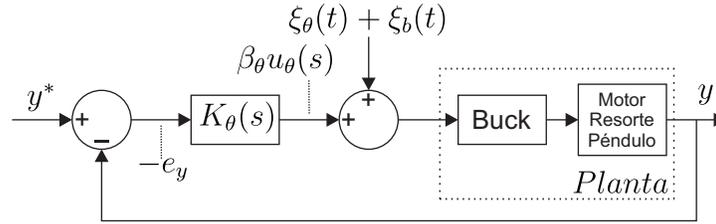


Figura 4.12: Diagrama de bloques del sistema modificado con el control ADRC tradicional

4.6.1. Control ADRC tradicional de la planta modificada

En esta ocasión las 2 subplantas buck y motor-resorte-péndulo serán controladas desde un mismo controlador, por ello se hace uso del controlador ADRC en su forma clásica, donde la planta es la misma que en la subsección pasada representada por (4.55) y su control por (4.56), el cual ahora es idénticamente el controlador $K_\theta(s)$, como se observa en (4.69).

$$K_\theta(s) = \frac{1}{\beta} \left[\frac{k_7 s^7 + k_6 s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^6 + k_{13} s^5 + k_{12} s^4 + k_{11} s^3 + k_{10} s^2 + k_9 s + k_8)} \right] (y - y^*(t)) \quad (4.69)$$

El polinomio característico en lazo cerrado es:

$$p_{cl-\theta}(s) = s^{14} + k_{13} s^{13} + k_{12} s^{12} + k_{11} s^{11} + k_{10} s^{10} + k_9 s^9 + k_8 s^8 + k_7 s^7 + k_6 s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (4.70)$$

$$= (s^7 + \lambda_6 s^6 + \lambda_5 s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)(s^7 + \gamma_6 s^6 + \gamma_5 s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \quad (4.71)$$

donde sabemos que sus constantes deben ser Hurwitz para asegurar que todos los polos correspondan al semiplano izquierdo del plano complejo, asegurando estabilidad para los controladores.

Una forma para proponer el polinomio del controlador y del observador es que sus términos polinómicos pares sean coprimos:

$$p_{cl-\theta}(s) = (s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)^3 (s + p) (s^2 + 2\zeta w'_n s + w_n'^2)^3 (s + p') \quad (4.72)$$

donde $w'_n = \frac{w_n}{\epsilon_\theta}$, $p' = \frac{p}{\epsilon_\theta}$, $0 < \epsilon_\theta \ll 1$.

El modelo simplificado del sistema es:

$$y^{(7)} = \beta_\theta u + \epsilon_\theta(t) \quad (4.73)$$

donde $u = K\theta(s)$.

Sabiendo que el sistema es plano, se usa la metodología correspondiente al ADRC para obtener β_θ :

$$\beta_\theta = \frac{n_2 k k_t E}{n_1 J_m L_m L_b C_b (m l_c^2 + m_1 l^2 + I)} \quad (4.74)$$

4.6.2. Simulación de la planta modificada sin perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional

Nuevamente al controlar al sistema modificado desde un control ADRC tradicional se prescinde del uso del control auxiliar, por ello en la segunda subgráfica de la Figura 4.13 se puede ver un único control encargado de controlar el sistema modificado completo.

Se usan las constantes de la Tabla 4.4 para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6, \kappa_7, \kappa_8, \kappa_9, \kappa_{10}, \kappa_{11}, \kappa_{12}, \kappa_{13}$ del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema completo buck-motor-resorte-péndulo.

	$K_\theta(s)$			
Símbolo	ζ	w_n	p	ϵ
Valor	1	128	w_n	0.03

Tabla 4.4: Parámetros del controlador $K_\theta(s)$ para simular el sistema modificado con un control ADRC tradicional

En la Figura 4.13 se establecen los resultados obtenidos de la simulación. En la subgráfica del control del sistema buck-motor-resorte-péndulo se observa el control promedio u_{pend} que no se satura en ningún momento (salvo por los picos correspondientes a errores numéricos debido a la generación de trayectoria y a las altas ganancias implicadas en el controlador). Este mismo control se observa oscilante ante los cambios entre descanso y descanso

4.6. SISTEMA MODIFICADO BUCK-MOTOR-MANIPULADOR CON RESORTE TORSIONAL CON UN CONTROL ADRC TRADICIONAL

de la referencia angular a seguir θ^* , ya que ahora absorbe la dinámica del convertidor buck. Al finalizar la simulación el valor ISE coincide con un valor constante.

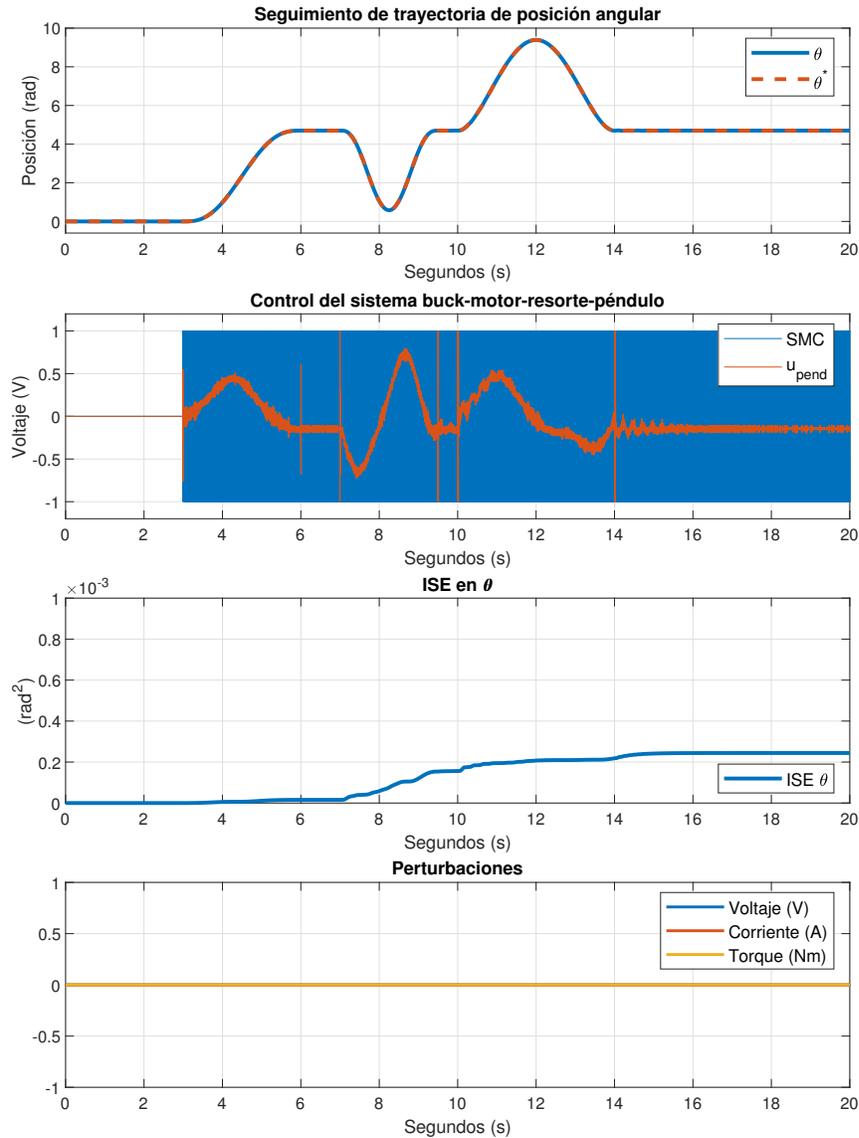


Figura 4.13: Simulación de sistema modificado con un control ADRC tradicional sin perturbaciones

4.6.3. Simulación de la planta modificada con perturbación, controlada mediante ADRC de forma tradicional

Se procede a simular el sistema permitiendo la inserción de perturbaciones desconocidas. Para ello se usan las mismas constantes para el cálculo de las ganancias del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema completo buck-motor-resorte-péndulo $K_{\theta}(s)$.

En la Figura 4.14 se establecen los resultados obtenidos mediante simulaciones. En la subgráfica del control del sistema buck-motor-resorte-péndulo se puede ver el control promedio u_{pend} altamente fluctuante por la presencia de las perturbaciones y sus distintas frecuencias implicadas. Se observa que las perturbaciones ejercen una notable influencia sobre el manipulador ya que el valor ISE crece con cierta magnitud apreciable a simple vista.

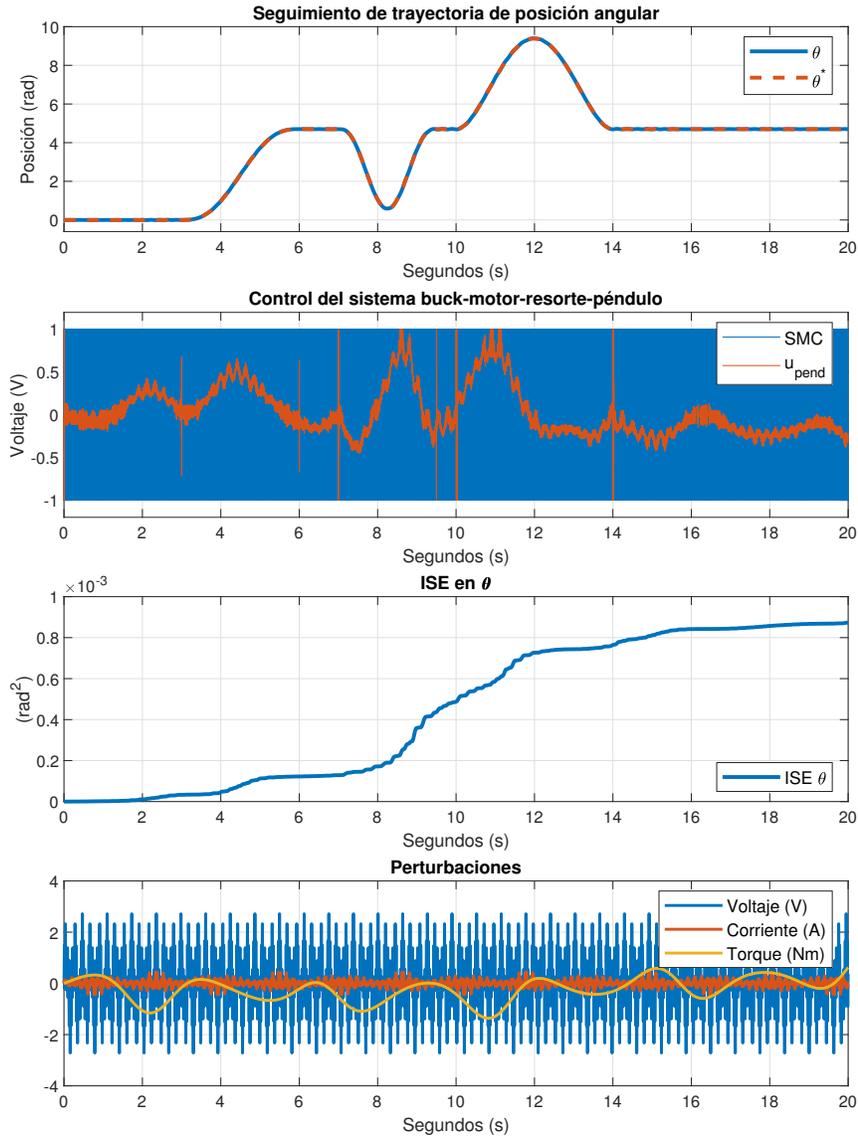


Figura 4.14: Simulación de sistema modificado con un control ADRC tradicional con perturbaciones

Capítulo 5

Filtro Exponencial EMA

El filtro EMA (Exponential Moving Average) es un tipo de filtro utilizado en el procesamiento de señales y datos para suavizar series temporales. Este filtro calcula un promedio ponderado de los datos recientes, dándole más peso a los valores más recientes y menos peso a los valores antiguos. Este filtro se puede usar como un filtro paso bajo o pasa alto. Ya que nosotros estamos interesados en filtrar nuestra señal del error, lo usaremos como un filtro paso bajo.

La fórmula general para calcular el filtro EMA es:

$$EMA_t = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1} \quad (5.1)$$

- EMA_t es el valor del filtro EMA en el tiempo t .
- X_t es el valor actual de la serie temporal en el tiempo t .
- α es el factor de suavizado que determina el peso relativo de los datos más recientes. Este factor varía entre 0 y 1, donde valores más cercanos a 1 otorgan más peso a los datos más recientes.

El cálculo del EMA comienza asignando un valor inicial al primer EMA , que generalmente se toma como el primer valor en la serie temporal. A partir de ese punto, se aplica la fórmula para calcular los valores futuros del EMA , utilizando el nuevo dato de la serie temporal y el valor previamente calculado del EMA .

El filtro EMA es útil para suavizar series de datos, eliminando el ruido y resaltando tendencias a corto plazo. Además, al asignar más peso a los datos más recientes, puede reaccionar más rápidamente a cambios recientes en la serie temporal en comparación con otros filtros de media móvil más simples.

La elección del valor de α influye en la sensibilidad del filtro EMA a los cambios en los datos. Valores más pequeños de α hacen que el filtro EMA sea más suave y reaccione lentamente a cambios, mientras que valores más grandes lo hacen más sensible a variaciones recientes pero también más susceptible al ruido. Experimentar con diferentes valores de α es común para encontrar el ajuste óptimo para una aplicación específica.

5.1. Obtención de expresión simplificada

Este filtro es un caso singular de la media de pesos ponderados, es decir, un cálculo del promedio donde cada elemento X_i tiene un coeficiente W_i que pondera el efecto que dicho elemento tiene sobre el cálculo de la media.

$$\bar{x}_i = \frac{\sum(w_i \cdot x_i)}{\sum(w_i)} \quad (5.2)$$

$$\bar{x}_i = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_i \cdot x_i}{w_1 + w_2 + \dots + w_i} \quad (5.3)$$

$$\bar{x}_{i-1} = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_{i-1} \cdot x_{i-1}}{w_1 + w_2 + \dots + w_{i-1}} \quad (5.4)$$

Multiplicando (5.3) por $\sum w_i$:

$$\left(\sum w_i\right) \bar{x}_i = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_{i-1} \cdot x_{i-1} + w_i \cdot x_i \quad (5.5)$$

Despejando el numerador de (5.4) y sustituyendo en (5.5):

$$\left(\sum w_i\right) \bar{x}_i = \left(\sum w_{i-1}\right) \bar{x}_{i-1} + w_i \cdot x_i \quad (5.6)$$

Dividiendo (5.6) entre $(\sum w_{i-1})$:

$$\frac{(\sum w_i)}{(\sum w_{i-1})} \bar{x}_i = \bar{x}_{i-1} + \frac{w_i}{(\sum w_{i-1})} x_i \quad (5.7)$$

Multiplicando ambos lados de (5.7) por $\frac{(\sum w_{i-1})}{(\sum w_i)}$:

$$\bar{x}_i = \frac{(\sum w_{i-1})}{(\sum w_i)} \bar{x}_{i-1} + \frac{w_i}{(\sum w_i)} x_i \quad (5.8)$$

Ya que se emplearán $\alpha = \frac{(\sum w_{i-1})}{(\sum w_i)}$ y $\beta = \frac{w_i}{(\sum w_i)}$ como constantes para los términos con sumatoria, podemos reescribir (5.8) como:

$$\bar{x}_i = \alpha \bar{x}_{i-1} + \beta x_i \quad (5.9)$$

Debido a que se trabaja con un dispositivo de memoria limitada, no se puede considerar todos los decimales de las mediciones, teniendo redondeos en cada medición, resultando en que pasadas algunas iteraciones la contribución de los términos pasados sea nula, por ello podemos reescribir (5.9) como:

$$F_i = \alpha M_i + \beta F_{i-1} \quad (5.10)$$

donde F_i es nuestro término filtrado, M_i la medición actual y F_{i-1} el valor filtrado anterior.

Veamos qué sucede si iteramos algunas veces:

$$F_0 = \alpha M_0 \quad (5.11)$$

$$F_1 = \alpha M_1 + \beta F_0 = \alpha M_1 + \beta \alpha M_0 \quad (5.12)$$

$$F_2 = \alpha M_2 + \beta F_1 = \alpha M_2 + \beta \alpha M_1 + \beta^2 \alpha M_0 \quad (5.13)$$

Generalizando se puede decir que:

$$F_n = \alpha M_n + \beta F_{n-1} = \alpha \sum_{t=0}^n (\beta^t M_{n-t}) \quad (5.14)$$

De (5.14) se observa que nuestra señal filtrada es la suma de las muestras previas ponderadas por un factor exponencial β (de donde obtiene su nombre el filtro) y escaladas por un factor α .

Podemos deducir que β deben estar entre 0 y 1, debido a que si elegimos un valor mayor que 1 la serie geométrica tendería a infinito y si elegimos negativos tendríamos soluciones alternantes entre positivos y negativos. Entonces para tener estabilidad β debe estar entre 0 y 1.

Para ver la relación entre α y β supondremos que como entrada al filtro se tiene una constante C y que a la salida del filtro tendremos dicha constante C :

$$C = \alpha \sum_{t=0}^n (\beta^t C) = \alpha C \sum_{t=0}^n (\beta^t) \quad (5.15)$$

Si $\beta < 1$ en (5.15), se simplifica a:

$$C = \alpha C \frac{1}{1 - \beta} \quad (5.16)$$

$$\beta = 1 - \alpha \quad (5.17)$$

Finalmente:

$$F_i = \alpha M_i + (1 - \alpha) F_{i-1} \quad (5.18)$$

Por ello α debe estar comprendido también entre 0 y 1. Si elegimos $\alpha = 1$ en nuestro filtro EMA entonces la señal no será filtrada, si elegimos $\alpha = 0$ entonces nuestro filtro tendrá $-\infty$ dB para todas las frecuencias, es decir que la salida del filtro siempre será 0. Se debe elegir un valor en el rango $[0,1]$ que filtre nuestra señal sin desfazarla considerablemente.

5.2. Respuesta en frecuencia

Podemos encontrar la respuesta en frecuencia del filtro EMA con ayuda de la transformada Z, la cual es:

$$F(z) = \alpha M(z) + (1 - \alpha) z^{-1} F(z) \quad (5.19)$$

Siendo su función de transferencia:

$$H(z) = \frac{F(z)}{M(z)} = \frac{\alpha}{1 - (1 - \alpha)z^{-1}} \quad (5.20)$$

La función de transferencia (5.20) se puede usar para obtener los diagramas de bode de magnitud y fase del filtro EMA, en la Figura 5.1 se encuentran la respuesta en magnitud para $\alpha = \{0.01, 0.02, 0.04\}$ que son usados para implementar el filtro EMA filtrando el error de seguimiento del voltaje del Buck v_b y la posición θ . En dicha Figura 5.1 se observa que a mayor frecuencia mayor atenuación de la señal, mientras que a bajas frecuencias no se percibe una atenuación significativa.

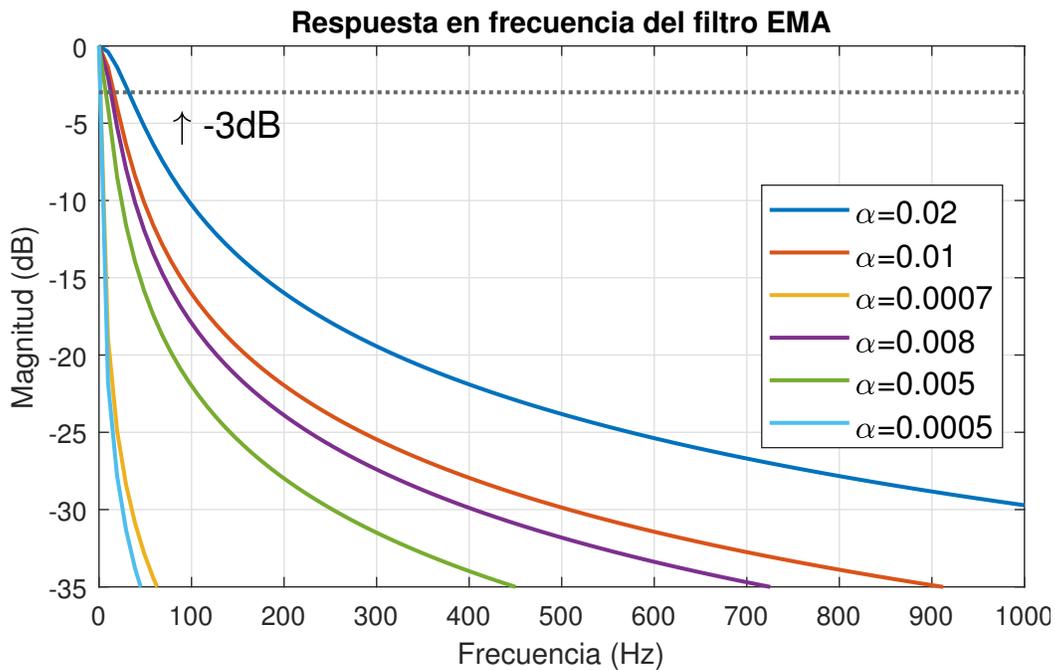


Figura 5.1: Respuesta en magnitud del filtro EMA con distintos α

La frecuencia de corte está dada por:

$$f_c = \frac{f_s}{2\pi} \arccos \left(1 - \frac{\alpha^2}{2(1 - \alpha)} \right) \quad (5.21)$$

donde f_s es la frecuencia de muestreo en [Hz].

En la Tabla 5.1 se pueden observar las frecuencias de corte respectivas a los tres parámetros usados de α .

5.3. Filtro aplicado al modelo de control

Se agregó el filtro EMA como Filtro Pasa Bajas (abreviado FPB) a los diagramas de control como se observa en las Figuras 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5.

Orden	Sistema	Valor de α	Frecuencia de corte	Unidades
5	Buck	0.02	32.1547	[Hz]
5	Péndulo	0.01	15.9957	[Hz]
5	Buck-Péndulo	0.0007	1.1145	[Hz]
7	Buck	0.008	12.7837	[Hz]
7	Resorte-Péndulo	0.005	7.9777	[Hz]
7	Buck-Resorte-Péndulo	0.0005	0.7960	[Hz]

Tabla 5.1: Frecuencias de corte de $\alpha = \{0.0005, 0.0007, 0.005, 0.008, 0.01, 0.02\}$

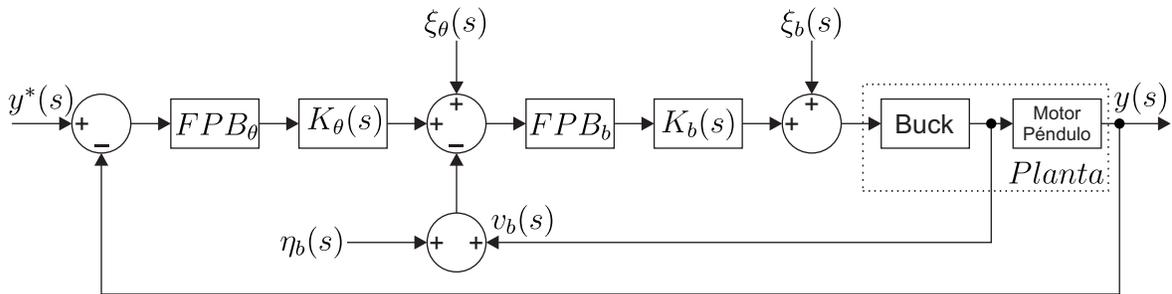


Figura 5.2: FPB aplicado al control ADRC en 2 etapas del sistema original

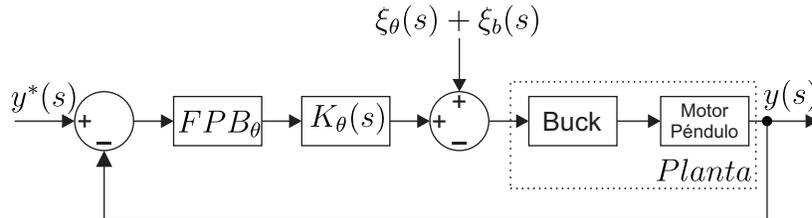


Figura 5.3: FPB aplicado al control ADRC tradicional del sistema original

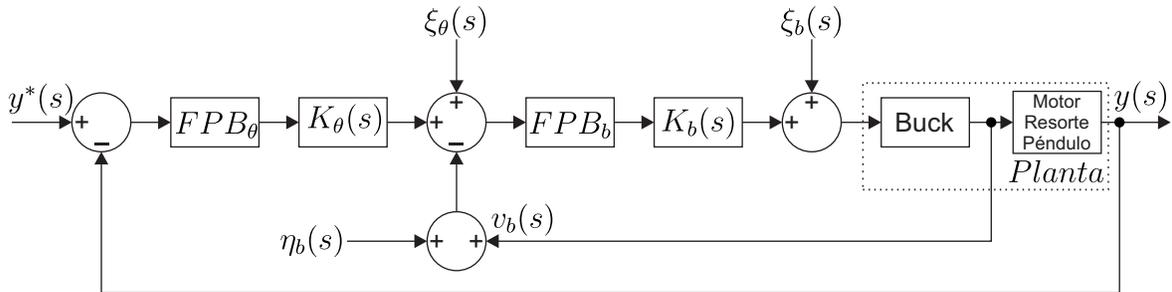


Figura 5.4: FPB aplicado al control ADRC en 2 etapas del sistema modificado

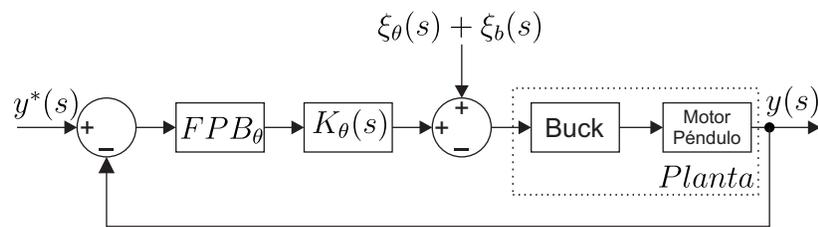


Figura 5.5: FPB aplicado al control ADRC tradicional del sistema modificado

Capítulo 6

Experimento

El experimento consiste en mover un brazo manipulador de tal forma que siga una trayectoria deseada, para ello se perturba, o no, por medio del movimiento de un segundo brazo manipulador que actúa como una perturbación representada por la dinámica de un momento de inercia no modelado, no controlado, y variante en el tiempo. Entre el primer eslabón y el motor se colocará, o no, un resorte torsional que aumentará el grado del sistema en dos unidades. Ambos eslabones son actuados por motores de CD que tienen una caja de cambios planetaria. El motor que controla el primer eslabón es alimentado por un convertidor tipo buck que su entrada de voltaje la provee un doble puente H. El motor que controla el segundo eslabón está actuado por un puente H directamente.

A continuación se explicarán las partes mecánicas y electrónicas de la plataforma que están implicadas en el experimento.

6.1. Componentes mecánicos

Para poder alcanzar el objetivo, el cual es que el movimiento del primer eslabón siga una trayectoria, nos apoyaremos en un motor de CD. La combinación de ambos permite el movimiento controlado del manipulador.

6.1.1. Base de plataforma

Para este trabajo de tesis se reutilizó la plataforma desarrollada por el compañero M. en C. Mario Aguilar [22], la cual es un robot manipulador de 2 grados de libertad completamente actuado. En la Figura 6.1 se observan los 2 manipuladores de la plataforma, en este trabajo de tesis se controlará el movimiento del primer eslabón y el segundo eslabón servirá como perturbación para el primero mediante un movimiento no controlado.

La plataforma se modificó de tal forma que se cambiaron los motores de CD, implicando un rediseño de la placa de aluminio que los soporta en la Cámara 1 (Ver Figura 6.2). Dicha placa se diseñó en el software SolidWorks 2022 y se manufacturó en el taller de máquinas de la Sección de Mecatrónica de Ingeniería Eléctrica, haciendo uso del taladro

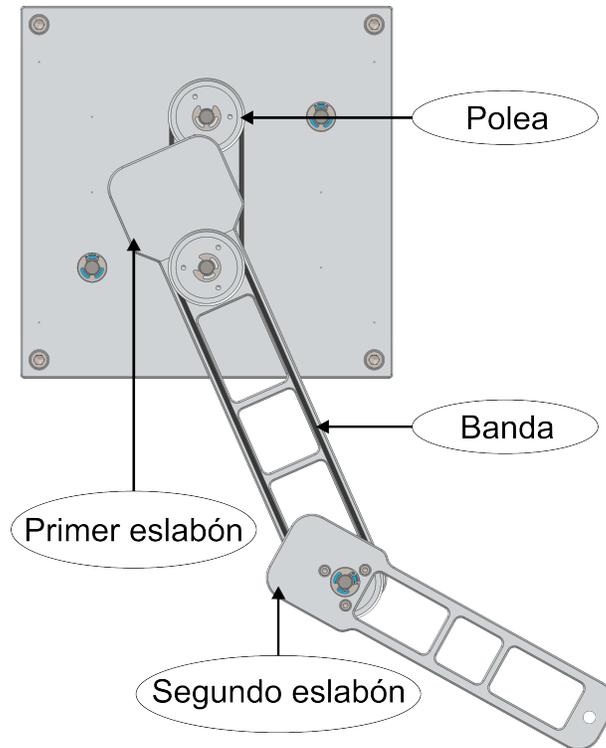


Figura 6.1: Vista frontal de la plataforma

de banco y la fresadora milimétrica.

La composición de la plataforma se puede dividir en cámaras. En la Cámara 1 están los codificadores de movimiento angular (mejor conocidos por el nombre de “encoder”), tipo A y B, los primeros integrados a los motores de CD y los segundos conectados al movimiento de los eslabones. También se encuentran los motores con sus respectivos engranajes planetarios. En la Cámara 2 se observan los acopladores flexibles de aluminio que permiten unir los distintos diámetros de ejes, aun estando un poco desalineados por efectos de la manufactura de las placas de aluminio, sirven también como fusibles mecánicos para excesos de carga de los eslabones. En la Cámara 3 se observan las poleas que crean una relación de movimiento de 3:1, esto entre los ejes de las flechas de los motores y los eslabones.

Los parámetros del manipulador de un eslabón se encuentran en la Tabla 6.2.

6.1.2. Motor de CD

Se utilizaron motores de CD modelo MY36GP-555, este modelo cuenta con un encoder de efecto Hall de cuadratura y un engranaje planetario. El encoder tiene una resolución de 16 pulsos por revolución, mientras que la caja de engranes tiene una relación de entrada y salida 27:1, por lo tanto, la resolución del encoder a la salida de la caja de engranes será de 432 pulsos por revolución.

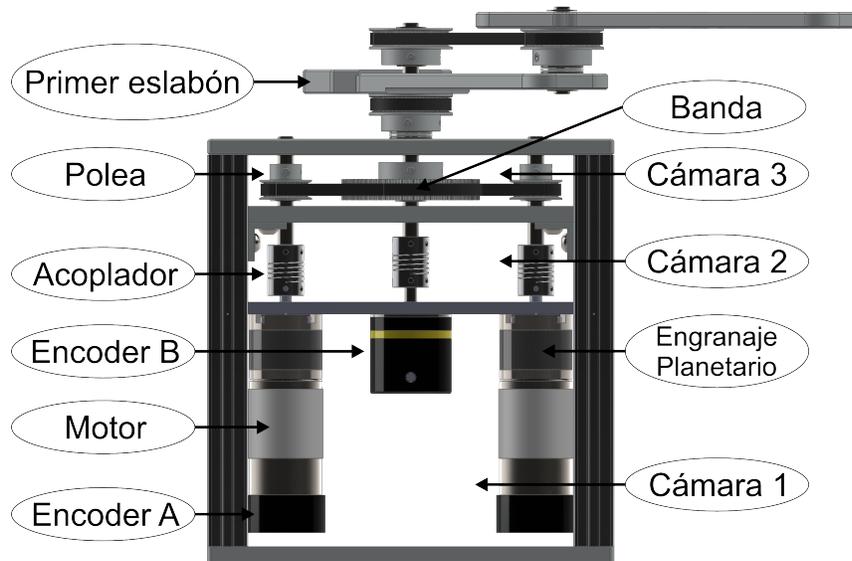


Figura 6.2: Vista superior de la plataforma

Debido a la holgura (en inglés backlash) entre los dientes de la caja de engranes se crean falsos pulsos del encoder del motor, indicando un movimiento en el rotor del motor, pero no así en el eje de salida de la caja de engranes. Por la razón expuesta se usará otro encoder para la lectura del movimiento de los eslabones. Esto tendrá también su utilidad en la lectura del ángulo previo al resorte torsional del sistema de modificado, de séptimo orden.

Cabe mencionar que el motor cuenta con un rango de voltaje de entrada para el cual no se advierte movimiento en su eje final. Este rango de voltaje se encuentra en el intervalo $[-2,2]$ [V] cuando el motor no tiene carga y en el intervalo $(\sim-4, \sim4)$ [V] cuando el motor está sometido a mover una carga. Este rango no controlable no se modeló y se deja como una no linealidad intrínseca del sistema que es absorbida por el término ξ de (4.1).

Para obtener los parámetros del motor se requirió el uso de mediciones directas como indirectas. Se utilizó el módulo de estimación paramétrica de MATLAB [23]. Los resultados se observan en la Tabla 6.2.

Según el fabricante, las especificaciones del motor son las mostradas en la Tabla 6.1.

La plataforma en la Cámara 3 (Ver Figura 6.2), cuenta con un arreglo de poleas que amplifican el torque suministrado por el engranaje planetario. Este engranaje, que también amplifica el torque del motor de CD, se convierte en una relación total de 81:1. No obstante, se cuenta con un último arreglo de poleas de relación 1:1 que transmiten el movimiento que sale de la Cámara 3 al segundo eslabón (Ver Figura 6.1).

Especificaciones del motor de CD	
Voltaje de trabajo	12 Volts
Relación de engranajes	27:1
Velocidad sin carga	296 RPM @ 12 V
Corriente sin carga	0.5 A
Velocidad nominal	240 RPM
Torque nominal	6 kg·cm
Corriente nominal	1.3 A
Potencia de entrada nominal	15 W
Torque de carga límite	25 kg·cm
Corriente de carga límite	10 A
Potencia de carga límite	35 W
Peso	395 g

Tabla 6.1: Especificaciones técnicas del motor de CD

6.2. Componentes electrónicos

La parte eléctrica consta de un convertidor buck que alimentará a los motores de CD. Con el objeto de tener un buen control se debe seleccionar los sensores adecuados que midan las variables del sistema de nuestro interés, como lo son, el voltaje de salida del convertidor buck y el ángulo del manipulador. Para este objetivo se usa un procesador digital de señales o DSP (en inglés de Digital Signal Processor) que lee las variables medidas por los sensores y aplica el algoritmo de control previamente programado, es entonces cuando por medio de señales conmutadas de naturaleza binaria (ceros y unos, “altos” y “bajos”) lleva a cabo la activación de puentes H para alimentar al convertidor buck e, igualmente, al motor de CD que perturbará el sistema.

6.2.1. DSP F28335

Se hizo uso del DSP F28335 de 32 bits de la serie C2000 de la empresa Texas Instrument, usando un solver ODE3 (Bogacki-Shampine). Este DSP envía los datos de graficación a un computador mediante protocolo serial a una velocidad de comunicación en bits por segundo de $2e6$. Esto se hace debido a que es más fácil para la tarjeta DSP enviar a una velocidad alta insertando delimitadores alrededor de una secuencia de datos grande, y para la computadora procesar muchos datos a una velocidad más lenta, teniendo así un buen balance entre las capacidades de ambos dispositivos computacionales.

En nuestro problema medimos dos tipos de señales físicas: voltaje y posición. Para la primera señal se usó el Convertidor Analógico-Digital (mejor conocido como ADC, por sus siglas en inglés) del DSP que cuenta con una resolución de 12 bits; para la segunda señal se usó un encoder. Dichas mediciones se hicieron cada $1e-4$ [s]. Este intervalo constituye el paso de integración programado para el DSP. Esto es equivalente a tener un muestreo a una frecuencia de 10 [kHz]. El DSP usa las mediciones para aplicar la ley de control

correspondiente y saca valores lógicos de control binarios a través de sus terminales. A la vez el DSP envía por medio del protocolo serial, datos para que la computadora obtenga las gráficas correspondientes, pero la velocidad a la que muestrea los datos de graficación cambia para el sistema modificado, de séptimo orden, por la cantidad de variables que son requeridas. En esta situación específica, se disminuye la frecuencia de muestreo a 1 [kHz] exclusivamente para la generación de gráficos, manteniendo, no obstante, la operación del control a una frecuencia constante de 10 [kHz]. Este ajuste se realiza con el propósito de optimizar la representación visual sin comprometer la efectividad del control en tiempo real.

6.2.2. Encoders

Para la medición de la posición del brazo manipulador se usó el encoder incremental óptico de cuadratura E6B2-CWZ3E de la empresa YUMO, el cual tiene una resolución de 1024 pulsos por revolución, protección contra cortocircuito y contra polarización invertida. El encoder al estar conectado directamente al eslabón no presenta incertidumbre de medición por el backlash en la caja de engranajes planetarios, a este encoder lo identificamos como Encoder B en la Figura 6.2. En la misma Figura, reconocemos al Encoder A, el cual está integrado al motor de CD. Según los datos del fabricante el encoder se corresponde al modelo FT-555, que es de naturaleza incremental, y magnético de cuadratura.

6.2.3. Circuito de acondicionamiento de señal

El DSP no puede enviar ni recibir voltajes arbitrarios, ni tampoco puede alimentar con el voltaje y corriente requeridos para llevar a cabo el movimiento deseado en los experimentos que ilustran esta tesis. Es por ello que se desarrolló una etapa de acondicionamiento de potencia de la señal de salida del DSP.

El voltaje permitido a la entrada del DSP está en el intervalo 0-3 [Volts], por ello se acondiciona la señal que deseamos medir que está en el intervalo [-12,12] [V]. Procedemos a aislar eléctricamente al DSP de los puentes H por medio del circuito integrado LM311P. Esto para prevenir los posibles efectos de un cortocircuito funcionando como fusible electrónico. Además el LM311P eleva el voltaje de salida del DSP que es de [0,3] [V] al voltaje requerido a la entrada del puente H que es [0,5] [V]. El diagrama que incluye el acondicionamiento de la señal de salida del DSP, el acondicionamiento de señal de entrada al DSP, y la etapa de potencia que convierte un voltaje conmutado {-12,12} [V] a un voltaje continuo [-12,12] [V] mediante el convertidor buck se encuentra en la Figura 6.3.

La forma de leer un voltaje continuo en el intervalo [-13.5,13.5] [V] es la siguiente. El DSP envía la señal lógica para activar el puente H, este último tiene a su salida un voltaje en el conjunto {-13.5, 13.5} [V] que alimenta a la etapa de potencia de la placa diseñada. Dicho voltaje energiza al circuito convertidor buck, donde en su salida ahora cuenta con un voltaje continuo, que se acondiciona para reducir su amplitud en voltaje.

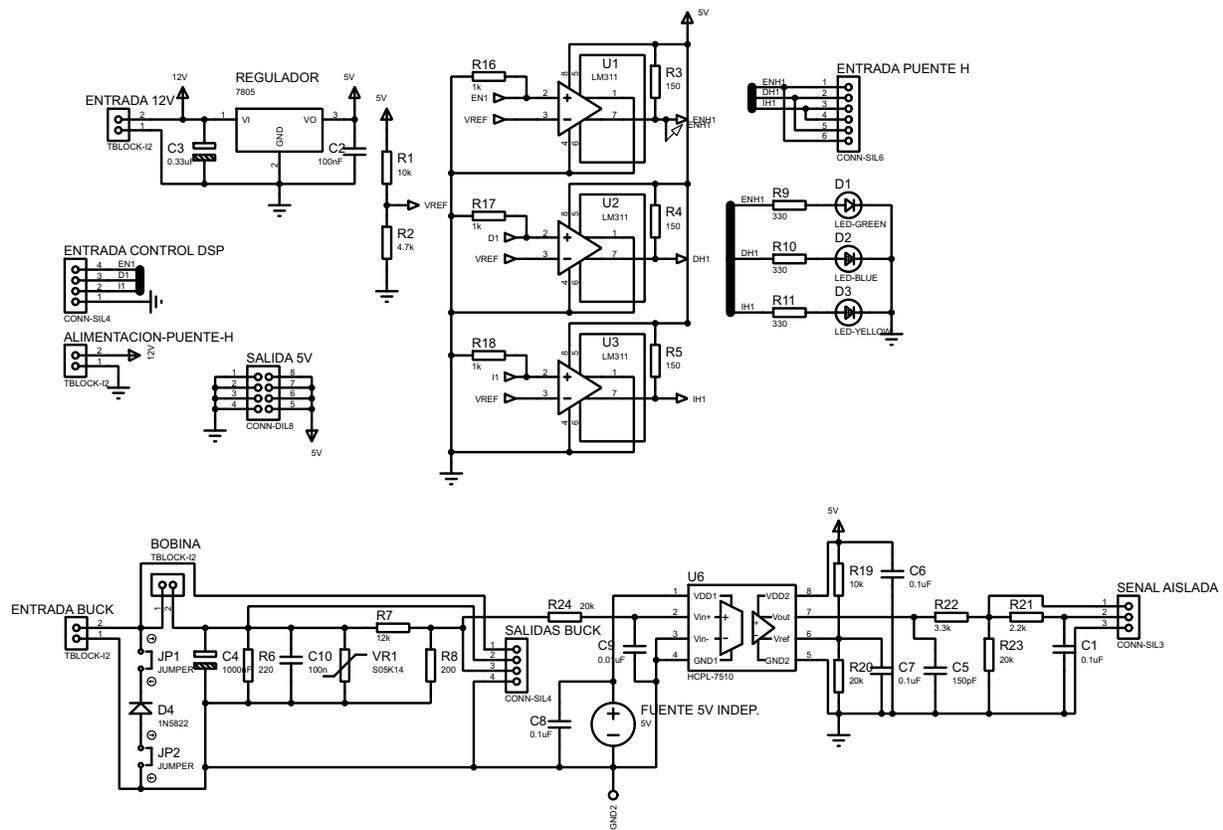


Figura 6.3: Circuito acoplador de señales

El circuito integrado HCPL-7510 (amplificador lineal aislante de voltaje de CD/CD), convierte a su entrada una pequeña señal en el rango de $[-200, 200]$ [mV] a un voltaje $[0, V_{ref}]$ [V], ambos voltajes están aislados eléctricamente entre sí. Por ello se usa dicho circuito integrado para leer el voltaje de salida del convertidor buck ya reducido y se amplifica al intervalo $[0, 3]$ [V], este último intervalo es aceptable a la entrada del DSP para poder ser leído por medio de su ADC. Se usa este circuito debido a que estamos interesados en leer voltajes negativos del convertidor buck y a la vez aislar al DSP de la etapa de potencia.

Gracias a los circuitos integrados LM311P y HCPL-7510 es posible decir que se tiene al DSP aislado de fallas eléctricas que podrían ocasionar su destrucción durante la operación.

6.2.4. Puente H

La manera en que podremos energizar a los motores de CD para funcionar con 12 [V] es a través del módulo L298N, el cual integra 2 puentes H completos con una corriente de trabajo de hasta 2 [A], los cuales ponemos en paralelo para poder alcanzar una corriente de trabajo de hasta 4 [A], con picos de hasta 6 [A].

El voltaje de entrada de control del puente H es $[0, 5]$ [V], y lo alimentamos con 13.5 [V], ya que hay una caída de tensión a la salida de $\{-12, 12\}$ [V] debido al mismo voltaje requerido por el circuito integrado para poder operar.

Este módulo permite invertir el voltaje de salida respecto al voltaje con que se le alimenta, por lo cual es ideal para alimentar al convertidor buck y así este pueda tener a su salida un voltaje continuo en el rango $[-12, 12]$ [V], y también es ideal para alimentar al motor de CD que actuará como perturbación exógena en el sistema, logrando girar en ambos sentidos al segundo eslabón.

6.2.5. Convertidor Buck

Se cuenta con un convertidor buck que se controla su voltaje de salida gracias al controlador ADRC, ya que por sus características canceladoras a perturbaciones resulta ideal para esta tarea. El funcionamiento del convertidor buck consiste en conmutar entre 0 y 1 un voltaje fijo a la entrada de un circuito LRC que a la salida dará un voltaje continuo variable en el tiempo, ver Figura 3.2.

Aunque la forma usual de implementar el convertidor buck es contemplando un diodo D (se recomienda sea del tipo Schottky para sistemas rápidamente conmutados) que evite el regreso de corriente del inductor L_b causando un pico de voltaje en el circuito, en este trabajo de tesis se prescindirá de dicho diodo, ya que se desea controlar el brazo manipulador con un convertidor buck de doble puente, y para que pueda girar el manipulador en sentido horario u antihorario se necesita que el buck tenga voltajes positivos y negativos v_b ; si se dejara el diodo cuando tuviéramos a la entrada $-E$ provocaríamos que entrara

en corto circuito la fuente por el diodo que se encuentra justo delante. Sin el diodo mencionado se presentan picos de voltaje a la salida del buck, metiendo ruido de medición, el cual será suavizado con el filtro EMA. El convertidor buck es alimentado por -12 V o 12 [V] por un doble puente H (módulo L298N).

Los parámetros del convertidor buck se encuentran en la Tabla 6.2.

6.3. Funcionamiento de la plataforma experimental

En la Figura 6.4 se puede observar el diagrama del funcionamiento del experimento. La etapa de acondicionamiento de señal está representada en el mismo bloque del DSP, de él sale la señal de control que activará el puente H que a su vez alimentará al convertidor buck y este último energizará al motor para que pueda mover el manipulador, que cabe mencionar puede llevar unión flexible o no dependiente el orden del sistema deseado. Se pueden observar líneas punteadas que simbolizan que su activación no siempre es necesaria para los experimentos, los cuales son:

- Sistema original con un control ADRC en 2 etapas sin perturbación
- Sistema original con un control ADRC en 2 etapas con perturbación
- Sistema original con un control ADRC tradicional sin perturbación
- Sistema original con un control ADRC tradicional con perturbación
- Sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas sin perturbación
- Sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas con perturbación
- Sistema modificado con un control ADRC tradicional sin perturbación - No implementable
- Sistema modificado con un control ADRC tradicional con perturbación - No implementable

Cuando se trate de un sistema en 2 etapas, entonces se leerá el voltaje de salida del convertidor buck, y cuando se desee perturbar al sistema se alimentará el segundo eslabón con el motor actuado por el puente H directo. Dependiendo el experimento estarían activas o no las líneas punteadas del diagrama ya mencionado.

Los parámetros del sistema completo se observan en la Tabla 6.2, los cuales son los correspondientes de los subsistemas: Convertidor buck, Motor de CD y Manipulador de 1 eslabón con unión flexible.

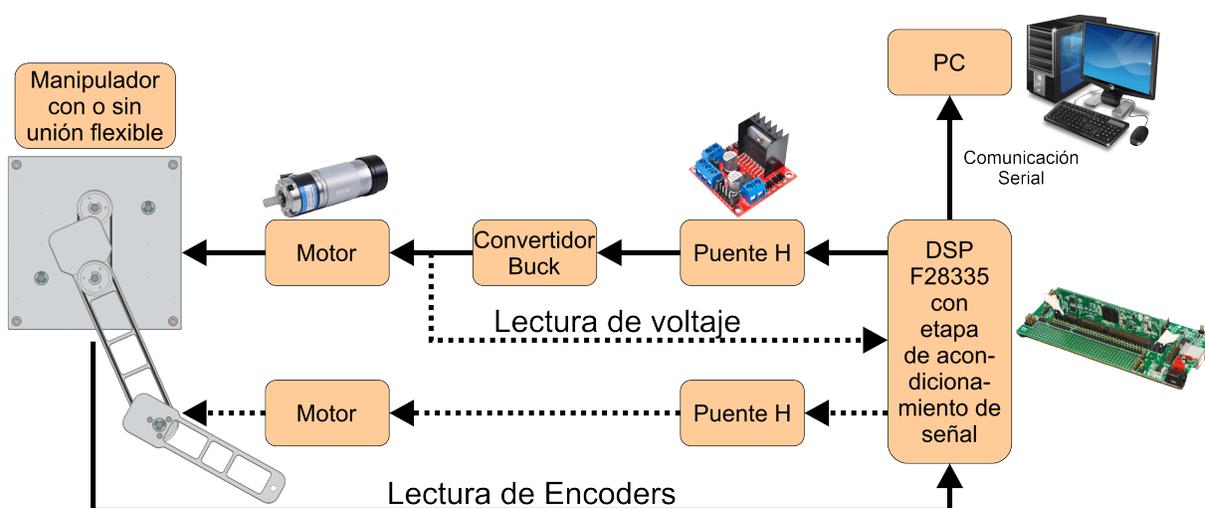


Figura 6.4: Diagrama a bloques del experimento

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Convertidor Buck			
Inductancia	L_b	$10e - 3$	$[H]$
Resistencia	R_b	220	$[\Omega]$
Capacitancia	C_b	$1000e - 6$	$[F]$
Batería	E	15	$[V]$
Motor de CD			
Inductancia	L_m	$430.97e - 6$	$[H]$
Resistencia	R_m	2.772	$[\Omega]$
Constante FEM	k_m	$11.2e - 3$	$[V \cdot s/rad]$
Inercia	J_m	$4.9117e - 6$	$[Kg \cdot m^2]$
Fricción	B_m	$15.540e - 6$	$[Kg \cdot m^2/s]$
Relación de transmisión	n_1	27 : 1	$[-]$
Manipulador de 1 eslabón con unión flexible			
Masa de carga	m_1	0.286	$[Kg]$
Longitud del péndulo	l	0.1845	$[m]$
Gravedad	g	9.81	$[m/s^2]$
Masa del péndulo	m	0.22	$[Kg]$
Centro de gravedad	l_c	0.02034	$[m]$
Inercia del péndulo	I	$1.4982e - 3$	$[Kg \cdot m^2]$
Coefficiente de elasticidad del resorte	k	11.0432	$[N \cdot m/rad]$
Relación de transmisión	n_2	3 : 1	$[-]$

Tabla 6.2: Parámetros del sistema usados para el experimento

6.3.1. Caso especial: Sistema modificado con un control ADRC tradicional

Los últimos 2 experimentos no son implementables debido a las altas ganancias necesarias para su control. Al intentar compilar el código, el compilador *Code Composer Studio*, que es el recomendado por MATLAB para traducir modelos de Simulink a código implementable en los DSP de Texas Instrument, arroja el siguiente error:

```
error: floating constant is out of range
```

que traducido es: “la constante flotante está fuera de rango”. Esto significa que no cabe dentro de la variable más grande con que se está trabajando, de tipo *float*. Acerca de dicho compilador, el valor más grande de 32 bits, que es la cantidad de bits admitidos por el DSP F28335, es $3.4028235e+38$, y este es menor que el necesario para tener un observador lo suficientemente rápido para el sistema modificado con un control ADRC tradicional. Es por esto que no fue posible controlar el sistema con elasticidad rotatoria con un solo controlador ADRC y fue necesario recurrir a un diseño de varias etapas.

Capítulo 7

Resultados experimentales

Comparar experimentos con simulaciones es una práctica crucial en diversas áreas de la ciencia, la ingeniería y otras disciplinas. Las simulaciones a menudo se basan en modelos matemáticos o computacionales que intentan representar el comportamiento de sistemas del mundo real. Comparar los resultados de simulaciones con datos experimentales proporciona una validación crítica del modelo. Si los resultados de la simulación se ajustan de cerca a los resultados experimentales, esto sugiere que el modelo es una representación precisa del sistema real.

La comparación entre experimentos y simulaciones ayuda a comprender mejor el sistema en estudio. Al analizar las discrepancias entre los resultados experimentales y las simulaciones, los investigadores pueden identificar limitaciones en el modelo o factores no considerados. Esto conduce a un entendimiento más profundo del sistema y permite mejorar los modelos y las simulaciones.

Comparar resultados experimentales y simulaciones es crucial en el diseño y la optimización de sistemas y procesos. Permite evaluar cómo cambios en el diseño afectan el rendimiento del sistema y guía la toma de decisiones informadas sobre ajustes y mejoras.

En este capítulo se presentan los gráficos obtenidos al implementar los esquemas de control propuestos en el Capítulo 4, usando la plataforma experimental mostrada en el Capítulo 6. Todos los experimentos se realizaron haciendo uso de una trayectoria compleja que pone a prueba el control sobre el sistema a tratar. Esta trayectoria es una curva suave de Bézier que hace girar el manipulador en sentido horario y antihorario a distintas velocidades, partiendo del reposo y terminando finalmente en el reposo también.

Se empieza como se ha venido trabajando hasta ahora con el sistema de orden 5 en 2 y 1 etapa, luego el sistema de orden 7 en 2 y 1 etapa, cada uno de ellos sin perturbar externamente y siendo perturbado posteriormente, todos compilados con un paso de integración de $1e-4$ segundos y con un algoritmo de integración ODE3 (Bogacki-Shampine). Este paso de integración provoca que el control por regímenes deslizantes tenga una frecuencia de conmutación $f = 10$ kHz para todos los casos aquí propuestos.

Inicialmente, el muestreo de datos en el DSP para enviar a la computadora es cada 1e−4 segundos para los casos en que el sistema es de orden 5 ya sea en 2 etapas o en 1, pero se vuelve a cada 1e−3 segundos para el caso en que el sistema es de orden 7 debido al incremento de variables a enviar a la computadora para su graficación.

7.1. Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original sin perturbación exógena

Las constantes de la Tabla 7.1 se usan para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ del polinomio característico correspondiente al controlador del convertidor buck. En cambio, para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5$ del polinomio característico correspondiente al controlador del péndulo se sintonizó usando ζ, w_n, p y ϵ inicialmente, pero para tener una sintonización más fina se seleccionaron manualmente los polos respetando la estructura natural observador-controlador del esquema ROESO-ADRC [24], ellos se muestran en la Tabla 7.2.

	$K_b(s)$		
Símbolo	ζ	w_n	ϵ
Valor	1	200	0.1

Tabla 7.1: Parámetros del controlador $K_b(s)$ en el sistema original con un control ADRC en 2 etapas

Raíces de $K_\theta(s)$	
Controlador	Observador
-18	-800
-45	-800
-85	-900

Tabla 7.2: Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema original con un control ADRC en 2 etapas

Los valores para los filtros EMA que ayudan en el filtrado del ruido de los controladores $K_b(s)$ y $K_\theta(s)$ son $\alpha_b = 0.02$ y $\alpha_\theta = 0.01$ cuyas respuestas en frecuencia se observaron en la Figura 5.1.

En la Figura 7.1 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del seguimiento de trayectoria se observa que el manipulador sigue con excelente precisión la trayectoria

7.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC EN 2 ETAPAS PARA EL SISTEMA ORIGINAL CON PERTURBACIÓN EXÓGENA

deseada.

En la gráfica del error de seguimiento se aprecia que los errores pequeños son en los cambios del estado de reposo del manipulador y los mayores ocurren cuando la trayectoria de referencia cambia velozmente.

En el gráfico correspondiente al control del péndulo y voltaje del buck se observa que el control equivalente u_{pend} está perfectamente acotado entre -12 V y $+12\text{ V}$, y los picos en el control que se observan no son significativos, ya que el voltaje de salida del buck v_b no los sigue tan rápidamente, esto pese a que el control del buck u_{buck} presente algunos picos por querer seguir su referencia que es u_{pend} pero siempre contenido entre los límites de conmutación -1 y 1 del control por regímenes deslizantes *SMC*, esto último observable en la gráfica del control del convertidor buck.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de $7.34172e-3$.

En este experimento se usó una banda muerta menor a 0.01 radianes en las zonas de reposo de la trayectoria, en otras palabras el control dejaría de actuar una vez se cumpliera $e_\theta < 0.01$. Esto debido a que si se dejaba un error por mínimo que fuera provocaba que el control creciera con el tiempo, creando un voltaje lo suficientemente grande como para mover al manipulador de su posición ya cercana a la referencia, es decir, creaba un pico para después oscilar cerca de la referencia. Este comportamiento es debido a que el motor presenta una zona no lineal cerca de voltajes de entrada cercanos a 0 V , aproximadamente de -4 a $+4\text{ V}$, esto representa el 33.3% del voltaje de operación del motor de CD, y provoca que con voltajes dentro del rango dicho no se mueva el eje del motor por la fricción presente en el sistema; además de que se controló el motor de CD no con el puente H directo, sino con un convertidor buck que no es tan veloz como la conmutación del puente H. Por esto se observa un error constante tanto en la gráfica del error de seguimiento (de 0.009 radianes ≈ 0.5 grados) como en la gráfica del ISE en θ , a partir del segundo 16 aproximadamente. Más adelante, en el sistema de orden 5 en 1 etapa se mostrará el caso cuando no se usa la banda muerta para mitigar este comportamiento.

7.2. Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original con perturbación exógena

En este experimento se usaron las mismas constantes para los controladores $K_b(s)$ y $K_\theta(s)$, mostrados en las Tablas 7.1 y 7.2 respectivamente; así como también se usaron las mismas constantes α_b y α_θ que el experimento pasado.

En la Figura 7.2 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del segui-

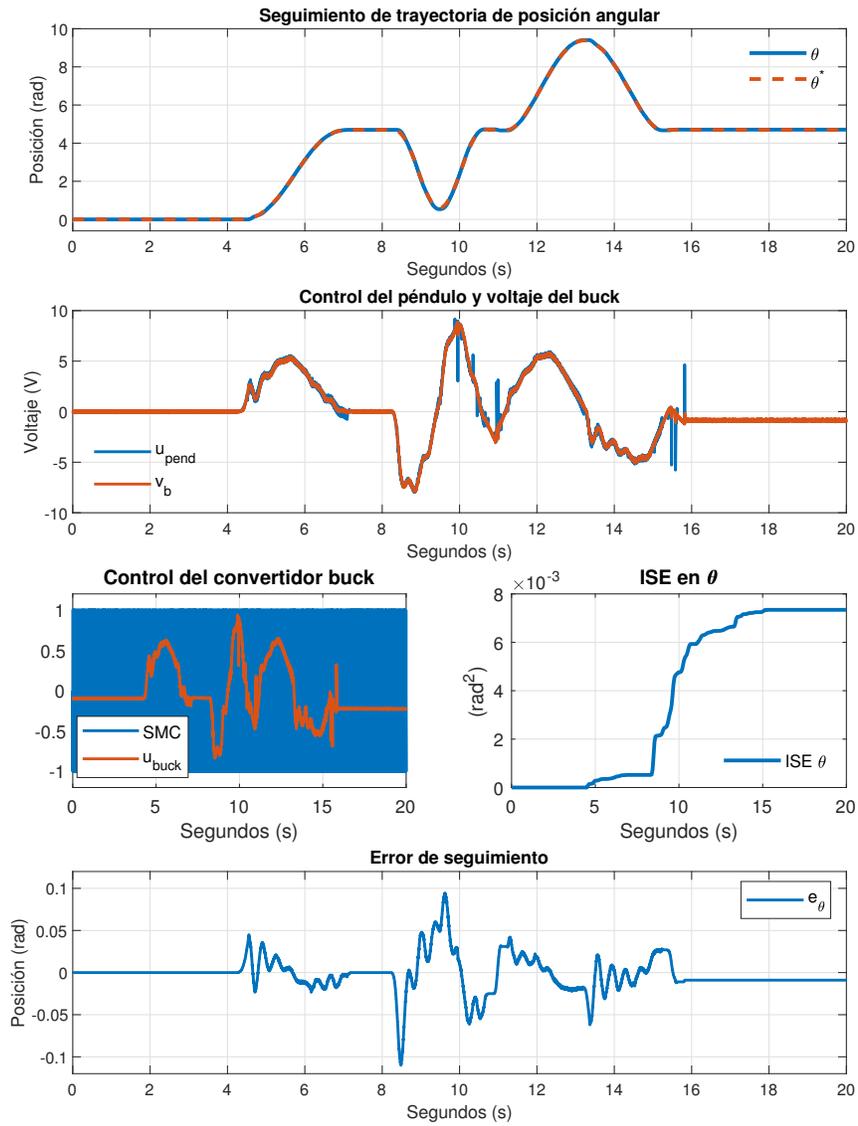


Figura 7.1: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original y sin perturbaciones externas

7.3. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC TRADICIONAL PARA EL SISTEMA ORIGINAL SIN PERTURBACIÓN EXÓGENA

miento de trayectoria se observa que el manipulador sigue con muy buena precisión la trayectoria deseada.

La perturbación exógena inducida es aplicada en este caso y todos los casos posteriores donde se use, a partir de que se sale del primer estado estacionario, es decir, luego del segundo 3 aproximadamente.

En la gráfica del error de seguimiento se aprecia el efecto de la perturbación exógena, teniendo más movimientos apreciables en las zonas de reposo pero siendo eficientemente compensados por el controlador.

En el gráfico correspondiente al control del péndulo y voltaje del buck se observa que el control equivalente u_{pend} está perfectamente acotado entre -12 V y +12 V, y los picos en el control que se observan son un poco más que los del experimento previo por la misma perturbación exógena. Por esto último, el control del buck u_{buck} tiene más picos en su control, pero sigue acotado entre -1 y 1 dentro de los límites de conmutación del control por regímenes deslizantes *SMC*.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de $7.71926e-3$, un poco mayor al caso no perturbado, demostrando robustez en el control aun con perturbación exógena.

En este experimento también se usó una banda muerta menor a 0.01 radianes en las zonas de reposo de la trayectoria, pero en esta ocasión debido a la perturbación exógena se observa que si bien el control mantiene en la referencia al manipulador solo cerca del segundo 18 se sale del rango permitido de error y provoca un pico en el control, el control actúa inmediatamente regresando al manipulador a una zona de error mínimo.

7.3. Implementación del controlador ADRC tradicional para el sistema original sin perturbación exógena

Para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6, \kappa_7, \kappa_8, \kappa_9$ del polinomio característico correspondiente al controlador del péndulo se seleccionan manualmente los polos respetando la estructura natural observador-controlador del esquema ROESO-ADRC [24], ellos se muestran en la Tabla 7.3.

Los valores para el filtro EMA que ayuda en el filtrado del ruido del controlador $K_\theta(s)$ es $\alpha_\theta = 0.0007$ cuya respuesta en frecuencia se observa en la Figura 5.1.

En la Figura 7.3 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del seguimiento de trayectoria se observa que el manipulador sigue de cerca la trayectoria pero no

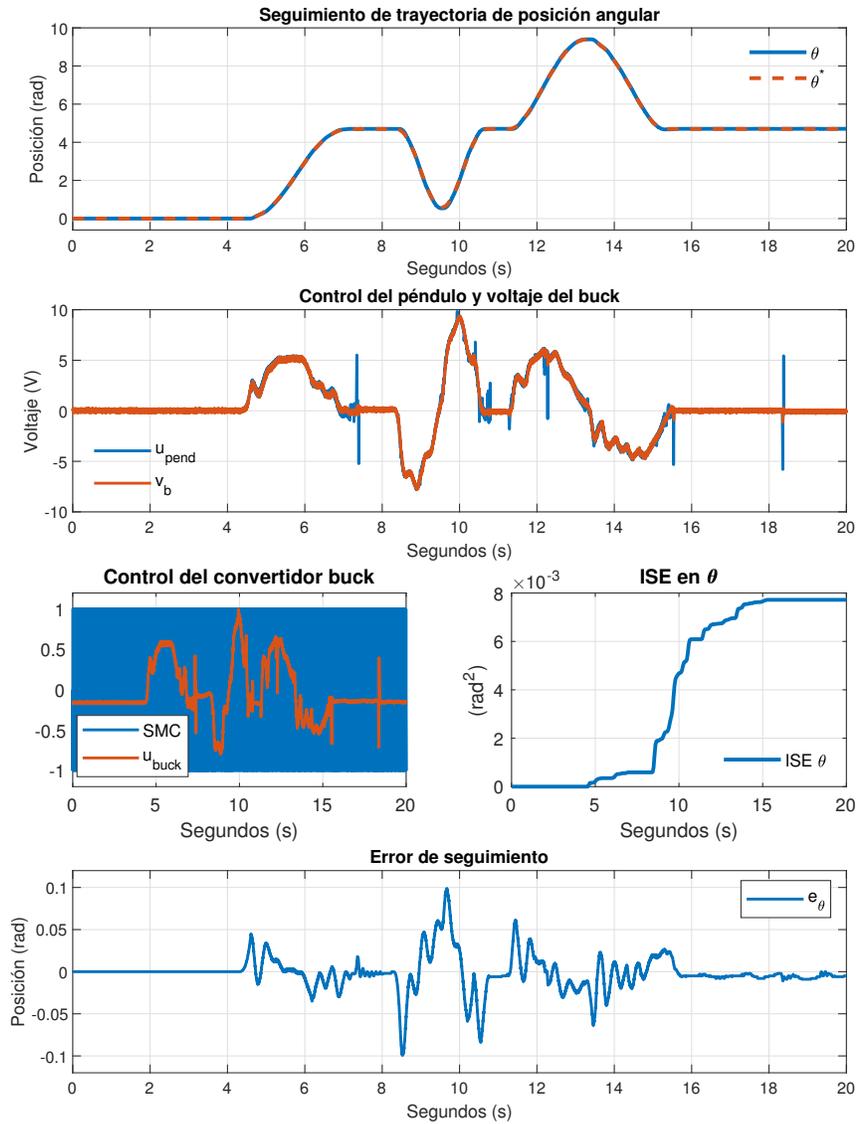


Figura 7.2: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema original y con perturbaciones externas

Raíces de $K_\theta(s)$	
Controlador	Observador
-350	-1500
-330	-1500
-330	-1100
-180	-1100
-0.2	-350

Tabla 7.3: Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema original con un control ADRC tradicional

7.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC TRADICIONAL PARA EL SISTEMA ORIGINAL CON PERTURBACIÓN EXÓGENA

tan bien como el caso en 2 etapas.

En la gráfica del error de seguimiento se aprecian picos más grandes, siendo el mayor de ellos cuando la referencia cambia velozmente, este suceso se mantiene como en el caso de 2 etapas.

En el gráfico correspondiente al control del sistema buck-péndulo se observa que el control equivalente u_{pend} es más oscilante al tener que controlar tanto el comportamiento del convertidor buck como el manipulador, aunque conserva el estar bien acotado entre -1 y 1 para posteriormente ser convertido por el modulador $\delta - \sigma$ a regímenes deslizantes *SMC*.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de 0.532391.

En este experimento ya no se usó la banda muerta menor a 0.01 radianes, lo que provoca que a partir del segundo 16 se observe un control creciente y lento, esto debido a que hay un error constante en el estado estacionario del manipulador de 0.043 radianes, por lo tanto, el controlador quiere compensar ese error y llevarlo a 0 pero el motor de CD no responde a voltajes en el rango (-4, 4) V. La tendencia del control de crecer al no poder compensar el pequeño error distinto de cero hará que al cabo de un tiempo sea lo suficientemente grande como para superar el umbral mencionado y provocará que se mueva el motor, creando un error aún más grande para rápidamente controlarlo pudiendo llegar a repetir el escenario aquí descrito donde el error es pequeño y el motor de CD no se mueve o bien otro caso donde oscila el manipulador cerca de la referencia, este último caso se verá posteriormente.

7.4. Implementación del controlador ADRC tradicional para el sistema original con perturbación exógena

En este experimento se usaron las mismas constantes para el controlador $K_{\theta}(s)$ mostrado en la Tabla 7.3; así como también se usó la misma constante α_{θ} que el experimento pasado.

En la Figura 7.4 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del seguimiento de trayectoria se observa que el manipulador sigue también de cerca la trayectoria deseada, aunque en el estado estacionario final ya no se cuenta con un error constante debido a la perturbación externa.

En la gráfica del error de seguimiento, si bien se aprecian más oscilaciones cercanas a un error de 0 radianes, el controlador mantiene su robustez impidiendo que se desestabilice el sistema.

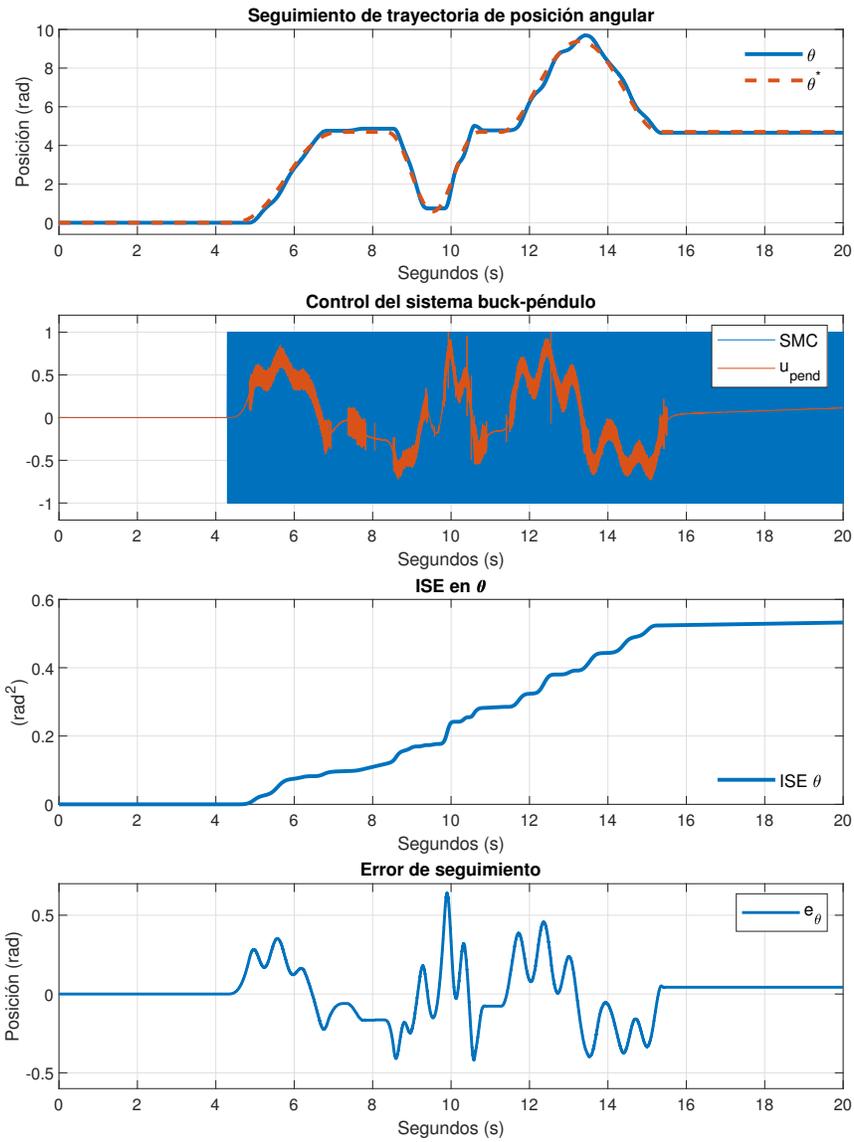


Figura 7.3: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC tradicional para el sistema original y sin perturbaciones externas

7.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC TRADICIONAL PARA EL SISTEMA ORIGINAL CON PERTURBACIÓN EXÓGENA

En el gráfico correspondiente al control del sistema buck-péndulo se observa al control equivalente u_{pend} con solo un instante de saturación cerca del segundo 12, esto es porque se acumuló una trayectoria veloz junto con la perturbación al sistema, no obstante regresa a estar acotado entre -1 y 1.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de 0.622506, un poco mayor al caso no perturbado, demostrando robustez en el control aun con perturbación exógena.

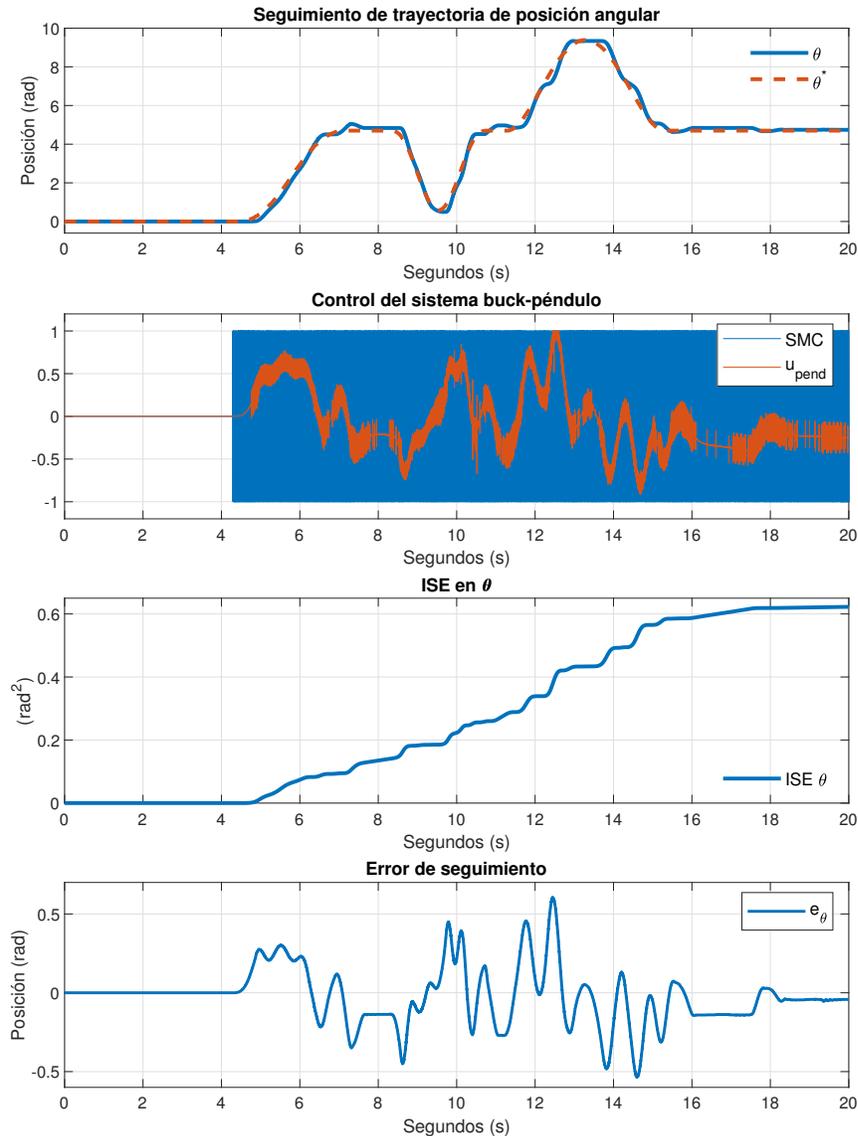


Figura 7.4: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC tradicional para el sistema original etapa y con perturbaciones externas

En este experimento la ausencia de banda muerta y presencia de perturbación provoca que a partir del segundo 16 se observe que el control ya no crece lentamente, sino que

la presencia de pequeñas variaciones en el error hagan que el control promedio u_{pend} se ensanche, pero aun con esto el error se mantiene muy cercano a cero.

7.5. Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado sin perturbación exógena

Las constantes de la Tabla 7.4 se usan para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ del polinomio característico correspondiente al controlador del convertidor buck. En cambio, para el cálculo de las ganancias $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6, \kappa_7, \kappa_8, \kappa_9$ del polinomio característico correspondiente al controlador del sistema resorte-péndulo se sintonizó usando ζ, w_n, p y ϵ inicialmente, pero para tener una sintonización más fina se seleccionaron manualmente los polos respetando la estructura natural observador-controlador del esquema ROESO-ADRC [24], ellos se muestran en la Tabla 7.5.

	$K_b(s)$		
Símbolo	ζ	w_n	ϵ
Valor	1	200	0.1

Tabla 7.4: Parámetros del controlador $K_b(s)$ para implementar el control ADRC en 2 etapas en el sistema modificado

Raíces de $K_\theta(s)$	
Controlador	Observador
-140	-1000
-100	-500
-90	-500
-60	-350
-20	-300

Tabla 7.5: Raíces de la función de transferencia en lazo cerrado del controlador $K_\theta(s)$ para el sistema modificado con un control ADRC en 2 etapas

Los valores para los filtros EMA que ayudan en el filtrado del ruido de los controladores $K_b(s)$ y $K_\theta(s)$ son $\alpha_b = 0.005$ y $\alpha_\theta = 0.008$ cuyas respuestas en frecuencia se observaron en la Figura 5.1.

En la Figura 7.5 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del seguimiento de trayectoria se observa que el manipulador θ sigue de cerca la trayectoria θ^* ,

7.6. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC EN 2 ETAPAS PARA EL SISTEMA MODIFICADO CON PERTURBACIÓN EXÓGENA

también se observa el ángulo del eje el motor después de la caja de engranes θ_m que difiere del manipulador debido a la presencia del resorte que aumentó 2 órdenes al sistema.

En la gráfica del error de seguimiento debido al orden del sistema y su complejidad se observa una oscilación continua alrededor de 0 en el estado estacionario final, pese a ello el control mantiene al sistema controlado.

En el gráfico correspondiente al control del sistema resorte-péndulo y voltaje del buck se observa que el control equivalente u_{pend} continuamente se satura en -12 V o 12 V por las ganancias del controlador implicadas debido al orden del sistema, sin embargo, el control del convertidor buck u_{buck} realiza el control respectivo y promedia su trayectoria deseada que es u_{pend} dejando ver que el voltaje de salida del convertidor buck v_b siempre se mantiene acotado entre -12 V y +12 V. Por las mismas ganancias necesarias para el control de este sistema la pendiente del voltaje del buck v_b está cerca de los -45° y 45° a partir del segundo 14, queriendo llevar al manipulador rápidamente a la referencia pero pasándose de la misma, esto entra en un ciclo que lo lleva a oscilar cerca de la referencia.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de 0.247612.

Al continuar sin el uso de banda muerta se presenta en el estado estacionario final una oscilación constante, esto es debido a la inercia del sistema y la zona no controlable del motor de CD, ya que el control es creciente y decreciente más rápido que antes por las ganancias necesarias y cuando quiere compensar pequeños errores se pasa de la referencia, esto se observa de forma constante. Aun así, el control hace todo lo posible para mantener cerca de la referencia al manipulador, mostrando robustez y estabilidad.

7.6. Implementación del controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado con perturbación exógena

En este experimento se usaron las mismas constantes para los controladores $K_b(s)$ y $K_\theta(s)$, mostrados en las Tablas 7.4 y 7.5 respectivamente; así como también se usaron las mismas constantes α_b y α_θ que el experimento pasado.

En la Figura 7.6 se muestra los resultados del experimento. En la gráfica del seguimiento de trayectoria se observa que el manipulador presenta más oscilaciones a lo largo de la trayectoria debido a las perturbaciones exógenas inducidas respecto al experimento previo.

En la gráfica del error de seguimiento se aprecian picos de mayor amplitud y pequeñas oscilaciones montadas en las oscilaciones mayores, esto indica que la perturbación es fuerte y hace que se desvíe más el manipulador de su referencia, con todo esto el controlador

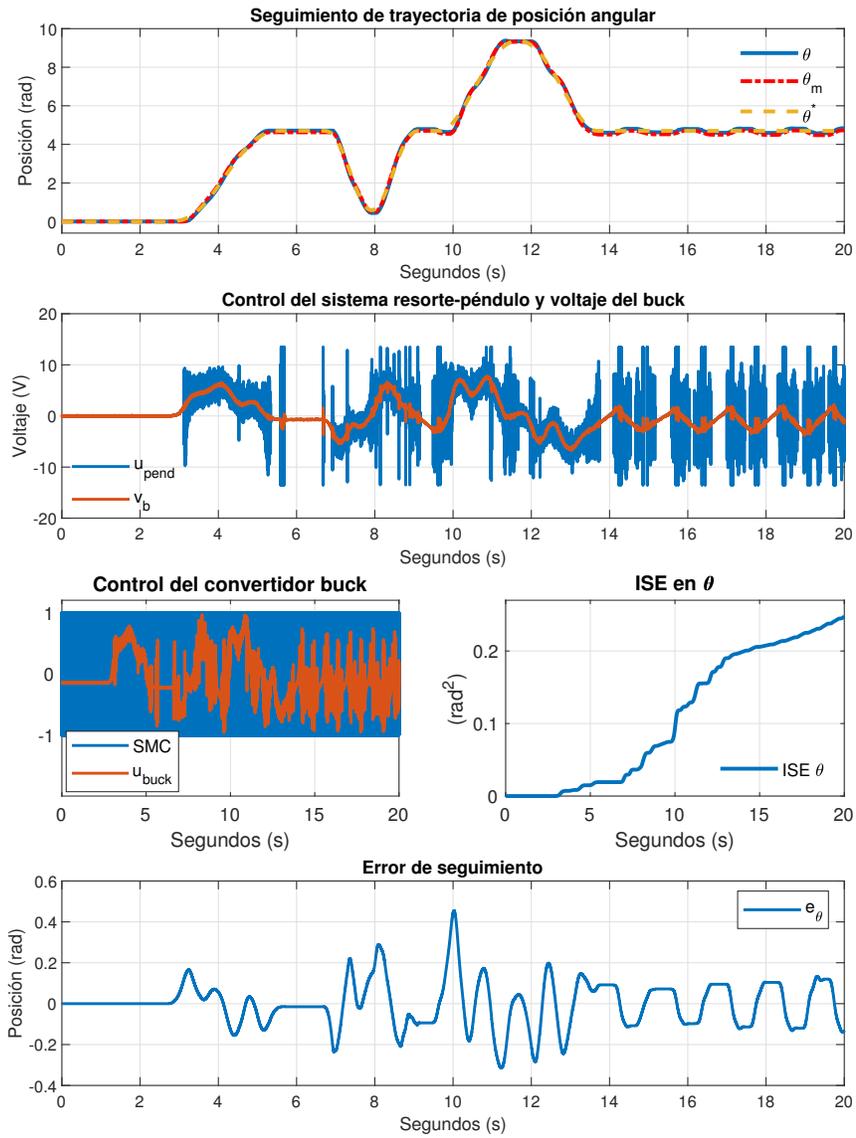


Figura 7.5: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado y sin perturbaciones externas

7.6. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ADRC EN 2 ETAPAS PARA EL SISTEMA MODIFICADO CON PERTURBACIÓN EXÓGENA

mantiene al sistema bajo control.

En el gráfico correspondiente al control del sistema resorte-péndulo y voltaje del buck se observa que el control equivalente u_{pend} presenta picos de saturación donde antes no tenía en el caso no perturbado, esto provoca que el control del convertidor buck u_{buck} se vea mucho más oscilante engrosando así su gráfica, dando a entender que lleva a cabo un mayor esfuerzo para seguir la referencia impuesta por u_{pend} debido a las perturbaciones en el sistema. Por esto es que el control u_{buck} se ve más cerca del umbral de acotamiento del régimen deslizante *SMC*.

En el gráfico del rendimiento del control se presenta la métrica ISE en θ con un valor al cabo de 20 segundos de 0.455276.

Debido a la presencia de la perturbación externa y el orden del sistema, incluso implementando la banda muerta que se usó en el sistema de orden 5 en 2 etapas, el manipulador ya no puede entrar en la banda muerta por la dificultad descrita. Se observa que ya para ser un sistema de orden 7 el control se vuelve muy sensible al ruido, esto provoca los constantes picos de saturación vistos en las distintas gráficas. Se observa también que el sistema está cerca del umbral de lo controlable.

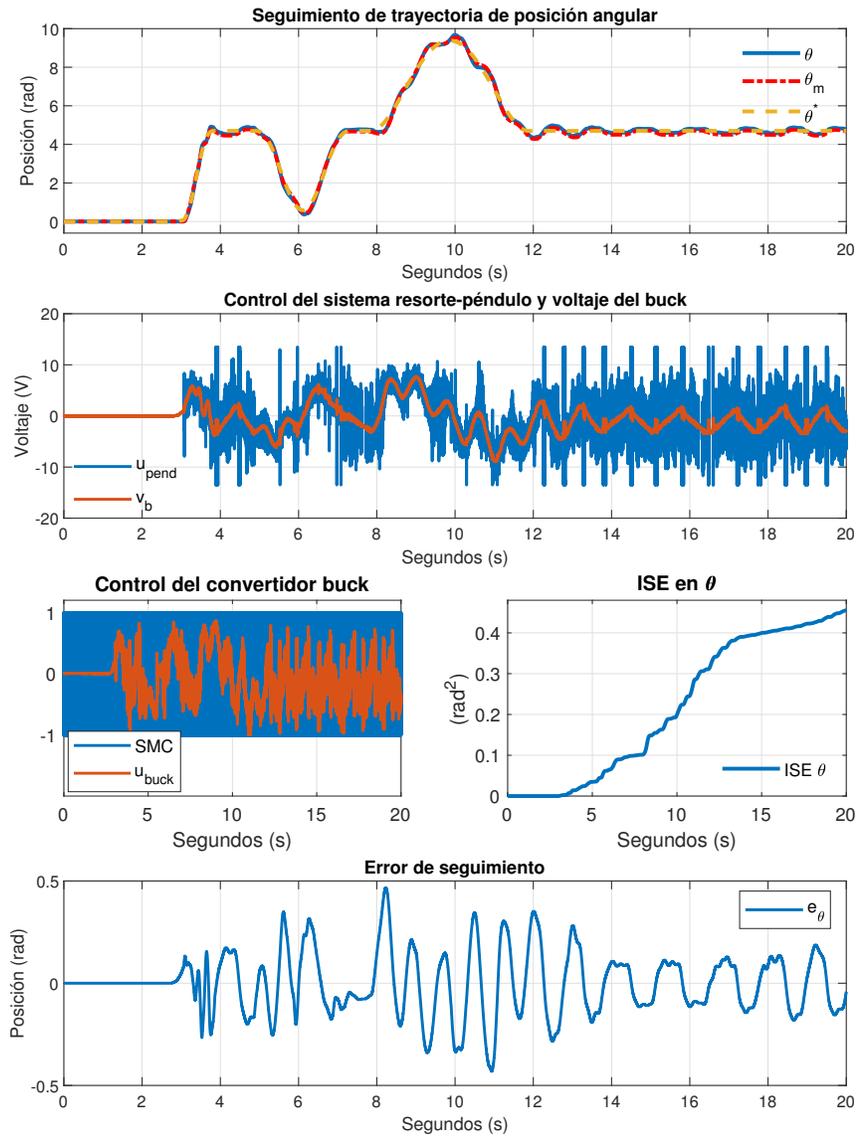


Figura 7.6: Seguimiento de trayectoria con un controlador ADRC en 2 etapas para el sistema modificado y con perturbaciones externas

Capítulo 8

Conclusiones

Este capítulo marca la conclusión de la presente tesis, donde se exponen las conclusiones derivadas del desarrollo de la investigación. Además, se destacan algunas contribuciones realizadas y se plantea la posibilidad de llevar a cabo trabajos futuros basados en este proyecto de tesis.

8.1. Conclusión del trabajo

Con este trabajo de tesis aprendí a usar algunas de las herramientas operables del taller de máquinas de la Sección de Mecatrónica, como lo fueron la fresadora milimétrica y el taladro de banco. El fabricar con mis propias manos 2 piezas para la plataforma fue altamente enriquecedor para mis habilidades mecánicas, la primera pieza se hizo para unos motores que ya no tenían el rendimiento esperado y se tuvieron que cambiar por los motores que se usaron en este trabajo de tesis, teniendo que repetir la mayoría del trabajo desde simulaciones hasta experimentos; la segunda pieza manufacturada fue la que se usó finalmente, los planos de ella se pueden observar en el Apéndice A.

Analizando los resultados obtenidos se puede concluir que:

Si bien el controlador ADRC es robusto a perturbación y que se le puede adscribir muchas no linealidades endógenas y exógenas, así como perturbaciones al término ξ , este controlador también es muy capaz de detectar ruidos no considerados al tener polos muy rápidos, es decir, muy a la izquierda en el plano complejo s . En primera instancia, como metodología para el cálculo de los polos se realiza indirectamente mediante los parámetros ζ, w_n, p, ϵ , ya que ajustando pocos parámetros somos capaces de obtener distintos polos a la vez; como segundo paso se recomienda ajustar manualmente los polos en el semiplano complejo izquierdo para obtener un ajuste más fino en la sintonización del controlador.

Por otro lado, aunque el filtro EMA ayudó grandemente en los controladores ADRC vistos, se debe tener cuidado al momento de elegir el parámetro α ya que podríamos asignar una frecuencia de corte f_c que nos limite frecuencias deseadas, o bien desfasarnos el control lo suficiente como para inestabilizar el sistema completo. Para evitar ello se debe anali-

zar los tiempos de respuesta del sistema y ver si es factible la implementación de este filtro.

Cabe remarcar que debido a que hay una región no controlable en el motor de CD alrededor de los 0 [V], el control provocaba cambios abruptos en la posición del manipulador, esto se vio agravado en los casos perturbados externamente y conforme se aumentaba la complejidad del sistema hasta el orden 7.

El error del seguimiento de e_θ se ve satisfactoriamente minimizado al sintonizar correctamente α_b y α_θ , lo que conlleva un mejor seguimiento del voltaje de salida del convertidor buck v_b y a su vez del manipulador θ .

El desempeño general del esquema propuesto logra satisfactoriamente el objetivo de control, destacándose por la robustez exhibida ante perturbaciones externas, principalmente en el caso en que el sistema se divide en 2 etapas.

8.2. Aportaciones

Las principales aportaciones de este trabajo son:

- Actualización de plataforma de desarrollo, permitiendo la incorporación de un motor de CD igualmente asequible pero de mejores características para futuros experimentos en el laboratorio.
- Propuesta de un control ADRC continuo implementado a través de un modulador $\delta - \sigma$ adicionado con un filtro EMA que es de bajo costo computacional.
- Demostración de la eficiencia de dividir en 2 etapas un sistema de orden 7 que contiene 3 velocidades de reacción distintas debidas al convertidor buck, motor de CD y manipulador.
- Exhibición de los resultados del experimento que corroboran este trabajo de tesis.
- Publicación de un artículo de congreso:
 - “Trajectory tracking of a single-link manipulator driven from a double-bridge Buck converter: A cascade ADRC approach” presentado en el 2023 20th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Ciudad de México, México, octubre 25-27 de 2023 (véase [25]).

8.3. Trabajo futuro

El trabajo adicional recomendado es el siguiente:

- Incluir en el modelo del sistema la fricción estática para poder tener un mejor control en la zona muerta del motor de CD.

- Desarrollar un filtro de bajo costo computacional que pueda reaccionar rápidamente a los cambios en su entrada sin sacrificar el ancho de banda operacional.
- Dar mantenimiento a la plataforma logrando coincidir los ejes entre tus distintas etapas, para así disminuir la fricción que esta presenta.
- Usar una Raspberry Pi Pico para implementar el control, ya que es una tarjeta de desarrollo de bajo costo y vale la pena poner a prueba sus alcances.
- Desarrollar una forma de minimizar los picos en el voltaje de salida del convertidor buck, estos ocasionados por la ausencia del diodo usual antes de la bobina ante la necesidad de hacer que el convertidor buck maneje voltajes positivos y negativos.
- Implementar el control propuesto en sistemas industriales.

Bibliografía

- [1] H. Sira-Ramírez, A. Luviano-Juárez, M. Ramírez-Neria, and E. W. Zurita-Bustamante, *Active disturbance rejection control of dynamic systems: a flatness based approach*. Butterworth-Heinemann, 2017.
- [2] J. Han, “Active disturbance rejection control technique—the technique for estimating and compensating the uncertainties,” *National Defense Industry Press, Beijing*, pp. 197–270, 2008.
- [3] ———, “From PID to active disturbance rejection control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 900–906, mar 2009.
- [4] Z. Li, Yiand Chen, M. Sun, Z. Liu, and Q. Zhang, “Adrc based attitude control of a quad-rotor robot,” in *Proceedings of the 2015 Chinese Intelligent Automation Conference*, Z. Deng and H. Li, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015, pp. 503–512.
- [5] J. Arcos-Legarda and A. Tovar, “Mechatronic design and active disturbance rejection control of a bag valve-based mechanical ventilator,” *Journal of Medical Devices*, vol. 15, no. 3, p. 031006, 2021.
- [6] A. Ferdjali, M. Stanković, S. Manojlović, R. Madonski, D. Bujaković, and A. Djennadbia, “Systematic design of nonlinear adrc for laser seeker system with fpga-based rapid prototyping validation,” *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 94, no. 7, pp. 1087–1099, 2022.
- [7] H. Sira-Ramírez, *Differentially Flat Systems*. CRC Press, may 2004.
- [8] A. Belyaev, I. Tutov, and D. Butuzov, “Analysis of noisy signal restoration quality with exponential moving average filter,” in *2016 international siberian conference on control and communications (sibcon)*. IEEE, 2016, pp. 1–4.
- [9] B. Martinez, J. Sanchis, S. Garcia-Nieto, and M. Martinez, “Control por rechazo activo de perturbaciones: guía de diseño y aplicación,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 18, no. 3, pp. 201–217, 2021.
- [10] Z. Chu, C. Wu, and N. Sepehri, “Active disturbance rejection control applied to high-order systems with parametric uncertainties,” *Int. J. Control Autom. Syst.*, vol. 17, pp. 1483–1493, 2019.

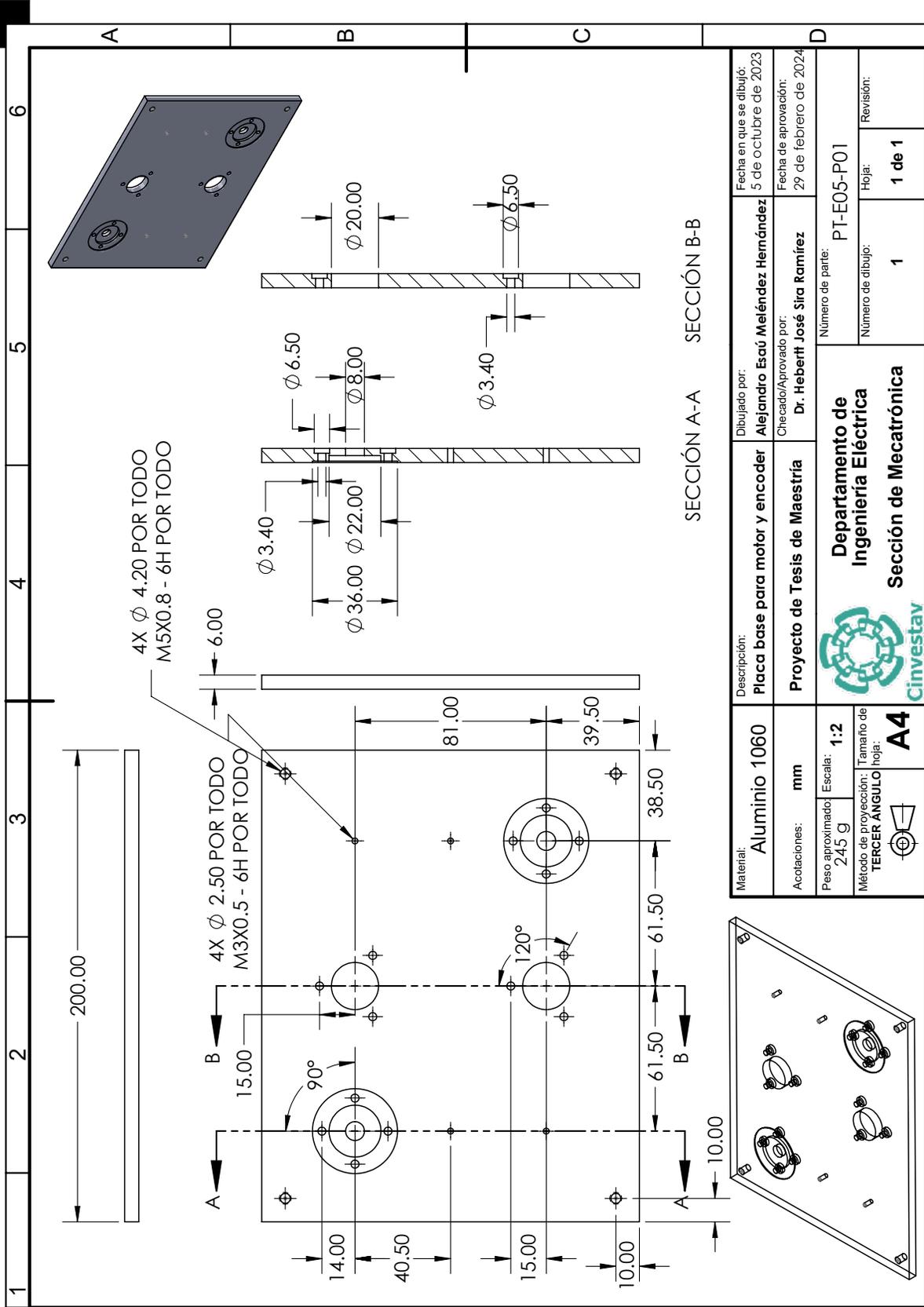
- [11] M. A. Aguilar-Orduña, H. Sira-Ramírez, and B. C. Gómez-León, “On the active disturbance rejection control for the sensorless maximum power point tracking task of a variable speed wind turbine,” *61st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2021.
- [12] Z. Zhao, H. Tian, and Y. Zhao, “Active disturbance rejection control for trajectory tracking of space manipulator flexible joint,” in *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*, 2011, pp. 727–732.
- [13] J. Lee, R. Mukherjee, and H. K. Khalil, “Output feedback stabilization of inverted pendulum on a cart in the presence of uncertainties,” *Automatica*, vol. 54, pp. 146–157, 2015.
- [14] M. Ramírez-Neria, H. Sira-Ramírez, R. Garrido-Moctezuma, and A. Luviano-Juárez, “Linear active disturbance rejection control of underactuated systems: The case of the furuta pendulum,” *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 920–928, 2014, disturbance Estimation and Mitigation.
- [15] H. Sira-Ramírez, M. A. Aguilar-Orduña, and B. Gómez-León, “The invariance control approach to sliding regimes in switched systems: A geometric algebra viewpoint,” in *2022 16th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 2022, pp. 29–34.
- [16] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon, “Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples,” *International Journal of Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1327–1361, jun 1995.
- [17] V. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, ser. Communications and Control Engineering. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [18] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2010.
- [19] Instituto Mexicano de Normalización y Certificación, A.C., “NOM-008-SCFI-2002: Sistema general de unidades de medida,” NORMA Oficial Mexicana, 2002, disponible en: <https://www.cenam.mx/Documentos/NOM-008-SCFI-2002%20Modif%20090924.pdf>. [Consultado el 13 de febrero de 2024].
- [20] H. Sira-Ramírez, E. W. Zurita-Bustamante, and C. Huang, “Equivalence among flat filters, dirty derivative-based pid controllers, adrc, and integral reconstructor-based sliding mode control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 28, no. 5, pp. 1696–1710, 2020.
- [21] H. Sira-Ramírez, B. C. Gómez-León, and M. A. Aguilar-Orduña, “A two stage active disturbance rejection control design for under-actuated nonlinear systems,” in *22nd IFAC World Congress Yokohama, Japan, July 9-14,, 2023*, in press.
- [22] M. A. Aguilar-Orduña, “CONTROL POR REGÍMENES DESLIZANTES SIN MEDICIÓN DE ESTADOS; APLICACIÓN A SISTEMAS ROBÓTICOS QUE INCLUYEN

- MODELOS DE LA PARTE ELECTRÓNICA Y ELECTROMECAÁNICA,” Master’s thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV), Febrero 2018.
- [23] T. M. Inc., “Matlab version: 23.2.0.2365128 (r2023b),” Natick, Massachusetts, United States, 2023.
- [24] H. Sira-Ramírez, M. A. Aguilar-Orduña, and B. C. Gómez-León, “Active disturbance rejection control of nonlinear SISO lagrangian systems via endogenous injections and exogenous feedback for trajectory tracking,” *Control Theory and Technology*, vol. 19, no. 1, pp. 113–126, feb 2021.
- [25] A. E. Meléndez-Hernández, H. Sira-Ramírez, M. A. Aguilar-Orduña, and B. C. Gómez-León, “Trajectory tracking of a single-link manipulator driven from a double-bridge buck converter: A cascade adrc approach,” *20th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, 2023.

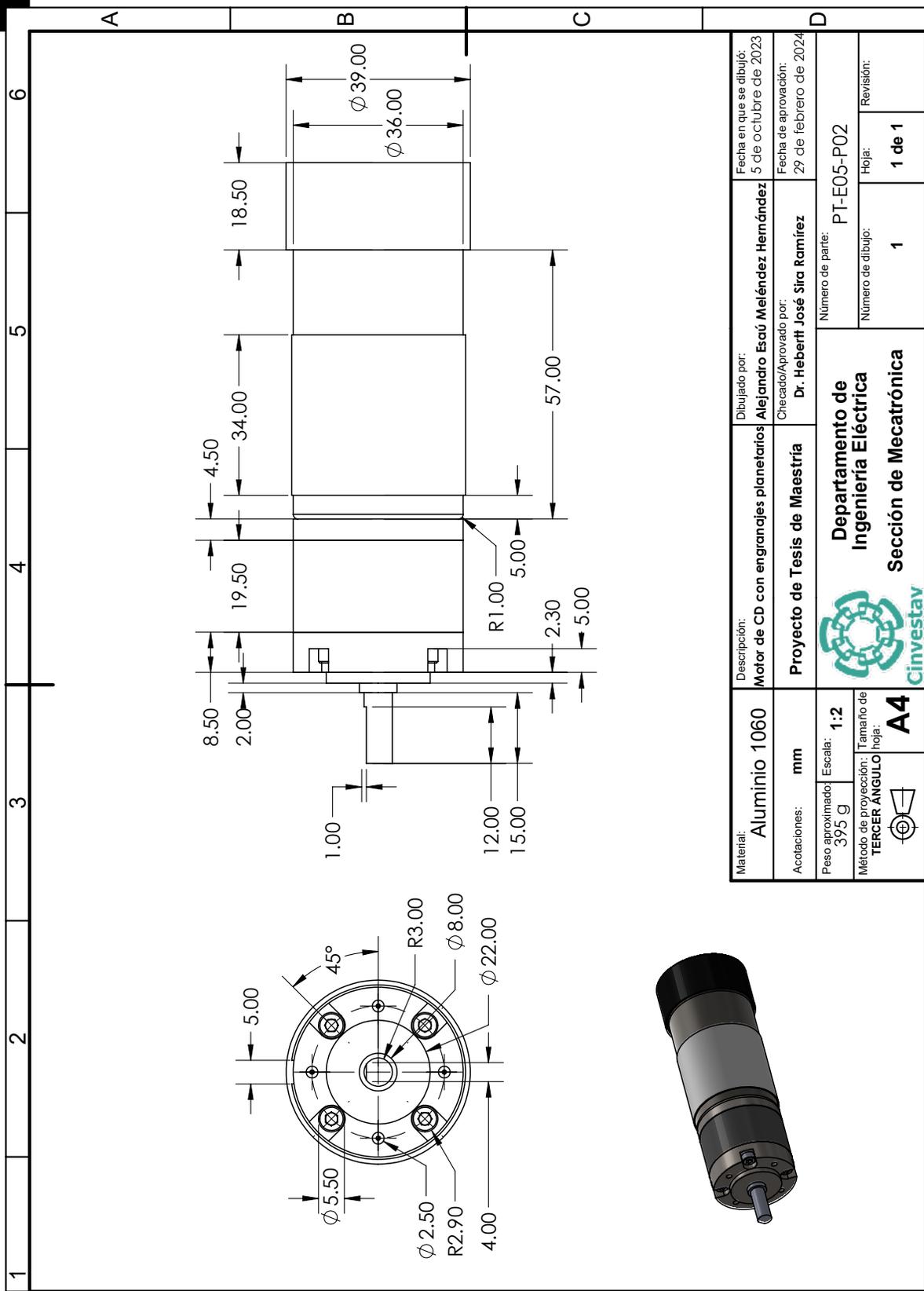
Apéndices

Apéndice A

Planos de la plataforma



Material:	Aluminio 1060	Descripción:	Placa base para motor y encoder	Dibujado por:	Alejandro Escaú Meléndez Hernández	Fecha en que se dibujó:	5 de octubre de 2023
Acotaciones:	mm	Proyecto de Tesis de Maestría	Departamento de Ingeniería Eléctrica	Revisado/Revisado por:	Dr. Hebertt José Sira Ramirez	Fecha de aprobación:	29 de febrero de 2024
Peso aproximado:	245 g	 Sección de Mecatrónica	Número de parte: PT-E05-P01 Número de dibujo: 1 Hoja: 1 de 1	Revisión:			
Método de proyección:	Tercer Angulo			Hoja: 1 de 1			



Material: Aluminio 1060	Descripción: Motor de CD con engranajes planetarios	Dibujado por: Alejandro Escá Meléndez Hernández	Fecha en que se dibujó: 5 de octubre de 2023
Acotaciones: mm	Proyecto de Tesis de Maestría	Dr. Hebert José Sira Ramirez	Fecha de aprobación: 29 de febrero de 2024
Peso aproximado: 395 g	 Departamento de Ingeniería Eléctrica Sección de Mecatrónica	Número de parte: PT-E05-P02	Revisión:
Método de proyección: TERCER ANGULO		Número de dibujo: 1	Hoja: 1 de 1