CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS

DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

La matemática funcional en la formación inicial docente: el caso de la Licenciatura Enseñanza de las Matemáticas en Ciudad Victoria, Tamaulipas

Tesis que presenta

EVELYN ANAHI SOTO JASSO

Para obtener el grado de

MAESTRA EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

Director de Tesis:

DR. FRANCISCO CORDERO OSORIO

Ciudad de México Marzo, 2024

Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) el apoyo financiero brindado para realizar mis estudios de maestría.

Evelyn Anahi Soto Jasso
Becaria No. 1147854

Esta investigación fue financiada por CONAHCYT, con el Proyecto “Una categoría de modelación matemática. La pluralidad epistemológica y la transversalidad de saberes: los aprendizajes de los significados de la matemática en las ingenierías y en los diferentes niveles educativos”. Clave 0284259.

Agradecimientos

Este trabajo es el fruto de muchas personas que siempre han creído en mí y me han apoyado incondicionalmente.

Primero, quiero agradecer a Dios porque nunca me deja sola, porque me dio paciencia, pasión y amor para culminar mi trabajo de investigación.

A toda mi familia, que siempre han estado cuando los he necesitado, en los buenos y en los malos momentos. El logro también es de ellos.

A mi director de tesis, el Doctor Francisco Cordero, por creer en mí, por aceptar apoyarme en este largo camino y dedicar de su tiempo para guiarme y orientarme en el trabajo presentado.

Dedicatoria

Dedicar este trabajo significa que está por terminar una etapa de mi vida académica profesional muy importante, sin duda, esto no sería posible si no fuese por muchas personas que me rodean, por eso dedico mi trabajo a ellos.

A mi madre: Quiero dedicar este trabajo a mi madre, Mireya, sin ella no lo habría logrado. Su bendición a diario a lo largo de mi vida me protege y me lleva por el camino del bien, por su apoyo incondicional, por su apoyo emocional, por sus palabras de aliento y porque siempre ha creído en mí, más de lo que yo misma pueda creer en mí. Sin duda, fue mi motivación más grande para concluir con éxito este proyecto de tesis.

A mis hermanas: Nancy y Cinthya, les dedico este trabajo porque siempre han creído en mí y eso es algo que siempre me alienta a no rendirme. Sin duda, su apoyo, me motiva constantemente para alcanzar mis metas.

Todo esto fue posible gracias a todos ellos, por eso se las dedico, con mi más sincero amor.

Tabla de contenido

RESUMEN

Con una perspectiva de la construcción social del conocimiento matemático, se ha identificado una problemática educativa de la matemática, la cual consiste en la falta de conexión entre saberes matemáticos y la realidad. El estudio de esas conexiones se ha enfocado en cómo usa el conocimiento matemático la gente. Un resultado al respecto consiste en que la matemática funcional es el hilo conductor para hacer vínculos con la realidad. Para ello se construyó un diseño de una situación escolar, con el cual, se pone en juego un saber matemático, la categoría de transformación de funciones y un objetivo de desarrollo sostenible, gasto de agua en una región. El vínculo entre estos dos aspectos sucede en la resignificación "comportamiento tendencial". Como hipótesis tenemos que la emergencia de esa resignificación permite al estudiante resistir al discurso Matemático Escolar de las funciones: confrontar a la función como una fórmula con el significado y uso de la función como una instrucción que organiza un comportamiento. La investigación se llevó a cabo en Cd. Victoria, Tamaulipas, México con estudiantes de octavo semestre que están en la formación inicial docente. Con el resultado de la investigación se hace una reflexión acerca del impacto educativo en las aulas de clase cuando se ingresa el constructo matemática funcional.

Palabras clave: Matemática funcional, formación inicial docente, categoría de transformación, funciones.

ABSTRAC

With a perspective of the social construction of mathematical knowledge, an educational problem of mathematics has been identified, which consists of the lack of connection between mathematical knowledge and reality. The study of these connections has focused on how people use mathematical knowledge. A result in this regard is that functional mathematics is the conductive thread to make links with reality. For this, a design of a school situation was built, with which, a mathematical knowledge, the category of transformation of functions and a sustainable development objective, water expense in a region is put into play. The link between these two aspects happens in "trend behavior" resignification. As a hypothesis we have that the emergence of this resignification allows the student to resist the school mathematical discourse of functions: to confront the function as a formula with the meaning and use of the function as an instruction that organizes a behavior. The research was carried out in Cd. Victoria, Tamaulipas, Mexico with eighth semester students who are in the initial teacher training. With the result of the research, a reflection is made about the educational impact in class classrooms when the functional mathematical construct is entered.

Keywords: Functional mathematics, initial teacher training, transformation category, functions.

INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta investigación fue construir un Diseño de Situación Escolar de Socialización (DSES) con base en la categoría de transformación que permite la emergencia de argumentos sobre comportamiento tendencial. Estos argumentos confrontan el concepto de función curricular a través de la planeación didáctica elaborada por los alumnos en formación docente.

El tratamiento de la confrontación consistió en valorar los usos y significados de las gráficas de las funciones favorecidos en el diseño de la situación, los cuales consisten en argumentaciones de sus comportamientos tendenciales lo que conllevó concebir a la función como una instrucción que organiza comportamientos.

Para tal fin, en esta investigación fue necesario preguntarse: ¿Cómo valorizan los usos y significados de las gráficas de las funciones una comunidad de estudiantes de docencia de la enseñanza de las matemáticas al enfrentarse a un diseño de situación escolar de socialización?

Para responder la pregunta se puso atención en el estatus epistemológico de la matemática funcional, en la educación de la matemática. Su atención es menor, pero para incrementarla se proponen los DSES (Codero et al., 2015). Y, la realidad es tratada en el marco de los Objetivos de Desarrollo Sostenibles (ODS). En particular, se consideró el tema del agua en Tamaulipas.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013) se ha preocupado por la construcción social del conocimiento matemático debido a que identificó una problemática que se encuentra en el sistema educativo. La cual, ha ayudado a entender que el causante principal del fracaso educativo de las matemáticas, no solo es una problemática competente de las dimensiones cognitivas y didácticas, sino que es el discurso Matemático Escolar (dME) quien excluye a los actores del sistema didáctico en el cual se ven afectados los significados, procedimientos y argumentaciones de los estudiantes, es decir, de la construcción social del conocimiento matemático (Soto, 2010). La aportación de esta perspectiva es ofrecer un rediseño del dME.

Se realizó un DSES el cual tiene como función, afectar al tratamiento escolar de la matemática, es decir, impactar en la educación para generar un cambio educativo, siempre buscando favorecer el uso de la matemática que se aprende en la vida. Para poder desarrollar el DSES fue necesario adentrarnos a una epistemología de las tratadas en el programa “Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes” (Cordero, 2023), el cual consiste en ofrecer resignificaciones de los usos del conocimiento matemático en la diversidad de escenarios que vive la gente. Se seleccionó la situación de Transformación, la cual ofrece una resignificación del uso de las gráficas como un comportamiento tendencial. Este diseño se aplicó a 7 estudiantes de 8vo semestre de la licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas en Ciudad Victoria, Tamaulipas. Después de ello, los estudiantes realizaron un diseño donde tocaron distintos temas de funciones curriculares de la educación media.

Como conclusión, general, surgió la emergencia de la Categoría de Transformación. Esto quiere decir, que esos estudiantes de docencia de la enseñanza de las matemáticas resistieron al dME de las funciones. Generaron una resignificación de uso de las gráficas. El análisis de los diseños que realizaron los estudiantes en formación docente, nos ofrece factores sobre el impacto educativo que vivieron esos estudiantes.

Capítulo I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo contextualizamos el planteamiento del problema, a través de considerar algunas problemáticas de nuestra área de estudio. Los temas por tratar son: Discurso Matemático Escolar, La educación matemática en los ODS, Formación Inicial Docente y funciones y graficación. Todo ello configurará la problemática de nuestra investigación. Además, formulamos la pregunta, la hipótesis y los objetivos de la investigación.

Planteamiento de la problemática

Discurso Matemático Escolar

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013) enfoca la problemática educativa de la matemática en la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM). Con lo cual, se identificó que la problemática educativa es el *discurso Matemático Escolar (dME)*. Este discurso excluye a los actores del sistema didáctico en el cual se ven afectados los significados, procedimientos y argumentaciones de los estudiantes, es decir, de la construcción social del conocimiento matemático (Soto, 2010).

Con ello, podemos evidenciar una problemática principal en la enseñanza de las matemáticas y como matemáticos educativos aportamos a la disciplina constructos teóricos que orientan un cambio epistemológico de la matemática escolar.

A continuación, escribimos una cita textual de Cordero, et al. (2015) para que ayude a entender la dimensión de la problemática abordada en esta investigación:

> Las matemáticas y el cotidiano expresan dos epistemologías diferentes. Con ese marco se problematiza el aprendizaje de la matemática. Se formulan tres fenómenos enlazados provocados por el dME: *la adherencia, la exclusión y la opacidad.* Para afrontarlos se requiere de un rediseño del dME, cuya base epistemológica consiste en los *usos del conocimiento matemático de comunidades* que suceden en la escuela, en el trabajo y la ciudad. Todo esto conforma una construcción social del conocimiento matemático (CSCM), donde la matemática funcional es el

> hilo conductor. Se hace un cuestionamiento, con el marco de la CSCM, de la formación de profesores de matemáticas que conlleva un programa para trastocar el conocimiento matemático permanentemente (Cordero, et al., 2015, p.13).

Cordero, et al. (2015) analizan el significado del constructo dME, el cual consta de algunos fenómenos educativos que no permiten la CSCM. En resumen, podemos decir que es la falta de diálogo entre dos aspectos: el saber matemático escolar y la realidad.

Figura 1.

Falta de diálogo del saber matemático escolar con la realidad.

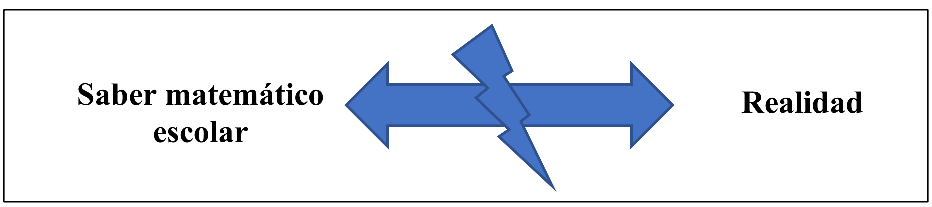


Figura 1. Interpretación propia, tomado de Cordero, 2023.

Para generar tal diálogo se busca una *horizontalidad y reciprocidad* entre saberes, es decir, que en el uso del conocimiento matemático se refleje un diálogo entre el saber matemático escolar con la realidad recordando que el uso del conocimiento matemático según Cordero (2023) se caracteriza con referencia a dos elementos dialécticos: el funcionamiento (Fu), es decir ¿qué hace? y la forma (Fo); ¿cómo se hace?

En particular, enfocamos la atención en el saber matemático escolar y en el saber realidad, donde el primero debe ser un conocimiento que sea útil para la vida y donde la realidad nos muestre los usos del conocimiento matemático de la gente.

En ese sentido, Codero, et al. (2015) señalan que en lugar de enfocar la atención en lo que saben los estudiantes es preciso mirar cómo usan el conocimiento.

Por lo tanto, es nuestro interés estudiar esa falta de diálogo de saberes y realidad, pero poniendo atención en *cómo* la gente usa el conocimiento, donde la matemática funcional es el hilo conductor. Esta investigación propone analizar ese hecho a través de un Diseño de Situación Escolar de Socialización (DSES).

El DSES pondrá en juego una matemática funcional que nos deje ver una realidad donde podamos impactar a las personas con las que se trabajará, en este caso, con estudiantes de formación inicial docente de matemáticas.

A través de esta matemática funcional, se busca la resignificación que puede entenderse como la capacidad de afrontar de manera sencilla situaciones que antes podían ser complicadas (Cordero, et al., 2022). Además, se consideran los Objetivos de Desarrollo Sostenibles (ODS) para el tratamiento de esta investigación.

La educación matemática en los ODS

La educación es un tema de interés para los investigadores, asociaciones, organismos públicos, entre otros, por ejemplo, la Organización de las Naciones Unidas (ONU) ha dejado ver el valor que tiene la educación ya que afirma que ella es la que va a permitir la movilidad socioeconómica ascendente y con ello será un punto importante para poder salir de la pobreza que vive la sociedad, por eso es importante que las personas puedan tener una educación pero aunque se ha trabajado en ello durante muchos años, la ONU nos permite ver que más de la mitad de todos los niños y adolescentes de todo el mundo no están alcanzando los estándares mínimos de competencia en lectura y *matemáticas* (Organización de las Naciones Unidas, 2017).

Siguiendo lo que nos describe la ONU (s.f.), en el objetivo 4 (Educación de calidad), se destaca que una de las metas es que de aquí al 2030, aumente considerablemente el número de jóvenes y adultos que tienen las competencias necesarias, en particular técnicas y profesionales, para acceder al empleo, el trabajo decente y el emprendimiento al igual que menciona aumentar considerablemente la oferta de *docentes calificados*, incluso mediante la cooperación internacional para la *formación de docentes* en los países en desarrollo, especialmente los países menos adelantados y los pequeños Estados insulares en desarrollo.

Con ello, podemos observar que la ONU apuesta por la formación de docentes para una mejor educación; en este punto nos preguntamos, ¿qué es una mejor educación? y es que sobre la visión de la educación que tiene la ONU, existe una fuerte discusión por la postura neoliberalista que refleja este organismo (Irwin, 2022), por lo tanto, es importante *resaltar nuestra postura*. En nuestros principios, de la teoría socioepistemológica, buscamos saberes en un plano de igualdad, reciprocidad, horizontalidad, es decir, nuestras competencias van orientadas a hacer un trabajo colaborativo, de comunidad.

Además de la preocupación por la educación (objetivo 4. Educación de calidad), se muestran otros 16 objetivos que consideran clave para tener una mejor vida, dicha Agenda (Agenda 2030) es un plan de acción en favor de las personas, el planeta y la prosperidad, también tiene por objeto fortalecer la paz universal dentro de un concepto más amplio de la libertad, aunque consideramos todos los objetivos importantes, retomaremos el objetivo 6 *Agua limpia y saneamiento (*Gobierno de México, 2021).

Objetivo 6. Agua limpia y saneamiento

Desde la Educación, se han preocupado por retomar los ODS, por ello, en la *Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenible*, se busca "Garantizar la disponibilidad de agua y su gestión sostenible y el saneamiento para todos", con nuestra investigación, aportamos al tercer objetivo de aprendizaje socioemocional que manifiesta que "*El/la alumno/a es capaz de sentirse responsable por su uso del agua"* (UNESCO, 2017) recordando nuestra visión, donde buscamos saberes en un plano de igualdad, reciprocidad y horizontalidad.

Al creer en las problemáticas del mundo que nos señala la agenda 2030, creemos que desde la formación inicial docente es muy importante introducir estos temas ya que permite el diálogo del saber matemático escolar con la *realidad.* La realidad de la problemática relacionada con el agua no solo es un problema que vemos de forma general, sino, este fenómeno lo veremos directamente con la realidad que vive Tamaulipas, donde se llevará a cabo el estudio, el cual, se describirá más adelante.

Por todo ello, es importante describir la formación inicial docente, para conocer la comunidad en la cual nos centraremos.

Formación Inicial Docente

Es de gran valor estudiar a los estudiantes en formación inicial docente, así como lo menciona Yam (2013), estudiarlos nos va a permitir considerar al profesor como un constructor de conocimiento, y sobre todo de nuevos ciudadanos, ello da muestra del gran valor que debiera tener el profesor dentro de nuestra sociedad.

Dentro de la teoría socioepistemológica se han interesado en estudiar la formación inicial docente por esas particularidades interesantes que tiene, es decir, por ese "rol particular dentro de una determinada sociedad", esa *comunidad de conocimiento* es de suma relevancia para la disciplina ya que ellos, en su profesión, estarán encargados de formar ciudadanos, y ello, para nuestra disciplina Matemática Educativa es muy interesante por el impacto educativo que pueden realizar.

Así también, en el programa Socioepistemológico Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes (Soltsa) algunas investigaciones se han interesado en estudiar a esta comunidad, con las cuales se describe a los estudiantes de pedagogía en matemáticas, por ejemplo, en Chile, para dejar ver la relevancia de la comunidad y esas características particulares que pueden tener **(**Opazo, 2014).

Algunas otras investigaciones (Rivero et al. 2017; Ventura 2016) nos dejan ver algunas de las características del profesor. Se menciona que el proceso de enseñanza y aprendizaje de los profesores se conecta directamente con la forma en que ellos aprendieron y se formaron. El profesor fue estudiante y tuvo una forma de aprendizaje. Ésta, la emula en sus formas de enseñar y es complicado cambiarla. Aunque esta afirmación es muy impactante, creemos que con una formación que esté enfocada en las funcionalidades y realidades del conocimiento matemático, el profesor puede dejar de ser un agente encargado de emular estilos de enseñanza para crear una autonomía en el docente y éste esté abierto a nuevas ideas de aplicar la matemática, con la certeza que la *matemática funcional* aporta totalmente a este tipo de formación.

Por otro lado, Pagés, (2021, pp. 20-21) menciona qué:

> La relevancia de esta línea de investigación se sostiene en el hecho de que los formadores de profesores deben promover que los futuros docentes aprendan aspectos matemáticos, pedagógicos, así como aspectos epistemológicos del conocimiento de los alumnos (Zaslavsky, 2007). Por otro lado, el foco de la investigación en Matemática Educativa en general, y de los formadores de profesores en particular, ha ido cambiando hacia la consideración de los docentes y formadores como aprendices, y en especial, del trabajo conjunto de grupos de ambas comunidades, que apoyen este aprendizaje (Jaworski y Huang, 2014).

Con lo descrito anteriormente, podemos ver que estudiar a los profesores en formación incial no solo es de interés para la comunidad matemática, sino que, los profesores juegan un papel muy importante en la sociedad y por ello, es considerado relevante aportar a su formación. Es por ello, que en esta investigación tiene como objetivo hacer una aportación a los futuros profesores desde la idea de la CSCM a traves de la categoría llamada *comportamiento tendencial* que ha sido estudiada dentro del programa Socioepistemológico Soltsa en la cual haremos tratamiento del tema de funciones (graficación), todo ello se describirá a continuación.

Funciones y graficación

Youschkevitech (1976) realiza un estudio sobre el concepto de función y reporta que tuvo un largo desarrollo para consolidarse en el siglo XVII (Cordero y Flores, 2007).

Siguiendo a Cordero y Flores, (2007) nos mencionan que Youschkevitech en 1976 identificó 3 etapas principales de su desarrollo:

- La antigüedad. Etapa en la que se hacen estudios de casos particulares de dependencia entre dos cantidades. Aparece el uso de tablas sexagesimales, de cuadrados y raíces cuadradas, de cubos y raíces cúbicas. Se elaboran empíricamente tablas de efemérides del sol, la luna y los planetas, que se convirtieron en cimientos matemáticos del desarrollo subsiguiente de la astronomía. Los griegos determinan leyes sencillas de la acústica, como la relación entre las longitudes y los tonos de las notas emitidas por cuerdas de la misma especie al ser pulsadas bajo tensiones iguales. En la época de Alejandría se desarrolló toda una trigonometría de las cuerdas correspondientes a una circunferencia de radio fijo, que equivalen a las tablas del seno de los Hindúes de unos cuantos siglos más tarde.
- La edad media (siglo XIV). Las nociones generales se expresaron por primera vez de modo definido, mediante formas geométricas y mecánicas, pero al igual que en la antigüedad, cada caso concreto de dependencia entre dos cantidades era definido por una expresión verbal de su

propiedad específica, o por medio de una gráfica. También se fueron perfeccionando métodos de tabulación, introduciendo así funciones trigonométricas importantes.

- El periodo moderno (siglo XVI, y especialmente durante el siglo XVII). Empiezan a prevalecer las expresiones analíticas de las funciones. Al situarnos en el periodo moderno se tiene que el lenguaje matemático, de la latitud y la longitud, al igual que las semicuerdas y segmentos de diámetros que correspondían a las secciones cónicas de la antigüedad bien se podrían denominar la ordenada y la abscisa, respectivamente, en donde es necesario resaltar que las coordenadas en el siglo XIV siempre se referían a puntos de alguna curva y no puntos arbitrarios del plano (Youschkevitech, 1976; Campos, 2003).

Cordero y Flores (2007) reinterpretan el trabajo de Youschkevitech, para enfocar la atención hacia el uso de las gráficas, argumentan que cualquier uso de gráfica del espacio (mapas, ilustraciones, planos, cuadrículas y trayectorias), antes de ser especificada curricularmente la gráfica de la función, se le llamará el síntoma del uso de la gráfica de la función y una vez que la gráfica de la función es declarada curricularmente se le llamará el uso de la gráfica de la función.

Esta investigación considera este marco de referencia, a través de la categoría de *comportamiento tendencia.* Para dar relevancia y respuesta a la problemática presentada en este primer capítulo. Es relevante mencionar que el comportamiento tendencial es la resignificación de usos de las gráficas (Cordero, 2008).

Es importante mencionar que, *categoría* significa un tipo de conocimiento matemático distinto al centrado en el objeto matemático y que favorece la descentración del objeto (Mendoza y Cordero, 2018).

Pregunta de investigación

¿Cómo valorizan los usos y significados de las gráficas de las funciones una comunidad de estudiantes de docencia de la enseñanza de las matemáticas al enfrentarse a un diseño de situación escolar de socialización?

Hipótesis de investigación

La emergencia de la Categoría de Comportamiento Tendencial permite al estudiante de docencia de la enseñanza de las matemáticas resistir al dME de las funciones (graficación).

Objetivos de investigación

- Construir un Diseño de Situación Escolar de Socialización con base en la categoría de transformación que permite la emergencia de argumentos sobre comportamiento tendencial.
- Evidenciar la valorización del diseño en su planeación didáctica.

Capítulo II: MARCO TEÓRICO

En este capítulo se reporta la teoría que fundamentó la investigación, seguido del programa donde se sitúa el proyecto. Se describen algunos aspectos como su corpus teórico y aquellos constructos que lo componen como el Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático (MCCM), Categoría de Modelación y lo Matemático, estructura del DSES, Situación de Transformación. La Perspectiva: Identidad disciplinar, formación docente, discurso Matemático Escolar (dME) y Rediseño del Discurso matemático escolar (RDME).

Por último, se muestra el marco contextual, para entender el contexto que se consideró para la investigación, es decir, el estudio de caso.

Teoria socioepistemológica

Para atender la problemática planteada en el capítulo anterior, la investigación se basó en la teoría Socioepistemológica, se habla de una relación social al saber, ella modela la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, 2016). La teoría se caracteriza por construir explicaciones sistémicas de los fenómenos didácticos y por problematizar los motivos de porqué el ser humano hace lo que hace. Por todo ello, el constructo fundamental es la *Práctica Social* (Cantoral, 2013); cuya noción en este enfoque es "normativa de la actividad humana, más que como actividad humana reflexiva o la reflexión sobre una práctica" (p. 152).

Retomamos a la *práctica social* desde lo que manifiesta Cordero (2016, 2023), que *la práctica social* en la evolución y desarrollo de la teoría se ha provisto de un significado, el cual, consiste en que la práctica social valora, en la problemática educativa de la matemática, el *sujeto olvidado*, que es fundamental recuperar. Esta tesis tiene diferentes expresiones: la realidad, el cotidiano, los usos del conocimiento, y en términos más genéricos: la gente (Cordero et al., 2015: Cordero 2023).

La teoría Socioepistemológica propone un Rediseño del Discurso Matemático Escolar (RDME) que considere al saber matemático como conocimiento en uso alejándose así del tradicional enfoque en los objetos matemáticos. La fuente del saber son las experiencias cotidianas de los individuos a través de prácticas socialmente compartidas (Cantoral et al., 2016).

> *La Socioepistemología, en tanto aproximación teórica emergente de la Matemática Educativa, da explicaciones incorporando la dimensión social sobre cómo los seres*

> *humanos construyen conocimiento matemático situado, poniendo en primer plano la idea de práctica social como norma de la construcción del saber. Dentro de esta disciplina, la Socioepistemología ha hecho planteamientos novedosos, poniendo al centro de la discusión, más que a los conceptos, a las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento. […] En este sentido, [se ha logrado] romper la centración en conceptos y en individuos que aprenden, por otra que pone el énfasis en las prácticas y en las comunidades. Ello exige de marcos teóricos adecuados a los tiempos (Cantoral, 2010, pp. 1051-1052).*

Con lo anterior, podemos afirmar que aquel futuro profesor de matemáticas que se esté formando bajo esta teoría, será un profesional que no considere al conocimiento como primordial sino que, considere que la construcción social del saber puede lograrse a través de prácticas socialmente compartidas.

Así como la Socioepistemología da pautas a las cuestiones que son parte de la construcción del conocimiento matemático, también ha dado elementos de análisis para entender al rol docente y a la formación docente en particular (Crespo, et al., 2013). Esto último es de gran interés ya que no solo mira que la práctica docente sea aquella que considere distintos aspectos, sino que, si se analiza desde la formación de futuros profesores, ésta será mucho más natural al momento de llegar al aula de clase.

La teoría socioepistemológica tiene un aporte fundamental: modela la construcción social del conocimiento matemático conjuntamente con su difusión institucional, esto es, modelizar las dinámicas del saber o conocimiento puesto en uso (Cantoral, 2016), cuando hablamos de construir el conocimiento, se refiere a que los alumnos tengan lo necesario para poder crear ese conocimiento en conjunto del profesor que a través de una buena didáctica diseñada, se podrá obtener un resignificado de aquello que ya se conoce.

De forma general, esta teoría propone una alternativa al programa clásico que se tiene, el cual se resume en la siguiente tabla:

Tabla 1

Contraste entre el programa clásico y el alternativo.

Programa clásico	**Programa alternativo**
Racionalidad universal	Racionalidad contextualizada
Currículum fijo	Currículum flexible
Basado en objetos	Basado en prácticas
Discurso Matemático Escolar-fijo	Rediseño del Discurso Matemático Escolar
Reificación como norma	Práctica social como norma
Centrada en el sujeto	Centrada en comunidades

Tabla 1. Contraste entre el programa clásico y el alternativo (Cantoral, 2016).

La tabla 1 nos muestra algunos cambios propuestos por la teoría para que los programas educativos consideren distintos aspectos, teniendo como objetivo el aprendizajes significativos para el estudiante, así como desarrollar el pensamiento matemático.

En primer lugar, nos habla sobre la contextualización del conocimiento matemático, es decir, que se considere el contexto real del alumno. También se busca que el currículo sea flexible, es decir, que el docente tenga libertad para manejar ciertos aspectos, como por ejemplo, la selección de contenido matemático. Además, propone que el programa esté basado en prácticas y no solo en objetos, es decir, que se pueda experimentar, hacer, construir, relacionar conocimiento matemático. También es importante rediseñar ese dME que ha estado establecido por muchos años (y se sigue permeando), es decir, que se reconsidere y rediseñe la forma en cómo se está enseñando dentro del aula, en nuestra propuesta, incluir la matemática funcional en la discusión de los futuros profesores. También, eliminar esa idea de la reificación como norma y considerar la práctica social, es decir, dejar de ver al estudiante como una persona que no es consciente ni libre para adquirir aprendizajes sino, que a través de las prácticas sociales involucrar al estudiante en el contenido matemático para que éste pueda construir este conocimiento. Por último, se propone que el aprendizaje deje de estar centrado en el sujeto y se centre en comunidades, es decir, considerar otros aspectos a la hora de llevar a cabo el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Siguiendo a Cantoral (2013), dentro de la Teoría Socioepistemológica nos habla sobre tres nociones básicas para esta teoría, la primera es la *Matemática* la cual, es del campo científico, da a conocer conocimiento matemático con criterios de verdad. También se habla de la *matemática escolar* la cual hace referencia a llevar la noción *matemática* al ámbito escolar lo cual lo podemos describir como el dME y, por último, la *matemática educativa* la cual es un campo disciplinar científico que estudia los aspectos didácticos relacionados al conocimiento matemático y éste se toma como RDME. El DME y el RDME son aspectos fundamentales que se consideran en la Tabla 1. Por lo tanto, hablaremos de ellos a continuación.

DME y RDME

Soto y Cantoral (2014) señalan que Soto (2010) fundamenta aspectos importantes que se presentan en el proceso de enseñanza – aprendizaje:

- La atomización en los conceptos: no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución del conocimiento.
- El carácter hegemónico: existe una supremacía de argumentaciones, significados y procedimientos, frente a otras.
- La concepción de que la Matemática es un conocimiento acabado y continuo: los objetos matemáticos son presentados como si hubiesen existido siempre y con un orden.
- El carácter utilitario y no funcional del conocimiento: la organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Se busca que el conocimiento tenga un carácter funcional, en el sentido que logre integrar tal conocimiento a la vida para transformarla.
- La falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar: se ha soslayado el hecho de que la Matemática responde a otras disciplinas y, por tanto, es ahí donde encuentra una base de significados naturales.

La Socioepistemología ha logrado, con el constructo dME, aclarar que la estructura de dichos discursos no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos (Cantoral et al., 2006).

Las propuestas de cambio en el discurso se resumen en la busqueda de un conocimiento matemático escolar centrado en las prácticas, que se vea como el producto de la sabiduría humana, que se considere legitimado como “lo matemático”, que responda a una evolución pragmática y que los aprendizajes se den mediante el uso (Cantoral, 2016; Reyes, 2016).

Gracias a las investigaciones que se mencionaron anteriormente, nace un programa socioepistemológico que en la actualidad se denomina Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes (Soltsa), se ha valido de investigaciones realizadas desde hace un poco más de dos décadas por una comunidad de socioepistemólogos de diferentes generaciones y ha contribuido al impacto educativo, estas investigaciones han permitido atender problemáticas de la matemática educativa vistas desde la falta de diálogo del saber matemático escolar con la realidad (Cordero, 2023).

Programa Soltsa

El programa Soltsa considera que el discurso matemático escolar es la manifestación del conocimiento matemático normado por creencias de los distintos actores del sistema didáctico de lo que es la enseñanza y lo que es la matemática. Se ejerce la enseñanza – aprendizaje, por un lado, considerando a la matemática como un conocimiento acabado, y por el otro, tratando a los conceptos matemáticos en las acciones de enseñar como actos repetitivos o de memorización

(Cordero y Flores, 2007). Por tal motivo, el programa Socioepistemológico Soltsa, se cuestiona sobre los *usos del conocimiento matemático*; esto significa que se interesa en ser estudiosos de la *funcionalidad* del conocimiento. Se sitúa una problemática específica del aprendizaje de las matemáticas, en consonancia con la siguiente afirmación: “Las matemáticas en la educación deben rendir cuentas de la realidad; y esta debe ser una base fundamental en los diferentes niveles educativos” (Cordero, et al., 2022, p. 248).

Los temas de investigación bajo este Programa son:

- Socioepistemología de la matemática,
- Categorías del uso del conocimiento matemático y la modelación,
- Formación del docente en matemáticas y
- Socialización de la ciencia

Esta investigación se sitúa en la *formación del docente en matemáticas* ya que creemos que los futuros profesores son un campo de gran relevancia por el impacto que tiene con la población.

Corpus teórico

Una investigación que se realiza bajo el programa socioepistemológico Soltsa consta de principios, metodología y esfuerzos inquisitivos. Referente al estatus de la Matemática Funcional en este programa se afirma que la matemática escolar habitual carece de un marco de referencia para integrar justificaciones funcionales. Para mejorar ese estatus, se requiere conformar una epistemología que rinda cuentas del conocimiento matemático en relación con el marco de referencia y la construcción social del conocimiento matemático. Se requiere ubicar una dimensión social que problematice la relación de los dominios disciplinares de la ciencia y de la vida cotidiana. En ese sentido, la dimensión social juega un papel de suma importancia para la integración de la matemática funcional (Cordero, 2023).

Para responder a las afirmaciones que hace el programa socioepistemológico Soltsa, se ha trabajado arduamente en el programa, por ello, a continuación, se muestra una "generalidad" de la forma de tratar la problemática.

Figura 2.

Ciclo de la investigación que subyace en el corpus teórico.

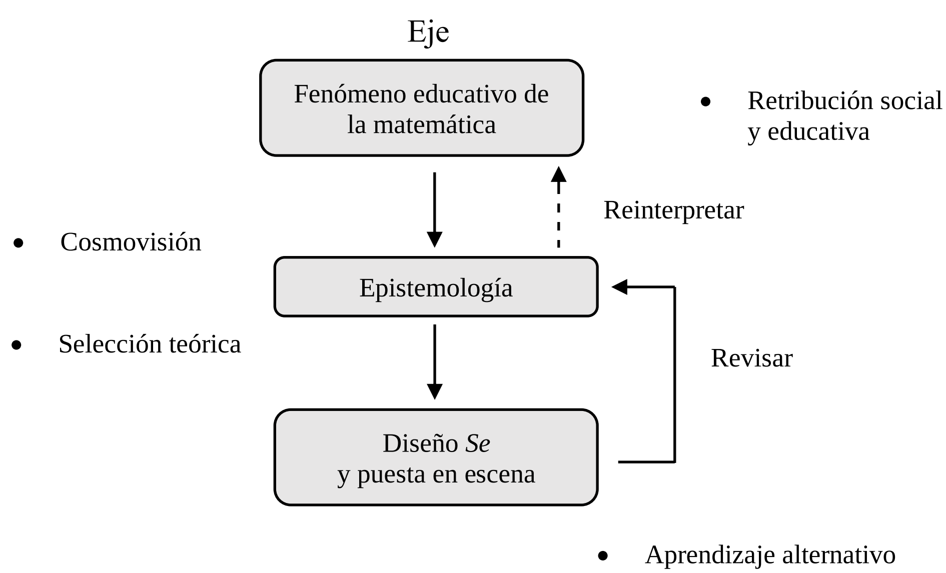
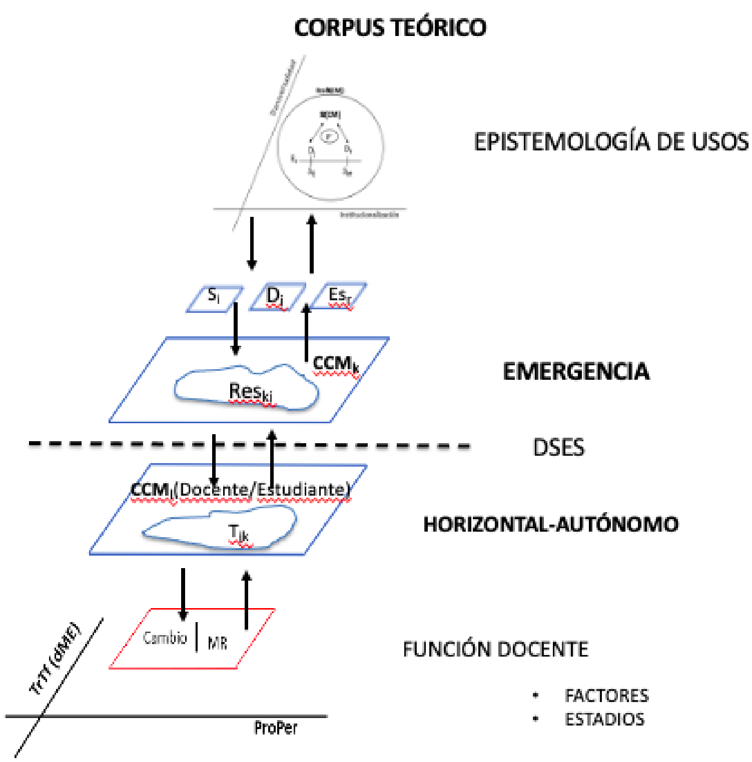


Figura 2. Ciclo de la investigación que subyace en el corpus teórico (Cordero, 2023).

Este eje nos muestra la secuencia para tratar la problemática, es decir, en primer lugar, debemos tener siempre en cuenta el fenómeno educativo de la matemática con la cuál trataremos dicha investigación. Cuando tenemos un fenómeno a investigar debemos considerar y realizar su epistemología ya que ello nos permitirá diseñar una Situación Escolar, culminando con la puesta en escena, es decir, poder acudir con esa comunidad que se está tratando y poner en práctica eso que se diseñó. Aunque pareciera que ahí termina la investigación, para nosotros es importante revisar esa puesta en escena que será la que nos permita aportar a la epistemología investigada y con ello enriquecer al fenómeno estudiado. La siguiente figura representa el corpus teórico del programa.

Figura 3.

Corpus teórico – metodológico del programa SOLTSA.



Nomenclatura del corpus

S_j: Situaciones
D_j: Dominios
Es_j: Escenarios
CCM_k: Comunidades de conocimiento matemático
Res_{kj}: Resignificaciones de las comunidades entre diferentes situaciones, dominios o escenarios.
$DSES$: Diseño de Situaciones Escolares de Socialización
T_{jk}: Transversalidades de saberes
$TrTf(dME)$ Trastocar y transformar el discurso matemático escolar
$ProPer$: Programa permanente

Figura 3. Corpus teórico – metodológico del programa SOLTSA (Cordero, 2023).

Como base del corpus teórico están las epistemologías de usos, que emergen en comunidades de conocimiento matemático CCM_r, en diferentes situaciones S_i, dominios D_j y escenarios Es_k. En su transversalidad ocurren las resignificaciones de usos que debaten entre sus funcionamientos y sus formas. Se busca romper con la centralización del objeto matemático y recuperar sus significaciones. Con ello se llega a un cambio de marco teórico para la educación.

Modelo de comunidad de conocimiento matemático (MCCM)

Algo que se reconoce en el grupo de estudio socioepistemológico Soltsa es que no toda agrupación de personas conforma una comunidad, por lo tanto, Cordero (2011; 2016) reconoce que una comunidad de conocimiento matemático se conforma por:

- Reciprocidad: se refiere a que el conocimiento de la comunidad se genera por la existencia de un compromiso mutuo. Tal acción se refleja en la situación específica.
- Intimidad: el uso del conocimiento matemático es propio y privado de la comunidad, no es público. Es la categoría de conocimiento matemático.
- Localidad: El conocimiento local se da cuando existe una coincidencia de ideas, una jerga disciplinar, trabajo u oficio, intereses, lo regional, entre otros.

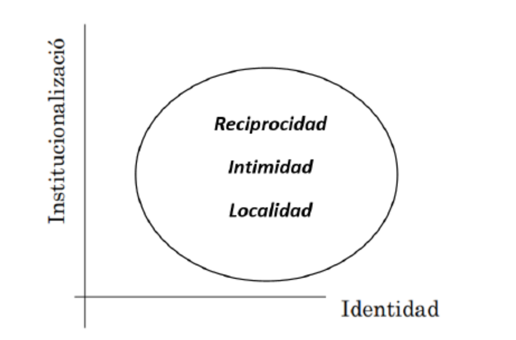


Figura 4. Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático (MCCM) (Cordero, 2016).

Categoría de modelación y lo matemático

Para nuestro proyecto, es importante dejar en claro qué significa *categoría de modelación* y reconocer aquellos elementos que lo construyen, ya que ellos serán la base epistemológica de nuestra investigación, por ese motivo, a continuación, se muestra una cita textual de Cordero (2022) sobre el significado que tiene *categoría de modelación* en el programa Socioepistemológico SOLTSA:

> La categoría de modelación es un conocimiento funcional de la matemática, donde la realidad juega un papel muy importante. Su estructura está compuesta por los usos del conocimiento matemático U(CM), y por sus resignificaciones de esos usos, Res(U(CM), en situaciones específicas (S). Tales situaciones son parte de ese entorno (relaciones recíprocas) que suceden en comunidades de conocimiento matemático (CCM). Cada situación específica se conforma por elementos secuenciales que construyen lo matemático: significación, procedimiento, e instrumento, que derivan la argumentación de la situación (Arg(CM)). Por ejemplo, para la construcción de lo

> matemático en la situación de transformación, las significaciones son los patrones de comportamiento gráfico y analítico, los procedimientos derivados de las significaciones son la variación de los parámetros los instrumentos de las significaciones y procedimientos son las instrucciones que organizan comportamientos. Todo esto genera la argumentación de la situación de transformación: el comportamiento tendencial. El comportamiento tendencial es la resignificación de usos de las gráficas (p. 18).

Todo ello, nos lleva a poder elaborar un diseño, el cual, estará guiado por una estructura planteada en nuestro programa socioepistemológico Soltsa (figura 4).

Estructura del DSES

El Diseño de Situación Escolar de Socialización (DSES), tiene como función, afectar al tratamiento escolar de la matemática, a través de favorecer el uso de la matemática que se aprende en la vida para impactar en la educación y generar un cambio educativo.

El desarrollo del DSES surge de una situación específica denominada *Gasto del agua* la cual se encuentra ligada a una problemática escolar *falta de diálogo del saber matemático escolar con la realidad*. El DSES propone potenciar y hacer visible un conocimiento que se usa en la vida cotidiana (tendencia, cambio y predicción) a través del uso de la gráfica (Cordero, 2015). Por lo tanto, se trabaja con la situación de Transformación

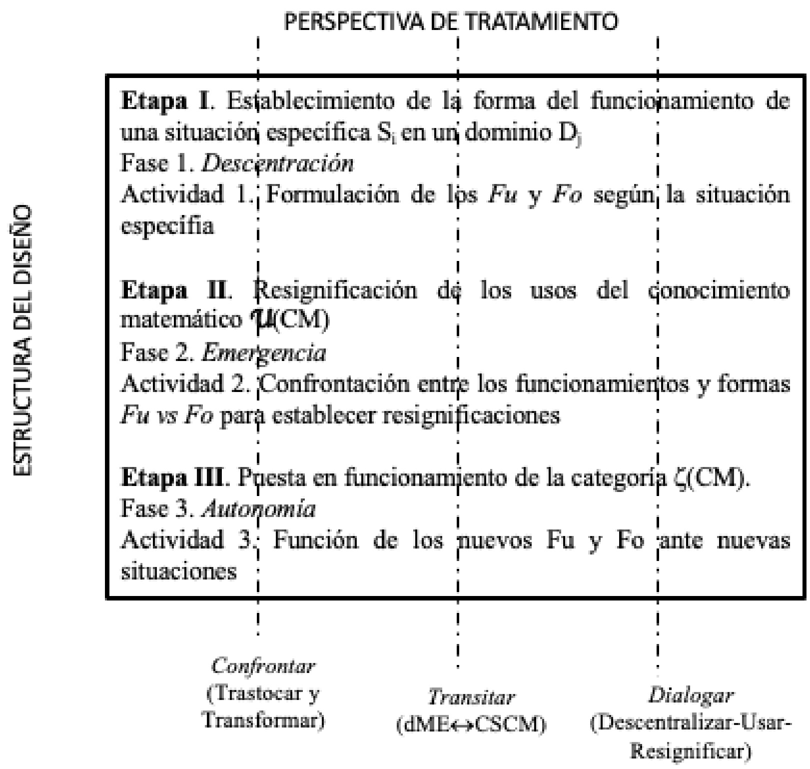


Figura 5. (Cordero, 2023)

Situación de Transformación

Para la construcción de lo matemático en la situación de transformación, las significaciones son los patrones de comportamiento gráficos y analíticos, los procedimientos es la variación de los parámetros y los instrumentos es la instrucción que organiza comportamientos; todo esto genera la argumentación de la situación de transformación, la cuál es, el *comportamiento tendencial*.

Cordero (2008), establece que el comportamiento tendencial es una categoría de conocimiento matemático que define una resignificación de usos de las gráficas (Cordero, 2008).

Siguiendo la estructura del DSES es importante considerar la perspectiva de tratamiento, se describe a continuación.

Perspectiva: Identidad disciplinar

El modelo *identidad disciplinar* va a confrontar, es decir, va a trastocar – transformar el dME (Cordero, 2023).

La *Identidad Disciplinar*, es un factor que confronta lo habitual de la enseñanza de la Matemática Escolar mediante las argumentaciones autónomas que emergen en el cotidiano de la gente, el proceso consiste en valorizar los saberes matemáticos de la gente (Cordero, 2023). La Identidad Disciplinar permite que los docentes y estudiantes incorporen su uso del conocimiento matemático, por ende, *valoren los usos del conocimiento matemático*. En este caso particular, nos preocupamos por los estudiantes en formación docente de matemáticas.

Formación docente

Según Montiel (2010) el diseño de un programa de formación docente, aunque esté centrado en un propósito didáctico debe considerarse a quién o quiénes va dirigido, es decir, debe considerar variables según donde se planté dicho programa. Aunque se tengan objetivos generales para los docentes, los programas deben contener características específicas para mayor eficiencia ya que influirá mucho el contexto donde se llevará a cabo.

En lo habitual, la formación inicial del futuro profesor de matemáticas surge la consigna de aprender para enseñar (Blanco y Mercedes, 2005). Pero ¿qué aprende el futuro profesor de matemáticas?. Según los ejes disciplinares debería dominar las áreas de la Matemática, la Educación y la Matemática Educativa pero algunos otros programas, también, incorporan a la Ciencia de la Computación como un cuarto eje (Soto, 2013). A esto, Godino, et al., (2017), concuerdan en que el profesor en formación debe de conocer y ser capaz de realizar las prácticas matemáticas necesarias para resolver los problemas matemáticos usualmente abordables por los estudiantes del nivel correspondiente pero además, debe considerar enseñar con diversos factores (psicológicos, sociológicos, pedagógicos, tecnológicos, etc.).

La formación académica de los futuros profesores sigue siendo pensada mayoritariamente como una formación en la disciplina que después enseñará: si un estudiante sabe matemática, debería ser capaz de poder enseñarla (Crespo, et al., 2013). Lo cual, hasta el momento podemos afirmar que esto no es del todo correcto, ya que la forma en que se aprende, por lo general será como se enseñe y debemos tener claro que todos los alumnos no aprenden de la misma forma y que lo que le sirvió al docente, seguramente no le favorecerá a todos los alumnos, sino que, el conocimiento solo llegará a unos cuantos y éstos son los alumnos que generalmente tienen gusto por las matemáticas porque se les facilita ese estilo de aprendizaje. Como ya se mencionó anteriormente, desde nuestra postura buscamos saberes en un plano de igualdad, reciprocidad, horizontalidad, es decir, nuestras competencias van orientadas a hacer un trabajo colaborativo, de comunidad. Apostamos por la construcción social del conocimiento matemático, una educación donde la matemática funcional juegue un papel importante en la formación de los futuros profesores de matemáticas, crear ese diálogo del saber matemático escolar con la realidad.

Marco contextual

La investigación se realizó en la Unidad Académica Multidisciplinaria de Ciencias, Educación y Humanidades perteneciente a la Universidad Autónoma de Tamaulipas sede Cd. Victoria. Se estudió específicamente la Licenciatura de Ciencias de la Educación con acentuación en Enseñanza de las Matemáticas, dicha acentuación se empieza en quinto semestre y al finalizar el noveno semestre se hace entrega de un diploma de la acentuación tomada, en este caso, de Enseñanza de las Matemáticas.

Historia de la licenciatura – Enseñanza de las Matemáticas

La licenciatura es de nueva creación, en el año 2019 egresó la primera generación de dicha carrera, por lo tanto, carece de un historial amplio. Por lo mismo, la información que se presenta a continuación hasta finalizar este capítulo se obtuvo gracias a un video publicado por medio de una red social (Matemáticas-UAMCEH, 2019) y el documento oficial de desarrollo curricular expedido por la UAT (2011).

Objetivo de la licenciatura – Enseñanza de las Matemáticas

Su objetivo específico consiste en "Proporcionar una formación docente para aplicar las teorías del aprendizaje, identificando los problemas de aprendizaje y enseñanza y planteando soluciones innovadoras mediante el uso de herramientas y estrategias didácticas que dinamicen la teoría y la práctica en las modalidades presencial y virtual" (UAT, 2011, p. 15). Ahora bien, también dan a conocer la importancia de que el profesional pueda responder a las siguientes preguntas: ¿Qué enseñar?, ¿Cómo enseñar?, ¿Para qué enseñar? Y así, a partir de esta reflexión, puedan tomar buenas decisiones para el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Perfil de ingreso de la licenciatura – Enseñanza de las Matemáticas

Se solicita que el alumno tenga una actitud crítica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas para que así, a través de la formación docente, pueda hacerse muchas preguntas que ayudarán a mejorar su visión de la enseñanza.

Perfil profesional de la licenciatura – Enseñanza de las Matemáticas

- Docencia en Secundaria y Medio Superior.
- Innovación e Investigación en la Enseñanza de las Matemáticas.

- Promover el enriquecimiento de la cultura matemática en la sociedad.

Mercado laboral – Enseñanza de las Matemáticas

- Docencia en nivel básico y medio superior.
- Cargos de toma de decisiones en Innovación en la Enseñanza de las Matemáticas.
- Posgrado Nacional e Internacional.

Asignaturas dentro de la licenciatura – Enseñanza de las Matemáticas

- Aritmética y su didáctica.
- Corrientes contemporáneas en didáctica de las matemáticas.
- Álgebra y su didáctica.
- Geometría y su didáctica.
- Trigonometría y su didáctica.
- Geometría Analítica y su didáctica.
- *Graficación de Funciones*.
- Cálculo Diferencial y su didáctica.
- Calculo Integral y su didáctica.
- Herramientas tecnológicas en matemática educativa.

Capítulo III: ASPECTOS METODOLÓGICOS

En este capítulo, se discuten los aspectos de diseño y seguimiento para poder culminar las conclusiones de la investigación. Primero, se describe el enfoque cualitativo con sus características que ayudaron a nuestra investigación, las cuáles se describen más adelante. Así también, dentro del diseño metodológico, se describe el método de estudio de caso. Se evidencía la ruta metodológica utilizada, ella consta de cuatro momentos. Además, se describe la población analizada, con la intención de que el lector pueda comprender el contexto del estudio. Por último, se describen las técnicas utilizadas tanto para la recolección de datos como del procedimiento de la información.

Enfoque cualitativo

Según Hernández et al. (2014), las características principales del enfoque cualitativo son los planteamientos más abiertos que van enfocándose, que los significados se extraen de los datos y que no se fundamenta solamente de la estadística. De acuerdo con ello, en esta investigación se considera dicho enfoque porque buscamos identificar cómo valorizan los usos y significados de las gráficas de las funciones una comunidad de estudiantes de docencia de la enseñanza de las matemáticas al enfrentarse a un diseño de situación escolar de socialización.

Método de estudio de caso

El tipo de estudio que se realizó fue el estudio de caso, siguiendo a Hernández et al. (2014), nos dicen que el tamaño mínimo de muestra sugerido es de 6 a 10 personas y si son en profundidad, de 3 a 5. La muestra de participantes siendo voluntaria, fue de 7 estudiantes que conforman un grupo. Ahora bien, es conveniente profundizar en el estudio de caso y Martínez (2006) citando a Yin (1989:23) menciona que el método de estudio de caso es apropiado para temas que se consideran prácticamente nuevos, considerando algunos rasgos distintivos, como por ejemplo, examina o indaga sobre un fenómeno contemporáneo en su entorno real. En nuestro estudio, el entorno real es la acentuación en enseñanza de las matemáticas. También menciona que las fronteras entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes, que se utilizan múltiples fuentes de datos, y que puede estudiarse tanto un caso único como múltiples casos.

Población y muestra

La población que se analizó, fueron 7 estudiantes: 3 hombres y 4 mujeres de 8vo. semestre de la Licenciatura de Ciencias de la Educación con acentuación en Enseñanza de las Matemáticas[1] de la Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT) ubicada en Cd. Victoria, Tamaulipas quienes cursan la asignatura titulada “Graficación de funciones”.

Técnicas de recolección de datos

Para recolectar datos, se realizó un DSES (se describirá más adelantes en la ruta metodológica) el cuál se aplicó durante una semana (3 sesiones de 2 horas cada clase). Se obtuvo información tanto vía correo electrónico (capturas de GeoGebra) así como hojas de trabajo. Además, se observó y se acompañó una semana después a todos los estudiantes en su proceso de elaboración de sus propios diseños, este procedimiento fue sumamente importante ya que pudimos ver reflejada la *autonomía*.

Ruta metodológica

Se han conformado elementos teórico – metodológicos en el marco de programa Soltsa, ofreciendo un corpus donde se articulan los constructos teóricos, la estructura del DSES y los datos empíricos. Consta de cuatro momentos que describen la ruta metodológica de la investigación.

[1] El estudio de caso se realizó con la Licenciatura de Ciencias de la Educación con acentuación en Enseñanza de las Matemáticas (nombre formal), para un mejor entendimiento de la profesión, en el título de esta investigación se decidió nombrarla Licenciatura Enseñanza de las Matemáticas.

Momento I: Reconocimiento de la categoría comportamiento tendencial.

Momento II: Conformación de la epistemología y articulación con la perspectiva.

Momento III: Construcción del Diseño de Situación Escolar de Socialización.

Momento IV: Puesta en escena del Diseño de Situación Escolar de Socialización y Análisis de datos.

Momento I: reconocimiento de la categoría comportamiento tendencial

Situación de Transformación

Para la construcción de lo matemático en la situación de transformación, las significaciones son los patrones de comportamiento gráficos y analíticos, los procedimientos es la variación de los parámetros y los instrumentos es la instrucción que organiza comportamientos; todo esto genera la argumentación de la situación de transformación, la cuál es, el *comportamiento tendencial* (véase figura 6). El comportamiento tendencial es la resignificación de usos de las gráficas (Cordero, 2008).

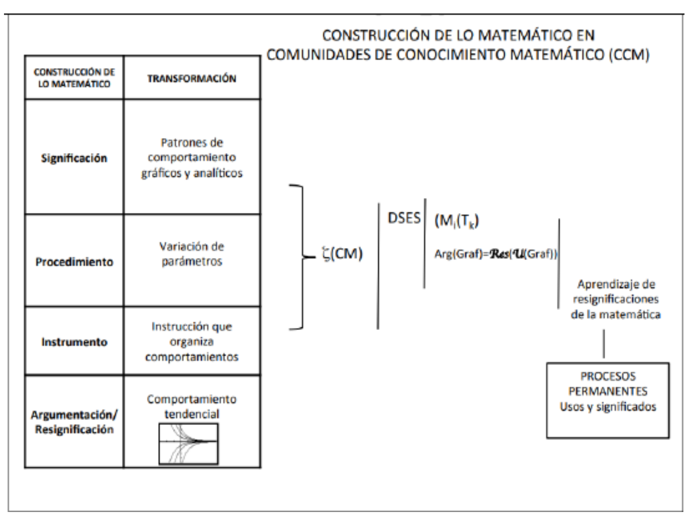


Figura 6. Construcción de lo matemático en la situación de Transformación (Cordero, 2023).

Esta figura, resume la epistemología de usos que será base para la construcción del DSES de esta investigación, donde se busca la emergencia de la categoría: "comportamiento tendencial" en la comunidad de estudio y con ello promover el aprendizaje de resignificaciones. Esta idea contrasta con los objetivos que se plantean en los modelos educativos y planes de estudio: un aprendizaje centrado en el objeto matemático. Es decir, las explicaciones de lo que es una función se centra en el mapeo de entre los elementos de un conjunto A (dominio) y un conjunto B (contradominio) soslayando los usos y significados de la función de la gente, como *una instrucción que organiza comportamientos* (Cordero, Carraza, Rosa y Orey, 2022).

Categoría de Comportamiento Tendencial

Las categorías de conocimiento matemático son procesos que acompañan a la pluralidad epistemológica y a la transversalidad de saberes que definen la funcionalidad matemática de las comunidades de conocimiento matemático que suceden en la escuela, en el trabajo y en la ciudad (Cordero, 2023). Por lo tanto, Cordero hace referencia a *categoría* como un tipo de conocimiento matemático que es distinto al centrado en el objeto matemático busca la descentración del objeto (Mendoza y Cordero, 2018). Esas categorías son los usos y resignificaciones del conocimiento matemático propio de las comunidades (Cordero, 2023).

Acerca del comportamiento tendencial de funciones, Cordero (1998) afirma que es un "argumento que establece relaciones entre funciones y está compuesto por una colección coordinada de conceptos y situaciones del Cálculo donde se discuten aspectos globales de variación" (p. 56).

Además, esta categoría, genera un desarrollo de usos de la gráfica que resignifica conocimientos matemáticos, al hacer distinciones y formar construcciones como parte esencial de la modelación (Cordero, 2008).

Cordero (2023) muestra tres situaciones descritas en Cordero (1998 y 2001) que señalan el desarrollo de la categoría:

S1: Variación de coeficientes en la transformación de una función.

S2: Relaciones entre funciones a través de operaciones.

S3: Estabilidad de las ecuaciones diferenciales.

En cada situación, la categoría comportamiento tendencial de las funciones (ctf) favorece a "identificar" coeficientes en la función, "reconocer" patrones de comportamiento gráfico, "buscar" tendencias en los comportamientos y establecer "relaciones" entre funciones (Cordero, 2023).

Para nuestra situación específica, nos centraremos y aportaremos a la *S1: Variación de coeficientes en la transformación de una función* ya que los estudiantes tendrán establecido un límite para una función en donde van a variar coeficientes para encontrar el consumo de agua ideal.

Por todo lo anterior, en nuestro DSES se pretende la emergencia de dicha categoría la cual nos favorecerá en las formas de ver la función a través del uso de la gráfica.

Momento II: conformación de la epistemología y articulación con la perspectiva

Con base en las investigaciones, se presenta la base epistemológica del trabajo:

Construcción de lo Matemático	Transformación **(situación núcleo)**	Gasto del agua **(situación específica)**
Significación	Patrones de comportamiento gráfico y analíticos	Patrones de construcción: suma. $\boldsymbol{A+V\leq L}$
Procedimiento	Variación de parámetros	Variar la función para encontrar el gasto del agua ideal (V)
Instrumento	Instrucción que organiza comportamientos	La suma son instrucciones que organizan comportamientos de tendencia (A+V)
Argumentación/ Resignificación	Comportamiento tendencial	Comportamiento tendencial (<L)

Tabla 2. Elaboración propia.

Donde:

A=Una constante. Un valor establecido (uso del agua para sus necesidades básicas).

V= Algo que puede variar (agua utilizada para elaborar productos de uso y consumo).

L= Limite de agua permitido por año por persona.

En particular nuestro DSES nos permite desarrollar el conocimiento que está relacionado con el comportamiento tendencial, es decir, la argumentación que está puesta en juego es el *comportamiento tendencial*, el cual, constará de significaciones, procedimientos e instrumentos, todo ello a través de actividades que involucran *el cambio y la predicción* de elementos que mejor conviene para el gasto del agua. En otras palabras, el DSES propone potenciar y hacer visible un conocimiento que se usa en la vida cotidiana (tendencia, cambio y predicción) a través del uso de la gráfica (Cordero, 2015).

Es importante mencionar que la perspectiva que tiene este diseño es la de *identidad disciplinar*, por ello, nos damos a la tarea de describirla. Cordero, et al. (2015) nos muestra que el modelo "*identidad disciplinar*" va a confrontar, es decir, va a trastocar – transformar el dME.

La Identidad Disciplinar, es un factor que confronta lo habitual de la enseñanza de la Matemática Escolar mediante las argumentaciones autónomas que emergen en el cotidiano de la gente, el proceso consiste en valorizar los saberes matemáticos de la gente (Cordero, 2023). La Identidad Disciplinar permite que los docentes y estudiantes incorporen su uso del conocimiento matemático, por ende, *valoren los usos del conocimiento matemático*.

Momento III: Construcción del Diseño de Situación Escolar de Socialización

De forma general, la construcción del DSES se llevó a cabo en 3 etapas donde hubo un diseño preliminar el cual (etapa 2) se presentó en un grupo de estudiantes del programa socioepistemológico Soltsa que a través del análisis de dicho diseño, se hicieron varias adecuaciones y con ello se pudo llegar a un diseño final (etapa 3).

Construcción del DSES	
Etapa 1	Diseño preliminar
Etapa 2	Evaluación de pares
Etapa 3	Diseño final

Tabla 3. Elaboración propia

Para poder elaborar el DSES, se siguió la estructura del diseño (Cordero, 2023) la cual consta de etapas, fases y actividades, todas ellas vista desde una perspectiva de tratamiento, en nuestra investigación es *confrontar* (trastocar y transformar).

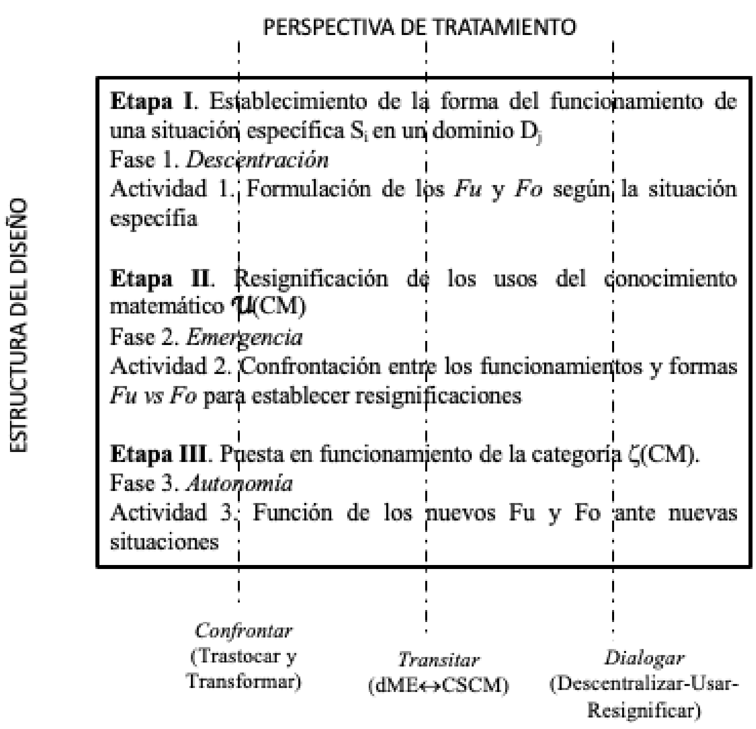


Figura 7. (Cordero, 2023)

Etapa 1. Una pregunta que se establece es ¿para qué les sirve la gráfica a los estudiantes?, es decir, es importante reconocer el propósito de uso (*Funcionamiento*) y la *Forma* para nuestra situación específica es la manera en que se llevará a cabo las actividades para cumplir con nuestros objetivos.

Fase 1. El estatus del momento de transversalidad de acuerdo con nuestra situación en una primera fase es la descentración ya que las tareas en la actividad 1 nos permitirán adentrarnos en el uso del conocimiento matemático a través de un fenómeno "gasto del agua".

Actividad 1. La actividad 1 llamada *¿Cuánta agua se necesita?* Consta de 2 tareas, la tarea 1 nos permite identificar ciertos productos y conocer los datos reales sobre la cantidad de agua que se necesita para elaborarlos y cuando pasan a la tarea 2 deben considerar esa información real y concentrarla en una gráfica donde permitan leer esa información, podemos ver una descentración en el objeto matemático y como esta se va concentrando en el uso del agua para la elaboración de productos. Ello permitió hablar de un *fenómeno* que sucede en su ciudad.

Etapa 2. En esta etapa podremos impactar en la resignificación de los usos del conocimiento matemático $\boldsymbol{\mathcal{U}}(CM)$ ya que la tarea 4 permitirá problematizar tendencias de comportamientos para establecer algunas anticipaciones y predicciones, es decir, especificamente las tareas 1, 2 y 3 permitiran generar una resignificación la cual podremos observar en la tarea 4.

Fase 2. Con ello podemos decir que en la fase 2 podremos ver la *Emergencia* de la categoría de *Comportamiento Tendencial*.

Actividad 2. La actividad 2 llamada *¿Cuánta agua se usa en la elaboración de unas Sabritas?* Consta de 2 tareas, la tarea 3 nos permitirá obtener información sobre un producto, con esa información, en la tarea 4 emergerá la categoría mencionada, la emergencia será apoyada del software de GeoGebra ya que permitirá reflexionar sobre el comportamiento de la función que se está "dibujando" en la gráfica.

Etapa 3. En esta etapa "puesta en funcionamiento de la categoría $\boldsymbol{C}(CM)$" podemos observar que, a través de una serie de preguntas, se reflexiona a cerca del gasto lo cual nos permite poner en juego el funcionamiento de la categoría de comportamiento tendencial, ello se observa con mayor impacto en la siguiente etapa donde los estudiantes elaboran sus propios diseños.

Fase 3. El estatus del momento de transversalidad de acuerdo con nuestra situación en esta tercera fase es la *Autonomía* ya que el trayecto de todas las actividades permite crear sus propios criterios de la situación específica. Todo ello podremos verlo y analizarlo a través de la elaboración de diseños propios.

Actividad 3. Esta última actividad consta de una tarea la cual es una serie de preguntas reflexivas donde se podrá dejar ver el funcionamiento de la categoría a través de la reflexión.

Momento IV: Puesta en escena del Diseño de Situación Escolar de Socialización y Análisis de datos

El grupo de estudiantes que participó fue de 7 alumnos en total (4 mujeres y 3 hombres).

La puesta en escena fue por 2 semanas. En la primera semana se aplicó el DSES y en la siguiente semana se hizo observación y acompañamiento en la elaboración de diseños por parte de los estudiantes.

A continuación, se presenta la nomenclatura utilizada en el análisis de datos ya que nos preocupamos por el anonimato de las y los estudiantes.

E1H
E2H
E3H
E4M
E5M
E6M
E7M
Donde:
E: Estudiante
H: Hombre
M: Mujer

Con ello, podemos dar inicio al análisis de datos (capítulo IV) en el cual podremos encontrar la emergencia de la categoría de comportamiento tendencial y llegar a una autonomía.

Capítulo IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo, se realizó el análisis de los resultados obtenidos de la puesta en escena del DSES. Se da evidencia de la emergencia de la categoría comportamiento tendencial y de la autonomía del estudiante.

Todo ello se realizó siguiendo la estructura del diseño mostrada anteriormente. En resumen, se clasificaron los resultados en tres apartados (fases de la estructura del diseño):

1. La descentralización del objeto matemático,
2. La emergencia de la categoría y
3. La autonomía del estudiante.

Dentro de cada clasificación se identificaron los funcionamientos (Fu) y las formas (Fo) las cuales se describieron en el capítulo anterior.

La descentralización del objeto matemático

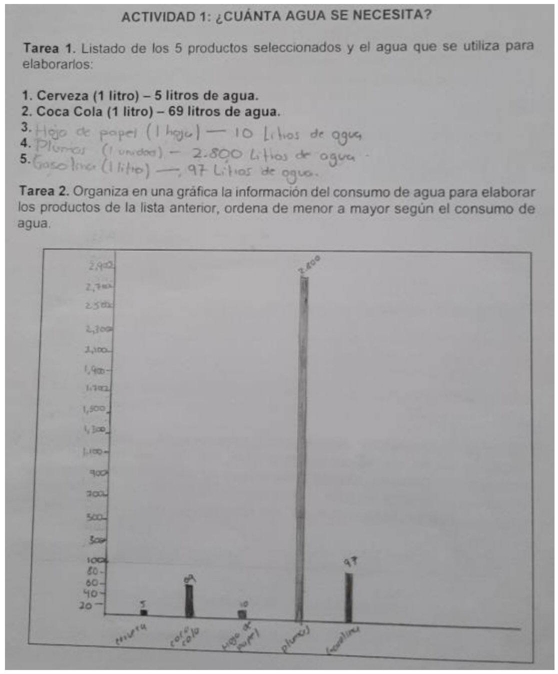
La tarea 1 y 2 de la actividad 1, nos permitió que el estudiante tuviera una *descentración del objeto matemático*, por medio de indicaciones como identificar productos, como tema: “el agua que se usa para su elaboración” y pensar en aquellos productos que usan más o menos agua (manifestado en una gráfica realizada libremente por las alumnas y los alumnos). Ello permitió hablar de un *fenómeno* que sucede en su ciudad ya que en Tamaulipas, la Comisión Estatal del Agua emprendió una campaña por el cuidado del agua, luego de que esta entidad se ubicara en el lugar número 7 en el monitor nacional de sequía, con 34 de los 43 municipios con falta de agua (Herrera, 2022).

Los 7 participantes son nacidos en Tamaulipas, algunos de la capital (Cd. Victoria, donde es ubicada la universidad donde estudian y por lo tanto donde viven) y otros de algunos municipios de los alrededores, todos viviendo en Ciudad Victoria, Tamaulipas quienes manifestaron conocer el problema del agua en su ciudad y estado.

Fu: Identificar los productos que consumen más y menos agua en la elaboración de productos (adentrarnos a un fenómeno).

Fo: Organización de información en una gráfica. Visualizar como *varía* el consumo de agua según el producto.

El **E1H** nos permite ver que identificó productos que consumen agua ordenandolos y organizandolos en una tabla. La actividad 1 nos concedió adentrarnos a la situación, pusimos al estudiante en desafío a información nueva y real. Es importante resaltar que el estudiante buscó su propia información y así pudo compararla con la encontrada por el resto de sus compañeros y compañeras.



ACTIVIDAD 1: ¿CUÁNTA AGUA SE NECESITA?

Tarea 1. Listado de los 5 productos seleccionados y el agua que se utiliza para elaborarlos:

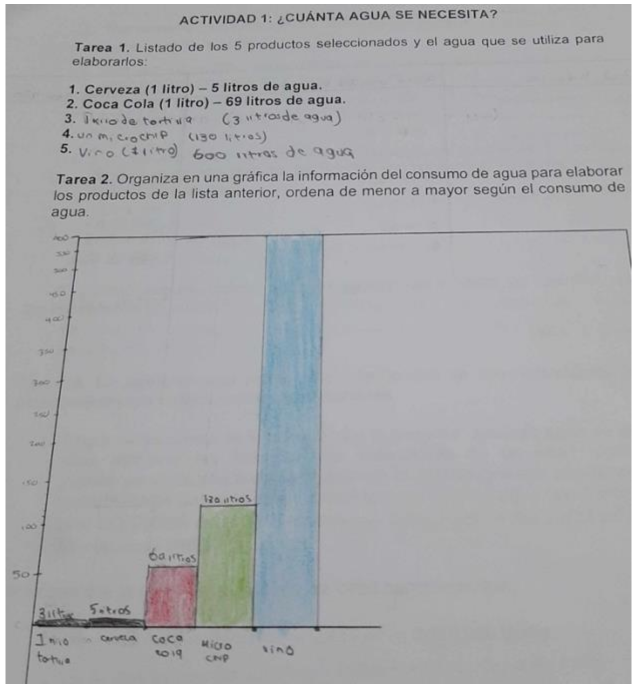
1. Cerveza (1 litro) – 5 litros de agua.
2. Coca Cola (1 litro) – 69 litros de agua.
3. Hoja de papel (1 hoja) — 10 Litros de agua
4. Plumas (1 unidad) – 2.800 Litros de agua.
5. Gasolina (1 litro) —, 97 Litros de agua.

Tarea 2. Organiza en una gráfica la información del consumo de agua para elaborar los productos de la lista anterior, ordena de menor a mayor según el consumo de agua.

Evidencia 1. Resultados actividad 1 de **E1H**

El estudiante **E1H** se adentró a la situación del fenómeno del agua e identificó 5 productos, al momento de ordenarlos él no respondió a la indicación que fuera en orden pero cuando se le pidió una explicación de su gráfica pudo identificar los de menor y mayor consumo señalando que la variación del consumo del agua era muy grande en comparación de una pluma con una cerveza, por ejemplo.

Otro caso es el del estudiante **E2H**:



ACTIVIDAD 1: ¿CUÁNTA AGUA SE NECESITA?

Tarea 1. Listado de los 5 productos seleccionados y el agua que se utiliza para elaborarlos:

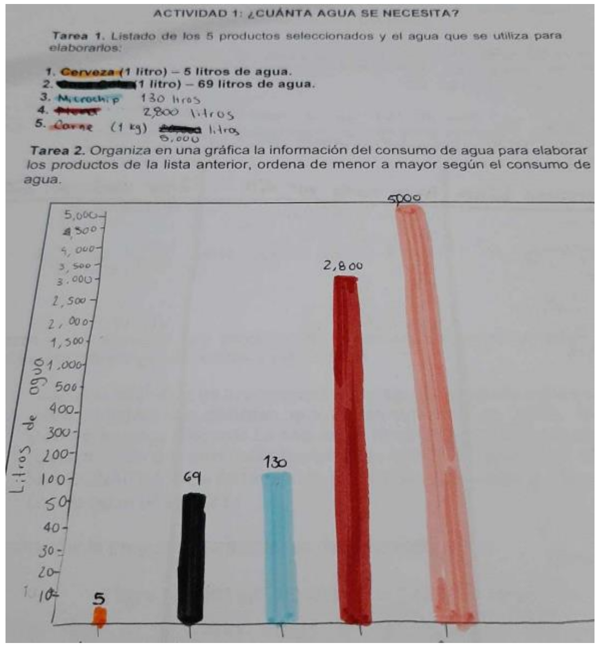
1. **Cerveza (1 litro) – 5 litros de agua.**
2. **Coca Cola (1 litro) – 69 litros de agua.**
3. 1kilo de tortilla (3 litros de agua)
4. un microchip (130 litros)
5. Vino (1 litro) 600 litros de agua

Tarea 2. Organiza en una gráfica la información del consumo de agua para elaborar los productos de la lista anterior, ordena de menor a mayor según el consumo de agua.

Evidencia 2. Resultados actividad 1 de **E2H**

El estudiante **E2H** ordenó de menor a mayor consumo los productos seleccionados, al momento que se le pidió leer la gráfica señaló que le parecía increíble la gran cantidad de agua que se puede utilizar para ciertos productos como es la elaboración del vino. El estudiante se adentró al fenómeno rápidamente y pudo hacer comparaciones del agua que se utiliza para esos productos con la que él consume para beber al día.

Otro ejemplo es el de la estudiante **E6M**:



Evidencia 3. Resultados actividad 1 de **E3M**

La estudiante dio una lectura de gráfica señalando el uso del agua en los distintos productos al igual que sus otros 6 compañeros y compañeras.

Con ello podemos ver la descentración del objeto matemático, el *uso de la gráfica* permitió a los estudiantes leer el fenómeno y hacer ciertas comparaciones del agua utilizada (variaciones de cantidades que en este fenómeno es la variación del agua utilizada para la elaboración de productos), hicieron visible los usos del conocimiento matemático, es decir, dejaron de analizar exclusivamente los conceptos matemáticos para incluir en su estudio las prácticas que acompañan su producción (Cantoral, et al., 2015).

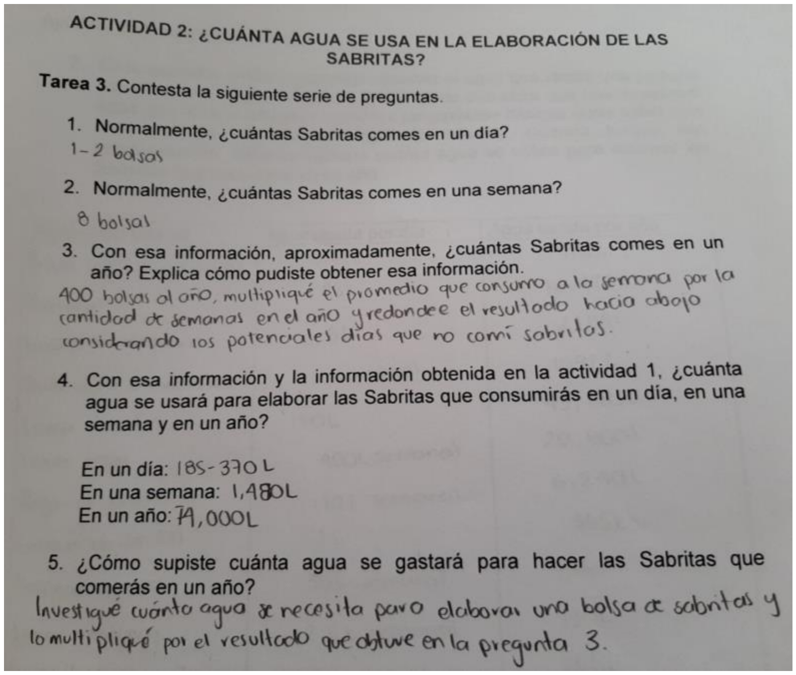
La emergencia de la categoría

La actividad 2 llamada *¿Cuánta agua se usa en la elaboración de unas Sabritas?* Consta de dos tareas, la tarea 3 nos permitió obtener información sobre el producto seleccionado grupalmente, con esa información, en la tarea 4 emergió la categoría mencionada, la emergencia fue apoyada del software de GeoGebra ya que permitió reflexionar sobre el comportamiento de la función que se está "dibujando" en la gráfica.

Fu: Identificación de la cantidad de agua utilizada en un producto a partir de una información específica. Obtener una tendencia del gasto de agua ideal.

Fo: Tomando referencias de cantidades. Visualizando comportamientos de tendencia del agua. Variación de coeficientes.

En la tarea 3, la/el estudiante pudo identificar cuánta agua se gasta para elaborar una bolsa de sabritas y con esa información podrá saber, según su consumo, cuánto se gastaría al año para elaborar el producto que consume.



ACTIVIDAD 2: ¿CUÁNTA AGUA SE USA EN LA ELABORACIÓN DE LAS SABRITAS?

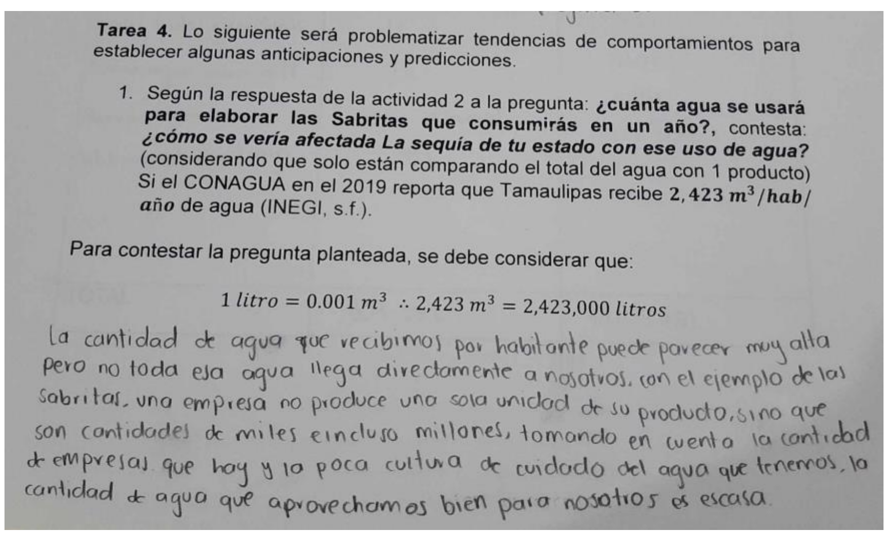
Tarea 3. Contesta la siguiente serie de preguntas.

1. Normalmente, ¿cuántas Sabritas comes en un día?
   1-2 bolsas
2. Normalmente, ¿cuántas Sabritas comes en una semana?
   8 bolsas
3. Con esa información, aproximadamente, ¿cuántas Sabritas comes en un año? Explica cómo pudiste obtener esa información.
   400 bolsas al año, multipliqué el promedio que consumo a la semana por la cantidad de semanas en el año y redondee el resultado hacia abajo considerando los potenciales días que no comí sabritas.
4. Con esa información y la información obtenida en la actividad 1, ¿cuánta agua se usará para elaborar las Sabritas que consumirás en un día, en una semana y en un año?

   En un día: 185-370 L
   En una semana: 1,480L
   En un año: 74,000L
5. ¿Cómo supiste cuánta agua se gastará para hacer las Sabritas que comerás en un año?
   Investigué cuánto agua se necesita para elaborar una bolsa de sabritas y lo multipliqué por el resultado que obtuve en la pregunta 3.

Evidencia 4. Resultados actividad 2 de **E5M**

Los resultados de la **E5M** nos mostró que normalmente consume 400 bolsas de sabritas al año, con esa información pudo obtener que se invierten 74,000 litros de agua para elaborar las sabritas que consume en un año.



Tarea 4. Lo siguiente será problematizar tendencias de comportamientos para establecer algunas anticipaciones y predicciones.

1. Según la respuesta de la actividad 2 a la pregunta: **¿cuánta agua se usará para elaborar las Sabritas que consumirás en un año?**, contesta: ***¿cómo se vería afectada La sequía de tu estado con ese uso de agua?*** (considerando que solo están comparando el total del agua con 1 producto) Si el CONAGUA en el 2019 reporta que Tamaulipas recibe $2,423\ m^3/hab/año$ de agua (INEGI, s.f.).

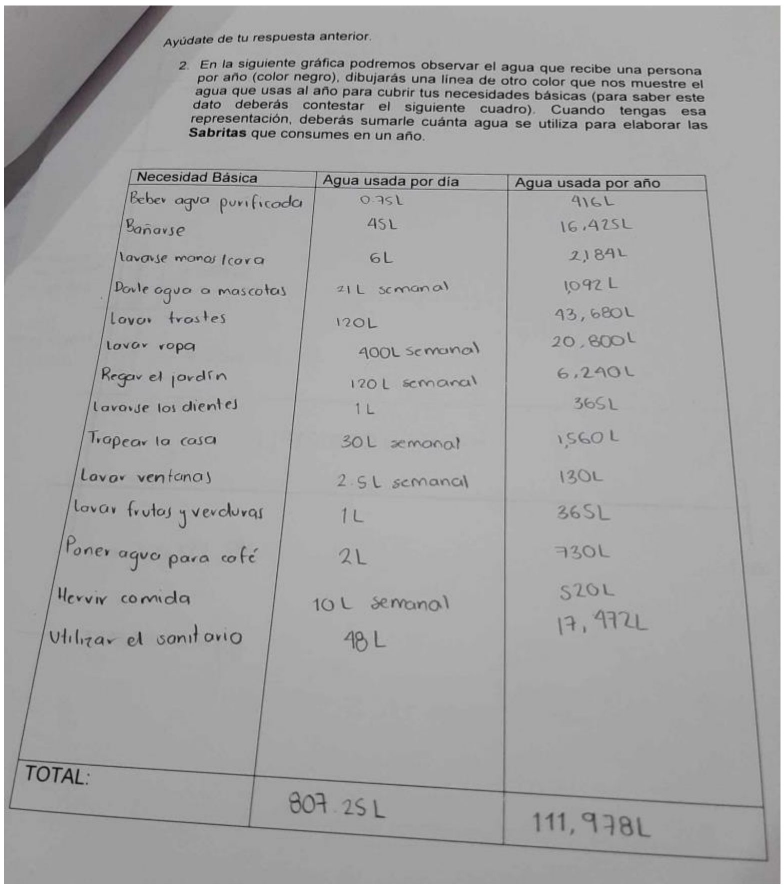
Para contestar la pregunta planteada, se debe considerar que:

$$1\ litro = 0.001\ m^3\ \therefore 2{,}423\ m^3 = 2{,}423{,}000\ litros$$

La cantidad de agua que recibimos por habitante puede parecer muy alta pero no toda esa agua llega directamente a nosotros. con el ejemplo de las Sabritas, una empresa no produce una sola unidad de su producto, sino que son cantidades de miles e incluso millones, tomando en cuenta la cantidad de empresas que hay y la poca cultura de cuidado del agua que tenemos, la cantidad de agua que aprovechamos bien para nosotros es escasa.

Evidencia 5. Resultados actividad 2 de **E5M**

La tarea 4 permitió ver la emergencia de la categoría, en el primer momento, al preguntarle a la **E5M** sobre cómo se vería afectada la sequía del estado con ese uso del agua, argumenta que no solo se verá afectada por la elaboración de un solo producto es por ello que nos adentramos a la instrucción 2 de esta tarea la cual, en un listado, se podrá ver el gasto del agua de las necesidades básicas de la persona. Al igual que en otras indicaciones, la información es completamente personal según el estilo de vida del estudiante.



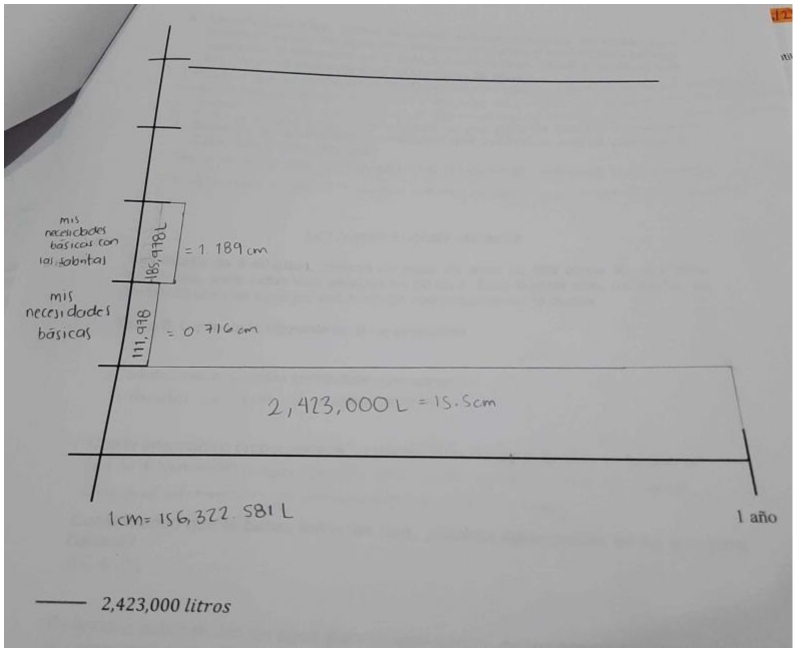
Ayúdate de tu respuesta anterior.

2. En la siguiente gráfica podremos observar el agua que recibe una persona por año (color negro), dibujarás una línea de otro color que nos muestre el agua que usas al año para cubrir tus necesidades básicas (para saber este dato deberás contestar el siguiente cuadro). Cuando tengas esa representación, deberás sumarle cuánta agua se utiliza para elaborar las **Sabritas** que consumes en un año.

Necesidad Básica	Agua usada por día	Agua usada por año
Beber agua purificada	0.75L	416L
Bañarse	45L	16,425L
Lavarse manos/cara	6L	2,184L
Darle agua a mascotas	21L semanal	1,092L
Lavar trastes	120L	43,680L
Lavar ropa	400L semanal	20,800L
Regar el jardín	120L semanal	6,240L
Lavarse los dientes	1L	365L
Trapear la casa	30L semanal	1,560L
Lavar ventanas	2.5L semanal	130L
Lavar frutas y verduras	1L	365L
Poner agua para café	2L	730L
Hervir comida	10L semanal	520L
Utilizar el sanitario	48L	17,472L
TOTAL:	807.25L	111,978L

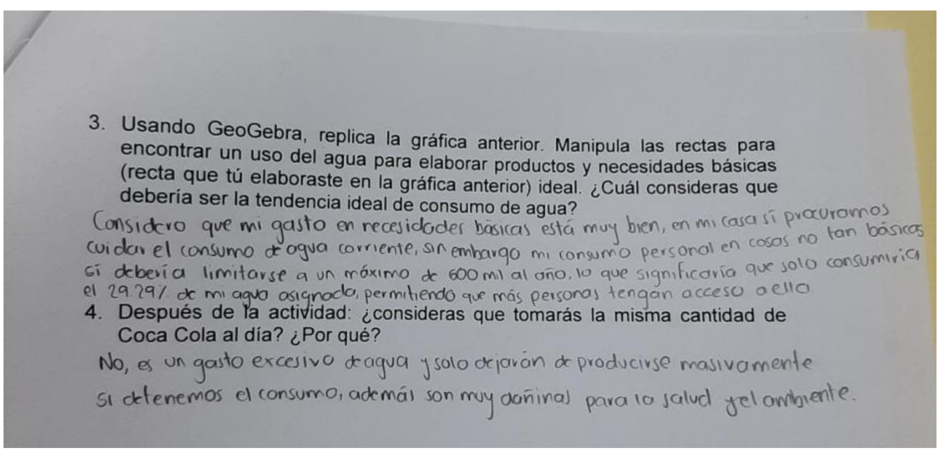
Evidencia 6. Resultados actividad 2 de **E5M**

Se pide a las y los estudiantes que dibujen lineas según el agua usada por año para sus necesidades básicas, sumando a ello el uso del agua para elaborar el producto seleccionado y tratado en la indicacción uno de la actividad 2.



Evidencia 7. Resultados actividad 2 de **E5M**

Esta gráfica le permitió al estudiante, visualizar en una gráfica las cantitades de agua de las cuales se han hablado a lo largo de la situación específica, algunos estudiantes como la **E5M** utilizaron escalas para poder dibujar de una forma proporcional las cantidades de agua.



3. Usando GeoGebra, replica la gráfica anterior. Manipula las rectas para encontrar un uso del agua para elaborar productos y necesidades básicas (recta que tú elaboraste en la gráfica anterior) ideal. ¿Cuál consideras que debería ser la tendencia ideal de consumo de agua?

Considero que mi gasto en necesidades básicas está muy bien, en mi casa sí procuramos cuidar el consumo de agua corriente, sin embargo mi consumo personal en cosas no tan básicas sí debería limitarse a un máximo de 600 ml al año, lo que significaría que solo consumiría el 29.29% de mi agua asignada, permitiendo que más personas tengan acceso a ella.

4. Después de la actividad: ¿consideras que tomarás la misma cantidad de Coca Cola al día? ¿Por qué?

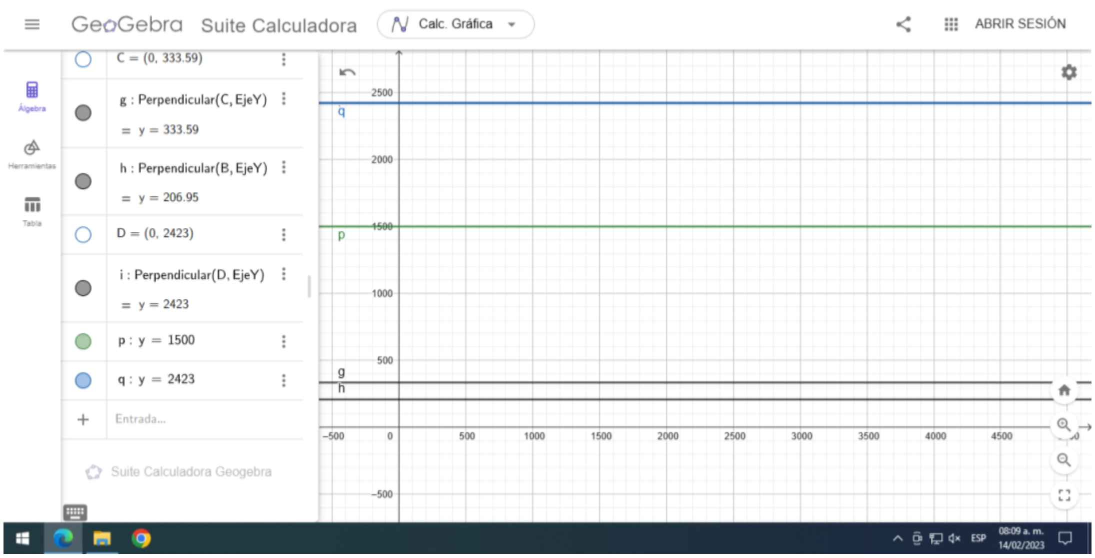
No, es un gasto excesivo de agua y solo dejarán de producirse masivamente si detenemos el consumo, además son muy dañinas para la salud y el ambiente.

Evidencia 8. Resultados actividad 2 de **E5M**

En esta última parte de la actividad 2, se busca que con ayuda de GeoGebra puedan replicar la gráfica para después de ello poder manipularla y encontrar la tendencia ideal de consumo de agua.

Cuando se les preguntó ¿Cuál consideras que debería ser la tendencia ideal de consumo de agua? Sus respuestas expresaron frases cómo: “Un poco menos de la cantidad proporcionada”, “Menos a la que tiene una persona al año”, “Menos de la mitad del agua que tenemos por año”.

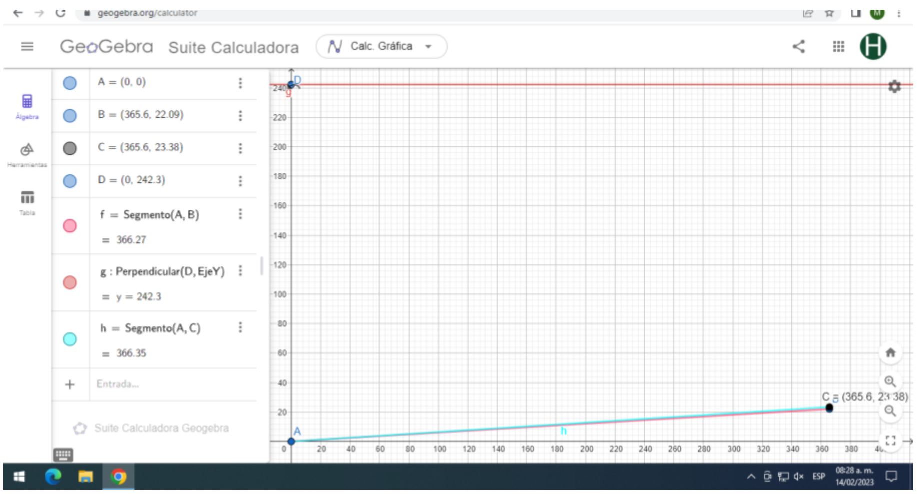
Las frases, señalan que el comportamiento del gasto del agua en productos de elaboración y necesidades básicas siempre debe estar por debajo de la cantidad que tienen asignados como tamaulipecos.



Evidencia 9. Captura GeoGebra de **E7M**

En el primer momento, con el uso del software GeoGebra se debe señalar que costó replicar lo que se había elaborado en las hojas físicas, después de dejar algunos minutos para explorar la plataforma, se logró replicar aquello que tenían en sus hojas.

Aunque en la pregunta señalada anteriormente: *¿Cuál consideras que debería ser la tendencia ideal de consumo de agua?* Se buscaba que los estudiantes pudieran definir una función, cuando usaron GeoGebra fue más sencillo poder verlo ya que este software funciona con la introducción de funciones no con oraciones.



Evidencia 10. Captura GeoGebra de **E6M**

Es importante mencionar las distintas formas de ver el consumo del agua ya que la mayoría de los estudiantes lo visualizó como una función lineal grado cero ($f(x) = c, siendo\ c\ un\ número\ real$). La estudiante **E6M** realizó funciones lineales con origen en (0,0) al cuestionarla su respuesta fue que consideró empezando el año y de ahí el consumo de agua iba creciendo aunque aseguró que no sería completamente lineal ya que algunos días se gastarían menos agua y algunos otros más.

Todo ello nos lleva a un resultado:

En síntesis, podríamos decir que en la construcción de lo matemático en los estudiantes suceden *significaciones* del consumo de agua como patrones de comportamiento a través de un *instrumento* funcional que organiza comportamientos de consumo (A+V <L) acompañado de un procedimiento que suma una variación de consumo de agua diariamente sin sobrepasar un consumo permitido:

*consumo de agua básico (***A***)* + *uso del agua para elaborar productos* diarios(**algo**) < *límite de agua permitido*

(***límite***)

Es decir

$$\boldsymbol{A + algo < límite}$$

Cuya variable independiennte es el día (t):

$$\boldsymbol{A + V(t) < L}$$

En la medida de los días de consumo va tendiendo al limite de consumo de agua.

Formalmente un modelo de consumo o de gasto es:

$$G = \frac{Vol}{t}$$

Esto significa que el gasto es una razón de cambio del volumen con respecto al tiempo. La situación que se formuló enfocó la atención al consumo de agua:

$$Vol = Gt$$

Entonces la instrucción que organiza comportamiento es:

$$\alpha Vol + Vol' = L \text{ donde Vol} = L + e^{(-1/\alpha)t}$$

Lo que significa que el volumen tiene un comportamiento a L en el transcurso del tiempo

La resignificación que los estudiantes realizaron es :

$$\boldsymbol{A + V(t) < L}$$

A representa una constante, el consumo de agua para las necesidades básica ya que se argumentó finalmente que ella es fundamental y no se puede eliminar y si se hace conscientemente podríamos decir que será algo que siempre se usará pero a eso constante se le debera sumar **algo** (*V(t)*) que es el uso del agua para elaborar productos que consumen, ya no solo pensando en un solo producto sino en los distintos productos que dia a dia se elaboran pero es importante poner ese límite de agua que tenemos permitido por persona según la información encontrada en internet y es por ello que el gasto del agua tanto para necesidades básicas como elaboración de productos debe ser siempre menor o igual al límite de agua. Es decir, el comportamiento del consumo de agua, día a día, hace la tendnecia a L.

Los estudiantes, con el GeoGebra pudieron manipular esta función que emerge cuando se encuentran reflexionando sobre la réplica y significado de la gráfica elaborada, comparandola con la epistemología elaborada de la situación específica, responde a ello ya que podemos observar como emerge la categoría de comportamiento tendencial ya que las y los estudiantes pudieron elaborar su propia función (sin haberlo visto antes) y con ella varíar ese parámetro que permite crear una tendencial de consumo de agua ideal.

Construcción de lo Matemático	Transformación **(situación núcleo)**	Gasto del agua **(situación específica)**
Significación	Patrones de comportamiento gráfico y analíticos	Patrones de construcción: suma. $\boldsymbol{A + V \leq L}$
Procedimiento	Variación de parámetros	Variar la función lineal grado cero para encontrar el gasto del agua ideal
Instrumento	Instrucción que organiza comportamientos	La suma son instrucciones que organizan comportamientos de tendencia
Argumentación/ Resignificación	Comportamiento tendencial	Comportamiento tendencial

Tabla 2. Elaboración propia.

La autonomía del estudiante

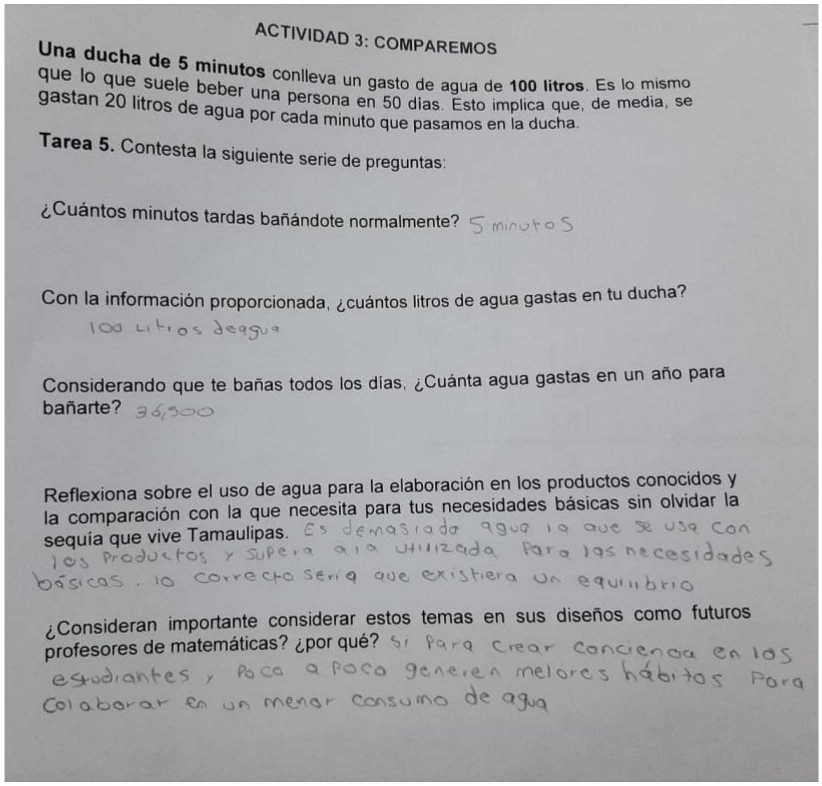
Touraine (2016) afirma que el objetivo de la educación consiste en aumentar el grado de autonomía, de iniciativa y de crítica de cada individuo. El cambio de la matemática para la educación que proponemos en el programa socioepistemológico Soltsa proviene de las comunidades de conocimiento, esto significa autonomía (Cordero, 2023).

Siguiendo esta idea de autonomía, podremos evidenciar algunos aspectos en la elaboración de diseños, antes de ello, en la actividad 3 la cual consta de una serie de preguntas reflexivas. Se pudo ver el *funcionamiento de la categoría* a través de la reflexión.

Fu: Comparar cantidades de agua. Gasto del agua. Poner en funcionamiento la categoría que emergio.

Fo: Comparación de gasto de agua entre necesidades básicas y elaboración de productos. Elaboración de diseños.

El **E2H** nos permitió ver que hubo una reflexión sobre el gasto del agua que tiene no solo en productos que consume sino también en aquellas actividades de necesidad básica. Los temas tratados expresa que son importantes como futuros profesores.



ACTIVIDAD 3: COMPAREMOS

Una ducha de 5 minutos conlleva un gasto de agua de **100 litros**. Es lo mismo que lo que suele beber una persona en 50 días. Esto implica que, de media, se gastan 20 litros de agua por cada minuto que pasamos en la ducha.

Tarea 5. Contesta la siguiente serie de preguntas:

¿Cuántos minutos tardas bañándote normalmente? 5 minutos

Con la información proporcionada, ¿cuántos litros de agua gastas en tu ducha?
100 Litros deagua

Considerando que te bañas todos los días, ¿Cuánta agua gastas en un año para bañarte? 36,500

Reflexiona sobre el uso de agua para la elaboración en los productos conocidos y la comparación con la que necesita para tus necesidades básicas sin olvidar la sequía que vive Tamaulipas. Es demasiado agua la que se usa con los productos y supera a la utilizada para las necesidades básicas. lo correcto seria que existiera un equilibrio

¿Consideran importante considerar estos temas en sus diseños como futuros profesores de matemáticas? ¿por qué? si para crear concienca en los estudiantes y poco a poco generen melores hábitos para colaborar en un menor consumo de agua

Evidencia 11. Resultados actividad 3 de **E2H**

Seguido de la reflexión final, se dio inicio a una etapa muy importante, la elaboración de sus propios diseños.

Es importante señalar que la indicación para elaborar sus diseños al terminar la situación específica anterior fue elaborar diseños escolares donde traten temas de funciones (este es un producto final de semestre que ya tienen conocimiento de ello pues cada semestre los elaboran según el tema visto en clases).

Se podría decir que, de alguna forma, buscamos ver el impacto que tuvo nuestro diseño y así poderlo adjuntar a su autonomía como futuros profesores de matemáticas.

Análisis de los diseños de las y los estudiantes

La propuesta para analizar los diseños de las y los estudiantes fue a través de una tabla, en la cuál se busca identificar ciertos aspectos que nos permitirá ver el impacto de nuestra intervención con el DSES que se puso en juego. Se identificaron 4 aspectos los cuales son: contenido matemático, la problemática que identificamos, los objetivos de sus diseños y la emergencia de la categoría “comportamiento tendencial”.

Contenido matemático	Problemática	Objetivos	Emergencia de la categoría
Funciones Cuadráticas	No muestra ninguna problemática explícitamente. Implicitamente se puede decir que se mira una problemática de uso de las funciones cuadráticas y con una situación del campo de la economía quiere resolver una problemática ficticia de venta.	Elevar las ganancias de una empresa, buscando contestar: ¿A qué precio de venta se lograrían obtener mejores ganancias?	Se mira una variación de parámetros en el momento 2 cuando se presenta una ecuación cuadrática y se pide el bosquejo para saber la tendencia de ganancia que se tendría según los valores a las ventas que se dieron en el momento 1, si estas no son lo que se esperaba, se busca que el estudiante pueda variar coeficientes.
Funciones lineales	Hace alusión en que los estudiantes no las comprenden bien y piensan que estas no tienen aplicación con la vida diaria	Aplicar la resolución de funciones lineales en una situación de la vida diaria.	Se mira la variación de parámetros en una función que debe ser descubierta por el estudiante con cierta información que se le entrega. En un primer momento se hacen estimaciones y predicciones sobre cúanto pesará la persona en determinado tiempo teniendo alguna información concreta sobre el peso inicial y el peso que baja constantemente cada

			semana. Hacen distintos cuestionamientos como: *¿Cuál sería la función que ayudaría a calcular mejor la manera en que se pierde peso? considerando que cada semana se pierden 2 kilos y que el peso inicial es de 104 kilos*
Funciones lineales	Hace referencia a la forma de enseñanza de las matemáticas abstractas provocando se consideren “difíciles” para los estudiantes.	Resolver una problemática relacionada con el agua. Gasto en la compra de agua por la escases de este líquido.	No presenta una función para variar parámetros explicitamente pero se pueden observar a través de imágenes que muestran la graficación de funciones que hacen referencia al gasto de dinero en la compra de agua, ello permite al estudiante elegir la mejor opción para una mejor inversión de dinero y tiempo.
Funciones lineales	El costo de la canasta básica post y prepandemia	Manipular datos para comprender las funciones lineales. Elaboración de función según su consumo de alimentos de la canasta básica.	Después de ciertas instrucciones se hace una acotación: *Representa gráficamente la función lineal de los costos que obtuviste, propón una función y determina qué significa cada parte.* Este párrafo tiene la emergencia de la categoría, para poder variar hace falta la indicación que puede modificar sus datos según lo crea conveniente.
Funciones lineales	Problemática de la vida cotidiana relacionada con costos de productos.	Comprensión de la función y encontrar un uso significativo al estudiante de las funciones lineales.	A través de muchas indicaciones, el profesor busca que el estudiante encuentre algunas funciones lineales según la información proporcionada y con ella identifica las partes de la función lineal, ello lo logrará al permitir que el estudiante varíe parámetros y así determinar porqué es una

			función lineal o porqué no lo es.
Funciones Cuadráticas	Las clases de matemáticas no prestan atención a la conversión entre las distintas representaciones de un objeto matemático (Rivera, 2009). La parábola es uno de los contenidos comunes en el discurso matemático escolar (Campos, 2004).	El uso de las gráficas para dar nuevos significados a conceptos matemáticos permite establecer una relación armoniosa entre modelación y graficación por ello a través de esta situación de aprendizaje se busca la comprensión y darle uso significativo a la función cuadrática	A través de la información proporcionada, los estudiantes podrán dibujar gráficas donde varían los parámetros entre una gráfica y otra, es decir, los estudiantes no harán la variación porque esta variación está en la información dada y al momento de trazar la información en las gráficas, los estudiantes podrán observar cómo variarion y así podrán predecir en años futuros.

La tabla muestra información muy enriquecedora, en primer momento podemos observar que se realizaron 6 diseños los cuales 2 tratan el tema de función cuadrática y 4 de función lineal.

No todos tenían una problemática explícita, aunque la mayoría sí lo manifestaba.

Sobre las problemáticas, todas hacen referencia a una enseñanza de las matemáticas que no tienen uso, los estudiantes no le encuentran sentido y ello hace que exista una mala comprensión e interés por esta área de conocimiento, lo cual coincide con nuestra problemática de investigación. Como matemáticos educativos creemos en esa falta de diálogo del saber matemático escolar con la realidad. Es decir, los futuros profesores son conscientes de las problemáticas que existen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ello es importante ya que debemos tener en cuenta que son futuros profesores de matemáticas de distintos niveles educativos.

Algunos objetivos hacían referencia a resolver una problemática de la vida cotidiana, pero algunos otros era la comprensión y uso del objeto matemático (según la función seleccionada).

Si bien, nuestra atención estuvo en observar si emergía la categoría de comportamiento tendencial, se debe aclarar que no quiere decir que si emerge es mejor, pero si podemos concluir que se aplicó una matemática funcional y ellos, a la hora de planear (como futuros profesores lo harán) surgen las ideas de predicción, es decir, emergió en ellos la categoría y lo hicieron parte de su autonomía como profesores. La variación de parámetros estuvo presente en todos los diseños realizados por los futuros profesores de matemáticas.

Capítulo V: CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS

La labor del profesor de matemáticas es fundamental para desarrollar entre sus estudiantes el interés por el conocimiento, para favorecer el desarrollo de su propio pensamiento matemático y para coadyuvar al crecimiento del saber (Reséndiz, 2004). Para que el docente pueda despertar el interés en el estudiante, él debe tener ciertas aptitudes y habilidades las cuales las adquiere en el ejercicio profesional o bien, en la formación profesional. Por ello, la importancia de esta formación, que no solo sea rica en conocimientos, sino también, en otros aspectos.

Nuestra investigación se basó en la teoría socioepistemológica, por lo tanto, consideramos que existen 4 aspectos fundamentales que el profesor de matemáticas debe considerar en el ejercicio de su profesión, los cuales son aquellos aspectos epistemológicos, cognitivos, didácticos y socioculturales.

Es decir, podemos concluir que la formación inicial docente es de suma importancia, en este proceso, el estudiante debe adquirir una variedad de aspectos los cuales serán reflejo, sino en su totalidad, en su profesión como profesor. La propuesta de esta investigación busca impactar a una comunidad con la emergencia de la categoría señalada a lo largo del escrito.

De forma general, podemos decir que emergió la categoría de comportamiento tendencial en la comunidad de conocimiento trabajada, pero ¿qué significa que emerja?, significa que el estudiante de docencia de la enseñanza de las matemáticas resiste al dME de las funciones, muy particular el trabajo de la graficación.

Es decir, ofrecimos al estudiante una epistemología nueva referente al uso de la gráfica, así también hicimos un diálogo entre el saber matemático escolar con la realidad, ello permite al estudiante darle sentido al uso de la matemática.

Cabe mencionar que si bien, en el discurso matemático escolar no es tomado en cuenta la construcción social del conocimiento matemático, y por tanto los usos del conocimiento, hemos identificado cómo los docentes en formación inicial han desarrollado y evidenciado, en su planeación didáctica los usos del conocimiento matemático, más específicamente los usos del síntoma de la función.

Para cerrar las conclusiones, es importante responder puntualmente a nuestra pregunta de investigación: *¿Cómo valorizan los usos y significados de las gráficas de las funciones una comunidad de estudiantes de docencia de la enseñanza de las matemáticas al enfrentarse a un diseño de situación escolar de socialización?*, para responder a la pregunta es importante mencionar que, en la construcción de lo matemático en los estudiantes suceden significaciones del consumo de agua como patrones de comportamiento a través de un instrumento funcional que organiza comportamientos de consumo (A+V <L) acompañado de un procedimiento que suma una variación de consumo de agua diariamente sin sobrepasar un consumo permitido.

Prospectivas

En futura investigación, se pretende entrevistar algunos de los estudiantes que participaron en este trabajo para conocer la valorización que dieron a las categorías de conocimiento matemático cuando elaboraron sus diseños. Mostrarles el análisis que se hizo de sus trabajos y señalar que se observa la emergencia de la categoría de comportamiento tendencial y con ello estudiar a profundidad, para ellos, como futuros profesores, qué significa.

Otro aspecto que nos gustaría que se trabaje en el futuro es que, con la función encontrada, poder trabajarla a través de la modelación y de otras situaciones, esto permitiría que el estudiante se familiarice con la idea de la modelación y comprenda el porqué está presente en sus ideas de planeaciones didácticas para que, en sus futuras planeaciones, sea de una forma más consciente.

Referencias

Blanco, G., y Mercedes, M. (2015). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática 17*(2), 153-166.

Cantoral, R. (2010). Tendencias de la investigación en Matemática Educativa: del estudio centrado en el objeto a las prácticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23* (pp. 1043-1053). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento.* Gedisa.

Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento.* Gedisa.

Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en matemática educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(1), 5-17.

Cantoral, R., Reyes, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(3), 91-116.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar: Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama and A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano* (pp. 285-309). México, Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cordero, F. (2011). La modelación y la graficación en la matemática escolar. En L. Rodríguez-Salazar, R. Quintero-Zazueta y A. Hernández (Eds.), Razonamiento Matemático.

Epistemología de la Imaginación. Repensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa (p. 377-399). España-México, Gedisa-Cinvestav.

Cordero, F. (2016). La función social del docente de matemáticas: pluralidad, transversalidad y reciprocidad. En S. Estrella, M. Goizueta, C. Guerrero, A. Mena-Lorca, J. Mena-Lorca, E. Montoya, A. Morales, M. Parraguez, E. Ramos, P. Vásquez, P., y D. Zakaryan, (Eds.), XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática (pp. 23-30). Valparaíso, Chile: SOCHIEM, Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Recuperado de http://ima.ucv.cl/congreso/xxjnem/

Cordero, F. (2023). *Matemáticas, sus Usos y Significados. Un Programa Socioepistemológico de la Matemática Educativa.* Gedisa.

Cordero, F., Carranza, P., Rosa, M. y Orey, D. (2022). *La Modelación en la vida de la gente Un programa alternativo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* Gedisa.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad.* Gedisa.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Relime 10*(1), 7-38.

Cordero, F., Mendoza-Higuera, E., Pérez-Oxté, I., Huincahue, J. & Mena-Lorca, J. (2022). A Category of Modelling: The Uses of Mathematical Knowledge in Different Scenarios and the Learning of Mathematics. En M. Rosa et al. (eds.), *Mathematical Modelling Programs in Latin America* (pp. 247-267). Springer.

Crespo, C., Homilka, L., y Léston, P. (2013). La Elección De La Carrera De Profesorado De Matemática: Motivos Y Expectativas. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de*

Matemática Educativa 26 (pp. 1773–1782). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Gobierno de México. (2021). *Informe de los Objetivos de Desarrollo Sostenible 2021.* Objetivos de Desarrollo Sostenible. Recuperado el 22 de marzo de 2023 de https://agenda2030.mx/#/home

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema Boletim de Educação Matemática, 31*(57), 90-113.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw-Hill.

Herrera, D. (17 de julio de 2022). Llaman a cuidar el agua en Tamaulipas ante escasez y sequía. *UnoTV.* https://www.unotv.com/estados/tamaulipas/tamaulipas-llaman-a-cuidar-el-agua-en-ante-escasez-y-sequia/

Irwin, R. (2022). Can Education Outgrow the Rhetoric of ‘Development’ Embedded in the UN Sustainability Goals? *New Zealand Journal of Educational Studies.*

Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión*, (20), 165-193. https://www.redalyc.org/pdf/646/64602005.pdf

Matemáticas-UAMCEH. (2022, Junio 01). *Acentuación en Enseñanza de las Matemáticas* [archivo de video]. Facebook. https://www.facebook.com/Matematicas.UAMCEH.1/videos/1289970257822265/

Mendoza, J. y Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.

Montiel, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 13*(4-I), 64-84.

Opazo, C. (2014). *El uso de las gráficas y el fenómeno de opacidad. El caso del concepto de derivada en los estudiantes de pedagogía en matemáticas en chile.* [Tesis de maestría], Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Organización de las Naciones Unidas. (2017). *Más de la Mitad de los Niños y Adolescentes en el Mundo No Está Aprendiendo.* (No. 46). Instituto de Estadística de la UNESCO.

Reséndiz, E. (2004). La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN, D.F. México.

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. Gedisa.

Rivero, A., Martín del Pozo, R., Solís, E., Azcárate, P. y Porlán, R. (2017). Cambio del conocimiento sobre la enseñanza de las ciencias de futuros maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, *35*(1), 29-52. http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2068

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión Socioepistemológica.* [Tesis de maestría], Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Soto, D. (2013). El campo de la formación del profesorado de matemáticas y la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático. El caso de un programa específico. En Dolores, C., Socorro, M., Hernández, J., Sosa, L. Matemática Educativa: La Formación de Profesores (121-139). México, D.F: Díaz Santos

Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28* (50), 1525-1544. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

Touraine, A. (2016). Los culpables de lo que pasa en la educación no son los maestros, es el sistema, con el Dr. Alain Touraine / Entrevistador: Anna Montero. Aika. Diario de Innovación y Tecnología en Educación. http://www.aikaeducacion.com/entrevistas/alain-touraine/

UNESCO. (2017). *Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenibles: objetivos de aprendizaje.* Autor.

Universidad Autónoma de Tamaulipas (UAT), (2011). Ley Orgánica de la Universidad Autónoma de Tamaulipas. Ciudad Victoria, Tamaulipas: Universidad Autónoma de Tamaulipas.

Ventura, A. (2016). ¿Enseño como aprendí?: el rol del estilo de aprendizaje en la enseñanza del profesorado universitario. *Aula abierta, 44*(2), 91-98. https://doi.org/10.1016/j.aula.2016.05.001

Yam, E. (2013). *Usos del síntoma de la gráfica de la función, en la práctica de los docentes en formación inicial.* Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.