



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

**Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones a través
de materiales didácticos interactivos: estudio empírico con
alumnos de secundaria**

Tesis que presenta

Ángel Manuel Ruiz Cruz

para obtener el Grado de

**Maestro en Ciencias
especialidad Matemática Educativa**



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITECNICO
NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

CINVESTAV
EN
ADQUISICION
DE LIBROS

Directora de la Tesis:

Dra. María Teresa Rojano Ceballos

México, Distrito Federal

Enero 2011

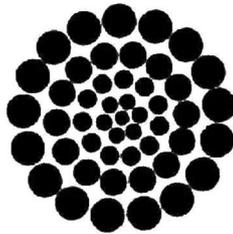
QAS.7.E3 R85 2011

CLASIF.	
ADQUIS.	SSI-12726
ACQUIS.	SBC Agosto 2011
PROCED.	Law 260
	\$

10:174623-1001

**Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
por el apoyo brindado para realizar los estudios de maestría.**

Becario No 267509



CONACYT

AGRADECIMIENTOS

ALA DOCTORA MARÍA TERESA ROJANO CEBALLOS

Directora de esta tesis por su asesoría, tiempo y paciencia para la realización de este trabajo final.

**A LOS DOCTORES AURORA GALLARDO CABELLO
Y EUGENIO FILLOY YAGÜE**

Por sus valiosas aportaciones para la revisión y mejoramiento a esta tesis.

RESUMEN

La presente investigación explora y documenta las distintas estrategias que utilizan los alumnos de secundaria, al afrontar problemas que involucran la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, mediante entornos tecnológicos. Se utiliza una unidad interactiva llamada "sistemas de ecuaciones" conformada por varios apartados (applets) como herramienta para dar solución a los sistemas de ecuaciones lineales que se estudian en el segundo grado de la Educación Secundaria.

El trabajo se desarrollo en cinco capítulos. En el capítulo I se menciona el motivo por el cual se da esta investigación a partir de un ambiente computacional conformado por applets. En el capítulo II se describe la unidad interactiva "sistema de ecuaciones" con los diferentes apartados que la componen y las escenas que integran cada uno de ellos. En el capítulo III se presenta el estudio piloto, sus resultados y cambios realizados para el estudio principal. En el capítulo IV se aborda el estudio principal. Y por último, en el capítulo V se dan a conocer las notas finales y conclusiones a las que se llego con la aplicación de la unidad interactiva "sistema de ecuaciones"

Concluimos que la elección de algunos de los métodos dados para un sistema de ecuaciones lineales, en particular, no se llevó a cabo por parte de los estudiantes, mientras que la ejercitación y reafirmación de la manipulación algebraica se vio beneficiada por el uso del material interactivo "sistemas de ecuaciones". dada la característica del desarrollo del mismo.

ABSTRACT

This research explores and documents the different strategies used by high school students, to address problems that involve solving systems of linear equations, using technology environments. It uses an interactive unit called "systems of equations" composed of several sections (applets) as a tool for solving linear equations systems are studied in the second grade of secondary education.

The work is developed place in five chapters. In chapter I mentions the reason why this research is given from a computing environment consist of applets. Chapter II describes the interactive unit "system of equations" with the various items that compose it and the scenes that make up each one of them. Chapter III presents the pilot study, results and changes made to the main study. Chapter IV deals with the main study. Finally, in Chapter V are released the final notes and conclusions reached with the implementation of the interactive unit "system of equations."

We conclude that the choice of some of the methods given for a system of linear equations, in particular, was not carried out by students, while the fitness and the reaffirmation of algebraic manipulation was benefited by the use of interactive material "systems of equations" given the characteristics of development.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES EN LA ESCUELA SECUNDARIA	3
1.1 ANTECEDENTES.....	3
1.2 PROBLEMA Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	4
1.3 PROPÓSITO.....	5
1.4 ELEMENTOS TEÓRICO– METODOLÓGICOS.....	6
1.5 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.....	9
CAPITULO II. CON SISTEMAS DE ECUACIONES EN DESCARTES	13
2.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL APPLET.....	13
2.2 APARTADOS.....	16
2.3 MOMENTOS EN LA RUTA DIDÁCTICA.....	17
2.4 DISEÑO DE ACTIVIDADES Y HOJAS DE TRABAJO.....	20
CAPITULO III. TRABAJO EXPERIMENTAL	39
3.1 DESCRIPCIÓN DE LA REALIZACIÓN DEL ESTUDIO PILOTO.....	39
3.2 PROPÓSITO DEL ESTUDIO PILOTO.....	39
3.3 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.....	40
3.4 ESTUDIO PILOTO.....	43
CAPITULO IV. TRABAJO EXPERIMENTAL CON SISTEMAS DE ECUACIONES DESCARTES ESTUDIO PRINCIPAL	44
4.1 DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO PRINCIPAL.....	44
4.2 ANÁLISIS.....	45
4.3 RESULTADOS DEL TRABAJO EXPERIMENTAL.....	60
4.4 CONCLUSIONES.....	61
CAPITULO V. NOTAS FINALES	66
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	68
ANEXOS	69

INTRODUCCIÓN

Con el estudio de las matemáticas se pretende que los niños en la escuela secundaria desarrollen un pensamiento que los ayude a reconocer, plantear y solucionar problemas cotidianos. Para lograrlo es necesario crear ambientes propicios para desarrollar confianza y seguridad en los alumnos, una actitud positiva que busque desarrollar en ellos el interés por las matemáticas.

Introducir al adolescente en la asignatura de matemáticas es difícil porque la mayoría de ellos vienen con una predisposición de que son difíciles y aburridas. Es tarea del profesor buscar alternativas y estrategias para hacer interesantes y eficaces las clases.

El programa de estudios 2006 establece los contenidos a desarrollar en cada año escolar pero la labor del profesor en la presentación de cada uno de ellos, es buscar situaciones o problemáticas para darlos a conocer y desarrollar alternativas o estrategias para su solución. Una clase bien diseñada, con el ambiente propicio, favorece el proceso de enseñanza- aprendizaje de los alumnos. La aparición de las computadoras a partir de los años setenta, provocó la idea de utilizarlos como instrumentos en la enseñanza de las matemáticas, ocupándolos para crear ambientes de aprendizajes.

La investigación que aquí se presenta pretende analizar el papel que juegan los materiales digitales llamados applets en el aprendizaje de temas matemáticos específicos, cuando dichos materiales han sido diseñados ex -profeso para la enseñanza de tales temas. En particular interesa explorar, observar, discutir y documentar las distintas estrategias que utilizan los alumnos de secundaria al aplicar los métodos aprendidos mediante los applets al afrontar problemas que involucran la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Esta visión nos permite observar los fenómenos en torno a la extensión de la sintaxis aprendida para solucionar ecuaciones lineales a la solución de sistemas de ecuaciones lineales, y las nuevas significaciones que se construyen en este proceso. La introducción de herramientas tecnológicas al

aula permite la creación de un entorno interactivo de enseñanza y aprendizaje que fomenta, entre otras, el pensamiento lógico-matemático, la motivación y el auto aprendizaje de los alumnos. En esta investigación se utiliza una unidad interactiva llamada "sistemas de ecuaciones" conformada por varios apartados (applets) como herramienta para dar solución de los sistemas de ecuaciones lineales que se estudian en la Educación Secundaria durante el segundo grado, en el quinto bloque.

Esta tesis está formada por cinco capítulos. El capítulo I se menciona el motivo por el cual se da esta investigación sobre el tema de sistemas de ecuaciones lineales a partir de un ambiente computacional conformado por applets y los antecedentes que se tienen con investigaciones en las que se utilizó este tipo de recursos. Se manifiesta el problema de investigación y las preguntas que surgen a partir de éste, y se describen los instrumentos ocupados acompañados de una reseña del estudio piloto.

En el capítulo II se describe la unidad interactiva "sistema de ecuaciones" con los diferentes apartados que la componen y las escenas que integran cada uno de ellos. Se dan a conocer las hojas de trabajo y las actividades diseñadas en el estudio.

En el capítulo III se presenta el estudio piloto, sus resultados y cambios realizados para el estudio principal. Se describen las secciones de clase y la dinámica de trabajo.

En el capítulo IV se aborda el estudio principal, se menciona sus características y componentes para llevarlo a cabo. Se analiza la ejecución y progreso de cada sujeto, con el propósito de dar a conocer las estrategias y logros de los alumnos a partir de su interacción con los applets.

Por último, en el capítulo V se dan a conocer las notas finales y conclusiones a las que se llegó con la aplicación de la unidad interactiva "sistema de ecuaciones"

CAPITULO I. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES EN LA ESCUELA SECUNDARIA.

1.1 ANTECEDENTES

En los últimos años, ha habido un gran interés por reestructurar en el sistema educativo la enseñanza de las matemáticas, y el estudio de las ciencias en general, partiendo de que una mejor educación ayudará al individuo a responder adecuadamente a los cambios y necesidades sociales, ahora se pide que un trabajador cambie y se ajuste al desarrollo de varias actividades constantemente. De la misma manera que en el ámbito escolar, constituirá un reto para el estudiante el resolver problemas que involucren la manipulación de materiales reales y virtuales, por lo cual el manejo de recursos tecnológicos e interactivos, hoy en día es cada vez más necesaria.

El interés por conocer en profundidad el pensamiento de los estudiantes que se inician en el aprendizaje del álgebra ha llevado a muchos investigadores a analizar las interrelaciones del lenguaje algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética. Lo anterior, en razón de que por lo general, en términos curriculares, la introducción al álgebra tiene como antecedentes más próximos a esos dos lenguajes, y también porque, desde los primeros estudios, se hizo evidente la enorme influencia que los mismos tienen en la construcción, por parte de los sujetos, de la sintaxis algebraica y en el uso que éstos hacen de dicha sintaxis en la resolución de problemas (Fillooy, 2008).

A su vez los estudios de M. Yerushalmy son significativos como antecedente a este trabajo de tesis, en el sentido de que en dicha investigación se lleva a cabo un estudio empírico longitudinal con acercamiento gráfico con tecnología a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, por lo cual serán cimientos, en el desarrollo de este trabajo sobre los métodos de solución para sistemas de ecuaciones lineales.

1.2 PROBLEMA Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.

Se parte de la idea de que los contenidos matemáticos, al ser abordados, para su enseñanza a través de actividades que permitan a los alumnos trabajar con materiales didácticos interactivos, como los applets, pueden ser analizados a través de diferentes representaciones dinámicas.

La aplicación de entornos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje del álgebra, tiene como propósito que los estudiantes, a través de ellos, relacionen su mundo real con simuladores y se den cuenta de las relaciones que hay en las variables de ciertos fenómenos, es decir encontrar la forma de relación y dependencia funcionales. Es importante entonces encontrar herramientas para que los alumnos simulen una experiencia personal con un entorno tecnológico, y puedan representarla matemáticamente como una función.

El trabajo con dos incógnitas en la educación secundaria ha sido bastante menos investigado que los primeros accesos a la sintaxis algebraica (Solares, 2007). Sin embargo el estudio en funciones y parámetros se ha profundizado por varios investigadores. Por lo cual en este proyecto trataremos de abordar el estudio de sistemas de ecuaciones, que ha sido menos explorado.

Una de las dificultades, reportadas por Solares es la de considerar dos representaciones para la misma incógnita en donde al menos una de ellas es una expresión que involucra a la otra incógnita, provocando esta obstrucción de la representación y manipulación de dos incógnitas.

En el trabajo que aquí se presenta, se abordara de nuevo esta problemática, pero utilizando un software específico, basado en applets para ayudar a los estudiantes a afrontar la situación.

Yerushalmy (1994) menciona y describe la naturaleza de la transición al simbolismo algebraico y el puente de la funcionalidad de objetos gráficos con los estudiantes, al trabajar con entornos gráficos. El tema de sistemas de

ecuaciones, con la ayuda de los nuevos entornos tecnológicos, es una propuesta, como facilitador al simbolismo algebraico.

El currículo tradicional del álgebra es rebasado por el uso de las tecnologías, por lo cual es necesario un cambio en éste para aprovechar tales herramientas para la enseñanza de los contenidos en álgebra y la forma de abordarlos. Con este trabajo se intenta hacer una aportación en el terreno del uso de la tecnología para el aprendizaje significativo del álgebra en la secundaria.

Las preguntas de investigación que guían el estudio son:

1) ¿En qué medida el estudiante logra comprender el proceso y cada uno de los pasos de los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales (sustitución, suma o resta y de igualación) mediante el uso de material interactivo en el cual se enfatizan las propiedades de los métodos, sin recurrir a la manipulación simbólica a mano?

2) El trabajo con el material interactivo y específicamente la experiencia con el apartado 5.1, en la que se retroalimenta la elección de uno de los métodos, ¿permite al estudiante desarrollar criterios de discriminación entre los métodos dado un sistema en particular?

3) La experiencia con el material interactivo, ¿permite que los estudiantes aborden las tareas propuestas con un uso competente del sistema de signos del álgebra, sobre todo en las tareas de sustitución algebraica?

1.3 PROPÓSITO.

Los ambientes tecnológicos como entornos de aprendizaje tienen entre sus características la posibilidad de recurrir a la visualización y al dinamismo que los hacen distintos y más poderosos que los medios tradicionales con el uso de papel y lápiz. Gracias a estas herramientas es posible exhibir propiedades

matemáticas, ilustrar conceptos matemáticos y procedimientos para construir ambientes de aprendizaje.

El propósito principal de esta investigación es analizar el papel que juegan los materiales digitales llamados applets en el aprendizaje de temas matemáticos específicos, cuando dichos materiales han sido diseñados ex -profeso para la enseñanza de tales temas. En particular, interesa explorar, observar, discutir y documentar las distintas estrategias que utilizan los alumnos de secundaria al aplicar los métodos aprendidos mediante los applets, al afrontar problemas que involucran la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

1.4 ELEMENTOS TEÓRICO – METODOLÓGICOS.

La idea principal del marco teórico y que sustentará nuestra investigación es el acercamiento de los *modelos teóricos locales* al estudio de la adquisición del lenguaje algebraico. Cada estudiante trae una experiencia lingüística en el uso de distintos sistemas de signos, debido a sus antecedentes. Lo que interesa analizar es la relación de los sistemas de signos de los alumnos con su manejo del álgebra en el preciso momento curricular correspondiente al estudio.

La investigación estará basada en la propuesta teórica de los Modelos Teóricos Locales desarrollado por E. Filloy y quien afirma que: “Para poder observar experimentalmente cierto tipo de fenómenos debemos contar con un marco teórico que permita interpretar tales hechos y proponer nuevas observaciones que desentrañen las relaciones entre las diversas componentes que entran en juego.” (FilloY, 1999).

Trabajaremos con el marco propuesto por Filloy, relacionado con 4 componentes: la del modelo de enseñanza, la del modelo de procesos cognitivos; del modelo que describe en el nivel formal al conocimiento matemático, y del modelo de comunicación. Todo modelo teórico local está definido por la relación que se establece entre las distintas componentes al momento de la observación.

La aplicación de estas componentes admite referir las reglas de competencia comunicativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en los que los estudiantes interactúan con sus propias producciones dentro del sistema de signos del álgebra. Con sus propias producciones, los estudiantes tratan de darles sentido a las acciones que realizan ante una tarea, un problema o un ítem algebraico que se les propone.

En los modelos de enseñanza se plantea diseñar contextos concretos que en la enseñanza matemática sean familiares para los alumnos con el propósito de dotarlos de significado, que sirvan de guía al estudiante para construir los elementos de sintaxis iniciales y que más tarde empleará en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

El modelo para los procesos cognitivos se acciona cuando se dan a conocer conceptos matemáticos con códigos ya establecidos con anticipación y se ponen en práctica para llevar a cabo las formas de pensamiento matemático y su comunicación.

El modelo de competencia pertenece a los componentes del modelo teórico local que se construye para la investigación y se crean de la necesidad de representar a través de un sistema matemático de signos conocimiento matemático, en el cual los estudiantes manifiestan diferentes niveles de uso del sistema matemático de signos.

La intervención de los modelos de comunicación es necesaria para regularizar la necesidad de comunicación, la cual será llevada a través de Sistemas Matemáticos de Signos que nos permiten pensar matemáticamente y comunicarnos con otros por medio de una teoría de códigos, que a su vez tomarán reglas para producir textos matemáticos.

Por las características que asume el modelo teórico local y su definición, nuestro trabajo estará basado en un modelo más que en una teoría, lo cual servirá de marco teórico- metodológico para la observación experimental.

Se recurre al elemento teórico de Sistema Matemático de Signos (que a partir de aquí abreviaremos como SMS), desarrollado por Filloy, Rojano, y Puig (2008), para el caso específico del álgebra simbólica, que consiste básicamente en las nociones de la semiótica, porque los signos matemáticos no son de naturaleza lingüística y porque ésta es la ciencia de los signos en general y no de los signos lingüísticos. Se utiliza la teoría semiótica de Peirce, por que enfatiza los procedimientos de lectura e interpretación de los textos matemáticos más que de los signos mismos. En lugar de Sistema de Signos Matemáticos, utilizamos Sistema Matemáticos de Signos por que el adjetivo Matemático se aplica en su totalidad y no a los signos en lo individual. Por eso es mejor utilizarlo, ya que los textos matemáticos incluyen signos del lenguaje natural además de los signos matemáticos.

Cada estudiante trae consigo experiencia en el uso de signos, debido a sus antecedentes y experiencia lingüística previa. Lo que interesa analizar es como utilizan dicha experiencia cuando interactúa con problemas que involucran el Sistema de Signos del álgebra. Específicamente en este estudio, interesa este análisis cuando el Sistema de Signos del álgebra se presenta en un ambiente digital y dinámico.

La decisión de recurrir a la semiótica, es la de poder entender los procesos de asignación de *significado* y *sentido* en la actividad matemática, en la que a través de los applets los alumnos desarrollan un aprendizaje de los diferentes métodos para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Eugenio Filloy introdujo la necesidad de usar una noción de sistemas matemáticos de signos lo suficientemente amplia como para que puedan servir como herramienta de análisis de los textos que producen los alumnos cuando se les están enseñando matemáticas en los sistemas escolares (Filloy, 1999). Con base en lo anterior el cuestionario inicial y final de este estudio, junto con las hojas de trabajo son herramienta fundamental para poder interpretar el desarrollo que tienen los alumnos con los SMS en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con la aplicación de los applets.

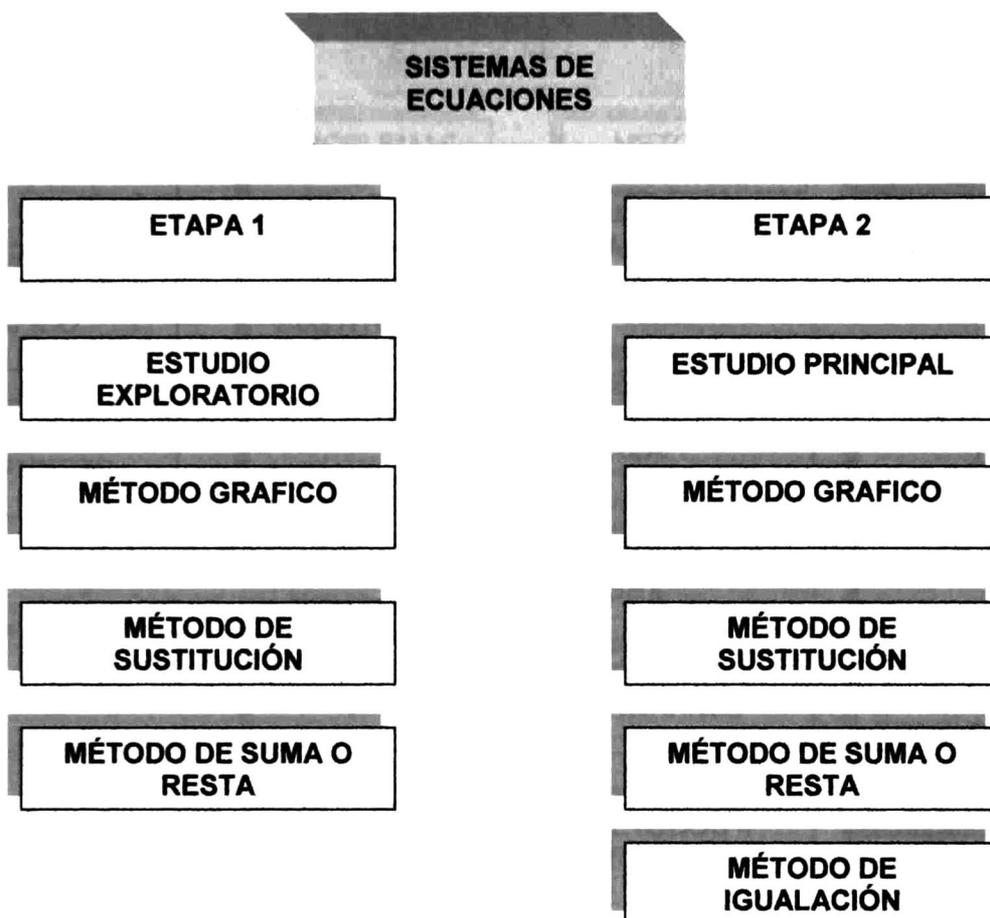
A través de la aplicación de los applets como uso de artefactos didácticos en una situación de enseñanza controlada, se buscó que los alumnos produjeran sus propios sistemas de signos con el fin de dotar de sentido a lo que se les presentó en la situación de enseñanza, en cada escena del applet de sistemas de ecuaciones. Lo anterior, por medio de la necesidad de no sólo darles significado a los términos de una ecuación, sino de dotar de sentido a estas nuevas expresiones y a las operaciones que se requieren para utilizarlas (Filloy, 1999).

1.5 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.

La metodología utilizada consistió en realizar un estudio empírico y cualitativo con estudiantes de segundo grado de secundaria, en el que se puso en práctica en el aula la unidad interactiva "sistemas de ecuaciones" Los instrumentos utilizados fueron dos cuestionarios uno de diagnóstico y uno final, doce hojas de trabajo, una por cada escena de la unidad interactiva. Se dio una participación de tipo investigación- acción, ya que las sesiones fueron guiadas en todo momento.

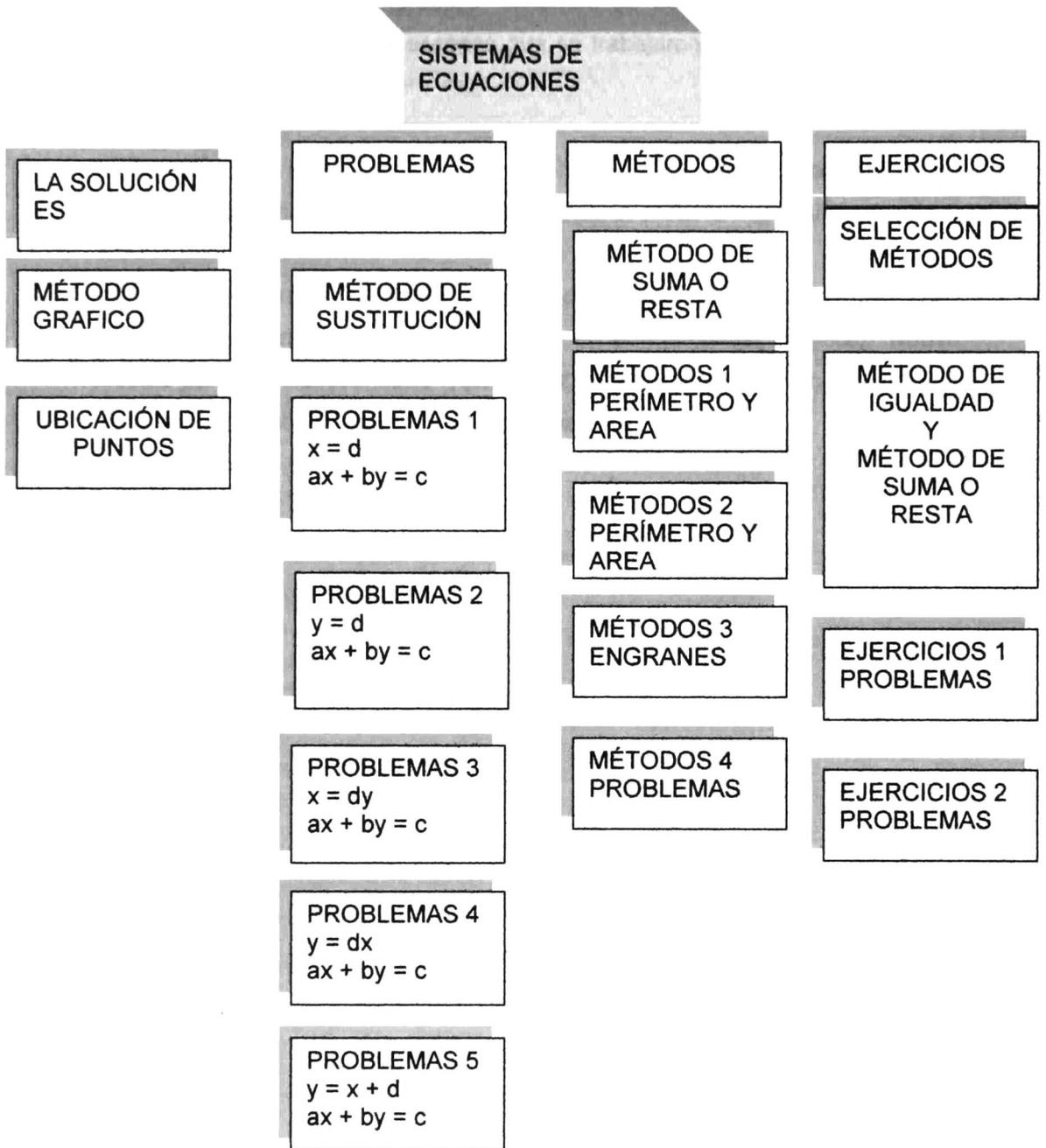
Se hizo una investigación curricular en la que se debe seguir un proceso cíclico de desarrollo y evaluación: elaboración de una propuesta de material, experimentación de los mismos, evaluación de los resultados, modificación de los materiales como consecuencia de la evaluación y experimentación del nuevo material.

Figura no 1. Diagrama de la investigación.



En esta tesis nos referimos como etapa 1, al estudio exploratorio y como etapa 2 al estudio principal. La etapa 1 solo fue desarrollada en tres fases como estudio piloto, por lo cual no fue necesario abarcar todas las fases del estudio principal (véase figura no. 1).

Figura no. 2. Escenas que componen la unidad interactiva "sistemas de ecuaciones"



En la etapa 2 o estudio principal se desarrollaron los cuatro apartados con los que cuenta el material interactivo "sistemas de ecuaciones", los cuales se dividen en un total de doce escenas que se trabajaron completamente (véase figura no. 2).

Cada escena se desarrollo con hojas de trabajo y al final de cada etapa se aplico un cuestionario final con papel y lápiz sin el material interactivo.

La unidad interactiva "Sistemas de Ecuaciones" forma parte del desarrollo curricular con tecnología, llevado a cabo en el marco del proyecto "Nuevo Modelo para la Telesecundaria" (SEP) utilizando el programa de cómputo para matemáticas Descartes (Proyecto Descartes).

CAPITULO II. SISTEMAS DE ECUACIONES EN DESCARTES

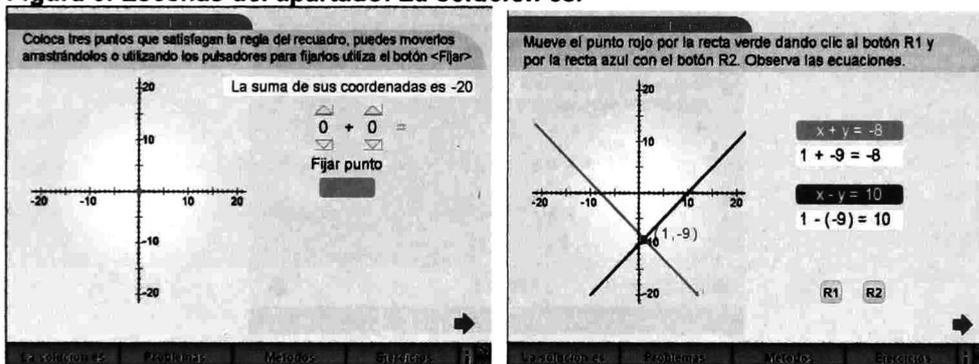
2.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL APLET.

El recurso interactivo con nombre de "sistemas de ecuaciones" consta de cuatro apartados: *la solución es*, *problemas*, *métodos* y *ejercicios*. En el estudio fueron abordados los cuatro en su totalidad.



El primer apartado consta de una sola escena, la cual se aborda con la primera hoja de trabajo. En esta se pretende introducir el tema de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a través de la grafica de puntos en el plano cartesiano (ver Figura 3).

Figura 3. Escenas del apartado: La solución es.



En el apartado de "problemas" se busca que el alumno aprenda a plantear, resolver y comprobar la resolución de un sistema de ecuaciones. La funcionalidad de cada problema es la misma pero su grado de complejidad varía en cada uno de ellos (ver Figura 4).

Figura 4. Escenas del apartado: **Problemas.**

Juanita y Sergio pidieron 8 tacos de chuleta y 7 de chorizo y les cobraron \$ 125. El taco de chuleta cuesta \$6. ¿Cuánto costará el de chorizo? Plantea las ecuaciones.



Sea x el precio del taco de chuleta, sea y el precio del taco de chorizo

$$x = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{7}y = \frac{1}{10}$$

Resolución

En la papelería compras 5 copias y 4 marcadores, en total te cobran \$ 45. Si un marcador te cuesta \$10. ¿Cuánto cuesta una copia? Plantea la ecuación del problema.



Sea x el precio de la copia, sea y el precio del marcador

$$y = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{10}$$

Resolución

Lee cuidadosamente la nota de remisión incluyendo el dato que se encuentra en la parte de abajo. Plantea las ecuaciones correspondientes.

NOTA DE REMISIÓN	
17831	
5	huaraches
5	tés
El precio de un huarache equivale a diez tés	
TOTAL A PAGAR	\$110

Sea x el precio del huarache sea y el precio del té

$$\frac{1}{10}x + \frac{1}{1}y = \frac{1}{110}$$

$$x = \frac{1}{10}y$$

Resolución

Plato con frutas: le ponemos 2 veces más durazno que tuna. La tuna cuesta \$8 por kilo y el durazno cuesta \$20. Si tenemos \$ 128 pesos, ¿cuántos kilos de tuna y durazno se deben comprar?



Sea x el número de kilos de tuna sea y el número de kilos de durazno

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{8}x + \frac{1}{20}y = \frac{1}{128}$$

Resolución

El peso de una naranja es igual al peso de una manzana más 15 gr. El peso de 3 manzanas y 2 naranjas es igual a 75 gr. ¿Cuánto pesa una manzana y cuánto una naranja?



Sea x el peso de una manzana sea y el peso de una naranja

$$y = x + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{75}$$

Resolución

En el apartado de “métodos” se tomaron las cuatro escenas que lo conforman. En este apartado se abordan dos métodos de resolución: el de suma o resta y el de igualación (ver Figura 5)

Figura 5. Escenas del apartado: *Métodos*.

The screenshot displays four problem scenes in a grid layout, each with a title, a diagram, and input fields for equations.

- Top Left:** "El perímetro del triángulo isósceles es 9 y el del rectángulo es 34. Escribe las ecuaciones en los espacios en blanco y clic a continuar." Diagram shows an isosceles triangle with base z and equal sides w , and a rectangle with width w and length $3z$.
- Top Right:** "El perímetro del primer triángulo es 22 y el del segundo es 28. Escribe las ecuaciones en los espacios en blanco y clic a continuar." Diagram shows two triangles. The first has sides $y+2$, x , and $2y$. The second has sides $x-y$, $2y$, and $2x$.
- Bottom Left:** "Mientras que el engrane A da 3 vueltas, el engrane B da 15. Si A tiene 24 dientes más que B. ¿Cuántos dientes tiene cada engrane?" Diagram shows two meshing gears. Text asks for the number of teeth for each gear.
- Bottom Right:** "El costo de 2 blusas equivale a \$2132 menos el costo de 6 faldas y cada blusa cuesta \$94 más que cada falda. ¿Cuánto cuesta cada una?" Diagram shows a blouse and a skirt.

Each scene includes a "Verificar" (Verify) button, a "Resolver" (Solve) button, and a "Continuar" (Continue) button. Navigation arrows and a "Comprobación" (Check) button are also visible between scenes.

Y por ultimo, el apartado de "ejercicios" que consta de dos escenas, donde el alumno puede elegir entre dos métodos: el de Suma o Resta y el de Igualación (ver Figura 6).

Figura 6. Escenas del apartado: *Ejercicios*.

The screenshot displays two problem scenes in a grid layout, each with a word problem, a variable definition, and a choice of solution methods.

- Left Scene:** "Si se duplica el número de canicas de Mauricio y se agrega una más, sería el triple de canicas de Javier, si Javier tuviera tres canicas más, tendría las mismas que Mauricio. ¿Cuántas canicas tienen?" The problem asks to set up a system of equations for the number of marbles for Mauricio and Javier.
- Right Scene:** "Diana pagó \$50 por 2 pastas de dientes y 1 jabón. Adriana compró 4 pastas de dientes y 3 jabones por 110. ¿Cuánto cuesta cada jabón y cada pasta?" The problem asks for the cost of a toothpaste and a soap.

Each scene includes a "Verificar" (Verify) button and a "Resolver" (Solve) button. Below the scenes, there are buttons for selecting a solution method: "Suma o resta" (Sum or subtract) and "Igualdad" (Equality).

2.2 APARTADOS

❖ **Recurso interactivo.** Formado por cuatro apartados:

1. La solución es

Consta de una sola escena, que consiste en tres etapas, en la primera se pide al alumno ubicar tres pares de coordenadas cuya suma o diferencia sea cierta cantidad, originándose con el tercer punto una línea recta sobre el plano cartesiano. En la segunda etapa se pide ubicar otros tres pares de coordenadas para originar una segunda recta con inclinación contraria lo que provoca el cruce de las dos líneas. El tercer momento se da cuando los alumnos se dan cuenta que las coordenadas que coinciden en las dos rectas son la solución del sistema.

2. Problemas

Las escenas que aquí se desarrollan se dividen en tres bloques. El bloque 1 consta de las primeras dos escenas, problemas 1 y 2, en donde conocemos el valor de una de sus incógnitas $x=a$, $y=b$. En las ecuaciones del bloque 2, problemas 3 y 4, una de sus incógnitas esta en términos de la otra $x=ay$, $y=bx$. La ultima escena, problemas 5, pertenecen al bloque 3, en donde una de sus dos ecuaciones es de la forma $x= y+a$ o $y= x+b$.

3. Métodos

Este apartado consta de cuatro escenas, en las cuales se explica la resolución de sus ecuaciones por medio de los métodos de suma o resta y de Igualación. Las dos primeras escenas se trabajan a través del perímetro de figuras y los dos últimos con el desarrollo de problemas. La idea es que el alumno desarrolle las herramientas algebraicas necesarias para resolver cualquier problema que se le presente.

4. Ejercicios

Este apartado consta de dos escenas, donde el alumno puede elegir entre dos métodos: el de Suma o Resta y el de Igualación, pero antes él debe plantear el sistema de ecuaciones y elegir el método que crea es el más adecuado.

2.3 MOMENTOS EN LA RUTA DIDÁCTICA.

En esta parte del capítulo se analizará si hay una evolución hacia el uso competente del sistema algebraico de signos para la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. La idea es ver cómo el estudiante interactúa con los distintos sistemas de signos que aparecen en el material didáctico. Este análisis se realizará separadamente por apartado.

Apartado 1. La solución es.

El trabajo del alumno realizado con el apartado es el siguiente:

- ✓ Graficación de dos rectas, a partir de las propiedades de las coordenadas de tres puntos para cada una de ellas.
- ✓ Identificación de la ecuación algebraica de cada línea recta.
- ✓ Localización del punto de intersección de las dos rectas en la grafica.
- ✓ Verificación de las coordenadas del punto las cuales satisfacen a las dos ecuaciones lineales.

SMS: GRAFICO

En este apartado los alumnos consolidaron su uso de SMS gráfico al utilizar sus conocimientos sobre la ubicación de coordenadas, ya que el applet los guiaba a la ubicación de éstas para definir líneas rectas en el plano cartesiano.

Apartado 2. Problemas.

En este apartado el alumno trabaja:

- ✓ Definición de las dos literales: **X** y **Y** en el problema planteado.
- ✓ Interpretación del problema al lenguaje algebraico con la ayuda del applet.
- ✓ Conocimiento y reafirmación de la manipulación algebraica a través del método de sustitución mostrado por el applet.

SMS: ALGEBRAICO

Aquí el esfuerzo se enfocó a que los alumnos lograran identificar el valor desconocido del problema, lo representaran con las dos literales: **X** y **Y**, plantearan las ecuaciones correspondientes, interpretaran las ecuaciones como expresiones que sintetizaran las relaciones entre los datos y la cantidad desconocida del problema. Se toma en cuenta que los alumnos se enfrentaron a la necesidad de traducir el texto del problema al código algebraico y a la resolución de ecuaciones guiada por el applet utilizando su SMS algebraico.

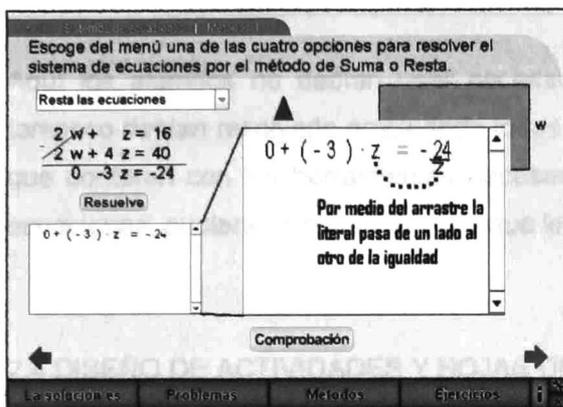
Apartado 3. Métodos.

El trabajo del alumno realizado con el apartado es el siguiente:

- ✓ Conocimiento sobre perímetro y propiedades de figuras geométricas regulares.
- ✓ Interpretación del perímetro a través de expresiones algebraicas.
- ✓ Interpretación del problema al lenguaje algebraico con la ayuda del applet.
- ✓ Conocimiento y reafirmación de la manipulación algebraica a través del método de suma o resta mostrado por el applet.
- ✓ Manipulación algebraica por medio de "arrastre"

La acción de arrastre consiste en seleccionar y sujetar un término de la ecuación por medio del mouse y el puntero para llevarlo al otro lado de la igualdad (ver figura 7).

Figura 7. Acción de arrastre.



SMS: GEOMETRICO Y ALGEBRAICO

Los alumnos clarificaron que el procedimiento algebraico que se utilizó consistió esencialmente en realizar procedimientos de simplificación algebraica con su SMS algebraico, de manera que al final del proceso queda una sola ecuación con una incógnita encontrando las soluciones del sistema. Su conocimiento sobre propiedades de figuras básicas utilizando su SMS geométrico ayudó a representar las ecuaciones del sistema.

Apartado 4. Ejercicios.

En este apartado el alumno trabajó:

- ✓ Definición de las dos literales: **X** y **Y** en el problema planteado.
- ✓ Interpretación del problema al lenguaje algebraico con la ayuda del applet.
- ✓ Elección de un método para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, ya sea de suma o resta o el de igualación.

- ✓ Conocimiento y reafirmación de la manipulación algebraica a través de cualquiera de los métodos mostrado por el applet.
- ✓ Manipulación algebraica por medio de arrastre.

SMS: LENGUAJE NATURAL Y ALGEBRAICO

Aquí los alumnos no debían usar necesariamente un método específico ni tampoco debían resolverlo empleando todos los métodos; más bien, la idea era que contaran con las herramientas necesarias para que, ante un sistema de ecuaciones, pudieran elegir el método que les pareciera más adecuado.

2.4 DISEÑO DE ACTIVIDADES Y HOJAS DE TRABAJO

Secuencia didáctica de recursos interactivos

Secuencia: 1

Curso: Matemáticas 2 **Apartado:** 5.1

Eje temático: SNyPA

Tema: significado y uso de literales

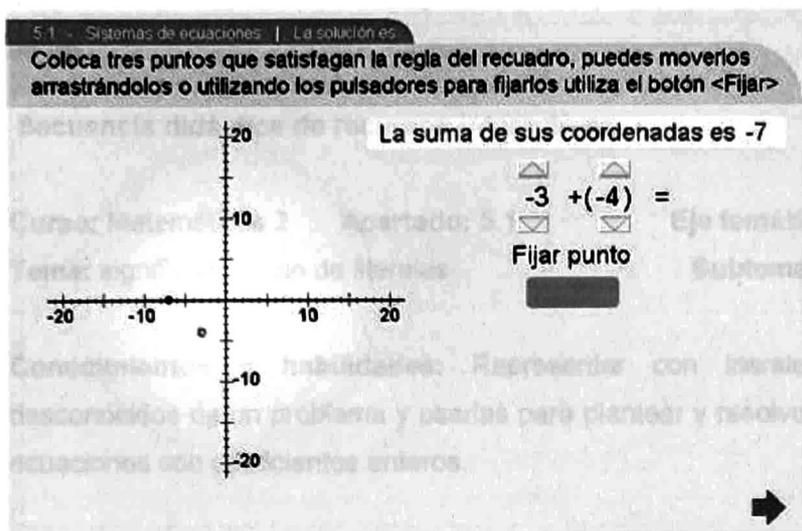
Subtema: ecuaciones

Conocimientos y habilidades: Representar con literales los valores desconocidos de un problema y usarlas para plantear y resolver un sistema de ecuaciones con coeficientes enteros.

Intenciones didácticas: El estudio de los sistemas de ecuaciones debe partir de problemas sencillos, que faciliten la apropiación gradual de los procedimientos para plantear y resolver ecuaciones simultáneas.

Consigna. Introduciremos al alumno a la resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a través de la gráfica de puntos en el plano cartesiano, la labor se realizará en tres etapas, en la primera el applet le propondrá un problema y le pedirá al alumno localice tres puntos que cumplan con la primera condición que se pide, dando lugar a la graficación de una recta (ver Figura 8)

Figura 8. Escena del apartado: *La solución es.*



De esta forma, pasamos a la segunda etapa de esta escena, en donde se pide graficar otros tres puntos que satisfagan la segunda condición, lo cual dará lugar a otra recta en el plano cartesiano.

Ya que están graficadas ambas rectas, se señala el punto de intersección. Al ir moviendo el punto por las rectas, se observan sus coordenadas, tanto en el plano cartesiano como sustituidos en las ecuaciones correspondientes, donde se comprueba la solución.

Consideraciones previas:

Debido a que es una escena introductoria, no se deben plantear las ecuaciones para resolver el sistema de ecuaciones. La aparición de estas ecuaciones, después de obtener la gráfica de las dos rectas, es sólo para observar y comprobar que el punto de intersección satisface a ambas rectas.

Al momento de realizar la gráfica de cada una de las rectas en el plano cartesiano, se debe dejar muy claro que la existencia de una recta está determinada únicamente por dos puntos.

Después de realizar el ejercicio, se debe enfatizar que el único punto que satisface las dos condiciones es justamente aquél que se encuentra en ambas rectas.

Secuencia didáctica de recursos interactivos

Secuencia: 2

Curso: Matemáticas 2 **Apartado:** 5.1

Eje temático: SNyPA

Tema: significado y uso de literales

Subtema: ecuaciones

Conocimientos y habilidades: Representar con literales los valores desconocidos de un problema y usarlas para plantear y resolver un sistema de ecuaciones con coeficientes enteros.

Intenciones didácticas: El estudio de los sistemas de ecuaciones debe partir de problemas sencillos, que faciliten la apropiación gradual de los procedimientos para plantear y resolver ecuaciones simultáneas.

Consigna. El alumno aprenderá cómo se plantea, resuelve, concluye y comprueba un sistema de ecuaciones a través de la transformación del problema a lenguaje algebraico. La complejidad de las escenas va a ir variando conforme se vaya avanzando, podemos dividirlos en tres bloques. El bloque 1 consta de las primeras dos escenas (Problemas 1 y 2) en donde conocemos el valor de una de sus incógnitas ($x=a$, $y=b$). En las ecuaciones del bloque 2 (Problemas 3 y 4), una de sus incógnitas está en términos de la otra ($x=ay$, $y=bx$). La última escena (Problemas 5) pertenece al bloque 3, en donde una de sus dos ecuaciones es de la forma $x=y+a$ o $y=x+b$ (ver Figura 9)

Para la resolución de ecuaciones haremos uso del método de sustitución, ya que es la forma más natural de realizarlo debido a la presentación de las ecuaciones.

Figura 9. Escena del apartado: Problemas.

5.1 - Sistemas de ecuaciones a partir del planteamiento de problemas | Problemas 1

Chela y Alfredo pidieron 5 tacos de tripa y 8 de lengua y les cobraron \$50. El taco de tripa cuesta \$2. ¿Cuánto costará el de lengua? Plantea las ecuaciones.

Sea x el precio del taco de tripa, sea y el precio del taco de lengua

$$x = 2$$
$$5x + 8y = 50$$

Resolución

Consideraciones previas:

Sugerimos enfatizar la lectura correcta de cada problema planteado para que el alumno pueda comprender claramente su significado. La parte de resolución debe ser obtenida por los propios alumnos en su cuaderno, para que entiendan mejor los pasos que deben seguir y después compararla con lo que muestra el interactivo. Las conclusiones y la comprobación se deben hacer en forma grupal, después de que cada alumno la realizó solo o con un grupo de compañeros para clarificar todo el proceso.

Es recomendable comentar a los alumnos que el método de sustitución no es el único por el cuál se pueden resolver estas ecuaciones, que existen otros igualmente sencillos.

Secuencia didáctica de recursos interactivos

Secuencia: 3

Curso: Matemáticas 2 Apartado: 5.1

Eje temático: SNyPA

Tema: significado y uso de literales

Subtema: ecuaciones

Conocimientos y habilidades: Representar con literales los valores desconocidos de un problema y usarlas para plantear y resolver un sistema de ecuaciones con coeficientes enteros.

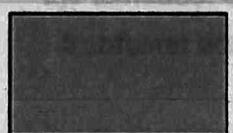
Intenciones didácticas: El estudio de los sistemas de ecuaciones debe partir de problemas sencillos, que faciliten la apropiación gradual de los procedimientos para plantear y resolver ecuaciones simultáneas.

Consigna. Esta unidad didáctica consta de cuatro escenas, en las cuales se explicará detalladamente la resolución de sus ecuaciones por medio de los métodos de Suma o Resta y de Igualación. Se plantea un ejercicio que puede resolverse con el método de Suma o Resta. En primer lugar, se debe escribir en la tabla el sistema de ecuaciones que satisfaga el enunciado planteado: arriba la ecuación para el triángulo y abajo para el rectángulo. Obsérvense las figuritas del lado izquierdo de la tabla (ver Figura 10).

Figura 10. Escena del apartado: *Métodos*.

5.1 - Sistemas de ecuaciones | Métodos 1

El perímetro del triángulo isósceles es 9 y el del rectángulo es 30.
Escribe las ecuaciones en los espacios en blanco y clic a continuar.

	$2w+z=9$		
	$2w+4z=30$		

Verificar Resolver Continuar

Comprobación

Una vez que tenemos el sistema de ecuaciones, proseguimos a su resolución.

En la ecuación presentada no es tan intuitivo el uso del método de Suma o Resta. De hecho, se plantea de esta forma para cuestionar al alumno si este es el método más apropiado. Le mostraremos que sí, multiplicando las ecuaciones por un mismo número, que nos ayude a cancelar cualquiera de las dos variables.

Consideraciones previas:

En las cuatro escenas, los ejercicios están planteados de tal forma que el sistema de ecuaciones sea el adecuado para cada método, no obstante el uso de algún otro es correcto. La idea de este apartado es que el alumno tenga las herramientas algebraicas necesarias para resolver cualquier problema que se le presente, ya sea por uno u otro método o también puede obtener sus soluciones de forma intuitiva. Pero es muy importante cuestionarle al alumno porque se utiliza cierto método y no otro en los distintos ejercicios.

Secuencia didáctica de recursos interactivos

Secuencia: 4

Curso: Matemáticas 2 **Apartado:** 5.1

Eje temático: SNyPA

Tema: significado y uso de literales

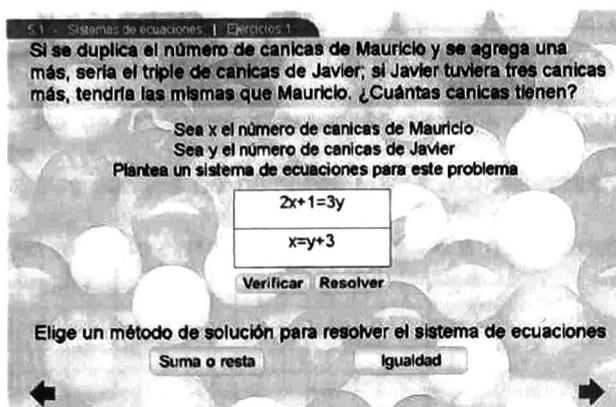
Subtema: ecuaciones

Conocimientos y habilidades: Representar con literales los valores desconocidos de un problema y usarlas para plantear y resolver un sistema de ecuaciones con coeficientes enteros.

Intenciones didácticas: El estudio de los sistemas de ecuaciones debe partir de problemas sencillos, que faciliten la apropiación gradual de los procedimientos para plantear y resolver ecuaciones simultáneas.

Consigna. Lo primero que debe hacer el alumno es plantear el sistema de ecuaciones y elegir el método que crea es el más adecuado. Se plantearán a través del lenguaje algebraico los problemas que implican sistemas de ecuaciones.

Figura 11. Escena del apartado: Ejercicios.



En esta secuencia lo más importante no es resolver paso a paso los sistemas de ecuaciones, sino ayudarle al alumno a elegir el método más adecuado. Seguramente muchos de ellos harán su elección de acuerdo a la facilidad que ellos obtengan en uno u otro método, eso no es incorrecto, pero deben conocer las ventajas y desventajas de utilizar uno u otro método. Los alumnos deben resolver esos ejercicios en su cuaderno, ya que en los apartados anteriores se les enseñó paso a paso cada uno de los métodos. Se pueden observar ciertas características, como el tiempo que lleva resolver un sistema por uno u otro método o la facilidad para utilizar uno de ellos, constatando que la solución siempre va a ser la misma (ver Figura 11).

HOJAS DE TRABAJO

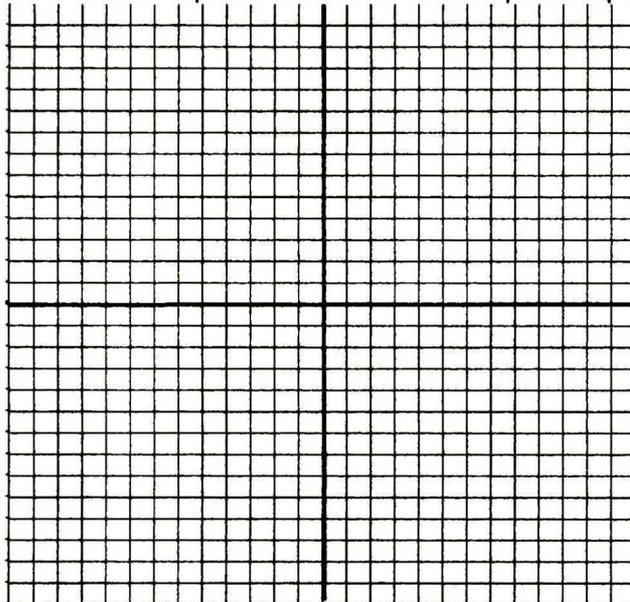
Las hojas de trabajo contienen indicaciones que guían a los alumnos a través de cada escena con el propósito de tener evidencias de trabajo con el material interactivo y anotaciones del desarrollo algebraico que realiza cada uno de ellos.

En total se diseñaron 12 hojas de trabajo correspondientes a cada una de las escenas del material interactivo.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

NOMBRE:

- 1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones.
- 2.- Coloca tres parejas de números cuyas coordenadas sumen el número que se te pide.
- 3.- Ubica en el plano cartesiano los tres puntos que obtuviste.



FECHA:

4.- Si unes los tres puntos resultantes, ¿están sobre la misma recta? _____

¿Todas las parejas de números que sumen lo mismo, estarán sobre la misma recta? _____

Copia la ecuación que aparece en la pantalla en el recuadro verde, ¿que representa? _____

5.- Vuelve a graficar los otros tres pares de números sobre el mismo plano. ¿Qué sucede con las dos rectas graficadas? _____

¿Cuáles son las coordenadas donde se interceptan las rectas? _____

6.- Escribe la ecuación de cada una de las dos líneas rectas que aparecen en la pantalla (recuadro verde y azul) _____

7.- ¿Qué valores para “x” y “y” satisfacen al mismo tiempo las dos ecuaciones? _____

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE: _____	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a “problemas”</p> <p>2.- contesta lo siguiente: Sea x el precio de taco del primer ingrediente (PI), Sea y el precio de taco del segundo ingrediente (SI). ¿Cuánto cuesta el taco del PI (x)? $x =$ _____ ¿Cuántos tacos de PI (x) pidieron? _____ ¿Cuántos tacos de SI (y) pidieron? _____ ¿Cuánto pagaron en total? _____ Anota tu segunda ecuación de la pantalla: _____ Da click en el recuadro amarillo: Resolución. Da click en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? _____ _____ Da click en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? _____ _____ Da click en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? _____ _____ Da click en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizo? _____ ¿Cuánto cuesta cada taco ? _____</p> <p>Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de “x” y “y”, para comprobar la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$x =$ $y =$</p> <p>Compruébalo dando click a comprobación. ¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige.</p> <p>Da click al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.</p>
FECHA: _____	

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE:	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "problemas"</p> <p>2.- Se te presentara un problema sobre una compra en una papelería, contesta lo siguiente:</p> <p>Sea x el precio del primer producto, anota el producto: _____</p> <p>Sea y el precio del segundo producto, anota el producto: _____</p> <p>¿Cuánto cuesta el segundo producto(y)? $y =$ _____</p> <p>¿Cuántos productos pidieron del primero (x)? _____</p> <p>¿Cuántos productos pidieron del segundo (y)? _____</p> <p>¿Cuánto pagaron en total? _____</p> <p>Anota tu segunda ecuación de la pantalla: _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Resolución.</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? _____</p> <p>_____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? _____</p> <p>_____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? _____</p> <p>_____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizo? _____</p> <p>¿Cuánto cuesta el primer producto? _____</p> <p>Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de "x" y "y", para comprobar la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$x =$ $y =$</p> <p>Compruébalo dando click a comprobación.</p> <p>¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige.</p> <p>Da click al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.</p>
FECHA:	

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
<p>NOMBRE: _____</p> <p>FECHA: _____</p>	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "problemas".</p> <p>2.- Se te presentara un problema sobre una nota de remisión, contesta lo siguiente:</p> <p>Sea x el precio del primer producto, anota el producto: _____</p> <p>Sea y el precio del segundo producto, anota el producto: _____</p> <p>¿Cuál es la equivalencia de x sobre y? $x=$ _____</p> <p>¿Cuántos productos pidieron del primero (x)? _____</p> <p>¿Cuántos productos pidieron del segundo (y)? _____</p> <p>¿Cuánto pagaron en total? _____</p> <p>Anota tu primera ecuación de la pantalla: _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Resolución.</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizo? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 5 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 6 ¿Qué operación se realizo? _____</p> <p>¿Cuánto cuestan los productos? _____</p> <p>Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de "x" y "y", para comprobar la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$x=$ $y=$</p> <p>Compruébalo dando click a comprobación.</p> <p>¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige.</p> <p>Da click al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.</p>

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE:	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "problemas".</p> <p>2.-Se te presentara un problema sobre un plato con frutas, contesta lo siguiente:</p> <p>Sea x el precio de la primera fruta, anota la fruta: _____</p> <p>Sea y el precio de la segunda fruta, anota la fruta: _____</p> <p>¿Cuál es la equivalencia de y sobre x? $y=$ _____</p> <p>¿Cuánto cuesta el kilo de la primera fruta (x)? _____</p> <p>¿Cuánto cuesta el kilo de la segunda fruta (y)? _____</p> <p>¿Cuánto dinero se tiene? _____</p> <p>Anota la segunda ecuación de la pantalla: _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Resolución.</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizo? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 5 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da click en el recuadro amarillo: Paso 6 ¿Qué operación se realizo? _____</p> <p>¿Cuántos kilos de cada fruta hay? _____</p> <p>Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de "x" y "y", para comprobar la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$x=$ $y=$</p> <p>Compruébalo dando click a comprobación.</p> <p>¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige.</p> <p>Da click al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.</p>
FECHA:	

	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">NOMBRE: _____</p> <p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">FECHA: _____</p>	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da clic a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da clic en la parte de abajo a "problemas"</p> <p>2.-Se te presentara un problema sobre el peso de unas frutas, contesta lo siguiente:</p> <p>Sea x el peso de la primera fruta, anota la fruta: _____</p> <p>Sea y el peso de la segunda fruta, anota la fruta: _____</p> <p>¿Cuál es la equivalencia de y sobre x? $y=$ _____</p> <p>¿Cuántas frutas hay de la primera (x)? _____</p> <p>¿Cuántas frutas hay de la segunda (y)? _____</p> <p>¿Cuánto pesan en total todas las frutas? _____</p> <p>Anota la segunda ecuación de la pantalla: _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Resolución.</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizó? _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 5 ¿Qué sucede? _____</p> <p>Da clic en el recuadro amarillo: Paso 6 ¿Qué operación se realizó? _____</p> <p>¿Cuántos pesa cada fruta? _____</p> <p>Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de "x" y "y", para comprobar la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$x=$ $y=$</p> <p>Compruébalo dando clic a comprobación.</p> <p>¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige.</p> <p>Da clic al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.</p>

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE: _____	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a “Metodos”.</p> <p>2.- Si el perímetro de un triángulo es la suma de sus tres lados ¿Cuál es el perímetro del triángulo azul? _____</p> <p>3.- Si el perímetro de un rectángulo es la suma de sus cuatro lados ¿Cuál es el perímetro del rectángulo verde? _____</p> <p>Al tener anotado los dos perímetros da click a “Verificar” si tu resultado es correcto, aparecerán de color verde, si no lo son, aparecerán de color rojo.</p> <p>El programa eliminara una incógnita por el método de suma o resta, anota la suma o resta que aparece en pantalla con el resultado:</p> <p>Da click a “Resuelve” y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar arrastrando los números o las literales y ejecutaras una operación a dar doble click. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da click al recuadro “Sustitución” del triangulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar de la misma forma que la anterior. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da click al recuadro “Sustitución” del rectángulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da click a “Comprobación” y obtendrás los resultados de las dos incógnitas.</p> <p style="text-align: center;">$w =$ $z =$</p> <p>Comprueba en 1 y 2 arrastrando los números. Anota tus procedimientos:</p>
FECHA: _____	

	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">NOMBRE: _____</p> <p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">FECHA: _____</p>	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da clic a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da clic en la parte de abajo a "Metodos"</p> <p>2.- ¿Cuál es el perímetro del primer triángulo? _____</p> <p>3.-¿Cuál es el perímetro del segundo triángulo? _____</p> <p>2.- Si el perímetro de un triángulo es la suma de sus tres lados ¿Cuál es la expresión del perímetro del primero? _____</p> <p>3.-¿Cuál es la expresión del segundo triángulo? _____</p> <p>Al tener anotado los dos perímetros da clic a "Verificar" si tu resultado es correcto, aparecerán de color verde, si no lo son, aparecerán de color rojo. El programa eliminara una incógnita por el método de suma o resta, anota la suma o resta que aparece en pantalla con el resultado:</p> <p>Da clic a "Resuelve" y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar arrastrando los números o las literales y ejecutaras una operación a dar doble clic. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da clic al recuadro "Sustitución" del triángulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar de la misma forma que la anterior. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da clic al recuadro "Sustitución" del segundo triángulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar. Anota tus procedimientos:</p> <p>Da clic a "Comprobación" y obtendrás los resultados de las dos incógnitas. $W=$ $z=$</p> <p>Comprueba en 1 y 2 arrastrando los números. Anota tus procedimientos:</p>

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE: _____	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Métodos" da clic a la flecha verde de la derecha y llega a "Métodos 3". Tendrás en pantalla un problema sobre engranes.</p> <p>2.- Anota las dos expresiones algebraicas que representan el problema:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 200px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 200px;"></div> <p>Revisa tus ecuaciones con el icono amarillo de verificar en la parte izquierda.</p> <p>3.-Una vez verificadas tus ecuaciones procede con el icono amarillo de "Continuar" y elije que literal deseas despejar "X" o "y" y anota el desarrollo de las ecuaciones mostradas en pantalla:</p> <p>4.-Da click a "Igualar ecuaciones" y otro clicK a "Resuelve" donde tendrás que manipular la ecuación por medio de arrastre y encuentra el valor de la literal, anota el desarrollo de la ecuación.</p> <p>5.-Da click a cada icono amarillo de "sustitución" y manipula por medio de arrastre la ecuación, anota el desarrollo de los despejes.</p> <p>6.-Comprueba con el icono amarillo de abajo "Comprobación" y anota los procedimientos, anotando los valores de "X" y "Y":</p> <p style="text-align: center;">X= Y=</p>

FECHA: _____

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	
NOMBRE: _____	<p>1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Métodos" da clic a la flecha verde de la derecha y llega a "Métodos 4" Tendrás en pantalla un problema sobre blusas y faldas.</p> <p>2.- Anota las dos expresiones algebraicas que representan el problema:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 200px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 200px;"></div>
	<p>Revisa tus ecuaciones con el icono amarillo de verificar en la parte izquierda.</p> <p>3.-Una vez verificadas tus ecuaciones procede con el icono amarillo de "Continuar" y elije que literal deseas despejar "X" o "y" y anota el desarrollo de las ecuaciones mostradas en pantalla:</p> <p>4.-Da click a "Igualar ecuaciones" y otro click a "Resuelve" donde tendrás que manipular la ecuación por medio de arrastre y encuentra el valor de la literal, anota el desarrollo de la ecuación.</p> <p>5.-Da click a cada icono amarillo de "sustitución" y manipula por medio de arrastre la ecuación, anota el desarrollo de los despejes.</p> <p>6.-Comprueba con el icono amarillo de abajo "Comprobación" y anota los procedimientos, anotando los valores de "X" y "Y":</p> <p style="text-align: center;">X= Y=</p>

FECHA: _____

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

NOMBRE: _____

1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Ejercicios". Tendrás en pantalla un problema sobre canicas.

2.- Anota las dos expresiones algebraicas que representan el problema:

Revisa tus ecuaciones con el icono amarillo de verificar en la parte izquierda.

3.-Una vez verificadas tus ecuaciones elige un método de solución para resolver el sistema de ecuaciones dando un click a "Suma o resta" o "Igualdad"

4.-Sigue las indicaciones de la pantalla y anota los procedimientos a seguir hasta encontrar el valor de las dos literales:

FECHA: _____

X=

Y=

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

NOMBRE: _____

1.-En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Ejercicios" da clic a la flecha verde de la derecha y llega a "Ejercicios 2". Tendrás en pantalla un problema sobre jabones y pastas de dientes.

2.-Anota las dos expresiones algebraicas que representan el problema:

--

Revisa tus ecuaciones con el icono amarillo de verificar en la parte izquierda.

3.-Una vez verificadas tus ecuaciones elige un método de solución para resolver el sistema de ecuaciones dando un click a "Suma o resta" o "Igualdad"

4.-Sigue las indicaciones de la pantalla y anota los procedimientos a seguir hasta encontrar el valor de las dos literales:

FECHA: _____

X=

Y=

CAPITULO III. TRABAJO EXPERIMENTAL

3.1 DESCRIPCIÓN DE LA REALIZACIÓN DEL ESTUDIO PILOTO.

En esta parte del trabajo se pretende describir el estudio piloto realizado con alumnos de segundo grado de secundaria, un estudio basado en un programa de investigación sobre la adquisición del lenguaje algebraico y muy específicamente en la resolución de problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, pero utilizando un software específico, basado en applets para afrontar la situación.

El estudio se realizó en la escuela secundaria técnica # 57 "Guillermo Prieto", con un grupo completo de segundo grado compuesto por 28 alumnos del turno vespertino.

El recurso interactivo con nombre de "sistemas de ecuaciones" consta de cuatro apartados: la solución es, problemas, métodos y ejercicios. De los cuales en el estudio fueron abordados los primeros tres.

Para abordar cada escena, se les explicaba a los alumnos por medio de una pantalla grande los detalles a trabajar. Se tomaban unos cinco minutos para estas explicaciones y posteriormente, en parejas, desarrollaban el recurso interactivo guiados por las hojas de trabajo.

3.2 PROPÓSITO DEL ESTUDIO PILOTO.

La función de un estudio piloto es mostrar las dificultades y los aciertos en la realización de situaciones planeadas previamente. La idea principal en este estudio es evaluar los instrumentos utilizados en las actividades y en consecuencia, el reajuste y mejora de éstos, los cuales serán utilizados en el estudio principal.

En el examen de diagnóstico que fue aplicado el 4 de septiembre del 2009, al inicio del estudio se buscaba ver si la cantidad total de ítems era la adecuada, si la estructura de cada ítem no era repetitiva y si los ítems eran claros para los alumnos.

En las hojas de trabajo se buscaba verificar la funcionalidad de éstas, si el número de instrucciones era el adecuado para abarcar cada applet, si las indicaciones eran claras y si los espacios para las respuestas eran suficientes.

En el examen final, el propósito era observar si los contenidos trabajados con la interacción de los applets facilitaba el desarrollo de los ítems en los alumnos, si eran los adecuados y si estaban bien estructurados.

3.3 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

- ❖ Cuestionario diagnóstico. Formado por 13 ítems de ecuaciones lineales en sus diferentes formas. Esta prueba se realizó con el propósito de observar las diferentes estrategias que tienen para dar solución a una ecuación, cuáles son los errores comunes y los procedimientos correctos e incorrectos que ellos emplean para solucionar una ecuación lineal.
- ❖ Hojas de trabajo. En el estudio piloto fueron aplicadas cinco hojas de trabajo, cuyo propósito era guiar al alumno en cada escena del applet.
- ❖ Cuestionario final. Se compuso por ocho ítems, de los cuales cuatro fueron obtenidos del diagnóstico, para identificar el desarrollo de los alumnos, después de haber trabajado con la experiencias de las escenas del applet. Y cuatro sistemas de ecuaciones parecidos a los que trabajaron en las escenas.
- ❖ Observación e intervención. Las siete secciones fueron guiadas y observadas, tomando nota de todos los detalles. Para cada escena fue necesario una explicación del recurso interactivo.

CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

Alumno: _____

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $X + 392 = 1568$

2. $13X = 39$

3. $4(X - 11) = 52$

4. $X + 5 = 5 + 2$

5. $X + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

6. $X + 17^2 = 42 + 17^2$

7. $X + 2 = 2X + X$

8. $X + 2 = 2X$

9. $2X + 4 = 4X$

10. $43X + 36 = 55X$

11. $38X + 72 = 56X$

12. $10X - 18 = 4X$

13. $7X - 20 = 5X + 30$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: _____

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $4(x - 11) = 52$

2. $7x - 20 = 5x + 30$

3. $43x + 36 = 55x$

4. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

5. $x=5$

$$3x + 2y = 21$$

6. $2x + 4y = 60$

$$X = 3y$$

7. $2x + y = 7$

$$x + y = 4$$

8. $x + y = 39$

$$x - y = 9$$

3.4 ESTUDIO PILOTO

El estudio piloto consistió en la aplicación de cinco hojas de trabajo, las primeras cuatro en el orden que aparecen en la unidad interactiva y la quinta pertenece al apartado de “métodos”, por lo cual fueron necesarias siete sesiones, dos para diagnóstico y cuestionario final y cinco para las actividades con el applet.

En total fueron siete las sesiones implementadas en el piloto. Dos de aplicación de prueba y cinco de desarrollo de escenas del applet.

En la primera sesión se aplicó el cuestionario diagnóstico, otorgándoles 50 minutos para su solución.

De la segunda a la sexta sesión, se aplicaron las hojas de trabajo, las cuales resolvían con ayuda del recurso interactivo, con una pequeña explicación de cada escena en pantalla grande.

El primer apartado consta de una sola escena, la cual se abordó con la primera hoja de trabajo.

En el apartado de “problemas” se trabajó con las primeras tres escenas de las cinco con las que cuenta, para tres hojas de trabajo.

En el apartado de “métodos” sólo se tomó una escena de las cuatro que lo conforman, para la última hoja de trabajo, haciendo un total de cinco hojas en el estudio piloto. En este apartado se abordan dos métodos de resolución: el de suma o resta y el de igualación.

Y por último, la aplicación de un cuestionario final para verificar logros alcanzados.

CAPITULO IV. TRABAJO EXPERIMENTAL CON UNIDAD INTERACTIVA “SISTEMAS DE ECUACIONES” EN DESCARTES. ESTUDIO PRINCIPAL.

4.1 DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO PRINCIPAL

El estudio principal se desarrolla utilizando el material interactivo “sistemas de ecuaciones” y sus cuatro apartados cuyo propósito principal es: Que el alumno pueda plantear, resolver, concluir y comprobar por si mismo los problemas propuestos. Que comprendan la importancia de estos ejercicios para pasar de un problema cotidiano a un ejercicio matemático. En este capítulo se describe el desarrollo de dicho estudio.

El estudio principal se llevó en las mismas instalaciones que el estudio piloto, con un grupo de segundo grado compuesto por 25 alumnos y realizando las modificaciones necesarias que surgieron del primer estudio.

La duración del estudio fue de 14 sesiones, de 50 minutos cada una, durante siete semanas.

Al inicio de cada apartado se trabajaba en un aula con pantalla grande para dar las indicaciones y explicar las escenas en los primeros minutos y posteriormente los alumnos se trasladaban al aula de multimedia formada por 25 computadoras, ubicadas en forma de herradura, de las cuales sólo eran ocupadas 13 ya que realizaban las actividades en parejas, pero cada alumno con su propia hoja de trabajo.

4.2 ANÁLISIS

CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

Los dos primeros ítems son de despeje directo y por lo cual no representaron dificultad alguna para los alumnos, lo que nos indica que su manipulación aritmética en ecuaciones es correcta, es decir que reconocen que pasar un término de un lado de la igualdad al otro, implica aplicar la inversión de operaciones.

El segundo ítem, es el que presenta mayor cantidad de soluciones correctas, porque numéricamente contiene términos pequeños los que contiene, mientras que en el primero son cantidades grandes, lo cual llevó a los alumnos a cometer errores al momento de re restar..

El tercer ítem es evitado por la mayoría de los alumnos, muy pocos lo intentan pero sin lograrlo, su dificultad radica en la presencia de paréntesis en la ecuación. Sólo un alumno logra resolverlo correctamente.

Los ítems 5 y 6 presentan términos iguales en ambas partes de la igualdad, pero ésta representa un distractor para los alumnos, ya que sólo se eliminan quedando resuelta la ecuación.

Los siguientes ítems presentan la variable en ambos lados de la igualdad, por lo cual, la mayoría de los alumnos no son capaces de manipular los términos en las ecuaciones, realizando las operaciones de forma incorrecta.

En las tablas 1-3 se presentan los resultados del cuestionario diagnóstico en la forma de respuestas correctas, incorrectas y sin respuesta. En la tabla 4 aparecen los ítems en orden de dificultad.

Tabla 1. Respuesta de los alumnos al cuestionario diagnóstico. Ítems 1- 5

ITEM ALUMNO	1. $x + 392 = 1568$	2. $13x = 39$	3. $4x(x - 11) = 52$	4. $x + 5 = 5 + 2$	5. $x + \% = 17 + \%$
1.- PATRICIA	RC	RC	RI	RI	SR
2.- CLAUDIA	RC	RC	SR	RC	SR
3.- RENE	RI	RC	RI	RC	SR
4.- RICARDO	RC	RC	SR	RI	SR
5.- GERARDO	RI	RC	RI	RC	SR
6.- EMMANUEL	RI	RC	RI	RI	RC
7.- ALFONSO	RI	RC	SR	RI	SR
8.- RAUL	RC	RC	SR	SR	SR
9.- ANGELICA	RI	RC	RI	RI	SR
10.- OSCAR	RC	RC	SR	RC	SR
11.- IRIDIAN	RI	RI	RI	RI	RI
12.- ALBERTO	RI	RC	SR	SR	SR
13.- NICOL	RC	RC	SR	RC	RI
14.- ADRIANA	RI	RC	SR	SR	SR
15.- ANTONIO	RI	RC	SR	SR	SR
16.- MONSERRAT	RC	RC	SR	RC	SR
17.- ULISES	RI	RC	SR	RC	RC
18.- BRENDA	RC	RC	RI	RC	RC
19.- PAULINA	RC	RC	SR	SR	SR
20.- JAVIER	SR	RC	RI	SR	SR
21.- ANGEL	RC	RC	RC	RC	RC
22.- VICTOR	RC	RC	RI	RC	RC
23.- YESSENIA	SR	RC	SR	RI	SR
24.- GUSTAVO	RI	RC	SR	RI	RI
25.- ARMANDO	RI	RI	RI	RC	RC

RC- RESPUESTA CORRECTA RI- RESPUESTA INCORRECTA SR- SIN RESPUESTA

Tabla 2. Respuesta de los alumnos al cuestionario diagnóstico. Ítems 6- 9

ITEM ALUMNO	6. $x + 17^2 = 42 + 17^2$	7. $x + 2 = 2x + x$	8. $x + 2 = 2x$	9. $2x + 4 = 4x$
1.- PATRICIA	SR	RI	RI	RC
2.- CLAUDIA	SR	SR	RI	RC
3.- RENE	SR	SR	SR	RI
4.- RICARDO	SR	RI	SR	SR
5.- GERARDO	SR	SR	RC	SR
6.- EMMANUEL	RI	SR	SR	RI
7.- ALFONSO	SR	SR	RC	SR
8.- RAUL	SR	SR	SR	RC
9.- ANGELICA	SR	RI	RI	RI
10.- OSCAR	SR	SR	RI	RI
11.- IRIDIAN	RI	SR	SR	SR
12.- ALBERTO	SR	SR	SR	SR
13.- NICOL	RI	RI	RI	RC
14.- ADRIANA	SR	SR	RI	SR
15.- ANTONIO	SR	SR	SR	RI
16.- MONSERRAT	SR	SR	SR	RC
17.- ULISES	RC	RC	RC	RC
18.- BRENDA	RC	RC	RC	RC
19.- PAULINA	SR	SR	RI	SR
20.- JAVIER	RI	SR	SR	RI
21.- ANGEL	RC	RI	RI	RI
22.- VICTOR	RC	RC	RC	RC
23.- YESSENIA	SR	SR	SR	SR
24.- GUSTAVO	RC	RI	RI	RI
25.- ARMANDO	RC	RI	SR	SR

RC- RESPUESTA CORRECTA RI- RESPUESTA INCORRECTA SR- SIN RESPUESTA

Tabla 3. Respuesta de los alumnos al cuestionario diagnóstico. Ítems 10- 13

ITEM ALUMNO	10. $43x + 36 = 55x$	11. $38x + 72 = 56x$	12. $10x - 18 = 4x$	13. $7x - 20 = 5x + 30$
1.- PATRICIA	RC	RI	RC	RI
2.- CLAUDIA	SR	SR	SR	RI
3.- RENE	RI	SR	SR	SR
4.- RICARDO	SR	SR	SR	RI
5.- GERARDO	RI	SR	RI	RI
6.- EMMANUEL	RI	SR	RI	SR
7.- ALFONSO	RI	SR	RI	SR
8.- RAUL	RI	SR	SR	SR
9.- ANGELICA	RI	SR	RI	SR
10.- OSCAR	RI	RI	RI	RI
11.- IRIDIAN	SR	SR	SR	SR
12.- ALBERTO	RI	SR	SR	SR
13.- NICOL	RI	RI	RI	SR
14.- ADRIANA	SR	SR	RI	SR
15.- ANTONIO	RC	SR	SR	SR
16.- MONSERRAT	RC	SR	RI	RI
17.- ULISES	RC	RC	RC	RC
18.- BRENDA	RC	RC	RC	RC
19.- PAULINA	RI	SR	SR	SR
20.- JAVIER	SR	RI	RC	SR
21.- ANGEL	RC	RC	RI	RI
22.- VICTOR	RC	RC	RC	RC
23.- YESSENIA	SR	SR	SR	SR
24.- GUSTAVO	RI	RI	RI	RI
25.- ARMANDO	SR	SR	SR	SR

RC- RESPUESTA CORRECTA RI- RESPUESTA INCORRECTA SR- SIN RESPUESTA

Tabla 4. Respuestas de los alumnos, en los 13 ítems, ordenados de los que resultaron más fáciles para la población a los que resultaron más difíciles.

ALUMNO \ ITEM	2	1	4	9	10	5	6	8	12	11	7	13	3
BRENDA	RC	RI											
VICTOR	RC	RI											
ULISES	RC	RI	RC	SR									
ANGEL	RC	RC	RC	RI	RC	RC	RC	RI	RI	RC	RI	RI	RC
MONSERRAT	RC	RC	RC	RC	RC	SR	SR	SR	RI	SR	SR	RI	SR
PATRICIA	RC	RC	RI	RC	RC	SR	SR	RI	RC	RI	RI	RI	RI
CLAUDIA	RC	RC	RC	RC	SR	SR	SR	RI	SR	SR	SR	RI	SR
NICOL	RC	RC	RC	RC	RI	SR	SR						
GERARDO	RC	RI	RC	SR	RI	SR	SR	RC	RI	SR	SR	RI	RI
OSCAR	RC	RC	RC	RI	RI	SR	SR	RI	RI	RI	SR	RI	SR
RAUL	RC	RC	SR	RC	RI	SR							
ARMANDO	RI	RI	RC	SR	SR	RC	RC	SR	SR	SR	RI	SR	RI
RICARDO	RC	RC	RI	SR	RI	RI	SR						
PAULINA	RC	RC	SR	SR	RI	SR	SR	RI	SR	SR	SR	SR	SR
RENE	RC	RI	RC	RI	RI	SR	RI						
EMMANUEL	RC	RI	RI	RI	RI	RC	RI	SR	RI	SR	SR	SR	RI
GUSTAVO	RC	RI	RI	RI	RI	RI	RC	RI	RI	RI	RI	RI	SR
ALFONSO	RC	RI	RI	SR	RI	SR	SR	RC	RI	SR	SR	SR	SR
ANTONIO	RC	RI	SR	RI	RC	SR							
JAVIER	RC	SR	SR	RI	SR	SR	RI	SR	RC	RI	SR	SR	RI
ANGELICA	RC	RI	RI	RI	RI	SR	SR	RI	RI	SR	RI	SR	RI
ALBERTO	RC	RI	SR	SR	RI	SR							
ADRIANA	RC	RI	SR	SR	SR	SR	SR	RI	RI	SR	SR	SR	SR
YESSENIA	RC	SR	RI	SR									
IRIDIAN	RI	RI	RI	SR	SR	RI	RI	SR	SR	SR	SR	SR	RI

Ítems:

1. $x + 392 = 1568$

2. $13x = 39$

3. $4x(x - 11) = 52$

4. $x + 5 = 5 + 2$

5. $x + \frac{1}{4} = 17 + \frac{1}{4}$

6. $x + 17^2 = 42 + 17^2$

7. $x + 2 = 2x + x$

8. $x + 2 = 2x$

9. $2x + 4 = 4x$

10. $43x + 36 = 55x$

11. $38x + 72 = 56x$

12. $10x - 18 = 4x$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

RC – Respuesta Correcta

RI – Respuesta Incorrecta

SR – Sin Respuesta

De manera general, la mayoría de los alumnos manejan la manipulación algebraica teniendo errores en las operaciones aritméticas ya que se presentan cantidades grandes, los términos en fracciones o potencias representan distractores llevando a los estudiantes a cometer errores los estudiantes y por último, no resuelven en su mayoría, las ecuaciones con paréntesis.

Se seleccionaron 6 alumnos de los 25 que conformaban el grupo, de acuerdo a su desempeño en los cuestionarios de diagnóstico y final.

Los alumnos seleccionados se clasificaron en tres niveles tomando en cuenta sus competencias en matemáticas:

- Brenda y Víctor son estudiantes altamente competentes en matemáticas.
- Nicol y Oscar encajan en un nivel intermedio como estudiantes competentes en matemáticas.
- Gustavo y Javier son estudiantes con un bajo nivel de desempeño en matemáticas-

Otra cualidad que presentaron estos alumnos, es el avance significativo que desarrollan del cuestionario diagnóstico al cuestionario final, en las tablas 5 y 6 se muestran sus respuestas al cuestionario diagnóstico.

CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

Tabla 5. Tipo de respuesta de los 6 alumnos seleccionados. Ítems 1- 7

ITEM ALUMNO	1. $x + 392 = 1568$	2. $13x = 39$	3. $4 \times (x - 11) = 52$	4. $x + 5 = 5 + 2$	5. $x + \frac{1}{4} = 17 + \frac{1}{4}$	6. $x + 17 = 42 + 17$	7. $x + 2 = 2x + x$
1. BRENDA	X=1568-392 X=1176 X=3	13X=39 X=39/13 X=3	SR	X=5+2-5 X=2	$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ X=17	X=42	2=2X+X-X 2=2X =2/2 X=1
2. VICTOR	X=1568-392 X=1176	13X=39 X=39/13 X=3	4X-44X=+208 48X=208	X=7-5 X=2	X=17+ $\frac{1}{4}$ - $\frac{1}{4}$ X=17	X=42+17-17 X=42	2=2X+X-X 2X=2 X=2/2 X=1
3. OSCAR	X=1568-392 X=1176	X=39/13 X=3	SR	X=7-5 X=2	SR	SR	SR
4. NICOL	X=1568-392 X=1176	X=39/13 X=3	SR	X+5=7 X=7-5 X=2	X=17+ $\frac{1}{4}$ X=12X $\frac{1}{4}$	X+17=17 X=2	X=2X+X-X =12/2 X=6
5. JAVIER	SR	13X=39 X=39/13 X=3	4X(X-11)=52 4X=52+16=38	SR	SR	X+17/25=25	SR
6. GUSTAVO	X=1568-392 X=1276	X=39/13 X=3	SR	X=5-5-2 X=	X=17- $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{4}$ X=15 $\frac{1}{4}$	X=42-17+17 X=35+17=42	X=2X-2+X X=1X

RC – Respuesta Correcta

RI – Respuesta Incorrecta

RAI – Resolución Aritmética Incorrecta

SR – Sin Respuesta

Tabla 6. Tipo de respuesta de los 6 alumnos seleccionados. Ítems 8- 13

ITEM ALUMNO	8. $x + 2 = 2x$	9. $2x + 4 = 4x$	10. $43x + 36 = 56x$	11. $38x + 72 = 56x$	12. $10x - 18 = 4x$	13. $7x - 20 = 5x + 30$
1. BRENDA	$X=2X-2$ $X-2X=-2$ $X=+2$ $X=2$	$4=4X-2X$ $4=2X$ $X=4/2$ $X=2$	$36=55X-43X$ $36=12XX=36/12$ $X=3$	$72=56X-38X$ $72=18X$ $X=72/18$ $X=4$	$10X-18=4X$ $10X-4X=18$ $6X=18$ $X=18/6$ $=3$	$7X-2=5X+30$ $7X-5X=30+20$ $2X=50$ $X=50/2$ $X=25$
2. VICTOR	$2=2X-1X$ $X=2$	$4=4X-2X$ $2X=4$ $X=4/2$ $X=2$	$36=55X-43X$ $12=36$ $X=36/12$ $X=3$	$72=56X-38X$ $18X=72$ $X=72/18$ $X=4$	$10X-4=6X$ $6X=18$ $X=18=6$ $X=3$	$7X-2=5X+30$ $7X-5X=30+20$ $2X=50$ $X=50/2$ $X=25$
3. OSCAR	$X-2X+2=$ $X+2=0$ $X=-2$	$2X-4X+4=0$ $2X+4=0$ $2X=-4$ $X=-4/2$ $X=-2$	$43X=55-36$ $43X=22$ $X=22/43$ $=1$	$38X-56X+72=$ $18X+72=$ $18X=-72$ $X=-72/18$ $X=-4$	$10X-4x+18$ $6x+18$ $6x=-18$ $x=-18/6$ $x=-3$	$7x-35x+20$ $28x+20$ $28x=-20$ $x=-20/29$ $x=-1$
4. NICOL	$X=2x-2$ $X=2$	$4=4x-2x$ $4=2x$ $4/2=x$ $x=2$	$43+55x+36=0$ $12x+36=0$ $12x=-36$	$38x+38=56x$ $x=12$	$10x-18$	SR
5. JAVIER	SR	$2x+4=8$	SR	$38x+72/$	$-18=4x-10x$ $-18=6x$ $-18/6=x$ $x=3$	SR
6. GUSTAVO	$X=2x-2$ $X=0$	$4x-2x+4x=$ $2x+4=-8$ $x=-8/2$ $x=-4$	$55x-43x+36=$ $12x+36=+48$ $x=48/12$ $x=4$	$38x=56x-72$	$10x-$ $4x+18=6x$ $6x+18=-24$ $x=-24/6$ $x=-4$	$7x-5x+80-20$ $2x+10=-12$ $x=-12/2$ $x=-6$

RC – Respuesta Correcta

RI – Respuesta Incorrecta

RAI – Resolución Aritmética Incorrecta

SR – Sin Respuesta

De forma detallada se hace una descripción del desempeño de estos 6 alumnos en el cuestionario diagnóstico.

NICOL

Los dos primeros ítems los resuelve de forma correcta, despejando la literal al pasar los números que la acompañan del mismo lado de la igualdad al otro, con sus operaciones inversas. El ítem 3 es evitado por ella ya que presenta paréntesis de un lado de la ecuación. En los ítems 5 y 6 realiza procedimientos erróneos con aritmética. En los ítems restantes, los contesta incorrectamente, manipulando erróneamente los términos a trabajar.

JAVIER

Sólo realiza correctamente el segundo ítem donde aplica un simple despeje de la literal. Intenta realizar el ítem 12 donde sólo procede aritméticamente con los términos. Los demás ítems son evitados y no los resuelve.

GUSTAVO

Los ítems 1 y 2 son realizados correctamente con un despeje de la literal. El tercer ítem es evitado por él, probablemente debido a que la ecuación presenta paréntesis. En los restantes ítems escribe respuestas erróneas, realizando una manipulación con principios aritméticos equivocados.

OSCAR

Los ítems 1, 2 y 4 son realizados de forma efectiva, despejando las variables con una manipulación correcta. El tercero es evitado probablemente por la aparición de paréntesis. En 5,6 y 7 no da ninguna respuesta. En 8 y 11 se equivoca en los signos y da un resultado correcto numéricamente pero con signo incorrecto. Los ítems 9 y 12 lo resuelve de forma exitosa. En los restantes conoce el procedimiento a realizar y sus fallas son aritméticas. En el último agrupa de forma errónea los términos, lo cual provoca la falla.

BRENDA

Alumna altamente competente en matemáticas, quien resuelve todo el cuestionario inicial con éxito, excepto el ítem 3, el cual evita debido a la situación de los paréntesis.

VICTOR

También con competencia alta en matemáticas que aborda el ítem 3 eliminando los paréntesis de forma correcta, pero cometiendo el error al agrupar términos no semejantes.

CUESTIONARIO FINAL

Está formado por un total de ocho ítems, los primeros cuatro son retomados del cuestionario inicial para identificar un posible avance en los estudiantes, los otros cuatro son sistemas de ecuaciones de los cuales dos de ellos son tomados del material interactivo.

A continuación se presentan los resultados grupales del cuestionario final, en el formato de respuesta correcta, incorrecta y sin respuestas, respecto a cada ítem (tablas 7 y 8). En la tabla 9 se muestran los ítems en orden de dificultad. En la tabla 10 se muestran los tipos de respuesta, por ítem, de los 6 alumnos seleccionados para el estudio.

Tabla 7. Respuestas de los alumnos en el cuestionario final. Ítems 1- 4

ITEM ALUMNO	1. $4(x - 11) = 52$	2. $7x - 20 = 5x + 30$	3. $43x + 36 = 65x$	4. $x + \frac{1}{4} = 17 + \frac{1}{4}$
1.- PATRICIA	RI	SR	SR	SR
2.- CLAUDIA	RI	RC	RI	RI
3.- RENE	RI	RC	RC	RC
4.- RICARDO	RI	RI	RI	SR
5.- GERARDO	RI	SR	SR	SR
6.- EMMANUEL	RI	RI	RI	SR
7.- ALFONSO	RI	RI	RI	SR
8.- RAUL	RI	RI	SR	SR
9.- ANGELICA	RI	RI	RI	RC
10.- OSCAR	RI	RI	RC	RC
11.- IRIDIAN	SR	RC	RC	RC
12.- ALBERTO	RI	RC	RC	RI
13.- NICOL	RI	SR	RC	RC
14.- ADRIANA	RI	SR	RI	SR
15.- ANTONIO				
16.- MONSERRAT	SR	RI	RI	SR
17.- ULISES	RC	RC	RC	SR
18.- BRENDA	RC	RC	RC	RC
19.- PAULINA				
20.- JAVIER	RI	RI	RC	RI
21.- ANGEL	RI	RI	RI	RI
22.- VICTOR	RI	RC	RC	RC
23.- YESSENIA	RI	SR	RI	SR
24.- GUSTAVO	RI	RC	RC	RI
25.- ARMANDO				

RC- RESPUESTA CORRECTA RI- RESPUESTA INCORRECTA SR- SIN RESPUESTA

Tabla 8. Respuestas de los alumnos en el cuestionario final. Ítems 5- 8

ITEM ALUMNO	5. $x=5$ $3x + 2y = 21$	6. $2x + 4y = 60$ $X = 3y$	7. $2x + y = 7$ $x + y = 4$	8. $x + y = 39$ $x - y = 9$
1. PATRICIA	RI	RC	SR	RC
2.- CLAUDIA	RC	RI	RI	SR
3.- RENE	RC	SR	SR	RC
4.- RICARDO	SR	SR	RI	RI
5.- GERARDO	SR	RI	SR	SR
6.- EMMANUEL	RI	RI	RI	RC
7.- ALFONSO	RC	SR	SR	SR
8.- RAUL	RI	RI	RI	SR
9.- ANGELICA	RI	RC	RI	SR
10.- OSCAR	RC	RC	RI	RC
11.- IRIDIAN	RC	RI	SR	RC
12.- ALBERTO	RI	SR	RI	RI
13.- NICOL	SR	SR	RC	RC
14.- ADRIANA	SR	SR	SR	SR
15.- ANTONIO				
16.- MONSERRAT	RI	RI	RI	RI
17.- ULISES	RC	RC	RC	RC
18.- BRENDA	RC	RI	RI	RC
19.- PAULINA				
20.- JAVIER	RC	RC	RI	RC
21.- ANGEL	SR	SR	SR	SR
22.- VICTOR	RC	RC	RI	RC
23.- YESSENIA	RI	RI	RI	RC
24.- GUSTAVO	RI	SR	RI	RC
25.- ARMANDO				

RC- RESPUESTA CORRECTA RI- RESPUESTA INCORRECTA SR- SIN RESPUESTA

CUESTIONARIO FINAL.

Tabla 9. Respuestas al cuestionario final. los ítems están ordenados del que resulta mas facil para la población al que representa mayor dificultad.

ALUMNO	ITEM $k=1, j=33$ $1-y=9$	$3-40:1+36=55:$	$5-103$ $3x+2y=21$	$4-x+3y=17+3x$	$2-7:1-20=51+30$	$6-2(1+4)=50$ $x=3y$	$1-4(1-11)=52$	$7-2(1+y)=7$ $1+y=4$
1.- ULISES	RC	RC	RC	SR	RC	RC	RC	RC
2.- BRENDA	RC	RC	RC	RC	RC	RI	RC	RI
3.- VICTOR	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RI	RI
4.- IRIDIAN	RC	RC	RC	RC	RC	RI	SR	SR
5.- RENE	RC	RC	RC	RC	RC	SR	RI	SR
6.- OSCAR	RC	RC	RC	RC	RI	RC	RI	RI
7.- NICOL	RC	RC	SR	RC	SR	SR	RI	RC
8.- JAVIER	RC	RC	RC	RI	RI	RC	RI	RI
9.- GUSTAVO	RC	RC	RI	RI	RC	SR	RI	RI
10.- ALBERTO	RI	RC	RI	RI	RC	SR	RI	RI
11.- CLAUDIA	SR	RI	RC	RI	RC	RI	RI	RI
12.- ANGELICA	SR	RI	RI	RC	RI	RC	RI	RI
13.- PATRICIA	RC	SR	RI	SR	SR	RC	RI	SR
14.- ALFONSO	SR	RI	RC	SR	RI	SR	RI	SR
15.- EMMANUEL	RC	RI	RI	SR	RI	RI	RI	RI
16.- YESSENIA	RC	RI	RI	SR	SR	RI	RI	RI
17.- ANGEL	SR	RI	SR	RI	RI	SR	RI	SR
18.- RICARDO	RI	RI	SR	SR	RI	SR	RI	RI
19.- RAUL	SR	SR	RI	SR	RI	RI	RI	RI
20.- MONSERRAT	RI	RI	RI	SR	RI	RI	SR	RI
21.- ADRIANA	SR	RI	SR	SR	SR	SR	RI	SR
22.- GERARDO	SR	SR	SR	SR	SR	RI	RI	SR
23.- ANTONIO								
24.- PAULINA								
25.- ARMANDO								

RC – Respuesta Correcta

RI – Respuesta Incorrecta

SR – Sin Respuesta

Nota: Las respuestas de los alumnos Antonio, Paulina y Armando aparecen en blanco por que no estuvieron presentes el día de la aplicación de este cuestionario.

CUESTIONARIO FINAL

Tabla 10. Tipo de respuesta de los 6 alumnos seleccionados, en los 8 ítems.

ITEM \ ALUMNO	1. $4(x-11)=52$	2. $7x-20=6x+30$	3. $43x+36=55x$	4. $x+\frac{3}{4}=17+\frac{3}{4}$	5. $x=5$ $3x+2y=21$	6. $2x+4y=60$ $x=3y$	7. $2x+y=7$ $x+y=4$	8. $x+y=39$ $x-y=9$
1. BRENDA	$4x-44=52$ $4x=52+44$ $4x=96$ $x=96/4$ $x=24$	$X=5x+20+30$ $-5x+7x=50$ $2x=50$ $x=50/2$ $x=25$	$36=55x-43x$ $36=12x$ $x=36/12$ $x=3$	$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ $x=17$	$3(5)+2Y=21$ $15+2Y=21$ $2Y=21-15$ $Y=6/2$ $Y=3$	$6y+4y=60$ $10Y=60$	$-2X-Y=-7$ $X+Y=4$ $-X=11$	$2X=48$ $X=24$ $24-Y=9$ $21-9=15$ $Y=15$
2. VICTOR	$4x-44=52$ $4x=55+44=99$ $x=99/4$ $x=24.7$	$2X=50$ $X=25$	$36=55X-43X=12X$ $36/12=1X$ $X=3$	$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ $X=17$	$15+2Y=21$ $2Y=21-15$ $2Y=6$ $Y=6/2$ $Y=3$	$2(3Y)+4Y=60$ $6Y+4Y=60$ $10Y=60$ $Y=60/10$ $Y=6$	$3X=11$ $X=11/3$ $X3.6$	$2X=48$ $X=48/2$ $X=24$
3. OSCAR	$4X-44=52$ $4X=55+44=99$ $X=99/4$ $X=24.7$	$2X=50$ $X=25$	$36=55X-43X=12X=36$ $X=36/12$ $X=3$	$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ $X=17$	$15+2Y=21$ $2Y=21-15$ $2Y=6$ $Y=6/2$ $Y=3$	$2(3Y)+4Y=60$ $6Y+4Y=60$ $10Y=60$ $Y=60/10$ $Y=6$	$3X=11$ $X=11/3$ $X3.6$	$2X=48$ $X=48/2$ $X=24$
4. NICOL	$4X-11=52$ $4X=52+11$ $4X=63$	SR	$55X-43X=36$ $12X=36$ $X=36/12$ $X=3$	$X=17+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}$ $X=17$	$3(5)+2Y=21$ $15+2Y=21$ $2Y=21-15$ $2Y=6$	$2X$	$X=3$	$2X=48$ $X=48/2$ $X=24$
5. JAVIER	$4-44=52$ $4X=55+44=99$ $X=99/9$ $X=24.7$	$2X=50$ $X=25$	$36=55x-43x$ $36=12x$ $x=36/12$ $x=3$	$X=17$ $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$	$15+21$ $24=24+1-15$ $2Y=6$ $Y=6/2$ $Y=3$	$2(3Y)+4Y=60$ $6Y+4Y=60$ $10Y=10Y$ $60Y/10$ $Y=6$	$3X=11$ $X=11/3$ $X3.6$	$2X=48$ $X=48/2$ $X=24$
6. GUSTAVO	$4X+11=52$ $X=11/4=52$ $4X=52-11$ $11X=11$ $4X=8$	$7X-5X=30+20$ $6X=50$ $X50/2$ $X=25$	$43X-55X=36$ $12X=36$ $X=36/12$ $=3$	$X+17=-3$	$2Y=21-3X$ $2Y=18Y$ $Y=18/2$ $Y=9$	SR	$2X+4+X=3$ $4X=4+3$ $4X=7$ $X=7/4$ $=X1$ $X=4-1$ $X=3$	$X=39-Y$ $X=9+Y$ $39+Y=39-Y$ $39=9-2Y$ $39-9=2Y$ $-30=-2Y$ $X=15$

RC – Respuesta Correcta

RI – Respuesta Incorrecta

RAI – Resolución Aritmética Incorrecta

SR – Sin Respuesta

Breve reseña de los tipos de respuesta de los 6 alumnos seleccionados en el cuestionario final.

NICOL

La alumna se atreve a abordar el ítem 1 que presenta paréntesis pero le da una solución equivocada. El ítem 2 no lo resuelve y los 3 y 4 son contestado correctamente. El 5 es un sistema de ecuaciones lineales y empieza a contestarlo de forma correcta pero no lo termina. Los 6 y 7 no los contesta y el último lo despeja correctamente eliminando una literal y despejando la otra adecuadamente, pero sí continuar con el procedimiento para hallar la segunda literal.

JAVIER

El alumno aborda el primer ítem con procedimiento correcto y respuesta. Los ítems 2,3 y 4 son contestados correctamente. Los 5 y 6 son realizados correctamente pero con un procedimiento confuso y no en orden. El 7 es erróneo y el en último sólo encuentra por eliminación el valor de una literal.

GUSTAVO

El ítem 1 es contestado de forma incorrecta, los 2 y 3 son resueltos bien y los 4, 5, 7 y 8 erróneamente. El 6 es ignorado.

OSCAR

El procedimiento del ítem 1 es realizado de forma casi correcta, provocando la falla en una equivocación numérica. Los 2, 3 y 4 son contestados correctamente. Los 5, 6 y 8 son abordados correctamente pero sólo da solución a una variable del sistema, no continúa por la otra variable.

BRENDA

Sólo un ítem es contestado incorrectamente, la manipulación algebraica se lleva adecuadamente, es un error aritmético que no permite que se llegue a la solución correcta. Todos los demás ítems son contestados correctamente y el ítem con paréntesis es enfrentado y solucionado de forma correcta.

VICTOR

El ítem uno es contestado pero con una equivocación numérica que no permite llegar al buen resultado. Los ítems 2, 3 y 4 son contestados correctamente. 5, 6 y 8 son abordados de forma correcta pero incompleta y el número 7 es contestado de forma incorrecta.

Una vez más, los estudiantes manifiestan fracaso con el ítem de la ecuación con paréntesis mostrando un avance al intentar darle solución, los ítems que presentan un éxito son los dos extraídos del material interactivo lo que muestra el apoyo que estos facilitan en la solución de los sistemas de ecuaciones lineales.

Se observa un avance en la manipulación algebraica y una mayor disposición a abordar la resolución de las ecuaciones, en contraste con lo observado en el cuestionario inicial.

4.3 RESULTADOS DEL TRABAJO EXPERIMENTAL

Por medio del cuestionario final se observa en los estudiantes una evolución en la manipulación algebraica y una disposición a enfrentar las dificultades que les representa la resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones lineales (ANEXOS)

Los estudiantes se atreven y solucionan de manera eficaz aquellos sistemas de ecuaciones trabajados con el material interactivo, incluso solucionan retomando o copiando la estructura con la que el applet desarrolla la solución de los sistemas de ecuaciones (ver Figura 12).

Figura 12. El recuadro de la derecha muestra el desarrollo semejante que realiza el alumno para resolver el sistema de ecuaciones lineales del ítem 6 del cuestionario final.

Para saber el precio de cada quesadilla y cada agua vamos a resolver el sistema de ecuaciones.

(E1) $8x + 4y = 72$ $x = 4(2)$
 (E2) $x = 4y$ $x = 8$

$8(4y) + 4y = 72$ Conclusiones:
 $32y + 4y = 72$ Las quesadillas cuestan 8
 $36y = 72$ pesos y las aguas 2 pesos.
 $y = 2$

Planteamiento Comprobación

CUESTIONARIO FINAL
 ALUMNO: Benigno Alejandro Pineda
 RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS
 (Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco)

1. $3x - 11 = 52$
 $3x = 52 + 11$
 $3x = 63$
 $x = \frac{63}{3} = 21$

2. $7x - 2x + 10 = 30$
 $5x + 10 = 30$
 $5x = 30 - 10$
 $5x = 20$
 $x = \frac{20}{5} = 4$

3. $4x + 3y = 12$
 $5y - 43x = 36$
 $18x = 36$
 $x = \frac{36}{18} = 2$

4. $x + 17 = 2x$
 $x = 17$

5. $3(5) + 2y = 21$
 $15 + 2y = 21$
 $2y = 21 - 15$
 $2y = 6$
 $y = \frac{6}{2} = 3$

6. $2x + 4y = 60$
 $x = 3y$
 (E1) $2x + 4y = 60$ $2(3y) + 4y = 60$ $y = 3(6)$
 (E2) $x = 3y$ $6y + 4y = 60$ $10y = 60$ $y = 6$
 $2x = 2(6) = 12$

Vea que cada ecuación es nombrada como lo hace el applet cuyo sistema de ecuaciones lineales tiene las mismas características y el estudiante lo soluciona de la misma manera. Los alumnos adoptan el modelo como Fillo & Rojano (1989) reportan que los estudiantes tienden a fijarse transitoriamente en los modelos concretos usados en la enseñanza. Son las hojas de trabajo que reafirman estos modelos al pedirles a los alumnos que anoten el desarrollo que el applet realiza en la resolución del sistema de ecuaciones lineales.

4.4 CONCLUSIONES

Con la manipulación simbólica de parte del estudiante a través del cuestionario final nos damos cuenta de que se llegaron a asimilar algunas propiedades de los métodos, principalmente el de sustitución y suma o resta.

Desafortunadamente la elección de algunos de los métodos dados para un sistema en particular no se llevó a cabo por parte de los estudiantes, mientras que la ejercitación y reafirmación de la manipulación algebraica se ve beneficiada por el uso de este material interactivo, dada la característica del desarrollo del mismo.

Analizaremos a través de las hojas de trabajo la evolución que desarrollaron los alumnos hacia el uso competente del sistema algebraico de signos para la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. El análisis se hará por apartado, según aparecen en el recurso interactivo.

Apartado 1. La solución es.

En este apartado los alumnos consolidaron su uso de SMS grafico al utilizar sus conocimientos sobre la ubicación de coordenadas, ya que el applet los guía en la ubicación de estas para definir líneas rectas en el plano cartesiano (ver figura 13).

Figura 13. Hoja de trabajo para el alumno No 1 "UBICACIÓN DE PUNTOS"

SIGNIFICADO Y USO DE LITERALES		Hoja: 1
		ECUACIONES
DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD		
NOMBRE: <u>Kaysa HERNANDEZ SUAREZ ANGEL</u> FECHA: <u>7 de Julio de 2010</u>	1 - En la lista de unidades interactivas da click a la número 37. Sistemas de ecuaciones	
	2 - Coloca tres parejas de números cuyas coordenadas sumen el número que se te pide.	
	3 - Ubica en el plano cartesiano los tres puntos que obtuviste	
	4 - Si unes los tres puntos resultantes, ¿están sobre la misma recta? <u>Si</u>	
	¿Todas las parejas de números que sumen lo mismo, estarán sobre la misma recta? <u>Si</u>	
	Copia la ecuación que aparece en la pantalla en el recuadro verde, ¿que representa? <u>X + Y = 11 X + Y = 11 la línea verde</u>	
5 - Vuelve a graficar los otros tres pares de números sobre el mismo plano.		
¿Qué sucede con las dos rectas graficadas? <u>se cruzan</u>		
¿Cuáles son las coordenadas donde se interceptan las rectas? <u>3 y 8</u>		
6 - Escribe la ecuación de cada una de las dos líneas rectas que aparecen en la pantalla (recuadro verde y azul) <u>X + Y = 11</u> <u>X - Y = -5</u>		
7 - ¿Qué valores para "x" y "y" satisfacen al mismo tiempo las dos ecuaciones? <u>X = 3</u> <u>Y = 8</u>		

Apartado 2. Problemas.

Este apartado está formado por 5 hojas de trabajo. Aquí el esfuerzo se enfoca a que los alumnos logran identificar el valor desconocido del problema, lo representaran con las dos literales: X y Y, plantearan las ecuaciones correspondientes, interpretaran las ecuaciones como expresiones que sintetizaran las relaciones entre los datos y la cantidad desconocida del problema. Tomando en cuenta que los alumnos se enfrentaron a la necesidad de traducir el texto del problema al código algebraico y a la resolución de ecuaciones guiada por el applet utilizando su SMS algebraico (ver figura 14).

Figura 14. Hoja de trabajo para el alumno No 3 "LA PAPELERIA"
HOJA DE TRABAJO PARA EL ALUMNO

SIGNIFICADO Y USO DE LITERALES		HOJA: 3
		ECUACIONES
DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD		
NOMBRE: <u>Isabella Diaz Fernandez</u> FECHA: <u>02-10-2014</u>	1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "problemas". 2.- Se te presentara un problema sobre una compra en una papelería, contesta lo siguiente: Sea x el precio del primer producto, anota el producto: <u>taca de pastel</u> Sea y el precio del segundo producto, anota el producto: <u>taca de dulce</u> ¿Cuánto cuesta el segundo producto(y)? <u>y = 3 pesos</u> ¿Cuántos productos pidieron del primero (x)? <u>4 tacos</u> ¿Cuántos productos pidieron del segundo (y)? <u>5 dulces</u> ¿Cuánto pagaron en total? <u>55 pesos</u> Anota tu segunda ecuación de la pantalla: <u>$5x + 5y = 55$</u> Da click en el recuadro amarillo: Resolución. Da click en el recuadro amarillo: Paso 1 ¿Qué aparece? <u>mi ecuación</u> <u>una instrucción de sustituye el valor de x</u> Da click en el recuadro amarillo: Paso 2 ¿Qué sucede? <u>mi ecuación</u> <u>ya sustituido el valor de x y una instrucción de multiplica</u> Da click en el recuadro amarillo: Paso 3 ¿Qué paso? <u>mi ecuación ya</u> <u>multiplicada y la instrucción de despeja</u> Da click en el recuadro amarillo: Paso 4 ¿Qué operación se realizo? <u>educción</u> ¿Cuánto cuesta el primer producto? <u>3 pesos</u> Anota la ecuación E2 y sustituye los valores de "x" y "y", para comprobar la ecuación: $(E1) = x = 3$ $(E2) 5x + 5y = 55$ $5(3) + 5y = 55$ $15 + 5y = 55$ $5y = 40/5$ $y = 8$ <p style="text-align: center;">x = 3 y = 8</p> Compruébalo dando click a comprobación. ¿Son correctas tus anotaciones? De lo contrario corrige. Da click al recuadro amarillo: Otro ejercicio. Y resuelve el problema varias veces.	

Apartado 3. Métodos.

Los alumnos clarificaron que el procedimiento algebraico que se utilizó consistió esencialmente en realizar procedimientos de simplificación algebraica con su SMS algebraico, de manera que al final del proceso queda una sola ecuación con una incógnita encontrando las soluciones del sistema. Su conocimiento sobre propiedades de figuras básicas utilizando el SMS geométrico ayudo a representar las ecuaciones del sistema (ver figura 15).

Figura 15. Hoja de trabajo para el alumno No 7 "EL TRIANGULO Y EL RECTANGULO"

SIGNIFICADO Y USO DE LITERALES		HOJA: 7
		ECUACIONES
DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD		
NOMBRE: <u>SARAH LUGUERO</u> Manual FECHA: <u>1-20-10</u>	1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Metodos". 2.- Si el perímetro de un triángulo es la suma de sus tres lados ¿Cuál es el perímetro del triángulo azul? $2w + z = 13$	
	3.- Si el perímetro de un rectángulo es la suma de sus cuatro lados ¿Cuál es el perímetro del rectángulo verde? $2w + 4z = 22$	
	Al tener anotado los dos perímetros da click a "Verificar" si tu resultado es correcto, aparecerán de color verde, si no lo son, aparecerán de color rojo.	
	El programa eliminara una incógnita por el método de suma o resta, anota la suma o resta que aparece en pantalla con el resultado:	
	$\begin{array}{r} 2w + z = 13 \\ - 2w + 4z = 22 \\ \hline -3z = -9 \end{array}$	
Da click a "Resuelve" y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar arrastrando los números o las literales y ejecutaras una operación a dar doble click. Anota tus procedimientos:		
$\begin{aligned} 0 + (-3)z &= -9 \\ (-3)z &= -9 \\ z &= \frac{-9}{-3} = \frac{9}{3} \\ z &= 3 \end{aligned}$		
Da click al recuadro "Sustitución" del triángulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar de la misma forma que la anterior. Anota tus procedimientos:		
$\begin{aligned} 2 \cdot w + 3 &= 13 \\ 2 \cdot w &= 13 - 3 \\ 2 \cdot w &= 10 \\ w &= \frac{10}{2} \quad w = 5 \end{aligned}$		
Da click al recuadro "Sustitución" del rectángulo y aparecerá una ecuación que tendrás que despejar. Anota tus procedimientos:		
$\begin{aligned} 2 \cdot w + 12 &= 22 \\ 2 \cdot w &= 22 - 12 \\ 2 \cdot w &= 10 \\ w &= \frac{10}{2} \quad w = 5 \end{aligned}$		
Da click a "Comprobación" y obtendrás los resultados de las dos incógnitas.		
$w = 5 \quad z = 3$		
Comprueba en 1 y 2 arrastrando los números. Anota tus procedimientos:		

Apartado 4. Ejercicios.

Aquí los alumnos no debían usar necesariamente un método específico ni tampoco debían resolverlo empleando todos los métodos; más bien, la idea era que contaran con las herramientas necesarias para que, ante un sistema de ecuaciones, pudieran elegir el método que les pareciera más adecuado lo cual no sucedió, los estudiantes seguían los primeros iconos de la pantalla y omitían la oportunidad de elegir los métodos proporcionados por el applet. Lo positivo en esta etapa era la Interpretación del problema al lenguaje algebraico con la ayuda del applet y la reafirmación de la manipulación algebraica (ver figura 16).

Figura 16. Hoja de trabajo para el alumno No 11 "LAS CANICAS"

HOJA DE TRABAJO PARA EL ALUMNO		"LAS CANICAS"
METODOS DE IGUALACION O SUMA O RESTA		HOJA: 11
SIGNIFICADO Y USO DE LITERALES	ECUACIONES	
DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD		
NOMBRE: <i>Melina</i> Con <i>Alfredo</i> FECHA: <i>20-11-10</i>	1.- En la lista de unidades interactivas da click a la número 37: Sistemas de ecuaciones, y en tu nueva pantalla da click en la parte de abajo a "Ejercicios". Tendrás en pantalla un problema sobre canicas.	
	2.- Anota las dos expresiones algebraicas que representan el problema: $2x + 1 = 3y$ $x = y + 3$ Revisa tus ecuaciones con el icono amarillo de verificar en la parte izquierda.	
3.- Una vez verificadas tus ecuaciones elige un método de solución para resolver el sistema de ecuaciones dando un click a "Suma o resta" o "Igualdad"		
4.- Sigue las indicaciones de la pantalla y anota los procedimientos a seguir hasta encontrar el valor de las dos literales:		
$2x + 1 = 3y$ $x = y + 3$		forma $ax + by = c$ $2x - 3y = 1$ $x - y = 3$
$2x - 3y = -1$ $-2x - 2y = 6$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $-y = -7$ $y = 7$		
$2x + 1 = 3(7)$ $2x = 20$ $2x = 20$ $x = \frac{20}{2}$ $x = 10$		
$x = 10 \quad y = 7$		

CAPITULO V. NOTAS FINALES

Los materiales de enseñanza y aprendizaje digitales muestran ser una herramienta tecnológica efectiva para la enseñanza en matemáticas por que ofrecen la posibilidad de recurrir a la visualización y al dinamismo de las representaciones de conceptos y propiedades matemáticos. Lo anterior pudo ser observado en esta investigación, donde interesaba explorar las distintas estrategias y sistemas de signos que llegaron a utilizar los estudiantes al aplicar los métodos aprendidos mediante el trabajo con applets.

Después de que los estudiantes tuvieron la experiencia con la unidad interactiva numero 37 “Sistemas de Ecuaciones” algunos alumnos llegaron a confirmar y a utilizar con mayor facilidad el sistema matemático de signos del álgebra. El mayor atributo de esta unidad interactiva, es la ejercitación y la confirmación de las reglas para la manipulación algebraica.

El propósito inicial de la unidad interactiva es la identificación y discriminación de cada uno de los diferentes métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones lineales, lo cual se logra en menor medida, ya que los alumnos identifican las diferencias de los métodos, siempre y cuando el sistema a resolver tenga las mismas características que el sistema trabajado con los applets.

En el cuestionario final, los ítems de sistemas de ecuaciones lineales tienen la misma estructura que los de la unidad interactiva, que aparecen en los apartados: problemas y métodos, aquí los alumnos afrontaban los ítems sin mayores problemas con la utilización del SMS del álgebra, manifestando un desenvolvimiento en la manipulación algebraica.

En el apartado de ejercicios de la unidad interactiva se notó que los alumnos esquivaban la traducción del lenguaje natural al lenguaje simbólico, ya que el applet les proporcionaba la solución a través del icono “resolver” lo cual no resultó conveniente.

La unidad interactiva por si sola no es capaz de llevar a cabo un proceso de enseñanza- aprendizaje, es necesaria la participación del profesor para que ésta ofrezca y sirva como mediador entre la herramienta de aprendizaje y el aprendiz.

A lo largo de la unidad interactiva el alumno transita por diferentes SMSs, interactúa con los distintos sistemas de signos que van apareciendo. Presenta una evolución desde el SMS del lenguaje natural que aparece en los problemas enunciados en el applet, adquiriendo un SMS algebraico cada vez más formal, pasando por los SMS geométrico, aritmético y grafico en algunas escenas de la unidad interactiva.

Incorporar el uso de las tecnologías como los ambientes computacionales a una escuela, a fin de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, y de hacer accesibles, a maestros y alumnos de este nivel escolar los contenidos incluidos en los planes, no es una tarea fácil. Depende básicamente del tipo de ambientes de trabajo que diseñe el profesor a cargo del grupo. La tarea principal del maestro es realizar y proveer un espacio problemático al estudiante para construir significados. Se sugiere que al utilizar la unidad interactiva "sistemas de ecuaciones" sea vista como una herramienta didáctica la cual previamente exige una planeación con un propósito específico a seguir, adaptado a los apartados incluidos en la unidad y a sus escenas, es decir, previamente el profesor necesita dominar la unidad interactiva en los niveles matemático, tecnológico y didáctico, antes de llevarla a la práctica en el aula.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). *El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas*. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(3), pp. 327-342.

Filloy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2004). Arithmetic/algebraic problem-solving and the representation of two unknown quantities. In M. J. Hoinés & A. B. Fuglestand, (Eds.), *Proceedings of the 28 th conference of the Internatytional Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 391- 398) Bergen, Norway: Bergen University College.

Filloy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2010). Problems dealing with unknown quantities and two different levels of representing unknowns. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 41, No. 1, 53-80.

Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving Ecuation: the transition from Arithmetic to Álgebra. For the learning of mathematics, Montreal, Quebec. Canada, 9.2, (19- 25)

Filloy, E. (1999). Aspectos Teóricos del Álgebra Educativa, Sistemas matemáticos De signos. Una teoría para la interpretación de observaciones experimentales. México, D.F. Grupo Editorial Iberoamericana.

Peirce, C. S. (1931- 1958). Collected papers of Charles Sanders Peirce (C. Hartshorne & P. Weiss (vols. 1-6) & A. Burks (Vols. 7- 8) Eds.). Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.

Yerushalmy, M., & Shterberg, B. (1994). *The Function Sketcher (Computer software)*. Tel- Aviv, Israel: Center for Educational Technology

Yerushalmy, M., & Shternberg, B. (2001). Charting a visual course to the concept of function. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (eds.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 251- 268). Reston, VA: NCTM

Solares, A.(2007). *Sistemas matemáticos de signos y distintos niveles de representación de la incógnita*. Tesis doctoral, Cinvestav, México.

SEP (2006). *Educación Básica Secundaria. Programas de Estudios*, 2006. México D. F. Secretaria de Educación Publica

ANEXOS

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Rojas Sanchez Brenda

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.
Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$

$$x = 1568 - 392$$

$$\begin{array}{r} 1568 \\ - 392 \\ \hline 1176 \end{array}$$

$$x = 1176$$

2. $13x = 39$

$$13x = 39 \quad x = \frac{39}{13}$$

$$x = 3$$

3. $4x(x - 11) = 52$

$$4$$

4. $x + 5 = 5 + 2$

$$x = 5 + 2 - 5 \quad x = 2$$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$$3/4 = 3/4$$

$$x = 17$$

6. $x + 17 = 42 + 17$

$$x = 42$$

7. $x + 2 = 2x + x$

$$2 = 2x + 1x - x$$

$$2 = 2x = \frac{2}{2} = x = 1$$

8. $x + 2 = 2x$

$$x = 2x - 2$$

$$x - 2x = -2 \quad x = \div 2 \quad x = 2$$

9. $2x + 4 = 4x$

$$4 = 4x - 2x$$

$$4 = 2x \quad x = \frac{4}{2} = x = 2$$

10. $43x + 36 = 55x$

$$36 = 55x - 43x$$

$$36 = 12x \quad x = \frac{36}{12} = 3$$

11. $38x + 72 = 56x$

$$72 = 56x - 38x$$

$$72 = 18x$$

$$x = \frac{72}{18} = 4$$

12. $10x - 18 = 4x$

$$10x - 18 = 4x$$

$$10x - 4x = 18$$

$$6x = 18 \quad x = \frac{18}{6} = 3$$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

$$7x - 20 = 5x + 30$$

$$7x - 5x = 30 + 20$$

$$x = 50$$

$$x = 25$$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Doña Sánchez Brenda

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.
Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1.- $4(x - 11) = 52$

$$\begin{aligned} 4x - 44 &= 52 \\ 4x &= 52 + 44 \\ 4x &= 96 \\ x &= \frac{96}{4} \\ x &= 24 \end{aligned}$$

2.- $7x - 20 = 5x + 30$

$$\begin{aligned} (2) \quad 7x &= 5x + 20 + 30 \\ -5x + 7x &= 50 \\ \cancel{5x} + \cancel{5x} & \\ 2x &= 50 \\ x &= \frac{50}{2} \\ x &= 25 \end{aligned}$$

3.- $43x + 36 = 55x$

$$\begin{aligned} (3) \quad 36 &= 55x - 43x \\ 55 - 43 &= 12x \\ 12x &= 36 \\ x &= \frac{36}{12} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

4.- $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} (4) \quad x &= 17 \\ \frac{3}{4} &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

5.- $x = 5$
 $3x + 2y = 21$

6.- $2x + 4y = 60$
 $x = 3y$

$$\begin{aligned} 6y + 4y &= 60 \\ 10y &= 60 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 3(6) \\ x &= 18 \end{aligned}$$

(E1) $2x + 4y = 60$

(E2) $x = 3y$

(E3) $2(3y) + 4y = 60$

$$\begin{aligned} \rightarrow (2x + y = 7) \\ - (x + y = 4) \\ \hline -2x - 1y = -7 \\ x + y = 4 \\ \hline -1x = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 11 \\ 2x + y &= 7 \\ 2(11) + y &= 7 \\ 22 + y &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7 - 20 \\ y &= -13 \end{aligned}$$

8.- $x + y = 39$
 $x - y = 9$

$$24 - y = 9$$

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Vidal Javier Sumano Gabrie 3^o E

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$

$x = 1568 - 392$

$x = 1176$

$$\begin{array}{r} 1568 \\ - 392 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1176 \\ 392 \\ \hline 1568 \end{array}$$

2. $13x = 39$

$13x = 39$

$x = 3$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 13 \overline{) 39} \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

3. $4x(x-11) = 52$

$4x^2 - 44x - 52 = 0$

$48x^2 = 208 \quad 4520$

4. $x + 5 = 5 + 2$

$x = 7 - 5$

$x = 2$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$x = 17 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$x = 17$

6. $x + 17 = 42 + 17$

$x = 42 + 17 - 17$

$x = 42$

7. $-x + 2 = 2x + x$

$2 = 2x + x - x$

$2x = 2$

8. $x + 2 = 2x$

$2 = 2x - 1x$

$x = 2$

9. $2x + 4 = 4x$

$4 = 4x - 2x$

$2x = 4$

10. $43x + 36 = 55x$

$36 = 55x - 43x$

$12x = 36$

11. $38x + 72 = 56x$

$72 = 56x - 38x$

$18x = 72$

12. $10x - 18 = 4x$

$10x - 4x = 6x$

$6x = 18$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

$7x - 5x = 30 + 20$

$2x = 50$

$x = 25$

Handwritten calculations on the right side of the page, including:
 1176
 392
 1568
 96
 147
 147
 192
 240

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Sumano Gabriel Victor

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $4(x - 11) = 52$

$$4x - 44 = 52$$

$$4x = 55 + 44 = 99$$

$$x = \frac{99}{4} \quad x = 24.7$$

2. $7x - 20 = 5x + 30$

$$2x = 50$$
$$x = 25$$

3. $43x + 36 = 55x$

$$36 = 55x - 43x = 12x = 36 \quad x = \frac{36}{12} = 3$$

$$x = 3$$

4. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$$x = 17$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

5. $x = 5$

$$3x + 2y = 21$$

$$15 + 2y = 21$$

$$2y = 21 - 15$$

$$2y = 6$$

$$y = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

6. $2x + 4y = 60$

$$x = 3y$$

$$3x$$

$$2(3y) + 4y = 60$$

$$6y + 4y = 60$$

$$10y = 60$$

$$y = \frac{60}{10}$$

$$y = 6$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3}$$

$$x = 3.6$$

8. $x + y = 39$

$$x - y = 9$$

$$2x = 48$$

$$x = \frac{48}{2}$$

$$x = 24$$

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Mejia Patricia Joselin Nicol

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$

$$x = 1568 - 392$$
$$x = 1176$$

$$1568$$
$$\underline{-392}$$
$$1176$$

2. $13x = 39$

$$x = \frac{39}{13}$$
$$x = 3$$

$$13 \overline{) 39}$$
$$\underline{39}$$
$$0$$

3. $4x(x - 11) = 52$

4. $x + 5 = 5 + 2$

$$x + 5 = 7$$
$$x = 7 - 5$$
$$x = 2$$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$$x = 17 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$
$$x = 17$$

6. $x + 17 = 42 + 17$

$$x + 17 = 59$$
$$x = 59 - 17$$
$$x = 42$$

7. $x + 2 = 2x + x$

$$x + 2 = 3x$$
$$2 = 3x - x$$
$$2 = 2x$$
$$x = 1$$

8. $x + 2 = 2x$

$$x + 2 = 2x$$
$$2 = 2x - x$$
$$2 = x$$

9. $2x + 4 = 4x$

$$4 = 4x - 2x$$
$$4 = 2x$$
$$x = 2$$

10. $43x + 36 = 55x$

$$43x + 36 = 55x$$
$$43x - 43x + 36 = 55x - 43x$$
$$36 = 12x$$
$$12x = -36$$

11. $38x + 72 = 56x$

$$12$$

12. $10x - 18 = 4x$

$$10x - 4x = 18$$
$$6x = 18$$
$$x = 3$$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Mejia Garcia Joselin Nicol

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1.- $4(x - 11) = 52$

$$4x - 44 = 52$$

$$4x = 52 + 44$$

$$4x = 96$$

2.- $7x - 20 = 5x + 30$

3.- $43x + 36 = 55x$

$$55x - 43x = 36 \quad 12x = 36 \quad x = \frac{36}{12} = 3$$

4.- $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

$$x = 17 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$x = 17$$

5.- $-x = 5$

$$3x + 2y = 21$$

$$3(5) + 2y = 21$$

$$15 + 2y = 21$$

$$2y = 21 - 15$$

$$2y = 6$$

6.- $2x + 4y = 60$

$$x = 3y$$

$$2x$$

7 $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$

$$x = 3$$

8.- $\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 9 \end{cases}$

$$2x = 48$$

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Martinez Garcia Oscar

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$

$$x = 1568 - 392$$
$$x = 1176$$

2. $13x = 39$

$$x = \frac{39}{13} = x = 3$$

3. $4x(x - 11) = 52$

4. $x + 5 = 5 + 2$

$$x = 7 - 5$$
$$x = 2$$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

6. $x + 17^2 = 42 + 17^2$

7. $x + 2 = 2x + x$

8. $x + 2 = 2x$

$$x - 2x + 2 =$$
$$x + 2 = 0$$
$$x = -2$$

9. $2x + 4 = 4x$

$$2x - 4x + 4 = 0$$
$$2x + 4 = 0$$
$$2x = -4$$
$$x = \frac{-4}{2}$$
$$x = -2$$

10. $43x + 36 = 55x$

$$43x - 55x - 36 = 0$$
$$43x = 22$$
$$x = \frac{22}{43}$$

11. $38x + 72 = 56x$

$$38x - 56x + 72 = 0$$
$$18x + 72 = 0$$
$$18x = -72$$
$$x = \frac{-72}{18}$$

12. $10x - 18 = 4x$

$$10x - 4x - 18 = 0$$
$$6x - 18 = 0$$
$$6x = 18$$
$$x = \frac{18}{6}$$
$$x = 3$$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

$$7x - 5x - 20 = 30$$
$$2x - 20 = 30$$
$$2x = 50$$
$$x = \frac{50}{2}$$
$$x = 25$$

$$7x - 5x + 20$$

$$2x = 50$$

$$2x = 50$$

$$x = 25$$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Martínez García Oscar

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

- $4(x - 11) = 52$
 $4x - 44 = 52$
 $4x = 96 + 44 = 140$
 $x = \frac{140}{4} = 35$
- $7x - 20 = 5x + 30$
 $2x = 50$
 $x = 25$
- $43x + 36 = 55x$
 $36 = 55x - 43x = 12x = 36$
 $x = \frac{36}{12} = 3$
- $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$
 $x = 17$
 $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
- $x = 5$
 $3x + 2y = 21$
 $15 + 2y = 21$
 $2y = 21 - 15 = 6$
 $2y = 6$
 $y = \frac{6}{2} = 3$
- $2x + 4y = 60$
 $(x = 3y)$
 $2(3y) + 4y = 60$
 $6y + 4y = 60$
 $10y = 60$
 $y = \frac{60}{10} = 6$
- $2x + y = 7$
 $x + y = 4$
 $3x = 11$
 $x = \frac{11}{3} \approx 3.6$
- $x + y = 39$
 $x - y = 9$
 $2x = 48$
 $x = \frac{48}{2} = 24$

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Sabatini Guido Teodoro Javier

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$

2. $13x = 39$ $13x = 39$

$$x = \frac{39}{13}$$

$$x = 3$$

3. $4x(x-11) = 52$

③ $4x(x-11) = 52$

$$4x^2 - 44x = 52$$

4. $x + 5 = 5 + 2$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$

6. $x + 17^2 = 42 + 17^2$

$$\frac{x + 17^2}{1} = \frac{42 + 17^2}{1}$$

7. $x + 2 = 2x + x$

8. $x + 2 = 2x$

9. $2x + 4 = 4x$

$$2x + 4 =$$

10. $43x + 36 = 55x$

④ $\frac{3(x+72)}{1}$

11. $38x + 72 = 56x$

12. $10x - 18 = 4x$

$$\rightarrow -18 = 4x - 10x$$

13. $7x - 20 = 5x + 30$

$$-11 = 6x$$

$$-\frac{11}{6} = x$$

$$x = 3$$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Sotelo Cardoño Francisca Javier

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1.- $4(x - 11) = 52$ $4 - 44 = 52$ $4x = 55 + 44 = 99$

2.- $7x - 20 = 5x + 30$ $2x = 50$ $x = \frac{25}{1}$ $x = 25$

3.- $43x + 36 = 55x$ $36 = 55x - 43x = 12x - 36$ $72 = 12x$ $x = \frac{72}{12} = 6$

4.- $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$ $x = 17$
 $\frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

5.- $-x = 5$
 $3x + 2y = 21$ $y = \frac{6}{2}$
 $15 + 21$ $y = 3$
 $24 = 21 - 15$
 $24 = 6$

6.- $2x + 4y = 60$
 $x = 3y$ $2(3y) + 4y = 60$
 $6y + 4y = 60$
 $10y = 60$

7.- $2x + y = 7$
 $x + y = 4$ $\frac{60}{10} = 6$
 $3x = 11$
 $x = \frac{11}{3}$ $x = 3.6$
 $x =$

8.- $x + y = 39$
 $x - y = 9$ $x = \frac{48}{2}$

7.- -41 $x = 2.4$

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

Alumno: Torres Hernández Gustavo 3^a E

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES.
Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1. $x + 392 = 1568$ $x = 1568 - 392$
 $x = 1276$

2. $13x = 39$ $x = \frac{39}{13}$ $x = 3$

3. $4x(x - 11) = 52$ $x = 3$

4. $x + 5 = 5 + 2$ $x = 2$

5. $x + \frac{3}{4} = 17 + \frac{3}{4}$ $x = 17$

6. $x + 17^2 = 42 + 17^2$ $x = 42$

7. $x + 2 = 2x + x$ $x = -2$

8. $x + 2 = 2x$ $x = 2$

9. $2x + 4 = 4x$ $x = -2$

10. $43x + 36 = 55x$ $x = -3$

11. $38x + 72 = 56x$ $x = -72$

12. $10x - 18 = 4x$ $10x - 4x + 18 = 18$

13. $7x - 20 = 5x + 30$ $x = 25$

CUESTIONARIO FINAL

Alumno: Torres Hernández Gustavo

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES Y SISTEMAS.

Escribe tus procedimientos en los espacios en blanco.

1.- $4(x-11) = 52$ $4x + 44 = 52$ $x = 4$

2.- $7x - 20 = 5x + 30$

$-5x = 30 + 20$

3.- $43x + 36 = 55x$

$43x - 55x = -36$

$-12x = -36$

4.- $x + \frac{1}{2} = 17 + \frac{1}{2}$

$x + 17 = -3$

5.- $x = 5$

$3x + 2y = 21$

$2y = 21 - 3x$

$2y = 18$

$y = \frac{18}{2}$

$y = 9$

6.- $2x + 4y = 60$

$x = 3y$

7.- $2x + y = 7$

$x + y = 4$

$2x + y = 7$

$(2-x) = 4$

$2x + y = 7$

$4x - 4 + y = 7$

$4x + y = 11$

$x = 1$

$y = 5 - 1$

$y = 4$

8.- $x + y = 39$

$x - y = 9$

$x = 39 - y$

$x = 9 + y$

$39 - y = 9 + y$

$39 - 9 = y + y$

$30 = 2y$

El jurado designado por el Departamento de Matemática Educativa, Unidad Distrito Federal del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprueba la tesis:

**Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones
a través de materiales didácticos interactivos:
estudio empírico con alumnos de secundaria**

que presenta **Ángel Manuel Ruiz Cruz** para su examen final de Maestría en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa el día 31 de enero del año 2011.



Dr. Eugenio Filloy Yagüe



Dra. María Teresa Rojano Ceballos



Dra. Aurora Gallardo Cabello