

XX(86713,1)

CINVESTAV I.P.N.
SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Unidad Guadalajara

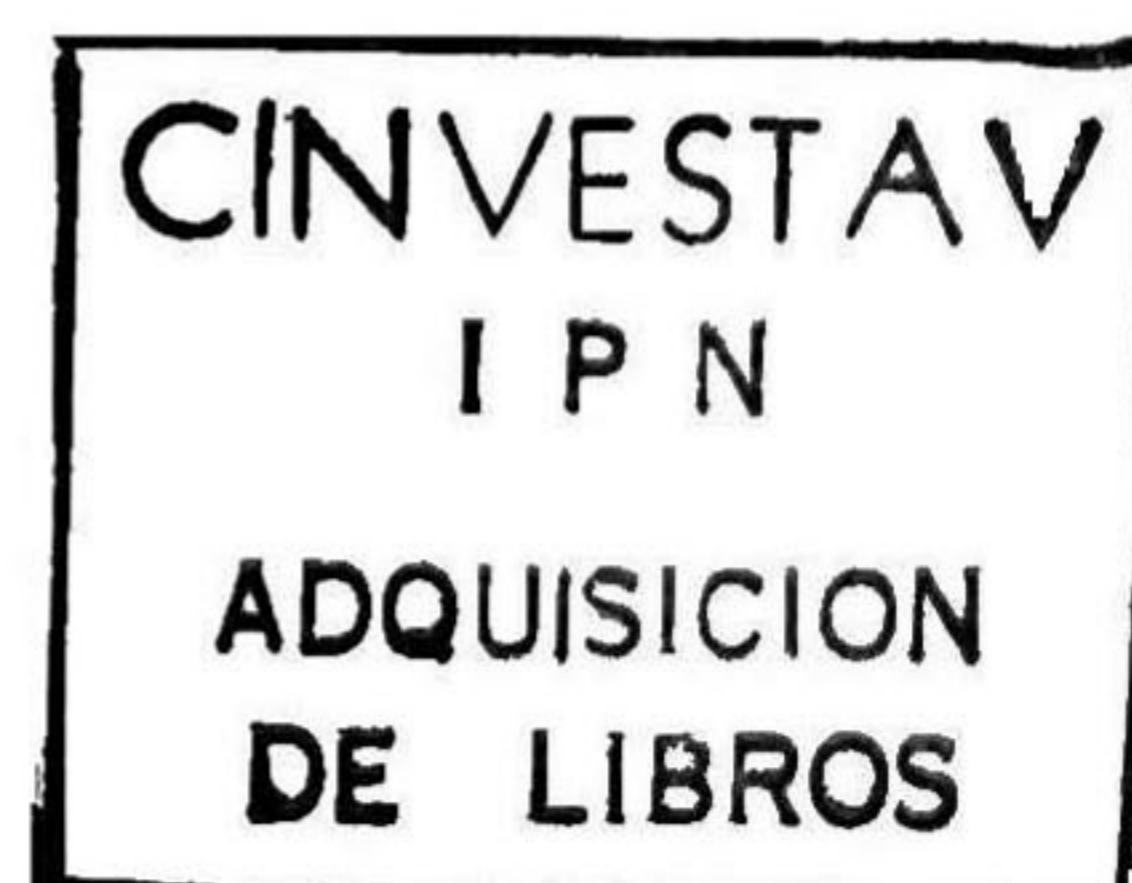
Control neuronal para motores eléctricos

Tesis que presenta
Ramón Antonio Félix Cuadras

Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

En la especialidad de
Ingeniería Eléctrica

Guadalajara, Jal., Septiembre del 2000



RECONOCIMIENTO:

- *A mis asesores, Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos y Dr. Alexander Loukianov; por su apoyo y paciencia al dirigir esta investigación*
- *A la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, (CINVESTAV) por el apoyo otorgado durante la realización de los estudios de su programa de Maestría.*
- *Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por apoyar económicamente los proyectos de investigación que se realizan en el CINVESTAV-GDL.*

AGRADECIMIENTOS:

- *A mis padres, por apoyarme emocional y económicamente durante el estudio de la maestría.*
- *A mi tía María Dolores Félix Herrera por su apoyo, sin el cual este trabajo no hubiera sido posible.*
- *A mis compañeros por su amistad y apoyo en los momentos difíciles, en especial al Trofeo por sus palabras de aliento, a Memo por sus enseñanzas en las artes Jedi, a Celia por la botella de A'ristis, a Manuel por sus platicas sobre planificación familiar, al Chávez por su ilustración sobre la historia de Tepa, a Juan por no haber tenido nada que ver en este trabajo, a Paco por ponerme el sobrenombre de el Gato, a Orlando por sus convicciones políticas, a José Luis por su amabilidad y cortesía, a Jaime nomás porque si y a María por el michu, michu, michu.*

Índice General

1 INTRODUCCIÓN	3
2 RESEÑA SOBRE REDES NEURONALES	5
2.1 Redes neuronales biológicas	5
2.2 Modelos de redes neuronales artificiales	6
2.3 Estructuras neuronales	9
2.3.1 Redes neuronales unicapa	9
2.3.2 Redes neuronales multicapa	10
2.3.3 Redes neuronales de base radial	12
2.3.4 Redes neuronales recurrentes	14
2.4 Redes neuronales en control	16
2.4.1 Identificación	16
2.4.2 Control neuronal	18
2 IDENTIFICACIÓN Y CONTROL	21
3.1 Estructura RHONN	21
3.2 Capacidades de aproximación de las RHONN	23
3.3 Modificaciones al esquema RHONN	27
3.4 Desarrollo de la ley de adaptación de pesos	29
3.5 Convergencia de parámetros	35
3.5.1 Error de modelado cero	38
3.5.2 Error de modelado no cero	40

3.6 Control a bloques	45
3.6.1 Retroalimentación discontinua	50
3.7 Elección de la estructura de la RHONN modificada	53
4 MOTOR DE C.D.	55
4.1 Modelo matemático del motor de C.D.	55
4.2 Control heurístico del motor de C.D.	57
4.2.1 Simulación del control heurístico para el motor de C.D.	60
4.3 Control a bloques del motor de C.D.	63
4.3.1 Simulación del control a bloques para el motor de C.D.	67
5 MOTOR A PASOS DE IMÁN PERMANENTE	68
5.1 Modelo matemático del motor a pasos	68
5.2 Control heurístico del motor a pasos	70
5.2.1 Simulación del control heurístico para el motor a pasos	76
5.3 Control a bloques del motor a pasos	78
5.3.1 Simulación del control a bloques para el motor a pasos	83
6 MOTOR DE INDUCCIÓN	85
6.1 Modelo matemático del motor de inducción	85
6.2 Control heurístico del motor de inducción	88
6.2.1 Simulación del control heurístico del motor de inducción	90
6.3 Control a bloques del motor de inducción	92
6.3.1 Simulación del control a bloques del motor de inducción	98
7 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	100
Bibliografía	102
Apéndice A. ARTÍCULO PUBLICADO	106

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

En esta tesis se presentan resultados sobre el uso de redes neuronales dinámicas en aplicaciones de identificación y control de motores eléctricos: motor de corriente directa con campo controlable, motor a pasos con imán permanente y el motor de inducción. Los esquemas de control se basan en el identificador neuronal que se describe en los capítulos subsecuentes. Se desarrollaron dos tipos de leyes de control: una heurística y otras basada en control a bloques y modos deslizantes para los motores ya mencionados.

Recientemente ha habido un gran interés por el estudio de las redes neuronales, debido principalmente a sus capacidades de aprendizaje y adaptación a circunstancias cambiantes. Estas características las hacen de gran utilidad dentro del control automático, ya que uno de los objetivos principales de esta área es conseguir que una planta tenga un comportamiento deseado, por medio de un controlador que permita superar con éxito los cambios que la afecten.

Ultimamente se ha incrementado el uso de redes neuronales dinámicas que permiten un modelado de sistemas dinámicos más eficiente [23], [1]. Un algoritmo muy eficiente para la identificación no lineal se propone en [3], que asegura la convergencia exponencial del error de identificación, usando redes neuronales dinámicas.

En esta tesis se modifican los resultados para identificación de sistemas no lineales usando redes neuronales dinámicas [3] y se propone un identificador neuronal en la lla-

mada forma no lineal controlable a bloques (NBC por sus siglas en inglés “Nonlinear Block Controllable form”). Se espera que el modelo de la planta también tenga la forma NBC para lograr que la identificación sea más eficiente y así obtener una ley de control no lineal robusta para la planta. Basándose en el modelo neuronal se diseña una ley de control, que combina modos deslizantes [34] y control a bloques [32]. También se diseña una ley de control heurística que regularmente es más sencilla. El identificador neuronal y la ley de control permiten el seguimiento de trayectorias para los motores eléctricos antes mencionados.

Este trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se efectúa una breve revisión de conceptos básicos sobre redes neuronales, con la finalidad de definir el área en que se ubica la presente tesis. En el Capítulo 3, se explica en detalle el esquema de identificación empleado y su contenido está fundamentalmente basado en [3]; además se explica el algoritmo de control por bloques propuesto en [32] y adaptado para el identificador neuronal utilizado en esta tesis. En el Capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de identificación y control propuestas en el Capítulo 3 a un motor de corriente directa con campo controlable. Además se propone una ley de control heurística que no está basada totalmente en la técnica de control por bloques. Los Capítulos 5 y 6 presentan análisis similares para un motor a pasos con imán permanente y para un motor de inducción, respectivamente. Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones generales sobre este trabajo y se plantean perspectivas de trabajo futuro.

Capítulo 2

RESEÑA SOBRE REDES NEURONALES

El objetivo de esta tesis es presentar nuevos métodos de control adaptable para sistemas no lineales, utilizando redes neuronales dinámicas en la forma NBC. Estos esquemas de control se aplicarán a diferentes motores eléctricos, los cuales son: un motor de corriente directa con campo controlable, un motor a pasos de imán permanente y por último un motor de inducción. En este capítulo se da una breve explicación sobre las redes neuronales artificiales.

2.1 Redes neuronales biológicas

Las redes neuronales artificiales están basadas en las redes neuronales biológicas. Éstas consisten en un número de células llamadas neuronas, que están interconectadas entre sí. Cada neurona está formada por un cuerpo celular o soma que proporciona la estructura y sostén fundamental; esta parte procesa la información y a su vez, la transmite a las neuronas con las que se conecta. El axón constituye la vía por la cual la neurona envía información a otras neuronas a las cuales está conectada. Las dendritas son puntos por donde la neurona recibe información de otras neuronas.

La sinapsis está formada por la conexión entre un axón de una neurona y una dendrita de otra neurona. El funcionamiento de la sinapsis se describe a continuación. Un proceso presináptico libera una sustancia transmisora (neurotransmisor) que pasa a través de la conexión sináptica entre neuronas y actúa sobre un proceso postsináptico. Así la sinapsis convierte una señal eléctrica en una señal química y entonces la reconvierte en una señal eléctrica postsináptica. Los neurotransmisores pueden ser excitatorios o inhibitorios y cada neurona promedia sus señales inhibitorias y excitatorias de entrada. Se ha observado que si este promedio rebasa cierto límite se produce un impulso nervioso en el axón; es decir, un impulso eléctrico que viaja hacia otras neuronas. El poder de las redes neuronales radica en la interconexión masiva que se presenta en el sistema nervioso.

2.2 Modelos de redes neuronales artificiales

Una red neuronal artificial es un procesador paralelo distribuido inspirado en las redes neuronales biológicas, la cual puede almacenar conocimiento experimental y hacerlo disponible para su uso [6]. De manera similar a una red neuronal biológica el conocimiento es adquirido por medio de un proceso de aprendizaje y es almacenado por medio de los pesos sinápticos que representan las conexiones entre neuronas. Una red neuronal se entrena para determinada tarea, por medio de su algoritmo de aprendizaje, cuya función es modificar los pesos sinápticos para satisfacer un criterio de desempeño especificado.

La neurona es la unidad de proceso de información fundamental en una red neuronal. En el diagrama a bloques de la figura 2-1, se muestra el modelo de una neurona; éste forma la base para el diseño de una red neuronal artificial. En este diagrama se identifican tres elementos básicos del modelo neuronal:

- Un conjunto de sinapsis, cada una caracterizada por pesos o ganancias sinápticas; específicamente una componente x_j de la señal de entrada, que está conectada a la neurona k , es multiplicada por el peso sináptico w_{kj} . Es importante notar la manera en que se escriben los subíndices de los pesos. El primer subíndice denota

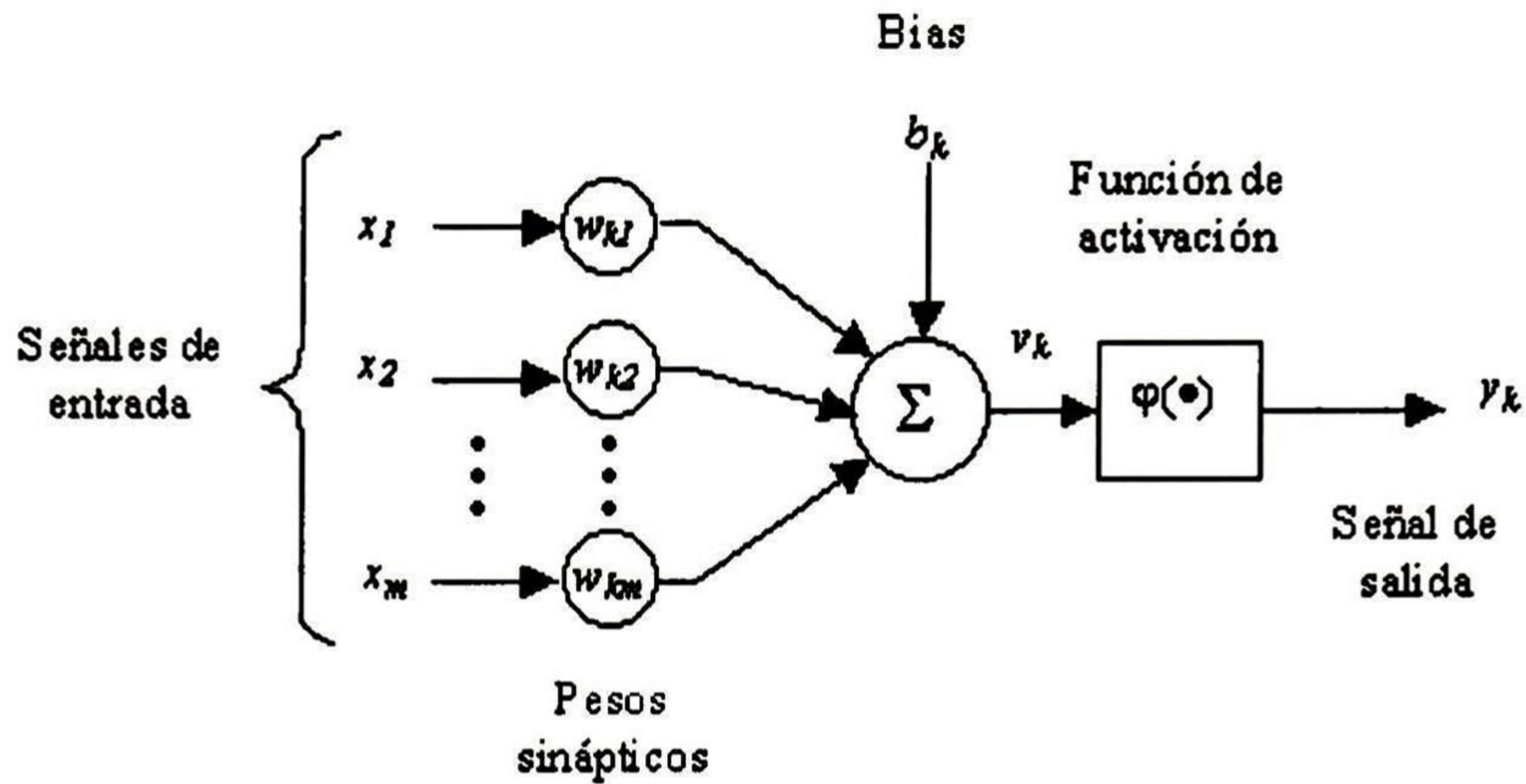


Figura 2-1: Esquema de una neurona artificial

la neurona en cuestión y el segundo subíndice denota la entrada a la misma.

- Un sumador o punto de adición, para sumar las entradas pesadas con sus respectivos pesos sinápticos de la neurona; las operaciones descritas hasta aquí son combinaciones lineales.
- Una función de activación no lineal. La función de activación limita el rango de amplitud de señal de salida a algún intervalo acotado. Típicamente el rango de la salida se normaliza al intervalo cerrado $[0,1]$ o alternativamente $[-1,1]$.

Una red neuronal artificial es un procesador paralelo distribuido inspirado en las redes neuronales biológicas, que puede almacenar conocimiento experimental y hacerlo disponible para su uso. De manera similar a una red neuronal biológica el conocimiento se adquiere por medio de un proceso de aprendizaje y se almacena por medio de los pesos sinápticos que representan las conexiones entre neuronas.

El modelo neuronal de la figura 2-1 también incluye una polarización aplicada externamente, denotada por b_k . La polarización tiene el efecto de incrementar o disminuir la entrada a la función de activación, dependiendo de si la polarización es positiva o negativa, respectivamente.

En términos matemáticos, podemos describir una neurona k por el siguiente par de ecuaciones:

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (2.1)$$

y

$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \quad (2.2)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_m son las señales de entrada; $w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{km}$ son los pesos sinápticos de la neurona k ; u_k es la combinación lineal de las entradas ponderadas; b_k es la polarización; $\varphi(\cdot)$ es la función de activación; y y_k es la salida de la neurona.

La polarización es un parámetro externo de la neurona k , pero podemos considerarla como parte de las señales de entrada si combinamos las ecuaciones (2.1) y (2.2) como sigue

$$v_k = \sum_{j=0}^m w_{kj} x_j \quad (2.3)$$

y

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (2.4)$$

En la ecuación (2.4) hemos agregado una nueva sinapsis. Su entrada es

$$x_0 = +1$$

y su peso es

$$w_{k0} = b_k$$

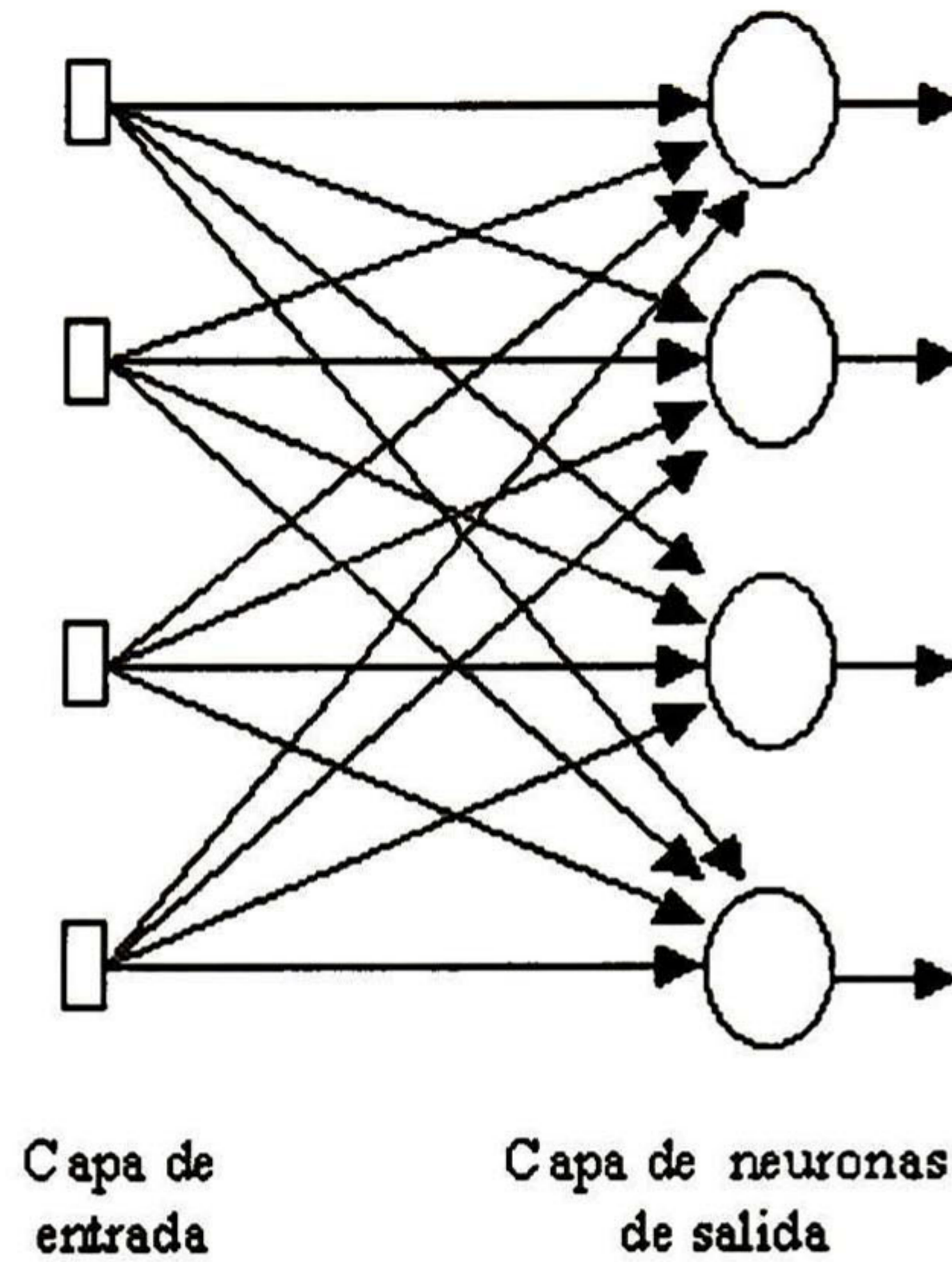


Figura 2-2: Red neuronal unicapa.

2.3 Estructuras neuronales

2.3.1 Redes neuronales unicapa

Regularmente en las redes neuronales las neuronas están organizadas en forma de capas. En el caso más simple, una red neuronal unicapa, la capa de entrada se conecta directamente a la capa de neuronas de salida por medio de las sinapsis como se puede apreciar en la figura 2-2.

La más conocida de las redes neuronales unicapa es el perceptrón, que consiste en neuronas simples con pesos ajustables y funciones de activación sigmoidales. El algoritmo de aprendizaje del perceptrón es capaz de clasificar información linealmente separable [7]-[9]; los pesos de éste se adaptan como sigue, según el algoritmo propuesto por Rosenblatt:

$$\begin{aligned}
w(k+1) &= w(k) \text{ si } w^T x \geq 0, \forall x \in C_1 \text{ o si } w^T x < 0, \forall x \in C_2 \\
w(k+1) &= w(k) - \eta(k)x(k) \text{ si } w^T x \geq 0, \forall x \in C_2 \\
w(k+1) &= w(k) + \eta(k)x(k) \text{ si } w^T x < 0, \forall x \in C_1
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Donde $\eta(k) > 0$ es una variable positiva que indica la velocidad de aprendizaje y C_1, C_2 son clases linealmente separables. Considerando la salida del sumador y una salida deseada, puede definirse el error como $e(k) = d(k) - w^T(k)x(k)$, que puede ser minimizado por medio de un algoritmo de mínimos cuadrados. Este algoritmo se deriva con el método del gradiente descendiente y la ley de adaptación de pesos resultante queda como sigue:

$$w(k+1) = w(k) - \eta e(k)x(k) \tag{2.6}$$

2.3.2 Redes neuronales multicapa

Las redes neuronales multicapa se distinguen por tener una o más capas de neuronas ocultas. En la figura 2-3 se presenta el esquema de una red neuronal multicapa.

La red neuronal multicapa más común es el perceptrón multicapa. Debido a la gran conectividad entre sus componentes, el análisis del perceptrón multicapa es muy complicado. El algoritmo de aprendizaje más común en esta clase de redes es el algoritmo de retropropagación que adapta los pesos de la red neuronal basado en mínimos cuadrados, cuya solución se obtiene por medio del gradiente descendiente. El error, para cada neurona de la capa de salida, está dado por:

$$e_j(k) = d_j(k) - y_j(k) \tag{2.7}$$

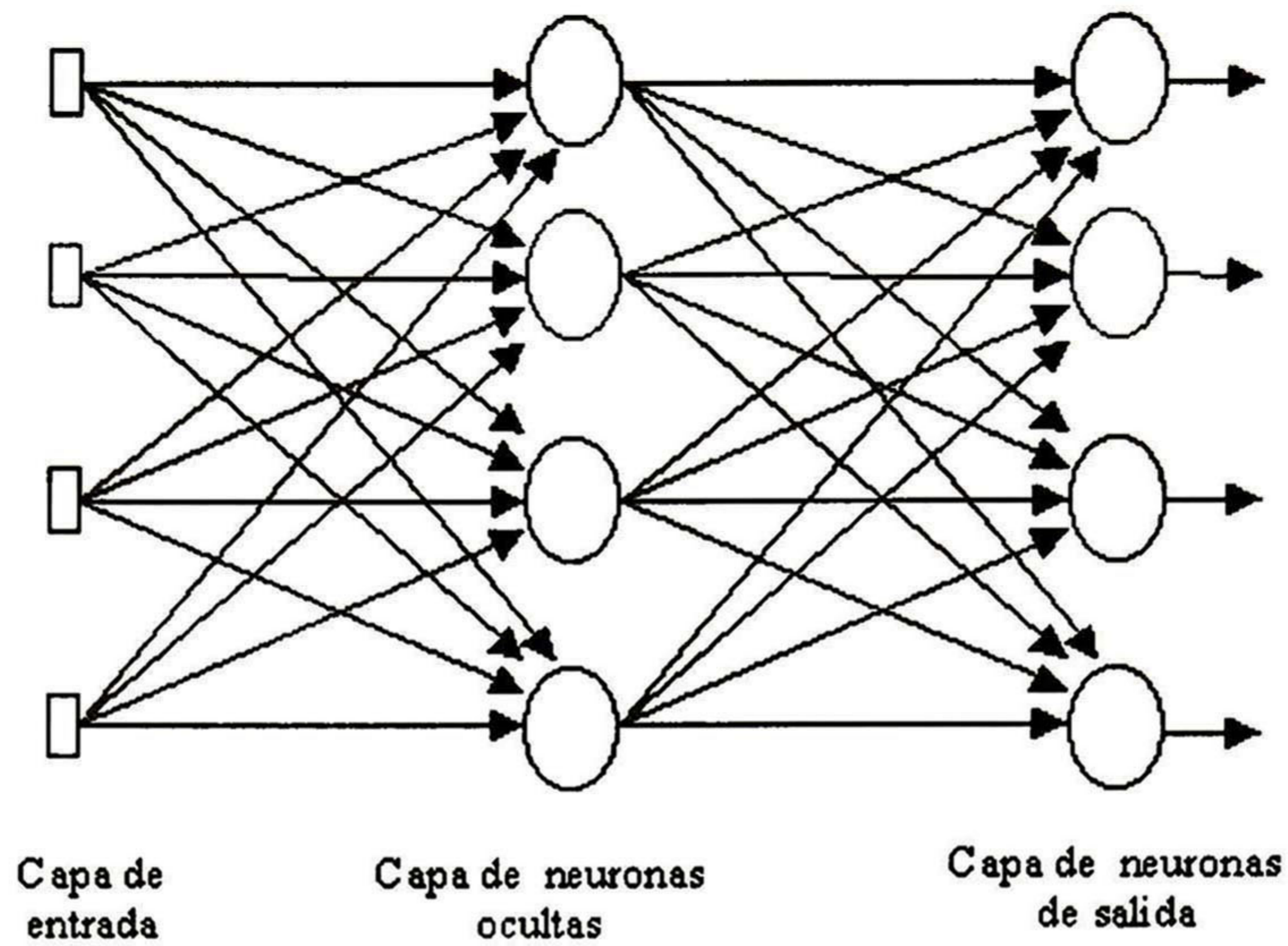


Figura 2-3: Red neuronal multicapa

donde d_j es la salida deseada y_j es la salida de la neurona y k representa el k -ésimo ejemplo.

La suma instantánea de los errores cuadráticos de la salida es:

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^l e_j^2(k) \quad (2.8)$$

Donde l es el número de neuronas de la capa de salida. El promedio de los errores cuadráticos, sumando $E(k)$ de todos los ejemplos (una época) y normalizando respecto al tamaño de la época (número de ejemplos denominado N), se define por

$$E_{av} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E(k) \quad (2.9)$$

Los pesos que conectan la neurona i con la neurona j se actualizan por medio de la

siguiente ecuación:

$$\Delta w_{ij}(k) = w_{ij}(k+1) - w_{ij}(k) = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ij}(k)} \quad (2.10)$$

La anterior ecuación es conocida como la regla delta. El término al extremo derecho puede ser calculado como sigue:

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_{ij}(k)} = \frac{\partial E(k)}{\partial e_j(k)} \frac{\partial e_j(k)}{\partial y_j(k)} \frac{\partial y_j(k)}{\partial v_j(k)} \frac{\partial v_j(k)}{\partial w_{ij}(k)} \quad (2.11)$$

donde $\frac{\partial E(k)}{\partial e_j(k)} = e_j(k)$, $\frac{\partial e_j(k)}{\partial y_j(k)} = -1$, $\frac{\partial y_j(k)}{\partial v_j(k)} = \varphi'_j(v_j(k))$ y $\frac{\partial v_j(k)}{\partial w_{ij}(k)} = y_i(k)$ con $\varphi'_j(\beta) = \frac{\partial \varphi_j(\beta)}{\partial \beta}$.

Por lo anterior, la regla delta puede reescribirse como:

$$\Delta w_{ij}(k) = \eta \delta_j(k) y_i(k) \quad (2.12)$$

donde

$$\delta_j(k) = e_j(k) \varphi'_j(v_j(k)) \quad (2.13)$$

Es importante distinguir cuando la neurona j pertenece a la salida o cuando está en capas ocultas. En el primer caso, calcular el término (2.13) es inmediato. En el segundo caso, la salida no está especificada, de modo que el error debe ser calculado recursivamente en términos del error de todas las neuronas a las que está conectada. Por ello, tenemos que:

$$\delta_j(k) = \frac{\partial y_j(k)}{\partial v_j(k)} \sum_{n=1}^m \delta_n(k) w_{nj}(k) \quad (2.14)$$

2.3.3 Redes neuronales de base radial

Esta estructura de redes neuronales consta de 3 capas bien diferenciadas:

- La capa de nodos de entrada.

- La capa oculta de neuronas que proveen una transformación no lineal de la entrada por medio de funciones de base radial.
- La capa de salida que es una combinación lineal de las salidas de la capa oculta.

Una función de base radial es una función multidimensional cuya salida depende de la distancia entre el vector de entradas u y un centro c previamente definido. Usualmente, esta distancia se formula como:

$$d = \sqrt{(u - c)^T(u - c)} \quad (2.15)$$

Existen distintas funciones de base radial tales como la función lineal a tramos, función cúbica, función gaussiana y multicuadrática. Cuando una red neuronal de base radial (RBF por sus siglas en inglés) es usada para la clasificación, resuelve el problema llevándolo a un espacio de dimensión mayor. La justificación de lo anterior se basa en el Teorema de Covers [15] que establece que un problema de clasificación puede ser linealmente separable en un espacio cuya dimensión sea mayor que la dimensión del espacio en que fue planteado dicho problema. Un esquema general de RBF es presentado en la figura 2-4.

Su modelo matemático esta dado por:

$$y = F(u) = \sum_{i=1}^m w_i G(\|u - c_i\|_{r_i}^2) \quad (2.16)$$

donde w_i son los pesos, $G(\cdot)$ es la función de base radial, $u^T = [u_1, \dots, u_n]$ es la entrada, $c_i \in \mathfrak{R}^n$ son los centros, $r_i \in \mathfrak{R}$ son los radios y $\|u - c_i\|_{r_i}^2 = \frac{(u-c)^T(u-c)}{r_i}$.

El algoritmo de aprendizaje incluye leyes de adaptación tanto de pesos y/o centros, leyes que están basadas en minimizar un error cuadrático en función de estos parámetros.

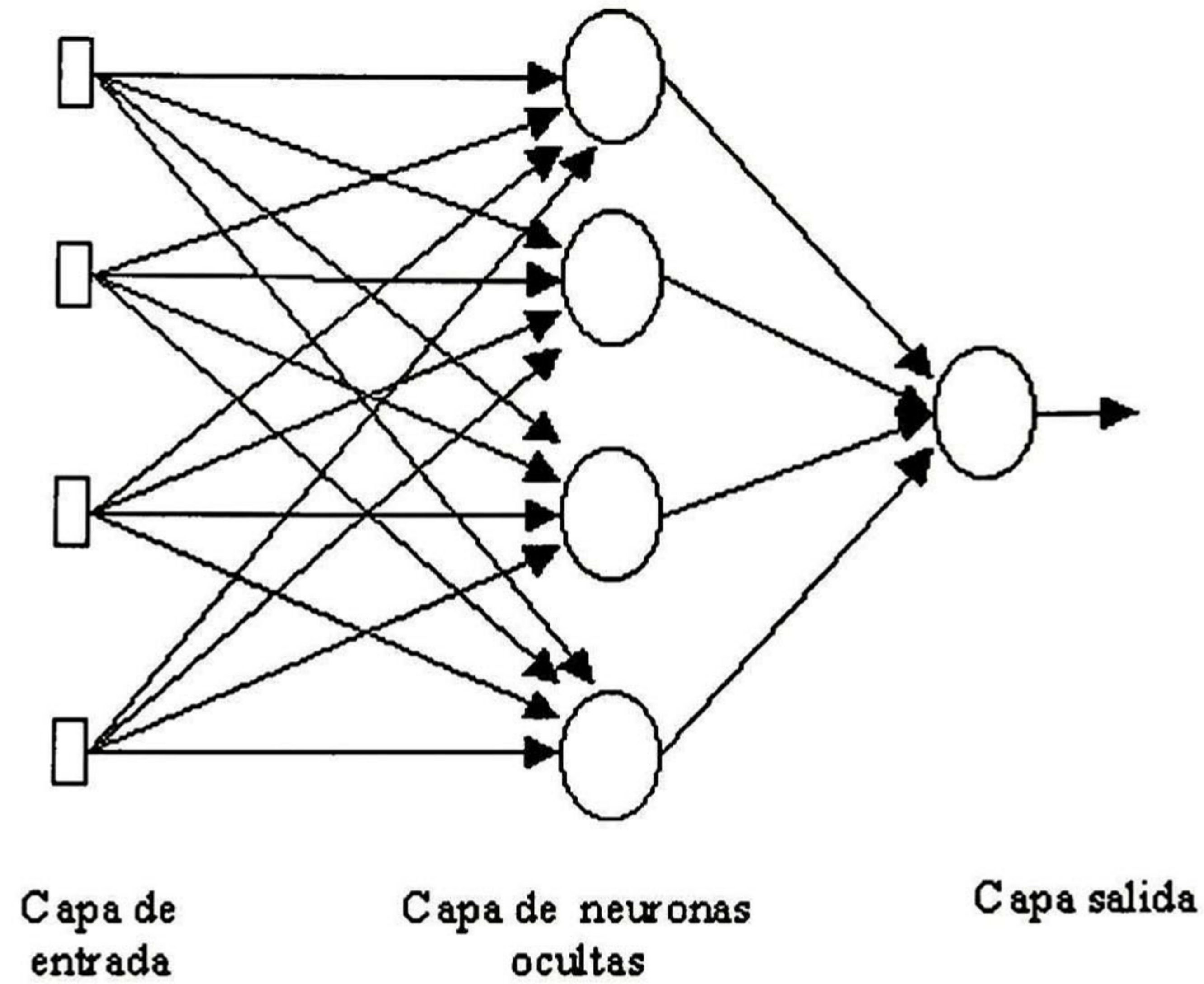


Figura 2-4: Red neuronal de base radial

2.3.4 Redes neuronales recurrentes

Las redes neuronales recurrentes o dinámicas constituyen la base fundamental de la presente tesis. Estas redes se distinguen de las demás por tener al menos un lazo de retroalimentación. Por ejemplo en la figura 2-5, la red recurrente consiste en una sola capa de neuronas con sus salidas alimentando la entrada de todas las neuronas, además de una capa de entradas independientes. La presencia de lazos de retroalimentación en la estructura recurrente de la figura 2-5, tiene una gran influencia en la capacidad de aprendizaje y en su desempeño.

Un tipo muy importante de redes neuronales dinámicas es la red tipo Hopfield [16],

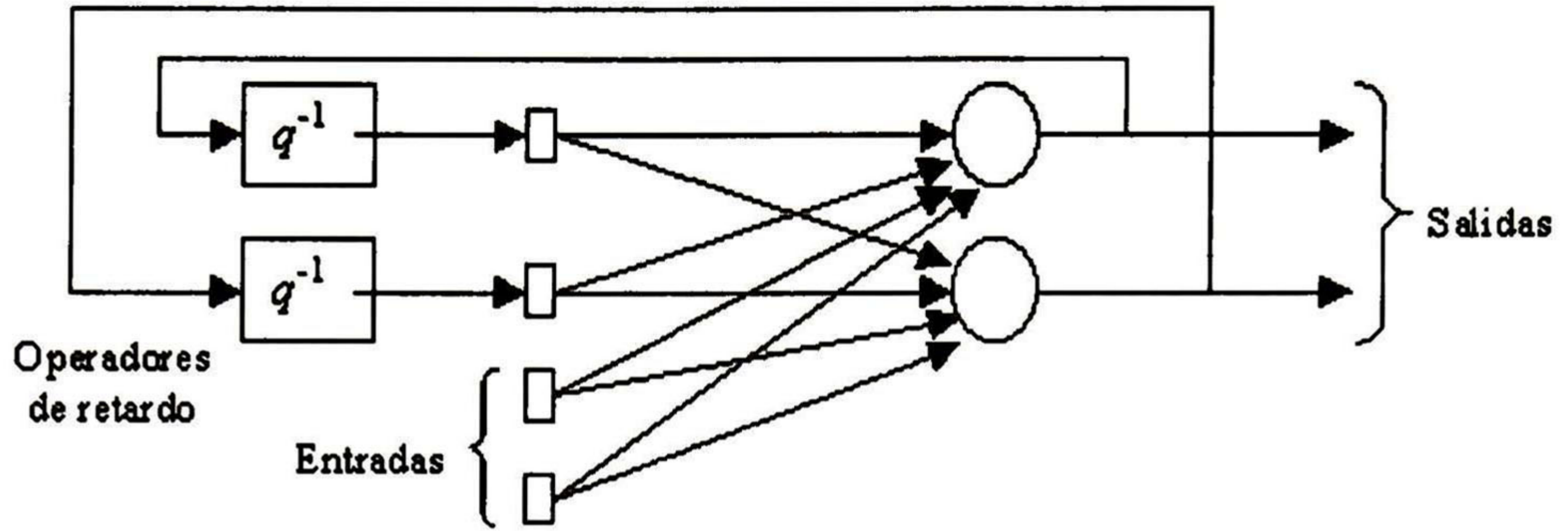


Figura 2-5: Red neuronal recurrente

cuyo modelo matemático en tiempo continuo es

$$\begin{aligned}
 \dot{v} &= Av + W\phi(v) + Bu \\
 x &= \phi(v) \\
 v^T &= [v_1, \dots, v_n]^T \\
 [\phi(v)]^T &= [\phi_1(v_1), \dots, \phi_n(v_n)]^T \\
 u^T &= [u_1, \dots, u_n]^T \\
 A &= \text{diag}(-a_1, \dots, -a_n) \\
 B &= \text{diag}(b_1, \dots, b_n) \\
 W &\in \mathfrak{R}^{n \times n}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Las redes neuronales de alto orden (RHONN por sus siglas en inglés) generalizan las redes de Hopfield. Sus propiedades han sido analizadas en [3], [18] y [22], y serán explicadas en el Capítulo 3.

2.4 Redes neuronales en control

2.4.1 Identificación

La gran capacidad de aproximar funciones no lineales de las redes neuronales puede aprovecharse para la identificación de sistemas dinámicos no lineales. El objetivo de la identificación basada en redes neuronales recurrentes es que éstas aprendan, según sea al caso, el mapeo entrada-salida o entrada-estado de un sistema dinámico no lineal; para ambos casos existen dos formas de identificación bien definidas [3]

Cuando es necesario tener un modelo multivariable de la planta, es preferible obtener un modelo en variables de estado. Dado el sistema no lineal

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= h(x(k))\end{aligned}\tag{2.18}$$

$$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l, k = 0, 1, \dots$$

Suykens propone el siguiente identificador [23]

$$\begin{aligned}x_{nn}(k+1) &= W_1\varphi(V_a x_{nn}(k) + V_b u(k) + \rho_x) + Ke(k) \\ y_{nn}(k) &= W_2\varphi(V_c x_{nn}(k) + V_d u(k) + \rho_y) \\ e(k) &= y(k) - y_{nn}(k), x(0) = x_{nn}(0)\end{aligned}\tag{2.19}$$

El mapeo no lineal φ se implementa como una red neuronal estática multicapa cuyo algoritmo de adaptación de pesos es un algoritmo de retropropagación modificado. Por medio de desigualdades matriciales lineales se determinan las condiciones de estabilidad para este esquema.

En [22] se desarrolla un identificador basado en RHONN cuya ley de adaptación de pesos se diseña con base en la metodología de Lyapunov. Para una red neuronal de este

tipo con n neuronas y m entradas, la dinámica de la i -ésima neurona está dada por

$$\begin{aligned}
\frac{dx_{nn,i}}{dt} &= -a_i x_{nn,i} + b_i \sum_{k=1}^l w_{ik} z_k, \quad l = m + n, i = 1, \dots, n \\
z^T &= [z_1, \dots, z_l] \\
z_i &= \left(\prod_{j \in I_k} (u_j)^{d_j(i)} \right) \\
u &= [u_1, \dots, u_m]^T \\
I_k &\subseteq \{1, 2, \dots, n + m\}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

tomando

$$\theta_i = b_i [w_{i1}, \dots, w_{il}]^T \tag{2.21}$$

entonces

$$\frac{dx_{nn,i}}{dt} = -a_i x_{nn,i} + \theta_i^T z \tag{2.22}$$

Dado el sistema no lineal

$$\begin{aligned}
\frac{dx_i}{dt} &= f_i(x, u), \quad i = 1, \dots, n \\
x &\in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, \forall t \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Primero se supone que existe un conjunto de parámetros θ^* , tal que la red neuronal (2.20) modela exactamente al sistema no lineal (2.23). Bajo esta suposición es posible escribir el sistema (2.23) como

$$\frac{dx_i}{dt} = -a_i x_i + \theta_i^{*T} z_i \tag{2.24}$$

Definiendo el error de identificación como

$$e_i = x_{nn,i} - x_i \quad (2.25)$$

en [22] los autores demuestran que la ley de aprendizaje

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\eta_i z e_i \quad (2.26)$$

asegura que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0 \quad (2.27)$$

Otros enfoques han sido usados para identificación [3] y [24]. El primero de ellos se revisará en detalle en el Capítulo 3 dado que es el esquema de identificación que se empleó para este trabajo. Además en esta tesis se incorporaron las modificaciones necesarias para adaptarlo a los requerimientos de la ley de control.

2.4.2 Control neuronal

Un resumen completo, sobre los esquemas utilizados en el control neuronal, puede hallarse en [25]. Se pueden resumir las estructuras de control propuestas basadas en redes neuronales como sigue [1]:

1. Control reproducido: Se enfoca a reproducir acciones humanas que cierran los lazos de control retroalimentado. Una red neuronal es capaz de copiar acciones humanas. La información de entrada a la red neuronal corresponde a la información de que dispone el ser humano para la toma de decisiones y la salida de la misma corresponde a las acciones humanas tomadas bajo las circunstancias respectivas.
2. Control inverso-directo: En esta estructura, un modelo inverso de la planta se conecta en lazo cerrado con la planta, de tal forma que el modelo compuesto corresponde

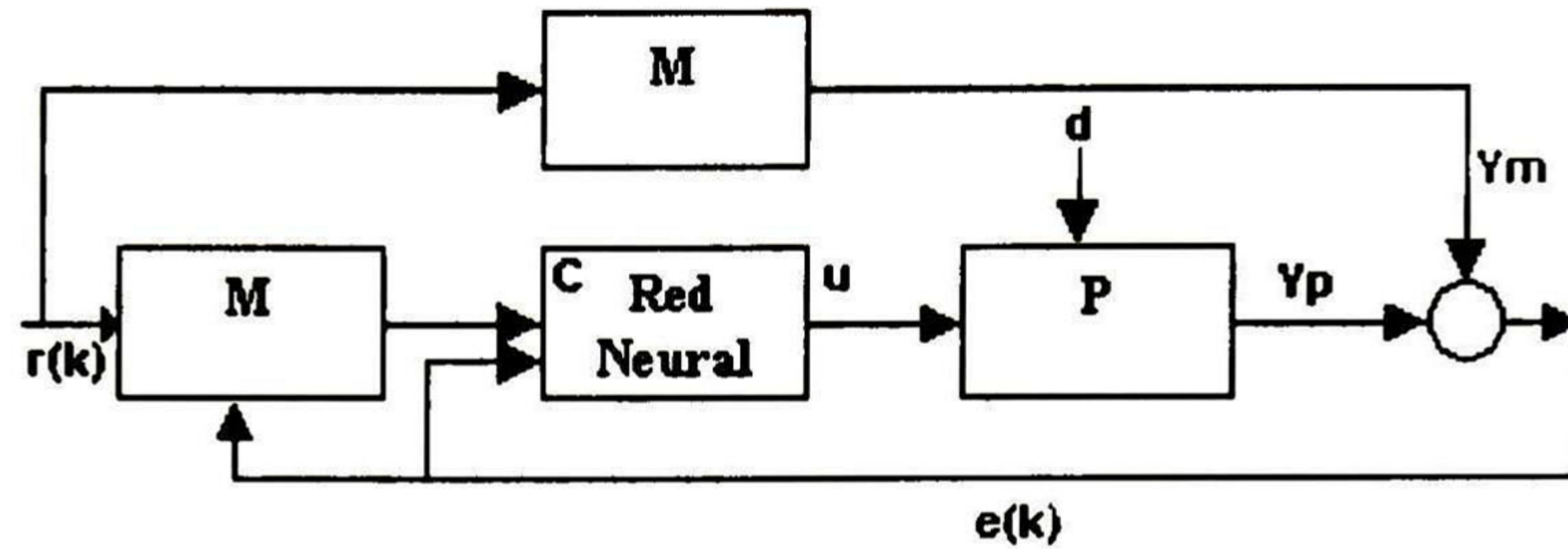


Figura 2-6: Esquema de control con modelo de referencia

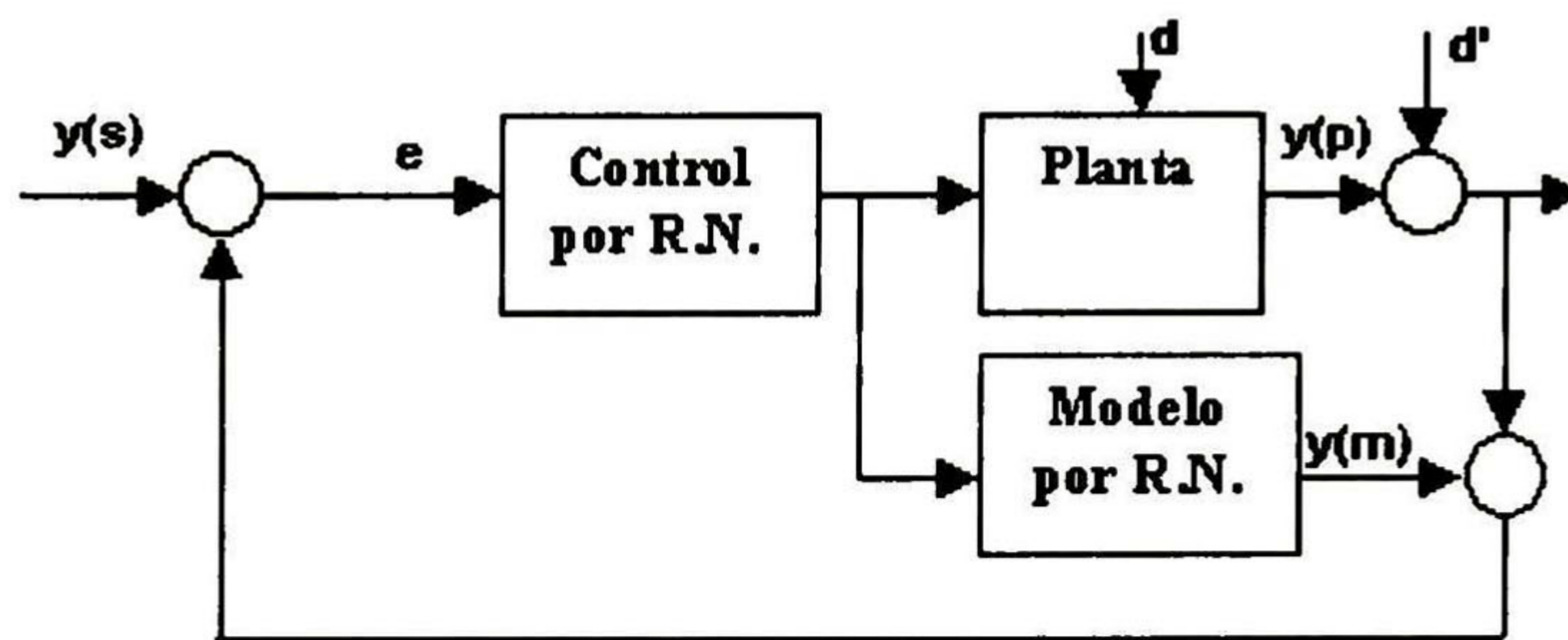


Figura 2-7: Esquema de control de modelo interno

a un mapeo identidad entre la respuesta deseada y la salida. La robustez del esquema no es adecuada por la falta de lazos de retroalimentación. En este esquema, la red neuronal es la encargada de construir el modelo inverso de la planta.

- Control con modelo de referencia: El comportamiento dinámico del sistema en lazo cerrado se especifica en un modelo de referencia estable, usualmente lineal, que es definido por su relación entrada-salida. El objetivo del control es forzar la salida de la planta a que siga asintóticamente la salida del sistema de referencia. El error entre la salida deseada y la salida de la planta es usado para entrenar la red neuronal. Si el modelo de referencia es un mapeo identidad, este esquema coincide con el anterior. (Ver figura 2-6).

4. Control de modelo interno: En este esquema se conecta un modelo en paralelo con la planta. La diferencia entre la salida del modelo y la planta es usada para retroalimentar por medio del controlador a la planta. El controlador está construido como el modelo inverso de la planta. Este esquema está limitado para plantas estables en lazo abierto. (Ver figura 2-7).
5. Control predictivo: En esta estructura, una red neuronal proporciona una predicción acerca del comportamiento futuro de la planta sobre un cierto horizonte. Estas predicciones son empleadas en un módulo de optimización para minimizar un criterio deseado. El resultado de esta minimización es una acción de control adecuada.
6. Control adaptable: En el control adaptable, las redes neuronales pueden ser usadas para los dos esquemas: directo e indirecto, es decir, en línea o con entrenamiento previo a la implementación del controlador, respectivamente.
7. Control por aprendizaje reforzado: Esta estructura puede ser considerada como control adaptable directo, donde sin un modelo de la planta, un crítico determina el desempeño de la planta, a la vez que el controlador de aprendizaje reforzado es estimulado o inhibido dependiendo de los resultados de los ensayos con la planta.

Capítulo 3

IDENTIFICACIÓN Y CONTROL

En este capítulo se describe el método de identificación así como un algoritmo general para diseñar una ley de control, tal que el sistema a controlar pueda seguir ciertas trayectorias variantes en el tiempo. El sistema de identificación está basado en [3], al que se le han hecho modificaciones para poder utilizar información previa sobre la planta; dichas modificaciones no afectan las características del esquema original.

3.1 Estructura RHONN

Como ya se mencionó, el modelo neuronal usado en esta tesis es una versión modificada de las redes neuronales dinámicas con términos de alto orden RHONN (por su nombre en inglés Recurrent High Order Neural Network). Para modelar una RHONN de n neuronas y m entradas, el estado de cada neurona se determina como

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^L w_{ik} \prod_{j \in I_k} y_j^{d_j(k)} \quad (3.1)$$

donde: x_i es el estado de la i -ésima neurona, L es el número de conexiones de alto orden, $\{I_1, I_2, \dots, I_L\}$ es una colección de L subconjuntos no ordenados $\{1, 2, \dots, m + n\}$, a_i son coeficientes reales, w_{ik} son los coeficientes reales ajustables de la red neuronal y $d_j(k)$

son enteros no negativos y y es un vector constituido por las entradas a cada neurona, definido como:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(x_1) \\ \vdots \\ S(x_n) \\ S(u_1) \\ \vdots \\ S(u_m) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

con $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ el vector de entradas a la red neuronal.

La función $S(\cdot)$ es una sigmoide suave monótonamente creciente de la forma:

$$S(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta x)} + \varepsilon \quad (3.3)$$

donde β es una constante positiva y ε un número real positivo pequeño. Obviamente $S(x) \in [\varepsilon, \varepsilon + 1]$.

Para simplificar todavía más el modelo de la RHONN, podemos definir un vector de dimensión L , denominado z_I , tal que:

$$z_I(x, u) = \begin{bmatrix} z_{I1} \\ z_{I2} \\ \vdots \\ z_{IL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} y_j^{d_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} y_j^{d_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} y_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

y de esta manera (3.1) se expresa como sigue

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^L w_{ik} z_{Ik} \quad (3.5)$$

Más aún, si se define el vector de pesos ajustables como $w_i = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iL}]^T$ entonces

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_I(x, u) \quad (3.6)$$

describe el comportamiento dinámico de la i -ésima neurona.

Se concluye entonces que el modelo de la RHONN considerada en su totalidad queda como sigue

$$\dot{x} = Ax + W^T z_I(x, u) \quad (3.7)$$

donde $x = [x_1, \dots, x_n]^T$, $W = [w_1, \dots, w_n] \in \mathfrak{R}^{n \times L}$, $A = \text{diag}\{-a_1, -a_2, \dots, -a_n\} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ y $a_i > 0$.

3.2 Capacidades de aproximación de las RHONN

Aunque algunos de estos resultados ya han sido publicados [22] [3] se incluyen en la presente memoria con el propósito que ésta sea lo más completa posible.

Antes de continuar enunciaremos el Lema de Bellman-Gronwall [27] ya que será necesario para análisis posteriores.

Lema 3.1: Sea una función $\lambda : [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$ continua y una función $\mu : [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$ también continua y no negativa. Si una función continua $y : [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$ satisface que

$$y(t) \leq \lambda(t) + \int_a^t \mu(s)y(s)ds$$

para $a \leq t \leq b$, entonces sobre el mismo intervalo

$$y(t) \leq \lambda(t) + \int_a^t \lambda(s)\mu(s) \exp \left[\int_s^t \mu(\tau)d\tau \right] ds$$

en particular, si $\lambda(t) \equiv \lambda$ es una constante, entonces

$$y(t) \leq \lambda \exp \left[\int_{\tau}^t \mu(\tau) d\tau \right]$$

si además, $\mu(t) \equiv \mu \geq 0$ es una constante, entonces

$$y(t) \leq \lambda \exp [\mu(t - a)]$$

◇

Para abordar el problema de la aproximación de sistemas dinámicos no lineales por medio de RHONN consideraremos el sistema no lineal dado en su forma más general como:

$$\dot{\chi} = F(\chi, u) \tag{3.8}$$

donde $\chi \in \mathfrak{R}^n$ es el estado del sistema, $u \in \mathfrak{R}^m$ es la entrada al sistema y $F : \mathfrak{R}^{n+m} \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es un campo vectorial continuo definido en un conjunto compacto $Y \subset \mathfrak{R}^{n+m}$. Suponiendo un número suficiente de términos de alto orden L en la RHONN, el problema de aproximación consiste en determinar los pesos W^T tales que el modelo de la RHONN aproxima arbitrariamente bien el comportamiento entrada-estado de un sistema no lineal arbitrario de la forma (3.8). Para plantear el problema adecuadamente, supondremos las siguientes hipótesis:

1. F es continua y satisface localmente la condición de Lipschitz, por lo que la ecuación diferencial (3.8) tiene una solución única, donde $(\chi(t), u(t)) \in Y, \forall t \in J_T = \{t : 0 \leq t \leq T\}$, con Y como un compacto subconjunto de \mathfrak{R}^{n+m} y J_T representa el intervalo válido para la aproximación.

Bajo estos supuestos se establece el siguiente resultado [22]:

Teorema 3.2: *Suponiendo que el sistema (3.8) y el modelo (3.7) tienen el mismo estado inicial tal que $x(0) = \chi(0)$, entonces para cualquier $\varepsilon > 0$ y cualquier tiempo finito $T > 0$ existe un entero $L > 0$ y una matriz $W^* \in \mathbb{R}^{L \times n}$ tal que el estado del modelo de RHONN (3.7) con L conexiones de alto orden y pesos $W^* = W$ satisface $\sup |x(t) - \chi(t)| \leq \varepsilon$.*

◇

Demostración: Sumando y sustrayendo $A\chi$ al sistema (3.8) tenemos:

$$\dot{\chi} = A\chi + G(\chi, u), \text{ donde } G(\chi, u) = F(\chi, u) - A\chi \quad (3.9)$$

Como $x(0) = \chi(0)$, el error $e = x - \chi$ satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{e} = Ae + W^T z_I(x, u) - G(\chi, u), \quad e(0) \quad (3.10)$$

Tomando en cuenta la hipótesis 1, considérese la siguiente definición:

$$Y_\varepsilon = \{(\chi, u) \in \mathbb{R}^{n+m} : |(\chi, u) - (\chi_Y, u_Y)| \leq \varepsilon, (\chi_Y, u_Y) \in Y\} \quad (3.11)$$

Evidentemente Y_ε es también un subconjunto compacto de \mathbb{R}^{n+m} , de modo que $Y \subset Y_\varepsilon$, es decir, Y_ε es más grande que Y , donde ε es el grado de aproximación requerido. Como z_I es una función continua, satisface la condición de Lipschitz en el dominio compacto Y_ε ; es decir, existe una constante l , tal que para todo $(x_1, u), (x_2, u) \in Y_\varepsilon$ se satisface que:

$$|z_I(x_1, u) - z_I(x_2, u)| \leq l |x_1 - x_2| \quad (3.12)$$

Ahora se debe proceder a demostrar que la función $W^T z_I(x, u)$ satisface las condiciones generales del Teorema de Stone-Weierstrass y por tanto puede aproximar arbitrariamente bien cualquier función continua en un dominio compacto. De las ecuaciones (3.2) a (3.4) es claro que $z_I(x, u)$ es la expansión polinomial estándar, con excepción de que cada componente del vector x pasa previamente a través de una función sig-

moide $S(\cdot)$. Como se muestra en [26], el preprocesamiento de la entrada por una función continua invertible no afecta la capacidad de una red neuronal de aproximar funciones continuas. Por ello es posible demostrar que si el número de conexiones con términos de alto orden L es lo suficientemente grande, entonces existen pesos $W^* = W$ tales que $W^T z_I(x, u)$ puede aproximar a $G(\chi, u)$ con cualquier grado de exactitud para todo (χ, u) en un dominio compacto. Por lo anterior existen $W^* = W$ tales que

$$\sup_{(\chi, u) \in Y_\varepsilon} |W^{*T} z_I(x, u) - G(\chi, u)| \leq \delta \quad (3.13)$$

donde δ es una constante que será determinada a continuación, obviamente en términos de ε .

La solución de la ecuación diferencial (3.10) puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} e(t) = & \int_0^t \exp(A(t - \tau)) [W^{*T} z_I(x(t), u(t)) - G(\chi(t), u(t))] d\tau = \\ & \int_0^t \exp(A(t - \tau)) [W^{*T} z_I(x(t), u(t)) - W^{*T} z_I(\chi(t), u(t))] d\tau + \\ & \int_0^t \exp(A(t - \tau)) [W^{*T} z_I(\chi(t), u(t)) - G(\chi(t), u(t))] d\tau \end{aligned} \quad (3.14)$$

Como A es una matriz Hurwitz entonces existe una constante positiva α tal que $\|e^{At}\| \leq e^{-\alpha t}$ y $\alpha < L$ donde $L = l \|W^*\|$. Basándonos en las definiciones de las constantes α , L y ε , podemos seleccionar a la constante δ como sigue:

$$\delta = \frac{(L - \alpha)\varepsilon}{2(e^{(L-\alpha)T} - 1)} > 0 \quad (3.15)$$

Consideraremos dos casos para finalizar la demostración: cuando $(x(t), u(t)) \in Y_\varepsilon$ para todo $t \in [0, T]$ y cuando $(x(t), u(t)) \notin Y_\varepsilon$ para todo $t \in [0, T]$.

Caso 1: $(x(t), u(t)) \in Y_\varepsilon$ para todo $t \in [0, T]$. En este caso, tomando normas en ambos lados de (3.14) y usando (3.12), (3.13) y (3.15), las siguientes desigualdades se

satisfacen para $t \in [0, T]$:

$$\begin{aligned}
|e(t)| &\leq \int_0^t \|e^{A(t-\tau)}\| \cdot |W^{*T} z_I(x(t), u(t)) - W^{*T} z_I(\chi(t), u(t))| d\tau + \quad (3.16) \\
&\int_0^t \|e^{A(t-\tau)}\| \cdot |W^{*T} z_I(x(t), u(t)) - G(\chi(t), u(t))| d\tau \\
&\leq \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} L |e(\tau)| d\tau + \int_0^t \delta e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau
\end{aligned}$$

Usando el Lema 3.1 se establece lo siguiente:

$$\begin{aligned}
|e(t)| &\leq \frac{\delta}{L - a} (e^{(L-a)t} - 1) \quad (3.17) \\
|e(t)| &\leq \frac{\varepsilon}{2}
\end{aligned}$$

Caso 2: $(x(t), u(t)) \notin Y_\varepsilon$ para todo $t \in [0, T]$. Entonces, por la continuidad de $x(t)$ existe T^* donde $0 < T^* < T$, tal que $(x(T^*), u(T^*)) \in \partial Y_\varepsilon$, donde ∂Y_ε denota la frontera de Y_ε . Si aplicamos el mismo análisis para $t \in [0, T^*]$ podemos llegar a la conclusión de que $|e(t)| \leq \frac{\varepsilon}{2}$, lo cual es claramente una contradicción. Por lo tanto (3.17) se cumple para toda $t \in [0, T]$.

□

El anterior teorema establece que si una RHONN cuenta con un número suficiente L de conexiones de alto orden, entonces es posible aproximar cualquier sistema dinámico con cualquier grado de exactitud ε . Este es un resultado de existencia que no proporciona ningún método constructivo para hallar el vector de pesos correcto $W^* = W$, ni para establecer el número L de conexiones de alto orden necesarias para lograr la aproximación del sistema dinámico.

3.3 Modificaciones al esquema RHONN

Un problema que tienen las RHONN es que no permiten entradas directas; es decir, entradas que se multipliquen por alguna constante en las ecuaciones de estado. Esto es un

problema a la hora de diseñar un controlador basado en modelo neuronal de la planta. A continuación se propondrán ciertas modificaciones a este esquema de red neuronal dinámica de orden arbitrario, para permitir entradas directas y otro tipo de conexiones no necesariamente sigmoidales. Una contribución importante de esta tesis es proponer que el comportamiento de la i -ésima neurona sea descrito por.

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^{L'_i} w_{ik} z_{Iik} + \sum_{j=L'_i+1}^{L_i} w_{ij} z_{Iij} \quad (3.18)$$

donde x_i es el estado, a_i es un constante mayor que cero, w_{ik} son pesos sinápticos que pueden ser adaptados, z_{Iik} son, como en el caso de las RHONN normales, combinaciones multiplicativas de funciones sigmoides de x y/o de u , w_{ij} son los pesos sinápticos fijos, z_{Iij} son funciones no necesariamente sigmoidales de x y/o de u , L'_i es el número de pesos sinápticos que pueden ser adaptados, L_i es el número total de conexiones no lineales de la i -ésima neurona. Para tener una notación más compacta podemos agrupar los pesos w_{ij} y w_{ik} y las funciones z_{Iik} y z_{Iij} como vectores columnas obteniendo

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i'^T z_{Ii}' + w_i''^T z_{Ii}'' \quad (3.19)$$

donde $w_i' = [w_{i1}, \dots, w_{iL'_i}]^T$, $w_i'' = [w_{i(L'_i+1)}, \dots, w_{iL_i}]^T$, $z_{Ii}' = [z_{I(i,1)}, \dots, z_{I(i,L'_i)}]^T$, $z_{Ii}'' = [z_{I(i,(L'_i+1))}, \dots, z_{I(i,L_i)}]^T$. En ocasiones será conveniente utilizar una notación más compacta que en (3.19) o en (3.18) por lo que podemos expresar la dinámica de cada neurona como

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{Ii} \quad (3.20)$$

donde $w_i = [w_i'^T \ w_i''^T]^T$, $z_{Ii} = [z_{Ii}'^T \ z_{Ii}''^T]^T$

Por todo lo anterior es fácil ver que $w_i, z_{Ii} \in \mathfrak{R}^{L_i}$, $w_i', z_{Ii}' \in \mathfrak{R}^{L'_i}$ y $w_i'', z_{Ii}'' \in \mathfrak{R}^{L''_i}$ donde L''_i es el número de conexiones cuyos pesos no varían; es claro que $L_i = L'_i + L''_i$. A continuación nos referiremos a este esquema como RHONN modificada

3.4 Desarrollo de la ley de adaptación de pesos

Habiendo elegido un modelo adecuado para aproximar el sistema no lineal, ahora es necesario desarrollar un algoritmo de aprendizaje para el ajuste de los parámetros del modelo de la RHONN modificada. En este caso los pesos sinápticos, tal que la respuesta $x(t)$ de la red neuronal a una entrada u , aproxime el estado $\chi(t)$ del sistema real excitado por la misma entrada. Con el propósito de obtener la adaptación de pesos adecuada para (3.20), nos basamos principalmente en [3]. Debemos distinguir dos enfoques que pueden ser usados en la identificación de sistemas utilizando RHONN modificada

- Configuración paralela: Donde la dinámica de cada estado de la RHONN modificada se expresa como:

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{Ii}(x, u) \quad (3.21)$$

- Configuración serie-paralelo: Donde la dinámica de la RHONN modificada está dada como:

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{Ii}(\chi, u) \quad (3.22)$$

En esta tesis nos referimos indistintamente a cualquiera de las dos configuraciones. En las simulaciones se utilizaron ambas configuraciones.

Para facilitar el análisis el problema de identificación, se hace la siguiente hipótesis sobre la planta que se va a identificar:

(H1). El estado del sistema χ y su derivada respecto al tiempo $\dot{\chi}$ son acotados para cualquier entrada acotada u . Es decir, suponemos que $\chi, \dot{\chi}, u \in \mathcal{L}^\infty$ Donde \mathcal{L}^∞ es el espacio de las funciones continuas a trozos uniformemente acotadas.

Es importante notar que esta hipótesis no implica que el estado de la red neuronal o los pesos sinápticos se mantengan acotados. La estabilidad del esquema completo depende tanto de la ley de adaptación de pesos como del esquema de identificación seleccionado.

A continuación mencionaremos un lema que establece la identidad entre el modelo matemático de la RHONN modificada y una versión RHONN filtro-regresor que es de enorme importancia para derivar las leyes de adaptación de pesos. Se puede encontrar la versión de este lema para RHONN sin modificación en [3].

Lema 3.3: *los modelos de RHONN modificada de (3.21) y (3.22) pueden ser expresados como*

$$\dot{\zeta}_i = -a_i \zeta_i + z_{I_i}(\xi, u) \quad \zeta_{ik}(0) > 0 \quad \forall k \in \{1 \dots L'_i\} \quad (3.23)$$

$$x_i = w_i^T \zeta_i + \exp(-a_i t) x_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \zeta_i(0) \quad (3.24)$$

donde $\zeta_i \in \mathfrak{R}^{L'_i}$, $x_i(0)$ es el estado inicial de la RHONN modificada y $\xi = x$, en el caso (3.21) y $\xi = \chi$ en el caso (3.22).

◇

Demostración: De (3.23) tenemos que

$$\zeta_i = \exp(-a_i t) \zeta_i(0) + \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) z_{I_i}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau \quad (3.25)$$

Entonces

$$\begin{aligned} & w_i^T \zeta_i + \exp(-a_i t) x_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \zeta_i(0) \\ &= \exp(-a_i t) x_i(0) + \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) w_i^T z_{I_i}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (3.26)$$

De (3.21) y (3.22) tenemos que

$$x_i = \exp(-a_i t) x_i(0) + \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) w_i^T z_{I_i}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau \quad (3.27)$$

usando (3.27) se puede ver que el lado derecho de (3.26) es igual que $x_i(t)$, lo que concluye la prueba. □

Usando el lema anterior, la respuesta de la RHONN modificada puede ser reescrita como

$$x_i = w_i^T \zeta_i + \varepsilon \quad (3.28)$$

donde $\varepsilon = \exp(-a_i t)x_i(0) - \exp(-a_i t)w_i^T \zeta_i(0)$ es un término que decae exponencialmente a cero. Con el objeto de simplificar el análisis el término ε_i se despreciará en (3.28) debido a que no afecta las propiedades de convergencia del esquema.

Es claro que podemos representar a ζ_i como

$$\zeta_i = [\zeta_i'^T \zeta_i''^T]^T \quad (3.29)$$

donde $\dot{\zeta}_i' = -a_i \zeta_i' + z_{Ii}'$ y $\dot{\zeta}_i'' = -a_i \zeta_i'' + z_{Ii}''$. Es importante notar que las entradas del vector ζ_i' relacionadas con el vector de pesos que son adaptados w_i' son estrictamente mayores que cero, tal como lo establece el siguiente lema.

Lema 3.4: Los elementos ζ_{ik}' , $k \in \{1, \dots, L_i'\}$ del vector ζ_i' cumplen la siguiente propiedad:

$$\zeta_{ik}'(t) > 0 \quad \forall t \geq 0$$

◇

Demostración: Como ya se mencionó z_{Iik} con $k \in \{1, \dots, L_i'\}$ pertenece al intervalo $(\varepsilon, \varepsilon + 1)$ con $\varepsilon < 0$. Ahora, refiriéndonos a la ecuación (3.23) la respuesta en el tiempo

de ζ_{ik} está dada por

$$\zeta'_{ik} = \exp(-a_i t) \zeta'_{ik}(0) + \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) z_{Iik}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau = \phi_1(t) + \phi_2(t)$$

donde $\phi_1(t) = \exp(-a_i t) \zeta_{ik}(0)$ y $\phi_2(t) = \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) z_{Iik}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau$. Debido a que $\zeta_{ik}(0) > 0$, tenemos que $\phi_1(0) > 0 \implies \phi_1(t) > 0, \forall t \in [0, \infty)$. Por lo anterior vemos que $\phi_2(0) = 0$ y como z_{ik} es estrictamente mayor que cero y $\exp(-a_i(t - \tau))$ es no negativa, es claro que $\phi_2(t)$ es no negativa, es decir

$$\phi_2(t) = \int_0^t \exp(-a_i(t - \tau)) z_{Iik}(\xi(\tau), u(\tau)) d\tau \geq \int_0^t \varepsilon \exp(-a_i(t - \tau)) d\tau > 0, \forall t \in (0, \infty)$$

Como la suma de un término estrictamente positivo y otro no negativo es mayor que cero, entonces concluimos que $\zeta'_{ik}(t) > 0, t \in [0, \infty)$.

□

Con los resultados que hemos enunciado, ya podemos comenzar a derivar las leyes de adaptación de pesos. Inicialmente definamos el error de identificación e_i como la diferencia entre el i -ésimo estado de la RHONN modificada y el correspondiente i -ésimo estado del sistema real desconocido, es decir

$$e_i = x_i - \chi_i \tag{3.30}$$

Usando (3.28) podemos reescribir (3.30) como

$$e_i = w_i^T \zeta_i - \chi_i \tag{3.31}$$

y diferenciando (3.31) con respecto al tiempo obtenemos

$$\dot{e}_i = \dot{w}_i^T \zeta_i + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \tag{3.32}$$

Tratando a \dot{w}_i como una variable de control, podemos designar la siguiente ley de adaptación de pesos

$$\dot{w}_{ik} = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \quad (3.33)$$

$$\dot{w}_{ij} = 0 \quad (3.34)$$

donde $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, $j \in \{L'_i + 1, \dots, L_i\}$ y n_{ik} son constantes de diseño que satisfacen que

$$\sum_{k=1}^{L'_i} n_{ik} = 1 \quad (3.35)$$

Sustituyendo (3.33) y (3.34) en (3.32) obtenemos

$$\dot{e}_i = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) n_{i,1} + \dots + (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) n_{i,L'_i} + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \quad (3.36)$$

entonces

$$\dot{e}_i = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) (n_{i,1} + \dots + n_{i,L'_i}) + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \quad (3.37)$$

y γ es una constante positiva que denota la ganancia de adaptación de pesos (razón de aprendizaje), la ecuación diferencial del error de identificación se reduce a

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i \quad (3.38)$$

por lo tanto el error de identificación converge a cero de manera exponencial.

La ley de adaptación de pesos (3.33) no es viable para una implementación práctica, debido a que la derivada del tiempo $\dot{\chi}_i$ debe ser medible y la diferenciación de una señal no es deseable en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería. Este problema puede ser

resuelto si se reescribe (3.33) como el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 w_{ik} &= \nu_{ik} + \varphi_{ik} \\
 \dot{\nu}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\
 \dot{\varphi}_{ik} &= \frac{\dot{\chi}_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i n_{ik}}{\zeta_{ik}}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Nótese que la última ecuación puede ser expresada como

$$\varphi_{ik} = \int_0^t \frac{\dot{\chi}_i(\tau) n_{ik}}{\zeta_{ik}(\tau)} d\tau - \int_0^t \frac{w_i^T(\tau) \dot{\zeta}_i(\tau) n_{ik}}{\zeta_{ik}(\tau)} d\tau \tag{3.40}$$

y usando integración por partes obtenemos

$$\varphi_{ik} = \frac{\chi_i(t) n_{ik}}{\zeta_{ik}(t)} - \int_0^t \chi_i(\tau) \frac{d}{d\tau} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}(\tau)} \right) d\tau - \int_0^t \frac{w_i^T(\tau) \dot{\zeta}_i(\tau) n_{ik}}{\zeta_{ik}(\tau)} d\tau$$

Obsérvese ahora que la ecuación anterior puede se reescrita como un conjunto de las dos ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned}
 \varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\
 \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\zeta_{ik}}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Nótese que ζ_{ik} puede ser calculado por (3.23). Ahora podemos establecer el siguiente resultado.

Proposición 3.5: Considérese el sistema desconocido (3.8) y supóngase que se satisface la hipótesis **(H1)**. Considérese además el modelo de RHONN modificada (3.23)

y (3.24) cuyos pesos son ajustados como sigue

$$\begin{aligned}
w_{ik} &= \nu_{ik} + \varphi_{ik} \\
\dot{\nu}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\
\varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\
\dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\zeta_{ik}}
\end{aligned} \tag{3.42}$$

con $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, entonces el error de identificación e_i converge a cero exponencialmente.

3.5 Convergencia de parámetros

La Proposición 3.5 sólo garantiza la convergencia del error de identificación, pero no existe garantía de que la ley de adaptación de pesos (3.42) mantenga acotados esos pesos. Tampoco existe ningún enunciado que se refiera a la convergencia de los parámetros a valores óptimos. La presente sección analiza estos tópicos.

El vector óptimo de pesos w_i^* es aquel tal que

$$w_i^* = \arg \min_{w_i} \left\{ \sup_{\chi, u \in Y} |F_i(\chi, u) + a_i \chi_i - w_i^T z_{I_i}(\chi, u)| \right\} \tag{3.43}$$

Así como en casos anteriores podemos representar w_i^* como

$$w_i^{*T} = [w_i'^{*T} \ w_i''^{*T}] \tag{3.44}$$

donde $w_i'^*$ es el vector formado por los pesos correspondientes a los que pueden adaptarse y $w_i''^*$ un el vector cuyos elementos son los pesos óptimos correspondientes a los pesos fijos. Es válido *suponer* que los pesos de la RHONN modificada que no varían son los óptimos, porque no pueden tener otro valor tal que minimice más el error de identificación.

Con la definición de (3.43) podemos reescribir la dinámica del i -ésimo estado del sistema desconocido (3.8) en la forma siguiente

$$\dot{\chi}_i = -a_i \chi_i + w_i^{*T} z_{Ii}(\chi, u) + \nu_i(t) \quad (3.45)$$

donde $\nu_i(t)$ es llamado término de error de modelado dado por

$$\nu_i(t) = F_i(\chi, u) + a_i \chi_i - w_i^{*T} z_{Ii}(\chi, u) \quad (3.46)$$

Podemos hacer a $\nu_i(t)$ arbitrariamente pequeño seleccionando el número adecuado de conexiones de alto orden. Ahora podemos reescribir el sistema (3.8) en la forma descrita en el Lema 3.3, quedando de la siguiente forma.

$$\chi_i = w_i^T \omega_i + \exp(-a_i t) \chi_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \omega_i(0) + \nu_i^f(t) \quad (3.47)$$

donde

$$\dot{\omega}_i = -a_i \omega_i + z_{Ii} \quad \omega_{ik}(0) > 0 \forall k \in \{1 \dots L'_i\} \quad (3.48)$$

$$\dot{\nu}_i^f = -a_i \nu_i^f(t) + \nu_i(t) \quad \nu_i^f(0) = 0 \quad (3.49)$$

En el caso de usar la configuración serie-paralelo tenemos que $\zeta_i(t) = \omega_i(t)$, $\forall t$, siempre que $\zeta_i(0) = \omega_i(0)$ en el caso de usar la configuración paralela, como el error de identificación converge exponencialmente a cero, también la diferencia $\zeta_i(t) - \omega_i(t)$ lo hace.

Por simplicidad podemos suponer que $x_i(0) = \chi_i(0)$ por lo tanto $\exp(-a_i t) \chi_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \omega_i(0) - (\exp(-a_i t) x_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \zeta_i(0)) = 0$. Ahora restando (3.23) a

(3.47) obtenemos la ecuación de error

$$e_i = \tilde{w}_i \zeta_i - \nu_i^f \quad (3.50)$$

donde $\tilde{w}_i = w_i - w_i^*$ es vector error de la estimación de pesos y haciendo lo mismo que en (3.44) podemos representar \tilde{w}_i como

$$\tilde{w}_i = [\tilde{w}_i'^T \tilde{w}_i''^T]^T \quad (3.51)$$

con $\tilde{w}_i' = w_i' - w_i'^*$ y $\tilde{w}_i'' = w_i'' - w_i''^*$, pero como ya supusimos que los pesos fijos ya son los óptimos, entonces es fácil ver que todos los elementos del vector \tilde{w}_i'' son ceros.

Obviamente $\dot{\tilde{w}}_i = \dot{w}_i$, ahora diferenciando (3.47) y tomando en cuenta (3.49) obtenemos

$$\dot{\chi}_i = w_i^{*T} \dot{\zeta}_i + \dot{\nu}_i^f \quad (3.52)$$

Tomando en cuenta a 3.33 podemos afirmar que

$$\tilde{w}_{ik} = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \quad (3.53)$$

donde $k \in \{1, \dots, L'_i\}$.

Ahora si sustituimos (3.50) y (3.52) en (3.53) obtenemos

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{ik} &= (-\gamma(\tilde{w}_i^T \zeta_i - \nu_i^f) + w_i^{*T} \dot{\zeta}_i + \dot{\nu}_i^f - w_i^T \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\ &= (-\gamma \tilde{w}_i^T \zeta_i - \tilde{w}_i^T \dot{\zeta}_i + \gamma \nu_i^f + \dot{\nu}_i^f) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\ &= (-\tilde{w}_i^T (\gamma \zeta_i + \dot{\zeta}_i) + \gamma \nu_i^f + \dot{\nu}_i^f) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Reemplazando ζ_i usando (3.35) obtenemos

$$\tilde{w}_{ik} = - \left[\tilde{w}_i^T \frac{((\gamma - a_i)\zeta_i + z_{Ii})n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right] + \left[\frac{(\nu_i^f + \dot{\nu}_i^f)n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right] \quad (3.55)$$

Como \tilde{w}_i'' es cero podemos usar la siguiente notación mas compacta

$$\tilde{w}_i' = -\phi_i \tilde{w}_i' + d_i \quad (3.56)$$

donde ϕ_i es una matriz de dimensión $L'_i \times L'_i$ cuyas kl -ésimas entradas están dadas por

$$\phi_{ikl} = n_{ik} \frac{(\gamma - a_i)\zeta'_{il} + z'_{Iil}}{\zeta'_{ik}} \quad (3.57)$$

y d_i son vectores L -dimensional cuyos k -ésimos elementos están dados por

$$d_{ik} = n_{ik} \frac{\nu_i^f + \dot{\nu}_i^f}{\zeta_{ik}} \quad (3.58)$$

3.5.1 Error de modelado cero

El siguiente teorema [28] es necesario para establecer la convergencia de error de parámetros.

Teorema 3.6: La condición necesaria y suficiente para la estabilidad exponencial del punto de equilibrio $x = 0$ del sistema $\dot{x} = A(t)x$ es que exista una matriz $C(t)$ tal que el par $(A(t), C(t))$ sea un par uniformemente completamente observable (UCO), i.e, existen constantes $\beta_1, \beta_2, \delta > 0$ tal que para todo $t_0 \geq 0$

$$\beta_1 I \geq N(t_0, t_0 + \delta) \leq \beta_2 I \quad (3.59)$$

donde

$$N(t_0, t_0 + \delta) = \int_{t_0}^{t_0 + \delta} \Phi(\tau, t_0) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \quad (3.60)$$

es el gramiano de observabilidad y $\Phi(\cdot, \cdot)$ es la matriz de transición de estados.

◇

También es necesario el siguiente lema [29].

Lema 3.7: Supóngase que la matriz $K(t)$ satisface la desigualdad

$$\int_t^{t+\delta} \|K(\tau)\|^2 d\tau \leq k_0 \quad (3.61)$$

para todo $t \geq 0$ y para algunas constantes positivas k_0, δ , entonces el par $(A(t), C(t))$ es uniformemente completamente observable (UCO) si y solo si, el par $(A(t) + C(t), C(t))$ también lo es.

◇

A continuación se enunciará un teorema que establece las condiciones para la convergencia de los pesos.

Teorema 3.8: Considere un sistema como (3.8) y asúmase que se cumple **(H1)**. También asúmase que $v_i(t) = 0$ para todo t (y por lo tanto $d_i(t) = 0$ para todo t). Además considere el modelo de RHONN de (3.20) cuyos pesos son adaptados de acuerdo a (3.33) y (3.34), asúmase además también que

(H2) El vector regresor ζ'_i cumple con la condición de excitación persistente, es decir, existen escalares positivos α_i y β_i tales que

$$\alpha_i I \leq \int_t^{t+T} \zeta'_i(\tau) \zeta_i{}^T(\tau) d\tau \leq \beta_i I \quad (3.62)$$

(H3) Existen constantes positivas k_0, δ tales que para todo t

$$\int_t^{t+\delta} Q_i(\tau) d\tau \leq k_0 \quad (3.63)$$

donde $Q_i(t)$ es una matriz de dimensiones $L'_i \times L'_i$ cuyas kl -ésimas entradas están dadas

por

$$Q_{ikl}(t) = n_{ik} \frac{(\gamma - a_i) \zeta_{il} - z_{Iil}}{\zeta_{ik}^2} \quad (3.64)$$

Entonces, el error de parámetros \tilde{w}'_i converge exponencialmente a cero

◇

Demostración: De acuerdo con el teorema 3.6 el error de parámetros \tilde{w}'_i converge exponencialmente a cero, si el sistema variante en el tiempo definido por

$$\begin{cases} \dot{\tilde{w}}'_i = -\phi_i \tilde{w}'_i \\ e_i = \zeta_i'^T \tilde{w}'_i \end{cases} \quad (3.65)$$

es UCO. Si $A(t) = 0$, $C(t) = \zeta_i'^T$ y $K(t) = Q(t)$, obtenemos

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = 0 \\ y_i = \zeta_i'^T \xi_i \end{cases} \quad (3.66)$$

por lo tanto de acuerdo con el Lema 3.7 el gramiano de observabilidad para (3.66) está dado por

$$N(t_0, t_0 + \delta) = \int_{t_0}^{t_0 + \delta} \zeta_i'(\tau) \zeta_i'^T(\tau) d\tau$$

y por (3.62) es fácil ver que (3.66) es UCO y por lo tanto (3.65) también es UCO, y por el teorema 3.6 podemos ver que (3.65) es exponencialmente estable, lo que concluye la prueba.

□

3.5.2 Error de modelado no cero

En el teorema 3.8 se demuestra que las leyes de aprendizaje propuestas aseguran que los pesos de la RHONN modificada convergen a sus valores óptimos, siempre y cuando el

error de modelado sea cero. De cualquier manera esta condición es muy difícil de que se cumpla en la mayoría de los casos. Esto se debe principalmente a un número insuficiente de conexiones de alto orden en el modelo de la RHONN modificada. Es fácil ver que en el caso de donde el término de error de modelado no es cero, las solución para la ecuación diferencial (3.56) puede volverse no acotada; por lo tanto, en el caso donde el error de modelado no es cero, los pesos sinápticos de la RHONN modificada pueden dispararse a infinito, aún si el error de identificación converge a cero. Tal situación se le conoce como explosión de parámetros.

Ahora, las leyes de adaptación (3.42) deben ser modificadas para impedir la explosión de parámetros. Para esto proponemos las siguientes modificaciones a dichas leyes

$$\begin{aligned}
w_{ik} &= \nu_{ik} + \varphi_{ik} \\
\dot{\nu}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} - \sigma_i w_{ik} \\
\varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\
\dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\zeta_{ik}}
\end{aligned} \tag{3.67}$$

con $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, donde σ_i está dado por:

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, & \text{si } |w'_i| \leq M_i \\ \left(\frac{|w'_i|}{M_i} \right)^q \sigma_{i_0}, & \text{si } M_i < |w'_i| \leq 2M_i \\ \sigma_{i_0}, & \text{si } |w'_i| > 2M_i \end{cases} \tag{3.68}$$

con el entero $q \geq 1$, y σ_{i_0} , M_i como constantes positivas diseñadas con base en al término $M_i |w_i^*|$. Esta modificación se le conoce como modificación sigma [3]. El siguiente teorema establece las propiedades de las leyes de aprendizaje (3.67) y (3.68).

Teorema 3.9: Considere el sistema desconocido (3.8) y el modelo de la RHONN modificada de (3.20) cuyos pesos son ajustados acorde a (3.67) y (3.68). Supóngase que **H1** se cumple, además que $d_i \in \mathcal{L}^\infty$ Entonces

(a) $e_i, \tilde{w}'_i, w'_i \in \mathcal{L}^\infty$,

(b) si **H2** y **H3** se cumplen, $\phi_i, \dot{\phi}_i$ son acotados y M_i es elegida lo suficientemente grande, entonces

(i) El error de parámetros \tilde{w}'_i , converge exponencialmente a un conjunto residual

$$\mathcal{D}_{\sigma_i} = \{\tilde{w}'_i : |\tilde{w}'_i| \leq c\bar{d}_i\}$$

para alguna $c \in \mathfrak{R}^+$, donde $\bar{d}_i = \sup_{t \geq 0} |d_i| =: \|d_i\|_\infty$.

(ii) Existen contantes t_{σ_i} y e_{σ_i} finitas y positivas tales que

$$|e_i| \leq \exp\{-\gamma(t - t_{\sigma_i})\} e_{\sigma_i}, \quad \forall t > t_{\sigma_i}$$

◇

Demostración: Probaremos primero la parte (a). Usando cálculos similares a los usados en el Teorema 3.8, es fácil ver que

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i - \sigma_i w_i'^T \zeta'_i \tag{3.69}$$

y

$$\dot{\tilde{w}}'_i = -\phi_i \tilde{w}'_i + d_i - \sigma_i w'_i \tag{3.70}$$

Considere ahora la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_i = \frac{1}{2} \tilde{w}_i'^T \tilde{w}_i' \tag{3.71}$$

Calculando la derivada de V_i a lo largo de las soluciones de (3.71), obtenemos

$$\dot{V}_i = -\frac{1}{2} \tilde{w}_i'^T (\phi_i + \phi_i^T) \tilde{w}_i' + \tilde{w}_i'^T d_i - \sigma_i \tilde{w}_i'^T w'_i$$

Nótese que ϕ_i es acotada

$$-\frac{1}{2}\tilde{w}_i'^T(\phi_i + \phi_i^T)\tilde{w}_i' \leq \frac{\beta}{2}|\tilde{w}_i'|^2$$

con $\beta > 0$ y por lo tanto

$$\dot{V}_i \leq \frac{\beta}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \tilde{w}_i'^T d_i - \sigma_i \tilde{w}_i'^T w_i'$$

Tomando en cuenta que $\tilde{w}_i' = w_i' - w_i'^*$, tenemos que

$$-\tilde{w}_i'^T w_i' \leq -(\tilde{w}_i'^T \tilde{w}_i' + \tilde{w}_i'^T w_i'^*) \leq -\frac{1}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \frac{1}{2}|w_i'^*|^2$$

entonces

$$\dot{V}_i \leq \frac{\beta}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \tilde{w}_i'^T d_i - \sigma_i \frac{1}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \sigma_i \frac{1}{2}|w_i'^*|^2$$

Puesto que

$$-\alpha|\tilde{w}_i'|^2 + \tilde{w}_i'^T d_i = -\frac{\alpha}{2}|\tilde{w}_i'|^2 - \frac{\alpha}{2}\left(|\tilde{w}_i'|^2 - \frac{2}{\alpha}\tilde{w}_i'^T d_i\right) \leq -\frac{\alpha}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \frac{1}{2\alpha}|d_i|^2$$

donde $\alpha > 0$, tenemos que

$$\dot{V}_i \leq -\sigma_i|\tilde{w}_i'|^2 + \frac{\alpha + \beta}{2}|\tilde{w}_i'|^2 + \frac{1}{2\alpha}|d_i|^2 + \sigma_i \frac{1}{2}|w_i'^*|^2$$

Nuestro objetivo es probar que \tilde{w}_i' es acotada, analicemos el caso en que $|w_i'| = |\tilde{w}_i' - w_i'^*| > 2M_i$. Si seleccionamos las constantes σ_{i0} y α tal que $\sigma_{i0}/2 > (\alpha + \beta)/2$, obviamente tenemos que

$$\dot{V}_i \leq -kV_i + \frac{1}{2\alpha}|d_i|^2 + \sigma_i \frac{1}{2}|w_i'^*|^2$$

donde $k = \sigma_{i0} - (\alpha + \beta)$ es un escalar positivo. Ahora para comprobar que V está

acotada, podemos ver que si usamos el principio de comparación se cumple la siguiente desigualdad

$$V_i \leq \exp(-kt)V_i(0) + \int_0^t \exp(-k(t-\tau)) \left(\frac{1}{2\alpha} |d_i(\tau)|^2 + \sigma_i \frac{1}{2} |w_i'^*(\tau)|^2 \right) d\tau$$

y como el término $\frac{1}{2\alpha} |d_i(\tau)|^2 + \sigma_i \frac{1}{2} |w_i'^*(\tau)|^2$ es positivo y acotado es claro que V_i también lo es, es decir $V_i \in \mathcal{L}^\infty$, por lo tanto $\tilde{w}_i', w_i' \in \mathcal{L}^\infty$. Nótese ahora que como $w_i' \in \mathcal{L}^\infty$ y $\zeta_i' \in \mathcal{L}^\infty$, e_i es también \mathcal{L}^∞ ya que el sistema lineal (3.69) es estable y BIBS, por lo que una entrada acotada

$$\sigma_i w_i'^T \zeta_i'$$

no puede causar errores no acotados.

Ahora procederemos a probar la parte (b). Con respecto a la parte (i) ya hemos establecido en el Teorema 3.9 que la parte homogénea de la ecuación diferencial del sistema LTV (3.70) es exponencialmente estable, siempre y cuando se cumplan **(H1)** y **(H2)**. Por lo tanto, como el sistema homogéneo es exponencialmente estable, y $\phi_i, \dot{\phi}_i$ son acotadas, tenemos que la solución de (3.70) converge exponencialmente a una bola centrada en el origen con radio menor que $c \|d_i - \sigma_i w_i'\|_\infty \leq c \|d_i\|_\infty + c\sigma_i \|w_i'\|_\infty$, donde c es una constante positiva. Sin embargo, como M_i puede ser elegida lo suficientemente grande y $w_i' \in \mathcal{L}^\infty$, tenemos que existe un tiempo finito t_{σ_i} tal que $\sigma_i(t) = 0$ para toda $t \geq t_{\sigma_i}$. con lo que queda probada la parte (i)

En relación a la parte (ii), como existe un tiempo finito t_{σ_i} tal que $\sigma_i(t) = 0$ para toda $t \geq t_{\sigma_i}$, la ecuación de error (3.69) se reescribe como

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i \quad \forall t \geq t_{\sigma_i}$$

Como $e_i \in \mathcal{L}^\infty$, tenemos que $e(t_{\sigma_i})$ esta acotado y entonces

$$|e_i| \leq \exp \{-\gamma(t - t_{\sigma_i})\} |e(t_{\sigma_i})|$$

lo cual concluye la demostración. □

3.6 Control a bloques

Una vez expuestas todas las propiedades del esquema de identificación, propondremos un algoritmo general para encontrar una ley de control tal que la salida del sistema siga una trayectoria deseada. Dicha ley de control está desarrollada con base al siguiente sistema no lineal cuyo modelo es parcialmente desconocido, pero es controlable a bloques [32]:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}^1 &= f_1(\chi^1) + B_1(\chi^1)\chi^2 \\ \dot{\chi}^2 &= f_2(\chi^1, \chi^2) + B_2(\chi^1, \chi^2)\chi^3 \\ \dot{\chi}^i &= f_i(\chi^1, \chi^2, \dots, \chi^i) + B_i(\chi^1, \chi^2, \dots, \chi^i)\chi^{i+1}, \quad i = 3, \dots, r-1 \\ \dot{\chi}^r &= f_r(\chi) + B_r(\chi)u \end{aligned} \quad (3.72)$$

donde $\chi = [\chi^{1T}, \chi^{2T}, \dots, \chi^{rT}]^T$ y χ^i es un vector $n_i \times 1$, $\text{rango}(B_i) = n_i$, $\forall \chi^i \in D_{\chi^i} \subset \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, \dots, r$. Los elementos de los campos vectores f_i y las matrices B_i son funciones suaves y acotadas con sus derivadas con respecto al tiempo acotadas hasta la r -ésima, $f_i(0) = 0$ and $B_i(0) = 0$, $i = 1, \dots, r$. Los enteros $(n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r)$ están definidos como los índices de controlabilidad de la planta, y $\sum_{i=1}^r n_i = n$.

Para la planta dinámica descrita en (3.72), proponemos la siguiente RHONN modificada controlable a bloques

$$\begin{aligned}
\dot{x}^1 &= \hat{f}_1(x^1) + \hat{B}_1(x^1)x^2 \\
\dot{x}^2 &= \hat{f}_2(x^1, x^2) + \hat{B}_2(x^1, x^2)x^3 \\
\dot{x}^i &= \hat{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + \hat{B}_i(x^1, x^2, \dots, x^i)x^{i+1}, \quad i = 3, \dots, r-1 \\
\dot{x}^r &= \hat{f}_r(x) + \hat{B}_r(x)u
\end{aligned} \tag{3.73}$$

con las mismas propiedades, es decir

$$\text{rango}(\hat{B}_i) = n_i, \forall x^i \in D_{x^i} \subset \mathbb{R}^{n_i}, \quad i = 1, \dots, r \tag{3.74}$$

donde $x = [x^{1T}, x^{2T}, \dots, x^{rT}]^T$ y x^i es un vector $n_i \times 1$.

En realidad, la RHONN modificada (3.20) puede ser reescrita como (3.73) con

$$x^1 = [x_1, \dots, x_{n_1}]^T, \quad x^2 = [x_{n_1+1}, \dots, x_{n_2}]^T, \quad \text{y } x^i = [x_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1}, \dots, x_{n_1+n_2+\dots+n_i}]^T$$

para $i = 3, \dots, r$, y

$$\hat{f}_1(x^1) = A_1 x^1 + \begin{bmatrix} w_1'^T z'_{I1} \\ \vdots \\ w_{n_1}'^T z'_{In_1} \end{bmatrix}, \quad \hat{f}_2(x^1, x^2) = A_2 x^2 + \begin{bmatrix} w_{(n_1+1)}'^T z'_{I(n_1+1)} \\ \vdots \\ w_{n_2}'^T z'_{In_2} \end{bmatrix},$$

$$\hat{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) = A_i x^i + \begin{bmatrix} w_{I(n_{i-1}+1)}'^T z'_{I(n_{i-1}+1)} \\ \vdots \\ w_{n_i}'^T z'_{In_i} \end{bmatrix}, \quad i = 3, \dots, r,$$

$$\hat{B}_1(x^1)x^2 = \begin{bmatrix} w_1''^T z''_{I1} \\ \vdots \\ w_{n_1}'^T z'_{In_1} \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_2(x^1, x^2)x^3 = \begin{bmatrix} w_{(n_1+1)}''^T z''_{I(n_1+1)} \\ \vdots \\ w_{n_2}'^T z'_{In_2} \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}_i(x^1, x^2, \dots, x^i)x^{i+1} = \begin{bmatrix} w_{(n_{i-1}+1)}''^T z''_{I(n_{i-1}+1)} \\ \vdots \\ w_{n_i}'^T z'_{In_i} \end{bmatrix}, \quad i = 3, \dots, r-1,$$

$$A_1 = \text{diag}\{-a_1, \dots, -a_{n_1}\},$$

$$A_2 = \text{diag}\{-a_{n_1+1}, \dots, -a_{n_1+n_2}\},$$

$$A_i = \text{diag}\{-a_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1}, \dots, -a_{n_1+n_2+\dots+n_i}\}, \quad i = 3, \dots, r$$

Las entradas de los vectores w'_i se ajustan según las leyes de adaptación propuestas en (3.42) y los parámetros de w''_i son fijos.

Una superficie deslizante y una ley de control discontinua para el sistema (3.73) puede ser diseñada considerando el estado x^{i+1} , $i = 1, \dots, r-1$ como un vector de control ficticio en el i -ésimo bloque. Este procedimiento es descrito en los siguientes pasos.

Paso 1. Supóngase que $n_1 = n_2$, esto es, $\hat{B}_1(x^1)$ es cuadrada, y su matriz inversa, $\hat{B}_1^{-1}(x^1)$ existe. Definamos el vector de error z^1 como

$$z^1 = x^1 - r$$

con r como una señal de referencia que debe de ser suave y acotada, además todas sus derivadas deben ser acotadas hasta la r -ésima. Consideremos a x^2 , el vector de control ficticio en el primer bloque es elegido como

$$x^2 = x_c^2(x^1) + \hat{B}_1^{-1}(x^1)(-k_1 z^1 + z^2 + \dot{r}) \quad (3.75)$$

donde z^2 es un vector $n_2 \times 1$ de nuevas variables; k_1 es un escalar positivo; y $x_c^2(x^1)$ es calculado de la ecuación $\dot{z}^1 = 0$ a lo largo de las trayectorias del primer bloque de (3.73)

$$x_c^2 = -\hat{B}_1^{-1}(x^1)\hat{f}_1(x^1) \quad (3.76)$$

El primer bloque transformado con las nuevas coordenadas z_1, z_2 y entrada (3.75) y (3.76) tiene la forma deseada

$$\dot{z}^1 = -k_1 z^1 + z^2 \quad (3.77)$$

La variable z_2 puede ser obtenida usando (3.75) y (3.76) como

$$z^2 = \alpha_1(x^1, x^2) := \hat{B}_1(x^1)x^2 + \hat{f}_1(x^1) + k_1(x^1 - r) - \dot{r} \quad (3.78)$$

Paso 2. Tomando la derivada de (3.78) a lo largo de las trayectorias de (3.73) nos da:

$$\dot{z}^2 = \bar{f}_2(x^1, x^2) + \bar{B}_2(x^1, x^2)x^3 \quad (3.79)$$

donde $\bar{f}_2(x^1, x^2) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x^1}[\hat{f}_1(x^1) + \hat{B}_1(x^1)x^2] + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x^2}\hat{f}_2(x^1, x^2) - \ddot{r}$, $\bar{B}_2 = \hat{B}_1\hat{B}_2$, Nótese que $\text{rango}(\bar{B}_2) = \text{rango}(\hat{B}_2) = n_2$.

Ahora asúmase que $n_2 < n_3$, entonces la matriz \hat{B}_2 no es cuadrada, y el vector ficticio de entrada es x_3 , en (3.79) puede ser elegido en forma similar a (3.75) y (3.76):

$$x^3 = x_c^3(x^1, x^2) + \bar{B}_2^+(x^1, x^2)(-k_2z^2 + E_{2,1}z^3) \quad (3.80)$$

donde z^3 es un vector $n_3 \times 1$; k_2 es un escalar positivo; \bar{B}_2^+ denota la pseudoinversa por la derecha de \bar{B}_2 , $E_{2,1} = \begin{bmatrix} I_{n_2} & 0 \end{bmatrix}$, $E_{2,1} \in \mathfrak{R}^{(n_2 \times n_3)}$, y I_{n_2} es una matriz identidad de $n_2 \times n_2$

De nuevo $x_c^3(x^1, x^2)$ se encuentra de la ecuación $\dot{z}^2 = 0$ (3.79) como

$$x_c^3(x^1, x^2) = -\bar{B}_2^+(x^1, x^2)\bar{f}_2(x^1, x^2) \quad (3.81)$$

Así, la ecuación (3.79) con (3.80) y (3.81) toma la misma forma de la ecuación (3.77), es decir

$$\dot{z}^2 = -k_2z^2 + E_{2,1}z^3$$

Ahora, estableceremos la siguiente suposición

A1 Los elementos de la matriz $\bar{B}_2(x^1, x^2)$ pueden ser ordenados de tal manera que

la matriz cuadrada

$$\tilde{B}_3(x^1, x^2) := \begin{bmatrix} \bar{B}_2(x^1, x^2) \\ E_{2,2} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

con $E_{2,2} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_3-n_2} \end{bmatrix}$, tenga rango igual a n_3 , $E_{2,2} \in \mathfrak{R}^{((n_3-n_2) \times n_3)}$

Entonces, la variable z_3 puede ser obtenida usando (3.80), (3.81) y (3.78)

$$z^3 = \alpha_2(x^1, x^2, x^3) := \tilde{B}_3(x^1, x^2)x^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + k_2\alpha_1(x^1, x^2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para el tercer paso se requiere la derivada respecto al tiempo de z_3 y así sucesivamente para el resto de los bloques. Este procedimiento puede ser ejecutado iterativamente obteniendo en el i -ésimo paso, con $i = 3, \dots, r - 1$.

Para el caso $n_i < n_{i+1}$ y bajo la suposición **A1** para matrices \bar{B}_i , para cada i -ésimo paso, $i = 3, \dots, r - 1$, tenemos

$$x^{i+1} = x_c^{i+1}(x^1, x^2, \dots, x^i) + \bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i)(-k_i z^i + E_{i,1} z^{i+1})$$

con

$$x_c^{i+1} = -\bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i) \bar{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i)$$

donde \bar{B}_i^+ denota la pseudoinversa por la derecha de $\bar{B}_i = \tilde{B}_i \hat{B}_i$, y $E_{i,1} = \begin{bmatrix} I_{n_i} & 0 \end{bmatrix}$, $E_{i,1} \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_{i+1}}$

Las variables z^{i+1} , obtenidas de este procedimiento forman una transformación no

lineal de variables de estado, dadas como

$$\begin{aligned}
z^1 &= x^1 - r \\
z^2 &= \hat{B}_1(x^1)x^2 + \hat{f}_1(x^1) + k_1z^1 \\
z^3 &= \tilde{B}_3(x^1, x^2)x^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + k_2z^2 \\ 0 \end{bmatrix} \\
z^{i+1} &= \tilde{B}_{i+1}(x^1, x^2, \dots, x^i)x^{i+1} + \begin{bmatrix} \bar{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + k_iz^i \\ 0 \end{bmatrix} \\
i &= 3, \dots, r-1
\end{aligned}$$

donde z^{i+1} es un vector $n_{i+1} \times 1$; k_i es un escalar positivo; $\tilde{B}_{i+1} = \begin{bmatrix} \bar{B}_i \\ E_{i,2} \end{bmatrix}$, $E_{i,2} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_{i+1}-n_i} \end{bmatrix}$, $E_{i,2} \in \mathfrak{R}^{(n_{i+1}-n_i) \times n_{i+1}}$

De esto, el sistema (3.73) puede ser representado en las coordenadas transformadas como

$$\dot{z}^1 = -k_1z^1 + z^2 \quad (3.83)$$

$$\dot{z}^i = -k_iz^i + E_{i,1}z^{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-1 \quad (3.84)$$

$$\dot{z}^r = \bar{f}_r(x) + \bar{B}_r(x)u \quad (3.85)$$

donde $z = (z^1, z^2, \dots, z^r)^T$, y $\text{rango}(\bar{B}_r(x)) = n_r = m$, y \bar{f}_r es una función acotada.

3.6.1 Retroalimentación discontinua

Para generar el modo deslizante en (3.85), existen varios métodos de control discontinuo. Debido a que la matriz $\bar{B}_r(x)$ tiene rango completo y suponiendo que $n_r = m$, se puede elegir una estrategia de control como

$$u = -k_r \bar{B}_r^{-1}(x) \text{sign}(z^r) \quad (3.86)$$

donde $k_r > 0$.

Sustituyendo (3.86) en (3.85) nos queda

$$\dot{z}_r = \bar{f}_r(x) - k_r \text{sign}(z^r) \quad (3.87)$$

Suponiendo que \bar{f}_r en (3.87) satisface la siguiente cota

$$\|\bar{f}_r(x)\|_2 \leq q_0, \text{ y } q_0 > 0 \quad (3.88)$$

para toda $x \in D_x$, donde $\|\bullet\|_2$ es la norma euclidiana. Entonces el controlador (3.86) con k_r elegida como

$$k_r \geq \frac{q_0}{\sqrt{n_r}} + d_0, \quad d_0 > 0 \quad (3.89)$$

garantiza un modo deslizante en la superficie $z_r = 0$ en un tiempo finito. Tomando la función candidata de Lyapunov $V_r = \frac{1}{2} z^{rT} z^r$, tenemos que a lo largo de las trayectorias de (3.87)

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= -k_r \|z^r\|_1 + z^{rT} [\bar{f}_r(x)] \\ &\leq -[k_r \sqrt{n_r} - q_0] \|z^r\|_2 \leq -\frac{d_0}{\sqrt{n_r}} \|z^r\|_2 \leq -\frac{\sqrt{2}d_0}{\sqrt{n_r}} \sqrt{V_r} \end{aligned}$$

Ahora consideremos la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{U}_r = -\eta \sqrt{U_r} \quad (3.90)$$

donde $\eta = \frac{\sqrt{2}d_0}{\sqrt{n_r}}$ y $V_r(0) \leq U_r(0)$.

Para encontrar la solución de (3.90) definimos

$$W_r^2 = U_r \quad (3.91)$$

derivando (3.91) con respecto al tiempo obtenemos

$$2W_r\dot{W}_r = \dot{U}_r = -\eta\sqrt{U_r} = -\eta W_r$$

entonces tenemos la ecuación diferencial

$$\dot{W}_r = -\frac{1}{2}\eta$$

cuya solución es

$$W_r = W_r(0) - \frac{1}{2}\eta t$$

con esto

$$U_r = (\sqrt{U_r(0)} - \frac{1}{2}\eta t)^2$$

Aplicando el principio de comparación podemos ver que

$$V_r \leq (\sqrt{V_r(0)} - \frac{1}{2}\eta t)^2$$

lo cual demuestra que la función de Lyapunov se desvanece en un tiempo finito $t_s \leq (2/\eta)\sqrt{V_r(0)}$. Esto implica la existencia de un movimiento deslizante sobre la superficie $z^r = 0$. Este movimiento es descrito en las nuevas variables z , por el sistema lineal (3.83)

y (3.84) de orden $n - n_r$

$$\begin{aligned}\dot{z}^1 &= -k_1 z^1 + z^2 \\ \dot{z}^i &= -k_i z^i + E_{i,1} z^{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-2 \\ \dot{z}^{r-1} &= -k_{r-1} z^{r-1}\end{aligned}$$

con valores propios deseados $-k_i$, esto ocurrirá también en un tiempo finito.

3.7 Elección de la estructura de la RHONN

En esta sección se mencionan algunos criterios para elegir la estructura de la RHONN modificada. Supongamos que la dinámica de la planta está dada por (3.72), entonces el primer bloque puede escribirse como

$$\begin{aligned}\dot{\chi}_1 &= f_{11}(\chi^1) + B_{11}(\chi^1)\chi^2 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}_{n_1} &= f_{1n_1}(\chi^1) + B_{1n}(\chi^1)\chi^2\end{aligned}$$

donde $f_{11}(\chi^1), \dots, f_{1n_1}(\chi^1)$ son las entradas del campo vectorial $f_1(\chi^1)$ y $B_{11}(\chi^1), \dots, B_{1n_1}(\chi^1)$ son los renglones de la matriz $B_1(\chi^1)$.

Entonces el primer bloque de la RHONN se elige de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \hat{f}_{11}(x^1) + \hat{B}_{11}(x^1)x^2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n_1} &= \hat{f}_{1n_1}(x^1) + \hat{B}_{1n_1}(x^1)x^2\end{aligned}$$

donde $\hat{f}_{1k}(x^1) = w_k'^T z'_{Ik}$ y $= w_k''^T z''_{Ik}$ con $k = 1, 2, \dots, n_1$. Se puede elegir el vector de términos de alto orden z'_{Ik} de manera arbitraria, solamente respetando que sus entradas y $f_{1k}(x^1)$ estén en función estrictamente de las mismas variables del vector x^1 . Para los

términos \hat{B}_{1k} lo ideal es que podamos elegir a $w_k^{T'} z_{Ik}'' = B_{1k}(x^1)x^2$, lo que no es totalmente posible la mayoría de las veces, ya que los parámetros reales de la planta pueden variar con respecto a los que nosotros tenemos.

Estos criterios se pueden utilizar para diseñar la estructura de los demás bloques de la RHONN modificada, y así para poder asegurar en la medida de lo posible la convergencia en el error de identificación y la controlabilidad de la RHONN modificada.

En la figura 3-1 se puede apreciar un diagrama a bloques que explica gráficamente la manera en que se combinó el esquema de identificación y la ley de control, que ya explicamos en este capítulo, para controlar a los tres tipos de motores eléctricos antes mencionados.

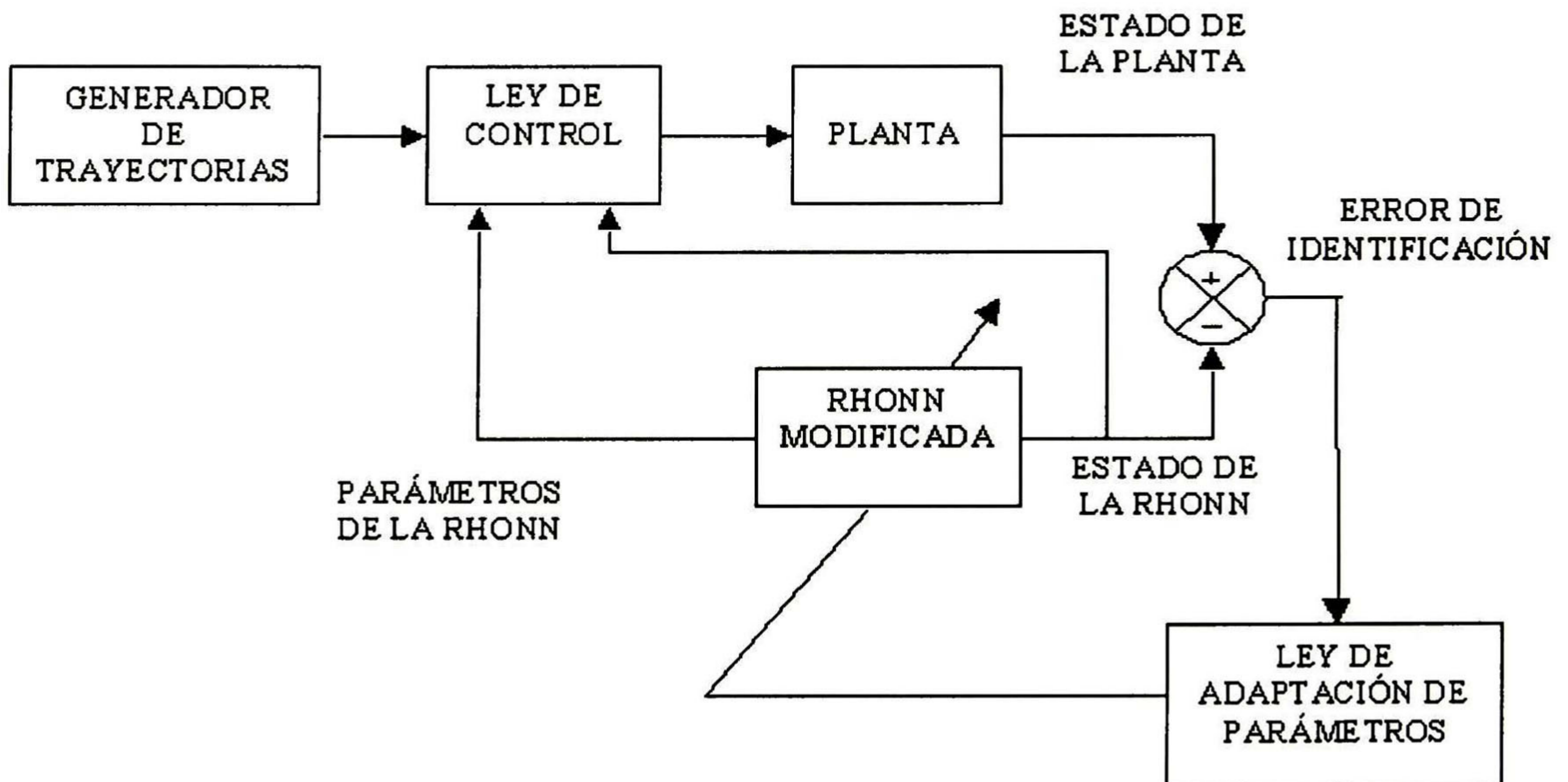


Figura 3-1: Diagrama a bloques del esquema de identificación y control

Capítulo 4

MOTOR DE C.D.

En este capítulo se presenta la aplicación del esquema de identificación y control desarrollados en los capítulos anteriores a un motor de corriente con excitación de campo independiente de campo. También se desarrolla una ley de control heurística. Se verificó la robustez de las leyes de control, heurística y por bloques, introduciendo perturbaciones externas y cambio de parámetros. Las leyes de control presentan resultados satisfactorios.

4.1 Modelo matemático del motor de C.D.

Las partes más importantes de un motor de corriente directa son; los polos de campo, que producen el flujo magnético de excitación, se montan sobre el estator y llevan devanados denominados de campo o bobinas de campo. Los núcleos de los polos están hechos de láminas de acero. El núcleo de armadura, que lleva los devanados de armadura, está en el rotor y se constituye de láminas de acero. El conmutador está hecho de delgas de cobre estirado en frío y aisladas una de la otra por medio de mica. Los devanados de armadura están conectados a las delgas del conmutador, sobre los que se deslizan escobillas de carbón y sirven como terminales para conexiones eléctricas. El devanado de armadura es el que soporta la carga.

El modelo matemático de un motor de C.D. con campo independiente usado en esta

tesis, se describe por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
 J_e \frac{d\omega}{dt} &= C_m \Phi I_a - T_L \\
 N_b \frac{d\Phi}{dt} &= -R_f I_f + V_f \\
 L_a \frac{dI_a}{dt} &= -R_a I_a - C_m \Phi \omega + V_a \\
 I_f(t) &= I_f(0) \log(1 - \Phi(t)/\Phi_{\max})^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

donde

V_a : Voltaje de armadura
 V_f : Voltaje de campo
 I_a : Corriente de armadura
 I_f : Corriente de campo
 Φ : Flujo magnético de campo
 ω : Velocidad angular
 $T_L = b_e \omega + \tau$: Par de carga

con

$$|V_a| \leq u_{10}$$

$$|V_f| \leq u_{20}$$

J_e : Momento de inercia de la flecha
 C_m : Constante del motor
 b_e : Constante de fricción viscosa
 N_b : Número de vueltas de las bobinas del campo
 R_f : Resistencia del circuito de campo
 L_a : Inductancia del circuito de armadura
 R_a : Resistencia del circuito de campo
 τ : Par de carga externo

Seleccionando las variables de estado como $\chi_1 = \omega$, $\chi_2 = I_a$ y $\chi_3 = \Phi$ y las variables de control como $u_1 = V_a$ y $u_2 = V_f$ el modelo del motor queda representado por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}\dot{\chi}_1 &= \frac{C_m}{J_e} \chi_2 \chi_3 - \frac{b_0}{J_e} \chi_1 - \frac{\tau}{J_e} \\ \dot{\chi}_2 &= -\frac{R_a}{L_a} \chi_2 - \frac{C_m}{L_a} \chi_3 \chi_1 + \frac{1}{L_a} u_1 \\ \dot{\chi}_3 &= -\frac{R_f}{N_b} I_f(0) \log\left(1 - \frac{\chi_3}{\Phi_{\max}}\right)^{-1} + \frac{1}{N_b} u_2\end{aligned}\quad (4.2)$$

A continuación se propone el siguiente modelo RHONN modificada para identificar el motor

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + w_{11} S(x_1) + w_{12} S(x_2) + w_{13} S(x_3) + w_{14} x_2 x_3 \\ \dot{x}_2 &= -a_2 x_2 + w_{21} S(x_1) + w_{22} S(x_2) + w_{23} S(x_3) + w_{24} u_1 \\ \dot{x}_3 &= -a_3 x_3 + w_{31} S(x_3) + w_{32} u_2\end{aligned}\quad (4.3)$$

Para este modelo RHONN modificada propuesto $w'_1 = [w_{11}, w_{12}, w_{13}]^T$, $z'_{I1} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3)]^T$, $w''_1 = [w_{14}]$, $z''_{I1} = [x_2 x_3]$, $w'_2 = [w_{21}, w_{22}, w_{23}]^T$, $z'_{I2} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3)]^T$, $w''_2 = [w_{24}]$, $z''_{I2} = [u_1]$, $w'_3 = [w_{31}]$, $z'_{I3} = S(x_3)$, $w''_3 = [w_{32}]$, $z''_{I3} = [u_2]$, donde los pesos $w_{14} = \frac{C_m}{J_e}$, $w_{24} = \frac{1}{L_a}$, $w_{32} = \frac{1}{N_b}$ son constantes.

4.2 Control heurístico del motor de C.D.

Primeramente desarrollaremos una ley de control, basándonos arbitrariamente en la estructura del modelo RHONN modificada.

Definimos a ω_r y Φ_r como la velocidad angular de referencia y el flujo de referencia respectivamente, el sistema de control debe asegurar el seguimiento de estas señales. Así podemos definir los errores de seguimiento para la velocidad y el flujo de la siguiente

manera

$$z_1 = x_1 - \omega_r \quad (4.4)$$

$$z_3 = x_3 - \Phi_r \quad (4.5)$$

Como x_2 es independiente de las otras variables, tomaremos primero la ecuación (4.5) y la derivaremos respecto al tiempo, y como Φ_r lo consideraremos constante, nos queda

$$\dot{z}_3 = -a_3x_3 + w_{31}S(x_3) + w_{32}u_2 \quad (4.6)$$

Con la siguiente ley de control

$$u_1 = -u_{20}\text{sign}(z_3) \quad (4.7)$$

podemos garantizar el seguimiento de flujo siempre y cuando elijamos la constante u_{20} tal que $|-a_3x_3 + w_{31}S(x_3)| < u_{20}$ para que $z_3\dot{z}_3 < 0$. Así podemos ver que z_3 converge a cero en un tiempo finito.

Derivando la ecuación (4.4) con respecto al tiempo obtenemos

$$\dot{z}_1 = -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) + w_{14}x_2x_3 - \dot{\omega}_r \quad (4.8)$$

Definiendo $f_1 = -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) - \dot{\omega}_r$ y la nueva variable z_2 como

$$z_2 = f_1 + w_{14}x_2x_3 + k_1z_1 \quad (4.9)$$

la ecuación (4.8) queda

$$\dot{z}_1 = -k_1z_1 + z_2 \quad (4.10)$$

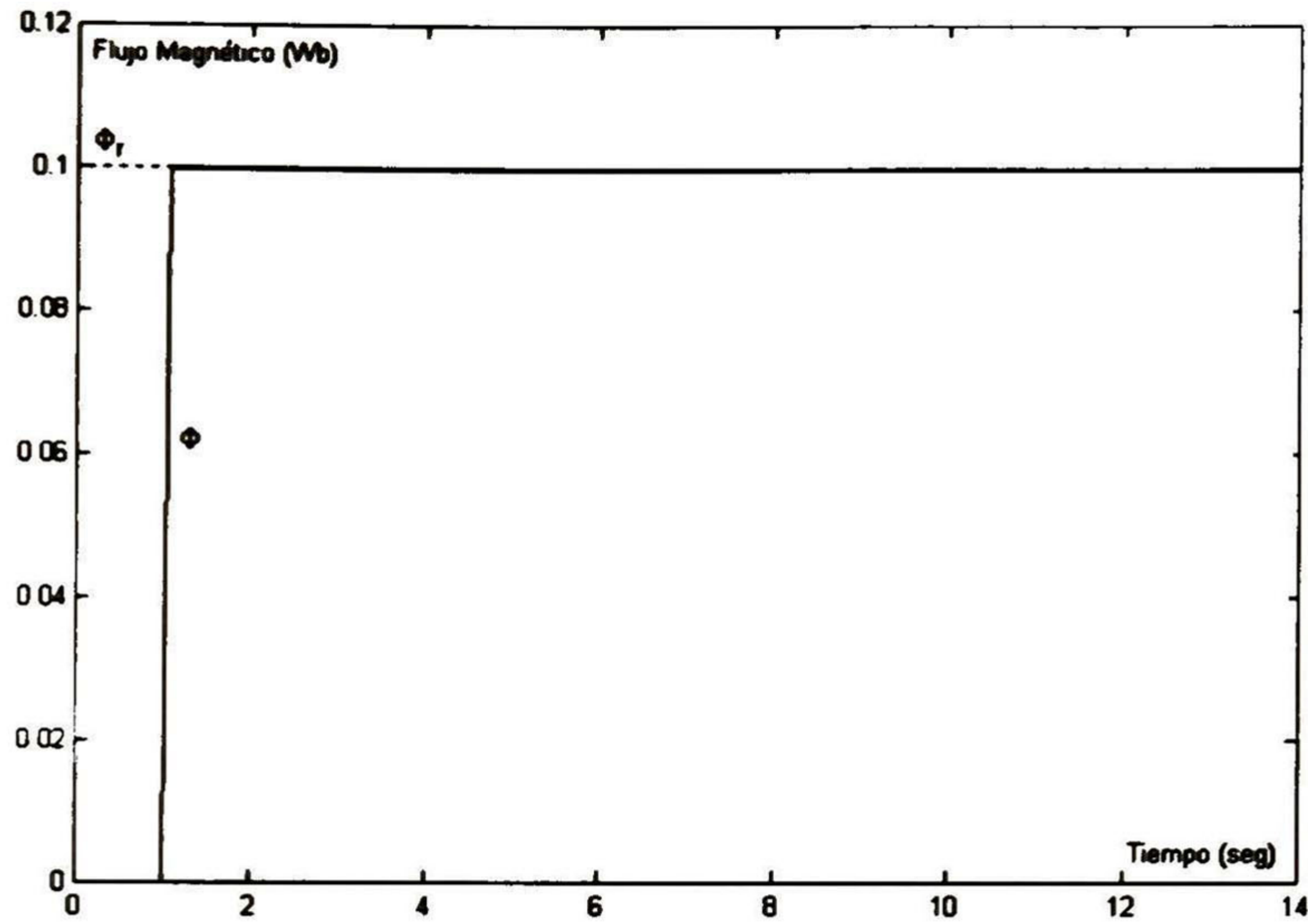


Figura 4-1: Flujo Magnético

Ahora derivando a (4.9) con respecto al tiempo nos da

$$\dot{z}_2 = f_2 + w_{24}x_3u_1 \quad (4.11)$$

donde $f_2 = \dot{f}_1 + w_{14}\dot{x}_2x_3 + w_{14}x_2(-a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}S(x_3))$. Por lo tanto, seleccionamos la ley de control

$$u_1 = -u_{10}sign(z_2) \quad (4.12)$$

si es u_{10} tal que $|f_2| < w_{14}w_{24}x_3u_{10}$ garantizaremos que z_2 converge a cero en un tiempo finito, lo que significa que (4.10) se reduce a

$$\dot{z}_1 = -k_1z_1$$

y por lo tanto z_1 converge asintóticamente a cero.

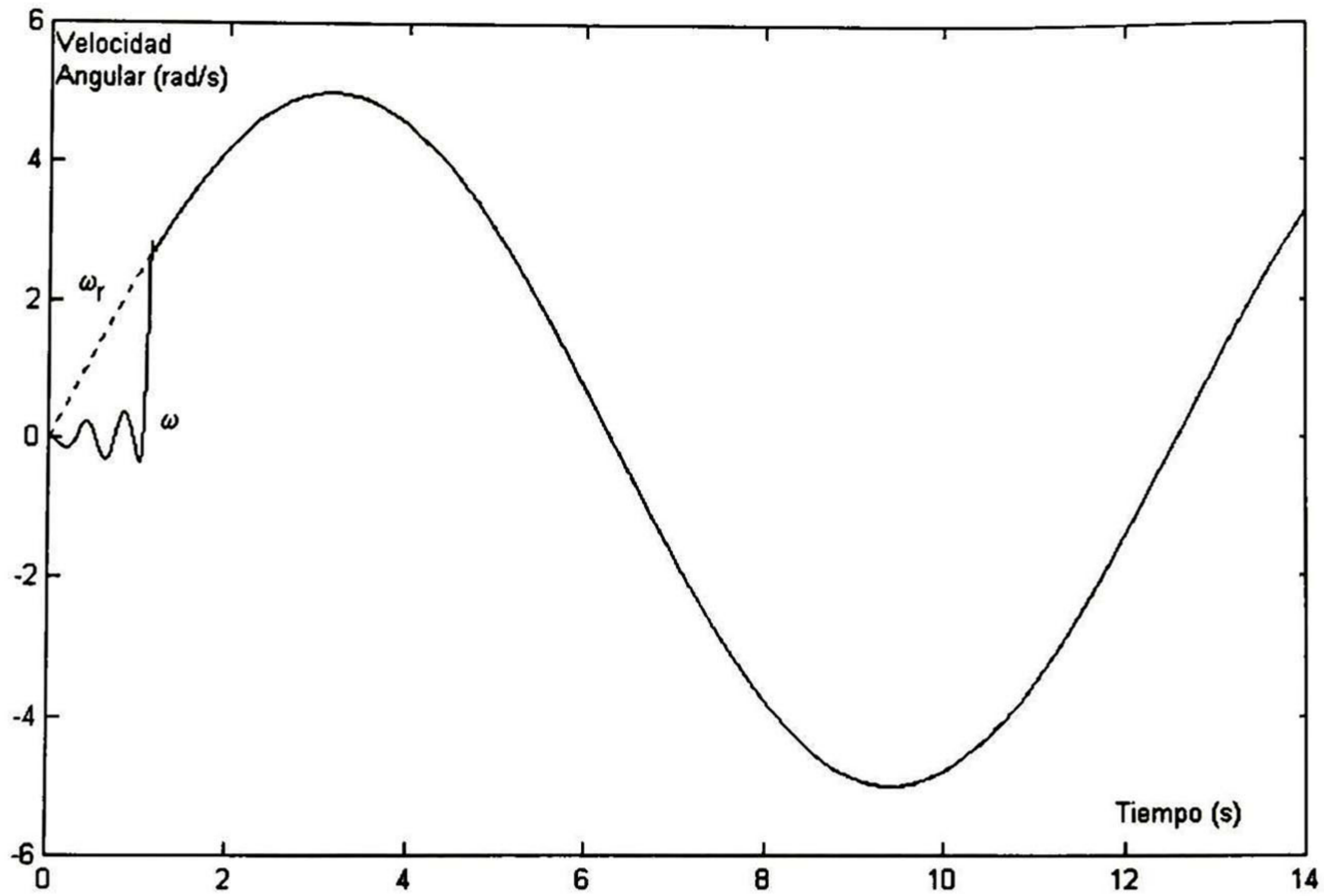


Figura 4-2: Velocidad angular con perturbación de par

4.2.1 Simulación del control heurístico para el motor de C.D.

La simulación se realizó usando el paquete Simulink de Matlab, las ecuaciones diferenciales se resolvieron con el método numérico de integración Prince-Dormand, con un periodo de muestreo de $1 \times 10^{-4} s$, durante 14 segundos. Para simular el motor de CD se utilizó el modelo de (4.2) y para simular la RHONN modificada se usó el modelo de (4.3), con los siguientes valores

$$R_a = 1.6\Omega$$

$$R_f = 2500\Omega$$

$$J_e = 0.0315 kgm^2$$

$$L_a = 16 \times 10^{-3} H$$

$$N_b = 100$$

$$b_e = 1 \times 10^{-8} kgms^{-1}$$

$$C_m = 2.05$$

$$\beta = 0.01$$

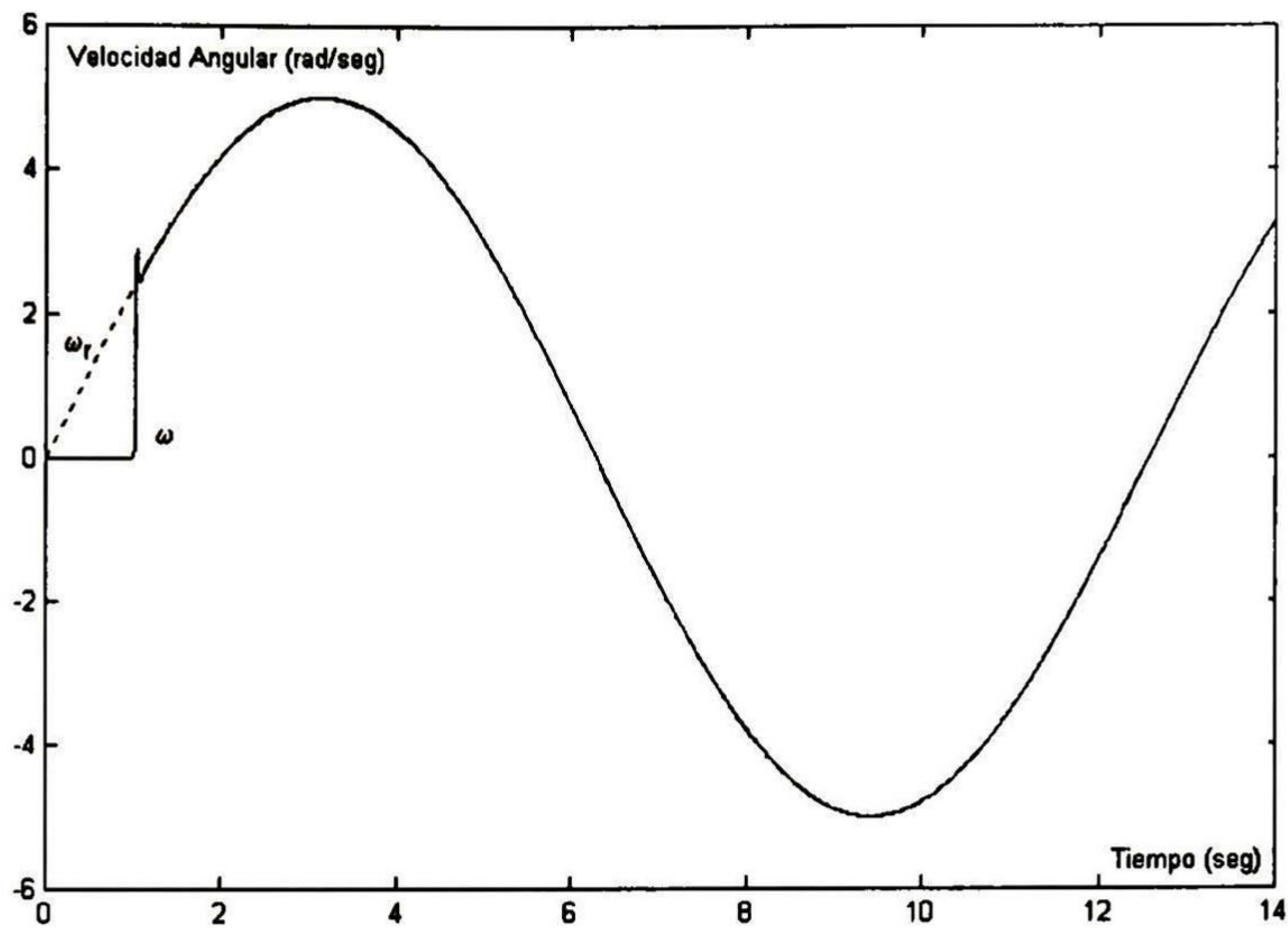


Figura 4-3: Velocidad angular con variación de parámetros

$$\varepsilon = 0.1$$

$$\gamma = 100$$

$$u_{10} = 200V$$

$$u_{20} = 200V$$

$$k_1 = 150$$

$$k_2 = 10$$

Se realizaron tres simulaciones para probar la robustez de la ley propuesta en (4.7) y (4.12). En el primer experimento se le agregó a la planta una perturbación de par; el segundo se simuló con la resistencia de armadura de la planta incrementándose desde su valor nominal con una pendiente de $0.5\Omega/s$; por último se agregan las dos perturbaciones de par y de cambio de parámetros. En todos los experimentos, el control actúa sobre la planta después de un segundo de iniciada la simulación; esto se debe al transitorio existente en el error de identificación. Además las perturbaciones afectan al motor du-

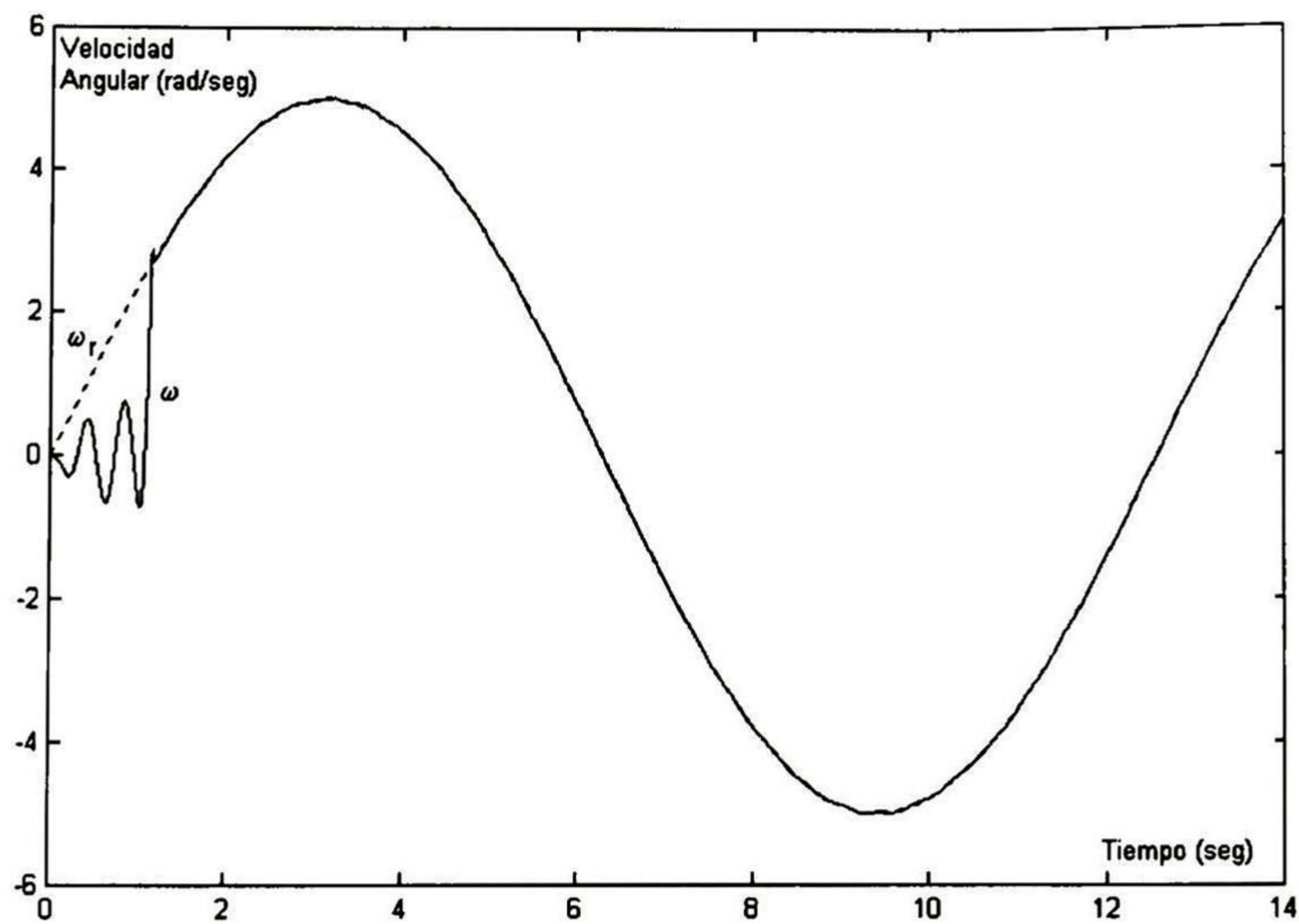


Figura 4-4: Velocidad angular con perturbación de par y variación de parámetros

rante toda la simulación. Para las tres simulaciones la referencia de velocidad angular está dada por $\omega_r = 5 \sin(0.1t) \text{ rad/s}$ y la referencia de flujo es $\Phi_r = 0.2 \text{ Wb}$.

En la figura 4-1 se aprecia el comportamiento del flujo magnético de la planta con respecto al deseado. Esta gráfica se repite en los tres experimentos, ya que el flujo es independiente de la velocidad del motor y de la corriente de armadura.

La figura 4-2 muestra el desempeño de la velocidad angular respecto a una velocidad de referencia ya definida. Este experimento se realizó con una perturbación de par de $0.5 \sin(5t) \text{ Nm}$.

En el segundo experimento se realizó con un incremento de la resistencia de armadura de $0.5 \Omega/s$ a partir de su valor nominal. La figura 4-3 muestra el comportamiento de la velocidad angular de la planta.

Por último se realizó la simulación combinando la perturbación de par y la variación en la resistencia de armadura ya mencionadas. En la figura 4-4 se muestra la trayectoria seguida por la velocidad angular del motor.

Como se aprecia en las figuras 4-1,4-2,4-3 y 4-4, la ley de control (4.12) (4.7) desarrollada en forma heurística, mostró gran robustez ante perturbaciones de par y ante el cambio en la resistencia de armadura.

4.3 Control a bloques del motor de C.D.

Para aplicar el método de control a bloques enunciado en la sección 3.6, para aprovechar el hecho que x_3 es independiente del resto del sistema, es conveniente considerar a $\{x_1, x_2\}$ y a x_3 como sistemas independientes; ya que en general, es más fácil desarrollar la ley de control, si reducimos el orden de un sistema. Para x_3 , se obtiene la misma ecuación (4.7) que en el método de control heurístico anterior, con la referencia de flujo magnético $r_2 = 0.1Wb$.

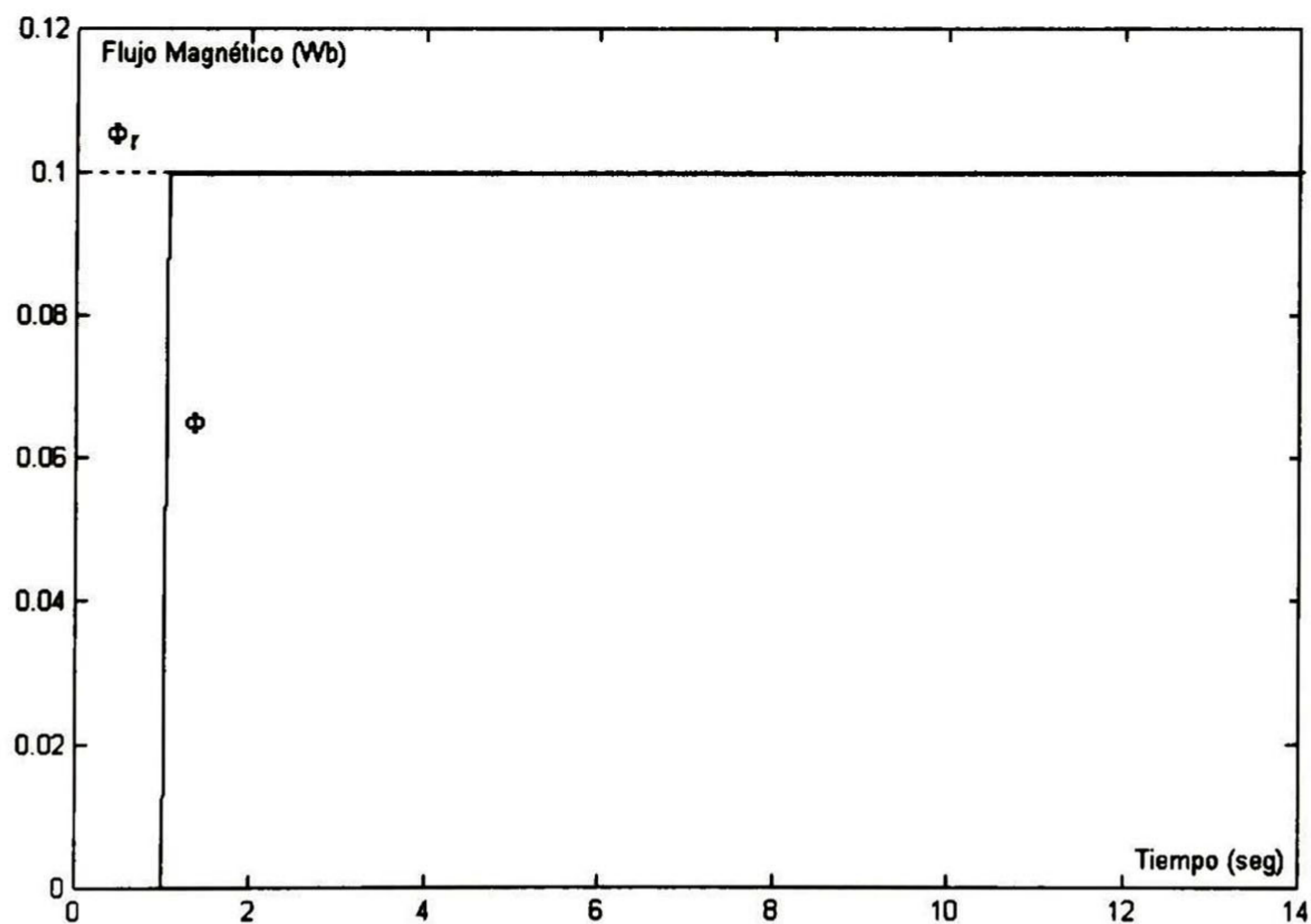


Figura 4-5: Flujo magnético

Siguiendo el algoritmo para control a bloques, definimos a r_1 como la referencia de

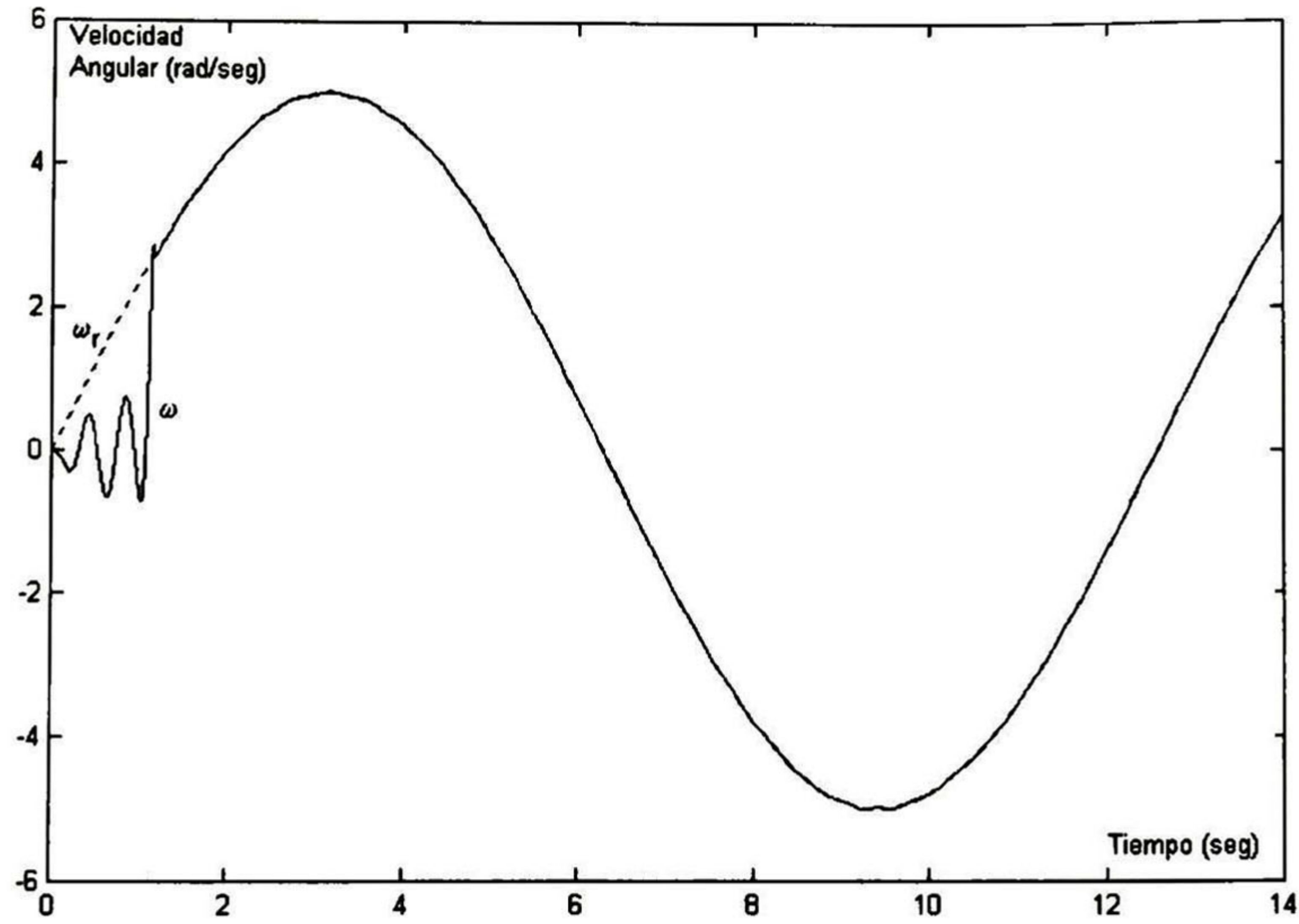


Figura 4-6: Velocidad angular con perturbación de par

velocidad angular a seguir por el sistema real y al error de seguimiento como

$$z_1 = x_1 - r_1 \quad (4.13)$$

entonces, la dinámica de z_1 queda definida por

$$\dot{z}_1 = \hat{f}_1(x_1, x_2, x_3, \dot{r}) + \hat{B}_1(x_3)x_2 \quad (4.14)$$

donde $\hat{f}_1(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) = -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) - \dot{r}$ y $\hat{B}_1(x_3) = w_{14}x_3$. Sabemos que x_3 alcanzará en un tiempo finito a r_2 , que es constante y positivo, siguiendo la estrategia control explicada en la sección 3.6 escribimos a x_2 como una variable de cuasicontrol

$$x_2 = x_2^c(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) - \hat{B}_1^{-1}(x_3)(k_1z_1 + z_2) \quad (4.15)$$

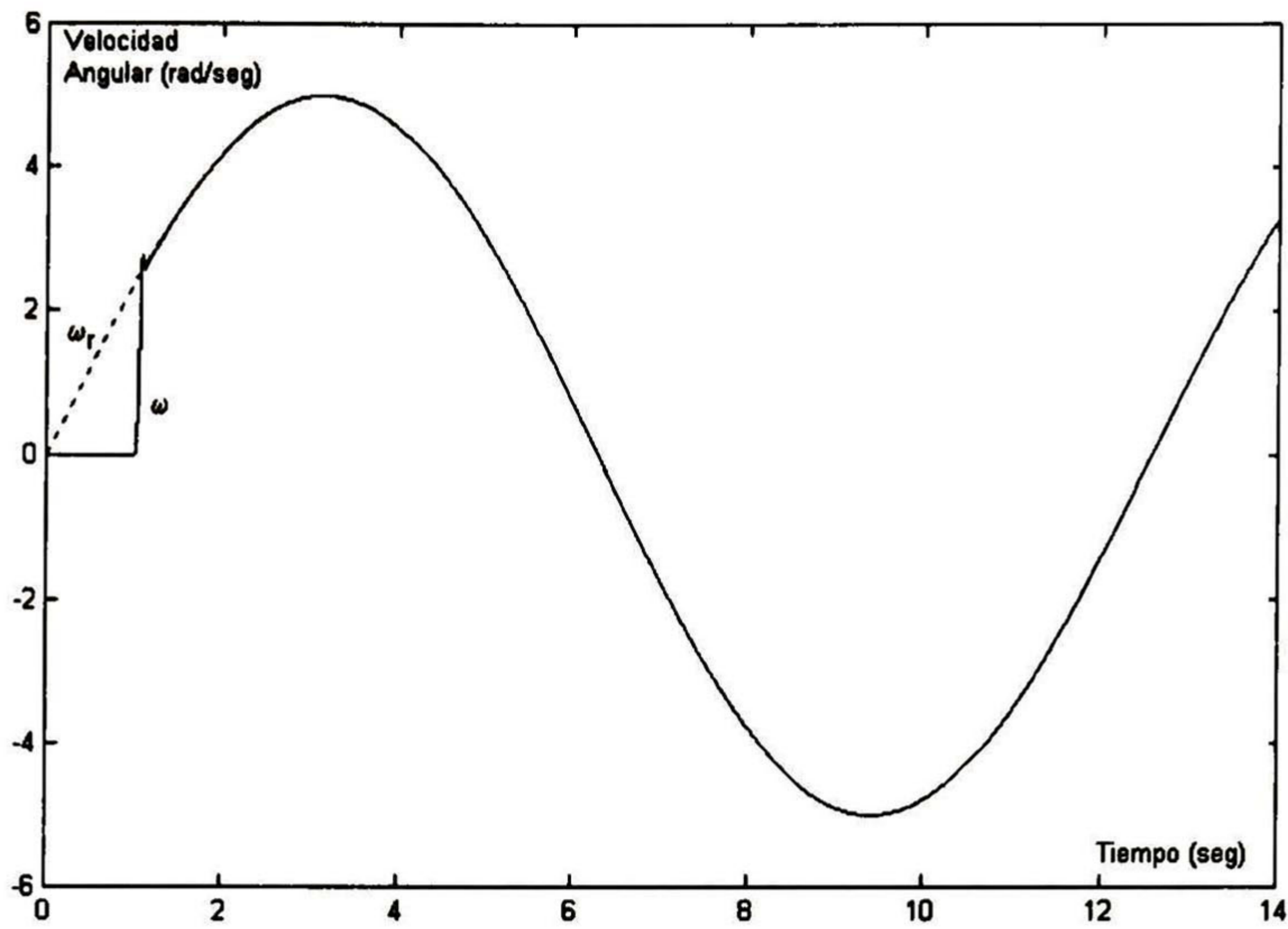


Figura 4-7: Velocidad angular con variación de parámetros

donde $\hat{B}_1^{-1}(x_3) = \frac{1}{w_{14}r_2}$, k_1 es un escalar positivo y x_2^c es calculado de $\dot{z}_1 = 0$ a lo largo de las trayectorias de (4.3)

$$x_2^c(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) = -\hat{B}_1^{-1}(x_3)\hat{f}_1(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1)$$

Así (4.14) puede reescribirse como

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \tag{4.16}$$

Despejando z_3 de (4.15) nos queda

$$z_2 = \hat{f}_1(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) + k_1 z_1 + \frac{1}{w_{14}r_2} x_2 \tag{4.17}$$

tomando la derivada de z_3 con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (4.3)

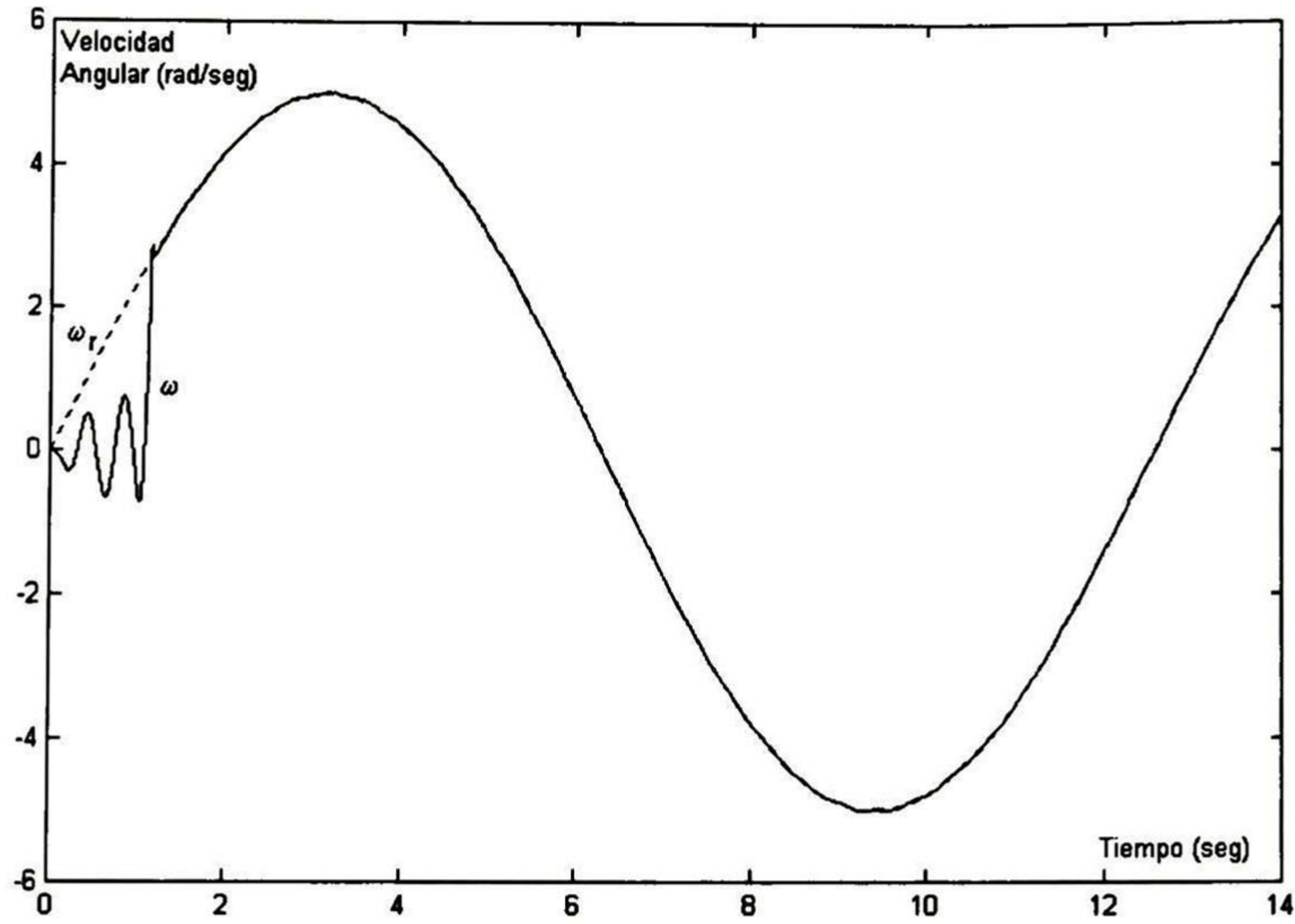


Figura 4-8: Velocidad angular con perturbación de par y variación de parámetros

obtenemos

$$\dot{z}_2 = \bar{f}_2(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) + \frac{w_{24}}{w_{14}r_2}u_1 \quad (4.18)$$

donde $\bar{f}_2(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1) = \hat{f}_1 + k_1\dot{z}_1 + \frac{1}{w_{14}r_2}(-a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}S(x_3))$ está en función de x , r_1 , \dot{r}_1 y \ddot{r}_1 .

Ahora proponiendo la siguiente ley de control

$$u_1 = -u_{01} \text{sign}(z_2) \quad (4.19)$$

bajo la condición que $|(\bar{f}_2(x_1, x_2, x_3, r_1, \dot{r}_1))| < \frac{w_{24}}{w_{14}r_2}u_{01}$, podemos garantizar la convergencia, en un tiempo finito, a cero de z_2 , por lo tanto (4.16) se reduce a

$$\dot{z}_1 = -k_1z_1$$

y así z_1 convergera a cero asintóticamente.

4.3.1 Simulación del control a bloques para el motor de C.D.

Se repitieron los experimentos bajo las mismas condiciones de los mencionados en la subsección 4.2.1, con excepción que para controlar la velocidad se utilizó la ley de control de la ecuación (4.19). La figura 4-5 muestra el comportamiento del flujo magnético con respecto a su referencia.

En la figuras 4-6, 4-7 y 4-8, se muestran respectivamente, el comportamiento de la velocidad angular del motor con perturbación de par, con cambios en la resistencia de armadura y con la combinación de ambos fenómenos.

Como se puede ver, el desempeño de ambas leyes de control es muy robusto, bajo perturbaciones externas de par y el cambio en el valor de la resistencia de armadura de el motor.

Capítulo 5

MOTOR A PASOS DE IMÁN PERMANENTE

En este capítulo se discute la aplicación de las técnicas de identificación y control propuestas en el Capítulo 3, a un motor a pasos con imán permanente. Se probó la robustez de las leyes de control heurística y por bloques dando en ambos casos resultados satisfactorios.

5.1 Modelo matemático del motor a pasos

El motor a pasos con imán permanente es una alternativa muy popular en muchas aplicaciones de control de movimiento por varias razones. Esas razones incluyen: mejor confiabilidad por la eliminación de escobillas, mejor disipación de calor porque no hay bobinas en el rotor, alta relación par-inercia por lo ligero del rotor, entre otras.

El modelo dinámico de un motor a pasos con imán permanente se descompone en un subsistema mecánico y dos subsistemas eléctricos acoplados por medio de términos no lineales de transmisión de torque y de fuerza contraelectromotriz. Considere el modelo

matemático de un motor a pasos de imán permanente como

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (5.1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(K_m i_b \cos(N_r \theta) - K_m i_a \sin(N_r \theta) - b\omega - \tau) \quad (5.2)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L}(-Ri_b - K_m \omega \cos(N_r \theta) + u_b) \quad (5.3)$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L}(-Ri_a + K_m \omega \sin(N_r \theta) + u_a) \quad (5.4)$$

donde θ es el desplazamiento angular de la flecha del motor, ω es la velocidad angular de la flecha, i_b es la corriente en la fase B del motor, i_a representa la corriente de la fase A, R y L son las resistencia y la inductancia de los devanados de ambas fases, N_r es el número de dientes del rotor, K_m es la constante de torque del motor, J es el momento de inercia del rotor, b es la constante de fricción viscosa y τ es una perturbación externa de par, este modelo y sus parámetros tomados de [33].

Para facilitar el análisis propondremos el siguiente cambio de variable $\theta = \chi_1$, $\omega = \chi_2$, $i_b = \chi_3$, $i_a = \chi_4$, el modelo queda de la siguiente forma

$$\frac{d\chi_1}{dt} = \chi_2 \quad (5.5)$$

$$\frac{d\chi_2}{dt} = \frac{1}{J}(K_m \chi_3 \cos(N_r \chi_1) - K_m \chi_4 \sin(N_r \chi_1) - b\chi_2 - \tau) \quad (5.6)$$

$$\frac{d\chi_3}{dt} = \frac{1}{L}(-R\chi_3 - K_m \chi_2 \cos(N_r \chi_1) + u_b) \quad (5.7)$$

$$\frac{d\chi_4}{dt} = \frac{1}{L}(-R\chi_4 + K_m \chi_2 \sin(N_r \chi_1) + u_a) \quad (5.8)$$

El modelo de RHONN modificada propuesta para identificar el modelo del motor a

pasos es el siguiente

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.9)$$

$$\dot{x}_2 = -a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}x_3 \cos(N_r x_1) + w_{24}x_4 \sin(N_r x_1) \quad (5.10)$$

$$\dot{x}_3 = -a_3x_3 + w_{31}S(x_1) + w_{32}S(x_2) + w_{33}S(x_3) + w_{34}u_b \quad (5.11)$$

$$\dot{x}_4 = -a_4x_4 + w_{41}S(x_1) + w_{42}S(x_2) + w_{43}S(x_4) + w_{44}u_a \quad (5.12)$$

La ecuación para x_1 se eligió así, ya que la velocidad es siempre la derivada de la posición, por lo que no hay nada que aproximar. Para x_2 se escogió, esta estructura con el fin de conservar en lo posible las características de controlabilidad del sistema real, y así poder desarrollar un algoritmo de control más eficiente. Debido al posible cruce por cero de los regresores correspondientes a esas conexiones, los pesos w_{23} , w_{24} , w_{34} y w_{44} , permanecen constantes durante la identificación y el control. En este caso: $w_{22} = (K_m/J)$, $w_{23} = -(K_m/J)$, $w_{34} = (1/L)$ y $w_{44} = (1/L)$.

Para este modelo propuesto podemos ver que w'_1 y z'_{I1} no son cero, $w''_1 = 1$, $z''_{I1} = x_2$, $w'_2 = [w_{21}, w_{22}]^T$, $z'_{I2} = [S(x_1), S(x_2)]^T$, $w''_2 = [w_{23}, w_{24}]^T$, $z''_{I2} = [x_3 \cos(N_r x_1), x_4 \sin(N_r x_1)]^T$, $w'_3 = [w_{31}, w_{32}, w_{33}]^T$, $z'_{I3} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3)]^T$, $w''_3 = w_{34}$, $z''_{I3} = u_b$, $w''_4 = [w_{41}, w_{42}, w_{43}]^T$, $z'_{I4} = [S(x_1), S(x_2), S(x_4)]^T$, $w''_4 = w_{44}$ y por último $z''_{I4} = u_a$.

5.2 Control heurístico del motor a pasos

Para diseñar una ley de control basada en el modelo neuronal, utilizaremos técnicas de modos deslizantes. Para empezar definimos la referencia de posición como θ_r , ahora haciendo el siguiente cambio de variable

$$z_1 = x_1 - \theta_r \quad (5.13)$$

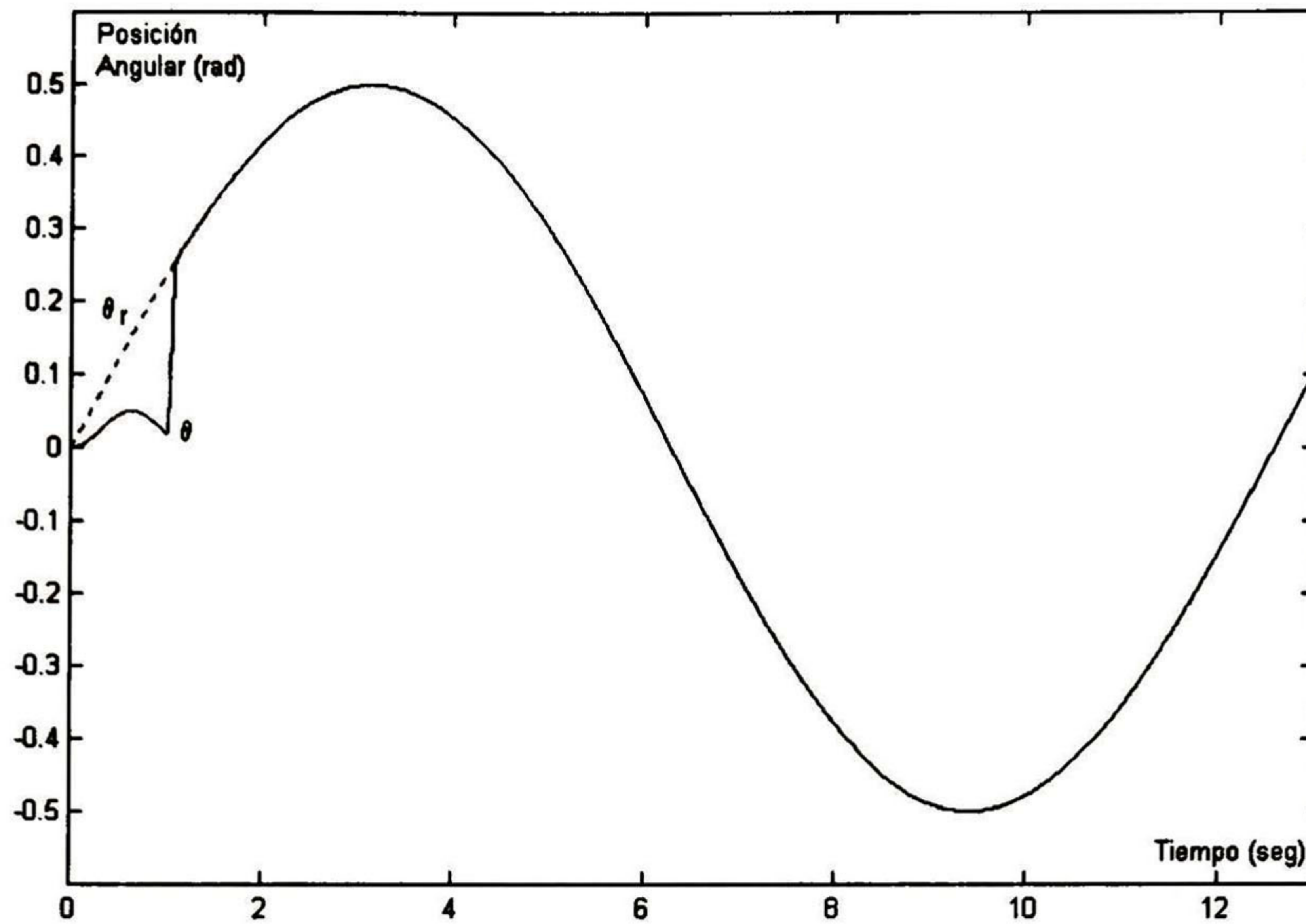


Figura 5-1: Posición angular con perturbacion de par

y si diferenciamos con respecto al tiempo en ambos lados de la ecuación (5.13), nos queda

$$\dot{z}_1 = x_2 - \dot{\theta}_r = -k_1 z_1 + z_2 \quad (5.14)$$

donde,

$$z_2 = k_1 z_1 + x_2 - \dot{\theta}_r \quad (5.15)$$

Derivamos con respecto al tiempo (5.15) y sustituyendo (5.9) y (5.10) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = & k_1(-k_1 z_1 + z_2) - a_2 x_2 + w_{21} S(x_1) + w_{22} S(x_2) \\ & + w_{23} x_3 \cos(N_r x_1) + w_{24} x_4 \sin(N_r x_1) - \ddot{\theta}_r \end{aligned} \quad (5.16)$$

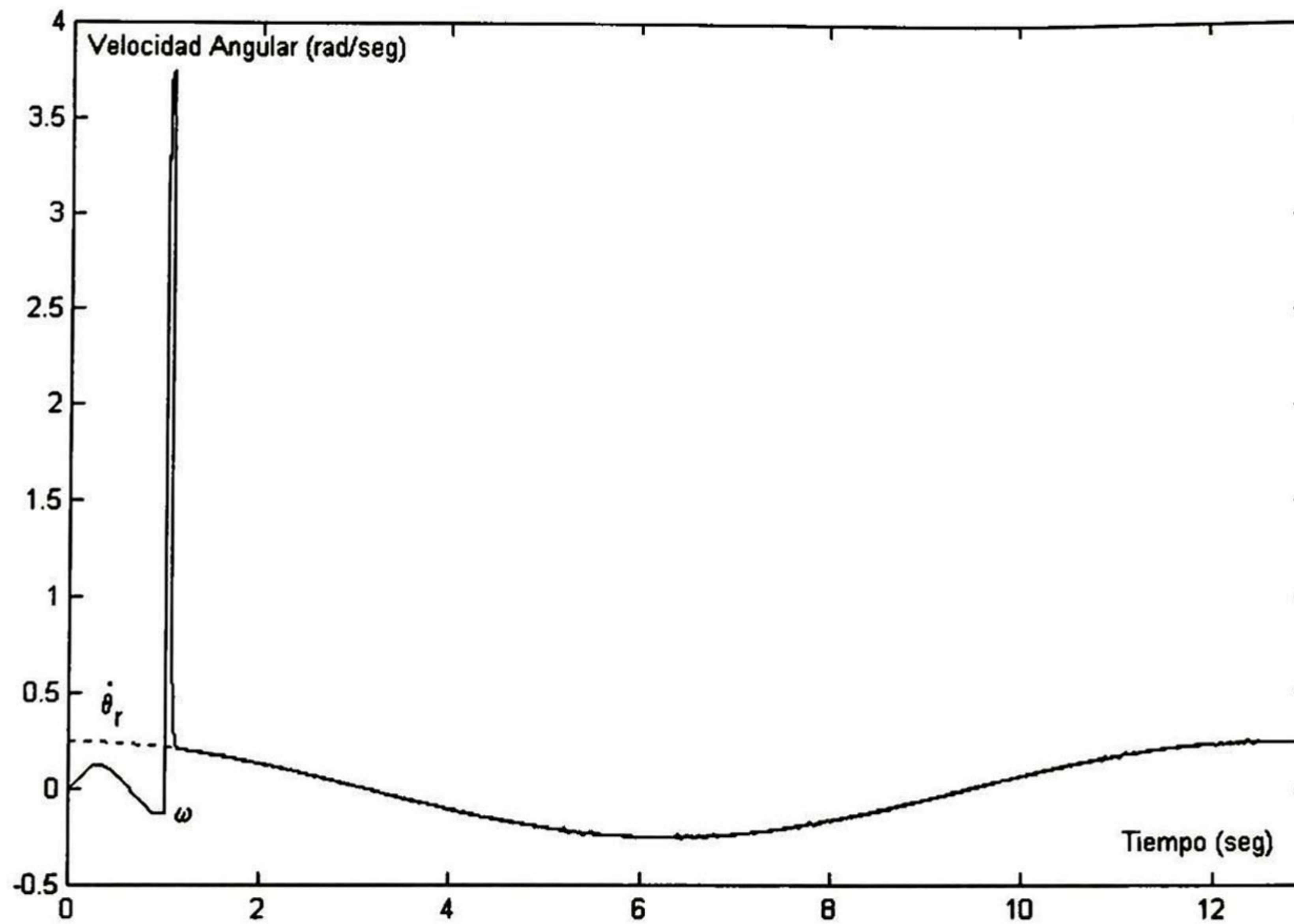


Figura 5-2: Velocidad angular con perturbación de par

Ahora si formulamos f_1 como

$$f_1 = k_1(-k_1 z_1 + z_2) - a_2 x_2 + w_{21} S(x_1) + w_{22} S(x_2) - \ddot{\theta}_r \quad (5.17)$$

y definimos el siguiente cambio de variables

$$z_3 = k_2 z_2 + f_1 + w_{23} x_3 \cos(N_r x_1) + w_{24} x_4 \sin(N_r x_1) \quad (5.18)$$

podemos reescribir a (5.16) como

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + z_3 \quad (5.19)$$

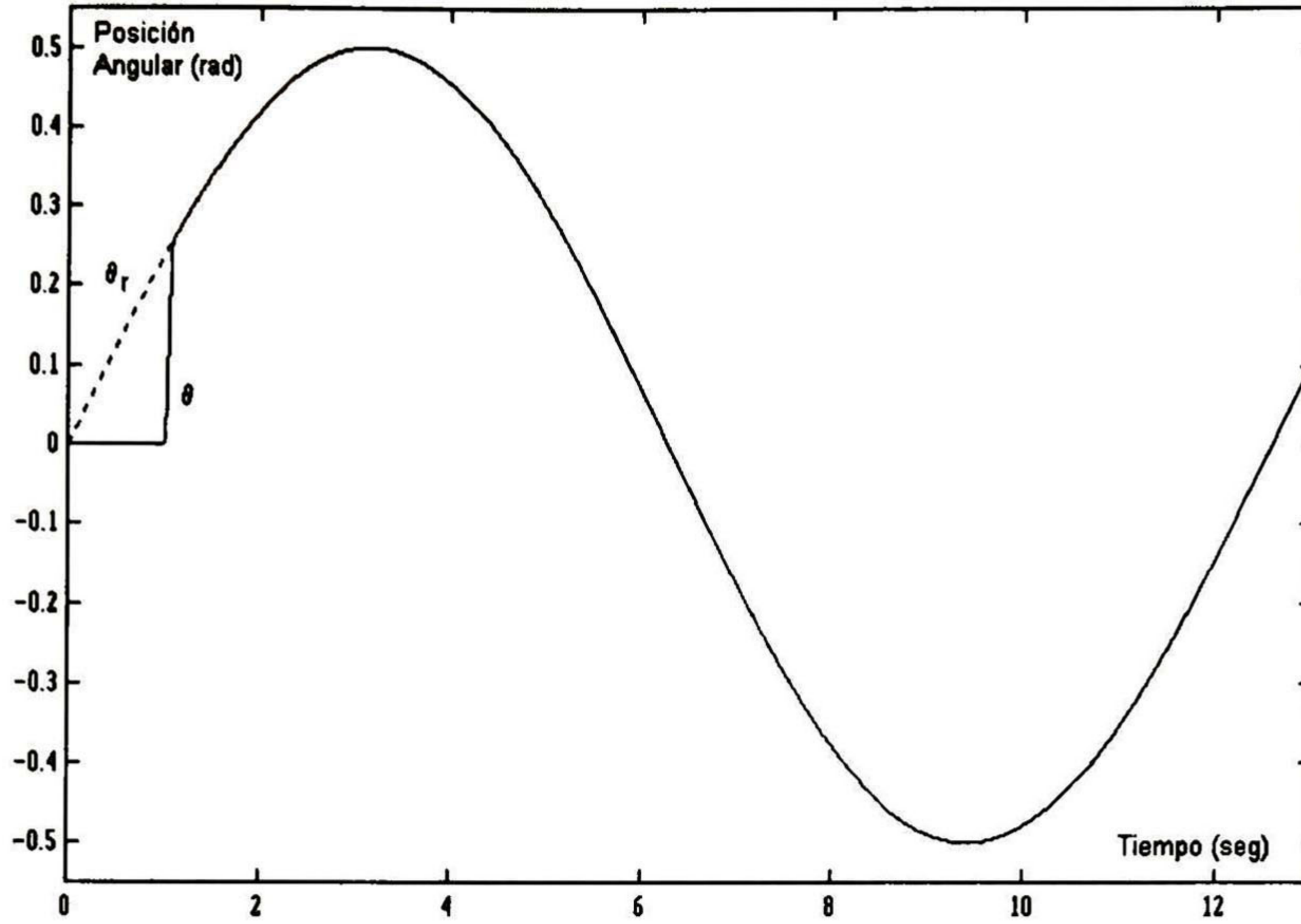


Figura 5-3: Posición angular, con cambio de parámetros

Derivando con respecto al tiempo (5.18), obtendremos la expresión

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 = & k_2(-k_2 z_2 + z_3) + \dot{f}_1 + w_{23} x_3 (-N_r x_2 \sin(N_r x_1)) + w_{23} \dot{x}_3 \cos(N_r x_1) \\ & + w_{24} x_4 (N_r x_2 \cos(N_r x_1)) + w_{24} \dot{x}_4 \sin(N_r x_1) \end{aligned} \quad (5.20a)$$

Definiendo a f_3 como

$$\begin{aligned} f_3 = & k_2(-k_2 z_2 + z_3) + \dot{f}_1 + w_{23} x_3 (-N_r x_2 \sin(N_r x_1)) + w_{24} x_4 (N_r x_2 \cos(N_r x_1)) \\ & + w_{23} \cos(N_r x_1) (-a_3 x_3 + w_{31} S(x_1) + w_{32} S(x_2) + w_{33} S(x_3)) \\ & + w_{24} \sin(N_r x_1) (-a_4 x_4 + w_{41} S(x_1) + w_{42} S(x_2) + w_{43} S(x_4)) \end{aligned}$$

despues de sustituir (5.11) y (5.12) e introducir f_3 en la ecuación (5.20a) es fácil ver que

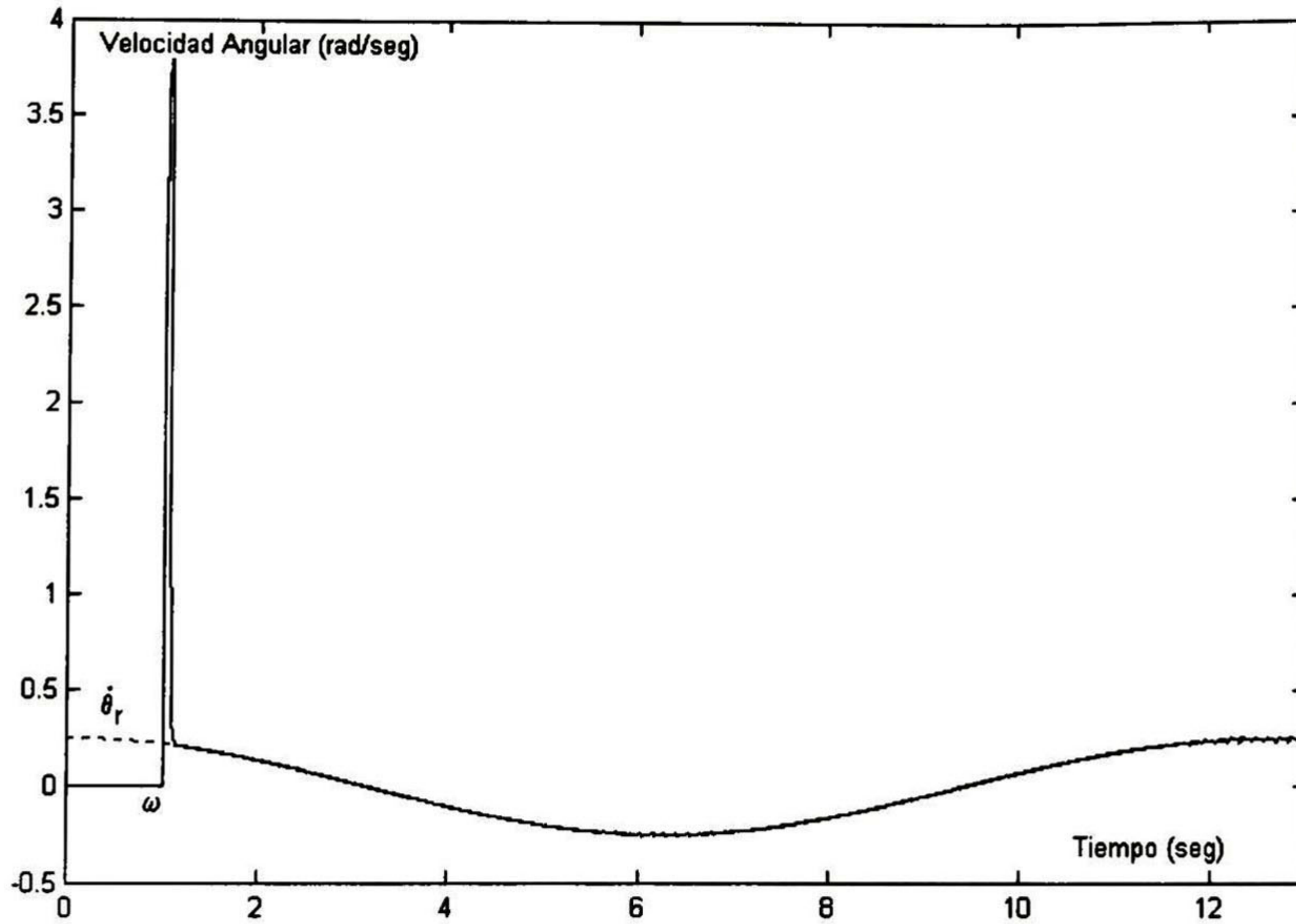


Figura 5-4: Velocidad angular con cambio de parámetros

(5.20a) se puede expresar de esta forma

$$\dot{z}_3 = f_3 + w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1)u_b + w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1)u_a \quad (5.21)$$

Proponemos entonces la siguiente ley de control

$$u_b = -u_0 \text{sign}(w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1)) \text{sign}(z_3) \quad (5.22)$$

$$u_a = -u_0 \text{sign}(w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1)) \text{sign}(z_3) \quad (5.23)$$

por lo que la ecuación (5.21) queda

$$\dot{z}_3 = f_3 - u_0 |w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1)| \text{sign}(z_3) - u_0 |w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1)| \text{sign}(z_3) \quad (5.24)$$

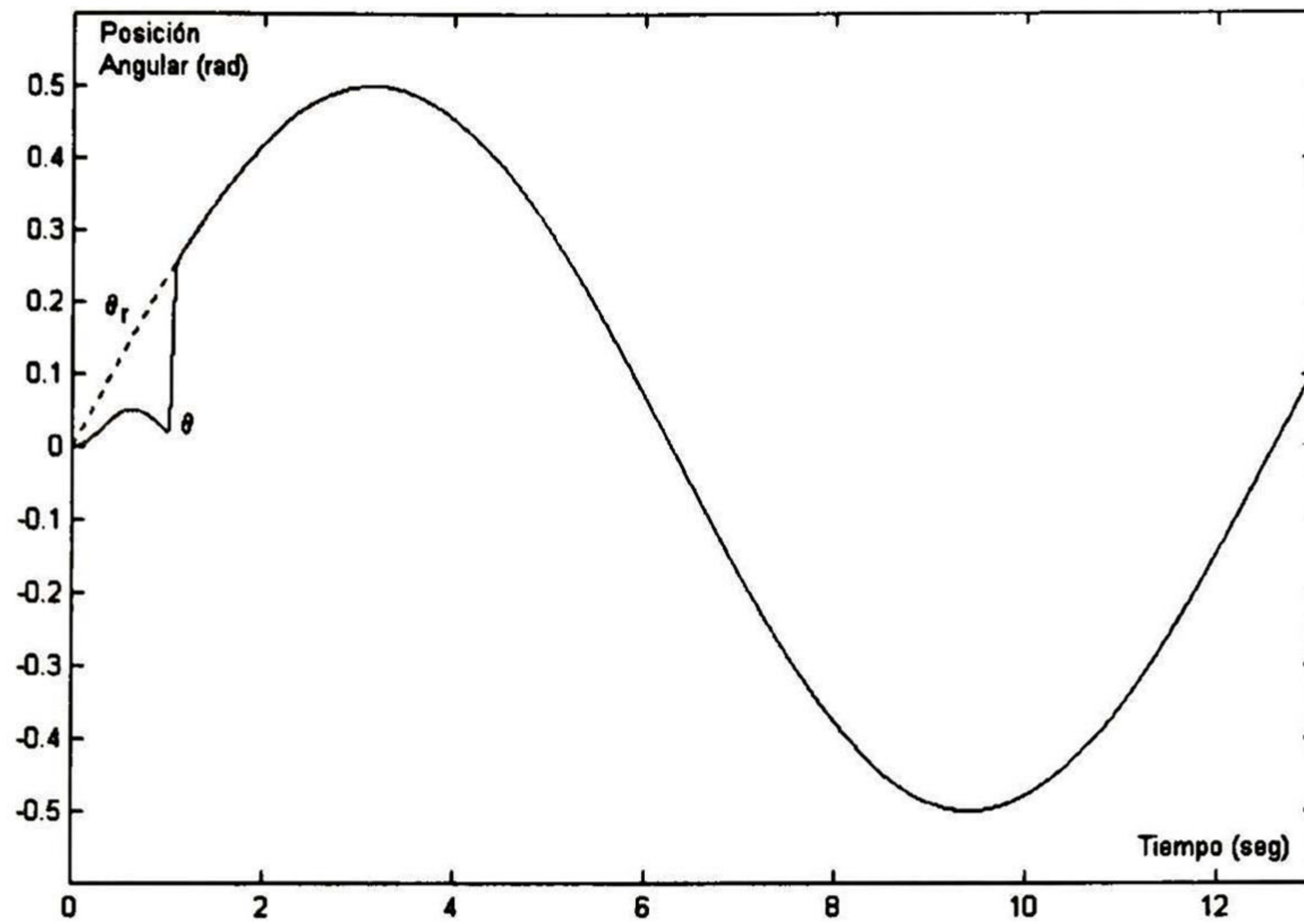


Figura 5-5: Posición angular con perturbación de par y cambio de parámetros

Finalmente todo el sistema en coordenadas z se expresa como

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (5.25)$$

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + z_3 \quad (5.26)$$

$$\dot{z}_3 = f_3 - B \text{sign}(z_3) \quad (5.27)$$

donde $B = |w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1)|u_0 + |w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1)|u_0$ y como siempre es mayor a cero, podemos seleccionar la constante positiva u_0 tal que $B < |f_3|$, entonces podemos asegurar que z_3 converge a cero en un tiempo finito y así el sistema (5.25)-(5.27), se reescribe como

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (5.28)$$

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 \quad (5.29)$$

por lo que el error de posición será asintóticamente estable.

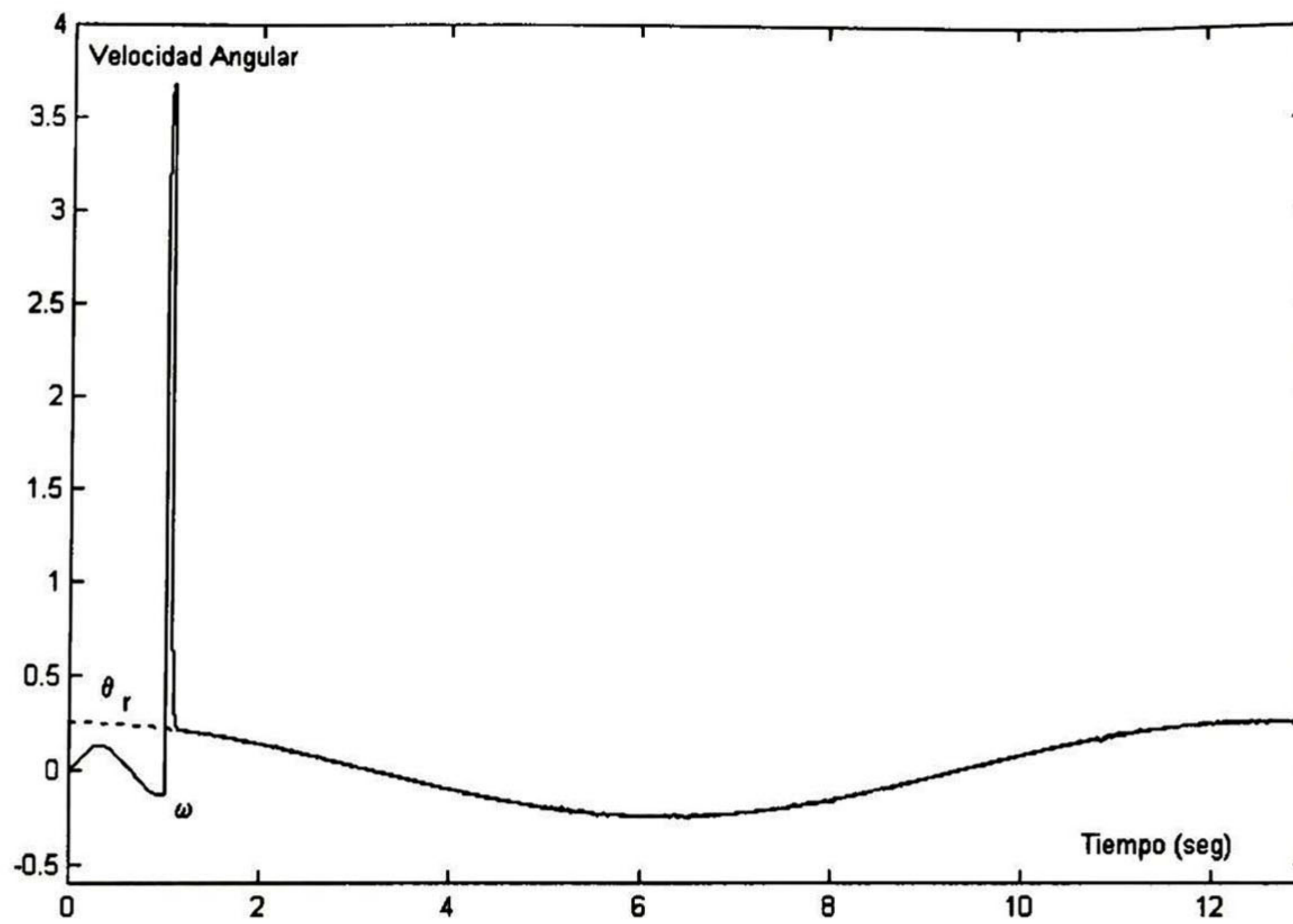


Figura 5-6: Velocidad angular con perturbación de par y cambio de parámetros

Como podemos ver en las ecuaciones (5.25)-(5.27) están todos los elementos para regular la salida del sistema, por lo tanto nuestro sistema en coordenadas z tiene una dinámica cero, pero si seleccionamos cualquier corriente de las fases A o B como nuestra cuarta variable de estado, podemos decir que esta dinámica cero es estable en el sentido salida-estado.

5.2.1 Simulación del control heurístico para el motor a pasos

Todas las simulaciones fueron hechas con los siguientes valores para los parámetros del motor y para la RHONN modificada

$$R = 8.4\Omega$$

$$L = 0.001H$$

$$K_m = 0.05V \text{ s/rad}$$

$$J = 3.6 \times 10^{-6} N \cdot m \cdot s^2/rad$$

$$b = 1 \times 10^{-4} N \cdot m \cdot s / rad$$

$$N_r = 50$$

$$\beta = 0.001$$

$$\varepsilon = 0.1$$

$$\gamma = 100$$

$$k_1 = 300$$

$$k_2 = 300$$

$$u_0 = 2V$$

Se simuló el sistema dinámico durante 13 segundos, con los parámetros ya mencionados. Para comprobar la robustez del sistema de control heurístico se hicieron tres diferentes experimentos, con perturbaciones afectando al motor durante toda la simulación. La ley de control (5.22)-(5.23) actúa sobre la planta pasado un segundo después de iniciada la simulación, esto se hace debido al fenómeno transitorio en el error de la identificación, se espera a que este transitorio se desvanezca para asegurar que error de identificación sea cero y entonces la ley de control empieza a actuar sobre el motor.

El primer experimento, se realizó aplicando al sistema real una perturbación de par $\tau = 5 \times 10^{-5} \sin(5t) Nm$. Los resultados de esta simulación se aprecian en las figuras 5-1 y 5-2.

Para el segundo experimento se varió $0.5\Omega/seg$ el valor de la resistencia a partir de su valor nominal, el comportamiento del sistema se puede ver en las figuras 5-3 y 5-4.

En el tercer experimento se combinaron las perturbaciones de par y el cambio en las resistencias de los devanados de la planta de los dos primeros experimentos, el desempeño de la misma ley de control se puede ver en las figuras 5-5 y 5-6.

Como se puede ver en las figuras anteriores la ley de control de las ecuaciones (5.22) y (5.23) mostró gran robustez bajo perturbaciones de par y cambio de la resistencia en los devanados del motor.

5.3 Control a bloques del motor a pasos

La RHONN modificada (5.9)-(5.12) también cumple con la forma no linear controlable a bloques, con $x = [x^1, x^2, x^3]^T$, $x^1 = x_1$, $x^2 = x_3$, $x^3 = [x_3, x_4]^T$, $u = [u_b, u_a]^T$, $\hat{f}_1 = 0$,

$$\hat{B}_1 = 1$$

$$\hat{f}_2(x_1, x_2) = -a_2 x_2 + w_{21} S(x_1) + w_{22} S(x_2), \quad \hat{B}_2(x_1) = \begin{bmatrix} w_{23} \cos(N_r x_1) & w_{24} \sin(N_r x_1) \end{bmatrix}$$

$$\hat{f}_3(x) = \begin{bmatrix} -a_3 x_3 + w_{31} S(x_1) + w_{32} S(x_2) + w_{33} S(x_3) \\ -a_4 x_4 + w_{41} S(x_1) + w_{42} S(x_2) + w_{43} S(x_4) \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_3 = \begin{bmatrix} w_{34} & 0 \\ 0 & w_{44} \end{bmatrix}$$

$n_1 = n_2 = 1$ y $n_3 = m = 2$. Por lo tanto podemos usar la metodología de control a

bloques descrita en el Capítulo 3.

En el paso 1, definimos a la trayectoria a ser seguida como θ_r ; entonces el error de seguimiento da

$$z_1 = x_1 - \theta_r \tag{5.30}$$

Elegimos el quasi control x_2 en el primer bloque del sistema

$$x_2 = x_1^c - k_1 z_1 + z_2, \quad x_1^c = \dot{\theta}_r \tag{5.31}$$

y nos queda

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \tag{5.32}$$

donde z_2 es una nueva variable, y $k_1 > 0$. Obtenemos que

$$z_2 = k_1(x_1 - \theta_r) + x_2 - \dot{\theta}_r := \alpha_1(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r) \tag{5.33}$$

En el segundo paso, tomamos la derivada de z_2 , con respecto al tiempo a largo de las

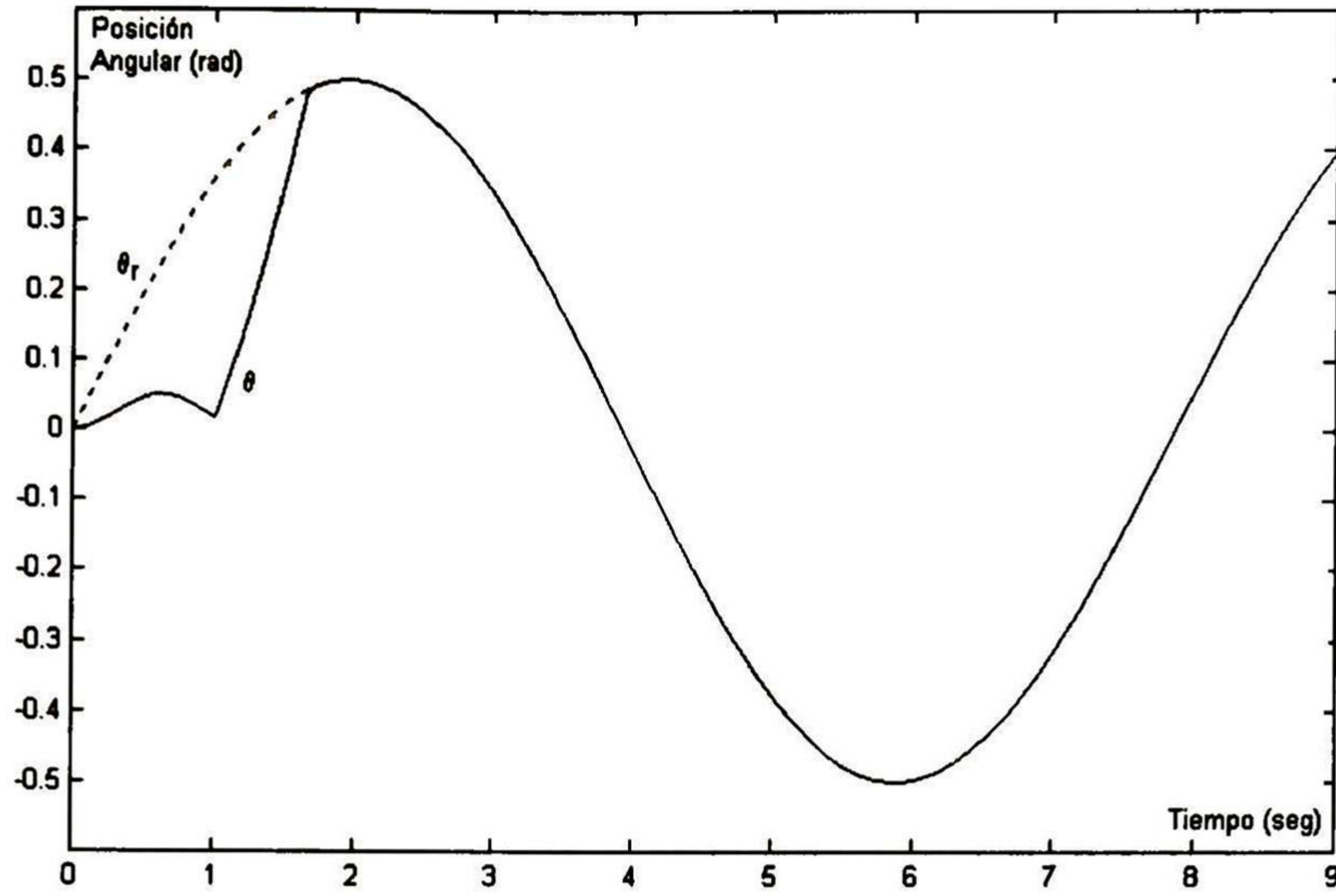


Figura 5-7: Posición angular con perturbación de par

trayectorias de laRHONN modificada (5.9)-(5.12), entonces:

$$\dot{z}_2 = \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) + \bar{B}_2(x_1)x^3 \quad (5.34)$$

donde $\bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \hat{f}_2(x^1, x^2) - \ddot{\theta}_r$, $\bar{B}_2(x_1) = \hat{B}_2(x_1)$ Debido a que $n_2 < n_3$, elegimos el vector de quasi control $x^3 = [x_3, x_4]^T$ en (5.34) como

$$x^3 = x_c^3 + \bar{B}_2^+(x^1)(-k_2 z_2 + E_{2,1} z^3), \quad x_c^3 = -\bar{B}_2^+(x^1) \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) \quad (5.35)$$

x_c^3 se calcula de $\dot{z}_2 = 0$ a lo largo de las trayectorias de (5.9)-(5.12).

Sustituyendo (5.34) en (5.35) segundo bloque del sistema se transforma a

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + E_{2,1} z^3 \quad (5.36)$$

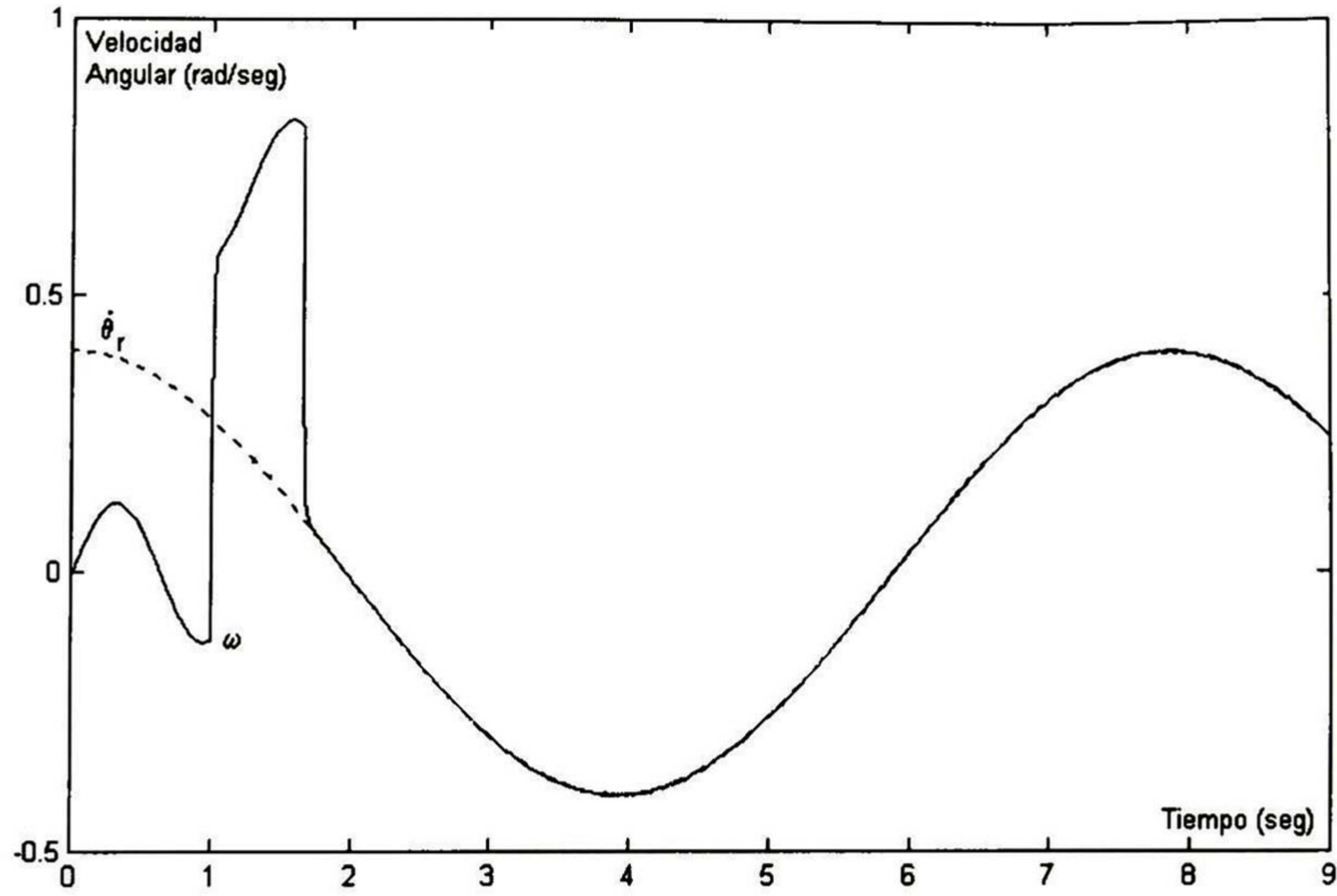


Figura 5-8: Velocidad angular con perturbación de par

donde $z^3 = [z_3, z_4]^T$, $k_2 > 0$ y $E_{2,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$. Es evidente que la matriz $\bar{B}_2(x_1)$ no satisface la suposición (3.82). Por lo tanto, elegimos la matriz

$$B_{2,2}(x_1) = \begin{bmatrix} -w_{23} \sin(N_r x_1) & w_{24} \cos(N_r x_1) \end{bmatrix}$$

en lugar de la matriz $E_{2,2}$ en (3.82):

$$\tilde{B}_3(x_1) := \begin{bmatrix} \hat{B}_2(x_1) \\ B_{2,2}(x_1) \end{bmatrix}$$

tal que $\det(\tilde{B}_3(x^1, x^2)) = w_{23}w_{24}w_{34}w_{44} \neq 0$ para toda x_1 . Entonces,

$$z^3 = \tilde{B}_3(x_1)x^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) + k_2\alpha_1(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r) \\ 0 \end{bmatrix} := \alpha_2(x, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) \quad (5.37)$$

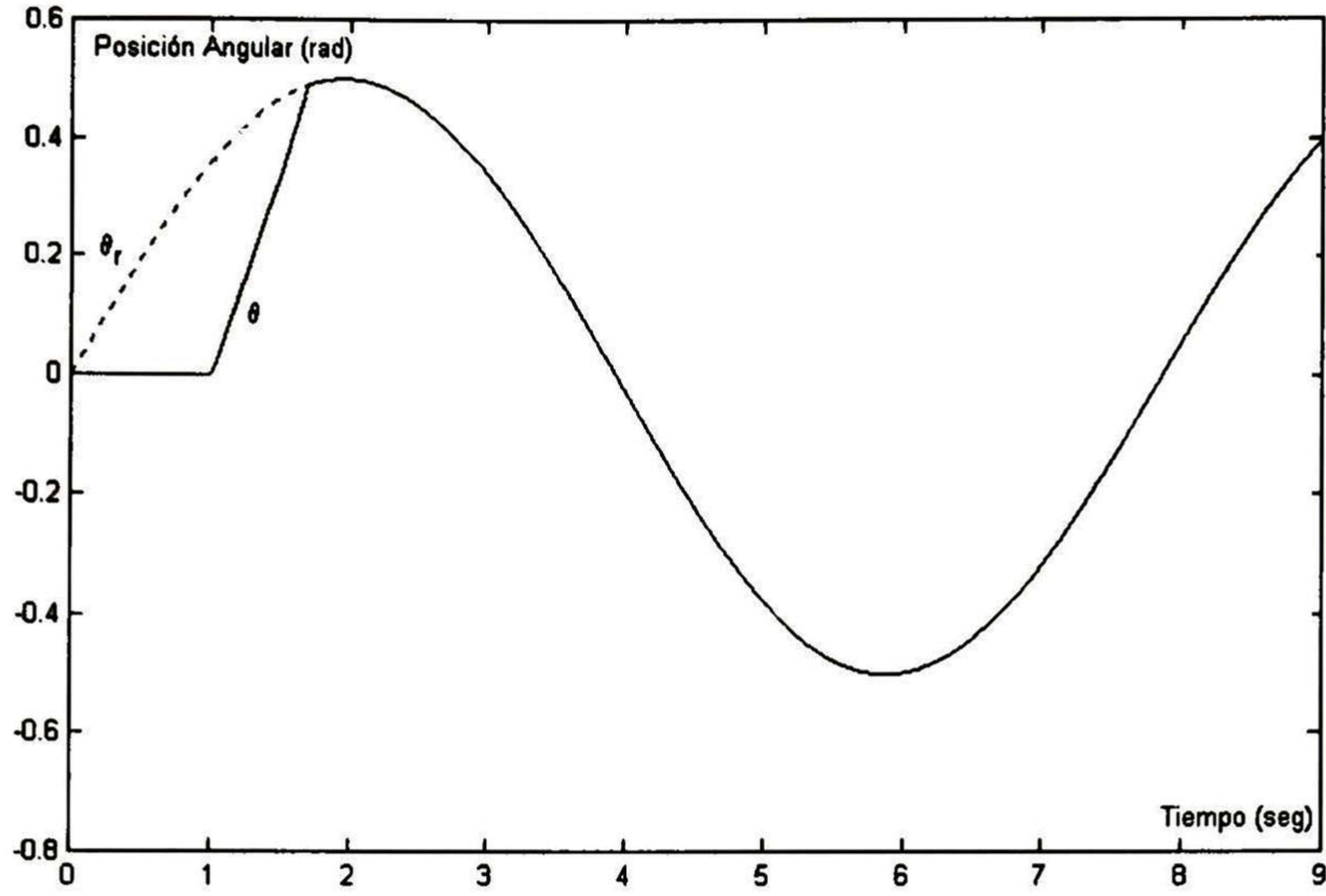


Figura 5-9: Posición angular con cambio de parámetros

En el tercer y último paso derivamos (5.37) obteniendo

$$\dot{z}^3 = \bar{f}_3(x, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) + \bar{B}_3(x_1)u \quad (5.38)$$

donde $\bar{f}_3(x) = \bar{f}_2(x^1, x^2) = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \hat{f}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} \hat{f}_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \theta} \dot{\theta}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \theta} \ddot{\theta}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \theta} \ddot{\theta}_r$ y

$$\bar{B}_3(x_1) = \tilde{B}_3(x_1) \hat{B}_3 = \begin{bmatrix} w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1) & w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1) \\ -w_{23}w_{34} \sin(N_r x_1) & w_{24}w_{44} \cos(N_r x_1) \end{bmatrix}$$

$\bar{B}_3 = \tilde{B}_3 \hat{B}_3$. Notese que $\text{rango}(\bar{B}_3) = m = 2$.

Ahora elegimos la estrategia de control de manera similar a (3.86)

$$u = -k_3 \bar{B}_3^{-1}(x_1) \text{sign}(z^3) \quad (5.39)$$

con

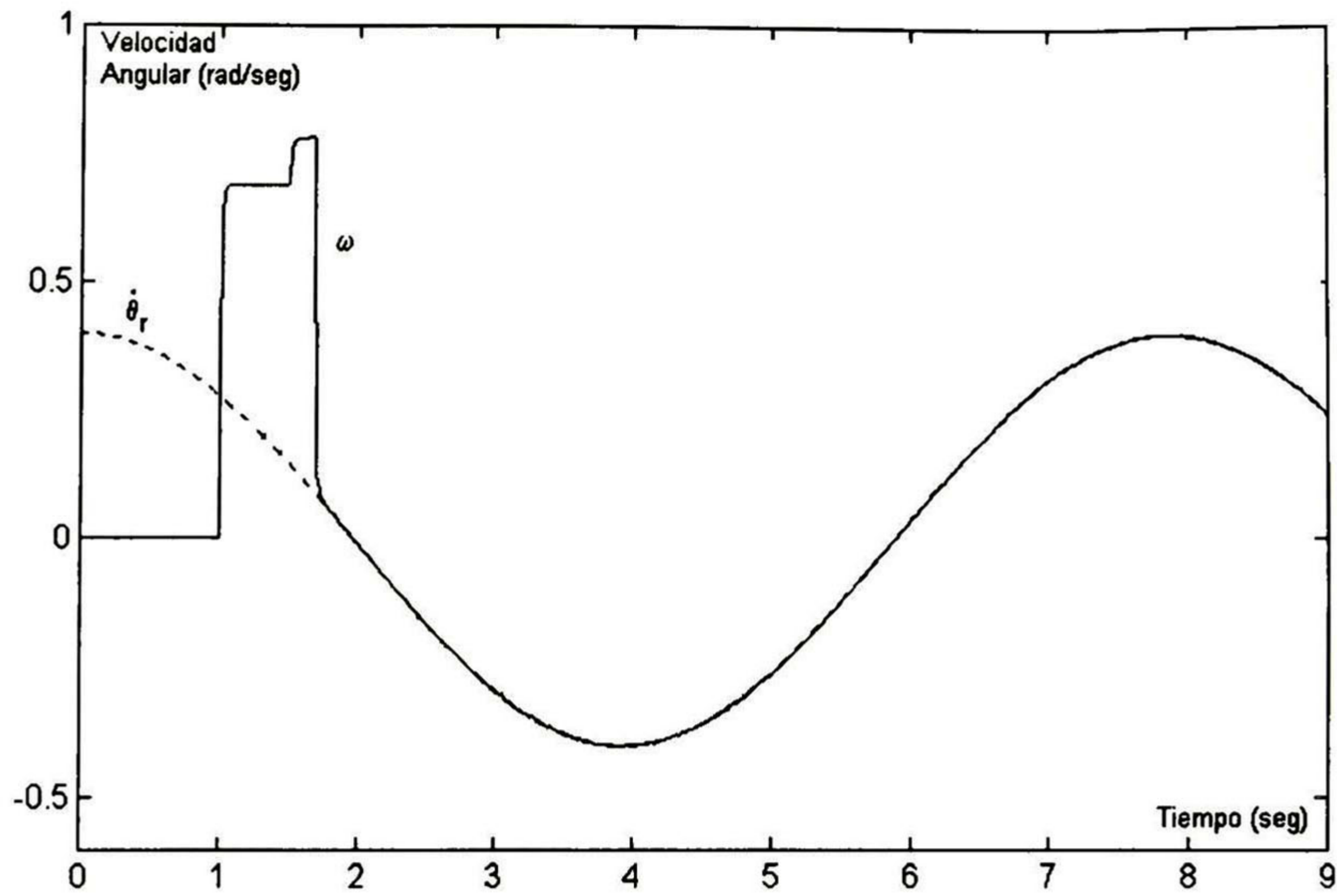


Figura 5-10: Velocidad angular con cambio de parámetros

$$\bar{B}_3^{-1}(x_1) = \frac{1}{w_{23}w_{34}w_{24}w_{44}} \begin{bmatrix} w_{24}w_{44} \cos(N_r x_1) & -w_{24}w_{44} \sin(N_r x_1) \\ w_{23}w_{34} \sin(N_r x_1) & w_{23}w_{34} \cos(N_r x_1) \end{bmatrix}$$

$$\text{sign}(z^3) = \begin{bmatrix} \text{sign}(z_3) \\ \text{sign}(z_4) \end{bmatrix}$$

Bajo la que $\|\bar{f}_3(x)\|_2 < k_3$ garantizamos que z^3 converja a cero en un tiempo finito, por lo que el sistema es descrito en las coordenadas z por el sistema lineal de segundo orden

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (5.40)$$

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 \quad (5.41)$$

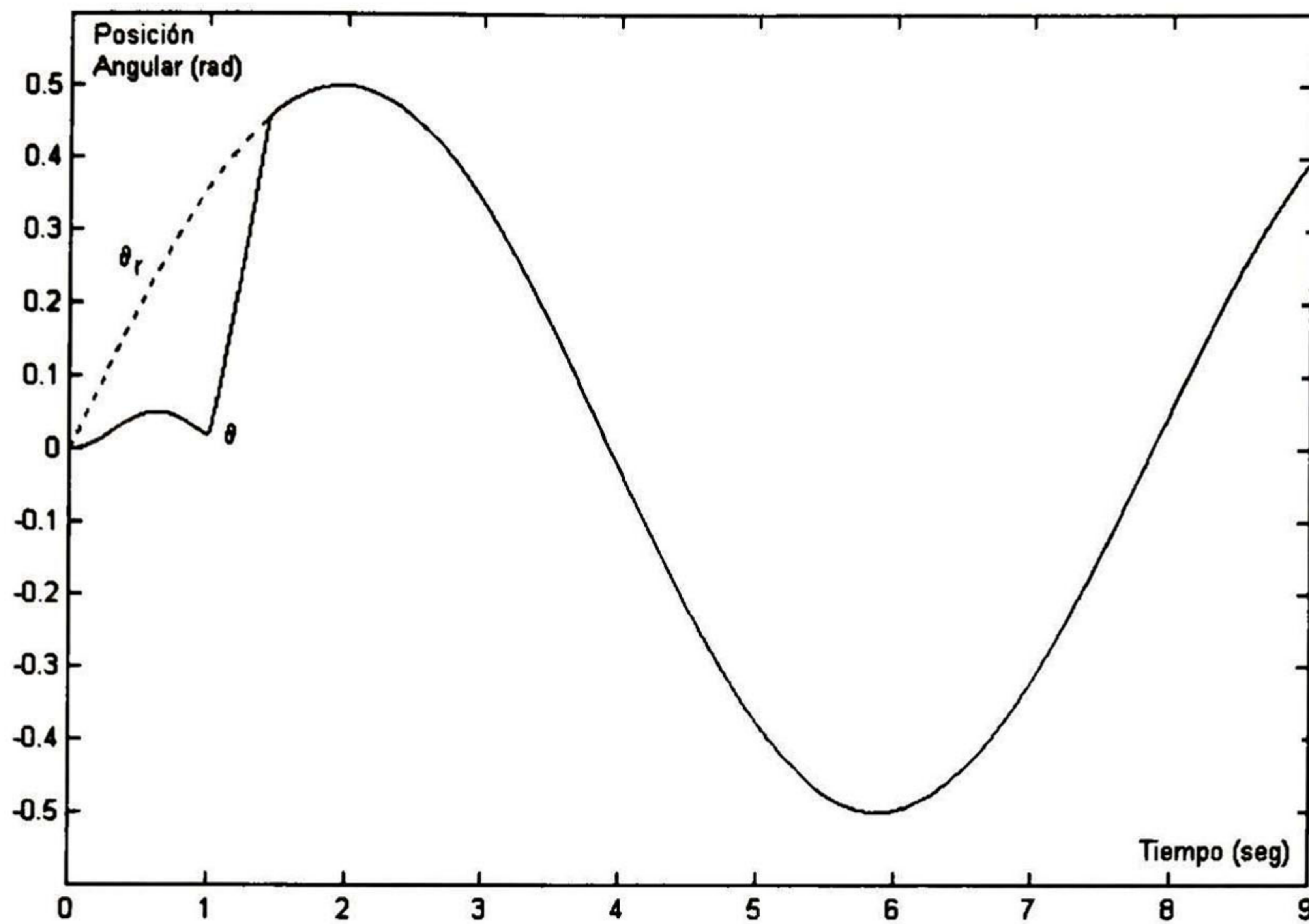


Figura 5-11: Posición, con perturbación de par y cambio de parámetros

con eigenvalores deseados $-k_1$ y $-k_2$, y consecuentemente el error de seguimiento converge a cero. Tanto para la posición como para la velocidad.

5.3.1 Simulación del control a bloques para el motor a pasos

Para simular el control a bloques del motor a paso se utilizó la herramienta Simulink de Matlab. Al igual que todos los experimentos anteriores; solo que se simularon 7 segundos, la referencia de la posición angular fue $\omega_r = 0.5 \sin(0.8t)$ y con las constantes $k_1 = 150$, $k_2 = 250$ y $k_3 = 10000$. Se realizaron tres simulaciones, en la primera se probó la robustez del sistema de control introduciendo a la planta real una perturbación de par $\tau = 0.00005 \sin(5t)$; en el segundo experimento la perturbación introducida es una variación de $0.5 \Omega/\text{seg}$ en el valor de la resistencia de ambos devanados, y en el último experimento se combinaron el mismo tiempo la perturbación y el cambio en la

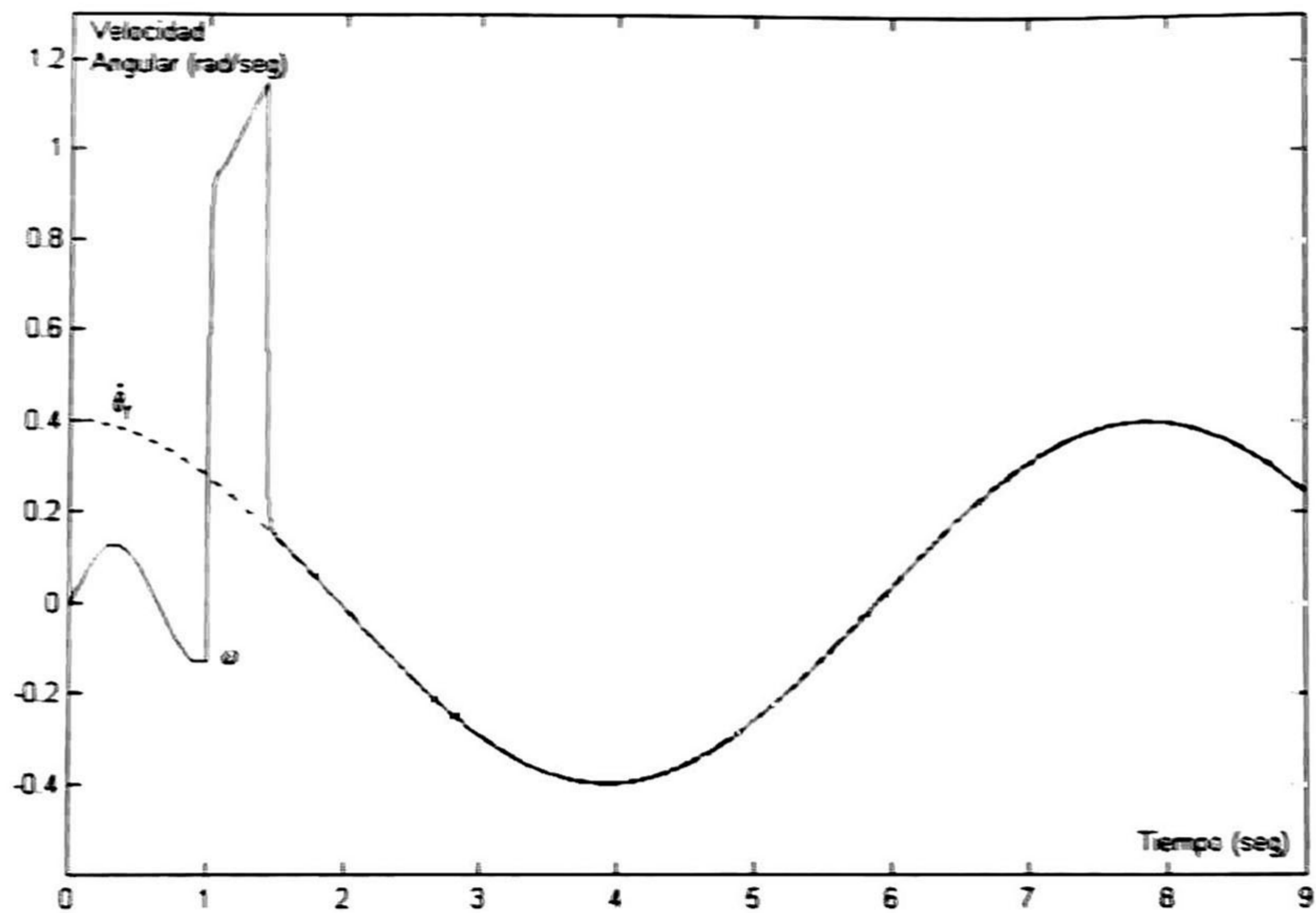


Figura 5-12: Velocidad angular con perturbación de par y cambio de parámetros

resistencia de los devanados. Todas las perturbaciones afectaron al motor durante todo el tiempo que duro la simulación. La ley de control (5.39) actúa sobre la planta pasado un segundo después de iniciada la simulación, esto se hace debido al transitorio en el error de la identificación. En las figuras 5-7 y 5-8 muestran los resultados obtenidos en el primer experimento. Para la segunda simulación los resultados se aprecian en las figuras 5-9 y 5-10. En el último experimento, las figuras 5-11 y 5-12 muestran los resultados obtenidos. Como se puede apreciar en las figuras anteriores la ley de control (5.39) mostró gran robustez ante las perturbaciones externas y ante el cambio en la resistencia de los devanados del motor.

Capítulo 6

MOTOR DE INDUCCIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en simulación de un sistema de control para un motor de inducción, basándose en los esquemas de identificación y control del capítulo 3. Al igual que en los dos capítulos anteriores se desarrolló una ley de control heurística y una ley de control por bloques, ambas leyes están basadas en el modelo neuronal, en ambos casos los resultados son satisfactorios.

6.1 Modelo matemático del motor de inducción

El motor de inducción es probablemente el más común de los motores eléctricos de corriente alterna. Al igual que el motor de C.D., un motor de inducción consta de un estator y un rotor, montado este último sobre cojines y separado del estator por un entrehierro. El núcleo del estator, hecho de laminaciones, lleva conductores colocados en ranuras. Estos conductores están interconectados en una forma predeterminada y constituyen los devanados de armadura. Este tipo de motor trabaja sobre la base de interacción entre las corrientes inducidas en el rotor y el campo del entrehierro.

Al analizar las ecuaciones de voltaje que describen el comportamiento del motor de inducción, encontramos que las inductancias mutuas están en función de la posición del rotor, por lo que tenemos que dichos parámetros son variantes en el tiempo. Obtener un

modelo matemático, en el cual existan parámetros en el tiempo es realmente difícil, por lo que se hace uso de cambios de variables o transformaciones, con la finalidad de reducir la complejidad de las ecuaciones.

Las inductancias variantes en el tiempo, debido a los circuitos eléctricos en movimiento relativo, podrían ser eliminadas mediante la transformación de variables asociadas a devanados ficticios estacionarios y pseudoestacionarios. En este caso las variables son transformadas bajo en un sistema de referencia fijo en el estator.

El modelo $\alpha - \beta$ del motor de inducción usado en esta tesis es el siguiente

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega}{dt} &= c_1(\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) - c_0 T_L \\
 \frac{d\psi_\alpha}{dt} &= -c_2 \psi_\alpha - n_p \omega \psi_\beta + c_3 i_\alpha \\
 \frac{d\psi_\beta}{dt} &= -c_2 \psi_\beta + n_p \omega \psi_\alpha + c_3 i_\beta \\
 \frac{di_\alpha}{dt} &= c_4 \psi_\alpha + c_5 n_p \omega \psi_\beta - c_5 i_\alpha + c_7 u_\alpha \\
 \frac{di_\beta}{dt} &= c_4 \psi_\beta - c_5 n_p \omega \psi_\alpha - c_5 i_\beta + c_7 u_\beta
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

donde ω es la velocidad de la flecha del motor, ψ_α es el flujo magnético del rotor en α , ψ_β es el flujo magnético del rotor en β , i_α es la corriente del estator en α , i_β es la corriente del estator β , u_α es el voltaje aplicado en α y u_β es el voltaje aplicado en β , T_L es el par de carga, con las constantes $c_0 = \frac{1}{J}$, $c_1 = \frac{3}{2} \frac{M n_p}{J L_r}$, $c_2 = \frac{R_r}{L_r}$, $c_3 = \frac{R_r M}{L_r}$, $c_4 = \frac{R_r}{L_r} \frac{M}{L_s L_r - M^2}$, $c_5 = \frac{M}{L_s L_r - M^2}$, $c_6 = \frac{R_s L_r^2 + R_r M^2}{L_s (L_s L_r - M^2)}$, $c_7 = \frac{L_r}{L_s L_r - M^2}$ y además

R_s : Resistencia del Estator

L_s : Inductancia del Estator

M : Inductancia Mutua

R_r : Resistencia del Rotor

L_r : Inductancia del Rotor

n_p : Número de Pares de Polos

J : Momento Inercia

Haciendo el cambio de variables $\chi_1 = \omega$, $\chi_2 = \psi_\alpha$, $\chi_3 = \psi_\beta$, $\chi_4 = i_\alpha$, $\chi_5 = i_\beta$, el sistema es descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
\dot{\chi}_1 &= c_1(\chi_2\chi_5 - \chi_3\chi_4) - c_0T_L \\
\dot{\chi}_2 &= -c_2\chi_2 - n_p\chi_1\chi_3 + c_3\chi_4 \\
\dot{\chi}_3 &= -c_2\chi_3 + n_p\chi_1\chi_2 + c_3\chi_5 \\
\dot{\chi}_5 &= c_4\chi_2 + c_5n_p\chi_1\chi_3 - c_6\chi_4 + c_7u_\alpha \\
\dot{\chi}_6 &= c_4\chi_3 - c_5n_p\chi_1\chi_2 - c_6\chi_5 + c_7u_\beta
\end{aligned} \tag{6.2}$$

Ahora proponemos el siguiente modelo neuronal para identificar la planta

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) + w_{14}(x_2x_5 - x_3x_4) \\
\dot{x}_2 &= -a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}S(x_3) + w_{24}x_4 \\
\dot{x}_3 &= -a_3x_3 + w_{31}S(x_1) + w_{32}S(x_2) + w_{33}S(x_3) + w_{34}x_5 \\
\dot{x}_4 &= -a_4x_4 + w_{41}S(x_1) + w_{42}S(x_2) + w_{43}S(x_3) + w_{44}S(x_4) + w_{45}u_\alpha \\
\dot{x}_5 &= -a_5x_5 + w_{51}S(x_1) + w_{52}S(x_2) + w_{53}S(x_3) + w_{54}S(x_5) + w_{55}u_\beta
\end{aligned} \tag{6.3}$$

con $z'_{I_i} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3)]^T$, $i = 1, 2, 3$, $z''_{I_1} = (x_2x_5 - x_3x_4)$, $z''_{I_2} = [x_4]$, $z''_{I_3} = [x_5]$, $z'_{I_4} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3), S(x_4)]^T$, $z'_{I_5} = [S(x_1), S(x_2), S(x_3), S(x_5)]^T$, $z''_{I_4} = [u_\alpha]$, $z''_{I_5} = [u_\beta]$, $w'_1 = [w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}]^T$, $w''_1 = [w_{14}]^T$, $w'_2 = [w_{21}, w_{22}, w_{23}]^T$, $w''_2 = [w_{24}]$, $w'_3 = [w_{31}, w_{32}, w_{33}]^T$, $w''_3 = [w_{34}]$, $w''_4 = [w_{41}, w_{42}, w_{43}, w_{44}]^T$, $w''_4 = [w_{45}]$, $w''_5 = [w_{51}, w_{52}, w_{53}, w_{54}]^T$, $w''_5 = [w_{55}]$

Y con los siguientes valores para los pesos fijos

$$w_{14} = c_1, w_{24} = c_3, w_{34} = c_3, w_{45} = c_7 \text{ and } w_{55} = c_7$$

6.2 Control heurístico del motor de inducción

Para realizar este tipo de control proponemos el siguiente cambio de variable

$$z_1 = x_1 - \omega_r \quad (6.4)$$

donde ω_r es la velocidad de referencia. Derivando (6.4) con respecto al tiempo a largo de las trayectorias de (6.3), obtenemos.

$$\dot{z}_1 = -a_1 x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) + w_{14}(x_2 x_5 - x_3 x_4) - \dot{\omega}_r \quad (6.5)$$

Si definimos

$$z_2 = k_1 z_1 - a_1 x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) + w_{14}(x_2 x_5 - x_3 x_4) - \dot{\omega}_r \quad (6.6)$$

(6.5) nos queda

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (6.7)$$

Derivando (6.6) con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (6.3)

$$\dot{z}_2 = f_2 + w_{14}w_{55}x_2 u_\beta - w_{14}w_{45}x_3 u_\alpha \quad (6.8)$$

donde

$$f_1 = k_1 z_1 - a_1 x_1 + w_{11} S(x_1) + w_{12} S(x_2) + w_{13} S(x_3) - \dot{\omega}_r \quad (6.9)$$

$$f_2 = \dot{f}_1 + w_{14} \dot{x}_2 x_5 - w_{14} \dot{x}_3 x_4 \quad (6.10)$$

$$+ w_{14} (-a_4 x_4 + w_{41} S(x_1) + w_{42} S(x_2) + w_{43} S(x_3) + w_{44} S(x_4)) \\ - w_{14} (-a_5 x_5 + w_{51} S(x_1) + w_{52} S(x_2) + w_{53} S(x_3) + w_{54} S(x_5))$$

Ahora elegimos la siguiente ley de control

$$u_\alpha = -\text{sign}(w_{14} w_{55} x_2) \text{sign}(z_2) u_0 \\ u_\beta = -\text{sign}(w_{15} w_{45} x_3) \text{sign}(z_2) u_0 \quad (6.11)$$

por lo que la ecuación (6.8) nos queda

$$\dot{z}_2 = f_2 - u_0 (|w_{14} w_{55} x_2| + |w_{14} w_{45} x_3|) \text{sign}(z_2) \quad (6.12)$$

Para asegurar que el z_2 converja a cero en un tiempo finito es suficiente que

$$(|w_{14} w_{55} x_2| + |w_{14} w_{45} x_3|) u_0 > |f_2| \quad (6.13)$$

Si se cumple (6.13) podemos reescribir (6.7) como

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1$$

con lo que aseguramos la convergencia asintótica del error de seguimiento de la velocidad de referencia. Sin embargo es muy difícil comprobar la que condición de (6.13) se cumpla, puesto que x_2 y x_3 pueden ser cero simultáneamente.

Nuevamente, como en el caso del control heurístico del motor a pasos, existe una dinámica cero en el sistema en coordenadas z , pero también podemos asegurar que esta

dinámica es estable en el sentido entrada-estado.

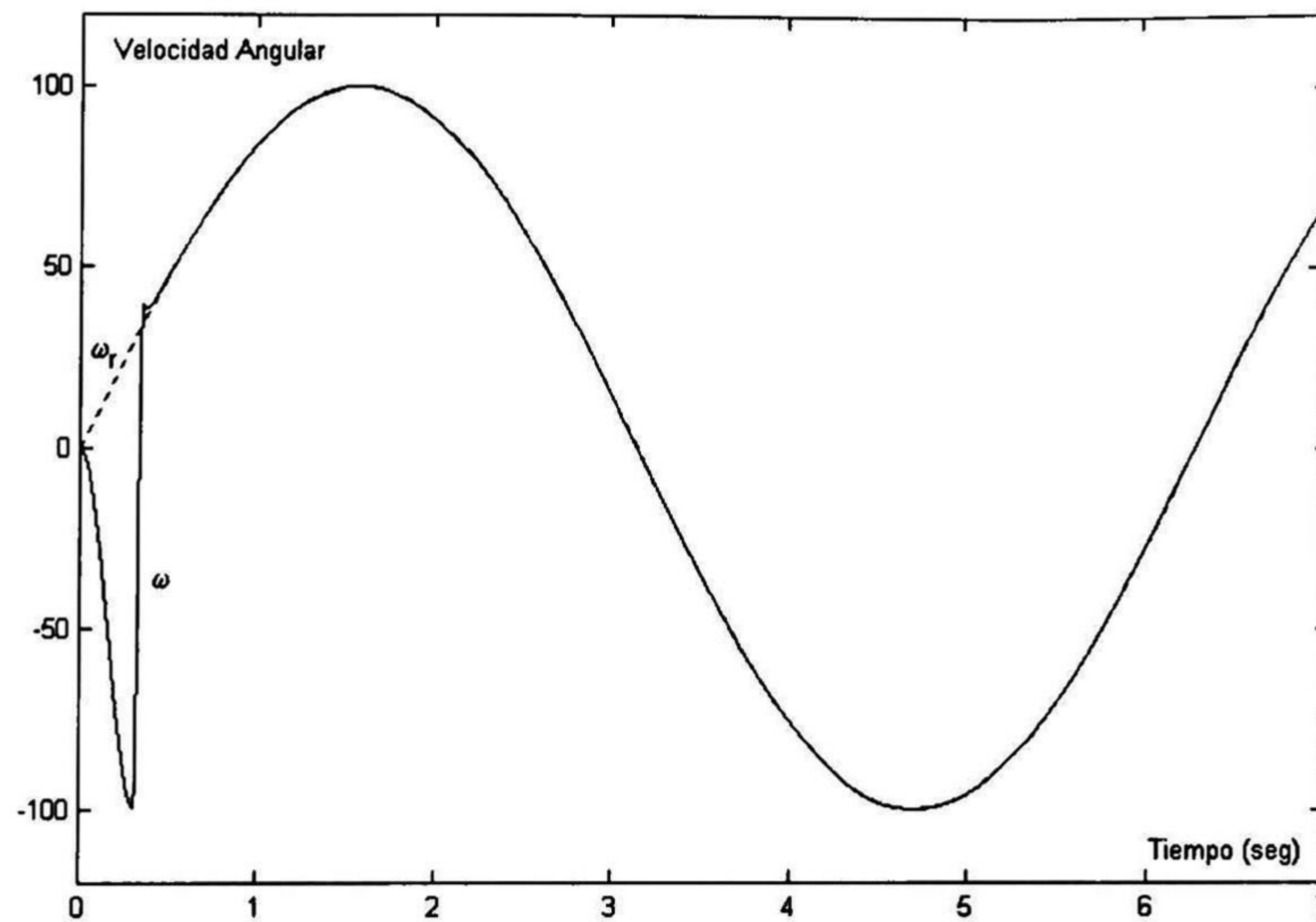


Figura 6-1: Velocidad angular, con perturbacion de par

6.2.1 Simulación del control heurístico del motor de inducción

La simulación del sistema de control heurístico se realizó usando el paquete Simulink de Matlab, las ecuaciones diferenciales se resolvieron con el método de integración Prince-Dormand, con un periodo de muestreo de $1 \times 10^{-4} s$, durante 7 segundos. Para la RHONN modificada se usó la ecuación (6.4) y para simular el motor de inducción se utilizó el modelo de la ecuación (6.3) con los siguientes valores

$$R_s = 14\Omega$$

$$L_s = 400mH$$

$$M = 377mh$$

$$R_r = 10.1\Omega$$

$$L_r = 412.8mH$$

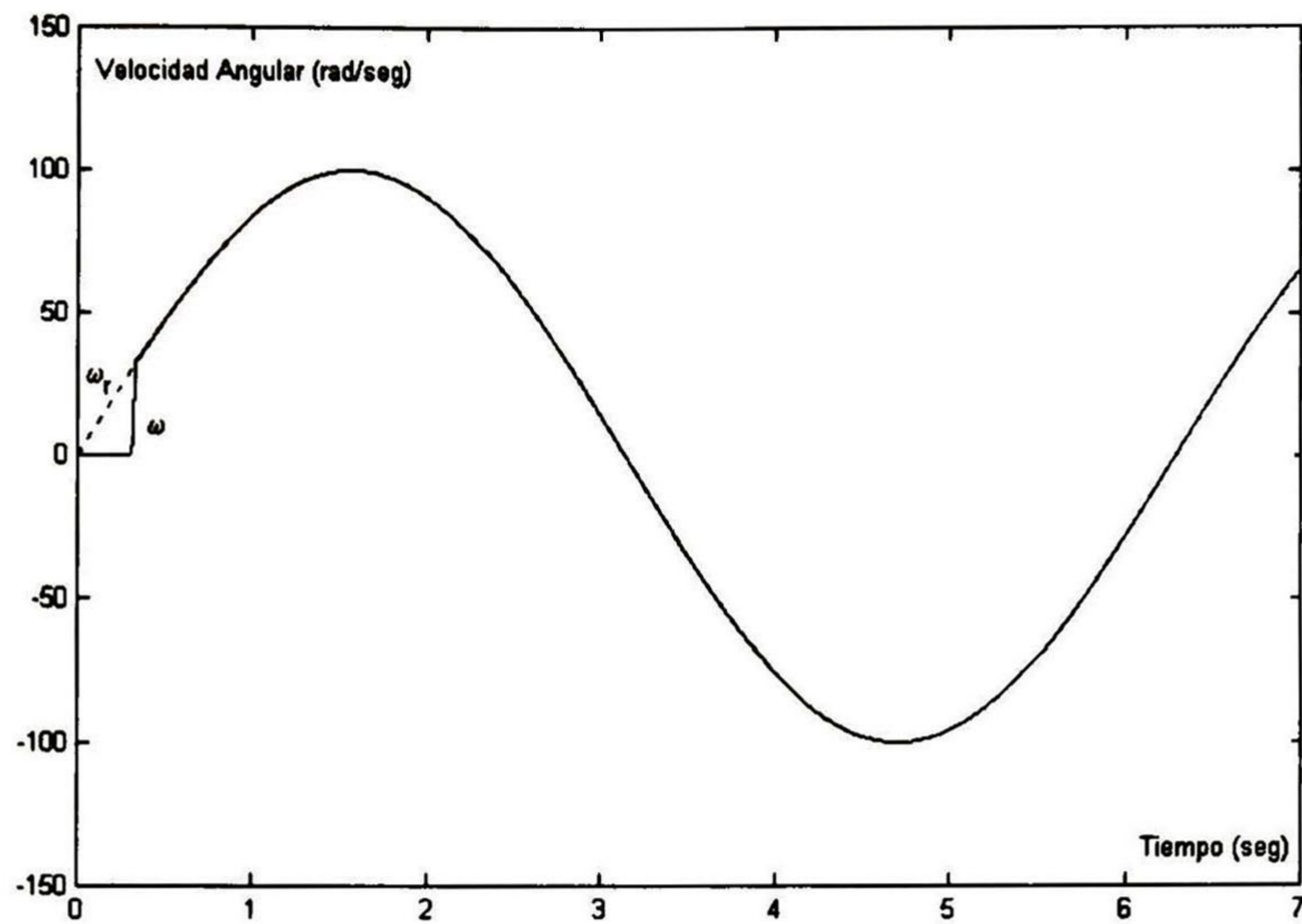


Figura 6-2: Velocidad angular, con variación de parámetros

$$\begin{aligned}
 n_p &: 2 \\
 J &: 0.01 \text{ Kg}m^2 \\
 \beta &= 0.01 \\
 \varepsilon &= 0.1 \\
 \gamma &= 50 \\
 u_0 &= 220 \\
 k_1 &= 550
 \end{aligned}$$

Se realizaron tres experimentos para probar la robustez de la ley, primero con perturbación de par $T_L = 5 \sin(10t) N \cdot m$, el segundo con la resistencia del rotor incrementándose desde su valor nominal $0.5 \Omega/s$, y por último con perturbación de par y variación en la resistencia. En todos los experimentos el control (6.11) actúa sobre la planta después de 0.5 segundos de iniciada la simulación; esto se debe al transitorio existente en error de identificación. También en las tres simulaciones la referencia de velocidad angular esta

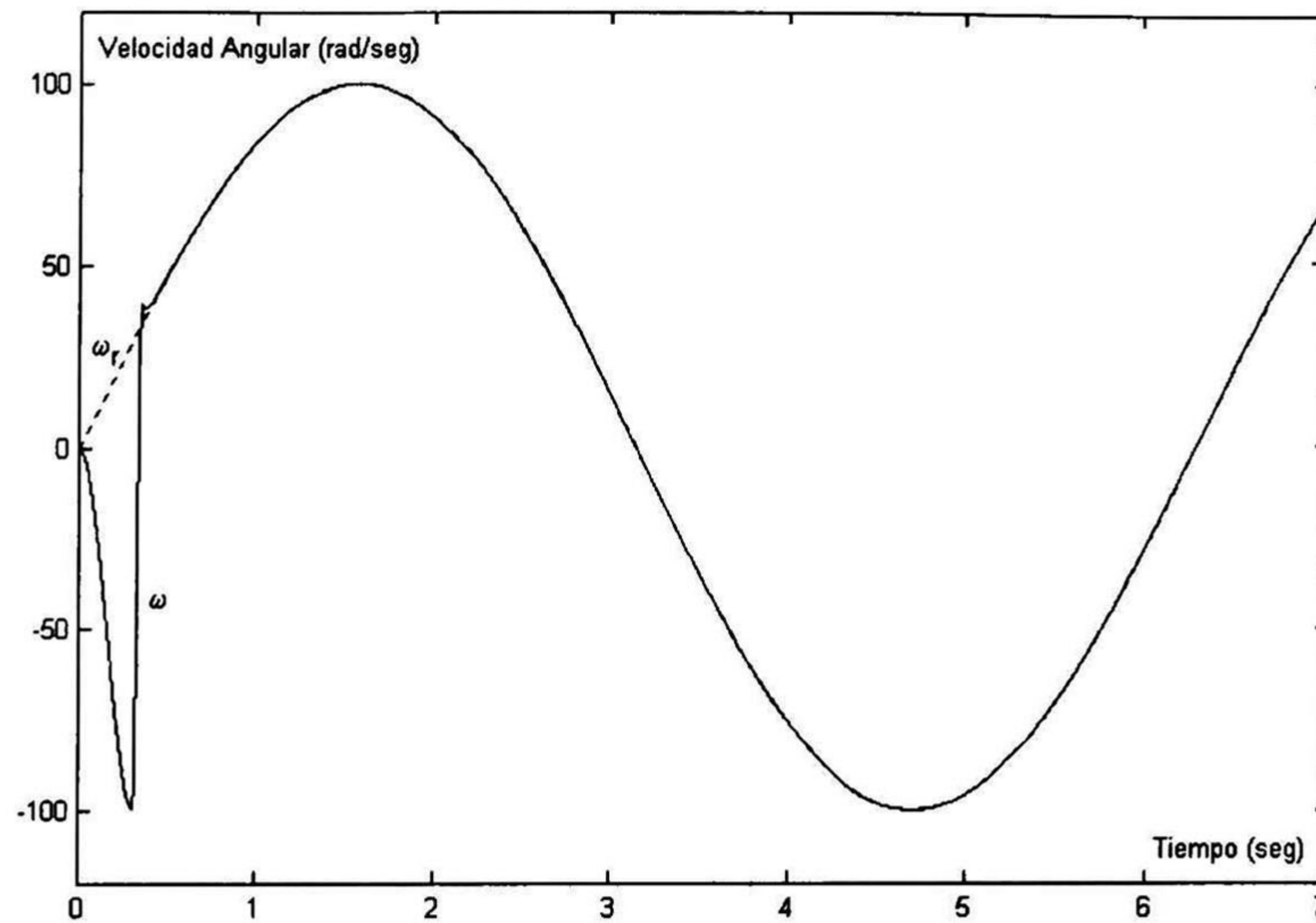


Figura 6-3: Velocidad angular, con perturbacion de par y variación de parámetros

dada por $\omega_r = 100 \sin(0.1t) \text{ rad/s}$. Las figuras 6-1, 6-2 y 6-3 muestran el comportamiento de la velocidad angular con respecto a su referencia, en los tres experimentos respectivamente. Las perturbaciones externas y el cambio de parámetros afectaron a la planta durante todo el proceso de simulación. Como se puede ver en las figuras anteriores, la ley de control de la ecuación (6.11) mostró gran robustez ante las perturbaciones de par y al cambio en la resistencia del rotor.

6.3 Control a bloques del motor de inducción.

Una vez determinado el modelo del identificador neuronal, desarrollamos una ley de control por bloques. El modelo neuronal (6.3) tiene una forma cuasi no lineal controlable

a bloques

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= \hat{f}_1(x^1) + \hat{B}_1(x^1)x^2 \\ \dot{x}^2 &= \hat{f}_2(x^1, x^2) + \hat{B}_2(x^1, x^2)u\end{aligned}\quad (6.14)$$

con $x = [x^1, x^2]^T$, $x^1 = [x_1, x_2, x_3]^T$, $x^2 = [x_4, x_5]^T$, $u = [u_\alpha, u_\beta]^T$, $n_1 = 3$ y $n_2 = m = 2$.

$$\begin{aligned}\hat{f}_1(x^1) &= \begin{bmatrix} -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) \\ -a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}S(x_3) \\ -a_3x_3 + w_{31}S(x_1) + w_{32}S(x_2) + w_{33}S(x_3) \end{bmatrix}, \hat{B}_1(x^1) = \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ w_{24} & 0 \\ 0 & w_{34} \end{bmatrix} \\ \hat{f}_2(x) &= \begin{bmatrix} -a_4x_4 + w_{41}S(x_1) + w_{42}S(x_2) + w_{43}S(x_3) + w_{44}S(x_4) \\ -a_5x_5 + w_{51}S(x_1) + w_{52}S(x_2) + w_{53}S(x_3) + w_{54}S(x_5) \end{bmatrix}, \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} w_{45} & 0 \\ 0 & w_{55} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Este modelo puede ser reducido a la forma NBC, y entonces se usa la metodología de control por bloques descrita en la sección 3.6. Pero antes denotaremos $\omega_r(t)$ como una señal de referencia suave y acotada para la variable de velocidad x_1 . De cualquier manera hay dos variables control u_α y u_β , lo que da un grado más de libertad y se puede tomar ventaja de ello. La magnitud del flujo magnético del rotor $\varphi = |\Psi|^2 = x_2^2 + x_3^2$, puede ser una segunda variable a controlar. Denotaremos los errores de seguimiento de la velocidad y de la magnitud del flujo como

$$\begin{aligned}z_1 &= x_1 - \omega_r(t) \\ z_2 &= \varphi - \varphi_r(t)\end{aligned}\quad (6.15)$$

donde $\varphi_r(t)$ es una señal de referencia suave y acotada para la magnitud del flujo. Entonces la dinámica el error de seguimiento puede ser expresada como el primer bloque de

la forma NBC:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \bar{f}^1(x^1) + \bar{B}_1(x^1)x^2 \quad (6.16)$$

donde

$$\bar{f}^1(x^1) = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x^1) \\ \bar{f}_2(x^1) \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1(x^1) = \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ 2w_{24}x_2 & 2w_{24}x_3 \end{bmatrix}, \quad w_{24} = w_{34} \text{ y}$$

$$\bar{f}_1 = -a_1x_1 + w_{11}S(x_1) + w_{12}S(x_2) + w_{13}S(x_3) - \dot{\omega}_r(t)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_2 = & 2x_2(-a_2x_2 + w_{21}S(x_1) + w_{22}S(x_2) + w_{23}S(x_3)) \\ & + 2x_3(-a_3x_3 + w_{31}S(x_1) + w_{32}S(x_2) + w_{33}S(x_3)) - \dot{\varphi}_r(t) \end{aligned}$$

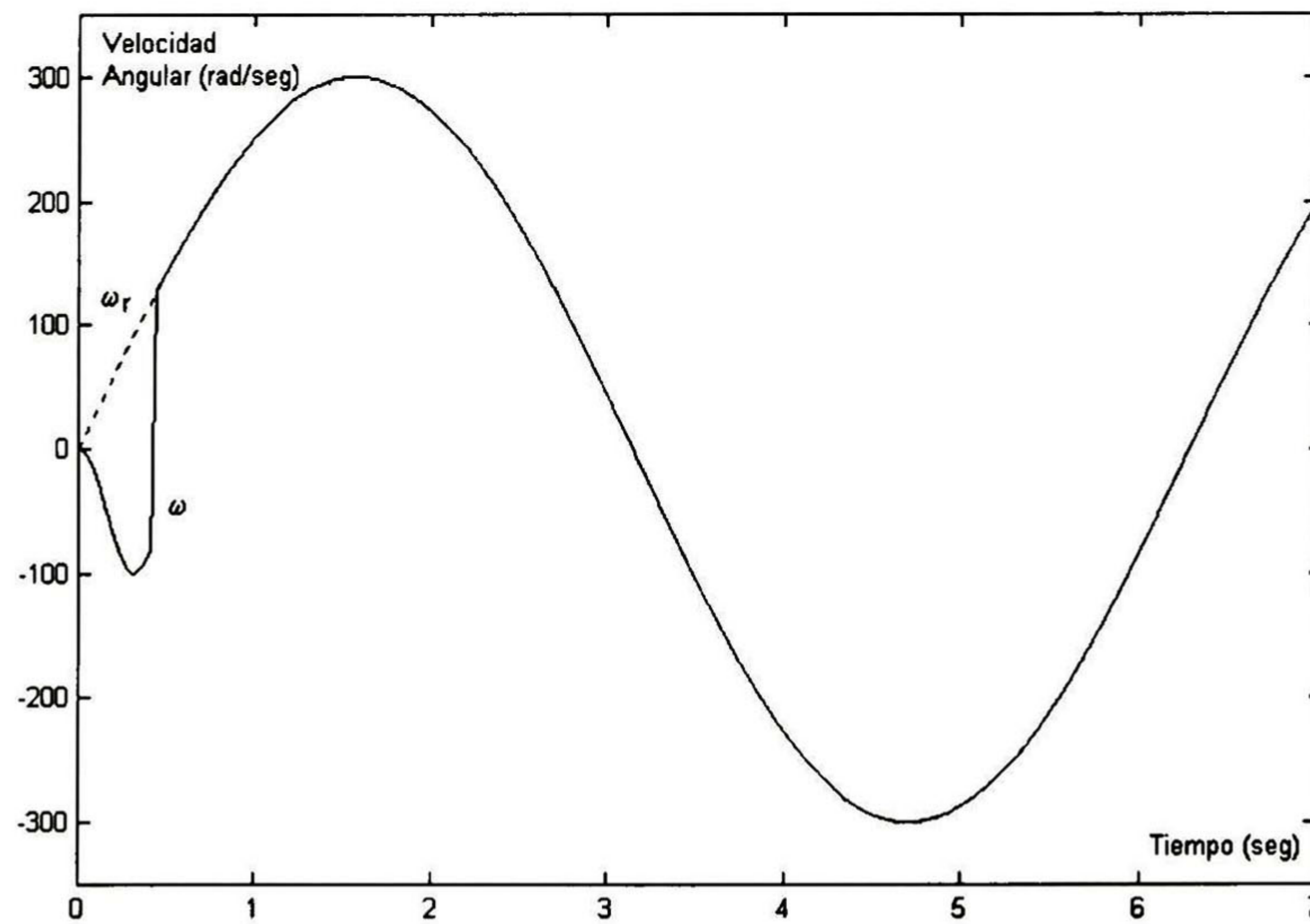


Figura 6-4: Velocidad angular, con perturbación de par

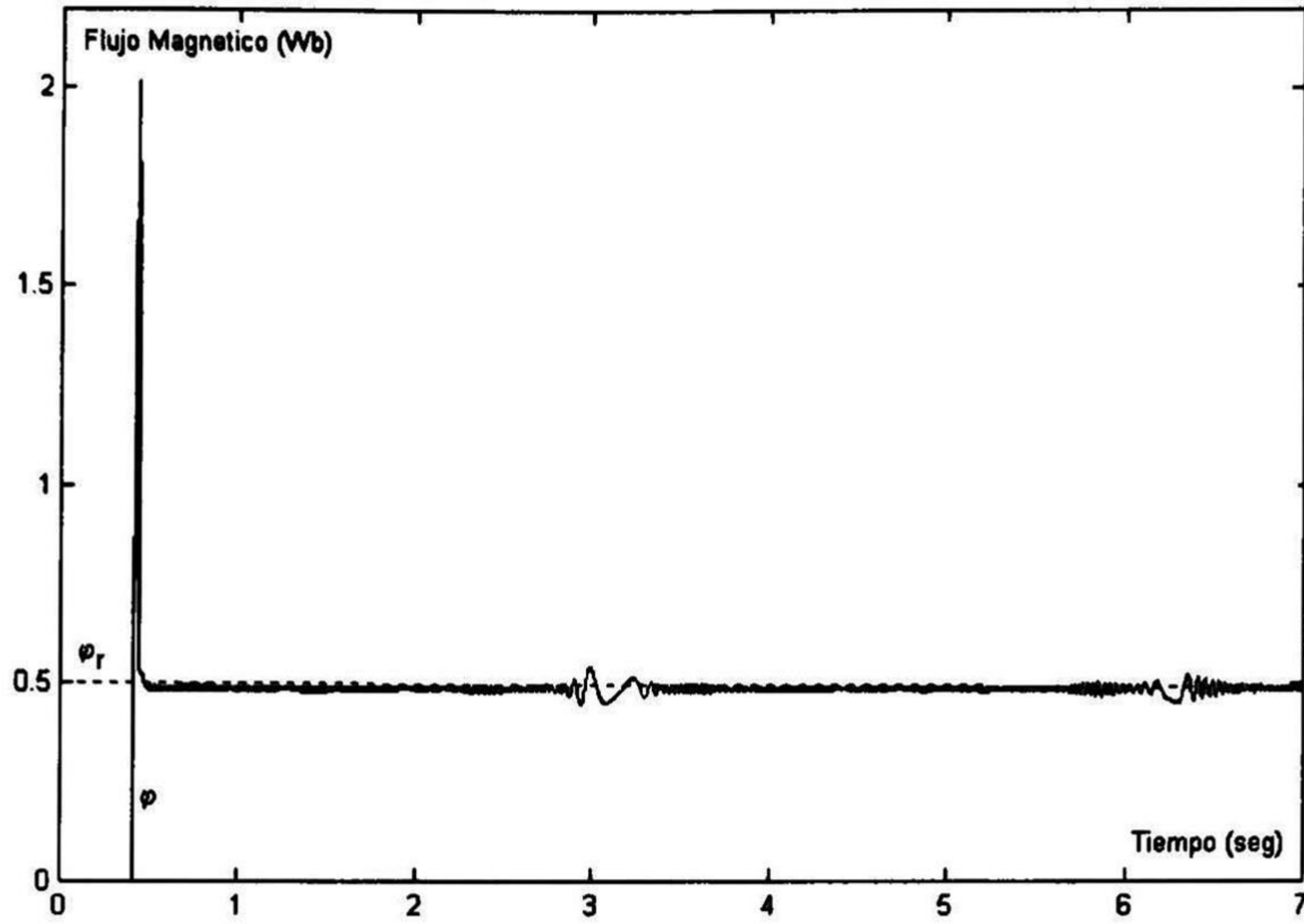


Figura 6-5: Magnitud de flujo magnético, con perturbación de par

Siguiendo la estrategia de control, se puede formar el vector de cuasi control x^2

$$x^2 = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = x_c^2(x^1) - \bar{B}_1^{-1}(x^1) \begin{bmatrix} k_1 z_1 \\ k_2 z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_4 \\ z_5 \end{bmatrix}, \quad x_c^2(x^1) = -\bar{B}_1^{-1}(x^1) \bar{f}^1(x^1)$$

donde z_4 y z_5 son nuevas variables, k_1 y k_2 son escalares positivos, y

$$\bar{B}_1^{-1} = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} \frac{-x_3}{w_{14}} & \frac{x_2}{2w_{24}} \\ \frac{x_2}{w_{14}} & \frac{x_3}{2w_{24}} \end{bmatrix}$$

Esta transformación da

$$\begin{bmatrix} z_4 \\ z_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -x_3 & x_2 \\ x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{w_{16}}(-k_1 z_1 - \bar{f}_1) \\ \frac{1}{2w_{24}}(-k_2 z_2 - \bar{f}_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \alpha_{11}(x^1, x^2, \gamma) \\ \alpha_{12}(x^1, x^2, \gamma) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\gamma = (\omega_r, \dot{\omega}_r, \varphi_r, \dot{\varphi}_r)^T$$

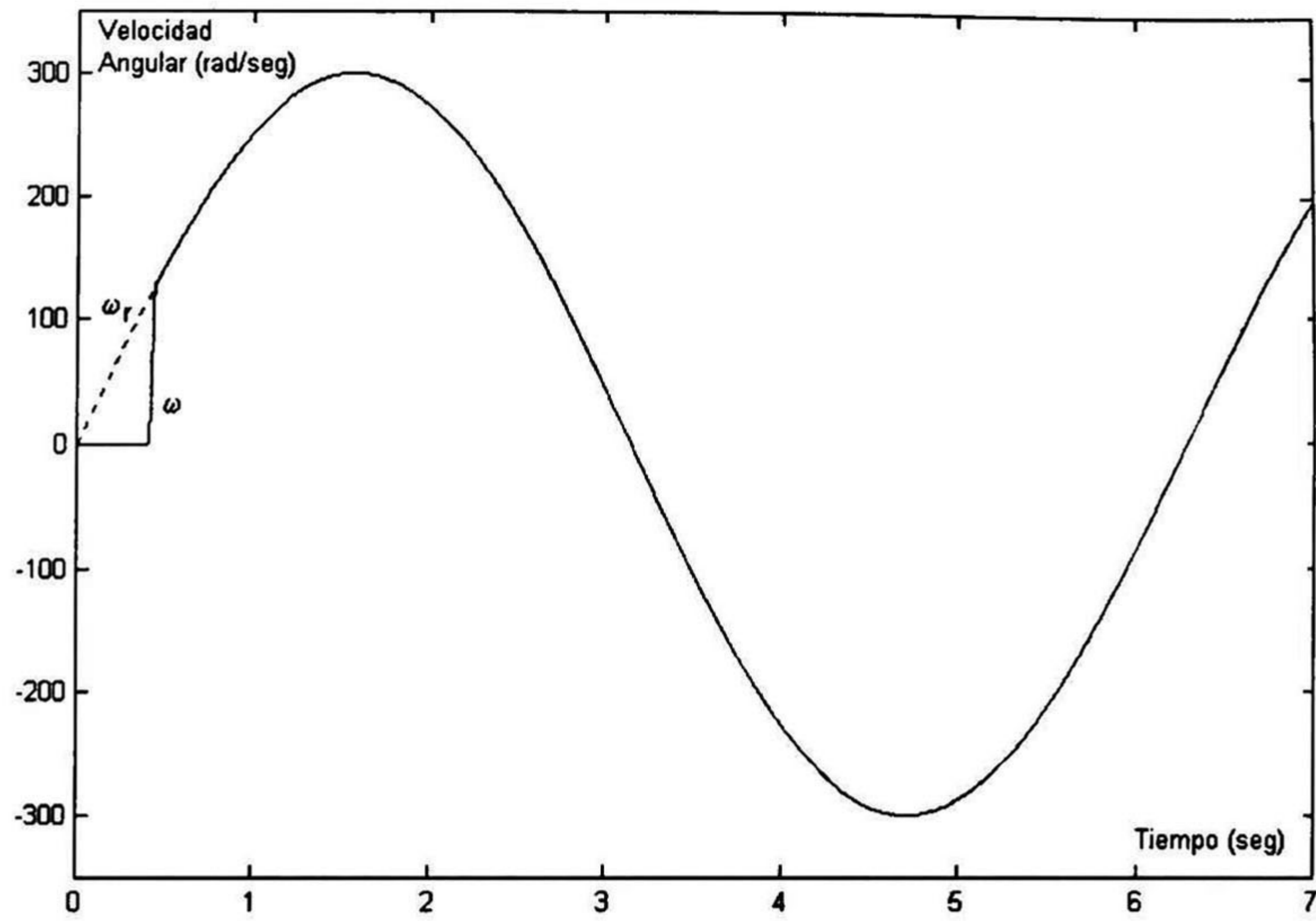


Figura 6-6: Velocidad angular con variación de parametros y perturbación de par

En el segundo paso, tomando la derivada con respecto al tiempo de (6.17), el segundo bloque de la forma NBC en nuevas variables z_4 y z_5 puede ser expresada como

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_4(x^1, x^2, \gamma, \dot{\gamma}) \\ \bar{f}_5(x^1, x^2, \gamma, \dot{\gamma}) \end{bmatrix} + \hat{B}_2 \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

Odonde $\bar{f}_4 = \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial x^1} \hat{f}_1 + \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial x^2} \hat{f}_2 + \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial \gamma} \dot{\gamma}$, y $\bar{f}_5 = \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial x^1} \hat{f}_1 + \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial x^2} \hat{f}_2 + \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial \gamma} \dot{\gamma}$.

Ahora, tomando en cuenta que la ley de control debe ser acotada, elegimos la siguiente ley de control

$$\begin{aligned} u_\alpha &= -u_0 \text{sign}(z_4) \\ u_\beta &= -u_0 \text{sign}(z_5) \end{aligned} \tag{6.18}$$

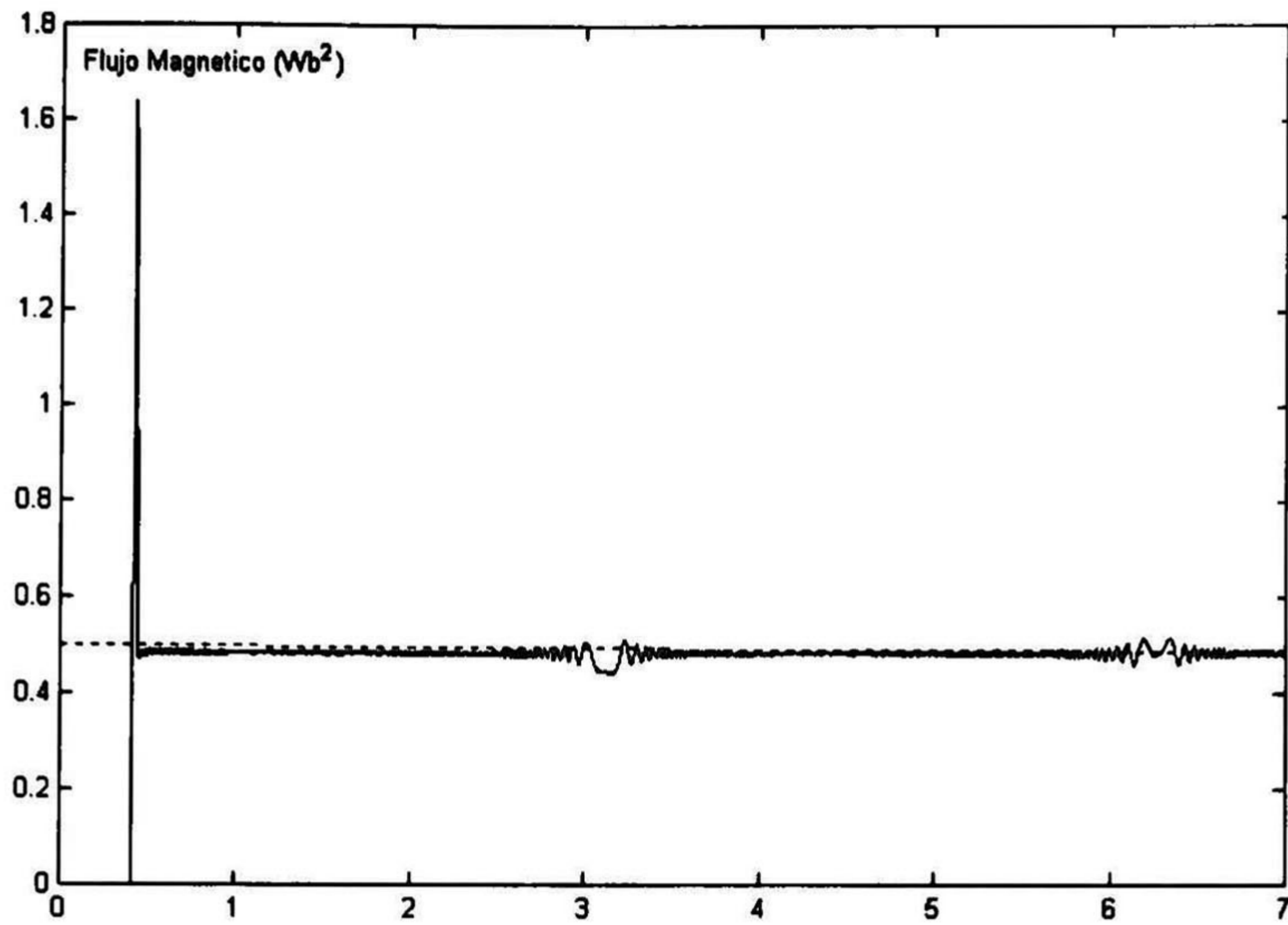


Figura 6-7: Magnitud de flujo magnético, con variación parámetros

bajo la condición que

$$|\bar{f}_4(x^1, x^2, \gamma, \dot{\gamma})| \leq w_{45}u_0 \quad \text{y} \quad |\bar{f}_5(x^1, x^2, \gamma, \dot{\gamma})| \leq w_{55}u_0$$

garantiza una dinámica deslizando sobre la superficie

$$z_4 = 0, \quad z_5 = 0$$

en un tiempo finito. La dinámica deslizando, en las variables de errores de seguimiento z_1 y z_2 (6.15), está gobernada por el sistema lineal de segundo orden

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1$$

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2$$

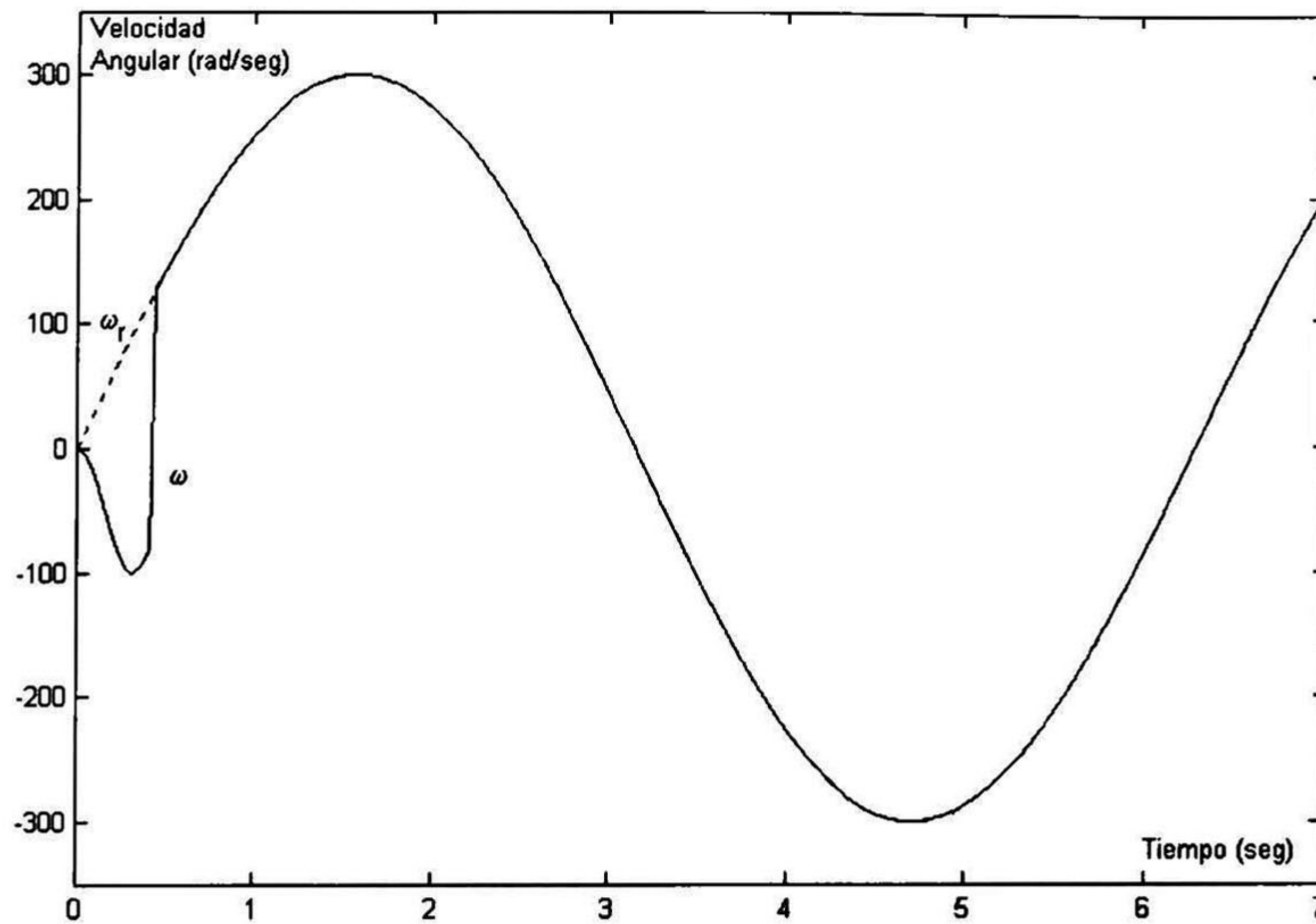


Figura 6-8: Velocidad angular, con perturbación de par y variación de parámetros

con $-k_1$ y $-k_2$ como los valores propios deseados por lo que se concluye que el error de seguimiento de velocidad z_1 y el error de seguimiento de magnitud de flujo magnético z_2 , convergen asintóticamente a cero.

6.3.1 Simulación del control a bloques del motor de inducción

La simulación del control a bloques se realizó con los mismos parámetros que el control heurístico, pero aplicando la ley de control de (6.18), con $k_1 = 1800$, $k_2 = 1500$, y $u_0 = 440$. Para la primera simulación, las figuras 6-4 y 6-5 muestran el seguimiento de la referencia de velocidad angular $\omega_r = 300 \sin(t) \text{ rad/s}$ y de la magnitud del flujo magnético $\varphi_r = 0.5 \text{ Wb}^2$, respectivamente, cuando se le introduce al sistema una perturbación de par $T_L = 5 \sin(10t) \text{ N m}$. En el segundo experimento se incremento la resistencia del rotor $0.5 \Omega/s$ desde su valor nominal; en las figuras 6-6 y 6-7 se muestran los resultados obtenidos. La tercera simulación se realizó combinando la perturbación de par y la

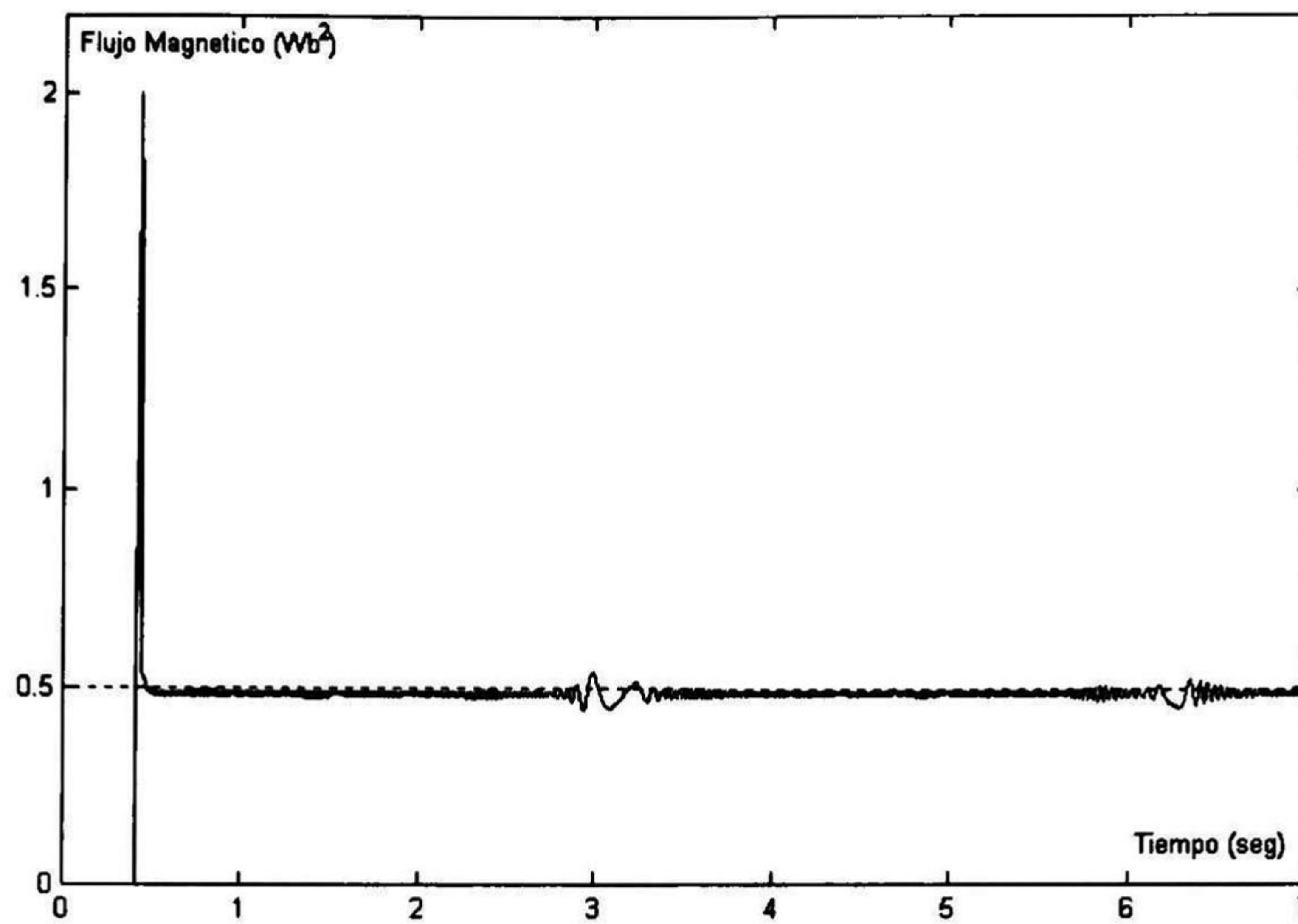


Figura 6-9: Magnitud de flujo magnético, con perturbación de par y variación de parámetros

variación en la resistencia del rotor; los resultados de este experimento se pueden ver en las figuras 6-8 y 6-9. Como se puede ver en las figuras anteriores la ley de control (6.18) mostró gran robustez bajo las perturbaciones externas y ante el cambio de la resistencia del rotor, que afectaron a la planta durante toda la simulación.

Capítulo 7

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En esta tesis, hemos estudiado las características del esquema de identificación para sistemas dinámicos no lineales propuesto en [3]. A este esquema le hemos hecho modificaciones para adaptarlo a nuestras necesidades y poder aplicar las técnicas de control por bloques propuestos en [32]. Se han combinado ambas técnicas de identificación y control a tres tipos de motores eléctricos. Además de la técnica de control por bloques [32] se desarrollaron para cada uno de los motores leyes de control heurísticas. Los resultados en simulación para los tres motores usando ambas técnicas de control fueron siempre satisfactorias. En todos los casos a la planta real se le agregaron perturbaciones de par y cambio de parámetros; Las dos leyes de control presentan excelente robustez.

Ventajas del esquema de identificación y control.

- El error de identificación converge exponencialmente a cero.
- Permite introducir la información apriori que se tenga de la planta.
- Permite construir una ley de control para plantas cuyo modelo sólo se conoce parcialmente. Los parámetros de esta ley de control se diseñan en base al modelo del identificador neuronal propuesto para la planta.

- Se obtiene una ley control que garantiza el seguimiento asintótico de una referencia dada.

Desventajas del esquema de identificación y control.

- Se necesita un número muy grande de términos de alto orden para garantizar la convergencia de los pesos a sus valores óptimos
- Para el caso en que el error de modelado es diferente de cero, no se puede garantizar la convergencia del error de identificación.
- Se requiere que todos los estados de la planta sean medibles.
- No fue posible diseñar observadores.
- La ley de control obtenida sólo garantiza estabilidad local del error de seguimiento.

Como a trabajo a futuro se proponen los siguientes puntos.

- Modificar la ley de aprendizaje para adaptar los pesos relacionados con funciones que crucen por cero.
- Extender los resultados al uso de observadores.
- Utilizar otras técnicas de control no lineal tales como linealización exacta, backstepping, etc. Esto para poder desarrollar leyes de control continuas.
- Profundizar más sobre cómo se relacionan la controlabilidad de la planta y la controlabilidad del identificador neuronal.
- Estudiar formalmente la robustez de las leyes de control desarrolladas en este trabajo.

Bibliografía

- [1] A. S Poznyak, E. N. Sánchez and W Yu. "Dynamical Neural Network for Nonlinear Control", John Wiley and Son, U.S.A., 1999.
- [2] W. Yu, A. S. Poznyak and E. N. Sanchez, "Neuroncontrol of robot with unmodeled dynamic compensation", in Proceederings of International Symposium on Robotics and Automation, Saltillo, Mexico, December 1998.
- [3] E. B. Kosmatopoulus et. al., "Dynamical Neural Network that Ensure Exponential Identification Error Convergence", IEEE Transanctions on Neural Network Vol. 10, No. 2, pp 299-314, 1997.
- [4] A. S Poznyak, E. N. Sánchez, "Nonlinear System Identification and Trajectory Tracking using Dynamical Neural Network, In Proceedings of 1996 IEEE CDC, Kobe, Japan, 1996.
- [5] Scientific and Technological Center, Scientific News, Embassy of France, Mexico, December 1997.
- [6] S. Haykin, "Neural Networks. A comprehensive foundation". Prentice Hall 1999.
- [7] F. Rosenblatt, "The perceptron: a probabilistic model for infomation storage and organization in the brain", Psychological Review, vol. 65, pp. 396-408, 1958.
- [8] F. Rosenblatt, "Principles of Neurodynamics", Spartan books, Washington D.C., 1962.

- [9] W. S McCulloch and W. Pitts, "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5, pp. 115-133. 1943.
- [10] M. J. D. Powell, "Radial basis functions for multivariable interpolation: a review", In proceedings IMA Conference on Algorithms for the Approximation of Functions and Data, pp. 143-167, Shrivvenham U.K. 1985.
- [11] D. S. Broomhead and D. Lowe, "Multivariable functional approximation and adaptive networks", *Complex systems*, vol. 2, pp. 321-355, 1988.
- [12] J. E. Moody and C. J. Darken, "Fast learning in networks of locally tuned processing units", *Neural Computations*, Vol1, pp. 281-294, 1989.
- [13] S. Renals, "Radial basis function network for speech pattern classification", *Electronics Letters*, vol 25, pp. 437-439, 1989.
- [14] T. Poggio and F. Girosi, "Network for approximation and learning", *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, pp. 1481-1497, 1989.
- [15] T. M. Cover, "Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition", *IEEE Transactions on Electronics Computers*, Vol. 14, pp. 326-334, 1965.
- [16] J. J. Hopfield, "Neural Networks and physical systems with emergent collective computational abilities", *Proceedings of the National Academy of Science, U.S.A.*, vol. 79, pp. 2445-2558, 1982.
- [17] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems", second edition, Prentice Hall, New Jersey, U.S.A., 1996.
- [18] P. Paretto and J.J. Niez, "Long term memory storage capacity of multiconnected neural networks", *Biol. Cybern.*, vol.54, pp. 53-63, 1986.

- [19] P. Baldi, "Neural Networks, orientations of hypercube and algebraic threshold units", IEEE Transactions on information theory, vol. 34, pp 523-530, 1988.
- [20] A. Demopoulos, O. Farotini and T. Kailath, "High-order absolutely stable neural networks", IEEE transactions on circuits and systems, vol. 38, No. 1, 1991.
- [21] Y. Kamp and M. Hasler, "Recursive Neural Networks for Associative Memory", Wiley, New York, USA, 1990.
- [22] E. B. Kosmatopoulos, M. M. Polycarpou, M. A. Christodolou and P. A. "High order neural network structures for identification of dynamical systems", IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 6, pp. 422-431, 1995
- [23] J. A. K. Suykens, J. Vanderwalle and B. De Moor., Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Nonlinear Systems, Kluwer Academic Publishers. 1996.
- [24] G. A. Rovithakis and M. A. Christodolou, "Adaptive Control of Unknown Plants Using Dynamical Neural Networks", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 24, pp 400-412. 1994.
- [25] M. Agarwal, "A Systematic Classification of neural network based control", IEEE Control Systems Magazine, vol. 17, pp 75-93 1997.
- [26] N. E. Cotter, "The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks", IEEE Transactions Neural Networks, vol. 1, no. 4, pp. 290-295, 1990.
- [27] J. K. Hale, "Ordinary Differential Equations", New York: Wiley 1969.
- [28] K. Narendra and N Annaswamy, "Stable Adaptive Systems", 1989, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- [29] Tsakalis and Ioannou P.P., "Linear time varying systems: control and adaptation", Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall., 1990

- [30] Sastry and Bodson, M., "Adaptive control: stability, convergence and robustness", Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall., 1989
- [31] F. Reyes an R. Kelly, "Experimental evaluation of identification schemes on a direct drive robot", *Robotica*, vol. 15, pp. 563-571, Cambridge Press, 1997.
- [32] A.G.Loukianov, "Nonlinear block control with sliding mode", *Automation and Remote Control*, Vol.59, No.7, pp. 916-933, 1998.
- [33] M. Zribi, H. N. Chiasson, "Position control of a PM Stepper Motor by exact linearization", *International J. of control* Vol 71, pp. 891-905, 1999.
- [34] Utkin. V. I., "*Sliding Modes in Control and Optimisation*", Springer Verlag, New York, USA, 1992.

Apéndice A

ARTÍCULO PUBLICADO

En este apéndice se incluye el artículo "Stepper Motor Trajectory Tracking via Dynamic Block Form Neural Networks" 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control ISIC 2000, en la universidad de Patras, Grecia, Julio del 2000. El artículo está fundamentado en esta tesis.

Stepper Motor Trajectory Tracking via Dynamic Block Form Neural Networks

Edgar N. Sanchez, Alexander G. Loukianov, and Ramon A. Felix

CINVESTAV, Unidad Guadalajara, Apartado Postal 31-438, Plaza La Luna, Guadalajara, Jalisco, C.P. 45091, Mexico, e-mail:sanchez@gdl.cinvestav.mx

Abstract— The authors present a novel approach to control this kind of motor. Modifying published results for nonlinear identification using dynamic neural networks, they propose a new neural network identifier of block form. Based on this model a control law, which combines sliding mode and block control, is derived. This neural identifier and the proposed control law allow trajectory tracking for stepper motors. Applicability of the approach is tested via simulations.

Keywords - Neural Identifier, Dynamic Neural Networks, Block Control, Sliding Modes, Electric Motors.

I. INTRODUCTION

Most of the application of neural networks, to nonlinear identification and control, are based on feedforward ones [1], [2]. Lately, the use of dynamic neural networks, which allows a more efficient modeling of dynamic systems, is increasing [3], [4]. A very efficient algorithm, for nonlinear identification, which ensures error exponential convergence, using dynamic neural networks is proposed in [5].

On the other hand, recently there has been a big interest for applying nonlinear control methodology to electric motors, see [6] and references there in. One kind of motor which has been used to test different techniques is the stepper motor [7],[8] [9], [10]. Permanent magnet stepper motors have begun to displace direct current motors in servo systems and direct drive. Nowadays, these motors are widely used by industry for a variety of applications such as automotive control, and printers, among others.

To the best of authors awareness, the use of neural networks, in electric induction motors identification and control, is mainly limited to application of the excellent approximation capabilities of feedforward neural networks for modelling, as in [11]. In this paper, the authors present a novel approach. Modifying published results for nonlinear identification using dynamic neural networks [5], they propose a neural network identifier of the so-called nonlinear block controllable form [12]. Based on this model a new control law, which combines sliding mode [13] and block control [12], is derived. These neural identifier and control law allow trajectory tracking for stepper motors.

II. MOTOR MODEL

The permanent magnet stepper motor model used in this paper is directly taken from [8]; it is formulated as follows:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(K_m i_b \cos(N_r \theta) - K_m i_a \sin(N_r \theta) - b\omega - \tau) \quad (1)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L}(-Ri_b - K_m \omega \cos(N_r \theta) + u_b)$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L}(-Ri_a + K_m \omega \sin(N_r \theta) + u_a)$$

where i_a represents the current in phase A of the motor, i_b is the current in the phase B, of the motor, u_a and u_b stand, respectively, for the voltage applied on the windings of the phase A and phase B. The parameters R and L are the resistance and self inductance in each of the phase windings, θ is the angular displacement and ω is the angular velocity of the motor shaft. N_r is the number of rotor teeth, K_m is the motor torque constant. J is the rotor load inertia and b is the viscous friction, and τ represents the load torque perturbation.

Now, the following state variable are defined $\theta = \chi_1, \omega = \chi_2, i_b = \chi_3, i_a = \chi_4$. Henceforth, the model (1) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \frac{d\chi_1}{dt} &= \chi_2 \\ \frac{d\chi_2}{dt} &= \frac{1}{J}(K_m \chi_3 \cos(N_r \chi_1) - K_m \chi_4 \sin(N_r \chi_1) - b\chi_2 - \tau) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{d\chi_3}{dt} = \frac{1}{L}(-R\chi_3 - K_m \chi_2 \cos(N_r \chi_1) + u_b)$$

$$\frac{d\chi_4}{dt} = \frac{1}{L}(-R\chi_4 + K_m \chi_2 \sin(N_r \chi_1) + u_a)$$

This system is clearly a nonlinear block controllable (NBC) form (see Section V). Based on this fact, below we proposed the so-called dynamic block controllable neural network.

III. DYNAMIC NEURAL NETWORKS OF HIGH ORDER

A. Neural Model

The authors consider the neural network structure presented in [5]. For the sake of completeness, a brief description of this neural network is included here. In [5], high order recurrent neural network are defined as

$$\dot{z}_i = -a_i z_i + \sum_{k=1}^{L_i} w_{ik} \prod_{j=i_0}^{j_0} y_k^{d_j(k)}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

where $\zeta_i = \exp(-a_i t)x_i(0) + \exp(-a_i t)w_i^T \zeta_i(0)$.
 It is clear that $\zeta_i' = -a_i \zeta_i + z'$ and $\zeta_i'' = -a_i \zeta_i'' + z''$ with $\zeta_i = \zeta_i', \zeta_i''^T$ and $\zeta_i' > 0$ for any t .
 In order to identify the stepper motor model, it is assumed that this motor is represented by the proposed RHONN (7). Then two possible model can be built.
 • Parallel model $\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_i(x, u)$
 • Series-Parallel model $\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_i(x, u)$
 where x_i is the i -th component of the RHONN, and x is the stepper motor state.
 The authors use indistinctly either the former or the later.

A. On-Line Weight Update Law

The law is taken from [5] and adapted to fit (7). The identification error is defined as $e_i = x_i - \chi_i$. Replacing x_i by (9) and neglecting ϵ_i , then

$$e_i = w_i^T \zeta_i - \chi_i$$

Derivating with respect to time:

$$\dot{e}_i = \dot{w}_i^T \zeta_i + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i$$

and selecting the weight update law as

$$\begin{aligned} \dot{w}_{ik} &= (-\gamma e_i + \chi_i + w_i \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \quad (10) \\ \dot{w}_{ij} &= 0 \end{aligned}$$

with $k \in \{1, \dots, L_i'\}$, $j \in \{L_i' + 1, \dots, L_i\}$, $\sum_{k=1}^{L_i'} n_{ik} = 1$, and γ a positive constant expressing the updating gain.

Then, the identification error fulfills

$$\dot{e}_i = \gamma e_i$$

Therefore, this updating law ensures exponential convergence of the identification error.

In order to counteract the presence of unmodelled dynamics and the lack of persistence of excitation, in [5], the following update law is proposed

$$\begin{aligned} \dot{w}_{ik} &= \nu_{ik} + \varphi_{ik} \\ \dot{\nu}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} - \sigma_{ik} \quad (11) \\ \varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_i} + \eta_{ik} \\ \eta_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - w_i^T \dot{\zeta}_i \end{aligned}$$

where σ is given as:

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, & |w'_i| \leq M_i \\ \left(\frac{|w'_i|}{M_i} \right)^q \sigma_{i0}, & M_i < |w'_i| \leq 2M_i \\ \sigma_{i0}, & |w'_i| < 2M_i \end{cases}$$

with integer $q \geq 1$, and σ_{i0} and M_i positive constants.

This law guarantees the exponential convergence of the error, and boundedness of the weights and their derivatives. It is known in the adaptive control literature as the σ modification, and its robustness properties are well known [14].

A. Block Control Technique

The control law is developed on the basis of the following nonlinear system known as nonlinear block controllable form (NBC-form), consisting of r blocks [12]:

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= f_1(x^1) + B_1(x^1)x^2 \\ \dot{x}^2 &= f_2(x^1, x^2) + B_2(x^1, x^2)x^3 \\ \dot{x}^i &= f_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + B_i(x^1, x^2, \dots, x^i)x^{i+1} \quad (12) \\ \dot{x}^r &= f_r(x) + B_r(x)u, \quad i = 3, \dots, r-1 \end{aligned}$$

where $x = [x^1, x^2, \dots, x^r]^T$ and x^i is a $n_i \times 1$ vector, rank $B_i = n_i, \forall x \in X \subset \mathbb{R}^n, f_i(0, 0, \dots, 0) = 0$. The integers ($n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r$) are defined as the controllability indices of the plant.

In fact, neural network (6) can be rewritten as (12) with

$$\begin{aligned} x^1 &= [x_1, \dots, x_{n_1}], \quad x^2 = [x_{n_1+1}, \dots, x_{n_2}] \\ x^i &= [x_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1}, \dots, x_{n_1+n_2+\dots+n_i}], \quad i = 3, \dots, r, \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} f_1(x^1) &= A_1 x^1 + W_{11} z_1'(x^1), \\ f_2(x^1, x^2) &= A_2 x^2 + W_{21} z_2'(x^1, x^2), \\ f_i(x^1, \dots, x^i) &= A_i x^i + W_{i,1} z_i'(x^1, \dots, x^i), \quad i = 3, \dots, r, \\ z_1'(x^1) &= [\sigma(x_1), \dots, \sigma(x_{L_1'})]^T, \quad L_1' = n_1, \\ z_2'(x^1, x^2) &= [\sigma(x_1), \dots, \sigma(x_{L_2'})]^T, \quad L_2' = n_1 + n_2, \\ z_i'(x^1, \dots, x^i) &= [\sigma(x_1), \dots, \sigma(x_{L_i'})]^T, \quad L_i' = n_1 + \dots + n_i, \\ B_1(x^1)x^2 &= W_{12} z_1''(x^1, x^2), \\ B_2(x^1, x^2)x^3 &= W_{22} z_2''(x^1, x^2, x^3), \\ B_i(x^1, \dots, x^i)x^{i+1} &= W_{i,2} z_i''(x^1, \dots, x^{i+1}), \quad i = 3, \dots, r, \\ A_1 &= \text{diag}\{-a_1, \dots, -a_{n_1}\}, \\ A_2 &= \text{diag}\{-a_{n_1+1}, \dots, -a_{n_1+n_2}\}, \\ A_i &= \text{diag}\{-a_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1}, \dots, -a_{n_1+n_2+\dots+n_i}\}, \\ i &= 3, \dots, r, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{11} &= \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{1,n_1} \\ w_{n_1,1} & \dots & w_{n_1,n_1} \end{bmatrix}, \\ W_{i,1} &= \begin{bmatrix} w_{n_1+\dots+n_{i-1}+1,1} & \dots & w_{n_1+\dots+n_{i-1}+1,n_1+\dots+n_i} \\ \dots & \dots & \dots \\ w_{n_1+\dots+n_i,1} & \dots & w_{n_1+\dots+n_i,n_1+\dots+n_i} \end{bmatrix}, \\ i &= 2, \dots, r. \end{aligned}$$

The parameters of matrices $W_{i,1}$ are adjusted, and the parameters of $W_{i,2}$ are fixed. A sliding surface and a discontinuous feedback control law for this system can be designed considering the state $x_{i+1}, i = 1, \dots, r-1$ as a fictitious control vector in the i^{th} block. This procedure is outlined in the following steps.

Step1. Assume that $n_1 = n_2$, then matrix $B_1(x^1)$ is square, and the inverse matrix $B_1^{-1}(x^1)$ exists. Define the control error vector z^1 as

$$z^1 = x^1 - r$$

with r a reference signal, and let the fictitious control x^2 , in the 1^{st} block (12), be chosen as

$$x^2 = x_2^2(x^1) + B_1^{-1}(x^1)(-k_1 z^1 + z^2) \quad (13)$$

where z^2 is a $n_2 \times 1$ vector of new variables; k_1 is a positive scalar; and $x_c^2(x^1)$ is calculated from the equation $\dot{z}^1 = 0$ along the trajectories of the 1st block of (12), namely,

$$x_c^2 = -\bar{B}_1^{-1}(x^1) [f_1(x^1) - \bar{r}] \quad (14)$$

The transformed 1st block with new coordinates z^1, z^2 and input (13) and (14) has the desired form

$$\dot{z}^1 = -k_1 z^1 + z^2 \quad (15)$$

The variable z^2 can be obtained using (13) and (14) as

$$z^2 = \alpha_1(x^1, x^2) := B_1(x^1)x^2 + f_1(x^1) + k_1(x^1 - r) + \bar{r} \quad (16)$$

Step 2. Taking the derivative of (16) along the trajectories of (12) yields:

$$\dot{z}^2 = \bar{f}_2(x^1, x^2) + \bar{B}_2(x^1, x^2)x^3 \quad (17)$$

where $\bar{f}_2(x^1, x^2) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x^1} [f_1(x^1) + B_1(x^1)x^2] + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x^2} f_2(x^1, x^2) + \bar{r}$, $\bar{B}_2 = B_1 B_2$. Note that $\text{rank } \bar{B}_2 = \text{rank } B_2 = n_2$.

Assume now that $n_2 < n_3$, then matrix B_2 is not square, and the fictitious input vector x_3 in (17) can be chosen similar to (13) and (14):

$$x^3 = x_c^3(x^1, x^2) + \bar{B}_2^+(x^1, x^2)(-k_2 z^2 + E_{2,1} z^3) \quad (18)$$

where z^3 is $n_3 \times 1$ vector; k_2 is positive scalar; \bar{B}_2^+ denotes the right pseudo inverse of \bar{B}_2 , $E_{2,1} = [I_{n_2} \ 0]$.

Again $x_c^3(x^1, x^2)$ is found from the equation $\dot{z}^2 = 0$ (17) being

$$x_c^3(x^1, x^2) = -\bar{B}_2^+(x^1, x^2) [\bar{f}_2(x^1, x^2) + \bar{r}] \quad (19)$$

Thus, equation (17) with (18) and (19) takes the same form of equation (15), namely

$$\dot{z}^2 = -k_2 z^2 + E_{2,1} z^3$$

Now, we establish the following assumption.

A1. The elements of matrix $\bar{B}_2(x^1, x^2)$ can be ordered such that the square matrix

$$\bar{B}_3(x^1, x^2) := \begin{bmatrix} \bar{B}_2(x^1, x^2) \\ E_{2,2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

with $E_{2,2} = [0 \ I_{n_3-n_2}]$, has rank n_3 .

Then, the variable z_3 can be obtained using (18), (19) and (16) as

$$z^3 = \alpha_2(x^1, x^2, z^3) := \bar{B}_3(x^1, x^2)z^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + k_2 \alpha_1(x^1, x^2) + \bar{r} \\ 0 \end{bmatrix}$$

For the third step, it is required to take the time derivative of z_3 and so on for the following ones. This procedure may be performed iteratively obtaining on the i^{th} step, $i = 3, \dots, r-1$.

For the case $n_i < n_{i+1}$ and under assumption A1 for matrices \bar{B}_i satisfy at each i^{th} step, $i = 3, \dots, r-1$, we have

$$x^{i+1} = x_c^{i+1}(x^1, x^2, \dots, x^i) + \bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i)(-k_i z^i + E_{i,1} z^{i+1})$$

with

$$x_c^{i+1} = -\bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i) \bar{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + r^{(i)}$$

where \bar{B}_i^+ denotes the right pseudo inverse of $\bar{B}_i = \bar{B}_i B_i$, and $E_{i,1} = [I_{n_i} \ 0]$, $E_{i,1} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_{i+1}}$.

The variables z^{i+1} , obtained from this procedure form a nonlinear transformation of the state variables given as

$$\begin{aligned} z^1 &= x_1 \\ z^2 &= B_1(x^1)x^2 + f_1(x^1) + k_1 z^1 + \bar{r} \\ z^3 &= \bar{B}_3(x^1, x^2)z^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + k_2 z^2 + \bar{r} \\ 0 \end{bmatrix} \\ z^{i+1} &= \bar{B}_{i+1}(x^1, \dots, x^i)z^{i+1} + \begin{bmatrix} \bar{f}_i(x^1, \dots, x^i) + k_i z^i + r^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} \\ i &= 3, \dots, r-1 \end{aligned}$$

where z^{i+1} is a $n_{i+1} \times 1$ vector; k_i is a positive scalar;

$$\bar{B}_{i+1} = \begin{bmatrix} \bar{B}_i \\ E_{i,2} \end{bmatrix}, E_{i,2} = [0 \ I_{n_{i+1}-n_i}]$$

$E_{i,2} \in \mathbb{R}^{(n_{i+1}-n_i) \times n_{i+1}}$. From this, the system (12) can be represented in the transformed coordinates, as

$$\dot{z}^1 = -k_1 z^1 + z^2 \quad (21)$$

$$\dot{z}^i = -k_i z^i + E_{i,1} z^{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-1 \quad (22)$$

$$\dot{z}^r = \bar{f}_r(x) + \bar{B}_r(x)u \quad (23)$$

where $z = (z^1, z^2, \dots, z^r)^T$, and $\text{rank } \bar{B}_r(x) = n_r$.

B. Discontinuous Feedback

To generate sliding mode in (23), there exist several variable structure control (VSC) approaches. Since matrix $\bar{B}_r(z, t)$ has full rank and assuming $n_r = m$, we may choose a control strategy as

$$u = -k_r \bar{B}_r^{-1}(x) \text{sign}(z^r), \quad k_r > 0 \quad (24)$$

Substitution of (24) into (23) yields

$$\dot{z} = \bar{f}_r(x) - k_r \text{sign}(z^r) \quad (25)$$

Suppose now that \bar{f}_r in (25) is ultimately bounded, that is

$$\|\bar{f}_r(x)\|_2 \leq q_0, \text{ and } q_0 > 0 \quad (26)$$

where $\|\cdot\|_2$ is the Euclidean norm.

Then the controller (24) with k_r chosen as

$$k_r \geq \frac{q_0}{\sqrt{n_r}} + d_0, \quad d_0 > 0 \quad (27)$$

guarantees a sliding mode on the surface $z^r = 0$. Indeed, taking the Lyapunov function candidate $V_r = \frac{1}{2} z^{rT} z^r$, we have that along the trajectories of (25)

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= -k_r \|z^r\|_1 + z^{rT} [\bar{f}_r(x)] \\ &\leq -[k_r \sqrt{n_r} - q_0] \|z^r\|_2 \leq -\frac{d_0}{\sqrt{n_r}} \|z^r\|_2 \leq -\frac{\sqrt{2}d_0}{\sqrt{n_r}} \sqrt{V_r} \end{aligned}$$

which shows that the Lyapunov function vanishes in a finite time. This fact implies the existence of the sliding motions on the surface $z_r = 0$ described in new variables z by the linear system (21) and (22) of $(n - n_r)$ th order

$$\begin{aligned}\dot{z}^1 &= -k_1 z^1 + z^2 \\ \dot{z}^i &= -k_i z^i + E_{i,1} z^{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-2 \\ \dot{z}^{r-1} &= -k_{r-1} z^{r-1}\end{aligned}$$

with desired eigenvalues $-k_i$, will also occur in a finite time

VI. STEPPER MOTOR CONTROLLER

The neural model (7) has the NBC-form with $x = [x^1, x^2, x^3]^T$, $x^1 = x_1$, $x^2 = x_2$, $x^3 = [x_3, x_4]^T$, $u = [u_b, u_a]^T$, $f_1 = 0$, $B_1 = 1$,

$$\begin{aligned}f_2(x^1, x^2) &= -a_2 x_2 + w_{21} \sigma(x_1) + w_{22} \sigma(x_2), \\ B_2(x^1) &= \begin{pmatrix} w_{23} \cos(N_r x_1) & w_{24} \sin(N_r x_1) \end{pmatrix} \\ f_3(x) &= \begin{pmatrix} -a_3 x_3 + w_{31} \sigma(x_1) + w_{32} \sigma(x_2) + w_{33} \sigma(x_3) \\ -a_4 x_4 + w_{41} \sigma(x_1) + w_{42} \sigma(x_2) + w_{43} \sigma(x_4) \end{pmatrix} \\ B_3 &= \begin{pmatrix} w_{34} & 0 \\ 0 & w_{44} \end{pmatrix}, \quad n_1 = n_2 = 1 \text{ and } n_3 = m = 2.\end{aligned}$$

Therefore the block control methodology described in the previous section is used.

At the *first step*, the position trajectory to be tracked is defined as $\hat{\theta}_r$, then the control error is given as

$$z_1 = x_1 - \theta_r$$

We choose quasi control x_2 in the first block of (7) similar to (13)

$$x_2 = x_2^c - k_1 z_1 + z_2, \quad x_2^c = \dot{\theta}_r$$

that gives

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2$$

where z_2 is a new variable, and $k_1 > 0$, and we have

$$z_2 = \alpha_1(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r) := k_1(x_1 - \theta_r) + x_2 - \dot{\theta}_r$$

At the *second step*, taking the derivative of z_2 , with respect to time along the trajectories of the respective equation of the neural identifier (7) then:

$$\dot{z}_2 = \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) + B_2(x_1) x^3 \quad (28)$$

where

$$\bar{f}_2 = k_1 [-k_1(x_1 - \theta_r) + \alpha_1(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r)] - \ddot{\theta}_r f_2(x_1, x_2).$$

Because of $n_2 < n_3$, we choose the quasi control vector $x^3 = [x_3, x_4]^T$ in (28) like (18) and (19) of the form

$$\begin{aligned}x^3 &= x_2^3 - \bar{B}_2^+(x^1) (-k_2 z_2 + E_{2,1} z^3) \\ x_3^3 &= -B_2^+(x^1) \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r)\end{aligned}$$

that transforms the second block of (7) to

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + E_{2,1} z^3 \quad (29)$$

where x^3 is a new variable vector $x^3 = [x_3, x_4]^T$, $k_2 > 0$ and $E_{2,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$. It is evident that the matrix $B_2(x_1)$ does not satisfy the assumption A1 (20). Therefore, we choose a matrix

$$B_{2,2}(x_1) = \begin{bmatrix} -w_{23} \sin(N_r x_1) & w_{24} \cos(N_r x_1) \end{bmatrix}$$

instead of matrix $E_{2,2}$ in (20):

$$\bar{B}_3(x_1) := \begin{bmatrix} B_2(x_1) \\ B_{2,2}(x_1) \end{bmatrix}$$

such that $\det \bar{B}_3(x^1, x^2) = 1$ for all x_1 . Then,

$$\begin{aligned}x^3 &= \alpha_2(x) := \bar{B}_3(x_1) x^3 \\ &+ \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r) + k_2 \alpha_1(x_1, x_2, \theta_r, \dot{\theta}_r) \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (30)$$

Finally, as *third step* derivating of (30) gives

$$\dot{z}^3 = \bar{f}_3(x) + \bar{B}_3(x_1) u$$

where $\bar{f}_3(x) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} f_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x^3} f_3$, and

$$\begin{aligned}\bar{B}_3(x_1) &= \bar{B}_3(x_1) B_3 \\ &= \begin{pmatrix} w_{23} w_{34} \cos(N_r x_1) & w_{24} w_{44} \sin(N_r x_1) \\ -w_{23} w_{34} \sin(N_r x_1) & w_{24} w_{44} \cos(N_r x_1) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$\bar{B}_3 = \bar{B}_3 B_3$. Note that $\text{rank } \bar{B}_3 = m = 2$.

At this stage, the choice of a control strategy similar to (24) form

$$u = -k_3 \bar{B}_3^{-1}(x_1) \text{sign}(z^3) \quad (31)$$

with

$$\begin{aligned}\bar{B}_3^{-1}(x_1) &= \frac{1}{w_{23} w_{34} w_{24} w_{44}} C_1, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} w_{24} w_{44} \cos(N_r x_1) & -w_{24} w_{44} \sin(N_r x_1) \\ w_{23} w_{34} \sin(N_r x_1) & w_{23} w_{34} \cos(N_r x_1) \end{bmatrix} \\ \text{sign}(z^3) &= \begin{pmatrix} \text{sign}(z_3) \\ \text{sign}(z_4) \end{pmatrix} \text{ and } k_3 > \|\bar{f}_3(x)\|_2\end{aligned}$$

guarantees a sliding mode on the manifold $z^3 = 0$ that is described by linear second order system

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= -k_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -k_2 z_2\end{aligned}$$

with desired eigenvalues $-k_1$ and $-k_2$, and consequently the tracking error converges to zero, for both position and angular velocity.

The complete scheme is implemented as follows: the varying weights of the neural network identifier (7) are adapted on-line by means of the learning algorithm (11); then, the values of the adapted and fixed weights of (7) are used to calculate the control law (31).

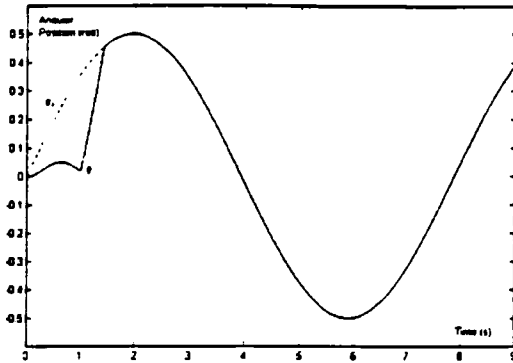


Fig. 1. Position Tracking

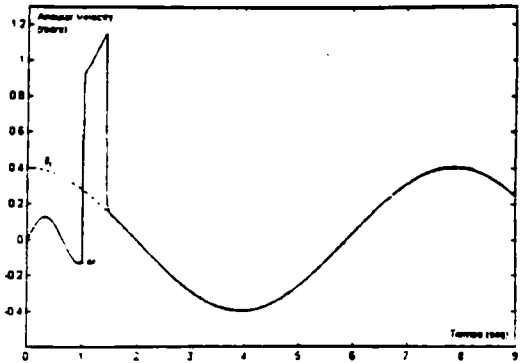


Fig. 2. Angular Velocity Tracking

VII. SIMULATIONS RESULTS

In order to illustrate its applicability, via simulations, the proposed scheme is implemented for a stepper motor with parameters selected as:

- *Stepper Motor*
 $R = 3.4\Omega$, $L = 0.001H$, $K_m = 0.05V \cdot s/rad$, $J = 3.6 \times 10^{-6} N \cdot m \cdot s^2/rad$, $B = 1 \times 10^{-4} N \cdot m \cdot s/rad$, $N_p = 50$.
- *Neural Network Identifier*.
 $\beta = 1 \times 10^{-5}$, $\epsilon = 0.1$, $\gamma = 100$.
- *Control Law*
 $K_1 = 150$, $K_2 = 250$, $K_3 = 10000$.

The integration method used is the Dormand-Prince, with a step of 1×10^{-4} seconds. Identification starts at $t = 0$. In order to ensure convergence of the identifier, a time interval of one second is allocated; then the control law is inception. To test the robustness of the scheme the following disturbances, inception for time equal to zero, are applied: a load torque of $5 \times 10^{-4} \sin(0.8t) N \cdot m$, and an R increase with a constant rate of 0.5Ω per second.

The simulations results are presented as follows: Fig 1. portraits position tracking, and Fig. 2 displays angular velocity tracking. As can be seen, the proposed scheme has very good robustness in presence of parameter variations and external disturbances.

Acknowledgments The authors thank the support of CONACYT, Mexico, project 32059A.

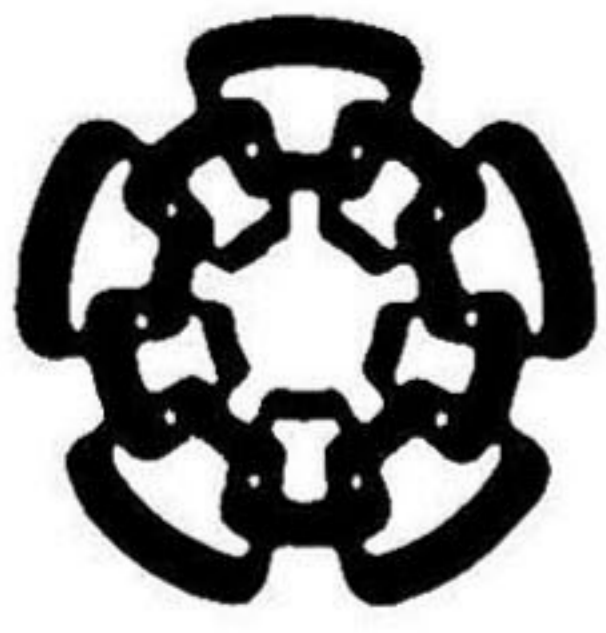
VIII. CONCLUSIONS

The authors have discussed a novel scheme for trajectory tracking of stepper motors. They modify a published algorithm in order to implement an on-line identifier developed on the basis of a new structure of neural networks: the so-called dynamic block form one. Based on this identifier, they derive a new control law, using sliding mode a block control methodologies, which ensures trajectory tracking. Simulation results are very encouraging.

REFERENCES

[1] M.M.Gupta and D.H.Rao (Eds.), "Neuro-Control Systems. Theory and Applications", IEEE Press, USA, 1994.

- [2] K.Hunt,G.Irwin, and K.Warwick (Eds.), "Neural Networks Engineering in Dynamic Control Systems", Springer Verlag, 1995.
- [3] K.Suykens, L.Vandewalle, and R. de Moor. "Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Nonlinear Systems", Kluwer Academic Publishers,1996.
- [4] A.S.Poznyak, E.N.Sanchez, J.P.Perez, and W.Yu, "Nonlinear adaptive trajectory tracking using dynamicneural networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, to appear, 1999.
- [5] E.B.Kosmatopoulos et al. "Dynamical neural networks that ensure exponential identification error convergence", *Neural Networks*, Vol. 1, No. 2, pp. 299-314, 1997.
- [6] R. Ortega, A.Loria, P.J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez. "Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems. Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications", Springer Verlag, 1998.
- [7] M.Zibri et al., "Static sliding mode control of a PM stepper motor", *Proc. of the 1999 European Control Conference*, Aug. 31- Sep. 3, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [8] M.Zribi and J.N.Chiasson. "Position control of a PM stepper motor by exact linearization", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 36, No. 5, 1991.
- [9] M. Bodson et al., "Feedback control of a permanent magnet stepper motor" *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 1, pp 5-14, 1993.
- [10] J.N.Chiasson and R.T.Novotnak. "Nonlinear speed observer for the PM stepper motor", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 38, No. 10, 1993.
- [11] S.I.Moon, A. Keynani, and S.Pillutia. "Nonlinear neural network modeling of an induction motor", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 7, pp 203-211, 1999.
- [12] A.G.Loukianov. "Nonlinear block control with sliding mode", *Automation and Remote Control*, Vol.59, No.7, pp. 916-933, 1998.
- [13] V.I.Utkin, "Sliding Modes in Control and Optimisation", Springer Verlag, 1992.
- [14] P.A.Ioannou and J.Sun, "Robust Adaptive Control", Prentice Hall, USA, 1996.



**CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: "Control neuronal de motores eléctricos" el día 6 de Octubre de 2000.

Dra. Ofelia Begovich Mendoza
Investigador Cinvestav 3 A
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. Alexander Loukianov
Investigador Cinvestav 3 A
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda
Investigador Cinvestav 2 C
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. Fernando Lara Rojo
Profesor Titular e Investigador
ITESO
Guadalajara



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003858