



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

**Control descentralizado para seguimiento de trayectorias en
un manipulador aéreo.**

TESIS

Que presenta
Yarai Elizabeth Tlatelpa Osorio

Para obtener el grado de
Doctora en ciencias

En la especialidad de
Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis:
Dr. Hugo Rodríguez Cortés (Cinvestav, México)
Dr. José Ángel Acosta Rodríguez (Universidad de Sevilla, España)

Ciudad de México

Febrero, 2024

Resumen

Esta tesis introduce una nueva estrategia de control para un manipulador aéreo no tripulado (MANT) restringido al plano vertical. La estrategia de control consta de dos bucles; el primero compensa el impacto del vehículo aéreo sobre el manipulador. El segundo implementa controladores independientes para el vehículo aéreo y el manipulador. El controlador para el vehículo aéreo incluye un estimador para compensar la influencia dinámica del manipulador. El manipulador tiene dos articulaciones de revoluta; sin embargo, se modela como un manipulador equivalente, con una articulación de revoluta y otra prismática. La estrategia de control se evalúa utilizando un simulador que incluye la aerodinámica del vehículo y perturbaciones de viento, además, se presentan algunos resultados experimentales preliminares.

Abstract

This thesis introduces a new control strategy for an unmanned aerial manipulator (UAM) constrained to the vertical plane. The control strategy comprises two loops; the first compensates for the aerial vehicles impact on the manipulator. The second one implements independent controllers for the aerial vehicle and the manipulator. The controller for the aerial vehicle includes an estimator to compensate for the dynamic influence of the manipulator. The manipulator has two revolute joints; however, it is modeled as an equivalent manipulator, with one revolute and one prismatic joint. The proposed control strategy's performance is evaluated using a simulator that includes the vehicle's aerodynamics and the manipulator's contact force and moment.

Agradecimientos

A mis padres

Por su apoyo incondicional.

A mis hermanas

Porque siempre me echan porras y bailan conmigo.

A mi esposo Rolando Cortés

Por inspirarme y ser mi equilibrio.

A los doctores Hugo Rodríguez Cortés y José Ángel Acosta Rodríguez

Por sus enseñanzas y acompañarme hasta aquí.

Al jurado evaluador

Por su tiempo y valiosas observaciones.

A mis compañeros y amigos

Porque su compañía hizo mejor cada momento de este periodo.

Al CONAHCYT

Por su apoyo económico que hizo posible mis estudios de posgrado.

Contenido

Resumen	III
Agradecimientos	VII
Contenido	XI
Lista de figuras	XV
Lista de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Clasificación de manipuladores aéreos autónomos	4
1.2. Control de Manipuladores Aéreos	9
1.3. Motivación	11
1.4. Objetivos	12
1.4.1. Objetivo General	13
1.4.2. Objetivos particulares	13
1.5. Contribuciones	14
1.5.1. Publicaciones	15
1.6. Estructura de la tesis	16
2. Modelo dinámico del MANT.	17

2.1. Modelo dinámico del cuatrirotor	18
2.2. Modelo dinámico del manipulador robótico	20
3. Estrategia de control robusto descentralizado	31
3.1. Estimador de perturbaciones exógenas del cuatrirotor.	33
3.2. Control de posición y orientación del cuatrirotor.	35
3.3. Controlador del brazo robótico basado en el modelo equivalente.	38
3.4. Dinámica de lazo cerrado del MANT	39
3.5. Análisis de estabilidad	41
3.6. Equivalencia de sistemas	44
4. Simulaciones numéricas	51
4.1. Implementación de la simulación	51
5. Plataforma experimental	63
5.1. VANT	63
5.2. Manipulador robótico.	66
5.2.1. Primer prototipo	66
5.2.2. Segundo prototipo	67
6. Conclusiones	73
6.1. Trabajo a futuro	73
A. Algoritmo recursivo Newton-Euler	75
A.1. Marcos de referencia móviles	75
A.2. Iteración hacia afuera	79
A.3. Iteración hacia dentro	80
A.4. Base en vuelo libre y condiciones de frontera	82

Bibliografía

Lista de Figuras

1.1. Enjambre de drones en la apertura de los juegos olímpicos de invierno de Pyeong-Chang 2018 [1].	1
1.2. Hexacoptero para tomar fotografías tipo “Selfie”.	2
1.3. Ejemplos de Manos Voladoras	5
1.4. Ejemplos de Manipuladores Aéreos	7
1.5. Ejemplos de Manipuladores Aéreos	8
2.1. Manipulador Aéreo No Tripulado. Lo componen el vehículo aéreo con cuatro rotores n_1, n_2, n_3 y n_4 ; y el manipulador robótico con dos articulaciones revolutas R_1 y R_2 . Ejes del cuerpo $0x^b y^b z^b$ y ejes inerciales $0x^i y^i z^i$	18
2.2. El espacio de trabajo ideal del MANT.	20
2.3. Espacio de trabajo ideal del MANT con articulaciones de revoluta y prismática.	21
2.4. Variables de los eslabones del MANT.	22
2.5. Ángulo del eslabón prismático con respecto al marco de de referencia inercial.	28
3.1. El ángulo θ_{Q_d}	37
3.2. Los ángulos γ_1 y γ_2 marcados en verde.	45
3.3. Relaciones entre τ_1, τ_2 y τ_P, f	47
3.4. Detalle de la Figura 3.3.	48
4.1. Implementación de la simulación del brazo robótico.	54

4.2. Perfil de perturbación del viento definido por la magnitud y la dirección del viento.	54
4.3. Error de traslación del eje x del UAV.	55
4.4. Error de traslación del eje z del UAV.	55
4.5. Error de orientación del UAV.	56
4.6. Error de posición del eje x del efector final.	56
4.7. Error de posición del eje z del efector final.	57
4.8. Error de articulación prismática, \tilde{L} del manipulador equivalente.	57
4.9. Error de la articulación revoluta $\tilde{\theta}_p$, del manipulador equivalente.	58
4.10. Error de articulación del manipulador de dos articulaciones de revoluta, $\tilde{\gamma}_1$	58
4.11. Error de articulación del manipulador de dos articulaciones de revoluta, $\tilde{\gamma}_2$	59
4.12. Controles de entrada del UAV, empuje total, T_T y momento, \bar{M}_b^y	59
4.13. Entradas de control del manipulador de dos articulaciones de revoluta, τ_1 and τ_2	60
4.14. Disturbances estimated by the proposed estimation strategy.	61
4.15. Secuencia de pasos de la trayectoria para la simulación.	61
5.1. Sistema embebido a bordo del MANT.	64
5.2. Diagrama de funcionamiento del sistema de posicionamiento Optitrack[2].	64
5.3. Primera versión del MANT.	66
5.4. Primer vuelo del MANT con el brazo en lazo abierto https://youtu.be/5g8sPBZ-rjM?si=Q0GjhgH39XbWgs18	67
5.5. Motores AX-12A para el segundo prototipo.	68
5.6. Driver de la marca MAXON modelo ESCON Module 24/2 para control por corriente de los actuadores del manipulador [3].	68
5.7. Diagrama de conexión entre el DSP, el driver de los motores y los motores de cada eslabón.	69

5.8. Manipulador del MANT. El control es un control proporcional sin tomar en cuenta los parámetros del modelo, por lo que no se alcanza la referencia deseada, como se puede ver en https://youtu.be/jJBf-JxViPs	70
5.9. Vuelo de prueba del VANT con el manipulador como carga no modelada. https://youtube.com/shorts/iEQ39ZJoMDQ	70
A.1. Relación entre tres sistemas de coordenadas.	76
A.2. Diagrama de cuerpo libre del eslabón i	80
A.3. Diagrama de cuerpo libre del cuerpo del cuatrirotor, con la fuerza de reacción del manipulador f_0 y torque n_0 en la base de la plataforma.	83

Lista de Tablas

2.1. Parámetros de los eslabones.	21
4.1. Parámetros físicos del MANT.	52
4.2. Ganancial del controlador del MANT.	53
4.3. Magnitud y dirección media del perfil del viento para las simulaciones 1 a 5.	53
4.4. Función de medición $F_i, i = 1, 2, 3, 4, 5$, de las simulaciones con perturbaciones aleatorias del viento.	60
5.1. Puertos de entrada y salida de la tarjeta de vuelo	65

Capítulo 1

Introducción

En años recientes, los Vehículos Aéreos No Tripulados, (VANTs) han tenido un gran auge, tanto en el ámbito comercial como en el académico. Para muestra, el espectáculo de un enjambre de 1,200 mini-cuadrirotores en la apertura de los juegos olímpicos de invierno de PyeongChang 2018, ver figura 1.1.

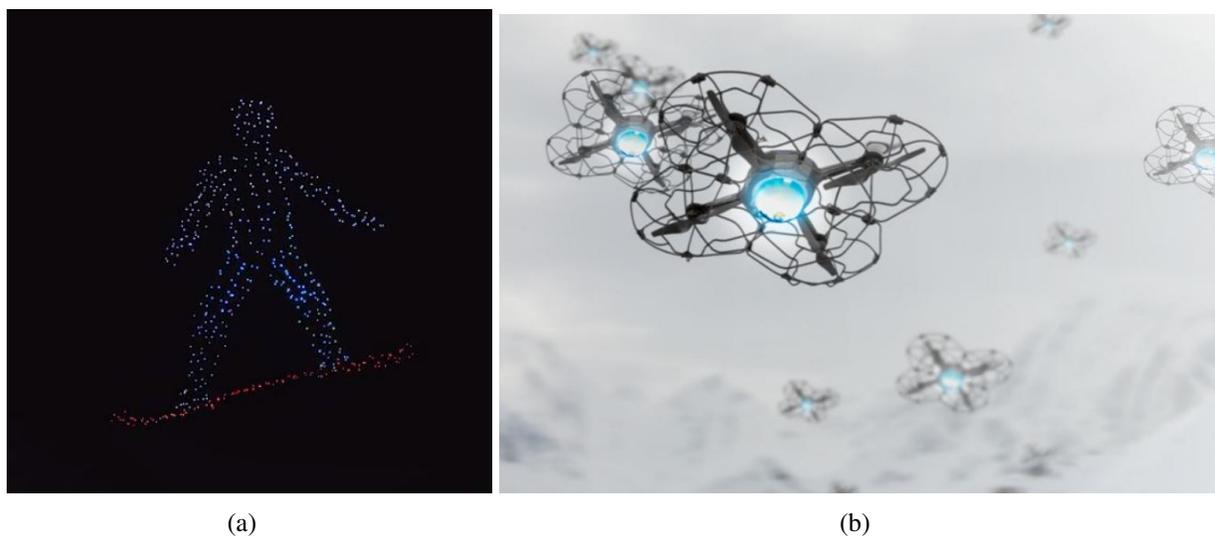


Figura 1.1: Enjambre de drones en la apertura de los juegos olímpicos de invierno de PyeongChang 2018 [1].

En el ámbito comercial, encontramos VANTs para entretenimiento, desde aquellos cuyo fin es que el usuario aprenda a pilotarlos, hasta VANTs diseñados con componentes especializados para participar en competencias de velocidad. Los VANT que se han vuelto más populares son

los equipados con una pequeña cámara de video y fotografía amateur, por ejemplo, el cuatrorotor de la figura 1.2, toma fotografías tipo “Selfie”. También de manera comercial, los VANTs tienen ahora aplicaciones a nivel profesional, transportando equipo de fotografía y video de muy alto costo.



Figura 1.2: Hexacoptero para tomar fotografías tipo “Selfie”.

Estas tareas, si bien no son triviales, son tareas pasivas, es decir, el VANT no interactúa directamente con la carga, ya que esta va con él en el despegue, durante el vuelo y hasta el aterrizaje. Recientemente, la compañía Amazon, realizó la primera entrega de un paquete mediante el uso de un VANT autónomo. Transportar una carga, a diferencia de llevar una cámara de video fija al cuerpo del VANT, implica la interacción directa entre el VANT, un usuario (su entorno) y una carga, la cual no es parte de la estructura del VANT y que por lo tanto interviene activamente en la dinámica del sistema.

Los VANT del tipo multirotor, reciben su nombre por tener más de un ala rotativa, por ejemplo los octorotores, hexacópteros y los cuatrorotores. Los cuatrorotores son plataformas con un modelo dinámico relativamente simple, en comparación con la de un helicóptero o un avión de ala fija, además de que tienen la capacidad de despegar y aterrizar de forma vertical. Es por esto,

que en el ámbito académico, los cuatrirtores se han convertido en una plataforma de estudio muy recurrida.

A fin de incrementar la capacidad de los cuatrirtores para interactuar con su entorno, estos pueden ser provistos de habilidades de manipulación. Entre las posibles aplicaciones de VANTs con habilidad para manipular de objetos se encuentran el colaborar entre ellos para construcción, rescate, inspección de redes eléctricas, posicionamiento de una carga en entornos difíciles, etc. Las dos soluciones que se han explorado para que un VANT realice la manipulación de objetos son: montar una garra o mano al cuerpo del VANT, teniendo como resultado una Mano Voladora (MV); y montar un manipulador en el VANT obteniendo un Manipulador Aéreo No Tripulado (MANT).

Montar un manipulador o brazo robótico en un VANT es una tarea que implica retos tecnológicos, por lo que representa un campo de oportunidades de desarrollo. Si bien este tipo de sistemas no han tomado relevancia de forma comercial, la compañía PRODRONE lanzó el cuatrirrotor de la figura 1.5aa en 2017. Este cuatrirrotor está provisto de dos manipuladores con una capacidad de carga por encima del promedio, sin embargo aún no está en venta.

Por otro lado, en el ámbito académico, los MANTs son sistemas interesantes de estudiar, ya que es evidente que se trata de un sistema más complejo comparado con el sistema VANT o un manipulador por separado. En la literatura, se pueden encontrar dos enfoques de estudio de los MANT, el primero es un enfoque centralizado que ve al sistema como un todo, mientras que el otro, el enfoque descentralizado, considera a la dinámica del manipulador como perturbaciones sobre la dinámica del VANT y viceversa. En la actualidad se han realizado proyectos de gran relevancia para abordar el estudio y puesta en marcha de MANTs, como lo es el proyecto AEROARMS [4] y el proyecto ARCAS [5].

En esta tesis, se abordará el diseño y la operación de un MANT para seguimiento de trayectorias. Para cumplir los objetivos, es necesario comprender la dinámica del sistema, por lo que en el

presente trabajo se desarrolla en análisis de la dinámica del MANT, comenzando por el análisis en el plano (x, z) , el cual nos permite entender la interacción dinámica entre la base móvil y el manipulador. Esta simplificación es muy utilizada, ya que la mayoría de las tareas planificadas con MANTS son solo en 2D, como poner un sensor, presionar, coleccionar un objeto, etc.

En resumen, la combinación de un Vehículo Aéreo no Tripulado multirotor (VANT) con un manipulador ha conducido a dispositivos más versátiles y ágiles llamados Manipuladores Aéreos no Tripulados (MANT). Las aplicaciones de los MANT son vastas y diversas, ya que estos vehículos aprovechan la destreza de los manipuladores y la agilidad de los VANT. Sin embargo, es necesario abordar cuestiones tecnológicas y científicas para aprovechar su utilidad. Entre estos problemas se encuentra la necesidad de materiales más ligeros, mejores baterías, seguridad infalible y rendimiento mejorado durante las tareas de manipulación de seguimiento/posicionamiento. La síntesis de algoritmos de control robustos puede abordar el rendimiento del MANT durante las tareas de manipulación.

1.1. Clasificación de manipuladores aéreos autónomos

En la literatura se encuentran dos tipos de vehículos aéreos no tripulados (VANT), que realizan tareas de manipulación y/o transporte de cargas. Los primeros son las llamadas manos voladoras (MV) y los segundos, los manipuladores aéreos no tripulados (MANT).

Se consideran manos voladoras aquellos vehículos aéreos que llevan una herramienta, o una garra para transportar una carga, dicha herramienta o carga se encuentra unida directamente al cuerpo del VANT. También se considera mano voladora a los VANT que transportan una carga mediante un cable unido al cuerpo.

La figura 1.3a muestra un helicóptero con una garra usada para transportar una carga. Esta Mano Voladora tomada de [6], se usa para estudiar las perturbaciones añadidas por la carga a la dinámica del helicóptero. En dicho trabajo, los autores muestran el desempeño de un controlador PID

durante el agarre de la carga por el helicóptero mientras éste se encuentra en vuelo estacionario. Por otro lado, como ejemplo del uso de un cable, tenemos la figura 1.3b, que se encuentra en [7], en donde el objetivo es controlar la dinámica del cuatrirotor y las oscilaciones del cable que lleva la carga suspendida.



(a) Mano voladora de Yale, capturando un bloque en hover.



(b) Cuatrirotor con una carga suspendida mediante un cable.

Figura 1.3: Ejemplos de Manos Voladoras

El otro tipo de VANTs que realizan tareas de manipulación, son los Manipuladores Aéreos, los cuales están compuestos principalmente por los siguientes elementos:

- Plataforma voladora.
- Por lo menos un brazo robótico.
- Una herramienta o pinza como efector final.

La plataforma voladora es típicamente un VANT del tipo multirotor, como por ejemplo, cuatrirotores, hexacópteros y octorotores. El manipulador o brazo robótico, es la principal característica de estos vehículos y debido a que existen diferentes tipos de manipuladores son un buen parámetro para clasificar a los MANTs.

La mayoría de MANTs reportados en la literatura cuentan con un solo manipulador, sin embargo, también se han estudiado y fabricado MANTs con dos brazos robóticos.

La figura 1.4 muestra algunos ejemplos de manipuladores aéreos no tripulados con un solo brazo robótico, mientras que la figura 1.5a muestra ejemplos con dos brazos robóticos.

El MANT de la figura 1.4a forma parte del proyecto ARCAS [5] cuyo objetivo es el desarrollo y validación experimental de un sistema cooperativo de robots voladores para el montaje y construcción de estructuras.

El MANT llamado AMUSE de la figura 1.4a es la plataforma experimental de [8] y se trata de un octorotor con un brazo robótico de 7GDL. En dicho trabajo los autores presentan un modelo centralizado del MANT y presentan el diseño de un controlador no lineal de orientación por retroalimentación de estados con un término integral sobre un modelo simplificado. El experimento llevado a cabo en este trabajo, para validar el desempeño del control de orientación, consiste en posicionar al vehículo en un punto fijo en vuelo estacionario y variar la posición del manipulador.

El MANT de la figura 1.4b es un cuatrirotor con un brazo de dos grados de libertad y se usa como plataforma experimental en [9], en donde los autores consideraron al sistema VANT-Brazo robótico como un sistema unificado y proponen un control por modos deslizantes adaptables. Para validar el controlador propuesto, se reporta experimentación en tiempo real, el experimento mostrado consiste en tomar un objeto y llevarlo de un punto a otro mientras que la base voladora, en este caso un cuatrirotor, realiza vuelo autónomo. El cuatrirotor se encuentra en vuelo estacionario durante las etapas de recolección y entrega del objeto.



(a) Octorotor, AMUSE, con manipulador de 7 grados de libertad, tomado de [8]. (b) Cuatrirotor, con brazo manipulador de 2 grados de libertad, tomado de [9].

Figura 1.4: Ejemplos de Manipuladores Aéreos

El MANT de la figura 1.5a es el PD6B-AW-ARM, lanzado por la compañía PRODRONE [10] en el 2016. Es auto-proclamado el primer dron de gran formato de doble brazo robótico del mundo, con la finalidad de realizar tareas de agarre y transportación de objetos, unir cosas, cortar cables, soltar salvavidas, manipular materiales peligrosos, etc. Tiene una capacidad de carga máxima de 10 kg y cuenta con una autonomía de vuelo de 30 min.

Por otro lado, el MANT con dos brazos robóticos de la figura 1.5b es parte del proyecto AERO-ARMS [4], el cual propone el desarrollo del primer sistema robótico aéreo con múltiples brazos y capacidades avanzadas de manipulación para su aplicación en la inspección y mantenimiento industrial.

El MANT de la figura 1.5b está compuesto por un VANT del tipo octorotor y dos manipuladores con 4 GDL cada uno, en una configuración cinemática cercana a la del brazo humano, es decir, tres GDL para el hombro y codo con un GDL. En este trabajo, los autores ponen énfasis en el diseño de los brazos y los mecanismos de protección para los servomotores de las articulaciones. Se implementa y se prueba un controlador basado en la cinemática inversa de los brazos en conjunto con un sistema de visión por computadora para generar trayectorias suaves para el punto central de los efectores finales. En los experimentos presentados, se analiza por separado el mecanismo de agarre de los brazos sin el VANT encendido. En un segundo experimento, el VANT es operado por un piloto, mientras que la tarea de agarre de un objeto se realiza de manera autónoma.



(a) Hexacóptero con dos brazos manipuladores para agarre presentado en [10]. (b) Manipulador aéreo con dos brazos antropomórficos. [11].

Figura 1.5: Ejemplos de Manipuladores Aéreos

En [12] se presenta una revisión bibliográfica sobre manipuladores aéreos, en este trabajo encontramos la siguiente clasificación para Manipuladores Aéreos:

- MANTs {
- a) **Grados de libertad:** Por ejemplo, en el trabajo [9], experimentan con un MANT con brazo de dos grados de libertad, mientras que en [13] y [14] diseñan y experimentan respectivamente con un brazo de 6 grados de libertad.
 - b) **Mecánica de las articulaciones:** Las articulaciones de revoluta son las más empleadas en el diseño de los MANT, sin embargo, en trabajos como [15] y [16], son empleados manipuladores con articulaciones prismáticas.
 - c) **Configuración resultante:** La mayoría de los brazos usados en los trabajos publicados, son antropomorfos, mientras que en [17] se usa en la experimentación un robot paralelo y en [18] desarrollan un prototipo con un manipulador tipo delta.
 - d) **Forma de control de los actuadores de las articulaciones:** Posición, velocidad, aceleración o par mecánico.

1.2. Control de Manipuladores Aéreos

Para lograr la autonomía en un Manipulador Aéreo, el primer paso es diseñar un algoritmo de control que modifique su comportamiento, y en la literatura se encuentra una amplia gama de trabajos que abordan el problema desde diferentes aproximaciones y con diferentes metodologías.

Hay dos tendencias en las arquitecturas de control reportadas para los MANT: centralizada y descentralizada. El primero considera al MANT como un sistema completo, y el segundo, los considera como sistemas dinámicos separados, el VANT y el manipulador robótico. En el primer enfoque, sólo un modelo matemático describe la dinámica del VANT y del manipulador

robótico en conjunto. Por el contrario, en el enfoque descentralizado, el cuatrirotor y el manipulador robótico se consideran sistemas separados; su interacción se considera como el efecto de perturbaciones mutuas. En ocasiones, la arquitectura de control está influenciada por el método de modelado dinámico utilizado para los MANT. Por tanto, el enfoque centralizado encaja mejor con el formalismo de Euler-Lagrange, mientras que el enfoque de Newton-Euler [19] se ajusta al enfoque descentralizado. Sin embargo, bajo las mismas condiciones ambas técnicas de modelado son equivalentes, generando entonces los mismos modelos dinámicos.

Como ejemplos de la aplicación dentro del enfoque de control centralizado, en [20] se controla un MANT con dos manipuladores antropomórficos siguiendo la técnica de control de impedancia; en [21] el modelo dinámico del MANT se linealiza alrededor de un punto de equilibrio y se emplea un regulador cuadrático lineal (LQR). Por otro lado, en el enfoque descentralizado, los controladores seleccionados para el VANT y el manipulador pueden tener diferentes formulaciones que pueden no requerir conocimiento de todo el modelo.

Es importante mencionar que en trabajos como [22], se especifica que por un control descentralizado, se refieren a que para el diseño de su estrategia de control no se toman en cuenta explícitamente los términos de acoplamiento del sistema MANT, pero sí toman en cuenta estos términos de forma implícita al usar algunos términos de acoplamiento en la retroalimentación de estados.

En [11] se emplea un control cinemático para los dos brazos del MANT antropomorfo, mientras que se implementa un controlador de retroalimentación de estados para el hexacóptero que porta los brazos. En [23], se proporciona una descripción general de la robustez de la descentralización con un controlador no lineal a nivel cinemático. En [24], se utiliza un controlador basado en PID con compensación de gravedad. En [22], se usa un controlador PD para el manipulador, mientras que el VANT usa dos niveles de control, uno para la dinámica de traslación y otro para la dinámica de actitud, para un tipo ad-hoc de MANT que satisfaga la planitud diferencial,

es decir, totalmente linealizable por retroalimentación. El trabajo en [25] utiliza un controlador dinámico pasivo no lineal para el VANT y un controlador cinemático integral para el manipulador. También se ha implementado el control adaptativo en [26]. En [12] se puede encontrar una revisión de otros enfoques centralizados y descentralizados, que resume las características y diferencias.

Bajo el enfoque descentralizado, algunos autores han señalado la naturaleza exógena de las perturbaciones del manipulador robótico al vehículo aéreo y viceversa, ver p.ej. [8] donde a través de experimentos se caracterizan los efectos sobre el manipulador robótico del vehículo aéreo, el desplazamiento del centro de masa y los cambios en los momentos de inercia. Esta observación crucial muestra que los enfoques descentralizados son más adecuados cuando hay perturbaciones externas, lo que permite implementar estrategias de control sólidas para cada sistema de forma independiente.

1.3. Motivación

Aunque muchos trabajos, como los descritos anteriormente, han propuesto una variedad de controladores, no se ha prestado atención a la naturaleza real de la solidez obtenida con los enfoques descentralizados. Este es el enfoque principal de este trabajo donde se proporciona un análisis detallado de la interacción dinámica entre el vehículo aéreo y el manipulador robótico y el diseño ad-hoc de un controlador robusto. En la literatura, también se encuentran algunos esfuerzos para tener en cuenta la interacción entre el VANT y el manipulador robótico mediante el uso de modelos equivalentes. Por ejemplo, en [27], el modelo dinámico de un manipulador de n eslabones se describe mediante una articulación giratoria de un grado de libertad (DoF) que concentra la masa total del manipulador de n eslabones, suponiendo que el brazo robótico llegar a cualquier referencia comandada al instante, lo que es equivalente a considerar que el brazo

no sufre interacción del VANT. Así, hasta donde sabemos, el único trabajo que trata teóricamente la interacción es en [25], pero sólo a nivel cinemático del brazo robótico, lo que significa que, en la práctica, el análisis sólo es válido para movimientos lentos cuando las aceleraciones del manipulador se pueden despreciar. El presente trabajo aborda el problema de controlar la dinámica longitudinal del MANT siguiendo el enfoque descentralizado teniendo en cuenta las perturbaciones externas¹. El manipulador robótico se compone de dos eslabones con articulaciones de revoluta, donde se emplea la metodología de par calculado para diseñar un controlador de seguimiento de trayectoria [28]. El control robusto implementado en el VANT se basa en la metodología que resulta de la combinación entre la acción PD con el estimador de fuerzas y momentos externos similar a [29]. Como una de las principales contribuciones de este trabajo y para ilustrar mejor que los efectos del manipulador sobre el cuatrirotor pueden adaptarse como perturbaciones exógenas, la dinámica del manipulador robótico se modela como un manipulador robótico equivalente de un eslabón de revoluta y un eslabón prismático, de ahí el enfoque del modelo de manipulador propuesto en [23] también se amplía al agregar un grado de libertad. Para obtener el modelo dinámico del MANT se utiliza el método de Newton-Euler y su algoritmo recursivo [30]. Finalmente, se presentan simulaciones numéricas utilizando el simulador realista del MANT reportado en [25] para evaluar las actuaciones. También se presentan los esfuerzos preliminares para implementar experimentalmente la estrategia de control para MANTS propuesta

1.4. Objetivos

En esta sección se plantean los objetivos del presente trabajo de Tesis. Se describe el objetivo general y los objetivos particulares, los cuales están planteados de forma secuencial.

¹La dinámica longitudinal considerada captura las no linealidades esenciales de un entorno 3D y la mayoría de las misiones aéreas prácticas son 2D inmersas en un espacio de trabajo 3D [25]

1.4.1. Objetivo General

Modelar, controlar, integrar e instrumentar un Manipulador aéreo No tripulado.

El objetivo principal es sintetizar un algoritmo de control para el dispositivo final que es un manipulador aéreo. Abordando áreas importantes de la mecatrónica como lo son el modelado y control de sistemas dinámicos, y la integración de dispositivos (brazo manipulador y plataforma voladora). Esta integración de dispositivos se consideran surgen de diferentes áreas de la robótica, por lo que su integración no es una tarea trivial.

El MANT debe cumplir con los requisitos listados a continuación:

- Base voladora definida como un cuatrirotor.
- Manipulador aéreo de dos grados de libertad con articulaciones de revoluta.

1.4.2. Objetivos particulares

1. **Modelar y controlar un MANT en el plano.** Este objetivo está pensado para comprender la interacción entre la dinámica del manipulador y la dinámica del cuatrirotor en un sistema más sencillo que el manipulador en el espacio tridimensional.
2. **Validar mediante simulación el controlador diseñado para el MANT.** Integrar el controlador diseñado y la plataforma experimental nos permite validar el conjunto, esta tarea puede complicarse por la sintonización de las ganancias del controlador.
3. **Integrar e instrumentar una plataforma voladora para el sistema MANT.** Como se mencionó anteriormente, la capacidad de carga de un multirotor es limitada, por lo que el diseño de la plataforma voladora define los requerimientos a cumplir para el manipulador. Se considera una plataforma del tipo multirotor, específicamente un cuatrirotor ya que es el VANT multirotor que más se conoce hasta el momento, aunque dependiendo de las

necesidades de carga pueden considerarse más rotores. Esta plataforma puede utilizarse para evaluar los resultados del segundo objetivo. Para alcanzar este objetivo, será necesario caracterizar y probar individualmente sensores y actuadores, una etapa que si no es llevada a cabo, puede causar retrasos en la obtención de resultados favorables.

4. **Validar experimentalmente el funcionamiento del MANT.** Se realizan tareas necesarias para la integración del brazo manipulador al cuatrirotor coordinando el uso de los sensores y actuadores de cada dispositivo .

1.5. Contribuciones

Las contribuciones del trabajo son las siguientes:

1. La modelización de un manipulador robótico de dos eslabones de revoluta como un manipulador robótico equivalente de un eslabón de revoluta y un eslabón prismático; esto permite simplificar el análisis de estabilidad, personalizando el efecto dinámico del manipulador robótico sobre el vehículo aéreo como una perturbación exógena. En los trabajos de los autores anteriores en [27], [25] y [31] se propuso un modelo simplificado para el manipulador de n eslabones como manipulador conjunto de una articulación de revoluta. Sin embargo, sólo se considera la cinemática para la interacción y el control del brazo robótico. El modelo dinámico desarrollado en este trabajo nos permite caracterizar su naturaleza completa y formalizar la naturaleza exógena de la interacción dinámica, es decir, pares y fuerzas. Destacamos que este análisis dinámico falta en la literatura, normalmente descuidado con supuestos como el de movimiento lento, que de hecho no son prácticos porque puede haber perturbaciones externas como ráfagas de viento que provocan altas aceleraciones.

2. El modelo desarrollado marca el camino para el diseño de un PD robusto descentralizado y controladores no lineales de par calculado junto con un estimador de perturbaciones exógenas. Se proporciona un análisis de estabilidad completo que garantiza que el error de seguimiento se limite exponencialmente a una vecindad del origen, que es una propiedad robusta deseable bien conocida. El desempeño de la estrategia de control propuesta, se validan mediante métodos numéricos.

1.5.1. Publicaciones

Derivado del trabajo realizado a lo largo de los estudios de doctorado, se realizaron publicaciones en congresos y una publicación en revista científica. La lista de publicaciones es la siguiente:

- Tlatelpa-Osorio, Y. E., Rodríguez-Cortés, H. & Acosta, J. Á. (2019). Enfoque descentralizado para el control de un manipulador aéreo. En Congreso Nacional de Control Automático.
- Tlatelpa-Osorio, Y. E., Rodríguez-Cortés, H., & Acosta, J. Á. (2020, September). A decentralized approach for the aerial manipulator trajectory tracking. In 2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 504-511). IEEE.
- Tlatelpa-Osorio, Y. E., Rodríguez-Cortés, H., Cortés-Martínez, R., & Eduardo, A. B. (2021). Revoluta joints manipulator control using an equivalent model. En Congreso Nacional de Control Automático.
- Tlatelpa-Osorio, Y. E., Rodríguez-Cortés, H., & Acosta, J. Á. (2024). A decentralized approach for the aerial manipulator robust trajectory tracking. Plos one, 19(3), e0299223.

1.6. Estructura de la tesis

La organización de este trabajo es la siguiente. El capítulo 2 presenta el modelo de dinámica del manipulador aéreo en el plano. En el capítulo 3 se desarrolla la estrategia de control, así como el análisis de estabilidad. En el capítulo 4, se muestran los resultados de las simulaciones numéricas. En el capítulo 5 se presentan el trabajo preliminar para la realización una plataforma experimental de MANT, finalmente, las conclusiones y trabajos futuros se presentan en el capítulo 6.

Capítulo 2

Modelo dinámico del MANT.

El presente trabajo considera un cuatrorotor con un manipulador robótico en la parte inferior, es decir un MANT. El manipulador robótico tiene dos grados de libertad generado por dos articulaciones de revoluta. El modelo dinámico del MANT se obtiene bajo las siguientes consideraciones en todas las operaciones de vuelo:

- el vehículo aéreo y el manipulador robótico se consideran cuerpos rígidos, es decir, los eslabones no son flexibles;
- no se tienen en cuenta los movimientos relativos de las hélices con respecto al chasis del cuatrorotor;
- la unión entre el vehículo aéreo y el manipulador robótico es rígida y permanece invariable;
- los eslabones se mueven independientemente sólo cuando sus actuadores generan un momento;

Recordemos que el manipulador robótico sólo puede moverse en el plano $0x^b z^b$, ver figura 2.1. Para obtener el modelo dinámico MANT se definen los marcos de referencia $0x^i y^i z^i$, $i = 1, 2, 3$ en los eslabones del manipulador robótico, como se muestra en las figuras 2.1, 2.2 .

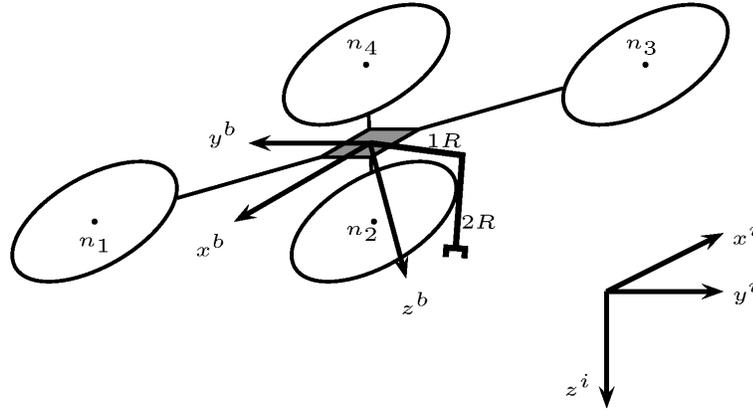


Figura 2.1: Manipulador Aéreo No Tripulado. Lo componen el vehículo aéreo con cuatro rotores n_1 , n_2 , n_3 y n_4 ; y el manipulador robótico con dos articulaciones revolutas R_1 y R_2 . Ejes del cuerpo $0x^b y^b z^b$ y ejes inerciales $0x^i y^i z^i$.

2.1. Modelo dinámico del cuatrirotor

A partir de las leyes de movimiento de Newton-Euler, el modelo dinámico del cuatrirotor es

$$\begin{aligned} m_Q \ddot{X} &= m_Q g e_3 + F_p^i - f_{RM}^i \\ J \dot{\Omega} &= -\Omega \times J \Omega + M_p^b - M_{RM}^b \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde m_Q es la masa del cuatrirotor, g es la constante de aceleración de la gravedad, $e_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top$, F_p^i es la fuerza debida al sistema de propulsión, f_{RM}^i es la fuerza debida al manipulador robótico expresada en el marco de referencia inercial y $X = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^\top$ es el vector de coordenadas cartesianas. Además, $J = \text{diag}\{J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}\}$ es la matriz de inercia del cuatrirotor, $\Omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^\top$ es la velocidad del cuatrirotor en coordenadas cuerpo, M_p^b el momento debido al sistema de propulsión, y M_{RM}^b el momento debido al manipulador robótico expresado en coordenadas cuerpo.

La fuerza de propulsión está dada por

$$F_p^i = -T_T R e_3$$

donde $T_T = \sum_{i=1}^4 T_i$ es el empuje total producido por los cuatro rotores, siendo T_i el empuje producido por el rotor n_i . Además, $R \in SO(3)$ es la matriz de rotación de las coordenadas del cuerpo a las coordenadas inerciales.¹ El momento propulsor es ²

$$M_p^b = \begin{bmatrix} M_x^b \\ M_y^b \\ M_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell c_{\pi/4} (T_2 + T_3 - T_1 - T_4) \\ \ell c_{\pi/4} (T_1 + T_2 - T_3 - T_4) \\ Q_1 + Q_3 - Q_2 - Q_4 \end{bmatrix}$$

donde ℓ es la distancia entre el origen del marco del cuerpo y el eje de rotación de cada rotor, $\pi/4$ es el ángulo entre el brazo del rotor y el eje cuerpo $0x^b$ para los rotores 1 y 3; y entre el eje del cuerpo $0y^b$ para los rotores 2 y 4. Por último, Q_i , $i = 1, \dots, 4$ es el momento de reacción de cada rotor.

La fuerza f_{RM}^i y el momento M_{RM}^b pueden calcularse a partir de la iteración hacia dentro del algoritmo recursivo Newton-Euler (RNEA) que propaga las fuerzas y los momentos desde el efector final hasta la base del manipulador robótico. El procedimiento RNEA se completa con la iteración hacia fuera para calcular las velocidades y aceleraciones de los eslabones. Ambas iteraciones permiten obtener el modelo dinámico del manipulador robótico [30].

¹ $SO(3) = \{R \in R^{3 \times 3} \mid R^T R = I, \det(R) = 1\}$ con I la matriz de identidad.

²Se introduce la siguiente notación $c_\sigma = \cos(\sigma)$, $s_\sigma = \sin(\sigma)$ para cualquier ángulo σ .

2.2. Modelo dinámico del manipulador robótico

El espacio de trabajo ideal del manipulador robótico considerado en este trabajo es un semi-círculo debajo del cuatrirotor. Este espacio de trabajo se consigue mediante el movimiento independiente de las dos articulaciones revolutas, $1R$ y $2R$; ver figura 2.2. La figura 2.2 también muestra el centro de gravedad del manipulador robótico.

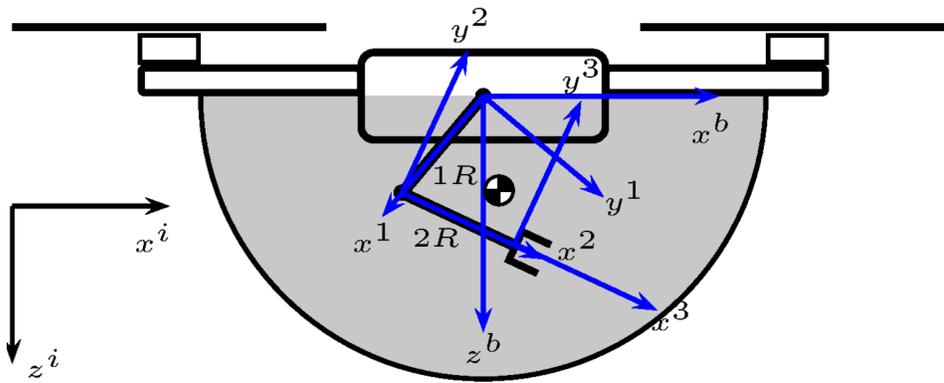


Figura 2.2: El espacio de trabajo ideal del MANT.

El movimiento del manipulador robótico puede interpretarse como el movimiento de una carga suspendida totalmente accionada cuando se analiza a partir del movimiento de su centro de gravedad. Esta observación dio lugar a modelar el manipulador robótico $1R2R$ como un manipulador robótico equivalente compuesto por una articulación revoluta $1'R$ y una articulación prismática $1P$, como se ilustra en la figura 2.3. Esta idea se desarrolló parcialmente en [31] modelando el manipulador robótico $1R2R$ como un péndulo accionado con longitud constante. Siguiendo esta idea, en este trabajo se recupera el segundo grado de libertad considerando que el centro de masa del péndulo puede moverse longitudinalmente mediante una articulación prismática, a diferencia del trabajo previo. Como resultado, se puede cubrir todo el espacio de trabajo del manipulador robótico.

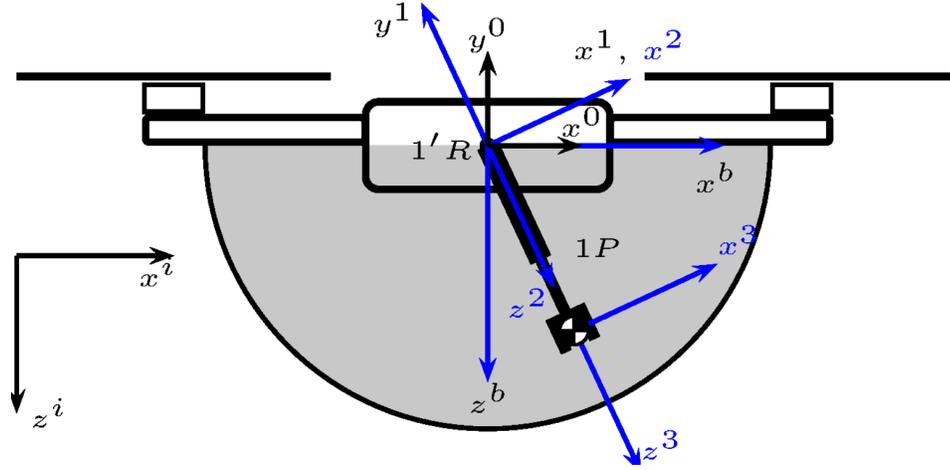


Figura 2.3: Espacio de trabajo ideal del MANT con articulaciones de revoluta y prismática.

Los sistemas de referencia mostrados en la figura 2.3 siguen el procedimiento de asignación de marcos de referencia propuesto en [30]. Además, la tabla 2.1 resume los parámetros de los eslabones³, también conocidos como Denavit-Hartenberg en la notación de variante proximal [32]. La figura 2.4 representa los parámetros de los eslabones.

Tabla 2.1: Parámetros de los eslabones.

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	$\alpha_0 = 0$	$a_0 = 0$	$d_1 = 0$	θ_1
2	$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$	$a_1 = 0$	$d_2 = 0$	$\theta_2 = 0$
3	$\alpha_2 = 0$	$a_2 = 0$	$d_3 = L$	$\theta_3 = 0$

A partir de los parámetros de los eslabones, se obtienen las siguientes matrices de rotación⁴

³Con α_i el ángulo de z^i a z^{i+1} medido alrededor de x^i , a_i es la distancia de z^i a z^{i+1} medida a lo largo de x^i , d_i es la distancia de x^{i-1} a x^i medida a lo largo de z^i , y θ_i es el ángulo de x^{i-1} a x^i medido alrededor de z^i .

⁴Las matrices de rotación utilizan la notación introducida en [30]. Por lo tanto, $({}^{i+1}iR)$ es la matriz de rotación desde el sistema de referencia i a $i + 1$. Además, $({}^{i+1}iR)^\top = ({}^i_{i+1}R)$ y $({}^{i+1}iR)({}^{i+2}iR) = ({}^{i+1}iR)$.

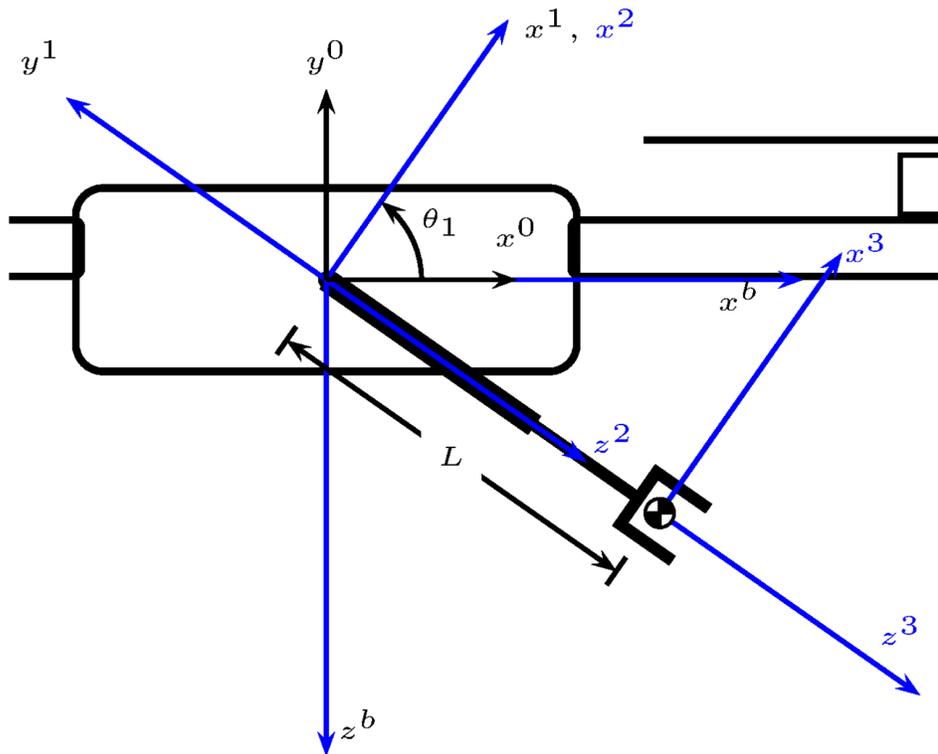


Figura 2.4: Variables de los eslabones del MANT.

$$\begin{aligned}
 {}^0_1R &= \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & -s_{\theta_1} & 0 \\ s_{\theta_1} & c_{\theta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & {}^1_2R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 {}^2_3R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Además, la distancia P_{i+1}^i entre el marco de referencia i y el marco de referencia $i + 1$ medida desde el marco de referencia i viene dada por

$$P_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad P_2^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad P_3^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ahora, sin pérdida de generalidad, se consideran las siguientes simplificaciones para adaptar el modelo dinámico del manipulador robótico.

La articulación giratoria $1'R$ no tiene masa, de modo que la masa de las articulaciones giratorias $1R$ y $2R$ se concentra en el extremo distal del eslabón prismático equivalente P_1 . Por lo tanto,

$$m_{1'R} = 0, \quad m_P = m_{1R} + m_{2R}$$

siendo $m_{1'R}$ la masa de la articulación giratoria $1'R$, m_P la masa de la articulación prismática $1P$ y m_{1R} , m_{2R} la masa de las articulaciones giratorias $1R$ y $2R$, respectivamente. Además, la posición P_C^i del centro de masa del eslabón i expresada en el sistema de referencia i -ésimo, viene definida por los siguientes vectores

$$P_C^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_C^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Los tensores de inercia para cada masa puntual son $I_C^1 = 0$ e $I_C^2 = 0$.

Dado que el manipulador robótico está unido a una base voladora, es necesario obtener la matriz de rotación entre el marco de referencia $0x^0y^0z^0$ y el marco de referencia del cuerpo $0x^by^bz^b$. Notar que ambos marcos están unidos rígidamente, pero tienen diferentes configuraciones, ver figura 2.4. La matriz de rotación correspondiente es la siguiente.

$${}^0_bR = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Así, las condiciones de frontera descritas en las ecuaciones (A.29)- (A.31) entre la base voladora y el brazo robótico son para nuestro caso [33, 34, 35]

$$\begin{aligned} \Omega^0 &= {}^0_bR \Omega + \dot{\theta}_0 \hat{z}^0 \\ \dot{\Omega}^0 &= {}^0_bR \dot{\Omega} + ({}^0_bR) \Omega \times \dot{\theta}_0 \hat{z}^0 + \ddot{\theta}_0 \hat{z}^0 \\ \dot{V}^0 &= {}^0_bR [\dot{V}^b + \Omega \times V^b + \Omega \times P_0^b + \Omega \times (\Omega \times P_0^b) - gR^\top e_3] \end{aligned}$$

donde Ω^0 y V^0 son las velocidades angular y traslacional del marco $0x^0y^0z^0$, y $V^b = R^\top \dot{X}$ es la velocidad traslacional del cuatrirotor expresada en los ejes del cuerpo. Además, $P_0^b = 0 \in \mathbb{R}^3$ es la distancia desde el marco $0x^0y^0z^0$ al marco del cuerpo y θ_0 es el ángulo de rotación del marco $0x^0y^0z^0$ con respecto al marco $0x^by^bz^b$ alrededor del eje \hat{z}^0 . El término $R^\top g e_3$ se introduce para considerar la aceleración gravitatoria. En lo sucesivo, Ω^i , $\dot{\Omega}^i$, V^i y \dot{V}^i son las velocidades y aceleraciones de rotación y traslación de la articulación i expresadas en el marco $0x^iy^iz^i$, respectivamente.

El marco $0x^0y^0z^0$ está rígidamente unido al marco del cuerpo de modo que $\theta_0 = \dot{\theta}_0 = \ddot{\theta}_0 = 0$, por lo que las condiciones de frontera se reducen a

$$\begin{aligned} \Omega^0 &= {}^0_bR \Omega \\ \dot{\Omega}^0 &= {}^0_bR \dot{\Omega} \\ \dot{V}^0 &= {}^0_bR (\dot{V}^b + \Omega \times V^b - gR^\top e_3) \end{aligned}$$

Las velocidades angulares se propagan a los marcos $0x^1y^1z^1$ y $0x^2y^2z^2$ siguiendo la iteración hacia fuera del método RNEA, véase el Apéndice A, como sigue. Por lo tanto, la velocidad angular para el marco $0x^1y^1z^1$ unido a una junta revolvente con $i + 1 = 1$ viene dada por (A.18)

$$\Omega^1 = ({}^1_0R) \Omega^0 + \dot{\theta}_1 \hat{z}^1$$

mientras tanto, para el marco $0x^2y^2z^2$ unido a la articulación prismática con $i + 1 = 2$, resulta , a partir de (A.23), que

$$\Omega^2 = ({}^2_1R) \Omega^1$$

Una vez más, a partir de la iteración RNEA hacia fuera, las aceleraciones angular y traslacional se propagan de la siguiente manera. Para los marcos $0x^1y^1z^1$ y $0x^2y^2z^2$ con $i + 1 = 1$ y $i + 1 = 2$, respectivamente, se obtiene (A.19)-(A.20),

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}^1 &= ({}^1_0R) \dot{\Omega}^0 + ({}^1_0R) \Omega^0 \times \dot{\theta}_1 \hat{z}^1 + \ddot{\theta}_1 \hat{z}^1 \\ \dot{V}^1 &= ({}^1_0R) [\dot{\Omega}^0 \times P_1^0 + \Omega^0 \times (\Omega^0 \times P_1^0) + \dot{V}^0] \end{aligned}$$

Para la articulación prismática, tenemos (A.24)-(A.25),

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}^2 &= ({}^2_1R) \dot{\Omega}^1 \\ \dot{V}^2 &= ({}^2_1R) [\dot{\Omega}^1 \times P_2^1 + \Omega^1 \times (\Omega^1 \times P_2^1) + \dot{V}^1] + 2\Omega^2 \times \dot{L}\hat{z}^2 + \ddot{L}\hat{z}^2. \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta P_1^0 y P_2^1 definidos en la ecuación (2.3) las aceleraciones \dot{V}^1 y \dot{V}^2 se reducen a

$$\begin{aligned} \dot{V}^1 &= ({}^1_0R) \dot{V}^0 \\ \dot{V}^2 &= ({}^2_1R) \dot{V}^1 + 2\Omega^2 \times \dot{L}\hat{z}^2 + \ddot{L}\hat{z}^2 \end{aligned}$$

El último paso de la iteración hacia fuera implica el cálculo de la aceleración del centro de masa de los eslabones, las fuerzas y los momentos que actúan sobre él. La aceleración del centro de masa del eslabón se calcula de la siguiente manera (A.21)

$$\begin{aligned}\dot{V}_C^1 &= \dot{\Omega}^1 \times P_C^1 + \Omega^1 \times (\Omega^1 \times P_C^1) + \dot{V}^1 \\ \dot{V}_C^2 &= \dot{\Omega}^2 \times P_C^2 + \Omega^2 \times (\Omega^2 \times P_C^2) + \dot{V}^2\end{aligned}$$

Considerando (2.4) la aceleración del centro de masa del eslabón giratorio se reduce a

$$\dot{V}_C^1 = \dot{V}^1$$

Las fuerzas que actúan en el centro de masa de cada eslabón son (A.22)

$$\begin{aligned}F^1 &= m_{R'_1} \dot{V}^1 = 0 \\ F^2 &= m_{P_1} \dot{V}_C^2\end{aligned}$$

Por último, en función de las consideraciones anteriores

los momentos en cada eslabón son $N^1 = N^2 = 0$, y por lo tanto la iteración hacia fuera se ha completado.

La iteración hacia dentro propaga las fuerzas y momentos que actúan sobre el efector final a la base del manipulador robótico. El algoritmo hacia dentro va de $i + 1 = 3$ a $i + 1 = 2$. De este modo, la fuerza f^2 ejercida sobre el eslabón 2, por el eslabón 1 y la fuerza f^1 ejercida sobre el eslabón 1 por la base del manipulador robótico son (A.27)

$$\begin{aligned}f^2 &= F^2 \\ f^1 &= ({}^1_2R)f^2\end{aligned}\tag{2.5}$$

donde se supone que $f^3 = 0$. Además, el par n^2 ejercido sobre el eslabón 2 por el eslabón 1 y el par n^1 ejercido sobre el eslabón 1 por la base del manipulador robótico vienen dados por

$$\begin{aligned} n^2 &= P_C^2 \times F^2 \\ n^1 &= ({}^1_2R)n^2 + P_2^1 \times ({}^1_2R)f^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde se supone que $n^3 = 0$. Considerando (2.3) y (2.4), resulta que

$$n^1 = ({}^1_2R)n^2$$

Por último, el modelo dinámico del manipulador robótico se describe mediante las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \tau_R &= n^1 \top \hat{z}^1 \\ f_P &= f^2 \top \hat{z}^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde τ_P es el momento de control aplicado al eslabón de revoluta, y f_P es la fuerza de control aplicada al eslabón prismático. La fuerza f^1 y el momento n^1 pueden expresarse en el sistema de referencia $0x^0y^0z^0$ como sigue

$$\begin{aligned} f^0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} R f^1 \\ n^0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} R n^1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

entonces,

$$\begin{aligned} f_{RM}^i &= R \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} R^\top f^0 \\ n_{RM}^b &= \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} R^\top n^0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

A continuación, el ángulo θ_1 se sustituye por θ_P medido como se muestra en la figura 2.5. Por lo tanto,

$$\theta_1 = \theta_P - \theta_Q$$

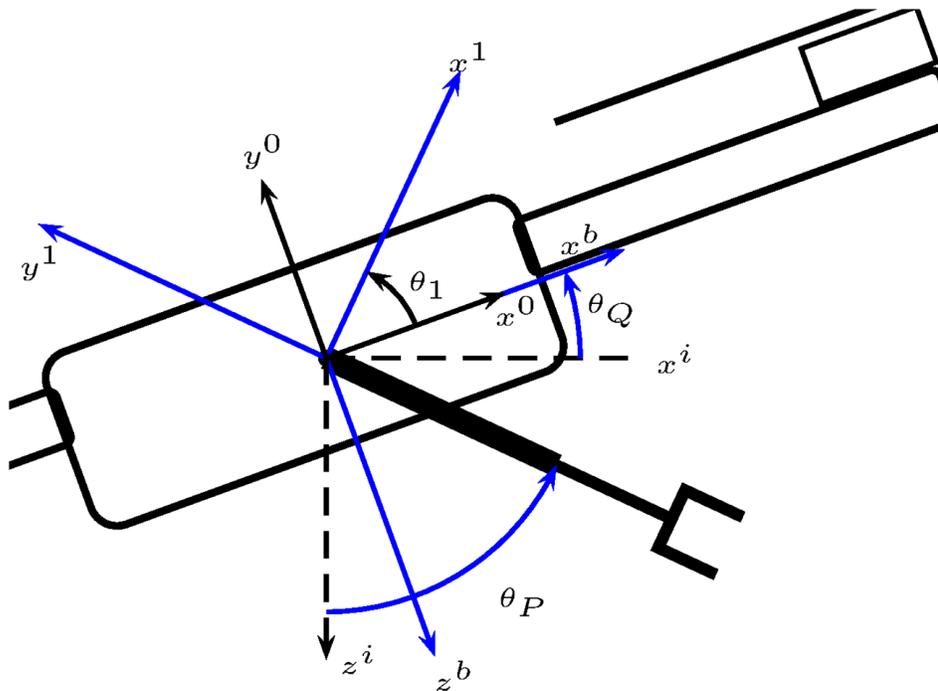


Figura 2.5: Ángulo del eslabón prismático con respecto al marco de de referencia inercial.

Cálculos complejos pero directos, muestran que el modelo dinámico traslacional del cuatrirotor restringido al plano $0x^i z^i$ se convierte en $R^\top \dot{X} = \dot{V}^b + \Omega \times V^b$.

$$\bar{M} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \bar{M}g \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - T_T \begin{bmatrix} s_{\theta_Q} \\ c_{\theta_Q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{f}_{RM_x}^i \\ \bar{f}_{RM_z}^i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

con $\bar{M} = m_Q + m_{P_1}$ y

$$\begin{aligned} \bar{f}_{RM}^i &= \begin{bmatrix} \bar{f}_{RM_x}^i \\ \bar{f}_{RM_y}^i \\ \bar{f}_{RM_z}^i \end{bmatrix} \\ &= m_{P_1} \begin{bmatrix} c_{\theta_p} (L\ddot{\theta}_p + 2\dot{L}\dot{\theta}_p) + s_{\theta_p} (\ddot{L} - L\dot{\theta}_p^2) \\ 0 \\ s_{\theta_p} (L\ddot{\theta}_p + 2\dot{L}\dot{\theta}_p) + c_{\theta_p} (L\dot{\theta}_p^2 - \ddot{L}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La dinámica rotacional restringida al plano $0x^i z^i$ se convierte en

$$J_{yy}\ddot{\theta}_Q = M_y^b - n_{RM_q}^b \quad (2.11)$$

donde

$$n_{RM}^b = \begin{bmatrix} n_{RM_p}^b \\ n_{RM_q}^b \\ n_{RM_r}^b \end{bmatrix}$$

con $n_{RM_p}^b = n_{RM_r}^b = 0$ y⁵

$$n_{RM_q}^b = m_P L^2 \ddot{\theta}_P + 2m_P L \dot{L} \dot{\theta}_P + m_P g L s_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} - \frac{m_p}{M} L c_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_x} \\ + \frac{m_p}{M} L c_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_z}$$

Finalmente, a partir de (2.7) la dinámica del manipulador robótico se convierte en

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_P L^2 & 0 \\ 0 & m_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_P \\ \ddot{L} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} m_P L \dot{L} & m_P L \dot{\theta}_P \\ -m_P L \dot{\theta}_P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_P \\ \dot{L} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} m_P L g s_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} \\ -m_P g s_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} c_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} & \frac{1}{M} c_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \\ -\frac{m_p}{M} s_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} & \frac{m_p}{M} s_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{f}_{RM_x}^i \\ \bar{f}_{RM_z}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_R \\ f_P \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Resumiendo, el modelo dinámico MANT que se considerará para el diseño del control se describe mediante las ecuaciones (2.10), (2.11), y (2.12).

⁵Las siguientes identidades son fundamentales

$c_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} - s_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} = c_{\theta_P}$, $s_{(\theta_P - \theta_Q)} c_{\theta_Q} + c_{(\theta_P - \theta_Q)} s_{\theta_Q} = s_{\theta_P}$.

Capítulo 3

Estrategia de control robusto descentralizado

El diseño del control se divide en dos lazos de control: el lazo de control interno es un controlador de retroalimentación de estado que compensa los efectos del manipulador robótico sobre el vehículo aéreo como una perturbación exógena (C4D), generando un modelo dinámico UAM descentralizado. En cambio, el lazo de control externo utiliza el modelo descentralizado y aplica de forma independiente estrategias de control para el cuatrirotor y el brazo robótico. En primer lugar, presentamos la retroalimentación de estado C4D y, a continuación, el estimador de los momentos y fuerzas exógenos del cuatrirotor (EQEMF).

Dado que el cuatrirotor actúa como base voladora para el manipulador, la dinámica del cuatrirotor y la del manipulador robótico están interconectadas. Por tanto, asumir que las fuerzas y momentos de la iteración hacia dentro son señales exógenas no es trivial, siendo este desarrollo y análisis aportaciones del presente trabajo. Por lo tanto, el primer paso es establecer las condiciones para que la dinámica del manipulador pueda ser considerada como perturbaciones exógenas para la dinámica del cuatrirotor y viceversa. Dado que la dinámica del manipulador robótico está totalmente actuada, su interacción con el cuatrirotor puede caracterizarse como exógena, permitiendo así diseñar un esquema de control para compensar sus efectos.

Se propone el siguiente controlador para que las perturbaciones en el cuatrirotor procedentes del manipulador sean exógenas y viceversa.

$$M_y^b = m_p g L c_{(\theta_p - \theta_Q)} s_{\theta_Q} + \frac{m_p}{M} L s_{(\theta_p - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_x} + \frac{m_p}{M} L s_{(\theta_p - \theta_Q)} c_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_z} + \bar{M}_b^y \quad (3.1)$$

$$\tau_R = -\frac{1}{M} \left(c_{(\theta_p - \theta_Q)} c_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_x}^i - c_{(\theta_p - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_z}^i \right) + m_p L g c_{(\theta_p - \theta_Q)} s_{\theta_Q} + \bar{\tau}_R \quad (3.2)$$

$$f = -\frac{m_p}{M} \left(s_{(\theta_p - \theta_Q)} c_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_x}^i - s_{(\theta_p - \theta_Q)} s_{\theta_Q} \bar{f}_{RM_z}^i \right) + m_p g c_{(\theta_p - \theta_Q)} c_{\theta_Q} + \bar{f}_P \quad (3.3)$$

La dinámica UAM (2.10)–(2.12) con el controlador de lazo interno RC4D (3.1)–(3.3) resulta en

$$\bar{M} \ddot{\mathbf{X}} = \bar{M} g \mathbf{e} - T_T \mathbf{r}_{\theta_Q} + \delta_T$$

$$\mathbf{J}_M \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_Q \\ \ddot{\theta}_P \\ \ddot{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_R \\ -2m_p L \dot{L} \dot{\theta}_P - m_p L g s_{\theta_p} \\ -m_p L \dot{\theta}_P^2 + m_p g c_{\theta_p} \end{bmatrix} + \mathbf{I}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \bar{M}_b^y \\ \bar{\tau}_R \\ \bar{f}_P \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{\theta_Q} = \begin{bmatrix} s_{\theta_Q} \\ c_{\theta_Q} \end{bmatrix}, \delta_T = \begin{bmatrix} \bar{f}_{RM_x}^i \\ \bar{f}_{RM_z}^i \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J}_M = \begin{bmatrix} J_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & m_p L^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_p \end{bmatrix}, \mathbf{I}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y

$$\delta_R = m_p L^2 \ddot{\theta}_P + 2m_p L \dot{L} \dot{\theta}_P + m_p g L s_{\theta_p}.$$

Es importante subrayar que la combinación del cambio de coordenadas y el controlador es lo que garantiza que δ_T y δ_R puedan tratarse como perturbaciones externas para la dinámica del cuatrorotor procedentes del manipulador robótico. Además, el cambio de coordenadas propuesto abrió el camino a dicho diseño de controlador. Más importante aún, el diseño propuesto permite la estimación en línea de las señales δ_T , δ_R , como se describe en los siguientes desarrollos.

3.1. Estimador de perturbaciones exógenas del cuatrorotor.

El estimador de fuerzas y momentos externos para un cuatrorotor se introdujo en [29]. Este estimador también se empleó en la versión anterior de este estudio en [31]. El estimador se basa en el método de Inmersión e Invarianza [36]. Como se verá en los siguientes desarrollos, si la perturbación no es exógena, los supuestos del estimador no se cumplen.

En primer lugar, la dinámica del cuatrorotor se reescribe como

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= \bar{f}_1(\zeta_1, \mathbf{r}_{\theta_Q}, T_T) + \delta_T \\ \dot{\zeta}_2 &= \bar{f}_2(\bar{M}_b^y) + \delta_R\end{aligned}$$

com $\zeta_1 = \bar{M}\dot{\mathbf{X}}$, $\zeta_2 = J_{yy}\dot{\theta}_Q$,

$$\begin{aligned}\bar{f}_1 &= \bar{M}g^e e_3 - T_T \mathbf{r}_{\theta_Q}{}^b e_3 \\ \bar{f}_2 &= \bar{M}_b^y\end{aligned}$$

Los errores de fuerzas y momentos externos se definen como

$$\begin{aligned}
\tilde{\delta}_1 &= \delta_T - \eta_1 + \beta_1(\zeta_1) \\
\tilde{\delta}_2 &= \dot{\delta}_T - \eta_2 + \beta_2(\zeta_1) \\
\tilde{\delta}_3 &= \ddot{\delta}_T - \eta_3 + \beta_3(\zeta_1) \\
\tilde{\delta}_4 &= \delta_R - \eta_4 + \beta_4(\zeta_2)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

donde $\eta_i, i = 1, 2, 3, 4$ son los estados del estimador $\beta_i(\zeta_1), i = 1, 2, 3, \beta_4(\zeta_2)$ son funciones definidas en el proceso de diseño.

Nótese que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta}_i = 0, i = 1, 2, 3$, implica que se mantienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_1 - \beta_1(\zeta_1) &= \delta_T, & \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_2 - \beta_2(\zeta_1) &= \dot{\delta}_T \\
\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_3 - \beta_3(\zeta_1) &= \ddot{\delta}_T, & \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_4 - \beta_4(\zeta_2) &= \delta_R
\end{aligned}$$

Definiendo la dinámica de los estados del estimador como sigue

$$\begin{aligned}
\dot{\eta}_1 &= \eta_2 - \beta_2(\zeta_1) + \frac{\partial \beta_1}{\partial \zeta_1} [\bar{f}_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)] \\
\dot{\eta}_2 &= \eta_3 - \beta_3(\zeta_1) + \frac{\partial \beta_2}{\partial \zeta_1} [\bar{f}_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)] \\
\dot{\eta}_3 &= \frac{\partial \beta_3}{\partial \zeta_1} [\bar{f}_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)]
\end{aligned}$$

y seleccionando $\beta_i(\zeta), i = 1, 2, 3$ como

$$\frac{\partial \beta_1}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_1, \quad \frac{\partial \beta_2}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_2, \quad \frac{\partial \beta_3}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_3, \tag{3.6}$$

con $\Gamma_i, i = 1, 2, 3$ matrices definidas positivas, la dinámica del estimador de fuerzas externas se convierte en

$$\tilde{\delta}_1^{(3)} + \Gamma_1 \ddot{\tilde{\delta}}_1 + \Gamma_2 \dot{\tilde{\delta}}_1 + \Gamma_3 \tilde{\delta}_1 = \delta_T^{(3)} \tag{3.7}$$

Siguiendo el mismo procedimiento para el estimador de momentos externos, su dinámica da como resultado

$$\dot{\delta}_4 + \Gamma_4 \delta_4 = \dot{\delta}_R \quad (3.8)$$

con

$$\dot{\eta}_4 = \frac{\partial \beta_4}{\partial \zeta_2} [\bar{f}_2 + \eta_4 - \beta_4(\zeta_2)]$$

y

$$\frac{\partial \beta_4}{\partial \zeta_2} = -\Gamma_4 \quad (3.9)$$

siendo Γ_4 una matriz definida positiva.

3.2. Control de posición y orientación del cuatrirotor.

El diseño del control para la posición del cuatrirotor comienza definiendo el error de seguimiento de la trayectoria como

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_d$$

donde \mathbf{X}_d es la posición de referencia. Entonces tenemos

$$\ddot{\tilde{\mathbf{X}}} = g\mathbf{e} - \frac{T_T}{\bar{M}} \mathbf{r}_{\theta_Q} + \frac{\delta_T(t)}{\bar{M}} - \ddot{\mathbf{X}}_d \quad (3.10)$$

La dinámica vertical se controla directamente con T_T , mientras que la dinámica horizontal en el eje $0x^i$ es subactuada y controlada modificando θ_Q .

En primer lugar, reescribimos el término $T_T \mathbf{r}_{\theta_Q}$ de la siguiente manera

$$\frac{T_T}{\bar{M}} \mathbf{r}_{\theta_Q} = \frac{T_T}{\bar{M} \mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}} \left[\left(\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q} \right) \mathbf{r}_{\theta_Q} \right]$$

donde $\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}$ el valor deseado para \mathbf{r}_{θ_Q} .

Ahora, se suma y resta el siguiente término

$$\frac{1}{\bar{M}} \frac{T_T}{\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}} \mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}$$

y por lo tanto (3.10) se convierte en

$$\ddot{\tilde{\mathbf{X}}} = g\mathbf{e}_2 + \frac{\delta_T}{\bar{M}} - \ddot{\mathbf{X}}_d - \frac{1}{\bar{M}} \frac{T_T}{\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}} \mathbf{r}_{\theta_{Q_d}} - \frac{1}{\bar{M}} \Theta$$

El término Θ está definido como

$$\Theta = \frac{T_T}{\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}} \left[\left(\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q} \right) \mathbf{r}_{\theta_Q} - \mathbf{r}_{\theta_{Q_d}} \right]$$

Definamos la entrada de control T_T y $\mathbf{r}_{\theta_{Q_d}}$ de la siguiente forma

$$T_T = \mathbf{u}^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}, \quad \mathbf{r}_{\theta_{Q_d}} = \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \quad (3.11)$$

donde $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x & u_z \end{bmatrix}^\top$ es una nueva entrada de control. El controlador final se define a través de \mathbf{u} de la siguiente manera

$$\mathbf{u} = \bar{M} \left(K_{PX} \tilde{\mathbf{X}} + K_{DX} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} + g\mathbf{e}_3 + \ddot{\mathbf{X}}_d \right) + \eta_1 - \beta_1 \quad (3.12)$$

con $\eta_1 - \beta_1$ la estimación (3.7) de la perturbación exógena. La dinámica de lazo cerrado da como resultado

$$\ddot{\tilde{\mathbf{X}}} = -K_{PX} \tilde{\mathbf{X}} - K_{DX} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} + \frac{\tilde{\delta}_1}{\bar{M}} - \frac{1}{\bar{M}} \Theta$$

donde K_{PX} y K_{DX} son matrices de ganancia definidas positivas.

Debido a la naturaleza subactuada de la dinámica de traslación, el ángulo deseado θ_{Qd} se define geoméricamente en Fig 3.1, donde u_x es la componente en la dirección del eje $0x^i$ del vector de control u , por lo tanto, se tiene

$$\theta_{Qd} = \arcsin\left(\frac{u_x}{\|u\|}\right) \quad (3.13)$$

Entonces, la entrada de control de orientación del cuatrirotor puede definirse como

$$\bar{M}_b^y = J_{yy}(-K_{PQ}(\theta_Q - \theta_{Qd}) - K_{DQ}(\dot{\theta}_Q - \dot{\theta}_{Qd}) + \ddot{\theta}_{Qd}) - (\eta_4 - \beta_4) \quad (3.14)$$

donde K_{PQ} y K_{DQ} son ganancias positivas y $\eta_4 - \beta_4$ es la estimación (3.8) exógena de la perturbación sobre la dinámica de orientación.

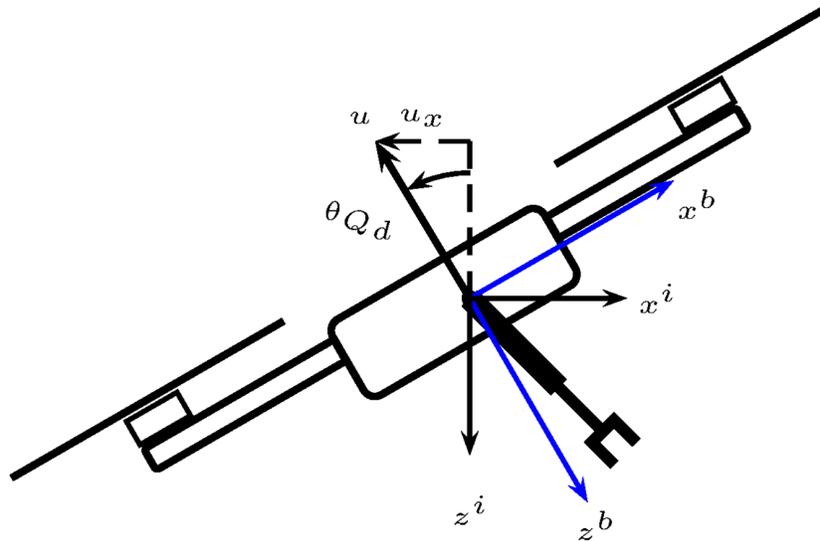


Figura 3.1: El ángulo θ_{Qd} .

3.3. Controlador del brazo robótico basado en el modelo equivalente.

El diseño del controlador se completa con las siguientes entradas de control para las articulaciones revoluta y prismática, para el manipulador equivalente.

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_R = & 2m_P L \dot{L} \dot{\theta}_P + m_P L g s_{\theta_P} \\ & - m_P L^2 (K_{PA}(\theta_P - \theta_{Pd}) + K_{DA}(\dot{\theta}_P - \dot{\theta}_{Pd}) - \ddot{\theta}_{Pd}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_P = & m_P L \dot{\theta}_P^2 + m_P g c_{\theta_P} \\ & - m_P (K_{PP}(L - L_d) + K_{DP}(\dot{L} - \dot{L}_d) - \ddot{L}_d) \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde K_{PA} , K_{DA} , K_{PP} y K_{DP} son ganancias positivas, y θ_{Pd} y L_d las trayectorias deseadas para θ_P y L , respectivamente.

3.4. Dinámica de lazo cerrado del MANT

En resumen, el controlador y el estimador propuestos proporcionan la siguiente dinámica de lazo cerrado del MANT

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{X}}_1 &= \tilde{X}_2 \\
\dot{\tilde{X}}_2 &= -K_{PX}\tilde{X}_1 - K_{DX}\tilde{X}_2 \\
&\quad - \frac{u^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}}{m \cos(\tilde{\theta}_{Q1})} \left\{ \cos(\tilde{\theta}_{Q1}) \begin{bmatrix} \cos(\tilde{\theta}_{Q1} + \theta_{Qd}) \\ \sin(\tilde{\theta}_{Q1} + \theta_{Qd}) \end{bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Qd}) \\ -\sin(\theta_{Qd}) \end{bmatrix} \right\} + \frac{1}{m} \mu_1 \chi \\
\dot{\tilde{\theta}}_{Q1} &= \tilde{\theta}_{Q2} - \frac{u^\top S [(K_{DX} - \Gamma_1)\mu_1 + (K_{DX} - I)\mu_2] \chi}{u^\top u} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{Q2} &= -K_{PQ}\tilde{\theta}_{Q1} - K_{DQ}\tilde{\theta}_{Q2} - F(u, \chi, \tilde{\delta}_4) \\
\dot{\tilde{\theta}}_{P1} &= \tilde{\theta}_{P2} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{P2} &= -K_{PA}\tilde{\theta}_{P1} - K_{DA}\tilde{\theta}_{P2} \\
\dot{\tilde{L}}_1 &= \tilde{L}_2 \\
\dot{\tilde{L}}_2 &= -K_{PP}\tilde{L}_1 - K_{DP}\tilde{L}_2 \\
\dot{\chi} &= A_\chi \chi + \mu_3^\top \delta_T^{(3)} \\
\dot{\tilde{\delta}}_4 &= -\Gamma_4 \tilde{\delta}_4 + \dot{\delta}_R
\end{aligned} \tag{3.17}$$

donde $\tilde{X}_1 = \tilde{\mathbf{X}}$, $\tilde{X}_2 = \tilde{\dot{\mathbf{X}}}$, $\theta_{Q1} = \theta_Q - \theta_{Q_d}$, $\theta_{Q2} = \dot{\theta}_Q - \dot{\theta}_{Q_d}$, $\theta_{P1} = \tilde{\theta}_P$, $\theta_{P2} = \dot{\tilde{\theta}}_P$, $\tilde{L}_1 = \tilde{L}$, $\tilde{L}_2 = \dot{\tilde{L}}$, $\chi_1 = \tilde{\delta}_1$, $\chi_2 = \dot{\tilde{\delta}}_1$, $\chi_3 = \ddot{\tilde{\delta}}_1$, and

$$A_\chi = \begin{bmatrix} -\Gamma_1 & I & 0 & 0 \\ -\Gamma_2 & -\Gamma_1 & I & 0 \\ -\Gamma_3 & -\Gamma_2 & -\Gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_4 \end{bmatrix},$$

además

$$\begin{aligned} F(u, \chi, \tilde{\delta}_4) = & \frac{1}{(u^\top u)^2} \left(\|u\|^2 u^\top S [(K_D + \Gamma_2)\mu_1 + \right. \\ & (I + \Gamma_1)\mu_2 + 2\mu_3] \chi - \\ & \left. \left\{ 2u^\top [(K_D - \Gamma_1)\mu_1 + (K_D - I)\mu_2] \chi + / - \right. \right. \\ & \left. \left. u^\top S [(K_D - \Gamma_1)\mu_1 + (K_D - I)\mu_2] \chi \right\} \right) - \tilde{\delta}_4 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} \mu_1 &= [I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3}] \\ \mu_2 &= [0_{3 \times 3} \ I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3}] \\ \mu_3 &= [0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ I_{3 \times 3}] \end{aligned}$$

con $I_{3 \times 3}$ y $0_{3 \times 3}$, la matriz identidad y cero en $\mathbb{R}^{3 \times 3}$, respectivamente.

La función $F(u, \chi, \tilde{\delta}_4)$ tiene en cuenta los términos de error de estimación que no pueden cancelarse. Dichos errores de estimación aparecen debido a la propagación de la acción de control desde la dinámica de rotación del cuatrirotor a la dinámica del cuatrirotor a lo largo del eje $0x^i$, es decir, a través de θ_{Q_d} calculada como

$$\dot{\theta}_{Q_d} = \frac{u^\top S \dot{u}}{\|u\|^2} \quad (3.18)$$

$$\ddot{\theta}_{Qd} = \frac{(u^\top S \ddot{u})u^\top u - 2(u^\top \dot{u})u^\top S \dot{u}}{(u^\top u)^2} \quad (3.19)$$

con

$$\dot{u} = \bar{M} (K_P \tilde{X}_2 + K_D \tilde{X}_3) + \eta_2 - \beta_2 + K_D \tilde{\delta}_1 - \dot{\tilde{\delta}}_1 \quad (3.20)$$

$$\ddot{u} = \bar{M} (-\bar{K}_P \tilde{X}_2 - \bar{K}_D \tilde{X}_3) + \eta_3 - \beta_3 + \bar{K}_D \tilde{\delta}_1 + \dot{\tilde{\delta}}_1 + \ddot{\tilde{\delta}}_1 + \tilde{\delta}_3 \quad (3.21)$$

donde $\tilde{X}_3 = -K_P \tilde{X}_1 - K_D \tilde{X}_2$, $\bar{K}_P = K_D K_P$ and $\bar{K}_D = K_P + K_D^2$.

3.5. Análisis de estabilidad

Para el principal resultado de estabilidad es necesario el siguiente supuesto estándar en la literatura para las perturbaciones.

Suposición 1. $\delta_T(t)$ y $\delta_T^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, 3$ y $\delta_R(t)$ y $\dot{\delta}_R(t)$ están en \mathcal{L}_∞ , $t \geq 0$.

Definamos $\tilde{x} := \text{col}(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2)$, $\tilde{\theta}_Q := \text{col}(\tilde{\theta}_{Q1}, \tilde{\theta}_{Q2})$, $\chi_a := \text{col}(\chi, \tilde{\delta}_4)$ and $\Delta_\delta := \text{col}(\mu_3^\top \delta_T^{(3)}, \dot{\delta}_M)$.

Así, a partir de (3.17), la dinámica de \tilde{x} , $\tilde{\theta}_Q$ y χ_a en forma compacta se convierten en

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A_x \tilde{x} + \Psi_x(\tilde{\theta}_Q) \cdot \frac{u^\top \mathbf{r}_{\theta_Q}}{m} + D_x \chi_a \\ \dot{\tilde{\theta}}_Q &= A_Q \tilde{\theta}_Q + \Psi_Q(u) \cdot \chi_a \\ \dot{\chi}_a &= A_{\chi_a} \chi_a + \Delta_\delta \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde $\Psi_{(\cdot)}$ y Δ_δ son funciones vectoriales y D_x una matriz constante de dimensiones apropiadas, respectivamente, cuyas expresiones pueden obtenerse fácilmente mediante sustituciones directas de (3.17).

$$\Psi_x(\tilde{\theta}_Q) = -\frac{1}{\cos(\tilde{\theta}_{Q1})} \left\{ \cos(\tilde{\theta}_{Q1}) \begin{bmatrix} \cos(\tilde{\theta}_{Q1} + \theta_{Qd}) \\ \sin(\tilde{\theta}_{Q1} + \theta_{Qd}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Qd}) \\ \sin(\theta_{Qd}) \end{bmatrix} \right\}$$

$$\Psi_Q(u) = \begin{bmatrix} \frac{1}{u^\top u} u^\top S [(K_{DX} - \Gamma_1)\mu_1 + (K_{DX} - I)\mu_2] & 0 \\ u^\top S [(\tilde{K}_D + \Gamma_2)\mu_1 + (I + \Gamma_1)\mu_2 + 2\mu_3] - \bar{\Psi}_{Q_2}(u) & -1 \end{bmatrix}$$

con

$$\bar{\Psi}_{Q_2}(u) = \frac{1}{u^\top u} u^\top \{2[(K_D - \Gamma_1)\mu_1 + (K_D - I)\mu_2] + S[(K_D - \Gamma_1)\mu_1 + (K_D - I)\mu_2]\}$$

además,

$$D_x = \frac{1}{m} \mu_1$$

Además, las matrices Hurwitz se definen como

$$A_x := \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ -K_P & -K_D \end{bmatrix}; \quad A_Q := \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ -K_{PR} & -K_{DR} \end{bmatrix};$$

donde K_P, K_D, K_{PR} y K_{PD} son matrices definidas positivas y $A_{\chi_a} := \text{Blockdiag}(A_{\chi'}, -\Gamma_4)$. Por lo tanto, el principal resultado de estabilidad se encuentra en la siguiente proposición.

Proposición 1. *Considere la dinámica de lazo cerrado (3.17) con todas las matrices de ganancia definidas positivas. Entonces, si la suposición 1 se satisface, el error $(\tilde{x}, \tilde{\theta}_Q, \chi_a, \tilde{L}_i, \tilde{\theta}_{Pi})$ está últimamente acotado en una Δ_δ -vecindad del origen, localmente. Además, si $\Delta_\delta(t) = 0$ entonces el error converge localmente exponencialmente a cero.*

Demostración. En primer lugar, a partir de (3.17) es sencillo ver que las dinámicas de error \tilde{L}_i y $\tilde{\theta}_{Pi}$, $i = 1, 2$, están desacopladas de las demás y, por tanto, convergen exponencialmente a cero. Por lo tanto, sólo nos centramos en la dinámica de error restante (3.22). Para ello, vamos a

definir el error $\mathbf{e} := \text{col}(\tilde{x}, \tilde{\theta}_Q, \chi_a)$ tal que (3.22) puede reescribirse forma matricial como

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathcal{A}\mathbf{e} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta_\delta \end{bmatrix}, \mathcal{A} := \begin{bmatrix} A_x & \Delta_x \frac{u^\top \mathbf{r}_{\theta Q}}{m} & D_x \\ 0 & A_Q & \Psi_Q \\ 0 & 0 & A_{\chi_a} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

donde hemos omitido todos los argumentos por compacidad. Nótese que, por diseño $\Psi_x(0) = 0$ y por lo tanto todo el término puede ser factorizado por Δ_x como en (3.23). Si $\Delta_\delta = 0$, se concluye que $\mathbf{e} = 0$ es localmente exponencialmente estable, observando que la matriz bloque-triangular \mathcal{A} es Hurwitz. Finalmente, si $\Delta_\delta \neq 0$ por continuidad se concluye que \mathbf{e} está uniformemente y en última instancia acotada en una Δ_δ -vecindad del origen. \square

Observación 1. *Nótese que la Proposición 1 no excluye que la región de atracción pueda ser mayor que una vecindad del origen. El resultado fuerte es que la estructura de control-observador propuesta permite soluciones exponenciales y por tanto garantiza robustez, condición necesaria para obtener un resultado robusto más allá del local. No obstante, se puede hacer una estimación del tamaño de la región de atracción considerando las cotas de los términos de interconexión. Véase por ejemplo en [37] que si el término de interconexión está acotado linealmente se podría alcanzar estabilidad global evitando soluciones infinitas en tiempo finito. En el análisis preliminar se observa que esta cota lineal se satisface, lo cual es coherente con lo obtenido por simulación. En efecto, en simulaciones numéricas se verifica que la región de atracción no es despreciable por lo que una tarea a desarrollar en el futuro es analizar las tasas de crecimiento de estos términos de interconexión en la dinámica (3.22).*

3.6. Equivalencia de sistemas

El controlador propuesto se diseñó considerando un MANT con un manipulador compuesto por una articulación de revoluta R1 y una articulación prismática P1; sin embargo, el sistema sobre el que se va a aplicar, consta de un manipulador con dos articulaciones de revoluta. Por lo tanto, es obligatorio demostrar que ambos manipuladores son equivalentes en algún sentido. Las referencias [38], [39], y [40] dan definiciones para el concepto de equivalencia de sistemas dinámicos; en este trabajo, la equivalencia entre sistemas dinámicos se aborda a partir de la siguiente definición, adaptada de [40].

Definición 1. *Se dice que los sistemas*

$$\Sigma : \dot{\chi} = f(\chi) + g(\chi)v \quad (3.24)$$

$$\Pi : \dot{\tilde{\chi}} = \tilde{f}(\tilde{\chi}) + \tilde{g}(\tilde{\chi})\tilde{v}, \quad (3.25)$$

con $\chi, \tilde{\chi} \in \mathbb{R}^{k_1}$, $v, \tilde{v} \in \mathbb{R}^{k_2}$ son equivalentes si existe:

i. *Un difeomorfismo*

$$\tilde{\chi} = \Phi(\chi) \quad (3.26)$$

ii. *Una retroalimentación de estado estática*

$$v = \alpha_u(\chi) + \beta_u(\chi)\tilde{v}, \quad (3.27)$$

con $\beta_u(\chi)$ una matriz cuadrada no singular, tal que la transformación de Σ bajo $(\Phi, \alpha_u, \beta_u)$ es igual a Π .

La figura 3.2 muestra las variables de articulación γ_1 y γ_2 del manipulador $R1$, $R2$. Por tanto, para los sistemas dinámicos que se abordan en este trabajo, se puede aplicar la Definición 1 considerando que el sistema Σ corresponde al manipulador de dos juntas de revolución; así, $\chi = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \dot{\gamma}_1 & \dot{\gamma}_2 \end{bmatrix}^\top$, $\nu = \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{bmatrix}^\top$. Al mismo tiempo, Π es el sistema manipulador de articulaciones revoluta-prismática; esto es $\tilde{\chi} = \begin{bmatrix} \theta_P & L & \dot{\theta}_P & \dot{L} \end{bmatrix}^\top$, $\tilde{\nu} = \begin{bmatrix} \bar{\tau}_R & \bar{f}_P \end{bmatrix}^\top$.

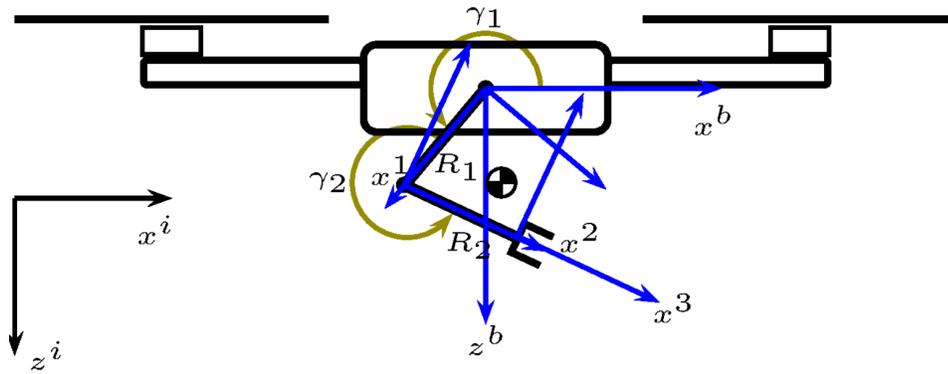


Figura 3.2: Los ángulos γ_1 y γ_2 marcados en verde.

La equivalencia entre los manipuladores puede establecerse en términos de la siguiente proposición.

Suposición 1. *Suponga que la masa total de los manipuladores R - R y R - P es la misma, esto es,*

$$m = m_1 + m_2, \text{ con } m_1 = m_2$$

Suponga que el efector final del manipulador R - P tiene las mismas coordenadas que el centro de masa del manipulador R - R . Entonces, los modelos dinámicos de los manipuladores R - R y R - P son equivalentes.

Demostración. La prueba consiste en construir el difeomorfismo (3.26) y la ley de control (3.27) de la definición 1 para los modelos dinámicos de los manipuladores.

La Figura 3.3 presenta un diagrama esquemático de ambos manipuladores, R-R y R-P. El segmento \overline{OA} representa a la articulación prismática. El segmento \overline{OB} representa al primer eslabón del manipulador R-R, mientras que el segmento \overline{BA} representa la mitad de la longitud de su segundo eslabón. Por los puntos O y B pasan los ejes de las articulaciones de revoluta del manipulador R-R. Notar que ambos manipuladores comparten la articulación de revoluta con eje de rotación pasando por el punto O . El difeomorfismo se establece por medio de las relaciones geométricas de la Figura 3.3. La variable de estado L se expresa en función de γ_2 usando el teorema de pitágoras y relaciones de senos y cosenos de triángulos rectángulos. Así también, θ_p se encuentra en función de γ_1 y γ_2 al usar la ley de senos para el triángulo no rectángulo \overline{AOB} . De esta forma, la condición i) se expresa como

$$\Phi(\Gamma) = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1 l_2 c \gamma_2} \\ \frac{\pi}{2} + \gamma_1 + \arcsin \left(\frac{l_2 s \gamma_2}{\sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1 l_2 c \gamma_2}} \right) \end{array} \right] \quad (3.28)$$

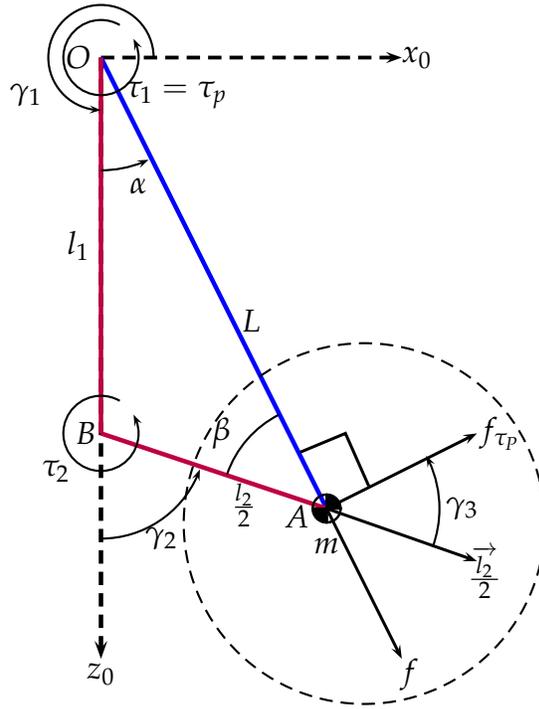
La Figura 3.3 muestra también las acciones de control en cada uno de los manipuladores. Las acciones de control τ_1 y τ_2 actúan alrededor de los puntos O y A , respectivamente. La acción de control τ_p actúa alrededor del punto O y f actúa a lo largo del segmento \overline{OA} . Además, la acción de control ficticia f_{τ_p} es producto de la acción de τ_2 .

En la Figura 3.4, se muestra a detalle la relación de ángulos que se forman a partir del punto de contacto de los dos manipuladores. Se puede observar que el ángulo β se define como $\beta = \gamma_2 - \alpha$.

□

A partir de la ley de senos para el triángulo no rectángulo formado por los segmentos \overline{OA} y \overline{BA} , se obtiene

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{l_2 \sin(\gamma_2)}{\sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1 l_2 \cos(\gamma_2)}} \right) \quad (3.29)$$

Figura 3.3: Relaciones entre τ_1 , τ_2 y τ_p , f .

La condición (3.27) que relaciona las entradas de control se deduce como sigue. Para generar el momento τ_2 a partir de τ_p y f , tenemos que considerar las contribuciones del par $\tau_{f_{\tau_p}}$ generado por la fuerza f_{τ_p} y del par τ_f generado por la fuerza f . La fuerza f_{τ_p} es la fuerza necesaria para generar el momento τ_p con brazo de palanca L por lo que es perpendicular al eslabón del manipulador R-P, es decir, el vector de longitud L .

$$\tau_2 = \tau_{f_{\tau_p}} + \tau_f \quad (3.30)$$

La magnitud del momento producido por la fuerza f_{τ_p} en la articulación γ_2 del manipulador R-R, con brazo de palanca $\frac{l_2}{2}$ está dado por

$$\tau_{f_{\tau_p}} = e_2^\top \left(\frac{\vec{l}_2}{2} \times f_{\tau_p} \right) \quad (3.31)$$

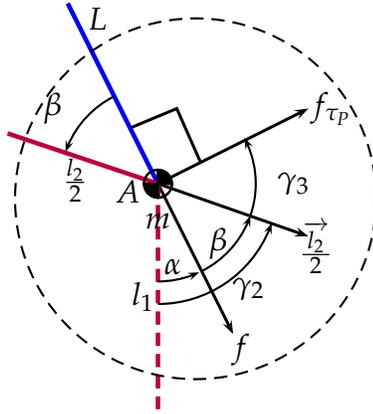


Figura 3.4: Detalle de la Figura 3.3.

con \vec{l}_2 un vector con magnitud $\frac{l_2}{2}$ en dirección del segmento \overline{BA} y $e_2 = [0 \ 1]^\top$ un vector unitario. Ya que $\tau_p = Lf_{\tau_p}$, el par $\tau_{f_{\tau_p}}$ resulta como

$$\tau_{f_{\tau_p}} = \frac{l_2}{2} \frac{\tau_p}{L} \sin(\gamma_3) \quad (3.32)$$

donde $\gamma_3 = \frac{\pi}{2} - \beta$. Por otro lado

$$\tau_f = e_2^\top \left(\frac{\vec{l}_2}{2} \times f \right) = \frac{l_2}{2} f \sin(\beta). \quad (3.33)$$

Finalmente

$$\tau_1 = \tau_p \quad (3.34)$$

$$\tau_2 = \frac{l_2}{2} \frac{\tau_p}{L} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \gamma_2 - \alpha \right) + \frac{l_2}{2} f \sin(\alpha - \gamma_2). \quad (3.35)$$

Así, podemos definir α_u y β_u de la ecuación (3.27) como

$$\alpha_u(\Gamma) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\beta_u(\Gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{l_2}{2L} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \gamma_2 - \alpha\right) & \frac{l_2}{2} \sin(\alpha - \gamma_2) \end{bmatrix}$$

Capítulo 4

Simulaciones numéricas

Las simulaciones numéricas fueron llevadas a cabo en el simulador realista MANT reportado en [25] que amablemente nos proporcionó Carlos Rodríguez de Cos de la Universidad de Sevilla. La plataforma de simulación original consta de 4 bloques principales: el bloque del modelo matemático MANT, el bloque de trayectoria objetivo para el UAV y el efector final, un bloque para el control del UAV y otro para el control del manipulador. El sistema MANT es perturbado por una ráfaga de viento aleatoria.

4.1. Implementación de la simulación

En esta sección se presenta la forma de implementar la estrategia de control definida en el capítulo 3.

A partir de las mediciones de las variables articulares del manipulador R-R se realiza el cambio de coordenadas a los estados del manipulador R-P. Con la trayectoria de referencia en coordenadas del manipulador R-P se diseña la ley de control para el manipulador R-P. Finalmente, con la retroalimentación de estados de las condiciones de equivalencia se transforma la ley de control a las entradas del manipulador R-R.

El simulador considera un escenario en el que el MANT debe volar cerca de la posición objetivo en las proximidades de un objeto virtual, después de 10 segundos el efector final sigue una trayectoria deseada para alcanzar una posición final deseada. Así, dada una posición de referencia deseada del efector final, x_{EE_d} , z_{EE_d} , las posiciones angulares deseadas γ_{1d} y γ_{2d} se obtienen a partir de la cinemática inversa y utilizando el difeomorfismo (3.26), se tiene

$$\begin{bmatrix} \theta_{Pd} \\ L_d \\ \dot{\theta}_{Pd} \\ \dot{L}_d \end{bmatrix} = \Phi(\gamma_{1d}, \gamma_{2d}, \dot{\gamma}_{1d}, \dot{\gamma}_{2d}),$$

Los parámetros físicos se resumen en la Tabla 4.1, mientras que los valores de ganancia están en la Tabla 4.2.

Tabla 4.1: Parámetros físicos del MANT.

Parámetro	Valor
M	1 Kg
m_1	0.1 Kg
m_2	0.1 Kg
l_1	0.4 m
l_2	0.4 m
inercia de los eslabones	0.0001 Kg · m ²
Inercia del MANT	0.048 Kg · m ²

El diagrama de la figura 4.1 ilustra cómo se implementaron las simulaciones para el manipulador.

El simulador realista donde se implementaron las simulaciones permite perturbaciones sobre el sistema generadas a través de un perfil de viento. El perfil de viento puede ser definido por el usuario o generado a partir de datos aleatorios. Así, para evaluar el comportamiento de la estrategia de control propuesta, se realizaron cinco simulaciones, cada una de ellas con un perfil

Tabla 4.2: Ganancial del controlador del MANT.

Gain	Value
Γ_1	5.5
Γ_2	5.5
Γ_3	10.5
Γ_4	60
K_{PX}	diag{4.5, 6.2}
K_{DX}	diag{5, 6.2}
K_{PQ}	125
K_{DQ}	90
K_{PA}	25
K_{PP}	50
K_{DA}	25
K_{DP}	50

de perturbación de viento aleatorio diferente, tal y como se observa en la figura 4.2¹. La tabla 4.3 muestra los valores medios de magnitud y dirección del viento para cada simulación.

Tabla 4.3: Magnitud y dirección media del perfil del viento para las simulaciones 1 a 5.

Simulación	Media de la dirección del viento [rad]	Media de la magnitud del viento [m/s]
1	-1.9294	1.3020
2	-1.7974	1.3070
3	-1.0304	1.0674
4	-2.6946	2.2006
5	-0.1799	0.9544

Las figuras 4.3 y 4.4 representan la evolución temporal de los errores del eje de traslación del UAV, \tilde{x} y \tilde{z} , respectivamente, mientras que la figura 4.5 representa el error de orientación del UAV, $\tilde{\theta}_Q$.

Las figuras 4.6 y 4.7 muestran el error de posición del efector final $\tilde{x}_{EE} = x_{EE} - x_{EEd}$ y $\tilde{z}_{EE} = z_{EE} - z_{EEd}$, respectivamente. Como puede observarse, todas las señales de error convergen a una vecindad cero, tal como predecía el análisis teórico.

¹Todas las Figuras que contienen gráficas de datos fueron generadas con la herramienta Professional Plots [41].

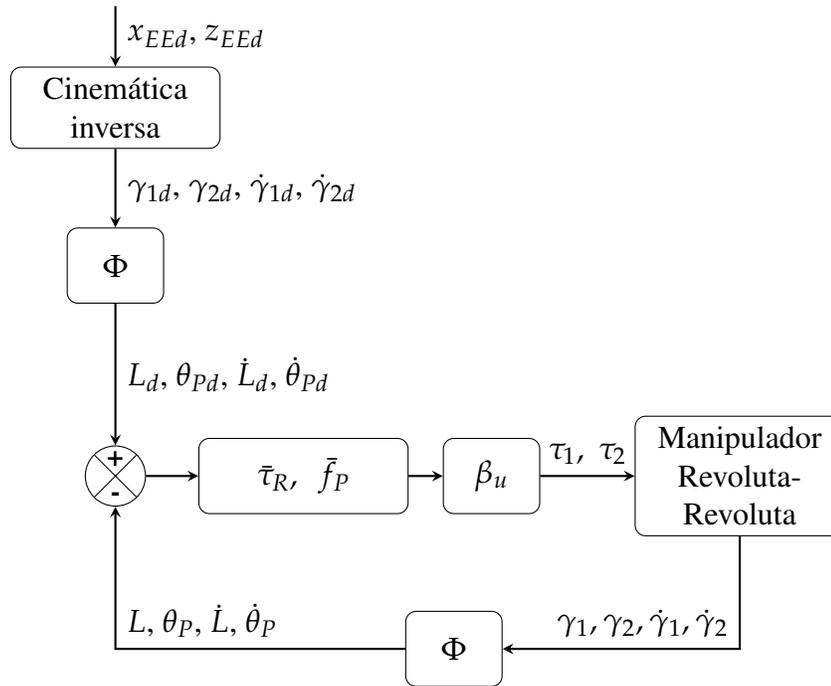


Figura 4.1: Implementación de la simulación del brazo robótico.

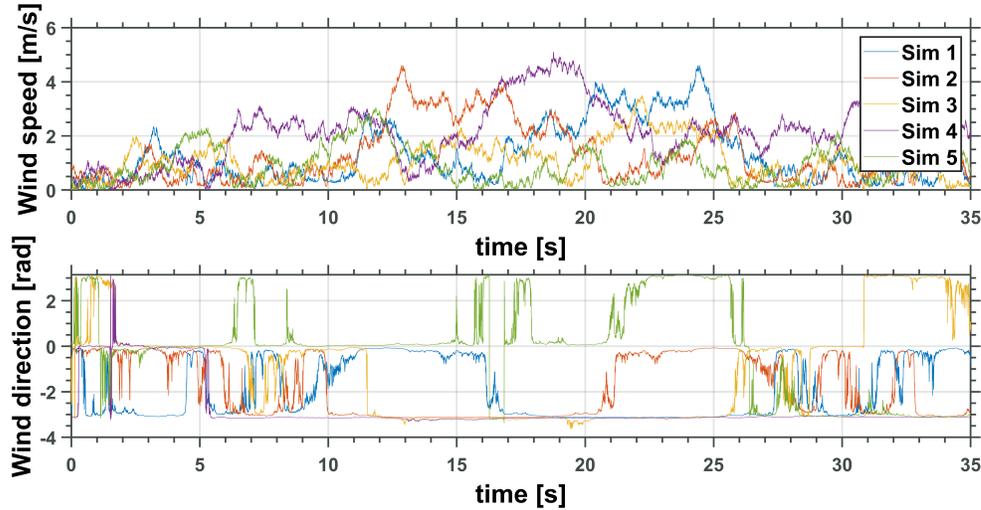
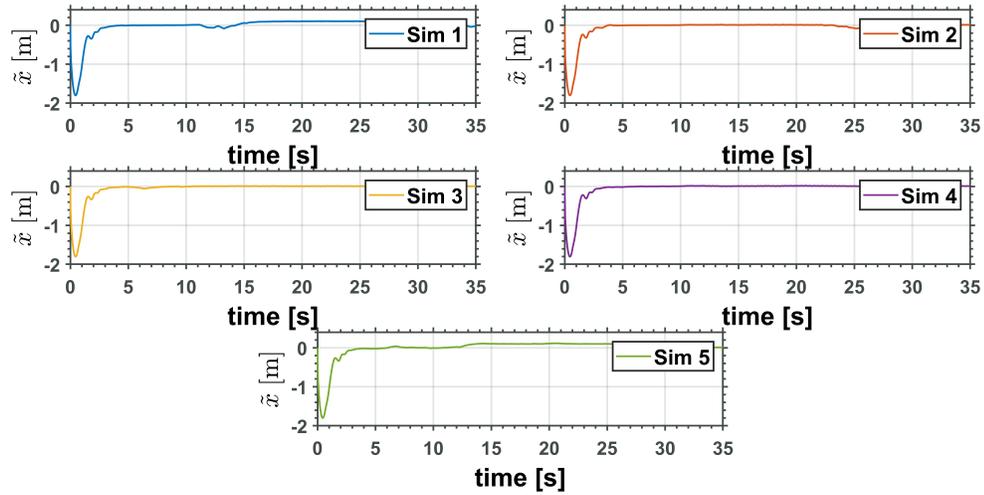
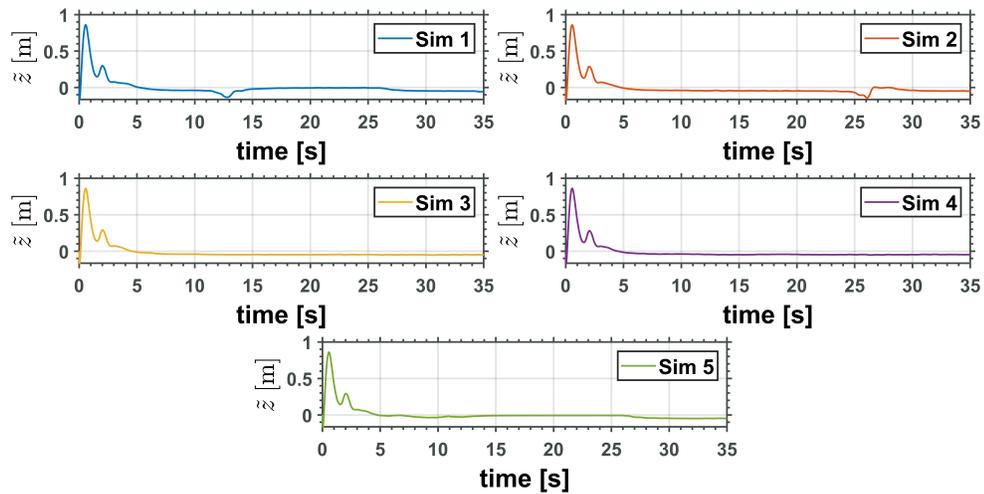


Figura 4.2: Perfil de perturbación del viento definido por la magnitud y la dirección del viento.

Los errores equivalentes del manipulador robótico \tilde{L} y $\tilde{\theta}_P$ se muestran en las figuras 4.8 y 4.9, mientras que los errores del manipulador robótico original $\tilde{\gamma}_1 = \gamma_1 - \gamma_{1d}$ y $\tilde{\gamma}_2 = \gamma_2 - \gamma_{2d}$ se

Figura 4.3: Error de traslación del eje x del UAV.Figura 4.4: Error de traslación del eje z del UAV.

muestran en las figuras 4.10 y 4.11. Obsérvese que los errores del manipulador robótico equivalente son más próximos a cero que los del original. Este comportamiento puede ser causado por parámetros desconocidos implementados en el simulador realista.

Las Figuras 4.12 y 4.13 muestran las entradas de control en el MANT sólo para la primera simulación. Las siguientes funciones integrales se midieron para cada simulación para entender mejor el rendimiento del controlador en todas las simulaciones,

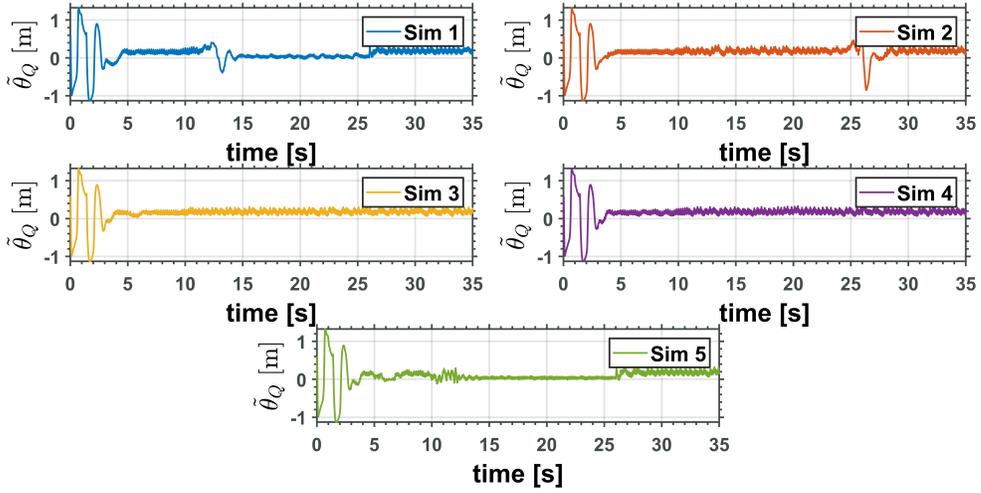
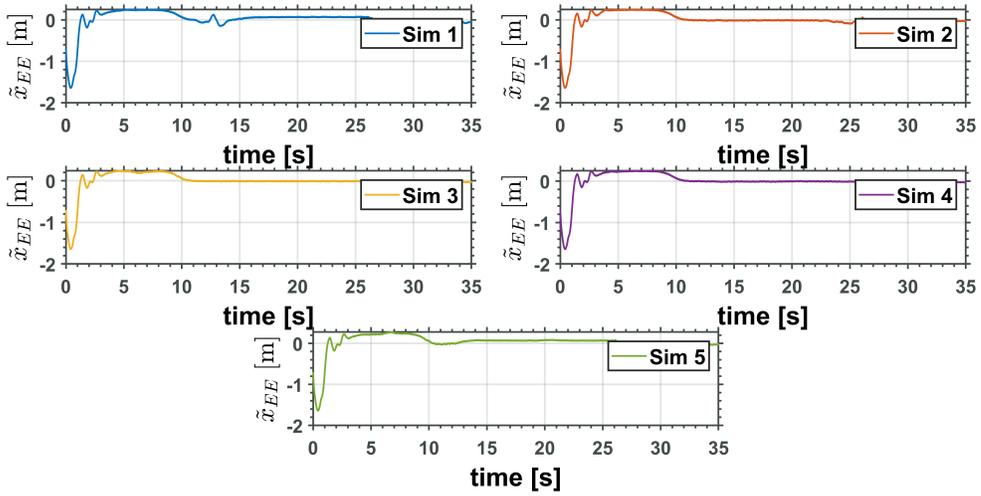


Figura 4.5: Error de orientación del UAV.

Figura 4.6: Error de posición del eje x del efector final.

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_0^t \|\tilde{X}(\tau)\| d\tau \\
 F_2 &= \int_0^t \tilde{\theta}_Q(\tau)^2 d\tau \\
 F_3 &= \int_0^t (\tilde{\gamma}_1(\tau)^2 + \tilde{\gamma}_2(\tau)^2) d\tau \\
 F_4 &= \int_0^t (\tilde{x}_{EE}(\tau)^2 + \tilde{z}_{EE}(\tau)^2) d\tau \\
 F_5 &= \int_0^t (\tilde{L}(\tau)^2 + \tilde{\theta}_P(\tau)^2) d\tau
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

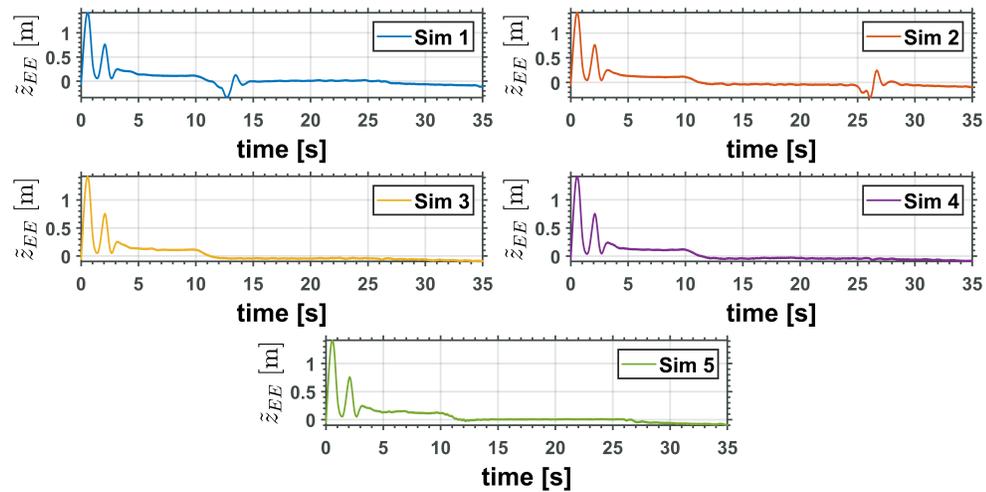


Figura 4.7: Error de posición del eje z del efector final.

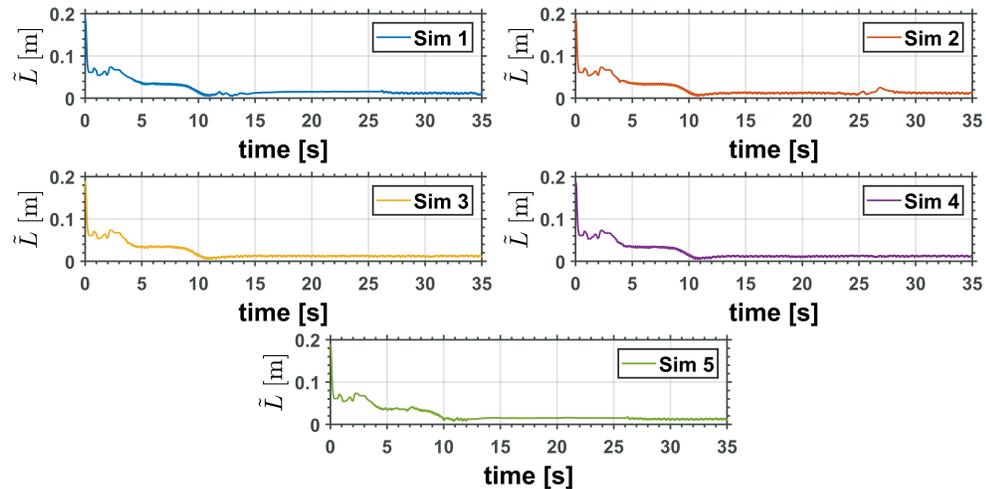


Figura 4.8: Error de articulación prismática, \tilde{L} del manipulador equivalente.

La tabla 4.4 presenta los valores de cada medida $F_i, \beta = 1, \dots, 5$ correspondientes a cada simulación.

Como resultado de los valores mostrados en la Tabla 4.4, se puede concluir que el desempeño del controlador se mantiene en el mismo orden de magnitud para diferentes perturbaciones en forma de perfiles de viento. Por lo tanto, el estimador de perturbaciones se desempeña de forma adecuada. La figura 4.14 presenta las perturbaciones estimadas por la estrategia de estimación propuesta, dada para la simulación número uno.

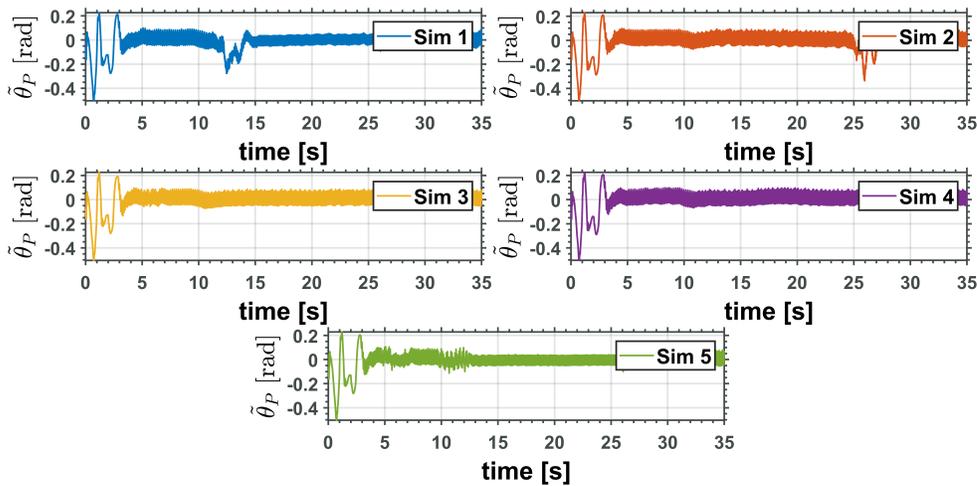


Figura 4.9: Error de la articulación revoluta $\tilde{\theta}_P$, del manipulador equivalente.

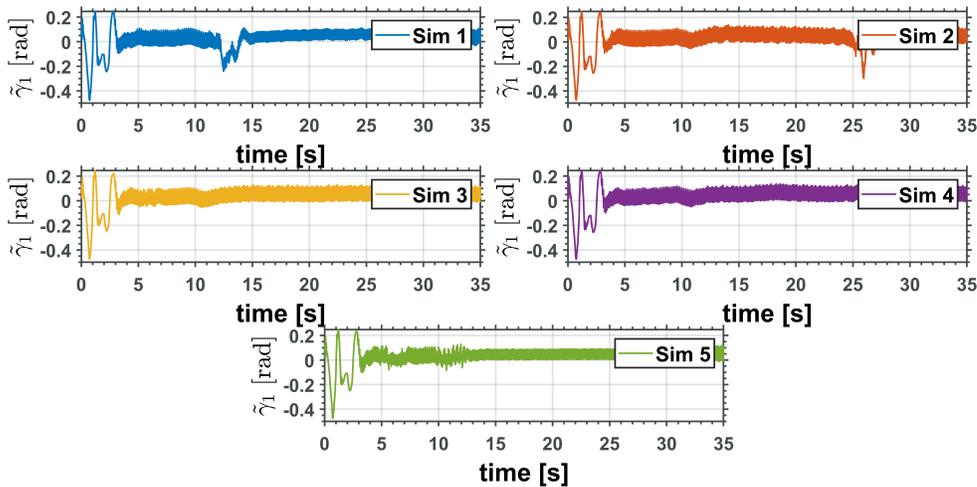


Figura 4.10: Error de articulación del manipulador de dos articulaciones de revoluta, $\tilde{\gamma}_1$.

La Figura 4.15 muestra la secuencia MANT seguida durante la simulación. Del número 1 al número 4, el MANT se aproxima a una referencia cercana al punto azul, la referencia para el manipulador robótico, y permanece en dicha posición. En el número 5, el MANT ya está en su referencia para que el brazo robótico también pueda alcanzar su referencia.

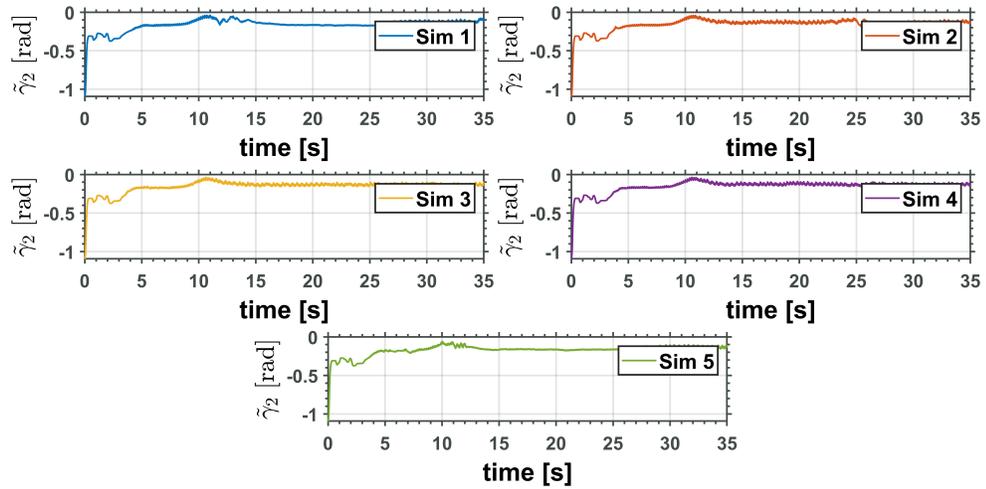


Figura 4.11: Error de articulación del manipulador de dos articulaciones de revoluta, $\tilde{\gamma}_2$.

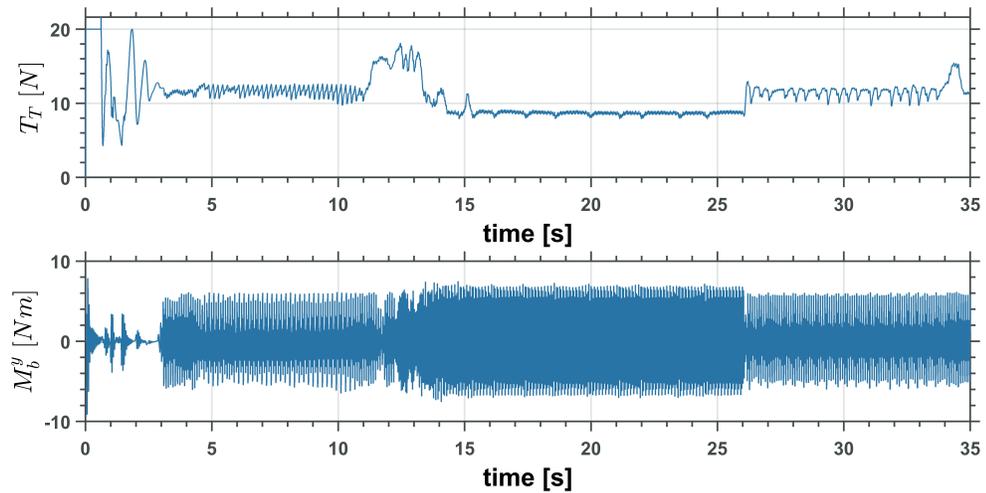


Figura 4.12: Controles de entrada del UAV, empuje total, T_T y momento, \bar{M}_b^y .

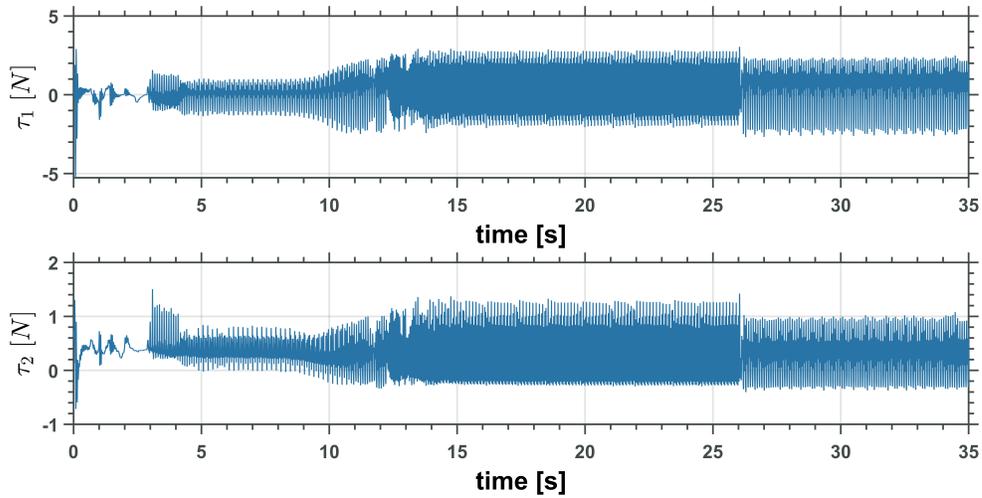


Figura 4.13: Entradas de control del manipulador de dos articulaciones de revoluta, τ_1 and τ_2 .

Tabla 4.4: Función de medición F_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, de las simulaciones con perturbaciones aleatorias del viento.

Simulación	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	4.42	6.19	6.29	6.03	2.40
2	3.78	7.96	6.11	5.76	2.48
3	3.76	7.73	5.90	5.40	2.27
4	3.67	7.85	5.87	5.37	2.29
5	4.35	5.33	6.48	5.77	2.21
Promedio	4.0011	7.0153	6.1364	5.6683	2.3364
Desviación estándar	0.3597	1.1819	0.2591	0.2794	0.1091

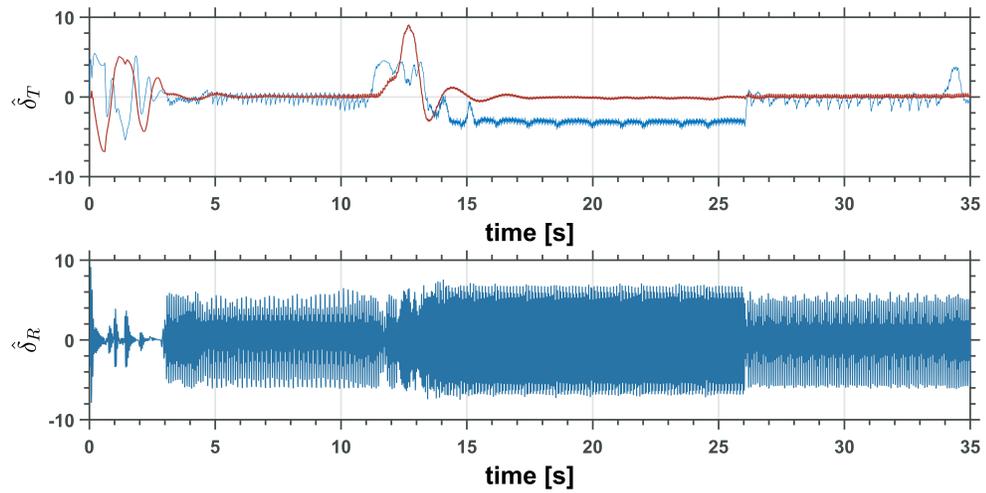


Figura 4.14: Disturbances estimated by the proposed estimation strategy.

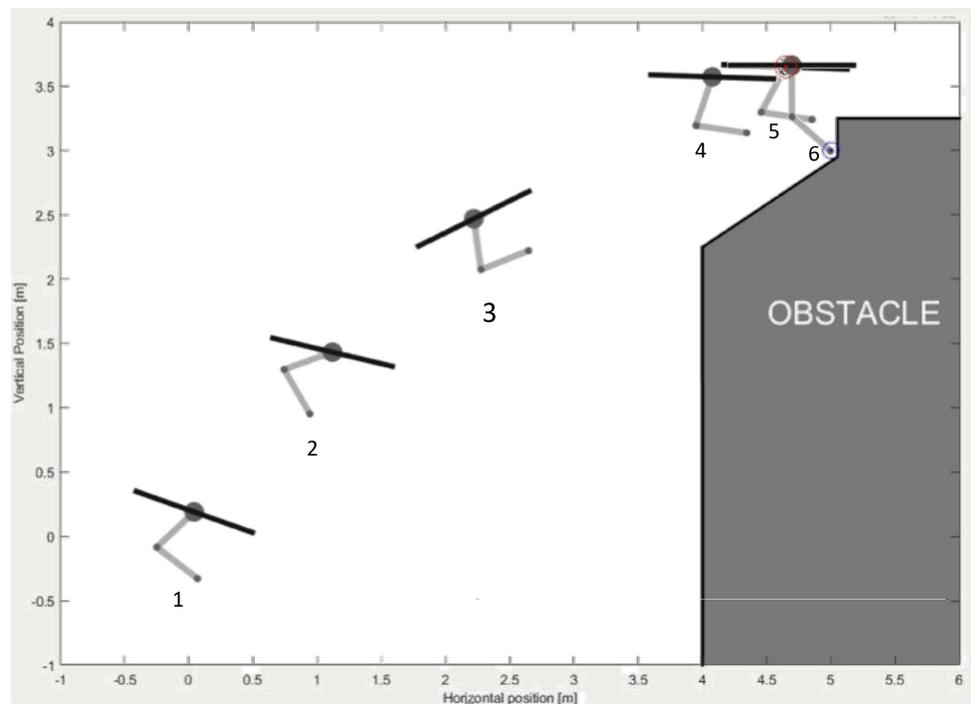


Figura 4.15: Secuencia de pasos de la trayectoria para la simulación.

Capítulo 5

Plataforma experimental

El sistema MANT con el que se trabaja en esta tesis es un VANT tipo cuatrirotor como plataforma voladora, con un manipulador de dos eslabones de revoluta, por lo tanto, dos grados de libertad.

5.1. VANT

A bordo del VANT se cuenta con un Procesador Digital de Señales (DSP por sus siglas en inglés), integrado en un sistema mínimo con la instrumentación necesaria para los puertos de entrada y de salida. La tarjeta del sistema mínimo está basada en el DSP TMS320F28335 de la compañía Texas instruments. Además, a bordo se cuenta con un sistema de referencia de orientación y rumbo (AHRS por sus siglas en inglés) para conocer la orientación del VANT, así como módulos de wifi para recibir la posición del vehículo. La Figura 5.1 muestra los componentes a bordo del MANT.

Los puertos de entrada y salida que han sido utilizados en el prototipo, así como la descripción del periférico conectado a cada puerto, se sumarizan en la tabla 5.1.

Para conocer la posición del MANT se cuenta con un sistema Optitrack de cámaras infrarojas. Dicha posición se envía mediante WiFi a un módulo a bordo del MANT.

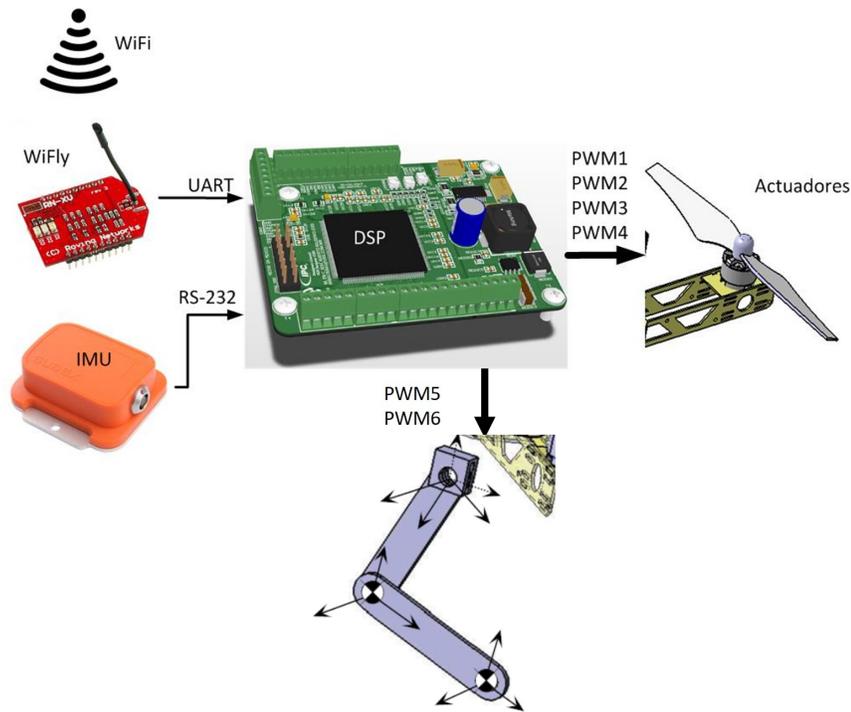


Figura 5.1: Sistema embebido a bordo del MANT.

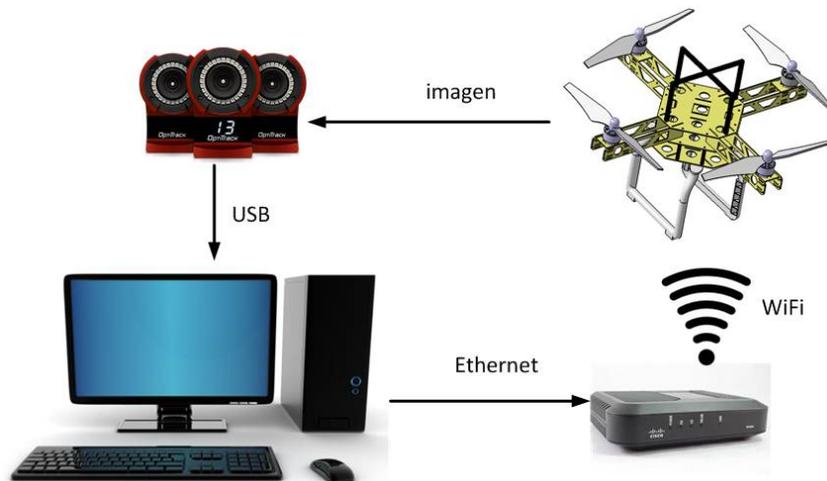


Figura 5.2: Diagrama de funcionamiento del sistema de posicionamiento Optitrack[2].

Tabla 5.1: Puertos de entrada y salida de la tarjeta de vuelo

Etiqueta del Puerto de la tarjeta con DSP	Periférico conectado	Descripción del periférico
UART 1	WiFly1 Rovin Net-works RN171-XV	El módulo WiFly es un módulo wi-fi que recibe desde la computadora de mando, la posición del vehículo aéreo que es capturada con el sistema optitrack. Luego, esta información es transmitida al DSP mediante el protocolo UART.
UAR 2	WiFly2 Rovin Net-works RN171-XV	El segundo módulo Wifly, es utilizado para mandar información deseada a la computadora de mando. Los datos que se envían, so usados para ser graficados.
RS232	AHRS XSENSE MTi	Entrega posición y velocidad angular mediante el protocolo RS-232.
PWM 1-4	Controlador de los rotores 1 a 4 del cuatrirotor	Las salidas PWM de la tarjeta se conectan a los Controladores Electrónicos de Velocidad(ESC) de los motores de cada rotor del VANT.
PWM 5-6	Controladores de los actuadores de los eslabones 1 y 2	Los controladores por corriente de los actuadores de los eslabones del manipulador, requieren una salida PWM para su funcionamiento.
Analog 1 y 2 (A1, A2)	Sensores de posición de los eslabones 1 y 2	Cada actuador cuenta con un sensor analógico de posición absoluta, por lo que esta señal es enviada a la computadora de vuelo para cerrar el lazo de control.
GPIO 83 (R4) y GPIO 31 (R3)	Controladores de los actuadores de los eslabones 1 y 2 respectivamente	Además de la señal de PWM, los controladores de los actuadores del manipulador, requieren una señal digital de sentido de giro, es por esto que se utilizan estos puertos.
GPIO 47 (R8)	Controladores de los actuadores de los eslabones 1 y 2	Esta señal digital es enviada a los controladores de los actuadores de los eslabones para activar o desactivar al motor segun sea necesario. -se utiliza la misma señal para ambos actuadores.

5.2. Manipulador robótico.

5.2.1. Primer prototipo

En el primer prototipo para probar el controlador del VANT, el manipulador cuenta con dos eslabones de 8cm de longitud cada uno y sus actuadores son dos micro servomotores con un peso de 9g cada uno y pueden producir un torque de 1.8 kg/cm. La figura 5.3 muestra el sistema ensamblado.

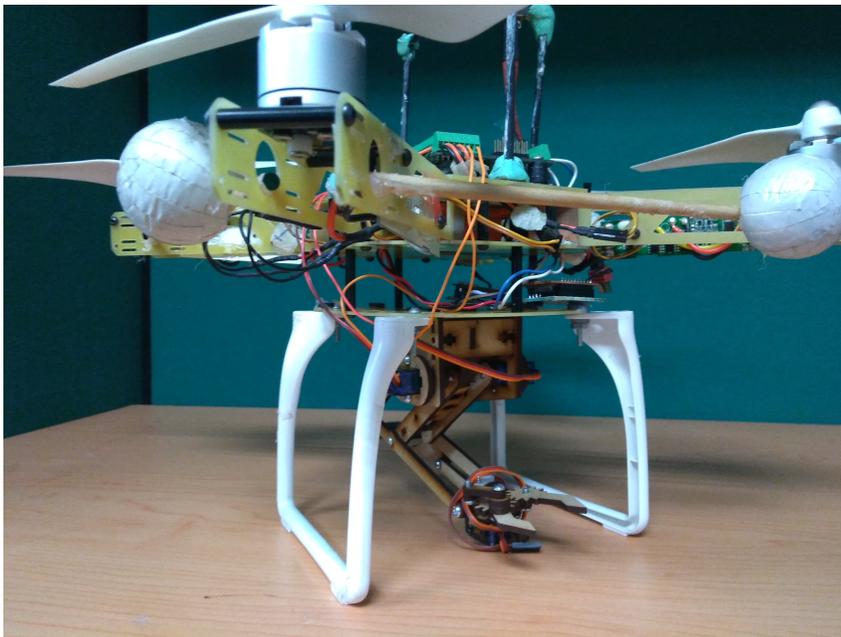


Figura 5.3: Primera versión del MANT.

Cabe mencionar que este primer prototipo, al tener servomotores como actuadores, no permite probar la estrategia de control completa sobre el MANT. Sin embargo, ha sido útil para validar la capacidad de la estrategia de control del VANT al compensar los efectos del manipulador en movimiento.

La figura 5.4 muestra el primer vuelo del MANT, en este vuelo el VANT se encuentra en vuelo suspendido, mientras el manipulador sigue una trayectoria.

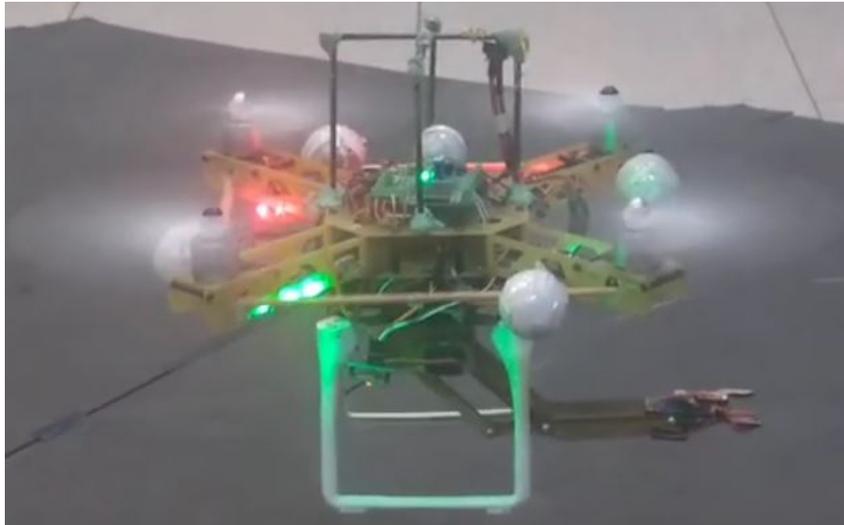


Figura 5.4: Primer vuelo del MANT con el brazo en lazo abierto <https://youtu.be/5g8sPBZ-rjM?si=Q0GjhgH39XbWgs18>.

5.2.2. Segundo prototipo

En el segundo prototipo, el manipulador está compuesto por dos motores de la marca Dinamysel modelo AX-12A que se muestran en la figura 5.5 Originalmente estos motores no pueden ser controlados por torque (corriente), como se puede ver en [42], por lo que fueron modificados para ser controlados por corriente y tener disponible la lectura de la posición. Lo anterior se logró al desconectar la tarjeta de control interna y cablear las entradas del motor y las entradas y salidas del sensor de posición, directamente hacia el exterior de la cubierta del motor.

Para controlar por torque o corriente los actuadores del manipulador, es necesario utilizar el driver de la marca MAXON modelo ESCON Module 24/2 mostrado en la figura 5.6. Mediante el programa de aplicación de Maxon llamado Escon Studio se puede seleccionar si controlar al motor por corriente o por velocidad. Se establece por defecto el modo de control por corriente.



Figura 5.5: Motores AX-12A para el segundo prototipo.

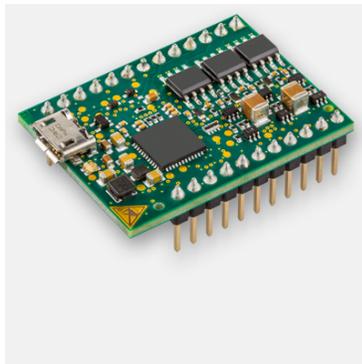


Figura 5.6: Driver de la marca MAXON modelo ESCON Module 24/2 para control por corriente de los actuadores del manipulador [3].

El diagrama de la figura 5.7 muestra las conexiones entre la tarjeta de vuelo con DSP a los controladores de los motores y a su vez.

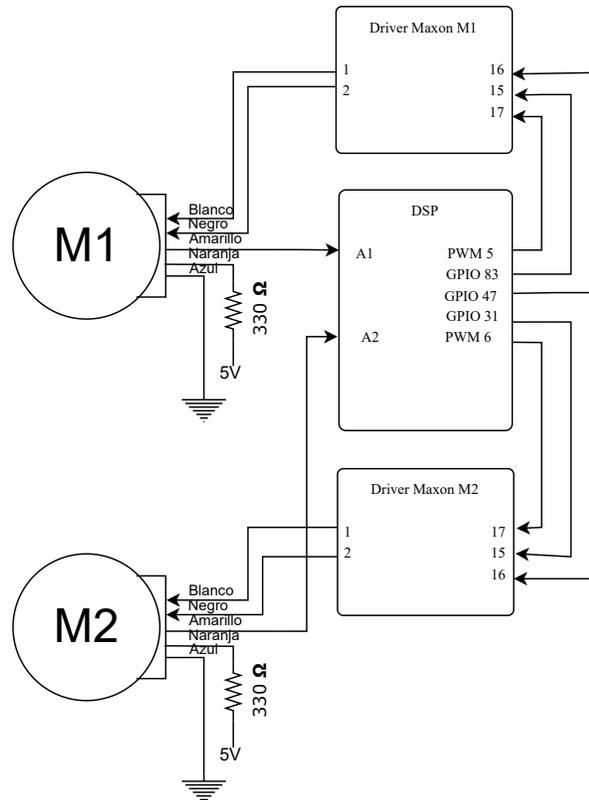


Figura 5.7: Diagrama de conexión entre el DSP, el driver de los motores y los motores de cada eslabón.

Antes de ensamblar el manipulador con el VANT, se realizó una prueba de control por corriente del brazo robótico, la imagen de la figura 5.8 muestra una vista de la parte inferior del VANT en posición invertida verticalmente. El brazo es comandado a los valores de referencia $\gamma_{1d} = \pi/4$ rad, $\gamma_{2d} = \pi/4$ rad.

La siguiente prueba realizada es para verificar que el VANT es capaz de volar con la carga no modelada del manipulador, por lo que fue realizado un vuelo de prueba con el manipulador montado al VANT, como se puede ver en la figura 5.9.

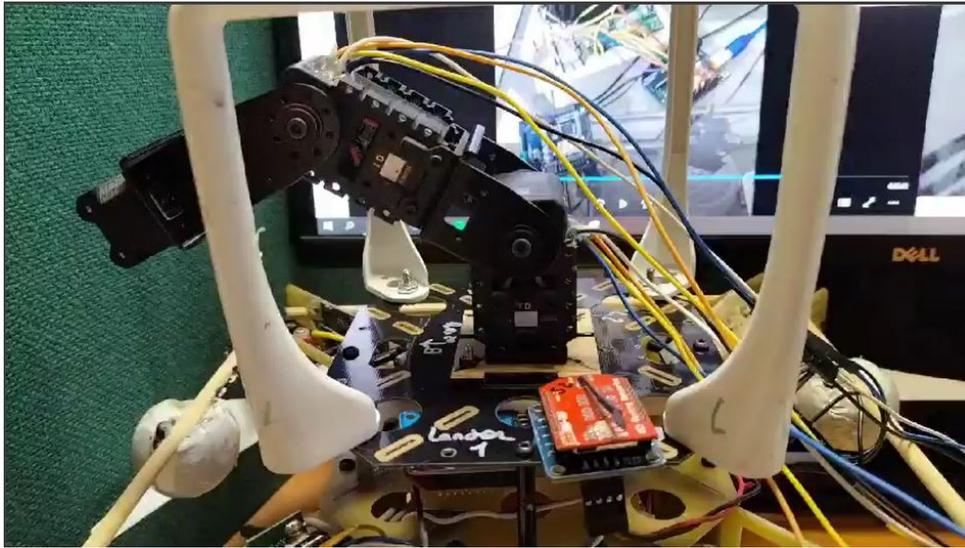


Figura 5.8: Manipulador del MANT. El control es un control proporcional sin tomar en cuenta los parámetros del modelo, por lo que no se alcanza la referencia deseada, como se puede ver en <https://youtu.be/jJBf-JxViPs>



Figura 5.9: Vuelo de prueba del VANT con el manipulador como carga no modelada. <https://youtube.com/shorts/iEQ39ZJoMDQ>

Hasta este momento no se ha logrado implementar el controlador propuesto por la siguiente razón: Los puertos de entradas analógicos no funcionaron correctamente, la señal capturada estaba altamente contaminada por ruido. El nivel de ruido no pudo eliminarse utilizando técnicas estándar de filtrado. Una vez resuelto este problema se considera que es altamente posible implementar el controlador propuesto.

Capítulo 6

Conclusiones

Este trabajo propone un algoritmo de control para un manipulador aéreo no tripulado. El análisis de los efectos sobre una plataforma voladora generados por un manipulador de dos articulaciones de revoluta se simplificó utilizando un manipulador equivalente de articulaciones revoluta-prismática. Este enfoque permitió compensar la dinámica conocida y desacoplar la dinámica del VANT del resto de la dinámica del manipulador robótico. Así, las dinámicas restantes del manipulador se trataron como fuerzas y momentos externos que actúan sobre el cuatrirotor. La estructura dinámica UAM resultante permite diseñar un estimador de perturbaciones basado en la técnica de Inmersión e Invarianza. A continuación, se propone un controlador tipo PD con compensación de perturbaciones para resolver el problema de seguimiento de la trayectoria del UAM. Se presenta un análisis formal de estabilidad de la dinámica en lazo cerrado resultante. Se presentan simulaciones numéricas en un simulador realista para evaluar la estrategia de control propuesta. El simulador realista considera los perfiles de viento que actúan sobre el MANT. Este enfoque simplificaría el análisis de perturbaciones en configuraciones UAM más generales.

6.1. Trabajo a futuro

Ya que este trabajo ha dejado establecida una estrategia de control para un MANT, así como los primeros esfuerzos para integrar un prototipo funcional, el trabajo a futuro es realizar la

integración completa del prototipo de MANT, así como la asignación y realización de una tarea para el efector final.

En este trabajo se ha definido el difeomorfismo par al equivalencia entre un manipulador de dos grados de libertad con articulaciones de revoluta, por lo que como trabajo a futuro, explorar la equivalencia entre un manipulador de 3 grados de libertad de revoluta a uno de revoluta con prismático es algo que explorar.

Apéndice A

Algoritmo recursivo Newton-Euler

El trabajo en [43] presenta un método computacional basado en la formulación Newton-Euler para las ecuaciones de movimiento de un manipulador. El método consiste básicamente en la transformación sucesiva de velocidades y aceleraciones, eslabón por eslabón, desde la base del manipulador hacia el efector final; usando las relaciones de marcos de referencia móviles. Luego, las fuerzas se transforman desde el efector final hasta la base, para obtener los momentos de fuerza en cada articulación.

Entonces, el algoritmo Newton-Euler se divide en dos fases, la iteración hacia afuera y la iteración hacia adentro. En este trabajo se sigue el ARNE reportado en [28].

A.1. Marcos de referencia móviles

A partir de los parámetros de Denavit-Hartenberg (D-H) [30], se asigna un marco de referencia a cada uno de los eslabones del manipulador, dichos marcos de referencia pueden rotar.

Consideremos los tres sistemas de coordenadas de la figura A.1. Sean v_e y ω_e , respectivamente, la velocidad lineal y angular del sistema coordinado (x_i, y_i, z_i) con respecto del sistema de coordenadas base (x_0, y_0, z_0) , y s el vector que apunta del origen O^* al O' . Entonces la velocidad v_r , del sistema coordinado $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ respecto del sistema de coordenadas base es

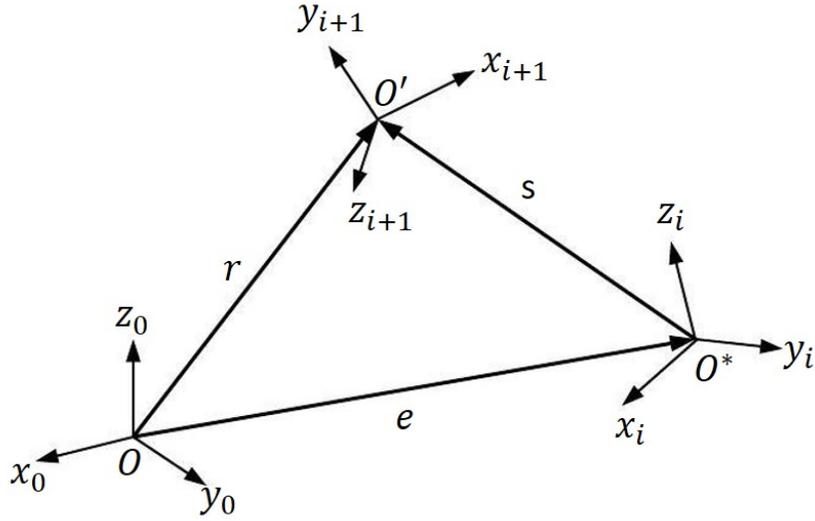


Figura A.1: Relación entre tres sistemas de coordenadas.

$$v_r = \frac{ds}{dt} + \Omega_e \times s + v_e \quad (\text{A.1})$$

Por lo que la aceleración \dot{v}_r del sistema coordenado $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$, está dada por

$$\dot{v}_r = \frac{d^2s}{dt^2} + \dot{\Omega}_e \times s + 2\Omega_e \times \frac{ds}{dt} + \Omega_e \times (\Omega_e \times s) + \dot{v}_e \quad (\text{A.2})$$

Ahora, sean Ω_r y Ω_s las velocidades angulares del sistema coordenado $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ con respecto de los sistemas (x_0, y_0, z_0) y (x_i, y_i, z_i) respectivamente. Entonces

$$\Omega_r = \Omega_e + \Omega_s \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\Omega}_r = \dot{\Omega}_e + \dot{\Omega}_s \quad (\text{A.4})$$

donde

$$\dot{\Omega}_s = \frac{d\Omega_s}{dt} + \Omega_e \times \Omega_s$$

La ecuación (A.4) se convierte en

$$\dot{\Omega}_r = \dot{\Omega}_e + \frac{d\Omega_s}{dt} + \Omega_e \times \Omega_s \quad (\text{A.5})$$

Para el caso de un manipulador con articulaciones de revolución, con marcos de referencia asignados según los parámetros D-H, de tal modo que el eslabón $i + 1$ gira θ_{i+1} al rededor del eje \hat{z}_{i+1} (ver figura A.2), tenemos que las siguientes igualdades de cumplen.

$$v_r = v_{i+1}, v_e = v_i, \Omega_r = \Omega_{i+1}, \Omega_e = \Omega_i \quad (\text{A.6})$$

Por lo que

$$\Omega_s = \dot{\theta}_{i+1} \hat{z}_{i+1} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{d\Omega_s}{dt} = \ddot{\theta}_{i+1} \hat{z}_{i+1} \quad (\text{A.8})$$

Usando (A.6),(A.7) y (A.8) en (A.3) y (A.5) tenemos

$$\Omega_{i+1} = \Omega_i + \dot{\theta}_{i+1} \hat{z}_{i+1} \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\Omega}_{i+1} = \dot{\Omega}_i + \ddot{\theta}_{i+1} \hat{z}_{i+1} + \Omega_i \times (\dot{\theta}_{i+1} \hat{z}_{i+1}) \quad (\text{A.10})$$

Considérese que

$$s = P_{i+1} \quad (\text{A.11})$$

donde P_{i+1} es la posición del origen de las coordenadas $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ con respecto del sistema coordinado (x_i, y_i, z_i) y cuya velocidad angular es Ω_s , por lo tanto

$$\frac{ds}{dt} = \Omega_s \times P_{i+1} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \left(\frac{d\Omega_s}{dt} \right) \times P_{i+1} + \Omega_s \times (\Omega_s \times P_{i+1}) \quad (\text{A.13})$$

Usando las ecuaciones (A.3), (A.6) (A.12) y (A.13) en (A.1) tenemos

$$v_{i+1} = \Omega \times P_{i+1} \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{v}_{i+1} = \dot{\Omega}_{i+1} \times P_{i+1} + \Omega_{i+1} \times (\Omega_{i+1} \times P_{i+1}) + \dot{v}_i \quad (\text{A.15})$$

Estas ecuaciones de movimiento están expresadas con referencia al sistema coordenado de la base. Existe una forma más eficiente de calcularlas, expresándolas en su propio marco de referencia, para ello se usan las matrices de transformacion (${}^i A$) de los parámetros D-H.

$${}^i A = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i) \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(\theta_i) \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i) \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Con ${}^i A$ la matriz de transformación que relaciona el eslabón i con el eslabón $i - 1$, por lo que la matriz de rotación asociada es

$${}^i R = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ \sin(\theta_i) \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) \\ \sin(\theta_i) \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i) \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

ya que ${}^i{}^{i+1}R \in SO(3)$ se tiene que ${}^i{}^{i+1}R = \left({}^i{}^{i-1}R\right)^\top$

A.2. Iteración hacia afuera

En esta fase del algoritmo se transforman sucesivamente las velocidades y aceleraciones, eslabón por eslabón, desde la base del manipulador hasta el efector final.

Las ecuaciones siguientes, deben aplicarse para cada eslabón desde $i = 0$ hasta $i = N - 1$ donde N es el número total de eslabones. El valor de i está relacionado con los marcos de referencia asignados al manipulador mediante los parámetros D-H.

$$\Omega^{i+1} = \left({}^i{}^{i+1}R\right)\Omega^i + \dot{\theta}_{i+1}\hat{z}^{i+1} \quad (\text{A.18})$$

$$\dot{\Omega}^{i+1} = \left({}^i{}^{i+1}R\right)\dot{\Omega}^i + \left({}^i{}^{i+1}R\right)\Omega^i \times \dot{\theta}_{i+1}\hat{z}^{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}\hat{z}^{i+1} \quad (\text{A.19})$$

$$\dot{V}^{i+1} = \left({}^i{}^{i+1}R\right)\left(\dot{\Omega}^i \times P_{i+1}^i + \Omega^i \times \left(\Omega^i \times P_{i+1}^i X\right) + \dot{V}^i\right) \quad (\text{A.20})$$

$$\dot{V}_C^{i+1} = \dot{\Omega}^{i+1} \times P_C^{i+1} + \Omega^{i+1} \times \left(\Omega^{i+1} \times P_C^{i+1}\right) + \dot{V}_{i+1} \quad (\text{A.21})$$

$$F^{i+1} = m_{i+1}\dot{V}_C^{i+1}$$

$$N^{i+1} = I_{i+1}\dot{\Omega}_{i+1} + \Omega_{i+1} \times I_{i+1}\Omega_{i+1} \quad (\text{A.22})$$

Donde F^{i+1} y N^{i+1} son respectivamente la fuerza y el momento en cada eslabón debidos a su aceleración.

Para el caso de un eslabón prismático se tienen

$$\Omega^{i+1} = \left({}^i{}^{i+1}R\right)\Omega^i \quad (\text{A.23})$$

$$\dot{\Omega}^{i+1} = \left({}^i{}^{i+1}R\right)\dot{\Omega}^i \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}^{i+1} = & \left({}^{i+1}R\right) \left[\dot{\Omega}^i \times P_{i+1}^i + \Omega^i \times \left(\Omega^i \times P_{i+1}^i\right) + \dot{V}^i\right] \\ & + 2\Omega^{i+1} \times \dot{d}_{i+1}\hat{z}^{i+1} + \ddot{d}_{i+1}\hat{z}^{i+1} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

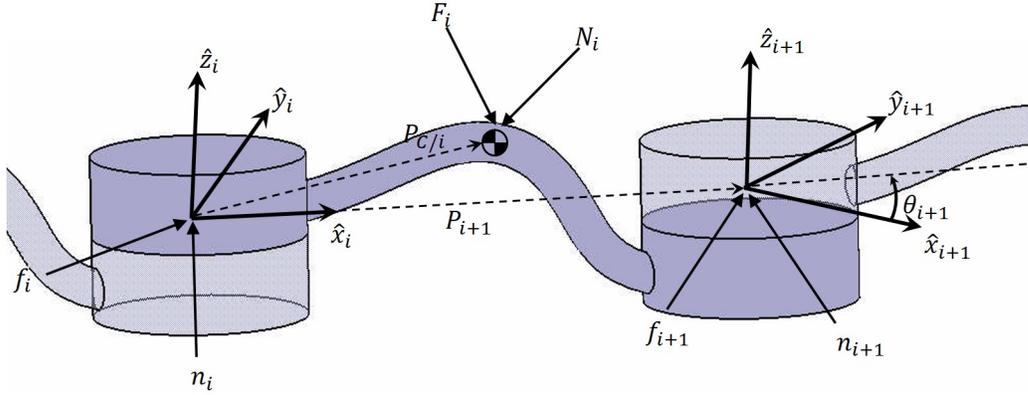


Figura A.2: Diagrama de cuerpo libre del eslabón i .

A.3. Iteración hacia dentro

Adicionalmente a la fuerza inercial y al momento calculados en la iteración hacia afuera, cada eslabón experimenta las fuerzas f^{i+1} y momentos n^{i+1} debidos a los eslabones adyacentes, resultando las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} F^{i+1} &= m_{i+1}\dot{V}_C^{i+1} \\ N^{i+1} &= J_{i+1}\dot{\Omega}^{i+1} + \Omega^{i+1} \times J_{i+1}\Omega^{i+1} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Las cuales, se reorganizan para obtener las ecuaciones necesarias que expresan la fuerza y momento de fuerza de reacción aplicado a cada eslabón. Estas ecuaciones deben de aplicarse desde $i = N$ hasta $i = 0$

$$\begin{aligned}
 f^i &= F^i + {}^i_{i+1}R f^{i+1} \\
 n^i &= N^i + {}^i_{i+1}R n^{i+1} + P_C^i \times F^i + P_{i+1}^i \times {}^i_{i+1}R f^{i+1}
 \end{aligned}
 \tag{A.27}$$

Compactando las ecuaciones de de Newton-Euler de iteración hacia afuera y hacia adentro, pueden resumirse en la siguiente ecuación dinámica:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + J(\theta)F_{ext} + G(\theta) = \tau_{arm} \tag{A.28}$$

A.4. Base en vuelo libre y condiciones de frontera

Para un manipulador con base fija, el marco de referencia 0 también es fijo, sin embargo, para un manipulador montado en cuerpo en vuelo libre, el marco de referencia 0 no es fijo, y por lo tanto deja de ser inercial. Las condiciones de frontera Ω^0 y V^0 en la iteración hacia afuera dependen del estado del vehículo como:

$$\Omega^0 = {}^0_B R \Omega \quad (\text{A.29})$$

$$\dot{\Omega}^0 = {}^0_B R \dot{\Omega} \quad (\text{A.30})$$

$$\dot{V}^0 = {}^0_B R [\dot{V}_B + \dot{\Omega} \times P_0 + \Omega \times (\Omega \times P_0)] \quad (\text{A.31})$$

donde ${}^0_B R$ es la matriz de rotación que va del marco de referencia fijo al cuerpo de la base en cuerpo libre al marco de referencia cero en la base del manipulador, Ω es la velocidad angular de la base móvil expresada en su propio marco de referencia. En el marco de referencia del cuatrirotor B las fuerzas y momentos equivalentes resultan en (ver figura A.3)

$$f^b = F^b b + ({}^B_0 R) f^0 \quad (\text{A.32})$$

$$n^b = N^b + ({}^B_0 R) n^0 + P_{C_B}^B \times F^b + P_0 \times ({}^B_0 R) ({}^B_0 R) f^0 \quad (\text{A.33})$$

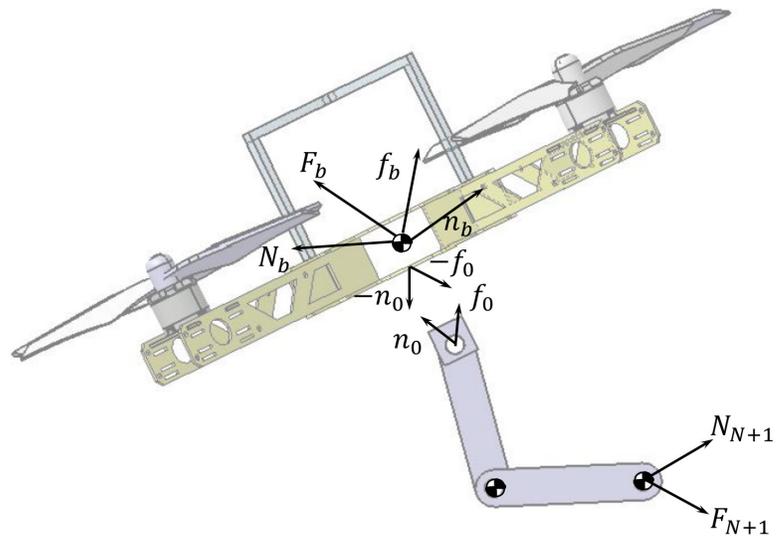


Figura A.3: Diagrama de cuerpo libre del cuerpo del cuatrirotor, con la fuerza de reacción del manipulador f_0 y torque n_0 en la base de la plataforma.

Bibliografía

- [1] <https://www.intel.la/content/www/xl/es/sports/olympic-games/overview.html>.
- [2] Y. E. T. Osorio, “Control para despegue y aterrizaje de un cuatrirotor en presencia de momentos y fuerzas externos.” Master’s thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Sección de Mecatrónica., 2017.
- [3] maxon, “Escon module 24/2 servo controller p/n 466023, hardware reference,” Accedido en 12 de enero del 2024 a https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8834400092190/466023-ESCON-Module-24-2-Hardware-Reference-En.pdf.
- [4] . O. A. u. Aeroarms.
- [5] A. project, <https://ec.europa.eu/digital-single-market/en/blog/arcas-project-manipulation-and-assembly-air-new-powerful-drones>.
- [6] P. E. I. Pounds, D. R. Bersak, and A. M. Dollar, “Grasping from the air: Hovering capture and load stability,” *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2491–2498, 2011.
- [7] A. H. Josafat, “Control de posición de un objeto pendiente de un cuadirotor en el plano vertical.” Master’s thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Sección de Mecatrónica., 2015.
- [8] G. Heredia, A. Jimenez-Cano, I. Sanchez, D. Llorente, V. Vega, J. Braga, J. Acosta, and A. Ollero, “Control of a multirotor outdoor aerial manipulator,” in *Intelligent Robots and*

- Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on.* IEEE, 2014, pp. 3417–3422.
- [9] S. Kim, S. Choi, and H. J. Kim, “Aerial manipulation using a quadrotor with a two dof robotic arm,” in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on.* IEEE, 2013, pp. 4990–4995.
- [10] <https://www.prodrone.com/archives/1420/>.
- [11] A. Suarez, P. R. Soria, G. Heredia, B. C. Arrue, and A. Ollero, “Anthropomorphic, compliant and lightweight dual arm system for aerial manipulation,” in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2017 IEEE/RSJ International Conference on.* IEEE, 2017, pp. 992–997.
- [12] F. Ruggiero, V. Lippiello, and A. Ollero, “Aerial manipulation: A literature review,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 3, no. 3, pp. 1957–1964, 2018.
- [13] R. Cano, C. Pérez, F. Pruano, A. Ollero, and G. Heredia, “Mechanical design of a 6-dof aerial manipulator for assembling bar structures using uavs,” in *2nd RED-UAS 2013 workshop on research, education and development of unmanned aerial systems*, 2013.
- [14] R. Rossi, A. Santamaria-Navarro, J. Andrade-Cetto, P. Rocco *et al.*, “Trajectory generation for unmanned aerial manipulators through quadratic programming.” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 2, no. 2, pp. 389–396, 2017.
- [15] A. Y. Mersha, S. Stramigioli, and R. Carloni, “Exploiting the dynamics of a robotic manipulator for control of uavs,” in *Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on.* IEEE, 2014, pp. 1741–1746.
- [16] F. Forte, R. Naldi, A. Macchelli, and L. Marconi, “Impedance control of an aerial manipulator,” in *American Control Conference (ACC), 2012.* IEEE, 2012, pp. 3839–3844.

-
- [17] T. W. Danko, K. P. Chaney, and P. Y. Oh, “A parallel manipulator for mobile manipulating uavs,” in *Technologies for Practical Robot Applications (TePRA), 2015 IEEE International Conference on*. IEEE, 2015, pp. 1–6.
- [18] A. Macchelli, F. Forte, A. Keemink, S. Stramigioli, R. Carloni, M. Fumagalli, R. Naldi, and L. Marconi, “Developing an aerial manipulator prototype,” *IEEE Robot Autom Mag*, vol. 21, no. 3, pp. 41–55, 2014.
- [19] S. Kannan, M. A. Olivares Mendez, and H. Voos, “Modeling and control of aerial manipulation vehicle with visual sensor,” in *Second Workshop on Research, Development and Education on Unmanned Aerial Systems (RED-UAS 2013)*, 2013.
- [20] V. Lippiello, G. A. Fontanelli, and F. Ruggiero, “Image-based visual-impedance control of a dual-arm aerial manipulator,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 3, no. 3, pp. 1856–1863, 2018.
- [21] B. Yang, Y. He, J. Han, and G. Liu, “Rotor-flying manipulator: modeling, analysis, and control,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, 2014.
- [22] M. Tognon, B. Yüksel, G. Buondonno, and A. Franchi, “Dynamic decentralized control for protocentric aerial manipulators,” in *2017 IEEE ICRA*. IEEE, 2017, pp. 6375–6380.
- [23] J. A. Acosta, C. R. de Cos, and A. Ollero, “A robust decentralised strategy for multi-task control of unmanned aerial systems. application on underactuated aerial manipulator,” in *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2016, pp. 1075–1084.

- [24] F. Ruggiero, M. A. Trujillo, R. Cano, H. Ascorbe, A. Viguria, C. Pérez, V. Lippiello, A. Ollero, and B. Siciliano, “A multilayer control for multicopter uavs equipped with a servo robot arm,” in *2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE, 2015, pp. 4014–4020.
- [25] J. A. Acosta, C. de Cos, and A. Ollero, “Accurate control of aerial manipulators outdoors. a reliable and self-coordinated nonlinear approach,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 99, p. 105731, 2020. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963819305176>
- [26] M. F. Ballesteros-Escamilla, D. Cruz-Ortiz, I. Chairez, and A. Luviano-Juárez, “Adaptive output control of a mobile manipulator hanging from a quadcopter unmanned vehicle,” *ISA transactions*, vol. 94, pp. 200–217, 2019.
- [27] J. Acosta, M. Sanchez, and A. Ollero, “Robust control of underactuated aerial manipulators via ida-pbc,” in *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*. IEEE, 2014, pp. 673–678.
- [28] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2008.
- [29] Y. E. Tlatelpa-Osorio, J. J. Corona-Sánchez, and H. Rodríguez-Cortés, “Quadrotor control based on an estimator of external forces and moments,” in *2016 ICUAS*. IEEE, 2016, pp. 957–963.
- [30] J. J. Craig, *Introduction to robotics: mechanics and control, 3/E*. Pearson Education India, 2009.
- [31] Y. E. Tlatelpa-Osorio, H. Rodríguez-Cortés, and J. A. Acosta, “Enfoque descentralizado para el control de un manipulador aéreo,” in *Memorias del Congreso de Control Automático*, 2019.

-
- [32] H. Lipkin, “A note on denavit-hartenberg notation in robotics,” in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, vol. 47446, 2005, pp. 921–926.
- [33] S. Dubowsky and E. Papadopoulos, “The kinematics, dynamics, and control of free-flying and free-floating space robotic systems,” *IEEE Transactions on robotics and automation*, vol. 9, no. 5, pp. 531–543, 1993.
- [34] A. Antonello, A. Valverde, and P. Tsiotras, “Dynamics and control of spacecraft manipulators with thrusters and momentum exchange devices,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 42, no. 1, pp. 15–29, 2018.
- [35] T. L. Chow, *Classical mechanics*. CRC press, 2013.
- [36] A. Astolfi and R. Ortega, “Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems,” *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 4, pp. 590–606, 2003.
- [37] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*, ser. Communications and Control Engineering. Springer London, 2012. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=YSHjBwAAQBAJ>
- [38] E. Aranda-Bricaire and C. H. Moog, “Invariant codistributions and the feedforward form for discrete-time nonlinear systems,” *Systems & control letters*, vol. 52, no. 2, pp. 113–122, 2004.
- [39] E. Aranda-Bricaire, C. Califano, and C. H. Moog, “Immersion of nonlinear systems into higher order systems,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 9480–9484, 2017.
- [40] W. Respondek and I. A. Tall, “Feedback equivalence of nonlinear control systems: a survey on formal approach,” in *Chaos in Automatic Control*. CRC Press, 2018, pp. 137–262.

- [41] atharva aalok (2024), “Professional Plots,” <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/100766-professional-plots>, MATLAB Central File Exchange. Recuperado January 11, 2024.
- [42] ROBOTIS, “Robotis e-manual,” Accedido en 12 de enero del 2024 a <https://emanual.robotis.com/docs/en/dxl/ax/ax-12a/>.
- [43] J. Y. Luh, M. W. Walker, and R. P. Paul, “On-line computational scheme for mechanical manipulators,” *J. DYN. SYS. MEAS. & CONTR.*, vol. 102, no. 2, pp. 69–76, 1980.