



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del
Instituto Politécnico Nacional**

Departamento de Matemática Educativa

Unidad Zacatenco

**Desarrollo del razonamiento espacial en niños de 6 a 8 años:
Un experimento de enseñanza en el aula enmarcado en educación STEM**

Tesis que presenta:

Yudi Andrea Ortiz Rocha

para obtener el Grado de

DOCTORADO EN CIENCIAS

en la especialidad de Matemática Educativa

Directoras de tesis:

Dra. Ana Isabel Sacristán Rock

Dra. Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres

Ciudad de México

agosto de 2024

AGRADECIMIENTO A CONAHCYT

Se agradece al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (Conahcyt) por su apoyo para la realización de este trabajo, mediante la Beca Número 772720.

OTROS AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a Dios por darme la fuerza para culminar este trabajo y permitirme cerrar este ciclo de formación.

A mi madre, Alicia Rocha, le agradezco por inculcarme el amor por la educación, y a mi padre, Ignacio Ortiz, por su incondicional apoyo.

A mis amigos y familia, gracias por su constante aliento.

A Olguita, Dani y Flor, quienes, a pesar de la distancia, me han acompañado y motivado a luchar por mis sueños.

También agradezco a Alejandra, Fredy, Nathalia, Rodo y Mario por los espacios de reflexión académica que me brindaron. Gracias Fredy por el apoyo constante al principio para la toma de datos.

Gracias a Selvin, Cristian, Kike, Dani, Dianita, Maxi, Juli, Melvin y Gerardo, por las tardes llenas de risas y café. De manera especial, quiero agradecer a Selvin, quien desde el cierre de este proyecto ha estado dispuesto a apoyarme, aconsejarme e incluirme en su maravillosa familia, quienes me han adoptado y aceptado sin condiciones.

Gracias también al Seminario de Modelización Matemática del DME y al proyecto “Construcción de significados en procesos de modelación matemática” (Conahcyt A1-S-33505), donde se tuvo oportunidad de discutir esta investigación.

Agradezco a mis asesoras, la Dra. Ivonne y la Dra. Ana Isabel, por acompañarme en esta travesía. A la Dra. Ivonne, por motivarme a no alejarme del aula y de las realidades de los niños, y por brindarme la oportunidad de participar en espacios de formación con profesores donde pude escuchar y compartir experiencias; gracias por estos nueve años de trabajo conjunto y por todo lo que hemos logrado.

A la Dra. Ana Isabel, gracias por aceptar codirigir este proyecto, por impulsarme a escribir y a compartir nuestras ideas en eventos académicos; aprecio profundamente las largas horas de trabajo que hemos dedicado a escribir, revisar y reflexionar sobre cómo comunicar mejor nuestra investigación.

Finalmente, agradezco a mis sinodales por sus valiosos aportes.

A la Dra. Olimpia, por siempre estar dispuesta a escucharme, por incluirme en actividades académicas y por nuestras enriquecedoras discusiones sobre la geometría en primaria.

Al Dr. José Luis, por la oportunidad de intercambiar ideas sobre mi proyecto y compartir conmigo su conocimiento sobre la educación STEM.

Al Dr. Armando Paulino y al Dr. Gonzalo, gracias por sus significativas revisiones y contribuciones que han sido fundamentales para la construcción de este proyecto.

RESUMEN

Esta investigación indaga sobre cómo fomentar el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en distintos tamaños del espacio, a través de actividades STEM, en niños de primaria baja; particularmente habilidades relacionadas con cambios de dimensión ($2D \leftrightarrow 3D$), construcción de sistemas de referencia, e interpretación de representaciones.

A partir de una revisión de la literatura sistemática sobre el razonamiento espacial en el contexto escolar, inferimos que este tipo de razonamiento es importante para actividades que involucran áreas STEM y para otras áreas de conocimiento. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones revisadas se han centrado en estudiantes de secundaria y universidad, evidenciando la necesidad de más estudios en educación primaria; esto nos representó una oportunidad para hacer aportes significativos al campo.

Para fomentar habilidades de razonamiento espacial en los niños, se construyó un marco conceptual basado en las ideas de Gálvez (1985), quien divide el espacio en micro-, meso- y macroespacios; y en la definición de razonamiento espacial de Davis et al. (2015) quienes lo reconocen como un sistema en el que interactúan acciones físicas y cognitivas.

Se diseñó una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) enmarcada en la educación STEM en el contexto del fenómeno de los sismos y de la elaboración de planos y rutas de evacuación. La THA incluyó actividades de medición, toma de perspectiva y representaciones espaciales, usando recursos manipulativos (e.g., multicubos, sismógrafos) y digitales (e.g., Google Maps, LightBot). La THA se implementó en dos ciclos de un experimento de diseño, con niños de 6 a 8 años de una escuela pública de la Ciudad de México, de un sector socioeconómicamente vulnerable.

Los resultados de los ciclos de experimentación indican que los niños, al realizar las actividades de la THA, desarrollaron habilidades relacionadas con la construcción de sistemas de referencia, interpretación y construcción de representaciones espaciales y su relación con espacios físicos. Medir y tomar perspectiva les dio elementos para *representar*, *transformar a escala*, *ubicar* y *descomponer*, particularmente la vista superior de mesoespacios. En el microespacio, relacionaron objetos tangibles con representaciones en vista superior –*cambios de dimensión ($2D \leftrightarrow 3D$)*. En el mesoespacio, *imaginaron* la forma de objetos/espacios en vista superior y *visualizaron* su forma al progresar entre distintas versiones de sus planos.

De esta manera, esta investigación aporta en relación con el diseño de THAs enmarcadas en educación STEM en contextos de fenómenos naturales, y del desarrollo de habilidades de razonamiento espacial a través de ellas, y abriendo nuevas preguntas al respecto.

ABSTRACT

This research investigates how to foster the development of spatial reasoning skills in different sizes of space, through STEM activities, in young children; particularly those skills related to changing dimensions (2D↔3D), constructing reference frames, and interpreting representations.

Based on a systematic literature review on spatial reasoning in school contexts, we infer that this type of reasoning is important for activities in STEM areas as well as for other areas of knowledge. However, most of the research reviewed has focused on high school and university students, pointing to the need for more studies in primary education; this opened for us an opportunity to make significant contributions to the field.

In seeking to foster spatial reasoning skills in children, we developed a conceptual framework based on the ideas of Gálvez (1985), who proposes that space is divided into micro-, meso- and macrospace; as well as on Davis et al.'s (2015) definition of spatial reasoning as a system in which physical and cognitive actions interact.

We then designed a Hypothetical Learning Trajectory (HLT) within STEM education in the context of the earthquake phenomenon and the development of evacuation maps and routes. The HLT included measurement activities, perspective taking, and spatial representations, using manipulative resources (e.g., multicubes, seismographs) and digital ones (e.g., Google Maps, LightBot). The HLT was implemented in two cycles of a design experiment, with children aged 6 to 8 years-old from a public school in Mexico City, in a socioeconomically vulnerable area.

The results of the experimentation cycles indicate that the children, by carrying out the HLT activities, developed skills related to the construction of reference frames, the interpretation and construction of spatial representations and their relationship with physical spaces. Measuring and perspective taking gave them elements to represent, scale, locate, and decompose, particularly the top view of mesospace. In microspace, they related tangible objects to top-view representations – thus involving changes in dimension (2D↔3D). In mesospace, they imagined the shape of objects/spaces in top views and visualized their shapes through different versions of their maps.

In this way, this research contributes to the design of HLTs within STEM education in contexts of natural phenomena, and to how spatial reasoning skills can be developed through their use; as well as opening new related research questions.

CONTENIDO

Agradecimiento a Conahcyt.....	3
Otros agradecimientos.....	4
Resumen.....	5
Abstract	6
Contenido.....	7
Figuras.....	15
Tablas	21
Capítulo 1. Introducción.....	23
1.1. Creación y uso de tecnologías: necesidades para el siglo XXI.....	23
1.2. Desarrollar habilidades espaciales desde edades tempranas.....	25
1.3. Estructura del documento	26
Capítulo 2. Desarrollo del razonamiento espacial y su implicación en actividades STEM	29
2.1. El razonamiento espacial en contextos escolares y su presencia en investigación.	31
2.1.1. El razonamiento espacial y sus diversas definiciones.....	32
2.1.2. Presencia del razonamiento espacial en propuestas curriculares	34
2.1.3. Desarrollo de habilidades de razonamiento espacial: resultados de una revisión de la literatura.....	36
2.1.3.1. Uso de representaciones bidimensionales en la vida cotidiana.....	37
2.1.3.2. Dificultades presentes al resolver actividades de razonamiento espacial	39
2.1.3.3. Recursos que apoyan el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial	40
2.1.4. Generar experiencias significativas para el desarrollo del razonamiento espacial.....	42
2.2. STEM: corriente educativa para la formación de ciudadanos en el actual siglo	43
2.2.1. STEM y sus diferentes interpretaciones.....	43
2.2.2. Integración de áreas STEM: una difícil tarea documentada en la investigación	46
2.2.3. Elementos esenciales en la educación STEM para generar espacios de aprendizaje	47

2.2.4.	Metodologías para el diseño de actividades en educación STEM.....	48
2.3.	Papel del razonamiento espacial en educación STEM	50
2.3.1.	Formación de competencias profesionales mediante el desarrollo de razonamiento espacial en áreas STEM.....	50
2.3.2.	Actividades con tecnologías digitales o artesanales para el desarrollo de razonamiento espacial en áreas STEM.....	51
2.4.	Planteamiento del problema de investigación	55
2.4.1.	La necesidad de fomentar el razonamiento espacial en la escuela primaria a través de actividades en educación STEM	56
2.4.2.	Preguntas y objetivos de investigación.....	57
Capítulo 3.	Marco conceptual.....	59
3.1.	Comprensión del espacio en niños de edades tempranas	59
3.1.1.	Reconocimiento de distintos tamaños del espacio para su aprendizaje	63
3.2.	Definición de razonamiento espacial.....	64
3.3.	Los mapas como medio para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas.....	69
3.3.1.	Aspectos por considerar para la comprensión de mapas	70
3.3.2.	Construcción de mapas	71
3.3.2.1.	Representaciones.....	72
3.4.	Aspectos del razonamiento espacial considerados para esta investigación.....	75
3.5.	Enfoque interdisciplinario para el desarrollo de habilidades espaciales	77
3.5.1.	Breve descripción del trabajo en áreas STEM en la escuela	78
3.5.1.1.	Ciencias.....	78
3.5.1.2.	Tecnología.....	79
3.5.1.3.	Ingeniería	79
3.5.1.4.	Matemáticas	80
3.5.1.5.	La integración de las áreas STEM	81
Capítulo 4.	Metodología.....	83
4.1.	Fases de nuestro estudio	84
4.2.	Primer ciclo	87
4.2.1.	Preparación del experimento	87
4.2.1.1.	Prueba diagnóstica	87
4.2.1.2.	Diseño de la trayectoria hipotética de aprendizaje	90

a.	La elección del contexto de actividades STEM para la THA: el fenómeno de los sismos y el tránsito entre diferentes tamaños de espacio.....	90
b.	Estructura y organización de la THA.....	91
4.2.1.3.	Gestión de las actividades en el aula.....	96
4.2.1.4.	Recursos manipulables y digitales útiles para reconocer macroespacios y construir sistemas de referencia	101
a.	Módulos multicubo para el reconocimiento y representación de vistas de microespacios.....	101
b.	Representaciones dinámicas de meso- y macroespacios con Google Maps y Google Earth	102
c.	Sweet Home 3D para el diseño de la ruta de evacuación.....	103
d.	Scratch: un recurso para la construcción de sistemas de referencia.....	104
4.2.2.	Experimentación en el primer ciclo	104
4.2.2.1.	Participantes del primer ciclo.....	105
4.2.2.2.	Implementación y toma de datos en el primer ciclo	106
4.2.3.	Análisis retrospectivo de los datos del primer ciclo.....	108
4.3.	Segundo ciclo.....	109
4.3.1.	Preparación del segundo experimento (cambios desde el primer ciclo).....	109
a.	Actividades adicionales sobre medición	111
b.	Actividades adicionales usando Google Maps y Google Earth	112
c.	Actividades alternas con las otras tecnologías digitales.....	113
4.3.2.	Segunda experimentación	114
4.3.2.1.	Participantes del segundo ciclo	114
4.3.2.2.	Implementación y toma de datos.....	114
4.3.3.	Análisis retrospectivo de los datos del segundo ciclo.....	118
a.	Análisis de la categoría relacionada con procesos de medición.....	120
b.	Análisis de la categoría uso y construcción de sistemas de referencia.	121
c.	Análisis de la categoría construcción de representaciones de la vista superior de la escuela: tránsito entre los distintos tamaños del espacio	122
Capítulo 5.	La trayectoria hipotética de aprendizaje	125
5.1.	Módulo I: Contextualización de la situación	126
5.1.1.	Descripción general y objetivos del módulo I.....	126
5.1.2.	Desarrollo hipotético de las actividades del módulo I	127
Actividad 1:	Los riesgos en mi escuela.....	127
Actividad 2:	¿Qué es un sismo?.....	128

Actividad 3: Representación de las capas de la Tierra	131
Actividad 4: Estimación, medición e iteración en el microespacio (en el plano xy)	132
Actividad 5: Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (el salón de clases)	132
Actividad 6: Medición de alturas (longitudes verticales) en el microespacio. ...	133
Actividad 7: Equivalencia de unidades.....	133
Actividad 8: Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (la cancha de juegos).....	133
Actividad 9: Estimación de longitudes verticales en el macroespacio.	133
Actividad 10: Trazado de rutas digitales en mesoespacios conocidos (el entorno casa-escuela), usando Google Maps.	134
Actividad 11: Construyo un sismógrafo	134
Actividad 12: Los movimientos sísmicos.....	135
5.2. Módulo II: Panorama general.....	136
5.2.1. Descripción general y objetivos del módulo II.....	136
5.2.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo II.....	137
Actividad 13: La solidez de las edificaciones.....	137
Actividad 14: ¿Qué hacer frente a un sismo?	138
Actividad 15: Planos y rutas de evacuación (I)	138
Actividad 16: Planos y rutas de evacuación (II)	139
Actividad 17: Ruta a ciegas	139
Actividad 18: Movimientos con Scratch/LightBot.....	139
5.3. Módulo III: Panorama local.....	140
5.3.1. Descripción general y objetivos del módulo III.....	141
5.3.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo III	142
Actividad 19: Los datos de mi escuela	142
Actividad 20: Identifico zonas seguras.....	142
Actividad 21: Mido el perímetro de mi escuela.....	143
5.4. Modulo IV: Construcción de un plano	143
5.4.1. Descripción general y objetivos del módulo IV	143
5.4.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo IV	144
Actividad 22: Dibujo un plano de mi escuela.....	144
Actividad 23: Revisión de los planos dibujados	144
Actividad 24: Determinamos el mejor plano de evacuación	144

5.5. Validación de la THA como una propuesta STEM	145
Capítulo 6. Representaciones de un mesoespacio, a partir de un microespacio.....	147
6.1. Estimación, medición y comparación de longitudes y distancias.....	147
6.1.1. Estimar y medir la longitud de una mesa e iterar unidades en el microespacio horizontal	148
6.1.1.1. Estimación de longitudes en el microespacio horizontal	148
6.1.1.2. Medición con unidad antropométrica y regla, en el microespacio horizontal	151
6.1.1.3. Iterando sobre el plano xy en el microespacio	152
6.1.2. Estimar y medir longitudes en el mesoespacio (el largo del salón o patio) e iterar unidades sobre el plano xy.....	154
6.1.2.1. Replicando las acciones en el microespacio para estimar en el mesoespacio	155
6.1.2.2. Medición e iteración sobre el plano xy en el mesoespacio: usando una “tira de papel” de un metro como nueva unidad de medida	157
6.1.3. Medir y estimar estaturas de niños: transitar entre diferentes tipos de unidades e instrumentos	159
6.1.4. Del meso al macroespacio: estimar, la profundidad de una grieta geológica	163
6.1.5. Conclusión sobre las acciones asociadas a los procesos de medición en los micro- y mesoespacios	166
6.2. Uso y construcción de sistemas de referencia	167
6.2.1. Ubicación de módulos multicubo para representaciones en un microespacio	167
6.2.2. Desplazamientos en el mesoespacio del patio de la escuela	169
6.2.2.1. Mario transita de un sistema egocéntrico a uno intrínseco	171
6.2.2.2. Karen construye un sistema de referencia intrínseco	172
6.2.3. Construcción y uso de sistemas de referencia en LightBot.....	174
6.2.3.1. Explicando el movimiento del sprite: construcción y uso de sistemas de referencia descentrados	176
Primer ejemplo: Luis explica el desplazamiento del sprite desde una perspectiva descentrada.....	176
Segundo ejemplo: Jorge exhibe una perspectiva descentrada al ayudar a Nicolás	177
Tercer ejemplo: colaboración grupal para desplazar al sprite.....	179
Conclusiones sobre los ejemplos presentados.....	181
6.2.4. Reconociendo rutas en un macroespacio, usando Google Maps	182

6.2.4.1.	Verificando una ruta de la escuela a la casa: el caso de Vicente	182
6.2.4.2.	Reconstrucción de una ruta de desplazamiento	183
6.2.5.	Acciones asociadas a la construcción de sistemas de referencia	184
6.3.	Construcción de representaciones de la vista superior de la escuela: tránsito entre los distintos tamaños del espacio.....	186
6.3.1.	Reconociendo, en el microespacio, el todo y las partes de una construcción de módulos multicubo	186
6.3.1.1.	Identificando la forma y las partes.....	188
6.3.1.2.	Dificultades para reconocer la forma de la vista superior.....	188
6.3.1.3.	Identificando la forma de la vista superior pero no de las partes.....	189
6.3.1.4.	Identificando las partes pero no el todo	190
6.3.1.5.	Identificando las partes y el todo, pero en espejo	191
6.3.1.6.	Conclusión de la sección sobre reconocimiento del todo y las partes en un microespacio	192
6.3.2.	Visualizando los elementos de la vista superior del salón de clases.....	192
6.3.2.1.	Primeras representaciones de la vista superior del salón de clases.....	192
6.3.2.2.	Segundas representaciones de la vista superior del salón de clases.....	193
6.3.2.3.	Terceras representaciones de la vista superior del salón de clases	199
6.3.3.	Representación de la vista superior de la escuela usando e interpretando los mapas de Google Maps.....	204
6.3.3.1.	Primeras representaciones, usando Google Maps, de la vista superior del salón de clases.....	204
6.3.3.2.	Segundas representaciones, usando Google Earth, de la vista superior del salón de clases.....	208
6.3.3.3.	Acciones para representar la vista superior del salón de clases, a partir del uso de Google Maps y Google Earth.....	212
6.3.4.	Conclusiones sobre la actividad de construcción de representaciones de la vista superior de la escuela	212
6.4.	Comentarios y cierre del capítulo 6.....	213
Capítulo 7.	El razonamiento espacial en las actividades sobre sismos	217
7.1.	Interpretación de representaciones	218
7.1.1.	Exploración de montañas en el Himalaya a través de fotografías	219
7.1.2.	Exploración del Valle de Rift a través de su fotografía.....	221
7.2.	Construcción de las capas de la Tierra	222
7.3.	Construcción del sismógrafo	226
7.3.1.	Simulación del sismo	230

7.4. Actividades sobre la estabilidad de edificaciones.....	232
7.5. Construcción de relaciones distancia-tiempo	234
7.6. Cierre del capítulo: El razonamiento espacial en las actividades STEM propuestas	237
Capítulo 8. Conclusiones	241
8.1. Respuestas a las preguntas de investigación y aportaciones del estudio	242
8.1.1. Diseño de una THA para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas a través de actividades STEM con recursos de fácil acceso.....	242
a. El diseño de actividades STEM en el contexto del fenómeno de los sismos 243	
b. Uso de recursos manipulables y digitales: necesidad para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas	245
8.1.2. Habilidades de razonamiento espacial identificadas en las actividades de la trayectoria.....	247
a. Acceso a la construcción de espacios desconocidos a través de la medición	247
b. El entorno y la actividad propician la construcción de ciertos sistemas de referencia.....	249
c. Establecer relaciones entre un espacio físico y su representación	251
8.2. La experimentación de las actividades: del diseño a la realidad en el aula	253
a. Dificultades y desafíos en la implementación de la THA en el primer ciclo 253	
b. Dificultades y desafíos en la implementación de la THA en el segundo ciclo 255	
8.3. Limitaciones del estudio y posibles direcciones para investigaciones futuras	256
Referencias.....	261
Anexos.....	285
Anexo 1. Revisión de artículos en búsqueda de aquellos sobre geometría, razonamiento espacial y STEM	285
Anexo 2. Datos demográficos de artículos en la revista Int J STEM Educ.....	286
Anexo 3. Prueba diagnóstica	287
Anexo 4. Proyecto presentado a la escuela participante	298
Anexo 5. Materiales para la elaboración del sismógrafo (Actividad 11)	303
Anexo 6. Hoja de trabajo con tabla para registrar equivalencias (Actividad 7)	304
Anexo 7. Rúbrica para evaluar el proyecto STEM.....	305

Anexo 8. Desarrollo y análisis de la implementación de la THA en el primer ciclo	319
A8.1. Prueba diagnóstica: descripción y preanálisis	319
A8.1.1. (De)construcción de representaciones bidimensionales	320
A8.1.1.1. (Re)componer desarrollos planos	320
A8.1.1.2. Organizar cubos en una representación bidimensional	322
A8.1.2. Reconocimiento de espacios para la interpretación y/o elaboración de representaciones	324
A8.1.2.1. Interpretar fotografías que representan espacios físicos	324
A8.1.2.2. Representar un mesoespacio conocido	328
A8.1.3. Identificación de vistas de un mismo objeto	329
A8.1.3.1. Reconocer vista superior de un mesoespacio conocido	330
A8.1.3.2. Relacionar vistas de un objeto en su representación bidimensional	330
A8.1.4. Elaboración de objeto 3D y la relación con su representación 2D	334
A8.2. Descripción del primer módulo	335
A8.2.1. Reconocimiento e indagación del proyecto	336
A8.2.2. Comprensión del fenómeno a través de la interpretación de representaciones	339
A8.2.3. ¿Qué instrumentos se usan para detectar los movimientos de la tierra?	344
A8.2.4. Simulación de sismos	346
A8.3. Una mirada a los datos: categorías emergentes	347
A8.3.1. Reconocimiento de vistas en macroespacio a través de representaciones	347
A8.3.2. Medición de microespacios	351
A8.3.3. Lectura de mapas	353

FIGURAS

Figura 3.1. Esquema aproximación conceptual de razonamiento espacial. Adaptado de “Spatializing school mathematics” de Davis et al. (2015, p. 141)	65
Figura 3.2. Representación de proyección en perspectiva.	73
Figura 3.3. Representación de proyección oblicua.	73
Figura 3.4. Representación de proyecciones axonométricas.	74
Figura 3.5. Representaciones por nivel (a) y ortogonal codificada (b).....	74
Figura 3.6. Elementos teóricos del razonamiento espacial centrales en esta investigación.	76
Figura 4.1. Proceso de diseño de la THA.....	86
Figura 4.2. Item de la prueba de aptitud diferencial: relaciones espaciales (DAT: SR). Adaptado de “Testing instruments for the assessment of 3-D spatial skills” (Gorska y Sheryl, 2008).....	88
Figura 4.3. Item de la prueba diagnóstica inicial–final.....	88
Figura 4.4. Uso de Atlas.ti para identificar acciones en los procesos de medición (segundo ciclo).....	120
Figura 4.5. Matriz para el análisis de representaciones según los tamaños del espacio (segundo ciclo).....	123
Figura 4.6. Codificación por colores para reconocer indicadores (segundo ciclo).....	124
Figura 5.1. Representación de maqueta para mostrar en el aula	128
Figura 5.2. a. Distribución de placas tectónicas; b. Evolución de la tectónica en México	129
Figura 5.3 Representaciones estáticas del macroespacio. a) Los Himalayas (Historia y Biografías, 2014). b) La cordillera del Himalaya (Portillo, s.f.). c) El Gran Valle de Rift (KLM, s.f.).....	130
Figura 5.4. a. Representación de capas de la Tierra en proyección; b. Vista frontal de las capas de la Tierra	131
Figura 5.5. Ejemplo de grieta del Gran Valle de Rift	134
Figura 5.6. Ruta a corregir del sprite en la interfaz de Scratch.....	140
Figura 6.1. Representación de segmentos perpendiculares al plano xy—Alturas.	148
Figura 6.2. Medición de un microespacio por estimación sensorial.	150
Figura 6.3. Explicación de la maestra para usar una regla de 50 centímetros	152

Figura 6.4. Estudiante midiendo la mesa	152
Figura 6.5. Estimación, por Mario, del largo del salón.....	155
Figura 6.6. Mario realizando estimación sensorial de un metro.	157
Figura 6.7. Estudiantes construyendo 100 centímetros.	158
Figura 6.8. Niños midiendo macroespacios.	159
Figura 6.9. Estudiantes midiéndose entre ellos.....	161
Figura 6.10. Comprobación de alturas en el primer momento	162
Figura 6.11. Grupo de estudiantes midiéndose con tira de papel de un metro y con regla	163
Figura 6.12. Luis indicando cuánto serían 15 metros.	164
Figura 6.13. Maestra frente a pared para estimación de la altura del salón	165
Figura 6.14. Representación de la maestra de los pisos de la escuela	165
Figura 6.15. Acciones asociadas al proceso de comparación y medición de alturas y de longitudes en el plano xy.....	167
Figura 6.16. Construcciones de cubos.	168
Figura 6.17. Ubicación de la construcción con cubos y de la hoja para dibujar la vista superior	169
Figura 6.18. Rutas de desplazamiento en el patio de la escuela	170
Figura 6.19. Desplazamientos en el mesoespacio.....	171
Figura 6.20. Indicaciones de Mario a David, y los puntos del recorrido.	172
Figura 6.21. Indicaciones de Karen a Vicente con la secuencia de movimientos en el recorrido	173
Figura 6.22. Infertaz, niveles y comandos de LightBot.....	175
Figura 6.23. Explicación de Luis de los desplazamientos del sprite en LightBot.	177
Figura 6.24. a) Primeros comandos usados por Nicolás para mover el sprite en el Nivel 6. b) Nicolás corrige el movimiento del sprite después de seguir las instrucciones de Jorge. c) Nicolás utiliza el comando Bombilla para cambiar el color de la baldosa azul a amarillo.....	178
Figura 6.25. Nicolás completa el sexto nivel de dificultad del juego.	179
Figura 6.26. Rutas de desplazamiento del sprite en LightBot para navegador de computadora: a) la de Ricardo; y b) un posible desplazamiento correcto.....	180
Figura 6.27. Movimientos que el estudiante hace recordando el espacio que recorre.....	183

Figura 6.28. Acciones de razonamiento espacial involucradas en el desarrollo de sistemas de referencia..... 186

Figura 6.29. Representación de la vista superior de una construcción de cubos (Ejemplo 1) 187

Figura 6.30. Convenciones para explicar las representaciones de los niños de los módulos multicubo. 188

Figura 6.31. Representaciones de la vista frontal de un módulo multicubo (Ejemplos 2 y 3). 188

Figura 6.32. Un ejemplo de reconocimiento de formas de la vista superior (Ejemplo 4).. 189

Figura 6.33. Otro ejemplo de reconocimiento de formas de la vista superior (Ejemplo 5). 189

Figura 6.34. Reconocimiento de una parte la vista en la construcción de cubos (Ejemplo 6). 190

Figura 6.35. Proceso de reconocimiento de la cantidad de cubos (Ejemplo 7)..... 190

Figura 6.36. Representación de la vista superior de una construcción con cubos (Ejemplo 8). 191

Figura 6.37. Reconocimiento de la forma y la simetría en sus partes (Ejemplo 9)..... 192

Figura 6.38. Representación de la vista lateral o frontal de espacios y objetos en el salón de clase. 193

Figura 6.39. Ejemplo de la plantilla entregada para representar elementos del salón de clase 193

Figura 6.40. Segunda versión de una vista superior del salón de clases, que omite la ruta de evacuación en el plano..... 194

Figura 6.41. Segundas versiones de vistas superiores del salón de clases, con representaciones laterales o frontales de objetos 196

Figura 6.42. Segundas versiones de la vista superior del salón de clases que guardan las proporciones e los elementos de las leyendas son representados en los planos 197

Figura 6.43. Terceras versiones de la vista superior del salón de clases..... 200

Figura 6.48. Representación de la vista superior de la escuela 204

Figura 6.49. Primeras representaciones de dos niños, de la escuela, desde vista lateral ... 205

Figura 6.50. Varias capturas de la primera versión de un niño, representando las partes de su escuela desde una vista superior	207
Figura 6.51. Ejemplo de representación que incluye la ubicación de espacios de la escuela	208
Figura 6.52. Captura del trabajo proyectado en clase usando Google Earth.	208
Figura 6.53. Representación del plano de evacuación de la escuela	209
Figura 6.54. Representación, en espejo, del plano de la escuela	210
Figura 6.55. Ejemplo de representación del plano de la escuela, que incluye medidas pero sin conservar las proporciones.....	211
Figura 6.56. Representación del plano de la escuela con algunos elementos desde una perspectiva lateral.....	211
Figura 6.57. Acciones de razonamiento espacial asociadas al representar micro y mesoespacios.	213
Figura 7.1. Representaciones estáticas del macroespacio. a) Los Himalayas (Historia y Biografías, 2014). b) La cordillera del Himalaya (Portillo, n.d.).	218
Figura 7.2. Otra representación estática del macroespacio: el Gran Valle de Rift (KLM, s.f.).....	219
Figura 7.3. Fernando indica cómo el fotógrafo probablemente sostuvo la cámara.	219
Figura 7.4. Luis representa con sus manos la ubicación del fotógrafo (A) y de las montañas (B).....	220
Figura 7.5. a. Representación de capas de la Tierra en proyección; b. Vista frontal de las capas de la Tierra con correspondencia de granos a utilizar	223
Figura 7.6. Capas de la Tierra representadas con granos en (a y b) el primer ciclo (sesión sincrónica en línea), y en (c y d) el segundo (sesión presencial).	224
Figura 7.7. Vicente redistribuye los granos de frijol de un compañero a su vaso.	225
Figura 7.8. Dibujos de los estudiantes para representar un movimiento sísmico.	227
Figura 7.9. Trabajo con los materiales durante la construcción del sismógrafo.....	229
Figura 7.10. Funcionamiento de un sismógrafo.....	230
Figura 7.11. Simulación de movimiento sísmico realizado por Mónica.	231
Figura 7.12. Simulación de movimiento sísmico realizado por Daniel.....	231
Figura 7.13. Trazos en el sismógrafo de simulaciones de sismos.	232

Figura 7.14. Elaboración de construcciones estables sobre bases de gelatina.	233
Figura 7.15. Ejemplo del recorrido casa-escuela de un estudiante.	236
Figura 7.16. Acciones de razonamiento espacial presentes en las actividades de los sismos.	238
Figura 7.17. Relaciones entre las áreas STEM y el razonamiento espacial	239
Figura A7.1. Gráfica de resultados de la evaluación de la THA, de acuerdo a los valores de la rúbrica	310
Figura A8.1. Primer ítem de la prueba diagnóstica.....	320
Figura A8.2. Trabajo de Daniel.....	321
Figura A8.3. Ítem 7 de la prueba diagnóstica.	322
Figura A8.4. Intentos de representar profundidad.....	322
Figura A8.5. Representaciones tercer y quinto ítem de la prueba diagnóstica.	323
Figura A8.6. Dos formas de conteo de cubos.	323
Figura A8.7. Ítem 8 de la prueba diagnóstica.	325
Figura A8.8. Rutas trazadas por algunos estudiantes.....	327
Figura A8.9. Representaciones de los planos realizados por los estudiantes.....	329
Figura A8.10. Segundo ítem prueba diagnóstica.	331
Figura A8.11. Solución de Gustavo.	332
Figura 8.12. Solución de Daniel.....	332
Figura A8.13. Solución de Nancy.....	333
Figura A8.14. Ítem 4 de la prueba diagnóstica.	333
Figura A8.15. Algunas soluciones sobre la forma de las vistas ortogonales.	334
Figura A8.16. Ítem 6 de la prueba diagnóstica.	334
Figura A8.17. Trabajo realizado por Daniel.	335
Figura A8.18. a. Representación de capas de la Tierra en proyección; b. Vista frontal de las capas de la Tierra	337
Figura A8.19. Trabajo realizado por un mismo estudiante.....	338
Figura A8.20. Señalamiento de placas tectónicas.....	339
Figura A8.21. Movimiento de placas tectónicas.....	339
Figura A8.22. a. Falla de San Andrés (transformante); b. Gran Valle de Rift (divergente); c. Cadena montañosa del Himalaya (convergente)	340

Figura A8.23. a. Movimiento - Gran Valle de Rift, b. Movimiento - Falla de San Andrés, c. Movimiento - Montañas del Himalaya.....	340
Figura A8.24. Ejemplo de abertura del Gran Valle de Rift	341
Figura A8.25. Representación física de John de un metro.	341
Figura A8.26. Representaciones vistas de Google Maps.....	342
Figura A8.28. Mapa de las placas tectónicas de México.....	344
Figura A8.29. Dibujos de los estudiantes que representan movimiento sísmico.....	345
Figura A8.30. Sismógrafo casero.....	345
Figura A8.31. Simulación de movimiento sísmico realizado por una estudiante.....	346
Figura A8.32. Simulación de movimiento sísmico realizado por un estudiante.	346
Figura A8.33. Diferentes trazos según el movimiento generado.....	347
Figura A8.34. Diferentes fotografías de las montañas del Himalaya	348
Figura A8.35. Ricardo situándose como fotógrafo.	349
Figura A8.36. Fotografía del valle de Rift	350
Figura A8.37. Rollo de papel para la construcción del sismógrafo.	352
Figura A8.38. a. Mapa del valle de Rift; b. Mapa de las placas tectónicas de México	353

TABLAS

Tabla 2.1. Niveles de integración STEM.....	45
Tabla 4.1. Cambios en la prueba diagnóstica a partir de la prueba piloto.	89
Tabla 4.2. Organización de las actividades del primer ciclo.....	93
Tabla 4.3. Rol del docente y de los estudiantes durante las actividades de la trayectoria ...	99
Tabla 4.4. Implementación del primer ciclo.	107
Tabla 4.5. Categorías e indicadores emergentes de razonamiento espacial, en el primer ciclo.....	108
Tabla 4.6. Organización y cambios en las actividades de la THA para el segundo ciclo..	109
Tabla 4.7. Descripción de las actividades adicionales de medición en el primer módulo para la THA del segundo ciclo.	111
Tabla 4.8. Actividades adicionales para el segundo ciclo, con Google Maps y Google Earth	112
Tabla 4.9. Implementación de las actividades de la THA en el segundo ciclo.....	116
Tabla 4.10. Indicadores de los procesos de medición (segundo ciclo)	121
Tabla 4.11. Indicadores de la construcción de sistemas de referencia (segundo ciclo).....	122
Tabla 4.12. Indicadores relacionados con las representaciones de micro- y mesoespacios (segundo ciclo).....	124
Tabla 5.1. Actividades de la THA.....	125
Tabla 5.2. Objetivos de las actividades del Módulo I de la THA	126
Tabla 5.3. Objetivos de las actividades del Módulo II de la THA.....	136
Tabla 5.4. Objetivos de las actividades del Módulo III de la THA.....	141
Tabla 5.5. Objetivos de las actividades del Módulo IV de la THA	143
Tabla 6.19. Cambios en las habilidades de los niños de primera a tercera versión.	201
Tabla 6.20. Ejemplos de cambios en las producciones de los niños de primera a tercera versión.....	202
Tabla A1.1. Revistas y cantidad de artículos en educación matemática consultados	285
Tabla A2.2. Poblaciones de estudio reportadas en artículos de la revista International Journal of STEM Education hasta 2019	286
Tabla A7.1. Rúbrica RubeSTEM (Aguilera-Morales et al., 2022).....	305

Tabla A7.2. Sistema de valoración de la rúbrica.	310
Tabla A7.3. Resumen de resultados de la evaluación de la THA, de acuerdo a la rúbrica: propuesta STEM básica.	310
Tabla A7.4. Resultados detallados de la evaluación de la THA, de acuerdo a la rúbrica: propuesta STEM avanzada.	311
Tabla A8.1. Acciones presentes en la prueba diagnóstica.	335
Tabla A8.2. Acciones involucradas en el desarrollo del primer módulo.	355

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico y científico en el actual siglo requiere personas creativas, imaginativas y competentes (*National Research Council* [NRC], 2014); en este sentido, la escuela debería proporcionar un contexto en el cual los estudiantes puedan desarrollarse y formarse para adaptarse a estos avances. Un camino para propiciar estos espacios de aprendizaje es mediante actividades en educación *STEM* (es decir, educación que integra Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, por sus siglas en inglés) pues permite a los estudiantes desarrollar habilidades para que, en espacios laborales, puedan enfrentar los desafíos que les impone su contexto (ver sección 2.2).

Una habilidad indispensable en áreas STEM¹ es el razonamiento espacial: desarrollarlo es fundamental para potenciar habilidades visuales, comunicativas y lógicas de los sujetos, sin dejar de lado que su incidencia en la realidad es determinante.

Esta investigación tiene como objetivo diseñar e implementar una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA –ver Capítulo 4) con actividades en un contexto de educación STEM para desarrollar habilidades de razonamiento espacial en estudiantes de tercero de primaria (entre 6 y 8 años). Las actividades de la THA (ver sección 4.2 y Capítulo 5) involucran, en diferentes tamaños del espacio, la ubicación de objetos/sujetos en el plano y el espacio, cambios de dimensión (2D↔3D), la toma de perspectiva (construcción de sistemas de referencia), y la interpretación de representaciones.

1.1. Creación y uso de tecnologías: necesidades para el siglo XXI

Los avances tecnológicos de los últimos años han generado cambios significativos en la sociedad. Actualmente, gracias a estos avances, obtenemos información inmediata sobre el clima, tráfico, tiempos de desplazamiento, entre otros. Desde campos como la medicina y la arquitectura, las diferentes tecnologías, entre ellas las digitales, han permeado dando lugar, por ejemplo, a nuevos métodos que permiten el tratamiento de alguna enfermedad o la

¹ Utilizaremos el término "áreas STEM" para referirnos a las disciplinas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas.

elaboración de material de construcción amigable con el medio ambiente. Como éstos, existen más ejemplos de cómo la tecnología ha estado presente a lo largo del tiempo en las prácticas sociales y culturales del ser humano.

Organizaciones como *The Foundation for Young Australians* (2017) han llevado a cabo y difundido investigaciones para indicar el surgir de nuevos requerimientos de trabajo y que hasta el 75% de los empleos en el futuro involucran capacidades en la creación y el uso de diferentes tipos de tecnología para la ingeniería, la ciencia y las matemáticas. Esto lleva a cuestionarse, ¿cómo se puede fomentar en la escuela el desarrollo de habilidades necesarias para el trabajo en el siglo XXI?

La educación desde los primeros años de escolaridad, según Fernández-Manzanal et al. (2007), necesita formar a los estudiantes para que puedan utilizar diferentes tecnologías en diversos contextos (e.g., científicos, sociales, ambientales) de forma que tomen conciencia de las implicaciones de su uso; por ejemplo, que desde la escuela se profundice en la interpretación de gráficas 2D las cuales representan objetos o espacios físicos. El estudiar en la escuela cómo y para qué sirven diversas tecnologías puede ser útil en diferentes áreas laborales: por ejemplo, el diseño de planos en arquitectura; o, en química, representar la interacción entre moléculas en 2D de tal manera que se plasme información sobre las estructuras en 3D; entre otros.

Para responder a la necesidad de alfabetizar a ciudadanos en áreas de conocimiento científico y tecnológico, a nivel internacional se ha generado la educación STEM. Esta corriente educativa, según el NRC (2014), busca favorecer habilidades de los estudiantes hasta K-12 (preparatoria) para que sean innovadores, solucionadores de problemas tecnológicos, y que estén familiarizados con la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas, de manera que tengan la destreza para aplicar estos conocimientos en diferentes contextos (ver sección 2.2).

1.2. Desarrollar habilidades espaciales desde edades tempranas²

En muchos países, la educación STEM ha ganado relevancia en las últimas dos décadas. En Estados Unidos, la educación STEM se ha integrado en la secundaria y las universidades para formar futuros científicos e ingenieros (Honey et al., 2014; NRC, 2009). De acuerdo con el NRC (2009), el trabajo en educación STEM requiere mucho tiempo para desarrollarse y debe comenzar con los primeros grados si se quiere formar a los científicos e ingenieros del futuro. La educación STEM también ha aumentado en preprimaria y primaria, como por ejemplo en Europa (Fuentes y Fernández, 2023). Al respecto Keeley (2009) y Pratt (2007) subrayan la importancia de la instrucción científica temprana para el desarrollo conceptual y para mantener la curiosidad y el entusiasmo por la ciencia. Sin embargo, en el caso de España se señala la necesidad de mayor formación de maestros para la educación STEM en edades tempranas (Fuentes y Fernández, 2023). En educación STEM en México, se propone que desde edades tempranas se creen soluciones alineadas con la Agenda 2030 de la UNESCO (2019), proporcionando ambientes de aprendizaje que fomenten la curiosidad y el trabajo práctico, teniendo en cuenta el acceso limitado a cualquier tecnología (Gras et al., 2020).

Particularmente en el nivel escolar primaria, una habilidad indispensable a potenciar en la educación STEM, es el razonamiento espacial, ya que les permite a los niños³ trabajar tanto en campos específicos del conocimiento, como en el cotidiano. De acuerdo con Gonzato et al. (2011), el razonamiento espacial debería ser desarrollado en edades tempranas lo que permitirá a los sujetos describir y modelizar el mundo físico en el que se desenvuelven.

Aun cuando se ha reconocido la importancia de desarrollar el razonamiento espacial en edades tempranas (ver sección 2.1), existen pocos desarrollos para la escuela y menos aún, propuestas de actividades en el marco de la educación STEM. Incluir, en ese marco,

² Para esta investigación, consideramos edades tempranas de los 4 a los 8 años, según lo descrito por Hawes et al. (2015).

³ A partir de ahora, nos referiremos al conjunto de niñas y niños, con el masculino gramatical "niños", que se reconoce como lenguaje inclusivo, y para no abusar de las duplicaciones de género, tal y como recomienda la Real Academia Española [RAE] (2020).

propuestas que favorezcan el desarrollo de razonamiento espacial⁴, daría herramientas al estudiante para resolver actividades dentro y fuera de la escuela y tener más oportunidades para ingresar a la vida laboral o a una carrera universitaria (ver sección 2.3).

Muchas de las investigaciones enfocadas en desarrollar razonamiento espacial en nivel primaria a través de enfoques de educación STEM, se centran en la construcción de robots móviles que se desplazan en diferentes direcciones y sentidos; otras utilizan diversos tipos de recursos físicos y/o tecnológicos como simuladores, impresoras 3D, etc. (ver sección 2.3.2). En esos casos, la implementación de ese tipo de actividades supone una inversión financiera al que no todas las escuelas tienen acceso. Por ello, es evidente la necesidad de más estudios en este campo que involucren el uso de recursos accesibles.

Para atender a la problemática respecto a la falta de propuestas para los primeros grados de primaria, esta investigación presenta el diseño de una propuesta de actividades STEM⁵ para favorecer el desarrollo del razonamiento espacial, así como su experimentación con estudiantes de tercero de primaria (entre 6 y 8 años) y el análisis del trabajo de los participantes. Las actividades planteadas incluyen el uso de tecnologías manipulables y digitales, y proponen como contexto el fenómeno natural de los sismos (ver sección 4.2.1.2).

1.3. Estructura del documento

Este documento cuenta con la siguiente estructura: En el capítulo dos se describe la importancia de desarrollar habilidades de razonamiento espacial en edades tempranas y su incidencia de actividades en educación STEM. Inicialmente se expone un breve panorama sobre cuáles son las habilidades o actividades que se han propuesto desde el currículo para el desarrollo del razonamiento espacial. Luego se presentan algunos resultados obtenidos de la revisión de literatura, centrando la atención en el uso de representaciones, los recursos y las dificultades que enfrenta un estudiante al hacer una actividad que implica uso o desarrollo de habilidades espaciales. A partir de lo propuesto en el currículo y en las

⁴ En la sección 2.1.1 se presentan definiciones de razonamiento espacial a partir de la literatura, y en la sección 3.2 se da la definición adoptada en este trabajo.

⁵ Utilizaremos el término “actividades STEM” para referirnos a las actividades incluidas dentro de una propuesta de educación STEM.

investigaciones, se describe con más detalle el uso de representaciones bidimensionales y objetos tridimensionales en edades tempranas para el desarrollo del razonamiento espacial.

En segunda instancia, se señalan aspectos de la educación STEM (formas que han surgido desde la investigación para la integración de las áreas STEM, y las diversas metodologías y los elementos que se requieren para generar espacios de aprendizaje) con el fin de dar un panorama general sobre cómo se puede trabajar en el aula esta corriente educativa.

Finalmente, se describe el papel que juega el razonamiento espacial en la realización de actividades que involucran áreas STEM. Esta descripción destaca, por ejemplo, cómo el uso de diversas tecnologías y representaciones, y las actividades que se han propuesto desde la investigación favorecen el razonamiento espacial de los estudiantes. Esta información es un referente, por un lado, para el diseño de la propuesta de actividades de esta tesis y, por otro lado, para justificar el uso de algunas tecnologías o representaciones en dicha propuesta.

En el tercer capítulo inicialmente se presentan las ideas teóricas que soportan el diseño la secuencia de actividades en cuanto a cómo los niños pueden comprender el espacio, cuáles son los elementos de razonamiento espacial considerados para este proyecto de investigación y cómo los mapas⁶ pueden ser un medio para desarrollar habilidades espaciales. Además, se presentan algunas ideas sobre el enfoque interdisciplinario usando áreas STEM pues las actividades propuestas involucran la integración de dichas áreas.

En el cuarto capítulo se describen los aspectos metodológicos relacionados con el desarrollo de los dos ciclos de experimentación en esta investigación. Se mencionan los elementos tenidos en cuenta para el diseño de una prueba diagnóstica y de la THA. Además, se señala cómo se llevó a cabo la implementación en los dos ciclos, incluyendo el rediseño para el segundo ciclo. Finalmente, para cada ciclo, se presenta el proceso de cómo se obtuvieron las categorías emergentes del análisis realizado de los datos.

El quinto capítulo presenta la THA, centrada en el fenómeno de los sismos, la cual está compuesta por cuatro módulos. Para cada módulo se describe el objetivo específico, los

⁶ Se entiende “mapa” como una representación de un espacio físico, y no exclusivamente desde un punto de vista cartográfico.

objetivos para cada área STEM, las conexiones entre estas áreas, los objetivos para el desarrollo del razonamiento espacial, y se proporciona una descripción detallada del desarrollo hipotético de cada actividad.

En el capítulo seis se presenta un análisis de los datos obtenidos a partir de los resultados de la implementación de la THA en el segundo ciclo. Se detalla cómo, a lo largo de la experimentación, se promovieron habilidades de razonamiento espacial tales como la visualización para el reconocimiento y elaboración de representaciones de la vista superior de meso- y macroespacios. Además, se describen las acciones vinculadas con actividades de medición en micro-, meso- y macroespacios, así como el uso y/o construcción de sistemas de referencia para la ubicación y el desplazamiento de objetos y/o sujetos.

En el séptimo capítulo se presentan las habilidades de razonamiento espacial identificadas en los dos ciclos de implementación, con los niños, de las actividades vinculadas directamente con el fenómeno de los sismos. En particular, el énfasis del análisis es dar cuenta de cómo se establecen sistemas de referencia para interpretar representaciones relacionadas con el fenómeno, el proceso para construir representaciones del mismo, así como el uso y desarrollo de otras acciones de razonamiento espacial durante las actividades.

Finalmente, en el octavo capítulo se presentan las conclusiones de este trabajo, donde se responden las dos preguntas de investigación planteadas. Se destacan sus aportaciones, describiendo qué elementos y recursos del diseño parecen haber apoyado el uso y desarrollo de habilidades de razonamiento espacial. También se detallan las dificultades encontradas durante la implementación, las limitaciones del estudio y se proponen posibles líneas de investigación futuras.

Capítulo 2. DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ESPACIAL Y SU IMPLICACIÓN EN ACTIVIDADES STEM

El reconocimiento del espacio se lleva a cabo en actividades cotidianas desde edades tempranas: el niño ve y construye relaciones (e.g., proximidad) entre objetos y lugares. Sin embargo, es necesario que el niño tome consciencia de dichas relaciones y reconozca cómo comunicarlas, bien sea verbalmente o a través de una representación (Freudenthal, 2002).

Desde tiempos primitivos hemos buscado formas de comunicarnos y en este proceso se construye un lenguaje y un simbolismo que permite reconocer y ubicar sujetos, objetos o espacios determinados. Un objeto puede estar detrás de otro objeto y al mismo tiempo ese objeto puede estar a la derecha o izquierda de otra persona; la ubicación del objeto es relativa. Si se quiere indicar o verbalizar la ubicación de un objeto, se debe identificar que, aunque los objetos estén estáticos, la descripción de su ubicación cambia y depende de la posición del sujeto en relación con el objeto (Freudenthal, 2002).

Este lenguaje, para comunicar posiciones de lugares, sujetos y objetos, de acuerdo con Gonzato y Díaz-Godino (2010), empezó a construirse de forma intuitiva haciendo trazos en la tierra, en piedra, huesos, piel, pinturas y murales y fue fortaleciéndose a medida que se elaboraban edificaciones y planos. El conocimiento que se ha ido construyendo, de acuerdo con Freudenthal (2002), surge a partir de un contexto real y de necesidades generadas en el cotidiano.

En edades tempranas, los dibujos que los niños hacen de los objetos que ven, están influenciados por su percepción (Freudenthal, 2002); ellos crean una imagen mental de dichos objetos y al dibujarlos no consideran representaciones que refleje, por ejemplo, la tridimensionalidad del objeto.

De hecho, se considera que el razonamiento espacial determina habilidades en matemáticas (aquellas relacionadas con la interpretación de representaciones), por lo que es importante desarrollarlo desde edades tempranas (Lowrie et al., 2018). Sin embargo, algunas investigaciones indican que el razonamiento espacial raramente se enseña en entornos de la primera infancia (Verdine et al., 2017). Cuando se enseñan definiciones en clases de geometría tradicional, se estudian superficialmente las relaciones que guardan los objetos

entre sí o con el espacio. Se tienden a mostrar representaciones de objetos tridimensionales que los niños no ven físicamente y, por tanto, no pueden establecer relaciones de dichos objetos con su representación. Por tanto, se necesita usar un contexto rico para que el niño reconozca cómo usar el lenguaje y qué elementos de dibujo sirven para comunicar sus ideas –por ejemplo, la tridimensionalidad de un objeto– y conectar estos nuevos aprendizajes al contexto propuesto (Freudenthal, 2002).

En suma, las habilidades involucradas en la comprensión del espacio son indispensables en lo cotidiano. Son necesarias para comunicarnos y representar las formas y la ubicación de lugares, objetos y sujetos –por ejemplo, en mapas– (Gonzato y Díaz-Godino, 2010). Más aún, las habilidades espaciales no solamente influyen en el cotidiano, sino en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, y son necesarias para campos de trabajo más específico, como lo señalan algunos estudios. Por ejemplo, algunos investigadores han demostrado que las habilidades espaciales son indispensables en la arquitectura (Arıcı y Aslan-Tutak, 2015; Sinclair y Bruce, 2015; van den Heuvel-Panhuizen et al., 2015), la geografía, la computación gráfica, las artes visuales (Clements y Sarama, 2011; Vázquez y Noriega-Biggio, 2010), el trabajo en matemáticas avanzadas, tales como matemáticas superiores, temas matemáticos avanzados como las derivadas, etc. (Bruce y Hawes, 2015; Hallowell et al., 2015; Mamolo et al., 2015) y áreas STEM (Newcombe, 2010; Uttal, et al. 2013).

El desarrollo del razonamiento espacial de los estudiantes preuniversitarios (desde preescolar), como señala Hoffer (citado en Dindyal, 2015), involucra varias habilidades: habilidades visuales (de reconocimiento, observación de las propiedades, mapas de interpretación, proyección de imagen); aptitudes verbales (e.g., terminología correcta y comunicación precisa en la descripción de conceptos espaciales y relaciones); habilidades de comunicación por medios gráficos (e.g., la habilidad para representar formas geométricas en 2D y 3D, gráficos de escala, figuras isométricas, croquis); y habilidades lógicas (e.g., clasificación, reconocimiento de las propiedades esenciales como patrones, formular y comprobar hipótesis, hacer inferencias utilizando ejemplos de contradicción).

A pesar de todo lo anterior, hay autores (e.g., Pollitt et al., 2020) que señalan que el argumento de que el razonamiento espacial determina habilidades en matemáticas se basa en evaluaciones a través de pruebas psicométricas que no reflejan la comprensión de los

niños durante actividades como aquellas basadas en movimiento y juego; y que esto dificulta a educadores e investigadores poder determinar y evaluar mejor el desarrollo de habilidades espaciales.

En esta investigación, daremos cuenta del uso y desarrollo de habilidades de razonamiento espacial a través del análisis de los resultados de la implementación de una THA (ver Capítulo 6). Ese uso y desarrollo se evalúa principalmente a través de observar el *pensamiento cambiante* (Noss y Hoyles, 2015) de los niños, particularmente de las acciones que ponen en juego durante la experimentación de las actividades de la THA, y de cómo los recursos y el diseño de las actividades las fomentan o apoyan (ver Capítulo 6, Capítulo 7, Capítulo 8).

Para situar la problemática y los objetivos de esta investigación, en las siguientes secciones se presenta el resultado de una revisión de trabajos que se han realizado sobre razonamiento espacial en la escuela, las formas de trabajo en la integración de áreas STEM, y el papel del razonamiento espacial para STEM.

2.1. El razonamiento espacial en contextos escolares y su presencia en investigación

En la revisión de la literatura, encontramos diferentes aproximaciones de razonamiento espacial (y distintas formas de nombrarlo) las cuales centran su atención principalmente en el desarrollo de habilidades cognitivas, como la visualización y la rotación mental. Como se plantea en la sección 2.1.1, pocas definiciones involucran habilidades que implican movimiento del cuerpo: por ejemplo, hacer construcciones de objetos tridimensionales a partir de instrucciones dadas que implican transformaciones isométricas –rotaciones, traslaciones, simetría– de piezas en el espacio.

Con el fin de reconocer, en ejemplos particulares, cómo se favorecen las habilidades de razonamiento espacial en contextos escolares de edades tempranas, por un lado, se revisaron las actividades planteadas en el libro de texto obligatorio usado en la educación básica en México, *Desafíos Matemáticos para Tercer Grado* (SEP, 2016b). En la revisión de ese libro, no parece que se busque desarrollar habilidades espaciales, sino que se plantean actividades donde se asumen éstas como desarrolladas y requieren su uso (sección 2.1.2). Por otro lado, se revisaron investigaciones centradas en reconocer elementos,

dificultades y recursos presentes en diversas propuestas didácticas (ver sección 2.1.3) y se observa que, en general, el cambio de dimensión, el trabajo con representaciones bidimensionales y objetos tridimensionales y el uso de diversas tecnologías, tiende a favorecer el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas. A continuación, se profundiza en cada una de estas ideas.

2.1.1. El razonamiento espacial y sus diversas definiciones

En la investigación hay varias formas de nombrar y definir razonamiento espacial; se reconoce su importancia para el desenvolvimiento del ser humano en el mundo tecnológico en el que nos encontramos, pero se encuentran imprecisiones conceptuales. Frente a esta gama de definiciones es importante rescatar los elementos que componen dichas definiciones para posteriormente tomar postura y puntualizar cuales se usarán en nuestro trabajo.

Autores como Linn y Petersen (1985) por ejemplo, hacen uso del término “capacidad espacial”, otros autores usan “habilidad espacial” (Buckley, Seery, Canty, 2018; Lohman 1979; Sorby, 1999), “sentido espacial” (Del Grande, 1990), y “pensamiento espacial” (NRC, 2006):

- Quienes se refieren a *capacidad espacial* se enfocan principalmente en el estudio de habilidades como la visualización y la rotación mental de objetos; donde el desarrollo de dichas habilidades implica resolver tareas que involucran la transformación, descomposición y relación de representaciones 2D con objetos 3D (Sutton y Williams, 2007).
- La expresión *habilidad espacial* alude a procesos en los que se involucra instrucción específica enfocada en la comprensión y uso de imágenes mentales (Sorby, 1999); específicamente se refiere al desarrollo de habilidades de dibujo, percepción, construcción y visualización de imágenes a partir de movimientos y descripciones. Sorby (1999) comenta que es común confundir habilidad con destreza y puntualiza que su diferencia radica en que la habilidad se desarrolla, pero la destreza es innata.
- El *sentido espacial* generalmente alude a la percepción o visualización espacial: Según Del Grande (1990), es a través de los ojos que los niños reconocen patrones, formas y ubicaciones, movimientos u objetos; además, a medida que el cerebro

procesa lo que ve, el sonido, el tacto, el olfato y la posición del cuerpo se involucran en el procesamiento de información para ayudarlos a descubrir el mundo exterior. Este autor señala que quien no pueda construir estructuras físicas, es probable que no perciba ideas y conceptos geométricos. Del Grande (1990) identifica nueve habilidades de percepción espacial: copia visual, coordinación mano-ojo, coordinación izquierda-derecha, discriminación visual, retención visual, ritmo visual, cierre visual, relaciones entre figuras, lenguaje y percepción. También indica que desarrollar estas habilidades permite comprender representaciones bidimensionales de objetos 3D.

- El *pensamiento espacial*, según el NRC (2006) implica la comprensión de tres propiedades relacionadas: i) supone una conciencia del espacio mismo, que reconoce distancias, coordenadas y dimensiones; ii) se asocia con la representación de información espacial y (de)codificación⁷ de representaciones 2D como diagramas y mapas, y iii) implica el razonamiento requerido para interpretar información espacial y tomar decisiones.
- Quienes se refieren a *razonamiento espacial* lo definen, por un lado, como la capacidad de visualizar transformaciones de coordenadas espaciales de un objeto, lo cual puede ocurrir en el propio objeto o en relación con un marco de referencia (Hallowell et al., 2015). Por otro lado, van den Heuvel-Panhuizen et al. (2015) lo definen como una habilidad cognitiva crucial que necesitamos para encontrar algún camino específico, manipular objetos e imaginar situaciones.

Desde la psicología y la ciencia cognitiva se entiende el *razonamiento espacial* como un conjunto de habilidades y procesos cognitivos y algunos educadores matemáticos consideran a la geometría y razonamiento espacial como una cadena unificada de las matemáticas que tienen que ver más con los conceptos geométricos que con las propias habilidades espaciales (Dindyal, 2015; Moss et al., 2015), por ejemplo, encontrar el área y el volumen de figuras y formas que tienen o se deducen fácilmente las longitudes de sus lados y aristas.

⁷ En este caso, la notación “(de)” indica que se pueden dar dos procesos: codificación y decodificación. Este mismo principio se aplica a otras palabras así escritas.

A pesar de la diversidad de nombres y las formas en que se define razonamiento espacial, las distintas aproximaciones coinciden en que éste desarrolla habilidades cognitivas esenciales para desenvolverse en el actual siglo (e.g., visualizar y relacionar representaciones, construir representaciones y objetos) y en las que la manipulación mental de representaciones bidimensionales es vital (e.g., dibujos, gráficos).

Para este estudio se adoptó la aproximación conceptual propuesta por Davis y el grupo canadiense *Spatial Reasoning Study Group* (SRSG), conformado por matemáticos, educadores matemáticos y psicólogos. Davis y SRSG (2015) reconocen la importancia de desarrollar el razonamiento espacial utilizando tecnología manipulable y/o digital que les genere a los estudiantes de educación obligatoria (K-12), experiencias corpóreas y cognitivas; además consideran que la inclusión de este tema dentro del currículo ayuda al estudiante a desarrollar actividades en diversas áreas del conocimiento. Optamos por esta aproximación porque no define razonamiento espacial centrándose en una habilidad particular (e.g., visualización), sino que presenta una serie de habilidades –acciones– que se interconectan y desarrollan en una misma actividad. Por ejemplo, el armado de pentominós –figura geométrica conformada por cinco cuadrados unidos por sus lados– puede desarrollar, al mismo tiempo, habilidades de construcción corporales (que implican movimiento del cuerpo) y cognitivas (de rotación mental). Una descripción más detallada de las acciones involucradas en el razonamiento espacial se incluye en el Capítulo 3.

2.1.2. Presencia del razonamiento espacial en propuestas curriculares

En distintas propuestas curriculares y planes de estudio se considera el aprendizaje de habilidades de razonamiento espacial como necesario para el desarrollo de actividades tanto en la escuela, como en la vida cotidiana y laboral. Esta afirmación la documenté en el trabajo de investigación que llevé a cabo en la Maestría en Desarrollo Educativo (2016-2018); en ésta describí cómo algunas propuestas educativas latinoamericanas (de México, Colombia, Chile y Costa Rica) y norteamericanas (de Estados Unidos, y Canadá) se refieren al razonamiento espacial.

Al menos en México, Colombia, Chile y Costa Rica, se sitúa al razonamiento espacial como parte de la geometría, y se da relevancia al desarrollo de habilidades de ubicación espacial, visualización e interpretación de representaciones bidimensionales de objetos del

espacio. En documentos oficiales de Estados Unidos (e.g., National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) y de la provincia de Ontario en Canadá (e.g., Ministry of Education, 2005), se menciona que tener habilidades de razonamiento espacial y de medición ayuda al aprendizaje de tópicos matemáticos y puede ser útil en la solución de problemas de situaciones reales.

Identificar cómo permean en el aula las propuestas curriculares revisadas de países latinoamericanos y norteamericanos, en cuanto al desarrollo de razonamiento espacial, es una tarea compleja. Serrano et al. (2018) señalan que, como punto de partida (aunque sin esperar obtener un panorama general completo), se pueden analizar lecciones de los libros de texto pues son uno de los recursos más utilizados en la escuela por profesores y estudiantes.

En la propuesta curricular mexicana (SEP, 2016a) se considera el aprendizaje de habilidades de razonamiento espacial en la escuela. De hecho, uno de los propósitos expuestos para el potenciamiento del pensamiento matemático es “desarrollar la imaginación espacial y la percepción geométrica” (p. 103). Específicamente en la presentación del eje *forma, espacio y medida*, se puntualiza como objetivo de aprendizaje “desarrollar la percepción geométrica mediante la construcción, transformación y descripción de figuras geométricas” (SEP, 2016a, p. 107).

Al revisar el libro de texto de tercero primaria (SEP, 2016b) para identificar las actividades explícitamente relacionadas con razonamiento espacial se encontraron únicamente dos: Una primera actividad se enfoca en el reconocimiento de ángulos como resultado de cambios de dirección (derecha, izquierda, media vuelta, un cuarto de vuelta y un octavo de vuelta); y en la segunda, se propone identificar la cercanía o lejanía (relaciones de proximidad) de objetos en una imagen. Sin embargo, en ese libro de tercero de primaria, no hay actividades que impliquen experiencias de movimiento corporal y/o de objetos en el espacio encaminadas hacia que el estudiante aprenda y desarrolle habilidades que lo ayuden a hacer lo propuesto –en las actividades de cambios de dirección, y cercanía o lejanía de objetos– a pesar de que se evalúa lo aprendido al respecto a través de preguntas.

De manera más general, en la propuesta curricular de ese libro de texto (2016b), no se evidencia la inclusión de actividades de construcción, transformación y descripción de

figuras geométricas que permitan el desarrollo de la percepción. Desarrollar la percepción implicaría que los estudiantes se involucren en actividades donde puedan reconocer formas y ubicaciones, movimientos u objetos a través de los ojos. En ese tipo de actividades, a medida que el cerebro procesa las entradas visuales, se involucra el sonido, el tacto, el olfato y la posición del cuerpo (Del Grande, 1990); pero esto no se incluye en la propuesta. El análisis del libro de texto de México nos deja ver que posiblemente no se están generando experiencias para los niños de tercero de primaria de forma que se desarrolle su razonamiento espacial.

En concordancia con Bruce et al. (2015) las actividades planteadas en contextos escolares para niños deberían sugerir el uso de tecnologías manipulables y digitales que posibiliten a los estudiantes, a partir de lo concreto (acciones de movimiento), abstraer (acciones cognitivas como visualizar, interpretar, realizar rotaciones mentales) y, como resultado final, desarrollar su razonamiento espacial. Por su parte, Davis et al. (2015) mencionan que es necesario dejar de ver el razonamiento espacial como un apoyo e incluirlo en la investigación y en el currículo escolar como un proceso central del pensamiento humano.

2.1.3. Desarrollo de habilidades de razonamiento espacial: resultados de una revisión de la literatura

El razonamiento espacial en la escuela generalmente se aborda desde la geometría y con los contenidos propios de esta área, por ejemplo, al centrarse en el estudio de formas y figuras. Las asociaciones entre matemáticas y razonamiento espacial son evidentes a medida que los niños desarrollan habilidades como decodificar información, orientarse, visualizar objetos y dibujar diagramas (Lowrie et al., 2016). El razonamiento espacial en edades tempranas se alinea con enfoques basados en juegos, ya que los niños desarrollan la capacidad de mantener imágenes y símbolos en su "espacio de trabajo mental" al resolver problemas complejos (McGrew, 2014).

En una revisión de literatura (ver Anexo 1) que hicimos de artículos publicados entre 2010 y 2023, en 6 revistas de investigación en educación matemática, se identificaron relativamente pocos (2.7% de casi seis mil artículos) que tratan sobre aspectos del aprendizaje y la enseñanza de la geometría, y solo un 0.81% que se enfocan en el razonamiento espacial. Las investigaciones que estudian el razonamiento espacial se

centran en el desarrollo de una o dos habilidades; particularmente la atención se ha enfocado en la visualización.

Gates (2018) considera que la visualización y la construcción de representaciones mentales son procesos cognitivos presentes desde el nacimiento. Este autor señala que las representaciones visuales en los libros de texto de matemáticas tienden a ofrecer información innecesaria, faltando a su vez componentes visuales creativos que contribuyan a la construcción de representaciones mentales. Añade que si en el aula hay falta de instrucción para el desarrollo de la visualización, ello afecta el desempeño en áreas como la ingeniería.

Algunas investigaciones que se enfocan en estudiantes de edades tempranas señalan que en primaria se deben potenciar habilidades en orientación espacial; entre ellos se encuentran los trabajos doctorales de Macías (2011) y de Gálvez (1985). Macías (2011) describe que el desarrollo de la orientación espacial permite a los estudiantes identificar sistemas de referencia, ubicarse en espacios determinados y relacionar representaciones bidimensionales con objetos tridimensionales. Gálvez (1985), por su parte, menciona además que dicho desarrollo permite que los estudiantes adquieran conocimientos del espacio, se relacionen con él y tengan instrumentos suficientes para llevar a cabo actividades espaciales tales como comunicar recorridos, leer e interpretar mapas, etc.

Sin embargo, la investigación sobre el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial requiere centrarse en más que sólo en cómo se favorecen la visualización u orientación espacial. Davis y el SRS (2015) señalan que se deben estudiar, de manera simultánea, acciones corpóreas y cognitivas. Por ejemplo, recomiendan analizar cómo los estudiantes desarrollan sus habilidades de interpretación cuando se involucran en actividades que requieren trasladar objetos o su propio cuerpo en un espacio determinado para modificar la posición y orientación de los mismos. De esta manera, comentan los autores, se generan más resultados que permiten a los investigadores y profesores reconocer experiencias significativas que potencian el desarrollo de razonamiento espacial de sus estudiantes.

2.1.3.1. Uso de representaciones bidimensionales en la vida cotidiana

De acuerdo con varios investigadores, actividades que fomentan el desarrollo del razonamiento espacial incluyen presentar situaciones a los estudiantes en las que deben

construir mapas, interpretar representaciones bidimensionales en el plano y construir formas y figuras (Battista, 2007; Gálvez, 1985; Gonzato y Díaz-Godino, 2010; Gutiérrez, 1991; Jiménez-Gestal et al., 2019).

La elaboración de mapas, según Gonzato y Díaz-Godino (2010), está relacionada con la necesidad de desplazamiento del ser humano para descubrir, construir y organizar un espacio particular como pueblos, colonias, calles. A partir de un relato histórico del surgimiento de los mapas, estos autores señalan la importancia de desarrollar habilidades espaciales en la escuela, pues consideran que permite a los estudiantes hacer y leer mapas, planificar rutas, diseñar planos y representar espacios físicos a través del dibujo es decir de la elaboración de representaciones bidimensionales.

Por ejemplo, en su relato histórico, estos autores explican que la elaboración de dibujos (mapas) en piedra permitió identificar rutas de desplazamiento para que las comunidades se trasladaran sin perder su lugar de origen (Gonzato y Díaz-Godino, 2010). Entre los años 350 y 290 a.C., Dicearco de Messina, filósofo griego, señaló por primera vez, a través de una carta, la necesidad de colocar una línea de referencia en un mapa para representar la ubicación de los continentes (Gonzato y Díaz-Godino, 2010).

La elaboración de mapas (representaciones bidimensionales) fue evolucionando de tal manera que la construcción de sus elementos (e.g., símbolos, sistemas de referencia) fue aceptada y entendida entre distintas comunidades. En la actualidad, en los lenguajes de cartografía se reconocen muchas técnicas de proyección y coordenadas para dibujar mapas.

En cuanto a la interpretación de representaciones, Battista (2007) sugiere que se requieren acciones más allá del ver; es decir, es necesario reflexionar sobre las relaciones del todo (objeto) con sus partes (y la relación entre ellas) y examinar sus posibles transformaciones.

Para la construcción de figuras y formas, es necesario potenciar habilidades de comunicación que expresen, por ejemplo, pasos para el desarrollo de una construcción, indicaciones de desplazamiento de objetos o sujetos, posiciones, orientaciones o convenciones de algún objeto/sujeto particular (Dindyal, 2015; Gutiérrez, 1991). Estas actividades deberían desarrollarse, además de en las clases de geometría, en otros espacios tanto académicos como cotidianos para el reconocimiento de un mundo físico.

2.1.3.2. Dificultades presentes al resolver actividades de razonamiento espacial

Al llevar a cabo tareas de razonamiento espacial, en Ortiz (2018) observamos que estudiantes de 6 a 8 años no tienen grandes inconvenientes para aplicar alguna fórmula, realizar un dibujo pictórico (sin tecnicismo), reconocer figuras como cuadrados, rectángulos, triángulos isósceles o equiláteros; sin embargo, sí se detectaron dificultades al interactuar con figuras y formas no prototípicas y para relacionar representaciones bidimensionales con objetos 3D.

Las dificultades más frecuentes de los estudiantes están en la interpretación y visualización de representaciones 2D y 3D (Arıcı y Aslan-Tutak, 2015; Battista y Clements, 1996), movimientos (giros) de objetos 2D y 3D (Bruce y Hawes, 2015; Pittalis y Christou, 2010; Moss et al., 2015), comprensión del significado de fórmulas como las de área y volumen (Mamolo et al., 2015; Teixidor, 2016), construcción de figuras en 2D y 3D (Moss et al., 2015; Pittalis y Christou, 2010), conexión entre representaciones 2D y 3D (Dindyal, 2015) y lectura de mapas (Gonzato et al., 2011). Estas dificultades pueden deberse a la falta de experiencias de los estudiantes con la lectura de imágenes, rotación y movimiento de cuerpos.

Llevar a cabo cambios de dimensión, bien sea para su lectura o construcción, es según Duval (1999) una actividad compleja que implica reconocer posiciones y orientaciones de los objetos (aun cuando en éstos se haya aplicado alguna transformación), relacionar objetos semejantes e identificar elementos (representaciones 1D y 2D) como parte del todo (representación u objeto 3D). Esta dificultad en los cambios de dimensión se refleja en los distintos tamaños del espacio (ver definición en sección 3.1.1) y se vuelve aún más compleja cuando se trata de información de una representación de un espacio al que no se tiene acceso visual directo (como un macroespacio).

Leer e interpretar una representación requiere de habilidades de visualización que posibilitan enfocarse en elementos necesarios para llevar a cabo alguna actividad particular. Estas habilidades van ancladas al uso del lenguaje, dado que la distinción visual evoca palabras que permiten prestar atención a elementos de alguna representación, pues hay una conexión entre el lenguaje y el razonamiento (Duval, 1998). Además, uno de los procesos cognitivos en geometría que se deben potenciar en las demostraciones y solución de

problemas, según Duval (1998), es el discurso *natural* pues apoya los procesos de argumentación, descripción y explicación.

Derivado de este listado de dificultades, se evidencia la necesidad de mayor investigación, a fin de analizar a profundidad a qué se deben las dificultades relacionadas con el desarrollo del razonamiento espacial, y cómo resolverlas desde la enseñanza.

2.1.3.3. Recursos que apoyan el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial

En la literatura hay informes sobre una diversidad de manipulables y tecnologías digitales utilizadas para evaluar y desarrollar el razonamiento espacial de niños desde edades tempranas. Entre los manipulables destacan la papiroflexia (Taylor y Hutton, 2013), bloques de construcción como módulos multicubo, cubos soma y bloques de Lego (Hawes et al., 2015; Reinhold et al., 2013; Sack y Vazquez, 2011), así como rompecabezas (Ortiz, 2018). En el ámbito digital, se mencionan videojuegos (Pollitt et al., 2020), lenguajes y entornos de programación computacional como Logo (Esparza, 2005) y Scratch (Francis et al., 2016), uso de tabletas *iPad* (Chorney y Sinclair, 2018), uso de robots (Francis et al., 2022), impresoras 3D (Landsiedel et al., 2017) y Lego Digital Designer (LDD) (Ortiz, 2018).

El uso de la papiroflexia, de acuerdo con Taylor y Hutton (2013), promueve el pensamiento visual-espacial de niños de 10 años, además de que desarrolla habilidades en educación STEM al permitir a los alumnos interpretar representaciones 2D y 3D. Por otro lado, el uso de bloques de construcción, según Casey et al. (2008), beneficia el desarrollo del razonamiento espacial: esos autores afirman que en un experimento con el uso de este recurso se evidencian mejoras en visualización, rotación mental y construcción de objetos tridimensionales.

En cuanto a los recursos digitales, hay investigaciones que informan acerca de experiencias con niños de 10-12 años, al usar videojuegos como *Fable* y *Sacred* (Macías, 2011), así como con lenguajes de programación como Logo (Esparza, 2005) y Scratch (Francis et al., 2016), destacando su contribución al desarrollo de habilidades de orientación espacial y de representación, tales como identificar puntos de referencia y señales que indican rutas y la ubicación de objetos.

Tanto Logo como Scratch cuentan con una interfaz a través de la cual se pueden elaborar dibujos y movimientos desde la perspectiva de una tortuga en el caso de Logo (lo que se conoce como la “Geometría de la Tortuga” –Papert, 1981), y un gato, en el caso de Scratch. Es decir, se pueden crear y/o programar figuras específicas o se puede hacer que la tortuga o gato se mueva de un punto a otro, a través de comandos de movimientos de desplazamiento y giros. Consideramos que ambos programas fomentan el desarrollo de sistemas de referencia, ya que el programador debe situarse en la posición de la tortuga o del gato para ejecutar los movimientos requeridos según lo indique la tarea. De hecho, Papert (1981) explica que durante el proceso de indicar comandos a la tortuga, los niños experimentan un aprendizaje corporal sintónico⁸. Y añade que ese aprendizaje sintónico agudiza la percepción de los cuerpos y movimientos físicos de los niños, llevándolos a que puedan comprender mejor, en particular, los conceptos de la geometría (Papert, 1981).

Ambos lenguajes se destacan por su facilidad de uso y comprensión y están especialmente diseñados para su enseñanza (Bonilla, 2012; Vázquez-Cano y Ferrer, 2015). De hecho, en una investigación llevada a cabo por Bonilla (2012), se incluyen ejemplos de cómo niños con síndrome de Down desarrollan habilidades espaciales y de conteo al utilizar Logo.

Por otro lado, Chorney y Sinclair (2018) sugieren el uso de tabletas iPad para que los estudiantes manipulen digitalmente objetos; estos autores enfatizan la importancia de crear experiencias para que los estudiantes reconozcan la forma de los objetos y las relaciones entre ellos (e.g., simetría) mediante los sentidos: esto es, ver, tocar y mover los objetos en la pantalla.

También hay informes de investigaciones en las que se utilizan robots e impresoras 3D para estimular la visualización y rotación mental, subrayando la importancia de interpretar representaciones 2D para construir objetos 3D (Landsiedel et al., 2017). En mi caso, llevé a cabo un estudio que propuso el uso de pentominós, módulos multicubo, cubos soma, piezas de Lego y Lego Digital Designer para fomentar el razonamiento espacial de niños de 6-8

⁸ Según Seymour Papert (1981), el aprendizaje corporal sintónico se da cuando los estudiantes relacionan los movimientos de sus propios cuerpos y sentidos para entender o programar los movimientos de un objeto.

años tales como la visualización, rotación mental e interpretación de representaciones (Ortiz, 2018).

Los resultados de la búsqueda de información coinciden con lo informado por Francis y Whiteley (2015), quienes sostienen que el uso de manipulables y tecnologías digitales es esencial para el desarrollo del razonamiento espacial de los niños. Estos autores destacan que es necesario generar experiencias con manipulables antes de introducir entornos digitales en preescolar y primaria, que permitirán posteriormente a los niños poder interpretar y manipular dinámicamente representaciones en esos entornos digitales y así desarrollar habilidades de visualización y rotación mental, entre otras.

En la mayoría de las investigaciones revisadas prevalece el estudio de manipulables no digitales, aun cuando algunos autores (e.g., Clements et al., 1997; Esparza, 2005; Macías, 2011; Ortiz, 2018) sí se enfocan en estudiar su uso. Gutiérrez (1991) afirma que el camino para reconocer e interpretar representaciones bidimensionales no es corto, es decir que no se adquiere en una o un par de sesiones de clase, y debe iniciar con el uso de material tangible, en las cuales donde el estudiante pueda tocar, mover e identificar (experimentar) elementos y formas de los objetos.

2.1.4. Generar experiencias significativas para el desarrollo del razonamiento espacial

El razonamiento espacial es necesario en el desarrollo cognitivo de los niños y se puede aprender y mejorar con la práctica (Lowrie et al. 2018; Uttal et al. 2013). Por ello, se destaca la necesidad de desarrollar estrategias de evaluación específicas y recursos apropiados para identificar y planificar el aprendizaje del razonamiento espacial de los niños (Pollitt et al., 2020). Sin embargo, en los currículos escolares no se considera como un proceso central del pensamiento humano, sino complementario a las tareas que se asignan, generalmente en geometría (Davis et al., 2015).

De la revisión de literatura se evidencia el uso de manipulables y tecnologías digitales y el empleo de representaciones bidimensionales para el desarrollo de razonamiento espacial, pero no se encuentran suficientes estudios de corte longitudinal, ni propuestas de enseñanza y/o aprendizaje que se enfoquen en describir qué actividades propician espacios para el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial.

Lo anterior da cuenta de la necesidad de hacer más investigaciones centradas en propuestas para el aula que tengan como objetivo el generar oportunidades y experiencias para estudiantes de los primeros grados de primaria, con la intención de que puedan solventar dificultades informadas en la literatura y desenvolverse en un mundo con necesidades específicas donde el uso del razonamiento espacial es determinante (Davis et al., 2015). Se pueden explorar rutas de trabajo relacionadas con distintas áreas de conocimiento (Uribe et al., 2014) y/o plantear situaciones ricas con contextos significativos y reales para los niños (Freudenthal, 2002) que les permitan potenciar sus habilidades de razonamiento espacial.

Plantear situaciones significativas debe ocupar un lugar privilegiado en el proceso de aprendizaje, siempre y cuando sean “reales” para los estudiantes; esto es, que ellos le puedan dar significado a los resultados, sin importar si las situaciones planteadas provienen del mundo real o, por ejemplo, de las matemáticas mismas (Drijvers, 2019). Estas situaciones, dentro de la perspectiva de la Educación Matemática Realista (RME, por sus siglas en inglés), sirven como insumo para desarrollar y comprender conceptos y procedimientos matemáticos (van den Heuvel-Panhuizen y Drijvers, 2020).

2.2. STEM: corriente educativa para la formación de ciudadanos en el actual siglo

Con el fin de presentar un panorama amplio sobre qué es y cómo se ha trabajado la educación STEM, en esta sección se exponen las diferentes formas en las que se ha entendido, las maneras en las que se integran las áreas STEM, los elementos a considerar para generar espacios de aprendizaje bajo esta corriente y las metodologías de diseño de actividades STEM que se han utilizado para el aula.

2.2.1. STEM y sus diferentes interpretaciones

STEM es el término que surgió en el campo educativo en la década de los noventa cuando se puso énfasis en la formación de ciudadanos con habilidades en tecnología y ciencia (Sanders, 2009) para referirse al conjunto de las disciplinas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas. Honey et al. (2014) afirman que educadores, organizaciones empresariales e industriales, por mencionar algunos, destacan la urgencia de mejorar las habilidades en áreas STEM para enfrentar los desafíos sociales y económicos actuales y futuros. En Estados Unidos, por ejemplo, la Comisión de Educación STEM realizó un

informe en el cual destaca que “los empleos del futuro son empleos en STEM⁹” (National Science and Technology Council, 2013, p. vi) y que las habilidades en este campo son necesarias también en la vida cotidiana.

La necesidad de desarrollar habilidades para incursionar en “los empleos del futuro” ha permeado en algunas propuestas curriculares de Estados Unidos desde el nivel básico hasta el superior. Honey et al. (2014) tras analizar algunos planes de estudio de ese país, observan que la integración de áreas STEM tiene diversas interpretaciones y se ha definido desde enfoques multidisciplinarios hasta transdisciplinarios; esto conlleva a una falta de objetivos claros de enseñanza y aprendizaje para integrar sus cuatro áreas. De hecho, la mayoría de las implementaciones y propuestas de actividades no vinculan las cuatro áreas STEM (e.g, propuestas que sólo consideran un área: Beckmann, 2014; Tekkumru-Kisa y Stein, 2017). Por esto, algunos autores plantean definiciones de “educación STEM integrada”.

Moore et al. (2014) definieron la educación STEM integrada como “un esfuerzo por combinar algunas o todas las cuatro disciplinas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas en una clase, unidad o lección que se base en conexiones entre las asignaturas y los problemas del mundo real”¹⁰ (p. 38). Bajo esta perspectiva, ellos señalan que los objetivos de aprendizaje de alguna actividad se pueden enfocar en un área STEM y los contextos de problemas reales pueden provenir de las otras áreas.

Por otro lado, Sanders (2009) describió la educación STEM integrada como “enfoques que exploran la enseñanza y el aprendizaje entre/en dos o más de las áreas STEM, y/o entre una asignatura STEM y una o más asignaturas escolares”¹¹ (p. 21). Este autor sugiere que, bajo esta definición, el diseño de actividades enfocado en el aprendizaje de matemáticas o ciencias se aplicaría, por ejemplo, en una clase de tecnología e ingeniería.

El *California Department of Education* (2014), por su parte, destaca que la educación STEM es “mucho más que una integración conveniente de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas es un enfoque interdisciplinario y aplicado que se combina con el aprendizaje

⁹ Mi traducción del original en inglés.

¹⁰ Mi traducción del original en inglés.

¹¹ Mi traducción del original en inglés.

basado en problemas del mundo real”¹² (p. 11). English (2016) da una perspectiva más completa sobre la integración de las cuatro áreas STEM considerando los cuatro niveles de integración del trabajo de Vásquez et al. (2013, citado en English, 2016, p. 2) como se muestra en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Niveles de integración STEM

Forma de integración	Característica
Disciplinar	Los conceptos y habilidades se aprenden por separado en cada disciplina.
Multidisciplinar	Los conceptos y habilidades se aprenden por separado en cada disciplina, pero dentro de un tema común.
Interdisciplinar	Los conceptos y habilidades estrechamente vinculados se aprenden de dos o más disciplinas con el objetivo de profundizar en el conocimiento y las habilidades.
Transdisciplinar	Los conocimientos y las habilidades aprendidos de dos o más disciplinas se aplican a problemas y proyectos del mundo real, lo que ayuda a conformar la experiencia de aprendizaje.

Nota: Tomado de “STEM education K-12: perspectives on integration” (English, 2016, p. 2.)

Un currículo enmarcado en la educación STEM puede reestructurarse y proponer un nuevo plan de estudios o integrar las áreas STEM en un plan de estudios existente, en los dos casos será necesario definir qué forma de integración se adapta más a los objetivos de aprendizaje planteados (Leung, 2018, citado en Bergsten y Frejd, 2019). Vasquez (2015) considera que, aunque hay diversidad y confusión cuando se refieren a la definición o formas de integración de áreas STEM, es más complejo generalizar sobre cómo se puede trabajar en el aula. La enseñanza de áreas STEM, según Vasquez (2015), no siempre tiene que integrar las cuatro áreas y basarse en problemas o proyectos, lo que sí es necesario, señala el autor, es brindar a los estudiantes oportunidades para aplicar las habilidades y el conocimiento que han aprendido o están en proceso de aprender en alguna de las áreas STEM.

¹² Mi traducción del original en inglés.

2.2.2. Integración de áreas STEM: una difícil tarea documentada en la investigación

Al tener diferentes definiciones y formas de integración de áreas STEM, las investigaciones acerca de este campo no han logrado idear propuestas que incluyan las cuatro áreas de forma equitativa. Por un lado, English (2016) señala que, en una conferencia de educación STEM llevada a cabo en Vancouver en el 2014, se presentaron gran cantidad de informes enfocados en ciencia (45%), otros menos en las demás áreas (matemáticas [16%], tecnología [12%] e ingeniería [9%]) y sólo el 18% integraba dos o más áreas. Por otro lado, en nuestra revisión de 158 artículos de la revista *International Journal of STEM Education* se encontró que sólo el 22% integra las cuatro áreas STEM, 6% integra tres, 14% dos y 58% sólo una.

El área articuladora de muchas propuestas es ciencias; de hecho, English (2016) afirma que en algunos países se plantea como un objetivo de la educación STEM lograr una alfabetización científica y ubican como propuesta en los programas escolares “ciencia para todos” (p. 3).

En cuanto a matemáticas son pocas las investigaciones (sólo el 0.4%) que se preocupan por estudiar cómo integrarla con las demás áreas STEM para su enseñanza y aprendizaje. Casi la mitad de las investigaciones que lo hacen (44.4% del 0.4%) se enfocan en una integración interdisciplinar considerando principalmente el desarrollo de habilidades matemáticas a través de tareas en ciencias o usando tecnologías digitales (e.g., Miller, 2018; Bergsten y Frejd, 2019). En algunas investigaciones se dice que la educación STEM es multidisciplinaria (16.6%) estableciendo como temática común la estadística y la comunicación (particularmente, desarrollar habilidades de discurso sobre algún tema que se investigue) mientras que otras tratan las áreas STEM de forma disciplinar.

En la revisión reconocemos que quizá falta comprensión en relación con las formas de integración; se habla de integración de áreas STEM cuando se estructura la enseñanza de manera disciplinaria. Por ejemplo, van der Wal et al. (2019) plantean el desarrollo de una propuesta que integra tecnología, matemáticas e ingeniería a nivel universitario; sin embargo, al identificar los tópicos específicos que se intentan desarrollar, se enlistan conceptos únicamente matemáticos (e.g., funciones, derivación, integración): la tecnología aparece como una herramienta para solucionar problemas matemáticos y de ingeniería. Es

posible que el uso de una tecnología para estudiar conceptos matemáticos en una clase de ingeniería pueda considerarse como una forma de integración de áreas STEM, pero en este caso parece enfocarse solo en el desarrollo de habilidades matemáticas sin considerar cuáles habilidades se están fortaleciendo en las otras áreas.

Dada la falta de integración equitativa de las áreas STEM, es necesario documentar/investigar ¿cómo integrar las áreas STEM de manera que los estudiantes desarrollen habilidades para usarlas en distintas situaciones? y ¿cómo se puede desarrollar el razonamiento tecnológico, científico, de ingeniería y/o matemático a partir de la elaboración de propuestas desde la educación STEM?

2.2.3. Elementos esenciales en la educación STEM para generar espacios de aprendizaje

La necesidad de mejorar la educación STEM ha sido impulsada por los impactos ambientales y sociales del siglo XXI que afectan la seguridad y estabilidad económica mundial (Kelley y Knowles, 2016). Formar a los ciudadanos para afrontar los impactos ambientales y sociales es una tarea compleja pues no se trata de impulsarlos a obtener buenas calificaciones. Los contextos educativos, según Maass et al. (2019), deben generar espacios de aprendizaje en los cuales los estudiantes desarrollen su pensamiento crítico, sean creativos y sientan la necesidad de indagar, tener iniciativa y persistencia para resolver situaciones del mundo real.

En respuesta a estos desafíos, en Estados Unidos en las últimas dos décadas se ha propuesto una serie de reformas educativas para integrar áreas STEM. Sin embargo, hace falta una comprensión cohesiva de la educación STEM por parte de los maestros, ya que éstos no han sabido reconocer una forma de integrar de manera efectiva las áreas STEM y su aplicación en el aula (Maass et al., 2019). El proceso de integración de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas en contextos auténticos según Maass et al. (2019) puede ser tan complejo como los desafíos globales que exigen una nueva generación de expertos en educación STEM.

Plantear actividades usando áreas STEM en la escuela requiere indagar cuáles son los aprendizajes esperados de los estudiantes al integrar ciertas áreas, reconocer cuál forma de integración favorece el desarrollo y uso de las habilidades potenciadas en contextos que

tengan sentido para los estudiantes e indagar cuál es el rol que el maestro juega en este proceso de aprendizaje. Además, es necesario proponer metodologías de trabajo para que los estudiantes identifiquen los conceptos específicos que se están abordando en cada área STEM; en palabras de Moore et al. (2014), los conceptos y definiciones de las áreas deben hacerse transparentes y explícitos.

2.2.4. Metodologías para el diseño de actividades en educación STEM

Desde principios del siglo XX los entornos laborales de la agricultura y la industria requerían personal capacitado en habilidades específicas tales como tratamiento de productos orgánicos, pastoreo de animales y uso de maquinaria industrial. En este contexto fue necesario incluir en la escuela el trabajo por proyectos para vincular a los estudiantes con situaciones del mundo laboral, sin embargo, faltó una definición clara en cuanto a la forma de considerarlo en el aula, pues los maestros consideraban que no era aplicable en áreas académicas como aritmética, geografía e historia (Burlbaw et al., 2013). Kilpatrick, uno de los pioneros en la enseñanza por proyectos, declaró que cualquier propuesta es útil siempre y cuando su propósito fije el objetivo de la acción, guíe todo el proceso y sea motivante para el estudiante (Kilpatrick et al., 1921, citados en Burlbaw et al., 2013).

Con el objetivo de fijar pautas claras para la enseñanza por proyectos a principios del siglo XXI, surgen dos propuestas: el Aprendizaje Basado en Proyectos (PBL, por sus siglas en inglés) y los Proyectos Basados en Instrucción (PBI, por sus siglas en inglés).

El PBL considera como área modular la ingeniería (Caparro et al., 2013), es decir que el proyecto termina con un producto específico. La metodología propuesta en cuanto al contenido, las herramientas a utilizar y las formas de llevar a cabo actividades en el aula son: i) contenido accesible: permitir que los estudiantes se involucren en problemas, ejemplos y contextos que conectan nuevas ideas con conocimientos previos relevantes; ii) hacer visible el pensamiento: usar y favorecer el uso de elementos visuales para ayudar al alumno a comprender los diferentes elementos del proyecto propuesto; iii) originar espacios de discusión y diálogo entre los estudiantes; y iv) promover la autonomía y el aprendizaje permanente.

Otra forma de trabajo por proyectos es la de *Proyectos Basados en Instrucción* (PBI, por sus siglas en inglés). Ésta se enfoca en ambientes de integración de áreas STEM y según su

metodología, cumple seis criterios: i) factibilidad: los materiales y problemáticas planteados deben ser acordes a la edad de los estudiantes; ii) valor: las actividades deben desarrollar verdaderamente habilidades en las cuatro áreas STEM; iii) contextualización: las problemáticas planteadas deben ser en situaciones reales; iv) significado: los planteamientos deben ser interesantes considerando la vida, realidad y cultura de los estudiantes; v) ética: las prácticas propuestas no deben afectar el medio ambiente ni a los estudiantes física y emocionalmente; y vi) sostenibilidad: las actividades propuestas deben ser resueltas por el estudiante en detalle y tiempo determinado (Krajcik y Czerniak, 2014, citados en Wilhelm et al., 2019).

Algunos autores, al buscar cómo diseñar actividades que integren las áreas STEM, han definido metodologías de trabajo. Por ejemplo, English (2016) describe un diseño centrado en la ingeniería con procesos iterativos y las siguientes características: i) definición de problemas con criterios y restricciones dados; ii) generación de una serie de soluciones posibles y su evaluación para determinar cuáles cumplen mejor con los criterios y restricciones establecidos; y iii) optimización de la solución que incluye eliminar características menos significativas. English y King (2015) señalan que este marco puede ser trabajado con niños de 7 a 9 años, considerando la inclusión de dos características principales: i) usar y familiarizar a los estudiantes con manipulativos y ii) plantear un contexto significativo y cercano a los estudiantes.

Por otro lado, Lesh et al. (2000) proponen una metodología cuyos principios de diseño tienen la finalidad de generar modelos (*Model Eliciting Activities* [MEAs]). Esta metodología, según Alfieri et al. (2015), puede ser utilizada para el diseño de actividades que involucra la integración de áreas STEM, pues el seguimiento de sus principios permite crear modelos simples para la solución de situaciones complejas (Lesh et al., 2000). Sus principios son: i) construcción del modelo: descripción, explicación o predicción de la situación planteada; ii) reconocimiento de la realidad: ubicación de la situación dentro del campo científico o de ingeniería y construir un modelo que solucione el problema planteado; iii) autoevaluación: creación de un modelo más robusto; iv) documentación del modelo: escritura de interpretación matemática o no de la situación; v) generalización: ajuste de los modelos para que sean aplicables a situaciones similares; y vi) prototipo

efectivo: uso de conceptos que subyacen a la actividad para crear modelos simples que sean útiles en situaciones complejas.

Como se mostró en esta sección, hay distintas formas de plantear actividades por proyectos o bajo la integración de áreas STEM, lo que muestra una variedad de metodologías de trabajo que se pueden evaluar para identificar cuál se puede adaptar mejor según el contexto de la escuela y los objetivos de aprendizaje propuestos.

2.3. Papel del razonamiento espacial en educación STEM

La literatura ha resaltado la importancia del razonamiento espacial para realizar actividades en educación STEM. En el caso del estudio de Uttal y Cohen (2012), ellos exploraron la relación entre el pensamiento espacial y el rendimiento en áreas STEM y sugirieron que las habilidades espaciales predicen fuertemente la selección de estudiantes para estudiar áreas STEM. Por su parte, Francis y Whiteley (2015) señalaron que hacer actividades espaciales que involucren lectura y cambios de representación, visualización de objetos y reconocimiento de ubicaciones y posiciones de objetos, permite a los estudiantes desenvolverse en áreas como la química, la biología, la arquitectura, entre otras.

2.3.1. Formación de competencias profesionales mediante el desarrollo de razonamiento espacial en áreas STEM

La capacidad espacial de un individuo, como construir representaciones mentales y comprender relaciones espaciales, según Khine (2017), permite resolver tareas sobre ciencia, tecnología, ingeniería y/o matemáticas. La conexión entre la capacidad espacial y las áreas STEM ha llevado a investigadores (e.g., Johnson et al., 2017; Nagy-Kondor, 2017; Sezen-Yüksel, 2017; Wai y Kell, 2017; y Cheng, 2017) a explorar pruebas para medir habilidades espaciales. Este interés surge de la necesidad de formar ciudadanos competentes en campos científicos y tecnológicos para enfrentar las demandas laborales actuales. Nagy-Kondor (2017) alude a pruebas estandarizadas como la *Mental Cutting Test* (MCT) y la *Mental Rotation Test* (MRT), con las cuales se evalúan la capacidad espacial y predicen el rendimiento en química, física, anatomía y psicología.

En los Estados Unidos, en el *Spatial Intelligence and Learning Center* (SILC) se han diseñado pruebas psicométricamente sólidas sobre el razonamiento espacial vinculado con

las áreas STEM, centrándose especialmente en geociencias. Con estas pruebas se pretende evaluar habilidades específicas para la práctica en geociencias, como la prueba de transformación mental (Resnick y Shipley 2013), con la cual se evalúa la capacidad de visualizar la reconexión de piezas rotas, esencial en el razonamiento geológico sobre fallas geológicas (Lowrie et al. 2020).

Johnson et al. (2017) destacan la importancia de incluir pruebas de capacidad espacial en la admisión universitaria y la selección de personal, especialmente en áreas STEM. Su estudio aporta evidencias sobre cómo una prueba de habilidades espaciales es crucial para evaluar a aspirantes a pilotos de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, determinando su capacidad para coordinar aspectos estratégicos y tácticos, sistemas de armas, navegación y comunicación, así como para localizar e identificar objetivos enemigos. La omisión de estas pruebas podría resultar en el rechazo de individuos con habilidades altamente necesarias para las áreas STEM (Johnson et al., 2017).

Al reconocer la importancia del razonamiento espacial para áreas STEM y el campo laboral, es necesario cuestionarse cómo diseñar actividades y proponer formas de aprendizaje en la escuela que enfrenten a los estudiantes a alguna situación donde desarrollen o usen su razonamiento espacial; en palabras de Freudenthal (2002), plantear situaciones ricas que sean significativas para los estudiantes y que les ofrezcan la oportunidad de desarrollar habilidades espaciales y dar sentido a los conceptos de las áreas involucradas en la actividad que se proponga.

2.3.2. Actividades con tecnologías digitales o artesanales para el desarrollo de razonamiento espacial en áreas STEM

Algunos investigadores se han preocupado por identificar qué actividades pueden apoyar el desarrollo de razonamiento espacial al estar inmersas en proyectos que involucran áreas STEM. Nagy-Kondor (2017) afirma que el uso de animaciones interactivas y sólidos virtuales son herramientas que permiten al estudiante la formación de un pensamiento espacial. Martín-Gutiérrez y Acosta (2017) diseñaron actividades con videojuegos, realidad aumentada y el uso de geometría descriptiva, las cuales se implementaron con estudiantes de ingeniería en diseño gráfico previo al inicio de clases teóricas; los resultados revelan un desarrollo positivo en las habilidades espaciales de los estudiantes.

Las habilidades útiles en el aprendizaje en áreas STEM según Nordina et al., (2013) son las de visualización, pues permiten la construcción, descripción y rotación mental de una imagen o modelo en un proceso científico o matemático donde el foco está en la representación en sí misma, en lugar del concepto. En la ciencia se usan representaciones visuales, como fotografías, diagramas y modelos, haciendo posible a los científicos interactuar y representar fenómenos complejos que no se pueden observar de otras maneras.

Una habilidad importante en educación STEM es el uso correcto del lenguaje y razonamiento espacial en el ámbito de la robótica. Landsiedel et al. (2017) informan sobre una revisión de investigación en tres campos relevantes para la discusión del razonamiento espacial y la interacción entre el ser humano, los robots y entornos sociales y culturales. En primer lugar, manifiestan que los sistemas de diálogo son una parte integral de los enfoques modernos de la interacción humano-robot situada. En segundo lugar, comentan que los robots interactivos deben estar equipados con representaciones del entorno y métodos de razonamiento que sean adecuados para la navegación, la realización de tareas, así como para la interacción con los seres humanos. En tercer lugar, señalan que la interfaz entre estos dominios está en los sistemas que fundamentan el lenguaje en la representación del entorno sistémico y que permiten la integración de la información de las descripciones del lenguaje natural en mapas robóticos.

Por su parte, Sabena (2018) analiza los procesos de enseñanza-aprendizaje con niños de cinco años al programar un robot tridimensional en forma de abeja (*Bee-Bot*; descendiente del robot tortuga original de Logo). Según la autora, este robot se programa haciendo uso de cuatro botones con flechas ubicados en la parte superior, que al presionarlos mueven el robot hacia adelante y atrás o lo giran hacia la izquierda o a la derecha. En los resultados, la autora afirma que, en una exploración inicial del artefacto, los niños aprendieron a enviar al robot de un punto a otro con movimientos rectos; en exploraciones posteriores combinaron en su programación giros y movimientos rectos de la abeja. Esta experimentación en el aula le permitió a la autora reconocer la necesidad de analizar un lenguaje corpóreo y verbal para dar cuenta de las habilidades de razonamiento espacial usadas por los niños (e.g., movimiento de objetos en el espacio, reconocimiento de giros).

Es común que en las propuestas de integración de áreas STEM se usen simuladores para ver e interpretar el comportamiento de fenómenos físicos. En esta línea, Jaeger et al. (2016) plantean el fenómeno natural del terremoto como contexto. En esta propuesta usaron simuladores de movimiento en dos aulas de quinto de primaria y cuando ocurría un movimiento, los estudiantes recolectaban la información que las computadoras arrojaban sobre las ondas sísmicas distribuidas alrededor del aula para ubicar el punto del epicentro. De acuerdo con los autores, esta experiencia en el aula desarrolla habilidades espaciales, pues al experimentar el movimiento, el registro y reflexionar sobre los movimientos sísmicos, salían a la luz habilidades de visualización y manipulación mental de las representaciones de este fenómeno (los terremotos involucran magnitudes grandes para ser realmente observadas, deben ser imaginadas). Además del desarrollo de habilidades espaciales, dentro de esta propuesta se incluye un acercamiento para la comprensión de los conceptos de ciencias de la Tierra, las placas tectónicas y las corrientes de convección, así como conceptos más específicos relacionados con las características de los terremotos, como la forma en que se distribuyen y miden.

Kastens e Ishikawa (2006) mostraron relaciones entre las tareas utilizadas para evaluar el razonamiento espacial y las llevadas a cabo por geocientíficos en sus actividades profesionales. Por ejemplo, algunas de estas tareas incluyen describir la posición y orientación de objetos; hacer y usar mapas; visualizar procesos en tres dimensiones; y utilizar estrategias de pensamiento espacial para pensar en fenómenos no espaciales (Kastens e Ishikawa, 2006). En particular, estos autores plantean la necesidad de investigar: ¿Qué procesos mentales intervienen en la capacidad de visualizar la transformación de posiciones y orientaciones de un marco de referencia espacial a otro, como ocurre en el proceso de triangulación para convertir datos de ubicación de terremotos a partir de sus distancias relativas desde estaciones sismológicas, al marco absoluto de latitud, longitud y profundidad?

Otro contexto donde se desarrollan actividades en educación STEM son los denominados *Maker Spaces* (literalmente espacios para fabricar o construir). Las definiciones de estos, también conocidos como el movimiento *Maker* o educación *Maker*, resaltan su papel como facilitadores del aprendizaje, enfocándose en elementos de diseño, creación e innovación (Hatzigianni, et al., 2021). Este movimiento, influenciado por las teorías pedagógicas de

Dewey y Montessori (Blikstein, 2013), y basado en la teoría del construccionismo (Papert, 1981), abraza la idea de aprender a través de la "creación" como un medio activo para desarrollar conocimiento y capacidad mediante la actividad práctica. El enfoque inclusivo del movimiento Maker coloca a los niños como creadores capaces, especialmente en actividades de diseño. Es un enfoque de diseño que suele aprovechar diversas tecnologías, incluyendo las artesanales –como crear artefactos con recursos caseros disponibles (Hatzigianni, et al., 2021).

Una característica esencial de las actividades del movimiento Maker es su capacidad para desafiar la creencia común de que existe una dicotomía entre el trabajo práctico y el intelectual (Westerhof, et al., 2022). Conceptos científicos como fuerza, fricción, impulso, movimiento o circuitos eléctricos se vuelven tangibles a medida que se exploran como partes fundamentales de las actividades educativas, fomentando una actitud positiva hacia la ciencia y la ingeniería desde una edad temprana (Bevan, 2017). De esta manera, las actividades Maker pueden aportar éxito en algunas o todas las áreas STEM, especialmente en ingeniería (Blikstein, 2018). Sin embargo, se requiere diseñar actividades que integren este enfoque como elemento central de la experiencia educativa.

También, a pesar de la creciente popularidad, la literatura sobre el uso de Maker Spaces y tecnologías digitales con niños pequeños (de 4 a 8 años) es limitada, subrayando la necesidad de más investigaciones en esta área (Hatzigianni, et al., 2021). Esos autores examinaron cómo 34 niños de jardín de niños hasta segundo grado (de 5 a 8 años) diseñaron e imprimieron objetos 3D utilizando tabletas, impresoras 3D y materiales físicos, destacando la participación activa de los niños en el desarrollo de habilidades de visualización y rotación mental. De hecho, según Westerhof et al. (2022) las actividades Maker tienen un impacto significativo en el desarrollo de la capacidad espacial.

Asimismo, falta más investigación, especialmente en primaria, sobre cómo desarrollar habilidades de razonamiento espacial en escuelas que no cuentan con recursos tecnológicos como robótica, impresoras 3D, o incluso Lego, por nombrar algunos. Algunas de las propuestas que no usan estas herramientas se enfocan en el diseño de planos de un objeto tridimensional bien sea para su construcción o para representar un espacio. English y King (2015) plantearon a estudiantes de cuarto grado de primaria el diseño del plano de un avión;

con esta actividad intentaban que los estudiantes usaran sus conocimientos de matemáticas y ciencias y, además, que desarrollaran habilidades aeroespaciales. En los resultados del estudio afirman que el contenido matemático que involucraron los estudiantes se centró en medición (e.g., tiempo, velocidad) y en cuanto al componente científico, reflexionaron sobre cómo la fuerza de un objeto influía en la construcción de los componentes del avión. En relación con las habilidades espaciales, los estudiantes desarrollaron las relacionadas con ubicación, dirección, forma y transformación de formas.

Cohrsen y Pearn (2021) plantearon a estudiantes de preescolar (3-4 años) el diseño de planos de la escuela y el mapa que refleje la ruta de la casa a la escuela. Al llevar a cabo esta actividad los estudiantes se involucraron en el desarrollo de habilidades espaciales, pues principalmente, señalan los autores, representaban puntos de referencia y objetos del espacio tridimensional y relacionaban representaciones bidimensionales con los espacios físicos.

A pesar de la importancia de desarrollar habilidades de razonamiento espacial, durante muchas décadas, estas habilidades se han considerado secundarias dentro de la academia, así lo señala Fastame (2017), quien además cuestiona por qué no se enseñan y se fomenta el desarrollo de habilidades espaciales desde los primeros años de escolaridad.

Más aún, por diversas razones, incluyendo la falta de acceso a juguetes como rompecabezas y bloques, las niñas y niños de niveles socioeconómicos bajos tienden a tener un rendimiento inferior en pruebas con las cuales se evalúan habilidades de razonamiento espacial (Jirout y Newcombe, 2015).

2.4. Planteamiento del problema de investigación

De la revisión de literatura llevada a cabo, inferimos que el razonamiento espacial es necesario para realizar actividades que involucran áreas STEM. Las investigaciones que versan sobre el trabajo de la integración de áreas STEM que se reportan en la revista *International Journal of STEM Education*, tienen principalmente como población de estudio a estudiantes de secundaria (14.3%) y universitarios (29.8%). Asimismo, la mayoría (más de la mitad) de las investigaciones centradas en el diseño de tareas en áreas STEM como parte de la formación de maestros (26.1%) son de nivel universitario. Son pocos los

estudios que se enfocan en primaria, tanto en el diseño de tareas (4%) como en la formación de maestros en esa área (solo se encontró un solo estudio)¹³.

A partir de lo anterior, surge la inquietud de cómo desarrollar el razonamiento espacial a través de actividades STEM desde edades tempranas.

2.4.1. La necesidad de fomentar el razonamiento espacial en la escuela primaria a través de actividades en educación STEM

Hemos visto cómo, en diversas investigaciones (e.g., Landsiedel et al., 2017), se han propuesto actividades STEM, tales como aquellas que usan robots, simuladores, la construcción e interpretación de entornos, que fomentan que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento espacial como la visualización y la rotación mental. Sin embargo, en muchas regiones no es posible el acceso a estos recursos para todas las poblaciones escolares; este es el caso de muchas escuelas públicas de México y Colombia (Sacristán et al., 2024).

A pesar de los estudios correlacionales que establecen una conexión entre el razonamiento espacial y el desarrollo de habilidades matemáticas, así como en otras áreas STEM (Buckley et al., 2018; Newcombe, 2010; Lowrie et al., 2016), persiste la imperante necesidad de investigar el razonamiento espacial tanto en el entorno escolar como en otros contextos de aprendizaje. Esto permitirá comprender de manera más precisa cómo se puede fomentar y potenciar dicho razonamiento por medio de actividades relacionadas con las áreas STEM.

Al respecto Woolcott et al. (2020) sostiene que hay pocas investigaciones en el aula pues en estos espacios hay una gran cantidad de variables que hay que gestionar como el diseño de actividades, el uso de recursos, el establecimiento de normas de clase, por nombrar algunas. Además, las transferencias “del laboratorio al campo” son notoriamente problemáticas al traducir entornos de laboratorio controlados a experimentos en un entorno de aula más realista y complejo (Cobb et al. 2003).

¹³ Información detallada en Anexo 2.

Es necesario, desde edades tempranas (4 a 8 años), generar experiencias para los estudiantes a fin de desarrollar habilidades espaciales. Dada la extensa literatura sobre estudios cuantitativos que vinculan las habilidades espaciales y matemáticas, pero con una falta de estudios en el aula u otros contextos de enseñanza grupal, en la investigación que aquí se presenta se pretendía generar experiencias en aulas con niños de edades tempranas. Específicamente, se buscaba reconocer cuales son las habilidades de razonamiento espacial que niños de tercer grado (6 a 8 años), de una escuela mexicana de escasos recursos, evidencian al resolver actividades de educación STEM.

Consideramos útiles para lo anterior, actividades en educación STEM que requieran movimiento corporal (transformación) y comprensión de los objetos con los que se interactúe (ver sección 3.2). De acuerdo con Duijzer et al. (2019), ese tipo de actividades generan experiencias en los estudiantes que les permite interpretar, crear, cambiar, combinar y comparar representaciones 2D con objetos 3D presentes en diferentes contextos, espacios y áreas de conocimiento.

2.4.2. Preguntas y objetivos de investigación

A partir de lo expuesto, interesa dar respuesta a dos preguntas de investigación. La primera es:

1. ¿Cómo fomentar el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en distintos tamaños del espacio¹⁴, a través de actividades STEM, en niños de 6-8 años; particularmente habilidades relacionadas con cambios de dimensión (2D↔3D), construcción de sistemas de referencia, e interpretación de representaciones?

Dar respuesta a esta pregunta, implica:

- Diseñar actividades que promuevan el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial y que integren áreas STEM.
- Reconocer recursos manipulables o digitales que permitan el desarrollo del razonamiento espacial en niños de esas edades.

¹⁴ En la sección 3.1.1 se definen los tres tamaños del espacio considerados para el diseño de las actividades: micro-, meso- y macroespacios.

Esto requiere responder las siguientes subpreguntas:

- ¿Qué características deben tener las actividades para que aporten al desarrollo de razonamiento espacial?
- ¿Cómo se pueden integrar las áreas STEM con el razonamiento espacial?
- ¿Qué recursos se puedan usar y que sean accesibles para los estudiantes para lograr tal fin?

Una vez diseñadas actividades con los objetivos buscados, surge la segunda pregunta de investigación

2. ¿Cuáles habilidades de razonamiento espacial se usan o desarrollan en las actividades propuestas?

Dar respuesta a esta pregunta, implica identificar acciones (gestos, representaciones escritas, verbalizaciones, o señas) de los alumnos que den cuenta de las habilidades de razonamiento espacial cuando estén realizando cambios de dimensión e interpretación, (de)construcción, ubicación y movimiento de objetos.

En resumen, y más específicamente, se diseñaron e implementaron actividades en áreas STEM en las que estudiantes de tercero de primaria (entre 6 y 8 años), de una escuela pública de bajo nivel socio-económico en la Ciudad de México, tuvieron la oportunidad de desarrollar habilidades de razonamiento espacial; específicamente las de interpretación, (de)construcción y ubicación de objetos 3D y representaciones 2D.

La integración de áreas STEM, como ya se comentó en la sección 2.2.2, es compleja y se puede hacer de cuatro formas: disciplinar, multidisciplinar, interdisciplinar y transdisciplinar. Para la presente investigación optamos por una propuesta interdisciplinar, pues de acuerdo con esta forma de trabajo, nuestro objetivo es que a partir del vínculo entre las áreas STEM, podamos generar oportunidades en los estudiantes para que desarrollen habilidades de razonamiento espacial y conocimiento sobre el espacio.

A continuación se presenta el marco conceptual que sustentó esta investigación.

Capítulo 3. MARCO CONCEPTUAL

Este capítulo, en su primera parte, sintetiza estudios relacionados con la comprensión del espacio en edades tempranas. Luego se define, para esta tesis, razonamiento espacial y se presenta la descripción de sus elementos. Enseguida, se discute cómo trabajo involucrado en la comprensión y construcción de mapas puede favorecer el desarrollo de sus habilidades de razonamiento espacial de los estudiantes. Como cierre de las primeras tres secciones, en la sección 3.4 se puntualizan los elementos del razonamiento espacial considerados para esta investigación. Finalmente, se presentan algunos aspectos del trabajo interdisciplinario y de la integración entre áreas STEM en la escuela como punto de partida para el diseño de una secuencia de actividades.

3.1. Comprensión del espacio en niños de edades tempranas

Uno de los pioneros en estudiar cómo los estudiantes desarrollan habilidades de razonamiento espacial fue Piaget, quien se concentró en identificar cómo los niños comprenden el espacio y la geometría (Piaget e Inhelder, 1956; Holloway, 1969). Piaget categorizó por etapas de pensamiento y periodos (edades) las formas en las que un niño puede entender diversas relaciones espaciales. La primera etapa, conocida como relaciones topológicas, fue nombrada por Piaget e Inhelder (1956) como propiedades topológicas y se planteó que esta es la relación que los niños desarrollan primero. La segunda etapa corresponde a las relaciones euclidianas, y la tercera a las relaciones proyectivas.

La primera etapa –entre los 3 y 4 años– está basada en el reconocimiento de propiedades cualitativas primitivas (Wiegand, 2006), como las de proximidad (cercanía entre objetos/sujetos), separación (distinguir un elemento de otro), orden (e.g., ubicación de objetos y comprensión de uso de palabras tales como: junto a, derecha, izquierda, adelante, atrás) y continuidad (reconocer la relación de tamaños en los dibujos).

Una segunda etapa versa sobre las relaciones euclidianas –entre 5 y 6 años– que son aquellas enfocadas en el estudio y representación de las longitudes, ángulos, áreas y volúmenes como medidas constantes cuando las figuras representadas son sometidas a transformaciones rígidas (movimientos de alguna figura en el plano sin alterar su forma como rotaciones, traslaciones y reflexiones).

Finalmente, la tercera etapa considera la relación proyectiva –6 años en adelante–, en la cual se comprenden las transformaciones (e.g., isométricas) de las representaciones en el plano. Las relaciones proyectivas, a diferencia de las euclidianas, se construyen al comprender que las longitudes y los ángulos de las representaciones de objetos o lugares cambian dependiendo de la posición relativa, tanto del objeto representado, como de quien lo observa o dibuja. Las relaciones proyectivas aparecen cuando la representación ya no se considera aislada, sino en relación con un punto de vista, sea el del sujeto o el de otros objetos sobre los cuales se proyecta el sujeto.

La investigación de Piaget ha sido un referente importante. Sin embargo, en los últimos años algunas de sus afirmaciones han sido cuestionadas, en particular la idea de categorizar las etapas por edades (Wiegand, 2006). Algunos de sus críticos (e.g., Clements y Samara, 2014; Newcombe y Stieff, 2012; Liben y Downs, 1989; Postigo y Pozo, 1998) han mostrado la flexibilidad existente dentro de las etapas de desarrollo; de hecho, muchos adultos parecen no poder llevar a cabo tareas (incluidas las de mapeo) que requieren operaciones formales (Liben y Downs, 1989).

Clements y Samara (2014) mencionan que los niños pequeños –entre 3 y 4 años– pueden comprender algunas relaciones euclidianas, pues ellos son capaces de orientar una línea horizontal o vertical en el espacio; y los niños de 4 a 6 años pueden reconocer las rectas que contienen dos segmentos y, si es el caso, determinar donde se cruzan. En cuanto a las relaciones en el espacio proyectivo, las tareas de toma de perspectiva son más fáciles si los niños –hasta 4 años– se mueven alrededor de los objetos o se les proporciona un modelo tridimensional de algún espacio conocido para ellos (e.g., una habitación). Dado que el espacio que se observa es particular para cada sujeto, las ubicaciones de los objetos se comprenden individualmente respecto a un marco externo de puntos de referencia (Clements y Samara, 2014). Por lo tanto, la comprensión de la ubicación de objetos pequeños puede desarrollarse desde la asociación (coincidencia) con un único punto de referencia externo, hasta la proximidad de un único punto de referencia y la distancia entre varios puntos de referencia (Clements y Samara, 2014).

En general, como mencionan Clements y Samara (2014) y Liben y Downs (1989), las etapas de desarrollo pueden ayudar a comprender las tareas ejecutadas por los niños, pero

tomando en cuenta que los niños no construyen primero ideas topológicas y luego las proyectivas y euclidianas; más bien, las ideas de todo tipo se desarrollan con el tiempo volviéndose cada vez más integradas y sintetizadas. Estas ideas, según Clements y Samara (2014), son originalmente intuiciones basadas en acciones como construir, dibujar y percibir.

Clements y Samara (2014) consideran que los niños: i) desarrollan el razonamiento espacial desde dos perspectivas en el espacio mientras examinan las formas de los objetos e inspeccionan sus posiciones relativas, encuentran formas en sus entornos y las describen con sus propias palabras; ii) construyen imágenes y diseños combinando formas bidimensionales y tridimensionales; iii) resuelven problemas como decidir qué pieza encajará en un espacio de un rompecabezas; y iv) discuten las posiciones relativas de los objetos con vocabulario como "arriba", "abajo" y "junto a".

Newcombe y Stieff (2012), refiriéndose al trabajo de Piaget y Inhelder (1967, citado en op. cit.), mencionan que los niños menores de ciertas edades no pueden hacer algunas tareas espaciales; por ejemplo, la rotación mental de figuras (transformaciones isométricas) no se pensó posible hasta mínimo los 6 años, entre 6 y 8 años pueden usar instrumentos de medición, y la toma de perspectiva se considera hasta los 9 o 10 años.

Desde la postura piagetiana, según Newcombe y Stieff (2012), los niños en la escuela primaria están bastante limitados en su capacidad para hacer y usar mapas, o para comprender el concepto de posición ventajosa¹⁵ en la fotografía. Bajo estos planteamientos, los procesos de visualización comenzarían relativamente tarde en la escuela primaria (Newcombe y Stieff, 2012). A partir de una revisión de antecedentes, estos autores argumentan que relacionar con su propio espacio las representaciones del entorno en el que viven los estudiantes, ayuda a a mejorar su comprensión del espacio tridimensional.

Sin embargo, Newcombe y Stieff (2012) argumentan que los niños de preescolar pueden realizar actividades que no se creía posible a su edad, pues pueden usar mapas simples, resolver problemas de toma de perspectiva presentados en ciertos formatos, interpretar

¹⁵ Interpretamos que una posición ventajosa es estar en un lugar desde el cual se puede obtener un ángulo que resalta los aspectos expresivos de los objetos y sujetos a fotografiar.

diagramas de moléculas y crear sus propias visualizaciones para representar cambios químicos y físicos.

Más allá de categorizar las habilidades de los niños según su etapa de desarrollo, en cuanto a la elaboración de representaciones del espacio, se debería tener un enfoque que permitiera reconocer las diferencias entre los usuarios expertos y novatos según Postigo y Pozo (1998); estos autores reconocen al experto como alguien capaz de interpretar un mapa (e.g., reconocer escalas, símbolos y relacionarlo con el espacio) mientras el novato podría ver una representación sin reconocer sus elementos y sin relacionarlo con el espacio. Posiblemente los mapas realizados por los niños más pequeños (novatos) no sean tan elaborados (e.g, conservando proporciones y la organización de los espacios, así como se ven en realidad) como los de los niños mayores; pero esto no necesariamente es por la incapacidad que pueden tener para representar o manipular la información espacial, simplemente es porque no han tenido suficiente experiencia sobre cómo se ven los mapas de espacios ya conocidos (Wiegand, 2006).

Un aspecto de coincidencia entre la teoría de las etapas de Piaget y críticos de ésta (Clements y Samara, 2014; Newcombe y Stieff, 2012; Liben y Downs, 1989; Postigo y Pozo, 1998) es la necesidad de acceder, desde edades tempranas, a experiencias suficientes para desarrollar habilidades espaciales.

Asumiendo lo planteado antes, desde niños pueden establecer relaciones proyectivas, euclidianas y topológicas. Por ello resulta importante, para el diseño de actividades, reconocer las experiencias que han tenido los niños y el tipo de relaciones que pueden establecer en y con el espacio. De esta forma, en un ambiente escolar, el profesor puede identificar cómo generar experiencias significativas en las cuales los niños, como mencionan Clements y Samara (2014) y Newcombe y Stieff (2012), relacionen el espacio físico con su representación bidimensional, construyan representaciones y resuelvan problemas relacionados con interpretación del espacio, hagan procesos de visualización y rotaciones mentales y usen un lenguaje que permita identificar ubicaciones de lugares y objetos.

3.1.1. Reconocimiento de distintos tamaños del espacio para su aprendizaje

Comprender las relaciones espaciales implica reconocer el tipo de espacio con el cual nos estamos relacionando. Por ejemplo, existe un mayor grado de complejidad si el sujeto se enfrenta a la tarea de interpretar un espacio representado a gran escala a través de fotografías, lo que implica reconocer simbolismos y formas de representar un espacio grande y desconocido, que relacionar una representación de un espacio conocido a pequeña escala. En el último caso, su representación y espacio son vistos desde la misma ubicación y ángulo de visión por lo que el sujeto puede hacer una relación directa entre los elementos físicos y los representados (Uttal, 2000). En este sentido, con el fin de reconocer los diferentes espacios que un niño puede comprender y con el cual puede relacionarse, retomamos el trabajo de Gálvez (1985) quien propone, en su tesis doctoral dirigida por Brousseau, tres valores del tamaño del espacio con el cual interactúa el sujeto. Los tamaños del espacio, según Gálvez (1985), son: microespacio, mesoespacio y macroespacio. A continuación, describimos cada uno de estos a partir de las descripciones dadas por esta autora:

- **Microespacio:** es el espacio accesible en el que los objetos pueden manipularse físicamente y los sujetos pueden percibirlos directamente. Aquí el objeto y sujeto se pueden mover en cualquier dirección y sentido; esto permite al sujeto considerar cual perspectiva del objeto le parece óptima para ver con el fin de hacer la actividad en la cual se involucra.
- **Mesoespacio:** en este espacio los objetos están fijos, no son manipulables y son vistos desde ciertos puntos de referencia; es decir, el sujeto puede tener una visión global del lugar a partir de percepciones sucesivas y puede recorrerlo por el interior y el exterior. Un ejemplo de mesoespacio es una casa o una escuela, pues estas pueden ser vistas y recorridas por partes para poder comprender la totalidad del espacio.
- **Macroespacio:** es un espacio al cual no se tiene acceso global simultáneamente sino a través de una sucesión de visiones locales o, si el sujeto puede tener acceso a un medio de transporte para ver dicho espacio desde una altura lo suficientemente alta con el fin de apreciarlo en su totalidad (e.g., avión). El sujeto puede desplazarse y estar en el interior de este espacio.

En la actualidad, el uso de mapas digitales nos permite tener una visión global de macroespacios, como en el caso de *Google Maps*. Este recurso ofrece representaciones de mapas, fotografías obtenidas por satélites, rutas de desplazamiento y tiempos aproximados empleados en dichas rutas, dependiendo de la forma en la cual nos trasportemos (carro, bus, caminando). Así como este recurso, hay otros más que nos permiten apoyar a los niños a comprender el espacio; una descripción más amplia se presenta en la sección 3.3.

3.2. Definición de razonamiento espacial

Para este estudio se adoptó la aproximación conceptual de razonamiento espacial propuesta por Davis y un grupo de Canadá, *Spatial Reasoning Study Group* (SRSG) en el 2015 (ver Davis y SRSG, 2015). En concordancia con ellos, el razonamiento espacial es un sistema en el que interactúan diferentes elementos que le permiten al sujeto *comprender* (a nivel cognitivo) y *transformar* (a nivel físico) el espacio en el que vive o desarrolla una tarea. Davis y el grupo SRSG precisan que el sistema está conformado por tres componentes que se relacionan entre sí: *elementos, acciones y competencias emergentes*.

Estos autores representan los componentes del razonamiento espacial por medio de un diagrama circular (ver Figura 3.1). Ellos precisan que esta representación les permite establecer relaciones entre sus componentes y evitar jerarquización entre ellos.

En el diagrama se identifican tres subsistemas: exterior, intermedio e interior. En el exterior están los elementos de comprensión (cognitivos) y transformación (físicos). En el intermedio se encuentran seis elementos, *interpretar, (de)construir, situar, sentir, alterar (modificar) y mover*, así como grupos de acciones que se definen de acuerdo con el elemento al cual pertenecen. Este subsistema tiene dos secciones, una con un tono de gris oscuro que determina los elementos que dan cuenta de *transformaciones*, y la otra con un tono de gris claro que determina los elementos que hacen parte de *comprensiones*. En el subsistema interior se encuentran tres competencias emergentes –*proyección, diseño, elaboración de mapas*– las cuales son dinámicas, pues están en movimiento cíclico continuo y pueden estar en correspondencia con cualquier grupo de elementos del subsistema intermedio.

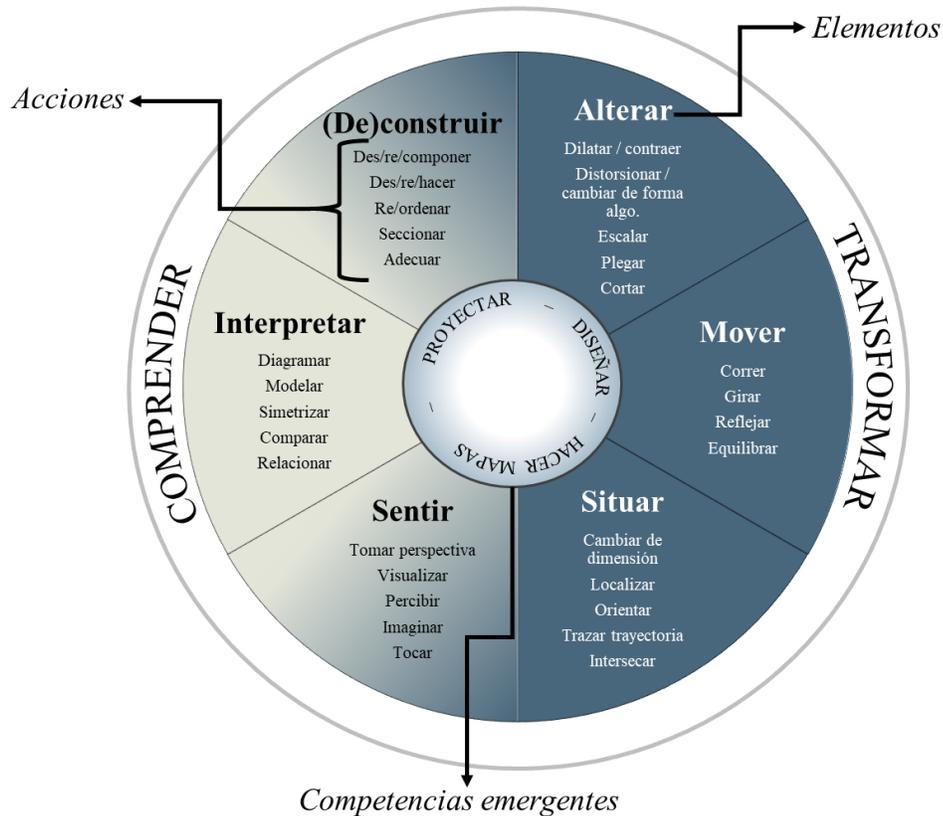


Figura 3.1. Esquema aproximación conceptual de razonamiento espacial. Adaptado de "Spatializing school mathematics" de Davis et al. (2015, p. 141)

Los *elementos de comprensión y transformación* son acciones llevadas a cabo por un sujeto al enfrentarse a una situación o tarea planteada que involucra el espacio en el que habita. Reconocer y analizar estas acciones implica identificarlas como partes de un todo (sistema) y ver la tarea realizada (todo) como resultado de la interacción entre sus partes. Esto implica prestar atención a las interacciones entre los elementos del sistema (las partes formando un todo) y a las descripciones puntuales de dichos elementos (Davis et al., 2015).

Por ejemplo, una tarea en la que el estudiante tenga que interpretar una representación bidimensional para construir un objeto tridimensional, implica tener que llevar a cabo transformaciones múltiples y simultáneas (ver lado derecho de la Figura 3.1) que incluyen movimientos (rotaciones), alteraciones (escalar) y situarse en el espacio (localización y orientación). Al mismo tiempo, se invocan varios elementos de comprender (ver lado izquierdo de la Figura 3.1), como interpretar (comparar y relacionar) y sentir (visualizar). Ahora bien, particularmente el interpretar una representación 2D para construir un objeto

3D parece estar directamente relacionado con el elemento situar (cambio de dimensión 2D ↔ 3D).

Como este, hay otros ejemplos con instrucciones que parecen sencillas de entender para los niños, pero que implican acciones tanto físicas como cognitivas. La representación del sistema presentada en la Figura 3.1, como comentan Davis et al. (2015), es un esfuerzo por capturar la complejidad de desarrollar habilidades especiales en edades tempranas.

A continuación, retomando la investigación de Davis et al. (2015) e incluyendo ideas teóricas propuestas por Battista y Clements (1996), Liben y Downs (1989), Gutiérrez (1998), Uttal (2000), Del Grande (1990), Levinson (1996), y Clements y Samara (2014), se describen los elementos y las respectivas acciones incluidas en la Figura 3.1:

- **(De)construir:** elemento que agrupa acciones relacionadas con construir, adecuar, hacer, ordenar, des/re/componer objetos en 2D y 3D (Davis et al., 2015). Estas acciones están relacionadas con procesos de *estructuración espacial*; es decir, el sujeto lleva a cabo “un proceso mental de construir una organización o forma espacial para un objeto o conjunto de objetos¹⁶” (Battista y Clements, 1996, p. 282). Estructurar un objeto, de acuerdo con Battista y Clements (1996) implica identificar sus componentes espaciales, combinarlos en compuestos espaciales e interrelacionar dichos componentes y compuestos. Por ejemplo, al tener un cubo con un borde de 5 unidades, el estudiante estructura espacialmente este objeto si comprende que se necesitan 25 cubos del tamaño de una unidad para cubrir su base, y que sobre esta base habría otros cuatro niveles (un total de 5 niveles) con igual número de cubos.
- **Situar:** grupo de acciones que dan cuenta de los procesos que llevan a cabo los estudiantes al situarse o situar objetos/sujetos en el espacio (Davis et al., 2015). El estudiante, al desarrollar estas acciones, puede realizar cambios de dimensión (2D-3D), localizar, orientar y trazar trayectorias de movimiento. Situarse en el espacio requiere que el sujeto reconozca la relación que hay, entre él, el espacio de referencia y, si es el caso, la representación de dicho espacio (Liben y Downs, 1989).

¹⁶ Mi traducción del original en inglés.

- **Interpretar:** acciones relacionadas con procesos cognitivos de relación, comparación y modelación –elaboración de representaciones– (Davis et al., 2015). El proceso de interpretación se puede dar a través del estudio de representaciones bidimensionales y su vínculo directo (micro- y mesoespacio) o indirecto (macroespacio) con el espacio que representa (Uttal, 2000). En este sentido, la interpretación de una representación bidimensional requiere conceptualizar varias convenciones de ésta, es decir, reconocer reglas necesarias para leer, por ejemplo, proyecciones vistas en una imagen (Gutiérrez, 1998).

Como parte de los procesos de comparación y el reconocimiento de macroespacios a través de la interpretación de representaciones, es importante realizar mediciones de micro- y mesoespacios, pues la medida es un medio que permite interpretar la realidad (Chamorro 2003).

Al respecto Chamorro (2003) menciona que hay tres aspectos importantes que reconocer en medición: la identificación del objeto o espacio que se va a medir, reconocer su magnitud y la asignación de una medida a esa magnitud. Este autor sugiere que este proceso implica que los niños estimen (medida perceptiva) y aproximen la medida de un objeto sin utilizar unidades de medida convencionales (e.g., unidades antropométricas), luego construyan una unidad de medida inicialmente no convencional, la iteren y, finalmente, le asignen un número según la cantidad de veces que iteró esa unidad de medida (por ejemplo, “el pizarrón mide 30 veces mi mano”).

En este proceso, de acuerdo con Chamorro (2003), los niños van pasando de una unidad en principio ligada totalmente al objeto a medir (e.g., cada niño mide la misma distancia entre dos puntos con sus manos) a una unidad que no depende en absoluto del objeto a medir (e.g., cada niño mide la misma distancia con una regla de 20 centímetros).

- **Sentir:** hace alusión a las acciones que el estudiante realiza cuando interactúa con un objeto o en un espacio: percibir, imaginar, tocar, visualizar y tomar perspectiva (Davis et al., 2015). Las tres primeras acciones se refieren a los sentidos. De hecho, Del Grande (1990) menciona que sentido espacial se reconoce como percepción espacial y añade que es a través de sus ojos que los niños adoptan patrones, formas

y ubicaciones, movimientos u objetos; a medida que el cerebro procesa estas entradas visuales, se involucra en el procesamiento paralelo de entradas relacionadas con el sonido, el tacto, el olfato y la posición del cuerpo. La visualización es un proceso que involucra la generación y manipulación de imágenes mentales de objetos bi- y tridimensionales que implica mover, emparejar y combinar dichas imágenes (Clements y Samara, 2014).

- Finalmente, la toma de perspectiva es una acción que se genera en la medida que el sujeto va desarrollando su sentido espacial y reconociendo la posición y ubicación para ver partes o el todo de un lugar o un objeto particular. Una de las actividades que permiten iniciar con la toma de perspectiva, es el trabajo de comprensión de los mapas (Uttal, 2000) donde es necesario especificar la posición y orientación de un lugar u objeto con respecto a otra cosa; es decir, definir un sistema de referencia. Levinson (1996) identificó tres tipos de sistemas de referencia: relativo, intrínseco y absoluto.
 - El sistema de referencia relativo, el cual se refiere a las posiciones que se especifican en términos de direcciones relativas a un espectador, por ejemplo, “el perro está a la izquierda de la casa”. La distancia de un espectador también es una forma de información posicional relativa, por ejemplo, “la escuela se ubica a 10 kilómetros de mi casa”.
 - En el sistema de referencia intrínseco, las posiciones se especifican en términos de propiedades inherentes de un objeto dentro del sistema en consideración, por ejemplo, “el perro está frente de la casa”.
 - El sistema de referencia absoluto es un marco arbitrario fijado al entorno, fuera del sistema en consideración. Las direcciones cardinales (norte, sur, este y oeste) y la latitud y la longitud son sistemas de referencia absolutos fijados en la Tierra en rotación.

La anterior tipificación podría interpretarse de acuerdo con lo planteado por Tversky y Hard (2009): la representación espacial egocéntrica está centrada en el observador y por ende las descripciones están en primera persona lo cual implica el establecimiento de un sistema de referencia relativo; en la posición allocéntrica las relaciones entre los objetos/sujetos están centradas en el entorno que los contiene;

mientras en la representación descentrada se describen las relaciones entre objetos/sujetos desde la perspectiva de otro, lo que significa descripciones en tercera persona.

- **Alterar:** implica acciones que generan cambios en la forma de las cosas (Davis et al., 2015). Las actividades consideradas para desarrollar en relación con este elemento son las que solicitan hacer figuras o formas a escala del objeto dado, lo cual implica tener proporciones en las magnitudes que se trabajen.
- **Mover:** se refiere a los procesos efectuados por los estudiantes al moverse o mover algo en el plano o en el espacio (Davis et al., 2015). Dependiendo de la actividad, el estudiante puede girar (considerando posición y dirección), reflejar o equilibrar solo su cuerpo o en relación con algún objeto/persona o algún objeto en relación con su posición.

3.3. Los mapas como medio para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas

Los mapas se basan en una geometría con una concepción abstracta del espacio; en esta concepción se asume que el espacio continúa existiendo independientemente de los objetos que están contenidos en este (Uttal, 2000). Es decir, los mapas nos permiten reconocer el mundo más allá de la experiencia inmediata, permite mirar y estudiar las relaciones espaciales sin tener que navegar por el espacio (Uttal, 2000). El mapa es un medio para comprender el mundo.

Los mapas proporcionan una herramienta cognitiva que ayuda a los niños a ampliar su razonamiento sobre el espacio de una manera nueva; con el tiempo, los niños pueden internalizar la herramienta y pensar en el espacio como en un mapa, incluso si no están mirando un mapa en ese momento (Uttal, 2000).

El estudio de mapas es un camino para la comprensión del espacio (Liben y Downs, 1989) y, como se presentó en la sección 3.1, se puede desarrollar desde edades tempranas. Uttal (2000) sostiene que los mapas influyen en el pensamiento sobre información espacial: la exposición a mapas puede ayudar a crear una instancia de un modelo mental o una concepción del espacio a gran escala.

La representación del mundo tridimensional mediante un mapa puede preservar algunas, pero no todas, las cuatro propiedades geométricas esenciales de la superficie terrestre: forma, área, distancia y dirección; por tanto, aunque los mapas pueden conservar la forma de pequeñas partes de la superficie terrestre, no pueden conservar la forma de un país muy grande (Liben y Downs, 1989). Como el mapa no se relaciona con el espacio completamente, es necesario que desde la escuela se creen experiencias que permitan a los estudiantes identificar las propiedades de los mapas y las relaciones que guardan con el espacio.

3.3.1. Aspectos por considerar para la comprensión de mapas

Liben y Downs (1989) mencionan tres aspectos importantes involucrados en el proceso de comprensión de mapas. El primero es comprender que una cosa puede representar otra, los mapas son modelos analógicos del mundo y, por tanto, están sujetos a los procesos de razonamiento analógico (Brown, 1989, citado en Liben y Downs, 1989). El segundo es que la comprensión de mapas requiere una apreciación de las relaciones lógicas y, por lo tanto, depende de los procesos de pensamiento lógico del niño en desarrollo. Al respecto Liben y Downs (1989) ejemplifican que si un niño no entiende la inclusión de clases (es decir, cuando los elementos de una subclase pertenecen a una clase superior) esto puede interferir en su comprensión en cuanto a jerarquías geográficas.

Finalmente, el tercer aspecto señalado por Liben y Downs (1989), es la comprensión de relaciones geométricas y el desarrollo de conceptos espaciales. Al respecto estos autores comentan que “como representación de un espacio en el espacio, el mapa posee una geometría intrínseca y como representación de otro espacio, el mapa comparte una geometría extrínseca que especifica su correspondencia proyectiva con el espacio original¹⁷” (Liben y Downs, 1989, p. 178). En este sentido, estos autores consideran que realizar e interpretar un mapa implica dos correspondencias en la relación mapa-mundo: i) correspondencias representativas, las cuales especifican la información que se presentará (abstracción y generalización) y los medios gráficos para su representación (simbolización);

¹⁷ Mi traducción del original en inglés.

y ii) correspondencias geométricas, las cuales especifican escala (o distancia de visión), y relaciones de ángulo de visión.

3.3.2. Construcción de mapas

El proceso de construcción de mapas implica, para quien lo hace, inventar o adaptar las convenciones de un sistema de representaciones (Pittalis y Christou, 2013), más allá de copiar lo que se ve. Las características de los mapas varían dependiendo del objetivo de la representación y el espacio que se representa (Kastens y Ishikawa, 2006). Se pueden presentar mapas topográficos (con relieve de la superficie terrestre a una escala definida) o temáticos (características estructurales de la distribución espacial de un fenómeno geográfico), de pequeña o gran escala, con un ángulo de visión particular (e.g., ortogonal, isométrico), valiéndose del uso de distintos colores o el uso de escala de grises, la presencia o no de leyendas, entre otros. Estas características de dibujo de los mapas pueden o no guardar alguna relación con el espacio físico.

Según Wiegand (2006), la mayoría de los niños que viven en zonas urbanas desde edades tempranas han tenido un acercamiento a los símbolos que representan información sobre algún espacio determinado, como es el caso de las señales de tránsito, las señales que indican la ubicación de baños o restaurantes en carretera, entre otros de este estilo. Por lo tanto, según este autor, es posible que los niños comprendan qué significa este tipo de señales en un mapa, además que estos símbolos, llamados pictóricos, tienen formas, tamaños y colores que proporcionan pistas sobre los lugares que representan.

Se podría pensar que el guardar una relación directa entre el objeto físico y su representación en cuanto al color y la forma (no a la escala), podría facilitar la comprensión del espacio y su relación con la representación por parte del estudiante. Sin embargo, las experiencias que el estudiante tiene de la navegación en el espacio podrían desfavorecer una interpretación correcta. Liben y Downs (1989) comentan que en un experimento llevado a cabo con niños de 6 años, y donde presentaron una representación de la rosa de los vientos, los niños la identificaron como un campo de juego de baloncesto, pues asociaron el dibujo con una representación que les hacía sentido.

En el mejor de los casos, los mapas guardan relación entre colores y formas, pero hay mapas donde se incluyen colores o símbolos para diferenciar o resaltar elementos que se

quieren destacar y que no necesariamente existen en la realidad (Liben y Downs, 1989); por ejemplo, un mapa en el que se indiquen las zonas sísmicas de un país, usa distintos colores y se apoya en una leyenda para referirlo: rojo para sismicidad alta, verde para sismicidad baja.

Entonces, es vital generar experiencias para los estudiantes en las cuales puedan discutir y reconocer el tipo de símbolos y dibujos en el mapa y cuestionar la relación que guardan con el espacio que representan.

3.3.2.1. Representaciones

En esta tesis, se propone el desarrollo de habilidades de interpretación, (de)construcción y ubicación de objetos 3D y representaciones 2D. Por tanto, es necesario especificar el tipo de representaciones que se usará para lograr dicho desarrollo.

La información incluida en esta sección se retoma del informe de investigación de Gutiérrez (1998) sobre métodos de proyección para la representación de objetos. Estas proyecciones se relacionan con formas que tienen lados rectos (e.g., cubos).

Las representaciones bidimensionales se realizan con el fin de plasmar un objeto real. Estas se elaboran con técnicas de dibujo en las cuales, por ejemplo, las sombras o tonos de grises juegan un papel importante pues reflejan tridimensionalidad del objeto. Dentro de estas representaciones se reconocen proyecciones en perspectiva, oblicuas y axonométricas.

Con las proyecciones en perspectiva (ver Figura 3.2) se pretende representar los objetos tal como los visualiza un observador, más no como son en realidad. En este tipo de proyecciones se genera una visión que converge a un punto, conocido en las técnicas de dibujo como punto de fuga, el cual permite una sensación de profundidad en la representación.

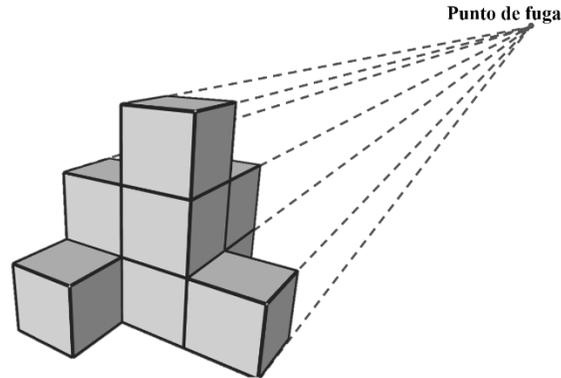


Figura 3.2. Representación de proyección en perspectiva

La proyección oblicua (ver Figura 3.3), conocida también como proyección caballera, tiene un plano frontal y las líneas paralelas para indicar profundidad. El plano frontal guarda dimensiones reales en escala del alto y ancho del objeto representado. Las rectas paralelas deben formar 45° con la horizontal.

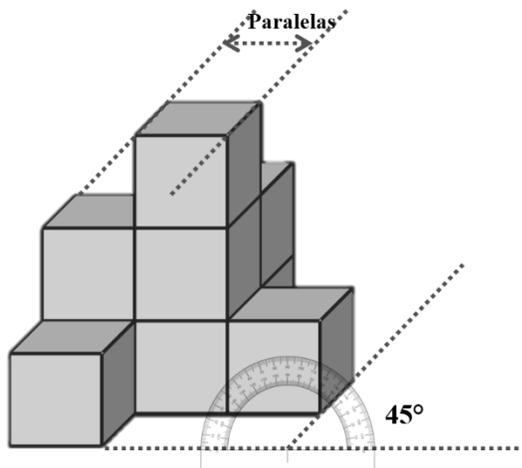


Figura 3.3. Representación de proyección oblicua

La proyección axonométrica permite representar objetos mediante la proyección en los tres ejes de referencia. Las caras del objeto se inclinan en relación con la horizontal. Según el ángulo formado con la horizontal se pueden generar tres proyecciones más de la axonométrica: la isométrica, la dimétrica y la trimétrica.

La proyección isométrica (Figura 3.4a) sitúa el objeto, que debe tener lados rectos, de forma que las aristas que salen de determinado vértice se dibujan con la misma longitud (en el caso de los cubos) y forman ángulos de 120° con la horizontal. En la proyección dimétrica (Figura 3.4b), los ángulos formados entre dos ejes son iguales y el otro diferente,

los ángulos iguales pueden ser dos cualesquiera. En la proyección trimétrica (Figura 3.4c) el objeto tridimensional está inclinado de forma que sus tres ejes principales experimentan reducciones diferentes.

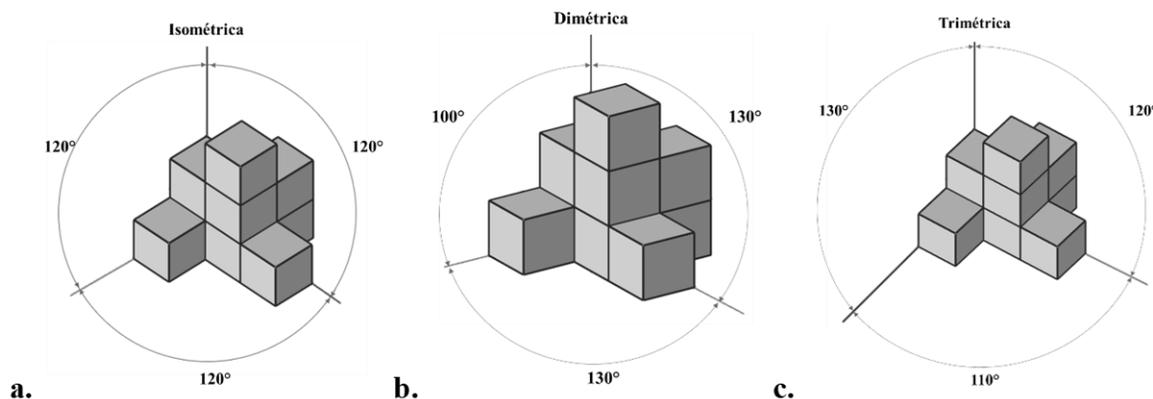


Figura 3.4. Representación de proyecciones axonométricas

En cuanto a las representaciones bidimensionales de módulos multicubo, se reconocen dos: por nivel y ortogonal codificada. La representación por niveles (ver Figura 3.5a), según Gutiérrez (1998), consiste en hacer al sólido diversos cortes paralelos, por puntos significativos (en este caso, por cada plano de cubos). La representación ortogonal (ver Figura 3.5b) tiene codificación que aporta información sobre la cantidad de cubos por fila (Gutiérrez, 1998).

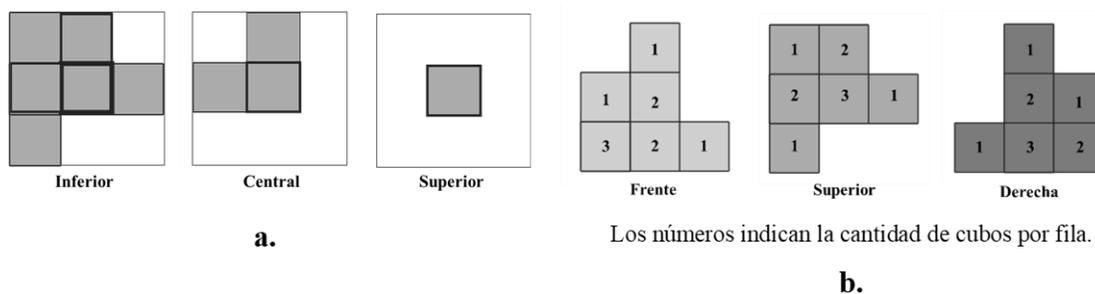


Figura 3.5. Representaciones por nivel (a) y ortogonal codificada (b)

En algunas de las actividades propuestas para el trabajo de esta tesis (ver Capítulo 5 y Anexo 3), se utilizan representaciones dimétricas, trimétricas y ortogonales de módulos multicubo (sólidos formados por cubos iguales). El objetivo es que los estudiantes puedan comprender cómo son los objetos representados y relacionarlos con su respectivo objeto físico. Las diferentes vistas de las representaciones usadas en la propuesta de actividades se

diferencian por colores. También se usan fotografías con el objetivo de preguntar a los estudiantes desde dónde consideran que fue tomada la foto (e.g., arriba, abajo, de frente).

Como se describe en la sección 5.4, en la secuencia de actividades se propone que los estudiantes construyan, como producto final de las tareas realizadas a lo largo de cada módulo, un plano con una ruta de evacuación de su escuela en caso de sismo. Esto implica que dibujen la vista superior (representación bidimensional) de la escuela, incluyendo símbolos, colores y leyendas que clarifiquen cuales son los espacios (tridimensional) del edificio. Proponer el dibujo de la vista superior, se apoya en lo expuesto por Uttal (2012), quien comenta que pensar en el espacio desde una vista aérea/superior puede facilitar el desarrollo de la cognición espacial en niños de edades tempranas pues, aunque una representación no puede capturar exactamente el espacio, dicha representación guarda métricas y relaciones euclidianas que preservan más la forma y la distancia de los objetos en el espacio.

3.4. Aspectos del razonamiento espacial considerados para esta investigación

En esta investigación, como se describe en los Capítulos 4 y 5, diseñamos una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) con actividades para fomentar el razonamiento espacial. Para el diseño de dicha trayectoria, nos centramos en los siguientes elementos del razonamiento espacial: (de)construir, situar, sentir e interpretar. No significa que excluyamos la descripción y análisis de los otros elementos (pues están implícitos, como se explica en la sección 3.2) sino que nos centramos en identificar qué características debe tener el diseño de la propuesta para desarrollar habilidades de razonamiento espacial a través de actividades de movimiento de objetos y del propio cuerpo, las cuales implican construcción de objetos, cambios de dimensión ($2D \leftrightarrow 3D$) y elaboración de representaciones. En relación con las *competencias emergentes*, el enfoque está en la *elaboración de mapas* dado que la producción de estas representaciones (mapas) nos permite reconocer la comprensión de los estudiantes sobre el espacio que los rodea. En la Figura 3.6 se presenta un esquema que permite ver los elementos que se consideran y las conexiones que se establecen.

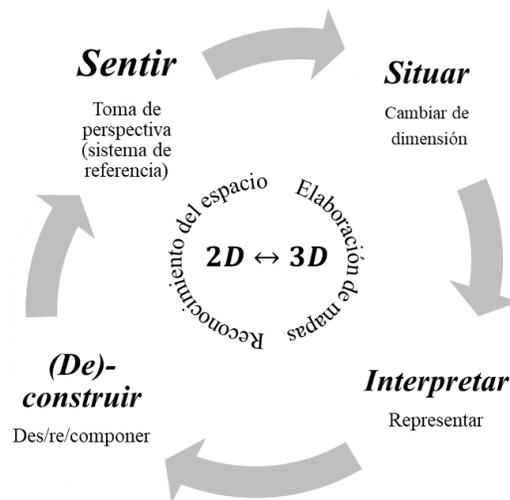


Figura 3.6. Elementos teóricos del razonamiento espacial centrales en esta investigación

La secuencia de actividades se enfoca en generar experiencias para los estudiantes con la intención de que comprendan el espacio a través de interpretación y elaboración de representaciones. Estas experiencias se plantean en ambientes colaborativos y de discusión, pues según Francis y Whiteley (2015) el razonamiento espacial en niños de edades tempranas se favorece mediante la retroalimentación durante las interacciones con compañeros y adultos. Estos autores señalan que generar espacios de diálogo permite un desarrollo en el lenguaje espacial de los niños pues involucra el reconocimiento de preposiciones como “a través”, “alrededor”, “sobre” y “hacia”, y pueden usarse para describir la posición del niño en el espacio o establecer relaciones espaciales dinámicas objeto a objeto. Además, el lenguaje está entrelazado con la acción: se comprenden las palabras a través de acciones que ocurren en contextos de interacción (Thom et al., 2015). Es necesario aumentar, explícita e intencionalmente, el vocabulario espacial entre los estudiantes mientras ellos explican su razonamiento espacial durante actividades en clase (Okamoto et al., 2015).

Las convenciones de las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales se aprenden y no se adquieren de forma natural (Francis y Whiteley, 2015). Por tanto, en este trabajo de tesis, la interacción estudiante-profesor se plantea con el fin de que los niños reconozcan las formas en las que se representa el espacio. No se asume el reconocimiento inmediato de los objetos a partir de su representación, pues moverse entre representaciones bidimensionales y objetos tridimensionales requiere estudio de las convenciones utilizadas

y práctica desarrollada de cuándo y cómo moverse entre ellas, por lo que es necesario la intervención del profesor.

3.5. Enfoque interdisciplinario para el desarrollo de habilidades espaciales

El estudio de mapas, como se mostró en la sección 3.3, permite el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial. El desarrollo de habilidades como, por ejemplo, la visualización espacial o la rotación mental de representaciones se puede abordar en un contexto (e.g., en el campo científico) para dar sentido a los conceptos y representaciones espaciales que estén usando o construyendo los estudiantes. La creación de dichos contextos da lugar a la construcción de proyectos que integran distintas áreas de conocimiento (ver sección 2.2.4).

En este trabajo de tesis, se plantea que los estudiantes aprendan y desarrollen habilidades de razonamiento espacial y conceptos que se vinculan entre distintas áreas de conocimiento STEM. Bajo este enfoque interdisciplinario, el conocimiento se produce en ambientes donde los estudiantes se pueden convertir en solucionadores de problemas independientes, trabajando en grupos de aprendizaje cooperativo para llevar a cabo actividades significativas (Capraro et al., 2013).

Las actividades significativas deben dar lugar a la indagación sobre asuntos de interés para los sujetos, permitiendo desarrollar habilidades de investigación (Capraro y Jones, 2013). Fomentar la indagación por parte de los estudiantes es un proceso que Slough y Milam (2013), retomando el trabajo de Bonnstetter, describen que se da en cinco niveles: i) *investigación tradicional práctica*: el profesor dirige sesiones de clase donde el énfasis está en la verificación de hechos ya presentados al alumno solicitando el llenado de formularios y hojas de trabajo; ii) *principiante (conocimiento fáctico)*: se permite al estudiante experimentar sucesos para aprender conceptos (e.g, qué pasa si dejo caer un objeto al suelo); iii) *principiante informado (comprender hechos/ideas conceptualmente)*: los estudiantes analizan relaciones entre hechos para desarrollar una comprensión conceptual más compleja (e.g., la caída de una pelota al suelo se conecta con la ley de la gravedad de Newton), donde las partes del conocimiento fáctico están conectadas con este nivel para construir y comprender un concepto; iv) *experto*: el estudiante es capaz de aplicar sus conocimientos y experiencia a situaciones novedosas lo que le lleva a tener más libertad de elección para determinar cómo abordar el problema, qué recursos utilizar y cómo analizar e

interpretar los datos; y v) *investigador*: es capaz de elegir el tema de interés y está bien equipado para hacer que suceda el aprendizaje; es autónomo, crítico y reflexivo.

Particularmente en este trabajo de tesis, se proponen actividades de indagación donde los niños se involucren en el estudio y comprensión de ideas y conceptos (nivel iii), con el fin de usarlos para el análisis y solución de dichas actividades (nivel iv).

A partir del tercer nivel la interacción entre pares y con el profesor es vital. Los estudiantes deben tener oportunidades para dialogar entre ellos, con expertos y con el maestro sobre sus ideas para determinar por qué y cuál información es válida y confiable.

3.5.1. Breve descripción del trabajo en áreas STEM en la escuela

Las actividades propuestas en este trabajo de tesis involucran la integración de áreas STEM (ver Capítulo 5), tal como se ha mencionado anteriormente. Para puntualizar los aspectos considerados en cuanto a la integración de estas áreas, a continuación se discute brevemente cómo se trabajan las ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas en entornos escolares. Para parte de ello, se toma como referencia lo reportado por el NRC (2014) en su documento *STEM Integration in K-12 Education* y lo llevado a cabo por McClure et al. (2017), quienes se refieren al trabajo STEM en niños de edades tempranas.

3.5.1.1. Ciencias

La educación científica suele incluir química, física, biología y ciencias de la Tierra y el espacio; estudiándose principalmente desde secundaria, sin recibir mucha atención en la escuela primaria (NRC, 2014), quizá porque se tiene la idea de que requiere procesos de investigación científica y habilidades de indagación aún no desarrollados suficientemente en dicho nivel. Sin embargo, hay quienes consideran que el aprendizaje en ciencias es necesario iniciarlo desde los primeros grados de primaria, ya que los niños tienen la capacidad de aprender conceptos y de usar habilidades de razonamiento e indagación mientras investigan cómo funciona el mundo (McClure et al., 2017). Cuando los niños ingresan a la escuela (4 años), ya tienen conocimiento del mundo natural, pueden pensar tanto de forma concreta como abstracta, pueden utilizar una variedad de procesos de razonamiento que representan los inicios del razonamiento científico, y son curiosos y listos para aprender (McClure et al., 2017).

3.5.1.2. Tecnología

La tecnología, “aunque no es una disciplina en el sentido más estricto, comprende todo el sistema de personas y organizaciones, conocimientos, procesos y dispositivos que se utilizan para crear y operar artefactos (e.g., computadoras, lapiceros)¹⁸” (NRC, 2014, p.14). La tecnología puede incluirse en diferentes actividades escolares: i) Para resolver problemas en diversas áreas de conocimiento (e.g., instrumentos de medición). ii) Usada como medio de información (e.g., buscadores de Internet como *Google*) y comunicación (e.g., correo electrónico, plataformas de videoconferencias como *Zoom*, *Google Meet*, etc.; y redes sociales). iii) El uso de apps o programas digitales para el estudio (enseñanza/aprendizaje) de algún tema. iv) Para apoyar procesos expresivos y de creación por parte de los alumnos.

Sin embargo, en muchos países, entre ellos México, es poco lo que se ha hecho en relación con la integración de tecnologías digitales: por ejemplo, a veces computadoras e Internet se emplean para buscar y/o utilizar software educativo y recursos en línea para la enseñanza de algún tema particular, pero no suele haber muchos usos significativos de dichas tecnologías (ver, por ejemplo, Sacristán, et al., 2021).

3.5.1.3. Ingeniería

La ingeniería es “tanto un cuerpo de conocimientos –sobre el diseño y la creación de productos hechos por humanos– como un proceso para resolver problemas¹⁹” (NRC, 2014, p.14). Este proceso se da bajo restricciones científicas o limitaciones que incluyen tiempo, dinero, materiales disponibles, ergonomía, regulaciones ambientales, capacidad de fabricación y reparabilidad.

Por otro lado, en búsquedas en diccionarios, se encuentran otras definiciones del término ingeniería, que parafraseamos y resumimos como:

¹⁸ Mi traducción del original en inglés.

¹⁹ Mi traducción del original en inglés.

1. La aplicación práctica de ciencias y matemáticas, como el diseño y construcción de máquinas, estructuras, sistemas, etc. (*Random House Learner's Dictionary of American English*, citado en *Online language dictionaries*, 2024).
2. La profesión de aplicar principios científicos al diseño, construcción y mantenimiento de máquinas, edificios, sistemas, etc. (*Collins Concise English Dictionary*, citado en *Online language dictionaries*, 2024).

Hace más de una década, el NRC (2009) explicaba que aunque en los planes de estudio de la educación básica de Estados Unidos no estaba incluida formalmente la ingeniería, se reconocía de manera creciente la importancia del proceso de creación, ingenio y diseño de artefactos donde el estudiante tenga que analizar restricciones, establecer criterios y optimizar recursos; se reconocía además, que el trabajo en ingeniería potencia el pensamiento sistémico de los estudiantes, así como la colaboración y la comunicación. Por ello, según el NRC (2014), los trabajos de ingeniería deben iniciarse en edades tempranas aprovechando el ingenio y deseo natural para construir cosas y diseñar soluciones.

Los niños aprenden cómo las interacciones entre los componentes de un problema de ingeniería (el sistema) pueden tener efectos imprevistos en la solución (English, 2021) (e.g., cuando un niño coloca bloques de construcción en la creación de una estructura puede obtener un producto estable o inestable). Tanto la colaboración como la comunicación son esenciales para que los niños participen de manera productiva en actividades de grupo relacionadas con la ingeniería, así como en discusiones de clase sobre sus creaciones (English, 2021). A través de la interacción, los niños tienen oportunidades para apreciar los diferentes puntos de vista de los miembros del grupo y debatir y refinar ideas; explicar ideas, justificar y defender argumentos, lo cual es fundamental para el aprendizaje temprano de ingeniería (English, 2017).

3.5.1.4. Matemáticas

En la escuela, el aprendizaje de las matemáticas en edades tempranas se tiende a centrar principalmente en adquirir habilidades centradas sobre situaciones con cantidades discretas, tales como nombrar números, memorizar secuencias numéricas y los nombres de formas y figuras. En contraste, no se tiende a enfocar la enseñanza en fomentar el desarrollo de habilidades de razonamiento y descubrimiento (McClure et al., 2017). Los educadores

pueden fomentar estas habilidades al brindar oportunidades, desde los primeros años escolares, para razonar y hablar sobre el pensamiento matemático.

3.5.1.5. La integración de las áreas STEM

Además de desarrollar habilidades en las distintas áreas STEM, la integración de estas áreas, como lo señalan McClure et al. (2017), involucra a los niños en el desarrollo de habilidades de comunicación, pues se potencia la alfabetización científica y proporciona un contexto para mejorar la lectura, la escritura y la expresión oral. Estos autores señalan que dichas habilidades se generan en espacios donde se hacen preguntas, se describen observaciones, se identifican problemas y se comparten soluciones.

De manera más general, muchos contextos y problemas del mundo real suelen involucrar a más de una de las disciplinas. Por ejemplo, diseñar sistemas de energía alternativa que funcionen con energía solar o eólica, comprender cómo mantener un suministro de agua limpia o mantener ecosistemas frágiles, requerirán conocimientos y prácticas de todas las áreas STEM (NRC, 2014). Aunque desde edades tempranas no se consideren las áreas STEM a este grado de complejidad, se pueden proporcionar experiencias en las cuales los niños experimenten, exploren y prueben nuevas ideas (McClure et al., 2017).

En este trabajo de investigación, como se describe en los Capítulos 4 y 5, se propone una THA que integre las áreas STEM a través del estudio de sismos (ciencias), donde la interpretación y construcción de representaciones (matemáticas) juegan un papel determinante para la comprensión del fenómeno. Como producto final de las actividades propuestas, los estudiantes diseñarán (ingeniería) una ruta de evacuación en caso de sismo; dichas construcciones se harán a través del software *Sweet Home 3D* y en papel (uso de diferentes tecnologías).

Capítulo 4. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de esta investigación, se propuso una metodología de tipo cualitativo, específicamente un experimento de enseñanza en el aula, enmarcado en la investigación de diseño (Cobb y Gravemeijer, 2008).

La investigación de diseño, o investigación basada en diseño (IBD), es un enfoque metodológico que abarca una variedad de términos en la literatura (e.g., *Design experiments* –Brown, 1992; Cobb, et al., 2003–, *Design studies* –Shavelson, et al., 2003; Walker, 2006–, *Design-based research* –Design-Based Research Collective, 2003). La IBD se centra en el diseño e implementación de intervenciones en entornos de aprendizaje; se caracteriza por ser un proceso iterativo por medio del cual se intenta comprender y mejorar estas intervenciones, y está orientada a la práctica contribuyendo al desarrollo teórico mediante pruebas de campo (van den Akker, 1999). Ese mismo autor señala que las variables del diseño (e.g., uso de recursos, formas de trabajo) no están aisladas, sino que se interconectan entre ellas sin pretender generalizaciones libres de contexto.

Un experimento de diseño en el aula implica *preparar el experimento, experimentar* para apoyar el aprendizaje y *llevar a cabo un análisis retrospectivo de los datos* generados durante el transcurso del experimento. De acuerdo con Cobb y Gravemeijer (2008), este proceso de diseño, experimentación y análisis debe ser cíclico pues el objetivo es mejorar y refinar el experimento que se propone. Es decir, se elabora una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) que define el objetivo, las actividades y el proceso hipotético de aprendizaje (Simon, 1995).

De acuerdo con ese autor, el objetivo de aprendizaje de una THA guía el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia una meta específica; las actividades de aprendizaje son diseñadas para facilitar el logro de este objetivo, variando en naturaleza y complejidad; y el proceso hipotético de aprendizaje predice cómo evolucionará el pensamiento de los estudiantes en relación con estas actividades, reflexionando sobre su progreso y comprensión a lo largo del tiempo (Simon, 1995). Una THA se va refinando a través del proceso cíclico de experimentación (de implementaciones) y análisis retrospectivos (Cobb y Gravemeijer, 2008).

Al implementar la THA durante la experimentación, esta se transforma en la trayectoria real de aprendizaje (Cobb y Gravemeijer, 2008); específicamente, el camino que se recorre es la trayectoria real; mientras que el camino que se anticipa en cualquier momento es la trayectoria hipotética (Simon, 1995, pp. 136-137).

4.1. Fases de nuestro estudio

En nuestra investigación, se propuso un experimento compuesto de dos ciclos: en el primero, se llevó a cabo el diseño y experimentación de una THA; en el segundo, según los resultados del análisis de los resultados del primer ciclo que indicaron aspectos a mejorar, se rediseñaron las actividades de la THA e implementaron en una nueva experimentación.

Más específicamente, con base en lo propuesto por Cobb y Gravemeijer (2008), el diseño y experimentación de las actividades de este estudio, involucró las siguientes fases:

- *Preparación del experimento.* En esta fase se indagó sobre: i) cómo diseñar actividades STEM mediante las cuales se desarrollen habilidades de razonamiento espacial en niños de tercero de primaria; ii) qué recursos manipulables y tecnologías digitales utilizar; y iii) qué contenido específico se puede llevar al aula que permita el desarrollo de razonamiento espacial de los alumnos. Esta revisión permitió diseñar la prueba diagnóstica y la THA. Como parámetros para el diseño de la THA se consideraron los propuestos en Aprendizaje Basado en Proyectos (Caparro et al., 2013).
- *Experimentación.* En el primer ciclo se llevó a cabo una intervención en el aula que constó de nueve sesiones, a lo largo de dos meses (ver Tabla 4.4). Al término de cada sesión, la autora de esta tesis, quien desempeñaba el rol de investigador-docente, se reunía con otras dos investigadoras quienes observaban y tomaban nota de lo sucedido en cada sesión con los niños. Durante estas reuniones se llevó a cabo un análisis continuo de las actividades implementadas en el aula y se tomaron decisiones respecto a posibles ajustes en las actividades planificadas, así como el desarrollo de la siguiente sesión.
- Como cierre del primer ciclo, se hizo un *análisis retrospectivo de los datos* (ver sección 4.2.3), centrado en identificar el impacto en el desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial (ver Figura 3.1), particularmente las acciones relacionadas

con cambios de dimensión, con des/re/componer representaciones bidimensionales y objetos físicos, y con toma de perspectiva (reconocimiento del sistema de referencia).

- El segundo ciclo se inició con el *rediseño de la experimentación*. Para ello, se tuvieron en cuenta las modificaciones continuas que se realizaron durante la intervención en el aula, y se adaptaron algunas actividades de los módulos que no se pudieron implementar.
- La *experimentación* en el segundo ciclo se realizó en 22 sesiones, a lo largo de cuatro meses (ver Tabla 4.9). Al igual que en el primer ciclo, las investigadoras se reunían después de cada sesión para discutir los cambios a considerar para la siguiente sesión y los ajustes a las actividades ya implementadas.
- Por último, se llevó a cabo un *análisis retrospectivo* de los datos recopilados en el segundo ciclo para identificar las acciones de los estudiantes que reflejan las habilidades de razonamiento espacial desarrolladas en tres actividades: i) estimación, medición e iteración, ii) uso y creación de sistemas de referencia, y iii) elaboración de representaciones de la vista superior de mesoespacios conocidos.

La Figura 4.1 muestra el proceso del diseño de actividades considerando los parámetros del experimento de enseñanza y el desarrollo esperado de razonamiento espacial a través de la THA con actividades STEM. El esquema mostrado en esa Figura 4.1 incluye lo siguiente:

- (1) La *preparación del experimento* con base en actividades STEM tanto en 2D como en 3D (centro del diagrama). Se planearon una prueba diagnóstica –inicial y final²⁰– y cuatro módulos de actividades. Las actividades se enfocan en desarrollar tres de los elementos de la aproximación de razonamiento espacial: (de)construir, situar, sentir e interpretar.
- (2) *Experimentación*: Primera implementación de las actividades de la THA (primer ciclo).
- (3) *Análisis retrospectivo*: Reflexionar sobre su viabilidad a partir de los resultados de la implementación en el primer ciclo.

²⁰ La prueba diagnóstica se planeó que fuera implementada antes y después de cada experimentación.

- (4) *Preparación del segundo experimento*: Rediseño de la THA para una segunda implementación.
- (5) *Experimentación*: Segunda implementación de las actividades de la THA (segundo ciclo).
- (6) *Análisis retrospectivo* de los datos obtenidos en el segundo ciclo.

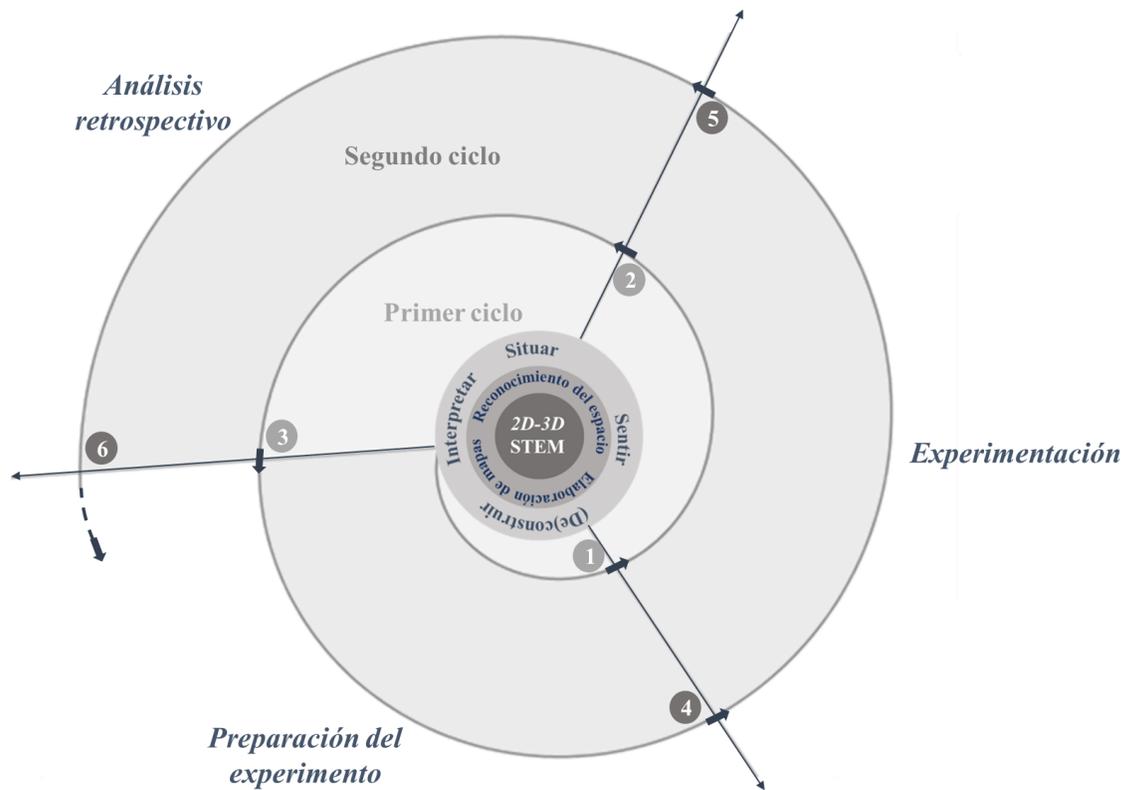


Figura 4.1. Proceso de diseño de la THA

En las siguientes secciones se describen las acciones arriba señaladas para cada uno de los ciclos. Cabe señalar que para esta investigación decidimos experimentar en tercer grado de primaria porque en una investigación nuestra previa (Ortiz, 2018 –ver p. 42) realizada con niños de primero y segundo grado, observamos que los niños tardaban en organizarse para ordenar los recursos, seguir instrucciones y trabajar de forma autónoma. Para evitar este problema, consideramos pertinente experimentar con niños de tercer grado (de 6 a 8 años) – ver secciones 4.2.2.1 y 4.3.2.1; de hecho, observamos que, en este nivel, tanto el uso de los recursos como el seguimiento de las instrucciones se dieron de manera más eficiente.

4.2. Primer ciclo

4.2.1. Preparación del experimento

En esta sección presentamos la justificación que sustenta el diseño de la THA para desarrollar habilidades de razonamiento espacial en niños de tercero de primaria mediante actividades STEM. Como se señaló en la sección 2.3, aunque la investigación del razonamiento espacial ha crecido en los últimos años, aún está rezagada comparada con otras áreas y es escasa en países iberoamericanos. También, aunque se vincula el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial con actividades STEM, no hay investigación suficiente sobre ello (más aún a nivel primaria). Es por tanto que, como ya se mencionó en nuestros objetivos (ver sección 2.4), nos enfocamos en explorar cómo desarrollar habilidades de razonamiento espacial a través de una THA con actividades STEM.

Antes de presentar la THA, describimos la prueba diagnóstica.

4.2.1.1. Prueba diagnóstica

El objetivo de aplicar una misma prueba diagnóstica (ver Anexo 3) en dos momentos es identificar cambios en las habilidades y competencias de razonamiento espacial de los niños. La prueba se diseñó para ser aplicada antes de la experimentación de la THA para determinar el nivel cognitivo inicial de los estudiantes en relación con su razonamiento espacial, y ser aplicada nuevamente después de la experimentación para reconocer el nuevo (o no) aprendizaje adquirido como producto de desarrollar las actividades de dicha THA.

Para el diseño de la prueba diagnóstica, se tomó como referencia una prueba propuesta por Bennett et al. (1979) –la *Differential Aptitude Test: Space Relations* (DAT:SR)– y que ha sido usada para medir habilidades de visualización espacial (Katsioloudis et al., 2014) y habilidades en la interpretación de representaciones 2D de objetos 3D (Gorska y Sorby, 2008; Contero et al., 2006) principalmente con estudiantes de ingeniería y tecnología. Se adecuaron los ítems de la prueba diagnóstica considerando que, al ser un instrumento para aplicar en tercero de primaria, los enunciados debían ser cortos, claros y concretos.²¹

²¹ Ningún enunciado de la prueba en inglés fue traducido al español para ser aplicado en este trabajo por lo que no fue necesaria validación de traducción. El primer ítem de la prueba diagnóstica se adaptó del ítem que

Por ejemplo, en uno de los ítems de la prueba aplicada por Gorska y Sorby (2008), se solicita elegir el objeto tridimensional correcto entre cuatro alternativas que resultarían de doblar el patrón bidimensional dado (ver Figura 4.2). En la adaptación de la prueba (ver Figura 4.3) se cambió la redacción señalando que la figura dada muestra una caja desarmada y preguntando cómo quedaría esta al armarla; también se cambiaron los colores de las representaciones de la caja para que se identificaran mejor las caras.

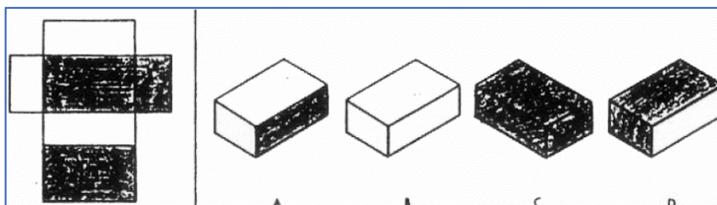


Figura 4.2. Item de la prueba de aptitud diferencial: relaciones espaciales (DAT: SR). Adaptado de "Testing instruments for the assessment of 3-D spatial skills" (Gorska y Sheryl, 2008)

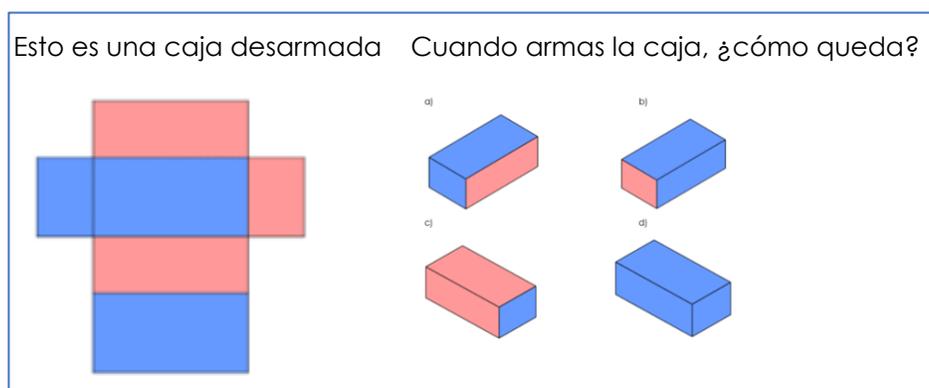


Figura 4.3. Item de la prueba diagnóstica inicial-final

En tres ítems de la prueba diagnóstica se cuestiona sobre cómo se imagina la forma de objetos 3D a partir de su representación como desarrollo plano (ítems 1 y 6) y viceversa (ítem 7); en otros dos ítems (3 y 5) se pregunta por la cantidad de cubos vistos en una representación 2D de módulos multicubo. Nos interesa reconocer los procesos de visualización en representaciones 2D de los estudiantes, así como los de composición y descomposición de objetos 3D que, de acuerdo con Battista y Clements (1996) se pueden identificar mediante los ítems planteados.

se presenta en la Figura 4.2 de la prueba en inglés. Otros ítems (2, 3, 4 y 5), solamente se inspiraron en algunos de esa prueba.

Con los ítems 2 y 4 de la prueba se intenta reconocer la relación que los estudiantes hacen de una representación en perspectiva 2D de un objeto 3D (en este caso, de un módulo multicubo²²) con sus vistas ortogonales (superior, inferior, laterales, isométrica). Esta actividad, al igual que en el estudio de Gutiérrez (1991) da cuenta de la visualización espacial de los niños pues ellos deben reconocer, en la representación 2D, cómo se ve una parte del objeto representado desde determinado punto de vista.

Los tres últimos ítems de la prueba –7, 8 y 9– tienen por objetivo identificar si los estudiantes reconocen la escala de las representaciones, la localización de objetos en los planos y la relación de leyendas con símbolos y lugares en el plano; según Wiegand (2006) estas son habilidades que deben desarrollar los estudiantes para la interpretación de planos.

En el diseño se considera también que la prueba diagnóstica podría permitir identificar qué tipo de representaciones o preguntas plantear durante la implementación de la secuencia de actividades de la THA²³ –específicamente, para el dibujo de un plano de la escuela (mesoespacio) con rutas de evacuación en caso de sismo.

La prueba diagnóstica se probó con un niño de 8 años (de una escuela diferente de los participantes del primer ciclo), con el fin de identificar aspectos a mejorar en su diseño. A partir de lo observado en ese ensayo, se cambió la redacción de dos ítems en los que el niño no pudo comprender bien lo que tenía que hacer. La Tabla 4.1 muestra los cambios hechos.

Tabla 4.1. Cambios en la prueba diagnóstica a partir de la prueba piloto.

	Instrucción anterior	Instrucción actual
Ítem 6	Dibuja la imagen anterior en una hoja cualquiera y recórtala por las líneas punteadas y luego arma la caja.	Copia una imagen como la anterior en una hoja cualquiera y recórtala por las líneas punteadas y luego arma la caja.
Ítem 7	Dibuja en una hoja la forma que creas que, al doblarse, formará la caja que más te gustó.	Si la desarmas, dibuja como se vería (escribe qué caja escogiste).

²² Un arreglo de cubos de igual tamaño.

²³ Sin embargo, como se presenta en las secciones 4.2.3 y 4.3.3, durante los dos ciclos de experimentación, a falta de datos de esta prueba, no se pudo utilizar para identificar representaciones o preguntas a plantear.

4.2.1.2. Diseño de la trayectoria hipotética de aprendizaje

En esta sección se describe el diseño de la THA, la cual se presenta en detalle en el Capítulo 5. Aquí, se explica, porqué elegimos el fenómeno de los sismos como actividad de educación STEM. Se describen también los referentes conceptuales considerados para la THA, los cuales se obtuvieron a partir de la revisión de literatura y de las recomendaciones de los evaluadores de este proyecto.

a. La elección del contexto de actividades STEM para la THA: el fenómeno de los sismos y el tránsito entre diferentes tamaños de espacio

Al comenzar el diseño de la THA, uno²⁴ de los primeros evaluadores de esta investigación, propuso revisar el trabajo de Gálvez (1985), ya que en éste se hace una clasificación de los tamaños del espacio (ver sección 3.1), lo que se relaciona con el razonamiento espacial. Dicho evaluador señaló también que para interpretar representaciones del macroespacio, sería fundamental que los niños tuvieran acceso previo al micro- y mesoespacio.

Tras revisar la propuesta de Gálvez (1985) procedimos a diseñar la THA considerando los distintos tamaños del espacio. Por tanto, las actividades diseñadas requerían que los niños interpretaran y representaran datos en los distintos tamaños del espacio, desde micro- y mesoespacio hasta macroespacio.

A partir de allí, resultó idóneo trabajar en el contexto del fenómeno de los sismos, por tres razones principales: 1) Es un contexto que da la oportunidad de trabajar con diferentes espacios: los del macro espacio (e.g., en el estudio de las capas de la Tierra y las montañas), y con meso- y microespacios (e.g., al tener que considerar edificaciones y rutas de evacuación). 2) Es un contexto de educación STEM porque se pueden integrar sus cuatro áreas (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas –ver sección 7.6 y Capítulo 5). 3) Es un contexto accesible para los niños de nuestra población de estudio.

- En términos de la primera razón, llevar a cabo actividades en el contexto de los sismos, facilitaría la exploración de representaciones para interpretar el espacio, y de esta forma se fomentarían habilidades de razonamiento espacial. Por ejemplo, la

²⁴ El Dr. François Pluvinage, fallecido en el año 2020.

exploración de las capas de la Tierra (un macroespacio) y de rutas de evacuación escolar (en micro- y mesoespacios) puede conducir a actividades de *construcción* de representaciones bi- y tridimensionales en los diferentes espacios (ver Capítulo 5).

- En términos de la segunda, además de lo que se explica en la sección 7.6 y en el Capítulo 5), según Caparro et al. (2013), un contexto de actividades STEM debe ser cercano y relevante para los estudiantes. Por lo tanto, en el caso de los niños con los que se hizo la experimentación (ver secciones 4.2.2.1 y 4.3.2.1), el fenómeno de los sismos resulta un contexto idóneo ya que todos ellos viven en una de las regiones sísmicamente más activas del mundo (México), experimentan frecuentemente simulacros y sismos de menor magnitud, por lo que escuchan alertas sísmicas y siguen protocolos de evacuación.
- Finalmente, tras hacer una exploración preliminar sobre cómo diseñar actividades para el entorno socioeconómicamente vulnerable de los niños y su escuela, se identificaron recursos de fácil acceso con los que se pudieran llevar a cabo las actividades de la THA.

b. Estructura y organización de la THA

En el diseño de la THA, se planearon 4 módulos, compuestos cada uno de varias actividades –originalmente planeadas para llevarse a cabo una por cada sesión de clase (ver secciones 4.2.2.2 y 4.3.2.2). Para cada módulo, se especifican:

- i) Los objetivos para la integración de áreas STEM y el desarrollo del razonamiento espacial;
- ii) la planeación de las sesiones;
- iii) la descripción de los recursos (digitales y manipulables); y
- iv) la forma de gestionar las actividades en el aula.

En la Tabla 4.2 se presenta la organización de las actividades del primer ciclo por módulos. Para cada módulo, se enlistan las actividades con una breve descripción y los recursos²⁵ propuestos. Las actividades detalladas se pueden ver en el Capítulo 5, en la Tabla 5.1.

²⁵ La descripción de los recursos y la justificación de su elección se da en la sección 4.2.1.4.

Tabla 4.2. Organización de las actividades del primer ciclo

Módulos	Actividades principales	Descripción y recursos
I. Contextualización de la situación	1. Los riesgos en mi escuela.	Presentación y diálogo.
	2. ¿Qué es un sismo?	<ul style="list-style-type: none"> - Búsqueda de información en diccionarios o en Internet. - Análisis de representaciones de las capas de la Tierra y de fotografías de paisajes generados por movimientos tectónicos. - Discusión sobre qué tan profunda puede ser una grieta producto de un movimiento tectónico. - Uso de Google Maps y Google Earth para ver secuencialmente algunos tamaños del espacio: de la Tierra, del país, de la ciudad y de la escuela.
	3. Representación de las capas de la Tierra	Construcción de representaciones de las capas de la Tierra con granos (frijol, maíz, arroz) y pasta.
	4. Construyo un sismógrafo	<ul style="list-style-type: none"> - Diálogo sobre qué instrumentos miden un sismo (introducción al sismógrafo). - Explicación del funcionamiento del sismógrafo. - Discusión sobre cómo podrían usarse materiales, como hilo, papel, cartón, alambre, etc, en la construcción del sismógrafo. - Construcción de un sismógrafo con cajas de cartón.
	5. Los movimientos sísmicos	Simulación e interpretación de movimientos sísmicos con cada sismógrafo construido.
II. Panorama general	6. La solidez de las edificaciones	<ul style="list-style-type: none"> - Diálogo sobre qué debe tener una construcción para que sea menos probable que se derrumbe en caso de sismo. - Construcción de módulos multicubos resistentes con cubos de madera o bloques de Lego.
	7. ¿Qué hacer frente a un sismo?	<ul style="list-style-type: none"> - Diálogo para introducir la importancia de los planos de evacuación. - Construcción de un plano de evacuación de la construcción, en el microespacio, de módulos multicubo.
	8. Planos y rutas de evacuación I	Construcción de un plano de evacuación del mesoespacio conocido del salón de clase.

	9. Planos y rutas de evacuación II	Construcción en Sweet Home 3D de un plano de evacuación del mesoespacio conocido del salón de clase.
	10. Ruta a ciegas	Desplazamiento por el patio de la escuela (mesoespacio).
	11. Movimientos con Scratch	Desplazamiento por el microespacio digital de Scratch para asociar movimientos del <i>sprite</i> ²⁶ que se hace desplazar, y su espacio, con los comandos de desplazamiento.
III. Panorama local	12. Los datos de mi escuela	Conteo de la población para reconocer las rutas de evacuación.
	13. Identifico zonas seguras	Identificación de puntos de encuentro y rutas más seguras para desplazarse a zonas seguras en caso de sismo.
IV. Construcción de un plano	14. Dibujo un plano de mi escuela	Dibujar el plano de evacuación de la escuela.
	15. Revisión de los planos dibujados	Exposición del plano de evacuación a todo el grupo.
	16. Determinamos el mejor plano de evacuación	Todo el grupo escoge el mejor plano de evacuación y, si es necesario, se mejorará entre todo el grupo para producir un solo plano.

²⁶Un *sprite* representa un objeto o personaje cuyas acciones pueden ser programadas (<https://en.scratch-wiki.info/wiki/Sprite>).

La finalidad del conjunto de actividades de la THA es el diseño de una ruta de evacuación en caso de sismos. Además de actividades directamente relacionadas con el contexto de los sismos, fue necesario que la THA tuviera actividades en los micro- y mesoespacios para transitar a las actividades en el macroespacio y en otros mesoespacios, a los que los niños no tenían acceso perceptivo directo: es decir, para ayudarlos a representar o *interpretar* representaciones de, por ejemplo, la vista superior de la escuela, o de las profundidades de las capas terrestres.

Las actividades implican trabajo de lectura, manipulación e interpretación de planos/mapas –representaciones 2D– que representan el espacio. La codificación de los mapas, de acuerdo con Wiegand (2006), contiene información gráfica que permite a los sujetos reconocer y relacionar distancias, direcciones y propiedades de los objetos representados en los mapas (formas, tamaños, colores, puntos de referencia) con objetos físicos, lo que requiere entendimiento sobre proporciones (escalas). Este autor señala, además, que la interpretación de representaciones 2D de un espacio, implica que los sujetos comprendan: dónde se encuentra el espacio que se ve a través de la representación, cuál es la relación entre el espacio del mundo real y su representación 2D, y dónde se encuentra el sujeto en esta representación, que puede ser un mapa o foto.

Al considerar las relaciones y procesos cognitivos que requiere el trabajo con mapas, en esta propuesta se usan espacios conocidos para los estudiantes (casa, aula de clase, escuela) donde pueden ubicarse, ubicar objetos y reconocer espacios en las representaciones para representarlos. Los mapas representan macroespacios –aquellos cuya dimensión es tal que solo puede abarcarse a través de una sucesión de visiones locales–, y se trabajarán con los estudiantes en el primer módulo con el objetivo de iniciar un trabajo de interpretación de la escala de los mapas.

A lo largo de todas las actividades se dan procesos de trabajo (ver abajo) relacionados con las diferentes áreas STEM, que incluyen diseño o construcción, así como análisis y refinamiento, de algún objeto. Estos tres aspectos, nombrados de diversas maneras, forman parte de la mayoría de las metodologías de diseño de actividades que involucran áreas STEM (ver sección 2.2.4). El desarrollo de estas actividades, de acuerdo con Morgan et al. (2013), se puede llevar a cabo de manera iterativa; es decir, las actividades pueden no

trabajarse linealmente (en el orden que se presentan en el diseño inicial), sino que se pueden alternar los distintos pasos hasta identificar una solución para el diseño final. En resumen, los procesos que identificamos en el conjunto de actividades de nuestra trayectoria, de acuerdo a cada área STEM²⁷, son:

- Identificar el problema (ciencias, ingeniería).
- Investigar (ciencias).
- Planear (matemáticas, ingeniería).
- Analizar la planeación (matemáticas, ingeniería).
- Construir (matemáticas, ingeniería, tecnología).²⁸
- Refinar (matemáticas, ingeniería, tecnología).
- Comunicar y reflexionar (tecnología, ingeniería).

Finalmente, en los proyectos interdisciplinarios, de acuerdo con Caparro y Jones (2013), es crucial diseñar actividades que fomenten la discusión y la colaboración, permitiendo que cada estudiante asuma un rol definido dentro del equipo y contribuya al trabajo conjunto. Las actividades de la THA propician espacios de discusión y trabajo colaborativo. A continuación, para cada actividad propuesta se describe el papel del estudiante y del docente, y la forma como se gestionaron las actividades de la trayectoria en el aula.

4.2.1.3. Gestión de las actividades en el aula

De acuerdo con Caparro y Jones (2013), el profesor desempeña un papel crucial al supervisar el progreso de los estudiantes, organizar los tiempos de las actividades y orientar formas de ejecución, todo ello con el propósito de impulsar el desarrollo de habilidades comunicativas y de trabajo en equipo; además, el docente guía a los estudiantes en la exploración y elaboración de soluciones para las tareas propuestas. Los estudiantes por su

²⁷ En el Capítulo 5 se describe con qué áreas STEM se vincula cada actividad en particular (ver de la Tabla 5.2 a la Tabla 5.5).

²⁸ Las acciones de construir son de diversos tipos. El objetivo final de las actividades es la creación de una ruta de evacuación, pero en toda la trayectoria se involucran diferentes construcciones, tanto físicas (e.g., la construcción del sismógrafo –ingeniería y tecnología; representaciones de espacios –matemáticas) como mentales (e.g., que permiten a los niños comprender representaciones de espacios que no pueden ver directamente).

parte son quienes proponen soluciones, buscan información y se organizan para resolver las actividades planteadas (Caparro y Jones, 2013).

En la THA, se sugiere que los estudiantes participen activamente en una variedad de actividades grupales, que incluyen colaborar en parejas, trabajar en equipos de 4–5 estudiantes, y participar en discusiones del grupo completo. Cada estudiante desempeña un rol específico, con el objetivo de contribuir al resultado final de las actividades propuestas. Además, se les anima a justificar tanto el cómo como el porqué de sus acciones durante estas actividades.

En cuanto al papel del docente, se plantea que sea quien dirige cada sesión comenzando por especificar el objetivo de las actividades, luego organizando los grupos de trabajo según la actividad y los recursos requeridos, y finalmente, facilitando una discusión en sesión grupal. En esa discusión, el docente deberá definir conceptos involucrados en la sesión y/o puntualizar estrategias que usen los niños para resolver las actividades.

La THA se diseñó para incluir actividades individuales, como la construcción de una ruta de evacuación, a través de las cuales se podría reconocer y analizar habilidades de razonamiento espacial de los niños. Para el diseño de rutas de evacuación, se propone la elaboración previa de representaciones de la vista superior de micro- y mesoespacios. Se plantea que los niños elaboren estas representaciones en varias sesiones (actividades 7–9 y 14–16 en la Tabla 4.2).

En la Tabla 4.3 se plantean el rol propuesto para los niños y el docente, para cada actividad.

Tabla 4.3. Rol del docente y de los estudiantes durante las actividades de la trayectoria

Actividad	Rol del docente en el aula	Rol del estudiante en el aula
1. Los riesgos en mi escuela	Guiar las preguntas y llevar a cabo una discusión en sesión grupal para introducir el fenómeno de los sismos (ver sección 5.1).	Participar en la discusión de la sesión grupal.
2. ¿Qué es un sismo?		
3. Representación de las capas de la Tierra	<ul style="list-style-type: none"> - Explicar a los niños, usando figuras esquemáticas (Figura 5.4), cómo están organizadas las capas de la Tierra. - Solicitar a los estudiantes que construyan las capas de la Tierra con granos. - Presentar fotografías (ver Figura 5.3) de paisajes generados por los movimientos tectónicos (e.g., montañas). - Cuestionar a los estudiantes sobre la posición del fotógrafo que permitió tomar las fotografías presentadas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir las capas de la Tierra con granos. - Analizar las fotografías para reconocer la posición de quien tomó la foto.
4. Construyo un sismógrafo	<ul style="list-style-type: none"> -Solicitar a los niños organizarse en equipos de cuatro. -Indicar, al inicio de la actividad, que cada integrante de un equipo realice tareas específicas para poder construir el sismógrafo. Por ejemplo, alguno corta el papel, otro niño mide el espacio de la caja que se debe cortar, mientras otros dos estudiantes van ubicando las partes (e.g., objetos pesados, alambre) del sismógrafo para que funcione. 	<ul style="list-style-type: none"> -Trabajar en equipos de cuatro. Cada niño se encarga de una tarea específica y al final las combinan para completar entre todos los de un equipo la construcción de un sismógrafo. -Cada grupo debe simular un sismo con el sismógrafo previamente construido. -Participar en la sesión grupal al finalizar la actividad para comentar cómo, por qué y si funciona correctamente su sismógrafo.
5. Los movimientos sísmicos (simulación)	-Dirigir el diálogo para que los niños reconozcan el tipo de movimientos sísmicos que se pueden generar al simular un sismo con el sismógrafo que cada grupo construyó.	
6. La solidez de las edificaciones	Cuestionar a cada equipo por los elementos que permiten que una edificación (con cubos) se mantenga o no cuando se mueve la base en la cual se construyó.	<ul style="list-style-type: none"> -Trabajar en equipos de cuatro. -Hacer construcciones con cubos y recursos manipulables resistentes.
7. ¿Qué hacer frente a un sismo?	<ul style="list-style-type: none"> -Conducir a los estudiantes a reconocer la importancia de tener rutas de evacuación en los espacios que transitamos. -Indicar a los estudiantes cómo construir la representación de una ruta de evacuación de la construcción con cubos realizada en la sesión anterior, usando la vista superior. 	<ul style="list-style-type: none"> -Trabajar de forma individual. -Dibujar una ruta de evacuación (vista superior) de la construcción elaborada en la sesión anterior. -Participar en sesión grupal.
8. Planos y rutas de	Indicar a los estudiantes cómo construir la representación de	Trabajar de forma individual. Dibujar en papel

evacuación I	una ruta de evacuación del salón de clase, usando la vista superior.	la ruta de evacuación del salón de clase.
9 Planos y rutas de evacuación II	Explicar a los estudiantes el funcionamiento técnico de Sweet Home 3D.	Trabajar en parejas. Usar Sweet Home 3D para representar una ruta de evacuación del salón de clase.
10. Ruta a ciegas	-Plantear la situación de que ocurre un sismo y uno de los compañeros es ciego. -Proponer una simulación de la situación en el patio de juegos de la escuela: hay unos puntos por los cuales debe pasar la persona ciega (niño con los ojos vendados) y uno de sus compañeros le tiene que decir cómo desplazarse para pasar por todos los puntos hasta llegar al final.	-Trabajar en parejas. -Un estudiante da las indicaciones de desplazamiento al otro estudiante con los ojos vendados, quien las sigue.
11. Movimientos con Scratch	Indicar el funcionamiento de Scratch y explicar en qué consiste la actividad (ver Tabla 4.2, actividad 11).	Trabajar en parejas por la insuficiente disponibilidad de computadoras.
12. Los datos de mi escuela	Explicar a los estudiantes la actividad y acompañarlos a hacer el recorrido de la escuela para que lleven a cabo el conteo de la población y reconozcan los espacios de la escuela.	Trabajar en grupos de cuatro. Cada grupo debe organizarse de tal forma que puedan reconocer todos los espacios de la escuela; hacer el conteo de las personas que asisten a la escuela y proponer una forma de representar dicha información.
13. Identifico zonas seguras	Presentar ejemplos de rutas de evacuación para indicar la importancia de establecer puntos de encuentro a partir de la identificación de zonas seguras.	Trabajar en grupos de cuatro. Con los cubos disponibles representar la escuela (hacer una maqueta) y simular caída de objetos para identificar zonas seguras.
14. Dibujo un plano de mi escuela	Explicar la actividad a desarrollar (dibujar una ruta de evacuación de la escuela).	Trabajar de forma individual. Diseñar la ruta de evacuación de la escuela (vista superior).
15. Revisión de los planos dibujados	Observar y analizar la forma como los niños representan la vista superior de la escuela y, si es el caso, sugerirles cómo hacer la representación solicitada.	Participar en la sesión grupal mencionando los elementos necesarios que se deben tener en cuenta para dibujar una ruta de evacuación de la escuela.
16. Determinamos el mejor plano de evacuación.		

4.2.1.4. Recursos manipulables y digitales útiles para reconocer macroespacios y construir sistemas de referencia

En esta sección se hace una breve descripción de los recursos manipulables y digitales que proponemos utilizar en la THA, fundamentando su utilidad en las actividades planteadas. En esas actividades se pretende que los estudiantes experimenten con diversas representaciones espaciales (tanto 2D, como 3D) relacionadas con el fenómeno de los sismos.

Transitar entre representaciones 2D y 3D no es una tarea sencilla, pues implica, por un lado, interpretar una figura plana (con vista superior, inferior, lateral o isométrica) para construir un objeto 3D; y, por otro lado, interpretar ese objeto 3D para convertirlo en un concepto geométrico (Gutiérrez, 1998). Además, según Duval (1999) la relación entre objetos y representaciones 2D y 3D implica un reconocimiento de elementos unidimensionales, figuras bidimensionales y la identificación de representaciones tridimensionales que se leen según la vista presentada (e.g. isométrica). El uso de los recursos descritos en esta sección tiene por objetivo potenciar los cambios de dimensión y el reconocimiento del espacio a través de representaciones 2D.

En las actividades propuestas, utilizamos herramientas como cubos de madera para representar edificaciones en el microespacio; Scratch (reemplazado por LightBot en el segundo ciclo –ver sección 4.3.1) para visualizar y desplazarse en representaciones digitales de microespacios; y Google Maps y Google Earth para trabajar con representaciones digitales de meso- y macroespacios. A continuación se describen estos recursos.

a. Módulos multicubo para el reconocimiento y representación de vistas de microespacios

Un módulo multicubo es un sólido formado por varios cubos iguales (ver Figura 6.30). Este material permite llevar a cabo actividades que involucran la interpretación y el tránsito de objetos y representaciones bi- y tridimensionales (Gutiérrez, 1998).

En la actividad 6 (ver Tabla 4.2) se construyeron edificaciones multicubo con dos fines: Primero, simular en ese microespacio edificaciones de mesoespacios (casas, etc.) para

comprobar aspectos involucrados en su sólidez ante un sismo. Segundo, para ver/percibir las diferentes perspectivas (vistas laterales, superiores, etc.) de cada objeto multicubo (3D) construido, y dibujar su vista superior en papel (que es una representación 2D). De esta manera se fomentaba que los estudiantes reconocieran vistas superiores de objetos en el microespacio, para posteriormente transferir esta experiencia al mesoespacio donde se construirían rutas de evacuación de la escuela en caso de sismos.

b. Representaciones dinámicas de meso- y macroespacios con Google Maps y Google Earth

Google Maps²⁹ es un servicio de mapas en línea desarrollado por Google. Proporciona funciones de cartografía, navegación, planificación de rutas y visualización de lugares de interés a través de una interfaz de usuario amigable. Algunas de las representaciones proporcionadas por Google Maps incluyen: mapas interactivos, navegación GPS, exploración de lugares de interés y vistas satelitales, planificación de rutas por distintos medios de transporte e información de los tiempos que tarda una persona en desplazarse de un lugar a otro de acuerdo con la forma de transporte, incluyendo desplazarse a pie.

En las actividades de la THA (e.g., actividad 2, ver Tabla 4.2) se usa Google Maps con el objetivo de que los niños interpreten información de espacios que no ven directamente y, los imaginen y visualicen a través de representaciones dinámicas a escala, particularmente la vista superior de la escuela y su entorno.

Google Earth³⁰ es otra aplicación de Google que permite a los usuarios explorar virtualmente la Tierra en 3D mediante el uso de imágenes satelitales y de satélites aéreos. Ofrece vistas detalladas de paisajes, ciudades y lugares de interés con vistas en 3D, imágenes históricas y herramientas de medición de distancias. Google Earth está disponible para escritorio, dispositivos móviles y navegadores web. Se destaca como una herramienta poderosa para la educación geográfica, proporcionando una visión realista y detallada del planeta.

²⁹ <https://www.google.com/maps>

³⁰ <https://earth.google.com/web>

En la THA se emplea Google Earth en la actividad 2 del primer ciclo (ver Tabla 4.2) con el propósito de que los niños puedan visualizar la Tierra en su representación tridimensional y así ubicar a México y reconocer dentro de este, la Ciudad de México. Esta herramienta podría facilitar la comprensión de las grandes distancias que abarcan los macroespacios.

Para introducir a los niños al manejo inicial de Google Earth y Google Maps, se plantea realizar una sesión grupal. En esta, la maestra guiará a los estudiantes sobre cómo ingresar la dirección del lugar que desean visualizar. Además, aprovechará la oportunidad para explicarles la interfaz de los mapas digitales y cómo explorarlos eficazmente.

c. Sweet Home 3D para el diseño de la ruta de evacuación

Sweet Home 3D³¹ es un software de diseño arquitectónico de código abierto que permite a los usuarios planificar y diseñar una construcción como una vivienda. Permite la decoración de sus interiores (y exteriores), como agregar y personalizar muebles y accesorios desde una biblioteca preexistente, ajustar las dimensiones y la posición de los elementos, y previsualizar los cambios en tiempo real; es útil para aquellos que desean visualizar cómo se verá su hogar o cualquier otro espacio después de hacer cambios en la distribución de los elementos, la paleta de colores y otros elementos de diseño (*Guía de usuario Sweet Home 3D*, 2023).

Algunas características clave de Sweet Home 3D son la capacidad de crear un plano 2D del espacio y luego visualizarlo en 3D. Destaca también la capacidad de exportar el diseño final en diversas perspectivas, incluyendo vistas trimétricas y ortogonales superiores que proporcionan las longitudes tanto del largo y ancho del espacio a representar como de los elementos presentes en dichos espacios.

La integración de Sweet Home 3D en la actividad 9 de la THA (ver Tabla 4.2) tiene como objetivo que los estudiantes puedan diseñar una ruta de evacuación de su salón de clase y escuela. Durante su uso, los estudiantes cambiarían de dimensión (2D ↔ 3D) y establecerían correspondencias entre el espacio físico en el que se encuentren (el salón de clase) y su representación a escala.

³¹ <https://www.sweethome3d.com/es/>

d. Scratch: un recurso para la construcción de sistemas de referencia

Scratch³² es un lenguaje de programación visual que, de acuerdo con Vázquez-Cano y Ferrer (2015) permite la creación de juegos y animaciones, así como su funcionamiento (compilación) en la web. Basado en bloques gráficos, Scratch facilita la programación para usuarios sin experiencia previa, ofreciendo una interfaz sencilla e intuitiva; además, posibilita la colaboración y el intercambio de proyectos en línea (Vázquez-Cano y Ferrer, 2015). La interfaz de Scratch es bidimensional e incorpora la posibilidad de trabajar con la “geometría de la tortuga” (ver sección 2.1.3.3), donde el cursor gráfico (sprite) predeterminado, que se hace desplazar y girar mediante comandos, es un gato en vista lateral (en lugar de la clásica tortuga) aunque se puede disfrazar (Martínez Zarzuelo et al., 2020).

Al ser gratuito, de código abierto y disponible para múltiples sistemas operativos, incluyendo dispositivos móviles, Scratch, según Vázquez-Cano y Ferrer (2015) se destaca como una herramienta educativa versátil y accesible para enseñar y aprender programación a cualquier edad.

En la THA, se plantea usar Scratch en la actividad 11 (ver Tabla 4.2) para presentar una ruta de desplazamiento de un sprite, en “geometría de la tortuga”, que los niños deben corregir. Esto implica ubicarse en la perspectiva del sprite (sección 2.1.3.3) para reconocer su posición y cómo debe girar, así como la cantidad de pasos requerida; es decir, los niños deben construir el sistema de referencia del sprite en relación con la ruta de desplazamiento que debe recorrer.

4.2.2. Experimentación en el primer ciclo

En esta sección se describe la población participante durante el primer ciclo del experimento de enseñanza y los roles de los involucrados. También se exponen otros datos de la metodología de experimentación durante este ciclo, especificando la duración y la cantidad de sesiones llevadas a cabo, así como los recursos usados.

³² <https://scratch.mit.edu/>

4.2.2.1. Participantes del primer ciclo

Los participantes involucrados en un experimento de enseñanza son generalmente un investigador-docente, uno o más investigadores observadores y uno o más alumnos (Steffe y Thompson, 2000). En nuestro estudio, la autora de esta tesis participó como investigadora-docente y colaboraron otras dos investigadoras observadoras. Como investigadora-docente asumí el rol de interactuar con los alumnos en cada intervención en aula, para aportar a la construcción de su conocimiento, según los parámetros del experimento de enseñanza. Las investigadoras observadoras tomaron nota de lo sucedido en clase y finalizando cada intervención, se reunieron con la investigadora-docente para discutir aspectos a mejorar de la intervención, que bien podían estar relacionados con los objetos de aprendizaje específicos involucrados o con la forma como se impartió la clase.

Durante la experimentación en el primer ciclo, se contó con un grupo de aproximadamente 16 alumnos de tercero de primaria de una escuela pública ubicada en una zona socio económicamente vulnerable, al sur de la Ciudad de México. Cabe señalar que el número de estudiantes que contestó la prueba diagnóstica fue de solo 6 (de los cuales solo 2 eran niñas); y el número de alumnos que se conectaba a las sesiones oscilaba entre 4 y 16, con máximo 3 niñas conectadas (ver Anexo 8).

El contacto con la escuela del estudio fue posible gracias a una colaboración previamente establecida con esta³³. El primer acercamiento con las autoridades de la escuela fue con la coordinadora académica a quien se le explicaron las actividades y objetivos de nuestro proyecto de investigación. Conjuntamente se le entregó un documento (ver Anexo 4) en el cual se explica por qué es importante desarrollar el razonamiento espacial a través de actividades en áreas STEM con niños de primaria; se describen los objetivos y requerimientos necesarios para aplicar la secuencia de actividades; y se propone un cronograma de las actividades para el primer ciclo de implementación.

³³ Esta colaboración fue gracias al proyecto “Aprendizaje de las matemáticas en contextos diversos” de la Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco, iniciado en el año 2016, donde la UPN trabajaba con estudiantes y maestros de primaria.

4.2.2.2. Implementación y toma de datos en el primer ciclo

Por requerimiento de la coordinadora, se organizó una reunión con los profesores y los padres de familia de los niños de tercero con quienes íbamos a implementar las actividades. En estos encuentros, se explicaron los objetivos de la secuencia, el horario, el medio de conexión y el formato de entrega (fotos, videos) de algunas de las actividades propuestas.

Luego de recibida y aceptada la propuesta para implementarla en la escuela, se dejó la prueba diagnóstica como una actividad asincrónica. Se les indicó a los padres y a los niños que era un diagnóstico, y no una evaluación, por lo cual requeríamos que los niños la resolvieran sin ayuda. Los niños tuvieron una semana para resolverla (2-9 de octubre, 2020).

Debido a la pandemia por Covid-19, las sesiones de clase en el primer ciclo se llevaron a cabo en línea, de forma sincrónica, por medio de la plataforma Google Meet. Estas fueron los miércoles con una duración de tiempo de treinta minutos a una hora (no siempre participaron todos los estudiantes por disposición de tiempo y acceso a Internet). Para la toma de datos se grabó la pantalla en los tiempos de conexión y se solicitó a los estudiantes el envío, mediante correo electrónico, de evidencias (fotos o videos) de las actividades propuestas.

En la experimentación, antes y después de cada sesión con los niños, se reunían las tres investigadoras –las observantes y la docente– para discutir cambios o mejoras para las siguientes sesiones. A partir de esto, se hicieron ajustes necesarios.

La implementación de las actividades empezó el 14 de octubre y finalizó el 16 de diciembre del año 2020, llevándose a cabo 9 sesiones sincrónicas en línea (ver Tabla 4.4). Las dos primeras sesiones se llevaron a cabo con todos los estudiantes y se dispuso de 30 minutos; sin embargo, el tiempo no fue suficiente para escuchar y discutir lo que iban haciendo en las actividades propuestas. Por sugerencia de la maestra titular y con el fin de interactuar con todos los estudiantes, se dividió el grupo inicialmente en tres (en la sesión del 28 de octubre) y luego, en dos; con el primer grupo se hizo la conexión la primera media hora de la sesión y con el segundo, la segunda media hora. Las dos últimas sesiones se realizaron con un solo grupo de trabajo, pues en este punto de la implementación eran menos los estudiantes que se conectaban. Las sesiones se llevaron a cabo con los grupos de niños que

se iban formando, pero los estudiantes hacían las actividades de forma individual, aunque en algunas cosas contaban con el apoyo de sus padres. En la Tabla 4.4 se presentan las fechas, cantidad de estudiantes conectados y actividades realizadas en el primer ciclo de implementación³⁴. Cabe señalar que, debido a las restricciones del trabajo en línea causado por la pandemia, varias de las actividades contempladas se tuvieron que llevar a cabo en más sesiones de lo previsto (las dividimos en a, b, c, en la Tabla 4.4), y que no se pudo completar la THA, llegando sólo hasta la actividad 4 de la construcción del sismógrafo (ver Anexo 8).

Tabla 4.4. Implementación del primer ciclo.

Sesión	Núm. de estudiantes	Tiempo	Actividad	
14 de octubre	16	30 min	1. Los riesgos en mi escuela.	
21 de octubre	14	30 min	Preguntas sobre algunas de las respuestas dadas en la prueba diagnóstica.	
28 de octubre	Primer grupo	6	30 min cada grupo.	2.a. ¿Qué es un sismo?
	Segundo grupo:	3		
	Tercer grupo:	4		
4 de noviembre	Primer grupo:	3	45 min cada grupo.	2.b. ¿Qué es un sismo? (qué genera un sismo)
	Segundo grupo:	5		
18 de noviembre	Primer grupo:	2	40 minutos cada grupo y 30 minutos con el especialista.	2.c. ¿Qué es un sismo? (qué producen los sismos)
	Segundo grupo	6		
25 de noviembre	Primer grupo	3	40 minutos cada grupo.	3. Representación de las capas de la Tierra
	Segundo grupo	2		
2 de diciembre	Primer grupo	3	40 minutos cada grupo.	4.a. Construyo un sismógrafo. (¿Cómo se registran los sismos?)
	Segundo grupo	3		
9 de diciembre	4	Una hora.	4.b. Construyo un sismógrafo	
16 de diciembre	6	Una hora.		

³⁴ Una descripción más detallada de lo realizado durante las sesiones y del proceso de análisis de este primer ciclo, se encuentra en el Anexo 8.

4.2.3. Análisis retrospectivo de los datos del primer ciclo

Se hizo el análisis de la prueba diagnóstica y del trabajo de los estudiantes en la implementación del primer módulo. En el análisis de la prueba diagnóstica se reconocieron cinco acciones –construir, interpretar, sentir, situar y alterar– que inferimos de sus respuestas escritas y orales, cuando les pedimos justificaciones. De estas acciones hacemos un desglose detallando las habilidades de razonamiento espacial involucradas que se presenta en la Tabla 4.5.

Para el análisis del primer módulo se revisaron los datos registrados en la grabación de pantalla y las producciones escritas. Se hizo una descripción de lo sucedido en cada sesión y según lo que comentaban los niños, se transcribieron algunos momentos de su trabajo usando seudónimos. Luego, mediante procesos de análisis deductivo e inductivo de esos datos, emergieron tres categorías de análisis.

En el proceso deductivo, se analizaron las acciones de los estudiantes de acuerdo con la definición de razonamiento espacial propuesta por Davis y el SRS (2015) y retomando, particularmente, los elementos conceptuales que se tomaron para este estudio (ver sección 3.4 y Figura 3.6): (de)construir, interpretar, situar y sentir.

En el proceso de análisis inductivo, al agrupar las acciones, surgieron tres categorías de análisis: a) reconocimiento de vistas en macroespacios a través de representaciones, b) proceso de medición de microespacios, y c) lectura de mapas. En la Tabla 4.5 se describen estas categorías con sus respectivos indicadores. El análisis retrospectivo detallado de este primer ciclo se presenta en el Anexo 8.

Tabla 4.5. Categorías e indicadores emergentes de razonamiento espacial, en el primer ciclo.

Reconocimiento de vistas en macroespacios a través de representaciones.	Comparar	Comparar longitudes de elementos de una misma representación (escala).
	Imaginar	Posicionarse como fotógrafo y e imaginar, viendo la imagen, la inclinación realizada para la toma de la foto.
	Toma de perspectiva	Reconocer como se ve un objeto o lugar desde determinado punto de vista (sistema de referencia).

Proceso de medición de microespacios	Comparar	Comparar longitudes (altura del estudiante/cantidad de veces que uso la regla para medir su altura) en una misma escala.
	Componer	Hacer iteraciones hasta completar la medición solicitada (altura del estudiante, papel del sismógrafo).
	Ordenar	Organizar elementos para medirlos y para, a partir de la unión de sus partes, hacer un todo.
Lectura de mapas	Comparar	Comparar las diferentes representaciones y reconocer sus elementos (símbolos, leyendas).
	Situar	Reconocer los elementos que componen la vista de un lugar/objeto.

Además del análisis de las acciones de razonamiento espacial, se analizó también si, en la trayectoria real, las actividades de la THA se pudieron realizar como estaban planeadas, y si cumplieron sus hipótesis. Para ello se analizaron también las respuestas de los niños en la prueba diagnóstica final, para ver si, por ejemplo, sus dibujos representaban lo solicitado (e.g., vistas superiores en planos de su casa en la pregunta 10 de la prueba –ver Anexo 3). De esta manera se identificaron ajustes necesarios en la THA para el segundo ciclo de experimentación. En la siguiente sección, se describe dicho ciclo.

Sin embargo, cabe señalar que los resultados de la prueba diagnóstica final no se pudieron utilizar ya que las actividades de la THA no se pudieron llevar a cabo como estaban planeadas, y no se pudo reconocer si cumplieron sus hipótesis (ver Anexo 8).

4.3. Segundo ciclo

4.3.1. Preparación del segundo experimento (cambios desde el primer ciclo)

Durante la experimentación del primer ciclo, y tras efectuar el análisis retrospectivo de esta, notamos que en la THA hacía falta incluir actividades de medición, y más actividades con el uso de Google Maps y Google Earth, como se describe más abajo. Las actividades que incluimos y describimos en esta sección, se organizaron en una modificación de la THA como se presenta en la Tabla 4.6. (Nota: en la tabla solo se dan las descripciones de las actividades adicionales o que cambiaron).

Tabla 4.6. Organización y cambios en las actividades de la THA para el segundo ciclo.

Módulos	Actividades	Descripción de las adiciones y cambios
I. Contextualización	1. Los riesgos en mi escuela	-
	2. ¿Qué es un sismo?	-

de la situación	3. Representación de las capas de la Tierra	-	
	4. Estimación, medición e iteración en el microespacio (en el plano xy)	Medición del largo de una mesa.	
	5. Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (el salón de clases)	Medición del largo y ancho del salón de clase.	
	6. Medición de alturas (longitudes verticales) en el microespacio	Medición de sus alturas.	
	7. Equivalencia de unidades	Composición de medidas (e.g., 125 cm es equivalente a 1 m con 25 cm).	
	8. Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (la cancha de juegos)	Medición del ancho de la cancha de juegos.	
	9. Estimación de longitudes verticales en el macroespacio	Estimación de la profundidad de una grieta y de las capas de la Tierra.	
	10. Trazado de rutas digitales en mesoespacios conocidos (el entorno casa-escuela), usando Google Maps	Reconocimiento de la ruta casa-escuela a través de Google Maps.	
	11. Construyo un sismógrafo	-	
	12. Los movimientos sísmicos	-	
	II. Panorama general	13. La solidez de las edificaciones	-
		14. ¿Qué hacer frente a un sismo?	-
15. Planos y rutas de evacuación I		-	
16. Planos y rutas de evacuación II		-	
17. Ruta a ciegas		-	
	18. Movimientos con Scratch/LightBot	Desplazamiento por el microespacio digital para asociar movimientos de quien se desplaza, con los comandos que permiten un correcto desplazamiento.	
III. Panorama local	19. Los datos de mi escuela	-	
	20. Identifico zonas seguras	-	
	21. Mido el perímetro de mi escuela	Medición del perímetro de la escuela a través de Google Earth.	
IV. Construcción de un plano	22. Dibujo un plano de mi escuela	-	
	23. Revisión de los planos dibujados	-	
	24. Determinamos el mejor plano de evacuación	-	

En cuanto a la prueba diagnóstica, no se hicieron cambios. Es la misma que se propuso en el primer ciclo (ver Anexo 3). En el Capítulo 5 se presentan de manera detallada las actividades de la THA, con sus objetivos y el desarrollo propuesto.

a. Actividades adicionales sobre medición

A partir del análisis de los resultados del primer ciclo, se consideró que eran necesarias actividades de medición para que los niños puedan interpretar información de representaciones del macroespacio y construir representaciones de un mesoespacio (ver sección A.8.1.6. del Anexo 8). Por lo anterior, para el segundo ciclo de experimentación, en el primer módulo se utilizaron las actividades adicionales (4–10, en Tabla 4.6) de la THA, para que el niño estime, mida e itere longitudes de:

- objetos en el microespacio:
 - sobre el plano horizontal xy ,
 - sobre la recta perpendicular al plano xy , es decir de alturas, y
- dimensiones de mesoespacios (largo y ancho del salón de clase, y ancho de la cancha de juegos de la escuela).

En la Tabla 4.7 se describen brevemente dichas actividades.

Tabla 4.7. Descripción de las actividades adicionales de medición en el primer módulo para la THA del segundo ciclo.

Ejes de medición	Descripción de actividades
Medición sobre la horizontal (plano xy)	-Microespacio: estimar y medir del largo de la mesa de trabajo. -Mesoespacio: usar el proceso de medición en el microespacio para estimar la longitud del largo del salón de clases y, medir el largo del salón con tiras de papel de un metro. -Obtener equivalencias entre unidades de medida (e.g., 100 centímetros es igual a 1 metro). -Macroespacio: medir el perímetro de la escuela a través de Google Earth.
Medición sobre la vertical (de alturas –longitud que pertenece a la recta perpendicular del plano xy)	-Microespacio: medir las alturas de los niños con reglas y tiras de papel. -Mesoespacio: iterar las mediciones de alturas en el microespacio para estimar la altura del salón de clase, de la escuela y, de esta forma interpretar información de una representación (15 metros de profundidad). -Macroespacio: iterar las mediciones de alturas en el mesoespacio para estimar profundidad de capas de la Tierra dadas en kilómetros.

Se considera que las estimaciones y mediciones realizadas pueden brindar a los niños la oportunidad de iterar las longitudes obtenidas para estimar dimensiones que no pueden medir directamente, como la altura de la escuela con aproximadamente 12 metros y longitudes en el macroespacio, y como la profundidad de las capas de la Tierra. Como dice Chamorro (2003), el “conocimiento de la medida de magnitudes es esencial para que el alumno pueda comprender lo que pasa a su alrededor” (p. 223).

b. Actividades adicionales usando Google Maps y Google Earth

Además de incorporar actividades relacionadas con la medición de longitudes en los ejes horizontal y vertical, se agregaron más actividades usando Google Maps y Google Earth, para determinar mediciones de distancia y tiempo (ver actividades 10 y 21, en los módulos I y III, en la Tabla 4.6). Estas plataformas cuentan con herramientas que permiten ver representaciones del espacio y de la vista superior de la escuela y consideramos que estas representaciones pueden ayudar a los estudiantes a comprender cómo se ven estos espacios a los que no tienen acceso visual directo. Asimismo, las posibilidades de estos recursos digitales para trazar rutas de desplazamiento, mostrando la distancia recorrida y el tiempo requerido para ir de un punto a otro, nos permite profundizar aún más en longitudes de gran medida de meso- y macroespacios. En la Tabla 4.8, se detallan las actividades adicionales con el uso de Google Maps y Google Earth:

Tabla 4.8. Actividades adicionales para el segundo ciclo, con Google Maps y Google Earth

Recurso	Actividad	Espacios abordados y/o representados
Google Maps	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer la ruta de desplazamiento que presenta Google Maps (relacionar el mesoespacio físico con la representación dinámica de este). - Hacer relaciones entre la distancia y el tiempo recorrido en desplazamientos conocidos. - Ver distancias largas en recorridos dados en kilómetros. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ubicación de meso- y macroespacios (la escuela y la casa de los niños). - Representación de meso- o macroespacios contenidos en macroespacios más grandes. - Interpretación de recorridos en mesoespacios conocidos.
Google Earth	<ul style="list-style-type: none"> - Usar la herramienta para medir el perímetro de la escuela. - Ver macroespacios conocidos por los niños (e.g., escuela y Ciudad de México) que están en macroespacios que los contienen (e.g., la Tierra). 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación de longitudes de mesoespacios representados y vistos en Google Earth. - Representación de meso- o macroespacios contenidos en macroespacios más grandes.

c. Actividades alternas con las otras tecnologías digitales

En la THA, se había planificado usar Scratch y Sweet Home 3D (ver Tabla 4.2 y Tabla 4.6). Como ya se señaló, durante el primer ciclo, se acabó el tiempo, por lo que esas actividades no se pudieron aplicar (ver Anexo 8). Al preparar el segundo experimento, se pensaba incluirlos, pero se detectó que las computadoras disponibles en la escuela no estaban funcionando. Por lo tanto, se tuvo que buscar alternativas. Se conseguieron seis teléfonos inteligentes y una tableta, y se buscaron recursos digitales que fueran fácilmente accesibles a través de este tipo de dispositivos.

Explorando en la red, encontramos LightBot que podía ser instalado en teléfonos inteligentes y tabletas. Este es un juego que, para seguir una ruta establecida por el mismo programa, implica la programación de los movimientos de un sprite (robot), parecido a cómo se mueve la tortuga de Logo o el gato de Scratch, con comandos de avance y giros. Una descripción más detallada se encuentra en la sección 6.2.3. Al profundizar en este recurso digital³⁵, reconocimos que su uso permitía la construcción de sistemas de referencia, lo que podría sustituir el uso de Scratch, a pesar de que, a diferencia de Scratch que muestra un plano 2D, la vista en LightBot es isométrica.

Para que los niños aprendan a usar LightBot, se plantea empezar explicándoles el objetivo del juego, pero sin especificar las instrucciones de su uso. Luego, darles tiempo para una exploración libre del software, antes de la actividad de la THA, permitiéndoles así familiarizarse con los comandos y los distintos elementos de la interfaz.

Por otro lado, no encontramos una herramienta digital para reemplazar el uso de Sweet Home 3D, que fuera fácilmente accesible en teléfonos inteligentes o tabletas, y que permitiera la creación de planos o representaciones en vista superior de espacios. Por consiguiente, decidimos que, para este segundo ciclo, los estudiantes elaborarían el plano de evacuación de la escuela solo en papel.

³⁵ <https://lightbot.com/> para jugar en teléfonos móviles y tabletas.
<https://www.numuki.com/game/light-bot/> para jugar en navegadores de computadora.

4.3.2. Segunda experimentación

En esta sección se describe la población durante el segundo ciclo del experimento de enseñanza y los roles de los participantes. También se exponen otros datos de la metodología de experimentación durante este ciclo, especificando la duración y la cantidad de sesiones realizadas, así como los recursos empleados.

4.3.2.1. Participantes del segundo ciclo

En este segundo ciclo, al igual que en el ciclo anterior, la autora de esta tesis desempeñó el rol de investigadora-docente, mientras que las mismas investigadoras observadoras colaboraron registrando la dinámica de la clase.

Esta experimentación se llevó a cabo en la misma escuela con la que se experimentó en el primer ciclo. Se contó con la participación de estudiantes de dos grupos de tercer grado de primaria de turno vespertino (uno de 27 niños matriculados, y otro de 29). Sin embargo, como muchos padres no querían que sus hijos regresaran todavía a la escuela después de la pandemia por Covid-19, a sugerencia de las maestras titulares de los grupos, se trabajó conjuntamente con los dos grupos. Además, la asistencia de los estudiantes no fue constante por lo que el total de participantes en cada sesión oscilaba entre los 16 y 28 estudiantes.

Cabe señalar que en un grupo había 6 niñas (de los 27) y en el otro grupo 14 niñas (de los 29), para un total de 20 niñas de 56 estudiantes matriculados.

También es pertinente señalar que, debido a la pandemia, los niños participantes habían cursado los grados anteriores, primero y segundo de primaria, desde casa, lo que implicaba que algunos de ellos no estaban familiarizados con la dinámica presencial, incluidas las habilidades de socialización.

4.3.2.2. Implementación y toma de datos

La experimentación se llevó a cabo de manera presencial en el turno vespertino, coincidiendo con el regreso de los estudiantes a las clases presenciales después del periodo a distancia por Covid-19.

En las primeras sesiones, debido a que los estudiantes estaban transitando de las clases presenciales a las clases en línea, se notó la ausencia de varios estudiantes, por lo que las

maestras titulares de los grupos sugirieron iniciar enviando la prueba diagnóstica a todos los niños participantes a través de WhatsApp, para que los padres implementaran estas actividades en casa. Estas pruebas se enviaron para ser aplicadas durante la semana del 14 al 18 de febrero del 2021; sin embargo, como la participación era voluntaria (y tal vez porque algunos de los niños aún no sabían leer y escribir), la mayoría de los estudiantes no respondieron la prueba (solo obtuvimos 3 respuestas de 28 participantes). Por lo tanto, los datos obtenidos de estas pruebas no resultaron significativos, por lo que no se hizo un análisis detallado de los resultados de las mismas.

La implementación de la THA comenzó el 24 de febrero y concluyó el 25 de junio, llevando a cabo un total de 22 sesiones. Estas sesiones fueron principalmente los martes y jueves, con una duración de 50 minutos a una hora cada una. Cabe señalar que no se pudieron implementar las dos últimas actividades, 23 y 24, por falta de tiempo, pues después del 7 de junio (última sesión) los niños tenían actividades escolares obligatorias en horarios que se cruzaban con los permitidos para la implementación. En la Tabla 4.9 se presentan las fechas, cantidad de estudiantes participantes, y actividades hechas en el segundo ciclo de implementación.

Para recopilar datos, se utilizaron dos cámaras: una grababa toda la clase durante las sesiones grupales, mientras que la otra enfocaba a la maestra. Durante todas las sesiones del primer módulo, se contó con la asistencia de un auxiliar externo a la investigación para grabar a los niños, con la segunda cámara, durante las actividades grupales o individuales. Para los módulos siguientes, la investigadora-docente se encargó de posicionar la cámara fija de manera que capturara todo el grupo y, cuando era necesario, ella llevaba la segunda cámara para registrar el trabajo y explicaciones de los estudiantes en grupos o de manera individual.

Antes y después de cada sesión con los niños, las tres investigadoras (las observadoras y la docente) se reunían para discutir posibles cambios o mejoras para las siguientes sesiones.

Tabla 4.9. Implementación de las actividades de la THA en el segundo ciclo.

Módulo	Núm. de estudiantes	Fecha	Actividad
Módulo I	16	24 de febrero	Introducción del fenómeno
			Interpretar representaciones de macroespacios
			Representación de las capas de la Tierra
	12	1 de marzo	Medición en el microespacio
	16	3 de marzo	Medición en el mesoespacio
			Medida de sus alturas (medición de longitudes verticales en el microespacio)
	18	8 de marzo	Primera medición del largo y el ancho del salón de clases (mesoespacio)
	26	10 de marzo	Medición y comprobación de la longitud de las alturas de los niños (medición de longitudes verticales en el microespacio)
			Primera medición del ancho de la cancha de juegos (mesoespacio) que está en el patio de la escuela
	24	16 de marzo	Equivalencia de unidades
			Segunda medición del largo y el ancho del salón de clases (mesoespacio)
	26	17 de marzo	Estimación de 15 metros (longitud perpendicular al plano xy)
			Primera versión de la vista superior del salón de clase
	20	22 de marzo	Uso de Google Maps: desplazamiento en recurso digital (mesoespacio)
	21	24 de marzo	Uso de Google Maps: desplazamiento en recurso digital (mesoespacio) y relación de la escuela en una representación dinámica de Google Maps con el espacio físico (cambio de dimensión 2D ↔ 3D)
22	29 de marzo	Indicaciones de desplazamiento a través de Google Maps (reconocimiento de lenguaje de desplazamiento)	
		Instrumento de medición de los sismos: introducción al sismógrafo	
23	31 de marzo	Funcionamiento del sismógrafo	
		Funcionalidad de los materiales para la construcción del sismógrafo	

	24	5 de abril	Adecuación de los materiales para construir el sismógrafo
	24	7 de abril	Construcción del sismógrafo
	25	26 de abril	Simulación de un movimiento sísmico
Módulo II			Vista superior de la construcción de cubos (microespacio)
	20	3 de mayo	Vista superior de la construcción de cubos (microespacio)
	26	12 de mayo	Resistencia de las edificaciones ante los eventos sísmicos
	22	17 de mayo	Segunda versión de la vista superior del salón de clases
	25	19 de mayo	Uso de LightBot: desplazamiento de un sprite (construcción de sistemas de referencia en el microespacio virtual)
			Instrucciones de movimiento: desplazamiento en el patio de la escuela
	28	24 de mayo	Tercera versión de la ruta de evacuación (vista superior) del salón de clases (mesoespacio)
			Uso de LightBot: desplazamiento de un sprite (construcción de sistemas de referencia en el microespacio virtual)
Módulo III	20	26 de mayo	Reconocimiento del espacio y toma de datos para identificar la ruta de evacuación óptima en caso de sismo
		31 de mayo	Primera versión de la ruta de evacuación (vista superior) de la escuela (mesoespacio)
Módulo IV	25	7 de junio	Segunda versión de la ruta de evacuación (vista superior) de la escuela (mesoespacio)

Dado que no se obtuvieron resultados útiles de la prueba diagnóstica, en las actividades se realizó una modificación en el proceso de diseño del plano de evacuación: Se sugirió que los estudiantes realizaran al menos dos diseños de cada micro-, meso- y macroespacio: un diseño libre, que permitiera reconocer los puntos de partida de los niños, y otro, posterior al primero, en el que la maestra destacara los elementos faltantes del diseño inicial (por ejemplo, el dibujo de la vista lateral de los objetos en lugar de la vista superior) y discutiera en qué fijarse para realizar el diseño de la vista superior de los espacios representados (ver análisis en la sección 6.3).

Se esperaba que con estas modificaciones se pudieran obtener elementos para evaluar el desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial en los niños (su *pensamiento cambiante* –Noss y Hoyles, 2015), particularmente en actividades relacionadas con la elaboración de la vista superior de la escuela. Como menciona Van Nes (2011), realizar una prueba comparativa con un análisis estadístico que registre los cambios antes y después de unas actividades, solo indica una diferencia significativa en el rendimiento de los niños en dos momentos; ese autor añade que es necesario analizar cómo los sujetos realizan las actividades para comprender los procesos cognitivos que emergen y reconocer de qué manera los recursos apoyan dicho proceso.

4.3.3. Análisis retrospectivo de los datos del segundo ciclo

Para el análisis de los resultados de los cuatro módulos en este segundo ciclo, se revisaron los datos obtenidos de las grabaciones, así como las producciones escritas. Se hizo una descripción de lo sucedido en cada sesión y según lo que comentaban los niños, se transcribieron algunos momentos de su trabajo. Luego, analizando las descripciones y transcripciones, mediante procesos deductivo e inductivo, emergieron tres categorías de análisis algo diferentes de las del primer ciclo como se explica a continuación.

En el proceso deductivo se analizaron las acciones de los estudiantes retomando las categorías que emergieron en el primer ciclo: *proceso de medición de microespacios, reconocimiento de vistas en macroespacios a través de representaciones, y lectura de mapas*. Al buscar en los datos las acciones que se describen en cada categoría (ver Tabla 4.5), notamos que, como en esta ocasión (segundo ciclo) se lograron implementar los cuatro módulos, entonces hacía falta tomar en cuenta para esas categorías (las que

emergieron en el primer ciclo) las actividades que realizaron los niños en otros tamaños del espacio y al usar otros recursos.

- En el caso de la *medición*, los datos presentan ejemplos de acciones relacionadas con la estimación, medición y comparación, no sólo en el microespacio, sino en los tres tamaños de espacio (micro-, meso- y macroespacios), tanto en longitudes verticales, como horizontales. Como en este segundo ciclo, nos centramos más en los procesos (que en la medición en general), cambiamos el nombre de esta categoría a *estimación, medición y comparación de longitudes y distancias* (ver sección 6.1).
- En cuanto a la categoría de *reconocimiento de vistas en macroespacios a través de representaciones*, ahora abarcamos tanto microespacios como meso- y macroespacios a través de actividades de desplazamiento y de representaciones dinámicas y estáticas. Al analizar los datos reconocimos que las acciones relacionadas con este reconocimiento de vistas se vinculan con el *uso y construcción de sistemas de referencia*, por lo tanto, optamos por cambiar de esa manera el nombre de esta categoría, como se detalla en la sección 6.2.
- Al final del primer ciclo, surgió la categoría de *lectura de mapas*. En este segundo ciclo, se amplió el alcance de esta categoría, ya que los estudiantes no solo pueden leer e interpretar representaciones, sino que también las pueden construir en los distintos tamaños del espacio. Por tanto, en el segundo ciclo, a esta categoría la denominamos: *construcción de representaciones de la vista superior de la escuela: tránsito entre distintas escalas espaciales*, como se detalla en la sección 6.3

Luego de reconocer estas categorías, en un proceso inductivo, se definieron los indicadores de dichas categorías.

a. Análisis de la categoría relacionada con procesos de medición

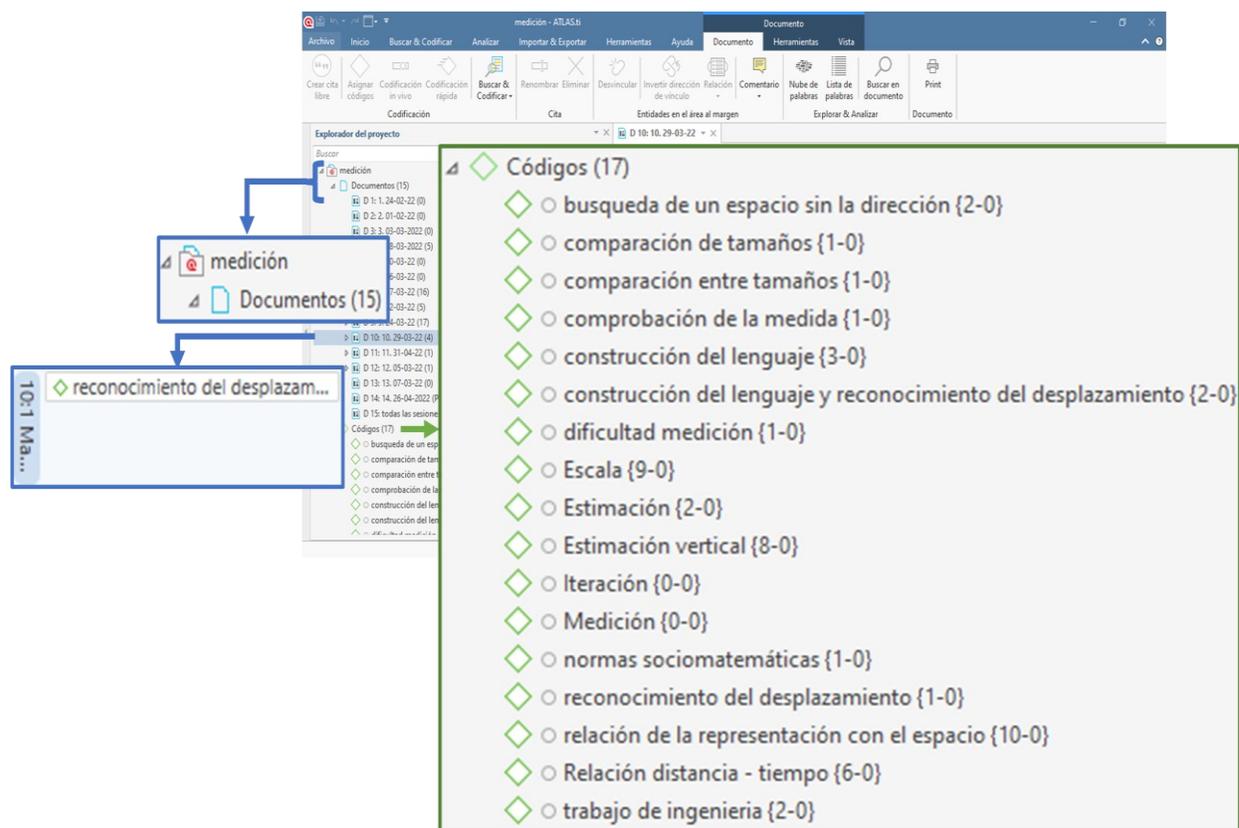


Figura 4.4. Uso de Atlas.ti para identificar acciones en los procesos de medición (segundo ciclo)

En el caso de la categoría de *estimación, medición y comparación de longitudes y distancias*, se usó *Atlas.ti*³⁶ (ver Figura 4.4) para crear categorías e identificar, en los datos descritos y transcritos, cualquier acción relacionada con dicha categoría. Se tenían 15 documentos con descripciones y transcripciones de las sesiones del segundo ciclo (ver Figura 4.4) y a medida que se leían, se creaban códigos obteniendo así 17 (ver lista de códigos en Figura 4.4). Esta era una forma inicial de organizar y analizar los datos. En un inicio, algunos códigos que se definían para los indicadores aludían a la misma categoría, solo que con expresiones un poco diferentes (e.g., “comparación de tamaños” [del espacio], “comparación entre tamaños” [del espacio]). Después de categorizar los datos y

³⁶ Atlas.ti es un software para el análisis cualitativo de datos de texto, audio, imágenes y video; ver www.atlasti.com

codificarlos, se unificaron (redujeron) los indicadores de las categorías, obteniendo así los que se presentan en la Tabla 4.10.

Tabla 4.10. Indicadores de los procesos de medición (segundo ciclo)

Indicadores	Descripción
Recorrer/deslizar – <i>sliding</i>	Iterar unidades de medida en distintas longitudes (e.g., mesas, salón de clase) para obtener la medida de dicho objeto o espacio.
Comparar Relacionar	Comparar y relacionar unidades de medida (e.g., antropométricas, el metro) con la longitud a medir.
Componer	Componer unidades de medidas para hallar la longitud o distancia.
Visualizar	Visualizar la magnitud de una altura que no puede ser medida directamente por los niños (e.g., la altura del edificio de la escuela), sino a partir de la iteración de una altura conocida
Tomar perspectiva Localizar	Reconocer dónde y cómo (en las longitudes que pertenecen a la perpendicular al plano xy) ubicarse (el que mide, a quien mide) y ubicar los instrumentos de medición para calcular la longitud de la altura requerida.

b. Análisis de la categoría uso y construcción de sistemas de referencia.

En cuanto a esta categoría, analizamos las sesiones que incluían actividades cuyo objetivo era establecer relaciones entre el espacio donde se localizaba el sujeto/objeto central y los sujetos/objetos (actividades 10, 13, 15, 17 y 18 en la Tabla 4.6). En este caso no se usó Atlas.ti, sino que se iban analizando los vídeos y tomando capturas de pantalla –que se iban organizando en un documento de Word— donde se reflejaran acciones (indicadores) que dieran cuenta de los sistemas de referencia que los niños usaban o construían. En el análisis se presentan ejemplos de dichas relaciones en actividades de: uso de módulos multicubo en el microespacio, desplazamiento en el mesoespacio, programación de recorrido en LightBot y reconocimiento de rutas a través de Google Maps. En la Tabla 4.11, se presentan los indicadores de esta categoría:

Tabla 4.11. Indicadores de la construcción de sistemas de referencia (segundo ciclo)

Indicadores	Descripción
Tomar perspectiva	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Sistema de referencia egocéntrico</i>: los niños se ubican como el observador y, por ende, describen la posición y ubicación de los objetos en primera persona. - <i>Sistema de referencia descentrado</i>: los niños describen las relaciones espaciales entre los objetos desde la perspectiva del otro, lo que implica descripciones en tercera persona. - <i>Sistema de referencia intrínseco</i>: los niños describen las relaciones entre los objetos/sujetos con el entorno en el que se encuentran esos objetos/sujetos.
Orientar	Los estudiantes se <i>orientan</i> a sí mismos o a objetos/sujetos; es decir, reconocen cómo orientarse u orientar a los objetos/sujetos en cierta dirección en el espacio.
Comparar y relacionar	<i>Comparan y relacionan</i> las representaciones con las construcciones (específicamente las multicubo –actividad 14, sección 5.2.2
Localizar/ubicar	<i>Localizar/ubicar</i> la posición de sujetos y objetos.
Visualizar	<i>Visualizar rutas de desplazamiento</i> para inferir si es correcta o no alguna ruta mostrada en Google Maps (actividad 10, sección 5.1.2).

c. Análisis de la categoría construcción de representaciones de la vista superior de la escuela: tránsito entre los distintos tamaños del espacio

En relación con el análisis de las representaciones, se hizo una matriz que permitió clasificar dichas representaciones según el tamaño del espacio (ver Figura 4.5). El propósito de este análisis era determinar si el proceso de diseño de las representaciones que inicia en el microespacio resulta útil en la elaboración de la representación de la ruta de evacuación (vista superior) de la escuela. Para cada representación, en cada tamaño del espacio, se analizaron tanto las partes como toda la representación, identificando así las relaciones entre estas (partes-todo). Además, se analizaron los procesos de de/re/construcción, así como la escala utilizada en la representación.

Nombres de los estudiantes	Microespacios				Meso-macroespacio (salón de clase)						Meso-macroespacio (escuela)						Descripción de las acciones			
	Dibujo de vistas (la segunda columna es solo la vista superior)		Numeración	Relación de vistas	Segunda versión			Tercera versión			Primera versión			Segunda versión						
					vs	e	Drc	vs	e	Drc	vs	e	Drc	vs	e	Drc				
	Vista superior			Escalar			De/re/construir													
1	*XXX	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	Relaciona vistas isométricas con ortogonales de microespacios. Identifica vistas superiores de mesoespacios y reconoce las partes y las relaciona con el todo de la escuela.		

Figura 4.5. Matriz para el análisis de representaciones según los tamaños del espacio (segundo ciclo)

En las representaciones de la vista superior de algún módulo multicubo (microespacio de la actividad 14, sección 5.2.2) se valoró si los estudiantes podían identificar la cantidad de cubos que conformaban la estructura vertical del módulo.

En las vistas superiores, tanto del aula como de la escuela (actividad 15, sección 5.2.2 y actividad 22, sección 5.4.2), se analizaron las versiones creadas por los niños para identificar su progreso. En el caso de la vista superior del salón de clases, los niños elaboraron tres versiones; sin embargo, en la primera solo representaron elementos (partes) del salón del salón de clase vistos desde una perspectiva lateral o frontal (dibujos parecidos a los presentados en la Figura 6.37). Por tanto, no se tomaron en cuenta las primeras versiones y, en la matriz, se organizó solo la información relacionada con las representaciones de las segunda y tercera versiones.

Con el objetivo de condensar los indicadores, se agruparon por colores aquellas acciones que dan cuenta de los elementos que reconocían los estudiantes al elaborar una representación en cualquier tamaño del espacio. Por ejemplo, si identificábamos que, por un lado, un estudiante reconocía primero los elementos en un espacio para luego dibujarlos correctamente en la vista superior de ese espacio, y, por otro lado, otro estudiante reconocía primero la forma de la vista superior de los objetos para luego ubicarlos dentro del espacio que estaba representando, entonces creamos un código que englobara estas dos acciones: “identifica vistas superiores de mesoespacios y reconoce las partes y las relaciona con el

todo de la escuela”. Condensar los indicadores de esta forma nos permitió tomar nota del proceso que siguieron los niños al construir las representaciones, respecto a cada indicador (ver Figura 4.6.).

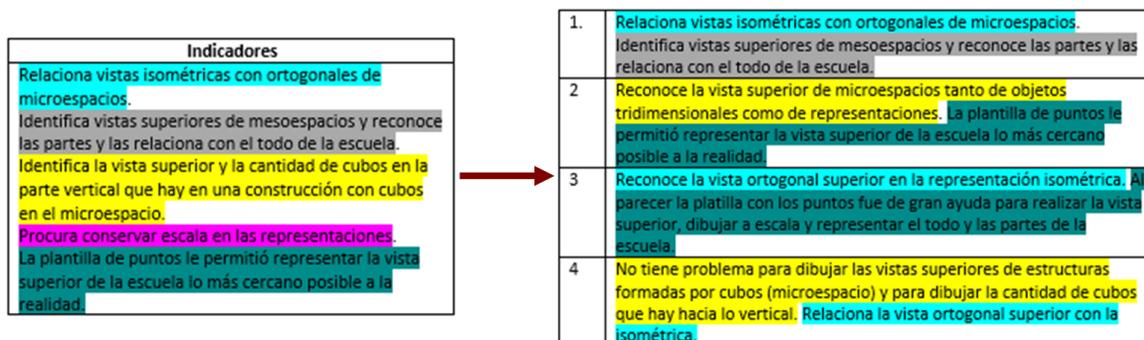


Figura 4.6. Codificación por colores para reconocer indicadores (segundo ciclo)

Derivado del proceso anterior, se obtuvieron las categorías de análisis que se describen en la Tabla 4.12.

Tabla 4.12. Indicadores relacionados con las representaciones de micro- y mesoespacios (segundo ciclo)

Indicadores	Descripción
Des/re/componer	Descomponer la construcción dada (módulos multicubo) reconocer los elementos que la componen. Luego recomponerla para dibujar la forma de la vista superior.
Representar	Representar la vista superior del salón de clases y de la escuela, conservando relaciones de proporcionalidad entre las medidas correspondientes.
Escalar	Representar la vista superior de los micro- y mesoespacios asignados.
Ubicar	Ubicar objetos y espacios del micro- y mesoespacios del salón de clase y de la escuela, para representarlos.
Relacionar	Relacionar la vista superior de objetos y espacios con su representación en dicha vista.
Imaginar	Imaginar la forma de las vistas superiores del salón de clase y de la escuela, las cuales no se ven directamente.
Seccionar	Seccionar/dividir los espacios para representar el todo por partes.

En el Capítulo 6 se presentan diagramas (Figura 6.15, Figura 6.28 y Figura 6.57) donde estos indicadores (acciones) se relacionan con los diferentes tamaños del espacio.

Capítulo 5. LA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE

A continuación se describe el diseño de la trayectoria hipotética de aprendizaje, enmarcada en educación STEM usando el contexto del fenómeno de los sismos, y cuyo objetivo es desarrollar habilidades de razonamiento espacial de los estudiantes. Además de ese objetivo principal, se espera también generar una cultura en el salón de clases en la cual los estudiantes reconozcan los sismos como una amenaza latente y brindarles herramientas de prevención que puedan aplicar en su escuela y hogar.

La Tabla 5.1 recuerda la organización planeada de los módulos y actividades que componen la THA, en su segunda versión (descrita en el Capítulo 4), resultado del análisis de los resultados de la implementación en el primer ciclo.

Tabla 5.1. Actividades de la THA

Módulo I: Contextualización de la situación
1. Los riesgos en mi escuela
2. ¿Qué es un sismo?
3. Representación de las capas de la Tierra
4. Estimación, medición e iteración en el microespacio (en el plano xy)
5. Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (el salón de clases)
6. Medición de alturas (longitudes verticales) en el microespacio
7. Equivalencia de unidades
8. Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (la cancha de juegos)
9. Estimación de longitudes verticales en el macroespacio
10. Trazado de rutas digitales en mesoespacios conocidos (el entorno casa-escuela), usando Google Maps
11. Construyo un sismógrafo
12. Los movimientos sísmicos
Módulo II: Panorama General
13. La solidez de las edificaciones
14. ¿Qué hacer frente a un sismo?
15. Planos y rutas de evacuación I
16. Planos y rutas de evacuación II
17. Ruta a ciegas
18. Movimientos con Scratch/LightBot
Módulo III: Panorama Local
19. Los datos de mi escuela
20. Identifico zonas seguras
21. Mido el perímetro de mi escuela
Módulo IV: Construcción de un plano
22. Dibujo un plano de mi escuela

23. Revisión de los planos dibujados

24. Determinamos el mejor plano de evacuación

A continuación, para cada módulo, se presenta una tabla que incluye la descripción de los objetivos, las metas específicas para las áreas STEM, las interconexiones entre estas áreas y los objetivos relacionados con el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial. Posterior a cada tabla, se detalla el desarrollo planeado (hipotético) de las actividades correspondientes a cada módulo, describiendo, cuando fuera pertinente, los cambios que resultaron del análisis de la implementación de la THA en el primer ciclo.

5.1. Módulo I: Contextualización de la situación

Como primer módulo para la THA se propone un trabajo en 12 actividades que permita a los estudiantes reflexionar sobre los riesgos a los que se encuentran expuestos en su escuela, en particular, los movimientos sísmicos. A continuación se describen las actividades y el desarrollo hipotético previsto para ellas.

5.1.1. Descripción general y objetivos del módulo I

Se pretende que, por medio de la indagación en distintas fuentes, los estudiantes construyan ideas en torno a cómo se produce un sismo, cómo se mide y qué tipos de sismos existen. Para ello se proponen las siguientes preguntas generadoras que se trabajarán a lo largo del módulo: ¿qué riesgos existen en tu escuela?, ¿qué conoces sobre los terremotos?, ¿dónde se han producido sismos?, ¿por qué se produce un sismo? y, ¿qué instrumentos se usan para detectar los movimientos de la tierra? Además, se llevarán a cabo actividades de estimación, medición e iteración en el micro- y mesoespacio para interpretar distancias y representaciones en el macroespacio (e.g., representaciones de las capas de la Tierra).

Los objetivos de este primer módulo, y su integración con las áreas STEM, se presenta en la Tabla 5.2. Los objetivos de matemáticas que están en cursiva hacen alusión a las habilidades de razonamiento espacial.

Tabla 5.2. Objetivos de las actividades del Módulo I de la THA

Objetivo general	Reflexionar sobre la naturaleza de los sismos a través de representaciones y reflexionar sobre los movimientos de la tierra a través de la construcción de un sismógrafo.
Objetivos áreas STEM	Para Ciencia: <ul style="list-style-type: none">• Reconocer la forma y los elementos que comprenden las placas tectónicas.

- Identificar las acciones que generan movimientos sísmicos (liberación de energía, fricción entre placas tectónicas).

Para **Tecnología:**

- Manipular herramientas de búsqueda digitales.
- Validar información obtenida de la red.

Para **Ingeniería:**

- Identificar elementos faltantes o alterados que impiden el funcionamiento de un instrumento.
- Construir con material reciclado un instrumento de medición (sismógrafo).

Para **Matemáticas:**

- Medir longitudes.
- Identificar unidades de medición convencionales (e.g., metro).
- *Elaborar representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.*
- *Reconocer y relacionar elementos de una representación tridimensional con la realidad (uso de recursos digitales, Google Maps y Google Earth).*
- *Representar, explicar y relacionar representaciones tridimensionales con bidimensionales.*
- *Imaginar macroespacios usando representaciones tridimensionales.*
- *Expresar, por medio de gestos, movimientos tridimensionales.*

**Conexiones
áreas STEM**

- Los estudiantes usarán conocimientos matemáticos (respecto de medición) para interpretar particularidades de fenómenos naturales (sismos).
- Los estudiantes usarán herramientas de comunicación digital para indagar sobre fenómenos naturales.
- Los estudiantes usarán habilidades de ingeniería para registrar información matemática e interpretar fenómenos de la naturaleza.

5.1.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo I

A continuación se describe el desarrollo hipotético de las 12 primeras actividades del módulo I.

Actividad 1: Los riesgos en mi escuela

El docente inicia preguntando abiertamente a la clase “¿qué riesgos existen en tu escuela?”, esperando recibir respuestas de distinta índole. De entre las respuestas, se espera que se obtenga como un posible riesgo el de los terremotos. De no ser así, el docente recordará a

los estudiantes los hechos del 19 de septiembre de 2017³⁷, en los que un fuerte temblor sacudió a México.

Una vez que la clase haya reconocido a los sismos como una posible amenaza, se les solicitará que indaguen en diversas fuentes (libros de texto, Internet, familiares) sobre cómo se generan los sismos. Luego, para la siguiente sesión, se presentarán unas imágenes de ambientes que se generan a partir de los sismos, como las montañas del Himalaya. La incorporación de estas imágenes tiene como objetivo que los estudiantes reconozcan los sismos como un fenómeno natural, desvinculándolo exclusivamente de su percepción como amenaza.

Actividad 2: ¿Qué es un sismo?

La actividad inicia con una socialización de los hallazgos de los estudiantes en sus propias indagaciones sobre sismos. Se espera que los niños tengan información suficiente como para explicar con sus palabras cómo se produce un sismo, los elementos que intervienen en él (litosfera, placas tectónicas) y las acciones involucradas en la generación de movimiento de la tierra (sismo).

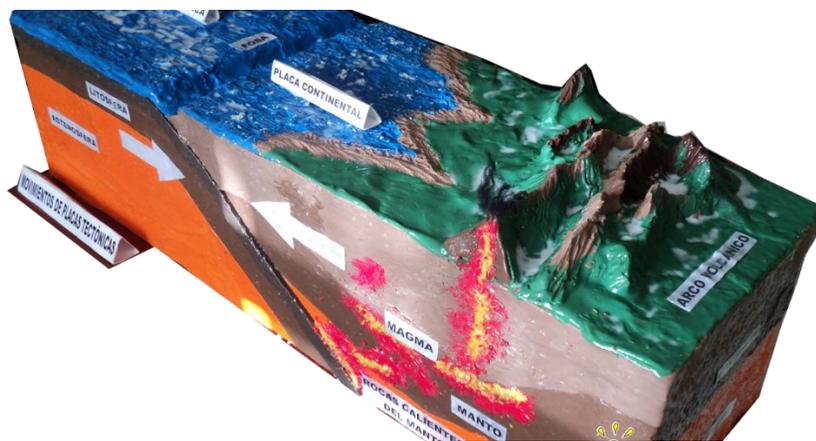


Figura 5.1. Representación de maqueta para mostrar en el aula³⁸

Para apoyar su indagación y complementar la información buscada, se les proyectará en el salón un video³⁹ de YouTube que describe qué son las placas tectónicas, y dónde y cómo se

³⁷ El sismo de 2017 en México ocurrió el 19 de septiembre, con magnitud de 7.1. Este sismo coincidió con el aniversario del terremoto de 1985.

³⁸ Adaptado de *Maqueta de placas tectónicas* (s.f.), <https://images.app.goo.gl/XHk636FdM4W4S7j49>

generan los sismos; luego se les pedirá que expliquen con sus propias palabras lo que aprendieron del video: por ejemplo, la diferencia entre el hipocentro y el epicentro de un temblor. Además, se hará uso de una maqueta similar a la que se muestra en la Figura 5.1 para que los estudiantes puedan ver una representación (a escala) de cómo se producen los sismos e identifiquen los elementos que intervienen.

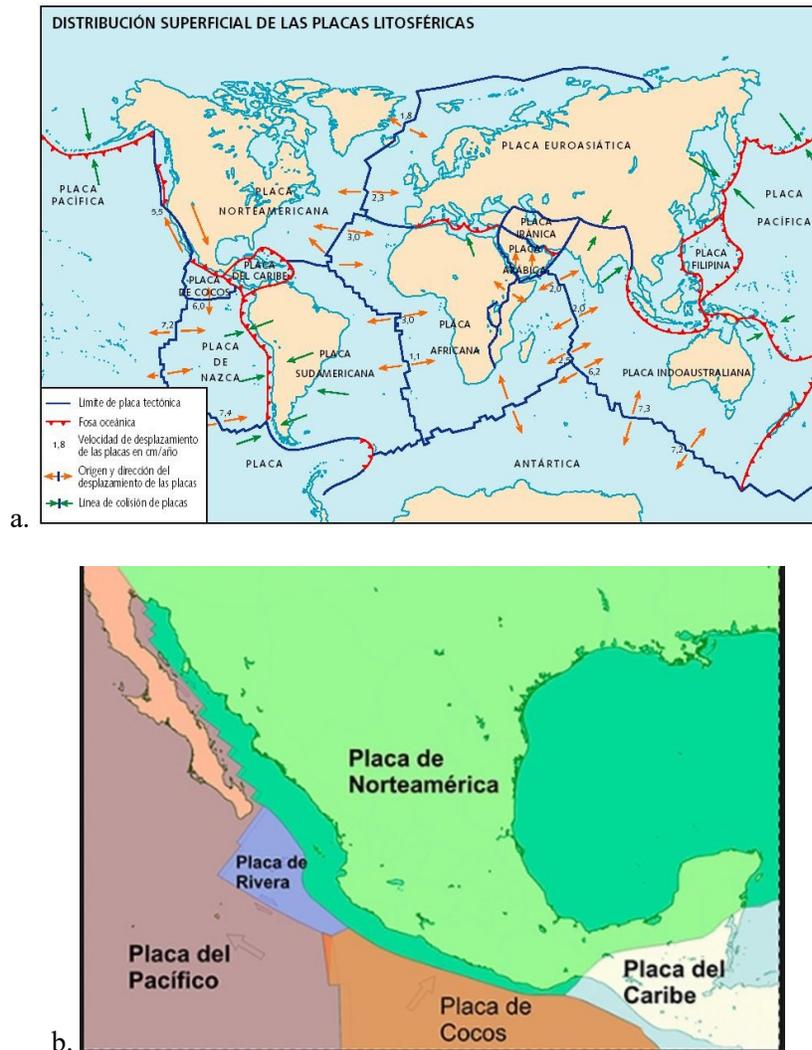


Figura 5.2. a. Distribución de placas tectónicas; b. Evolución de la tectónica en México⁴⁰

³⁹ Happy Learning Español (2018), https://www.youtube.com/watch?v=sk_x58kM_70

⁴⁰ a. Adaptado de Geólogos del Mundo Asturias (2014), <https://images.app.goo.gl/Sej65JdhPvnbt9aM8>;

b. Adaptado de Servicio Sismológico Nacional (2012), <https://images.app.goo.gl/77c4ug63Tj4pKXBWA>

Posteriormente, se proyectarán imágenes que muestran la distribución de las placas tectónicas en el mundo (como las mostradas en la Figura 5.2) y se explicará que, por ejemplo, Oaxaca es una zona altamente sísmica ya que allí la Placa de Cocos subduce a la Placa de Norteamérica. Se formularán también preguntas sobre las convenciones del mapa.

Como resultado de los ajustes considerados después de la implementación de la THA en el primer ciclo, se plantea continuar la actividad usando Google Maps y Google Earth, para explorar representaciones diversas de macroespacios (de ciudades y lugares del planeta Tierra). El objetivo de usar estos recursos digitales es proveer a los niños de herramientas mediante las cuales puedan visualizar representaciones dinámicas a escala para imaginar e interpretar información de espacios que no ve directamente.

Se planteará a los estudiantes la pregunta: “¿qué [efectos] genera un terremoto?” Es probable que sus respuestas se centren en el colapso de edificaciones, dado que es lo más cercano a su experiencia con este fenómeno. En ese momento, la maestra destacará que la formación de cadenas montañosas y de grietas en la tierra (sin generar desastre) también son consecuencia de los movimientos de las placas tectónicas. Para ilustrar esto, se presentarán tres imágenes: dos del Himalaya y una del gran Valle del Rift –que muestra fisuras en la tierra (ver Figura 5.3).



Figura 5.3 Representaciones estáticas del macroespacio. a) Los Himalayas (Historia y Biografías, 2014). b) La cordillera del Himalaya (Portillo, s.f.). c) El Gran Valle de Rift (KLM, s.f.)

Se usarán estas imágenes (fotografías) –representaciones estáticas de macroespacios—, para fomentar el uso o construcción de sistemas de referencia a través de las siguientes preguntas: “¿desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?” y “¿dónde crees que se encontraba el fotógrafo?”

Actividad 3: Representación de las capas de la Tierra

Se presentarán a los niños dos representaciones de las capas de la Tierra. La primera, para mostrar que la corteza, los mantos y los núcleos son las capas internas de la Tierra y, la segunda, para exhibir las profundidades (de miles de kilómetros) de estas capas (ver Figura 5.4).

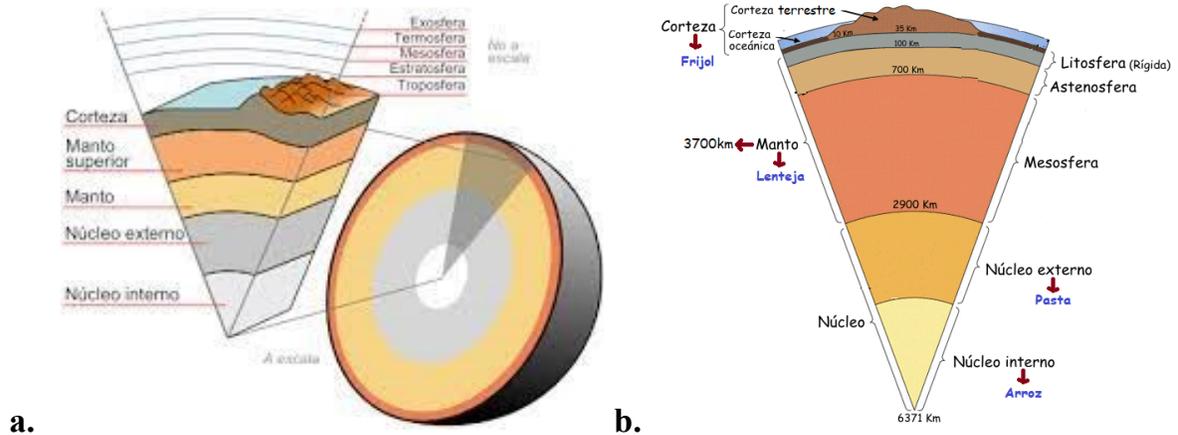


Figura 5.4. a. Representación de capas de la Tierra en proyección; b. Vista frontal de las capas de la Tierra ⁴¹

Mediante la elaboración de representaciones y medición en los distintos tamaños del espacio, buscamos que los estudiantes comprendan mejor la profundidad de las capas terrestres que no son directamente observables. Para lograr esto, propusimos dos actividades:

- i) Proporcionamos cuatro tipos de semillas diferentes (frijoles, lentejas, pasta y arroz) y un vaso transparente. Se les instruye a los niños que coloquen las semillas en el vaso siguiendo el orden y grosor indicados en la representación proporcionada (Figura 5.4.b). El objetivo de esta actividad es que los estudiantes comprendan las diferencias de grosor entre diversas capas.
- ii) Se esperaba que los niños pudieran relacionar los grosores y proporciones de las capas, con las capas de la Tierra, y visualizaran las profundidades de las capas terrestres en miles de kilómetros. Sin embargo, durante el primer ciclo se observó

⁴¹a. Adaptado de Wikipedia (2007), <https://images.app.goo.gl/GKKdFSEf7287Y6DE6>;

b. Adaptado de Con-CIENCIA (2014), <https://images.app.goo.gl/MM5eH6yx42v9sQr68>

que no todos los niños comprendían tales distancias (ver Anexo 8), por lo que se añadieron seis actividades adicionales a la THA (actividades 4–10) que involucran la estimación y medición de longitudes en el micro- y mesoespacio. Se espera que estas den experiencias que sirvan de base para comprender longitudes en el macroespacio, a través de la acción de iteración de longitudes más pequeñas. El desarrollo propuesto de estas actividades adicionales se presenta a continuación.

Actividad 4: Estimación, medición e iteración en el microespacio (en el plano xy)

Se propone que la actividad inicie solicitándole a los niños que estimen el largo/ancho de su mesa de trabajo (un microespacio). Puntualmente se les preguntará a los niños: “¿cuánto crees que mide la mesa?” abriendo un diálogo grupal en el que los niños compartan sus estimaciones (mentales). Es probable que los estudiantes den más de una respuesta, por lo que la maestra señalará la importancia de llegar a un consenso y mejorar la precisión utilizando un mismo tipo de instrumento de medición para todos: una regla graduada en centímetros.

Entonces, usando reglas graduadas, se les solicitará a los niños que, de manera individual, midan cada uno su mesa de trabajo. Si la regla es más pequeña que la longitud del largo de la mesa, la maestra guiará a los niños para que iteren la longitud de la regla, la cantidad de veces que sea necesario, hasta encontrar la medida de la mesa.

Actividad 5: Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (el salón de clases)

El trabajo en el mesoespacio comenzará con la exploración del salón de clase. Se organizarán los niños en equipos de 5 a 6 integrantes y llevarán a cabo actividades que incluyan estimaciones, mediciones y numerosas iteraciones. En la primera parte de la actividad, se les pedirá estimar la longitud del salón. Luego, construirán una tira de papel de un metro la cual usarán como unidad de medida para medir el largo del salón, y al igual que en el microespacio, iterarán dicha unidad las veces que sea necesario hasta tener la medida solicitada. Esta medición la repetirán hasta que todos los equipos coincidan y estén de acuerdo con la medida que obtuvieron.

Actividad 6: Medición de alturas (longitudes verticales) en el microespacio.

Los niños se organizarán en parejas para medir sus propias alturas. Utilizarán las tiras de papel que previamente habrán construido y las reglas graduadas disponibles. Se plantea que el uso de estos dos instrumentos de medición (las tiras y las reglas) puede ayudar a reforzar las nociones de equivalencias y de cómo se componen las unidades. Dado que las alturas de los niños están comprendidas entre 120 y 150 centímetros, se espera que puedan expresar las medidas tanto en metros como en centímetros. Por ejemplo, que se den cuenta que 120 centímetros equivalen a 1 metro y 20 centímetros.

Actividad 7: Equivalencia de unidades

Con el propósito de fortalecer la comprensión de la equivalencia entre 100 centímetros y un metro, los estudiantes harán ejercicios de conversión de medidas. Se les dará una hoja con una tabla (ver Anexo 6) donde escriban a cuánto equivalen, por ejemplo:

- 135 centímetros en metros (que sería equivalente a 1m con 35cm)
- 2 metros con 90 centímetros (que sería equivalente a 290 cm).

Actividad 8: Medición e iteración de longitudes en un mesoespacio conocido (la cancha de juegos)

Los niños se organizarán en equipos de 5 a 6 integrantes y con las tiras de papel construidas en la actividad 5, medirán el ancho de la cancha de juegos. Esta medición la repetirán hasta que todos los equipos coincidan y estén de acuerdo con la medida que obtuvieron.

Actividad 9: Estimación de longitudes verticales en el macroespacio.

La maestra retomará el uso de imágenes (fotografías) –representaciones estáticas de macroespacios– como las que se habían visto en la actividad 1. Les mostrará ahora a los niños, otra fotografía del gran Valle de Rift (ver Figura 5.5), donde se aprecia una grieta producto del movimiento geológico de las placas tectónicas. Se les explicará que la profundidad de la parte de la grieta que se muestra en la fotografía es de 15 metros. La maestra preguntará entonces a los estudiantes qué tan profundo pueden ser 15 metros. El objetivo de esta actividad es que los niños puedan estimar esta profundidad, utilizando las nociones de medida y de iteración de estas, construidas en las sesiones previas.



Figura 5.5. Ejemplo de grieta del Gran Valle de Rift⁴²

Actividad 10: Trazado de rutas digitales en mesoespacios conocidos (el entorno casa-escuela), usando Google Maps.

La actividad comenzará con la presentación de la interfaz de Google Maps, destacando cómo ingresar direcciones y observar las funciones disponibles, cómo generar un recorrido de un punto a otro, junto con la distancia (expresada en metros por ser distancias menores que un kilómetro) y el tiempo estimado para completar dicho recorrido. Luego se pedirá a los estudiantes que ingresen la dirección de su casa en Google Maps y observen el recorrido trazado por Google Maps desde allí hasta la escuela. Posteriormente, los niños dirán si dicha ruta corresponde efectivamente a la que ellos usualmente siguen, o si podría ser una opción válida para llegar a la escuela. El objetivo es que los niños se familiaricen con las representaciones dinámicas de macroespacios de espacios conocidos.

Actividad 11: Construyo un sismógrafo

Se solicitará a los estudiantes que indaguen sobre cómo medir los sismos. En su investigación deberían encontrarse con qué es y cómo funciona un sismógrafo⁴³. Ampliando la información obtenida, se les explicará cómo funciona en la realidad un sismógrafo, instrumento que sirve para medir la magnitud de los movimientos sísmicos. Se usará, para ello, un video⁴⁴ de YouTube que describe el proceso de evolución de ese instrumento.

⁴² Pérez (2018), <https://images.app.goo.gl/XyeYgCtsiWAbA3Tw5>

⁴³ Sismógrafo: instrumento para medir terremotos o pequeños temblores provocados por los movimientos de las placas tectónicas o litosféricas.

⁴⁴ Rossi (2014), https://www.youtube.com/watch?v=X1jPX_6ycIA

Se mostrará un sismógrafo elaborado con material casero, pero con elementos que no permitan su correcto funcionamiento para incitar a los estudiantes a modificarlo de tal manera que funcione. Las sugerencias de los estudiantes les permitirán conocer más a fondo su funcionamiento, desempeño y limitaciones.

Se propondrá que los estudiantes, en equipos de cuatro, construyan su propio sismógrafo. Para apoyar sus construcciones, se utilizará otro video⁴⁵. Se les solicitará y/o proporcionará material reciclado para que puedan elaborar el sismógrafo. Además, se les incentivará a que hagan las modificaciones que consideren necesarias sobre el modelo que muestra el video, con el fin de que hagan uso de su creatividad e ingenio en la elaboración del instrumento.

En caso de que los estudiantes no logren construir parte del sismógrafo se les proporcionará ayuda, pero ello será únicamente en caso de ser necesario. Se procurará otorgar tiempo y materiales suficientes para que la construcción sea propia.

Actividad 12: Los movimientos sísmicos

Haciendo uso de los sismógrafos construidos, se solicitará a los estudiantes que simulen movimientos telúricos (trepidatorios y oscilatorios) de distintas intensidades, con el fin de poder comparar los registros que producen los sismógrafos y generar explicaciones de estos por parte de los estudiantes.

Después de los ejemplos, se solicitará a los estudiantes que expongan de manera oral las explicaciones que encuentren sobre el uso del sismógrafo y los tipos de movimiento telúrico. Si ellos lo consideran necesario, podrán apoyar sus explicaciones con dibujos o cualquier otra estrategia de presentación.

Para apoyar las presentaciones, los estudiantes podrán buscar información útil sobre los sismos en la sección de divulgación del sitio web⁴⁶ del Servicio Sismológico Nacional de México.

⁴⁵ Mi señal (2013), <https://www.youtube.com/watch?v=-ZXs7dN8QQ8>

⁴⁶ <http://www.ssn.unam.mx/divulgacion/preguntas/>

5.2. Módulo II: Panorama general

Para este segundo módulo, con seis actividades planeadas, se espera concientizar a los estudiantes sobre las responsabilidades particulares de los seres humanos en torno a la actividad sísmica. A continuación se describen las actividades y el desarrollo hipotético previsto para ellas.

5.2.1. Descripción general y objetivos del módulo II

Para este módulo se propone estudiar las generalidades sobre que hace que una estructura sea sólida y sobre los protocolos de evacuación que deben seguirse en caso de un eventual terremoto. Para lograr este objetivo se propone llevar a cabo actividades con material concreto (módulos multicubo o Legos) y digital (Sweet Home 3D, Scratch/LightBot), planteando, a lo largo de las sesiones, las siguientes preguntas generadoras:

1. ¿Qué se puede hacer para evitar daños en las construcciones? (estabilidad de las construcciones).
2. ¿Cómo actuar en caso de sismo y qué acciones se han propuesto?

Los objetivos de este módulo II, y su integración con las áreas STEM, se encuentran en la Tabla 5.3. Los objetivos de matemáticas que están en cursiva hacen alusión a las habilidades de razonamiento espacial.

Tabla 5.3 .Objetivos de las actividades del Módulo II de la THA

Objetivo general	Reflexionar sobre las responsabilidades que como humanos tenemos en torno a la prevención de desastres, particularmente en lo que tiene que ver con sismos (construcción de estructuras, evacuación de edificaciones).
Objetivos áreas STEM	<p>Para Ciencia:</p> <ul style="list-style-type: none">• Identificar características propias de los suelos que intervienen en las afectaciones que puede sufrir una edificación, frente a un eventual movimiento sísmico. <p>Para Tecnología:</p> <ul style="list-style-type: none">• Manipular software especializados para el diseño de planos (<i>Sweet Home 3D</i>).• Programar el movimiento de un sprite en un medio digital (<i>Scratch</i>). <p>Para Ingeniería:</p> <ul style="list-style-type: none">• Reflexionar sobre las características que debe cumplir una estructura para tener mayor resistencia a los movimientos sísmicos.• Reconocer y usar simbología propia del diseño de planos.• Reflexionar sobre los lugares de menor riesgo frente a un sismo.

Para Matemáticas:

- *Elaborar representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales (cambios de dimensión: $2D \leftrightarrow 3D$).*
- *Elaborar representaciones tridimensionales a escala⁴⁷ de estructuras reales (cambios de dimensión: $2D \leftrightarrow 3D$).*
- *Reconocer la conservación de formas en la elaboración de representaciones semejantes.*
- *Estimar distancias haciendo uso de unidades de medición corpóreas (pasos, palmas, jemes⁴⁸).*
- *Imaginar y construir representaciones tridimensionales.*
- *Relacionar el lenguaje con la orientación y localización de objetos.*

**Conexiones
áreas STEM**

- Los estudiantes reflexionarán sobre el impacto que tienen las características de los suelos a la hora de diseñar una edificación.
- Los estudiantes harán uso de medios tecnológicos para la elaboración de planos similares a los que construiría un ingeniero civil.
- Los estudiantes harán uso de herramientas de la geometría (perpendicularidad, paralelismo, ángulos, semejanza) para elaborar en entornos físicos y digitales representaciones de estructuras reales.

5.2.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo II***Actividad 13: La solidez de las edificaciones***

El docente llevará al aula piezas de Lego y cubos de madera para que los estudiantes (por grupos) construyan una estructura que consideren pueda resistir movimientos bruscos de la base a la que esté sujeta. Luego de que los estudiantes elaboren sus construcciones, el docente las ubicará, una a una sobre una base de madera y solicitará al grupo que realicen movimientos de la base simulando sismos trepidatorios y oscilatorios (verticales y horizontales) cada vez más fuertes hasta que la estructura caiga.

Después de que pasen todos los grupos a exhibir su trabajo se cuestionará a los estudiantes cuál fue el movimiento que las estructuras pudieron resistir más, y cuáles de ellas tuvieron

⁴⁷ Nos referimos a la escala como la relación que los niños establecerán entre un espacio físico y su representación. Esto es relevante tanto para actividades que impliquen la interpretación de una representación (por ejemplo, la profundidad de las capas de la Tierra) como para la creación de una representación que parece visualmente proporcional al espacio físico. No esperamos que los niños construyan relaciones proporcionales numéricas.

⁴⁸ Jeme: “Distancia que hay desde la extremidad del dedo pulgar a la del índice, separado el uno del otro todo lo posible” (RAE, s.f., definición 1).

una mayor resistencia a los movimientos. Estas preguntas se formulan con el objetivo de reflexionar sobre las características de forma que pueden hacer que una estructura sea más resistente que otra.

Actividad 14: ¿Qué hacer frente a un sismo?

La actividad iniciará con una discusión sobre las instrucciones que los estudiantes conocen y que deben acatar en caso de sismo. Se espera que, por medio de esta discusión, se pueda reconocer que la escuela tiene un protocolo de evacuación y puntos de encuentro. Con ello, el docente introducirá la necesidad de reconocer la forma en la que la estructura debería observarse desde arriba (vista superior) e introducirá una actividad en la que los estudiantes deban dibujar vistas particulares de objetos previamente construidos con módulos multicubo (vista superior, lateral y frontal). También, si las tiene a disposición, puede solicitar la misma tarea con las estructuras que crearon, por grupos, en la actividad previa.

El docente entregará a los estudiantes construcciones con módulos multicubo y solicitará que elaboren las vistas lateral, frontal y superior de cada uno. Luego intercambiará las construcciones para propiciar más práctica. Solicitará también a cada grupo que elaboren un dibujo en el que simultáneamente se vean las tres vistas del objeto, con el objetivo de introducir las representaciones isométricas y el dibujo de representaciones 2D de vistas 3D.

Actividad 15: Planos y rutas de evacuación (I)

Dispuestos en grupos, los estudiantes indagarán en las fuentes de búsqueda que tengan disponibles: qué es y para qué sirve una ruta de evacuación. Luego se socializarán en sesión grupal en clase, los hallazgos de cada grupo. Posteriormente la maestra solicitará a cada grupo que elaboren una posible ruta de evacuación del salón de clase con el objetivo de que se vinculen los contenidos de la actividad previa sobre vistas superiores. Dicha ruta de evacuación deberá considerar las mediciones del largo y ancho del salón realizadas en la actividad 5, módulo I (ver sección 5.1).

Para el cierre de la actividad la maestra solicitará a los estudiantes que exploren la herramienta Sweet Home 3D⁴⁹ y elaboren en ella el plano con la vista superior del salón. Puede que el empleo de la herramienta no se termine en esta sesión, por lo que la siguiente puede iniciarse dando tiempo para que los estudiantes terminen sus producciones.

Actividad 16: Planos y rutas de evacuación (II)

Luego de que los estudiantes terminen el trabajo pendiente de la actividad 15, se les pedirá que sobre sus planos en Sweet Home 3D, marquen los elementos que consideren necesarios para poder delimitar una, o varias rutas eventuales de evacuación.

Actividad 17: Ruta a ciegas

La maestra dispondrá de un espacio amplio (puede ser el salón de clase o el patio de la escuela) de manera que los estudiantes puedan desplazarse. Organizados en grupos de dos, algunos estudiantes se vendarán los ojos y recibirán indicaciones de desplazamiento dadas por sus compañeros. Se pretende que los estudiantes reflexionen sobre la necesidad de establecer un lenguaje claro que permita reconocer las instrucciones de desplazamiento; para ello se ubicarán “obstáculos” (sillas y mochilas) que deban superar los estudiantes que tengan los ojos vendados.

Actividad 18: Movimientos con Scratch/LightBot

Haciendo uso de los equipos de cómputo, la maestra solicitará a los estudiantes explorar y usar la herramienta interactiva Scratch (ver Figura 5.6) para corregir la programación (previamente diseñada) de los movimientos de un “sprite” para seguir una ruta específica. Con esta experiencia se favorece, en los estudiantes, el uso de lenguajes de programación y reconocerán las instrucciones básicas de movimientos (avance por “pasos” y giros de 90 grados en ambas direcciones).

Para esta actividad se hace necesaria la intervención de la maestra indicando a los estudiantes que exploren qué ocurre en la trayectoria del sprite, a medida que ellos

⁴⁹ Si bien no se pudo experimentar el uso de este recurso por la falta de acceso a computadoras, consideramos incluirlo en la THA porque aporta a la construcción de la ruta de evacuación y las habilidades de razonamiento espacial que implica su uso.

modifican los parámetros codificados en azul (únicamente los correspondientes a desplazamientos y giros que serán los que se alteren en el programa original).

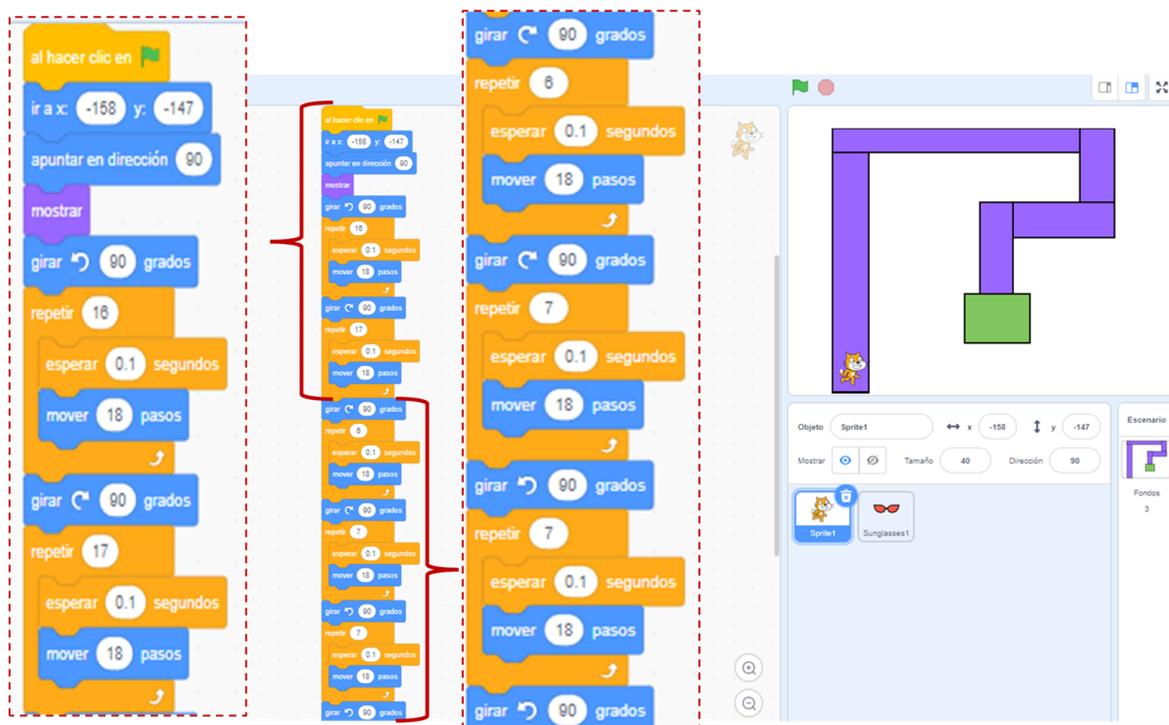


Figura 5.6. Ruta a corregir del sprite en la interfaz de Scratch

Considerando que la escuela no tenga acceso a computadoras, se puede usar LightBot en teléfonos inteligentes o tabletas. La forma de trabajo (individual, en pareja, en grupos más grandes) con este recurso, dependerá de la cantidad de dispositivos que se tengan disponibles. La actividad consiste en que los niños programen el desplazamiento del sprite para que este pase por los puntos indicados y termine el recorrido en el punto asignado por el programa (ver sección 6.2.3).

5.3. Módulo III: Panorama local

Durante este módulo los estudiantes trabajarán en la identificación de las particularidades de la edificación de la escuela en la que estudian, con el propósito de vislumbrar zonas seguras y de riesgo, población, tiempos de desplazamiento puntos de encuentro, etc. A continuación se describen las actividades y el desarrollo hipotético previsto para ellas.

5.3.1. Descripción general y objetivos del módulo III

Para este módulo se plantean tres actividades y se inicia con la pregunta generadora: ¿qué necesitamos para diseñar una ruta de evacuación?

Los objetivos de este módulo III, y su integración con las áreas STEM, se describen en la Tabla 5.4. Los objetivos de matemáticas que están en cursiva hacen alusión a las habilidades de razonamiento espacial.

Tabla 5.4. *Objetivos de las actividades del Módulo III de la THA*

Objetivos	Reconocer las particularidades del entorno físico inmediato (escuela) identificando zonas seguras y de riesgo.
Objetivos áreas STEM	<p>Para Ciencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explorar el ambiente y las posibilidades de riesgo que tienen los objetos de su entorno para las personas en caso de sismo. <p>Para Tecnología:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manipular software especializados para el diseño de planos (<i>Sweet Home 3D</i>). <p>Para Matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar una forma de registro óptima para considerar todos los miembros de la institución. • Imaginar y generar formas para identificar zonas seguras. • Imagina y generar formas de representar espacios grandes. • <i>Elaborar representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.</i> • <i>Elaborar representaciones tridimensionales a escala de estructuras reales (construir estructuras como forma de experimentación para inferir zonas seguras).</i> • <i>Reconocer la conservación de formas en la elaboración de representaciones semejantes.</i> • <i>Estimar distancias haciendo uso de unidades de medición convencionales.</i> • <i>Construir representaciones 3D para plasmar situaciones posibles y/o representaciones 2D que detallen espacios reales.</i> • <i>Realizar representaciones bidimensionales manteniendo la relación de semejanza de ésta con la forma generada por la vista superior.</i>
Conexiones áreas STEM	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes harán uso de la imaginación y la creatividad para concretar información necesaria en la elaboración de planos y rutas de evacuación. • Los estudiantes usarán representaciones geométricas para representar espacios reales e identificar zonas seguras y de riesgo. • Los estudiantes usarán habilidades de manejo de datos para la sistematización de los conteos de individuos presentes

(generalmente) en su escuela.

5.3.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo III

Actividad 19: Los datos de mi escuela

La maestra solicitará a los estudiantes organizados en grupos que hagan un conteo de la población que generalmente se encuentra al interior de las instalaciones, por lo que deberá incluirse, no solo a los estudiantes y maestros sino, además, al personal de servicios generales, personal administrativo y un estimado de los visitantes (padres de familia, maestros externos, distribuidores, etc.).

Una vez que tengan los datos del conteo de personas, se solicitará a cada grupo que ideen una forma de organizar la información de manera que, frente a una eventual evacuación, sea posible llevar a cabo un conteo con el que se pueda identificar cuántas personas hacen falta y a qué “dependencia” pertenecen. Para esto, se formularán preguntas como: ¿cómo saber si un estudiante o maestro faltó ese día?, ¿quién lleva el control de las personas que entran y salen momentáneamente de la escuela?, ¿cómo organizarnos en los puntos de encuentro?, etc.

Actividad 20: Identifico zonas seguras

Con el ánimo de que los estudiantes identifiquen zonas seguras en su plantel, se harán “simulaciones” de sismos con construcciones sólidas hechas por los grupos. La maestra solicitará que cada grupo construya, con Lego o cubos de madera, edificaciones que consideren resistentes (recordando lo visto en la actividad 13). Luego, sobre cada construcción se colocarán elementos livianos que fácilmente puedan desprenderse (confeti, escarcha, bolitas de unicel), los cuales simularán escombros que caigan de las edificaciones.

El trabajo de exploración consistirá en mover las edificaciones (simulando sismos) y observar la distribución de los “escombros”. De esta manera, los estudiantes podrán identificar cómo ubicar zonas seguras (estimando las distancias a los muros a escala). Luego de esta tarea se les preguntará si están de acuerdo con los sitios en los que se han ubicado los puntos de encuentro al interior de su escuela. Se espera lograr un consenso en si

es necesario cambiar la ubicación de estos puntos o si el lugar en el que se encuentran es óptimo.

Actividad 21: Mido el perímetro de mi escuela

Después de identificar las zonas seguras, para elaborar los planos de la escuela, se les pedirá a los niños que registren el perímetro de la escuela usando Google Earth, mediante la función de “medir superficies y distancias” (ver Figura 6.52). Las distancias de un punto a otro las arroja Google Earth en metros y para representarlas en papel, se discutirá con los estudiantes como se puede representar estas medidas en papel.

5.4. Módulo IV: Construcción de un plano

Durante este módulo los estudiantes elaborarán un plano de su escuela y marcarán las rutas de evacuación y puntos de encuentro que consideren convenientes para consolidar una estrategia de acción frente a un eventual sismo. A continuación se describen las actividades y el desarrollo hipotético previsto para ellas.

5.4.1. Descripción general y objetivos del módulo IV

Los objetivos de este último módulo IV, y su integración con las áreas STEM, se presenta en la Tabla 5.5, a continuación. Los objetivos de matemáticas que están en cursiva hacen alusión a las habilidades de razonamiento espacial.

Tabla 5.5. Objetivos de las actividades del Módulo IV de la THA

Objetivos	Responder a una problemática específica ¿qué hacer en caso de sismo?
Objetivos área STEM	<p>Para Ciencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explorar el ambiente y las posibilidades de riesgo que tienen los objetos de su entorno para las personas en caso de sismo. <p>Para Tecnología:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manipular software especializados para el diseño de planos (<i>Sweet Home 3D</i>) <p>Para Matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcular distancias haciendo uso de unidades de medición convencionales. • Elaborar representaciones tridimensionales a escala de estructuras reales. • <i>Elaborar un plano de la escuela a escala y con rutas de evacuación y puntos de encuentro delimitados.</i> • Reconocer la conservación de formas en la elaboración de

representaciones semejantes.

- Calcular distancias haciendo uso de unidades de medición convencionales. *Elaborar representaciones de la vista superior de la escuela manteniendo la relación de semejanza de ésta con la forma generada por la vista superior.*

Conexiones áreas STEM	Los estudiantes usarán representaciones para representar espacios reales e identificar zonas seguras y de riesgo.
----------------------------------	---

5.4.2. Desarrollo hipotético de las actividades del módulo IV

Actividad 22: Dibujo un plano de mi escuela

La maestra solicitará a cada estudiante que elabore su propio plano de la escuela. Para ello deberá considerar las medidas obtenidas mediante Google Earth en la actividad anterior, y plasmarlas en un plano a escala en sus hojas de trabajo. Este plano no será único, sino que deberá construirse uno para cada nivel de la escuela.

Una vez que los estudiantes terminen la construcción de su plano a lápiz, se les solicitará que hagan uso de la herramienta Sweet Home 3D, para que hagan una copia digital de sus construcciones.

Actividad 23: Revisión de los planos dibujados

Durante esta actividad, cada estudiante expondrá al resto del salón el plano que elaboró y entre todos validarán la fiabilidad de los planos respecto de la realidad del colegio. Se usará el plano que mayor aceptación tenga por parte de todo el salón para considerarlo como la producción del salón.

Actividad 24: Determinamos el mejor plano de evacuación

Todos los equipos trabajarán sobre el mismo plano y elaborarán las rutas de evacuación y, de ser necesario, marcarán nuevos puntos de encuentro. Se solicitará además que los estudiantes “simulen” una evacuación y tomen tiempos para determinar cuáles de las rutas propuestas son más efectivas frente a una eventual situación de peligro.

Como producto final, el grupo de todos los niños del salón entregará a la escuela:

- una versión final de su plano colectivo de la escuela,
- las rutas de evacuación y puntos de encuentro que proponen

- los datos de población de la escuela, junto con instrucciones para el conteo de esta, frente a un eventual siniestro.

5.5. Validación de la THA como una propuesta STEM

El diseño de la THA se evaluó para determinar cómo se integran, en esta, las áreas STEM. La evaluación se hizo mediante la rúbrica denominada *RubeSTEM*, creada por Aguilera et al. (2022). El análisis de la propuesta de acuerdo al sistema de valoración de la rúbrica se presenta en el Anexo 7.

Los resultados (ver Tabla A7.3 y Tabla A7.4) nos permiten afirmar que, a nivel teórico, esta es una *propuesta STEM*, de acuerdo a la clasificación e indicadores de la rúbrica (ver Tabla A7.1 y Tabla A7.2), donde se definen las finalidades de aprendizaje, finalidades de la educación STEM y el problema/reto de la propuesta.

A nivel práctico, de acuerdo a los indicadores de la rúbrica (ver clasificación e indicadores en Tabla A7.1 y Tabla A7.2) para evaluar la THA en términos de sus objetivos (el *qué*: selección y profundidad de los contenidos, integración disciplinar, despliegue de la acción y ámbito de realización e impacto social) y de *cómo* se plantea lograrlos (argumentación, indagación, modelización, diseño, evaluación del impacto, relevancia, autenticidad, evaluación del proceso, evaluación del resultado, regulación del trabajo cooperativo, colaboración docente, agentes externos), se encontró (ver Tabla A7.4) que la propuesta es *avanzada*.

En el Anexo 8 y en los siguientes capítulos se presentan resultados (datos de las trayectorias reales) de los experimentos que se hicieron al implementar esta trayectoria.

Capítulo 6. REPRESENTACIONES DE UN MESOESPACIO, A PARTIR DE UN MICROESPACIO

En este capítulo se exponen los resultados del experimento de enseñanza en torno a los procesos de desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en micro- y mesoespacios. Como se mostró en la sección 3.1.1, en el mesoespacio, los objetos están fijos, no son manipulables y son observados desde diferentes puntos de referencia; es decir, el sujeto puede tener una visión global del lugar/objeto a partir de percepciones sucesivas y puede recorrerlo por el interior y el exterior (Gálvez, 1985). En este espacio no se tiene acceso directo a la vista superior por lo que es necesario que el sujeto se la *imagine*⁵⁰, las *visualice*. A fin de promover el desarrollo de este tipo de habilidades de razonamiento espacial –como la visualización—, en la THA (ver Capítulo 5) se llevan a cabo tareas sobre el reconocimiento de la vista superior. Se inicia con objetos en el microespacio con módulos multicubo debido a que en este tamaño los objetos se pueden percibir y manipular directamente. Después, se transita al mesoespacio con actividades en la escuela.

Como se mostró en el capítulo de metodología (ver sección 4.3.2.2), en el experimento de enseñanza se implementaron cuatro módulos (22 sesiones de clase) cuyo propósito final era la construcción de una ruta de evacuación de la escuela en caso de un sismo.

Este capítulo se divide en tres secciones. En la primera se da cuenta de la medición de longitudes y distancias. En la segunda se trata el uso y construcción de sistemas de referencia para la ubicación y desplazamiento de objetos/sujetos usando diferentes materiales como módulos multicubo, LightBot y Google Maps. En la tercera sección se expone la construcción de representaciones de vistas superiores dando cuenta del papel de Google Maps y Google Earth.

6.1. Estimación, medición y comparación de longitudes y distancias

En esta sección se da cuenta de procesos de estimación, medición y comparación al trabajar en los micro-, meso- y macroespacios con longitudes y distancias sobre el piso (plano xy) y

⁵⁰ Se usa el formato de cursivas para señalar aquellas acciones relacionadas con habilidades de razonamiento espacial.

perpendiculares al piso (cualquier altura –i.e., segmento perpendicular– que empieza en el plano xy y finaliza en cualquier punto del plano xz , del plano yz , o de los planos que son paralelos al plano xy) –ver Figura 6.1. Cabe resaltar que estos procesos no se dan secuencialmente, sino, por el contrario, pueden suceder simultáneamente. A continuación, se discute el trabajo en el espacio horizontal (plano xy) y, luego, en el vertical (longitudes y distancias perpendiculares al plano xy).

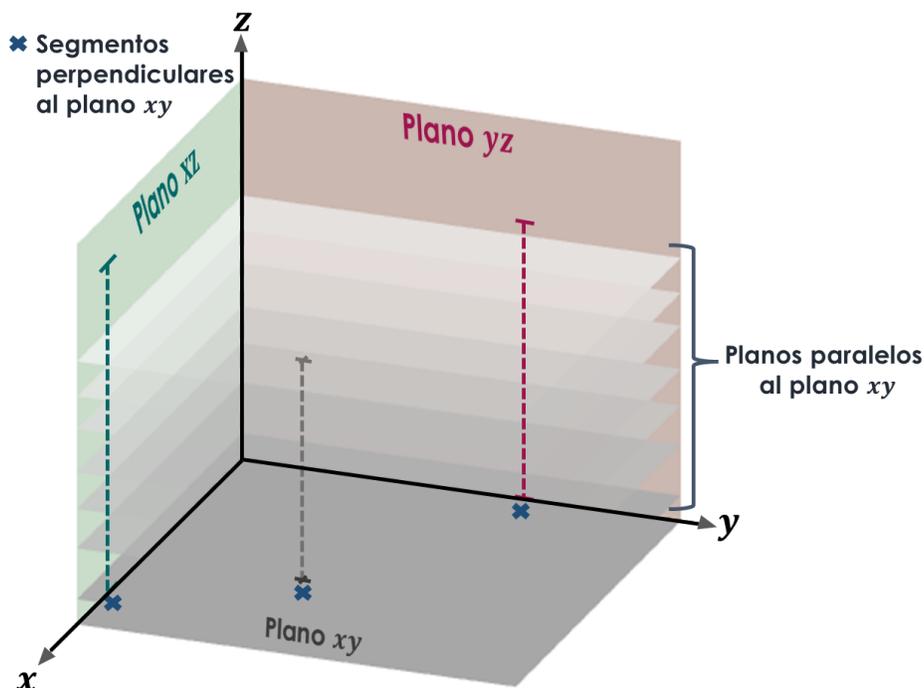


Figura 6.1. Representación de segmentos perpendiculares al plano xy —Alturas

6.1.1. Estimar y medir la longitud de una mesa e iterar unidades en el microespacio horizontal

El trabajo en el microespacio tiene como objetivo generarle a los niños la experiencia de *percibir (ver, tocar) y reconocer* objetos, distancias y longitudes pequeñas, que estén al alcance de ser analizados en todas sus vistas. En esta sección, se describen las acciones que los niños llevaron a cabo al estimar la longitud de una mesa, así como el proceso que siguieron para medirla.

6.1.1.1. Estimación de longitudes en el microespacio horizontal

Como ya se mencionó, la estimación en el microespacio se realizó al preguntarle a los niños cuánto consideraban que medía el largo/ancho de su mesa de trabajo (ver sección 5.1.2:

Módulo I, actividad 4). De acuerdo con Bright (1976), el proceso de estimación se lleva a cabo cuando se determina una medida sin la ayuda de una herramienta de medición; es un proceso mental apoyado de acciones visuales y manipulativas. En los ejemplos descritos en esta sección, que consideramos representativos de las acciones efectuadas por los niños, se ilustra el uso de medidas antropométricas para estimar la medida de mesas y responder la pregunta *¿cuánto crees que mide la mesa?*

El primer ejemplo enlista las acciones realizadas por Miguel:

- seleccionar una unidad de medida, en este caso antropométrica (la palma de sus manos) (ver Figura 6.2.a),
- identificar el inicio-fin de la longitud a medir,
- empezar a hacer operativa la propiedad transitiva – *si $A = B$ y $B = C$ entonces $A = C$* –, para lo cual tuvo que establecer relaciones de igualdad entre longitudes (ver Figura 6.2.a.A y Figura 6.2.b.C) y unidades de medida antropométricas (ver Figura 6.2.a.B y Figura 6.2.b.B),
- iterar la unidad de medida antropométrica (ver Figura 6.2b),
- posiblemente, *comparar* y *relacionar* su unidad de medida antropométrica con el submúltiplo centímetro,
- *estimar (percibir)* la longitud en centímetros (Miguel consideró que la mesa medía 80 centímetros).

Un segundo ejemplo es el de Karen, quien también estableció una unidad de medida usando sus dedos para delimitar la longitud de su unidad arbitraria (ver Figura 6.2.c). Al igual que Miguel, ella iteró esta medida hasta completar la longitud de la mesa. En los dos ejemplos anteriores, el uso de este tipo de unidad de medida (antropométricas), como lo explica Chamorro y Belmonte-Gómez (2000), es una estimación sensorial.

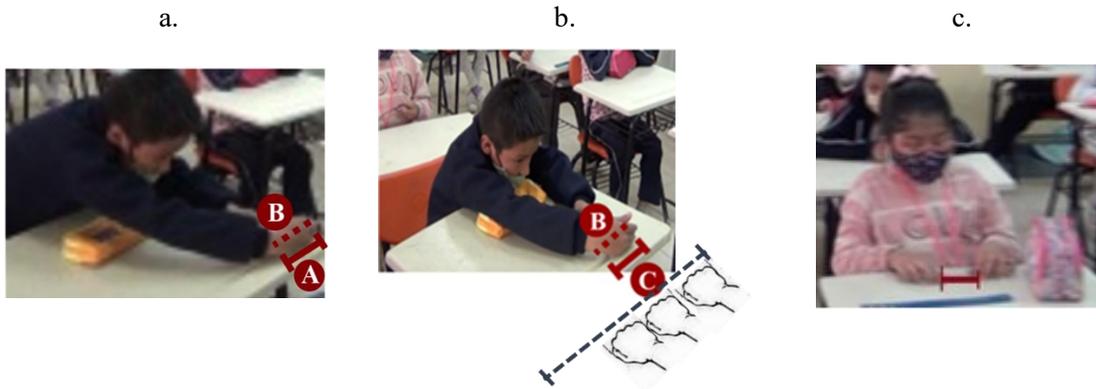


Figura 6.2. Medición de un microespacio por estimación sensorial

Así pues, los niños usaron las manos como una unidad antropométrica “pequeña” para medir las dimensiones reducidas de un objeto, en este caso, el ancho de una mesa; es decir, estaban usando unidades figurales⁵¹ (Chamorro y Belmonte-Gómez, 2000). Posteriormente, llevaron a cabo una estimación de las dimensiones de las manos y del ancho de la mesa, asignándole a esta última una medida numérica expresada en centímetros. A medida que avanzaban, los niños progresaban hacia la conceptualización de una unidad estandarizada.

En esta etapa, los estudiantes continuaron desarrollando la comprensión de medida y número. No obstante, resultó fundamental que refinaran sus procesos de medición (mayor precisión) y adoptaran el uso de una unidad de medida interfigural, es decir, una unidad desligada del objeto que estaban midiendo.

Después del proceso de estimación, se llevó a cabo una sesión grupal en la cual la maestra-investigadora condujo una reflexión y comentó que, aunque algunas de las aproximaciones (50, 60, 70 centímetros) podrían considerarse cercanas a la medida real de la mesa, la forma de medir carecía de precisión por el tipo de procedimiento utilizado, tanto antropométrico, como de iteración que llevaron a cabo. Es decir, la maestra les explicó que se daban imprecisiones cuando: i) al utilizar sus manos, no las abrían siempre de la misma manera por lo que no se mantenía una misma unidad de medida (ver Figura 6.2.a y Figura 6.2.b); y ii) al iterar las

⁵¹ Chamorro y Belmonte-Gómez (2000) definen como unidad figural a una unidad de medida visual o conceptual que, al ser construida, va perdiendo su relación directa con el objeto a medir, incluso en términos de orden de magnitud. Sin embargo, se mantiene una tendencia general a asociar unidades grandes con objetos grandes y unidades pequeñas con objetos pequeños, aunque la correspondencia no sea exacta.

manos como unidad de medida, no siempre se utilizaban los puntos exactos de fin de iteración para iniciar la siguiente. Por lo tanto, cualquiera de las dos opciones podía dar lugar a una medida menor a la real⁵² (por superposición) o mayor (presencia de huecos), por lo que eran solo estimaciones.

6.1.1.2. Medición con unidad antropométrica y regla, en el microespacio horizontal

Dicho lo anterior, la maestra estableció criterios para llevar a cabo mediciones en el microespacio con reglas de distintas longitudes (10, 12, 20, 30 y 50 centímetros), específicamente en las mesas de los estudiantes (ver Figura 6.2). Las acciones que emergieron en los estudiantes a partir de los criterios establecidos fueron:

- Reconocer el punto de inicio-fin del instrumento de medida. Como en este caso eran reglas cuya unidad de medida es el centímetro, entonces debían ubicar el cero y el número en el cual finalizaba la numeración de la regla.
- Superponer la regla en el borde de la mesa o ubicar la regla paralela al borde de la mesa (Figura 6.2 y Figura 6.3) de tal manera que se inicie la medición desde el cero.
- Colocar una marca en el microespacio que se está midiendo justo donde termina la numeración de la regla.
- Mover la regla y ubicarla de tal forma que el cero quede donde finalizó la numeración, sin olvidar que se debe colocar en el borde de la mesa o paralela a esta.
- Hacer el anterior procedimiento la cantidad de veces que sea necesario hasta cubrir para *medir* la longitud de la mesa.
- Registrar la medida de la mesa escribiendo la cantidad de veces que se usa la regla. Por ejemplo, la mesa mide 4 veces una regla de 20 centímetros.

⁵² La medida real se aproxima utilizando, de la manera más cuidadosa posible, un instrumento de medición calibrado, como una regla graduada .

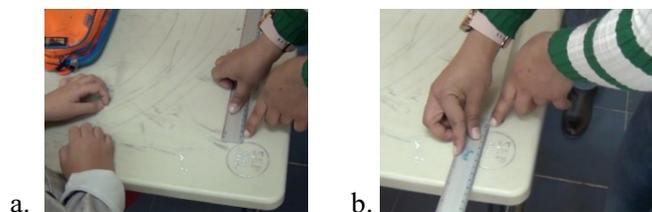


Figura 6.3. Explicación de la maestra para usar una regla de 50 centímetros

Los estudiantes siguieron los criterios y usaron las reglas que tenían a su disposición (ver Figura 6.4). Después de una reunión grupal, concluyeron que la mesa medía 60 centímetros.



Figura 6.4. Estudiante midiendo la mesa

6.1.1.3. Iterando sobre el plano xy en el microespacio

Los niños tenían experiencias, como se mostró previamente, del proceso de iterar medidas antropométricas; en este apartado, se dará cuenta de un proceso de iteración más consciente que fue resultado del establecimiento de criterios de medición.

Iterar una unidad de medida implica *comparar* dicha longitud con la longitud a medir, o una parte de ella, estableciendo relaciones de igualdad y transitividad (Clements y Bright, 2003). Además, requiere analizar cuántas veces es necesario usar esta unidad con el fin de determinar la longitud a medir. En relación con el proceso de iteración, los niños hicieron las siguientes acciones:

- Establecer el instrumento de medición, la regla, como unidad de medida.
- *Comparar* la unidad de medida con la longitud a medir.
- Iterar la unidad de medida la cantidad de veces necesaria hasta medir la longitud completa.
- Reconocer en la unidad de medida, la regla, una numeración ordenada y compuesta por centímetros, una unidad de longitud.
- Usar la regla para medir la longitud faltante, que en este caso debería ser menor que la longitud de la regla.

- *Componer* la medida obtenida por la cantidad de veces que se usó la regla y la longitud faltante dada en centímetros (por ejemplo, 4 veces la regla de 30 centímetros y 10 centímetros más).

A continuación, se presenta un diálogo que da cuenta del proceso de medición e iteración que llevaron a cabo Vicente y Rocío.

1. **Maestra:** ¿Cuántas veces tengo que usar la regla [refiriéndose a la de 50 cm]?
2. **Vicente:** Una y media.
3. **Maestra:** ¿Por qué dices una y media?
4. **Vicente:** No pueden ser dos veces porque o si no, la regla se saldría de la mesa.
5. **Maestra:** Exacto, digamos que el instrumento si lo uso dos veces, pero esta regla no va a medir dos veces completamente los 60 centímetros. La usé una vez, mido 50 centímetros y ¿qué me faltaría medir, para que pudiera medir la mesa?
6. **Rocío:** 10 centímetros.

[Fragmento 6.1]

En el Fragmento 6.1 se evidencia cómo Vicente y Rocío *comparan* la longitud del instrumento de medida con el largo/ancho de la mesa: se observa cómo reconocen que iterar esta longitud dos veces para obtener el largo de la mesa, no es lo indicado, pues hacerlo genera una longitud más larga que el largo de la mesa. Además, *componen* las medidas, pues identifican que se usa una vez la longitud de la regla (de 50 centímetros) y se adiciona parte de ella (otros 10 centímetros); mediante la integración de estas dos medidas, pudieron obtener la longitud del largo de la mesa.

En otro momento, la maestra cuestionó a otro estudiante que empleó una regla de 10 centímetros, indagando sobre la cantidad de veces que la usó (iteró). El alumno respondió que la había usado 5 veces. La maestra midió la mesa con la regla de 10 centímetros y le mostró que en realidad cabía 6 veces.

Al igual que esos tres alumnos, el resto de los niños iteraron y reconocieron la medida de la mesa según la regla que tenían a su disposición. Por ejemplo, quienes tenían una regla de 20 centímetros, la usaron 3 veces; y quienes tenían una de 30, la usaron dos veces.

La maestra fue registrando, en el pizarrón, las medidas de cada regla utilizada y la cantidad de veces que los estudiantes la usaron: dibujó en el pizarrón tres segmentos de 60 centímetros de medida cada uno, intentando que fueran paralelos entre ellos. Usando cada una de las reglas

(de 30, de 20 y de 10 centímetros), para cada segmento respectivamente, se mostró cuántas reglas cabían en cada segmento de 60 centímetros. De esta manera, el primero quedó dividido en dos divisiones de 30 centímetros (se usó dos veces la regla de esa medida); el segundo quedó dividido en tres divisiones de 20 centímetros (se usó tres veces la regla de esa medida); y el tercero quedó dividido en seis divisiones de 10 centímetros (se usó seis veces la regla de esa medida). La maestra estableció la relación: entre más grande la regla, menos veces se usa (relación entre longitud a medir y unidad de medida). Esto se evidencia en el siguiente fragmento:

1. **Maestra:** ¿Qué pasa cuando la regla es más grande?
2. **Fernanda:** Se usa menos veces.
3. **Maestra:** ¿Qué pasa cuando uso la de 20?
4. **Luis:** Se ocupa más veces la regla.
5. **Maestra:** La uso más veces, cuando uso la más pequeña. Entonces, entre más grande sea el instrumento...
6. **Vicente:** menos veces se usa.

[Fragmento 6.2]

La maestra señaló entonces que, al emplear una unidad de medida pequeña para medir una longitud mucho más larga que la unidad de medida, la precisión en la medición se veía afectada. Esto podía ser debido a la necesidad de tener que usar y desplazar el instrumento múltiples veces y puede resultar difícil recordar cuantas veces se usó. Ejemplo de esto fue cuando el estudiante usó la regla de 10 centímetros y dijo haberla iterado 5 veces, cuando se requería una más.

Con el establecimiento de estas relaciones, la maestra enfatizó la importancia de usar un instrumento de longitud adecuada para medir –es decir, establecer una unidad figural (Chamorro y Belmonte-Gómez, 2000)–, concluyendo que objetos pequeños se deben medir con instrumentos pequeños y objetos grandes o grandes longitudes con instrumentos grandes.

6.1.2. Estimar y medir longitudes en el mesoespacio (el largo del salón o patio) e iterar unidades sobre el plano xy

El trabajo en el mesoespacio comenzó con la exploración del salón de clase (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 5). Los niños se organizaron en equipos de 5 a 6 integrantes y realizaron actividades que incluyeron estimaciones, mediciones y numerosas iteraciones. En la primera actividad, se les pidió estimar la longitud del salón. Para lograrlo, utilizando su experiencia

previa en el microespacio, llevaron a cabo iteraciones, a lo largo del salón, de la longitud de una regla de 30 centímetros, que también era el largo aproximado de las baldosas del piso; por lo tanto, pudieron estimar el largo del salón, contando una hilera de baldosas (sección 6.1.2.1).

Luego, por sugerencia y guía de la maestra, establecieron la equivalencia entre un metro y una tira de papel y, utilizando esta nueva herramienta, midieron tanto el largo como ancho de este espacio. Estas mediciones se repitieron varias veces hasta que las medidas de todos los equipos coincidieron y se aproximaban a las dimensiones reales del salón. A continuación, se presentan algunos ejemplos que detallan acciones de los estudiantes al estimar, medir e iterar.

6.1.2.1. Replicando las acciones en el microespacio para estimar en el mesoespacio

Los niños usaron el proceso de medición e iteración en el microespacio para estimar longitudes en el mesoespacio. Por ejemplo, con el propósito de determinar la longitud del largo del salón de clases, Mario midió un lado de la baldosa cuadrada cuya medida era de aproximadamente 30 centímetros, equivalente a la longitud de una regla estándar (ver Figura 6.5). Posteriormente, procedió a contar la cantidad de baldosas (26) a lo largo del salón, sumando 30 centímetros por cada baldosa contada.



Figura 6.5. Estimación, por Mario, del largo del salón

La estrategia adoptada por Mario para aproximar la longitud del salón surgió a raíz de una pregunta planteada por la maestra: “¿cómo podemos saber cuánto es el largo del salón sin necesidad de medirlo todo?” En contraste, algunos de sus compañeros de clase estimaron longitudes sin argumentar sus respuestas, pero fueron cuestionadas por Mario. Por ejemplo, Renata estimó que el largo del salón era 60 centímetros, Mario refutó diciendo que no puede ser posible porque un “cuadro (lado de la baldosa) es de 30 (centímetros)”.

Mario compartió su estrategia y la maestra solicitó a los estudiantes seguirla. En consecuencia, los estudiantes procedieron a contar las baldosas de la superficie más larga del salón. Sin embargo, algunos de ellos confundieron la cantidad de baldosas con la longitud final del largo del salón, concluyendo que la longitud del largo del salón era de 26 centímetros. Esta confusión quizás surgió porque imaginó que la medida de la longitud del largo del salón era la cantidad de baldosas, esto es, que el salón tenía 26 baldosas de largo, y cambiaron la unidad de medida “cantidad de baldosas” por “centímetros”.

La maestra preguntó si realmente tiene sentido que el salón tenga 26 centímetros de largo. Mario respondió que no argumentando que la regla tiene 30 centímetros. Otros apoyaron esta idea y mencionaron que, si midiera 26 centímetros, entonces el salón sería muy pequeño. La maestra aclaró que el número 26 se refería a la cantidad de baldosas.

Ahora, considerando que la baldosa era cuadrada y cada lado medía aproximadamente 30 centímetros, la maestra preguntó cuál era la longitud total de 26 baldosas. Ante la falta de respuesta, la maestra explicó el procedimiento con números más pequeños: “si un cuadro mide 30, ¿cuánto miden dos cuadros?” Una estudiante respondió que serían 60 centímetros. La maestra usó este y otros ejemplos, preguntando cuánto medirían tres, cuatro y cinco cuadros, para guiar a los estudiantes a que consideraran la suma como una estrategia. Seguido de esto, la maestra dirigió la discusión hacia cómo calcular la longitud total de las 26 baldosas. En ese momento, Mario destacó que se necesitaba sumar 26 veces, los 30 centímetros de cada baldosa.

Mario estableció una equivalencia entre la longitud de un lado de una baldosa y la de una regla de 30 centímetros. Esta relación le permitió repetir cuánto medía la regla, tantas veces como baldosas había a lo largo del salón, generando así argumentos de por qué ciertas longitudes, como 26 o 60 centímetros, no podían ser la longitud total del salón, pues eran 26 baldosas en total.

En términos generales, los estudiantes estimaron la longitud del largo del salón de clases –un mesoespacio– a partir de mediciones e iteraciones reflejadas en las siguientes acciones:

- Reconocer que la longitud de la regla es aproximadamente la misma a la longitud del lado de una baldosa cuadrada, por lo que resultó conveniente usar el lado de las baldosas como unidad de medida.

- Establecer igualdad entre la longitud del lado de todas las baldosas.
- Medir la longitud del largo de una baldosa.
- Contar la cantidad de baldosas que recubrían el largo del salón.
- Sumar la longitud del largo de una baldosa, las veces correspondientes a la cantidad de baldosas en el largo del salón.

6.1.2.2. Medición e iteración sobre el plano xy en el mesoespacio: usando una “tira de papel” de un metro como nueva unidad de medida

En este apartado, *la medición* del salón de clase implica *la iteración* de una tira de papel; por ello, las acciones vinculadas a estos dos procesos se describen simultáneamente. Para realizar mediciones de longitudes grandes, como el largo del salón, la maestra buscó transitar de unidades figurales a medidas estandarizadas (el metro). Enseguida se presentan algunos ejemplos que dan cuenta de las acciones realizadas por los estudiantes en esta tarea.

Para transitar entre la unidad figural a la estandarizada del metro, se construyó el instrumento “tira de papel de 1 metro”. Para ello, la maestra inició preguntando: “¿qué es un metro?, ¿alguien sabe qué es un metro?” a lo que Mario respondió que “el metro es como una regla larga” e hizo una estimación que representó con sus manos (ver Figura 6.6) –una estimación sensorial (Chamorro y Belmonte-Gómez, 2000).



Figura 6.6. Mario realizando estimación sensorial de un metro

La maestra explicó que un metro equivale a 100 centímetros. Luego, empleando una regla de 30 centímetros, planteó la pregunta: “Si un metro equivale a 100 centímetros, ¿cuántas veces tendría que utilizar esta regla de 30 centímetros?”. En respuesta, Mario contribuyó mencionando que sería necesario “5 veces usar la regla de 20 centímetros o 3 veces de 30 y 10 centímetros aparte”. Luego, con la intención de construir la tira de papel que midiera un metro, la maestra preguntó: “¿cómo podemos medir 100 centímetros sin necesidad de mover la regla?” a lo que Guadalupe respondió que “poniendo todas las reglas juntas”. Usando la idea

de Guadalupe la maestra organizó a los estudiantes en equipos de tres, y les indicó que juntaran las reglas para obtener los 100 centímetros (ver Figura 6.7).



Figura 6.7. Estudiantes construyendo 100 centímetros

Después de realizadas estas mediciones, la maestra condujo un cierre de la actividad indagando por el proceso seguido (ver Fragmento 6.3).

1. **Maestra:** ¿Cuántas veces hemos usado la regla?
2. **Estudiantes:** tres
3. **Maestra:** Y, cada regla, ¿cuánto mide?
4. **Estudiantes:** 30.
5. **Maestra:** 30 centímetros y, ¿hasta el momento cuánto llevamos acá?
6. **Mario:** 90.
7. **Guadalupe:** 90 porque las dos primeras reglas miden 90 centímetros y con la última en total medirían 90.
8. **Maestra:** Llevamos 90 centímetros y tienen que ser 100 centímetros, ¿cuánto nos falta?
9. **Varios estudiantes:** 10 centímetros.

[Fragmento 6.3]

Con el propósito de fortalecer la comprensión de la equivalencia entre 100 centímetros y un metro, los estudiantes llevaron a cabo ejercicios de conversión de medidas (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 6). Por ejemplo, estableciendo la equivalencia de 210 centímetros como 2 metros con 10 centímetros.

Posteriormente, se le dio a cada estudiante una tira de papel de metro que sería su unidad de medida. Trabajaron por equipos de entre 7 y 8 estudiantes (con cuatro equipos en total). En cada equipo, uno de los niños colocaba primero su tira de papel, y enseguida otro colocaba la suya, y así sucesivamente; de esta manera midieron el largo y el ancho del salón. Al finalizar cada medición se hacía una puesta en común y se comparaban los resultados de cada equipo: al principio los diferentes equipos obtuvieron medidas distintas, por lo que repitieron (tres

veces) Figura 6.8 hasta que estas coincidieron. El salón midió aproximadamente 10 metros de largo y 6 metros de ancho (ver Figura 6.8.a).

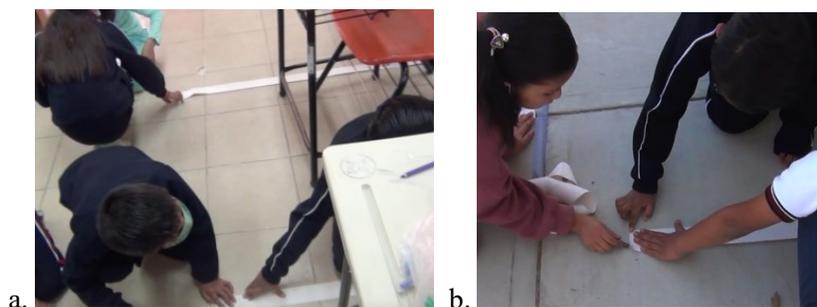


Figura 6.8. Niños midiendo macroespacios

Después de medir en el mesoespacio del salón de clase, en los mismos equipos midieron el ancho del patio de juegos (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 7) con las tiras de papel que tenían disponibles (ver Figura 6.8.b). Se llevó cabo una segunda medición, debido a que no hubo concordancia en la primera medición, encontrando que este espacio tenía aproximadamente 8 metros de ancho.

La medición en ambos mesoespacios concluyó con una reflexión acerca de la importancia de emplear la herramienta de medición de manera apropiada. Es decir, la selección de una unidad de medida está estrechamente relacionada con el tamaño del espacio a medir.

6.1.3. Medir y estimar estaturas de niños: transitar entre diferentes tipos de unidades e instrumentos

Los niños se organizaron por parejas para medir sus propias alturas (estaturas). Esta actividad (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 8) la realizaron dos veces. En la primera ocasión la maestra solo les indicó medirse entre ellos; para ello, los estudiantes usaron las reglas disponibles (ver Figura 6.9 y Figura 6.10). En la segunda medición (ver Figura 6.11), la maestra les dio la tira de papel de metro y les indicó que podían completar la medición usando las reglas. En este proceso (descrito más abajo), los estudiantes llevaron a cabo las siguientes acciones:

1. Reconocer la forma adecuada de medir alturas transitando de “recorrer la superficie directamente” a *imaginar* “la recta perpendicular al plano xy ”.

- Primer momento usando únicamente reglas:
 - *Ubicación* para el establecimiento de relaciones espaciales:

- Quién va a medir, se *ubica* de frente, al lado o a la espalda de quien va a ser medido; y
 - quién va a ser medido, se ubica erguido de tal forma que queda perpendicular al plano xy .
- *Medición* de una altura:
 - Medir la altura de su compañero por la espalda, por el frente o de lado (ver Figura 6.9), recorriendo el contorno del lado a medir, con la regla.
- Segundo momento (Figura 6.11), usando tiras de papel de un metro y reglas:
 - *Ubicación* para el establecimiento de relaciones espaciales:
 - Quién va a medir, se *ubica* de frente a quien va a ser medido; y
 - quién va a ser medido, se *ubica* de espalda junto a una superficie vertical plana (una pared del salón), es decir, en un plano yz o xz .
 - *Estimación* de una longitud:
 - Quién va a medir *estima*, hasta donde cree que podía llegar la altura de su compañero (si es más o menos que una tira de un metro) para decidir los instrumentos de medición usar.
 - *Medición* de una altura:
 - Colocar el (o los) instrumento(s) de medición (tira de papel de un metro y regla) perpendicular al piso –al plano xy – y paralelo a la altura de quien se está midiendo –es decir, en el plano yz o xz .
 - Medir de abajo hacia arriba, de tal manera que el instrumento coincida con la recta “imaginaria” vertical que va del piso a la altura de la cabeza –la intersección del plano yz o xz con el plano xy .
 - En ocasiones, hacer una marca, para la altura correspondiente, sobre uno de los instrumentos (sobre la tira de papel o regla que queda más arriba); o sobre la pared (en el plano yz o xz).
 - Medir la distancia desde el punto de intersección del plano xy con el plano yz o xz de la pared, donde finaliza la altura de quien se está midiendo. Esta distancia vertical (que puede estar en el plano yz o xz) es perpendicular al piso del salón (plano xy).

2. Comprobar la validez de la medida de sus alturas (Figura 6.10):

- *Comparar* directamente sus alturas ubicándose de espalda o de frente.
- *Comparar* alturas conocidas con las medidas obtenidas de las alturas entre ellos.

3. Hacer *composición* y equivalencia entre medidas.

Figura 6.9. Estudiantes midiéndose entre ellos

A continuación, se describe cada uno de los dos momentos, ejemplificándolos con algunos de los casos.

La primera medición fue compleja para los niños, pues medir la altura de sus cuerpos, los enfrentó a una superficie no plana para medirse con un instrumento plano como las reglas disponibles. Además, la cantidad de veces que debían iterar esta unidad, implicaba tener que llevar la cuenta de cuantas veces se usaba el instrumento, para obtener una medida más precisa. En la experiencia se evidenció que olvidar el número de veces que usaban la regla, conllevó que obtuvieran medidas de alturas de compañeros de menos de un metro, que eran medidas incorrectas. A continuación, se da un ejemplo de esta situación, donde el equipo de Carlos obtuvo 71 centímetros como resultado de la medición de su altura. La maestra cuestionó este resultado, como muestra el siguiente diálogo:

Maestra: Acá dice que Carlos mide 71, ¿ustedes creen que él mide 71?

Luis: No, [Carlos] ha de medir uno treinta y tantos.

Maestra: ¿Por qué?

Luis: Porque un bebé mide setenta y tantos.

Maestra: Entonces 71 es muy pequeño. Tú me dices uno treinta y tantos, ¿de dónde ese uno?

Luis: Porque ha de ser como de mi estatura.

Maestra: Ok, y ¿ese uno qué es?

Luis: Es un metro.

En este caso, Luis está haciendo dos comparaciones (Chamorro y Belmonte-Gómez, 2000), la altura de Carlos con la de un bebé, y la de Carlos con su propia altura. Esta comparación la hace por dos razones, una para explicar porqué la medida de Carlos es errónea; y, la otra, para estimar la longitud de su altura.

Después de hecha la primera medición, los niños comprobaron la precisión de las medidas usando comparación directa: compararon sus alturas (ver Figura 6.10) confrontando aspectos cualitativos (percepción) y cuantitativos (valor numérico resultado de la medición). Sus conjeturas (no explícitas) eran que: a) *si el niño que se medía se veía más alto* (aspecto cualitativo), *entonces medía más*; o b) *si las alturas parecían iguales, debían tener la misma medida*. Con estas contrastaciones, podían verificar y ajustar los valores de sus mediciones (aspecto cuantitativo).



Figura 6.10. Comprobación de alturas en el primer momento

Para la segunda medición de sus alturas (ver Figura 6.11), dada la complejidad del uso de la regla y la curva de la superficie que estaban midiendo, la maestra les sugirió organizarse en equipos de tres y medirse como lo hacían en casa contra una pared. Para ello, usaron tiras de papel de un metro que ella les entregó. Las medidas de las alturas de los estudiantes se podían completar usando las reglas disponibles.



Figura 6.11. Grupo de estudiantes midiéndose con tira de papel de un metro y con regla

Después de estas mediciones, en la sesión grupal se reflexionó sobre el uso de los instrumentos de medida para obtener mediciones más precisas y sobre la importancia de componer medidas. La maestra preguntó sobre las medidas de sus alturas, y se observó que los niños lograron obtener equivalencias y hacer composición entre unidades de medidas. Por ejemplo, una niña logró descomponer el resultado de su altura de 141 centímetros, al decir: “una tira [de papel de un metro], la regla [de 30 centímetros] y 11 centímetros”. Entre ellos, en ocasiones, los niños se preguntaban espontáneamente por otras equivalencias (como aquellas entre unidades de centímetros a metros): este fue el caso de Vicente, quien preguntó en voz alta a la clase: “¿cuántos metros son 128 centímetros?”, a lo que Fanny y Luis respondieron: “un metro con 28 centímetros”.

6.1.4. Del meso al macroespacio: estimar, la profundidad de una grieta geológica

Para desarrollar habilidades de estimación y medición en otro tipo de mesoespacios, como es el caso de edificios, o en el macroespacio, se necesita imaginar iteraciones de una unidad de medida (e.g., el metro). Para favorecer esto, como se explicó en la sección 4.3.1, la maestra mostró un macroespacio no familiar para los niños a través de una fotografía el gran Valle de Rift, donde se aprecia una grieta producto del movimiento geológico de las placas tectónicas (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 9). La profundidad de la parte de la grieta que se muestra en la fotografía era de 15 metros. La maestra les preguntó a los niños qué tan profundo pueden ser 15 metros.

En sus estimaciones, las acciones de los estudiantes fueron:

- Usar como referente una altura conocida (la tira de papel).

- *Comparar y visualizar* la altura conocida con la altura a medir.
- Estimar el número de veces a iterar la altura conocida para medir la altura desconocida.
- Usar la medida de la altura conocida para aproximar la medida de la altura desconocida.

En la sesión grupal, la maestra preguntó si 15 metros hacia lo profundo sería mucho o poco. Luis respondió que él imaginaba que sería una distancia “desde los salones [del piso 4] hacia abajo [al piso 1]” (Figura 6.12).



Figura 6.12. Luis indicando cuánto serían 15 metros

La maestra promovió la discusión con el siguiente comentario: “para verlo mejor desde los salones hacia abajo, ¿cuánto tendrá este salón de alto?, ¿será que lo podemos medir con lo que tenemos?” Los estudiantes respondieron que no y se inició un intercambio de ideas. Luis propuso usar la altura de la maestra como unidad de medida, diciendo: “yo como que la medí más o menos porque usted la otra vez en la clase dijo que medía uno 63 [1.63 m]”. Con esta información varios estudiantes estimaron que el salón puede medir dos o tres metros. Francisco afirmó que la altura del salón medía un metro, y Luis lo interrumpió comentando

que “no puede ser un metro porque la maestra mide 1.63”. Francisco replanteó su estimación a 2 metros.

Para fomentar una reflexión sobre esas estimaciones de los niños, la maestra se ubicó contra la pared para que los estudiantes pudieran comparar su altura con la del salón (ver Figura 6.13). Los niños concluyeron que la altura era de aproximadamente 3 metros. Luego, la maestra preguntó cuánto podría medir el edificio de la escuela, conformado por 4 pisos, y realizó un esquema (vista frontal –ver Figura 6.14).



Figura 6.13. Maestra frente a pared para estimación de la altura del salón

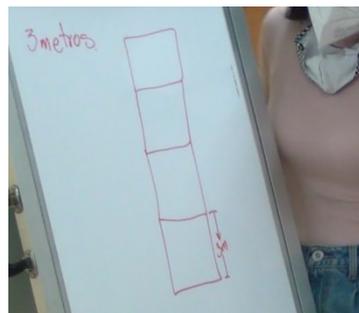


Figura 6.14. Representación de la maestra de los pisos de la escuela

La conclusión fue que la altura del edificio sería, aproximadamente, 12 metros. Algunos niños complementaron su respuesta explicando el proceso. Luis justificó que “se le van sumando 3 más 3 más 3 más 3”, mientras Mario mencionó que son 12 porque “2 pisos son 6 más otros 6, son 12”. La maestra comentó que estos resultados eran solo aproximaciones porque, hasta ese momento, no contaban con un instrumento de medición para corroborar directamente esas estimaciones.

Algunos estudiantes aún no tenían claridad sobre el proceso de medición de la altura del salón, es decir, no entendían cómo se obtuvieron los 3 metros. La maestra les explicó nuevamente, reiterando la estrategia aditiva sugerida por niños como Luis y Mario. Continuó explicando cómo esta estrategia se podía utilizar para obtener la altura del edificio: es decir, sumar 4 veces la altura del salón.

Luego, Luis y Miguel reconocieron que la multiplicación se podía utilizar para abreviar el procedimiento para calcular la altura del salón: Luis señaló que sería 3×4 , y Miguel, 6×2 .

Una vez obtenida la medida de la altura del edificio, que era aproximadamente de 12 metros, la maestra retomó la pregunta inicial de cuál sería la profundidad de la grieta del Valle de Rift, comparando con 15 metros de profundidad. Armando comentó que 15 metros serían “3 metros más [que el edificio]”.

Como cierre de la discusión, la maestra condujo una reflexión sobre la diferencia entre *imaginar* una altura vertical y una longitud horizontal. Es decir, las diferencias de estimaciones de longitudes en los planos yz o xy , en comparación con las que pertenecen al plano xy : a) En el piso (plano horizontal xy), 15 metros se puede percibir con mayor familiaridad, pues los niños lo relacionan con “caminar”, es decir, desplazarse en un tiempo determinado. b) Para estimar 15 metros de profundidad (longitud vertical perteneciente a un plano perpendicular al plano xy), hay mayor dificultad; al respecto, los niños vincularon los 15 metros con experiencias de caídas de un objeto o de una persona que no sobreviviría. c) Para estimar una altura (de abajo hacia arriba) los niños dijeron que subirla o escalarla implicaría el uso de equipo especializado y requeriría más tiempo.

6.1.5. Conclusión sobre las acciones asociadas a los procesos de medición en los micro- y mesoespacios

Como se describió en secciones anteriores, las actividades en el micro- y en el mesoespacio se centraron en la estimación, medición e iteración de longitudes en el plano xy para determinar el largo de: las mesas de trabajo de los estudiantes, del salón de clases y el patio de juegos de la escuela. El desarrollo de estas actividades permitió a los estudiantes poner en juego acciones de razonamiento espacial como *iterar* (recorrer/deslizar – *sliding*) una unidad de medida, *estimar* (*percibir*) la longitud de alguna unidad de medida, *comparar* y *relacionar* unidades de medida (e.g., antropométricas, el metro) con la longitud a medir y *componer* unidades de medidas para hallar la longitud o distancia.

En relación con las actividades propuestas en el micro- y en el mesoespacio de estimación de alturas (en los planos que contienen las rectas perpendiculares al plano xy), las acciones de razonamiento espacial que emergieron, además de las ya mencionadas, fueron: *visualizar* la magnitud de una altura que no puede ser medida directamente por ellos, (e.g., la altura del edificio de la escuela) sino a partir de la iteración de una altura conocida; y *tomar perspectiva* y *localizar*, esto es, reconocer dónde y cómo (en las longitudes que pertenecen a la

perpendicular que va al plano xy) ubicarse (el que mide, a quien se mide) y ubicar los instrumentos de medición para calcular la longitud de la altura requerida. La Figura 6.15 ilustra las acciones identificadas. Por un lado, *deslizar*, *percibir*, *relacionar*, *comparar* y *componer* son acciones que surgieron en las mediciones sobre espacios horizontales, y están presentes como acciones base para la medición y estimación de la longitud de alturas; por lo tanto, estas acciones las ubicamos en el plano xy . Por otro lado, *visualizar*, *localizar* y *tomar perspectiva* son acciones asociadas a la estimación y medición de alturas, por ende, se sitúan los planos que contienen rectas perpendiculares al plano xy .

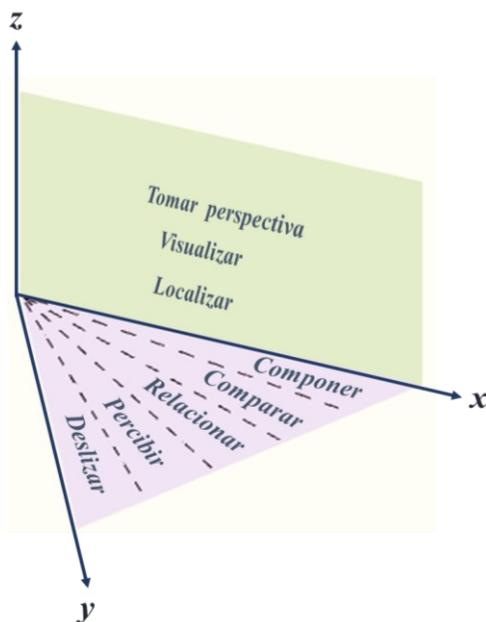


Figura 6.15. Acciones asociadas al proceso de comparación y medición de alturas y de longitudes en el plano xy

6.2. Uso y construcción de sistemas de referencia

En esta sección se dará cuenta de las acciones de razonamiento espacial llevados a cabo por los niños a partir del uso y construcción de sistemas de referencia en tres tamaños de espacio, a saber, el micro-, meso- y macroespacio.

6.2.1. Ubicación de módulos multicubo para representaciones en un microespacio

Para el desarrollo de actividades en el microespacio, la maestra proporcionó a los estudiantes construcciones de módulos multicubo (ver Figura 6.16) aclarando que eran representaciones de edificios a escala. El objetivo final de la secuencia de actividades era dibujar la ruta de evacuación de la escuela en caso de sismos; entonces, era necesario que los estudiantes

reconocieran vistas superiores de objetos, iniciando en el microespacio para transferir esta experiencia al mesoespacio.

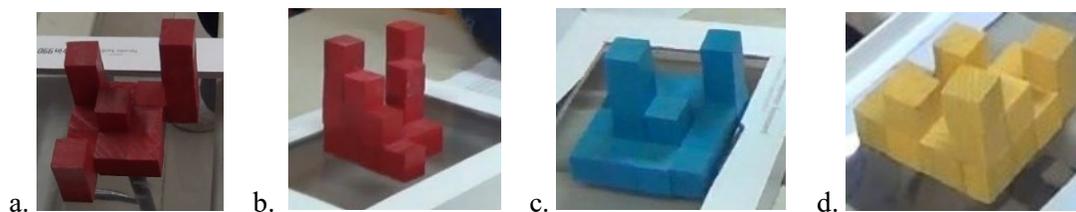


Figura 6.16. Construcciones de cubos

La actividad propuesta (ver sección 5.1.2: Módulo II, actividad 13) consistía en dibujar, en una hoja cuadriculada, la vista superior de cada edificio (Figura 6.16) y *descomponer* el todo en sus partes para numerar la cantidad de cubos en cada columna perpendicular al plano xy . En dicho proceso, los estudiantes llevaron a cabo las siguientes acciones:

- *Ubicar* en el piso la construcción con cubos (ver Figura 6.17.a).
- *Orientar* la hoja en la que dibujarían la representación de la construcción; es decir, acomodarla/emparejarla para que su orientación y sentido coincida con la de la construcción con cubos (ver Figura 6.17.b).
- *Relacionar* la vista superior de los módulos multicubo con la representación de dicha vista.
- *Comparar* la vista superior de los módulos multicubo con sus respectivas representaciones para verificar la cantidad de cubos (partes del todo) y la correspondencia entre la construcción de cubos y su representación.

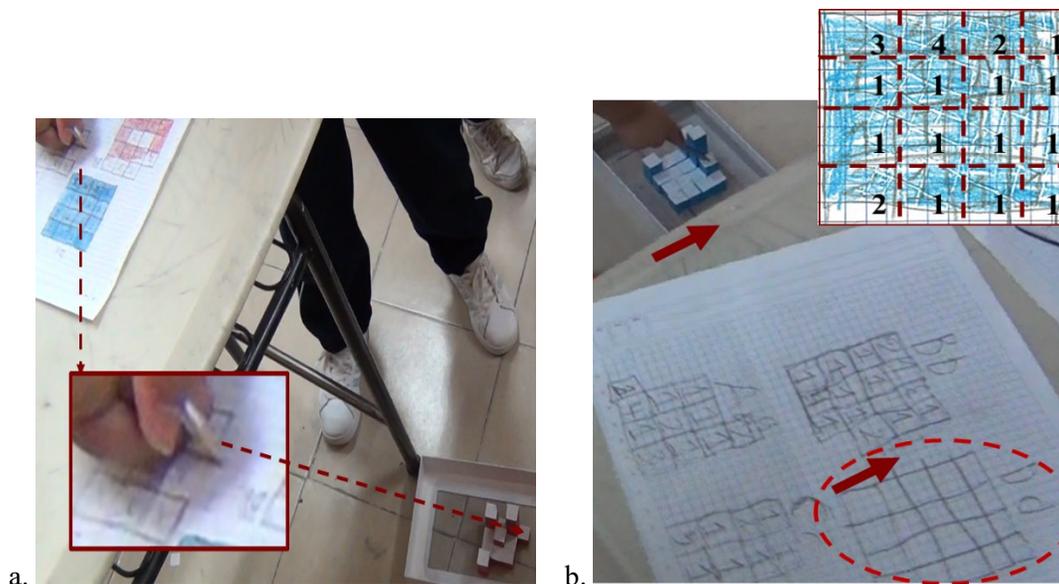


Figura 6.17. Ubicación de la construcción con cubos y de la hoja para dibujar la vista superior

En este caso los estudiantes usaron un sistema de referencia egocéntrico y a su vez intrínseco (Levinson, 1996). Egocéntrico, porque se ubicaron de tal manera que pudieran ver la forma de la vista superior de la construcción con cubos; e intrínseco, porque ubicaron la hoja en la misma orientación y sentido para relacionar cada cara superior del cubo con la que iban dibujando en la hoja. Si bien no especifican, en sus descripciones orales, la posición de la hoja, sí establecen relaciones entre la representación y el objeto (ver Figura 6.17) durante la actividad.

6.2.2. Desplazamientos en el mesoespacio del patio de la escuela

Dentro del proyecto de los sismos, la maestra planteó un escenario: que si tuvieran compañeros ciegos o con dificultades visuales, es decir, que no tuvieran acceso a las señalizaciones, ni rutas de evacuación publicadas⁵³, ¿qué indicaciones les darían a ellos para orientarlos a la salida? (ver sección 5.2.2: Módulo II, actividad 17)

⁵³ Aunque en esta tesis no se considera, es importante tomar en cuenta la necesidad de sensibilización e inclusión por parte de quienes se encargan de la elaboración de rutas de evacuación y señalización para personas con discapacidad visual. Esta podría ser una temática a estudiarse en otra investigación.

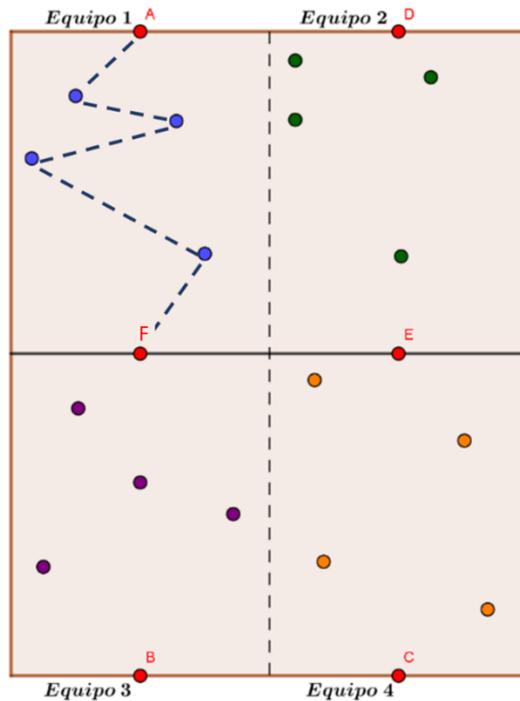


Figura 6.18. Rutas de desplazamiento en el patio de la escuela

La maestra llevó a cabo la actividad en el patio de la escuela organizando a los niños por parejas, donde uno de ellos daba instrucciones y el otro, las seguía. Las rutas empezaban en puntos A, D, F, E y terminaban en puntos F, E, B, C, respectivamente (Figura 6.18). En la Figura 6.16, los círculos en azul, verde, morado y naranja representan puntos por los cuales debían pasar los estudiantes –señalizados con conos de colores (ver Figura 6.18 y Figura 6.19) o paliacates sobre el suelo–; es decir, que un estudiante para ir, por ejemplo, del punto A al punto F, debía recorrer la ruta trazada para el Equipo 1 en la Figura 6.18.

En esta actividad, quien seguía las instrucciones tenía los ojos vendados y debía desplazarse por toda la ruta indicada; quien daba instrucciones debía asegurarse que su pareja pasara por los puntos indicados, a través de indicaciones verbales claras.



Figura 6.19. Desplazamientos en el mesoespacio

A continuación, se describen dos ejemplos para ilustrar cómo el proceso de construcción/uso de dos sistemas de referencia conviven simultáneamente.

6.2.2.1. Mario transita de un sistema egocéntrico a uno intrínseco

Mario estaba a la izquierda de su compañero David y ligeramente girado a su derecha (la de Mario, ver Figura 6.20). Inicialmente Mario parece situarse en un sistema egocéntrico, ubicándose en ese mesoespacio desde la posición de David. Para ello, levanta su mano derecha (ver Figura 6.20.a), ubica esa dirección y así reconoce cuál es la dirección necesaria (la izquierda) para dar la instrucción. Al dar las instrucciones a su compañero, Mario muestra algunas dificultades para reconocer izquierda-derecha, cuando le dice a David: “Gira hacia... No, gira hacia la derecha, que diga izquierda”. Esto también confunde a David, ya que gira a la derecha (ver Figura 6.20.b) y luego intenta confirmar la instrucción con Mario. Mario confirmó que el giro era hacia la izquierda, identificando las direcciones desde el cuerpo de su compañero al decir: “Gira hacia la izquierda, tu izquierda, tu mano izquierda”, situándose así en un sistema intrínseco.



Figura 6.20. Indicaciones de Mario a David, y los puntos del recorrido

A continuación, Mario da nuevas instrucciones para ajustar el recorrido de su compañero, indicándole retroceder dos pasos, de tal manera que se acercara al cono naranja, (ver Figura 6.20.c). En este episodio se identifica cómo Mario transita entre dos sistemas de referencia: del egocéntrico al intrínseco (Levinson, 1996). En el primero, cuando reconoce su propia derecha para identificar su izquierda: mientras que en el segundo sistema (Mario, apoyado en el poste mientras su compañero se desplaza –ver Figura 6.20.d), cuando se posiciona como su compañero y reconoce hacia donde sería el giro de aquel.

6.2.2.2. Karen construye un sistema de referencia intrínseco

La siguiente pareja estaba conformada por Karen, quien daba las instrucciones, y Vicente, quien las seguía. La Figura 6.21 ilustra las relaciones espaciales de esta pareja, mostrando su recorrido, con la secuencia de movimientos en las imágenes a–d. Para seguir la representación del desplazamiento es necesario aclarar que las letras A, B, C y D, de la parte superior de la Figura 6.21, corresponden a las letras de las Figura 6.21.a y Figura 6.21.c.

Karen dió a Vicente las siguientes instrucciones: “Gira a tu derecha, da dos pasos grandes, gira a la izquierda y da un paso grande” (ver el desplazamiento de Vicente en la parte superior de la Figura 6.21). Al parecer, Karen se situó en un sistema de referencia intrínseco, pues daba las indicaciones considerando la posición de su compañero en relación con el punto al que él debía llegar; para poder verbalizarlos correctamente, ella tuvo que desplazarse con él (ver Figura 6.21.a y Figura 6.21.d).

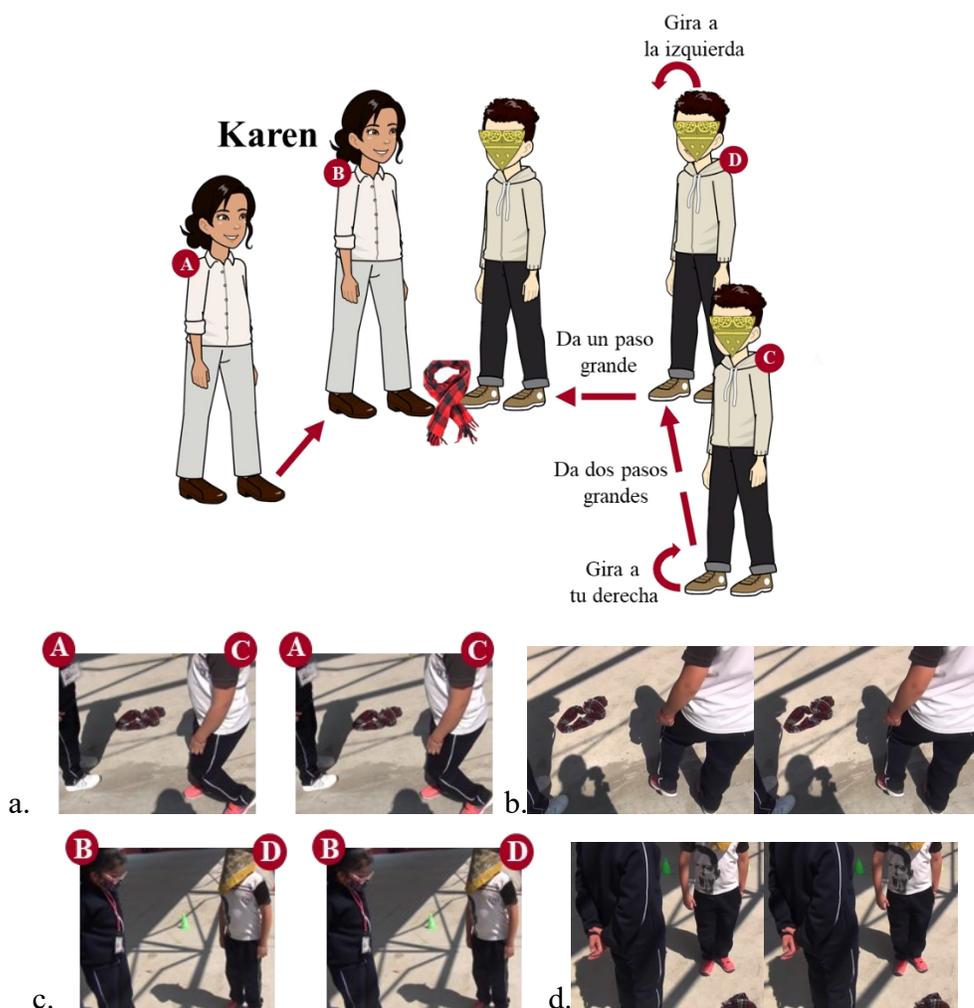


Figura 6.21. Indicaciones de Karen a Vicente con la secuencia de movimientos en el recorrido

En esta actividad los niños mostraron un uso de elementos de sistemas de referencia, como: giros a la izquierda o derecha (centrados en sí mismos o desde la posición de su compañero); y la dirección y cantidad de pasos para desplazarse. Respecto a la dirección para indicar correctamente los giros, se identificaron confusiones entre derecha e izquierda. Esta confusión la interpretamos como parte del proceso para transitar de un sistema egocéntrico a uno

intrínseco, pues implica, a quien da las instrucciones, establecer “constantemente” relaciones entre objetos y sujetos que no son inferidas desde su propio punto de vista, sino requiere poder posicionarse como un elemento del sistema y reconocer la ubicación de uno de los elementos en relación con el otro.

Durante el intercambio entre parejas de estudiantes, la maestra escuchó con atención las indicaciones dadas y les reiteró la importancia de ser específicos. Por ejemplo, en la instrucción “girar a la izquierda” (o “a la derecha”) era necesario mencionar con relación a qué/quién lo estaban diciendo: podía ser con relación a algún objeto, con relación al sujeto que se mueve, o con relación al sujeto que da la indicación.

En la actividad de desplazamiento en el patio de la escuela, los estudiantes ejecutaron las siguientes acciones:

- *Localizar* objetos en el patio de la escuela.
- *Orientarse* y orientar a quien sigue las indicaciones de desplazamiento.
- *Trazar la trayectoria* que debe seguir quien se desplaza de tal forma que inicie y termine en los puntos de partida y llegada asignados, y que pase alrededor de todos los conos.
- Usar un sistema de referencia para establecer la posición y ubicación del sujeto quien se desplaza para relacionarlo con los objetos y el espacio en el cual se encuentra, es decir *tomar perspectiva*.

6.2.3. Construcción y uso de sistemas de referencia en LightBot

Con el propósito de que los estudiantes se familiarizaran e interpretaran representaciones tridimensionales, y observar qué sistemas de referencia construyen al utilizar representaciones digitales 3D, se usó el juego LightBot. Los softwares educativos o juegos digitales que contienen representaciones del espacio en 2D o 3D ofrecen oportunidades para visualizar objetos tridimensionales, reconocer secciones transversales e identificar las diversas perspectivas de dichos objetos. Respecto al tamaño del espacio en LightBot (ver Figura 6.22), lo consideramos como un microespacio, ya que el usuario puede percibirlo directamente, además de manipularlo, aunque, en este caso, a través de comandos. Es decir, a diferencia del microespacio que tiene cubos de madera, en LightBot la manipulación no es física, sino que se

lleva a cabo mediante instrucciones dadas al sprite. Estas instrucciones permiten al sprite moverse en la dirección y sentido para pasar y llegar por los puntos marcados.

LightBot es un juego que usa un sprite (robot) controlado por secuencias de comandos (↑ [Adelante], 💡 [Bombilla], ↶ [GiraIzquierda], ↷ [GiraDerecha], 🪜 [Salta] –que se introducen arrastrándolos a un área de comandos o dando click sobre ellos), para moverse de una baldosa a otra y pasar por todas las baldosas azules asignadas aleatoriamente por el software (Figura 6.22). Cuando el sprite llega a una baldosa azul, el usuario usa el comando Bombilla para indicar que se alcanzó ese objetivo cambiando su color a amarillo, y luego continúa desplazándose a otra baldosa azul (hasta que todas las baldosas azules hayan cambiado de color). La interfaz de este juego, que se muestra en la Figura 6.22, junto con la explicación del funcionamiento de los comandos, está en vista isométrica una perspectiva que también se emplea en algunos planos de evacuación.

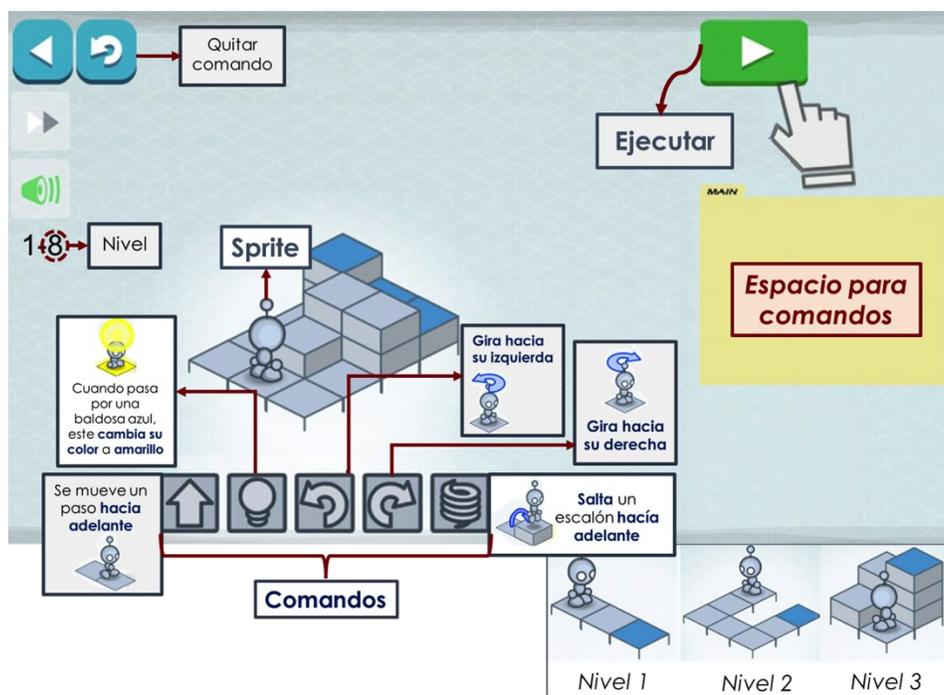


Figura 6.22. Interfaz, niveles y comandos de LightBot

La maestra dividió al grupo en dos: una mitad de los estudiantes realizó desplazamientos en el patio de la escuela (ver la sección 6.2.2.2), mientras la otra mitad trabajó en el aula con LightBot. Para llevar a cabo la actividad con el juego LightBot (ver sección 5.2.2: Módulo II, actividad 18), se utilizaron 5 teléfonos celulares y una tablet. En la primera sesión de

LightBot, la maestra tuvo que gestionar la colaboración entre cada pareja de alumnos, para que todos pudieran apropiarse del uso de este juego.

A continuación, se presentan tres ejemplos representativos de lo realizado por los niños en LightBot (en los niveles 4 y 6 de dificultad), donde se ilustra cómo construyeron sistemas de referencia descentrados al explicar el movimiento del sprite, junto con el lenguaje que utilizaron en la actividad.

6.2.3.1. Explicando el movimiento del sprite: construcción y uso de sistemas de referencia descentrados

Primer ejemplo: Luis explica el desplazamiento del sprite desde una perspectiva descentrada

Durante la primera sesión, Luis explicó cómo él y su compañero completaron el Nivel 4 en LightBot. Durante su explicación, reinició el nivel del juego para narrar, paso a paso, la estrategia que utilizó para mover el sprite. Las indicaciones de Luis fueron las siguientes:

“Primero, ahí, para que vaya a dar la vuelta [a la izquierda –Figura 6.23.a]. Después, un salto [usó el comando Salta para subir un escalón]. Después, otro salto [usó el comando Salta para subir un escalón más –Figura 6.23.b). Ah, ya me acordé, otro salto [usó el comando Salta para subir otro escalón más –Figura 6.23.c). Ah, ya me acordé, vuelta [usó el comando GiraDerecha –Figura 6.23.c); [avanzar] dos pasos [usó el comando Adelante –dos penúltimos comandos de la Figura 6.23.d]; y una así [se refiere al comando Bombilla –último comando de la Figura 6.23.d– que indica que llegó al objetivo]”.

Observamos que Luis dirige al sprite reconociendo su posición, y el camino que recorre. Además, vincula estos movimientos con los comandos introducidos en el juego (en el espacio de comandos en imágenes de la Figura 6.23), aunque sólo utiliza términos como “giros” y “saltos”, sin mencionar explícitamente las direcciones “izquierda” o “derecha”, ni especificar el número de pasos que tiene que avanzar el sprite.

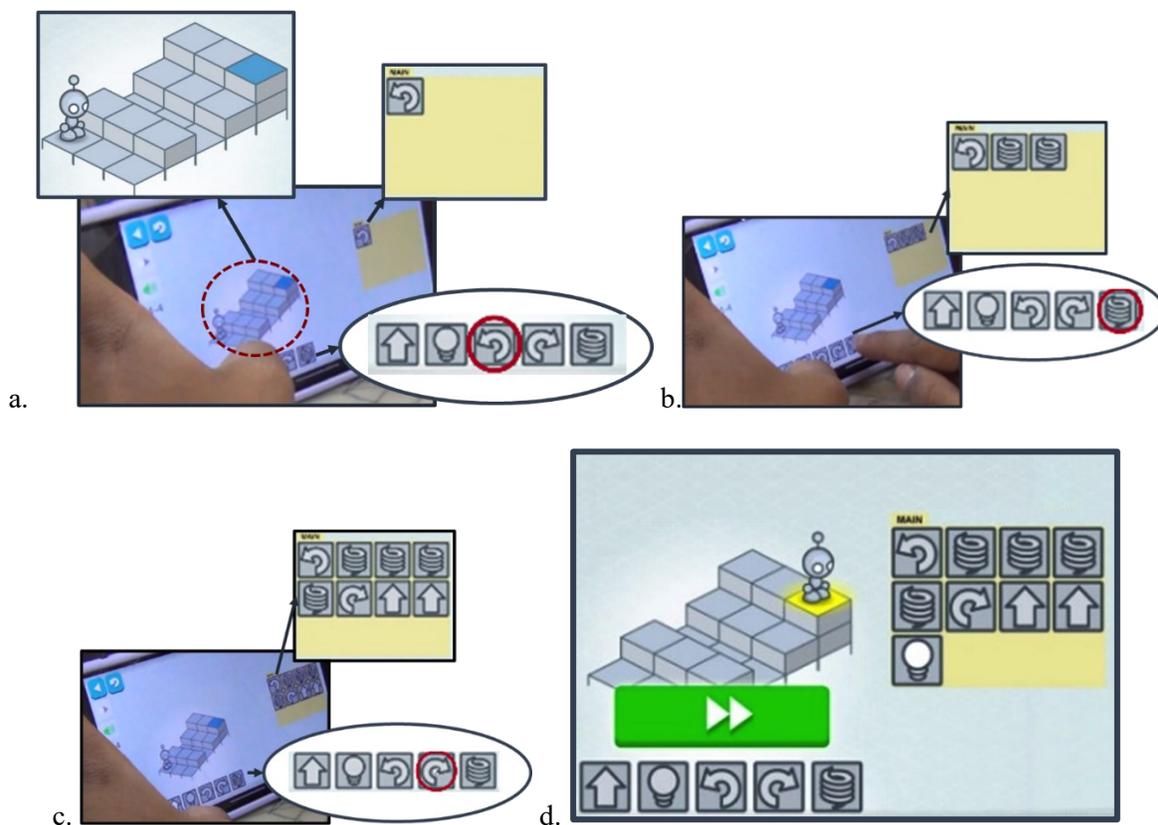


Figura 6.23. Explicación de Luis de los desplazamientos del sprite en LightBot

Consideramos que Luis usa un marco de referencia descentrado, construido durante los niveles anteriores del juego, porque ahora piensa en términos de la perspectiva del sprite. En algunos casos, la derecha y la izquierda del sprite son opuestas a las de Luis. Creemos que por tanto, Luis explica los movimientos del sprite refiriéndose sólo a “giros”, pero vinculando los comandos con los movimientos del sprite.

Algunos estudiantes, como Luis, pudieron relacionar los comandos del LightBot con los movimientos del sprite; otros no (por eso la maestra, como ya se mencionó, tuvo que intervenir en las interacciones entre las parejas).

Segundo ejemplo: Jorge exhibe una perspectiva descentrada al ayudar a Nicolás

Durante la primera sesión, Jorge y Nicolás trabajaron juntos en el Nivel 6 del juego. La Figura 6.24.a muestra cómo el sprite comienza su trayectoria desde el punto indicado por la flecha roja y debe pasar por las dos baldosas azules. Inicialmente, Nicolás usó los dos comandos, Salta y Adelante: el primero para que el sprite realizara un salto y el segundo para que avanzara una baldosa. En términos de sistemas de referencia, consideramos que Nicolás

estaba comenzando a construir uno descentrado, ya que fue capaz de interpretar el movimiento del sprite según su posición para alcanzar las baldosas azules. Sin embargo, todavía no entendía que el comando Salta mueve al sprite un paso adelante y un paso hacia arriba (pensó que solo saltaba).

Jorge apoyó a Nicolás explicándole cómo funcionaban los comandos y sugiriéndole que probara la subsecuencia Salta y Adelante para controlar los movimientos del sprite (Figura 6.24.a). Jorge entendía cómo funciona el comando Salta: el sprite salta un nivel hacia arriba y avanza una casilla; por lo tanto, no era necesario incluir el comando Adelante como lo estaba haciendo Nicolás. Jorge le explicó esto a Nicolás y Nicolás le quitó el comando Adelante. Entonces Jorge le dijo a Nicolás que el sprite tenía que girar para apuntar hacia la primera baldosa azul, por lo que debía añadir un comando de giro a la izquierda (ver Figura 6.24.b).

Posteriormente, Jorge le dijo a Nicolás que utilizara, en la interfaz de Lightbot, el comando Ejecuta (el botón verde con un triángulo blanco –ver Figura 6.22) que corre los comandos del área de comandos, para poder visualizar los movimientos del sprite y asegurarse de que este se mueva correctamente. Nicolás siguió las instrucciones de Jorge y confirmó que las órdenes que utilizó eran las apropiadas (Figura 6.24.b), lo que le permitió entender algunos comandos de LightBot.

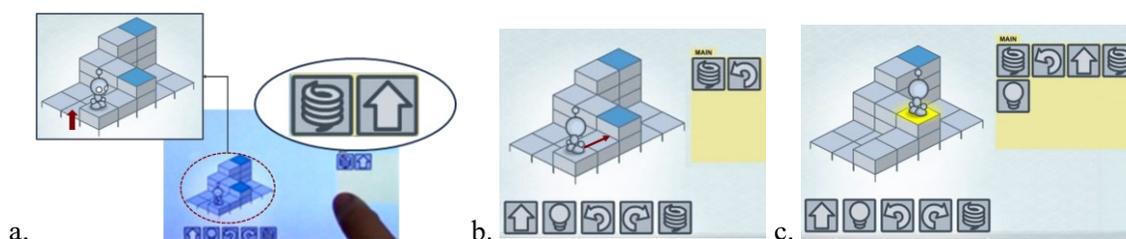


Figura 6.24. a) Primeros comandos usados por Nicolás para mover el sprite en el Nivel 6.
b) Nicolás corrige el movimiento del sprite después de seguir las instrucciones de Jorge.
c) Nicolás utiliza el comando Bombilla para cambiar el color de la baldosa azul a amarillo

En este punto, el sprite debía subir a la primera baldosa azul (ver flecha roja en la Figura 6.24.b), por lo que Jorge le dio las siguientes indicaciones a Nicolás: “Este [apuntando al comando Adelante], brinco y luz (dos últimos comandos de la Figura 6.24.c); a ver,

pruébalo” [Nicolás lo prueba]. Con estas instrucciones, el sprite llegó a la primera baldosa azul y con el comando Bombilla, cambió el color de la baldosa a amarillo (Figura 6.24.c).

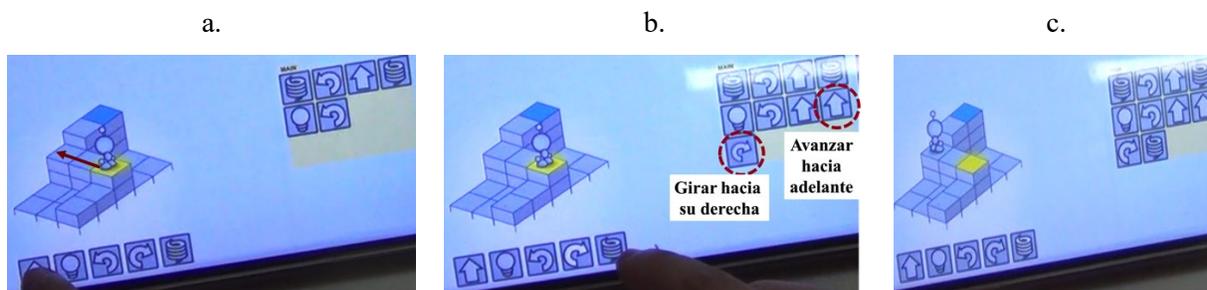


Figura 6.25. Nicolás completa el sexto nivel de dificultad del juego

Al ver Jorge que funcionaban bien los comandos, le indicó a Nicolás que añadiera el comando de giro (para que el sprite girara a la izquierda). Nicolás siguió la indicación de Jorge y dijo: “Ahora lo pruebo”, para verificar que el sprite girara en la dirección correcta (en la dirección de la flecha de la Figura 6.25.a). Al ver que funcionó bien, dijo: “Ahora este” [refiriéndose al comando Adelante –ver Figura 6.25.a]. Jorge completó la instrucción diciendo: “Uno más [comando Adelante] y giro aquí [comando GiroDerecha]” (ver Figura 6.25.b). Nicolás introduce los comandos y al ver que el sprite ya está en dirección de la segunda baldosa azul, adiciona él mismo, el comando Salta (ver Figura 6.25.c).

Jorge usó un sistema de referencia descentrado; al estar como observador externo, reconoció el desplazamiento del sprite y lo ubicó según la interacción de este con su entorno (la interfaz de LightBot). Es posible que Nicolás pudiera haber estado construyendo o usando un sistema de referencia descentrado, a partir de su interacción con Jorge, ya que al parecer logró relacionar los movimientos del sprite con el entorno de este en LightBot. Esto se observó, en particular, cuando Jorge sugirió "giro", sin especificar una dirección, y Nicolás supo hacia donde debía girar el sprite, utilizando el comando adecuado. Así, la interacción con Jorge, no solo le permitió a Nicolás comprender el funcionamiento de los comandos y el proceso de ejecución del programa, sino también saber desplazar al sprite en la dirección correcta.

Tercer ejemplo: colaboración grupal para desplazar al sprite

La siguiente actividad fue tener una sesión grupal con LightBot (proyectando la versión de LightBot para navegadores). La maestra dividió la clase en dos grupos de 10 participantes

cada uno. El propósito era favorecer que los niños tuvieran que expresarse, utilizando lenguaje (en lugar de introducir comandos directamente), para comunicar los movimientos del sprite.

La dinámica consistía en que un participante de cada grupo daba la instrucción (el comando) de un movimiento específico que debía realizar el sprite, para que la profesora lo ejecutara. Si la instrucción resultaba en un movimiento correcto, el grupo ganaba un punto, y era el turno del otro grupo. Antes de ejecutar el comando dado por el grupo en turno, la maestra consultaba a la clase para reflexionar si las indicaciones eran correctas.

La Figura 6.26 ilustra dos rutas del sprite (indicadas por líneas punteadas en rojo), desde el punto de partida (indicado en verde) hasta su meta: la ruta de Ricardo y una correcta. Como se explica más abajo, en esta actividad se identificaron dificultades relacionadas con el lenguaje para referirse a giros, y para reconocer la izquierda o la derecha del sprite.

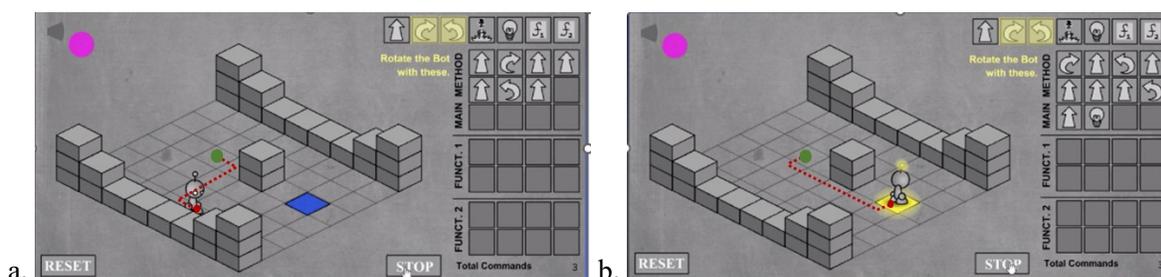


Figura 6.26. Rutas de desplazamiento del sprite en LightBot para navegador de computadora: a) la de Ricardo; y b) un posible desplazamiento correcto

Ricardo dio las siguientes indicaciones para desplazar al sprite (ver Figura 6.26.a): “A la derecha, un paso, otro paso, otro paso, [a] la izquierda, un paso”. Después de que la maestra las ingresó en LightBot y se observaron los movimientos del sprite, Ricardo reconoció el error en los giros que había indicado, explicando que esos eran los comandos que se debían cambiar. Si las instrucciones de giro hubieran sido “izquierda” en lugar de “derecha”, y viceversa, la ruta obtenida habría logrado un desplazamiento del sprite hacia un punto más cercano a la meta (comparar Figura 6.26.a con la Figura 6.26.b). Es posible que Ricardo, al reconocer la posición del sprite en la interfaz de LightBot, estuviera desarrollando un sistema de referencia descentrado.

Posteriormente, Luis, quien había exhibido previamente (ver Primer Ejemplo) un sistema de referencia descentrado, dio instrucciones con los comandos que aludían a la posición del sprite. Sus indicaciones fueron las siguientes:

“El segundo [comando, en la lista de estos⁵⁴, que corresponde a GiraDerecha]; un paso adelante; después, va el tercero [que corresponde a GiraIzquierda]; después avanza cuatro cuadros, dar giro al tercero [GiraIzquierda]; y avanzar un cuadro y el foco”.

Conclusiones sobre los ejemplos presentados

En los ejemplos se observa cómo los estudiantes vinculan el movimiento del sprite con los comandos/símbolos en relación con la posición y ubicación de este en el entorno de LightBot. De esta manera, ellos van *construyendo* sistemas de referencia descentrados, para luego usarlos. Además, adquieren habilidades iniciales de programación: verificar procedimientos para una ejecución exitosa del programa e identificar qué comando debe modificarse para corregir una instrucción errónea.

Sin embargo, en términos de lenguaje, como se observó en los tres ejemplos presentados, los estudiantes tienden a evitar el uso de los términos izquierda o derecha, ya sea refiriéndose a la posición de los comandos, o usando simplemente la palabra “giro”. Usar los términos izquierda o derecha de dirección, no es trivial para los niños dado que les implica asociar los siguientes elementos del sistema de referencia de LightBot: el plano en el cual se mueve el sprite, la ubicación y orientación del sprite, la palabra que indica el giro y el comando/símbolo del programa que genera directamente el movimiento del sprite. Además, estos elementos son externos a los niños, implicándoles establecer relaciones espaciales sin ellos estar directamente incluidos en dicho sistema.

Aún así, en términos generales, las actividades con LightBot posibilitaron las siguientes acciones de los estudiantes:

- *Situar, orientar y localizar* al sprite en el entorno en el cual debía desplazarse.
- *Trazar la trayectoria* que debe seguir el sprite de tal forma que inicie y termine en los puntos de partida y llegada correspondientes, pasando por todos los cuadros azules.

⁵⁴ La referencia al 'segundo' y al 'tercero' se relaciona con el segundo y tercer comandos, GiraDerecha y GiraIzquierda, respectivamente, los cuales se encuentran sombreados en amarillo en la esquina superior derecha de las imágenes de la Figura 6.26.

- *Construir* y usar un sistema de referencia descentrado con el objetivo de *establecer la posición y ubicación del sprite* para relacionarlo con los objetos y el espacio en el cual se encuentra; es decir, *tomar perspectiva*.

6.2.4. Reconociendo rutas en un macroespacio, usando Google Maps

El uso de Google Maps tiene como objetivo que los estudiantes reconozcan macroespacios conocidos y hagan recorridos virtuales por dichos espacios (ver sección 5.1.2: Módulo I, actividad 10).

La actividad inicial consistió en ingresar la dirección de la casa de cada estudiante en Google Maps, y pedir las indicaciones para llegar allí desde la ubicación de la escuela, para visualizar la ruta a seguir. Enseguida se describe cómo uno de los niños comparó la ruta que recorría habitualmente desde su casa hasta la escuela, con la mostrada en Google Maps.

6.2.4.1. Verificando una ruta de la escuela a la casa: el caso de Vicente

Cuando Vicente generó con Google Maps la ruta de la escuela a la dirección de su casa, observó que la obtenida por la aplicación no lo llevaría a su hogar. Ante esta situación, Vicente explicó las razones por las cuales reconoció que el lugar marcado por Google Maps era incorrecto.

- 1. Maestra:** ¿Por qué sabes que esta no es tu dirección?
- 2. Vicente:** Porque mi dirección va hacia arriba [...] o sea saliendo de la escuela [ver Figura 6.27.a], para arriba [ver Figura 6.27b], para acá [ver Figura 6.27c, mueve las manos indicando que es hacia la derecha].
- 3. Maestra:** Tú estás acá en la escuela, ¿cierto?, ¿la entrada es esta de acá, cierto? [la maestra señala en Google Maps los puntos a los que refiere], ¿por dónde te vas?
- 4. Vicente:** Por donde los taxis y después para arriba. Luego, por la croquetería para un lado; después, al frente. Después, al otro lado todo derecho y, después, arriba poquitito y ya llego a mi casa.

[Fragmento 6.5]



Figura 6.27. Movimientos que el estudiante hace recordando el espacio que recorre

Vicente usó Google Maps para identificar los puntos por los que pasa en su ruta diaria de su casa a la escuela. Él logró *reconocer*, en la vista superior de Google Maps, que esta no correspondía con la ruta que recorría hasta su casa (ver líneas 2 y 4, Fragmento 6.5). De esta manera, él *construyó* un sistema de referencia egocéntrico para *imaginar* su ruta, y a la vez, *construyó* un sistema de referencia descentrado al *comparar* (como tercera persona) su conocimiento del espacio físico con la representación en el mapa dinámico.

6.2.4.2. Reconstrucción de una ruta de desplazamiento

La maestra intentó que los estudiantes fueran más precisos al momento de dar indicaciones de desplazamiento. Para ello, se refirió a la ubicación de la casa de Renata, que la mayoría de los estudiantes conocía porque era la más cercana a la escuela. La indicación que dio la maestra fue: “¿Cómo harían para decirle a otra persona cómo llegar de la escuela a la casa de Renata?, ¿qué indicaciones le darían?” Algunos estudiantes decían: “que siguiera derecho”, “que siguiera derecho hacia la derecha”, La maestra hizo reflexionar a los niños sobre las implicaciones de seguir esas instrucciones, ya que dependiendo de la ubicación de la persona, la derecha puede ser cualquier dirección y “seguir derecho” no da información sobre en cuál calle se debe girar o cuántas calles hay que caminar. En particular, la maestra, les pidió considerar que si el sujeto está en la puerta principal de la escuela y mirando hacia la calle, qué pasaría con la primera indicación. A continuación, se presentan las respuestas de los niños ante las preguntas de la maestra de hacia dónde se dirigiría el sujeto y cuáles serían las siguientes instrucciones.

1. **Luis:** A la derecha.
2. **Maestra:** [Y ¿cuál sería la] siguiente instrucción, Mario?
3. **Mario:** Hasta la base de taxis y gira a la izquierda.
4. **Maestra:** Llegamos a la base de taxis y después ¿qué le digo?
5. **Vicente, Luis, Mario:** Gira a la izquierda.

6. **Maestra:** Hacia la izquierda, ¿cierto? Y, después, ¿qué le digo?

7. **Luis:** Que camine hasta la tienda de abarrotes.

[Fragmento 6.6]

En el Fragmento 6.6 se evidencia que los estudiantes usan un sistema de referencia egocéntrico (Tversky y Hard, 2009), pues van describiendo la ruta de desplazamiento visualizando los lugares que son conocidos para ellos, usando puntos de referencia y precisando si los giros deben ser a la derecha o a la izquierda.

Google Maps, además de mostrar rutas de desplazamiento, también proporciona información sobre el tiempo y la distancia necesarios para el recorrido entre dos puntos determinados. En una de las actividades propuestas, los estudiantes usaron esta información para identificar quiénes tardarían más en llegar a la escuela (el recorrido inverso) en función de la distancia calculada por Google Maps. A partir de esta experiencia, los estudiantes lograron establecer conexiones entre la distancia y el tiempo, y estimar distancias y tiempos sin el uso de Google Maps.

Al interactuar con Google Maps y llevar a cabo las actividades asignadas, los estudiantes ejecutaron las siguientes acciones:

- *Visualizar y comparar* la ruta y el desplazamiento que efectúan de la escuela a la casa y viceversa para reconocer que la ruta y la posición de la casa mostradas por Google Maps eran las indicadas.
- *Relacionar* los espacios y rutas mostradas en Google Maps con los verdaderos espacios físicos correspondientes y con las rutas conocidos por ellos.
- *Localizar* espacios y objetos en Google Maps que les son conocidos físicamente porque los han recorrido o conocido.
- *Orientarse y trazar trayectorias* de desplazamiento en Google Maps de la escuela a la casa.
- *Usar y/o desarrollar un sistema de referencia* para establecer la posición y ubicación de un sujeto que se desplace en un espacio representado en Google Maps.

6.2.5. Acciones asociadas a la construcción de sistemas de referencia

Como se ilustró en esta sección 6.2., los estudiantes construyeron y usaron sistemas de referencia acordes con cada actividad y los recursos disponibles. Una característica

identificada como común en los tres espacios explorados (los micro- con los módulos multicubo y de cierta manera con LightBot; el meso- del patio de la escuela; y el macro- de la ruta entre la escuela y sus casas) es que los estudiantes usaron o *construyeron un sistema de referencia egocéntrico*. Ellos tuvieron que ubicarse como el observador por lo cual pudieron describir la posición y ubicación de los objetos en primera persona.

Particularmente en LightBot, *construyeron un sistema de referencia descentrado*, pues describieron las relaciones espaciales entre los objetos de esta interfaz desde la perspectiva del sprite; es decir, dieron los comandos de desplazamiento del sprite como si fuera una tercera persona. Es posible que, para construir este sistema, primero se hayan posicionado como el sprite (sistema de referencia egocéntrico), pero no se cuenta con suficiente evidencia para afirmarlo.

En los desplazamientos en el patio de la escuela, algunos *construyeron sistemas de referencia intrínseco*, pues se fijaron en las relaciones entre los objetos/sujetos con el entorno en el que se encontraban.

En todo caso, las actividades propuestas en los tres espacios implicaban que los estudiantes *se orientaran, u orientaran a otros objetos/sujetos*.

En términos de las acciones que ejecutaron en los distintos tamaños del espacio, notamos lo siguiente: En el microespacio, *comparaban y relacionaban* las representaciones cuando elaboraban construcciones con los módulos multicubo. En el mesoespacio, en los desplazamientos por el espacio físico del patio de la escuela, los estudiantes *localizaban/ubicaban* la posición de sujetos y objetos. En el macroespacio visto en Google Maps, llevaban a cabo todas las acciones anteriormente mencionadas pero, al no tener acceso directo y global de este espacio, tenían que *visualizar* la ruta y los desplazamientos que hacen de la escuela a sus casas, para inferir si las rutas mostradas digitalmente por Google Maps eran correctas o no.

En la Figura 6.28, se muestran las relaciones entre dichas acciones en los distintos tamaños del espacio, cada uno con tono diferente, al usar y construir sistemas de referencia.

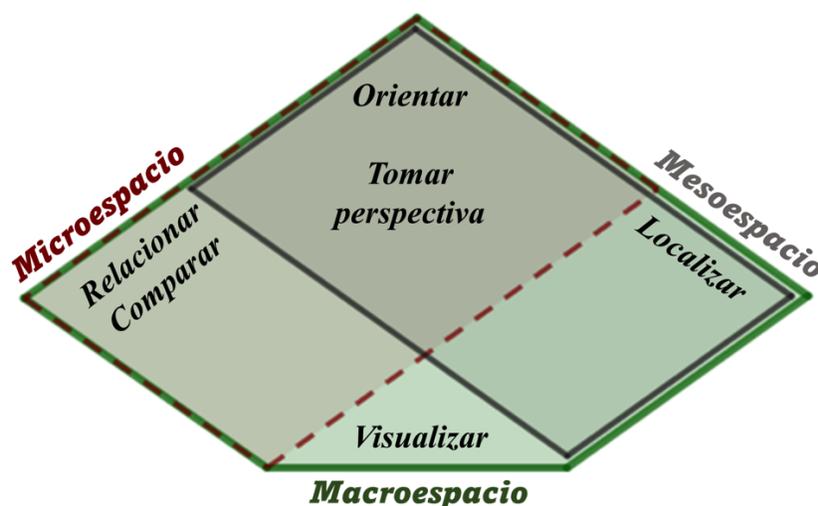


Figura 6.28. Acciones de razonamiento espacial involucradas en el desarrollo de sistemas de referencia

6.3. Construcción de representaciones de la vista superior de la escuela: tránsito entre los distintos tamaños del espacio

El producto final (ver sección 4.3.1) de la secuencia de actividades es la elaboración de un plano de evacuación de la escuela en caso de sismo. Dicho plano sería la representación de la vista superior, en este caso, de la escuela. Dado que esta vista no es directamente perceptible para los niños, se llevaron a cabo actividades en el microespacio y en un mesoespacio (el salón de clases), para *imaginar* y *representar* esa vista. Además, se usó Google Maps y Google Earth para *visualizar* la escuela vista desde arriba y medir el perímetro de la superficie ocupada, para así, poder representarla. En esta sección se describen las acciones de los niños relacionadas con el proceso de interpretación y representación de vistas superiores de micro- y mesoespacios. En el microespacio, los niños utilizaron módulos multicubo, mientras que en el mesoespacio visualizaron la vista del salón de clase y de la escuela. Para el caso de la escuela, usaron Google Maps y Google Earth para ver una representación de la vista superior y medir el perímetro de la escuela.

6.3.1. Reconociendo, en el microespacio, el todo y las partes de una construcción de módulos multicubo

En distintos puntos del salón se ubicaron cuatro mesas y, en cada una de ellas, se colocó una construcción diferente de módulos multicubo. Los equipos de estudiantes (5 o 6 integrantes) debían representar la vista superior de cada construcción en una hoja de trabajo. La maestra

indicó cómo podían ubicar su cuerpo respecto a la construcción para ver/percibir la vista superior del módulo multicubo correspondiente. Enseguida se describen las acciones de los estudiantes al llevar a cabo esta actividad.

- *Mover* la hoja, mientras la construcción permanece fija. Acomodar la hoja en la misma orientación que la construcción, posiblemente *estableciendo relaciones* de paralelismo entre los lados de la caja que contiene la construcción con los lados en la hoja (Figura 6.29).

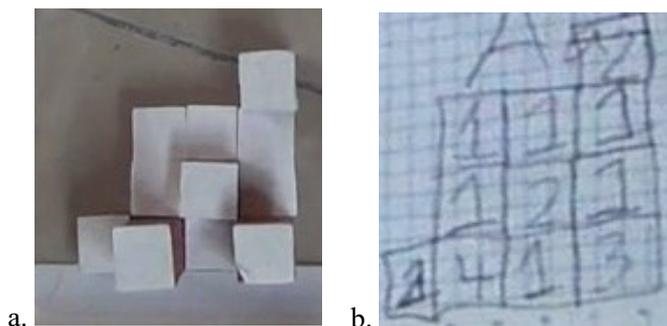


Figura 6.29. Representación de la vista superior de una construcción de cubos (Ejemplo 1)

- *Moverse* para reconocer la vista superior, frontal o la construcción de módulos multicubo en perspectiva trimétrica (ver definición en sección 3.3.2.1), mientras la construcción permanece fija.
- Reconocer la forma y/o las partes/el todo de la vista superior.
- *Descomponer* la construcción para contar todos los cubos: aquellos que están sobre el plano xy (nivel 1), y los que están en los niveles 2, 3 y 4 (ver Figura 6.30).
- *Representar* la forma y/o las partes/el todo de la vista superior manteniendo una aparente relación proporcional.

A continuación, se exponen nueve ejemplos para ilustrar diferentes maneras de reconocer y de representar una construcción con módulos multicubo; algunos de ellos ilustran las dificultades que los niños fueron experimentando en su proceso de aprendizaje.

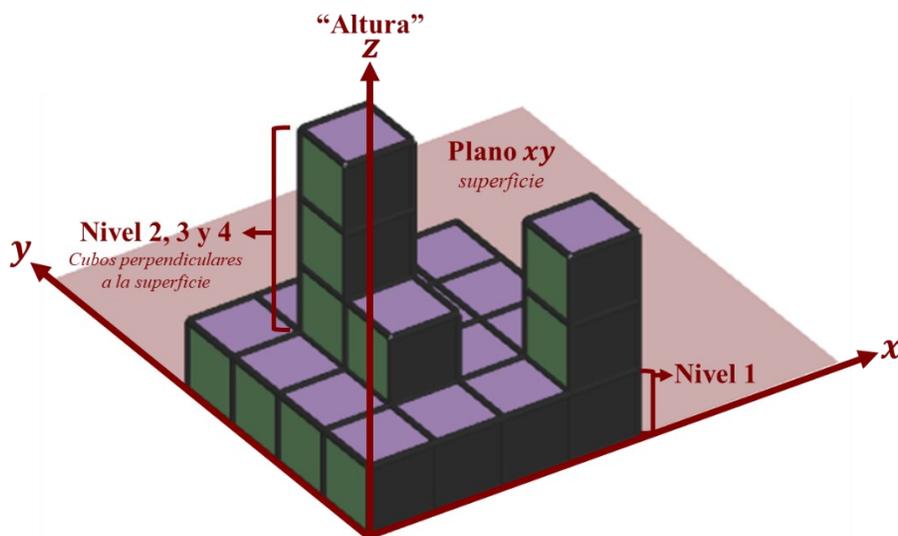


Figura 6.30. Convenciones para explicar las representaciones de los niños de los módulos multicubo

6.3.1.1. Identificando la forma y las partes

La Figura 6.29 arriba, muestra un primer ejemplo de aquellos estudiantes que *ubicaron* la hoja y la construcción con un módulo multicubo, en la misma dirección y sentido, por lo que lograron *reconocer* la cantidad de cubos perpendiculares al plano xy . Este caso ilustra que *identificaron* las partes (cantidad de cubos) que compone cada construcción y el todo. Además, *representaron* la forma de la vista superior.

6.3.1.2. Dificultades para reconocer la forma de la vista superior

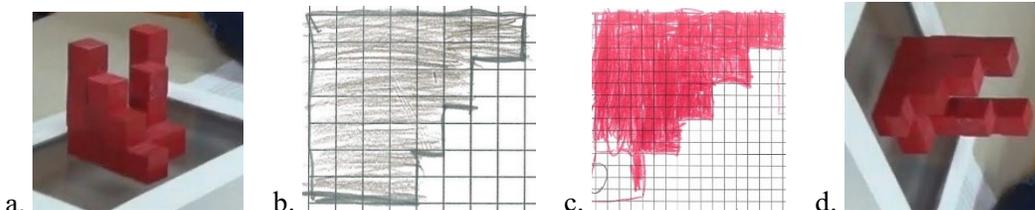


Figura 6.31. Representaciones de la vista frontal de un módulo multicubo (Ejemplos 2 y 3)

La Figura 6.31 muestra otro caso de un módulo multicubo (a), con dos ejemplos de sus representaciones (b y c), elaboradas por estudiantes que tuvieron dificultades para *reconocer* la forma de la vista superior de la construcción vista en la Figura 6.31.a. Ellos confundieron la vista superior y frontal, y, al parecer, no identificaron la cantidad de *partes* (los cubos), pues en la representación no hay divisiones que distingan las filas o columnas (cubos que están sobre la superficie en el plano xy) de la construcción. Sin embargo, en las imágenes b. y d. de

la Figura 6.31, se ve la conservación de la forma de escalera que tiene la construcción (como se muestra en la imagen rotada del módulo multicubo en la Figura 6.31.d). Aunque en la Figura 6.31.b, los escalones entre sí no son del mismo tamaño, en cambio, en la Figura 6.31.c, los escalones sí parecen tener el mismo tamaño (pero tal vez con un escalón de más).

6.3.1.3. Identificando la forma de la vista superior pero no de las partes

Al notar que algunos estudiantes tenían dificultades para reconocer la forma de la vista superior, la maestra colocó papel blanco sobre esta vista, tapando las caras superiores de los cubos (ver Figura 6.29). Pese a esta intervención, en algunas representaciones se observó un reconocimiento de la forma de la vista superior, pero no de las partes (conteo de cubos), como lo ilustran los siguientes dos ejemplos (Figura 6.32 y Figura 6.33).

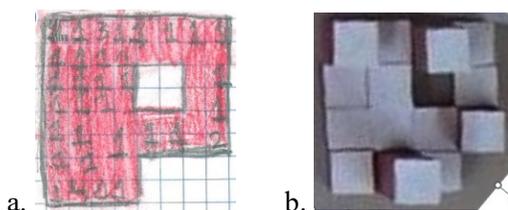


Figura 6.32. Un ejemplo de reconocimiento de formas de la vista superior (Ejemplo 4)

La Figura 6.32.a. muestra la representación de un estudiante de la construcción mostrada en la Figura 6.32.b.: se observa que mantiene la forma de la vista superior, pero no traza las divisiones que delimitan a las columnas perpendiculares al plano xy , y coloca números (tal vez de manera aleatoria) que no corresponden, ni con la cantidad de columnas, ni con la cantidad de cubos por columna xy .

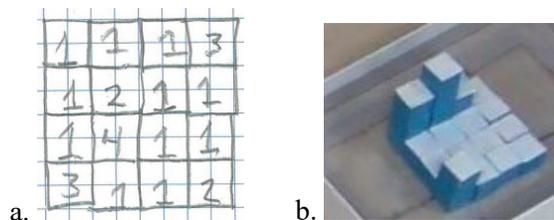


Figura 6.33. Otro ejemplo de reconocimiento de formas de la vista superior (Ejemplo 5)

En la Figura 6.33.a., se observa un cierto reconocimiento de la forma de la vista superior de la construcción de la Figura 6.33.b., porque se demarcan todas las divisiones que conforman las columnas perpendiculares al plano xy , pero se observa que el estudiante no logró identificar la *cantidad* de cubos en cada una de las columnas porque los números indicados son incorrectos.

6.3.1.4. Identificando las partes pero no el todo

Los siguientes tres ejemplos presentan evidencias de estudiantes que se fijaron en las partes y no en la forma como un todo.

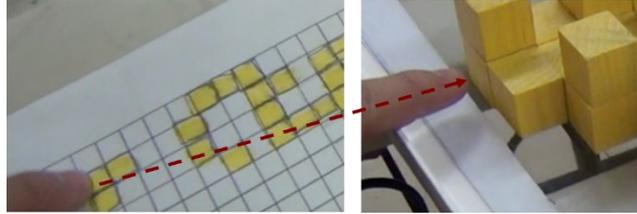


Figura 6.34. Reconocimiento de una parte la vista en la construcción de cubos (Ejemplo 6)

En el sexto ejemplo (ver Figura 6.34), las acciones del estudiante informan sobre la relación establecida entre la construcción y su representación, ya que al parecer el estudiante se *ubicó* viendo la construcción de frente y dibujó esta vista por partes.

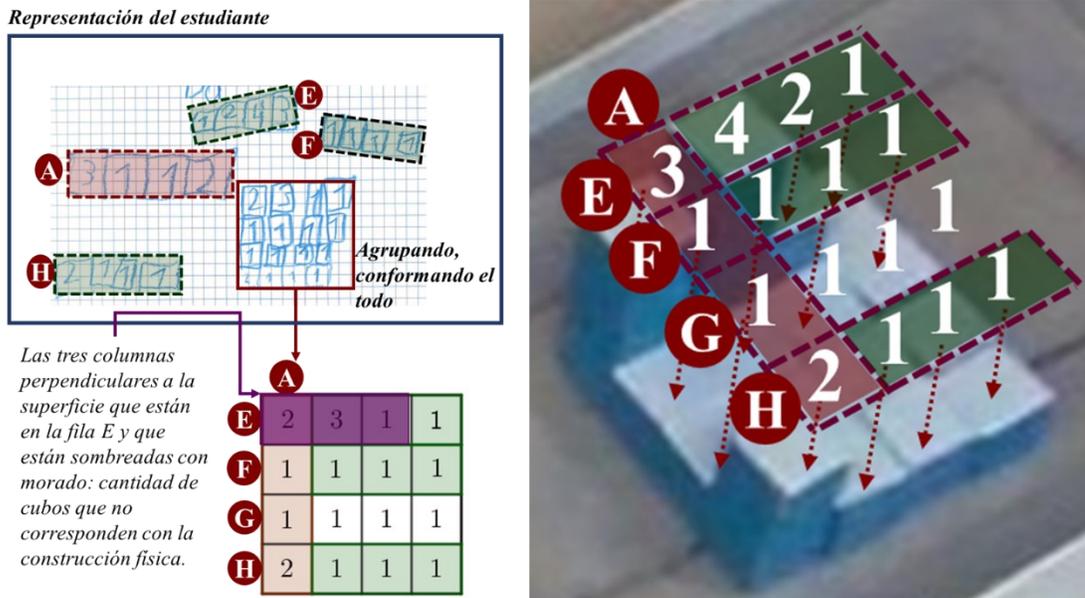


Figura 6.35. Proceso de reconocimiento de la cantidad de cubos (Ejemplo 7)

En el ejemplo siete (ver Figura 6.35) se muestra un proceso en el cual se reconocen las *partes de la construcción*, y a partir de esto, el estudiante intentó representar el *todo*. El estudiante determinó la cantidad de cubos en las columnas que son perpendiculares al plano xy ; lo hizo contando los cubos por separado de la columna A y las filas E, F y H (ver representación del estudiante en la Figura 6.35). Luego, este estudiante intentó agrupar las columnas perpendiculares al plano xy para mostrar la forma de la construcción observada, pero en su dibujo aún hay segmentación y la numeración de la fila E no corresponde. Es posible que el

estudiante haya confundido la columna A con la fila E (ver parte enmarcada en rojo “agrupando, conformando un todo” en la representación del estudiante en la Figura 6.35).

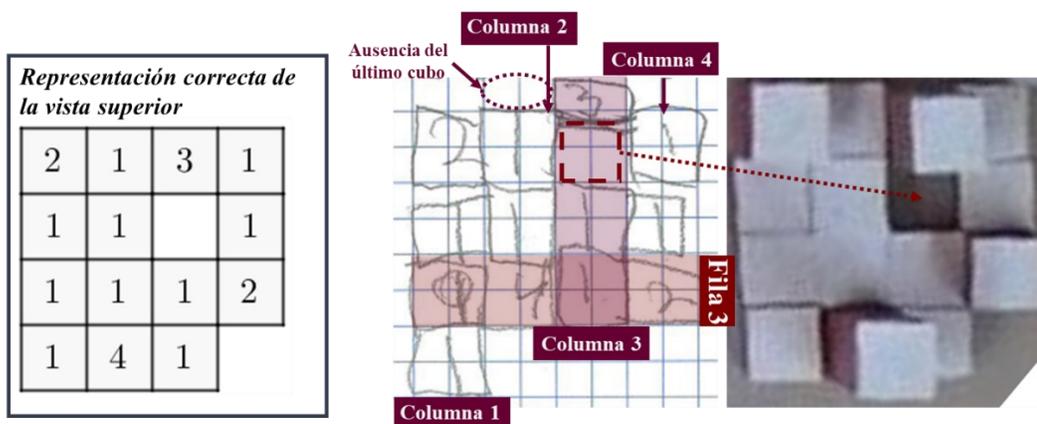


Figura 6.36. Representación de la vista superior de una construcción con cubos (Ejemplo 8)

En la representación de la Figura 6.36 (ejemplo ocho), se observa que el estudiante reconoció, en la mayoría de las columnas perpendiculares al plano xy , la cantidad de cubos que había; sin embargo, su representación no corresponde con la construcción. Como se muestra con la línea punteada, hay un hueco que él identificó; pero, también hay un “deslizamiento” aparente entre columnas perpendiculares al plano xy . Es posible que haya iniciado dibujando la columna 3, alineándola con los dos cubos en la intersección de la columna 4 y la fila 3, paralelas al plano xy ; y de esta forma, desplazó un cubo hacia arriba. Análogamente lo hizo con la columna 2, pero sin dibujar e identificar el último cubo (señalado en la parte encerrada). Los cubos de la columna 1 los identificó correctamente.

Derivado del análisis de las producciones de los estudiantes, se identificó una estrategia común, primero dibujaban la forma y luego colocaban la cantidad de cubos correspondientes a cada una de las columnas perpendiculares al plano xy .

6.3.1.5. Identificando las partes y el todo, pero en espejo

El último ejemplo (ejemplo nueve) de este apartado ilustra esta estrategia pues se evidencia que se reconoce la forma y las partes, aunque la representación es simétrica (en espejo) a la construcción (Figura 6.37). Solamente en una de las columnas no coincide el conteo de cubos (ver parte encerrada en la representación del estudiante en la Figura 6.37).

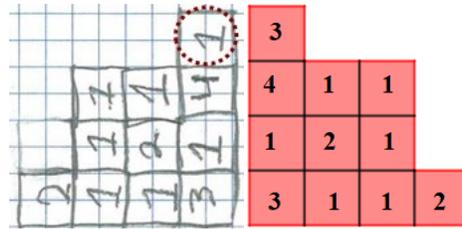


Figura 6.37. Reconocimiento de la forma y la simetría en sus partes (Ejemplo 9)

6.3.1.6. Conclusión de la sección sobre reconocimiento del todo y las partes en un microespacio

En esta sección se mostró el proceso de los estudiantes relacionado con la codificación de objetos geométricos compuestos por cubos, desde una vista superior. A pesar de que se observaron dificultades para reconocer la forma de la vista superior (todo) y de sus partes (la cantidad de cubos por columna, las divisiones para representar filas y columnas de la vista superior), se observaron ciertas estrategias emergentes. Dichas estrategias muestran tránsitos del todo a las partes, y viceversa, lo que permitió a los niños reconocer la forma para representarla, de manera que pudieron establecer ciertas relaciones entre objetos 3D y sus representaciones en el plano.

6.3.2. Visualizando los elementos de la vista superior del salón de clases

La siguiente actividad fue representar la vista superior del mesoespacio del salón de clase (ver sección 5.3.2: Módulo III, actividad 22) –un espacio que es familiar para los niños– con el propósito de elaborar un plano de evacuación. En total, los estudiantes realizaron tres versiones.

Inicialmente, la maestra les indicó: i) *medir* el largo y ancho del salón, ii) registrar esas medidas, e iii) *imaginar* su vista superior para, teniendo en cuenta las mediciones realizadas, dibujarla (*representar*).

6.3.2.1. Primeras representaciones de la vista superior del salón de clases

En las primeras versiones, las representaciones elaboradas por los niños reflejan el reconocimiento de objetos o lugares vistos lateral o frontalmente (ver Figura 6.38), más no desde la vista superior. Esta manera de representar este mesoespacio da cuenta de la ubicación del observador con relación a los objetos representados, pues no tiene acceso directo a la vista superior del salón de clase.

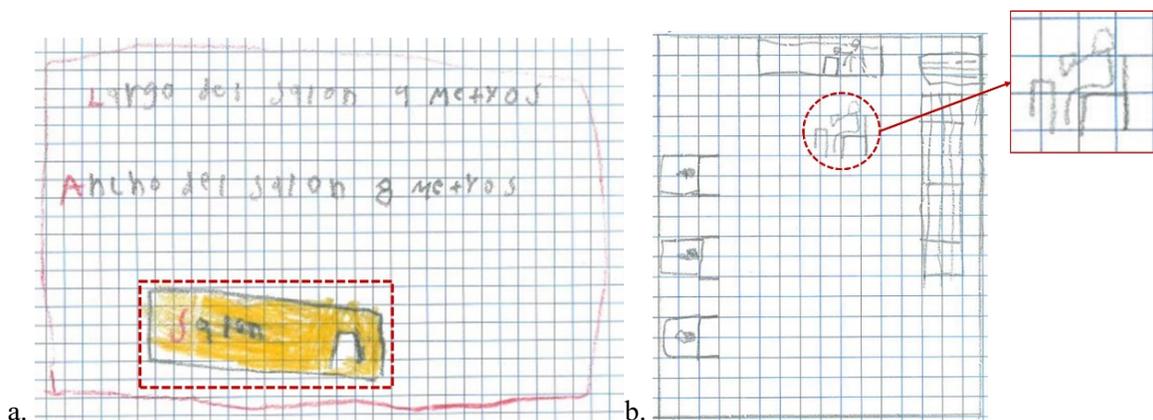


Figura 6.38. Representación de la vista lateral o frontal de espacios y objetos en el salón de clase

6.3.2.2. Segundas representaciones de la vista superior del salón de clases

Ante la situación anterior, la maestra diseñó una estrategia para impulsar a los niños a imaginar la vista superior: representar algunos de los elementos del salón en una plantilla (ver Figura 6.39).

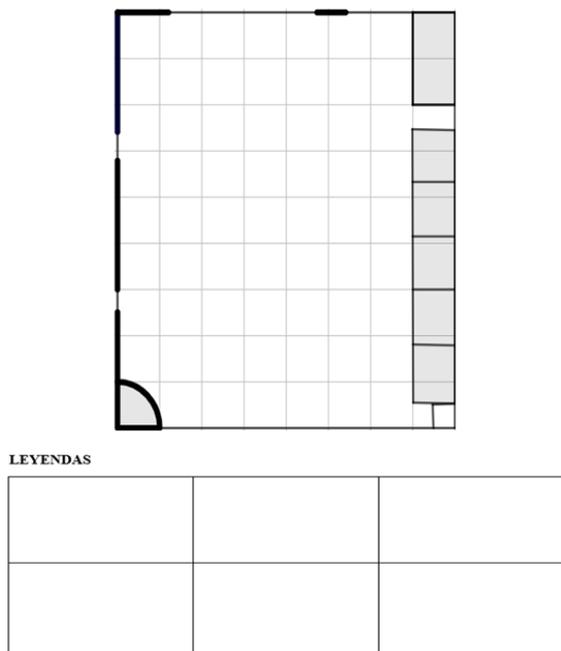


Figura 6.39. Ejemplo de la plantilla entregada para representar elementos del salón de clase

La plantilla incluye un recuadro para incluir leyendas relacionadas con la ruta de evacuación y señalización de emergencia. Previo a la entrega de esta plantilla, la maestra presentó unos ejemplos de planos de evacuación para explicar sus elementos, como el tipo de representación (vista superior), y las leyendas y los símbolos que permiten ubicar los espacios del plano. Usó estos ejemplos para indicar que se debe incluir en el plano de evacuación del salón de clase:

leyendas, uso de simbología adecuada, representación de los espacios y objetos desde su vista superior, y trazo de la ruta de evacuación.

De esta manera los niños construyeron segundas versiones de la ruta de evacuación. Un total de quince estudiantes elaboraron representaciones como las incluidas en la Figura 6.41 a la Figura 6.42. En estas se observan algunos objetos representados desde una vista superior; por ejemplo, los niños representan las mesas de trabajo utilizando rectángulos como los dados en la plantilla.

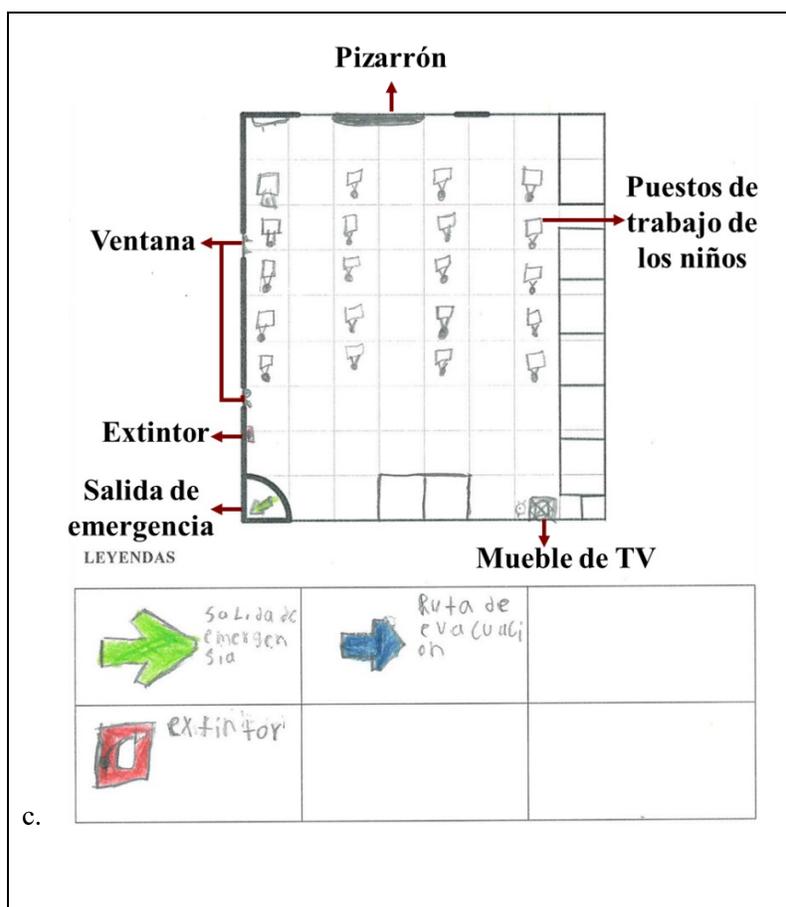


Figura 6.40. Segunda versión de una vista superior del salón de clases, que omite la ruta de evacuación en el plano

En algunos casos, tres niños dibujaron algunos objetos (e.g., video cámaras y un enchufe – Figura 6.41.a–; el pizarrón y un espejo –Figura 6.41.b) usando una vista frontal o lateral, sin establecer la relación del tamaño de los elementos dibujados respecto a los objetos en el espacio (Figura 6.41.a y b). También tres niños enfrentaron algunas dificultades en asignar símbolos para identificar espacios y elementos del salón: por ejemplo, en la Figura 6.41.b, en

la leyenda el niño dibujó cuadrados, un triángulo y flechas, pero no hay información de qué representan, y, por otro lado, no incluyó en su plano elementos de seguridad, como sería un extintor; o en la Figura 6.40, la leyenda incluye una “ruta de evacuación” que no es representada en el plano correspondiente.

En las producciones de los otros nueve estudiantes (e.g., ver Figura 6.42.a y b), las representaciones guardan una relación de tamaño con los objetos físicos (por ejemplo, la separación entre las mesas), y los objetos en el plano fueron dibujados más adecuadamente desde su vista superior.

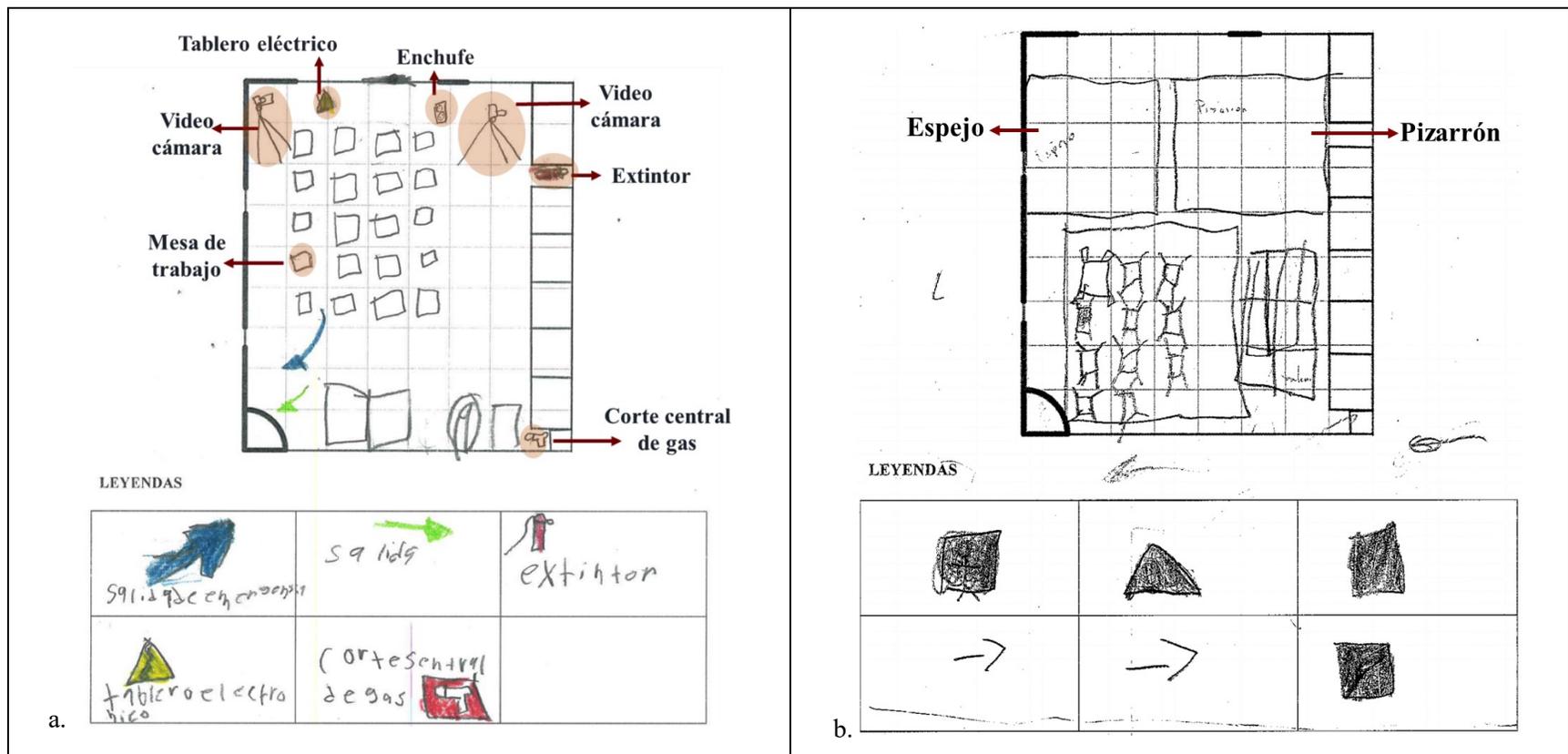


Figura 6.41. Segundas versiones de vistas superiores del salón de clases, con representaciones laterales o frontales de objetos

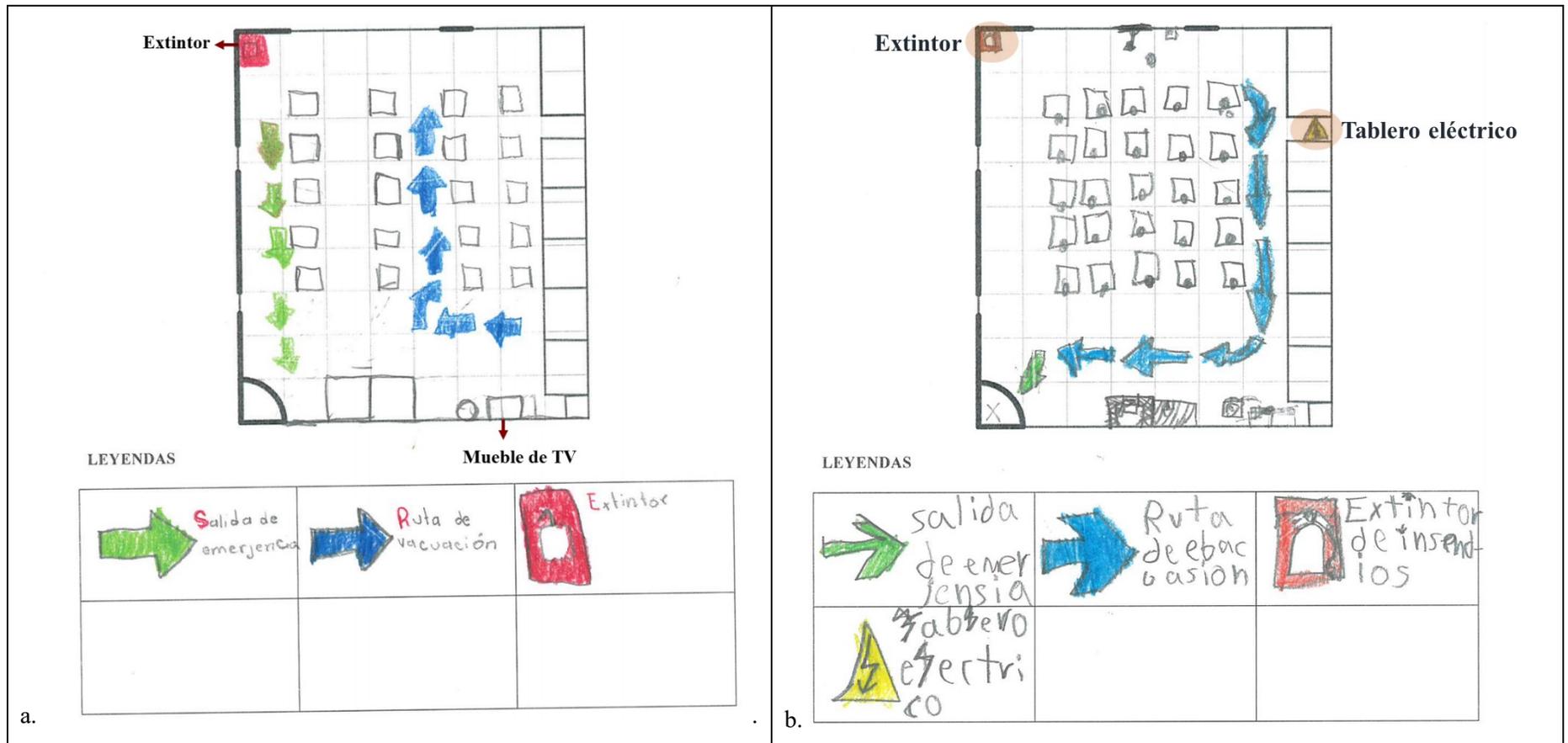


Figura 6.42. Segundas versiones de la vista superior del salón de clases que guardan las proporciones e los elementos de las leyendas son representados en los planos

6.3.2.3. Terceras representaciones de la vista superior del salón de clases

A fin de construir la versión definitiva de la ruta de evacuación e incorporar más información, los estudiantes midieron nuevamente el salón, en su largo (9 metros con 85 centímetros) y ancho (6 metros con 2 centímetros). En las primeras versiones del plano (sección 6.3.2.1), la maestra notó que algunas de las representaciones eran muy pequeñas, tal vez porque se utilizó papel con cuadrículas chicas. Entonces, para la tercera versión, y previniendo una situación como la anterior, la maestra proporcionó hojas cuyos cuadros de la cuadrícula eran de mayor tamaño.

De los diecinueve estudiantes que representaron la vista superior del salón, siete dibujaron objetos del aula como mesas, pero sin delimitar el espacio que los contiene. Otros dos estudiantes hicieron una representación sin usar medidas, conservando relaciones perceptivas de tamaño (es decir, la representación de los objetos vistos desde arriba guardaban las proporciones aproximadas de los objetos reales –ver Figura 6.43.a). Los demás estudiantes (10 de ellos) hacen referencia explícita en sus representaciones a la medida del salón (largo: 9 m 85 cm; y ancho: 6 m 2 cm), aunque hubo diferentes tipos de representaciones. Por ejemplo, tres estudiantes, representaron un metro por cada dos lados de cuadros continuos en la cuadrícula e incluyeron la parte decimal correspondiente a cada medida (ver Figura 6.43.b). Otro estudiante usó la misma equivalencia pero con sólo la parte entera de la medida en su dibujo (ver Figura 6.43.c). Para otros seis estudiantes, un metro equivalía al largo (lado) de un cuadro de la cuadrícula (aunque en sus representaciones, tanto del largo como del ancho, las medidas que dieron se pasaban por un cuadro –e.g., ver Figura 6.43.d).

Los resultados muestran que parece adecuado el uso de una plantilla que les permite organizar los espacios (las partes) que pertenecer a un mesoespacio, en este caso el salón de clase (todo), pues esto favoreció la representación de espacios físicos (cambio de dimensión $2D \leftrightarrow 3D$). Es decir, a partir de ver ejemplos y tener en la misma hoja la representación de la vista superior de algunos objetos, les permitió a los niños *imaginar* y *visualizar* el mesoespacio del salón de clase, desde una vista superior. Al contrastar las primeras representaciones con las terceras, son evidentes los cambios en las producciones elaboradas por los niños y las habilidades de razonamiento espacial que se observaron, como se muestra en la Tabla 6.19.

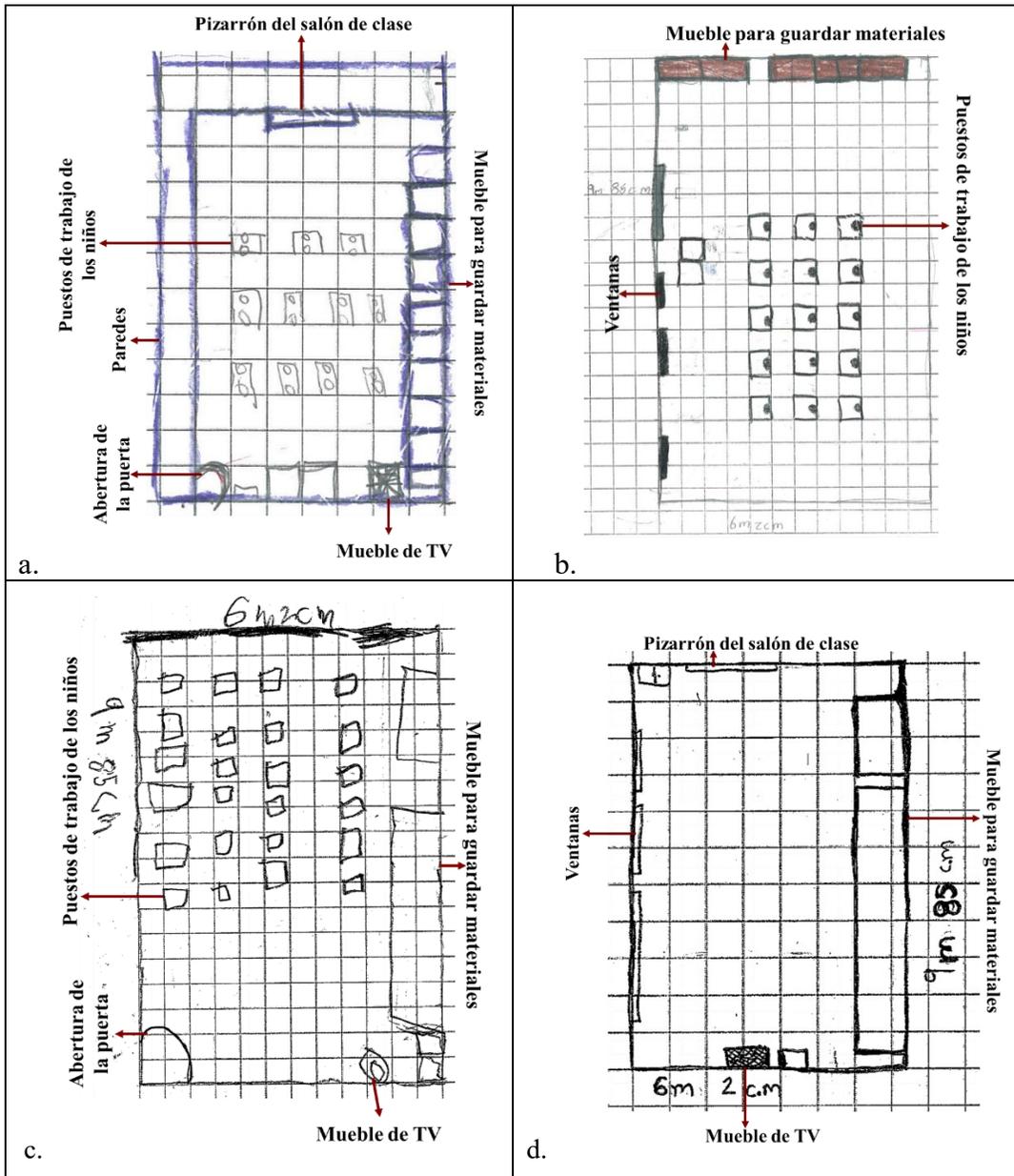


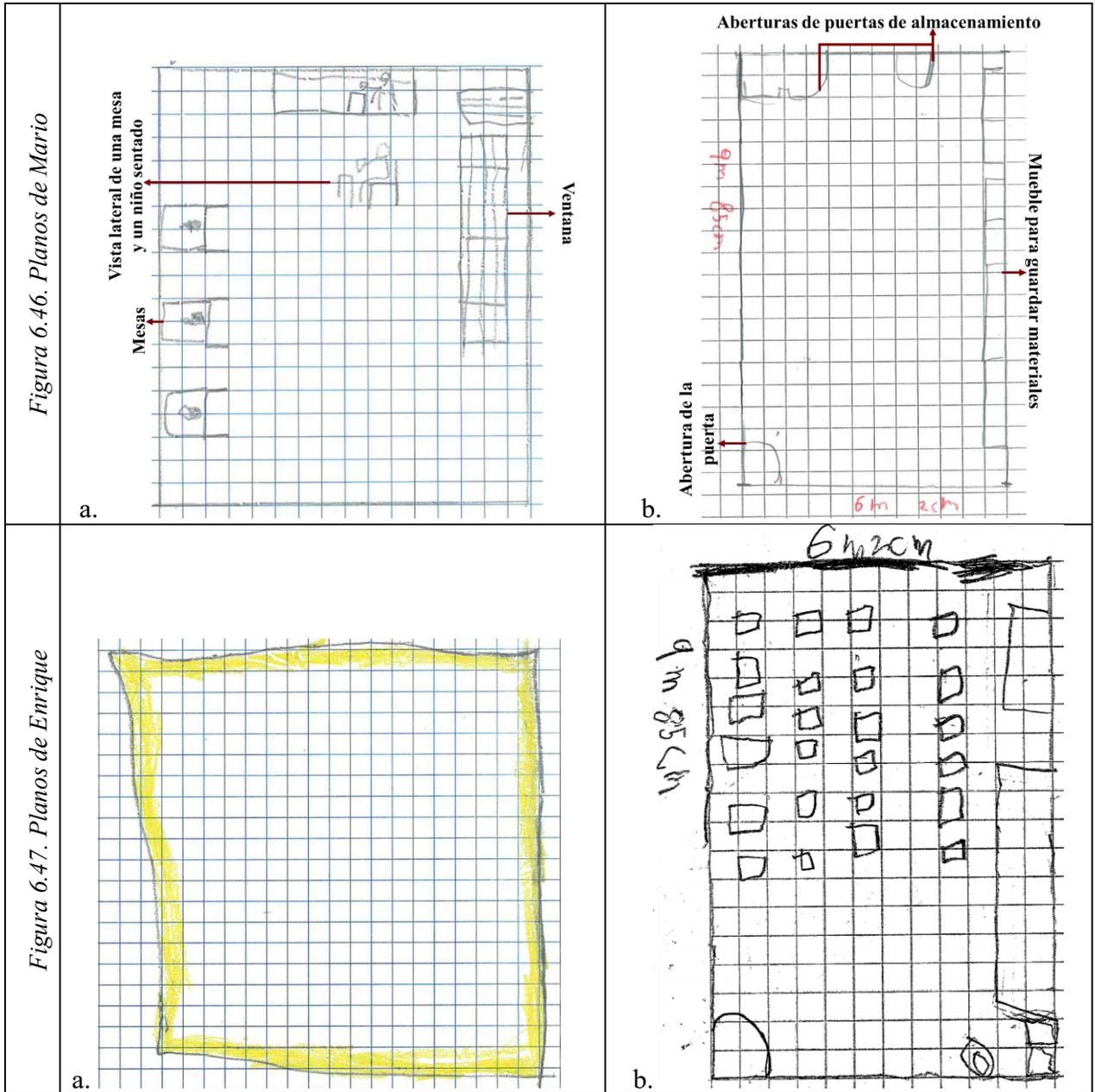
Figura 6.43. Terceras versiones de la vista superior del salón de clases

Tabla 6.19. Cambios en las habilidades de los niños de primera a tercera versión.

Habilidad	Observaciones	Ejemplos (ver Tabla 6.20)
<i>Visualizar</i> la vista superior del salón de clases.	Consideramos que la guía de la maestra durante el proceso de representación, tanto en el microespacio, como en la transición hacia el mesoespacio, favoreció las acciones de <i>imaginar</i> y <i>visualizar</i> desde una perspectiva aérea. En las primeras representaciones del salón de clase los elementos dibujados eran desde un vista lateral o frontal, probablemente porque es la perspectiva que los niños han experimentado más.	Ver los cambios de las versiones iniciales a las finales en las representaciones de Hannia, María José y Mario (de Figura 6.44 a Figura 6.46).
<i>Representar</i> la vista superior de los objetos (<i>las partes</i>) del salón.	Los niños empezaron representando objetos en su perspectiva frontal o lateral, como sillas, mesas de trabajo, ventanas y la pared; en representaciones posteriores, lo hicieron desde una vista superior.	En su primera versión (Figura 6.45.a), María José únicamente dibujó la pared del salón, con sus ladrillos, que era la que veía directamente; en su tercera versión ya incluyó objetos desde una vista superior (Figura 6.45.b). Enrique, en su primera versión, había trazado únicamente el contorno del salón (Figura 6.47.a), y en su tercera versión incorporó algunos objetos representados desde una vista superior (Figura 6.47.b).
<i>Representar</i> todo el espacio conservando relaciones de tamaño.	En las primeras versiones, los niños no tuvieron en cuenta las dimensiones del salón, ni la proporcionalidad de los objetos dibujados. Sin embargo, en la tercera versión, incluyeron mediciones precisas haciendo equivalencias aproximadas (e.g., de un metro por dos lados de cuadros continuos de la cuadrícula).	En las primeras representaciones Hannia y Mario (Figura 6.44.a y Figura 6.46.a) no consideraron la longitud del largo y ancho del salón, ni el tamaño proporcional de algunos de los objetos (e.g., las sillas) en relación con el espacio del salón. En sus versiones finales (Figura 6.44.b y Figura 6.46.b), en las representaciones se especificaban las medidas.

Tabla 6.20. Ejemplos de cambios en las producciones de los niños de primera a tercera versión.

	1ª Representación (inicial)	3ª Representación (final)
<p><i>Figura 6.44. Planos de Hannia</i></p>	<p>a.</p>	<p>b.</p>
<p><i>Figura 6.45. Planos de María José</i></p>	<p>a.</p> <p>a. María José dibujó los ladrillos de una pared</p>	<p>b.</p> <p>b.</p>



En términos generales, durante la elaboración de las representaciones de la vista superior del salón de clases, los estudiantes ejecutaron las siguientes acciones:

- *Relacionar* el espacio físico con elementos de la representación de dicho espacio.
- *Imaginar y visualizar* la vista superior del salón de clases.
- *Representar* la vista frontal, lateral y/o superior de objetos y espacios del salón de clases.

- *Representar* la vista superior del salón de clases conservando relaciones de proporcionalidad entre las medidas correspondientes (largo y el ancho del salón).

6.3.3. Representación de la vista superior de la escuela usando e interpretando los mapas de Google Maps

El producto final de la secuencia de actividades es la elaboración de un plano de evacuación de la escuela en caso de sismo (ver sección 5.4.2: Módulo IV, actividad 22). En esta sección se describe el proceso de los niños para el diseño de dicho plano considerando que previo a este, los estudiantes ya habían transitado del micro al mesoespacio del salón de clase. Ahora, en base a esa experiencia, con el uso de Google Maps y Google Earth, los estudiantes realizaron dos versiones del plano de la escuela.

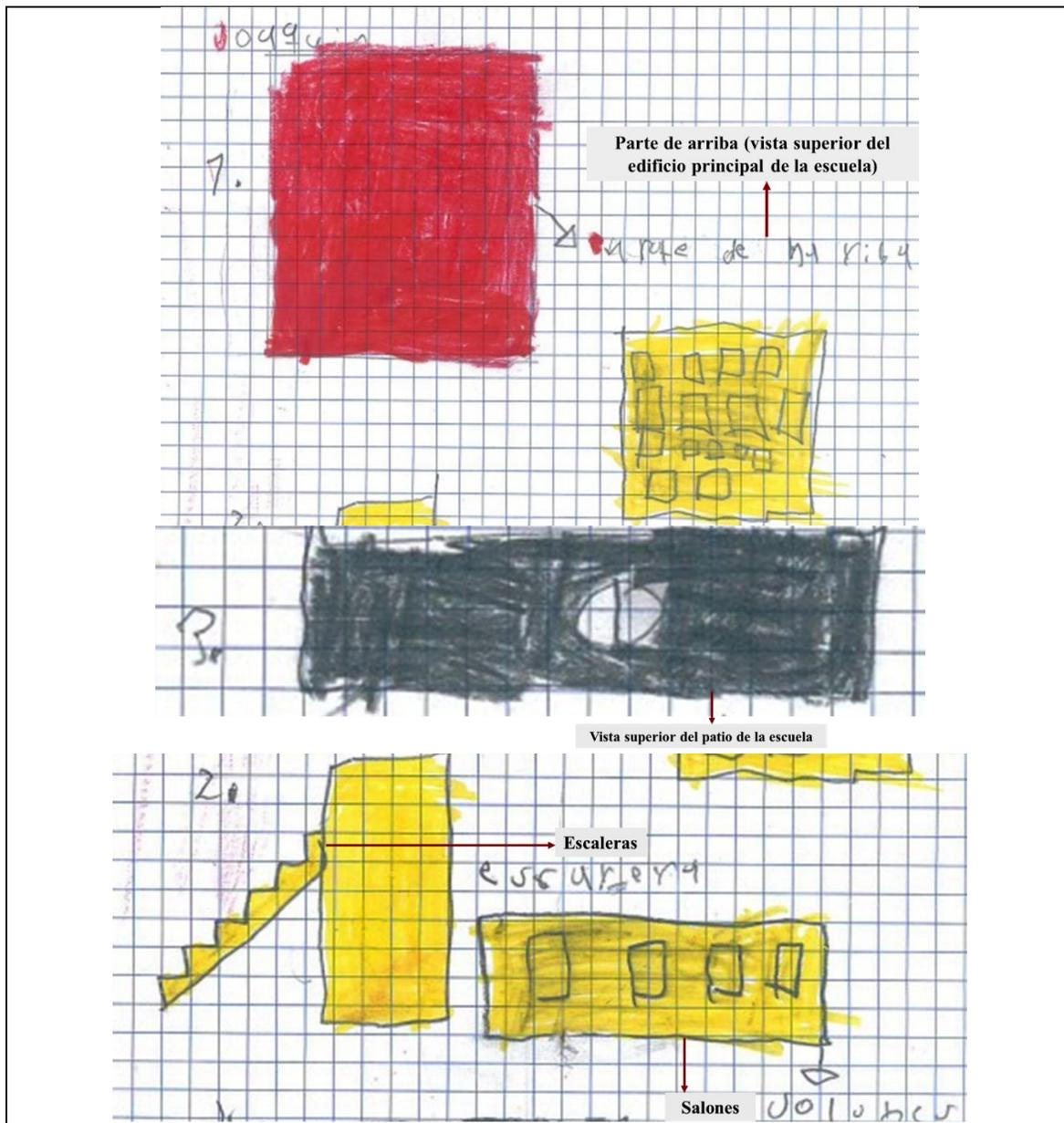
6.3.3.1. Primeras representaciones, usando Google Maps, de la vista superior del salón de clases

Inicialmente, la maestra utilizó Google Maps para mostrar la vista superior de la escuela (usando las herramientas de acercar y alejar) y para establecer la correspondencia entre la representación dinámica de Google Maps con el espacio físico. A partir de su experiencia diaria en desplazarse usando diferentes medios de transporte, algunos estudiantes pasaron al frente del aula, donde se estaba proyectando a toda la clase, a interactuar con Google Maps para *ubicar* espacios conocidos, reconocer la trayectoria casa-escuela y establecer relaciones distancia-tiempo.



Figura 6.48. Representación de la vista superior de la escuela

Dos estudiantes *representaron* las vista lateral y superior de los espacios (ver ejemplo en Figura 6.49.a), mientras que otro estudiante optó por dibujar la vista lateral específica del edificio escolar (ver Figura 6.49.b). Otro estudiante dibujó partes de la escuela (Figura 6.50), pero no dibujó toda su estructura.



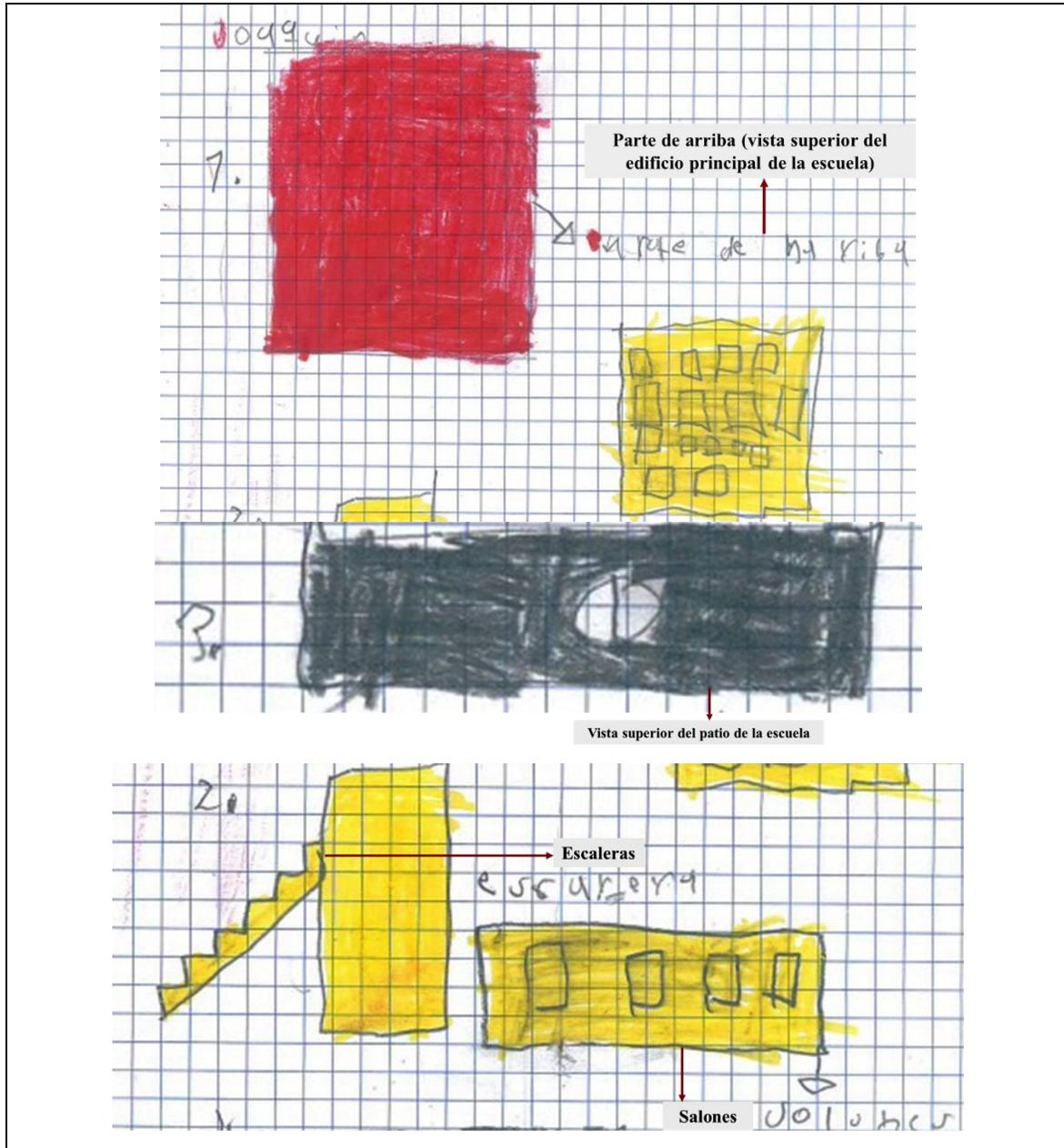


Figura 6.50. Varias capturas de la primera versión de un niño, representando las partes de su escuela desde una vista superior

Otros cinco niños ubicaron correctamente los mesoespacios (edificio principal, patio de juegos lavamanos) y los *representaron* (ver ejemplo en la Figura 6.51).

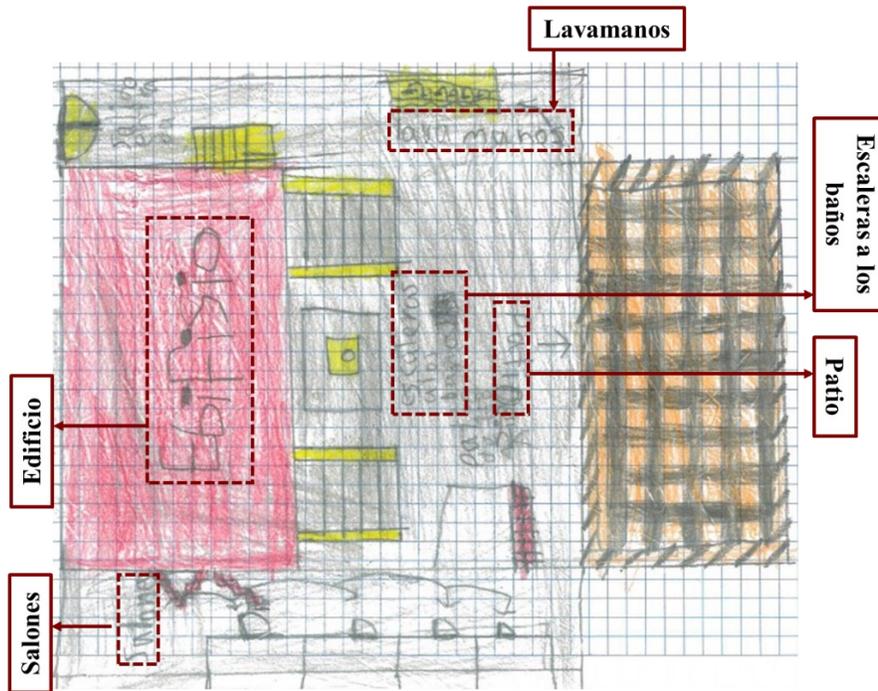


Figura 6.51. Ejemplo de representación que incluye la ubicación de espacios de la escuela

6.3.3.2. Segundas representaciones, usando Google Earth, de la vista superior del salón de clases

Para las segundas versiones del plano de evacuación, se utilizó en clase, de manera proyectada por la maestra, Google Earth. A través de esta herramienta, no solo se pudo explorar la vista superior de la escuela, sino que también se utilizó la función de “medir superficies y distancias” para delinear el perímetro escolar (ver área delineada con líneas punteadas con amarillo en la Figura 6.52).

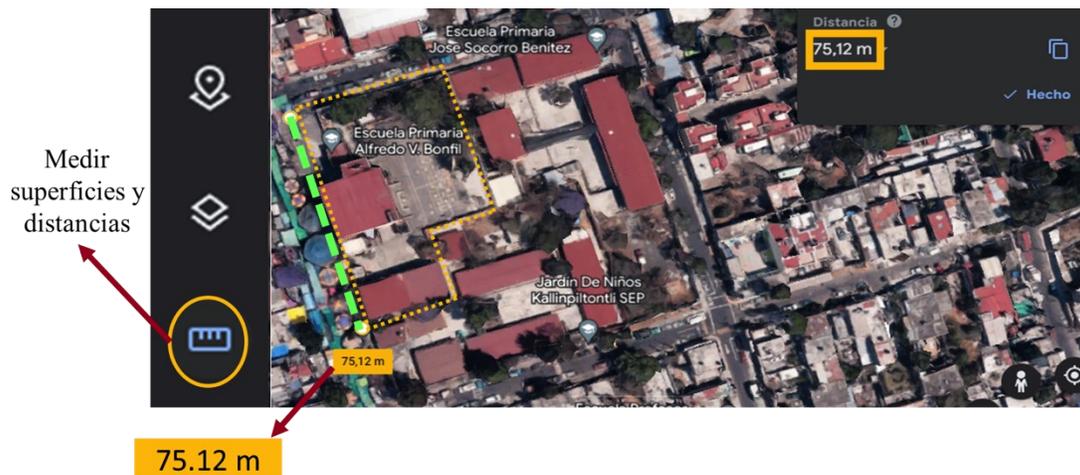


Figura 6.52. Captura del trabajo proyectado en clase usando Google Earth

De esta manera, los niños pudieron identificar y registrar las dimensiones de cada una de sus calles (ver medida “75.12 m”, correspondiente a la longitud de un lado del terreno de la escuela – ver la línea verde en la Figura 6.52). Con la exploración e información obtenida, los niños realizaron sus segundas versiones del plano de evacuación de la escuela.

Las distancias generadas por Google Earth fueron redondeadas al número entero más cercano: por ejemplo, una distancia de 75.12 metros se aproximó a 75 metros. La decisión de no considerar los decimales se tomó debido a que su representación resultaba prácticamente imperceptible. Aunque la maestra hizo un comentario al respecto, este tema no fue objeto de discusión.



Figura 6.53. Representación del plano de evacuación de la escuela

La maestra les proporcionó a los niños nuevas hojas cuadrículadas con cuadros más grandes que en las utilizadas para sus primeras representaciones. Con ellas elaboraron sus segundas versiones del plano de evacuación de la escuela (ver Figura 6.53). Para esa actividad, se les indicó que debían tener en cuenta las mediciones proporcionadas por

Google Earth; además se les sugirió que consideraran que cada lado de los cuadros de la cuadrícula representaba una distancia de 5 metros.

Dieciséis estudiantes elaboraron segundas versiones del plano. Once de ellos hicieron las representaciones siguiendo las sugerencias de la maestra. Sin embargo, como algunas de las medidas de la escuela no eran múltiplos de cinco (23 m, 26 m, 52 m), no se podían representar bien con la equivalencia planteada por la maestra (cada lado de un cuadro representaba 5 metros), entonces la relación entre las medidas reales y las representadas era aproximada. Los estudiantes indicaron la cantidad de pisos de las edificaciones, anotando el número de estos (ver parte enmarcada en rojo en el ejemplo de la Figura 6.53).

Un estudiante representó la forma de la escuela simétricamente, en espejo (ver Figura 6.54), sin embargo, no está claro qué elementos de la escuela fueron representados.

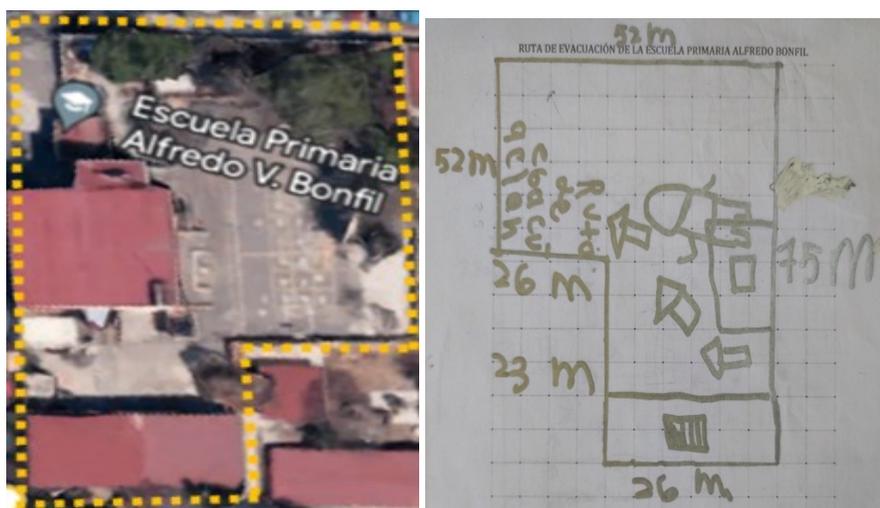


Figura 6.54. Representación, en espejo, del plano de la escuela

Tres estudiantes lograron plasmar la forma de la escuela y añadieron las medidas en la representación; pero, estas medidas no se tuvieron en cuenta al representar las distancias que conforman el perímetro de la escuela (ver ejemplo en la Figura 6.55).

Finalmente, otro estudiante dibujó la forma del perímetro de la escuela, así como los espacios y objetos dentro de esta área, pero algunos desde una perspectiva lateral y sin incluir medidas (ver Figura 6.56).

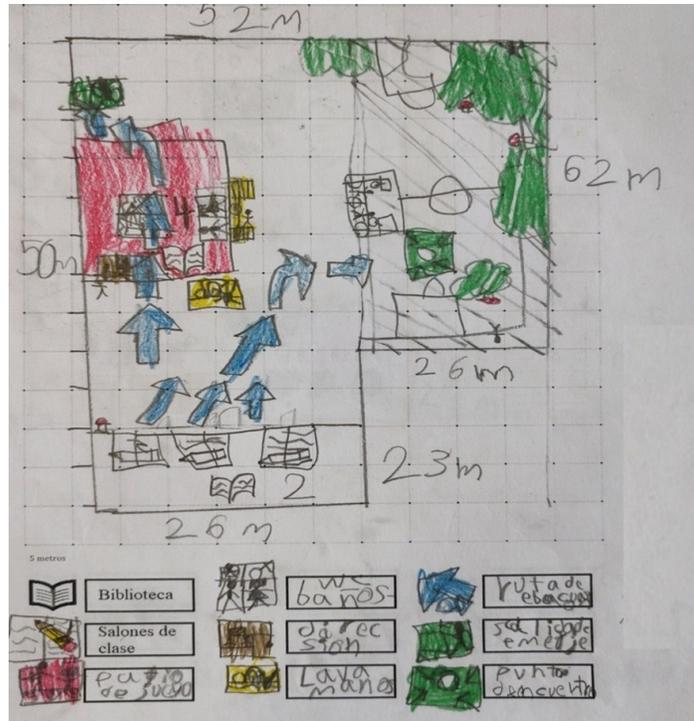


Figura 6.55. Ejemplo de representación del plano de la escuela, que incluye medidas pero sin conservar las proporciones

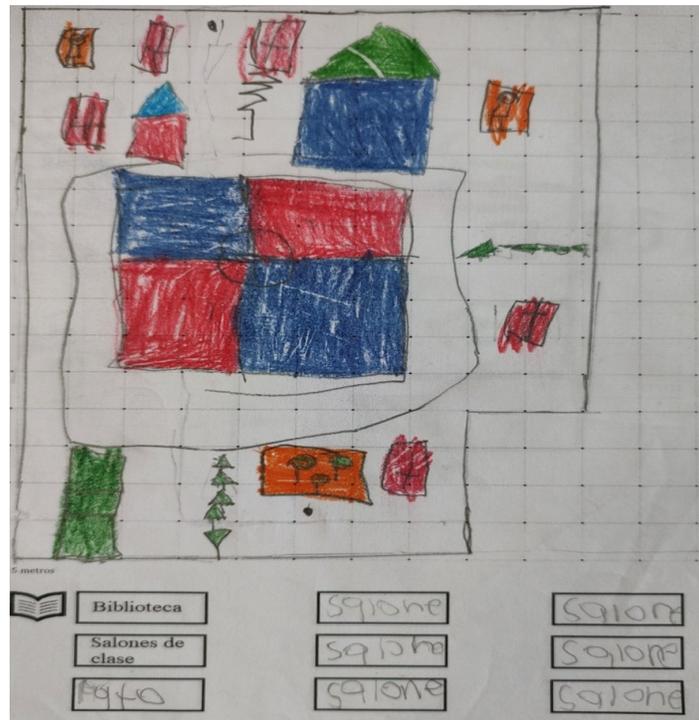


Figura 6.56. Representación del plano de la escuela con algunos elementos desde una perspectiva lateral

6.3.3.3. Acciones para representar la vista superior del salón de clases, a partir del uso de Google Maps y Google Earth

En la elaboración del plano de evacuación de la escuela, los estudiantes ejecutaron las siguientes acciones:

- *Ubicar* objetos y espacios físicos de la escuela, en las representaciones dadas en Google Maps y Google Earth.
- *Relacionar* esos espacios físicos con sus representaciones: es decir, relacionar la ubicación y orientación de los objetos y lugares físicos de la escuela con sus representaciones, tanto de las vistas dadas por Google Maps y Google Earth, como las elaboradas por los niños de dichos espacios.
- *Seccionar* espacios de la escuela y representarlos en el plano de evacuación (mostrando las partes).
- *Componer* todos los espacios seccionados y representarlos de tal forma que representen la vista superior de la escuela.
- *Visualizar* la vista superior de espacios que no son vistos en Google Maps y Google Earth y representarlos.

6.3.4. Conclusiones sobre la actividad de construcción de representaciones de la vista superior de la escuela

La elaboración de las representaciones llevó a algunos estudiantes a *descomponer* la construcción dada y reconocer los elementos que tiene, para luego a *recomponerla* al dibujar la forma de la vista superior. En este caso, de acuerdo con Battista y Clements (1996), los estudiantes están estructurado un objeto tanto física, como mentalmente, lo cual implica identificar sus componentes, combinarlos con otros ya construidos e interrelacionarlos.

En general, al momento de *interpretar* y *representar* representaciones del microespacio (módulos multicubo) y de los mesoespacios del salón de clases y de la escuela, los estudiantes se involucraron en acciones como *representar*, *escalar*, *ubicar* y *descomponer*. Inicialmente, en el trabajo en el microespacio, como este es un espacio donde los objetos son tangibles, entonces los niños *relacionaron* el objeto físico con su representación en vista superior. En el meso espacio del salón de clases, para representar su vista superior,

primero *imaginaron* la forma que tienen los objetos vistos desde arriba y a medida que elaboraron las distintas versiones de este mesoespacio, los niños empezaron a *visualizar* su forma. Finalmente, en el mesoespacio de la escuela, al estar compuesto por varios mesoespacios (e.g., salones de clase), entonces *seccionaron* en partes para representar el todo. A continuación, en la Figura 6.57, se muestra un diagrama que da cuenta de las habilidades de razonamiento espacial involucradas al elaborar representaciones en el microespacio y en los dos distintos mesoespacios.

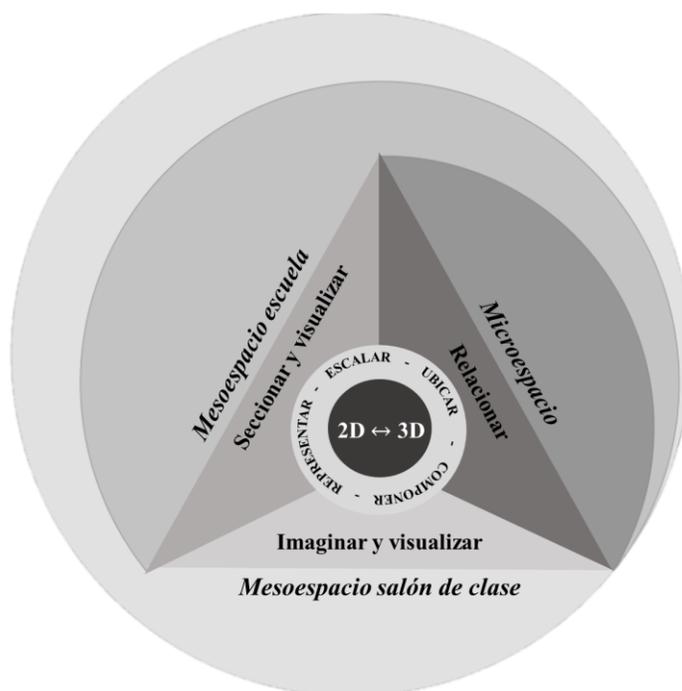


Figura 6.57. Acciones de razonamiento espacial asociadas al representar micro y mesoespacios

6.4. Comentarios y cierre del capítulo 6

A lo largo de este capítulo, se dio cuenta de las acciones de los niños para medir, usar y construir sistemas de referencia y, representar las vistas superiores. Estas acciones iniciaron en el microespacio para transitar hacia el meso- y macroespacio.

Los niños inicialmente midieron objetos cercanos con sus manos, estimaron longitudes a través de la iteración visual basada en longitudes conocidas (e.g., la altura de la maestra) y utilizaron estas experiencias al usar tiras de papel de un metro. Estas tiras se convirtieron en unidades de medida que les permitieron establecer relaciones con unidades

convencionales. En el proceso de estimación, se involucraron acciones mentales simultáneas como *comparar* y *ordenar*, derivadas de experiencias físicas de medición.

Estas actividades, de acuerdo con Glenn (1980), no solo dan la oportunidad de explorar y entender el entorno, sino que contribuyen a la construcción de representaciones de dicho entorno. Glenn (1980) también destaca la importancia de no iniciar la enseñanza de la medición de manera cuantitativa. En su lugar, subraya que la operación fundamental que sustenta todo concepto de medida es la coordinación de experiencias visuales y cinestésicas. Esto implica unir, en nuestro cerebro y pensamiento, lo que sentimos en nuestros músculos con lo que percibimos, creando así la base para comprender el concepto de medida. En nuestro caso, al llevar a cabo el acto físico de medir, comparar e iterar, los niños adquieren la capacidad de estimar distancias que no pueden ser directamente cuantificadas (e.g., distancias verticales en meso- y macroespacios). En consonancia con Papert (1981), los niños experimentan un aprendizaje corporal sintónico durante este proceso (como se explicó en la sección 2.1.3.3).

Este aprendizaje corporal sintónico se da también en la construcción de sistemas de referencia. Según la actividad, los estudiantes utilizaron sistemas egocéntricos, descentrados e intrínsecos y los recursos disponibles. En el microespacio, *compararon* representaciones con construcciones de cubos, mientras que, en el mesoespacio, se centraron en la ubicación de sujetos y objetos en el espacio físico. En el macroespacio (Google Maps), *visualizaron* rutas y desplazamientos para inferir la veracidad de la información proporcionada.

En la construcción de sistemas de referencia podríamos considerar que los puntos de partida fueron las experiencias que los niños iban adquiriendo en el mesoespacio. En este espacio los niños observaron y *relacionaron* a los sujetos u objetos con el entorno que les rodeaba, adoptando inicialmente un sistema egocéntrico al ver los objetos directamente. Esta experiencia, luego, se transfirió al microespacio digital de LightBot, donde aparentemente comenzaron por establecer relaciones entre objetos y sujetos desde su perspectiva egocéntrica, y luego se salieron de ese sistema para *establecer relaciones* entre los objetos y sujetos con el espacio en el que estos elementos estaban; es decir, que pasaban

de un sistema egocéntrico a uno descentrado (a través de un aprendizaje corporal sintónico –Papert, 1981).

En relación con la interpretación y construcción de representaciones, los estudiantes emplearon acciones como *representar*, *escalar*, *ubicar* y *descomponer*. En el microespacio, relacionaron objetos tangibles con representaciones en vista superior –*cambios de dimensión* ($2D \leftrightarrow 3D$). En el mesoespacio del salón de clases, *imaginaron* la forma de objetos desde arriba y *visualizaron* su forma, a medida que creaban distintas versiones. En el mesoespacio de la escuela, al estar este compuesto por varios mesoespacios, *seccionaron* por partes para representar el conjunto, el todo.

Capítulo 7. EL RAZONAMIENTO ESPACIAL EN LAS ACTIVIDADES SOBRE SISMOS

En este capítulo se describen las habilidades relacionadas con el razonamiento espacial (ver capítulo 4, Tabla 4.2) que se observan en las actividades de la trayectoria centrada en el fenómeno de los sismos. Estas actividades involucran:

- i) Establecer sistemas de referencia al interpretar imágenes que representan paisajes generados por movimientos sísmicos;
- ii) construir una representación tridimensional de las capas de la Tierra a partir de una representación bidimensional;
- iii) construir un sismógrafo;
- iv) simular un movimiento sísmico para evaluar el funcionamiento del sismógrafo;
- v) interpretar los trazos generados por el sismógrafo en función del movimiento al simular el sismo;
- vi) reflexionar sobre la estabilidad que deben tener las construcciones en caso de un evento sísmico; y
- vii) establecer relaciones de distancia con tiempo.

En las siguientes secciones, se describen los resultados de la implementación de las actividades relacionadas con el estudio de los sismos, y, en particular, las acciones de los estudiantes participantes concernientes con su razonamiento espacial. Desde la sección 7.1 hasta la 7.3, se proporcionan datos, tanto del primer ciclo implementado en sesiones sincrónicas en línea (mediante Google Meet –ver sección 4.2.2.2), como del segundo ciclo llevado a cabo en sesiones presenciales. En el desarrollo de las sesiones sincrónicas enfrentaron desafíos para la recopilación de datos⁵⁵. En cuanto a las sesiones presenciales, la escuela estaba retomando las clases en el aula (primer semestre de 2022) después de la pandemia. El grupo de niños de tercero de primaria con quienes se puso a prueba el segundo ciclo del experimento de aula no había tenido experiencia en espacios escolares

⁵⁵Los niños solo tenían a su disposición los celulares inteligentes de sus padres para conectarse una hora por Google Meet (tiempo máximo permitido por este medio). La restricción de tiempo y la falta de acceso a computadoras impidió la implementación de los cuatro módulos.

debido a que primero y segundo de primaria estuvieron en casa durante la pandemia. Además, algunos de estos niños aún no tenían habilidades de lectura y escritura desarrolladas, mientras que otros apenas las estaban adquiriendo. Esto implicó la necesidad de comunicar las instrucciones para las actividades de manera verbal y lo más clara posible, evitando que fueran extensas o que sus respuestas fueran por escrito. Los datos que se exponen en las secciones 7.4 y 7.5, corresponden a las actividades del segundo módulo – ver sección 5.2–, implementadas únicamente durante el segundo ciclo.

7.1. Interpretación de representaciones

Los datos descritos aquí corresponden a la actividad 2 del módulo II (ver sección 5.2.2). Como ya se describió en la sección 5.2.2, la actividad empieza con la pregunta “¿qué genera un terremoto?” en la cual se exploran representaciones estáticas (fotos) de macroespacios. Se continúa con preguntas para promover la reflexión sobre los puntos para establecer el sistema de referencia (i.e., para la toma de perspectiva); estas son: “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?” y “¿Dónde crees que se encontraba el fotógrafo?” Ilustramos los hallazgos derivados de la implementación de esta tarea, a través de dos episodios en los cuales los estudiantes interpretaron fotografías del Himalaya (Figura 7.1.a y b) y el Valle de Rift (Figura 7.2).

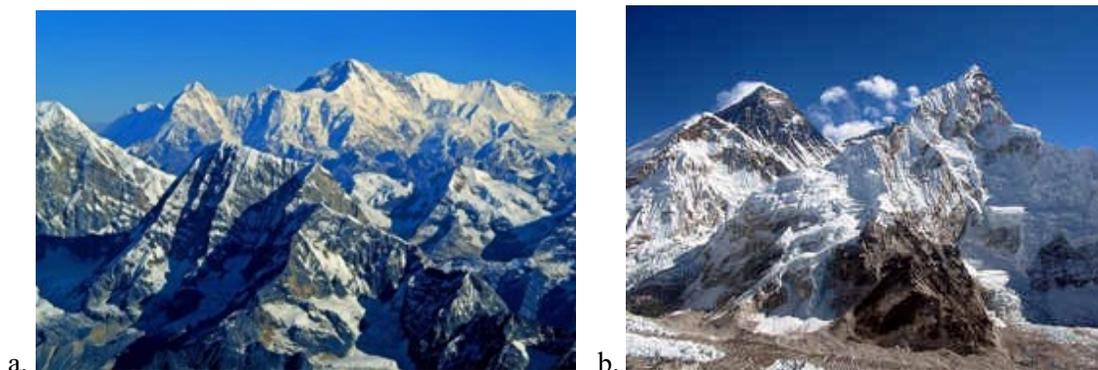


Figura 7.1. Representaciones estáticas del macroespacio. a) Los Himalayas (Historia y Biografías, 2014). b) La cordillera del Himalaya (Portillo, n.d.)



Figura 7.2. Otra representación estática del macroespacio: el Gran Valle de Rift (KLM, s.f.)

7.1.1. Exploración de montañas en el Himalaya a través de fotografías

El siguiente Fragmento 7.1 corresponde al primer ciclo (sesiones sincrónicas en línea).

1. **Maestra:** ¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?
2. **Manuel:** Yo pienso que [el fotógrafo] está en el suelo [Figura 3.5.a].
3. **Fernando:** Yo también digo que desde el suelo.
4. **Profesora:** Y, ¿por qué piensan eso?
5. **Manuel:** Está parado, pero la toma hacia arriba. Toma un ángulo para arriba.
6. **Profesora:** Ok. Y [en] la segunda foto [Figura 3.5.b], ¿dónde creen que se encontraba el fotógrafo?
7. **Fernando:** Como que se ve la cámara un poquito arriba y como que siento que está parado. [Luego usó sus manos para mostrar la posición de la cámara en las manos del fotógrafo –ver Figura 7.3].
8. **Manuel:** Yo también pienso que está en el piso, tomando el ángulo para el frente nada más, mirando todo derecho.

[Fragmento 7.1]



Figura 7.3. Fernando indica cómo el fotógrafo probablemente sostuvo la cámara

En el diálogo anterior, Manuel y Fernando consideraron que el fotógrafo estaba en “el suelo” para el caso de la Figura 3.5.a, y “parado” para el caso de la Figura 3.5.b. Ellos también tuvieron en cuenta el ángulo de visión del fotógrafo, como se evidencia en lo expresado por Manuel: “[el fotógrafo] toma un ángulo para arriba” (al referirse a la Figura 3.5.a) y, “tomando el ángulo para el frente” (respecto a la Figura 3.5.b). Nuestra interpretación es que Fernando imaginó el ángulo de visión y lo indicó con el gesto que hizo con sus manos (Figura 7.3) junto con la expresión simultánea: “se ve la cámara un poquito arriba”. Las descripciones (lenguaje oral y corpóreo) realizadas por Manuel y Fernando nos permite inferir que cada uno de ellos construyó un sistema de referencia relativo (Levinson, 1996). Pareciera que ellos percibieron la posición del fotógrafo desde una perspectiva egocéntrica (Tversky y Hard, 2009): al referirse a los objetos desde su propio punto de vista, ellos tomaron el lugar del fotógrafo.

El Fragmento 7.2. corresponde a la misma actividad, pero llevada a cabo en sesión presencial con otros alumnos durante el segundo ciclo.

1. **Profesora:** ¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?
2. **Luis:** Desde una montaña.
3. **Profesora:** ¿Por qué dices que desde una montaña?
4. **Luis:** Porque en la parte de esta imagen [se refiere a la Figura 3.5.a] parece que hay más montañas [En la Figura 7.4, se observa cómo Luis usó sus manos para mostrar la ubicación del fotógrafo (A) y representar las montañas (B)].
5. **Omar:** La segunda foto sería en el piso [se refiere a la Figura 3.5.b].
6. **Profesora:** ¿Por qué desde el piso?
7. **Omar:** Porque se ve la tierra [el suelo] muy cerca.
8. **Alicia:** Porque se ven las nubes.

[Fragmento 7.2]



Figura 7.4. Luis representa con sus manos la ubicación del fotógrafo (A) y de las montañas (B)

Luis imaginó la posición del fotógrafo en una montaña que no se percibe en la fotografía, puesto que él considera que la está tomando de frente (esto lo interpretamos por la posición de sus manos –Figura 7.4). Aunque no lo menciona explícitamente, parece que Luis enfocó su atención en relaciones de proximidad entre elementos de la foto (más cerca, más lejos, más grandes, más pequeños) para establecer relaciones de distancia del fotógrafo (Figura 7.4A) a las montañas (Figura 7.4B); esto nos permite inferir que Luis estableció un sistema de referencia intrínseco (Levinson, 1996). Además, él construyó una representación descentrada (Tversky y Hard, 2009): no se posicionó como el fotógrafo, sino que imaginó la ubicación de este, en el macrosespacio (otra montaña). Omar y Alicia también construyeron un sistema de referencia intrínseco, pero, a diferencia de Luis, sus representaciones fueron aloécnicas (Tversky y Hard, 2009) estableciendo relaciones entre el tamaño de los objetos. Creemos que sus expresiones “la tierra [suelo] se ve muy cerca”, “se ven las nubes” están basadas en sus propias experiencias de cómo perciben visualmente los diferentes objetos en términos de relaciones de proximidad (cerca/lejos).

7.1.2. Exploración del Valle de Rift a través de su fotografía

El diálogo siguiente (Fragmento 7.3) corresponde al primer ciclo del experimento de enseñanza (sesiones sincrónicas en línea) en el que se analizó el Valle de Rift (Figura 7.2) mediante la pregunta: “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?”

1. **Nadia:** Como que la están tomando desde una montaña.
2. **Jaime:** Tal vez la tomaron desde el helicóptero.
3. **Profesora:** ¿Por qué piensas eso?
4. **Jaime:** La personita que se ve ahí, o al menos ese punto, es como una persona, y el pasto y las grietas se ven muy pequeñas para estar cerca.
5. **Nadia:** Yo digo que sí se tomó desde una montaña porque se ve pasto donde toman la foto.

[Fragmento 7.3]

En el segundo ciclo (sesiones presenciales), las respuestas a la pregunta “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?” fueron similares a las del primer ciclo, como se muestra a continuación en el Fragmento 7.4:

1. **Ernesto:** Desde el piso, desde una montaña.
2. **Nicol:** En el cielo, porque la grieta se ve muy chiquita.

- 3. Ernesto:** Abajo se ve como si hubiera más pasto [Ernesto imagina que el pasto visto en la parte inferior izquierda de la Figura 7.2 es más largo].

[Fragmento 7.4]

Nadia y Ernesto identificaron elementos cercanos a la cámara como el pasto (ver parte inferior de la Figura 7.2,) para deducir que el fotógrafo estaba en una montaña. Por su parte, Jaime y Nicol se fijaron en el tamaño de los objetos para reconocer relaciones de distancia entre la ubicación del fotógrafo y el tamaño de los objetos (más lejos, más pequeños). En efecto, todos ellos establecieron relaciones de proximidad –la cercanía o lejanía de los objetos respecto a la posición del fotógrafo– interpretando los elementos de la imagen, lo que les permitió establecer un marco de referencia intrínseco (Levinson, 1996). También construyeron una representación aloéctrica (Tversky y Hard, 2009) por la manera como expresaban la correspondencia entre elementos (e.g., grietas, pasto) como parte de un todo (el entorno completo).

7.2. Construcción de las capas de la Tierra

Como se presentó en la sección 5.1.2, actividad 3, se continuó con la actividad de las representaciones de las capas de la Tierra. Esta actividad inició con la explicación de la maestra sobre cómo se genera un sismo. En este contexto, fue necesario referir a cuáles son las distintas capas de la Tierra, su dinámica de movimiento y la magnitud que pueden alcanzar para generar un sismo. Para hablar sobre estos elementos, tanto en las sesiones sincrónicas en línea como presenciales, se usaron dos representaciones gráficas (ver Figura 7.5). La primera representación (a) fue utilizada para mostrar que la corteza y los mantos son las capas internas de la Tierra y, la segunda (b), para empezar a fomentar la imaginación de grandes distancias y dar una idea de cuál capa es más grande.

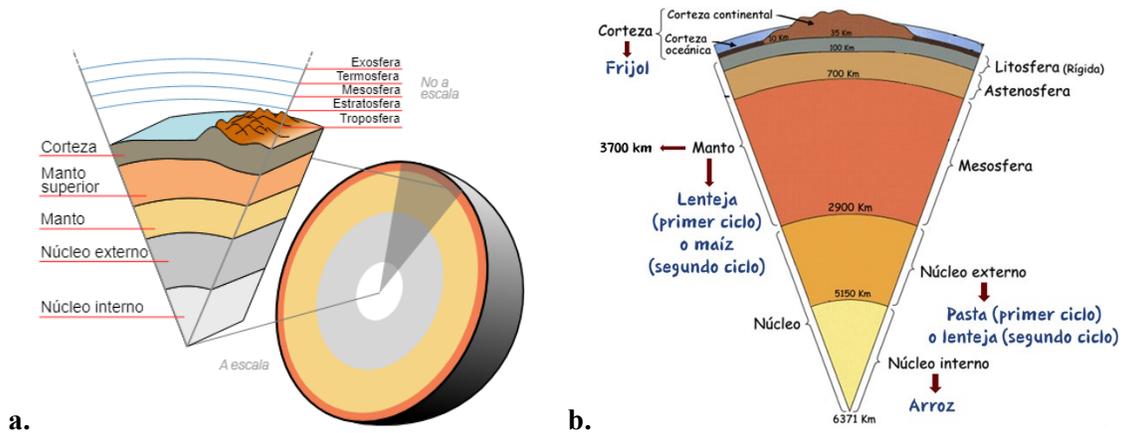


Figura 7.5. a. Representación de capas de la Tierra en proyección;
 b. Vista frontal de las capas de la Tierra⁵⁶ con correspondencia de granos a utilizar⁵⁷

Comprender información del espacio a través de representaciones bidimensionales no es una tarea sencilla, por lo que se solicitó a los estudiantes buscar un recipiente transparente en el cual colocaran semillas (frijol, lenteja, pasta o maíz, y arroz) indicando las diferentes capas de la Tierra (ver Figura 7.5.b): Se utilizó frijol para representar la corteza; lenteja (en el primer ciclo) o maíz (en el segundo ciclo) para el manto (que comprende de la litosfera a la mesosfera); pasta (en el primer ciclo) o lenteja (en el segundo ciclo) para el núcleo externo; y arroz para el núcleo interno.

Los estudiantes, tanto en las sesiones sincrónicas en línea del primero ciclo, como en las presenciales del segundo, colocaron inicialmente las semillas en sus vasos, sin considerar que unas capas debían ser más gruesas que otras (e.g., ver Figura 7.6.a) –por ejemplo, la capa correspondiente al manto debe ser más gruesa que la de la corteza. A raíz de eso, se hizo una sesión grupal para reflexionar sobre cómo debía ser el grosor de las capas de granos, y los niños ajustaron sus representaciones (obteniendo representaciones como las mostradas en las imágenes c. y d. de la Figura 7.6).

⁵⁶ a. Adaptado de Wikipedia (2007), <https://images.app.goo.gl/GKKdFSEf7287Y6DE6>;

b. Adaptado de Con-CIENCIA (2014), <https://images.app.goo.gl/MM5eH6yx42v9sQr68>.

⁵⁷ Los granos utilizados para el manto y el núcleo externo fueron diferentes en el primer y segundo ciclo.



Figura 7.6. Capas de la Tierra representadas con granos en (a y b) el primer ciclo (sesión sincrónica en línea), y en (c y d) el segundo (sesión presencial)

En la sesión presencial del segundo ciclo, una vez concluida la actividad, la maestra les preguntó a los niños sobre dos cosas: Primero, cuál era el grano que aparecía en menor cantidad (en la capa más delgada de sus vasos –Figura 7.6.c y d), a lo que los niños respondieron que era el frijol. Luego, preguntó sobre por qué esa capa era más delgada, a lo que Luis respondió: “porque ahí aparece en la imagen [Figura 7.5.b] que teníamos que reunir poco”. La maestra retomó esta respuesta, destacando que las alturas de las capas en el vaso deben guardar proporción con las alturas representadas en la Figura 7.5.b; para ello mencionó que, dado que la corteza es la capa más pequeña, la cantidad de frijol utilizada debe ser menor que la de otros granos.

Continuando con el diálogo, Luis mencionó que añadió más contenido en la mesosfera porque la percibió como la capa más ancha. Después, la maestra seleccionó uno de los vasos llenos (Figura 7.6.c), y preguntó: “Entonces, ¿este cumple [guardando las proporciones de la representación gráfica]?”. Los niños señalaron que no, ya que contenía demasiado arroz, y Vicente agregó: “Hay demasiado núcleo interno”.

Posteriormente, la maestra mostró otro recipiente con una capa delgada de frijol (Figura 7.6.d). Vicente, al observar los recipientes disponibles, retiró frijol de uno de un compañero que lo tenía en exceso, y lo trasladó a su recipiente (Figura 7.7) con el objetivo de lograr, en ambos vasos, una capa correspondiente a la representación gráfica (mostrada en la Figura 7.5.b).



Figura 7.7. Vicente redistribuye los granos de frijol de un compañero a su vaso

Después de las discusiones dadas en los dos ciclos de experimentación, los estudiantes de ambos ciclos reconocieron que debían colocar, por ejemplo, más grano para representar el manto que frijol para la corteza (como en las imágenes de la b. a la d. en la Figura 7.5).

En ambos ciclos, la maestra enfatizó la importancia de interpretar información sobre macroespacios mediante representaciones bidimensionales. Los estudiantes examinaron el grosor de las capas terrestres utilizando una representación bidimensional, y luego replicaron esas capas usando granos. La maestra destacó que, aunque estas representaciones no capturan tal cual el espacio físico, proporcionan información para entender la estructura de las capas de la Tierra, que no podemos observar directamente. Luego la maestra les hizo notar las medidas de profundidad marcadas en la representación gráfica (Figura 7.5.b) para que reflexionaran sobre qué tan profundas eran las capas de la Tierra en comparación con la altura de alguna montaña u otras distancias conocidas por ellos. Por ejemplo, se les decía a los estudiantes que el pico del Águila, ubicado en el Ajusco al extremo sur de la Ciudad de México (cerca de la escuela de los participantes), tiene una altura aproximada de 4 kilómetros y que la ruta más rápida (carretera Picacho-Ajusco), para ir desde la escuela al parque de diversiones más cercano, es de aproximadamente 5 kilómetros. Así, los estudiantes pudieron empezar a comparar distancias, reflexionando que, si 4 kilómetros es una gran distancia, entonces 3700 kilómetros es una distancia muchísimo mayor.

En el primer ciclo, la maestra preguntó a los estudiantes:

1. “¿De qué tamaño serían ustedes, si estuvieran en la corteza terrestre?”

2. “Si abrimos un hueco en la tierra ¿hasta dónde llegamos?, ¿qué necesitamos para llegar al fondo?”

De manera general, como respuesta a la primera pregunta, algunos estudiantes imaginaron verse como hormigas. En cuanto a la segunda, algunos expresaron la imposibilidad para llegar hasta el fondo debido a la falta de algún instrumento que hiciera un hueco tan grande; también un estudiante lo relacionó con el exceso de calor en el centro la Tierra.

Por otro lado, en la construcción de la representación con granos de las capas terrestres, en ambos ciclos, los estudiantes lograron *interpretar* la representación gráfica (Figura 7.5.b) para poder *relacionar* los granos con las distintas capas de la Tierra. Esta relación los llevó a *ordenar y seccionar* las capas de granos, de acuerdo con la representación gráfica de las capas de la Tierra (Figura 7.5.b). A medida que vaciaban los granos en los vasos, *comparaban* la cantidad utilizada con las alturas y espacios representados en las capas terrestres del gráfico. También, en las sesiones grupales de ambos ciclos, se observó que *comparaban* cuando la maestra les preguntaba, por ejemplo, “¿de qué grano había menos?” y lograban identificar que era el frijol (correspondiente a la corteza terrestre en la representación gráfica).

7.3. Construcción del sismógrafo

La siguiente actividad fue la construcción de un sismógrafo (ver sección 5.1.2, actividad 11). En los dos ciclos, la maestra inició la sesión con la pregunta: “¿cómo creen ustedes que podemos saber si está temblando?” Los niños indicaron como respuestas el movimiento de objetos, los avisos de aplicaciones de los celulares, la alarma sísmica, el corte de luz, las noticias (en particular, cuando no se alcanza a percibir el sismo).

Luego, la maestra les preguntó: “¿cómo se puede registrar ese movimiento? ¿cómo se lo imaginan?” Algunos estudiantes expresaron que se *imaginaban* trazos grandes ondulados (los estudiantes del primer ciclo lo representaron como se ve en la Figura 7.8), es decir que *relacionaban* un trazo en papel (bidimensional) con el movimiento de la tierra (tridimensional).



Figura 7.8. Dibujos de los estudiantes para representar un movimiento sísmico

La maestra explicó (en ambos ciclos) que la tecnología utilizada para medir los sismos es el sismógrafo; este cuenta con una aguja que registra constantemente trazos en una superficie cilíndrica, capturando así los movimientos de las placas tectónicas. Utilizando un video como apoyo, señaló que, durante sismos de gran magnitud, la aguja del sismógrafo genera trazos más amplios y notorios. En contraste, cuando la intensidad es menor, los trazos se vuelven más estrechos y pequeños.

Con esta explicación, la maestra les indicó a los niños (de ambos ciclos) que construyeran un sismógrafo y les proporcionó una lista de materiales necesarios para su construcción: cajas de cartón, plastilina, hilo grueso, pluma, pinzas de ropa, papel reciclado, dos elementos pesados, cúter y cable eléctrico de cobre. Con el fin de prevenir posibles accidentes asociados al manejo de los dos últimos materiales mencionados, durante el primer ciclo, la maestra solicitó a los padres de los niños que fueran ellos quienes utilizaran el cúter y el cable eléctrico. En la sesión presencial (segundo ciclo), la maestra se encargó de proporcionar y manejar estos dos materiales.

En el primer ciclo, se inició la construcción del sismógrafo en una primera sesión en línea y se dejó de tarea que los niños continuaran con sus construcciones por su cuenta. En una segunda sesión en línea se discutieron las dificultades encontradas; para ello, los estudiantes reflexionaron (*imaginaron*) sobre los ajustes que ellos debían hacer al sismógrafo para que este funcionara. Por ejemplo, se debe mantener un equilibrio entre el hilo que sostiene la pluma en la parte de arriba y el hilo en la parte de atrás de la caja, para así lograr que la pluma no se caiga. También, la cuerda que sostiene la pluma tiene que ser gruesa pero manejable para doblarla; uno de los estudiantes tenía una cuerda muy delgada y, por lo tanto, la pluma se caía. A pesar de que la maestra les decía cómo armarlo, ellos

debían tener en cuenta el tamaño y forma de sus materiales para la construcción de sus sismógrafos.

En la sesión presencial del segundo ciclo, teniendo los materiales disponibles, la maestra preguntó a los estudiantes sobre la función de cada uno. Los estudiantes explicaron para que consideraban que serviría cada material, *imaginando* su papel en el funcionamiento del sismógrafo. Conscientes de la necesidad de que este instrumento genere trazos, *establecieron relaciones* entre la función de cada material y el resultado final (trazos en papel) del sismógrafo. Vicente destacó la necesidad de que la caja funcionara como la base para la construcción del sismógrafo. Por su parte, Luis explicó que el hilo grueso cumple la función de sostener y controlar el movimiento de la pluma. Miguel contribuyó mencionando que el papel se utiliza para que la pluma registre y refleje el movimiento de la Tierra. Francisco agregó que el alambre tiene la tarea de sujetar el hilo, mientras que Juan complementó señalando que el alambre se usa para mantener la pluma en posición vertical.

Vicente volvió a intervenir comentando que la plastilina se utiliza para añadir peso al alambre, y Luis enfatizó su función de evitar que la pluma se desplace. La maestra intervino para enriquecer esta idea, indicando que la plastilina se adhiere al alambre para proporcionar estabilidad adicional a la pluma.

De esta manera, es posible que los estudiantes hayan podido *imaginar* la utilidad de la mayoría de los materiales vinculándola al funcionamiento del sismógrafo. Sin embargo, aún no habían identificado la función de los elementos pesados y las pinzas. En este punto, la maestra presentó un video en el cual se clarifica el propósito de cada material. Tras ver el video, los estudiantes pudieron relacionar los elementos pesados con la estabilidad de la caja, y la maestra reforzó la importancia de las pinzas de ropa para sostener el hilo y la elección de una pluma resistente y adecuada para obtener trazos claros en el sismógrafo.

Una vez discutida la función de cada material, los niños procedieron a construir el sismógrafo, con el acompañamiento de sus padres durante el primer ciclo⁵⁸, y en parejas y guiados por la maestra durante la sesión presencial del segundo ciclo.

En la sesión presencial, en el proceso de construcción, la maestra les solicitó a los niños marcar los lugares precisos donde debían hacer los cortes en las cajas para introducir el papel, y ella hacía los cortes correspondientes (Figura 7.9.a). En general, un estudiante de cada pareja, asumió la tarea de marcar los segmentos de corte, mientras que el otro se encargó de cortar el papel que los atravesaría (Figura 7.9.a). Durante esta etapa de la creación del sismógrafo, los estudiantes *relacionaron* y *compararon* el ancho del papel con las aberturas en la caja, pues el ancho del papel no podía exceder el ancho de la abertura.

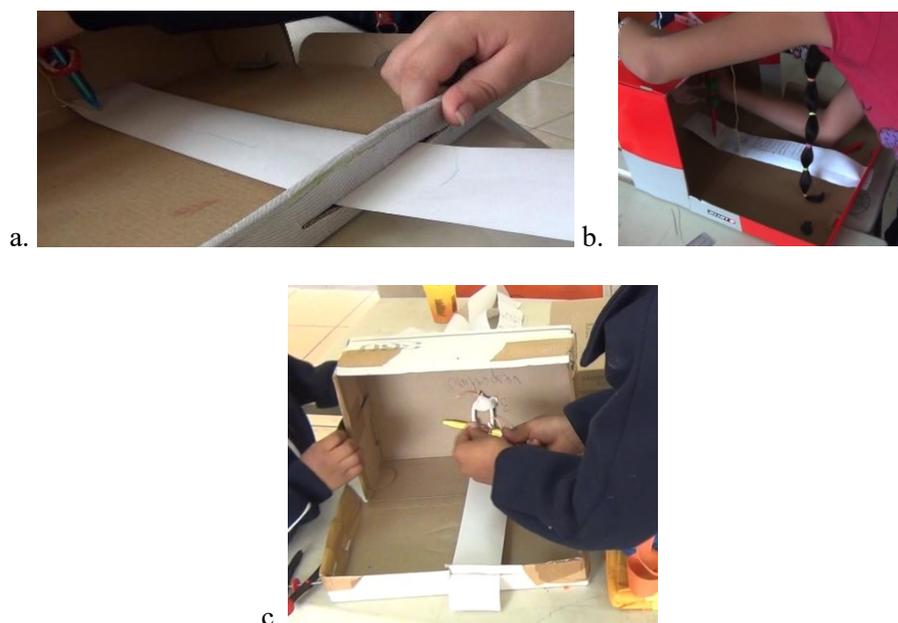


Figura 7.9. Trabajo con los materiales durante la construcción del sismógrafo

Posteriormente, se les solicitó medir la longitud necesaria del cable que sostendría la pluma e indicar dicha longitud a la maestra para que hiciera el corte. Indicar el corte de este cable implicó que los estudiantes *compararan* la longitud de este con la altura y el largo de la

⁵⁸ Para esta sesión, no se describe la construcción del sismógrafo realizada por los niños, ya que la terminaron en casa. Solicitar a los niños la descripción del proceso de construcción del sismógrafo habría requerido más tiempo del disponible.

caja, reconociendo que, si el cable es muy largo, podría caerse y no permitiría el equilibrio con los demás materiales.

Después de tener los cables cortados, los estudiantes los doblaron buscando el *equilibrio* para que la pluma marcara el trazo al deslizarse sobre la hoja (Figura 7.9.b y Figura 7.9.c). Para lograrlo, *adecuaron* la longitud del hilo mediante la presión con la pinza, y simultáneamente, añadieron o quitaron plastilina con el fin de regular el peso y mantener la pluma en equilibrio.

Una vez alcanzado el equilibrio entre estos materiales, y permanecía estática la mesa que sostenía el sismógrafo, se logró que la pluma hiciera trazos en línea recta al deslizarse el papel (Figura 7.10.a).



Figura 7.10. Funcionamiento de un sismógrafo

La elaboración del sismógrafo no solo implicó *adecuar*, *equilibrar* y *establecer relaciones* entre los materiales y la funcionalidad del instrumento, sino también requirió *componer* los materiales (las partes) para la construcción del todo.

7.3.1. Simulación del sismo

Durante el primer ciclo, una de las estudiantes, Mónica, explicó cómo puso a prueba su sismógrafo. Ella simuló un sismo moviendo la mesa donde estaba el sismógrafo (ver Figura 7.11) y compartió sus observaciones: entre más fuerte movía la mesa, el rango en el que marcaba la pluma eran más ancho; entre menos la movía, eran más angosto; y si no la movía, se dibujaba una línea recta.



Figura 7.11. Simulación de movimiento sísmico realizado por Mónica

Otro de los estudiantes, Daniel, comentó que había descubierto otra forma de ver qué tan fuerte puede ser un sismo. Él sujetó una cuerda en la parte superior de cartón formando así un péndulo (ver Figura 7.12) y comentó que, si el temblor era muy fuerte, la cuerda se iba a mover de un lado a otro; y, si era suave, no sería tanto su movimiento.



Figura 7.12. Simulación de movimiento sísmico realizado por Daniel

En la sesión presencial del segundo ciclo, cuando los estudiantes simulaban un sismo, moviendo la mesa, para así verificar el funcionamiento de los sismógrafos, una pareja de niños observó que se generaban trazos fragmentados, ya que la pluma de su sismógrafo no seguía un trazo continuo porque presionaba demasiado el papel (ver Figura 7.10.b y Figura 7.10.c). Esos estudiantes, en un intento por lograr que el trazo fuera continuo, identificaron dos errores en su construcción: la posición de la pluma (que presionaba mucho el papel) y cortes muy delgados en la caja. En consecuencia, Vicente les sugirió abrir más los espacios por donde se deslizaba el papel.

Así, de manera general, a través de la experimentación y de los sentidos *—percibir, tocar y ver—*, los estudiantes probaron cómo adaptar los materiales disponibles para la construcción de un sismógrafo. Por ejemplo, *percibieron* cómo mantener el equilibrio entre

la cuerda que sujeta la pluma en la parte superior y la cuerda en la parte posterior de la caja del sismógrafo, evitando así que la pluma caiga. El hacer el sismógrafo les permitió, además, establecer la relación entre el ancho del papel con el de la abertura.

Para concluir la actividad, en el segundo ciclo, los estudiantes en grupos de cinco simulaban movimientos sísmicos en un sismógrafo previamente construido por la maestra (moviendo la mesa donde se encontraba) para observar el registro de sus intensidades. A través del uso de ese sismógrafo, los estudiantes *relacionaron* la simulación del movimiento sísmico con una representación de su intensidad; es decir, hicieron cambios dimensionales (entre 2D y 3D). También *interpretaron* cómo los trazos sobre el papel (bidimensional) explican la fuerza con la que se movía un objeto tridimensional. Finalmente, cada grupo concluyó que, si no había movimiento, el trazo del lápiz era recto (Figura 7.13.a). En cambio, si había movimiento, dependiendo de su intensidad, los trazos se registraban con menor o mayor desviación del 0 (en un rango numérico del 1 al 3, en una escala dibujada en el lateral de la tira de papel – ver área encerrada en azul, Figura 7.13).

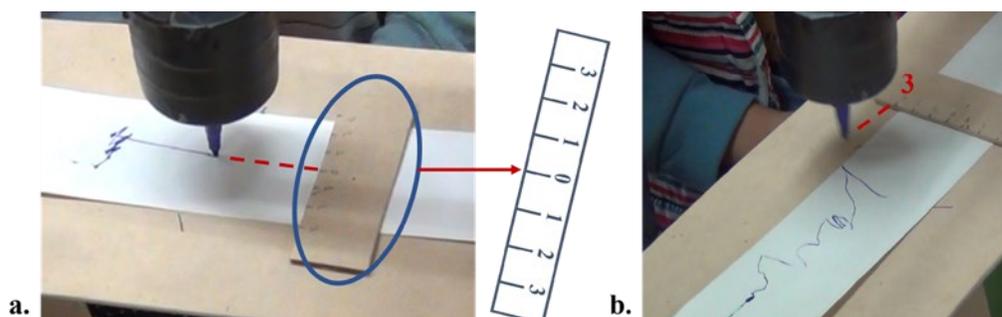


Figura 7.13. Trazos en el sismógrafo de simulaciones de sismos

7.4. Actividades sobre la estabilidad de edificaciones

En la actividad descrita en la actividad 13, módulo II (sección 5.2.2), que solo se llevó a cabo durante el segundo ciclo, los estudiantes debían construir una estructura capaz de resistir movimientos bruscos de su base. El propósito de esta actividad era reflexionar sobre las características que hacen que una estructura sea más resistente que otra. La maestra inició esta, refiriéndose al terremoto del 2017 y cuestionó sobre el colapso de las construcciones. Como posibles causas, los niños mencionaron la falta de buenas bases, uso de material inestable y uso de material pesado en pisos superiores de grandes edificaciones. La maestra retomó estos comentarios para enfatizar la importancia de la solidez en las bases

y muros de las construcciones, dando como ejemplo que el edificio de la escuela tiene cuatro pisos, muros y una estructura interconectada para evitar colapsos. Después, propuso a los estudiantes realizar construcciones sobre bases de gelatina (dadas por la maestra) utilizando palillos y plastilina, para ver qué se necesitaba para que fueran estructuras resistentes.



Figura 7.14. Elaboración de construcciones estables sobre bases de gelatina

En sesión grupal, los estudiantes *construyeron* dos edificaciones sobre las bases de gelatina (Figura 7.14). En ambas construcciones, unieron los palillos con una cantidad considerable de plastilina, posiblemente con el objetivo de fortalecer la resistencia de la estructura. En una de las construcciones, insertaron los palillos en la gelatina (ver Figura 7.14.b) y *notaron una relación* entre la longitud de los palillos y la profundidad en el recipiente: al ser la gelatina poco profunda, los palillos no debían ser excesivamente largos. Si lo eran, posiblemente la estructura no resistiría los movimientos del recipiente. Además, comentaron que la gelatina debía ser lo suficientemente sólida para que los palillos se

sostuvieran con firmeza. En la segunda construcción, decidieron *reducir el tamaño* de la edificación que se encontraba sobre la gelatina (Figura 7.14.c), *cortando* los palillos (haciéndolos más cortos) pensando que esto evitaría que se derrumbara. Sin embargo, colocaron los palillos sobre la gelatina sin clavarlos, por lo que al mover la mesa que sostenía la gelatina, la estructura colapso (Figura 7.14.d).

Respecto a la resistencia de las construcciones, en relación con la primera (Figura 7.14.b), Francisco destacó la contribución a su firmeza de “la gelatina [que] es un poco [...] dura, por eso no se despega”. Respecto a la segunda construcción (Figura 7.14.c), Joaquín señaló que “no está bien pegada” y José opinó que se caería por “no tener los palillos hasta abajo [dentro de la gelatina]”.

En esta actividad, en términos de razonamiento espacial, los estudiantes *establecieron la relación* entre la longitud de los palillos y la profundidad del recipiente de gelatina, reconociendo que los palillos no debían ser excesivamente largos para que la estructura fuera estable. Además, *analizaron cómo construir* las edificaciones de manera que fueran estables, considerando la distribución de los materiales y su relación con la estabilidad de la estructura.

La profesora realizó una prueba moviendo las mesas para evaluar la estabilidad de las dos construcciones; ella confirmó que la segunda construcción efectivamente se derrumbaba (Figura 7.14.d).

7.5. Construcción de relaciones distancia-tiempo

La siguiente actividad 10, módulo I (ver sección 5.1.2), consiste en que los estudiantes ingresen la dirección de su casa en Google Maps y observen el recorrido trazado por Google Maps desde allí hasta la escuela. Parte de los resultados de esta actividad se discutieron en el capítulo 6 (sección 6.2.4), pero en ese caso nos enfocamos en las relaciones que establecían los niños entre la escuela, la representación de Google Maps y su propia posición en este espacio. Es decir, en el capítulo anterior, nos enfocamos en la construcción de sistemas de referencia, mientras que aquí nos centramos en las relaciones distancia-tiempo que los niños establecieron utilizando las mediciones de distancia (en metros, para distancias cortas) y tiempo, proporcionadas por Google Maps.

Para imaginar la profundidad de las capas de la Tierra fue necesario ampliar las unidades de medida de longitud e introducir el kilómetro. Primero, se pretendía visualizar estas unidades en distancias sobre el plano xy [horizontal] para luego poder imaginar profundidades difícilmente o no accesibles a la vista.

Para que los estudiantes visualizaran qué tan distante podría ser un kilómetro, la maestra señaló que la distancia desde la escuela hasta la carretera principal más cercana era de aproximadamente un kilómetro. Luego, con el objetivo de proporcionarles puntos de referencia adicionales, además de construir sistemas de referencia, para *visualizar* mejor tal distancia, la maestra les solicitó a los estudiantes que, como tarea para la próxima sesión, llevaran por escrito la dirección del lugar donde vivían para ingresarla en Google Maps y calcular la distancia de ahí hasta la escuela.

En la siguiente sesión, la maestra detalló como, mediante este recurso, es posible tener un panorama, tanto global como cercano, de alguna ubicación específica al agregar su dirección; ejemplificó esto con la ubicación de la escuela. Luego, la maestra ingresó a Google Maps las direcciones de tres alumnos y mostró las distancias de cada una de estas a la escuela, y el tiempo en recorrerlas, que arrojaba Google Maps. La primera dirección era la de Luis, quien, de acuerdo al software, recorría 950 metros en 10 minutos de su casa a la escuela; la segunda era la de Francisco, quien recorría 260 metros en 4 minutos; y, la tercera, la de Armando, quien recorría 500 metros en 7 minutos (todos estos alumnos dijeron que los tiempos dados por Google Maps correspondían aproximadamente a lo que ellos tardaban en la realidad). Con base en eso, se discutió en grupo cuánto se tardaría una persona en recorrer cierta distancia, construyendo así relaciones distancia-tiempo.

Al establecer estas relaciones a partir de desplazamientos conocidos, los niños empiezan a asociar el espacio físico con una representación dinámica en Google Maps (como la vista en la Figura 7.15), lo que implica hacer *cambios de dimensión* ($2D \leftrightarrow 3D$). Esta experiencia les proporciona herramientas para comprender relaciones de proporcionalidad entre dos variables y tener una mejor comprensión del mundo físico mediante representaciones.

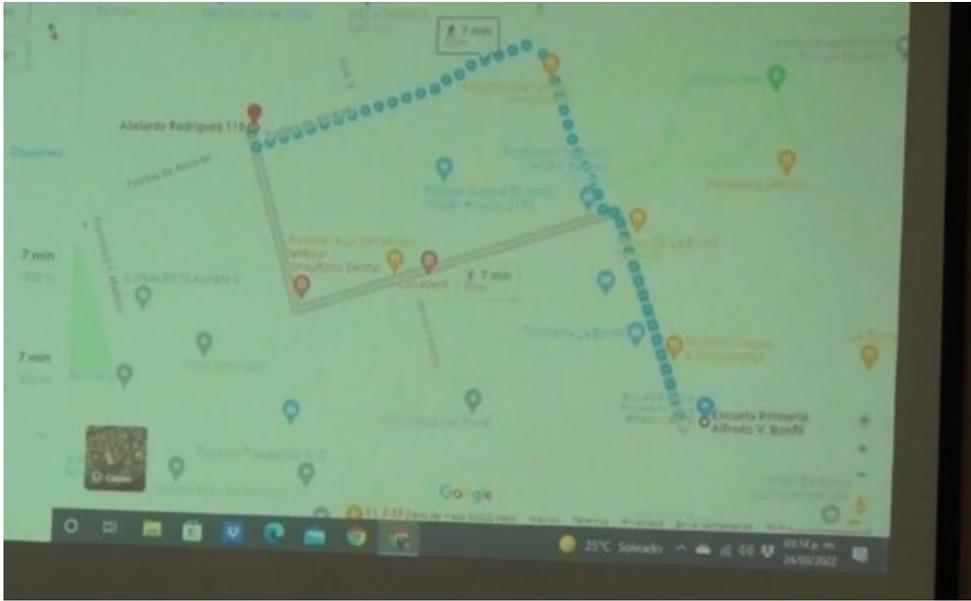


Figura 7.15. Ejemplo del recorrido casa-escuela de un estudiante

Posteriormente, la maestra comentó que vivía a tres kilómetros de la escuela y les preguntó a los estudiantes dos cosas a responder con base a esa información: “¿cuántos metros recorría?” y “¿cuánto tiempo tardaba en recorrer esta distancia (caminando)?” Con las relaciones que se habían establecido hasta el momento, los estudiantes respondieron que la maestra recorría 3000 metros y que tardaría aproximadamente 30 minutos en recorrerlos.

Al concluir la sesión, se reflexionó sobre la relatividad de la distancia y tamaños según como se visualizan en un espacio. Luis mencionó haber oído de una isla con solo 6 kilómetros, y aunque podría ser una distancia larga (que toma mucho tiempo) para recorrer, en comparación con las distancias que se pueden recorrer en Ciudad de México, era una distancia corta; luego comparó la escuela donde estudia con la isla y la Ciudad de México y, reconoció que la escuela era aún más pequeña que la isla y por ende, mucho más pequeña que la Ciudad de México. Vicente agregó que en la escuela nos vemos como “hormiguitas” respecto a la Ciudad de México.

El establecimiento de estas *relaciones* y *comparaciones* le permitió a la maestra referirse a grandes distancias, como las capas más profundas de la Tierra, que abarcan miles de kilómetros.

En cuanto a las habilidades de razonamiento espacial, los estudiantes *relacionaron* distancias con el tiempo que emplean al recorrer dichas distancias y metros con kilómetros.

Además, *visualizaron* distancias dadas en kilómetros que posteriormente podían usarlas para componer distancias de miles de kilómetros.

7.6. Cierre del capítulo: El razonamiento espacial en las actividades STEM propuestas

En este capítulo se han descrito acciones vinculadas con el razonamiento espacial de los niños observadas en actividades propuestas sobre el fenómeno de los sismos. Estas actividades implicaron la interpretación de representaciones estáticas, la construcción de capas de la Tierra, la elaboración de un sismógrafo, el análisis de la estabilidad de construcciones y el establecimiento de relaciones entre tiempo y distancia.

En la Figura 7.16 se exponen las acciones de razonamiento espacial relacionadas con las actividades anteriores. En general, los estudiantes *interpretaron* en el micro- y mesoespacio representaciones (2D) y construcciones para comprender longitudes de distancias en el macroespacio (3D, *espacio al que no tiene acceso directo*); esto les implicó hacer cambios de dimensión (2D ↔ 3D). Este ir y venir entre dimensiones se representa, en la Figura 7.16, por las acciones del centro y del exterior. Las acciones del centro están relacionadas con las actividades propuestas. En la interpretación de representaciones, los niños construyeron y usaron sistemas de referencia egocéntricos e intrínsecos, lo que implica en términos de razonamiento espacial *tomar perspectiva* (Figura 7.16-1). En la *representación* de capas de la Tierra, los estudiantes usaron granos para representar las capas según una imagen de referencia, lo que los llevó a *comparar* cada capa de la Tierra con cada tipo de grano, a *ordenar* y *seccionar* los granos según la representación (Figura 7.16-2) y, a estimar el ancho de cada capa, esto es, establecer una relación proporcional (aproximada) entre la franja hecha con granos y la representación de referencia. La construcción del sismógrafo implicó para los estudiantes *comprender* cómo la composición de los materiales disponibles permite su funcionamiento y *articular/componer* dichos materiales para trazar la intensidad al simular un sismo (Figura 7.16-3).

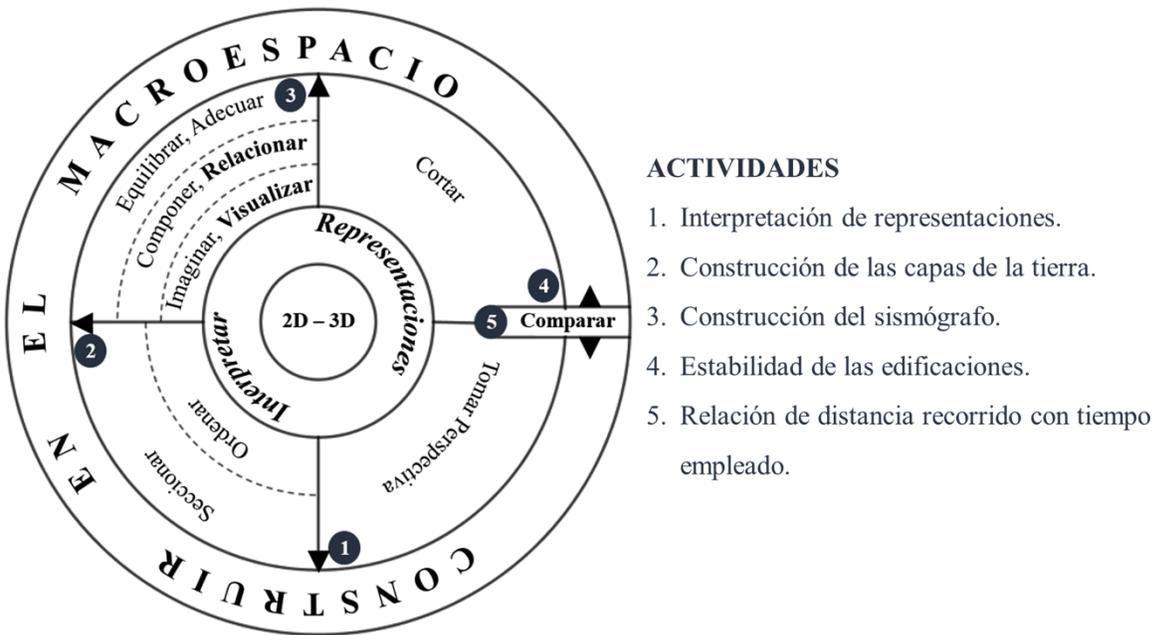


Figura 7.16. Acciones de razonamiento espacial presentes en las actividades de los sismos

A través de la elaboración de edificaciones sobre bases de gelatina, que requirió *cortar* palillos (Figura 7.16-4), los estudiantes *interpretaron* y analizaron la estabilidad reconociendo la necesidad de bases y soportes sólidos (que implica tomar en cuenta la relación entre la altura de la edificación y la profundidad de sus soportes –los palillos).

En la exploración de relaciones distancia-tiempo utilizando Google Maps, los niños *relacionaron* distancias con el tiempo necesario para recorrerlas, *comparando* espacios pequeños con grandes ciudades y *visualizando* su estatura (“como hormiguitas”) en grandes espacios (ver Figura 7.16-5: acciones en negrita: relacionar, comparar y visualizar).

Como se ha mostrado tanto en este capítulo como en el anterior, hay evidencias de desarrollo y/o uso del razonamiento espacial en la secuencia de actividades propuestas. En el desarrollo de las actividades se promueve la interpretación y representación en distintos tamaños de espacios (micro, meso o macroespacio) lo cual implica reconocimiento de puntos de referencia y perspectivas de objetos, acercamiento a relaciones proporcionales.

También estas actividades integran las áreas STEM, pues desde su diseño se establecieron los objetivos de aprendizaje para cada área y sus formas de integración (ver Capítulo 5), lo cual se validó utilizando la rúbrica RubeSTEM (ver Anexo 7). Reconocemos al razonamiento espacial como parte de la geometría y necesario para las cuatro áreas STEM,

por lo que las *matemáticas* son eje transversal en su integración en la trayectoria de aprendizaje. La Figura 7.17 presenta las cuatro temáticas de la secuencia de actividades y su vinculación con áreas STEM; con las matemáticas en el centro de la figura: Las letras C (ciencias), T (tecnología), e I (ingeniería) indican cada temática.

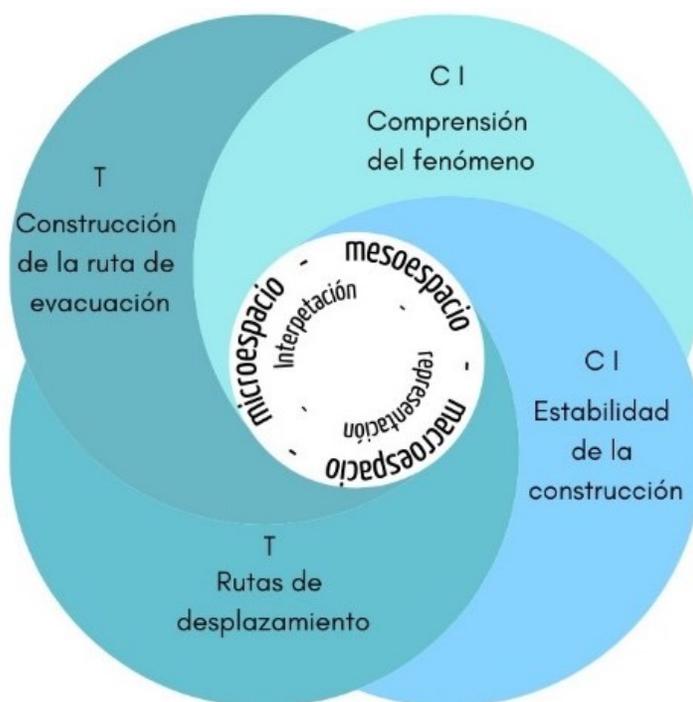


Figura 7.17. Relaciones entre las áreas STEM y el razonamiento espacial

Al proponer las actividades centradas en el estudio del fenómeno sísmico, nos enfocamos en las *ciencias*. Un primer aspecto que se estudió fue la formación de montañas (macroespacios), producto de movimientos de las placas tectónicas, a través de la observación y análisis de fotografías (paisajes, representaciones bidimensionales). Además se refirió a diferentes tipos de movimientos (trepidatorios, oscilatorios).

La *tecnología* está presente cuando se usan recursos manipulables (para medición) y digitales (Google Maps y Google Earth). Con las fotografías, mapas dinámicos (en Google Maps y Google Earth) y herramientas de medición (reglas y tiras de papel) se buscó promover la comprensión del fenómeno de los sismos en un macroespacio. Particularmente el uso de Google Maps fue útil para reconocer la posición y ubicación de mesoespacios (e.g., escuela) en macroespacios, e iniciar con la relación de los mapas satelitales (representaciones 2D dinámicas) y los cartográficos (representaciones 2D estáticas).

En el caso de la *ingeniería* se propone la elaboración de un sismógrafo–herramienta que permite medir la intensidad de un sismo. Además, los niños tuvieron un espacio para reflexionar sobre las características que debe cumplir una estructura para tener mayor resistencia a los movimientos sísmicos.

En consecuencia, las actividades propuestas promovían que los estudiantes pudieran ir más allá de estudiar el fenómeno de los sismos y su asociación con los desastres, para desarrollar habilidades iniciales de programación con LightBot, así como de pensamiento científico y sistémico. A través de la interpretación de representaciones, analizaron las profundidades de las capas de la Tierra (macroespacio que no se puede ver directamente), reconocieron que la tierra está en constante movimiento, vieron ejemplos de cómo la naturaleza va creando volcanes, cadenas montañosas y aperturas en la tierra por dichos movimientos; y profundizaron en cómo pueden chocar las placas tectónicas. Los niños participaron activamente en la construcción de un sismógrafo, evaluando si sus materiales permitían su construcción y organizándolos para su funcionamiento (pensamiento sistémico).

Capítulo 8. CONCLUSIONES

En este capítulo se exponen las ideas principales que dan respuesta a la problemática y pregunta que planteamos.

Como se muestra en el Capítulo 2, la literatura resalta la importancia de desarrollar el razonamiento espacial desde edades tempranas. Por otro lado, el interés de proyectos en educación STEM ha ido en aumento porque es una manera que los niños aborden problemas del mundo real, aprendiendo a través de ellos, y desarrollen habilidades esenciales para la vida cotidiana, incluidos entornos académicos y laborales. También se vio en esa revisión, que el razonamiento espacial es fundamental para las áreas STEM pues proporciona herramientas para entender las representaciones que surgen en las problemáticas de la vida real.

Sin embargo, desde la investigación faltan propuestas y actividades accesibles para escuelas con escasos recursos; las que hay están principalmente centradas en el uso de recursos digitales que implican una gran inversión, como la robótica. Por ello, en esta investigación, nos propusimos identificar actividades que fomenten el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial a través de proyectos enmarcados en educación STEM, utilizando tecnología digital y manipulables gratuitos y de fácil acceso para niños de primaria con recursos económicos limitados.

Específicamente, nos cuestionamos (ver sección 2.4.2):

1. ¿Cómo fomentar el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en distintos tamaños del espacio⁵⁹, a través de actividades STEM, en niños de 6-8 años; particularmente habilidades relacionadas con cambios de dimensión (2D↔3D), construcción de sistemas de referencia, e interpretación de representaciones?

⁵⁹ En la sección 3.1.1 se definen los tres tamaños del espacio considerados para el diseño de las actividades: micro-, meso- y macroespacio.

Para ello, se diseñó la THA que describimos en este documento (ver Capítulo 4 y Capítulo 5 –ver también abajo). Después de su implementación en los dos ciclos de experimentación, nos preguntamos:

2. ¿Cuáles habilidades de razonamiento espacial se usan o desarrollan en las actividades propuestas?

A continuación se resumen las respuestas a estas preguntas.

8.1. Respuestas a las preguntas de investigación y aportaciones del estudio

A continuación se discute sobre cómo dimos respuesta a las preguntas de investigación. A través de ello, se resaltan las principales aportaciones de esta investigación al campo de la educación matemática. Aunque hay una extensa literatura sobre estudios cuantitativos que vinculan las habilidades de razonamiento espacial con las distintas áreas STEM, y la importancia de estas en educación STEM, no hay muchos estudios que digan cómo se pueden desarrollar estas habilidades en contextos de educación STEM. Este es un estudio que aporta a este campo, mediante la THA propuesta. Más aún, esta es una investigación que se centra en niños de tercero de primaria y la THA se adapta especialmente para sectores de recursos económicos limitados. También, la integración, en la THA, del contexto de los sismos con las áreas STEM, propicia la interpretación y construcción de representaciones, lo cual permite que se pongan en uso o desarrollo habilidades de razonamiento espacial.

Otras aportaciones provienen del análisis de las implementaciones de la THA. En particular, la identificación de cuáles habilidades de razonamiento espacial emergieron durante la participación de los niños. Destacan de estas, específicamente aquellas relacionadas con la medición, el uso y creación de sistemas de referencia, así como la interpretación y elaboración de representaciones.

8.1.1. Diseño de una THA para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas a través de actividades STEM con recursos de fácil acceso

En respuesta a la primera pregunta de investigación, sugerimos como un camino posible el explorar micro, meso- y macroespacios, y el tránsito entre ellos, en el contexto del fenómeno de los sismos. En este sentido, tomando como referencia la definición de

razonamiento espacial propuesta por Davis et al. (2015) y la clasificación de tamaños del espacio propuesta por Gálvez (1985), se diseñó la THA, descrita en el Capítulo 4 y el Capítulo 5, compuesta por cuatro módulos con actividades de medición, y de construcción de sistemas de referencia y representaciones, tanto en meso- como en macroespacios. Además, para el desarrollo de esas actividades, propusimos el uso de recursos manipulables y digitales accesible a la población de nuestro estudio.

A continuación se presentan algunas reflexiones y conclusiones sobre el proceso de diseño de la THA.

a. El diseño de actividades STEM en el contexto del fenómeno de los sismos

Diseñar actividades que incorporen las áreas STEM representa un desafío. Aunque a menudo se habla de la integración de las áreas STEM cuando se aborda el trabajo de manera disciplinaria, en nuestra revisión de la literatura (ver sección 2.2.2), identificamos una posible falta de adecuada integración de dichas áreas en diversos estudios. De acuerdo con English (2016), en muchas propuestas que se consideran dentro de la educación STEM, las actividades tienden a centrarse en el desarrollo de habilidades en ciencias, relegando las demás áreas a roles secundarios o meros medios de aplicación, sin considerar su aprendizaje integral. Especialmente en el caso de las matemáticas, pocas investigaciones se han dedicado a estudiar cómo integrarlas con las demás áreas STEM para mejorar su enseñanza y aprendizaje (ver discusión más detallada en sección 2.2.2).

Más aún, un proyecto en educación STEM puede apoyar el aprendizaje profundo de ideas disciplinarias clave, pero debe indicar que tipo de enfoque integrado usa, cual es el contenido que se aborda y cuáles son las conexiones entre las áreas (Roehrig et al., 2021).

En nuestra investigación, seleccionamos el contexto del fenómeno de los sismos (ver siguiente sección), para plantear actividades en educación STEM. Como se explicó en la sección 4.2.1.2.a, seleccionar el fenómeno de los sismos como contexto tuvo sentido en el ámbito mexicano, ya que los estudiantes están familiarizados con este evento.

Los sismos pertenecen al ámbito de la geociencia, una disciplina que requiere un pensamiento espacial por parte de estudiantes y profesionales (NRC, 2006; Kastens y Ishikawa, 2006). Para desenvolverse en este campo, los geocientíficos deben dominar

diversas representaciones espaciales, comenzando con mapas, secciones transversales y diagramas de bloques, para luego adentrarse en representaciones especializadas, como aquellas que ilustran las direcciones del primer movimiento de un terremoto. Por otro lado, la mayoría de los datos geocientíficos se recopilan en dos dimensiones: Los sujetos deben aprender a integrar datos de fuentes de información de diferentes dimensiones (1D, 2D y 3D) en modelos de los fenómenos terrestres.

Como se destaca en el cierre del capítulo 7, en ese contexto del fenómeno de los sismos, hemos priorizado el desarrollo de habilidades en matemáticas, sin dejar de lado las habilidades en ciencias, ingeniería y tecnología. Para plantear estas actividades, fue necesario indagar en literatura especializada cuáles eran los aprendizajes esperados de los estudiantes al integrar ciertas áreas, reconocer cuál forma de integración favorece el desarrollo y uso de las habilidades en contextos que tuvieran sentido para los estudiantes, e indagar cuál es el rol que el maestro juega en este proceso de aprendizaje (ver Capítulo 5).

Más aún, se dialogó con un ingeniero quien nos sugirió incluir la construcción del sismógrafo (actividad 11, sección 5.1.2). También, en el primer ciclo (ver Anexo 8), contamos con la participación de un experto ingeniero, dedicado al estudio de los suelos, quien destacó ideas importantes sobre el movimiento de las placas tectónicas y los instrumentos que miden la intensidad de dicho movimiento. Para el segundo ciclo, ya no fue posible contar con su participación o la de otro experto, pues no fue posible organizar sus tiempos con los destinados para la implementación de las actividades. A pesar de que no contamos con más aporte de expertos, consideramos esencial su inclusión en estos proyectos, ya que reconocemos la validez de construir en comunidad.

Para organizar y reconocer una integración efectiva entre las áreas, utilizamos una rúbrica (ver Anexo 7), originalmente diseñada para la creación de proyectos en educación STEM. En este caso, usamos esta herramienta para evaluar y reconocer los elementos que convierten a nuestra THA en una propuesta en educación STEM. Mediante esta rúbrica, justificamos, en las actividades de la THA, el grado de integración entre las áreas, detallamos el contenido abordado en cada una, describimos qué actividades involucraban trabajo colaborativo en el aula, delineamos los métodos de evaluación del contenido y destacamos otras características relevantes.

De esta manera, se llegó a un diseño de actividades donde los estudiantes pudieran interpretar y representar representaciones en los micro- y mesoespacios, adquiriendo experiencias que les permitieran posteriormente comprender distancias y situaciones en macroespacios (capas de la Tierra, distancias en miles de kilómetro), a los cuales no se tiene acceso visual directo. Esto implicó que los estudiantes hicieran cambios de dimensión (2D↔3D) para construir e interpretar representaciones relacionadas con el fenómeno de los sismos.

b. Uso de recursos manipulables y digitales: necesidad para el desarrollo de razonamiento espacial en edades tempranas

El fomento de las habilidades de razonamiento espacial en edades tempranas se favorece con el uso de recursos manipulables y tecnologías digitales. Según Bruce et al. (2015), este enfoque permite a los estudiantes pasar de lo concreto, como acciones de movimiento, a la abstracción, que incluye acciones cognitivas como visualizar, interpretar y realizar rotaciones mentales.

Cuando se emplean recursos manipulables y digitales en las tareas de aprendizaje, es crucial que vayan más allá de simplemente involucrar el razonamiento espacial; deben enfocarse en situaciones auténticas que obliguen a los estudiantes a participar en procesos complejos de rotación mental, visualización y orientación espacial (Francis et al., 2016), así como a desarrollar procesos de comunicación sofisticados mediante el uso del lenguaje espacial.

En la sección 2.3.1 se destaca que, aunque algunas investigaciones consideran cómo el uso de recursos manipulables y digitales contribuye al desarrollo de habilidades de razonamiento espacial, existe una limitada investigación, especialmente en primaria, sobre cómo desarrollar estas habilidades sin recurrir a robótica o recursos tecnológicos avanzados como impresoras 3D.

En esta investigación se propone el uso de diversos recursos manipulables y digitales. Su elección se basó, no solo en su contribución al desarrollo del razonamiento espacial, sino también que fueran de fácil acceso para estudiantes de un nivel socioeconómico vulnerable.

Entre los manipulables se incluyen cubos de madera, utilizados para actividades que implican la interpretación y el tránsito de objetos y representaciones bi- y tridimensionales (Gutiérrez, 1998). También se emplea material reciclable para construir un sismógrafo (ver sección 7.3). Además, se utilizan tiras de papel y regla para medir micro- y mesoespacios e iterar dichas medidas, facilitando la interpretación de distancias y longitudes en el macroespacio.

En cuanto a los recursos digitales, se incorpora LightBot (o Scratch) para interpretar representaciones digitales en perspectiva isométrica, así como Google Maps y Google Earth para que los estudiantes reconozcan espacios conocidos, realicen recorridos virtuales y visualicen la escuela desde una perspectiva superior, permitiéndoles medir el perímetro de la superficie ocupada. Como se mencionó en la sección 6.2.3, LightBot se clasifica como un microespacio, ya que el usuario puede percibirlo directamente y manipularlo mediante comandos. Sin embargo, la manipulación en este software no es física, sino que se lleva a cabo mediante instrucciones que permiten al sprite moverse en la dirección y sentido necesarios para pasar y llegar por los puntos marcados

En términos de razonamiento espacial, se puede concluir que el uso de diferentes recursos influyó en el desarrollo de habilidades específicas. Por ejemplo, en la construcción de sistemas de referencia, el uso de cubos de madera y Google Maps/Earth promovió sistemas egocéntricos (ver secciones 6.2.1 y 6.2.4, respectivamente), permitió a los estudiantes construir relaciones entre los elementos del sistema (objetos, observador y espacio). En cambio, LightBot condujo a la creación de un sistema descentrado, describiendo relaciones espaciales desde la perspectiva del sprite en tercera persona. Consideramos que los recursos digitales como LightBot constituyen sistemas de referencia que posibilitan que los estudiantes puedan establecer relaciones entre los elementos de ese sistema (el sprite y su espacio), sin ser parte de este (ver sección 6.2.3).

Así, al situarse en cada uno de estos espacios, los usuarios pueden desarrollar habilidades de razonamiento espacial. Para investigaciones futuras, sería relevante explorar y comparar los tamaños de espacio de los recursos digitales utilizados, como LightBot (o entornos similares), con los propuestos por Gálvez (1985).

8.1.2. Habilidades de razonamiento espacial identificadas en las actividades de la trayectoria

A continuación se describe cómo identificamos que las actividades de la THA, y el uso de los recursos incluidos en ellas, promueven habilidades de razonamiento espacial (segunda pregunta de investigación), tales como las acciones planteadas en la sección 3.2 (ver Figura 3.1) y discutidas en los resultados expuestos en el Capítulo 6 (ver, en particular, Figura 6.15, Figura 6.28 y Figura 6.57).

a. Acceso a la construcción de espacios desconocidos a través de la medición

Como ya se discutió en la sección 3.2, comprender procesos de medición involucra la capacidad de razonar sobre el espacio 2D y 3D y reconocer las relaciones entre ellos (Seah y Horne, 2020). Por ello, nuestra THA involucra actividades de medición con diferentes magnitudes. Una de las magnitudes trabajadas es la de longitud (una distancia entre puntos). Medir una longitud parece sencillo, pero en dicho proceso emerge la construcción de otras nociones como son unidad, partición, conteo, iteración y conservación de la unidad, relaciones de transitividad, y la relación de la iteración unitaria con el número (Barrett et al., 2006). Otra de las magnitudes es la de superficie (cobertura de un espacio 2D) la cual se basa en el conocimiento de la medición lineal y requiere una comprensión de la composición y la estructura de las formas 2D (Barrett et al. 2006).

Las actividades de medición propuestas en la THA brindaron a los estudiantes la oportunidad de emplear habilidades de razonamiento espacial identificadas a través de acciones como recorrer/deslizar—*sliding* (iterar) una unidad de medida; percibir la longitud de dicha unidad; comparar y relacionar diferentes unidades de medida (por ejemplo, del sistema antropométrico y del sistema métrico) con la longitud a medir; y componer unidades de medida para determinar la longitud o distancia. Consideramos que dichas habilidades permitieron, además, la construcción de las nociones señaladas por Barrett et al. (2006). La manipulación de estas unidades de medida se llevó a cabo en los micro- y mesoespacios, para posteriormente crear representaciones (2D) de vistas superiores de mesoespacios y macroespacios (espacios 3D) a las que los niños no tenían acceso visual directo. Para poder representar dichas vistas inaccesibles, tuvieron que imaginar/visualizar

estos espacios, y relacionar esas vistas imaginadas con su espacio físico; esto implica cambios de dimensión, cuya importancia es enfatizada por Seah y Horne (2020).

Por otro lado, observamos diferencias entre los procesos de medición de longitudes horizontales (en el plano xy), con los de alturas (longitudes perpendiculares al plano xy):

- La medición de longitudes horizontales puede llevarse a cabo directamente con cualquier instrumento de medición, independientemente de su longitud. Además, medir en este plano permite que los niños recorran la longitud a medir. Durante las actividades realizadas, los estudiantes establecieron conexiones entre las distancias desde sus hogares hasta la escuela y el tiempo que tardaban en recorrer esas distancias. Esta experiencia les brindó la capacidad de visualizar longitudes extensas, expresadas, por ejemplo, en kilómetros.
- En contraste, la medición de alturas (sobre cualquier línea perpendicular al plano xy) implicó comprender el procedimiento para medir esas alturas. Esto requiere la habilidad de posicionar el instrumento de medición de manera perpendicular al plano. Para medir alturas que superan la estatura de los niños (aproximadamente 1 metro con 30 centímetros), se necesitan instrumentos adicionales, como medidores de longitud, a los cuales los niños no tienen acceso.

Medir alturas significativas para los niños, como aquellas que superan los dos metros, implicó iterar distancias conocidas, como sus propias alturas, y estimar aproximadamente cuántas veces su longitud equivale a la altura a medir.

En el proceso de medición, la utilización de puntos de referencia, según Clements y Bright (2003), desempeña un papel crucial al generar estimaciones sobre cantidades desconocidas mediante el conocimiento de medidas asociadas a objetos comunes. “La comprensión de una amplia gama de referencias de medición cotidianas, como la altura aproximada de puertas de dos metros, constituye la base para desarrollar tanto un sentido de medición sólido como una apreciación numérica adecuada⁶⁰” (Hope, 1989; p. 15). Según Hope (1989) este repertorio es esencial tanto para realizar estimaciones como para evaluar la coherencia de dichas estimaciones; ilustra este punto al destacar que los estudiantes que han

⁶⁰ Mi traducción del inglés.

internalizado referentes pertinentes en su vida diaria podrán discernir la incoherencia en afirmar que un niño mide 10 metros de altura. En el caso de los datos presentados, los niños estimaron la altura del salón de clases usando como punto de referencia la altura de la maestra (ver sección 6.1.4) y reconocieron errónea la longitud de la altura de un compañero al usar como punto de referencia la altura de un bebé (ver sección 6.1.3); es decir usaron las medidas tomadas en el microespacio para estimar longitudes en el mesoespacio.

Según Seah y Horne (2020), aún cuando se enseñe la medición en escuelas primarias y secundarias, se ha observado que estudiantes muestran una comprensión superficial de esta temática, confundiendo perímetro y área, volumen y superficie. Además, según esos mismos autores, los estudiantes carecen de comprensión del concepto de unidad y aplican fórmulas de manera indiscriminada en la resolución de problemas. Esta situación se complejiza debido a que la enseñanza se centra en la memorización de fórmulas y la aplicación rutinaria de reglas (Murphy, 2012), junto con déficits en el plan de estudios y una asignación insuficiente de tiempo para la enseñanza de geometría y medición (Smith et al., 2016).

En el proyecto de sismos propuesto en la THA, se aborda la medición desde unidades antropométricas, hasta el trabajo y reconocimiento del sistema métrico decimal. Los niños adquirieron experiencia en medir e iterar medidas en el micro- y mesoespacio para calcular longitudes desconocidas, sin depender de reglas o fórmulas.

b. El entorno y la actividad propician la construcción de ciertos sistemas de referencia

El lenguaje oral, las representaciones y los gestos han constituido formas fundamentales para construir y comunicar relaciones espaciales desde épocas primitivas, facilitando así la ejecución de actividades de desplazamiento y el reconocimiento del entorno (Gonzato y Díaz-Godino, 2010). Las representaciones, incluso las más simples, contienen una gran cantidad de información espacial, que resulta desafiante de traducir al lenguaje natural sin generar confusiones y malinterpretaciones. Identificar las ambigüedades inherentes al lenguaje espacial, según Emmorey et al. (2000), es crucial para mejorar la capacidad del usuario de representar y comunicar eficazmente información espacial a través de cualquier tipo de representaciones, bien sea dinámicas o estáticas.

Un aspecto crucial en el estudio de las representaciones espaciales es el tipo de sistemas de referencia utilizados para codificar la información. Estos sistemas incluyen un punto de referencia (origen) y una dirección de referencia (ejes), pudiendo ser egocéntricos o alocéntricos, según el punto o la dirección de referencia.

Los resultados de esta investigación, en cuanto a la construcción de sistemas de referencia, concuerdan con lo expuesto por Majid et al. (2004) (citados en Shusterman y Li, 2016), quienes plantean que los sistemas de referencia se construyen según la cultura en la que nos desenvolvamos y las experiencias construidas: algunas, por ejemplo, donde las relaciones que se establecen entre elementos del espacio ubican a la Tierra como el centro del universo, en vez de ser egocéntricas, son geocéntricas. Al posicionarse dentro de este sistema, se usarían términos como "norte" y "sur" (sistema de referencia absoluto fijado en la tierra), mientras que términos como "zona alta" y "centro de Manhattan" se limitan a una ubicación específica, particular de un sujeto (Majid et al., 2004, citados en Shusterman y Li, 2016).

En las actividades propuestas en nuestra trayectoria, los estudiantes usaron y construyeron sistemas de referencia dependiendo de la pregunta y de los recursos disponibles. Aunque, en general, los estudiantes usaron o construyeron un sistema de referencia egocéntrico, algunos recursos fomentaron la creación de relaciones entre objetos de manera distinta. Por ejemplo, en los desplazamientos en la escuela (actividad 17), algunos estudiantes crearon sistemas de referencia intrínsecos al centrarse en las relaciones entre objetos/sujetos y el entorno que los rodea (ver, por ejemplo, el caso del Mario en la sección 6.2.2.1). Y, con LightBot (actividad 18), los estudiantes construyeron un sistema de referencia descentrado al describir las relaciones espaciales entre los objetos de la interfaz desde la perspectiva del sprite, lo que implicó descripciones en tercera persona (ver, por ejemplo, el caso de Luis en la sección 6.2.3.1).

En cuanto a las relaciones que los niños establecieron al observar elementos en las fotografías de las cordilleras del Himalaya y el Gran Valle de Rift (actividad 2), afirmamos que las dos preguntas guías permitieron a los niños situarse en diferentes sistemas de referencia (relativos e intrínsecos), y usar/construir representaciones espaciales (egocéntrica, alocéntrica y descentrada). La pregunta “¿Desde dónde crees que fue tomada

esta fotografía?” dirigió la atención de los estudiantes hacia las relaciones de distancia y tamaño entre algunos elementos de la imagen en relación con la posición del fotógrafo (ver, sección 7.1.2. Por otro lado, la pregunta “¿Dónde crees que se encontraba el fotógrafo?” llevó a los niños a imaginar la posición del fotógrafo desde una perspectiva egocéntrica en el macrosespacio representado, considerando implícitamente el campo de visión (ver sección 7.1).

Por otro lado, la construcción de sistemas de referencia, según Shusterman y Li (2016), implica al menos dos movimientos isométricos en el plano. Estos movimientos incluyen desplazamientos como la traslación, donde el eje del sujeto se superpone a otro objeto, y la rotación, donde los ejes izquierda-derecha pueden girar en relación con el sujeto. Identificar la derecha o izquierda de un objeto puede ser desafiante, ya que la persona que hace referencia a la ubicación del objeto no necesariamente se encuentra en la misma dirección que este. Quien comunica debe ser consciente de su posición con respecto al objeto, es decir, si está de frente, de espaldas o de lado.

En la actividad de desplazamiento en el patio de la escuela (actividad 17, ver sección 6.2.2), los niños comunicaron giros (centrados en sí mismos, o desde la posición del compañero) y la dirección y cantidad de pasos para desplazarse. En algunos casos, para comunicar a donde se debía girar, quien daba la instrucción se colocaba en la misma dirección de su compañero (sistema de referencia egocéntrico); es decir, hacían un movimiento de traslación al superponer su eje sobre el del compañero para reconocer la ubicación del punto al que debían llegar (ver ejemplo 1, sección 6.2.2.1). Cuando daban la instrucción sin moverse, reconocían los ejes de rotación de quien se estaba desplazando (sistema de referencia intrínseco) (ver ejemplo 2, sección 6.2.2.2).

c. Establecer relaciones entre un espacio físico y su representación

Construir una representación de cualquier tamaño del espacio conlleva hacer correspondencias entre objetos físicos y representaciones (e.g., trazos en papel) que simbolizan dichos objetos. En la construcción de representaciones, es indispensable llevar a cabo actividades de medición, así como de uso y construcción de sistemas de referencia. También, el proceso de construcción de representaciones del micro, meso- y macrosespacios

depende de la forma como el sujeto observa los elementos del espacio que quiere representar.

Las actividades de medición (e.g., actividades 5 y 8) permitieron a los niños, reconocer los elementos (las partes) del espacio directamente y/o a través de representaciones y, establecer relaciones con dicho espacio (por ejemplo, al representar las vistas superiores del salón de clase –ver sección 6.3.2.3).

Asimismo, interpretar y representar objetos en micro- y mesoespacios observados directamente y/o conocidos, les facultó para visualizar y representar vistas del meso- y macroespacios (el todo) que no estaban al alcance de su vista (por ejemplo, al representar las vistas superiores de la escuela, usando Google Earth –ver sección 6.3.3.2). Al respecto Battista (2007) comenta que estas son acciones que van más allá de ver, pues se reflexiona sobre las relaciones del todo (objeto) con sus partes (y la relación entre ellas) y se examinan sus posibles transformaciones.

Por otro lado, en el caso del microespacio del módulo multicubo (actividad 14), los niños podían moverse alrededor del objeto y reconocer los elementos que lo componen, es decir que fueron observadores externos del sistema (ver sección 6.2.1); además establecieron una relación directa entre las vistas ortogonales físicas con su representación en una escala 1:1 (ver sección 6.3.1).

En el meso- y macroespacio, el niño forma parte del espacio, es observador interno, entonces sus representaciones dependieron de cómo percibían un objeto y/o sujeto, si se estaban fijando en un tipo de vista, ortogonal o isométrica, y como se relacionaban con estas. La representación del meso- y macroespacio presenta un desafío significativo debido a sus dimensiones, ya que no pueden mantener una correspondencia directa 1:1 con el espacio real. Aunque las representaciones de los niños no tenían el mismo tamaño que el espacio real (e.g., en la actividad 15 de representar vistas superiores del salón de clase), en su mayoría conservaban la misma forma y algunas mantenían relaciones proporcionales (ver sección 6.3.2.3).

La representación de un espacio, de acuerdo con Dindyal (2015) y Gutiérrez (1991), requiere reconocer el lenguaje verbal y simbólico que comunica la forma y ubicación de los elementos a representar. Lo anterior también implica establecer relaciones entre objetos,

sujetos y tamaño del espacio. Por tanto, era importante incluir en la THA actividades de medición, y uso y construcción de sistemas de referencia donde presente la relación de elementos contenidos en el espacio: es decir, siempre estuvo presente la relación entre el sujeto (quien observa), con otros objetos/sujetos (lo que se observa), y con el espacio.

8.2. La experimentación de las actividades: del diseño a la realidad en el aula

En esta sección, discutimos los desafíos enfrentados durante la experimentación en el primer y segundo ciclo, ambos vinculados mayormente a la pandemia de Covid-19. El principal obstáculo en ambos períodos fue la inconsistencia en la participación de los estudiantes. En el primer ciclo, tuvimos que llevar a cabo sesiones en línea, pero algunos niños estaban sin acceso a Internet. Por otro lado, durante el segundo ciclo, la escuela estaba transitando de las sesiones en línea a sesiones presenciales.

A pesar de esos desafíos que muestran que experimentar en el aula (aún en aulas virtuales, como en el primer ciclo), no es una tarea fácil –pues, como lo comentan Woolcott et al. (2020), en estos espacios hay una gran cantidad de variables que hay que gestionar como el diseño de actividades, el uso de recursos, el establecimiento de normas de clase, por nombrar algunas— consideramos que las implementaciones de la THA fueron exitosas. Consideramos que en ese sentido, nuestra investigación aporta en mostrar cómo gestionar las variables mencionadas por Woolcott et al. (2020), para implementar actividades en el aula.

A continuación, profundizaremos sobre las experiencias, desafíos y limitante durante los dos ciclos de experimentación.

a. Dificultades y desafíos en la implementación de la THA en el primer ciclo

Las actividades estaban programadas para ser implementadas en el primer semestre de 2020, y se habían establecido contactos con la escuela y solicitado los permisos necesarios (ver sección 4.2.2.1 y Anexo 4). Sin embargo, la llegada de la pandemia por Covid-19, lo que implicó que no se pudiera llevar a cabo la implementación como estaba planeada. Primero, la escuela tuvo que organizar su cambio a actividades en línea y se tuvo que esperar a que la escuela y los niños se adaptaran a esta nueva modalidad de clases; con un

retraso de un par de meses, nuestras sesiones de experimentación pudieron iniciar, pero también en modalidad sincrónica en línea (en lugar de presencial como había estado planeado). La implementación finalmente comenzó en el segundo semestre de 2020 (ver sección 4.3.2). Dado que los estudiantes provenían de un sector socioeconómicamente vulnerable, debido a restricciones técnicas, fue crucial ajustarse a los recursos disponibles para la conexión por Google Meet, limitada a un máximo de una hora por sesión (generalmente eran entre 30 y 40 min).

Inicialmente, participaron 16 estudiantes, pero con el tiempo, la asistencia disminuyó, llegando a un promedio de 5 estudiantes por sesión. Es importante destacar la participación de los padres en todas las sesiones, obligatoria por el protocolo de seguridad escolar. Es posible que su participación haya sesgado los datos, ya que los padres a veces intervenían en las actividades; de esta manera también se dificultaba la evaluación de las habilidades de razonamiento espacial de los estudiantes.

En las sesiones sincrónicas en línea, las instrucciones debían ser claras, y entender la forma de razonar de los estudiantes requería escuchar a cada uno, prolongando el tiempo de ejecución de las actividades planeadas. En consecuencia, en ese primer ciclo, solo se logró aplicar el primer módulo de la trayectoria. Más aún, la asistencia durante las sesiones sincrónicas en línea del primer ciclo fue baja, contando con una participación en las sesiones iniciales de 16 estudiantes, que con el tiempo se redujo a un promedio de sólo 5 estudiantes por sesión.

Aunque el trabajo en las sesiones sincrónicas en línea fue un desafío, los resultados de la investigación durante las nueve sesiones del primer ciclo –particularmente las formas de resolver las actividades por los estudiantes y sus comentarios de sus interpretaciones– indican que se fomentó el razonamiento espacial: por ejemplo, la construcción de sistemas de referencia al interpretar fotografías (ver Anexo 8, sección A8.1.3.1), o las habilidades que emergieron en la elaboración del sismógrafo, entre otras (ver Anexo 8 y Capítulo 7). Además los resultados de la experimentación en el primer ciclo permitieron reconocer la necesidad de diseñar otras actividades entradas en la medición, empezando estas en micro- y mesoespacios, para extrapolar a otros meso- y macroespacios. Esto es, se identificó que en la primera versión de la THA, faltaban momentos en los que los estudiantes logaran

estimar, medir e iterar en espacios que pudieran manipular (e.g., módulos multicubo), ver y recorrer/deslizar medidas (e.g., del salón de clases) para posteriormente poder estimar y visualizar meso- y macroespacios a los que no tenían acceso directamente (e.g, profundidad de una grieta). Por ello se añadieron las actividades 4-10 y 21 (ver Tabla 4.6) como se explica en la sección 4.3.1.a.

b. Dificultades y desafíos en la implementación de la THA en el segundo ciclo

El segundo ciclo se llevó a cabo en el primer semestre de 2022, en sesiones presenciales, aprovechando el regreso de los estudiantes a las escuelas después de la pandemia (ver sección 4.3.2). Se trabajó conjuntamente con dos grupos de tercer grado durante 22 sesiones, con una asistencia que oscilaba entre los 16 y 28 estudiantes, sin que se pudieran implementar las dos últimas actividades, 23 y 24, por falta de tiempo.

En el segundo ciclo, como se indicó en la sección 4.3.2, los niños estaban empezando a reincorporarse a las clases presenciales después de la pandemia, habiendo cursado los grados anteriores (primero y segundo de primaria) desde casa. Ese trabajo remoto redujo sus habilidades de lectura, escritura y comunicación afectando su participación en nuestro estudio. En particular, se observó que a muchos niños les costaba trabajo la dinámica presencial y las habilidades de socialización. Esta situación se reflejó en las actividades iniciales, donde en las sesiones grupales, que requerían de diálogo y discusión, participaban solo entre 4 a 5 estudiantes. Esto también, afectó su participación y rendimiento en las pruebas diagnósticas, los cuales fueron bajos, lo que hizo que los resultados de estas no pudieran ser tomados en cuenta (ver sección. 4.3.2.2).

La pandemia también afectó los recursos tecnológicos disponibles en la escuela; las computadoras no prendían por la falta de uso durante dos años: esto impidió, en particular, el uso de Scratch y Sweet Home 3D, por lo que se tuvo que buscar alternativas para el primero de estos (LightBot) en dispositivos móviles.

A pesar de los desafíos iniciales, a medida que iban transcurriendo las sesiones, los estudiantes se mostraban cada vez más participativos. Las actividades de movimiento, como las de medición de espacios, construcción de objetos, y de desplazamiento, los motivó y entusiasmó, así como lo hizo el uso de recursos manipulables y digitales.

Aunque la implementación de actividades de este tipo, caracterizadas por brindar a los estudiantes un grado menor de instrucción y una mayor libertad, otorgando un papel crucial a la creatividad y la imaginación, podría suscitar cierto desorden en el aula, la experiencia evidenció que los estudiantes emergieron como protagonistas activos, desempeñando roles equiparables a los de ingenieros y científicos. En este contexto, el papel del profesor se centró en brindar apoyo, orientación y resaltar conocimientos específicos a partir de las contribuciones y producciones de los propios estudiantes. La implementación de las actividades en los dos ciclos fue en un aula con problemáticas y contextos reales, lo que hace considerar las distintas variables que emergen en el aula de clase, tal y como sugieren Cobb et al. (2003).

8.3. Limitaciones del estudio y posibles direcciones para investigaciones futuras

Para finalizar este trabajo, señalamos algunas limitaciones y direcciones para investigaciones futuras derivadas de nuestros resultados.

1. Respecto a la **evaluación** de los resultados de la implementación para identificar el desarrollo o cambios en el razonamiento espacial de los niños:
 - En el diseño de la THA, dicha evaluación se pretendía hacer mediante la prueba diagnóstica aplicada antes y después de la implementación del experimento de enseñanza (ver Anexo 8); sin embargo, esto no resultó de la manera planeada. Como se señaló en la sección 4.2.1.1, en el primer ciclo esta prueba solo se aplicó antes de la experimentación y no fue posible aplicarla después, por falta de tiempo. Más aún, la participación obligatoria de los padres durante las sesiones sincrónicas en línea en ese primer ciclo, estipulada por el protocolo de seguridad escolar, pudo haber sesgado los datos iniciales, ya que ocasionalmente intervenían en las actividades. En el segundo ciclo se transitaba de las clases en línea a clases presenciales como se señaló en la sección 4.3.2, y dado que no fue posible aplicar la prueba diagnóstica en clase, se envió como actividad en casa. Aun así, la mayoría de los estudiantes no la respondieron (solo obtuvimos 3 respuestas de 28 participantes). Entonces, los resultados de la prueba no fueron un insumo para identificar los cambios en el razonamiento espacial de los niños participantes, y por

tanto, tampoco se pudo validar este instrumento como diagnóstico para valorar este tipo de habilidades.

- Por ende, investigaciones futuras podrían evaluar qué tanto la prueba cumple las hipótesis de su diseño (ver Capítulo 5) para identificar las habilidades de razonamiento espacial de los niños.
 - Más aún, habría que investigar si esta prueba es adecuada para que niños de esta edad, sin intervención de los tutores o padres de familia, puedan contestarla.
 - También, se podría investigar otros métodos para identificar los puntos de partida de las habilidades de razonamiento espacial de los niños, previo a una intervención, y posteriormente, dar cuenta de cambios en dichas habilidades. Por ejemplo, utilizando entrevistas clínicas donde se utilicen materiales manipulables y/o digitales.
- A falta de datos de la prueba diagnóstica, como se reporta en este documento, la valoración del desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial de los niños a través de su pensamiento cambiante (Noss y Hoyles, 2015), de cómo interpretaban y representaban micro- y mesoespacios (ver sección 6.3). Sin embargo, para otras habilidades, como la construcción de sistemas de referencia (ver sección 6.2) y las relacionadas con el proceso de medición (ver sección 6.1), solo dimos cuenta de su uso.
- Investigaciones futuras podrían explorar con actividades adicionales a la THA propuesta cuyo propósito sea monitorear, detalladamente, el desarrollo de habilidades (Capítulo 2).
 - Además, se podría investigar cómo medir los cambios en el lenguaje espacial utilizado por los niños durante las actividades de la THA, así como explorar qué otras preguntas (ítems) de la prueba diagnóstica podrían dar cuenta del lenguaje que usan.

2. En relación con la **implementación** de la THA:

- La propuesta de THA presentada es extensa y se observó que su experimentación completa hubiera requerido más de un semestre (ver secciones 4.2.2 y 4.3.2).

- Por lo tanto, es crucial identificar qué modalidades de trabajo (grupal o individual) son más eficientes para promover el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en los niños, teniendo en cuenta el formato de las clases (sesiones sincrónicas en línea o presenciales), así como el contexto y las necesidades del grupo de estudiantes. Lo anterior podría ayudar a que la THA se pueda realizar dentro de un semestre.
- En cuanto al uso de tecnologías digitales, el diseño original de la THA contemplaba el uso de algunas tecnologías como Scratch y Sweet Home, pero por limitaciones de infraestructura tecnológica no fue posible su uso en la experimentación (ver sección 4.2.1).
 - En estudios posteriores, se podría indagar cómo y cuáles habilidades de razonamiento espacial se pueden desarrollar con estas tecnologías.
- La THA estaba diseñada para experimentarse presencialmente, pero no fue posible. Al respecto, un aspecto no previsto fue la presencia de los padres durante las sesiones en línea.
 - Otras investigaciones podrían indagar sobre cómo llevar a cabo actividades en línea o a distancia (sincrónicas o asincrónicas) e identificar qué rutas metodológicas seguir para reconocer cambios en la forma de razonar de los niños.
 - También, se puede indagar sobre cómo actividades en línea o a distancia pueden involucrar a los padres y analizar el tipo de participación e interacción necesaria niños-padres para favorecer el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial.

3. **Otras líneas de investigación** para extender el trabajo presentado:

- Nuestra investigación contribuye en mostrar cómo las habilidades de razonamiento espacial pueden ser desarrolladas por niños de primaria en un contexto de educación STEM. Sin embargo, la THA propuesta se podría extender de las siguientes maneras:

- Realizar más ciclos de experimentación de la THA propuesta, y con niños de otros contextos, para poder reconocer los elementos variantes e invariantes de su diseño.
- Investigar qué otros contextos de educación STEM –por ejemplo, centrándose en otros fenómenos naturales– podrían incluirse que desarrollen habilidades de razonamiento espacial.
- Analizar qué otras tecnologías manipulables y digitales apoyan el desarrollo de razonamiento espacial en contextos de educación STEM, particularmente en escuelas con infraestructura tecnológica limitada y/o ubicadas en zonas vulnerables.
- En cuanto a educación STEM en general, investigaciones futuras podrían analizar otros aspectos que estuvieron fuera del alcance de este trabajo en educación matemática, donde el análisis de los datos se centró en identificar el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial. Por ejemplo:
 - Una posible línea de investigación podría enfocarse más en educación STEM en general y analizar de manera transdisciplinar qué otras habilidades la THA propuesta desarrolla. Para ello, en el análisis, se podría contar con la participación de investigadores expertos en estas áreas.
 - En relación a esto, también se podría investigar cómo enriquecer la THA para profundizar en el desarrollo de habilidades en las diferentes áreas STEM (es decir, científicas, tecnológicas y de ingeniería). En cuyo caso se requeriría la colaboración con expertos de cada área para el codiseño de actividades de profundización en cada área, manteniendo la conexión entre estas cuatro áreas.
- Por otro lado, la educación STEM requiere un conocimiento generalista, pero a la vez demanda un dominio sólido de las diferentes áreas, tanto a nivel conceptual, como procedimental y epistemológico, para evitar que la integración sea meramente anecdótica. Más aún, la integración de las áreas académicas no siempre concuerda con la especialización predominante de los docentes. En este contexto, Toma y García-Carmona (2021) plantean interrogantes sobre cuándo y cómo los docentes de primaria y secundaria pueden recibir instrucciones sobre el

diseño e implementación de enfoques STEM integrados en su formación. En el trabajo aquí presentado, la implementación de la THA la realizó la investigadora-docente, y no las maestras a cargo de los grupos de estudiantes participantes.

- Por tanto, una investigación futura podría explorar cómo contribuir a la formación docente para que los mismos maestros puedan dirigir, con sus alumnos, trayectorias de aprendizaje como la aquí presentada.
- Finalmente, al analizar los datos, observamos una menor participación de las niñas (ver sección 4.3.2.1), una situación que no habíamos anticipado y para la cual no implementamos dinámicas específicas de inclusión.
 - En estudios futuros, se podría investigar las razones detrás de la menor participación de las niñas en la implementación de THAs como la aquí propuesta, y explorar cómo garantizar que su participación sea equitativa, promoviendo así la igualdad de género.

REFERENCIAS

- Aguilera, D., García-Yeguas, A., Perales Palacios, F. J. y Vílchez-González, J. M. (2022). Diseño y validación de una rúbrica para la evaluación de propuestas didácticas STEM (RUBESTEM). *Revista Interuniversitaria de Formación Del Profesorado. Continuación de La Antigua Revista de Escuelas Normales*, 97(36.1). <https://doi.org/10.47553/rifop.v97i36.1.92409>
- Alfieri, L., Higashi, R., Shoop, R. y Schunn, C. D. (2015). Case studies of a robot-based game to shape interests and hone proportional reasoning skills. *International Journal of STEM Education*, 2(1), 4-17. <https://doi.org/10.1186/s40594-015-0017-9>
- Arıcı, S. y Aslan-Tutak, F. (2015). The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 179-200. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9487-8>
- Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderma, D., Pennisi, S. J. y Polaki, M. V. (2006). Students' coordination of geometric reasoning and measuring strategies on a fixed perimeter task: Developing mathematical understanding of linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 187-221. <https://doi.org/10.2307/30035058>
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Information Age Publishing.
- Battista, M. T. y Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292. <https://doi.org/10.2307/749365>
- Beckmann, S. (2014). The twenty-third ICMI study: primary mathematics study on whole numbers. *International Journal of STEM Education*, 1(1), 1-8. <https://doi.org/10.1186/2196-7822-1-5>

- Bergsten, C. y Frejd, P. (2019). Preparing pre-service mathematics teachers for STEM education: an analysis of lesson proposals. *ZDM Mathematics Education*, 51(6), 941-953. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01071-7>
- Bevan, B. (2017). The promise and the promises of making in science education. *Studies in Science Education*, 53(1), 75-103. <https://doi.org/10.1080/03057267.2016.1275380>
- Blikstein, P. (2013). Digital fabrication and ‘making’ in education: The democratization of invention. *FabLabs: Of machines, makers and inventors*, 4(1), 1-21. <https://tltlab.org/wp-content/uploads/2019/02/2013.Book-B.Digital.pdf>
- Blikstein, P. (2018). Maker movement in education: History and prospects. *Handbook of technology education*, 419, 437. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44687-5_33
- Bonilla Hernández, J. (2012). *Actividades computacionales de conteo matemático para niños con síndrome de Down*. [Tesis de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional]. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/996>
- Bright, G. W. (1976). Estimation as Part of Learning to Measure. *National Council of Teachers of Mathematics Yearbook*.
- Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The journal of the learning sciences*, 2(2), 141-178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2
- Bruce, C. D. y Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: what is it? Why does it matter? And what can we do about it? *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 331-343. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0637-4>
- Bruce, C. D., Sinclair, N., Moss, J., Hawes, Z. y Caswell, B. (2015). Spatializing the curriculum. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 95-116). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Buckley, J., Seery, N. y Canty, D. (2018). A heuristic framework of spatial ability: A review and synthesis of spatial factor literature to support its translation into STEM

- education. *Educational Psychology Review*, 30(3), 947-972.
<https://doi.org/10.1007/s10648-018-9432-z>
- Burlbaw, L. M., Ortwein, M. J. y Williams, J. K. (2013). The project method in historical context. En R. M. Capraro, M. M. Capraro y J. R. Morgan (Eds.), *STEM Project-Based Learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) approach* (pp. 7-14). Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6_2
- California Department of Education. (2014). *Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) information*. <http://www.cde.ca.gov/PD/ca/sc/stemintrod.asp>
- Capraro, M. M. y Jones, M. (2013). Interdisciplinary STEM project-based learning. En R. M. Capraro, M. M. Capraro y J. R. Morgan (Eds.), *STEM project-based learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) approach* (pp. 50-58). Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6_6
- Capraro, R. M., Capraro, M. M. y Morgan, J. R. (2013). *STEM project-based learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) approach*. Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6>
- Casey, B. M., Andrews, N., Schindler, H., Kersh, J. E., Samper, A. y Copley, J. (2008). The development of spatial skills through interventions involving block building activities. *Cognition and instruction*, 26 (3), 269-309.
<https://doi.org/10.1080/07370000802177177>
- Chamorro, M. D. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educación.
- Chamorro, M. D. C. y Belmonte-Gómez, J. M. (2000). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Síntesis.
- Cheng, Y. L. (2017). The improvement of spatial ability and its relation to spatial training. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM Education: transforming research into practice* (pp. 143-172). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_8

- Chorney, S. y Sinclair, N. (2018). Fingers-on Geometry: The Emergence of Symmetry in a Primary School Classroom with Multi-touch Dynamic Geometry. En: N. Calder, K. Larkin y N. Sinclair (Eds.) *Using Mobile Technologies in the Teaching and Learning of Mathematics. Mathematics Education in the Digital Era* (pp. 213-230). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-90179-4_12
- Clements, D. H. y Bright, G. (2003). *Learning and Teaching Measurement (2003 Yearbook)*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. En D. H. Clements y J. Sarama (Eds.). *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 267-297). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410609236>
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 133-148. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0>
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S. y McMillen, S. (1997). Students' development of length concepts in a Logo-based unit on geometric paths. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (1), 70-95. <https://doi.org/10.2307/749664>
- Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R. A. Lesh y J. Y. Baek (eds.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching* (pp. 68-95). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315759593>
- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational researcher*, 32(1), 9-13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>

- Cohrssen, C. y Pearn, C. (2021). Assessing preschool children's maps against the first four levels of the primary curriculum: lessons to learn. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 43-60. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00298-7>
- Con-CIENCIA (2014). *Las capas de la tierra* [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/MM5eH6yx42v9sQr68>
- Contero, M., Naya, F., Company, P. y Saorin, J. L. (2006). Learning support tools for developing spatial abilities in engineering design. *International Journal of Engineering Education*, 22(3), 470-477. https://www.ijee.ie/articles/Vol22-3/06_ijee1769.pdf
- Davis, B. y Spatial Reasoning Study Group. (2015). *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Davis, B., Okamoto, Y. y Whiteley, W. (2015). Spatializing school mathematics. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 139-150). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20. <http://www.jstor.org/stable/41193837>
- Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational researcher*, 32(1), 5-8. <http://www.designbasedresearch.org/reppubs/DBRC2003.pdf>
- Dindyal, J. (2015). Geometry in the early years: a commentary. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 519-529. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0700-9>
- Drijvers, P. (2019). Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education. En U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 8-28). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. <https://hal.science/hal-02436279/document>

- Duijzer, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M., Doorman, M. y Leseman, P. (2019). Embodied learning environments for graphing motion: a systematic literature review. *Educational Psychology Review*, 31(3), 597-629. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09471-7>
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 37-52). Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-25). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Editorial Mediotiempo (2019). *Falla de San Andrés*. [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/z7SDibcX4f1EzfXo9>
- Emmorey, K., Tversky, B. y Taylor, H. A. (2000). Using space to describe space: Perspective in speech, sign, and gesture. *Spatial cognition and computation*, 2, 157-180. <https://doi.org/10.1023/A:1013118114571>
- English, L. D. (2016). STEM education K-12: perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 1-8. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>
- English, L. D. (2017). Advancing elementary and middle school STEM education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 5-24. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9802-x>
- English, L. D. (2021). Integrating engineering within early STEM and STEAM Education. En C. Cohrssen y S. Garvis (Eds.), *Embedding STEAM in early childhood education and care* (pp. 115-133). Palgrave Macmillan, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-65624-9_6
- English, L. D. y King, D. T. (2015). STEM learning through engineering design: fourth-grade students' investigations in aerospace. *International Journal of STEM Education*, 2(1), 1-18. <https://doi.org/10.1186/s40594-015-0027-7>

- Esparza Cruz, E. (2005). *Estimulación de las relaciones euclidianas a través de actividades de programación Logo*. [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Fastame, M. C. (2017). Empowering visuo-spatial abilities among Italian primary school children: from theory to practice. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM Education: transforming research into practice* (pp. 125-141). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_7
- Fernández-Manzanal, R., Rodríguez-Barreiro, L. y Carrasquera, J. (2007). Evaluation of environmental attitudes: analysis and results of a scale applied to university students. *Science Education*, 91(6), 988-1009. <https://doi.org/10.1002/sci.20218>
- Francis, K. y Whiteley, W. (2015). Interactions between three dimensions and two dimensions. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 121-136). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Francis, K., Khan, S. y Davis, B. (2016). Enactivism, spatial reasoning and coding. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 2, 1-20. <https://doi.org/10.1007/s40751-015-0010-4>
- Francis, K., Rothschild, S., Poscente, D. y Davis, B. (2022). Malleability of spatial reasoning with short-term and long-term robotics interventions. *Technology, Knowledge and Learning*, 27(3), 927-956. <https://doi.org/10.1007/s10758-021-09520-7>
- Freudenthal, H. (2002). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/0-306-47202-3>
- Fuertes, T. y Fernández, M. (2023). Educación STEM en la infancia: percepciones del profesorado. *TECHNO REVIEW. International Technology, Science and Society Review/Revista Internacional de Tecnología, Ciencia y Sociedad*, 13(2), 1-14. <https://doi.org/10.37467/revtechno.v13.4789>
- Gálvez Pérez, G. (1985). El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria. [Tesis de

- doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional]. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/4422>
- Gates, P. (2018). The importance of diagrams, graphics and other visual representations in STEM teaching. En R. Jorgensen y K. Larkin (Ed.), *STEM education in the junior secondary* (pp. 169-196). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-5448-8_9
- Geólogos del Mundo Asturias (2014). *Distribución superficial de las placas litosféricas* [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/Sej65JdhPvnbt9aM8>
- Glenn, J. A. (1980). Children learn to measure: Foundation activities in the classroom. A handbook for teachers. Harper & Row.
- Gonzato, M. y Díaz-Godino, J. (2010). Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 6(23), 45-58. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/993>
- Gonzato, M., Díaz-Godino, J. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación matemática*, 23(3), 5-37. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol23/3/vol23-3-03_REM_23-1.pdf
- Gonzato, M., Fernández, M. y Díaz-Godino, J. J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117. https://drive.google.com/file/d/1EL21WMfKMvELd95OT9_z5o1WfycR06iq/view
- Gorska, R. y Sorby, S. (2008). Testing instruments for the assessment of 3D spatial skills. En *ASEE Annual Conference* (pp. 16384-16393). American Society for Engineering Education. <https://www.researchgate.net/publication/344528124>
- Gras, M., Alí, C. y Segura, L. (2020). *Estrategia Educación STEM para México. Visión de Éxito Intersectorial de los Cuatro Ejes Estratégicos*. Movimiento STEM. <https://movimientostem.org/wp-content/uploads/2021/09/Vision-Exito-Intersectorial--Cuatro-Ejes-Estrategicos-STEM.pdf>
- Guía de usuario Sweet Home 3D* (2023, Oct. 9). (Mayordomo, P. J., Trad.). Sweet Home 3D. <http://sweethome3d.com/es/userGuide.jsp>

- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. En E. Filloy y L. Puig (Eds.), *Memorias del Tercer Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 44-59). Cinvestav.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista Ema*, 3(3), 193-220. <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Gut98a.pdf>
- Hallowell, D. A., Okamoto, Y., Romo, L. F. y La Joy, J. R. (2015). First-graders' spatial-mathematical reasoning about plane and solid shapes and their representations. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 363-375. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0664-9>
- Happy Learning Español. (2018, 29 de mayo). *¿Qué es un terremoto? / video educativo para niños* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=sk_x58kM_70
- Hatzigianni, M., Stevenson, M., Falloon, G., Bower, M. y Forbes, A. (2021). Young children's design thinking skills in makerspaces. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 27, 100216. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2020.100216>
- Hawes, Z., Tepylo, D. y Moss, J. (2015). Developing spatial thinking. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 39-54). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Historia y Biografías (2014). *Los Himalayas: formación cadena montañosa* [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/dQ7VbH54ADshq2tq5>
- Holloway, G. E. T. (1969). *Concepción del espacio en el niño según Piaget*. Paidós.
- Honey, M., Pearson, G. y Schweingruber, H. (2014). *STEM integration in K-12 education: status, prospects, and an agenda for research*. National Academies Press. <https://nap.nationalacademies.org/read/18612/chapter/1>
- Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 12-17. <https://doi.org/10.5951/AT.36.6.0012>

- Hoyles, C. y Noss, R. (2015). A computational lens on design research. *ZDM*, 47, 1039-1045. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0731-2>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI] (2017). *Placas tectónicas, regiones sísmicas y principales volcanes*. [Imágen]. Con datos de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), el Servicio Geológico Mexicano (SGM) y el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS).
<http://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/nacional/tematicos/placas-tectonicas.pdf>
- Jaeger, A. J., Wiley, J. y Moher, T. (2016). Leveling the playing field: grounding learning with embedded simulations in geoscience. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 1, 1-14. <https://doi.org/10.1186/s41235-016-0026-3>
- Jiménez-Gestal, C. J., Berciano, A. y Salgado, M. (2019). Cómo trabajar la orientación espacial de modo significativo en educación infantil: implicaciones didácticas. *Educación Matemática*, 31(2), 61-74. <https://doi.org/10.24844/EM3102.03>
- Jirout, J. J., y Newcombe, N. S. (2015). Building Blocks for Developing Spatial Skills: Evidence From a Large, Representative U.S. Sample. *Psychological Science*, 26(3), 302-310. <https://doi.org/10.1177/0956797614563338>
- Johnson, J. F., Barron, L. G., Rose, M. R. y Carretta, T. R. (2017). Validity of spatial ability tests for selection into STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) career fields: the example of military aviation. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM education: transforming research into practice* (pp. 11-34). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_2
- Kastens, K. A. y Ishikawa, T. (2006). Spatial thinking in the geosciences and cognitive sciences: A cross-disciplinary look at the intersection of the two fields. En C. A. Manduca y D. W. Mogk (Eds.), *Earth and mind: how geologists think and learn about the Earth*, (pp. 53-76). Geological Society of America. [https://doi.org/10.1130/2006.2413\(05\)](https://doi.org/10.1130/2006.2413(05))
- Katsioloudis, P., Jovanovic, V. y Jones, M. (2014). A comparative analysis of spatial visualization ability and drafting models for industrial and technology education

- students. *Journal of Technology Education*, 26(1), 88-101.
<https://doi.org/10.21061/jte.v26i1.a.6>
- Keeley, P. (2009). *Elementary science education in the K-12 System*. NSTA WebNews Digest. <http://www.nsta.org/publications/news/story.aspx?id=55954>
- Kelley, T. R. y Knowles, J. G. (2016). A conceptual framework for integrated STEM education. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 1-11.
<https://doi.org/10.1186/s40594-016-0046-z>
- Khine, M. S. (2017). Spatial cognition: key to STEM success. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM education: transforming research into practice* (pp. 3-8). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_1
- KLM (s.f.). *La maravilla natural del Gran Valle del Rift* [Imágen].
<https://www.klm.com.mx/travel-guide/inspiration/the-natural-wonder-of-the-great-rift-valley>;
<https://img.static-kl.com/images/media/2F6BEBB4-4854-42D5-B65D82D698547093?w=960>
- Landsiedel, C., Rieser, V., Walter, M. y Wollherr, D. (2017). A review of spatial reasoning and interaction for real-world robotics. *Advanced Robotics*, 31(5), 222-242.
<https://doi.org/10.1080/01691864.2016.1277554>
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. y Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 591–646). Lawrence Erlbaum Associates.
- Leung, A. (2019). Exploring STEM pedagogy in the mathematics classroom: A tool-based experiment lesson on estimation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1339-1358. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9924-9>
- Levinson, S. C. (1996). Frames of reference and Molyneux's question: cross-linguistic evidence. En P. Bloom, M. Peterson, L. Nadel, y M. Garrett (Eds.), *Language and space* (pp. 109-169). MIT Press.

- Liben, L. S. y Downs, R. M. (1989). Understanding maps as symbols: the development of map concepts in children. *Advances in child development and behavior*, 22, 145-201. [https://doi.org/10.1016/S0065-2407\(08\)60414-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2407(08)60414-0)
- Linn, M. C. y Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. *Child Development*, 56(6), 1479–1498. <https://doi.org/10.2307/1130467>
- Lohman, D. (1979). *Spatial ability: a review and reanalysis of the correlational literature*. Cambridge University Press.
- Lowrie, T., Logan, T. y Ramful, A. (2016). Spatial Reasoning Influences Students' Performance on Mathematics Tasks. En B. White, M. Chinnappan, y S. Trenholm (Eds.), *39th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Opening up mathematics education research* (pp. 407-414). Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated. https://www.merga.net.au/Public/Public/Publications/Annual_Conference_Proceedings/2016_MERGA_Conference_Proceedings.aspx
- Lowrie, T., Logan, T., Harris, D. y Hegarty, M. (2018). The impact of an intervention program on students' spatial reasoning: Student engagement through mathematics-enhanced learning activities. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 3 (50), 1-10. <https://doi.org/10.1186/s41235-018-0147-y>
- Lowrie, T., Resnick, I., Harris, D. y Logan, T. (2020). In search of the mechanisms that enable transfer from spatial reasoning to mathematics understanding. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 175-188. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00336-9>
- Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R. y Goos, M. (2019). The role of mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM Mathematics Education*, 51(6), 869-884. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5>
- Macías Gutiérrez, G. (2011). *Orientación espacial en ambientes virtuales de videojuegos comerciales: un estudio con niños de educación primaria*. [Tesis de doctorado no

publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Mamolo, A., Ruttenberg-Rozen, R. y Whiteley, W. (2015). Developing a network of and for geometric reasoning. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 483-496. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0654-3>

Maqueta de placas tectónicas (s.f.) [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/XHk636FdM4W4S7j49>

Martín-Gutiérrez, J. y Acosta González, M. M. (2017). Ranking and predicting results for different training activities to develop spatial abilities. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM education: transforming research into practice* (pp. 225-239). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_11

Martínez Zarzuelo, A., Rodríguez Mantilla, J. M., Roanes Lozano, E. y Fernández Díaz, M. J. (2020). Efecto de Scratch en el aprendizaje de conceptos geométricos de futuros docentes de primaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 23(3), 357–386. <https://doi.org/10.12802/relime.20.2334>

McClure, E. R., Guernsey, L., Clements, D. H., Bales, S. N., Nichols, J., Kendall-Taylor, N. y Levine, M. H. (2017). *STEM starts early: grounding Science, Technology, Engineering, and Math education in early childhood*. The Joan Ganz Cooney Center at Sesame Workshop. https://joanganzcooneycenter.org/wp-content/uploads/2017/01/jgcc_stemstartsearly_final.pdf

McGrew, K. S. (2014). Evolution and revolution in CHC theory and the WJIV. *Communique (0164775X)*, 43(3), 40–40. <https://n9.cl/r8tykt>

Mi señal (2013, 29 de octubre). *Los Pepa - Clip 41 - Sismógrafo casero* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=-ZXs7dN8QQ8>

Miller, T. (2018). Developing numeracy skills using interactive technology in a play-based learning environment. *International Journal of STEM Education*, 5(1), 1-11. <https://doi.org/10.1186/s40594-018-0135-2>

- Ministry of Education (2005). *The Ontario curriculum, grades 1-8: mathematics*.
<https://www.edu.gov.on.ca/eng/document/curricul/elementary/math1-8e.pdf>
- Moore, T. J., Stohlmann, M. S., Wang, H., Tank, K. M., Glancy, A. W. y Roehrig, G. H. (2014). Implementation and integration of engineering in K-12 STEM education. En S. Purzer, J. Strobel, y M. E. Cardella (Eds.), *Engineering in pre-college settings: synthesizing research, policy, and practices* (pp. 35–60). Purdue University Press.
<https://doi.org/10.2307/j.ctt6wq7bh.7>
- Morgan, J. R., Moon, A. M. y Barroso, L. R. (2013). Engineering better projects. En R. M. Capraro, M. M. Capraro y J. R. Morgan (Eds.), *STEM project-based learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) approach* (pp. 29-39). Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6_4
- Moss, J., Hawes, Z., Naqvi, S. y Caswell, B. (2015). Adapting Japanese Lesson Study to enhance the teaching and learning of geometry and spatial reasoning in early years classrooms: a case study. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 377-390.
<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0679-2>
- Murphy, C. (2012). The role of subject knowledge in primary prospective teachers' approaches to teaching the topic of area. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(3), 187–206. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9194-8>
- Nagy-Kondor, R. (2017). Spatial ability: measurement and development. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM Education: transforming research into practice* (pp. 35-58). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_3
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- National Geographic (2020). *El Valle de Rift: la gran fisura del África*. [Imágen].
https://viajes.nationalgeographic.com.es/a/valle-rift-gran-fisura-africa_15806

- National Research Council [NRC] (2014). *STEM integration in K-12 education: Status, prospects, and an agenda for research*. The National Academies Press. <https://nap.nationalacademies.org/read/18612/chapter/1>
- National Research Council [NRC]. (2006). *Learning to think spatially*. The National Academies Press. <https://nap.nationalacademies.org/catalog/11019/learning-to-think-spatially>
- National Research Council [NRC]. (2009). *Engineering in K-12 education: understanding the status and improving the prospects*. The National Academies Press. <https://nap.nationalacademies.org/read/12635/chapter/1>
- National Science and Technology Council. (2013). Federal Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) education. 5-year strategic plan: a report from the committee on STEM education.
- Newcombe, N. S. (2010). Picture this: increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 34(2), 29–43. <https://www.aft.org/ae/summer2010/newcombe>
- Newcombe, N. S. y Stieff, M. (2012). Six myths about spatial thinking. *International Journal of Science Education*, 34(6), 955-971. <https://doi.org/10.1080/09500693.2011.588728>
- Nordina, M. S. B., Amina, N. B. M., Subaria, K. B. y Hamida, M. Z. B. A. (2013). Visualization skills and learning style patterns among engineering students at Universiti Teknologi Malaysia. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 93, 1769-1775. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.114>
- Okamoto, Y., Kotsopoulos, D., McGarvey, L. y Hallowell, D. (2015). The development of spatial reasoning in young children. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 25-38). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Ortiz, A. (2018). Desarrollo del razonamiento espacial en edades tempranas: Una propuesta didáctica para la exploración de representaciones 2D y 3D. [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Pedagógica Nacional.

- Papert, S. (1981). *Desafío a la mente*. Ediciones Galápago.
- Pérez Arocho, R. (2018, 29 de marzo). Enorme grieta forzó evacuaciones en Kenia [Imágen]. *CNN en español*. <https://images.app.goo.gl/XyeYgCtsiWAbA3Tw5>
- Pérez-Torres, M., Couso, D. y Márquez, C. (2021). ¿Cómo diseñar un buen proyecto STEM? Identificación de tensiones en la co-construcción de una rúbrica para su mejora. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 18(1), 1301. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2021.v18.i1.1301
- Piaget e Inhelder (1956). *The child's conception of space*. Routledge & Kegan Paul.
- Pittalis, M. y Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191-212. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8>
- Pittalis, M. y Christou, C. (2013). Coding and decoding representations of 3D shapes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 673-689. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.08.004>
- Pollitt, R., Cohrsen, C. y Seah, W. T. (2020). Assessing spatial reasoning during play: Educator observations, assessment and curriculum planning. *Mathematics Education Research Journal*, 32(2), 331-363. 10.1007/s13394-020-00337-8
- Portillo, G. (s.f.). *La cordillera del Himalaya*. [Imágen]. Meteorología en Red <https://images.app.goo.gl/oroWuCjTqmTMqrpz9>
- Postigo, Y. y Pozo, J. I. (1998). The learning of a geographical map by experts and novices. *Educational Psychology*, 18(1), 65-80. <https://doi.org/10.1080/0144341980180105>
- Pratt, H. (2007, 9 de octubre). Science Education's "Overlooked Ingredient". *Education Week*. <https://www.edweek.org/teaching-learning/opinion-science-educations-overlooked-ingredient/2007/10>
- Real Academia Española [RAE] (2020, enero 16). Informe de la Real Academia Española sobre el lenguaje inclusivo y cuestiones conexas. https://www.rae.es/sites/default/files/Informe_lenguaje_inclusivo.pdf

- Real Academia Española [RAE] (s.f.). Jeme. En *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.7 en línea]. <https://dle.rae.es/jeme>
- Reinhold, S., Beutler, B. y Merschmeyer-Brüwer, C. (2013). Pre-schoolers count and construct: spatial structuring and its relation to building strategies in enumeration-construction tasks. En A. Lindmeier y A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Developing Mathematical Thinking* (pp. 81-88). PME.
- Resnick, I. y Shipley, T. F. (2013). Breaking new ground in the mind: An initial study of mental brittle transformation and mental rigid rotation in science experts. *Cognitive processing*, 14, 143-152. <https://doi.org/10.1007/s10339-013-0548-2>
- Roehrig, G. H., Dare, E. A., Ellis, J. A. y Ring-Whalen, E. (2021). Beyond the basics: A detailed conceptual framework of integrated STEM. *Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research*, 3(11), 1-18. <https://doi.org/10.1186/s43031-021-00041-y>
- Rossi, S. (2014, 2 de septiembre). *Sismógrafos* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=X1jPX_6ycIA
https://www.youtube.com/watch?v=X1jPX_6ycIA
- Sabena, C. (2018). Multimodality and the semiotic bundle lens: a constructive resonance with the Theory of Objectification. *PNA*, 12(4), 185-208. <https://doi.org/10.30827/pna.v12i4.7848>
- Sack, J. y Vazquez, I. (2011). Development of a learning trajectory to conceptualize and represent volume using top-view coding. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Developing Mathematical Thinking* (pp. 89-98). Middle East Technical University.
- Sacristán, A. I., Rahaman, J., Srinivas, S. y Rojano, T. (2021). Technology integration for mathematics education in developing countries, with a focus on India and Mexico. En A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova y H. G.

- Weigand (Eds.), *Mathematics Education in the Digital Age* (pp. 185-212). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003137580>
- Sacristán, A. I., Santacruz Rodríguez, M., Miranda Quintero, M. D. L., Enríquez Ramírez, H. y Parado Rico, S. E. (2024). Inégalités d'accès, de formation et d'utilisation des technologies numériques pour les mathématiques à l'école dans deux pays d'Amérique latine: la Colombie et le Mexique. *Recherches en éducation*, (55), 121-138. <https://doi.org/10.4000/ree.12552>
- Sanders, M (2009). STEM, STEM education, STEMmania. *The Technology Teacher*, 20-26. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/stem-education-stemmania/docview/235307933/se-2?accountid=27954>
- Seah, R. T. K. y Horne, M. (2020). The influence of spatial reasoning on analysing about measurement situations. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 365-386. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00327-w>
- Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2016a). *Propuesta curricular para la educación obligatoria 2016*. <https://www.gob.mx/cms/uploads/docs/Propuesta-Curricular-baja.pdf>
- Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2016b). *Desafíos matemáticos, libro para el alumno tercer grado*. http://www.escuelatransparente.gob.mx/transparencia/documentos/Libros_2015-2016/TercerGrado/DesafiosMatematicos3eroPrimaria.pdf
- Serrano Luque, Á. M., Ramírez Uclés, R. y Flores Martínez, P. (2018). El sentido espacial sobre traslaciones en un libro de texto. *Números*, 98, 117-131. <https://drive.google.com/file/d/1UDQJzQeWAJSRzkjtE48cSGl477smFPA3/view>
- Servicio Sismológico Nacional (2012). [Imágen]. <https://images.app.goo.gl/77c4ug63Tj4pKXBWA>
- Sezen-Yüksel, N. (2017). 4. Measuring spatial visualization: test development study. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM education: transforming research into practice* (pp. 59-84). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_4

- Shavelson, R. J., Phillips, D. C., Towne, L. y Feuer, M. J. (2003). On the science of education design studies. *Educational researcher*, 32(1), 25-28.
<https://www.jstor.org/stable/3699932>
- Shusterman, A. y Li, P. (2016). Frames of reference in spatial language acquisition. *Cognitive Psychology*, 88, 115–161. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2016.06.001>
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for research in mathematics education*, 26(2), 114-145.
<https://doi.org/10.2307/749205>
- Sinclair, N. y Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 319-329.
<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0693-4>
- Slough, S. W. y Milam, J. O. (2013). Theoretical framework for the design of STEM project-based learning. En R. M. Capraro, M. M. Capraro y J. R. Morgan (Eds.), *STEM project-based learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) approach* (pp. 15-27). Sense Publishers.
https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6_3
- Smith, J. P., Males, L. M. y Gonulates, F. (2016). Conceptual limitations in curricular presentations of area measurement: one nation's challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 239–270. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219930>
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21–32.
<http://www.edgj.org/index.php/EDGJ/article/view/126>
- Steffe, L. y Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Lawrence Erlbaum Associates.
- Sutton, K. y Williams, A. (2007). *Spatial cognition and its implications for design*. En D. Durling, R. Bousbaci, L. Chen, P. Gauthier, T. Poldma, S. Roworth-Stokes y E.

- Stolterman (Eds.), *Design and complexity – Design Research Society International Conference*. <https://dl.designresearchsociety.org/drs-conference-papers/drs2010/researchpapers/115>
- Taylor, H. A. y Hutton, A. (2013). Think3d!: Training spatial thinking fundamental to STEM education. *Cognition and Instruction*, 31(4), 434-455. <https://doi.org/10.1080/07370008.2013.828727>
- Teixidor Cadenas, E. (2016). 3D, 2D, 1D. *Números*, (92), 93-103. https://drive.google.com/file/d/1Qan_UmfsXlIFAdnIYCOpGHad6gVLKsXn/view
- Tekkumru-Kisa, M. y Stein, M. K. (2017). A framework for planning and facilitating video-based professional development. *International journal of STEM education*, 4(1), 1-18. <https://doi.org/10.1186/s40594-017-0086-z>
- The Foundation for Young Australians (2017). *Creating change with generations of young Australians*. Recuperado el 3 de marzo de 2020 de <https://www.fya.org.au/>
- Thom, J. S., D'Amour, L., Preciado, P. y Davis, B. (2015). Spatial knowing, doing, and being. En B. Davis y the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: principles, assertions, and speculations*, (pp. 73-92). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315762371>
- Toma, R. B. y García-Carmona, A. (2021). “De STEM nos gusta todo menos STEM”. Análisis crítico de una tendencia educativa de moda. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(1), 65-80. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3093>
- Tversky, B. y Hard, B. M. (2009). Embodied and disembodied cognition: Spatial perspective-taking. *Cognition*, 110(1), 124-129. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.10.008>
- UNESCO (2019). *Descifrar el código: La educación de las niñas y las mujeres en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM)*. UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000366649>
- Uribe Garzón, S. M., Cárdenas Forero, Ó. L. y Becerra Martínez, J. F. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial

- de los niños. *Educación Matemática*, 26(2), 135-160.
<https://doi.org/10.24844/EM2602.05>
- Uttal, D. H. (2000). Seeing the big picture: map use and the development of spatial cognition. *Developmental Science*, 3(3), 247-264. <https://doi.org/10.1111/1467-7687.00119>
- Uttal, D. H. y Cohen, C. A. (2012). Spatial thinking and STEM education: when, why and how. *Psychology of Learning and Motivation*, 57 (2), 147–181.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-394293-7.00004-2>
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C. y Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352–402.
<https://doi.org/10.1037/a0028446>
- van den Akker, J. (1999). Principles and methods of development research. En J. van den Akker, R. M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen y T. Plomp, T (Eds.), *Design Approaches and Tools in Education and Training* (pp. 1.14). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-011-4255-7_1
- van den Heuvel-Panhuizen, M. y Drijvers, P. (2020). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 113-117). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_170
- van den Heuvel-Panhuizen, M., Elia, I. y Robitzsch, A. (2015). Kindergartners' performance in two types of imaginary perspective-taking. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 345-362. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0677-4>
- van der Wal, N. J., Bakker, A. y Drijvers, P. (2019). Teaching strategies to foster technomathematical literacies in an innovative mathematics course for future engineers. *ZDM Mathematics Education*, 51(6), 885-897.
<https://doi.org/10.1007/s11858-019-01095-z>
- Van Nes, F. (2011). Mathematics Education and Neurosciences: Towards interdisciplinary insights into the development of young children's mathematical abilities.

- Educational Philosophy and Theory*, 43(1), 75-80. <https://doi.org/10.1111/j.1469-5812.2010.00710.x>
- Vasquez, J. A. (2015). STEM—beyond the acronym. *Educational Leadership*, 72(4), 10-15. <https://www.ascd.org/el/articles/stem-beyond-the-acronym>
- Vázquez-Cano, E. y Ferrer, D. (2015). La creación de videojuegos con Scratch en Educación Secundaria. *Communication papers*, 4(06), 63-73. https://doi.org10.33115/udg_bib/cp.v4i06.22083
- Vázquez, S. M. y Noriega Biggio, M. (2010). La competencia espacial. Evaluación en alumnos de nuevo ingreso a la universidad. *Educación Matemática*, 22(2), 65-91. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol22/2/vol22-2-02_REM_22-3.pdf
- Verdine, B. N., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N. S. y Bailey, D. H. (2017). Links between spatial and mathematical skills across the preschool years. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 82(1), 1-149. <https://www.jstor.org/stable/45106900>
- Wai, J. y Kell, H. J. (2017). What innovations have we already lost?: the importance of identifying and developing spatial talent. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM education: transforming research into practice* (pp. 109-124). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_6
- Walker, D. (2006). Toward productive design studies. En J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 20-26). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203088364>
- Westerhof, B., O'kane, C. y Duffy, G. (2022). Making spatial pedagogy: using insights from spatial ability research to develop maker education pedagogy. En H. M, Järvinen, S. Silvestre, A. Llorens y B. Nagy (Eds.), *Towards a new future in engineering education, new scenarios that european alliances of tech universities open up* (pp. 2245-2251). Universitat Politècnica de Catalunya. <https://doi.org/10.5821/conference-9788412322262.1319>

Wiegand, P. (2006). *Learning and teaching with maps*. Routledge.
<https://doi.org/10.4324/9780203477793>

Wikimedia Commons (2021). *Esquema estructural simplificado del rift africano-oriental* [Imágen].
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Great_Rift_Valley_map-es.svg&oldid=637650215.

Wikipedia (2007). *Estructura de la Tierra* [Imágen].
<https://images.app.goo.gl/GKKdFSEf7287Y6DE6>

Wilhelm, J., Wilhelm, R. y Cole, M. (2019). *Creating project-based STEM environments: the real way*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-04952-2>

Woolcott, G., Le Tran, T., Mulligan, J., Davis, B., y Mitchelmore, M. (2020). Towards a framework for spatial reasoning and primary mathematics learning: an analytical synthesis of intervention studies. *Mathematics Education Research Journal*, 34, 37-67. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00318-x>

ANEXOS

Anexo 1. Revisión de artículos en búsqueda de aquellos sobre geometría, razonamiento espacial y STEM

Se inició la revisión de la literatura consultando algunas de las revistas en inglés y en español reconocidas y de mayor impacto en la comunidad de investigación en educación matemática; centrada en los artículos publicados entre 2010 y 2023 (ver Tabla A1.1). Para seleccionar los artículos que formarían parte de la revisión, se leyó el título y, según el idioma de la revista, se eligieron aquellos que contenían los términos “geometría”, “razonamiento espacial”, “pensamiento espacial”, “sentido espacial”, “visualización” y habilidades del razonamiento espacial (e.g., rotación mental, etc.).

Posteriormente, se leyeron los resúmenes de estos artículos; aquellos relacionados con geometría y STEM se incluyeron en el conteo para evaluar la frecuencia de estos trabajos en comparación con todas las publicaciones. Luego, los artículos relacionados con razonamiento espacial se leyeron en su totalidad para identificar el método, los instrumentos y la metodología empleados, los recursos utilizados, las edades de los participantes, la definición de razonamiento espacial adoptada y los referentes teóricos empleados.

Tabla A1.1. Revistas y cantidad de artículos en educación matemática consultados

Revista	Total de artículos (2010-2023)	Artículos relacionados con		
		Geometría	Razonamiento Espacial	STEM
<i>ZDM</i>	1292	52	17	29
<i>MERJ</i>	448	28	17	6
<i>ESM</i>	1032	31	4	2
<i>JMTE</i>	464	5	1	-
<i>Enseñanza de las Ciencias</i>	2125	13	1	3
<i>Educación Matemática</i>	378	30	7	1
Total	5739	159	47	41

ZDM: ZDM - International Journal on Mathematics Education

MERJ: Mathematics Education Research Journal

ESM: Educational Studies in Mathematics

JMTE: Journal of Mathematics Teacher Education

Anexo 2. Datos demográficos de artículos en la revista *Int J STEM Educ*

*Tabla A2.2. Poblaciones de estudio reportadas en artículos de la revista
International Journal of STEM Education hasta 2019*

Población de estudio	Cantidad de estudios	%
Kinder	1	0.6
Primaria	8	5
Secundaria	23	14.3
Universidad	48	29.8
Maestros en formación	42	26.1
Investigador	2	1.2
Gente del común	1	0.6
Primaria y secundaria	2	1.2
Kinder, primaria y secundaria	3	1.9
Primaria y maestros en formación	1	0.6
Universidad, maestros en formación y gente del común	1	0.6
Secundaria, universidad, investigador y gente del común	1	0.6
Universidad y maestros en formación	4	2.5
Secundaria y maestros en formación	3	1.9
Investigador y maestros en formación	1	0.6
Universidad, Investigador y maestros en formación	1	0.6
Secundaria y universidad	1	0.6
No reporta	18	11.2

Anexo 3. Prueba diagnóstica

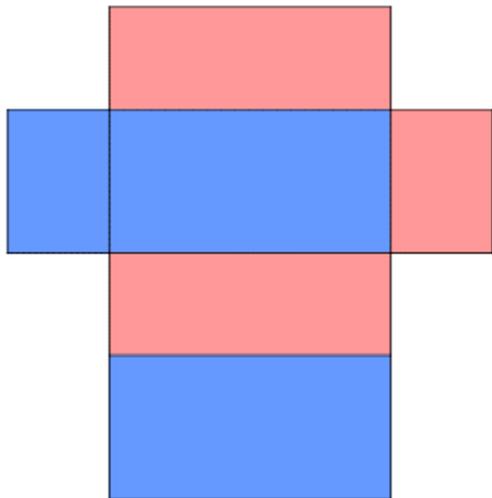
Enviar la evidencia con las respuestas de los niños (Fotografía o documento de Word o PDF).

Nombre: _____ Grupo: _____

Fecha: _____

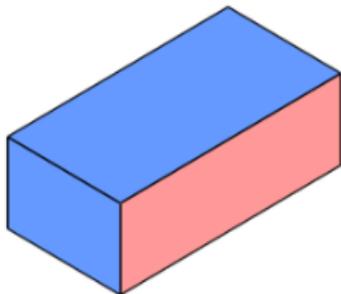
Imagina y construye

1. Esta es una caja desarmada,

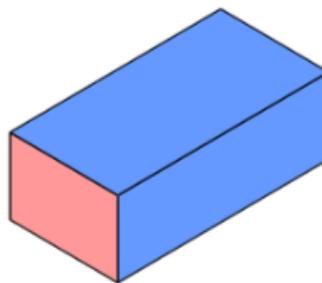


Cuándo armas la caja, ¿cómo queda?

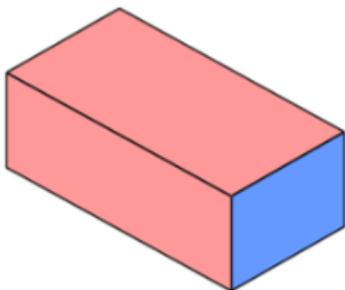
a)



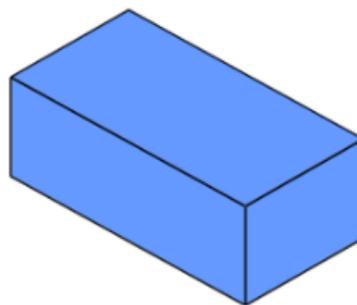
b)



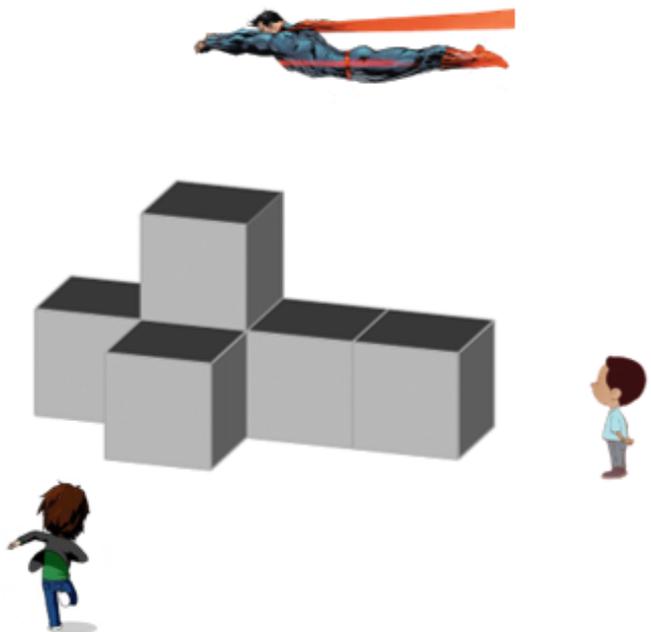
c)



d)



2. Nicolás mira de lado la edificación, Julián va corriendo hacia ella de frente y Superman la sobrevuela por encima.

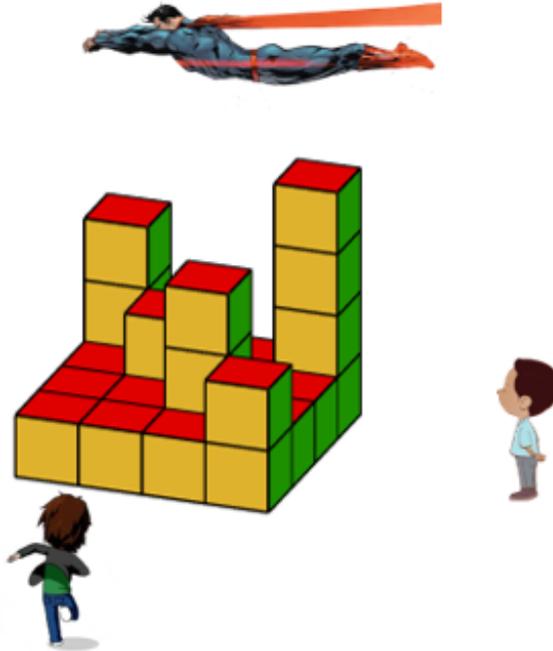


¿Qué ve cada uno? Une con una línea de diferente color cada personaje con lo que crees que ve.

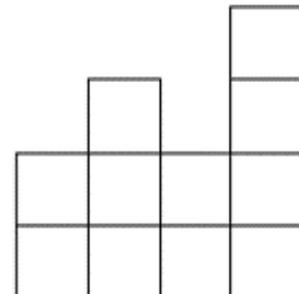
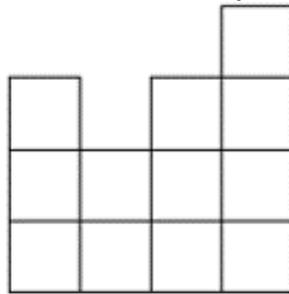
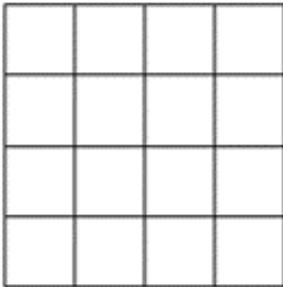


3. ¿Con cuántos cubos crees que está formada la edificación que ven Nicolás, Julián y Superman?

4. Observa la siguiente imagen, nuevamente Nicolás, Julián y Superman ven una edificación desde distintos sitios.

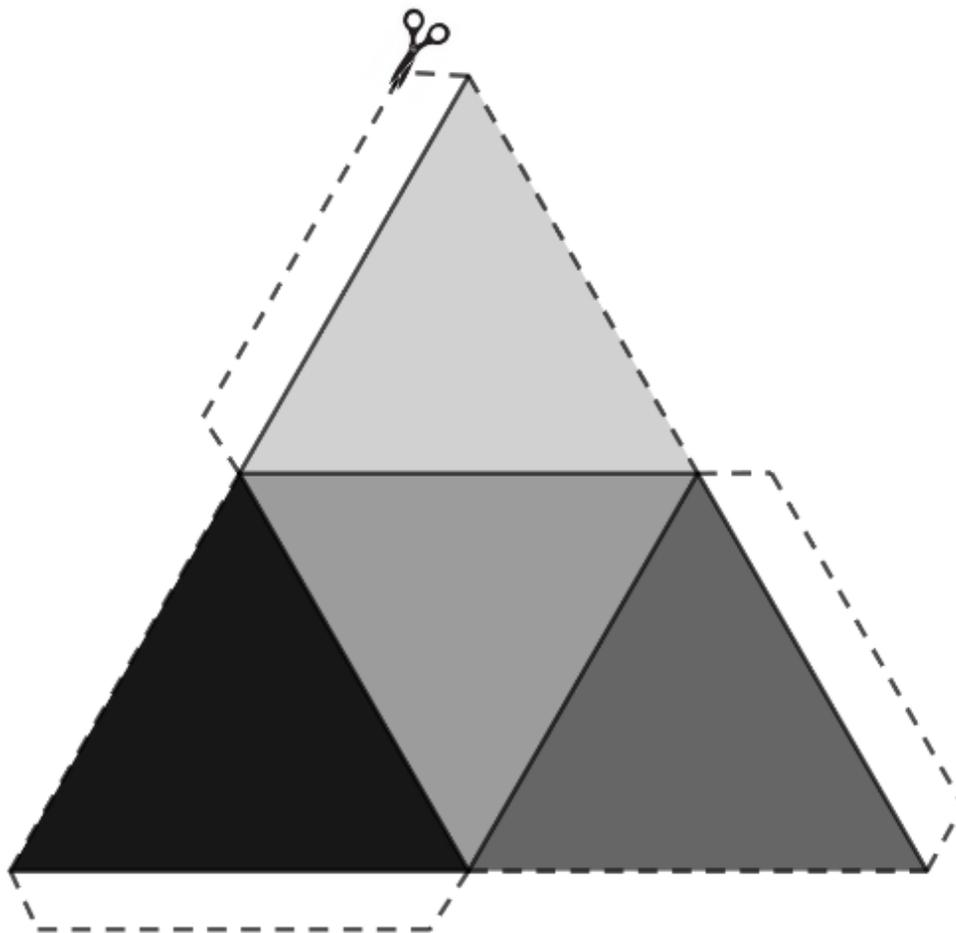


¿Qué ve cada uno? Colorea cada vista con el color que corresponde.



5. ¿Con cuántos cubos crees que está formada la edificación con colores que ven Nicolás, Julián y Superman?

6. Lorena quiere construir una caja para guardar unos chocolates que le va a regalar a su mamá. Para formar la caja, Lorena debe recortar la siguiente imagen por las líneas punteadas.

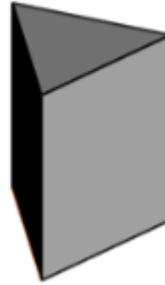


Copia una imagen como la anterior en una hoja cualquiera y recórtala por las líneas punteadas y luego arma la caja.
¿Cómo queda la caja armada?

a)



b)



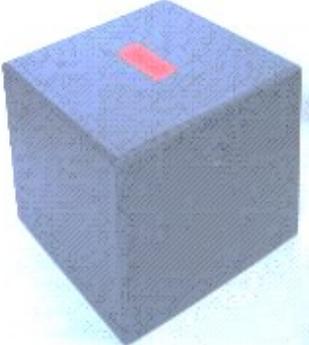
c)



d)

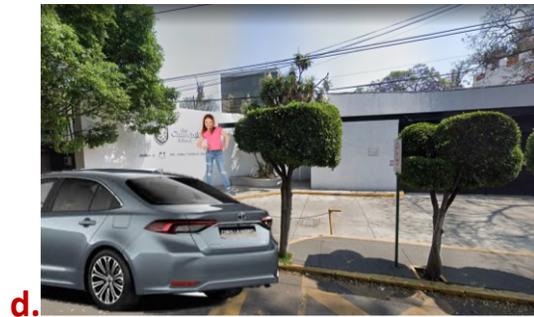
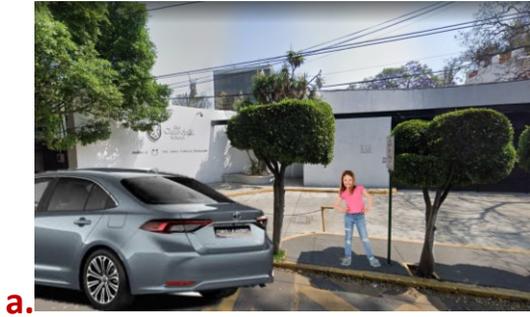


7. Escoge una de las siguientes cajas para regalos.

Caja 1	Caja 2	Caja 3
		

Si la desarmas, dibuja como se vería (escribe qué caja escogiste) _____.

8. Danna quiso tomarse una foto en la que se viera la entrada de su escuela. Sólo una de las siguientes imágenes muestra como se ve Danna en la foto, ¿Cuál es?



9. En el museo de las Ciencias se usa el siguiente mapa. Analiza y responde las preguntas de abajo.



-  Punto de encuentro
-  Servicio médico
-  Acceso discapacidad motriz
-  Protección civil
-  Sanitarios

-  Salida de emergencia
-  Parada rutas escolares
-  Parada rutas particulares
- 1** Sala 1: Exposiciones temporales

- 2** Sala 2: Talleres y actividades educativas
- 3** Sala 3: Colección geológica
- 4** Sala 4: Proyecciones
- 5** Sala 5: Colección de paleontología

- ¿Cuántos puntos de encuentro hay en el mapa? _____.
 - ¿Qué representan los objetos que están encerrados en rojo e identificados con las letras A y B?
-
-

- Marca **X** a todos los lugares que están cerca de la "Sala 5: Colección de paleontología".

Sanitarios

Kiosco

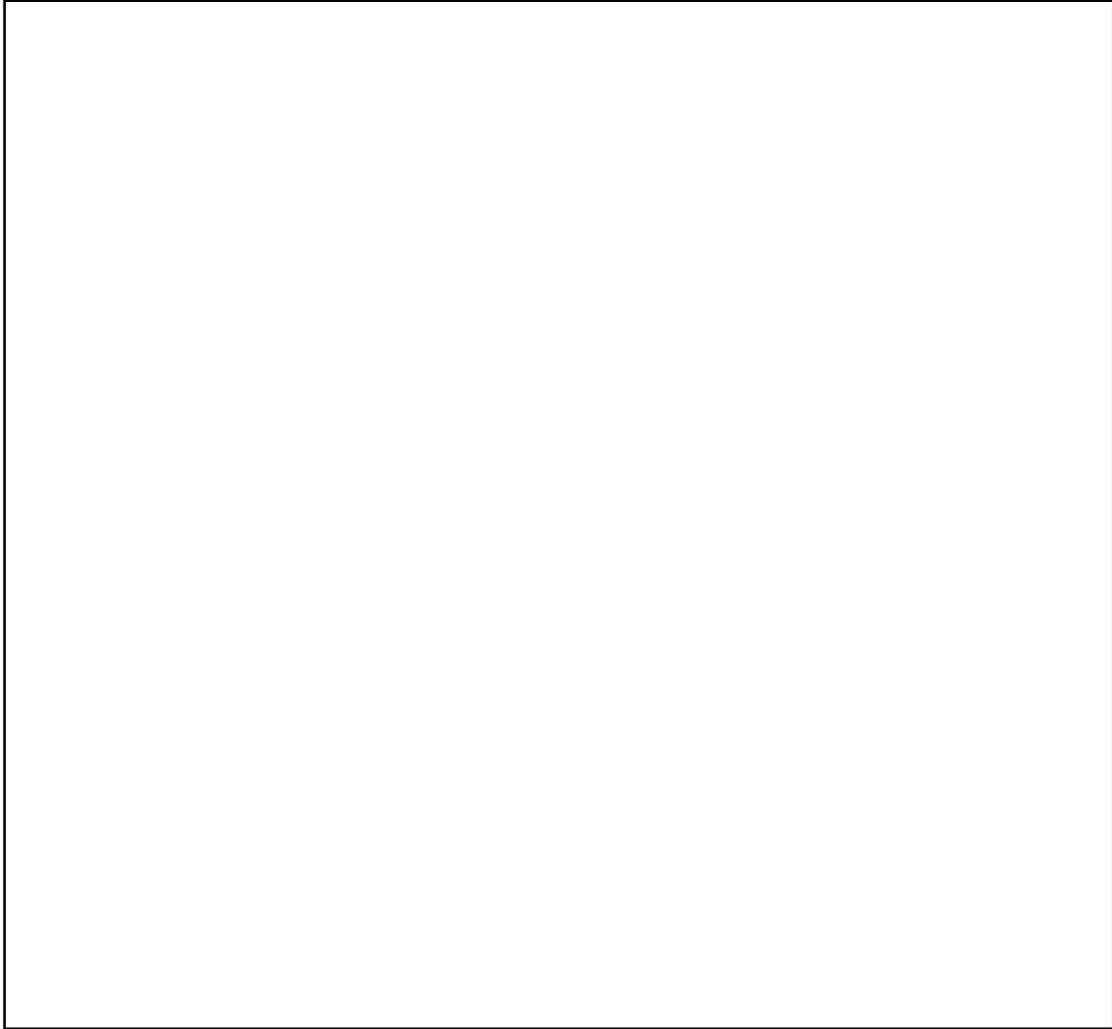
Parada rutas escolares

Salida

Parada rutas particulares

- Vicente está en la "Sala 2: Talleres y actividades educativas", y quiere ir a los "Sanitarios". Dile cómo ir. Marca el camino en el mapa.
- Encierra en el mapa, con un círculo, lo que no entiendes.

10. Dibuja un plano (mapa) de tu casa indicando los nombres de cada habitación o espacio, por ejemplo: sala, cocina, etc.



Anexo 4. Proyecto presentado a la escuela participante⁶¹

Ciudad de México, a 02 de septiembre de 2020

Esteban Albañil Bello
Director de la Escuela Alfredo V. Bonfil
Turno vespertino. Zona escolar 506, dirección operativa N°. 5. Educación primaria.

En el marco del programa de formación de Doctorado en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, se llevan a cabo proyectos de investigación que requieren de la colaboración de instituciones educativas. Por la anterior razón, de manera respetuosa nos permitimos solicitarle a usted, en calidad de profesores investigadores, su autorización para la implementación de una secuencia didáctica que está enmarcada en el proyecto de doctorado *Desarrollo del razonamiento espacial para STEM en edades tempranas. Aportes de recursos manipulables y tecnologías digitales.*

Los resultados que se obtengan permitirán mejorar dicha secuencia y comprender las habilidades de razonamiento espacial que los niños van desarrollando al enfrentarse a tareas que involucran áreas STEM (por sus siglas en inglés, correspondientes a Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). Para el proceso de investigación es muy importante contar con datos que den cuenta del trabajo realizado por los niños y de las intervenciones de los investigadores, por tanto, también le solicitamos nos informe el proceso a seguir para videograbar y entrevistar a los profesores de los alumnos que participen, así como los niños participantes. Cabe señalar que se cuidará la integridad de los niños por lo que ni sus nombres ni caras serán utilizadas en el informe final.

Anexo a esta solicitud, se encuentra un documento que explica el objetivo de la secuencia, por qué es importante desarrollar el razonamiento espacial en los niños de educación primaria y cómo puede impactar estas habilidades tanto en su vida académica, como cotidiana. Para finalizar se encuentra un cronograma de las actividades que se proponen realizar en su institución. Cabe señalar que nos ajustaremos a los horarios y condiciones establecidas por ustedes.

Los resultados de este trabajo podrán compartirse, si así usted lo determina, con:

- Los profesores de la institución en una sesión de Consejo Técnico.
- Con los padres de familia y demás estudiantes en una exposición abierta.

Agradecemos la atención prestada y estaremos atentos a su respuesta.

⁶¹ Es importante mencionar que la escuela participante autorizó la inclusión de sus datos, como parte del proyecto colaborativo “Aprendizaje de las matemáticas en contextos diversos” con la Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco.

**Desarrollo de razonamiento espacial:
un camino para la comprensión y transformación del entorno.**

Se presenta una propuesta alternativa de enseñanza y aprendizaje que busca, por medio de una secuencia didáctica, aportar al desarrollo de habilidades de razonamiento espacial de niños entre los siete y ocho años (primero y segundo de primaria) al realizar actividades STEM. Esta propuesta se enmarca en un proyecto de investigación denominado: *Desarrollo del razonamiento espacial para STEM en edades tempranas. Aportes de recursos manipulables y tecnologías digitales.*

Razonamiento espacial. Su incidencia en el siglo XXI

El avance tecnológico en los últimos años ha generado cambios significativos en la sociedad. Actualmente, gracias a este avance, obtenemos información inmediata sobre el clima, tráfico, tiempos de desplazamiento, entre otros. Además, han surgido formas de comunicación más eficaces que permiten conectarse en cualquier momento y desde cualquier parte del mundo. Desde campos como la medicina y la arquitectura, la tecnología ha permeado en la medida que es utilizada para la creación de maquinaria que permite el tratamiento de alguna enfermedad y la elaboración de material de construcción amigable con el medio ambiente. Como estos, existen más ejemplos de cómo la tecnología en el actual siglo está presente en las prácticas sociales y culturales del ser humano.

Organizaciones como The Foundation for Young Australians (2017)⁶² han llevado a cabo y difundido investigaciones para indicar que están surgiendo nuevos requerimientos de trabajo y que hasta el 75% de los empleos en el futuro involucrarán capacidades en el uso y creación de tecnologías para la ingeniería, la ciencia y las matemáticas. Es por esto que la educación desde los primeros años en el actual siglo se necesita formar a los estudiantes para que sean competentes en la creación y utilización de herramientas tecnológicas en distintos contextos (p. e., científicos, sociales, ambientales) y tomen conciencia de las implicaciones de su uso.

Ser competente en el siglo XXI implica el desarrollo de procesos cognitivos, interpersonales e intrapersonales (NRC, 2014⁶³). Las competencias cognitivas incluyen el pensamiento crítico y la innovación; los atributos interpersonales incluyen la comunicación, la colaboración y la responsabilidad; y los rasgos intrapersonales incluyen flexibilidad, iniciativa y metacognición. Por lo que hay un desafío educativo para los nuevos profesionales y carreras.

Para responder a la necesidad de formar ciudadanos competentes, a nivel internacional se ha generado una nueva tendencia denominada STEM, cuyas siglas en español significa una interacción entre cuatro grandes campos Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas. Esta propuesta según NRC (2014), busca favorecer habilidades en los estudiantes para que sean innovadores, solucionadores de problemas tecnológicos, conocedores de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y

⁶² Tomado de: <https://www.fya.org.au/>

⁶³ Tomado de: National Research Council (2014). STEM integration in K-12 education: Status, prospects, and an agenda for research. National Academies Press.

las matemáticas, de manera que tengan las herramientas para aplicar estos conocimientos en diferentes contextos.

Una habilidad para potenciar en la escuela primaria, y la cual es indispensable en STEM, es el *razonamiento espacial*, pues implica necesidades de orden intelectual muy específicas, tal es el caso de comunicar, contar, describir, ubicar, entre otras. En particular, la descripción de los objetos del entorno, juegan un papel fundamental a la hora de situarse espacial y temporalmente en un contexto determinado.

Respuesta a esta necesidad, por un lado, se encuentra la elaboración de mapas y planos de lugares concretos, y por otro, existen estrategias específicas para elaborar representaciones de los elementos que se encuentran en la naturaleza. En la actualidad aparecen propuestas de enseñanza, de aprendizaje y estados del arte que resaltan la importancia de potenciar en el estudiante, desde los primeros grados de escolaridad, habilidades de rotación mental, visualización, construcción y manipulación de objetos en diferentes dimensiones.

Además, de acuerdo con el currículo para primer y segundo ciclo se encuentran como propósitos de formación: i) *ubicar objetos y lugares utilizando relaciones espaciales y puntos de referencia*; ii) *desarrollar la percepción geométrica mediante la construcción, transformación y descripción de figuras geométricas*; y iii) *describir la ubicación de objetos y lugares utilizando relaciones espaciales y puntos de referencia*.

Objetivo de la secuencia

- Aportar al desarrollo de habilidades propias del razonamiento espacial por medio de actividades STEM, que para este caso se enfocan en la elaboración de rutas de evacuación en caso de sismo, y las cuales involucran movimiento, creatividad y construcción.

Descripción breve de la secuencia

Atendiendo a la importancia de potenciar habilidades de razonamiento espacial, se diseña una secuencia didáctica en línea con los propósitos planteados para el currículo y que involucra al estudiante en la comprensión y transformación de su entorno usando e interactuando con diversas tecnologías (material concreto 3D y software interactivo).

De acuerdo con los *aprendizajes clave para la educación integral* propuestos por la SEP (2017)⁶⁴, la secuencia que estamos proponiendo busca que los estudiantes comprendan la interrelación de la ciencia, la tecnología, la sociedad y el medio ambiente; con ello desarrollarían habilidades como las siguientes:

- *Habilidades digitales*: Usan algunas herramientas y tecnologías para obtener información, crear y analizar mapas y/o representaciones 2D.
- *Exploración y comprensión del mundo natural y social*: Reconocen el sismo como fenómeno natural; este fenómeno les genera curiosidad y necesidad de responder preguntas y es por esto por lo que los estudiantes exploran mediante la indagación, el análisis y la experimentación. Se familiarizan con algunas representaciones y modelos (por ejemplo, mapas y maquetas que simulan sismos).

⁶⁴ Tomado de: <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/index-descargas-biblioteca-listado.html>

- *Pensamiento crítico y solución de problemas:* Resuelven las actividades aplicando estrategias diversas: observan, analizan, reflexionan y plantean soluciones con ideas que apoyen sus propuestas. Explican sus procesos de pensamiento.
- *Colaboración y trabajo en equipo:* Trabajan de manera colaborativa. Identifican sus capacidades y, reconocen y aprecian las de los demás.

La secuencia está planteada para implementarse en dos momentos: en el primer semestre escolar 2020-2021 y en segundo semestre de este mismo ciclo; consta de 13 actividades con una duración aproximada de una a cuatro sesiones en relación con el trabajo realizado por los estudiantes. Algunas actividades requieren de trabajo extra-clase, pues para este proyecto es importante que los estudiantes indaguen sobre los temas propuestos.

Cabe mencionar que este proyecto busca favorecer la formación de los estudiantes y, si la institución lo requiere, es posible llevar a cabo sesiones de trabajo con los maestros (en alguna sesión de Consejo Técnico o al inicio/intermedio/cierre del ciclo escolar), para dar a conocer la propuesta y los resultados de su implementación en el aula.

Requerimientos

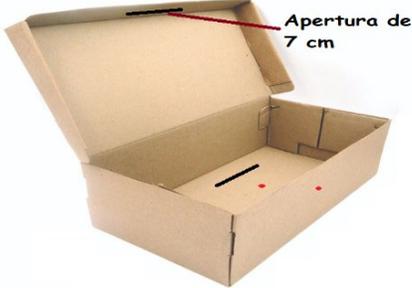
Para llevar a cabo las diferentes actividades de la secuencia didáctica, se requiere: i) un salón para el trabajo con los estudiantes (mínimo 6, máximo 28 estudiantes) que se encuentren entre los 6 y 8 años; ii) un aula de cómputo que tenga entre 10 y 20 computadoras; y iii) disponibilidad de cuatro horas semanales.

Cronograma

Actividad	Sesiones
Se les solicitará que indaguen en diversas fuentes (libros de texto, Internet, familiares) cómo se generan los sismos.	1
Retomar las investigaciones realizadas por los estudiantes y complementarlas. Explicar, usando una maqueta, cuáles son los elementos (litosfera, placas tectónicas) y las acciones involucradas en la generación de movimiento de la tierra (sismo). Tener en consideración el uso de magnitudes reales (1k=1000m).	2
Dar a cada grupo de estudiantes un ejemplo de sismo y pedirles que expliquen, a todos los grupos, a través de dibujos y exposición oral las acciones y movimientos que se generaron.	1
*Indagar sobre las condiciones que se deben tener para la construcción de edificaciones (sobre que suelo, relaciones con las calles, etc). *Dar a los estudiantes piezas de Lego para que construyan algo y expliquen porqué sus construcciones son sólidas. Solicitar que den información en relación con la cantidad de pisos de la construcción, ubicación.	2
*Dialogar en la clase en relación con las acciones que consideran se han propuesto en caso de sismo. *Proporcionarles a los estudiantes construcciones con cubos y sus respectivas representaciones con las diferentes vistas y solicitarles que las relacionen. * Rotar las construcciones (cambiarlas de equipo) de los cubos y solicitar a los estudiantes que dibujen sus diferentes vistas.	2
Indagar sobre cómo se diseñan rutas de evacuación y solicitar a los estudiantes la elaboración de alguna ruta a partir de construcciones dadas por la maestra.	2
Construir en Sweet Home 3D el plano (vista superior) del salón de clase.	1
Dar a los estudiantes el plano que genera Sweet Home 3D y solicitarles que marquen elementos, si	1

los consideran necesarios, que indiquen rutas de evacuación.		
Vendar los ojos a algunos estudiantes y que otros les den indicaciones de como moverse según una ruta dada.	1	
Por grupos van a realizar conteo de población y deberán generar un registro de la cantidad de personas que se deben encontrar en la institución.	1	
¿Cómo podríamos identificar zonas seguras? Los estudiantes deben hacer construcciones sólidas. Encima de estas se colocarán elementos (e.g. escarcha) y ellos las moverán para identificar las zonas seguras.	1	
¿Cómo dibujamos la escuela? Llevar a los estudiantes a identificar formas de medir algunos espacios que no implique medir toda la escuela.	1	
*Realizar el plano de la escuela (primero a lápiz y luego en algún medio digital). *Exponerlo a los compañeros e identificar la viabilidad de cada plano. * Rediseñar los mapas de evacuación.	4	

Anexo 5. Materiales para la elaboración del sismógrafo (Actividad 11)

Materiales para el trabajo de las siguientes sesiones	
<p>Caja de cartón (caja de zapatos).</p>  <p>Apertura de 7 cm</p>	<p>Cordel o hilo grueso (1 metro)</p> 
<p>Un Cutter (solo puede ser usado por un adulto)</p> 	<p>Rollo de papel delgado con ancho de 6 cm y largo de 4 metros (400 cm). Lo puedes hacer tú mismo con un papel delgado.</p> 
<p>70 cm de alambre eléctrico de cobre con un grosor mínimo de 2 milímetros. El alambre se debe doblar pero que sea rígido.</p> 	<p>Plastilina, no mucha, puede ser la cantidad de plastilina azul o morada que se ve en la siguiente imagen:</p> 

**Anexo 6. Hoja de trabajo con tabla para registrar equivalencias
(Actividad 7)**

Nombre: _____

100 centímetros = 1 metro

	Metros	Centímetros
200 centímetros		
	3 metros	
	1 metro	50 centímetros
500 centímetros		
135 centímetros		
	1 metro	20 centímetros
380 centímetros		
	2 metros	90 centímetros
740 centímetros		
900 centímetros		

Anexo 7. Rúbrica para evaluar el proyecto STEM

A continuación, la Tabla A7.1 presenta la rúbrica *RubeSTEM*, diseñada para la evaluación de propuestas STEM, basada en el trabajo previo realizado por Pérez-Torres et al. (2021). La estructura de esta rúbrica se fundamenta en tres preguntas fundamentales (para qué, qué y cómo), abordando siete dimensiones específicas que se desglosan en 21 indicadores, cada uno de ellos con cuatro niveles de logro (Aguilera-Morales et al., 2022). Como producto de mi estancia realizada en la Universidad de Granada en el año 2022, se aplicó esta rúbrica de evaluación a la trayectoria de aprendizaje secuencia presentada en el Capítulo 5. Al hacer la valoración de la propuesta, de acuerdo al sistema de valoración de la rúbrica (Tabla A7.2), los resultados arrojaron que la THA es una *propuesta STEM* (ver Tabla A7.3 y Figura A7.1); en la Tabla A7., se presentan los detalles usando la rúbrica para evaluar la propuesta de la THA.

Tabla A7.1. Rúbrica RubeSTEM (Aguilera et al., 2022).

Indicadores	Nivel 0 (en vías de adquisición)	Nivel 1 (básico)	Nivel 2 (avanzado)	Nivel 3 (sofisticado)
¿Para qué?	Finalidades de aprendizaje	Se plantea que el alumnado reconozca contextos relevantes desde el punto vista social/personal e implique la movilización de conocimientos (conceptuales y/o procedimentales) y/o actitudes de algunos dominios STEM.	Se plantea que el alumnado reconozca contextos relevantes desde el punto vista social/personal e implique la movilización de conocimientos (conceptuales y/o procedimentales) y/o actitudes de los cuatro dominios STEM.	Se plantea que el alumnado reconozca contextos relevantes desde el punto vista social/personal e implique la movilización de conocimientos (conceptuales y/o procedimentales) y/o actitudes de algunos dominios STEM.
	Finalidades de la educación STEM	Se justifica la conveniencia de la propuesta didáctica, aunque no se ofrecen argumentos alineados con los objetivos de la educación STEM: (1) Desarrollar la alfabetización STEM del alumnado. (2) Promover actitudes positivas hacia las disciplinas STEM.	Se justifica la conveniencia de la propuesta didáctica, aludiendo a los objetivos de la educación STEM.	Se justifica la conveniencia de la propuesta didáctica, aludiendo a los objetivos de la educación STEM. Además, se atiende a la perspectiva de género, al desarrollo de vocaciones científico-tecnológicas entre el alumnado y/o el desarrollo de valores deseables para una ciudadanía global (ODS).

	Problema/reto de la propuesta	Se propone una situación problemática muy estructurada y bien delimitada, a partir de la cual se promueven tareas meramente reproductivas, que limitan la identificación de relaciones disciplinares o implicaciones sociales y moviliza conocimientos de dominios STEM.	Se propone una situación problemática compleja, que implica un trabajo activo y reflexivo a corto-medio plazo, facilitando la identificación de relaciones disciplinares o implicaciones sociales y movilizando conocimientos de dominios STEM.	Se propone una situación problemática compleja apropiada en dificultad, que implica un trabajo activo y reflexivo a medio-largo plazo, facilitando la identificación de relaciones disciplinares o implicaciones sociales y movilizando conocimientos de los cuatro dominios STEM.	Se propone una situación problemática compleja apropiada en dificultad y cuya resolución implica la movilización de conocimientos de los cuatro dominios STEM. La resolución se plantea a medio-largo plazo a fin de favorecer la profundización en la comprensión de la situación (relaciones disciplinares), la adopción de una postura crítica y la toma de decisiones (acción) entre el estudiantado.
	Selección y profundidad de contenidos (conceptuales, procedimentales y/o actitudinales)	Se seleccionan contenidos de algunos dominios STEM, organizando un trabajo disciplinar parcializado y aislado.	Se seleccionan contenidos de los cuatro dominios STEM, se organizan de acuerdo con las disciplinas y se abordan atendiendo a una lógica secuencial, descuidando la conexión entre los diferentes contenidos y el nivel de participación de cada dominio.	Se seleccionan contenidos de los cuatro dominios STEM, se organizan de acuerdo con las disciplinas y se abordan atendiendo a una lógica secuencial, conectándolos entre sí. Aunque, se sigue descuidando el nivel de participación de cada dominio.	Se seleccionan contenidos de los cuatro dominios STEM, se organizan en contenidos clave (elementos integradores), se abordan progresivamente conectando los diferentes núcleos de contenidos y se procura equilibrio en el nivel de participación de cada dominio.
¿Qué?	Integración disciplinar	Se abordan contenidos de los dominios STEM de forma desconectada o aislada, apareciendo objetivos de aprendizaje independientes para cada dominio STEM.	Se abordan contenidos de los cuatro dominios STEM, aunque están ligados a los objetivos de aprendizaje establecidos para cada una de las disciplinas. Ello da lugar a dos posibles escenarios: (1) la propuesta se focaliza en una de las disciplinas, actuando esta como eje vertebrador e integrador de los contenidos; o (2) la propuesta secuencia el trabajo de acuerdo a los objetivos de aprendizaje establecidos para cada una de las disciplinas STEM, favoreciendo una integración multidisciplinar.	Se abordan contenidos de los cuatro dominios STEM, donde subyacen objetivos de aprendizaje que engloban varias disciplinas STEM (objetivos compartidos). Ello procura que se imbriquen los contenidos, favoreciendo una integración interdisciplinar.	Se abordan contenidos de los cuatro dominios STEM. Estos se identifican a partir de núcleos temáticos amplios que subyacen a la situación problemática y engloban varios dominios STEM. El trabajo se focaliza en la resolución del problema, favoreciendo una integración transdisciplinar.

	Despliegue de la acción	Se proponen tareas (acciones) concretas, desconectadas entre sí.	Se proponen una serie de tareas, justificándose cada acción, aunque no quedan cohesionadas entre sí.	Se proponen una serie de tareas bien estructuradas, justificándose cada acción y la relación entre ellas. Así, se percibe un hilo conductor que genera cohesión entre las acciones propuestas.	Se proponen una serie de tareas que cumplen con las especificaciones del nivel 2. Además, se demuestra que el despliegue de la acción se ha puesto en práctica, se ha evaluado y se proponen mejoras.
	Ámbito de realización e impacto social	Se dirige al propio grupo-clase. El alumnado es el beneficiario de la resolución del problema, que repercute a nivel individual.	Se dirige a la comunidad escolar (profesores, alumnado de otros cursos, etc.). El impacto queda recluido en el recinto escolar.	Se dirige a la comunidad del entorno escolar (incluyendo familias, vecinos del barrio, etc.). El impacto trasciende al recinto escolar.	Se dirige a una comunidad social amplia (pueblo, ciudad...). Se sustenta en una (o varias) colaboración externa y genera un impacto sostenido en el tiempo.
	Argumentación	Se promueven pocos espacios de argumentación o se limitan a comunicar resultados de manera descriptiva.	Se promueve alguna actividad de argumentación, pero no siempre está relacionada con la argumentación basada en pruebas.	Se promueven varias actividades de argumentación científica.	Se planifican varias actividades de argumentación, prestando atención al desarrollo de las habilidades comunicativas, la creatividad y el pensamiento crítico. La argumentación se entiende como un canal de diálogo entre el fenómeno o conflicto que se indaga, las decisiones tomadas y los resultados alcanzados.
¿Cómo?	Indagación	Se plantean pocas preguntas (investigables), entendiéndose la investigación únicamente como la recogida de datos y síntesis de información.	Se plantean preguntas a fin de desarrollar un proceso de investigación. La parte experimental o de campo es inexistente.	Se plantean preguntas a fin de desarrollar un proceso de investigación. La parte experimental o de campo tiene carácter esporádico a lo largo de la propuesta didáctica.	Se plantean preguntas a fin de desarrollar un proceso de investigación. La parte experimental o de campo se planifica concienzudamente y predomina en la propuesta.
	Modelización	Los componentes de un modelo se muestran descriptivamente. No aparecen procesos concretos que persigan entenderlos.	Aparecen algunas actividades puntuales destinadas a reconocer las características de los modelos.	Se incluyen actividades destinadas a la construcción de modelos a partir de fenómenos reales.	Se incluyen actividades dirigidas a utilizar los modelos generados para describir, explicar o predecir los fenómenos.

Diseño	Se realiza un proceso de construcción siguiendo un protocolo que proporciona el docente.	Se da respuesta a un problema siguiendo un protocolo de construcción y testeo que proporciona el docente.	Se da respuesta al problema siguiendo un proceso de construcción y testeo de un prototipo ideado por el alumnado.	El alumnado participa en el proceso desde la propia definición del problema.
Evaluación del impacto	No se plantea ninguna actividad en la que se evalúe el impacto (social, económico y/o ambiental) de la solución alcanzada.	Aparece alguna actividad en la que se realiza evaluación del impacto de la solución alcanzada en uno o dos de los ámbitos (social, económico y/o ambiental).	Aparece alguna actividad en la que se realiza evaluación del impacto de la solución alcanzada en los ámbitos social, económico y ambiental.	Aparece alguna actividad en la que se realiza evaluación del impacto de la solución alcanzada en los ámbitos social, económico y ambiental; y se solicitan propuestas de mejora.
Relevancia	Se plantea una situación problemática, que pudiera o no partir de los intereses del grupo-clase, aunque no se considera su importancia profesional e impacto social.	Se plantea una situación problemática, que pudiera o no partir de los intereses del grupo-clase, atendiendo a una demanda social.	Se plantea una situación problemática, que pudiera o no partir de los intereses del grupo-clase, atendiendo a una demanda social a la vez que se visibiliza la importancia de las profesiones científico-tecnológicas o ingenieras	Se plantea una situación problemática que conecta una demanda o cuestión social con los intereses de los alumnos a nivel: individual, social y/o profesional. Se intenta que estas situaciones generen nuevos intereses e inquietudes (sostenidos en el tiempo) más allá del ámbito cotidiano.
Autenticidad	Se aborda una situación problemática ficticia o idealizada que poco tiene que ver con la realidad, desde un punto de vista social y/o profesional.	Se aborda una situación problemática ficticia que se asemeja a situaciones reales. Se propicia la realización de simulaciones y prácticas que se parecen a las aplicadas en contextos reales.	Se aborda una situación problemática verosímil que recrea un escenario real. Se propicia la realización de prácticas reales en escenarios ficticios y/o reales.	Se aborda una situación problemática real, que genera problemas complejos y ambiguos, propiciando la realización de prácticas en contextos reales.
Evaluación del proceso	No se especifican momentos, herramientas y/o técnicas para hacer un seguimiento del alumnado, en los cuales el profesor asume el rol de detectar errores, analizarlos y ofrecer alternativas para mejorar el aprendizaje.	Se realiza un seguimiento a partir de la evaluación de cada tarea por parte del docente. La intervención del docente durante el desarrollo de la propuesta tiene carácter retroactivo, una vez finalizada cada tarea.	Se realiza un seguimiento del alumnado de acuerdo a las condiciones del nivel 1. Además, se contempla la auto-evaluación del alumnado a fin de identificar sus dificultades, problemas o dudas sobre los contenidos, la tarea u otras cuestiones.	Se crean canales y herramientas que facilitan un seguimiento inmediato o rápido al alumnado (proactivo, antes de que la tarea sea finalizada). Se contemplan mecanismos de auto-evaluación del alumnado.

Evaluación del resultado	Se identifican las tareas que se tendrán en cuenta para la evaluación y calificación del alumnado, estableciendo una ponderación de acuerdo con el criterio del docente. Evalúa el docente.	Se identifican algunas tareas para ser co-evaluadas por el alumnado de acuerdo a listas de criterios o rúbricas facilitadas por el docente. También se establece el valor de cada tarea (co-evaluada o evaluada por el docente) en la calificación final.	Se consensuan los criterios de evaluación y calificación de las tareas con el alumnado. Las tareas son co-evaluadas entre el alumnado y el docente. Evaluación compartida, flexible y abierta.	Se identifican las competencias (conocimientos, habilidades y actitudes) asociadas a cada tarea, consensuando los criterios de evaluación de estas con el alumnado. Se propicia la co-evaluación y auto-evaluación. Evaluación por competencias, formadora, compartida, flexible y abierta.
Regulación del trabajo cooperativo (alumnado)	No se especifican técnicas y/o herramientas para regular el trabajo cooperativo del alumnado.	Se establecen equipos de trabajo que se regulan mediante la asignación de roles (fijos) asignados por el docente.	Se establecen equipos de trabajo, responsables de alcanzar un acuerdo del reparto de roles (fijos) y compromisos de trabajo.	Se establecen equipos de trabajo de acuerdo a los criterios del nivel 2. Además, se ofrecen diferentes estrategias para la regulación del trabajo en equipo por parte del alumnado y el docente (rúbricas, diarios...).
Colaboración docente	No existe colaboración entre docentes. La propuesta recae sobre un único docente.	Se establece una colaboración entre dos o más docentes, consistente en asesoramiento o participación esporádica en el desarrollo de la propuesta didáctica.	Se establece una colaboración entre dos o más docentes, que participan activamente en el diseño e implementación de la propuesta. Nunca coinciden en el aula, pues intervienen en momentos diferentes.	Se establece una colaboración entre dos o más docentes, que participan activamente en el diseño e implementación de la propuesta. Se procura que, al menos, dos de ellos coincidan en el aula.
Agentes externos	No existe colaboración de agentes externos. La implementación de la propuesta únicamente recae sobre el docente.	Se establece una colaboración esporádica con un agente externo, consistente en asesoramiento o participación esporádica en el desarrollo de la propuesta didáctica.	Se establece una colaboración con uno o varios agentes externos, que participan activamente en la implementación de la propuesta.	Se establece una colaboración con uno o varios agentes externos, que asesoran en el diseño de algunos aspectos de la propuesta y participan activamente en la implementación y evaluación de la propuesta.

Tabla A7.2. Sistema de valoración de la rúbrica.

Dimensiones	Valores	Descriptorios	Nivel
Para qué	0-4	Propuesta pseudo-STEM	Teórico
	5-9	Propuesta STEM	
Qué	0-15	En vías de desarrollo	Práctico
Cómo	16-31	Básica	
	32-47	Avanzada	
	48	Sofisticada	

Tabla A7.3. Resumen de resultados de la evaluación de la THA, de acuerdo a la rúbrica: propuesta STEM básica.

Dimensiones	Valores	Descriptorios	Nivel
Para qué	5	Propuesta STEM	Teórico
Qué Cómo	35	Avanzada	Práctico

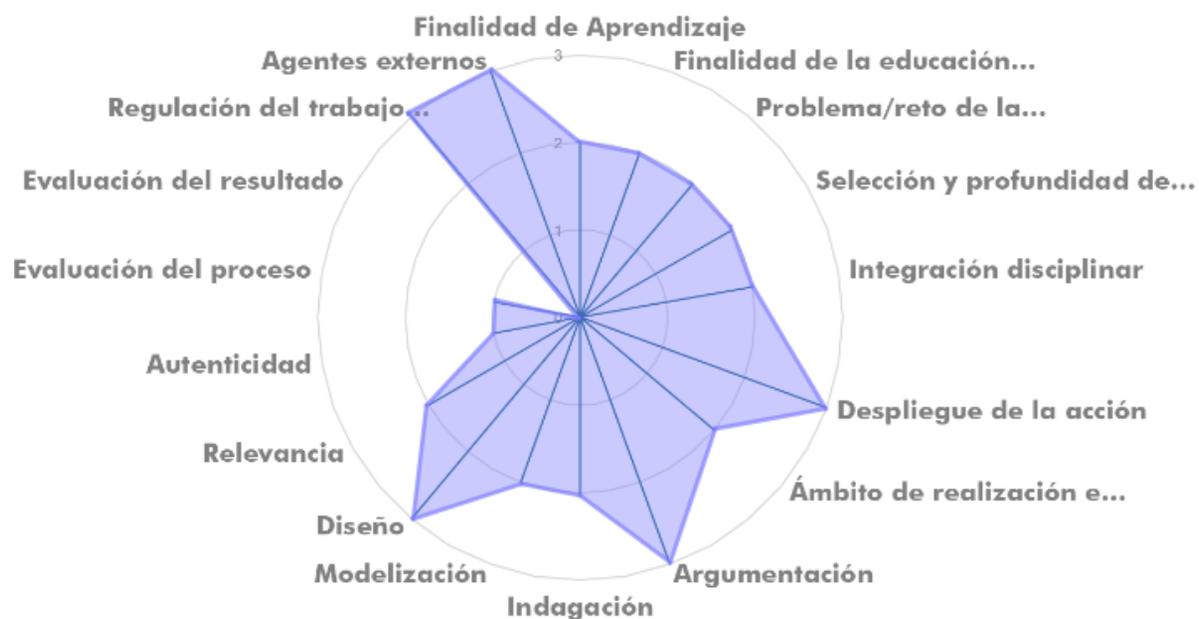


Figura A7.1. Gráfica de resultados de la evaluación de la THA, de acuerdo a los valores de la rúbrica

Tabla A7.4. Resultados detallados de la evaluación de la THA, de acuerdo a la rúbrica: propuesta STEM avanzada.

Indicador	Descripción del nivel	Justificación del nivel
Finalidad de Aprendizaje	<p>Nivel 2 Se plantea que el alumnado desarrolle su alfabetización <i>STEM</i> (capacidad para identificar, analizar y aplicar conocimientos <i>STEM</i> integrados) a través de una situación problemática compleja. Asimismo, se procura movilizar capacidades transversales como la creatividad, el pensamiento crítico, la colaboración o la comunicación.</p>	<p>En el proyecto se busca que los estudiantes, como resultado final, diseñen una ruta de evacuación de la escuela en caso de sismo. La elaboración de la ruta de evacuación es una situación problemática compleja porque los niños deben considerar distintas variables (sólo nombraré algunas):</p> <ul style="list-style-type: none"> • La relación entre las magnitudes representadas y las dimensiones reales del objeto que fue representado (escala). • La unidad de medida para dar cuenta de las medidas reales del espacio representado. • La escuela tiene espacios de uno a tres pisos, entonces es necesario reconocer qué convenciones usar para poder mostrar/hacer visibles estas construcciones en la representación. • Considerar las entradas, salidas y puntos seguros en la escuela. <p>Capacidades transversales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creatividad: los estudiantes imaginan y diseñan planos de la vista superior de la escuela. • Comunicación: los estudiantes expresarían ideas en diferentes formas de socialización (en grupos pequeños, en exposiciones) refinando su lenguaje de razonamiento espacial (por ejemplo, expresando relaciones de proximidad). • Colaboración: que trabajen en equipo respetando unas normas de clase establecidas que buscan la formación de valores. Por ejemplo, en el primer módulo, ellos deben trabajar en parejas para construir el sismógrafo.
Finalidad de la educación STEM	<p>Nivel 2 Se justifica la conveniencia de la propuesta didáctica, aludiendo a los objetivos de la educación STEM.</p>	<p>Necesidad social: comprender el fenómeno de los sismos, tomar conciencia de los riesgos en un país que es altamente sísmico. Desarrollo de habilidades: a través de la propuesta se busca que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento espacial. Consideramos que dicho razonamiento es transversal y necesario para realizar actividad <i>STEM</i>. Alfabetización <i>STEM</i> Por ejemplo, para el primer módulo, en el caso de la ingeniería, se propone la construcción de un sismógrafo –herramienta que permite medir la intensidad de un sismo– como la culminación del proyecto que evidencia la integración de áreas <i>STEM</i>. Su construcción (ingeniería) buscaba que los estudiantes reconocieran el funcionamiento de una tecnología que permite medir (matemáticas) los movimientos de la tierra (ciencias). Los estudiantes usaron su sismógrafo para registrar la intensidad de un movimiento, e interpretar los trazos en el papel para comprender la relación entre estos y el movimiento detectado.</p>

<p>Problema/reto de la propuesta</p>	<p>Nivel 2 Se propone una situación problemática compleja, apropiada en dificultad, que implica un trabajo activo y reflexivo a medio-largo plazo, facilitando la identificación de relaciones disciplinares o implicaciones sociales y movilizando conocimientos de los cuatro dominios <i>STEM</i>.</p>	<p>Consideramos que la construcción del plano de evacuación (problemática/actividad final) es apropiada en dificultad porque la THA está diseñada para que desde las actividades iniciales los niños vayan adquiriendo las herramientas necesarias para realizar dicho plano (realizar actividades en el micro- y mesoespacio para realizar representaciones del meso- y macroespacio). Además, el contexto de los sismos es un fenómeno cercano a los estudiantes, pues México es un país con sismicidad alta. Lo anterior implica que los estudiantes están familiarizados por lo menos con reconocer la importancia de las rutas y planos de evacuación y con el seguimiento de instrucciones necesarios en caso de sismo. Lo anterior lleva a considerar la importancia de las siguientes Implicaciones sociales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura de rutas de evacuación. • Reconocimiento de la importancia de construcciones solidas. • Reconocimiento del sismo como fenómeno de riesgo no predecible. <p>Se movilizan conocimientos en las cuatro áreas <i>STEM</i>:</p> <p>Ciencias: Al enfocarse las actividades en el estudio del fenómeno de los sismos, el contexto central es el de ciencias. Un primer aspecto que se estudió fue la formación geológica de montañas y cadenas montañosas (macroespacios) a través de la observación y análisis de fotografías (paisajes) de lugares formados por movimientos sísmicos. Otro aspecto central que interviene en el fenómeno de los terremotos es el de los diferentes tipos de movimientos (trepidatorios, oscilatorios). Así, las actividades propuestas promovían a los estudiantes a reflexionar sobre esos movimientos (e ir más allá de su asociación con los desastres), en particular a través de la construcción de un sismógrafo que ayudaba a simular movimientos sísmicos.</p> <p>Tecnología La tecnología está presente cuando se usan manipulables (herramientas de medición, cubos de madera) y digitales (<i>LightBot</i>, <i>Google Maps</i> y <i>Google Earth</i>). Con las fotografías, mapas dinámicos (<i>Google maps</i> y <i>Google Earth</i>) y herramientas de medición (reglas y tiras de papel) se buscó promover la comprensión del fenómeno de los sismos en un macroespacio. Particularmente el uso de <i>Google maps</i> fue para reconocer la posición y ubicación de mesoespacios (e.g., escuela) en macroespacios, e iniciar con la relación de los mapas satelitales (representaciones 2D dinámicas) y los cartográficos (representaciones 2D estáticas).</p> <p>Matemáticas Las matemáticas emergen a través de la medición en micro y mesoespacios (uso de herramientas e iteración de unidades de medida), cálculos aritméticos y la construcción de representaciones y objetos que favorecen cambios de dimensión (2D-3D). Desde esta disciplina se favorece el tránsito entre los distintos tamaños del espacio (micro, meso y macroespacio) y sus representaciones.</p> <p>Ingeniería En el caso de la ingeniería, se propone la construcción de un sismógrafo–herramienta que permite medir la intensidad de un sismo– como la culminación de la integración de actividades STEM del primero de los 4 módulos. Además, se discute y explora sobre la solidez de edificaciones.</p>
--------------------------------------	---	---

<p>Selección y profundidad de contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales)</p>	<p>Nivel 2 Se seleccionan contenidos de los cuatro dominios STEM, se organizan de acuerdo a las disciplinas y se abordan atendiendo a una lógica secuencial, conectándolos entre sí. Aunque, se sigue descuidando el nivel de participación de cada dominio.</p>	<p>Se propone la integración entre áreas STEM a través del estudio de sismos (ciencias), donde la interpretación y construcción de representaciones (matemáticas) juegan un papel determinante para la comprensión del fenómeno. Como producto final de las actividades propuestas, los estudiantes diseñan una ruta de evacuación en caso de sismo; dichas construcciones se harán a través del software Sweet Home y en papel (uso de diferentes tecnologías). Las actividades están divididas en 4 módulos, las áreas de ciencia, tecnología e ingeniería cada una tiene una participación del 50%, mientras que las matemáticas están todos los módulos. Una explicación más detallada se encuentra en la sección 7.6. A continuación se presentan los contenidos de cada área.</p> <p>Contenidos dominios STEM</p> <p>Ciencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la forma y los elementos que comprenden las placas tectónicas. • Identificar las acciones que generan movimientos sísmicos (liberación de energía, fricción entre placas tectónicas). • Identificar características propias de los suelos que intervienen en las afectaciones que puede sufrir una edificación, frente a un eventual movimiento sísmico. • Explorar el ambiente y las posibilidades de riesgo que tienen los objetos de su entorno para las personas en caso de sismo. <p>Tecnología</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manipular herramientas de búsqueda digitales. • Validar información obtenida de la red. • Manipular software especializados para el diseño de planos (Sweet Home 3D). • Programar el movimiento de un Sprite en un recurso digital (LightBot). <p>Ingeniería</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar elementos faltantes o alterados que impiden el funcionamiento de un instrumento (sismógrafo). • Construir con material reciclado un instrumento de medición (sismógrafo). • Reflexionar sobre las características que debe cumplir una estructura para tener mayor resistencia a los movimientos sísmicos. <p>Matemáticas</p> <p>A continuación se mencionan algunas de los contenidos de matemáticas. Las habilidades que se desarrollan en estas actividades están descritas en el Capítulo 6 y Capítulo 7 y están relacionadas con medición, construcción de sistemas de referencia y elaboración de representaciones de macroespacios (lo que implica imaginar, visualizar un espacio que no ve directamente).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medir longitudes.
--	--	--

-
- Identificar unidades de medición convencionales (e.g., metro).
 - Elaborar representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.
 - Elaborar representaciones tridimensionales a escala de estructuras reales.
 - Reconocer la conservación de formas en la elaboración de representaciones semejantes.
 - Estimar distancias haciendo uso de unidades de medición corpóreas (pasos, palmas, jemes).
 - Calcular distancias haciendo uso de unidades de medición convencionales.
 - Construir sistemas de referencia.

Secuencia lógica de las actividades (interpretar y representar)

El diseño tiene una secuencia lógica. En el primer módulo se plantean actividades en las cuales los niños construyan sistemas de referencia a partir del *análisis* de fotografías (representaciones 2D de espacios 3D) reconociendo la posición de los objetos y sujetos. En los siguientes módulos, se *analizan, visualizan y representan* vistas superiores, primero, de objetos en el microespacio para luego *representar* vistas superiores de mesoespacios: inicialmente de espacios más pequeños, salón de clases y luego, como resultado del proyecto final, la ruta de evacuación (vista superior) de la escuela.

A continuación, se describen por módulo las conexiones STEM (ara comprender mejor las actividades propuestas, puede dirigirse al Capítulo 5):

Primer modulo

- Los estudiantes usarán conocimientos matemáticos (respecto de medición) para interpretar particularidades de fenómenos naturales (sismos).
- Los estudiantes usarán herramientas de comunicación digital para indagar sobre fenómenos naturales.
- Los estudiantes usarán habilidades de ingeniería para registrar información matemática e interpretar fenómenos de la naturaleza.

Segundo módulo

- Los estudiantes reflexionarán sobre el impacto que tienen las características de los suelos a la hora de diseñar una edificación.
- Los estudiantes harán uso de medios tecnológicos para la elaboración de planos similares a los que construiría un ingeniero civil.
- Los estudiantes harán uso de herramientas de la geometría (perpendicularidad, paralelismo, ángulos, semejanza) para elaborar en entornos físicos y digitales representaciones de estructuras reales.

Tercer módulo

- Los estudiantes harán uso de habilidades de ingeniería (imaginación y creación) para concretar información necesaria en la elaboración de planos y rutas de evacuación.
 - Los estudiantes usarán representaciones geométricas para representar espacios reales e identificar zonas seguras y de riesgo.
-

Integración
disciplinar

Nivel 2

Se abordan contenidos de los cuatro dominios STEM, donde subyacen objetivos de aprendizaje que engloban varias disciplinas STEM (objetivos compartidos). Ello procura que se imbriquen los contenidos, favoreciendo una integración interdisciplinar.

		<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes usarán habilidades de manejo de datos para la sistematización de los conteos de individuos presentes (generalmente) en su escuela. <p>Cuarto módulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes harán uso de habilidades de ingeniería (imaginación y generación) para la elaboración de planos y rutas de evacuación. • Los estudiantes usarán representaciones geométricas para representar espacios reales e identificar zonas seguras y de riesgo.
Despliegue de la acción	Nivel 3 (de forma parcial) Se proponen una serie de tareas bien estructuradas, justificándose cada acción y la relación entre ellas. Así, se percibe un hilo conductor que genera cohesión entre las acciones propuestas. Además, se demuestra que el despliegue de la acción se ha puesto en práctica, se ha evaluado y se proponen mejoras.	Diseñamos una serie de tareas en una trayectoria de aprendizaje, utilizando el enfoque de investigación de diseño de Cobb y Gravemeijer (2008) que implica ciclos de diseño y análisis de las actividades. Cada ciclo requiere la preparación de la trayectoria, su implementación y un análisis retrospectivo de los datos. Se llevaron a cabo dos ciclos de diseño e implementación con estudiantes de tercer grado (ocho años) de una escuela primaria pública en un área socioeconómicamente vulnerable de México. La primera fase se implementó en un entorno de aprendizaje a distancia (debido a la pandemia Covid-19) durante el año escolar 2020-2021 con un grupo de 16 niños; El número de estudiantes participantes fluctuó debido a problemas de acceso (por ejemplo, falta de Internet). Las sesiones fueron a través de Google Meet y los estudiantes usaron tabletas y teléfonos inteligentes. Las producciones estudiantiles se documentaron en fotos y/o videos enviados por correo electrónico. La segunda fase se realizó en modalidad presencial en los primeros meses de 2022 con un grupo de 24 niños. Se registraron todas las sesiones. El análisis de las actividades del primer ciclo permitió, por ejemplo, considerar para aplicaciones posteriores, actividades de medición y estimación (ver Capítulo 4, sección 4.3.1).
Ámbito de realización e impacto social	Nivel 2 Se dirige a la comunidad del entorno escolar (incluyendo familias, vecinos del barrio, etc.). El impacto trasciende al recinto escolar.	En el diseño de las actividades se propone que la elaboración de los planos de evacuación se presente a la comunidad escolar (profesores y otros cursos de primaria). Además, se plantea una reunión de los estudiantes con personal de protección civil para discutir las rutas de evacuación construidas enfocándose en los elementos del plano (e.g., símbolos y leyendas) que comunican puntos seguros en caso de sismo.
Argumentación	Nivel 3 Se planifican varias actividades de argumentación, prestando atención al desarrollo de las habilidades comunicativas, la creatividad y el pensamiento crítico. La argumentación se entiende como un canal de diálogo entre el fenómeno o conflicto que se indaga, las decisiones tomadas y los resultados alcanzados.	Se procura que los estudiantes justifiquen el porqué de las decisiones que toman cuando resuelven las distintas tareas propuestas. Por ejemplo, en el caso de la construcción del sismógrafo, si bien, tenían el listado de materiales y la maestra les daba las instrucciones para su construcción, los estudiantes debían ver si sus materiales (e.g., cables más gruesos, plumas sin/con punta fina) sí les permitían la construcción de su sismógrafo y, de ser así, debían organizarlos y encajarlos -incluso incluir algún otro material- (creatividad) para dar funcionamiento al sismógrafo (pensamiento sistémico). Este proceso de construcción, debían de comunicarlo en grupo, argumentando porque era o no viable el trabajo que habían realizado.

Indagación	Nivel 2 Se plantean preguntas a fin de desarrollar un proceso de investigación. La parte experimental o de campo tiene carácter esporádico a lo largo de la propuesta didáctica.	Las preguntas se plantean con dos finalidades, por un lado, para reconocer los sismos como un fenómeno a estudiar y, por otro lado, para guiar y unir las actividades. No hay una pregunta central y única que resolver. Primer módulo ¿Qué riesgos existen en tu escuela?, ¿Qué conoces sobre los terremotos?, ¿Dónde se han producido sismos?, ¿Por qué se produce un sismo?, ¿Qué instrumentos se usan para detectar los movimientos de la tierra? Segundo módulo ¿Qué se puede hacer para evitar daños en las construcciones? (estabilidad de las construcciones), ¿Cómo actuar en caso de sismo y qué acciones se han propuesto? Tercer módulo ¿Qué necesitamos para diseñar una ruta de evacuación? Cuarto módulo ¿Qué hacer en caso de sismo?
Modelización	Nivel 2 Se incluyen actividades destinadas a la construcción de modelos a partir de fenómenos reales.	No nos referimos a modelización, sino a representación. En este caso, el producto final es la elaboración de una ruta de evaluación. Esta ruta puede considerarse como un modelo. Hay un proceso de diseño y rediseño de la ruta de evacuación.
Diseño	Nivel 3 El alumnado participa en el proceso desde la propia definición del problema.	La intención es que sean los estudiantes quienes construyan (representen) la ruta de evacuación.
Relevancia	Nivel 2 Se plantea una situación problemática, que pudiera o no partir de los intereses del grupo-clase, atendiendo a una demanda social a la vez que se visibiliza la importancia de las profesiones científico-tecnológicas o ingenierías.	Se visibiliza la importancia del estudio de los sismos por ser un fenómeno que puede afectar a la comunidad y, se reflexiona sobre la importancia de que las edificaciones construidas sean seguras. En cuanto al segundo aspecto, por ejemplo, en una actividad se reflexiona sobre el papel que juegan los arquitectos e ingenieros pues deben considerar la forma, cantidad, medida etc., del material a usar para que sea lo suficientemente resistente en caso de sismo, esto implica que además haya algún experto que haga un estudio de suelos para evaluar si el terreno donde se construye sostiene uno u otro material.
Autenticidad	Nivel 1 Se aborda una situación problemática ficticia que se asemeja a situaciones reales. Se propicia la realización de simulaciones y	El contexto en el que se desenvuelve la actividad es el del fenómeno de los sismos. Es un contexto conocido para los estudiantes, pues México es un país altamente sísmico y los niños han tenido la experiencia de evacuar en simulacros o sismos de baja intensidad. Como producto final se propone la elaboración de un plano de evacuación de la escuela y se propone que este plano se presente a la comunidad escolar (profesores y otros cursos de primaria). Además, se plantea una reunión de los

	prácticas que se parecen a las aplicadas en contextos reales.	estudiantes con personal de protección civil para discutir las rutas de evacuación construidas enfocándose en los elementos del plano (e.g., símbolos y leyendas) que comunican puntos seguros en caso de sismo.
Evaluación del proceso	Nivel 1 Se realiza un seguimiento a partir de la evaluación de cada tarea por parte del docente. La intervención del docente durante el desarrollo de la propuesta tiene carácter retroactivo, una vez finalizada cada tarea.	Se diseña una prueba diagnóstica, para aplicar antes y después de las actividades y el objetivo es reconocer que acciones cambian en los estudiantes durante la realización de las actividades. En las actividades de diseño de la ruta de evacuación, les hacía comentarios sobre las cosas que debían mejorar y considerar en los posteriores diseños. Dichos comentarios se hacían de forma general, más no individual. No hay interés por dar una valoración numérica, en el proyecto nos interesa dar cuenta del desarrollo de ciertas habilidades que reconocemos en sus acciones verbales y corpóreas.
Regulación del trabajo comparativo (alumnado)	Nivel 3 Se establecen equipos de trabajo, responsables de alcanzar un acuerdo del reparto de roles (fijos) y compromisos de trabajo. Además, se ofrecen diferentes estrategias para la regulación del trabajo en equipo por parte del alumnado y el docente (rubricas, diarios...).	Se plantean distintas formas de trabajo: individual, en parejas o tríos (dependiendo de la cantidad de estudiantes) y por grupos de 7-8 (dependiendo de la cantidad de estudiantes ubicados en cada fila). En el trabajo en equipo no se asignaban roles, en el caso de los grupos de 7-8, el docente plantea identificar que rol debería jugar cada integrante del equipo para cumplir la actividad asignada, como es el caso de la medición de la cancha de juegos que se hizo con tiras de papel de metro. Al final de cada sesión, los estudiantes evaluaban su forma de trabajo en relación con el cuidado del material, la disposición para resolver las actividades propuestas y el trabajo en equipo. Al finalizar cada sesión los alumnos se autoevalúan en los siguientes ítems: <ul style="list-style-type: none"> • Escucho y respeto ideas y opiniones de mis compañeros. • Cuido y ordeno en material con el que trabajo. • Demuestro mi compromiso por terminar con las tareas asignadas. • Trabajo con respeto hacia los demás. • Ayudo a mis compañeros a resolver las tareas.
Agentes externos	Nivel 3 Se establece una colaboración con uno o varios agentes externos, que asesoran en el diseño de algunos aspectos de la propuesta y participan activamente en la implementación y evaluación de la propuesta.	<ul style="list-style-type: none"> • Dra. Ivonne: diseño de las actividades e implementación en el primer ciclo. • Dra. Ana Isabel Sacristán: diseño de las actividades. • Dr. Ángel Pretelín: ideas para incluir la ingeniería. • Dr. José Luis Lupiañez: evaluación de la propuesta. Sinodales, comité evaluador del proyecto: evaluación de la relevancia del proyecto para enmarcarlo dentro de una investigación de doctorado.

Anexo 8. Desarrollo y análisis de la implementación de la THA en el primer ciclo

Los datos presentados en este anexo fueron recolectados en época de la pandemia ocasionada por Covid-19, por lo que su toma, al igual que todas las actividades del ciclo escolar, se realizó en línea, con los alumnos trabajando desde casa. Por lo tanto, el trabajo y las intervenciones de los niños, en mayor o menor medida, estuvieron influenciadas por sus familiares. Esto posiblemente generó algún impacto –positivo o negativo– en las habilidades que se buscaba desarrollar en los niños: Por un lado, algunos niños quizá tuvieron una guía constante de sus padres por lo que no se cuestionaron por sí solos cómo resolver lo propuesto; por otro lado, los padres pudieron ser únicamente un apoyo para conseguir los materiales solicitados y conectarse a las sesiones, y no influir, por tanto, en los resultados de la implementación de las actividades.

Este anexo está dividido en cuatro partes: En la primera se analizan los resultados de los estudiantes en la prueba diagnóstica. Luego, se describen las actividades que ellos realizaron en el primer módulo. En la tercera parte se presentan categorías que surgen de los datos obtenidos. Finalmente, se resaltan algunos aspectos en cuanto al trabajo en áreas *STEM*.

A8.1. Prueba diagnóstica: descripción y preanálisis

La prueba diagnóstica se conformó por nueve ítems y fue aplicada antes de las actividades propuestas. Ésta fue resuelta sólo por 6 estudiantes. A continuación, se presenta un análisis de sus producciones.

Para presentar los resultados, se realizó una clasificación. Esta se obtuvo de la interpretación que hacemos de las acciones de los estudiantes en la prueba y las cuales dan cuenta de sus habilidades de razonamiento espacial. Tomando como referente el trabajo del grupo SRSG y Davis (2015), destacamos de las producciones de los estudiantes, cuatro acciones cognitivas (de comprensión): construir, interpretar, sentir y situar, y una acción física (transformación): alterar (ver Figura 3.1).

A8.1.1. (De)construcción de representaciones bidimensionales

(De)construir representaciones bidimensionales implica ordenar, adecuar, (re)componer y estructurar los elementos que la conforman (Davis y el SRSR, 2015; Battista y Clements, 1996); es decir, se deben reconocer y combinar los componentes espaciales de la representación. Estas acciones se evidencian en la solución de los ítems 1, 3 (despliegues o desarrollos planos), 5 y 7 (representación de módulos multicubo) de la prueba diagnóstica.

A8.1.1.1. (Re)componer desarrollos planos

En el primer ítem (Figura A8.1) se solicita que, a partir de su desarrollo plano⁶⁵ (2D), los alumnos reconozcan y seleccionen cómo queda armado un prisma rectangular (3D).

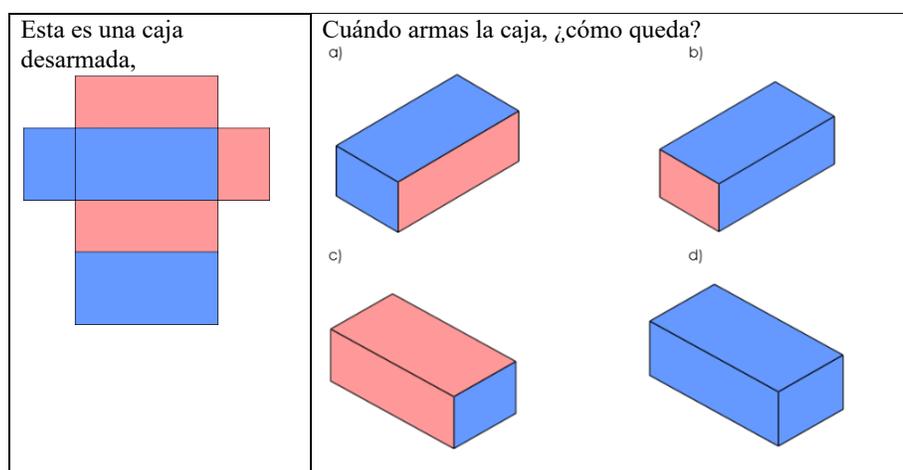


Figura A8.1. Primer ítem de la prueba diagnóstica.

En este ítem, cinco de los seis estudiantes seleccionaron la opción correcta (opción a.). Uno de los estudiantes, José, justificando su selección, comentó que “los demás cubos no tienen los mismos colores que la a.” Esta respuesta refleja que el estudiante reconoce que el desarrollo plano compone el prisma rectangular y relaciona las dos representaciones (el desarrollo plano y la opción a.) según el orden de sus colores.

En general, parece que los estudiantes ponen en correspondencia (relacionan) los colores del desarrollo plano con los de la representación tridimensional y (des)componen el prisma, considerando los colores y la forma de las caras.

⁶⁵ Un desarrollo plano es una figura bidimensional que se puede plegar en un objeto tridimensional (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000).

Se podría inferir, como también lo han encontrado Gonzato, Diaz Godino y Neto (2011), que los cinco estudiantes tienen la habilidad de plegar (mentalmente) un desarrollo plano para formar un objeto tridimensional, a partir del trabajo de (des)composición de los elementos presentes en esa representación.

En cuanto al estudiante que no seleccionó la opción correcta, Daniel, parece que tuvo dificultades en relacionar (cambiar de dimensión, imaginar que la unión y el doblado de rectángulos forma un objeto 3D) el desarrollo plano del prisma y su representación tridimensional.

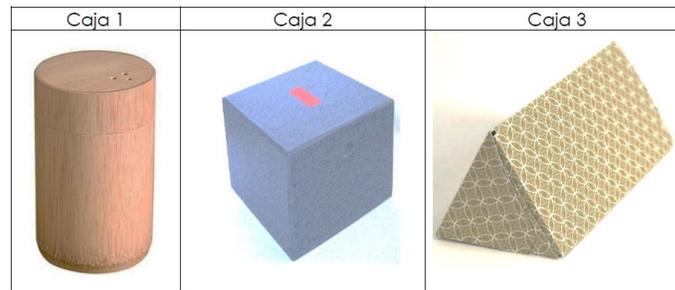


Figura A8.2. Trabajo de Daniel.

En principio, Daniel reconoce que las caras son rectángulos (ver Figura A8.2.a). Luego, al preguntarle sobre qué opción escogería, él optó por la b. explicando que una de las caras es una “pestañita rosa”. En dos momentos diferentes señaló distintas caras (pestañita rosa) para justificar su selección (ver Figura A8.2.b y c), pero no hizo referencia a alguno de los prismas a escoger.

En el ítem 7, se hace el proceso inverso al primero. En éste, se da una representación del sólido, su proyección trimétrica (Figura A8.3), y se solicita dibujar su desarrollo plano. En este ítem, de los seis estudiantes, cuatro realizaron correctamente el dibujo: tres hicieron el desarrollo plano del cilindro y uno el del prisma rectangular que comúnmente se presenta en forma de “T”. Los estudiantes, al parecer, lograron descomponer los sólidos que se les presentaron, pues reconocieron los elementos de éstos (cantidad y forma de las caras) e identificaron cuáles serían sus desarrollos planos (2D) para la construcción de los objetos 3D correspondientes (del cilindro y del prisma rectangular). Además, lograron componer los elementos al dibujar el desarrollo plano (e.g., la ubicación de las caras del desarrollo plano del prisma rectangular).

7. Escoge una de las siguientes cajas para regalos.



Si la desarmas, dibuja como se vería (escribe qué caja escogiste) _____.

Figura A8.3. Ítem 7 de la prueba diagnóstica.

En cuanto a los dos estudiantes que no hicieron los desarrollos planos, uno intentó dibujar un cubo (ver Figura A8.4.a) y otro un prisma triangular (ver Figura A8.4.b).

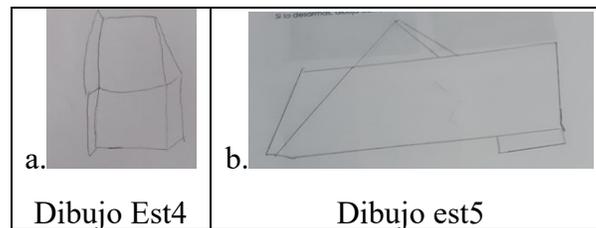


Figura A8.4. Intentos de representar profundidad.

El trazo de los dos estudiantes deja ver que no reconocen el desarrollo plano que forma un cubo, pues no pudieron descomponer la representación dada, es decir, la proyección trimétrica del objeto 3D (Figura A8.3), la cual permite identificar el desarrollo plano que formaría el sólido escogido. Los dibujos que realizan, de acuerdo con Gutiérrez (1998), son una representación realista (intentos de representar profundidad, intentos de hacer un dibujo en 3D). Estos dibujos reflejan que quizá intentaron replicar lo que se muestra en las representaciones dadas inicialmente.

A8.1.1.2. Organizar cubos en una representación bidimensional

En los ítems 3 y 5, los estudiantes debían escribir la cantidad de cubos que consideraban forman una edificación. En el ítem 3, la representación diferencia las vistas ortogonales en escala de grises (Figura A8.5.a), mientras en el 5, la diferencia es por colores (Figura A8.5.b).

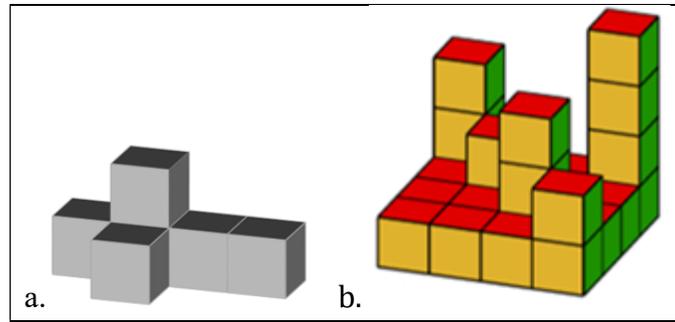


Figura A8.5. Representaciones tercer y quinto ítem de la prueba diagnóstica.

En el ítem 3, de los seis estudiantes, tres descompusieron y ordenaron (quizá mentalmente) un objeto que no es observable (un cubo). Esto lo indicó Ricardo al justificar su respuesta, pues iba contando mientras señalaba la imagen: “uno, dos, tres, cuatro, cinco y el del medio que no se ve” (ver Figura A8.6.a). José, también iba contando a medida que señalaba la imagen y mencionó: “Aquí hay uno, dos, tres, cuatro, cinco, entonces más este, entonces ya son 6” (ver Figura A8.6.b y Figura A8.6.c). Aunque los dos tienen diferentes conteos, lograron identificar el cubo oculto que, para Ricardo, era el último que contaba, mientras que para José era el segundo. Tanto José como Ricardo dividieron y organizaron por niveles los cubos para hacer un conteo.

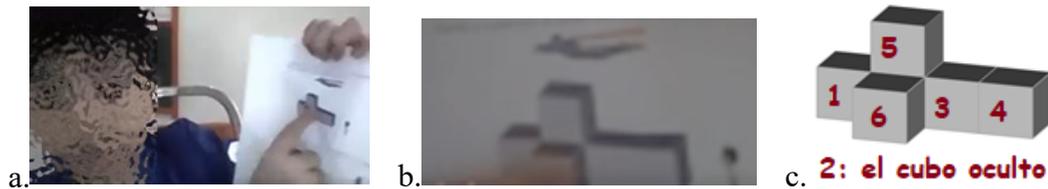


Figura A8.6. Dos formas de conteo de cubos.

De los estudiantes restantes, Daniel escribió en su hoja que eran 6 cubos, pero cuando se le pidió explicación dijo que eran 10; mientras daba su explicación pareció estar escuchando la respuesta que otra persona le indicaba y no dio muestra de reconocer cuáles eran los cubos que estaba contando. Nancy dijo que eran 13 cubos; y Mónica no contestó este ítem. En cuanto al conteo adicional de cubos, Battista y Clements (1996) mencionan que es posible que los estudiantes –como en el caso de Daniel y Nancy– estén contando las caras del cubo que se muestran en el diagrama y duplicando ese número.

Al igual que en el ítem 5 anterior, de los seis estudiantes, tres reconocieron que eran 25 cubos los que tenía el módulo multicubo con colores. Ricardo argumentó que eran 25 “porque la base, los amarillos de la base tienen 4 y de los verdes tienen 4 y 4×4 es 16 y los de arriba como tienen 9 y 16 más 9 es este es 25”. Gustavo, por su parte, comentó que: “abajo hay 16 y arriba hay 9”. Estos estudiantes descomponen y ordenan un objeto que no es observable (cubo). En el caso de Ricardo, él mostró una estrategia de conteo usando la multiplicación. Los dos estudiantes usan codificación por niveles (Gutiérrez, 1998; Sack y Vazquez, 2011); es decir, primero reconocen que la base, el primer nivel, está conformada por un arreglo de 4×4 (es este nivel en el que identifican los cubos que no pueden ver), para luego contar los cubos faltantes en los siguientes niveles.

Los demás estudiantes contaron un número diferente de cubos. Daniel no parecía estar convencido de su respuesta, de hecho, la cambió dos veces: primero contó 20 y luego 23. Esto puede deberse a que no entendía el ítem o que en el conteo que realizó no estaba considerando algunos cubos ocultos. Es posible que Daniel, en concordancia con Battista y Clements (1996), estuviera contando las caras del cubo que se muestran en la imagen, sin reconocer los cubos ocultos. Nancy contó 16 cubos y puede deberse a dos razones: no contó cubos ocultos o solo consideró los que conforman la base. Mónica por su parte, no respondió.

A8.1.2. Reconocimiento de espacios para la interpretación y/o elaboración de representaciones

Dibujar o representar un espacio tridimensional implica usar e interpretar convenciones, símbolos, leyendas y técnicas de dibujo que plasman la distribución, tamaños, orientación y ubicación de elementos del espacio físico que representa; en este sentido, queremos reconocer cómo los estudiantes interpretan y representan un mesoespacio. Para tal fin, se plantearon tres ítems: dos de interpretación (8 y 9) y uno de elaboración de representaciones (10).

A8.1.2.1. Interpretar fotografías que representan espacios físicos

En el ítem 8 (Figura A8.7), se presentó la siguiente situación:

Danna quiso tomarse una foto en la que se viera la entrada de su escuela. Sólo una de las siguientes imágenes muestra cómo se ve Danna en la foto, ¿Cuál es?

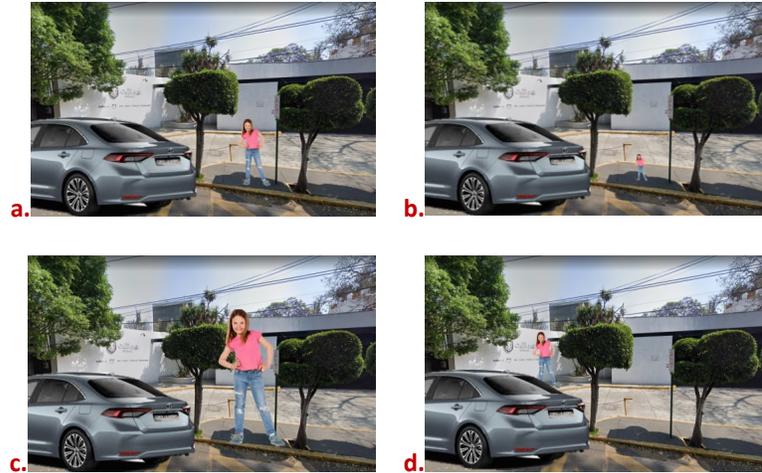


Figura A8.7. Ítem 8 de la prueba diagnóstica.

En cuanto a lo realizado por los estudiantes, Mónica y José seleccionaron la opción a. Posiblemente imaginaban la relación de tamaños entre la niña con los objetos de la representación (e.g., el tamaño de la niña con el del carro o el tamaño de la niña con la altura de los árboles).

Ricardo y Nancy seleccionaron la opción c. Quizá consideraban que la niña de la representación está más cerca de la cámara lo que hace que se vea más alta; sin embargo, no serían conscientes de la relación del tamaño de la niña con el tamaño de los arboles y el coche que tiene cerca.

Daniel y Gustavo seleccionaron la opción d. Tal vez no tenían una noción de su tamaño o el tamaño de un niño en relación con espacios más grandes; si la niña de la representación fuese así de alta alcanzaría a tocar el árbol que se ve a la derecha. Además de que sería más alta que el muro de su escuela. Ninguno de los estudiantes seleccionó la opción b. lo que nos lleva a considerar que ven a la niña demasiado pequeña en relación con su entorno.

En el ítem 9 se presentó a los estudiantes un mapa de un museo de ciencias ficticio, con sus respectivas leyendas. Con el fin de reconocer cómo interpretaban los niños el mapa, se incluyeron cinco reactivos (ver ítem 9, Anexo 3).

Tomando como referencia el trabajo de Wiegand (2006), clasificamos las producciones de los estudiantes por niveles. En el primer nivel se extrae información general del mapa, es

decir se identifica y relaciona símbolos del mapa con los de la leyenda. Este nivel se refleja en la solución de los siguientes reactivos:

- ¿Cuántos puntos de encuentro hay en el mapa?
- ¿Qué representan los objetos que están encerrados en rojo e identificados con las letras A y B?

En el segundo nivel se identifican relaciones entre elementos del mapa, para este caso proximidad (cercanía o lejanía) entre lugares. Este nivel se refleja en la solución del siguiente reactivo:

- Marca X a todos los lugares que están cerca de la “Sala 5: Colección de paleontología”.

- | | |
|--|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Sanitarios | <input type="checkbox"/> Kiosco |
| <input type="checkbox"/> Parada rutas escolares | <input type="checkbox"/> Salida |
| <input type="checkbox"/> Parada rutas particulares | |

En el tercer nivel se interpreta alguna situación propuesta y se decide cómo solucionarla. Este nivel se refleja en la solución del siguiente reactivo:

- Vicente está en la “Sala 2: Talleres y actividades educativas”, y quiere ir a los “Sanitarios”. Dile cómo ir. Marca el camino en el mapa.

A continuación, describimos lo realizado por los estudiantes y el nivel en el cual se clasificaron. Para presentar el trabajo de los estudiantes en cuanto al reactivo planteado en el tercer nivel, en la Figura A8.8 se ubican y distinguen las rutas con diferentes colores y letras.



Figura A8.8. Rutas trazadas por algunos estudiantes.

En el primer nivel ubicamos a Nancy, quien sólo relacionó las leyendas con los lugares que se muestran en el mapa, marcó que los sanitarios estaban cerca de la sala 5 y no realizó el trazo de la ruta solicitada. En el segundo nivel ubicamos a Gustavo y Ricardo: ellos relacionaron las leyendas con los lugares que se muestran en el mapa e identificaron que el “kiosco” y la “parada rutas particulares” estaban cerca de la sala 5. La ruta que trazaron de la sala 2 al sanitario es la línea continua azul e identificada con la letra C (ver Figura).

En el tercer nivel ubicamos a José y Daniel quienes además de hacer lo referido en los dos anteriores niveles, interpretaron los símbolos en el mapa como las puertas que indican acceso a las diferentes salas y encontraron el camino óptimo para ir de la sala 2 a los sanitarios. La ruta que realizó José es la que se encuentra marcada por flechas rojas y marcada con la letra D en la Figura A8.8, y la ruta de Daniel es la que esta trazada con una línea morada punteada e identificada con la letra B.

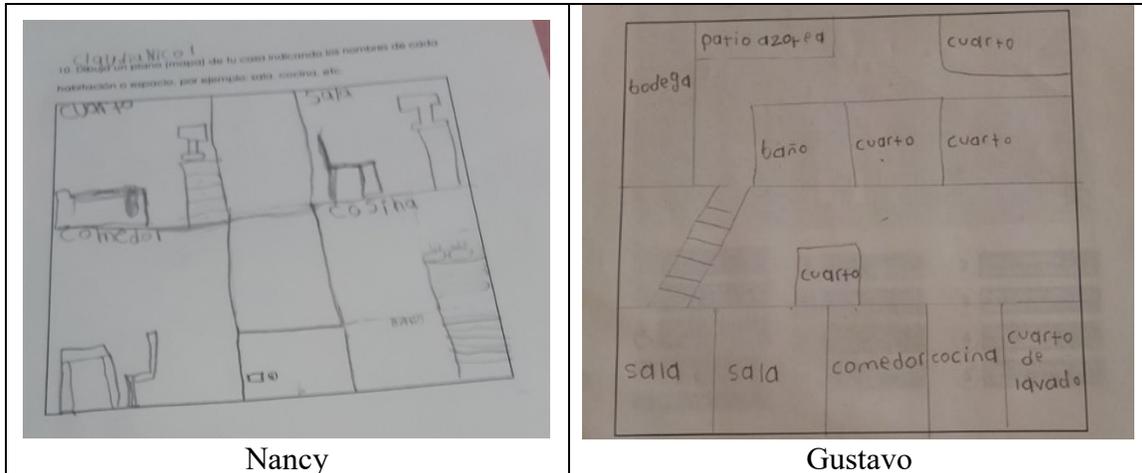


Figura A8.9. Representaciones de los planos realizados por los estudiantes.

En los distintos mapas realizados por los estudiantes identificamos algunas características:

- Todos los estudiantes reconocen que el espacio que habitan está dividido por espacios particulares.
- A excepción de Mónica, todos identifican la ubicación de los espacios que reconocieron y los nombran (e.g., cuarto, baño, recamara).
- Nancy y Daniel ubican elementos dentro de los espacios reconocidos.
- La distribución de los espacios en el plano de José y Daniel parece guardar una relación escalar acorde con el espacio físico, lo que no sucede con los dibujos de los otros estudiantes.

Si bien todos los estudiantes identifican la ubicación de los distintos espacios de su casa, hace falta uso de símbolos y técnicas de dibujo (representación de vista superior) que permitan reconocer la magnitud de los espacios con el fin de ver la congruencia entre el espacio real y su representación. Al respecto, Clements (2004) menciona que en relación con los dibujos que representan un espacio, los estudiantes hasta secundaria generalmente tienen dificultad para considerar y poner en congruencia dos sistemas de referencia diferentes (espacio real con representación de la vista superior).

A8.1.3. Identificación de vistas de un mismo objeto

Representar un espacio implica transitar por representaciones 2D y 3D lo que significa, por un lado, interpretar una representación bidimensional (con vista superior, inferior, lateral)

para construir un objeto 3D y, por otro lado, interpretar ese objeto 3D para convertirlo en una representación bidimensional (Gutiérrez, 1998). Con el objetivo de reconocer si los estudiantes identifican las vistas de un espacio y una representación, se plantearon tres ítems: el 10, que solicita la elaboración de un plano y, los ítems 2 y 4 donde se pide relacionar la forma de la vista superior, lateral izquierda y lateral derecha con los sujetos de la representación que se ven de frente en dichas vistas.

A8.1.3.1. Reconocer vista superior de un mesoespacio conocido

En relación con el reconocimiento de vistas, se identificaron algunas características en las producciones del ítem 10. Ricardo, José y Daniel realizaron una representación que puede dar cuenta de la organización de los espacios de su casa (vista superior, ver Figura A8.9). Cabe resaltar que no tenemos la certeza de que Daniel realizó el mapa, pues relacionando el desarrollo de este ítem con los ítems 2 y 4, hay incongruencia en los datos: aunque en el ítem 10 parece reconocer la vista superior de su casa, en los otros dos ítems no reconoce la vista superior en las representaciones dadas. Sin embargo, esto también se puede deber en parte a que su casa es un espacio que habita, reconoce, y le es familiar.

Gustavo, en su mapa, parece que quiso mostrar que su casa tiene dos pisos, pero no es claro cuál es la vista desde donde se está “viendo” (ver Figura A8.9). Nancy por su parte, muestra una organización que quizá corresponda a la de su casa; las representaciones dibujadas están entre la vista superior y lateral (posiblemente), pero no se reconoce qué vista representó (ver Figura A8.9). En cuanto al dibujo realizado por Mónica, no es posible identificar qué quiso representar.

A8.1.3.2. Relacionar vistas de un objeto en su representación bidimensional

En relación con los ítems 2 y 4, inferimos la interpretación que los estudiantes hicieron de las distintas representaciones que tenían. En el ítem 2 (Figura A8.10), la representación dada diferencia las vistas ortogonales en escala de grises, mientras que en el ítem 4, la diferencia es por colores.

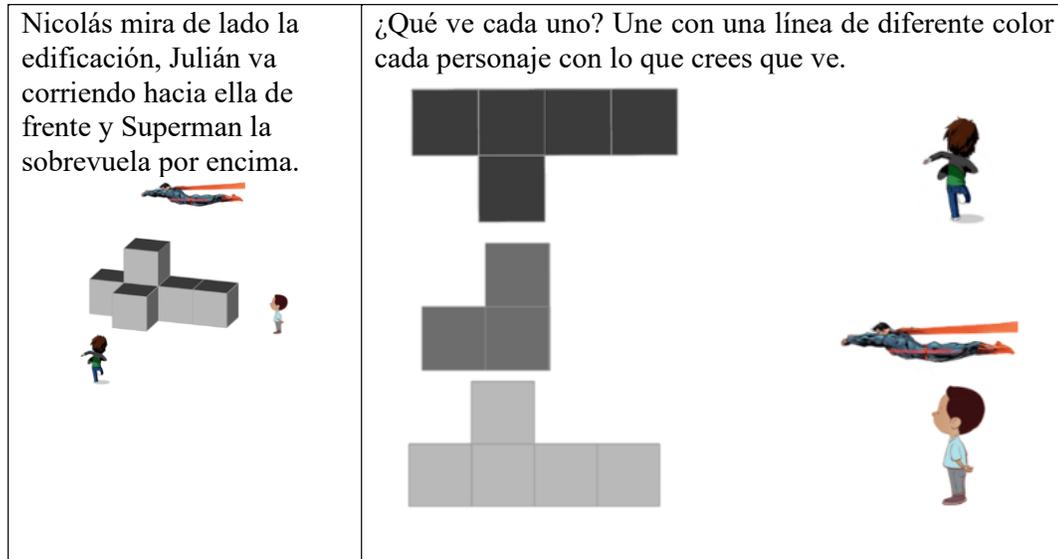


Figura A8.10. Segundo ítem prueba diagnóstica.

En el ítem 2, Ricardo, Mónica y José lograron asociar correctamente cada sujeto con la vista del objeto. Esto nos permite inferir que ellos compararon las diferentes vistas (2D) para relacionarlas con la respectiva vista del objeto (3D) e imaginaron la forma de las vistas (formada por cuadrados). De acuerdo con Gonzato, Diaz Godino y Neto (2011), llevaron a cabo un proceso de coordinación e integración de las vistas del objeto 3D para verlo como un todo a partir de la unión de sus partes.

Los tres estudiantes restantes realizaron otro tipo de relaciones. Gustavo (ver Figura A8.11.a) quizá imaginó que el personaje Julián, quien va de frente, sólo ve la parte en “L” que está hacia la izquierda (ver parte delineada en azul de la Figura A8.11.b). Es posible que identificara que los personajes Superman y Nicolás ven la forma general del objeto (ver parte delineada en rojo de la Figura A8.11.b) y no se fijara en las vistas superior y lateral derecha del objeto, sino que viera el objeto como un todo. También pudiera ser que confundiera a Nicolás con Julián.

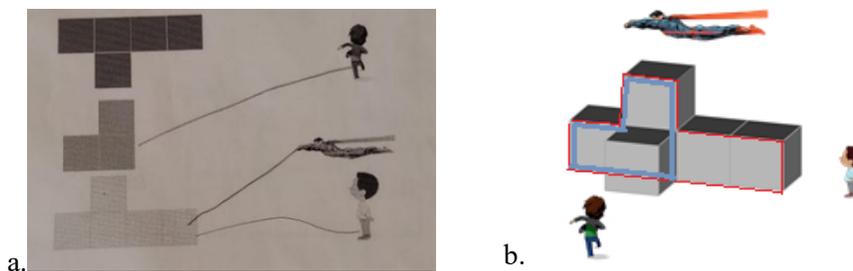


Figura A8.11. Solución de Gustavo.

Daniel (ver su producción en la Figura 8.12.a) quizá consideró lo siguiente: que Superman sólo está viendo la forma que está justo debajo de sus ojos (la forma en L delineada con verde en la Figura 8.12.b); que Nicolás tiene una perspectiva como la que él puede tener del objeto (de forma superficial sin reconocer la vista lateral); y que Julián simplemente va hacia el frente (aquí no relaciona la vista; es posible que ninguna le haya parecido igual o que simplemente se haya fijado en la dirección en la que iba –hacia el frente).

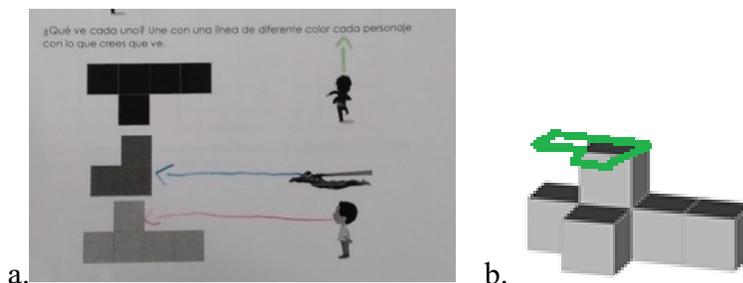


Figura 8.12. Solución de Daniel.

Nancy por su parte, pudo haber imaginado que Julián, quien va de frente, sólo ve la parte en “L” que está hacia la izquierda (ver Figura A8.13 y parte delineada en azul de la Figura A8.11.b) y reconoce que Nicolás tiene una perspectiva como la que él puede tener del objeto (de forma superficial, sin reconocer la vista lateral). Esta perspectiva general del objeto se presenta en dos de las vistas que son congruentes, solo que están en distinta posición y sentido, por tanto, es posible que Nancy haya reconocido esta congruencia.



Figura A8.13. Solución de Nancy.

En cuanto al ítem 4 (Figura A8.14), todos los estudiantes relacionaron correctamente las vistas y Ricardo, José y Nicol colorearon totalmente su superficie. Además de la relación que realizaron ellos, dos las completaron con una justificación: Ricardo mencionó que “Julián ve los amarillos porque él está viendo de frente, Nicolás ve los verdes porque está viendo de lado y Superman ve los rojos porque pasa volando” y José mencionó que “Superman, como lo ve desde arriba, sería todo esto pintado”. Las menciones de los estudiantes podrían significar que coordinaron e integraron las vistas del objeto 3D (Gonzato, Diaz Godino y Neto, 2011), compararon las diferentes vistas (2D) para relacionarlas con la respectiva vista del objeto (3D) e imaginaron la forma de las vistas (formada por cuadrados) y los cubos que no están a su vista (e.g., los cuadrados rojos de la vista superior).

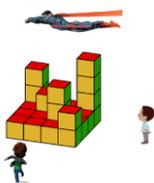
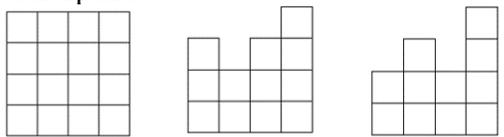
<p>Observa la siguiente imagen, nuevamente Nicolás, Julián y Superman ven una edificación desde distintos sitios.</p> 	<p>¿Qué ve cada uno? Colorea cada vista con el color que corresponde.</p> 
---	--

Figura A8.14. Ítem 4 de la prueba diagnóstica.

Los estudiantes que no colorearon completamente la superficie muestran dificultades en la lectura de representaciones tridimensionales (ver Figura A8.15). Los colores les ayudaron a identificar lo que ve cada sujeto, pero no fue suficiente para que reconocieran que las

formas de las vistas ortogonales presentadas eran las mismas que las que estaban en la representación tridimensional; ellos reconocieron la dirección de los tres sujetos de la foto, pero no lograron identificar la forma de cada vista.

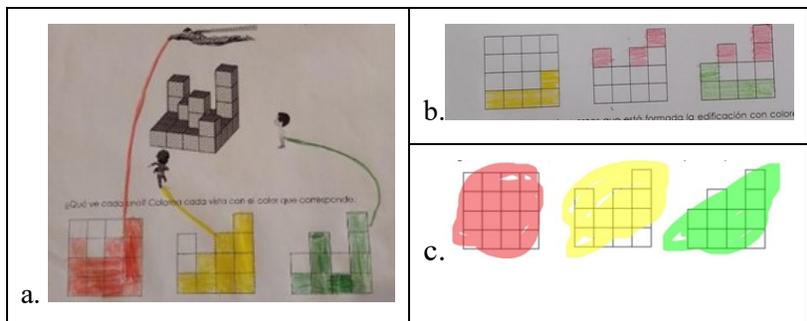


Figura A8.15. Algunas soluciones sobre la forma de las vistas ortogonales.

A8.1.4. Elaboración de objeto 3D y la relación con su representación 2D

La elaboración de objetos tridimensionales puede apoyar al reconocimiento de su representación bidimensional. En la prueba diagnóstica se propone el ítem 6 cuyo objetivo es identificar si los niños, al construir con papel el sólido solicitado –tetraedro—, reconocen este sólido en su representación como proyección trimétrica. En la Figura A8.16 se presenta la tarea propuesta.

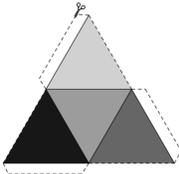
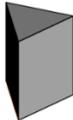
<p>Lorena quiere construir una caja para guardar unos chocolates que le va a regalar a su mamá. Para formar la caja, Lorena debe recortar la siguiente imagen por las líneas punteadas.</p> 	<p>Copia una imagen como la anterior en una hoja cualquiera y recórtala por las líneas punteadas y luego arma la caja. ¿Cómo queda la caja armada?</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>
---	---

Figura A8.16. Ítem 6 de la prueba diagnóstica.

A excepción de Gustavo, todos los estudiantes seleccionaron la opción correcta. Lo que nos lleva a inferir que la construcción del objeto les permitió relacionarlo con su representación bidimensional (representa tridimensionalidad). Daniel, por ejemplo, resolvió este ítem correctamente (ver evidencia de construcción y selección de respuesta en Figura A8.17),

mientras que, en el Ítem 1, no reconoció la relación entre las representaciones planas (desarrollo plano - representación bidimensional del paralelepípedo).

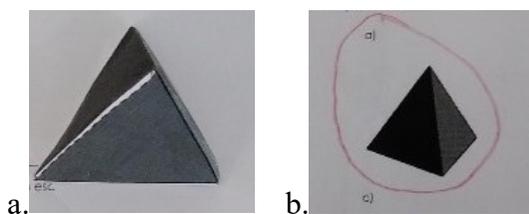


Figura A8.17. Trabajo realizado por Daniel.

Gustavo, por su parte, seleccionó la opción d., quizá porque estaba haciendo una relación de los triángulos del desarrollo plano con los triángulos que se ven en la representación tridimensional: la misma cantidad de triángulos que se ven en el desarrollo plano, se ven en la representación 3D.

En resumen, hay cuatro acciones involucradas en la resolución de la prueba diagnóstica. Tres relacionadas con procesos de comprensión –construir, interpretar, sentir– y dos de transformación –alterar–. A continuación, se presenta un desglose de estas.

Tabla A8.1. Acciones presentes en la prueba diagnóstica.

Construir (estructuración espacial)	Des/componer	Identificar componentes, combinarlos y relacionarlos.
	Ordenar	Organizar una serie de objetos para contarlos o agruparlos de alguna forma particular
Interpretar	Modelar (representar)	Realizar una representación (2D / desarrollo plano/mapa) de un espacio/objeto 3D.
	Comparar	Comparar longitudes de elementos de una misma representación (escala).
Sentir	Toma de perspectiva	Reconocer como se ve un objeto desde determinado punto de vista.
Situar	Localizar	Reconocer los elementos que componen la vista de un lugar/objeto.
Alterar	Cortar y plegar	Recortar un desarrollo plano (2D) para formar una pirámide (3D).

A8.2. Descripción del primer módulo

El primer módulo se llevó a cabo en ocho sesiones y estuvo guiado por cuatro preguntas:

- ¿qué riesgos existen en tu escuela?
- ¿por qué se producen los sismos?

- ¿qué zonas son más sísmicas? y
- ¿qué instrumentos se usan para detectar los movimientos de la tierra?

La descripción general de lo sucedido en las sesiones se hace en cuatro partes. En la primera parte se presenta la forma como los estudiantes empezaron a reconocer el fenómeno a estudiar, a lo largo de dos sesiones y media. En la segunda, se comenta el trabajo realizado para apoyar a los estudiantes en el reconocimiento de macroespacios, a lo largo de las siguientes dos sesiones y media. En la tercera parte, se describe el trabajo en torno a reconocer los instrumentos que detectan sismos, lo cual se llevó a cabo en las penúltimas dos sesiones. Y, finalmente, en la última parte se describe la última sesión dónde se simulaban movimientos sísmicos.

A8.2.1. Reconocimiento e indagación del proyecto

La primera sesión empezó con la pregunta ¿Qué riesgos existen en tu escuela/casa? Los niños la respondieron mencionando fenómenos naturales (e.g., lluvias, sismos) y los provocados por el hombre (e.g., incendios); la maestra se enfocó en el fenómeno de los sismos. Con las participaciones de los estudiantes durante el resto de la sesión, se fueron construyendo preguntas para que ellos hicieran una entrevista a sus padres; una de ellas cuestionaba, por ejemplo, si habían vivido algún sismo y de ser así, cuál había sido su experiencia. La tarea propuesta para realizar en casa era grabar un video de máximo tres minutos donde se entrevistaran a sus padres preguntándoles sobre su experiencia en los sismos que habían vivido. También se les solicitó tener un diccionario a la mano para la siguiente sesión.

La segunda sesión inició retomando algunas de las respuestas recolectadas por los estudiantes en su entrevista a sus padres. Como los entrevistados hablaban de ciertos aspectos que no eran bien entendidos por los niños (e.g., magnitud de los sismos), fue necesario saber su significado. Se empezó con la definición de sismo. Para esto, la maestra les pidió a los estudiantes que buscaran en los diccionarios cómo se definían sismo o terremoto. Para ello también fue necesario explicarles cómo se utilizaba el diccionario.

De las definiciones dadas por los estudiantes, la maestra resaltaba y/o agregaba elementos importantes para entender el fenómeno: e.g., corteza y manto terrestre. La definición resultante de sismo fue: “Sacudida violenta de la corteza y manto terrestre, ocasionada por

fuerzas que interactúan en el interior de la tierra.” Esta definición fue acompañada por dos representaciones (ver Figura A8.18):

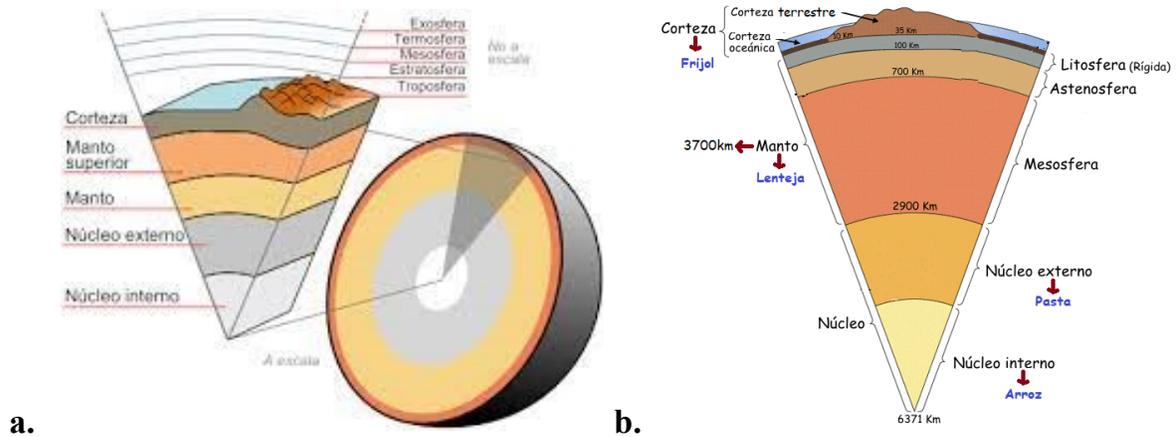


Figura A8.18. a. Representación de capas de la Tierra en proyección;
b. Vista frontal de las capas de la Tierra ⁶⁶

La primera representación fue utilizada para mostrar que la corteza y los mantos son las capas internas de la Tierra y, la segunda, para empezar a fomentar la imaginación de grandes distancias y dar una idea de cuál capa es más grande.

Comprender información del espacio a través de representaciones bidimensionales no es una tarea sencilla, por lo que se solicitó a los estudiantes buscar un recipiente transparente en el cual colocaran semillas (frijol, lenteja, pasta, arroz) indicando las diferentes capas de la Tierra (ver Figura A8.18.b).

Los estudiantes inicialmente colocaron las semillas sin considerar que unas capas eran más grandes que otras (ver Figura A8.19). Después de discutirlo en la clase, los estudiantes reconocieron que debían colocar, por ejemplo, más lenteja que frijol (ver Figura A8.19.b).

⁶⁶a. Adaptado de Wikipedia (2007), <https://images.app.goo.gl/GKKdFSEf7287Y6DE6>;

b. Adaptado de Con-CIENCIA (2014), <https://images.app.goo.gl/MM5eH6yx42v9sQr68>.



Figura A8.19. Trabajo realizado por un mismo estudiante.

En la primera parte de la tercera sesión, la maestra retomó el trabajo realizado con las semillas enfatizando la importancia de considerar la correspondencia entre los elementos de una representación bidimensional y su construcción física. Luego la maestra usó la Figura A8.18.b para preguntar si las capas de la Tierra eran grandes o no, según las distancias marcadas en la representación. Este último cuestionamiento se acompañó de la descripción de distancias que podrían ser imaginadas por los estudiantes por la familiaridad que podrían tener con éstas. Por ejemplo, se les decía a los estudiantes que el pico del Águila ubicado en el Ajusco, al extremo sur de la Ciudad de México, tiene una altura aproximada de 4 kilómetros y que la ruta más rápida (carretera Picacho-Ajusco) para ir desde la escuela donde ellos estudiaban al parque de diversiones más cercano es de aproximadamente 5 kilómetros. Así, los estudiantes pudieron empezar a comparar distancias, reflexionando que si 4 kilómetros es una gran distancia, entonces 3700 kilómetros es una distancia muchísimo mayor.

La maestra finalizó esta primera parte de la tercera sesión preguntando a los estudiantes:

¿De qué tamaño serían ustedes si estuvieran en la corteza terrestre?, Si abrimos un hueco en la tierra ¿hasta dónde llegamos?, ¿Qué necesitamos para llegar al fondo?

De manera general, como respuesta a la primera pregunta, algunos estudiantes decían que se verían como hormigas. En cuanto a la segunda, algunos decían que no era posible llegar hasta el fondo porque no había algún instrumento que hiciera un hueco tan grande y uno de los estudiantes reflexionó que no era posible llegar al fondo porque el centro de la Tierra es muy caliente. En la sección A8.1.6. (ver descripción después de la Figura A8.25) se profundiza sobre las dos últimas preguntas.

A8.2.2. Comprensión del fenómeno a través de la interpretación de representaciones

La segunda parte de la tercera sesión inició explicando ¿Cómo se producen los sismos? La maestra se refirió a que éstos se producen por choques entre las placas tectónicas y que dichas placas están en la corteza y en la litosfera. Para señalar cuales son las placas tectónicas, la maestra usó la representación de la Figura A8.18.b y encerró la zona donde se encuentran (ver Figura A8.20).



Figura A8.20. Señalamiento de placas tectónicas.

Luego la maestra usó una maqueta de las placas tectónicas para explicar la forma en cómo se podían mover y lo que sus choques pueden formar. Al respecto comentó los siguientes puntos:

- Si las placas tienen bordes transformantes, chocan produciendo un desplazamiento lateral de una placa respecto a la otra (ver Figura A8.21-1)
- Sí tienen límites divergentes, las placas tectónicas se separan (ver Figura A8.21-2).
- Y, sí son límites convergentes, una de las placas tectónicas de la litosfera se hunde debajo de la otra con la cual chocan formando así montañas⁶⁷ (ver Figura A8.21-3).



Figura A8.21. Movimiento de placas tectónicas.

⁶⁷ Aunque en la maqueta no se ve muy bien que una placa tectónica quedaría debajo de la otra, en la explicación, la maestra con las manos ejemplificó el movimiento.

Después de esto, presentó a los estudiantes ejemplos de lo que se ha formado en la naturaleza a lo largo del tiempo a causa del choque entre placas tectónicas (ver Figura A8.22).



*Figura A8.22. a. Falla de San Andrés (transformante);
b. Gran Valle de Rift (divergente);
c. Cadena montañosa del Himalaya (convergente) ⁶⁸*

A medida que la maestra iba presentando los ejemplos, les iba preguntando a los estudiantes sobre cómo consideraban que chocaban las placas para formar cada uno de los ambientes presentados. Ellos explicaron el movimiento de las placas con sus manos (ver Figura A8.23).



Figura A8.23. a. Movimiento - Gran Valle de Rift, b. Movimiento - Falla de San Andrés, c. Movimiento - Montañas del Himalaya.

La maestra aprovechó el uso de las fotografías para preguntarles desde dónde consideraban que habían sido tomadas. Para las dos primeras (Figura A8.22.a y Figura A8.22.b), los estudiantes mencionaron que el fotógrafo estaba en un medio de un transporte aéreo o en una montaña, en cuando a la tercera (Figura A8.22.c) referían a que el fotógrafo estaba al frente de la montaña inclinando la cámara hacia arriba.

La fotografía del gran Valle de Rift utilizada no permitía ver ninguna separación ocasionada en la tierra a causa del choque entre las placas tectónicas. Entonces, se usó la

⁶⁸ a. Adaptado de Editorial Mediotiempo (2019), <https://images.app.goo.gl/z7SDibcX4f1EfzXo9>;

b. Adaptado de National Geographic (2020), https://viajes.nationalgeographic.com.es/a/valle-rift-gran-fisura-africa_15806;

c. Adaptado de Portillo (s.f.), <https://images.app.goo.gl/oroWuCjTqmTMqrpz9>

imagen de la Figura A8.24 para mostrar una apertura que tiene la tierra, la cual es de 15 metros de profundidad y 20 metros de largo. La información de esta fotografía se usó para seguir trabajando en que los estudiantes identificaran grandes magnitudes.



Figura A8.24. Ejemplo de apertura del Gran Valle de Rift ⁶⁹

La cuarta sesión inició preguntando a los estudiantes sobre qué tan grande era la apertura que se veía en la imagen (Figura A8.24). Para apoyar las consideraciones sobre esta medición, la maestra solicitó a los estudiantes que usaran algún instrumento de medición de longitud que tuvieran a la mano⁷⁰. La mayoría de los estudiantes usaron una regla de 30 cm. Con la regla, la maestra les pidió a los niños que midieran su altura. Las alturas oscilaban entre 110 y 140 centímetros. La maestra señaló que 100 centímetros era un metro y los estudiantes empezaron a decir su altura en metros. Uno de los estudiantes extendió sus manos para mostrar cuanto sería un metro (ver Figura A8.25).



Figura A8.25. Representación física de John de un metro.

Después del reconocimiento de que un metro eran 100 centímetros y de tener la idea de que un metro era un poco menos de lo que ellos median, la maestra les dijo que imaginaran 15

⁶⁹ Adaptado de Pérez (2018), <https://images.app.goo.gl/XyeYgCtsiWAbA3Tw5>

⁷⁰ Esta actividad no estaba planeada, surgió durante la sesión. Por tanto se considerará incluir, para el segundo ciclo, actividades para que los niños realicen procesos de medición.

metros de profundidad, que serían aproximadamente 13 veces, hacia arriba o hacia abajo, la medida de ellos.

Con este trabajo de medición, la maestra siguió haciendo iteraciones, pidiéndoles a los estudiantes que ahora imaginaran 1000 metros hacia abajo. Al respecto les preguntó si ellos pensaban que pudiera existir algún instrumento que permitiera cavar 1000 metros; e hizo la equivalencia de que 1000 metros son 1 kilómetro. Este cuestionamiento lo hizo para retomar dos de las preguntas plateadas en la primera parte de la tercera sesión: Si abrimos un hueco en la tierra ¿hasta dónde llegamos?, ¿qué necesitamos para llegar al fondo?

La mayoría de los estudiantes indicaron que era una distancia demasiado grande y no consideraron que algún instrumento pudiera hacer un hueco tan grande. Sin embargo, una de las estudiantes tenía una familiar que conocía del tema y comentó que sí había un taladro especial que permitía cavar hasta aproximadamente dos kilómetros de profundidad.

En la segunda parte de la cuarta sesión la maestra usó *Google Maps*. Ubicó la escuela donde los niños estudian (ver Figura A8.26.a) y fue alejando la imagen para mostrar México (ver Figura A8.26.c). La maestra comentó que *Google Maps* es una herramienta que permite ubicarnos en el espacio y nos ayuda a reconocer la distancia y el tiempo que se puede emplear para ir de un lugar a otro.

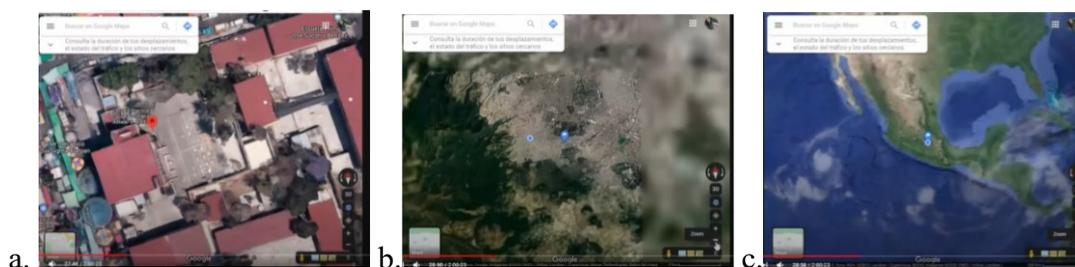


Figura A8.26. Representaciones vistas de Google Maps.

Luego la maestra buscó en *Google Maps* el Valle de Rift mencionando que este era un mapa que brindaba cierto tipo de información: Por ejemplo, los colores vistos en las representaciones satelitales (ver Figura A8.27.a) indican que hay presencia de ríos o de zonas verdes o áridas. Después, la maestra presentó un mapa del Valle de Rift y comentó que éste tiene, en *Google Maps*, unos símbolos y colores particulares pues quienes lo diseñaron querían mostrar algunas particularidades del lugar (ver Figura A8.27.b). En este

momento, la maestra les preguntó a los estudiantes qué veían y qué significaban los símbolos del mapa.

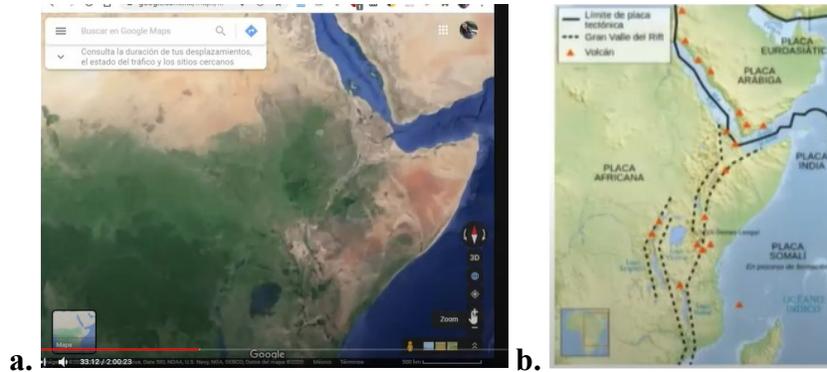


Figura A8.27. a. Gran Valle de Rift visto en Google Maps; b. Mapa del Gran Valle de Rift⁷¹

Los estudiantes, durante las participaciones e intercambios con la maestra, reconocieron la relación entre los símbolos y las leyendas. Además, reflexionaron sobre lo que significa dicha información: por ejemplo, la zona donde hay más presencia de volcanes es donde coinciden placas tectónicas.

Finalizando la sesión, se contó con la participación de un experto –un ingeniero– dedicado al estudio de los suelos. Él habló sobre las placas tectónicas en México, comentó sobre cómo éstas se movían y cuáles eran los instrumentos que median los sismos.

La quinta sesión inició con el reconocimiento de símbolos y leyendas en los mapas. Aprovechando que en la sesión anterior el experto había mostrado las placas tectónicas en México, se preguntó a los estudiantes sobre cuál consideraban que era la región donde más temblaba; ellos indicaron estados como Oaxaca, Chiapas, Ciudad de México, entre otros. Luego la maestra presentó a los estudiantes el mapa de la Figura A8.28.

⁷¹ b. Adaptado de Wikimedia Commons (2021), https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Great_Rift_Valley_map-es.svg&oldid=637650215



Figura A8.28. Mapa de las placas tectónicas de México⁷²

Durante la sesión, los estudiantes empezaron a reconocer conexiones entre los colores y los símbolos usados en el mapa con la leyenda (ver ejemplo, sección A8.1.11. : Fragmento 4 y Fragmento 5). Además, el diálogo con la maestra llevó a los estudiantes a inferir el movimiento de las placas según su dirección de desplazamiento representado por flechas rojas.

A8.2.3. ¿Qué instrumentos se usan para detectar los movimientos de la tierra?

La sexta sesión inició con la pregunta: ¿cómo creen ustedes que podemos saber si está temblando? Los niños se refirieron al movimiento de objetos, a los avisos de aplicaciones de los celulares, a la alarma sísmica, al corte de luz, a las noticias (en particular, cuando no se alcanza a percibir el sismo). Luego, la maestra les preguntó: ¿cómo se puede registrar ese movimiento? ¿cómo se lo imaginan? Y les solicitó que realizaran un dibujo que reflejara ese registro de movimiento. Algunos de los dibujos realizados se presentan en la Figura A8.29.

⁷² Adaptado de INEGI (2017), <http://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/nacional/tematicos/placas-tectonicas.pdf>

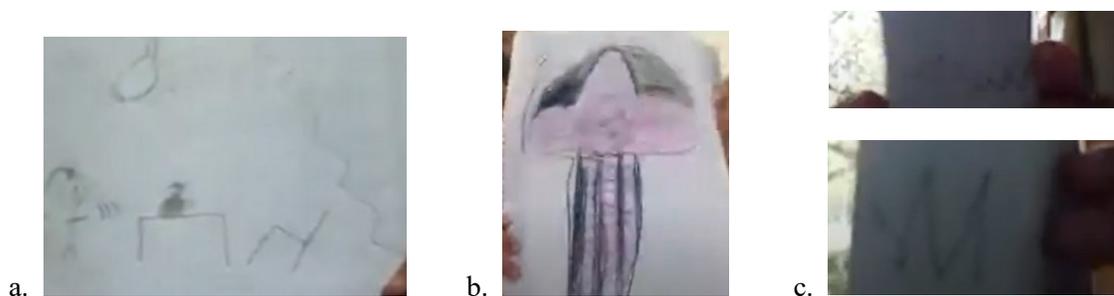


Figura A8.29. Dibujos de los estudiantes que representan movimiento sísmico.

En el primer dibujo, se observa cómo una estudiante mencionó que buscó representar objetos en movimiento por el sismo (ver Figura A8.29.a). En el segundo dibujo, otra estudiante hizo un reloj: las líneas negras se mueven cuando tiembla (ver Figura A8.29.b). Y, en el tercer dibujo, un estudiante hizo dos trazos: uno angosto que representa un sismo suave y el otro ancho que representa un sismo fuerte (ver Figura A8.29.c). Para finalizar la sesión, la maestra explicó que materiales se necesitarían para el trabajo de la siguiente sesión (ver Anexo 5).

En la séptima sesión, la maestra explicó paso a paso cómo construir un sismógrafo y les mostró uno que ella había hecho (ver Figura A8.30). El objetivo de esta sesión era que los estudiantes reconstruyeran en casa un sismógrafo como el presentado.



Figura A8.30. Sismógrafo casero.

En el proceso, los estudiantes fueron reflexionando sobre los ajustes que ellos debían hacer al sismógrafo para que éste funcionara. Por ejemplo, se debía mantener un equilibrio entre el hilo que sostiene la pluma en la parte de arriba y el hilo en la parte de atrás de la caja, para así lograr que la pluma no se caiga. También, la cuerda que sostiene la pluma tenía que

ser gruesa pero manejable para doblarla; uno de los estudiantes tenía una cuerda muy delgada y, por lo tanto, la pluma se caía. A pesar de que la maestra les decía cómo armarlo, ellos debían tener en cuenta el tamaño y forma de sus materiales para la construcción del sismógrafo.

A8.2.4. Simulación de sismos

Finalmente, en la octava sesión, una de las estudiantes explicó cómo puso a prueba el sismógrafo que había construido. Ella simuló un sismo moviendo la mesa donde estaba el sismógrafo (ver Figura A8.31) y comentó que entre más fuerte movía la mesa, las líneas que marcaba la pluma eran más anchas; entre menos la movía, eran más angostas; y si no la movía, se dibujaba una línea recta.



Figura A8.31. Simulación de movimiento sísmico realizado por una estudiante.

Otro de los estudiantes comentó que había descubierto otra forma de ver qué tan fuerte puede ser un sismo. Él sujetó una cuerda en la parte superior de cartón formando así un péndulo (ver Figura A8.32) y comentó que si el temblor era muy fuerte, la cuerda se iba a mover de un lado a otro; y, si era suave, no sería tanto su movimiento.



Figura A8.32. Simulación de movimiento sísmico realizado por un estudiante.

A manera de resumen, la maestra finalizó la sesión usando un sismógrafo más elaborado que había construido. Con este instrumento, explicó nuevamente los movimientos que la primera estudiante, al inicio de la sesión, había mostrado (ver Figura A8.33). A lo largo de la sesión, los estudiantes tuvieron la oportunidad de relacionar los trazos que realizaba la pluma con el movimiento generado: entre más fuerte más grandes eran los trazos, entre más suave más pequeños era los trazos, y si no había movimiento se trazaba una línea recta.



Figura A8.33. Diferentes trazos según el movimiento generado.

A8.3. Una mirada a los datos: categorías emergentes

En el primer módulo los estudiantes empezaron a tener un acercamiento con macroespacios. Esto se logró por el trabajo que hicieron al involucrarse en el proceso de: reconocer desde dónde se tomaban las fotos que veían, identificar macroespacios a partir de la medición de microespacios y relacionar símbolos, leyendas y la representación de un espacio para comprender cómo se conforma e interpreta un mapa. En este módulo, las acciones realizadas por los niños pueden dar cuenta del desarrollo de su razonamiento espacial; acciones tales como: comparar, reconocer la vista de algún lugar –toma de perspectiva–, situar algún objeto en el espacio, componer y ordenar. A continuación, se presentan algunos ejemplos de las acciones que los estudiantes realizaron para resolver las actividades propuestas.

A8.3.1. Reconocimiento de vistas en macroespacio a través de representaciones

Se propuso a los estudiantes analizar fotografías que se iban presentando de diferentes ambientes (una descripción más detallada se encuentra en la sección A8.1.6.). La pregunta

realizada a los estudiantes específicamente fue: “¿desde dónde creen que se tomó esta foto?” Enseguida, se presentan dos fragmentos de lo realizado por los estudiantes.

En el primer fragmento, los estudiantes se refieren a dos imágenes presentadas de las montañas del Himalaya (ver Figura A8.34).

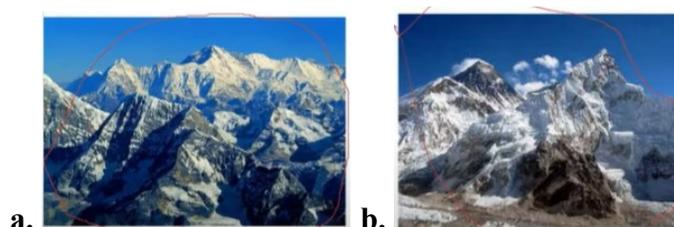


Figura A8.34. Diferentes fotografías de las montañas del Himalaya⁷³

127. Daniel: Yo pienso que [el fotógrafo] está en el suelo.

129. Daniel: Sí, porque se ve de abajo, se ve que la tomaron de por abajo.

131. Ricardo: Yo también digo que desde el suelo.

132. Profesora: Pareciera que fuera desde suelo, ¿no? Y ¿cómo se imaginan que se ubicó el fotógrafo?, ¿tenía la cámara así...? ¿cómo creen que se ubicó?, ¿cómo le hizo?, Así... representenlo... Ustedes imagínense que son los fotógrafos que van con su cámara, están en el Himalaya y cómo hacen para tener esa foto tan bonita, cómo lo harían. Imiten que tienen la cámara, ¿cómo la pondrían?

133. Ricardo: Sentado en el piso, maestra.

134. Maestra: Y, ¿sentado en el piso viendo hacia arriba, hacia al frente, hacia abajo?

135. Ricardo: Yo digo que desde el frente.

137. Daniel: Está parado, pero la toma hacia arriba. Toma un ángulo para arriba.

138. Profesora: Ok, ok. Y la segunda foto, ¿Dónde creen que está parado el fotógrafo?

141. Ricardo: Yo creo que está parado.

142. Profesora: Tú crees que está parado, ok. ¿por qué piensas eso?

143. Ricardo: Como que se ve la cámara un poquito arriba y como que siento que está parado.

⁷³ a. Adaptado de Portillo (s.f.), <https://images.app.goo.gl/oroWuCjTqmTMqrpz9>;

b. Adaptado de Historia y Biografías (2014), <https://images.app.goo.gl/dQ7VbH54ADshq2tq5>



Figura A8.35. Ricardo situándose como fotógrafo.

144. Profesora: Puede ser, muy bien. Daniel, ¿tú qué piensas?

145. Daniel: Yo también pienso que está en el piso, tomando el ángulo para el frente nada más.

146. Profesora: Aquí ya no dices que es hacia arriba sino como hacia el frente, ¿no?

147. Daniel: Sí, no más hacia el frente, mirando todo derecho, mirando para todo derecho.

[Fragmento 1]

En el Fragmento 1, se observa que los estudiantes consideraron un sistema de referencia intrínseco (Levinson, 1996), pues ubican la posición del fotógrafo en términos de cómo ven las montañas. Daniel consideraba que para la toma de las dos fotografías, el sujeto estaba en el suelo: en la primera (Figura A8.34.a) viendo hacia arriba, y en la segunda (Figura A8.34.b) viendo hacia el frente. Ricardo, por su parte, también consideraba que el fotógrafo estaba en el suelo, pero para la primera fotografía (Figura A8.34.a) dijo que el sujeto estaba sentado mirando hacia el frente y, para la segunda, de pie mirando hacia arriba (Figura A8.34.a).

La consideración del sistema de referencia se refleja, además, en las palabras que utilizan (e.g., arriba, abajo, de frente), y en las acciones que realizan. Ricardo, por ejemplo, imita la toma de la fotografía (ver Figura A8.35) e imagina cómo se pudieron obtener las fotografías presentadas.

En el segundo fragmento, los estudiantes se refirieron a una de las imágenes presentadas del valle del Rift (ver Figura A8.36) respondiendo a la pregunta planteada: “¿desde dónde creen que tomaron esta foto?”



Figura A8.36. Fotografía del valle de Rift ⁷⁴

528. Nidia: Como que la están tomando desde una montaña.

530. John: Tal vez la tomaron desde el helicóptero.

531. Maestra: Puede ser, ¿por qué creen eso?, ¿Qué ven en la imagen?, que ustedes dicen: de pronto es desde aquí que la tomaron.

532. John: La personita que se ve por ahí o ese punto es como una persona, y el pasto y las grietas se ven muy pequeñas para ser de cerca.

533. Maestra: Exacto, ahí la persona sí es como un referente. ¿Ven a la persona?... parece que son como dos personas. ¿Ven a dos personas que están ahí? Pueden ser un referente para que nosotros digamos: “No, de pronto, sí las tomaron desde arriba.”

534. John: Creo que no son dos personas, tal vez es un caballo o un perro con un humano.

536. Nidia: Yo digo que sí se tomó en una montaña porque se ve pasto donde toman la foto.

537. Maestra: Sí tienes razón, esa observación de Nidia es muy interesante. Si ven que al borde de la imagen hay como pastico. Así como que uno tiene la cámara así muy cerca y se ve acá bien cerquita como pasto, entonces sí es posible que sea de una montaña.

[Fragmento 2]

En el Fragmento 2, se observa que los estudiantes analizaron la imagen para indicar desde dónde y desde qué distancia se tomó la fotografía. Ellos se fijaron en el tamaño de los objetos: algunos muy cerca –pasto visto en el borde inferior (ver línea 537) – y otros muy lejos (ver línea 530 y 532) del fotógrafo. Los estudiantes compararon el tamaño de los objetos incluidos en la fotografía.

⁷⁴ Adaptado de KLM (s.f.), <https://img.static-kl.com/images/media/2F6BEBB4-4854-42D5-B65D82D698547093?w=960>

En resumen, en cuanto al proceso de reconocimiento de vistas, identificamos tres acciones que dan cuenta del desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial de los niños:

- **Comparar:** comparar longitudes de elementos de una misma representación (escala).
- **Sentir**
 - **Imaginar:** Posicionarse como fotógrafo y e imaginar, viendo la imagen, la inclinación realizada para la toma de la foto.
 - **Toma de perspectiva:** Reconocer cómo se ve un objeto o lugar desde determinado punto de vista (sistema de referencia).

A8.3.2. Medición de microespacios

Se solicitó a los estudiantes medirse con el instrumento con el cual contarán. En su gran mayoría usaron una regla de 30 cm. En el Fragmento 3, se observa cómo Ricardo empieza a comparar distancias a partir de los cuestionamientos realizados por la maestra.

601. Maestra: ¿Cómo te fue Ricardo?, ¿cuánto mides?

602. Ricardo: 135 centímetros.

603. Maestra: ¿Cuántas veces tuviste que utilizar la regla?

604. Ricardo: Cuatro.

607. Maestra: Entonces, me dijiste que mides 135 centímetros. Entonces, la sesión pasada yo le comentaba a Gerardo y a Daniel que 100 centímetros son un metro. Entonces, 135 centímetros, ¿cuánto crees que sería Ricardo?, ¿más o menos que un metro?

608. Ricardo: Más.

609. Maestra: Más que un metro y algo, y ¿ese algo que sería?

610. Ricardo: 35 centímetros.

611. Maestra: Exacto, un metro y 35 centímetros. Entonces, imagínate más o menos... tu mides un metro y 35 centímetros y Daniel midió 150 centímetros, ¿él mide más o menos que tú?

612. Ricardo: Más.

613. Maestra: Entonces ya tenemos estas medidas, ya sabes cuánto mides tú. Imagínate si tu mides un metro y 35 centímetros, imagínate cuanto serían 15 metros hacia lo profundo. O sea, tú puedes colocar, vamos a imaginar la distancia un metro...

[interrumpe Ricardo a la maestra y dice: ver línea 614]

614. Ricardo: 15 veces yo.

[Fragmento 3]

Ricardo, en la actividad propuesta, comparó longitudes reconociendo la mayor, hizo la iteración de una medida para obtener una gran distancia y aproximó e imaginó grandes distancias.

Una de las actividades donde los estudiantes posiblemente llevaron a cabo un proceso de medición fue en la elaboración del papel del sismógrafo. Se dio un listado con los materiales para hacer el sismógrafo y uno de ellos era un rollo de papel (ver Figura A8.37) con un ancho de 6 centímetros y un largo de 4 metros (400 cm). La maestra ejemplificó, con una hoja reciclada de 26 centímetros de largo y 20 centímetros de ancho, cómo cortarla para que, con un proceso iterativo, se pudiera obtener papel con las medidas solicitadas. Si los estudiantes construyeron el rollo de papel, tuvieron que ordenar las tiras que iban obteniendo para pegarlas.



Figura A8.37. Rollo de papel para la construcción del sismógrafo.

En resumen, en cuanto al proceso de medición, se identifican tres acciones que dan cuenta del desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial de los niños:

- **Comparar:** Comparar longitudes (altura del estudiante/cantidad de veces que usó la regla para medir su altura) en una misma escala.
- **Componer:** Hacer iteraciones hasta completar la medición solicitada (altura del estudiante, papel del sismógrafo).
- **Ordenar:** Organizar elementos para medirlos y para hacer un todo, a partir de la unión de sus partes.

A8.3.3. Lectura de mapas

Los fragmentos presentados en estas secciones surgen del trabajo realizado en la interpretación de representaciones. Los dos primeros se relacionan con el mapa del Valle de Rift (Figura A8.38.a).

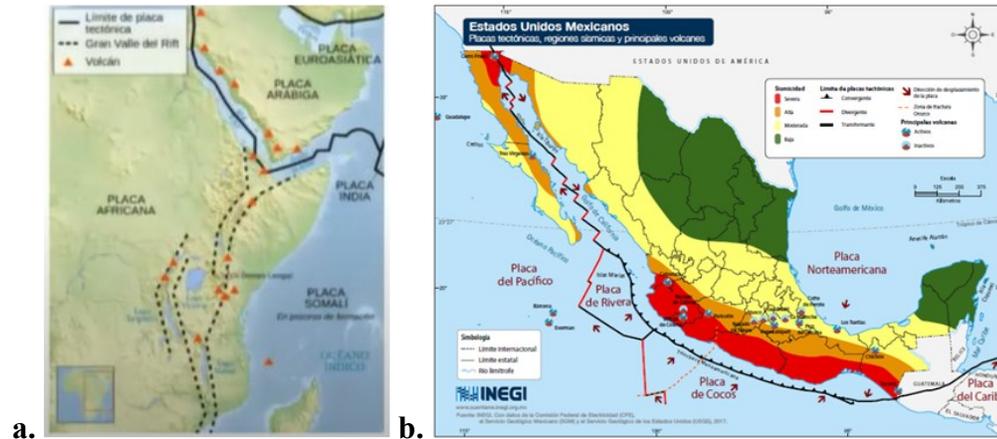


Figura A8.38. a. Mapa del valle de Rift; b. Mapa de las placas tectónicas de México⁷⁵

469. Maestra: ¿Qué serán estos triangulitos naranjas?, ¿Qué será eso? A ver José, ¿Qué son los triangulitos naranjas?

470. José: No sé, maestra.

471. Maestra: Mira la imagen, mírala toda completa. La misma imagen te va a dar la información.

472. José: Ya sé, maestra.

473. Maestra: A ver, dime José...

474. José: Son volcanes.

475. Maestra: Son volcanes, ¿por qué reconociste que eran volcanes?

476. José: Por la forma

477. Maestra: Por la forma, ¿hay alguna información que está dando el mapa para que digas que son volcanes?

478. José: Sí, también, por eso, maestra.

[Fragmento 4]

⁷⁵ a. Adaptado de Wikimedia Commons (2021), https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Great_Rift_Valley_map-es.svg&oldid=637650215; b. Adaptado de INEGI (2017), <http://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/nacional/tematicos/placas-tectonicas.pdf>

En el Fragmento 4, se observa que, en un principio, José no relacionó los símbolos en el mapa con la respectiva leyenda; pero fue cuestión de ver todo el mapa y relacionar los símbolos de la leyenda con los del espacio físico.

491. Maestra: Ok, muy bien. Ya me queda la segunda. Y, ¿qué significará esta línea que sí está completa, la línea negra?

492. José: Límite de placa tectónica maestra.

493. Maestra: Y, ¿qué significará eso? A ver ¿cómo así que ahí hay un límite de placa tectónica?, ¿eso qué significa? O sea, acá tenemos esta línea en el mapa, y eso, ¿qué significa?

494. José: No sé, maestra.

[Fragmento 5]

En el Fragmento 5, se observa nuevamente que José logra relacionar, sin problema, la leyenda y los símbolos del mapa; sin embargo, no logra interpretar lo que significan estos símbolos. En este caso, José estaría en un primer nivel de interpretación de mapas, pues extrae información de un mapa y, en general, lee y relaciona nombres y símbolos (Wiegand, 2006).

El siguiente fragmento se refiere a lo que interpreta otro estudiante, John, de las líneas en el mapa que identifican las placas tectónicas en México (Figura A8.38.b).

672. Maestra: ¿Qué significa esta línea que se ve como sin nada?

673. John: Límite de placa tectónica.

674. Maestra: Límite de placa tectónica, y ¿qué significará eso de límite de placa tectónica?

675. John: Que es a donde las placas tectónicas llegan.

[Fragmento 6]

En el Fragmento 6, John parece interpretar que las líneas representan el límite a donde llegan las placas tectónicas. Se podría interpretar que este vocabulario indica una comprensión del mapa; sin embargo, hace falta una descripción más detallada para identificar si este estudiante considera que este límite indica la unión de dos placas o lo interpreta como el espacio donde termina la placa tectónica sin que sea límite de otra.

Se presenta este último fragmento con la intención de mostrar que es necesario solicitar más argumentos a los estudiantes de sus respuestas dadas y proponer actividades que realmente los involucren en la interpretación de mapas: por ejemplo, donde ellos tengan que resolver alguna situación y justificarla considerando los elementos que conforman el

mapa (Wiegand, 2006). Se espera que los estudiantes se involucren en la interpretación de mapas en los siguientes módulos.

Cabe resaltar que los estudiantes también reconocieron que los mapas representan lugares – estados de México– y que los símbolos indican la ubicación de sitios particulares, por ejemplo, los volcanes.

En resumen, en cuanto a la interpretación de mapas, identificamos dos acciones que dan cuenta del desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial de los niños:

- **Comparar:** Comparar las diferentes representaciones y reconocer sus elementos (símbolos, leyendas).
- **Situar:** Reconocer los elementos que componen la vista de un lugar/objeto.

En este primer módulo, en el trabajo realizado por los estudiantes de reconocimiento de vistas, medición y lectura de mapas estuvieron involucradas acciones como las evaluadas en la prueba diagnóstica (ver Tabla A8.1). Sin embargo, la construcción del plano de la casa (ítem 10) involucró acciones adicionales como representar que no fueron abordadas en este módulo. A continuación, en la Tabla A8.2, se resumen dichas acciones.

Tabla A8.2. Acciones involucradas en el desarrollo del primer módulo.

Interpretar	Comparar	Comparar longitudes de elementos de una misma representación (escala).
		Comparar longitudes (altura del estudiante/cantidad de veces que uso la regla para medir su altura) en una misma escala.
		Comparar las diferentes representaciones y reconocer sus elementos (símbolos, leyendas).
Sentir	Imaginar	Posicionarse como fotógrafo y e imaginar, viendo la imagen, la inclinación realizada para la toma de la foto.
	Toma de perspectiva	Reconocer como se ve un objeto o lugar desde determinado punto de vista (sistema de referencia).
Situar	Localizar	Reconocer los elementos que componen la vista de un lugar/objeto.
Construir (estructuración espacial)	Componer	Hacer iteraciones hasta completar la medición solicitada (altura del estudiante, papel del sismógrafo).
	Ordenar	Organizar elementos para medirlos y para, a partir de la unión de sus partes, hacer un todo.

Es importante que exista una relación directa entre las acciones presentes en la prueba diagnóstica y las acciones de los diferentes módulos propuestos, porque desde el diseño de

la secuencia de actividades se busca el desarrollo de las habilidades de razonamiento espacial que fueron evaluadas en la prueba diagn3stica.