



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN  
Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**Unidad Distrito Federal**

**Departamento de Matemática Educativa**

**Cambios en el Aula con el Uso de Tecnología y  
Resolución de Problemas Algebraicos**

Tesis que presenta

**Miguel Ángel Herrera Salgado**

Para obtener el grado de

Maestro en Educación en Matemáticas

**Directora de Tesis:**

**Dra. Ana Isabel Sacristán Rock**



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN  
Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO  
NACIONAL**

**COORDINACIÓN GENERAL DE  
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS**

México, D.F.

**CINVESTAV** febrero, 2011  
**IPN**  
**ADQUISICION**  
**DE LIBROS**

CLASIF..	QAB.F.E3 HSI 2011
ADQUIS..	SSI-12716
FECHA:	23-Agosto-2011
PROCED..	Don. - 2011
	\$ _____

ID: 174603-1001



# RESUMEN

---

En este documento se reportan los resultados derivados de mi participación en el proyecto de desarrollo “Patrones de cambio en la cultura escolar a través de la incorporación de herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas” dentro del programa de Maestría en Educación en Matemáticas del Cinvestav. Mis objetivos en este proyecto de desarrollo fueron investigar i) los posibles cambios que se dan en la cultura escolar cuando se utilizan herramientas computacionales; y ii) analizar los posibles beneficios al usarlas en la resolución de problemas algebraicos, pues dichas herramientas pueden facilitar la exploración, modelación y resolución de un problema. Para el primer objetivo se observaron los cambios desde cinco perspectivas: 1) Del profesor y del uso didáctico de la tecnología, 2) de las interacciones en el salón de clases, 3) del impacto posible en estudiantes, 4) la perspectiva técnica, y 5) el contexto social.

Durante el desarrollo del proyecto, se realizaron en el aula actividades (e.g. como aquellas tomadas del programa Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología EMAT), para capacitar a alumnos de secundaria en el uso de las tecnologías digitales y, utilizando una serie de problemas algebraicos tomados del Libro del Maestro (Matemáticas), para que, los alumnos modelaran con tecnología las situaciones específicas de los problemas planteados y obtuvieran fórmulas algebraicas para resolverlos. El desarrollo del trabajo se hizo en tres etapas: 1) en el ciclo escolar 2005-2006, se trabajó con 38 alumnos; 2) en el ciclo escolar 2006-2007, se trabajó con 33 alumnos; 3) en el ciclo escolar 2007-2008, se trabajó con 30 alumnos. En las primeras etapas se trabajó sólo con la Hoja Electrónica de Cálculo, y en la tercera se emplearon además Cabri-Géomètre y Logo.

Los alumnos trabajaron en parejas por computadora; cada sesión de trabajo duró 90 minutos aproximadamente. Algunas veces se trabajó en el aula con lápiz y papel para posteriormente resolver el mismo problema con ayuda de la computadora. Los datos se recolectaron a partir de las hojas de trabajo y de los archivos electrónicos de los alumnos, tomando notas de campo y fotografías durante el desarrollo de las actividades, así como, haciendo preguntas directas plenarias al finalizar las actividades.

# ABSTRACT

---

In this document we present results derived from my participation in the development project “Patterns of change in the school culture thru the implementation of technological tools in mathematics classrooms” that was part of a Master’s program in Mathematics Education at the Center for Research and Advanced Studies (Cinvestav) in Mexico City. My aims within this project were: i) to investigate the possible changes that are brought about in the school culture when digital technologies are incorporated into the classroom; and ii) to analyze the possible benefits of using digital tools for solving word problems, taking into account that such tools can facilitates the exploration, modelling and solving of a problem.

For the first aim, changes were observed taking into account five perspectives: 1) that of the teacher and his pedagogical use of technology; 2) the interactions in the classroom; 3) the possible impact on students; 4) the technical perspective; and 5) the social context.

During the development of the project, activities were carried out in the classroom with middle-school students, instructing them in the use of digital tools, and so that they would explore and model word problems in order to find the algebraic formulae that would lead to their solution. The project was carried out in three stages: The first was in the 2005-2006 school-year and we worked with 38 students; the second was in the 2006-2007 school-year and we worked with 33 students; and the third was in the 2007-2008 school-year and we worked with 30 students. In the first two stages we worked only with Spreadsheets; in the third, we worked with Dynamic Geometry (Cabri), Logo, and Spreadsheets.

Students worked in teams of two per computer; each session lasting approximately 90 minutes. Sometimes we would work first with paper and pencil and then go to the computer to solve the same problem. Data was collected through students’ worksheets and computer files, taking field notes and photographs, as well as by asking questions at the end of the activities.

# AGRADECIMIENTOS

---

A las Dras. Ana Isabel Sacristán Rock, Ivonne T. Sandoval Cáceres y Nadia Gil por compartir conmigo sus conocimientos para llegar a culminar este trabajo.

A la Sección 36 del SNTE y a los Servicios Educativos Integrados al Estado de México (SEIEM) por la visión que tuvieron al elaborar el convenio con el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), buscando siempre el mejoramiento académico de sus profesores en beneficio de los alumnos.

A toda mi familia y en especial a Blanca, Isaac, Josías y Pepe, por todos esos días de trabajo y tareas en los que a pesar de estar en casa me encontraba ausente.

Al Profesor Andrés Alquisira Padilla quien despertó en mí la inquietud de aprender.

A los amigos de siempre: Ernesto, Alejandro, Lety, Juan, Lencho, Francisco, Araceli, Luz, Sergio, Joaquín (qepd) y Jacinto (qepd) por los momentos que pasamos en diversas épocas de mi vida.

Y de manera muy especial a todos mis maestros del CINVESTAV que me mostraron que la educación no es llenar de conceptos a los estudiantes.

A mis alumnos que de manera unánime me apoyaron en el desarrollo de este trabajo.

# ÍNDICE

---

<b>RESUMEN</b> .....	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>2</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	<b>3</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>4</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>9</b>
<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>9</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	<b>9</b>
<b>DESCRIPCIÓN DEL DOCUMENTO</b> .....	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO I. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL PROYECTO</b> .....	<b>15</b>
<b>1.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO</b> .....	<b>15</b>
<b>1.2 CONSTRUCTIVISMO Y CONSTRUCCIONISMO</b> .....	<b>16</b>
<b>1.3 INSTRUMENTALIZACIÓN DIDÁCTICA</b> .....	<b>17</b>
<b>1.4 SOBRE EL USO DE LAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA Y     APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS</b> .....	<b>18</b>
<b>1.4.1 Las Herramientas Tecnológicas y la Enseñanza-Aprendizaje</b> .....	<b>18</b>
<b>1.4.2 El Modelo EMAT</b> .....	<b>19</b>
<b>1.4.3 Geometría Dinámica (Cabri-Géomètre)</b> .....	<b>21</b>
<b>1.4.3.1 Ventajas de la geometría dinámica</b> .....	<b>21</b>
<b>1.4.3.2 Desventajas del software de geometría dinámica</b> .....	<b>21</b>
<b>1.4.4 Calculadora TI-92 y CAS</b> .....	<b>22</b>
<b>1.4.4.1 Algunas ventajas del CAS</b> .....	<b>22</b>
<b>1.4.4.2 Algunas desventajas del CAS</b> .....	<b>23</b>
<b>1.4.5 Logo</b> .....	<b>23</b>
<b>1.4.6 Hoja de Cálculo</b> .....	<b>23</b>

1.4.6.1	Ventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo. ....	23
1.4.6.2	Técnicas Matemáticas que promueve la Hoja Electrónica de Cálculo .....	24
1.4.6.3	Desventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo.....	25
1.5	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. ....	25
<b>CAPÍTULO II. METODOLOGÍA Y DESARROLLO DEL PROYECTO.....</b>		<b>27</b>
2.1	INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.....	27
2.2	OBJETIVOS DEL TRABAJO. ....	27
2.3	CATEGORÍAS GENERALES DE OBSERVACIÓN DE LA INCORPORACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS A MI PRÁCTICA DOCENTE. ....	28
2.4	DISEÑO DE LA PUESTA EN PRÁCTICA DEL PROYECTO. ....	29
2.4.1	Metodología de Trabajo. ....	30
2.4.2	Ubicación.....	30
2.4.3	Descripción de los Grupos. ....	31
2.4.4	Puesta en Práctica del Desarrollo del Proyecto.....	31
2.5	ETAPAS DE LA PUESTA EN PRÁCTICA DEL PROYECTO. ....	31
2.6	EL DESARROLLO DEL TRABAJO Y LA RECOLECCIÓN DE DATOS.....	35
<b>CAPÍTULO III FORMACIÓN Y PUESTA EN PRÁCTICA DE LAS TECNOLOGÍAS EN MI PRÁCTICA DOCENTE: RESULTADOS Y CAMBIOS GENERALES.....</b>		<b>37</b>
3.1	INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO. ....	37
3.2	LA PERSPECTIVA DEL PROFESOR Y DEL USO DIDÁCTICO DE LA TECNOLOGÍA.....	37
3.2.1	Aprendizaje y formación docente, derivados de los cursos de la maestría.....	38
3.2.1.1	Una experiencia con Logo .....	39
3.2.1.2	Experiencias con la Hoja Electrónica de Cálculo .....	39
3.2.1.3	Experiencia con geometría dinámica (Cabri) .....	40
3.2.1.4	Experiencia con CAS .....	41

3.2.2	Ejemplo de una experiencia de resolución de problema con la ayuda de la Hoja Electrónica de Cálculo. ....	42
3.2.3	Cambios en el papel de profesor (de expositor a mediador) y las dificultades de esos cambios. ....	45
3.2.4	Cambios en metodologías/estrategias de enseñanza. ....	47
3.2.5	Cambios en mis creencias y concepciones. ....	48
3.2.6	Uso y diseño de actividades que incorporan tecnología digital. ....	49
3.2.7	Articulación de las actividades con los requisitos del plan de estudios. ....	49
3.3	LA PERSPECTIVA DE LAS INTERACCIONES EN EL SALÓN DE CLASE. ....	51
3.3.1	Cambios en la estructura del salón de clases. ....	51
3.3.2	Cambios en relaciones profesor-estudiante. ....	51
3.3.3	Cambios en las relaciones del estudiante-estudiante (trabajo colaborativo). ....	52
3.3.4	Cambios en la disposición física del salón de clases. ....	53
3.4	EL IMPACTO POSIBLE EN LOS ESTUDIANTES. ....	54
3.4.1	Posible impacto en los estudiantes en su motivación, afecto, y actitudes; y en su participación en clase. ....	54
3.4.2	Posible impacto en los estudiantes en su aprendizaje y desempeño académico. ...	58
3.5	LA PERSPECTIVA TÉCNICA. ....	60
3.5.1	Conocimiento técnico del uso del software y del equipo. ....	60
3.5.2	Dificultades técnicas. ....	61
3.6	EL CONTEXTO SOCIAL. ....	63
3.6.1	Impacto y colaboración con los colegas. ....	63
3.6.2	Extensión a la familia. ....	64
<b>CAPÍTULO IV. EXPERIENCIAS DE USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS. ....</b>		<b>67</b>
4.1	INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO. ....	67

<b>4.2 EXPERIENCIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MÁXIMOS .....</b>	<b>69</b>
<b>4.2.1 El Problema de la Cajita.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2.1.1 Primer ejemplo de resolución del problema por parte de algunos alumnos.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2.1.2 Segundo ejemplo de resolución del problema anterior por parte de otros</b>	
<b>alumnos.....</b>	<b>72</b>
<b>4.2.2 El Problema del Terreno .....</b>	<b>72</b>
<b>4.2.2.1 Primer ejemplo de resolución del problema del terreno.....</b>	<b>73</b>
<b>4.2.2.2 Segundo ejemplo de resolución del problema del terreno utilizando</b>	
<b>conocimientos previos.....</b>	<b>75</b>
<b>4.3 INFLUENCIA DE EXPERIENCIAS TECNOLÓGICAS PARA ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE</b>	
<b>PROBLEMAS.....</b>	<b>77</b>
<b>CAPÍTULO V. CONCLUSIONES.....</b>	<b>79</b>
<b>5.1 APORTACIONES Y CAMBIOS DERIVADOS DEL PROYECTO DE DESARROLLO Y DE LA</b>	
<b>INCORPORACION DE TECNOLOGÍAS A MI PRÁCTICA DOCENTE .....</b>	<b>79</b>
<b>5.1.1 Apreciación de la Tecnología como Docente.....</b>	<b>80</b>
<b>5.1.2 Nueva Perspectiva del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje.....</b>	<b>81</b>
<b>5.1.3 Impacto de la Experiencia del Proyecto en los Alumnos .....</b>	<b>82</b>
<b>5.2 LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES COMO AUXILIAR DIDÁCTICO.....</b>	<b>83</b>
<b>5.3 PROYECTOS FUTUROS.....</b>	<b>83</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>84</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>89</b>
<b>ANEXO 1. GUIÓN DE OBSERVACIÓN .....</b>	<b>90</b>
<b>ANEXO 2. REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL CON ALUMNOS.....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXO 3. HOJAS DE TRABAJO RESUELTAS.....</b>	<b>94</b>
<b>ANEXO 4. REPORTE DE TRABAJO CON CABRI EN EL AULA.....</b>	<b>96</b>
<b>ANEXO 5. REPORTE DE TRABAJO CON LA CALCULADORA .....</b>	<b>99</b>

ANEXO 6. REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL (2ª ETAPA): ACTIVIDAD “ECUACIONES” DE EMAT ...	100
ANEXO 7. EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	101
ANEXO 8. 2º EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	103
ANEXO 9. 3er EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	104
ANEXO 10. EL PROBLEMA DE LA CAJITA .....	105
ANEXO 11. EXPLORANDO LAS DIFERENTES HERRAMIENTAS DIGITALES .....	108
ANEXO 12. APRENDIENDO A HACER Y REPORTAR UNA INVESTIGACIÓN .....	119

# INTRODUCCIÓN

---

Este trabajo es resultado de mi participación en el proyecto de desarrollo “Patrones de cambio en la cultura escolar a través de la incorporación de herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas” dentro del programa de Maestría en Educación en Matemáticas del Cinvestav. Tuvo como finalidad general el identificar y analizar los cambios y las dificultades que se dan en la cultura escolar, cuando se usa la tecnología, lo que puede llevar a proponer acciones que posibiliten mejorar el aprendizaje en los estudiantes.

En nuestro caso particular, nos hemos enfocado al uso de las herramientas tecnológicas (principalmente la Hoja Electrónica de Cálculo) para la resolución de problemas algebraicos.

## OBJETIVOS

Nos planteamos las siguientes preguntas:

1.- ¿Qué tipo de cambios se requieren y se promueven en la cultura escolar como resultado de la incorporación de las tecnologías digitales en la enseñanza de matemáticas?

2.- ¿Cuáles son las posibles aportaciones del uso de las tecnologías digitales en la resolución de problemas algebraicos?

3.- ¿Cómo se caracterizan las soluciones a las que llegan los alumnos al resolver problemas algebraicos haciendo uso de las tecnologías digitales?

## JUSTIFICACIÓN

El álgebra representa la transición entre las matemáticas de primaria y secundaria, hacia las de grados académicos superiores que requieren del lenguaje algebraico para modelar situaciones y resolver problemas, así como expresar conceptos y operar con ellos en niveles más abstractos. El estudio del álgebra debe permitir a los alumnos de secundaria entender y operar con expresiones algebraicas, permitiéndoles comprender los diversos usos que puede

tener una literal: como incógnita, como número generalizado y en una relación funcional; esto es uno de los propósitos del nuevo programa de estudios de matemáticas.

De hecho, el estudio de las matemáticas en la educación secundaria se orienta a que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como validar y justificar sus procedimientos y resultados (SEP, 2006). En el plan de estudios 2006 de secundaria, los incisos b y c concernientes a los propósitos caracterizan de la siguiente manera al egresado de educación básica (ibid, p. 10):

“Emplea la argumentación y el razonamiento al analizar situaciones, identificar problemas, formular preguntas, emitir juicios y proponer diversas soluciones”.

“Selecciona, analiza, evalúa y comparte información proveniente de diversas fuentes y aprovecha los recursos tecnológicos a su alcance para profundizar y ampliar sus aprendizajes de manera permanente”.

En el tema de resolución de problemas algebraicos, el Plan de Estudios señala que la escuela debe garantizar que los estudiantes:

- ✓ Expresen algebraicamente reglas de correspondencia entre conjuntos de cantidades que guardan una relación funcional.
- ✓ Utilicen de manera eficiente diversas técnicas aritméticas, algebraicas o geométricas, con o sin el apoyo de tecnología, al resolver problemas.

Sin embargo, el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de la educación secundaria en México y otros países, presenta dificultades en el paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico y por lo tanto para que el alumno desarrolle habilidades que le permitan usar adecuadamente el lenguaje simbólico (Córdoba, 2005). En particular, los estudiantes de secundaria presentan serias dificultades en el dominio y uso del lenguaje simbólico al intentar resolver problemas algebraicos.

Más aún, quienes como docentes impartimos la asignatura de matemáticas en las escuelas secundarias, sabemos que cada ciclo escolar los estudiantes manifiestan otras dificultades generales en cuanto a:

- ✓ Competencias para el manejo de la información.
- ✓ Competencias para el aprendizaje permanente.
- ✓ Habilidades cognitivas para comprender y asimilar conceptos de carácter matemático.

Además, los indicadores del aprovechamiento escolar, como son los altos índices de reprobación y la deserción escolar, dan cuenta de que los logros académicos son insuficientes. Por lo tanto se deben detectar las causas de la problemática de la enseñanza y el aprendizaje, que dan lugar a este bajo aprovechamiento en matemáticas, para hacer propuestas que coadyuven a un mejoramiento de éstos.

Debido a la problemática y las dificultades que los estudiantes enfrentan en los cursos de matemática, y en particular del álgebra, en los distintos niveles educativos, en los últimos años se han propuesto nuevas estrategias de enseñanza, como es el uso de la tecnología, con la finalidad de hacer estos cursos más atractivos, interesantes y efectivos. De hecho, en la actual reforma educativa, las tecnologías digitales están incluidas en los planes de estudio.

Son muchas las ventajas que pueden aportar dichas tecnologías a la educación matemática; por ejemplo, con ellas se tiene mayor accesibilidad e interacción a múltiples formas de representación (e. g. simbólico-algebraico, gráficos, numéricos, dinámicos). También es posible que éstas funcionen como instrumentos mediadores del conocimiento.

Las tecnologías digitales pueden permitir plantear y modelar problemas algebraicos de una manera interesante para los alumnos de tal manera que éstos exploren y analicen las situaciones problemáticas con un enfoque diferente al tradicional. Con estas herramientas

digitales podría ser posible abordar dificultades bien conocidas en el aprendizaje del álgebra en la escuela secundaria.

Sin embargo es importante un uso adecuado de las herramientas tecnológicas. En particular, no es suficiente hacer lo que hacíamos antes, sino que se deben cambiar las estrategias, la metodología y las actividades de enseñanza. Se requiere que se desarrollen recursos y estrategias para transformar las herramientas tecnológicas en instrumentos de comprensión y como auxiliares didácticos en la resolución de problemas (Santos, 2007).

En el trabajo realizado se propuso a los estudiantes situaciones didácticas de resolución de problemas algebraicos utilizando tecnologías digitales, en particular, la Hoja Electrónica de Cálculo, en donde ellos mismos dedujeran conceptos y propiedades, diseñaran y modelaran sus propias estrategias de solución a los problemas diversos, e incluso tuvieran la posibilidad de generar sus propias situaciones problemáticas y proponerlas a la clase. Sin embargo, también se consideró en lo anterior al papel del profesor como esencial, siendo él el responsable de plantear actividades que ayudaran a los estudiantes a pasar de una situación o enunciado, a su expresión simbólica y operar con ella.

Se hizo uso de la Hoja Electrónica de Cálculo considerando sus potencialidades pseudo-simbólicas, y tomando en cuenta de que algunos alumnos tenían algunos conocimientos de ésta porque es un software incorporado en la mayoría de las computadoras.

Este ambiente computacional se utilizó para la modelación y resolución de problemas aritmético-algebraicos y problemas planteados en el contexto de diferentes materias científicas. Se consideró que podría utilizarse para introducir a los alumnos a nociones fundamentales como son las de función, variable, parámetro, fórmula, expresiones equivalentes y simbolización de patrones numéricos o geométricos.

## **DESCRIPCIÓN DEL DOCUMENTO**

En el capítulo I se hace un recuento de los antecedentes y fundamentos teóricos que se revisaron durante los seminarios del Proyecto de Desarrollo durante la maestría, y que se

consideran útiles para una incorporación significativa de las tecnologías digitales a la educación matemática. Esto incluye teorías y paradigmas de aprendizaje significativo, tales como el constructivismo y el construccionismo, así como del uso de la tecnología como un mediador del conocimiento (la teoría de la instrumentación).

Por otra parte, se presenta como antecedente para nuestro proyecto el modelo EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología), haciendo un breve análisis de algunas de las herramientas incorporadas en ese modelo: la Hoja Electrónica de Cálculo; Geometría Dinámica, el ambiente de programación Logo; y la calculadora graficadora.

Finalmente, puesto que nuestro interés particular se centró en la resolución de problemas algebraicos, se presentan algunos resultados obtenidos en otros trabajos al emplear la tecnología en la resolución de problemas.

En el capítulo II, se presentan los objetivos generales y los objetivos específicos del proyecto, junto con las categorías de observación. Se describe en general la metodología utilizada en el desarrollo de este trabajo, presentando la población, y detalles de las actividades realizadas en cada una de las etapas del proyecto.

En el capítulo III, se presenta la descripción de una parte de los resultados del proyecto, en términos de mi propia formación durante la maestría, así como de la puesta en práctica de las tecnologías en mi práctica docente, y los cambios generales que se observaron, vistos desde cinco perspectivas generales de observación:

- ✓ Del profesor y del uso didáctico de la tecnología.
- ✓ De las interacciones en el salón de clase.
- ✓ Del impacto posible en los estudiantes.
- ✓ La perspectiva técnica.
- ✓ El contexto social.

En el capítulo IV se describen algunos resultados y experiencias del proyecto en términos del uso de las herramientas tecnológicas para la resolución de problemas algebraicos, dando algunos ejemplos del trabajo realizado por los estudiantes.

Por último, en el capítulo V de conclusiones se hace un breve recuento de las aportaciones y cambios, que me parecen más sobresalientes, derivados de mis experiencias durante el proyecto de desarrollo y de la incorporación de tecnologías a mi práctica docente. Estas conclusiones se presentan desde la perspectiva del profesor, y del posible impacto en los alumnos y en los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como la consideración de las tecnologías como auxiliares didácticos. Finalmente se presentan unas ideas para trabajo futuro.

# CAPÍTULO I.

## ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL PROYECTO

---

### 1.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.

Durante los seminarios del Proyecto de Desarrollo a lo largo de la maestría, se revisaron ciertos fundamentos teóricos que se consideraron útiles para una incorporación significativa de las tecnologías digitales a la educación matemática. En este capítulo se relatan algunos de esos fundamentos, como son aquellos relacionados con teorías y paradigmas de aprendizaje significativo, tales como el constructivismo y el construccionismo, así como del uso de la tecnología como un mediador del conocimiento (la teoría de la instrumentación).

Por otra parte, en los seminarios también se revisó un modelo para la incorporación a la educación matemática en nuestro país: el modelo EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología). Para nuestro trabajo este fue un antecedente importante, por lo que presentamos también en este capítulo los propósitos de ese proyecto, y luego realizamos un breve análisis de algunas de las herramientas incorporadas en ese modelo:

- La Hoja Electrónica de Cálculo (Excel).
- Geometría dinámica (Cabri-Geomètre).
- El ambiente de programación Logo
- La calculadora graficadora TI-92 y CAS (su sistema algebraico computacional)

Finalmente, puesto que nuestro interés particular se centró en la resolución de problemas algebraicos, también discutimos sobre ese tema.

## **1.2 CONSTRUCTIVISMO Y CONSTRUCCIONISMO.**

Una teoría de aprendizaje, que se sigue actualmente, es el constructivismo, la cuál plantea que el conocimiento no se transmite, sino que es el sujeto quien construye su propio conocimiento, apoyándose en sus saberes previos.

En su libro *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo*, Díaz Barriga y Hernández (1998) nos dicen que el constructivismo plantea que el aprendizaje es un proceso interno, subjetivo y personal que se facilita al interactuar social y cooperativamente con otros; tiene la característica de construirse o bien reconstruirse a partir de los conocimientos y experiencias previos dependiendo del desarrollo mental, emocional y social. Esto implica que el nuevo conocimiento debe confrontarse con lo que ya se sabe.

Así pues, en el ámbito educativo se debe buscar aquello que fomente y motive la construcción de conceptos en el alumno, y que además lo haga de forma significativa. La motivación y disposición que se tiene por aprender; la naturaleza de los materiales utilizados; los contenidos de aprendizaje; o la resolución de problemas con sentido; todo ello puede favorecer los procesos de aprendizaje. Si el docente no satisface las condiciones de disposición, capacidad y motivación, puede dificultarse que el alumno aprenda de una manera significativa.

Un paradigma educativo que se basa en el constructivismo, es el del construccionismo, propuesto por Papert (Harel & Papert, 1991) que plantea que el aprendizaje se facilita cuando construimos algo externo, compartible, por lo que la computadora puede ser un auxiliar didáctico para este fin.

Papert (1981) comenta que, en su infancia, el observar los engranes de los automóviles fue una situación que le ayudó a comprender muchas ideas abstractas. Debido a esto, él llegó a la conclusión que el aprendizaje se facilita, si las situaciones donde se da, se asimilan a la colección propia de intereses. Como los intereses son particulares para cada individuo, planteó que a través de las computadoras, debido a su versatilidad de uso,

podrían facilitar que se construyeran (micro)mundos (por ejemplo, utilizando el ambiente de programación Logo) de acuerdo al interes de cada individuo, cumpliendo una función análoga al de los engranes que tanto le ayudaron.

Además, la computadora, usada de manera adecuada, puede permitir acercar lo concreto a lo formal; y estrategias de depuración de errores pueden ayudar a hacer el aprendizaje más significativo.

### **1.3 INSTRUMENTALIZACIÓN DIDÁCTICA.**

Por otra parte Rabardel (1999) cita que los instrumentos utilizados en las actividades educativas influyen en la construcción del saber y la apropiación de conceptos por parte del alumno. Este autor plantea que los diferentes tipos de conceptualización se originan en las propiedades de los instrumentos utilizados, pero que éstos son portadores de restricciones. La manera en cómo los estudiantes se apropian de los conceptos viene acompañada de las representaciones relativas al instrumento y a la realidad en donde pueden surgir o se lleven a cabo las actividades y por lo tanto las funciones del instrumento (los esquemas de utilización del instrumento). Así pues, un instrumento tiene dos componentes: el artefacto material o simbólico, y uno o varios esquemas de utilización asociados.

Tomando en cuenta lo anterior, se concluye que el impacto del instrumento sobre la actividad cognitiva depende (y se restringe) tanto de, y por, las propiedades y representaciones que aporta el instrumento, como de las posibilidades de acción ofrecidas a los alumnos.

## **1.4 SOBRE EL USO DE LAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.**

### **1.4.1 Las Herramientas Tecnológicas y la Enseñanza-Aprendizaje.**

La enseñanza es una actividad compleja y a través de la historia ha experimentado diversos métodos y procedimientos para hacer más eficientes tanto la enseñanza como el aprendizaje. Así pues, los métodos de enseñanza han ido cambiando a través de la historia y en estos tiempos de modernidad, con la finalidad de que la enseñanza sea más atractiva y significativa para los educandos, se les ha incorporado paulatinamente los adelantos tecnológicos como son: la televisión, videos, computadoras, pizarrones electrónicos, por citar algunos de ellos.

En particular, desde la aparición de la computadora se han buscado formas para aprovechar su potencial en la educación (Alemán, 1998): hace unas cuatro décadas se empezó a investigar la utilidad y conveniencia de utilizar las computadoras en el ámbito escolar, y poco a poco se han venido incorporando a la vida cotidiana de las escuelas y ahora en muchas de ellas no se concibe la vida sin este avance tecnológico.

Trigo y Díaz Barriga (1999) comentan que las actividades que incluyen el uso de la tecnología en el estudio de las matemáticas se incrementan día a día. El uso de software específico para resolver problemas da un marco de discusión donde se destaca la representación del problema en la computadora, la justificación de la solución, los recursos y las estrategias matemáticas usadas.

Todo ello es diferente a lo que normalmente se usa y hace de manera tradicional. En el medio tradicional, de acuerdo con Niess (2003a, b), los maestros, al recurrir a un cúmulo de reglas para guiar a sus alumnos en la resolución de problemas, hacen que éstos enfoquen su atención en los algoritmos y no en la comprensión de los conceptos, con lo cual su pensamiento se limita.

Rojano et al. (1996) señalan que es factible modificar las prácticas matemáticas actuales en el salón de clases mediante el uso de herramientas digitales. Por ejemplo, consideran que herramientas como la Hoja Electrónica de Cálculo pueden permitir a los alumnos crear un “mundo artificial” para explorar fenómenos físicos y crear conceptos a partir de esta experiencia.

Por otro lado, O’Dwyer, Russell, y Bebell (2005), en un estudio de cómo los profesores usan la tecnología como herramienta para enseñar y aprender, encontraron una asociación con cinco usos específicos que se da a la tecnología: uso por el profesor para dar instrucciones, uso directo por el estudiante durante la clase, uso directo por el estudiante para crear productos, uso por el profesor para preparar sus clases y uso por el profesor del correo electrónico para propósitos profesionales (ie. para comunicarse con sus colegas, autoridades y con los padres de sus alumnos).

A pesar de todo lo anterior, mi opinión personal es que hay miedos acerca del uso de las computadoras para la educación que persisten en la actualidad, por diversas causas: por desconocimiento de la tecnología; por tener demasiado arraigados los métodos tradicionales de enseñanza; porque la política de estado abastece a las escuelas de computadoras pero no capacita a los maestros en su uso; por la apatía de los docentes de actualizarse con los métodos modernos de enseñanza. Por ello considero que una aplicación relevante de las nuevas tecnologías en las escuelas no es fácil, aún con intentos como el que se presenta a continuación del modelo EMAT.

#### **1.4.2 El Modelo EMAT**

Al hablar de la incorporación de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza-aprendizaje, resulta interesante mencionar algunas propuestas que se han hecho al respecto. En particular es pertinente hablar de la puesta en práctica del proyecto EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología) iniciada en el año de 1997 que buscó:

Elevar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria.

Impulsar la formación de profesores de matemáticas de este nivel escolar

Promover el uso de las nuevas tecnologías en la educación.

Generar y actualizar métodos y contenidos educativos de la matemática escolar.

(Ursini y Rojano, 2000)

El proyecto EMAT buscaba aprovechar el potencial de las nuevas tecnologías proponiendo un modelo pedagógico adecuado para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Aunado al modelo pedagógico, se seleccionaron, según los siguientes criterios, herramientas que fueran:

- a) Abiertas. El usuario puede decidir cómo usar estos programas, lo cual le permite acceder a ambientes de aprendizaje en los cuales es el propio alumno el que toma sus propias decisiones al resolver problemas matemáticos, ya que es el mismo el que dirige su propio trabajo.
- b) Dinámicas. Incluyen animación a diferencia del medio estático de un libro.
- c) Interactivas. No sólo muestran sino también reciben información.
- d) Sociales. Permiten y fomentan el trabajo colaborativo.

(Mochón, 2000)

Éstas se complementan con hojas de trabajo para dirigir al estudiante hacia un objetivo didáctico.

Entre las herramientas elegidas estaban:

- La hoja electrónica de cálculo (Excel).
- Geometría dinámica (Cabri-Geomètre).
- El ambiente de programación Logo
- La calculadora TI-92 (que incluye un sistema algebraico computacional – CAS)

A continuación hacemos una breve descripción de cada una de estas herramientas tecnológicas considerando algunas de sus potencialidades y limitaciones.

### **1.4.3 Geometría Dinámica (Cabri-Géomètre).**

En el libro de Geometría Dinámica (con Cabri-Géomètre) de EMAT (Zubieta et al., 2000), se propone que una enseñanza de la geometría donde el estudiante manipule de manera controlada objetos geométricos para desarrollar conceptos euclidianos, explorar y elaborar conjeturas, y verificar de teoremas. El manipular de manera directa los objetos matemáticos puede ayudar a desarrollar la percepción de la geometría. Este software brinda la posibilidad de animar las construcciones y transformar los trazos y figuras, lo cual resulta imposible al trabajar con lápiz y papel.

#### **1.4.3.1 Ventajas de la geometría dinámica.**

Algunas de las ventajas de esta herramienta computacional son los siguientes:

- ✓ Se centra en crear objetos que conserven sus propiedades y relaciones con otros objetos, mediante el “arrastre”, lo cuál permite cambiar el tamaño y forma de las figuras. Esto da una perspectiva más completa y dinámica para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, en comparación a lo tradicional en papel y lápiz.
- ✓ Permite una retroalimentación inmediata.
- ✓ Es de fácil utilización: Actúa presionando botones y no con una sintaxis complicada.
- ✓ Permite una utilización heurística en la que el alumno puede explorar y descubrir sus propios métodos y procedimientos.

#### **1.4.3.2 Desventajas del software de geometría dinámica.**

- ✓ Se requiere un dominio del software por parte del profesor para poder implementarlo adecuadamente en el aula.
- ✓ Si el alumno no posee los conocimientos conceptuales de lo que va a hacer, se hace muy difícil de usar.

- ✓ En el caso de Cabri-Géomètre, adquirir el programa y la licencia de uso tiene un costo.

#### **1.4.4 Calculadora TI-92 y CAS.**

Con las calculadoras TI-92 el alumno tiene facilidades de cálculo con capacidad graficadora lo cual las hace un medio idóneo para abordar distintos aspectos del programa de matemáticas en educación básica como son: la manipulación numérica y algebraica además de un procesador geométrico (Cabri-Géomètre). Aunque también es posible utilizar un emulador de esta calculadora, debido al costo y/o disponibilidad de las mismas.

La calculadora TI-92 incluye un sistema algebraico computacional. Los sistemas algebraicos computacionales (CAS) cuentan con recursos de manipulación, desarrollo y cálculo de expresiones simbólicas, que permiten una alternativa de enseñanza del álgebra; con ellos los alumnos pueden explorar, plantear conjeturas y verificar los trabajos que estén haciendo, lo que no se hace con lápiz y papel.

##### **1.4.4.1 Algunas ventajas del CAS.**

- ✓ Permite una exploración rápida, con lo cual es fácil validar numéricamente la igualdad entre expresiones algebraicas.
- ✓ Por su rapidez para calcular tablas se pueden validar las reglas obtenidas geoméricamente con un sustento numérico.
- ✓ Ayuda a hacer exploraciones que reorganicen los conocimientos que se tienen de una regla algebraica (e. g. Leyes de los signos).
- ✓ Respeta la jerarquía de las operaciones.
- ✓ Hace la clase más interesante para los alumnos apáticos.
- ✓ Hace que el desarrollo de la clase sea más eficiente y permite discusiones colectivas para validar los resultados.
- ✓ Permite rectificar los errores de forma inmediata.

#### **1.4.4.2 Algunas desventajas del CAS.**

- ✓ Requiere de un dominio regular para su empleo.
- ✓ Muchas veces se requiere conocer e introducir las instrucciones correctas para la actividad que se quiere realizar.
- ✓ En el caso de las calculadoras graficadoras, como la TI-92, se necesita de su disponibilidad o de comprarlas.

#### **1.4.5 Logo.**

Logo es un lenguaje y ambiente de programación que mediante actividades apropiadas puede permitir desarrollar en el alumno tanto una forma de pensar matemáticamente como un medio de expresión (Sacristán, 2005). De este modo, el punto focal en la inclusión de Logo a EMAT es a través de actividades de programación, ya que al escribir un procedimiento, el niño puede usar y ampliar sus habilidades de razonamiento lógico, de análisis y síntesis; también entra en contacto con nociones de secuenciación, modulación y repetición (ibid).

#### **1.4.6 Hoja de Cálculo.**

La Hoja Electrónica de Cálculo provee un medio para abordar ideas algebraicas; con este ambiente computacional se pueden modelar (y por ende resolver) problemas aritmético-algebraicos, incluidos aquellos de otras materias científicas, que integran el currículo de la enseñanza secundaria. Se puede utilizar para introducir a los alumnos a nociones fundamentales como son las de función, variable, parámetro, fórmula, expresiones equivalentes y simbolización de patrones numéricos o geométricos (Rojano y Ursini, 2000).

##### **1.4.6.1 Ventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo.**

De acuerdo con lo señalado por Mochón, Rojano y Ursini (2000) algunas de las ventajas que tiene el uso de la Hoja Electrónica de Cálculo son las siguientes:

- ✓ Puede ayudar a crear situaciones que permitan desarrollar conceptos matemáticos importantes.
- ✓ Posibilita diseñar una experiencia didáctica para el aprendizaje de un tópico particular.
- ✓ Permite hacer un planteamiento numérico-algebraico de un problema matemático para su solución.
- ✓ Se pueden construir modelo matemático para la enseñanza de las ciencias.
- ✓ Facilita la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Otras ventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo señaladas por Morales (2003) son:

- ✓ Es un auxiliar didáctico que puede eliminar la reticencia al uso del álgebra como herramienta.
- ✓ Se puede aplicar a grupos heterogéneos de estudiantes.
- ✓ Ayuda a recuperar la sintaxis del álgebra al resolver problemas verbales.
- ✓ Disminuye el uso del vocabulario común.

#### **1.4.6.2 Técnicas Matemáticas que promueve la Hoja Electrónica de Cálculo**

De acuerdo con Mochón et al. (2000), la utilización de la hoja de cálculo puede involucrar las técnicas matemáticas que se enlistan a continuación:

- ✓ Una función lineal puede plantearse mejor en una hoja de cálculo cuando se aborda con base en sus cambios (lineal=cambios constantes).
- ✓ Es una herramienta adecuada para la enseñanza de relaciones recursivas.
- ✓ La Hoja Electrónica de Cálculo se adapta sin problemas cuando se trata el tema de funciones exponenciales, al establecer un modelo de una situación real.
- ✓ El alumno resuelve problemas y se apropia de una serie de herramientas importantes como son conceptos, tópicos o modelos matemáticos.
- ✓ Las actividades con la Hoja Electrónica de Cálculo le transfiere al alumno la responsabilidad de su aprendizaje.

### **1.4.6.3 Desventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo.**

Dettoni et al (2001, citado en Landa, 2003) menciona que las principales desventajas de la Hoja Electrónica de Cálculo son:

- ✓ El signo igual en álgebra se emplea para establecer relaciones, mientras que en la hoja electrónica dicho signo asigna un valor calculado a una celda; esto ha llevado a afirmar que es imposible escribir relaciones en la hoja de cálculo ya que no es posible usarla para manipular de manera completa modelos algebraicos.
- ✓ A pesar de que la hoja electrónica es una herramienta atractiva para el primer contacto de los estudiantes con el mundo del álgebra, no cuenta con las herramientas para completarlo.

## **1.5 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**

Puesto que nuestro interés particular se centra en la resolución de problemas algebraicos, en esta sección discutimos un poco sobre este tema. La NCTM (1990) señala que es necesario promover en los estudiantes la capacidad de resolver diferentes tipos de problemas, desde los que son relativamente simples que se pueden resolver de manera individual hasta aquellos que implican trabajo en equipo. Para ello propone el uso de calculadoras y ordenadores como herramientas para hacer matemáticas.

El empleo de herramientas tecnológicas contribuye a construir diferentes representaciones, en el cálculo y en organizar datos, lo cual permite enfocar la atención en la descripción, análisis e interpretación de datos al resolver problemas (Alpizar, 2005).

Vega (1999) cita que en los programas de estudio se pretende incorporar los procedimientos matemáticos para resolver problemas típicos de las diferentes asignaturas, en donde la mayoría emplea como guía de solución un procedimiento matemático o una fórmula algebraica; esto puede resultar difícil de resolver por métodos escolares

tradicionales. Pero el uso de la Hoja Electrónica de Cálculo puede propiciar en los alumnos formas intuitivas propias para resolver problemas.

Por ejemplo, Lizarazu (2005) obtuvo en su trabajo de investigación que 10 alumnos de sexto semestre de preparatoria, hicieron una corrección de significados algebraicos y de las conjeturas dadas usando CAS (calculadora TI-92).

En un estudio con profesores, Gamboa (2005) encontró que el uso de la tecnología (Cabri-Géomètre, Excel y la calculadora TI-92) favoreció a que algunos de ellos buscaran relaciones entre los elementos representados, elaboraran conjeturas a partir de los resultados obtenidos, buscaran conexiones con otros contenidos matemáticos y comprobaran sus resultados utilizando otros métodos de solución.

Niess (2003a, b) detectó que las hojas electrónicas de cálculo son una herramienta que ayuda a los estudiantes a ver las ecuaciones y sus soluciones de una forma diferente, que favorece la comprensión de los conceptos, lo que los procedimientos mecánicos no hacen.

Una de las conclusiones a las que llega Córdoba (2005) es que cuando un alumno no identifica la estructura de una ecuación, esto le genera dificultad para resolverla, particularmente cuando la ecuación tiene denominadores. Así mismo refiere que los estudiantes no logran entender que una ecuación es una igualdad o bien una equivalencia entre dos expresiones.

Los trabajos de investigación anteriores nos invitan a reflexionar acerca de las potencialidades que tienen las tecnologías digitales en la educación, pues cada día se ven más inmersas en las actividades cotidianas y la enseñanza no esta exenta de esto.

# CAPÍTULO II.

## METODOLOGÍA Y DESARROLLO DEL PROYECTO.

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.

En el capítulo anterior se mencionan algunos resultados positivos que se han obtenido al incorporar las tecnologías digitales en la resolución de problemas algebraicos; se recuerda que parte de nuestro proyecto se enfocó hacia el uso de la Hoja Electrónica de Cálculo y otras herramientas digitales en la resolución de problemas algebraicos.

En este capítulo se describen los objetivos, metodología y desarrollo de este proyecto. .

### 2.2 OBJETIVOS DEL TRABAJO.

En el capítulo introductorio se hace énfasis en la importancia que potencialmente pueden tener las tecnologías digitales en el proceso de enseñanza aprendizaje. Considero que la Hoja Electrónica de Cálculo, en particular, es un auxiliar didáctico de mucha utilidad cuando los alumnos resuelven problemas algebraicos. Los propósitos generales que guiaron este trabajo son:

- a) Investigar los posibles cambios en la cultura escolar cuando se utilizan las herramientas computacionales.
- b) Analizar los posibles beneficios al usar la Hoja Electrónica de Cálculo, así como otras herramientas digitales, en la resolución de problemas algebraicos.

El propósito era dar respuesta a las preguntas siguientes:

- 1.- ¿Qué tipo de cambios se requieren y se promueven en la cultura escolar como resultado de la incorporación de las tecnologías digitales en la enseñanza de matemáticas?
- 2.- ¿Cuáles son las posibles aportaciones del uso de las tecnologías digitales en la resolución de problemas algebraicos?

3.- ¿Cómo se caracterizan las soluciones a las que llegan los alumnos al resolver problemas algebraicos haciendo uso de las tecnologías digitales?

## **2.3 CATEGORÍAS GENERALES DE OBSERVACIÓN DE LA INCORPORACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS A MI PRÁCTICA DOCENTE.**

Para tratar de obtener respuestas a las preguntas anteriores, primeramente se observaron los cambios que se daban, las dificultades y los retos a partir de la puesta en práctica del uso de la tecnología en mi formación y práctica docentes en general, durante el desarrollo del proyecto. Para este fin, se emplearon las siguientes categorías generales de observación, dadas por nuestras tutoras durante el seminario del Proyecto de Desarrollo y descritas en Sacristán, Sandoval y Gil (2007):

### **A. LA PERSPECTIVA DEL PROFESOR Y DEL USO DIDÁCTICO DE LA TECNOLOGÍA:**

- 1. Cambios en el papel del profesor (de expositor a mediador) y las dificultades de esos cambios.**
- 2. Cambios en metodologías/estrategias de enseñanza.**
- 3. Cambios en sus creencias y concepciones.**
- 4. Uso y diseño de actividades que incorporan tecnología digital.**
- 5. Articulación de las actividades con los requisitos del plan de estudios.**
- 6. Diseño de las técnicas de evaluación para las actividades con tecnología digital.**
- 7. Complementariedad de las diferentes herramientas digitales entre ellas y con aquellas sin tecnología digital (e. g. de papel y lápiz).**
- 8. Nuevo conocimiento matemático y nuevas perspectivas a partir del uso de las nuevas tecnologías.**

### **B. LA PERSPECTIVA DE LAS INTERACCIONES EN EL SALÓN DE CLASE:**

- 1. Cambios en estructura del salón de clase.**
- 2. Cambios en relaciones del profesor-estudiante.**
- 3. Cambios en las relaciones del estudiante-estudiante (trabajo colaborativo).**
- 4. Cambios en la disposición física del salón de clases.**

**C. EL IMPACTO POSIBLE EN ESTUDIANTES:**

1. En su aprendizaje.
2. En su motivación (afecto), en sus actitudes (e. g. hacia las matemáticas), creencias y su participación en clase.

**D. LA PERSPECTIVA TÉCNICA:**

1. Conocimiento técnico para el uso de las herramientas (software) tecnológicas y del equipo.
2. Dificultades técnicas.

**E. EL CONTEXTO SOCIAL:**

1. Cambios en la comunidad de la escuela.
2. El papel de las autoridades de la escuela.
3. Impacto y colaboración con los colegas.
4. La interacción con los padres.

## **2.4 DISEÑO DE LA PUESTA EN PRÁCTICA DEL PROYECTO.**

La parte de implementación en mi práctica docente del proyecto de desarrollo, se llevó a cabo en tres etapas y con alumnos de secundaria de dos grados; en la primera etapa trabajé con alumnos de segundo y en las etapas dos y tres con alumnos de tercero.

La siguiente tabla 2.1 nos muestra la estructura de las diferentes etapas y la duración de cada una de ellas.

ETAPA	GRUPO	DURACIÓN			
		N° ALUMNOS	CICLO ESCOLAR	MESES	SESIONES
1	2° F	38	2005-2006	SEPTIEMBRE- MAYO	10
2	3° A	33	2006-2007	FEBRERO-MAYO	5
3	3° F	30	2007-2008	FEBRERO-MAYO	8

Tabla 2.1. Estructura y duración de cada una de las etapas durante el desarrollo del proyecto.

La descripción detallada de cada una de las etapas se hace más adelante.

### **2.4.1 Metodología de Trabajo.**

Los materiales y métodos utilizados durante el desarrollo de las actividades fueron los siguientes:

- ✓ Para la resolución de las hojas de trabajo los estudiantes trabajaron en equipos de dos integrantes por computadora; la duración de cada sesión era de aproximadamente noventa minutos.
- ✓ La recolección de datos se llevó a través:
  - del análisis de las hojas de trabajo resueltas por los alumnos;
  - capturando los archivos electrónicos que generaban los equipos;
  - haciendo preguntas directas en una plenaria al finalizar cada actividad;
  - tomando notas de campo y fotografías durante el transcurso de las actividades;
  - así como el llenado por mi parte, durante el desarrollo de las actividades, de un guión de observación (ver Anexo 1) diseñado por la Dra. Sacristán para una investigación, cuyos resultados se reportaron en Sacristán & Esparza (2006). Mediante ese guión se llevó un registro del desempeño de los alumnos en varias categorías: • Capacidad de analizar e interpretar correctamente un problema. - Iniciativa. • Solicitud de ayuda. • Dedicación. • Defensa de sus propias ideas. • Creatividad. - Preferencia de trabajar en equipo o individualmente. - Problemas de actitud. - Habilidad técnica. • Escritura.
- ✓ Algunas veces primero se trabajó en el aula con lápiz y papel, para posteriormente pasar al aula de medios a resolver el mismo problema con ayuda de la computadora.

### **2.4.2 Ubicación.**

El proyecto se llevó a cabo en una Escuela Secundaria Técnica que cuenta con 18 grupos: 6 de primer grado, 6 de segundo grado y 6 de tercer grado en el turno matutino. Se

localiza en el Municipio de Atizapán de Zaragoza, Estado de México. Cabe hacer mención que la comunidad donde está enclavado el plantel es de un nivel socioeconómico bajo.

### **2.4.3 Descripción de los Grupos.**

Los grupos con el que se implementó este proyecto en las diferentes etapas del mismo (ver sección 2.5 de este capítulo) fueron el 2ºF, el 3ºA y el 3ºF, cuyas edades fluctuaban entre los 13 y 15 años. Estos grupos tenían 38, 33 y 30 alumnos respectivamente, donde el porcentaje de mujeres en promedio era del 58% y el de varones del 42%. De estos estudiantes un 57% aproximadamente cuentan con computadora en casa y los restantes tienen facilidad para acceder a alguno de los cafés Internet que hay en la zona. Aproximadamente un 90% de los estudiantes tienen algún conocimiento sobre el uso de computadoras.

### **2.4.4 Puesta en Práctica del Desarrollo del Proyecto.**

Este proyecto se implementó en las instalaciones del aula de medios de la citada escuela. Esta aula cuenta con 10 computadoras para los alumnos y una para el profesor, un proyector, una pantalla y un pizarrón electrónico. Por ello, los alumnos trabajaron en equipos de tres integrantes durante el desarrollo del proyecto.

A continuación describo el desarrollo de cada una de las etapas que comprendieron el proyecto de investigación.

## **2.5 ETAPAS DE LA PUESTA EN PRÁCTICA DEL PROYECTO.**

### **A) PRIMERA ETAPA.**

La primera etapa, que correspondió al ciclo escolar 2005-2006, empezó con una capacitación a los 38 alumnos que comprendían el grupo del 2º F en el uso de las tecnologías digitales, con actividades tomadas de los libros de la Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT) de acuerdo con el cronograma de actividades dado en la tabla 2.2:

MES	TEMA	LIBRO DE EMAT	ACTIVIDAD EMAT	SOFTWARE
SEP	Proporcionalidad y funciones lineales.	Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo.	Ecuaciones 1, 2 y 3 (pp 61-65)	Excel
OCT	Ecuaciones lineales	Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo.	Variación lineal 1, 2 y 3 (pp 77-89)	Excel
FEB	Operaciones con polinomios de una variable.	De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de la calculadora	Act. 87, 88, 89, 90 Leyes de los exponentes 1, 2, 3 y 4.	Emulador de la TI 92
MAR	Operaciones con polinomios de una variable.	De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de la calculadora	Act. 91 Suma con polinomios.	Emulador de la TI 92
MAY	Ecuaciones Cuadráticas.		Gráficas de las funciones $y=mx$ , $y=x^2$ , $y=x^2-a$ , $y=(x-a)^2$ y $y=1/x$	Emulador de la TI 92

Tabla 2.2 Cronograma de algunas actividades realizadas en la primera etapa.

Para las actividades con la hoja electrónica de cálculo (software que estaba disponible en todas las máquinas) (ver Anexos 2 y 3), los alumnos dispusieron de aproximadamente noventa minutos y trabajaron en grupos de tres alumnos por computadora.

Debido a la problemática<sup>1</sup> para cargar en las computadoras del aula de medios los programas de Geometría Dinámica y el de Logo, no se pudieron implementar actividades en las que se utilizaban estos software; sin embargo se hicieron algunas exposiciones a los alumnos mostrando estos softwares, en particular con Cabri (ver Anexo 4).

En lo que se refiere a la calculadora graficadora empleamos un emulador de la TI-92 que sólo estaba instalado en la computadora del profesor; algunos alumnos hicieron uso de este emulador para graficar una ecuación lineal y otra cuadrática. También llevamos a cabo

<sup>1</sup> Esta problemática se narra de manera detallada en el Capítulo 3, Sección 3.5.2.

algunas actividades del libro de EMAT: *De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de calculadora* (Cedillo y Rojano, 2002), con calculadoras simples y científicas (ver Anexo 5)

El propósito de todas estas actividades era que los estudiantes comenzaran a familiarizarse con las herramientas tecnológicas, observaran su utilidad para resolver problemas matemáticos, además de que vieran de manera real las ventajas y desventajas que hay al trabajar en equipos y pudieran argumentar lo que escribían en sus hojas de trabajo (ver Anexo 3).

## B) SEGUNDA ETAPA.

Esta segunda etapa correspondió al ciclo escolar 2006-2007; fue implementada con el grupo 3°A que contaba con 33 alumnos los cuales en su mayoría habían estado trabajando conmigo en este proyecto el ciclo escolar anterior. La problemática para acceder al aula de medios persistió en el ciclo escolar y sólo se pudieron realizar pocas actividades, aunque siempre se trató de que los alumnos trabajaran en equipos en el salón de clases para que siguieran viendo las ventajas de trabajar en equipo.

También persistieron los problemas que me impedían cargar el software de Geometría Dinámica (Cabri) y el de Logo.

Por tales motivos sólo me centré y programé mi plan de trabajo en la resolución de actividades con la Hoja Electrónica de Cálculo. Se llevaron a cabo algunas actividades de EMAT (Mochón et al, 2000) como se reporta en el Anexo 6 y luego nos centramos en una serie de problemas algebraicos tomados del *Libro del Maestro, Matemáticas* (Alarcón et al, 1994).

Estos problemas los junté en el problemario que se muestra a continuación en la tabla 2.3 y fue resuelto por equipos (3 alumnos por computadora) en cinco sesiones de una hora y media cada una; se dejó claro que debían escribir todo en su hoja de trabajo y tener un consenso en los resultados que obtuvieran.

<b>PROBLEMARIO</b>
1) Un agente de ventas recibe dos ofertas de empleo de una misma compañía: un salario base mensual de \$500 más un 8% de comisión sobre las ventas, o bien un 15% de comisión sobre las ventas, sin salario base. Construye una tabla para comparar los ingresos posibles en cada caso. ¿En qué casos le conviene aceptar una u otra oferta?
2) Al multiplicar dos números se obtiene 216 como resultado y al dividir el mayor entre el menor, el cociente y el residuo son iguales a 3. ¿Cuáles son estos números?
3) Un terreno rectangular tiene un perímetro de 88 m y un área de $475 \text{ m}^2$ . ¿Cuáles son sus dimensiones?
4) Varios amigos ganan \$90 en una rifa, pero deciden compartir el premio con un amigo más, por lo que a cada uno le tocan \$3 menos. ¿Cuántos amigos eran?
5) Se reparten 76 dulces entre tres grupos. El segundo recibe 3 veces el número de dulces que el primero y el tercero recibe 2 dulces menos que el primero. ¿Cuántos dulces recibe cada grupo?

Tabla 2.3: Problemario propuesto a los alumnos en la segunda etapa.

El objetivo de estos problemas era que los alumnos que ya habían tomado la capacitación de uso de las tecnologías para resolver problemas matemáticos en el ciclo escolar anterior, ahora pudiesen modelar situaciones específicas al resolver estos problemas con la Hoja Electrónica de Cálculo y validaran sus resultados anotando en la hoja de trabajo los pasos que siguieron para obtenerlo. Algunos ejemplos de resolución los podemos ver en los Anexos 7, 8 y 9.

### C) TERCERA ETAPA.

La tercera etapa se implementó en el ciclo escolar 2007-2008 con el 3° F que constaba de 30 alumnos y era un grupo nuevo que no había trabajado con tecnologías digitales en años anteriores. Sin embargo, al haber yo obtenido experiencia con alumnos en los ciclos escolares anteriores, no tuve problema para llevar a cabo la capacitación en los diferentes software, haciéndola en una sesión antes o bien minutos antes de resolver los problemas.

Los problemas a resolver fueron los mismos que están anotados en la segunda etapa, complementados por otros tomados del *Libro del Maestro, Matemáticas* (Alarcón et al, 1994), buscando que trataran de obtener una fórmula algebraica para resolver los problemas de manera directa (ver Anexos 9 y 10).

A continuación, en la tabla 2.4, se presentan los problemas nuevos que se propusieron en esta tercera etapa del desarrollo del proyecto.

PROBLEMAS
<p>1) Problema de la cajita (ver Anexo 10):</p> <p>A partir de un pedazo de lámina rectangular que mide 20 por 30 centímetros se va a formar una cajita, cortando cuadritos de las esquinas y luego doblando los lados.</p> <p>¿Cuál será el volumen de la cajita si los cuadritos miden 1, 2, 3, . . . y 10 centímetros de lado? ¿De qué tamaño deben ser los cuadritos para que la cajita tenga el mayor volumen posible?</p>
<p>2) Problema del terreno:</p> <p>Se va a cercar una parte del terreno que colinda con un río y solo se dispone material para construir 90 metros de barda. Si se quiere que la parte cercada tenga forma rectangular, ¿cuáles serán las dimensiones del terreno de mayor área que se puede bardar?</p>

Tabla 2.4: Problemas complementarios propuestos a los alumnos en la tercera etapa.

A diferencia de la segunda etapa, en ésta se intentó involucrar a los alumnos a emplear los software de Cabri-Géomètre, Logo y la Hoja Electrónica de Cálculo.

Se consideró importante utilizar distintas herramientas tecnológicas para la resolución de los problemas matemáticos ya que, según explica Santos (2007) eso ayuda a transformar un problema rutinario en una actividad dinámica y versátil, y cada herramienta influye en las formas de razonar, sustentar y presentar las relaciones o propiedades matemáticas.

## 2.6 EL DESARROLLO DEL TRABAJO Y LA RECOLECCIÓN DE DATOS.

La resolución de las hojas de trabajo tomadas del libro de EMAT y de los problemas algebraicos tomados del *Libro del Maestro, Matemáticas* (Alarcón et al., 1994), fueron

hechas por equipos (3 alumnos por computadora) en sesiones de una hora treinta minutos aproximadamente cada una; se dejó claro que debían ponerse de acuerdo en los planteamientos con la Hoja Electrónica de Cálculo y las respuestas de los problemas.

Los equipos formados en las diferentes etapas del proyecto siempre trabajaron en la misma computadora desde el principio, lo cual facilitó la recolección de datos que introducían en las computadoras. En las hojas de trabajo con los problemas escritos redactaban todo lo que hacían con la Hoja Electrónica de Cálculo (y se les pidió que no borrarán nada para así poder indagar un poco acerca de los errores que cometían con mayor frecuencia). De esta manera se pudo analizar los datos recuperados de las computadoras y las hojas proporcionadas con los problemas escritos (Anexos 3, 7, 8, 9, 10), así como las notas de campo que se tomaban y reportes de sesiones (ver Anexos 2, 4, 5 y 6).

# CAPÍTULO III

## FORMACIÓN Y PUESTA EN PRÁCTICA DE LAS TECNOLOGÍAS EN MI PRÁCTICA DOCENTE: RESULTADOS Y CAMBIOS GENERALES

---

### **3.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.**

Esta parte del trabajo se centra en las cinco perspectivas generales de observación (ver sección 2.3.1 del Capítulo II de metodología):

- ✓ Del profesor y del uso didáctico de la tecnología.
- ✓ De las interacciones en el salón de clase.
- ✓ Del impacto posible en los estudiantes.
- ✓ La perspectiva técnica.
- ✓ El contexto social.

Las observaciones realizadas para cada categoría se describen a continuación de manera particular.

### **3.2 LA PERSPECTIVA DEL PROFESOR Y DEL USO DIDÁCTICO DE LA TECNOLOGÍA.**

En esta sección narro la influencia que tuvo en mi formación académica el haber cursado la Maestría en Educación en Matemáticas del Cinvestav, tanto las asignaturas que comprendieron esa maestría, como la capacitación para el uso de las tecnologías digitales en la educación matemática.

### **3.2.1 Aprendizaje y formación docente, derivados de los cursos de la maestría.**

Una de las situaciones de gran impacto en mi formación docente fue el haber podido ingresar a la Maestría en Educación, especialidad en Matemáticas. Debido a su carácter profesionalizante, entre otras cosas, pude conocer algunos temas que presentan dificultades para su enseñanza y aprendizaje en diferentes niveles educativos.

Esta maestría fue conformada por nueve cuatrimestres, donde, además del seminario del Proyecto de Desarrollo que se cursó en cada cuatrimestre, se llevaron las nueve asignaturas siguientes:

- Informática en la educación matemática: la tecnología como herramienta cognitiva.
- De los números naturales a los números enteros.
- Los números racionales y la medición.
- La forma y la transformación.
- De la representación de lo desconocido a la representación de la variación.
- Gráficas y el manejo de la información.
- Variación y proporcionalidad.
- Las funciones y sus representaciones.
- Los fenómenos deterministas y fenómenos aleatorios.

Las clases de estas asignaturas consistían en una conferencia magistral donde se abordaba, por parte del ponente, una problemática de enseñanza-aprendizaje; o bien las investigaciones recientes sobre ese tema de la asignatura. La siguiente clase consistía en un taller donde se discutían las problemáticas que se han tenido en el transcurso de la historia y que persisten muchas veces en la actualidad.

En el desarrollo académico de las diferentes asignaturas de la maestría tuve la oportunidad de verme inmiscuido en las diversas formas de solución que tiene un mismo problema matemático. Además pude constatar la utilidad y versatilidad que tienen las herramientas tecnológicas cuando se trata de resolver problemas.

De manera simultánea a cursar las asignaturas, se llevaba a cabo el proyecto de desarrollo que se describe en este trabajo. Durante el proyecto de desarrollo fue de suma importancia el análisis y empleo educativo de diversos software y ambientes computacionales (e.g. geometría dinámica, sistemas algebraicos computacionales, hoja de cálculo, Logo – ver Anexo 11); en particular pude comprobar la utilidad que tienen las tecnologías digitales, cuando se utilizan para la resolución de problemas matemáticos diversos. A continuación se dan ejemplos de algunas experiencias (descritas con mayor detalle en los Anexos 12 y 11) que me fueron significativas para mi formación con estas herramientas:

#### **3.2.1.1 Una experiencia con Logo**

Cuando utilicé el lenguaje de programación Logo, se planteó el problema de cómo construir un programa para obtener el valor absoluto de un número. Es decir, se tenía que dar respuesta a la pregunta: “¿Cómo obtendrías el valor absoluto de un número?”

Para mí fue de suma importancia haber empezado con esta pregunta, porque empecé a idear un acercamiento de cómo iba a emplear Logo para encontrar los valores absolutos de cualquier número propuesto. La misma respuesta a la pregunta me dio el algoritmo para construir el programa:

“Elevaría el número dado al cuadrado, para en dado caso que fuera negativo me dé un número positivo, y por último le sacaría raíz cuadrada”

#### **3.2.1.2 Experiencias con la Hoja Electrónica de Cálculo**

En otra sesión, se empleó la Hoja Electrónica de Cálculo para modelar y resolver un problema cotidiano utilizando un estado de cuenta bancario:

“En una tarjeta de crédito se paga el mínimo requerido, si pago el doble del mínimo requerido, el triple, etc. ¿En qué tiempo acabo de pagar mi deuda en cada caso?”

Al modelar este problema, aprendí a crear e introducir fórmulas en la hoja de cálculo, y poner nombre en cada columna para tener una visualización y así agilizar los cálculos; todo ello me llevó a entender y resolver de manera más rápida este problema, que de hacerlo de manera tradicional (con lápiz y papel) hubiese resultado muy tedioso y tardado.

Otro problema que se modeló y resolvió con la Hoja Electrónica de Cálculo fue:

Resolver una expresión algebraica de segundo grado ( $ax^2 + bx + c = 0$ ) por el método gráfico y según lo que indican los valores de su discriminante.

Para este problema se hicieron una tabla de valores y una gráfica con la Hoja Electrónica de Cálculo (ver Figura 3.1); con ello pude visualizar la variación inmediata de la parábola al usar diferentes valores para  $a$ ,  $b$  y  $c$  en la ecuación  $ax^2+bx+c=0$ . Así pude comprobar que la, o las, soluciones de una ecuación cuadrática son donde la curva corta al eje ( $x$ ) de las abscisas y ver cuándo la ecuación tiene dos, una o ninguna, soluciones dependiendo del valor del discriminante.

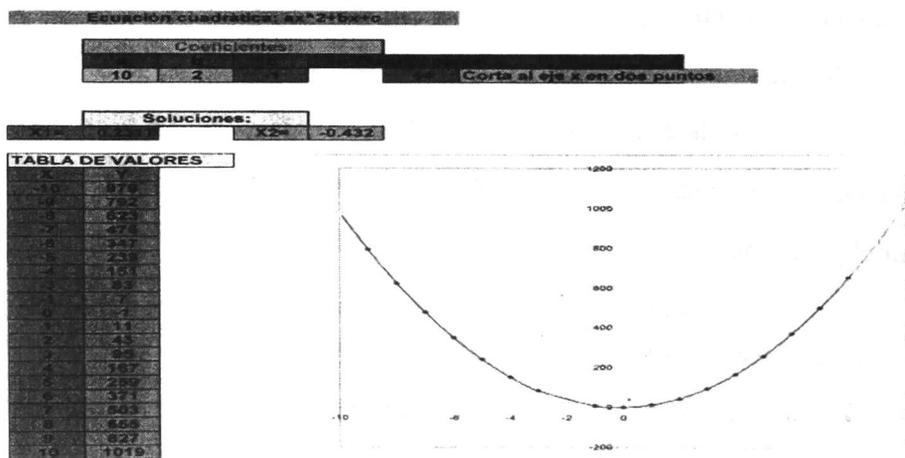


Figura 3.1. Actividad realizada con la Hoja Electrónica de Cálculo para explorar la ecuación cuadrática.

### 3.2.1.3 Experiencia con geometría dinámica (Cabri)

Al trabajar con Geometría Dinámica (Cabri) se nos pidió analizar la siguiente pregunta:

**¿Qué observas cuando unes los puntos donde se intersecan las bisectrices de un cuadrilátero?**

Esta herramienta digital y su función dinámica del “arrastre” me permitió explorar rápidamente diversos ejemplos de cuadriláteros y así poder dar una conclusión, según lo que observaba, a lo planteado. Esto me mostró las bondades y potencialidades de esta herramienta para la docencia y el salón de clase.

#### **3.2.1.4 Experiencia con CAS**

Con un Sistema Algebraico Computacional (CAS) se llevó a cabo una actividad para la exploración de la factorización de  $x^n - 1$  que me permitió construir una regla para este producto notable de manera rápida y sencilla. Este ejercicio me permitió darme cuenta de cómo con esta herramienta, no solamente se pueden comprobar y reconciliar los resultados obtenidos con lápiz y papel, sino que también se pueden explorar muchos más casos de los que se pueden a mano, lo cual permite construir conjeturas.

De esta manera, toda la experiencia adquirida en los diferentes cursos de la maestría, me hicieron cambiar radicalmente la perspectiva desde la cual se puede abordar un problema matemático para poder llegar a su solución. Lo aprendido en las asignaturas y en el proyecto de desarrollo, en cada una de sus fases, fue implementado en el aula donde yo como docente impartía mis clases. Ahí pude observar las dificultades a las que se enfrenta el alumno al tratar de resolver ciertos problemas matemáticos; esto me sirvió para luego proponer estrategias didácticas que subsanasen estas dificultades. También durante la maestría tuvimos experiencias que nos ayudaron a llevar a cabo y reportar investigaciones en el campo (como se reporta en el Anexo 12).

Asimismo, las experiencias con las diferentes herramientas digitales (ver Anexo 11) me ayudaron a comprender sus potencialidades en la educación matemática. También pude ver que todas ellas se complementan; por ejemplo, en la resolución de problemas, con Cabri se

puede hacer un dibujo o esquema para comprender mejor las características del problema, y con Excel se pueden plantear fórmulas y facilitar las operaciones aritméticas involucradas. De hecho, el poseer conocimientos de cómo modelar un problema utilizando las tecnologías digitales, me abrió perspectivas de nuevas estrategias para la resolución de éste, como se muestra en el ejemplo siguiente.

### **3.2.2 Ejemplo de una experiencia de resolución de problema con la ayuda de la Hoja Electrónica de Cálculo.**

Con este ejemplo se muestra otra experiencia que se tuvo al analizar, con la Hoja Electrónica de Cálculo, el siguiente problema de PISA, cuyo resultado correcto no es obvio a simple vista; muestra que esta herramienta puede permitir analizar y corroborar los resultados de una manera sencilla y rápida. El planteamiento del problema es el siguiente:

#### **EXCURSIÓN COLEGIAL**

Una clase de un colegio que quiere alquilar un autocar para hacer una excursión se pone en contacto con tres empresas de transporte para obtener información sobre sus precios.

La empresa A cobra una tarifa inicial de 375 zeds más un plus de 0,5 zeds por kilómetro recorrido.

La empresa B cobra una tarifa inicial de 250 zeds más un plus de 0,75 zeds por kilómetro recorrido.

La empresa C cobra una tarifa fija de 350 zeds hasta los 200 kilómetros y 1,02 zeds por cada kilómetro que sobrepase los 200.

Pregunta 1:

¿Qué empresa deberá elegir la clase si el recorrido total de la excursión se encuentra entre los 400 y los 600 kilómetros?

Al estar por equipo analizando este problema, en el taller de la asignatura “Variación y Proporcionalidad”, una compañera llegó al siguiente resultado:

El promedio de 400 más 600 es 500 km, por lo tanto:

- La empresa A cobraría 375 zeds iniciales más 250 zeds por 500 km, lo cual da 625 zeds.
- La empresa B cobraría 250 zeds iniciales más 375 zeds por 500 km, lo cual da 625 zeds.

- La empresa C cobraría 350 zeds por los 200 km iniciales más 306 zeds por los 300 km restantes, lo cual da 656 zeds.

Según ese razonamiento, la empresa a elegir podría ser la A o la B, ya que cobran lo mismo. Pero yo hice un análisis más profundo del problema usando Excel, y llegué a la conclusión que ese resultado era erróneo como se explica a continuación:

Kilómetros	A	B	C
400	575	550	554
411	580.5	558.25	566.24
412	581	559	567.26
413	581.5	559.75	568.28
414	582	560.5	569.3
415	582.5	561.25	570.32
416	583	562	571.34
417	583.5	562.75	572.36
418	584	563.5	573.38
419	584.5	564.25	574.4
420	585	565	575.42
465	607.5	598.75	621.32
466	608	599.5	622.34
467	608.5	600.25	623.36
468	609	601	624.38
469	609.5	601.75	625.4
470	610	602.5	626.42
471	610.5	603.25	627.44
472	611	604	628.46
473	611.5	604.75	629.48
474	612	605.5	630.5
497	623.5	622.75	653.96
498	624	623.5	654.98
			656
			657.02
501	625.5	625.75	658.04
502	626	626.5	659.06
590	670	692.5	748.82
591	670.5	693.25	749.84
592	671	694	750.86
593	671.5	694.75	751.88
594	672	695.5	752.9
595	672.5	696.25	753.92
596	673	697	754.94
597	673.5	697.75	755.96
598	674	698.5	756.98
599	674.5	699.25	758
600	675	700	759.02

Figura 3.2. Parte de la hoja de Excel utilizada para resolver el problema de la Excursión Colectiva.

La Figura 3.2 nos muestra que si solo se recorren 400 km, la opción que ofrece la empresa B es la que conviene, pero conforme se va incrementando el kilometraje esta oferta no es la adecuada. Hasta los 498 km sigue siendo conveniente la opción B, pero de los 499 km a los 500 km es igual elegir entre las opciones A o B. Pero después de los 500 km, la opción que conviene es la que ofrece la empresa A. Por otro lado, se comprueba que la oferta que ofrece la empresa C nunca es la más barata.

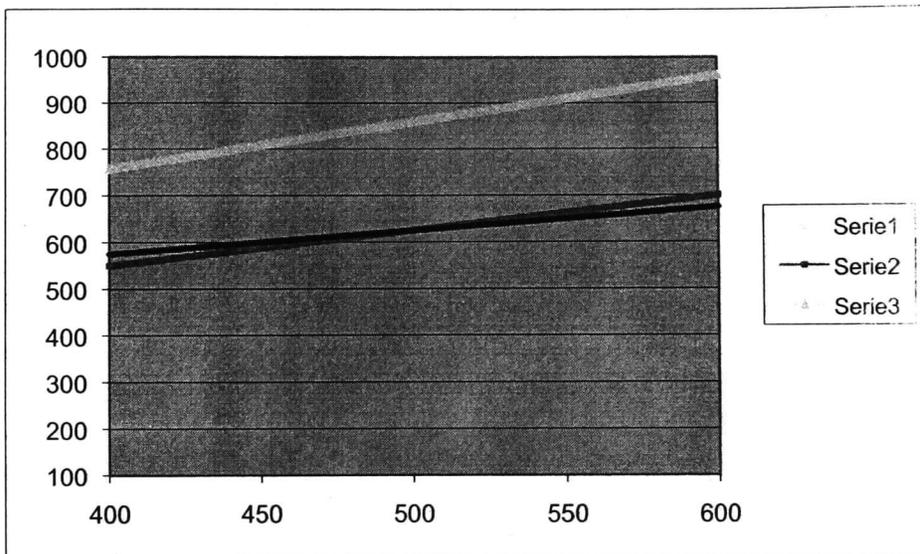


Figura 3.3. Gráfica con los resultados del análisis con Excel al problema de la Excursión Colectiva.

En la Figura 3.3 podemos ver la gráfica de las tres opciones, y en la misma podemos ver que la recta (Serie 3) que representa la opción C, siempre está por arriba, y no hay punto de convergencia, con las otras dos rectas. También vemos que la opción ofrecida por la empresa A (recta de la Serie 1), aunque empieza con un precio elevado comparado con la opción B (recta de la Serie 2), llega el momento en que ambas rectas se intersectan y la opción B a partir de entonces tiende a ser más cara.

De todo esto podemos concluir que:

- Si el recorrido es de 400 a 500 km, conviene elegir la tarifa de la empresa B.
- Si el recorrido de la excursión es mayor a los 500 km, conviene la tarifa que oferta la empresa A.

- Por último la tarifa que ofrece la empresa C, nunca conviene.

De esta manera con ayuda de la hoja de cálculo, pude establecer de manera rápida todo lo que era necesario para tomar una decisión razonada y poder así elegir la mejor oferta que ofrecía cada una de las empresas de transporte. Pues de haber hecho los cálculos y gráficas con lápiz y papel este trabajo hubiera sido más tedioso y difícil de explorar todos los posibles resultados.

### **3.2.3 Cambios en el papel de profesor (de expositor a mediador) y las dificultades de esos cambios.**

Como profesor, en primer lugar tuve que capacitarme (ver Anexos 11 y 12), como se señaló en la sección anterior, sobre el uso de la tecnología y el software, antes de proponer secuencias didácticas con estas tecnologías para los alumnos.

Durante mi capacitación que fue parte de los seminarios del Proyecto de Desarrollo, es de hacer notar el papel que jugaron las responsables del proyecto, pues más que docentes, fueron mediadoras del conocimiento que obtuvimos de las diferentes herramientas digitales: Nos guiaban con preguntas que ponían a prueba los conocimientos previos para posteriormente pasar a modelar algún problema propuesto con el software en cuestión y así encontrar soluciones al problema planteado.

Este modelo de capacitación sirvió de ejemplo para después hacer igual nosotros con nuestros alumnos. Me hice consciente de que mi rol protagónico como transmisor del conocimiento de manera unilateral, debía de cambiar al de observador, conductor y asesor de las actividades propuestas. Además me di cuenta de que es función del profesor organizar el ambiente del aula para lograr una participación activa entre los equipos y un mejor intercambio de ideas.

Así en un principio dí a mis alumnos secuencias didácticas y hojas de trabajo (ver Figura 3.4 y Anexos 2, 3, 4, 5 y 6) de los libros Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), ya que estas secuencias tienen la característica de dar más

protagonismo e independencia al alumno (aunque bajo la guía del profesor), propician la discusión y el intercambio de estrategias de solución, y todo ello ayuda para que se construyan conocimientos significativos.



## Un paseo corto por una hoja de cálculo

Nombre XXXXXXXXXX Edad Baños  
Escuela Sec. Tec. N°80 Rafael Ramírez Fecha 16-Febrero-06

El objetivo de esta actividad es que te familiarices con la hoja electrónica de cálculo.

En las celdas de una hoja de cálculo puedes introducir:

**Texto:**

Escribe la palabra *Nombre* en la celda A1 (para confirmar oprime la tecla RETURN).

Escribe tu nombre en la celda B1.

Escribe la palabra *Fecha* en la celda F1.

Escribe la fecha de hoy en la celda G1.

**Números:**

Escribe un 8 en la celda C9.

Escribe un 9 en la celda D11.

Escribe un 7 en la celda E10.

**Expresiones aritméticas** (para que la hoja calcule expresiones aritméticas, debes escribirlas empezando con el signo *igual*):

Escribe  $-7 * 2 - 8$  en la celda E9 y observa el resultado. Coloca nuevamente el cursor en esta celda y fíjate en la expresión que escribiste en la barra CONTENIDO de la hoja de cálculo.

Escribe  $= 9 - 2 * 2$  en la celda D10 y verifica el resultado.

Escribe  $= (9 - 2) * 2 - 10$  en la celda C11 y observa el resultado.

**Fórmulas algebraicas** (para escribir fórmulas también debes comenzar con el signo *igual*):

Figura 3.4. Parte de una hoja de trabajo tomada del libro matemáticas con la Hoja Electrónica de Cálculo (EMAT).

El uso de estas secuencias didácticas y hojas de trabajo me permitió cambiar mi rol tradicional de profesor (donde anteriormente yo simplemente mostraba a los alumnos como resolver un problema) hacia un mediador y guía dándoles a los alumnos la oportunidad de

ellos mismos (guiados por las hojas de trabajo) explorar los problemas y encontrar sus propias soluciones.

#### **3.2.4 Cambios en metodologías/estrategias de enseñanza.**

Como consecuencia de lo anterior, como profesor ya no me mostré impulsivo al tratar de darles la solución correcta de los problemas a los alumnos, sino que fui más paciente y siempre traté de ubicarlos o bien guiarlos con preguntas más sencillas que permitieran al estudiante centrarse en lo que estaba haciendo. Empecé siempre tratando de indagar los conocimientos previos que poseían mis estudiantes. Utilicé dibujos, tablas o gráficas para auxiliarlos. Intenté con lo anterior facilitar el intercambio de ideas y la discusión entre ellos, para que ellos mismos concluyeran cuál era una solución correcta a lo que se les planteaba.

Por otro lado me percaté de la importancia de que antes de proponer los problemas a los alumnos, yo como docente debía de resolverlos previamente (ver Figura 3.5) para poder detectar los posibles inconvenientes que podrían presentarse al momento de aplicarlos a los alumnos.



# Variación proporcional (3)

Aritmética

Nombre HIVEL ANYEL HERRERA SALGADO Edad \_\_\_\_\_  
Escuela \_\_\_\_\_ Fecha 12 Mayo 2007

Si una embarcación puede navegar 360 millas con 16 galones de combustible diesel,  
¿qué distancia recorrerá con 300 galones? 6750 Millas

Construye una hoja de cálculo como la siguiente para relacionar los galones con las millas recorridas. Para responder la pregunta, conviene preguntarnos cuántas millas puede navegar la embarcación con un solo galón. Escribe una fórmula en B3 para relacionar las cantidades de A2 y B2

	A	B
1	GALONES	MILLAS
2	16	360
3	1	?
4		

¿Cuál es el factor de proporcionalidad en el ejemplo anterior? 22.5

Ahora contesta la pregunta original. Inserta el número 300 en la celda A4 y escribe una fórmula en B4 que calcule la cantidad de millas correspondiente.

¿Qué distancia recorrerá entonces con 300 galones? 6750 Millas

Usa tu hoja de cálculo para responder las siguientes preguntas:

¿Qué distancia recorrería la embarcación con 200 galones? 4500 Millas

¿Qué distancia recorrería la embarcación con 80 galones? 1800 Millas

¿Cuántos galones necesitará para recorrer 1 000 millas? 44.444 gal.

Construye ahora una hoja de cálculo para resolver las siguientes situaciones:

Si un frasco de café de 400 gramos cuesta \$12.50, ¿cuánto debería costar uno de 250 gramos? 7.8125

Si se determinó que el precio de un frasco de café es de \$10, ¿cuántos gramos contiene? 320 gms

Figura 3.5. Parte de una hoja de trabajo tomada del libro matemáticas con la Hoja Electrónica de Cálculo (EMAT) resuelta mi mismo.

### 3.2.5 Cambios en mis creencias y concepciones.

A pesar de que en un principio, tanto yo como profesor, así como los alumnos, no asimilábamos que las herramientas tecnológicas podían incidir en el aprovechamiento escolar, empecé a llevar a cabo el desarrollo de mi proyecto con los cronogramas establecidos en los seminarios de la maestría, para cada fase, poniendo en práctica lo visto en esa maestría. Fue entonces que empecé a observar todos los posibles beneficios que puede acarrear un uso adecuado de las herramientas tecnológicas, para fomentar un aprendizaje significativo en los alumnos. Y así, yo como profesor tuve un cambio en mis

creencias y concepciones acerca del uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza y desee actualizarme más en los métodos modernos de enseñanza-aprendizaje.

Otro cambio en mis creencias que me ocurrió al trabajar utilizando estas tecnologías con los alumnos, fue el ser más receptivo y aceptar que puedo aprender junto con, y de, los alumnos estrategias para resolver un problema matemático que jamás me imaginé.

### **3.2.6 Uso y diseño de actividades que incorporan tecnología digital.**

Otra cosa que aprendí, es en relación al tipo de actividades que es conveniente realizar al usar tecnologías digitales.

Por ejemplo, me percaté que se debe tener en cuenta en las actividades propuestas a los estudiantes, que algunas sean de apertura, y otras de cierre o retroalimentación de los temas vistos en el salón de clase.

Otro aspecto relacionado con las actividades, es considerar que los problemas matemáticos deben de ser interesantes y adecuados para que los alumnos se sientan motivados a resolverlos.

### **3.2.7 Articulación de las actividades con los requisitos del plan de estudios.**

Como se mencionó anteriormente, las actividades y hojas de trabajo que yo propuse en mi proyecto de desarrollo, ya sea fueron para iniciar un tema del plan de estudios, acorde con mi planeación como profesor y con la secuencia y organización de contenidos propuesta por la Secretaría de Educación Pública; o bien se aplicaron como retroalimentación de algún tema visto en clase. Como ejemplo, a continuación se muestra un fragmento de un reporte de una secuencia didáctica que apliqué con mis alumnos, donde se trató el tema de trigonometría, primero con lápiz y papel en el aula, y después con tecnología (ver Figura 3.6):

El jueves 18 de mayo de 2006 se desarrollo una actividad didáctica con 6 grupos de tercer año en diferente módulo cada uno, la cual consistió en elaborar un "circulo unitario" en Cabri Geometre II y así calcular los valores del seno, coseno y tangente para los diferentes ángulos agudos de un triángulo rectángulo; y así los alumnos pudieran observar de una manera objetiva como se obtienen los diferentes valores para las funciones trigonométricas.

Cabe mencionar que este tema previamente lo habíamos visto en clase y ellos habían encontrado los valores para diferentes ángulos con ayuda de su calculadora, o bien auxiliándose con las tablas matemáticas. Además son grupos que era la segunda vez que iban a ver un tema con ayuda de un programa computacional.

El tiempo empleado para la culminación de esta secuencia didáctica en cada grupo fue de noventa minutos aproximadamente, siendo el profesor el que primero mostró como utilizar el software y después se pasaron a algunos alumnos a que ellos lo intentaran hacer.

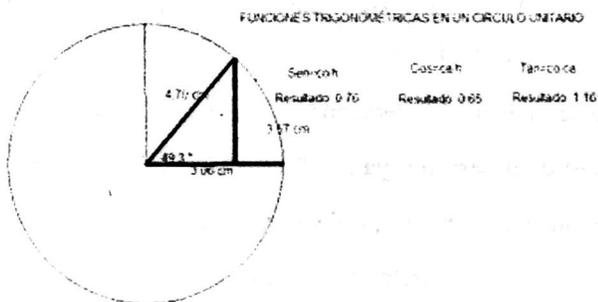


Figura 3.6. Imagen de la actividad con alumnos de construcción del círculo unitario y cálculo de las funciones trigonométricas, con Cabri Géomètre.

### **3.3 LA PERSPECTIVA DE LAS INTERACCIONES EN EL SALÓN DE CLASE.**

#### **3.3.1 Cambios en la estructura del salón de clases.**

A diferencia de cómo solía llevar a cabo mis clases anteriormente, a partir de que empecé mis estudios de maestría, en el salón de clases con mis alumnos procuré establecer equipos de trabajo. Se procuró que dichos equipos estuvieran conformados por alumnos que tuvieran algún tipo de amistad y compañerismo, previendo que en cada uno hubiera por lo menos un alumno sobresaliente en la asignatura de matemáticas para que pudiera compartir sus experiencias con los demás compañeros de equipo. Al ir al aula de medios siempre se procuró seguir estas mismas características y además que hubiese en cada equipo por lo menos un alumno que conociera el manejo del software de la computadora; también se les dio mucha más autonomía de trabajo a los alumnos (ver Figura 3.7).



**Figura 3.7. Fotografía que muestra los cambios en la estructura del salón, donde los alumnos son protagonistas de su aprendizaje.**

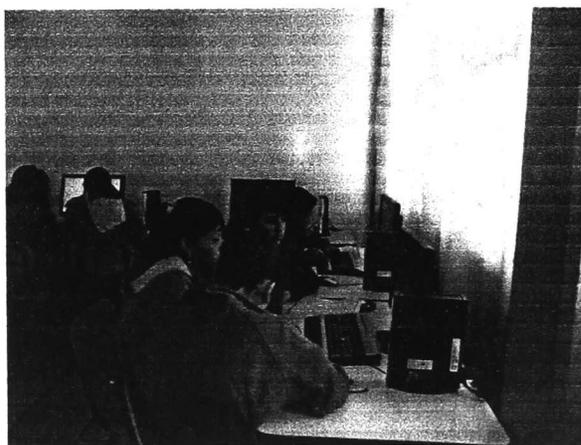
#### **3.3.2 Cambios en relaciones profesor-estudiante.**

Después de dos o tres sesiones en el aula de medios, me pareció percibir que mis alumnos se sintieron con más confianza hacia mi como profesor, ya que no dudaban en preguntar cualquier cosa que les confundía al resolver las hojas de trabajo; lo mismo

sucedió en el salón de clases cuando no comprendían de manera clara algún problema matemático o procedimiento nunca dudaron en preguntarme o a sus compañeros.

### **3.3.3 Cambios en las relaciones del estudiante-estudiante (trabajo colaborativo).**

La interacción en el aula se vio transformada drásticamente de manera positiva ya que el trabajo colaborativo permite una interacción más intensa entre los integrantes de los equipos de trabajo que entre alumnos trabajando individualmente: por ejemplo, cuando alguien descubre algo nuevo, inmediatamente lo comparte con los demás. Esto lleva a que en cada equipo haya una mayor discusión sobre los resultados obtenidos, sobre la manera más fácil de llegar a ellos, y que se traten de validarlos (ver Figura 3.8 y Figura 3.9). De esta manera, los alumnos se vuelven más participativos y al interior de los equipos, los estudiantes tienen conciencia de que pueden por sí mismos, con un mínimo asesoramiento adecuado, llevar a cabo las actividades.



**Figura 3.8. Fotografía donde se observa el trabajo en equipos de los alumnos con las herramientas tecnológicas.**

PROBLEMA 2.

Un señor de 45 años tiene un hijo de 7. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la del hijo? ¿Y el doble?

$$\begin{array}{r|l} \text{L} & \text{A} & \text{B} \\ \hline 157 & 7 & \\ 36 & 38 & \end{array}$$

7 es la triple edad  
38 es el doble

Para resolver usamos la

$$\begin{aligned} \text{Padre} &= A+1 \\ &= B+1 \end{aligned}$$

Entonces multiplicamos la columna B por 3 y la columna A la dividimos

por 2 para obtener el resultado

Figura 3.9. Porción de una hoja de trabajo en la cual se observa cómo un equipo intentó justificar su respuesta, describiendo cómo llegó al resultado.

### 3.3.4 Cambios en la disposición física del salón de clases.

La disposición física del aula también tuvo que cambiar, ya que para que facilitar una mayor comunicación e intercambio de ideas entre los alumnos y entre un equipo y otro (pero sin afectar el trabajo de los demás), se tuvo que rehacerla. Llegó un momento, que para determinadas actividades dentro del salón de clases, los alumnos mismos – sin indicación directa alguna – se conformaban en equipos de trabajo para trabajar colaborativamente (ver Figura 3.10).



Figura 3.10. Aquí podemos ver que la disposición física de salón de clases también se ve transformada.

### **3.4 EL IMPACTO POSIBLE EN LOS ESTUDIANTES.**

#### **3.4.1 Posible impacto en los estudiantes en su motivación, afecto, y actitudes; y en su participación en clase.**

Como se mencionó en la sección 3.1.2.3, cambié mis estrategias de enseñanza proporcionando a los alumnos actividades y hojas de trabajo para que ellos mismos exploraran. A los estudiantes en un principio se les dificultaba seguir instrucciones escritas por no estar habituados a esto, ya que siempre esperaban que fuera el profesor el que resolviera el problema matemático. Pero después de algunas actividades pudieron superar esto y adquirir destreza en el manejo de los software y seguir por sí mismos los problemas, aunque en algunas ocasiones se tenía que dar una breve explicación de la actividad planteada. Así, se dieron cuenta que por sí mismos podían explorar y resolver los problemas. Además, dejaron de sentir la presión del tiempo que tienen cuando los cálculos se hacen a mano: comentaron que al hacer el trabajo con la ayuda del software es más fácil y rápido, y eso les da tiempo para comparar sus respuestas con otros equipos.

Los alumnos se mostraron abiertos, receptivos y motivados (como se puede apreciar en la Figura 3.11) hacia el trabajo con tecnología. Al preguntarles qué opinaban de esta forma de enseñanza-aprendizaje, los estudiantes manifestaron su interés con comentarios como:

- *Es entretenido.*
- *Es fácil de usar.*
- *Aprendo jugando.*

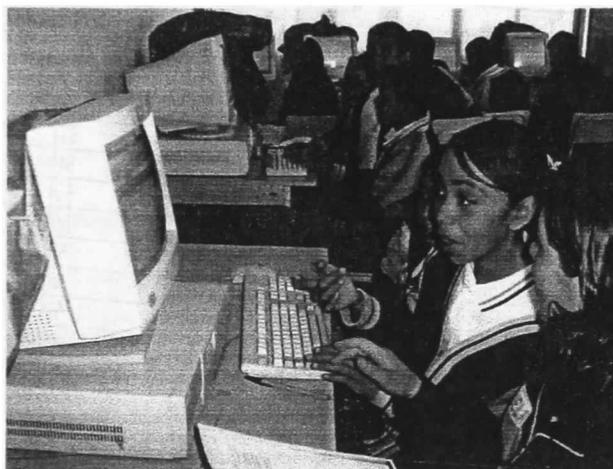


Figura 3.11. Fotografía donde se aprecia el interés de los alumnos hacia el trabajo con tecnología.

Sin embargo, también es cierto que una minoría mostró apatía y desinterés ante el uso de la herramienta tecnológica.

Pero una de las cosas más sobresalientes que observamos, fue que alumnos que no tenían un gusto por la asignatura de matemáticas y particularmente por el álgebra, se mostraron más participativos y animados al desarrollar las actividades con computadora propuestas.

Más aún, llegó un momento en que algunos estudiantes se apropiaron de la herramienta tecnológica y emplearon el software para resolver problemas de otras materias: Por ejemplo, en la clase de taller de carpintería, el profesor les pidió que convirtieran 64avos de pulgada, de fracción a decimal y luego a centímetros, empezando de  $\frac{1}{64}$  hasta  $\frac{64}{64}$  Un

alumno resolvió esta tarea empleando para ello la Hoja Electrónica de Cálculo (ver Figura 3.12).

		f <sub>c</sub> =H16*2.54							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	64avos pulgada	pulgada	centímetros	64avos pulgada	pulgada	centímetros	64avos pulgada	pulgada	centímetros
2	1	0.015625	0.0396875	23	0.359375	0.9128125	45	0.703125	1.7859375
3	2	0.03125	0.079375	24	0.375	0.9525	46	0.71875	1.825625
4	3	0.046875	0.1190625	25	0.390625	0.9921875	47	0.734375	1.8653125
5	4	0.0625	0.15875	26	0.40625	1.031875	48	0.75	1.905
6	5	0.078125	0.1984375	27	0.421875	1.0715625	49	0.765625	1.9446875
7	6	0.09375	0.238125	28	0.4375	1.11125	50	0.78125	1.984375
8	7	0.109375	0.2778125	29	0.453125	1.1509375	51	0.796875	2.0240625
9	8	0.125	0.3175	30	0.46875	1.190625	52	0.8125	2.06375
10	9	0.140625	0.3571875	31	0.484375	1.2303125	53	0.828125	2.1034375
11	10	0.15625	0.396875	32	0.5	1.27	54	0.84375	2.143125
12	11	0.171875	0.4365625	33	0.515625	1.3096875	55	0.859375	2.1828125
13	12	0.1875	0.47625	34	0.53125	1.349375	56	0.875	2.2225
14	13	0.203125	0.5159375	35	0.546875	1.3890625	57	0.890625	2.2621875
15	14	0.21875	0.555625	36	0.5625	1.42875	58	0.90625	2.301875
16	15	0.234375	0.5953125	37	0.578125	1.4684375	59	0.921875	2.3415625
17	16	0.25	0.635	38	0.59375	1.508125	60	0.9375	2.38125
18	17	0.265625	0.6746875	39	0.609375	1.5478125	61	0.953125	2.4209375
19	18	0.28125	0.714375	40	0.625	1.5875	62	0.96875	2.460625
20	19	0.296875	0.7540625	41	0.640625	1.6271875	63	0.984375	2.5003125
21	20	0.3125	0.79375	42	0.65625	1.666875	64	1	2.54
22	21	0.328125	0.8334375	43	0.671875	1.7065625			
23	22	0.34375	0.873125	44	0.6875	1.74625			
24									

Figura 3.12. Parte de una Hoja Electrónica de Cálculo donde se ve cómo un alumno hace uso de la tecnología para resolver un problema matemático de la materia de carpintería.

Otro resultado durante el desarrollo del proyecto, fue en torno al trabajo colaborativo: en particular una situación positiva que se dio, no sólo en el aula de medios, sino también en el salón de clases, fue que, después de las primeras actividades, cuando se les pedía a los alumnos que resolvieran un problema, sin dudarlos varios de ellos se conformaban espontáneamente en equipos o en binas (como se mencionó en la sección 3.2.2.4) y comenzaban a conjeturar la estrategia más adecuada para su resolución, lo cuál indica una apropiación por parte de ellos del nuevo modelo pedagógico (ver Figura 3.13).



**Figura 3.13. Se muestra cómo, después de trabajar en equipos en el aula de medios, los alumnos sienten la necesidad de seguir con el trabajo colaborativo en el aula.**

De hecho, el trabajo colaborativo y cooperativo, así como la apropiación de las herramientas, también se observó en la manera en cómo se llevaban a cabo las exploraciones de las actividades: Algunos estudiantes, y equipos de estudiantes, se apoyaron en todos los recursos a su alcance para explorar la, o las, estrategias más adecuadas para resolver los problemas propuestos: por ejemplo, en un equipo de trabajo (ver Figura 3.14), para analizar lo que hicieron y comprobar si llegaron al resultado correcto, mientras uno exploraba con la calculadora, otro lo hacía con la computadora.



**Figura 3.14. Empleo de todas las herramientas al alcance para validar los resultados obtenidos.**

También se detectó que cuando algún alumno no lograba comprender el problema, preguntaba a alguno de sus compañeros quienes se mostraban cooperativos y dispuestos a ayudarlo.

Todo lo anterior nos lleva a pensar que los estudiantes apreciaron y vieron las ventajas y bondades de trabajar en equipos. De hecho, algunos de ellos dijeron que con esta forma de trabajar hay más intercambio de ideas y procedimientos para encontrar la forma más fácil y adecuada para resolver un problema matemático.

### **3.4.2 Posible impacto en los estudiantes en su aprendizaje y desempeño académico.**

Considero que el uso de la tecnología al resolver problemas algebraicos tuvo un impacto positivo para el aprendizaje de los estudiantes.

Un resultado interesante fue que aprendieron a modelar problemas, incluso sin utilizar la tecnología (utilizando lápiz y papel). Por ejemplo, un equipo resolvió el problema: “Encuentra dos números cuya suma sea 28 y cuyo producto sea 187” como se muestra en la Figura 3.15. Nos relataron estos alumnos que primero buscaron dos números que sumaran 28 y luego iban multiplicando esos números; para facilitar y visualizar mejor lo que estaban haciendo enlistaron los números en una columna. De esta manera obtuvieron el resultado de 11 y 17. Es claro que esta estrategia la copiaron del trabajo que habían realizado en otros problemas con la Hoja Electrónica de Cálculo. Aunque ésta no fuera una manera algebraica de resolver el problema, considero que es un paso previo antes de llegar a la abstracción matemática, en el que es de suma utilidad auxiliarse con una tabla, gráfica o un dibujo para visualizar y comprender mejor el problema.

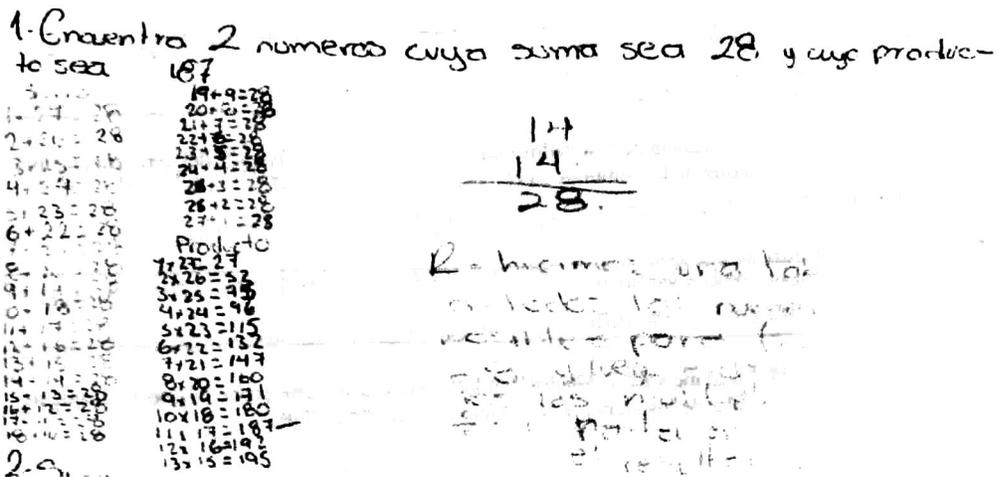


Figura 3.15. Parte de una hoja de trabajo donde la resolución del problema en papel y lápiz se basó en la forma de trabajar con la Hoja Electrónica de Cálculo.

Mejorías de los alumnos en el examen de aprovechamiento escolar

Al inicio del proyecto en el ciclo escolar 2005-2006, se trabajó con un grupo de segundo grado, y se tuvo la fortuna que en el ciclo escolar 2006-2007 se volvió a trabajar con los mismos alumnos cuando cursaban el tercer grado. Esto permitió dar un seguimiento a estos alumnos, para ver su avance, a mayor plazo que el de un sólo ciclo escolar, en el área de resolución de problemas (propósito central del plan de estudios de matemáticas).

Para llevar a cabo esto se buscó una evaluación en la cual yo no tuviera ninguna injerencia o influencia; así pues, se tomó la decisión de utilizar los resultados del examen de aprovechamiento escolar que se les aplica a los alumnos y que es de tres tipos diferentes para evitar situaciones de copiado entre ellos.

Al llegar los resultados del examen de aprovechamiento escolar aplicado en el mes de junio de 2007, se observó que mis estudiantes obtuvieron un promedio de 16.06 puntos (ver Figura 3.16), cuando en ningún otro año mis alumnos habían obtenido mucho más de 14 puntos (los mismos alumnos examinados en el 2007, habían obtenido 14.14 puntos en el 2006; ver Figura 3.17).

APROVECHAMIENTO ESCOLAR (PRIMERA VERTIENTE)	16.06
---	-------

Figura 3.16. Parte de la constancia de resultados donde se observa la calificación del aprovechamiento escolar de los alumnos en el ciclo escolar 2006-2007.

APROVECHAMIENTO ESCOLAR (PRIMERA VERTIENTE)	14.14
---	-------

Figura 3.17. Parte de la constancia de resultados donde se observa la calificación del aprovechamiento escolar de los alumnos en el ciclo escolar 2005-2006.

Estos resultados nos han llevado a especular que posiblemente los cambios realizados en mi práctica docente (donde comencé a trabajar, en el aula de medios, con el apoyo de las tecnologías digitales – en particular con la Hoja Electrónica de Cálculo – secuencias didácticas tomadas de los libros de EMAT y la resolución de problemas algebraicos tomados del libro del maestro) ayudaron a los alumnos a ser más analíticos al leer las preguntas que se les planteaban, y/o al resolver los problemas; y/o también pudieron ayudarles a desarrollar estrategias intuitivas.

### 3.5 LA PERSPECTIVA TÉCNICA.

#### 3.5.1 Conocimiento técnico del uso del software y del equipo.

Como se mencionó anteriormente, a lo largo de las actividades realizadas durante los seminarios del proyecto de desarrollo (ver Anexo 11) me percaté de la importancia y necesidad de que el profesor tenga un conocimiento mínimo de las herramientas tecnológicas para poderlas utilizar en su práctica. Así pues, yo como profesor me di cuenta de la importancia de capacitarme más en el uso de los diferentes software educativos (Excel, Cabri, Logo, CAS) que iba a utilizar en el desarrollo del proyecto; para

posteriormente poder capacitar a los alumnos del grupo donde se propusieron las actividades de este proyecto.

### 3.5.2 Dificultades técnicas.

Pero, por muy preparado que esté el profesor para la utilización de las herramientas tecnológicas, existen ciertos obstáculos a los que uno se enfrenta y que muchas veces están fuera de nuestro control como los que se presentan a continuación. Hay que estar preparado para la posibilidad de imprevistos para de ser posible poderles dar solución.

#### Dificultades para el uso del aula.

A lo largo del proyecto, se tuvieron muchas dificultades para la utilización de las herramientas tecnológicas en mi práctica docente (ver reportes de dificultades en Anexos 2, 4 y 6). Por ejemplo:

- ✓ A pesar de que se dieron todas las facilidades para tener acceso al aula de medios se tenía que pedir permiso en cada ocasión con antelación para no coincidir con otro profesor.
- ✓ Después de la segunda semana de junio ya no se tenía acceso al aula de medios, porque se hacían los inventarios de fin de ciclo escolar y se clausuraba dicha aula.
- ✓ En los ciclos escolares 2006-2007 y 2007-2008 no se pudo tener acceso continuo al aula de medios por diversos motivos que se enlistan a continuación:
  - a. De noviembre de 2006 a marzo de 2007, estaba el aula en remodelación (para poner piso de loseta, pintarse y poner instalación nueva).
  - b. Posteriormente, en junio del 2007, no estaban las computadoras ya que se quitaron para ocupar este espacio para una muestra pedagógica de fin de ciclo escolar.

- c. Al inicio del ciclo escolar 2007-2008, las computadoras estaban en mantenimiento.
- d. Después el aula se ocupó para almacenar los libros de texto.
- e. En la tercera semana del mes de septiembre 2007, aún no se había tenido acceso al aula de medios. Como llegaron 20 computadoras nuevas al aula de cómputo, las máquinas se pasaron al aula de medios y no se pudo trabajar como se ilustra en la Figura 3.18.

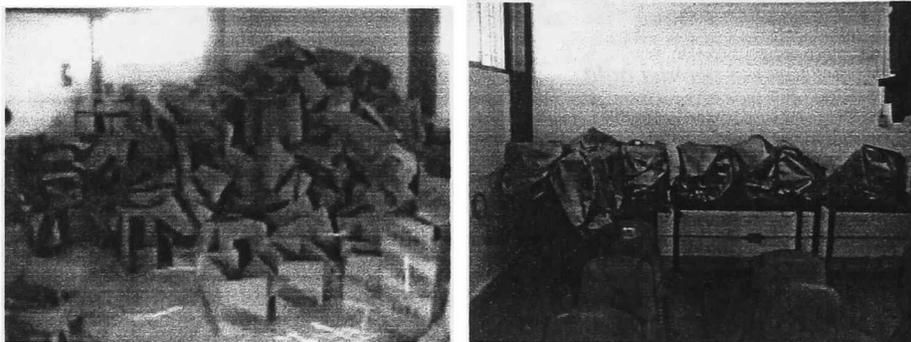


Figura 3.18. Estas fotografías muestran los diversos usos que se le dió al aula de medios lo que obstaculizó su uso cuando se tenía programado.

### *Problemas con el equipo.*

Además de las dificultades para acceder al aula de medios, otro problema frecuente fueron los problemas con los equipos de cómputo lo que llevó a que se tuviera que adecuar el plan de trabajo. Por ejemplo:

- ✓ Una de las razones de la decisión de enfocarnos al uso de la Hoja Electrónica de Cálculo fue que no pudimos cargar otros programas en los equipos debido a que la persona encargada del mantenimiento de las computadoras introdujo una contraseña que impedía la instalación de nuevo software.
- ✓ Otra situación fue que las máquinas eran viejas y no funcionaban de manera adecuada (e.g. no funcionan las disqueteras, no reconocían las memorias

USB). Además tenían instalado un programa que eliminaba todo lo nuevo que se hubiera introducido en una sesión, lo que impedía la recuperación de archivos de trabajo.

### **3.6 EL CONTEXTO SOCIAL.**

En esta sección se hace referencia a dos situaciones anecdóticas que ilustran el impacto que tuvo mi formación relacionada con el uso de las tecnologías digitales durante el proyecto de desarrollo, en mi entorno social. Estas anécdotas tratan: i) sobre el intercambio de ideas que tuve con un colega profesor acerca del uso de la tecnología para abordar temas matemáticos; y ii) una situación que me ocurrió con mi hijo de 6° grado de primaria.

#### **3.6.1 Impacto y colaboración con los colegas.**

Al estar practicando en una computadora del aula de medios, un compañero profesor se acercó con curiosidad para preguntar lo que estaba haciendo. Al referirle que resolvía un problema algebraico con Excel se mostró interesado y preguntó si se podía resolver cualquier problema. Respondí que dependía de la naturaleza del problema ya que existen otros software que podrían ser más adecuados en ciertas circunstancias.

Este compañero da clases de física a nivel medio superior y propuso que calculáramos los valores de las diferentes razones trigonométricas en un círculo unitario. Le mencioné que con Cabri era más fácil construir el círculo unitario, y le pregunté de qué medida de ángulo y de qué función trigonométrica quería encontrar el valor, pues con este software se pueden obtener los valores ya sea del seno, coseno o tangente; también le mencioné que podíamos calcularlos de manera simultánea y observar cómo variaban los valores en cada función para los diferentes ángulos del triángulo rectángulo (ver Figura 3.6, en la sección 3.2.1.7).

Se mostró gratamente sorprendido de cómo la tecnología puede hacer que un tema muy abstracto sea más accesible (y por tanto interesante) para los alumnos.

Posteriormente preguntó si con Cabri podíamos ver que al aumentar el número de lados de un polígono, éste se va pareciendo más a un círculo. Contesté que con Logo era más sencillo ver esta característica y empezamos a programar la construcción de un triángulo equilátero, un cuadrado, un pentágono, etc. (ver Figura 3.19).

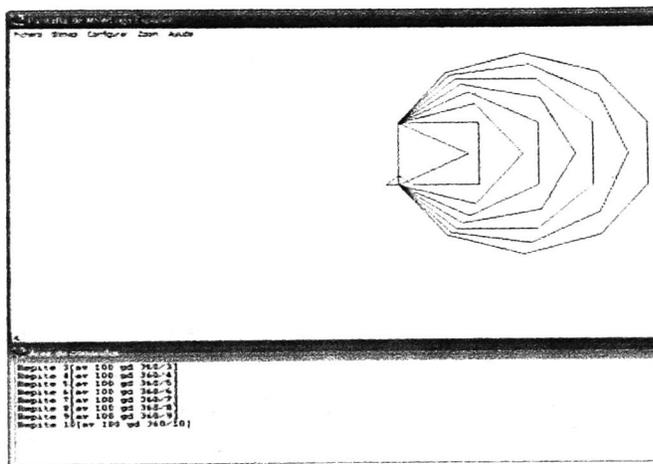


Figura 3.19. Polígonos con Logo.

Él comentó que siempre había realizado esta actividad con lápiz y papel pero que empleaba mucho tiempo en esta actividad; pero con la computadora era más fácil y rápido.

Al estar comentando de cómo el uso de la computadora en el aula cambia de manera radical la forma de enseñar, este colega se propuso el reto de actualizarse y aprender más acerca de la tecnología a pesar de que estaba próximo a jubilarse.

Esta experiencia me causó un impacto positivo en mi mismo, porque de ser un simple usuario de la tecnología, pasé a compartir mis aprendizajes sobre el tema con mis pares.

### 3.6.2 Extensión a la familia.

En otra anécdota, en el período vacacional de verano, mi hijo de 11 años, que acababa de concluir la primaria, me pidió permiso para salir a jugar pero le sugerí que mejor estudiara un poco y después podría salir. Le sugerí que utilizara Logo para construir un



quería usar, como suele suceder con Logo, era el interno de  $60^\circ$  y no el rotación de  $120^\circ$ ); y a pesar de que su manera de razonar fue la correcta entendiendo que: *“como una vuelta completa son  $360^\circ$  y son 3 ángulos le toca a cada uno  $120^\circ$ ”*, no entendía por qué tenía que utilizar estos grados pues sabía que a cada ángulo interno del triángulo le correspondían  $60^\circ$ . Le expliqué que Logo usaba los ángulos de giro para construir polígonos, y no los ángulos interiores, y entonces entendió.

Es de hacer notar que los niños no tienen ningún problema para usar las diversas herramientas tecnológicas que hay en la actualidad, pues tienen una facilidad innata para ello. Así que corresponde a los profesores aprovechar esta característica de los alumnos para que aprendan de manera significativa con las herramientas tecnológicas.

En mi caso, el poseer los conocimientos tecnológicos y académicos adquiridos en el transcurso de la maestría, me permitió improvisar una situación didáctica con mi hijo que nos resultó a ambos muy satisfactorio. Tanto esta experiencia como todas las que he tenido con mis alumnos y colega me han ayudado a aprender cómo enseñar apoyado en la tecnología.

# CAPÍTULO IV

## EXPERIENCIAS DE USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS.

---

### 4.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO

En este capítulo, se presentan algunas experiencias del desempeño de algunos alumnos al resolver problemas matemáticos, durante el desarrollo del proyecto y registrados a través de las hojas de trabajo, los archivos electrónicos, las fotografías tomadas y las entrevistas plenarias realizadas. A partir de eso, se analizan las posibles aportaciones del uso de las herramientas tecnológicas para la resolución de problemas algebraicos.

Las experiencias narradas aquí son tomadas de la tercera etapa del proyecto (ciclo escolar 2007-2008) donde, en la resolución de problemas algebraicos, se les pedía a los alumnos que involucraran todas las herramientas tecnológicas y que construyeran una fórmula algebraica con la cual pudiesen resolver el problema planteado.

Para este fin y para que los estudiantes empezaran a dar el salto hacia mayores abstracciones y maneras más algebraicas en la resolución de los problemas, se les guió en las hojas de trabajo (ver Figura 4.1) con indicaciones como las siguientes:

- Haz un dibujo con lápiz y papel del problema que se te plantea, y resuélvelo.
- Ahora con Cabri o Logo haz el mismo dibujo.

- Menciona qué conocimientos debes de tener para resolver el problema.
- Comprueba las operaciones que hiciste con la Hoja Electrónica de Cálculo.
- Construye una fórmula algebraica con la cual puedas resolver el problema que se te planteó.

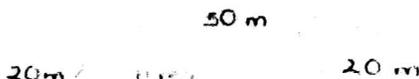
### ÁREA MÁXIMA DE UN TERRENO \*\*\*

EQUIPO N°: 10 FECHA: 17 de Abril del 2008

NOMBRES: Beatriz\*\*\* Alejandro\*\*\*

**Problema:** Se va a cercar una parte de un terreno que colinda con un río y sólo se dispone material para construir 90 m de barda. Si se quiere que la parte cercada tenga forma rectangular, ¿cuáles serán las dimensiones del terreno de mayor área que se puede bardar?

- a) Con lápiz y papel elabora un dibujo del problema.



- b) Utiliza ahora cabri o logo para hacer el dibujo.  
c) Menciona que conocimientos debes de tener para resolver el problema

\* saber los ángulos de la figura  
\* saber sacar el área  
\* saber hacer las operaciones algebraicas

- d) Encuentra una fórmula para resolver el problema.  $90 \div 3 = 30$  y  $2L = 10$  o  $2L = 20$  m  
bueno, como sabemos que en 90 m de barda, y solo se  
3 lados de el rectángulo de terreno se hacen  
que cercar, entonces dividimos  $90 \div 3$  y nos  
dió 30 y como sabemos que es un rectángulo  
no puede medir lo mismo los 3 lados  
entonces lo quitamos a los 30 m, y  
e) Realiza los cálculos con Excel

quedan 2 lados de 20m  
y 1 de 30m

Figura 4.1. Hoja de trabajo donde se guía a los alumnos con indicaciones concisas.

Estas indicaciones tenían como finalidad que los alumnos empezaran a razonar las propiedades geométricas que tendría la figura que iban a dibujar. Es de mencionar que la mayoría de los equipos para hacer el dibujo de manera electrónica empleó para este fin el software de Logo, y en palabras de ellos dijeron que se les hacía más fácil que Cabri.

## 4.2 EXPERIENCIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MÁXIMOS

### 4.2.1 El Problema de la Cajita.

A continuación se muestran los resultados y hojas de trabajo de algunos equipos a los que se les pidió que resolvieran el siguiente problema de máximos (el “Problema de la Cajita”; ver Anexo 10):

A partir de un pedazo de lámina rectangular que mide 20 por 30 centímetros se va a formar una cajita, cortando cuadritos de las esquinas y luego doblando los lados. ¿Cuál será el volumen de la cajita si los cuadritos miden 1, 2, 3, . . . y 10 centímetros de lado? ¿De qué tamaño deben ser los cuadritos para que la cajita tenga el mayor volumen posible?

#### 4.2.1.1 Primer ejemplo de resolución del problema por parte de algunos alumnos.

En la Figura 4.2 se observa la estrategia utilizada por un equipo de trabajo: primero elaboraron, con lápiz y papel, el dibujo del problema; después de analizar el problema, los estudiantes dedujeron que con un solo dibujo del rectángulo, podían ir quitando mentalmente los cuadritos de diferente tamaño de las esquinas, y así encontrar el largo y ancho del rectángulo que queda después de recortar las esquinas. Concluyeron que no había necesidad de hacer varios dibujos (al parecer con uno se imaginaron los demás): “...no tendría caso hacer de dos, siendo que solo se va quitando un cm de cada lado conforme va aumentando”

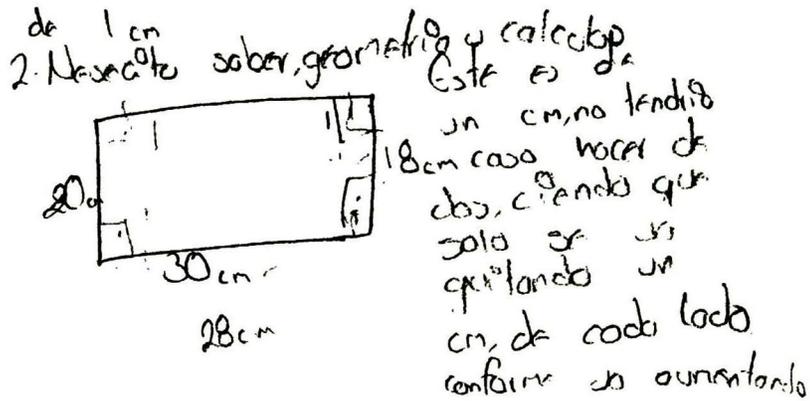


Figura 4.2. Parte del anverso de una hoja de trabajo que muestra las anotaciones hechas por un equipo.

Los conocimientos previos que estos alumnos consideraron necesarios conocer para resolver este problema son el saber geometría y hacer cálculos.

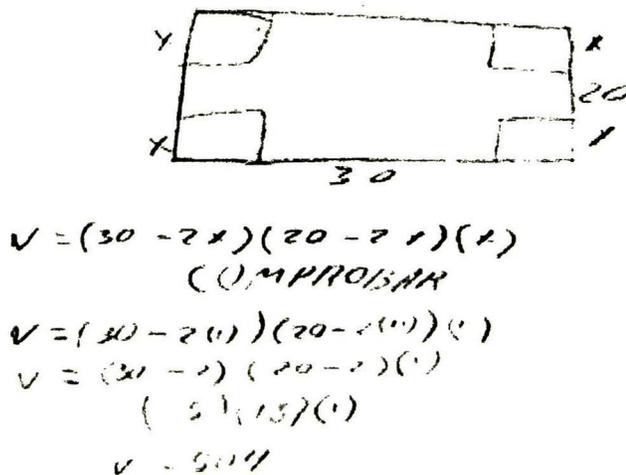


Figura 4.3. Reverso de la hoja de trabajo en la que se aprecia la fórmula encontrada por el equipo y la comprobación para  $X=1$ .

En la Figura 4.3 se observa la fórmula  $V = (30-2X)(20-2X)(X)$  con la cual los estudiantes lograron calcular el volumen de la cajita para cualquier valor de  $X$ . Cabe señalar que para que lograran deducir esta fórmula algebraica para calcular el volumen de la cajita, tuve que guiarlos, pues en un principio se les dificultó.

Al efectuar la comprobación lo hicieron para el valor de  $X=1$  y vieron que el resultado era el mismo que obtuvieron con la Hoja Electrónica de Cálculo (ver Figura 4.4); con esto concluyeron que no era necesario seguir sustituyendo los demás valores para  $X$ .

	A	B	C	D
1	28	18	1	504
2	26	16	2	832
3	24	14	3	1008
4	22	12	4	1056
5	20	10	5	1000
6	18	8	6	864
7	16	6	7	672
8	14	4	8	448
9	12	2	9	216
10	10	0	10	0

Figura 4.4. Parte de una hoja de cálculo que muestra el trabajo hecho por alumnos, en el cual se ve el volumen máximo de la cajita y la fórmula empleada.

Cuando a este equipo se le pidió que compararan la manera anterior que tenían para resolver problemas algebraicos (sin tecnología) con esta otra, en la cual se auxilian con la computadora señalaron que las herramientas tecnológicas les fueron de mucha utilidad para modelar y comparar diversas estrategias de solución para el problema; también mencionaron que tardaron menos tiempo con las herramientas tecnológicas que con papel y lápiz.

#### 4.2.1.2 Segundo ejemplo de resolución del problema anterior por parte de otros alumnos.

En esta misma actividad hubo otro equipo que también llegó a encontrar la fórmula para obtener el volumen de la cajita. Escribieron en su hoja de trabajo fueron que para resolver el problema es necesario saber geometría, razonar matemáticamente y, si se utiliza computadora, hay que conocer los programas.

Este equipo para calcular el volumen de la cajita utilizó la expresión:

$$V = (30 - 2x)(20 - 2x)(x)$$

Y la redujeron a la expresión:

$$V = 600x - 100x^2 + 4x^3$$

Al pedirles que comprobaran su fórmula con cualquier valor notaron que conforme sustituían el valor de  $x$  con sus diferentes valores (1, 2, 3,...) se les hacía más difícil hacer el cálculo con lápiz y papel (ver Figura 4.5), por lo que les sugerí que primero resolvieran las operaciones de los paréntesis y posteriormente multiplicaran lo obtenido en ellos. Al igual que el equipo anterior comentaron que utilizando Excel era más fácil y rápido sustituir los valores de  $x$  en la fórmula.

The image shows handwritten mathematical work. At the top, the volume formula is written as  $V = (30 - 2x)(20 - 2x)(x)$ . Below it, the student has expanded the first two terms:  $V = (600 - 60x - 40x + 4x^2)(x)$ . The next line shows the result of the multiplication:  $V = 600x - 100x^2 + 4x^3$ . Underneath, the word "Comprobación" is written. The student then substitutes  $x=1$  into the simplified formula:  $V = 600 - 100(1)^2 + 4(1)^3$ . This leads to  $V = 600 - 100 + 4$ , and finally  $V = 504$ . A second verification attempt is shown for  $x=2$ :  $V = 600 - 100(2)^2 + 4(2)^3$ .

Figura 4.5. Parte de una hoja de trabajo donde se aprecia la simplificación de la fórmula para calcular el volumen de la cajita y las dificultades para su comprobación.

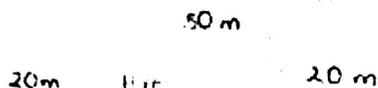
#### 4.2.2 El Problema del Terreno

Otro problema de máximos que se les planteó a los alumnos fue el siguiente:

Se va a cercar una parte del terreno que colinda con un río y solo se dispone material para construir 90 metros de barda. Si se quiere que la parte cercada tenga forma rectangular, ¿cuáles serán las dimensiones del terreno de mayor área que se puede bardar?

#### 4.2.2.1 Primer ejemplo de resolución del problema del terreno.

a) Con lápiz y papel elabora un dibujo del problema.



c) Menciona que conocimientos debes de tener para resolver el problema.

- \* saber los ángulos de la figura
- \* saber sacar el área
- \* saber hacer las operaciones indicadas

d) Encuentra una fórmula para resolver el problema

$90 \div 3 = 30$  /  $2 \times 10 = 20$  m  
 bueno como sabemos que son 90 m de barda y solo  
 3 lados de el rectángulo de tener 20 m de  
 que cercar, entonces dividimos  $90 \div 3$  y nos  
 dio 30 y como sabemos que es un rectángulo  
 no puede medir lo mismo los 3 lados  
 entonces le quitamos 10 m a 2 lados de 20 m y  
 queda 2 lados de 20 m  
 y 1 de 50 m

Figura 4.6. Parte de la hoja de trabajo que muestra la estrategia utilizada por el equipo para resolver el problema del terreno.

Los integrantes de un equipo comentaron en su hoja de trabajo que para resolver este problema tenían que saber cómo hacer los ángulos con el software, cómo sacar el área y

saber hacer las operaciones indicadas. Este equipo, como la mayoría, utilizó Logo para hacer su figura; dijeron que se les hacía más fácil.

La estrategia que emplearon para obtener la fórmula y encontrar el área máxima fue por tanteo, ya que consideraron los tres lados del rectángulo (el otro es el río) y dividieron los 90 metros entre tres, obteniendo una longitud de 30 metros por lado; pero concluyeron que si se trataba de un rectángulo “no puede medir lo mismo los 3 lados”; de ahí empezaron a restar a dos lados y a aumentarle al lado que quedaba, lo que quitaban a los otros dos hasta encontrar la solución en la que dos lados miden 20 metros cada uno y el tercero 50 metros (ver Figura 4.6).

Es notable ver que de este modo encontraron un valor aproximado de las dimensiones que debía tener el rectángulo para obtener el área máxima, pero ya con la Hoja Electrónica de Cálculo, introduciendo decimales, pudieron encontrar el resultado exacto para este problema matemático. La hoja electrónica les facilitó el manipular de manera versátil diversos valores para el largo y ancho del rectángulo, como se puede constatar en la Figura 4.7.

	A	B	C	D	E
1	ancho	ancho	largo(90-a2+b2)	perimetro(a2+b2+c2)	area(a2*c2)
2	1	1	88	90	88
3	2	2	86	90	172
4	3	3	84	90	252
5	4	4	82	90	328
6	5	5	80	90	400
7	6	6	78	90	468
8	7	7	76	90	532
9	8	8	74	90	592
10	9	9	72	90	648
11	10	10	70	90	700
12	11	11	68	90	748
13	12	12	66	90	792
14	13	13	64	90	832
15	14	14	62	90	868
16	15	15	60	90	900
17	16	16	58	90	928
18	17	17	56	90	952
19	18	18	54	90	972
20	19	19	52	90	988
21	20	20	50	90	1000
22	21	21	48	90	1008
23	22	22	46	90	1012
24	22.1	22.1	45.8	90	1012.18
25	22.2	22.2	45.6	90	1012.32
26	22.3	22.3	45.4	90	1012.42
27	22.4	22.4	45.2	90	1012.48
28	22.5	22.5	45	90	1012.5
29	22.6	22.6	44.8	90	1012.48
30	23	23	44	90	1012
31	24	24	42	90	1008
32	25	25	40	90	1000

Figura 4.7. Parte de una Hoja Electrónica de Cálculo que muestra el procedimiento de un equipo de trabajo para encontrar el resultado exacto al problema del terreno.

#### 4.2.2.2 Segundo ejemplo de resolución del problema del terreno utilizando conocimientos previos.

En la resolución del problema anterior los integrantes de otro equipo de trabajo lograron obtener la fórmula razonando de la siguiente manera (ver Figura 4.8):

Primero, tener 2 anchos como base, largo y perímetro, después multiplicarlo en Excel, y al final reconocer cual es [la fórmula] más básica:

$$\text{Ancho} + \text{Ancho} + \text{Largo} = \text{Perímetro} \quad A + a + L = \text{Perímetro}$$

$$\text{Ancho} \times \text{Largo} = \text{Área} \quad A \times L = \text{Área}$$

d) Encuentra una fórmula para resolver el problema.

primero, tener 2 anchos como base, largo y perimetro  
despues, multiplicarlo en excel, y al final reconocer  
cual es el mas basico:

Formula  
 $Ancho + Ancho + largo = Perimetro$      $A + A + L = Perimetro$   
 $Ancho \times largo = Area$                        $A \times L = Area$

e) Realiza los cálculos con Excel.

$$A = bh$$

$$A = (90 - 2X) X$$

Figura 4.8. Parte de una hoja de trabajo donde un equipo describe como obtuvo la fórmula para calcular el área máxima de un rectángulo con un perímetro dado.

Así dedujeron, comunicándose sus resultados y estrategias de resolución, la fórmula algebraica para calcular el área que se pedía:

$$A = (90 - 2X) X$$

Este equipo al usar Excel tampoco tuvo ninguna dificultad para calcular el resultado exacto y correcto para este problema, como lo muestra la Figura 4.9.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	ancho	ANCHO	largo	perimetro	area		ancho	ANCHO	largo	perimetro	area
2	1	1	88	90	88		22.1	22.1	45.8	90	1012.18
3	2	2	86	90	172		22.2	22.2	45.6	90	1012.32
4	3	3	84	90	252		22.3	22.3	45.4	90	1012.42
5	4	4	82	90	328		22.4	22.4	45.2	90	1012.48
6	5	5	80	90	400		22.5	22.5	45	90	1012.5
7	6	6	78	90	468		22.6	22.6	44.8	90	1012.48
8	7	7	76	90	532						
9	8	8	74	90	592						
10	9	9	72	90	648						
11	10	10	70	90	700						
12	11	11	68	90	748						
13	12	12	66	90	792						
14	13	13	64	90	832						
15	14	14	62	90	868						
16	15	15	60	90	900						
17	16	16	58	90	928						
18	17	17	56	90	952						
19	18	18	54	90	972						
20	19	19	52	90	988						
21	20	20	50	90	1000						
22	21	21	48	90	1008						
23	22	22	46	90	1012						

Figura 4.9. Parte de una Hoja Electrónica de Cálculo que muestra los resultados obtenidos por el equipo 12 al resolver el problema de área máxima de un terreno.

### 4.3 INFLUENCIA DE EXPERIENCIAS TECNOLÓGICAS PARA ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En la Figura 4.10 se muestra una parte de la resolución de un examen por una alumna, y se ve cómo ésta logra resolver de una manera muy particular (posiblemente influenciada por su trabajo previo con la computadora de resolución de problemas matemáticos) el siguiente problema:

“Para calcular el peso ideal de un niño un pediatra utiliza la función:  $P=2e+8$ .  
¿Cuánto debe pesar un niño de cuatro años y tres meses de edad?”

Para calcular el peso ideal de un niño un pediatra utiliza la función:  $P=2e+8$   
¿Cuánto debe pesar un niño de cuatro años y tres meses de edad?

4 años:  $4 \cdot 2 + 8 = 8 + 8 = 16$   
3 meses:  $3 \cdot 3 = 0.5$  años  
16.5 kg

Figura 4.10. Parte de un examen donde se muestra la estrategia de resolución efectuada por una alumna en un problema matemático.

Este problema fue particularmente complejo para los estudiantes. Sin embargo, la alumna en cuestión, resolvió este problema de la siguiente manera:

Primero, usando la fórmula, sumó dos veces 4 (que son los años de la edad) y le sumó 8. Así obtuvo (para un niño de 4 años) un peso ideal de 16 kg. A esto le sumó dos veces los meses: i.e.  $3+3= \frac{1}{2}$  año, que en decimales es 0.5 años; obteniendo así el resultado correcto que es 16.5 kg. A pesar que involucró en una operación kilogramos y meses pudo sin ningún contratiempo reducir los términos semejantes.

**Explicó:**

**“Separé primero dos veces los años ( $4+4=8$ ), luego sumé la constante (8) y me dio 16, por último 2 veces 3 meses son 6 meses lo que me da 0.5 años. Por lo tanto el resultado sería 16.5 kilogramos”**

**La forma en la que esta alumna resolvió el problema fue influenciada por su trabajo previo con la computadora para la resolución de problemas matemáticos: Ella misma comentó que imaginó que estaba resolviendo el problema con hoja de cálculo, por lo que desglosó los diferentes elementos como si estuvieran en columnas de hoja de cálculo. Esto le permitió identificar los elementos del problema lo que le facilitó la resolución del mismo.**

# CAPÍTULO V

## CONCLUSIONES

---

En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas del Proyecto de Desarrollo, haciendo un breve recuento de las aportaciones y cambios, que me parecen más sobresalientes, derivados de mis experiencias durante el proyecto de desarrollo y de la incorporación de tecnologías a mi práctica docente, así como para la resolución de problemas algebraicos.

Se recuerdan las preguntas que guiaron este trabajo:

1.- ¿Qué tipo de cambios se requieren y se promueven en la cultura escolar como resultado de la incorporación de las tecnologías digitales en la enseñanza de matemáticas?

2.- ¿Cuáles son las posibles aportaciones del uso de las tecnologías digitales en la resolución de problemas algebraicos?

3.- ¿Cómo se caracterizan las soluciones a las que llegan los alumnos al resolver problemas algebraicos haciendo uso de las tecnologías digitales?

Las conclusiones se presentan desde la perspectiva del profesor, y del posible impacto en los alumnos y en los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como la consideración de las tecnologías como auxiliares didácticos. Finalmente se presentan unas ideas para trabajo futuro.

### 5.1 APORTACIONES Y CAMBIOS DERIVADOS DEL PROYECTO DE DESARROLLO Y DE LA INCORPORACION DE TECNOLOGÍAS A MI PRÁCTICA DOCENTE

A manera de reflexión final puedo decir que la incorporación de las tecnologías digitales en el aula de matemáticas, es un factor determinante que provoca cambios

positivos y graduales entre los involucrados en el proceso educativo escolar como se muestra en el esquema dado a continuación (Figura 5.1).

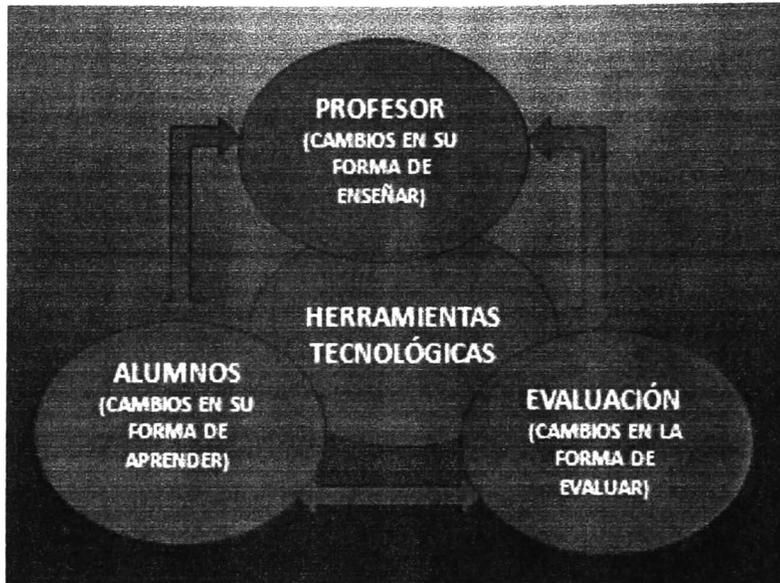


Figura 5.1. Cambios que se pueden dar al utilizar las herramientas tecnológicas en el aula.

En la figura anterior podemos observar que mediante un uso significativo de las herramientas tecnológicas, se pueden generar cambios positivos y directos en, y entre, los protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje:

- En el profesor, en su forma de enseñar.
- En el alumno, en su forma de aprender.
- En la evaluación: ya no se hace de manera rigorista.

A continuación resumo algunos de los cambios observados en cada uno de esos aspectos

### 5.1.1 Apreciación de la Tecnología como Docente.

De las cosas que más me impactaron al trabajar en el proyecto fue el haber aprendido cómo las herramientas tecnológicas pueden cambiar la forma de percibir un problema matemático por parte, tanto del profesor, como del alumno. En mi papel de profesor-

alumno (ver Anexo 11) pude constatar la utilidad, versatilidad y complementariedad que tienen las herramientas tecnológicas cuando, por ejemplo, se trata de resolver problemas. Esta versatilidad y complementariedad, al abordar una situación problemática, nos permite ver y entender las distintas propiedades que de manera inherente están inmiscuidas en un problema. También nos permiten corroborar los resultados de una manera sencilla y rápida.

### 5.1.2 Nueva Perspectiva del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje.

A raíz de mis experiencias durante la maestría y en el proyecto de desarrollo, cambiaron mis perspectivas sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje. A diferencia de antes, me considero ahora un profesor más analítico y reflexivo en mi práctica docente: ya no me interesa cumplir con un programa de clases, sino que ahora busco que mis alumnos construyan conocimientos, de manera significativa, que les ayuden en sus estudios posteriores.

Mi rol protagónico de transmisor del conocimiento se vio cambiado a observador, conductor y asesor de las actividades propuestas en clase. Sobre todo derivado del uso de las tecnologías, aprendí a ser más paciente y receptivo de lo que mis alumnos pueden enseñarme: ahora acepto que puedo aprender junto con, y de, mis alumnos, estrategias para resolver un problema matemático. Me dí cuenta que la tecnología puede hacer más autosuficientes a los alumnos; sin embargo el papel del profesor como guía y mediador sigue siendo fundamental.

Al calificar las actividades de mis alumnos, ya no solo me baso en los resultados, sino que ahora busco la forma en que ellos obtuvieron sus resultados, me fijó en los errores que están cometiendo con frecuencia, para luego tratar de guiarlos con ejemplos más sencillos para que ellos mismos se percaten de sus errores.

Por otro lado, me percaté que la actualización y capacitación de los profesores es de suma importancia, pues esto ayuda a que cambie la perspectiva desde la cual se aborda un problema; además permite discernir la mejor manera de modelarlo para su resolución. Es por lo tanto importante que el profesor tenga la disposición de actualizarse para desarrollar sus conocimientos y habilidades en el uso de la tecnologías, y para comprender mejor, no sólo cómo utilizarlas, sino también el potencial que pueden tener en el salto hacia la abstracción algebraica.

Finalmente, ya no soy impulsivo al tratar de resolver los problemas: ahora soy más analítico y busco varias formas de solución y si tengo acceso a la tecnología me apoyo en ella para encontrar el resultado.

### **5.1.3 Impacto de la Experiencia del Proyecto en los Alumnos**

En lo referente a los alumnos, ellos mismos comentaron que esta nueva forma de aprender con ayuda de la tecnología es entretenida, fácil de usar y aprenden jugando (ver Anexos. 2 y 4). Sin embargo, unos pocos sí fueron apáticos y desinteresados, según registramos en nuestros registros de observaciones (Anexo 1).

Pero en general, usar las tecnologías digitales para resolver problemas algebraicos causó un impacto positivo en los estudiantes: se dieron cuenta que por sí mismos pueden llegar al resultado correcto de un problema matemático y no sienten la presión del factor tiempo como cuando se hacen los cálculos a mano. Observamos que aprendieron a modelar los problemas con lápiz y papel con estrategias inspiradas en su trabajo con tecnología; por ejemplo, imaginando que lo hacían con Excel, disponían los datos en columnas para facilitar el cálculo de las operaciones e ir desechando las respuestas incorrectas hasta dar con el resultado correcto (ver Anexo 9 y también la sección 4.3).

Al parecer, el trabajo realizado apoyado en las tecnologías digitales, ayudó a los alumnos a ser más analíticos.

## **5.2 LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES COMO AUXILIAR DIDÁCTICO.**

De lo observado y la evidencia recabada, consideramos que un uso adecuado de las herramientas tecnológicas puede constituir un auxiliar didáctico importante, cuando es usado de manera adecuada y más aún cuando el estudiante se logra apropiarse del software de manera significativa. Por ejemplo, dichas herramientas pueden ayudar a promover en los alumnos estrategias de modelación y conocimientos diversos, útiles para resolver problemas. Más aún, pueden ser herramientas de suma utilidad para fomentar el paso del lenguaje verbal a un lenguaje algebraico inducidos por el profesor (ver Anexo 6), como lo marcan los nuevos planes de estudio 2006, y para que los estudiantes sepan utilizar variables de acuerdo a sus tres usos (número general, incógnita específica y en una relación funcional; ver Ursini, 2005).

## **5.3 PROYECTOS FUTUROS.**

El proyecto que desarrollé tuvo muchas limitaciones, como se narró en capítulos anteriores. Por supuesto, espero poder continuar tratando de incorporar más el uso de las herramientas tecnológicas a mi práctica docente, no sólo para la resolución de problemas algebraicos, sino para otros temas, y adquiriendo más experiencia en ello.

También considero que resultaría interesante trabajar con un mismo grupo escolar durante los tres años que abarca la educación secundaria y observar su desempeño académico en las diferentes pruebas que se efectúan en México (Enlace, Excale, PISA), contrastando los resultados con otros grupos de la misma escuela o Zona Escolar que no hagan uso de la tecnología al resolver problemas.

Otra situación que también me gustaría realizar, es trabajar con otros profesores de matemáticas, y/o ciencias, y observar los cambios que se dan en ellos al utilizar la tecnología en sus prácticas docentes.

# BIBLIOGRAFIA

---

- Alarcón, J., Bonilla, E., Nava, R., Rojano, T. & Quintero, R. (1994). Libro para el Maestro. En SEP (Ed.), *Matemáticas Secundaria* (pp. 123-178). México, D. F.
- Alemán, A. (1998). *La enseñanza de la matemática asistida por computadora*. Experiencias Nacionales. Sin publicar.
- Alpízar, M. (2005). *Exploración de los conceptos y significados que utilizan profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- Cedillo, T. y Rojano, T. (2002). *De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de calculadora*, México: SEP.
- Córdoba, J. (2005). *Uso didáctico de errores de sintaxis para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (1998). Constructivismo y aprendizaje significativo, Cap. 2 (pp. 13-33) en *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw-Hill.
- Gamboa, R. (2005). *Representaciones, estrategias y recursos matemáticos que exhiben profesores en la resolución de problemas de optimización con el empleo de la tecnología*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- Harel, I. & Papert, S. (eds.), (1991), *Constructionism*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

- Landa, J. (2003). *Mediación de la hoja electrónica de cálculo en la composición de funciones*. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- Lizarazu, C. (2005). *Exploraciones de los alumnos del nivel medio superior mediante el uso de la calculadora TI-92 en la solución de sistemas de ecuaciones de 2x2*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- Mc Farlane, A. (2001). *El aprendizaje y las tecnologías de la información. Experiencias, promesas, posibilidades*. España: Aula XXI. Santillana.
- Mochón, S., Rojano, T. & Ursini, S. (2000). *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo*. México, DF: SEP-ILCE.
- Morales, B. (2003). *Hacia la sintaxis algebraica: estudio de casos con el uso de la hoja electrónica de cálculo*. Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México, D.F.
- NCTM (1990). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. En S. Thales (Ed), *Estándares curriculares para los niveles 9-12* (pp.123- 138). Sevilla, España.
- Niess, M. (2003a, Septiembre 20). *Como utilizar las hojas de cálculo para resolver ecuaciones*. Extraído el 5 octubre, 2006 de <http://www.eduteka.org/HojaCalculo1.php>
- Niess, M. (2003b, Septiembre 20). *La hoja de cálculo. Una poderosa herramienta de aprendizaje*. Extraído el 5 octubre, 2006 de <http://www.eduteka.org/HojaCalculo2.php>
- O'Dwyer, L., Russell, M. & Bebell, D. (2005). Identifying teacher, school, and district characteristics associated with middle and high school teachers' use of technology: A multilevel perspective. *Journal of Computing Research* 33(4), 369-393.

- Papert, S. (1981). *Desafío a la mente. Computadoras y educación*. Buenos Aires: Ed. Galápagos.
- Rabardel, P. (1999). *Elementos para una aproximación instrumental en didáctica de las matemáticas*. Conferencia presentada en la escuela de verano de didáctica de las matemáticas. París, Francia.
- Rojano, T., Sutherland, R., Jinich, E., Mochón, S. & Molyneux, S. (1996). Investigaciones en matemática educativa. En F. Hitt (Ed), *Las Prácticas matemáticas en las materias científicas de la enseñanza media: el papel de la modelación* (pp. 365-388). México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Sacristán, A. (2005). *Programación computacional para matemáticas de secundaria. Libro para el maestro. Complemento al libro del alumno*. México, D.F: SEP-ILCE.
- Sacristán, A. (2005). Teachers' difficulties in adapting to the use of new technologies in mathematics classroom and the influence on students learning and attitudes. En Wilson & Lloyd (Eds.). *Proceeding of the 27<sup>th</sup> annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA)*, Roanoke, VA. Documento electrónico.
- Sacristán, A. & Esparza, E. (2005). *Programación computacional para matemáticas de secundaria. Libro de actividades para el alumno*. México, D.F: SEP-ILCE.
- Sacristán, A.I. & Esparza, E. (2006) "Investigación asociada a la puesta en práctica de la herramienta Logo". Cap. VII.2 en Rojano, T. (Ed.) *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología, EFIT y EMAT: Modelo de transformación de las prácticas de la interacción social en el aula*, pp. 144-157. México: Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) y Secretaría de Educación Pública (SEP).
- Sacristán, A.; Sandoval, I. & Gil, N. (2007). Incorporating digital technologies to the mathematics classroom: in service teachers reflect on the changes in their practice" En Lamberg, T., & Wiest, L. R. (Eds.) *Proceedings of the 29 annual meeting of the*

- North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Exploring Mathematics Education in Context* (pp. 137-144). Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno. CD-ROM.
- Santos, L. & Díaz Barriga, E. (1999). Validación y exploración de métodos de solución a problemas propuestos a través del uso de la tecnología. *Revista Educación Matemática*, 2(2), 90-101.
- Santos T., L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Ursini, S. & Orendain, M. (2000). *Geometría dinámica*. México, D.F: SEP-ILCE.
- Ursini, S. & Orendain, M..(2002). *De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de la calculadora*. México, D.F: SEP-ILCE.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. México: Trillas.
- Vega, E. (1999). *Procesos de la modelación en biología y química: el papel de la hoja electrónica de cálculo*. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, México.



# ANEXOS

---

**ANEXO 1. GUIÓN DE OBSERVACIÓN**

**ANEXO 2. REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL CON ALUMNOS**

**ANEXO 3. HOJAS DE TRABAJO RESUELTAS**

**ANEXO 4. REPORTE DE TRABAJO CON CABRI EN EL AULA.**

**ANEXO 5. REPORTE DE TRABAJO CON LA CALCULADORA**

**ANEXO 6. REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL (2ª ETAPA):**

**ACTIVIDAD “ECUACIONES” DE EMAT**

**ANEXO 7. EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**ANEXO 8. 2º EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**ANEXO 9. 3er EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**ANEXO 10. EL PROBLEMA DE LA CAJITA**

**ANEXO 11. EXPLORANDO LAS DIFERENTES HERRAMIENTAS  
DIGITALES**

**ANEXO 12. APRENDIENDO A HACER Y REPORTAR UNA  
INVESTIGACIÓN**

# ANEXO 1. GUIÓN DE OBSERVACIÓN

**Registro del Desempeño del Alumno al Realizar las Actividades**

LOCALIDAD:	SECUNDARIA:		PROFESOR:		GRUPO:			
ALUMNO:								
Número y Fecha de la Sesión	Sesión	Sesión	Sesión	Sesión	Sesión	Sesión	Sesión	Sesión
Equipo No.								
<b>CATEGORÍAS DE OBSERVACIÓN</b>								
Participación								
Capacidad de analizar un problema								
Capacidad de Interpretar correctamente las hojas de trabajo								
Iniciativa								
Solicitud de ayuda								
Dedicación								
Defensa de sus propias ideas								
Creatividad								
Preferencia de trabajar en equipo o individual								
Problemas de actitud								
Habilidad técnica								
Escritura								
COMENTARIO:								

## **Consideraciones Para El Llenado Del Registro De Actividades Emat**

(todas las sesiones relacionadas con el curso de Matemáticas, realizadas en el laboratorio de computo)

- ❖ **PROGRAMA COMPUTACIONAL:** Indicar qué herramienta EMAT (Cabri, Excel, Calculadora graficadora, Logo), se trabajo con los alumnos en el laboratorio de computo.
- ❖ **ACTIVIDAD REALIZADA:** Indicar el nombre de la unidad y de la actividad que se realizó.
- ❖ **OBSERVACIONES:** Escribir aquí cualquier tipo de comentario u observación que se tenga con respecto a la puesta en practica de las actividades en el laboratorio de computo. Dichas observaciones pueden ser con relación a:
  1. Los comentarios e intervenciones del alumno en la discusión de grupo o con compañeros.
  2. La capacidad de los alumnos para analizar la actividad y predecir resultados.
  3. La Interpretación correcta de las hojas de trabajo y el seguimiento de las instrucciones.
  4. La dedicación e iniciativa del alumno para desarrollar posibles actividades no indicadas y sin consultar al maestro.
  5. Éxito o dificultades con una actividad u hoja de trabajo particular
  6. Errores (o sugerencias) en las hojas de trabajo
  7. Problemas técnicos (problemas de software, de equipo, etc.). Explicar cuál fue el problema.

**Nota:** Si es necesario espacio adicional para las observaciones anexar una hoja aparte (no olvidar fecha, grupo).

- ❖ **TEMA DE LA SEMANA:** Mencionar cual fue el contenido programático que durante esa semana se reviso, en la clase normal de matemáticas. Indicar el eje temático y el contenido en sí.

# ANEXO 2.

## REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL CON ALUMNOS

---

Para empezar a trabajar con las herramientas digitales con alumnos de una escuela, tomé algunas actividades del libro de matemáticas con la hoja electrónica de cálculo de EMAT (Mochón et al, 2000). A continuación se presentan algunas de las observaciones relacionadas con el trabajo con la hoja de trabajo "Introduciendo fórmulas":

El viernes 24 de febrero de 2006 se desarrolló la actividad didáctica "Introduciendo fórmulas" con el segundo grado grupo "F" que tiene 34 estudiantes, con la cual se pretendía que los alumnos siguieran adquiriendo y apropiándose de los conceptos elementales de Excel.

El tiempo empleado para la culminación de esta secuencia didáctica fue de sesenta minutos aproximadamente, siendo mi rol como profesor el de un observador y asesor cuando surgía algún problema.

El acceso a la sala de cómputo se hizo a través de los directivos los cuales dieron todas las facilidades para ello. Uno de los inconvenientes observados en la realización de esta actividad fue de que a pesar de haber un número suficiente de computadoras (2 alumnos por computadora), el espacio entre cada una de las mismas es muy reducido lo cual nos llevó a un hacinamiento de alumnos en ciertos espacios; por lo cual se propuso una reubicación adecuada de las computadoras a la dirección.

Para evitar errores en el desarrollo de la secuencia, esta fue resuelta previamente por el profesor, los alumnos manifiestan visiblemente un interés por las actividades matemáticas con ayuda de la computadora y son ellos a los que se les preguntan que contenidos matemáticos se emplearon; siendo en esta ocasión el principal el escribir fórmulas con multiplicación en un ejemplo de la vida cotidiana.

Los alumnos interactuaron entre sí para escribir el resultado en la hoja, las discusiones versaban en quien tenía la razón y daban sus opiniones para validar sus respuestas.

Para calificar esta actividad se pidió que dejaran en el escritorio su secuencia didáctica para posteriormente checar la forma en que están empleando sus fórmulas, y así evitar que hagan las operaciones a mano y solo coloquen en la hoja de cálculo el resultado; además tenemos en nuestro poder las actividades en hojas fotocopiadas.

Como el objetivo primordial era el observar los cambios que se estaban dando en los alumnos y la forma en que interactuaban entre ellos, seguimos viendo secuencias de EMAT con mayor grado de complejidad. Así mismo empezamos a detectar la problemática que se presenta en el aula de computo (e. g. computadores descompuestas).

El viernes 10 de marzo de 2006 se desarrollo la actividad didáctica "Divisibilidad" con el segundo grado grupo "F" que tiene 32 estudiantes, con la cual se pretendía que los alumnos siguieran adquiriendo y apropiándose de los conceptos elementales de Excel; con una secuencia de mayor complejidad.

El tiempo empleado para la culminación de esta secuencia didáctica fue de noventa minutos aproximadamente, siendo mi rol como profesor el de un observador y asesor cuando surgía algún problema.

El acceso a la sala de cómputo se hizo a través de los directivos los cuales dieron todas las facilidades para ello. Uno de los inconvenientes observados en la realización de esta actividad fue el de haber cinco computadoras descompuestas y un Mouse inservible.

Las cosas y situaciones de interés que pude observar son las siguientes:

- a) Interacción total entre los equipos.
- b) Se hizo una explicación extra porque había confusión de donde se tenía que introducir la fórmula.
- c) Después de la explicación breve todo marchó bien.
- d) Cuando un equipo descubría algo nuevo lo compartía con los demás.
- e) Hubo confusión ante una actividad didáctica más elaborada.
- f) Cuatro alumnos hicieron la actividad a mano e introducían a las celdas los resultados.
- g) Dos alumnos estaban totalmente perdidos pues no sabían ni por donde empezar.
- h) Otros alumnos borraban las fórmulas y las volvían escribir, con lo cual perdían tiempo.
- i) No entendían algunos el porque B4 es el doble de B8, lo leían al revés y decían que era la mitad.
- j) Mucha impericia al manejar la hoja de cálculo con esta actividad, borraban fórmulas, perdían datos y no introducían las fórmulas.
- k) Algunos alumnos no terminaron la secuencia.

1) Los alumnos no leen las indicaciones, esperan que el profesor siempre les diga que hacer.

Algunos comentarios de los alumnos fueron:

- a) Dificil.
- b) Al comprender lo que se me pedía supe que hacer.
- c) Divertida.
- d) Se pueden explorar muchos números.
- e) Se puede recuperar información.
- f) Puedo aumentar o quitar decimales.
- g) Automáticamente se hacen las operaciones poniendo la fórmula.

# ANEXO 3. HOJAS DE TRABAJO\* RESUELTAS

## Un paso corto por una hoja de cálculo

Nombre [REDACTED] Edad 15  
Escuela BABAEEL RAMIREZ Fecha 10-02-06

El objetivo de esta actividad es que te familiarices con la hoja electrónica de cálculo.  
En las celdas de una hoja de cálculo puedes introducir:

Texto:

Escribe la palabra *Nombre* en la celda A1 (para confirmar oprime la tecla RETURN).

Escribe tu nombre en la celda B1.

Escribe la palabra *Fecha* en la celda F1.

Escribe la fecha de hoy en la celda G1.

Números:

Escribe un 8 en la celda C9.

Escribe un 9 en la celda D11.

Escribe un 7 en la celda E10.

Expresiones aritméticas (para que la hoja calcule expresiones aritméticas, debes escribirlas empezando con el signo igual):

Escribe  $= 7 * 2 - 8$  en la celda E9 y observa el resultado. Coloca nuevamente el cursor en esta celda y fíjate en la expresión que escribiste en la barra CONTENIDO de la hoja de cálculo.

Escribe  $= 9 - 2 * 2$  en la celda D10 y verifica el resultado.

Escribe  $= (9 - 2) * 2 - 10$  en la celda C11 y observa el resultado.

Fórmulas algebraicas (para escribir fórmulas también debes comenzar con el signo igual):

Escribe  $= C9 - 5$  en la celda C10. Explica el resultado 3 EL VALOR

DE LA CELDA C9 ES IGUAL A  $8-5$  ES EL RESULTADO 3

Escribe  $= D10 - 4$  en la celda D9. Explica el resultado. 1 EL VALOR DE LA CELDA

D10 ES IGUAL A  $5-4$  1

Escribe  $= C11 / 2$  en la celda E11. Explica el resultado 2 EL VALOR

DE LA CELDA C11 ES IGUAL A  $4/2 = 2$

Por último, escribe *Cuadrado mágico* en la celda D7. Coloca el texto en el centro de la celda presionando el icono *Centrar*.

Para revisar si tu cuadrado mágico es correcto, suma cualquier columna o fila. El resultado de la suma siempre deberá ser 15. También debes obtener 15 como resultado si sumas cualquiera de las dos diagonales.

# Un paseo corto por una hoja de cálculo

Nombre [REDACTED] Edad Baños  
Escuela Sec. Tec. N°80 Rafael Ramírez Fecha 16-Febrero-06

El objetivo de esta actividad es que te familiarices con la hoja electrónica de cálculo.

En las celdas de una hoja de cálculo puedes introducir:

**Texto:**

Escribe la palabra *Nombre* en la celda A1 (para confirmar oprime la tecla RETURN).

Escribe tu nombre en la celda B1.

Escribe la palabra *Fecha* en la celda F1.

Escribe la fecha de hoy en la celda G1.

**Números:**

Escribe un 8 en la celda C9.

Escribe un 9 en la celda D11.

Escribe un 7 en la celda E10.

**Expresiones aritméticas** (para que la hoja calcule expresiones aritméticas, debes escribirlas empezando con el signo *igual*):

Escribe  $= 7 * 2 - 8$  en la celda E9 y observa el resultado. Coloca nuevamente el cursor en esta celda y fíjate en la expresión que escribiste en la barra CONTENIDO de la hoja de cálculo.

Escribe  $= 9 - 2 * 2$  en la celda D10 y verifica el resultado.

Escribe  $= (9 - 2) * 2 - 10$  en la celda C11 y observa el resultado.

**Fórmulas algebraicas** (para escribir fórmulas también debes comenzar con el signo *igual*):

Escribe  $= C9 - 5$  en la celda C10. Explica el resultado: 3 porque la computadora así lo marca

Escribe  $= D10 - 4$  en la celda D9. Explica el resultado: 1 dividiendo 10 e 4.

Escribe  $= C11 / 2$  en la celda E11. Explica el resultado: 2 = 11/2 da 2

Por último, escribe *Cuadrado mágico* en la celda D7. Coloca el texto en el centro de la celda presionando el icono CENTRAR.

Para revisar si tu cuadrado mágico es correcto, suma cualquier columna o fila. El resultado de la suma siempre debe ser 15. También debes obtener 15 como resultado si sumas cualquiera de las dos diagonales.

# ANEXO 4.

## REPORTE DE TRABAJO CON CABRI EN EL AULA.

---

Para retroalimentar un tema de trigonometría visto en clase y para que los alumnos observaran de donde salen los valores de las funciones trigonométricas para los diferentes ángulos de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , construimos un círculo unitario con el software de geometría dinámica (Cabri) lo cual agradó mucho a los estudiantes pues pudieron observar de manera directa como cambiaban los valores de esos ángulos.

Hoja 3

El jueves 18 de mayo de 2006 se desarrollo una actividad didáctica con 6 grupos de tercer año en diferente módulo cada uno, la cual consistió en elaborar un "circulo unitario" en Cabri Geometre II y así calcular los valores del seno, coseno y tangente para los diferentes ángulos agudos de un triángulo rectángulo; y así los alumnos pudieran observar de una manera objetiva como se obtienen los diferentes valores para las funciones trigonométricas.

Cabe mencionar que este tema previamente lo habíamos visto en clase y ellos habían encontrado los valores para diferentes ángulos con ayuda de su calculadora, o bien auxiliándose con las tablas matemáticas. Además son grupos que era la segunda vez que iban a ver un tema con ayuda de un programa computacional.

El tiempo empleado para la culminación de esta secuencia didáctica en cada grupo fue de noventa minutos aproximadamente, siendo el profesor el que primero mostró como utilizar el software y después se pasaron a algunos alumnos a que ellos lo intentaran hacer.

También es motivo de narrarse los inconvenientes tenidos para acceder al aula de cómputo:

- a) Dicha aula esta a resguardo del profesor de computación, por lo cual el es el responsable directo de lo que suceda dentro de la misma.
- b) Debido a lo anterior se me indico que no era conveniente que yo hiciera uso de ella.

Pero gentilmente se me proporcionó el aula de medios para que ahí realizara mis actividades, pero también ahí tuve los siguientes inconvenientes:

- a) Las computadoras tienen una contraseña que introdujo el técnico que les da mantenimiento y solo el posee la contraseña, por lo cual desde hace aproximadamente no he podido cargar "Logo" y Cabri.
- b) Cuando por fin localice al técnico para que cargara los programas en las máquinas, me dijo que eso no era posible por el momento porque se iban a formatear los discos duros y se perdería la información,

- c) Otro de los inconvenientes es que se les empezó a dar el mantenimiento correctivo de fin de cursos y será difícil tener acceso al aula de medios en días próximos.

Debido a todo lo anterior solo se utilizó una computadora que ya tenía cargado Cabri y el proyector para llevar a cabo la actividad.

A pesar de esto los alumnos se mostraron interesados en esta forma de enseñanza con ayuda de la tecnología y algunos de los comentarios vertidos por ellos se enlistan a continuación:

- 1) Es entretenido
- 2) Se pueden mover las figuras
- 3) No me gusta porque redondea los resultados a 2 cifras
- 4) Es fácil de usar
- 5) Necesito saber más del programa
- 6) Se aprende jugando
- 7) Debemos usarlo más para las clases
- 8) Se pueden modificar las figuras
- 9) La clase no es aburrida
- 10) Es más rápido que hacerlo a mano
- 11) Ahorra tiempo
- 12) No hay necesidad de usar el juego geométrico
- 13) Pude observar el cambio de las medidas
- 14) No venir seguido para aprender mejor

Otra forma de interesar a los alumnos en el uso de la tecnología fue proponiendo ejercicios tomados del Libro del Maestro y que primero los resolvieran a mano, para posteriormente trabajar con Cabri y vieran las ventajas que tiene el software en rapidez y exactitud al hacer los trazos pedidos, así como el poder manipular las figuras para generar conjeturas.

El día viernes 2 de junio de 2006 se desarrollo una actividad didáctica con el grupo "F" de segundo año, la cual consistió en seguir las instrucciones de unos ejercicios tomados del Libro del Maestro a continuación se enlistan:

- a) Dibuja un segmento de 4 cm. de longitud, luego traza varios círculos que pasen por los extremos P y Q. Marca con rojo sus centros y explica lo que observas.
- b) Dibuja un círculo con centro O, luego toma varios puntos  $P_1, P_2, P_3, \dots$  sobre el círculo y marca con rojo los puntos medios de los segmentos. Explica lo que observas.
- c) Marca un punto O y dibuja varios círculos de 4 cm. de radio que pasen por ahí, marca con rojo los centros de los círculos que dibujaste. Explica lo que observas.
- d) Traza un círculo de 4 cm. de radio con centro en un punto O, luego traza una cuerda que mida 5 cm. de longitud, traza muchas cuerdas que midan 5 cm. hasta que te des cuenta que figura se esta formando en el centro. Explica lo que observas.

Estos ejercicios primeramente se hicieron en el salón de clases utilizando juego geométrico, lápiz y papel; para posteriormente pasar al aula de medios y realizar los mismos ejercicios con Cabri Geometre II.

Por lo anterior expuesto el tiempo utilizado al efectuar esta actividad fue de 80 minutos en el salón de clases y de 60 minutos en el aula de medios.

Después se les pidió a los alumnos que compararan las dos formas de realizar los ejercicios y escribieran las ventajas y desventajas de ambos métodos, a continuación se enlistan algunas de sus respuestas al usar el software:

- 1) Es más rápido.
- 2) Se pueden hacer más correcciones fácilmente.
- 3) Queda mejor.
- 4) No conozco bien el programa y se me hizo más difícil.
- 5) Los trazos son más ordenados y exactos.
- 6) Es más fácil hacer trazos

En lo que respecta a las explicaciones que se les piden en cada inciso, la mayoría de los alumnos no tuvo ninguna dificultad en observar que al unir los puntos marcados con rojo salía otro círculo. Y en el caso del inciso cuatro observaron que se forma un círculo.

Cabe mencionar que en varios alumnos sus respuestas eran demasiado ambiguas, pues sus respuestas fueron:

- Se forma una flor.
- Se forma como una naranja partida a la mitad.
- Salen dos círculos encimados.
- Se ven como dos rombos.
- Se forma un pentágono.

También vale la pena resaltar que solo unos pocos encontraron características específicas en los círculos encontrados como son:

- Se forma un círculo del mismo tamaño.
- Se forma un círculo de la mitad del primero.

# ANEXO 5.

## REPORTE DE TRABAJO CON LA CALCULADORA

---

A pesar de los inconvenientes para acceder al aula de medios pudimos trabajar esta secuencia en el salón de clases apoyándose algunos alumnos con una calculadora sencilla y otros con una calculadora científica. Puedo decir que ya empezaba a dejar a los estudiantes solos al resolver las secuencias didácticas y se iniciaba un intercambio de ideas entre los integrantes de un equipo o bien entre los equipos.

El día viernes 9 de junio de 2006 se IMPLEMENTÓ la secuencia didáctica "¿Qué fracciones dan la suma mayor?, del libro de EMAT "De los números al álgebra en secundaria mediante el uso de la calculadora" con el grupo "F" de segundo año, auxiliándose para este fin con una calculadora de bolsillo en la mayoría de los alumnos y otros con una calculadora científica.

Para desarrollar la actividad se formaron equipos de 3 o 4 elementos y se trabajó en el salón de clases, el tiempo utilizado para culminar esta secuencia fue de 50 minutos aproximadamente.

Se escogió esta actividad porque anteriormente ya habíamos visto en el aula de medios el tema de divisibilidad, tomado del libro arriba citado.

El papel del profesor fue el de simple espectador ya que no les sugirió ninguna forma de usar la calculadora para resolver las preguntas planteadas, en la tarea que se iba a desarrollar.

Los resultados obtenidos se citan a continuación:

- a) Ningún equipo tuvo dificultad en encontrar las fracciones distintas que se pueden formar con las fracciones  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{6}$ ; y con los números 2, 3, 6 y 8.
- b) Para descubrir cual pareja de fracciones producen una suma menor y la suma mayor, solamente un equipo de nueve hizo las conversiones a decimales sin que se les dijera nada, para facilitarse el cálculo.
- c) Ocho equipos no pudieron apropiarse de una estrategia y usar la calculadora para facilitar el cálculo.
- d) Un equipo no pudo seguir las indicaciones escritas para desarrollar la secuencia.
- e) Un equipo uso los productos cruzados para saber cuales fracciones eran mayores.
- f) 3 equipos emplearon los términos de numerador y denominador, cuando se les preguntó cuál pareja o terna de fracciones daban la suma mayor o la suma menor. Los demás se refirieron como al número de arriba y el número de abajo.
- g) Seis equipos concluyeron que el método para saber cual daba la suma mayor es cuando el numerador es más grande y el denominador más pequeño; mientras que la suma menor la daba el numerador más pequeño y el denominador más grande.

# ANEXO 6.

## REPORTE DE TRABAJO CON EXCEL (2ª ETAPA): ACTIVIDAD "ECUACIONES" DE EMAT\*

---

El día 5 de octubre de 2006 con los grupos de tercer grado de secundaria, pasamos al aula de medios para desarrollar la secuencia didáctica Ecuaciones (3) de la página 65 del libro de EMAT "Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo"; de acuerdo al cronograma de actividades previamente establecido.

El tiempo empleado para la culminación de esta secuencia didáctica fue de dos módulos de clase (1 hora 40 min. Aproximadamente) siguiendo en mi papel de mediador y asesor cuando surgía algún problema, en el desarrollo de dichas secuencias.

Se distribuyeron los alumnos en equipos de 4 integrantes por computadora, y siempre se trato que los equipos establecidos interactuaran entre sí además de que validaran sus conjeturas.

Se sigue insistiendo en que se instalen los demás programas (Cabri, Logo y el emulador de la TI-92), ya que desde el ciclo escolar anterior tuvimos problemas pues la persona que da mantenimiento a las computadoras instalo una contraseña y yo no puedo acceder a ella para instalarlos por cuenta propia.

Las observaciones más relevantes las enumero continuación:

- ✓ Al introducir la fórmula para la ecuación  $2n-15$  hubo confusión, ya que introdujeron  $-A22-15$ .
- ✓ A los equipos que no pudieron encontrar la solución  $q+234.5=432.1$  se les explicó con un problema diferente que tuviera decimales.
- ✓ También hubo situaciones en las que los alumnos se centraban en el uso de números positivos olvidándose de los negativos.

- ✓ La mayoría de los alumnos pudo transferir las ecuaciones de lenguaje verbal a lenguaje algebraico.
- ✓ Se tuvo que explicar como resolver la ecuación con dos incógnitas  $4n+6=2n+4$  pues la ponian junta, en una misma columna y no colocaban cada miembro en diferente columna.
- ✓ Solo al tercero B se le tuvo que explicar las fórmulas más complejas.

# ANEXO 7.

## EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Si multiplicar dos números se obtiene 216 como resultado y al dividir el mayor entre el menor, el cociente y el residuo son iguales a 3.

Equipo (7)  
15-3-7.

• Cuales son estos numeros?

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \cdot 3 \\ \hline 8 | 27 \\ 24 \\ \hline 3 \end{array}$$

Buscamos un número que al multiplicarse nos de 216 y luego dividimos 216 entre 3 para saber el residuo y el cociente. Buscamos un número que sea mayor que 3 y uno bajo blanco y más más el cociente para encontrar un número que se pueda dividir por ejemplo 3 entre 3 da 1 y 1 multiplicado por 3 da 3 hasta llegar al 9 que el resultado sea 216 y nos damos cuenta que el cociente es 3 y todos combatores más 3 da 216 y ploteo en un papelito el resultado

"FIN."

Compa no sea mejor  
↓  
Se la que

$$\begin{aligned} 1 \times 8 &= 8 \\ 2 \times 8 &= 16 \\ 3 \times 8 &= 24 \\ 4 \times 8 &= 32 \\ 5 \times 8 &= 40 \\ 6 \times 8 &= 48 \\ 7 \times 8 &= 56 \\ 8 \times 8 &= 64 \\ 9 \times 8 &= 72 \\ 10 \times 8 &= 80 \\ 11 \times 8 &= 88 \\ 12 \times 8 &= 96 \\ 13 \times 8 &= 104 \\ 14 \times 8 &= 112 \\ 15 \times 8 &= 120 \\ 16 \times 8 &= 128 \\ 17 \times 8 &= 136 \\ 18 \times 8 &= 144 \\ 19 \times 8 &= 152 \\ 20 \times 8 &= 160 \\ 21 \times 8 &= 168 \\ 22 \times 8 &= 176 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 \times 8 &= 184 \\ 24 \times 8 &= 192 \\ 25 \times 8 &= 200 \\ 26 \times 8 &= 208 \\ 27 \times 8 &= 216 \end{aligned}$$

# ANEXO 8.

## 2º EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

---

15-Marzo-07

GUMIN U.

AL MULTIPLICAR DOS NÚMEROS SE OBTIENE 216 COMO RESULTADO Y AL DIVIDIR EL MAYOR ENTRE EL MENOR, EL COSIENTE Y EL RESIDUO SON IGUALES A 3.

¿CUALES SON ESTOS NÚMEROS? 27 y 8.

BUSQUE MUCHOS NÚMEROS Y ENTRE ELLOS ENCONTRE QUE.

AL MULTIPLICAR  $27 \times 8$  NOS DA UN RESULTADO DE 216.  
Y AL DIVIDIR  $27 \div 8$  NOS DA COMO RESULTADO 3

PARA ESTO USAMOS LA CALCULADORA Y GRACIAS A ELLA ENCONTRAMOS EL RESULTADO.

AÚN QUE CLARO SIN NUESTRA MENTE.  
NO HUBIERAMOS HECHO NADA.

PD: AL FINAL NOS DO GUSTO  
Y NOS PEDIMOS FELICES  
X EL RESULTADO.  
FINAL.

Los encontré x q' empecé a multiplicar  $14.7 \times 14.7$   
y me dio un resultado de 216 pero al dividir no salía  
3 y tuve q' volver a repetirlo pero ahora con el  
número  $21 \times 8,4$  así sucesivamente hasta q' llegue al  
 $27 \times 8$ .

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 8 \overline{) 27} \\ \underline{24} \\ 3 \end{array}$$

# ANEXO 9.

## 3er EJEMPLO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1- Encuentra 2 números cuya suma sea 28 y cuyo producto sea 167

Suma	Producto
1+27=28	1x27=27
2+26=28	2x26=52
3+25=28	3x25=75
4+24=28	4x24=96
5+23=28	5x23=115
6+22=28	6x22=132
7+21=28	7x21=147
8+20=28	8x20=160
9+19=28	9x19=171
10+18=28	10x18=180
11+17=28	11x17=187
12+16=28	12x16=192
13+15=28	13x15=195
14+14=28	

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ \hline 28 \end{array}$$

R= hicimos una tabla con todas las sucesiones de pares para luego ir ir llegando a los números multiplicados hasta encontrar el resultado.

2- Si un número aumenta en 2, su cubo también aumenta en 68. ¿Cuál es el número?

$$1+2=3 \quad 1^3 \neq 3$$

$$2+2=4 \quad 2^3=8$$

$$3+2=5 \quad 3^3=27$$

$$4+2=6 \quad 4^3=64$$

Porque cuando se hace una operación es una y sabemos que los dos resultados son iguales solo por las operaciones que una positiva le resta a 1 y en esto que una al cubo es una y sabiendo que los iguales solo pose un número negativo

# ANEXO 10.

## EL PROBLEMA DE LA CAJITA

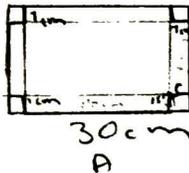
---

### EL PROBLEMA DE LA CAJITA.

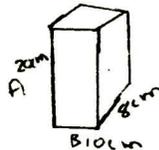
EQUIPO N°: \_\_\_\_\_ FECHA: 10 (Abril) / 2008

NOMBRES: MUCHA, Itzely Marely

**Problema:** A partir de un pedazo de lámina rectangular que mide 20 cm por 30 cm se va a fabricar una cajita, cortando cuadritos en las esquinas y luego doblando los lados. ¿Cuál será el volumen de la cajita si los cuadritos miden 1, 2, 3, ..... centímetros de lado? ¿De qué tamaño deben ser los cuadritos para que la cajita tenga el mayor volumen posible?



$28 \times 17 = 28 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} = 504 \text{ cm}^3$



Saber geometría, operaciones y saber razonar matemáticamente y si tenemos computadora saber utilizar los programas.

$$V = (30 - 2x)(20 - 2x)(x)$$

$$V = (600 - 60x - 40x + 4x^2)x$$

$$V = 600x - 100x^2 + 4x^3$$

$$V = 600 - 100x^2 + 4x^3$$

Comprobación

$$V = 600 - 100(1)^2 + 4(1)^3$$

$$V = 600 - 100 + 4$$

$$V = 504$$

$$V = 600 - 100(2)^2 + 4(2)^3$$

# ANEXO 11.

## EXPLORANDO LAS DIFERENTES HERRAMIENTAS DIGITALES

---

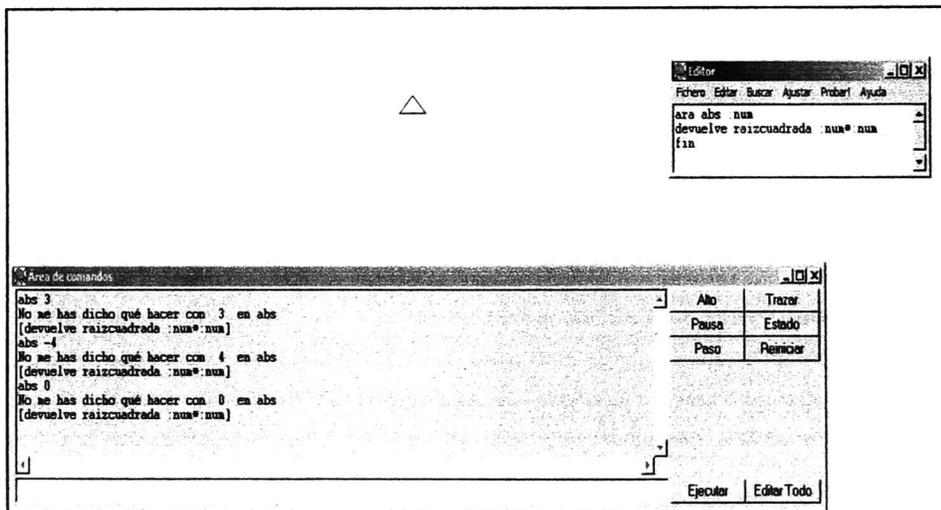
Al inicio del Proyecto de Desarrollo se nos empezó a familiarizar con el uso y las aplicaciones de las herramientas tecnológicas, para después proponernos una serie de problemas matemáticos que resolveríamos con ayuda de la tecnología.

A continuación muestro algunos problemas propuestos por mis maestras con las diferentes herramientas digitales:

### TRABAJANDO CON LOGO.

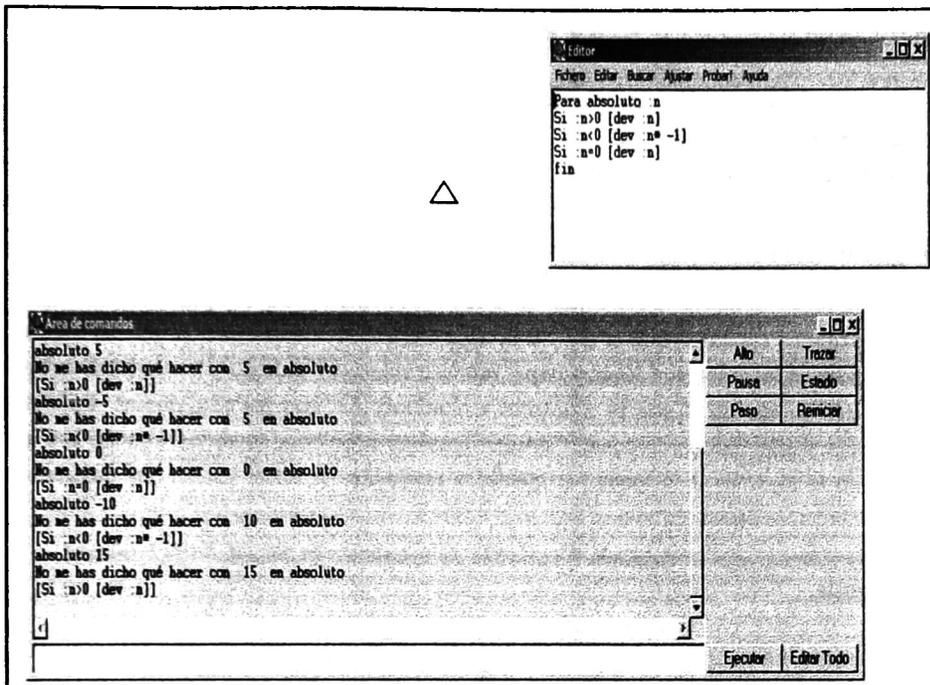
#### ¿Cómo obtendrás el valor absoluto de un número?

Al preguntarme esto yo respondí que primeramente elevaría al cuadrado el número y posteriormente le sacaría raíz cuadrada.

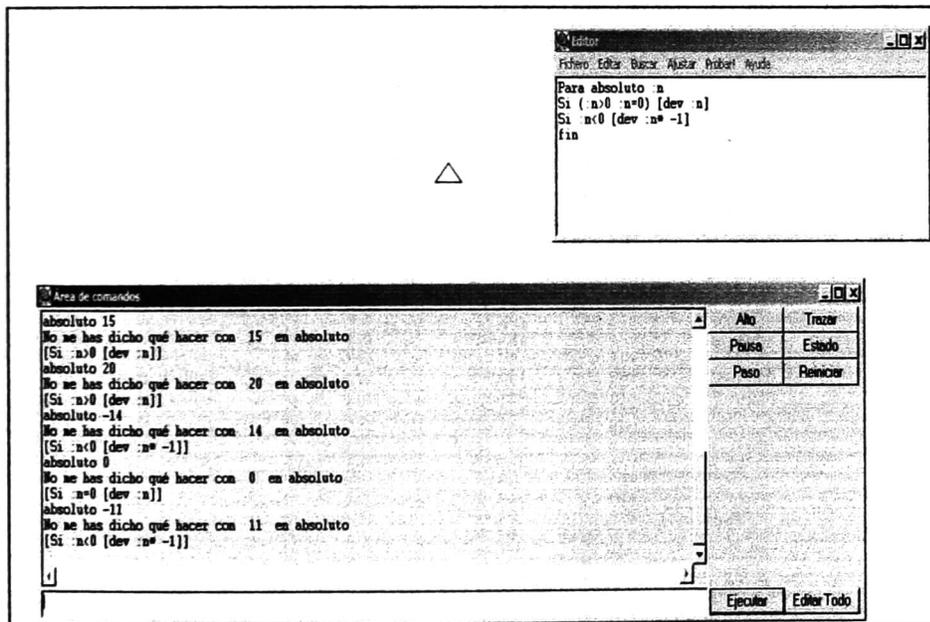


Para lo cual como muestra la figura primero nos fuimos al editor e introducimos las órdenes respectivas para esta tarea específica.

En las figuras mostradas a continuación podemos ver que las instrucciones se pueden simplificar un poco más conforme nos apropiamos de la herramienta de manera significativa.



O de manera más simplificada podríamos tener lo siguiente:



A manera de conclusión puedo decir que fue de suma importancia primero explorar en una lluvia de ideas con mis demás compañeros, los conocimientos previos que poseíamos como estudiantes, ya que esto nos dio un panorama de lo que tendríamos que enfrentar.

## TRABAJANDO CON LA HOJA ELECTRONICA DE CALCULO 1.

A pesar que en lo personal yo tenía conocimiento de cómo usar esta herramienta para resolver problemas, considero que no me sentía del todo seguro para modelar y aplicar estos conocimientos en problemas de índole cotidiano; como lo es el siguiente problema tomado de un estado de cuenta bancario real:

**“En una tarjeta de crédito se paga el mínimo requerido, si pago el doble del mínimo requerido, el triple, etc. ¿En qué tiempo acabo de pagar mi deuda en cada caso?”**

Con esta actividad pudimos constatar que el uso de la hoja electrónica de cálculo facilita de manera sustancial los cálculos, pues el hacerlos con lápiz y papel hubiese sido muy tedioso y cansado. Constaté mediante las exploraciones de los casos que se muestran a continuación, que las tecnologías digitales, usadas de manera correcta y adecuada, nos pueden ayudar a resolver problemas matemáticos de la vida diaria, y, en este caso, en la toma de decisiones pertinentes y razonadas al hacer uso de las tarjetas de crédito bancarias.

**Caso 1: Pagando únicamente el mínimo requerido se emplean 59.75 años (717 meses) para saldar la deuda.**

MES	SALDO ANTERIOR	SUS PAGOS	INTERESES	IVA POR INTERESES	SALDO ACTUAL
		5 2	3	13	
1	23839.68	1239.7	715.2	93.0	23408.2
2	23408.2	1217.2	702.2	91.3	22984.5
3	22984.5	1195.2	689.5	89.6	22568.5
4	22568.5	1173.6	677.1	88.0	22160.0
5	22160.0	1152.3	664.8	86.4	21758.9
6	21758.9	1131.5	652.8	84.9	21365.1
7	21365.1	1111.0	641.0	83.3	20978.3
8	20978.3	1090.9	629.4	81.8	20598.6
9	20598.6	1071.1	618.0	80.3	20225.8
10	20225.8	1051.7	606.8	78.9	19859.7
11	19859.7	1032.7	595.8	77.5	19500.3
12	19500.3	1014.0	585.0	76.1	19147.3
13	19147.3	995.7	574.4	74.7	18800.7
14	18800.7	977.6	564.0	73.3	18460.4
15	18460.4	959.9	553.8	72.0	18126.3
16	18126.3	942.6	543.8	70.7	17798.2
17	17798.2	925.5	533.9	69.4	17476.1
18	17476.1	908.8	524.3	68.2	17159.8
19	17159.8	892.3	514.8	66.9	16849.2
20	16849.2	876.2	505.5	65.7	16544.2
21	16544.2	860.3	496.3	64.5	16244.7
22	16244.7	844.7	487.3	63.4	15950.7
23	15950.7	829.4	478.5	62.2	15662.0
24	15662.0	814.4	469.9	61.1	15378.5
25	15378.5	799.7	461.4	60.0	15100.2
26	15100.2	785.2	453.0	58.9	14826.9
27	14826.9	771.0	444.8	57.8	14558.5
28	14558.5	757.0	436.8	56.8	14295.0
29	14295.0	743.3	428.8	55.8	14036.2
30	14036.2	729.9	421.1	54.7	13782.2
31	13782.2	716.7	413.5	53.8	13532.7
32	13532.7	703.7	406.0	52.8	13287.8
33	13287.8	691.0	398.6	51.8	13047.3
34	13047.3	678.5	391.4	50.9	12811.1
35	12811.1	666.2	384.3	50.0	12579.2
36	12579.2	654.1	377.4	49.1	12351.6
37	12351.6	642.3	370.5	48.2	12128.0
38	12128.0	630.7	363.8	47.3	11908.5
39	11908.5	619.2	357.3	46.4	11692.9
40	11692.9	608.0	350.8	45.6	11481.3
41	11481.3	597.0	344.4	44.8	11273.5
42	11273.5	586.2	338.2	44.0	11069.4
43	11069.4	575.6	332.1	43.2	10869.1
44	10869.1	565.2	326.1	42.4	10672.3
45	10672.3	555.0	320.2	41.6	10479.2
46	10479.2	544.9	314.4	40.9	10289.5
47	10289.5	535.1	308.7	40.1	10103.3
48	10103.3	525.4	303.1	39.4	9920.4

649	02	00	00	00	02
650	02	00	00	00	02
651	02	00	00	00	02
652	02	00	00	00	02
653	02	00	00	00	02
654	02	00	00	00	02
655	02	00	00	00	02
656	02	00	00	00	01
657	01	00	00	00	01
658	01	00	00	00	01
659	01	00	00	00	01
660	01	00	00	00	01
661	01	00	00	00	01
662	01	00	00	00	01
663	01	00	00	00	01
664	01	00	00	00	01
665	01	00	00	00	01
666	01	00	00	00	01
667	01	00	00	00	01
668	01	00	00	00	01
669	01	00	00	00	01
670	01	00	00	00	01
671	01	00	00	00	01
672	01	00	00	00	01
673	01	00	00	00	01
674	01	00	00	00	01
675	01	00	00	00	01
676	01	00	00	00	01
677	01	00	00	00	01
678	01	00	00	00	01
679	01	00	00	00	01
680	01	00	00	00	01
681	01	00	00	00	01
682	01	00	00	00	01
683	01	00	00	00	01
684	01	00	00	00	01
685	01	00	00	00	01
686	01	00	00	00	01
687	01	00	00	00	01
688	01	00	00	00	01
689	01	00	00	00	01
690	01	00	00	00	01
691	01	00	00	00	01
692	01	00	00	00	01
693	01	00	00	00	01
694	01	00	00	00	01
695	01	00	00	00	01
696	01	00	00	00	01
697	01	00	00	00	01
698	01	00	00	00	01
699	01	00	00	00	01
700	01	00	00	00	01
701	01	00	00	00	01
702	01	00	00	00	01
703	01	00	00	00	01
704	01	00	00	00	01
705	01	00	00	00	01
706	01	00	00	00	01
707	01	00	00	00	01
708	01	00	00	00	01
709	01	00	00	00	01
710	01	00	00	00	01
711	01	00	00	00	01
712	01	00	00	00	01
713	01	00	00	00	01
714	01	00	00	00	01
715	01	00	00	00	01
716	01	00	00	00	00
717	00	00	00	00	00

**Caso 2: Pagando dos veces el mínimo requerido, se necesitan 15.1 años (181 meses) para saldar la misma deuda.**

MES	SALDO ANTERIOR	SUS PAGOS	INTERESES	POR INTERE	SALDO ACTUAL
		5.2	3	13	
1	23839.68	2479.3	715.2	93.0	22168.5
2	22168.5	2305.5	665.1	86.5	20614.5
3	20614.5	2143.9	618.4	80.4	19169.4
4	19169.4	1993.6	575.1	74.8	17825.7
5	17825.7	1853.9	534.8	69.5	16576.1
6	16576.1	1723.9	497.3	64.6	15414.1
7	15414.1	1603.1	462.4	60.1	14333.6
8	14333.6	1490.7	430.0	55.9	13328.8
9	13328.8	1386.2	399.9	52.0	12394.4
10	12394.4	1289.0	371.8	48.3	11525.6
11	11525.6	1198.7	345.8	44.9	10717.6
12	10717.6	1114.6	321.5	41.8	9966.3
13	9966.3	1036.5	299.0	38.9	9267.7
14	9267.7	963.8	278.0	36.1	8618.0
15	8618.0	896.3	258.5	33.6	8013.9
16	8013.9	833.4	240.4	31.3	7452.1
17	7452.1	775.0	223.6	29.1	6929.7
18	6929.7	720.7	207.9	27.0	6444.0
19	6444.0	670.2	193.3	25.1	5992.2
20	5992.2	623.2	179.8	23.4	5572.2
21	5572.2	579.5	167.2	21.7	5181.6
22	5181.6	538.9	155.4	20.2	4818.3
23	4818.3	501.1	144.6	18.8	4480.6
24	4480.6	466.0	134.4	17.5	4166.5
25	4166.5	433.3	125.0	16.2	3874.4
26	3874.4	402.9	116.2	15.1	3602.8
27	3602.8	374.7	108.1	14.1	3350.3
28	3350.3	348.4	100.5	13.1	3115.4
29	3115.4	324.0	93.5	12.2	2897.0
30	2897.0	301.3	86.9	11.3	2693.9
31	2693.9	280.2	80.8	10.5	2505.1
32	2505.1	260.5	75.2	9.8	2329.5
33	2329.5	242.3	69.9	9.1	2166.2
34	2166.2	225.3	65.0	8.4	2014.3
35	2014.3	209.5	60.4	7.9	1873.1
36	1873.1	194.8	56.2	7.3	1741.8
37	1741.8	181.2	52.3	6.8	1619.7
38	1619.7	168.5	48.6	6.3	1506.2
39	1506.2	156.6	45.2	5.9	1400.6
40	1400.6	145.7	42.0	5.5	1302.4
41	1302.4	135.5	39.1	5.1	1211.1
42	1211.1	126.0	36.3	4.7	1126.2
43	1126.2	117.1	33.8	4.4	1047.3
44	1047.3	108.9	31.4	4.1	973.9
45	973.9	101.3	29.2	3.8	905.6
46	905.6	94.2	27.2	3.5	842.1
47	842.1	87.6	25.3	3.3	783.1
48	783.1	81.4	23.5	3.1	728.2

99	19.2	2.0	0.6	0.1	17.9
100	17.9	1.9	0.5	0.1	16.6
101	16.6	1.7	0.5	0.1	15.5
102	15.5	1.6	0.5	0.1	14.4
103	14.4	1.5	0.4	0.1	13.4
104	13.4	1.4	0.4	0.1	12.4
105	12.4	1.3	0.4	0.0	11.6
106	11.6	1.2	0.3	0.0	10.8
107	10.8	1.1	0.3	0.0	10.0
108	10.0	1.0	0.3	0.0	9.3
109	9.3	1.0	0.3	0.0	8.6
110	8.6	0.9	0.3	0.0	8.0
111	8.0	0.8	0.2	0.0	7.5
112	7.5	0.8	0.2	0.0	7.0
113	7.0	0.7	0.2	0.0	6.5
114	6.5	0.7	0.2	0.0	6.0
115	6.0	0.6	0.2	0.0	5.6
116	5.6	0.6	0.2	0.0	5.2
117	5.2	0.5	0.2	0.0	4.8
118	4.8	0.5	0.1	0.0	4.5
119	4.5	0.5	0.1	0.0	4.2
120	4.2	0.4	0.1	0.0	3.9
121	3.9	0.4	0.1	0.0	3.6
122	3.6	0.4	0.1	0.0	3.4
123	3.4	0.3	0.1	0.0	3.1
124	3.1	0.3	0.1	0.0	2.9
125	2.9	0.3	0.1	0.0	2.7
126	2.7	0.3	0.1	0.0	2.5
127	2.5	0.3	0.1	0.0	2.3
128	2.3	0.2	0.1	0.0	2.2
129	2.2	0.2	0.1	0.0	2.0
130	2.0	0.2	0.1	0.0	1.9
131	1.9	0.2	0.1	0.0	1.7
132	1.7	0.2	0.1	0.0	1.6
133	1.6	0.2	0.0	0.0	1.5
134	1.5	0.2	0.0	0.0	1.4
135	1.4	0.1	0.0	0.0	1.3
136	1.3	0.1	0.0	0.0	1.2
137	1.2	0.1	0.0	0.0	1.1
138	1.1	0.1	0.0	0.0	1.1
139	1.1	0.1	0.0	0.0	1.0
140	1.0	0.1	0.0	0.0	0.9
141	0.9	0.1	0.0	0.0	0.8
142	0.8	0.1	0.0	0.0	0.8
143	0.8	0.1	0.0	0.0	0.7
144	0.7	0.1	0.0	0.0	0.7
145	0.7	0.1	0.0	0.0	0.6
146	0.6	0.1	0.0	0.0	0.6
147	0.6	0.1	0.0	0.0	0.5
148	0.5	0.1	0.0	0.0	0.5
149	0.5	0.1	0.0	0.0	0.5
150	0.5	0.0	0.0	0.0	0.4
151	0.4	0.0	0.0	0.0	0.4
152	0.4	0.0	0.0	0.0	0.4
153	0.4	0.0	0.0	0.0	0.4
154	0.4	0.0	0.0	0.0	0.3
155	0.3	0.0	0.0	0.0	0.3
156	0.3	0.0	0.0	0.0	0.3
157	0.3	0.0	0.0	0.0	0.3
158	0.3	0.0	0.0	0.0	0.2
159	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
160	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
161	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
162	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
163	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
164	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
165	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1
166	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
167	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
168	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
169	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
170	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
171	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
172	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
173	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
174	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
175	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
176	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
177	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
178	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
179	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
180	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
181	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

**Caso 3: Pagando el triple del mínimo requerido se necesitan 8.7 años (102 meses) para cubrir la deuda.**

MES	SALDO ANTERIOR	SUS PAGOS	INTERESES	IVA POR INT	SALDO ACTUAL
1	23839.68	3719.0	715.2	93.0	20928.9
2	20928.9	3264.9	627.9	81.6	18373.4
3	18373.4	2866.3	551.2	71.7	16130.0
4	16130.0	2516.3	483.9	62.9	14160.6
5	14160.6	2209.0	424.8	55.2	12431.6
6	12431.6	1939.3	372.9	48.5	10913.7
7	10913.7	1702.5	327.4	42.6	9581.1
8	9581.1	1494.7	287.4	37.4	8411.3
9	8411.3	1312.2	252.3	32.8	7384.2
10	7384.2	1151.9	221.5	28.8	6482.6
11	6482.6	1011.3	194.5	25.3	5691.1
12	5691.1	887.8	170.7	22.2	4996.2
13	4996.2	779.4	149.9	19.5	4386.2
14	4386.2	684.2	131.6	17.1	3850.6
15	3850.6	600.7	115.5	15.0	3380.5
16	3380.5	527.4	101.4	13.2	2967.7
17	2967.7	463.0	89.0	11.6	2605.4
18	2605.4	406.4	78.2	10.2	2287.2
19	2287.2	356.8	68.6	8.9	2008.0
20	2008.0	313.2	60.2	7.8	1762.8
21	1762.8	275.0	52.9	6.9	1547.6
22	1547.6	241.4	46.4	6.0	1358.6
23	1358.6	211.9	40.8	5.3	1192.7
24	1192.7	186.1	35.8	4.7	1047.1
25	1047.1	163.3	31.4	4.1	919.2
26	919.2	143.4	27.6	3.6	807.0
27	807.0	125.9	24.2	3.1	708.5
28	708.5	110.5	21.3	2.8	622.0
29	622.0	97.0	18.7	2.4	546.0
30	546.0	85.2	16.4	2.1	479.3
31	479.3	74.8	14.4	1.9	420.8
32	420.8	65.6	12.6	1.6	369.4
33	369.4	57.6	11.1	1.4	324.3
34	324.3	50.6	9.7	1.3	284.7
35	284.7	44.4	8.5	1.1	250.0
36	250.0	39.0	7.6	1.0	219.4
37	219.4	34.2	6.8	0.9	192.6
38	192.6	30.1	5.8	0.8	169.1
39	169.1	26.4	5.1	0.7	148.5
40	148.5	23.2	4.5	0.6	130.3
41	130.3	20.3	3.9	0.5	114.4
42	114.4	17.8	3.4	0.4	100.5
43	100.5	15.7	3.0	0.4	88.2
44	88.2	13.8	2.6	0.3	77.4
45	77.4	12.1	2.3	0.3	68.0
46	68.0	10.6	2.0	0.3	59.7
47	59.7	9.3	1.8	0.2	52.4
48	52.4	8.2	1.6	0.2	46.0
49	46.0	7.2	1.4	0.2	40.4
50	40.4	6.3	1.2	0.2	35.4
51	35.4	5.6	1.1	0.1	31.1
52	31.1	4.9	0.9	0.1	27.3
53	27.3	4.3	0.8	0.1	24.0
54	24.0	3.7	0.7	0.1	21.1
55	21.1	3.3	0.6	0.1	18.5
56	18.5	2.9	0.6	0.1	16.2
57	16.2	2.5	0.5	0.1	14.2
58	14.2	2.2	0.4	0.1	12.5
59	12.5	2.0	0.4	0.0	11.0
60	11.0	1.7	0.3	0.0	9.6
61	9.6	1.5	0.3	0.0	8.5
62	8.5	1.3	0.3	0.0	7.4
63	7.4	1.2	0.2	0.0	6.5
64	6.5	1.0	0.2	0.0	5.7
65	5.7	0.9	0.2	0.0	5.0
66	5.0	0.8	0.2	0.0	4.4
67	4.4	0.7	0.1	0.0	3.9
68	3.9	0.6	0.1	0.0	3.4
69	3.4	0.5	0.1	0.0	3.0
70	3.0	0.5	0.1	0.0	2.6
71	2.6	0.4	0.1	0.0	2.3
72	2.3	0.4	0.1	0.0	2.0
73	2.0	0.3	0.1	0.0	1.8
74	1.8	0.3	0.1	0.0	1.6
75	1.6	0.2	0.0	0.0	1.4
76	1.4	0.2	0.0	0.0	1.2
77	1.2	0.2	0.0	0.0	1.1
78	1.1	0.2	0.0	0.0	0.9
79	0.9	0.1	0.0	0.0	0.8
80	0.8	0.1	0.0	0.0	0.7
81	0.7	0.1	0.0	0.0	0.6
82	0.6	0.1	0.0	0.0	0.5
83	0.5	0.1	0.0	0.0	0.5
84	0.5	0.1	0.0	0.0	0.4
85	0.4	0.1	0.0	0.0	0.4
86	0.4	0.1	0.0	0.0	0.3
87	0.3	0.1	0.0	0.0	0.3
88	0.3	0.0	0.0	0.0	0.3
89	0.3	0.0	0.0	0.0	0.2
90	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
91	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2
92	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1
93	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
94	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
95	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
96	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
97	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
98	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
99	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
100	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
101	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
102	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

## TRABAJANDO CON LA HOJA ELECTRONICA DE CALCULO 2.

Otro trabajo realizado en este primer momento de acercamiento a la tecnología fue:

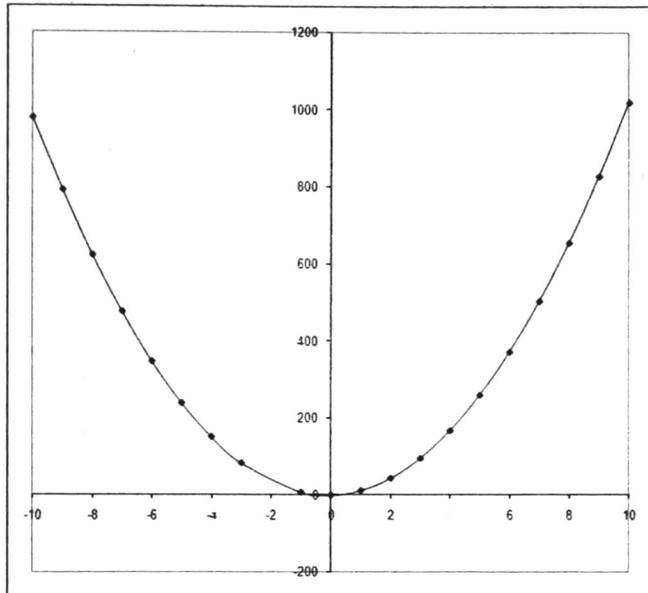
**“Resolver una expresión algebraica de segundo grado ( $ax^2+bx+c=0$ ) por el método gráfico y según lo que indican los valores de su discriminante”.**

10      2      3      Corta al eje x en dos puntos

Soluciones:	
X1=	0.2317
X2=	-0.432

**TABLA DE VALORES**

X	Y
-10	979
-9	792
-8	623
-7	476
-6	347
-5	239
-4	151
-3	83
-1	7
0	-1
1	11
2	43
3	95
4	167
5	259
6	371
7	503
8	655
9	827
10	1019



Con ayuda de la hoja electrónica de cálculo pudimos concluir que la o las soluciones de una ecuación cuadrática es donde la curva corta al eje de las abscisas (x) y cuando el discriminante es mayor que 0 la ecuación tiene dos soluciones, cuando el discriminante es menor de 0 la ecuación no tiene solución y cuando es igual a 0 tiene una solución. Todo esto lo pude visualizar de manera inmediata al usar diferentes valores para **a**, **b** y **c** en la ecuación  $ax^2+bx+c=0$  pues la variación de la parábola es de manera inmediata.

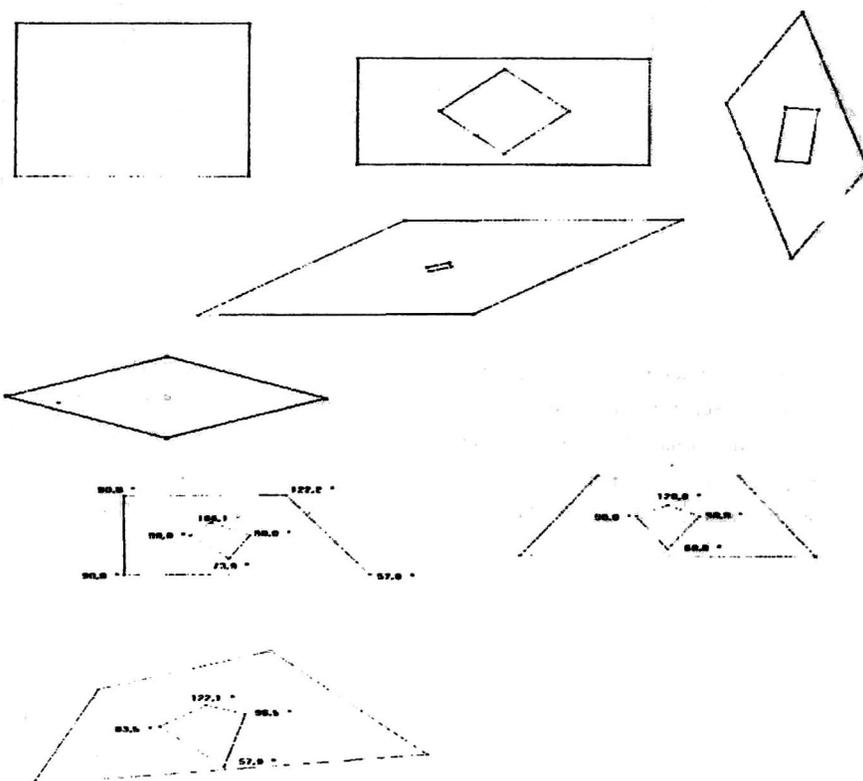
## TRABAJANDO CON GEOMETRÍA DINÁMICA (CABRI)

Después de familiarizarnos con los diferentes comandos de Cabri, se nos pidió analizar la siguiente pregunta:

**¿Qué observas cuando unes los puntos donde se intersecan las bisectrices de un cuadrilátero?**

Utilizando esta herramienta digital vimos las bondades de la misma como son la precisión y rapidez de los trazos, así como la posibilidad de explorar diversos ejemplos de cuadriláteros. Pude concluir lo que se muestra en las siguientes imágenes.

**¿Qué observas cuando unes los puntos donde se intersecan las bisectrices de un cuadrilátero?**



PROF. MIGUEL ANGE L HERRERA SALGADO

### **CONCLUSIONES:**

- a) Cuando se trata de un paralelogramo y trazamos las bisectrices a sus ángulos interiores, lo que aparece al unir los puntos donde se intersecan las bisectrices; siempre será un rectángulo a excepción del cuadrado y el rombo donde solo aparece un punto.
  
- b) Cuando el cuadrilátero es un trapecio en los puntos de intersección de las bisectrices aparece un cuadrilátero cíclico, esto es un cuadrilátero cuyos ángulos opuestos suman  $180^\circ$ ; pero con la característica especial que dos de dichos ángulos miden  $90^\circ$ .
  
- c) Pero cuando se trata de un trapecioide sigue apareciendo al unir los puntos de intersección de las bisectrices un cuadrilátero cíclico, aunque sus medidas ya no tienen ninguna característica común.

## TRABAJANDO CON SISTEMAS ALGEBRAICOS COMPUTACIONALES (CAS) 1

Una primera actividad que se realizó con CAS fue la comparación de expresiones mediante evaluación numérica. Mediante el llenado de una tabla en una hoja de trabajo, se pudo conjeturar sobre cuáles expresiones algebraicas eran equivalentes:

**Fecha: 02-07-2006**

### Actividad 1: Expresiones equivalentes Lección 1

#### Parte I (con CAS): Comparación de expresiones mediante evaluación numérica

(A) La tabla de abajo muestra cinco expresiones algebraicas y dos valores posibles de  $x$ .

Usando los dos valores dados de  $x$  (i.e.,  $1/3$  y  $-5$ ) y otros dos valores que tú elijas, calcula los valores que resultan en cada una de las expresiones, usando la herramienta de evaluación de tu calculadora [i.e., el "operador tal que". ( )].

Importante: Procede a completar una fila de la tabla y así hasta que la termines.

Registra tus elecciones adicionales de los valores de  $x$ , y anótalos en la fila de arriba de la tabla; escribe los resultados apropiados en las celdas de abajo.

Para $x =$		1/3	-5	3	-1/5
Expresión		Resultado	Resultado	Resultado	Resultado
1.	$(x-3)(4x-3)$	40/9	184	0	304/25
2.	$(x^2+x-20)(3x^2+2x-1)$	0	0	-256	16128/625
3.	$(3x-1)(x^2-x-2)(x+5)$	0	0	256	8448/625
4.	$(-x+3)^2+x(3x-9)$	40/9	184	0	304/25
5.	$\frac{(x^2+3x-10)(3x-1)(x^2+3x+2)}{(x+2)}$	0	0	256	8448/625

(B) Compara los resultados obtenidos en las diversas expresiones de la tabla precedente. Registra, en el rectángulo siguiente, todo aquello que observas.

Las expresiones algebraicas 1 y 4 son equivalentes pues al sustituir todos los valores de  $x$  en dicha expresión da el mismo resultado. Así mismo las expresiones 3 y 5, dan resultados similares al sustituir los valores de  $x$ , por lo tanto también son equivalentes. La expresión algebraica 2 solo coincide en los dos primeros resultados con las ecuaciones 3 y 5.

(C) Pregunta de reflexión:

Con base en tus observaciones de la tabla precedente (en (A)), ¿qué puedes conjeturar respecto a lo que pasa si extiendes la tabla e incluyes otros valores de  $x$ ?

Las expresiones algebraicas que son equivalentes seguirán siendo equivalentes aunque se varíen los valores de  $x$ , pues siempre se obtendrá el mismo resultado.

Actividad realizada con CAS.

## TRABAJANDO CON SISTEMAS ALGEBRAICOS COMPUTACIONALES (CAS) 2

Con CAS también se llevó a cabo una actividad para la exploración de la factorización de  $x^n - 1$ . Mediante esta actividad pude comprobar con el sistema algebraico computacional (CAS), las factorizaciones que estaba realizando con lápiz y papel; esto resultó muy provechoso pues me permitió construir una regla para el producto notable en cuestión de una manera rápida y sencilla.

También pude ver lo que tienen en común y en lo que difieren algunos productos cuando se multiplican por un mismo factor, mientras al otro factor se le va agregando la misma literal pero con el exponente 1, 2, 3, etc.

2. (c) ¿Qué tienen de común las siguientes tres expresiones? Y ¿en qué difieren?  
 $(x-1)(x+1)$ ,  $(x-1)(x^2+x+1)$  y  $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$ .

Tienen en común el primer factor y lo que difiere es el segundo factor. Aunque es interesante que en el segundo factor el exponente va decreciendo y todas las expresiones terminan en 1.

2. (d) ¿Cómo explicas el hecho de que los productos precedentes son todos ellos un binomio, si se llevó a cabo la multiplicación de: dos binomios, un binomio por un trinomio y un binomio por un tetranomio?

Porque el primer factor tiene un -1 y el otro un +1 en todas las factorizaciones lo que hace que al aplicar la propiedad distributiva nos queden términos iguales con signo diferente, lo que permite eliminarlos.

Y pude generar una regla que me permitiera factorizar expresiones algebraicas similares o bien conjeturar que lo que estaba sucediendo con una expresión particular.

2. (e) Tomando como base las expresiones que has encontrado hasta ahora, pronostica una factorización de la expresión:  $x^5 - 1$ .

$$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

2. (f) Explica por qué el producto:  $(x-1)(x^{15}+x^{14}+x^{13}+\dots+x^2+x+1)$  da como resultado:  $x^{16}-1$

Si  $(x+1)(x-1)=x^2-1$ ,  $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$  entonces podemos deducir que para obtener el resultado de la multiplicación propuesta, basta con multiplicar los primeros términos de ambos factores y los últimos términos.

2. (g) Tu explicación (en (f), precedente) ¿también es válida para la siguiente igualdad?

$$(x-1)(x^{134}+x^{133}+x^{132}+\dots+x^2+x+1)=x^{135}-1$$

Explica:

Es válida también la explicación precedente para esta multiplicación.

Con todo lo aprendido pude establecer conclusiones generales como las que se muestran en las preguntas y ejercicios descritos a continuación.

II.(B).2. Con base en los patrones que observaste en la tabla II.B precedente, revisa (si es necesario) tu conjetura de la Parte A. Esto es, ¿para qué números  $n$  la factorización de  $x^n - 1$ :

- i) contiene exactamente dos factores?
- ii) contiene más de dos factores?
- ii) incluye a  $(x+1)$  como factor?

Por favor, explica:

Si contiene dos factores cuando el exponente  $n$  es un número primo.  
Contiene más de dos factores cuando el exponente  $n$  es un número compuesto.  
Y tiene como factor a  $(x+1)$  cuando el exponente  $n$  es un número par mayor que dos.

II(C) Sin usar tu calculadora, responde las siguientes preguntas:

1. La expresión:  $x^{2004} - 1$

- i) ¿contiene más de dos factores?
- ii) incluye a  $(x+1)$  como factor?

Por favor, explica:

Si contiene más de dos factores porque el exponente es un número compuesto y como además es un número par incluye al factor  $(x+1)$

2. La expresión:  $x^{2005} - 1$

- i) ¿contiene más de dos factores?
- ii) incluye a  $(x+1)$  como factor?

Por favor, explica:

Si contiene más de dos factores porque el exponente es un número compuesto y no incluye al factor  $(x+1)$  porque dicho exponente no es par.

3. La expresión:  $x^{853} - 1$

- i) ¿contiene más de dos factores?
- ii) incluye a  $(x+1)$  como factor?

Por favor, explica:

Tiene únicamente dos factores y no incluye al factor  $(x+1)$ , porque el exponente es un número primo.

---

**Discusión en el salón de clases de la Parte II B y C**

---

**Parte III: papel y lápiz, tarea de desafío**

Explica por qué  $(x+1)$  es siempre factor de  $x^n - 1$  para valores pares de  $n \geq 2$ .

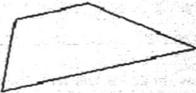
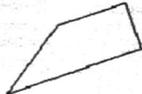
Porque al factorizar siempre se desarrolla la diferencia de cuadrados  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ , ya que es una factorización total del binomio cuyo exponente es un número par mayor que dos.

# ANEXO 12.

## APRENDIENDO A HACER Y REPORTAR UNA INVESTIGACIÓN

---

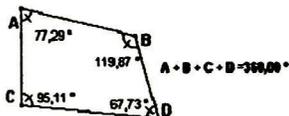
Como parte de mi formación durante la maestría, se me pidió que buscara las definiciones y características de los cuadriláteros y con esa información, en el periodo vacacional de Semana Santa, aplicara un cuestionario a algunos de mis vecinos de diferentes grados escolares y se elaborará un reporte (el cual muestro a continuación).

C U A D R A T R A P E C I O S	<b>1.- PARALELOGRAMO</b>			Lados paralelos dos a dos
	<b>RECTÁNGULO</b>		Paralelogramo que tiene los 4 ángulos iguales. Esto es cuatro ángulos rectos.	
	<b>CUADRADO</b>		Tiene lados iguales y ángulos iguales. <b>Cuadrilátero regular.</b>	Tiene cuatro ángulos rectos, y por tanto es un rectángulo. Tiene cuatro lados iguales y en consecuencia es un rombo.
	<b>ROMBO</b>		Paralelogramo que tiene los cuatro lados iguales.	
I L T R A P E Z O I D E	<b>2.-TRAPECIO</b>			Dos de sus lados, (normalmente llamados bases) son paralelos.
	<b>TRAPECIO RECTÁNGULO</b>		Un lado perpendicular a las bases. o bien Tiene dos ángulos rectos.	
	<b>TRAPECIO ISÓSCELES</b>		Los lados no paralelos son de igual longitud.	
	<b>TRAPECIO ESCALENO</b>	A veces encontramos la nomenclatura de trapezio escaleno, para referirse a los no rectángulos ni isósceles. Me parece innecesario. Llamémosle <b>trapezio</b> , sin apellidos.		
R O	<b>3.-TRAPEZOIDE</b>		Algunos libros denominan así a los cuadriláteros que no tienen lados paralelos. En mi opinión sobra este nombre. Es un <b>cuadrilátero</b> , sin más.	
	<b>ROMBOIDE **</b>		Cuadrilátero con dos pares de lados consecutivos iguales.	

# CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero es un polígono de 4 lados.

La suma de los ángulos interiores es  $360^\circ$ .



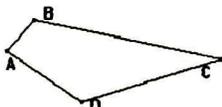
En todo lo que se escribe a continuación, nos referimos a cuadriláteros no cruzados, esto es, excluimos figuras del tipo que se representa a la derecha. Sin entrar en la discusión de si son o no cuadriláteros, que en todo caso dependerá de la definición que se tome.



## CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS

La primera gran división que podemos realizar es cuadriláteros convexos y cuadriláteros no convexos, llamados puntas de flecha o deltoides.

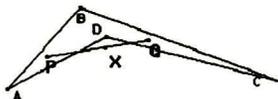
### CUADRILÁTERO CONVEXO



Cada uno de los ángulos interiores es menor de  $180^\circ$ .

O bien, dados dos puntos cualesquiera interiores al cuadrilátero, el segmento que los une tiene todos sus puntos interiores al cuadrilátero.

### CUADRILÁTERO NO CONVEXO (CÓNCAVO)



Uno de los ángulos (D) es mayor de  $180^\circ$ .

Podemos encontrar dos puntos, P, Q, tales que el segmento PQ tenga puntos, X, exteriores al cuadrilátero.

## CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS CONVEXOS.

La clasificación más extendida es atendiendo al **paralelismo de sus lados**, se tiene:

CUADRILÁTEROS CONVEXOS	Dos pares de lados paralelos	Paralelogramos
	Dos lados paralelos y los otros dos no paralelos	Trapezios
	Ningún lado paralelo	Trapezoides o simplemente cuadriláteros.

El cuestionario aplicado tenía dos partes en la primera se pedía que dibujaran ciertas figuras y en la segunda que identificaran una figura específica.



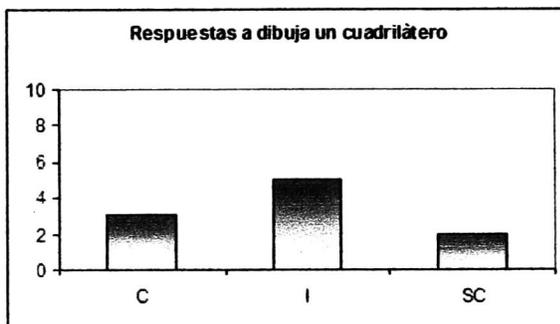
El cuestionario se aplicó a diez personas con escolaridad y edad variada el día 17 de Abril de 2006, cinco hombres cuyas edades oscilan desde los 9 años hasta 29 años; y cinco mujeres cuyas edades van desde 13 años hasta 27 años.

La primera parte del cuestionario aplicado consistió en que dibujaran un cuadrilátero, un rombo, un cuadrado y un trapecio. Los resultados obtenidos se enlistan a continuación y las letras C significa Correcto, I significa Incorrecto y SC sin contestar.

**I. Dibuja lo que se te pide.**

a) Un cuadrilátero.

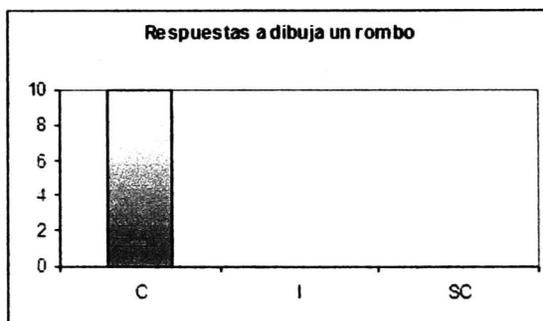
	M	H	TOTAL
C	1	2	3
I	2	3	5
SC	2	0	2
TOTAL	5	5	10



En este reactivo solo el 30% contestó correctamente mientras que un 50% lo hizo de forma incorrecta y el 20% dejó esta pregunta sin contestar. Lo cual demuestra que no conocen las características que debe tener un cuadrilátero y por lo tanto no lo dibujaron o lo hicieron mal un 70% de los encuestados.

b) Un rombo.

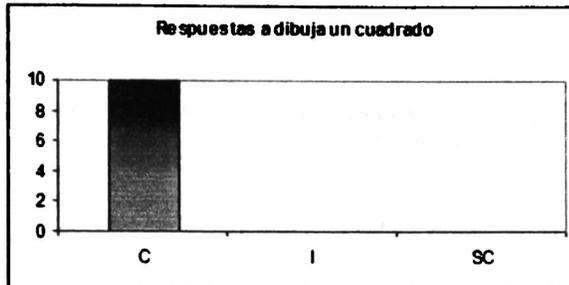
	M	H	TOTAL
C	5	5	10
I	0	0	0
SC	0	0	0
TOTAL	5	5	10



Aquí ninguno tuvo problemas y hubo el 100% de efectividad, aunque pudimos observar que 9 de los 10 encuestados dibujaron el rombo con la diagonal mayor de manera vertical y la diagonal menor de forma horizontal.

c) Un cuadrado.

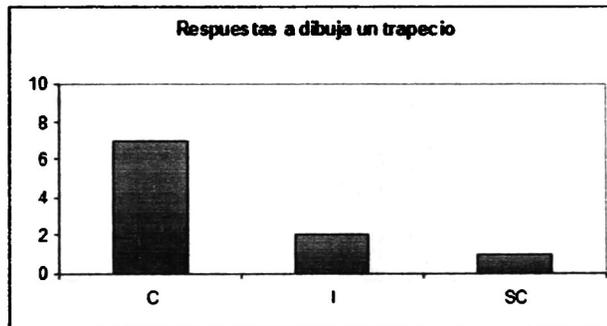
	M	H	TOTAL
C	5	5	10
I	0	0	0
SC	0	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>



Tampoco hubo dificultad en que dibujaran un cuadrado, aunque aquí pudimos observar que todos lo dibujaron con un lado como base y ninguno con un vértice como base.

d) Un trapecio.

	M	H	TOTAL
C	2	5	7
I	2	0	2
SC	1	0	1
<b>TOTAL</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>

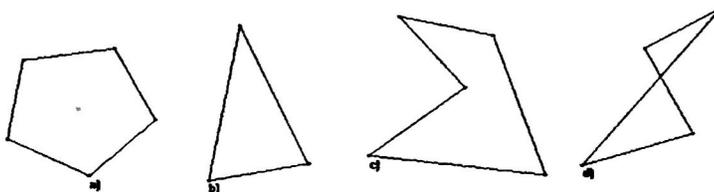


En este reactivo se obtuvo solo el 70% de aciertos, cabe mencionar que el 50% dibujaron un trapecio isósceles y el 20% un trapecio escaleno o rectángulo.

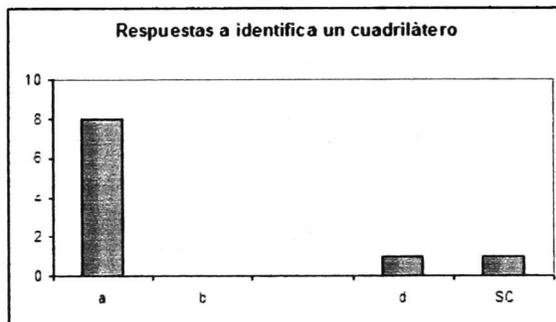
La segunda parte del cuestionario consistió en que de una serie de dibujos identificaran un cuadrilátero, un rombo, un cuadrado y un trapecio; los resultados obtenidos se describen a continuación.

**I. Identifica de los siguientes dibujos lo que se te pide.**

**1) Un cuadrilátero.**

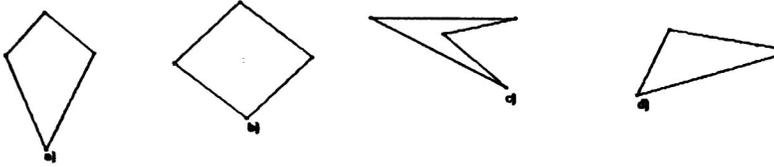


	M	H	TOTAL
a	4	4	8
b	0	0	0
c	0	0	0
d	0	1	1
SC	1	0	1
<b>TOTAL</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>

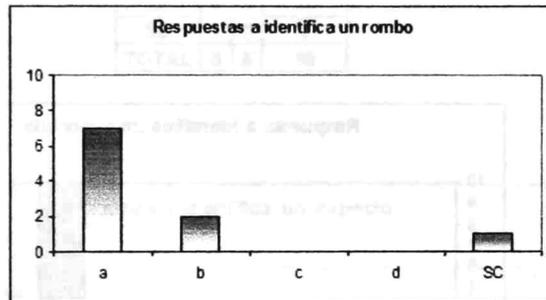


El 90% de los encuestados no conocen la definición de cuadrilátero y por lo tanto las características que debe de tener, ya que solo uno de los encuestados contestó correctamente.

1) Un rombo.

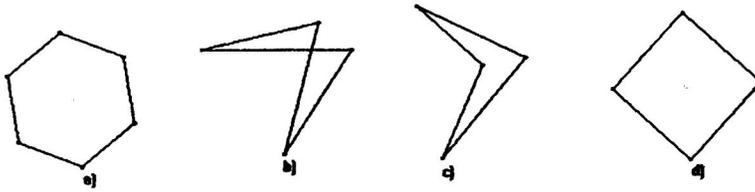


	M	H	TOTAL
a	4	3	7
b	1	1	2
c	0	0	0
d	0	0	0
SC	0	1	1
TOTAL	5	5	10

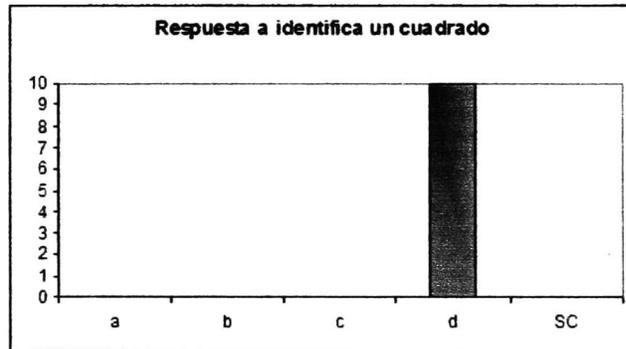


Siete de un total de diez confundieron al romboide con el rombo, lo cual denota una falta de conocimientos acerca de las características que tiene un rombo.

1) Un cuadrado.

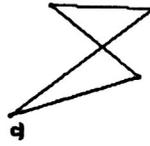
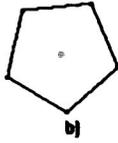
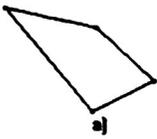


	M	H	TOTAL
a	0	0	0
b	0	0	0
c	0	0	0
d	5	5	10
SC	0	0	0
TOTAL	5	5	10

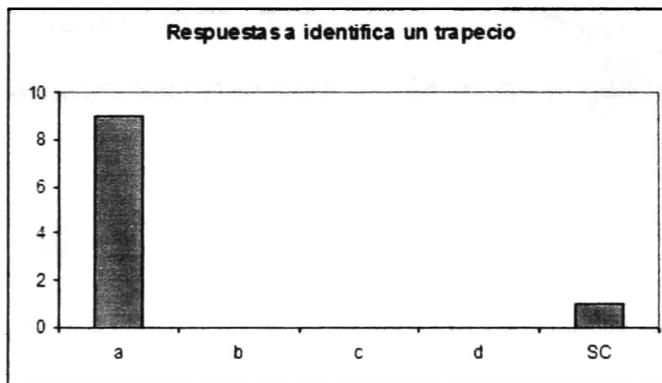


La totalidad de los encuestados tiene el conocimiento de las características que debe tener un cuadrado, esta pregunta no presentó ninguna dificultad para los encuestados.

1) Un trapecio



	M	H	TOTAL
a	4	5	9
b	0	0	0
c	0	0	0
d	0	0	0
SC	1	0	1
TOTAL	5	5	10



Solo una persona dejo sin contestar este reactivo y el 90% lo hizo acertadamente, no hubo problema para identificar un trapecio.

El jurado designado por el Departamento de Matemática Educativa, Unidad Distrito Federal del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprueba la tesis:

**Cambios en el aula con el uso de tecnología y  
resolución de problemas algebraicos**

que presenta **Miguel Ángel Herrera Salgado** para su examen final de Maestría en Educación en Matemáticas el día 15 de febrero del año 2011.



Dra. Ana Isabel Sacristán Rock



Dr. Hugo Rogelio Mejía Velasco



Dra. Nadia Gil Ruiz



Dra. Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres