



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS EN SISTEMAS AUTÓNOMOS DE
NAVEGACIÓN AÉREA Y SUBMARINA

Modelado, simulación y control de una aeronave de despegue y aterrizaje vertical (VTOL)

TESIS

Que presenta

Miguel Angel Cerda Aguilera

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

**EN SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREA Y
SUBMARINA**

Directores de la Tesis:

Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz

Dr. Rogelio Lozano Leal

Ciudad de México

Agosto, 2024.

Agradecimientos

Quiero agradecer al Conahcyt y al CINVESTAV por todo el apoyo brindado durante estos dos años.

A mis asesores, el Dr. Rogelio Lozano y el Dr. Sergio Salazar por su motivación, su conocimiento y su inmenso apoyo.

A mis padres y mis hermanos por siempre estar a mi lado y alentarme en todo momento.

A todas las personas involucradas que compartieron su conocimiento para hacer posible la elaboración de este trabajo.

Resumen

En este trabajo se presenta la obtención del modelo dinámico para un UAV VTOL Duo tailsitter para ambos modos de vuelo; vertical y horizontal. Además, se considera una perturbación dada por el viento cuando el vehículo se encuentra volando de forma vertical. Posteriormente, se hacen simulaciones de control con este modelo, se presenta un control PD lineal, un PD no lineal y un último de modos deslizantes mostrando la atenuación de la perturbación en este último control y comparándolo con los anteriores. Se realizan pruebas experimentales en el modo de vuelo vertical, incluyendo despegue y aterrizaje, utilizando el Pixhawk 2.4.8 y se muestran gráficas de su comportamiento.

Palabras clave: VTOL, Modos deslizantes, Duo tailsitter, vuelo vertical

Abstract

This work presents the dynamic model for a UAV VTOL Duo tailsitter for both vertical and horizontal flight modes. Furthermore, a wind disturbance is considered when the vehicle is in hover mode. Control law simulations with this dynamic model are shown using a linear PD, a non-linear PD and sliding modes to indicate how the disturbance is reduced with this last control law and compare all control laws implemented. Experimental tests were made in hover mode, including takeoff and landing, showing its behavior through charts.

Keywords: VTOL, Sliding modes, Duo tailsitter, vertical flight

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	IV
Abstract	v
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Motivación	3
1.3. Justificación	3
1.4. Objetivos	4
1.4.1. Objetivo general	4
1.4.2. Objetivos específicos	4
1.5. Metodología	4
1.6. Estado del arte	5
1.6.1. Clasificación de los UAVs	5
1.6.2. Antecedentes	8
1.6.3. Introducción a los VTOLs tailsitter	10
1.6.4. Investigaciones académicas	13
1.7. Organización de la tesis	17
2. Modelo matemático	18

2.1. Fuerzas de actuación del vehículo	18
2.2. Modelo con enfoque Newton-Euler	21
2.2.1. Modo de vuelo vertical	25
2.2.2. Modo de vuelo horizontal	30
3. Control y simulación	34
3.1. Control lineal vuelo vertical	34
3.2. Control no lineal vuelo vertical	37
3.3. Entradas de los actuadores	39
3.4. Modos deslizantes	42
4. Implementación	48
4.1. Componentes	48
4.2. Centro de gravedad	49
5. Pruebas experimentales	54
6. Conclusiones y trabajo futuro	58
6.1. Conclusiones	58
6.2. Trabajo futuro	59

Índice de figuras

1.1. Ejemplos de los diferentes tipos de multi-rotores [1]	6
1.2. Ejemplos de los diferentes tipos de multi-rotores [1]	7
1.3. Aerial screw [2]	8
1.4. Autogyro [2]	9
1.5. Convair XF-Y1 [3]	11
1.6. Hawker Siddeley Harrier [3]	12
1.7. Transition Optimization for a VTOL Tail-Sitter UAV [4].	13
1.8. A global controller for flying wing tailsitter vehicles [5]	13
1.9. Pacflyer S100 [7]	14
1.10. Wingtra One [8]	14
1.11. VTOL Tailsitter [10]	15
1.12. VTOL Tailsitter [11]	16
2.1. Vista frontal	18
2.2. Vista lateral	19
2.3. Transición del VTOL	23
3.1. Posiciones	38
3.2. Fuerza motor derecho	40
3.3. Fuerza motor izquierdo	40
3.4. Delta derecha	41

3.5. Delta izquierda	41
3.6. Sistema perturbado sin modos deslizantes	46
3.7. Sistema perturbado con modos deslizantes	46
4.1. Líneas constructivas	49
4.2. Centro de gravedad	50
4.3. Diagrama eléctrico	51
4.4. Sujetador	51
4.5. Reemplazo de motor	53
4.6. Plataforma real	53
5.1. VTOL en vuelo vertical	55
5.2. Ángulo de <i>roll</i> (ϕ)	55
5.3. Ángulo de <i>pitch</i> (θ)	56
5.4. Ángulo de <i>Yaw</i> (θ)	56
5.5. Ángulo de <i>Yaw</i> (θ)	57

Capítulo 1

Introducción

En años recientes, el uso de UAVs (Unmanned Aerial Vehicles), vehículos aéreos no tripulados por su traducción al español, ha ido en incremento rápidamente por los alcances y los tipos de misiones a los que pueden ser sometidos, sobre todo por las misiones de mapeo aéreo. Estos tipos de mapeos aéreos, tales como agricultura de precisión y monitoreos, dan entrada a una nueva revolución de las aeronaves.

Los UAV de ala fija son ampliamente usados en su mayoría por casos industriales; aunque tiene una ventaja de cobertura, operar un UAV de ala fija en un área cubierta de objetos muy densa, como un bosque o una selva, es un gran desafío ya que el principal impedimento es el espacio abierto necesario para el despegue y el aterrizaje. Por otra parte, operar un multicóptero no es lo más óptimo ya que su cobertura es mínima, aunque no necesite de un espacio amplio para el despegue y aterrizaje.

La solución es un UAV híbrido de despegue y aterrizaje vertical, VTOL (*Vertical Take-off and Landing*). Este tipo de UAV puede despegar y aterrizar verticalmente como un helicóptero múltiple y pasar al modo de ala fija para lograr eficiencia de vuelo a una altitud segura.

1.1. Planteamiento del problema

Actualmente, el desafío más crítico al que se enfrentan las aeronaves es el conseguir un mayor alcance en determinadas misiones de vuelo, así como la resistencia y eficiencia de transporte de carga útil, que es, por supuesto, el propósito fundamental de este tipo de plataformas aéreas, en donde dicha carga puede ser mercancía, cámaras u otros sensores para el análisis, supervisión o monitoreo que se requieran en determinadas aplicaciones como puede ser en el campo de la agricultura de precisión, por mencionar alguna.

Por lo anterior, una configuración muy usada y desarrollada en las plataformas aéreas desarrolladas hoy en día, es la del tipo VTOL debido a que este tipo de UAV no necesita grandes pistas de aterrizaje ya que pueden despegar y aterrizar en lugares reducidos o de difícil acceso. Además, también sobresale las altas velocidades que se pueden alcanzar en su modo de vuelo horizontal en comparación de un helicóptero multirrotor. Sin embargo, un punto crítico en este tipo de aeronaves es el sistema de transición que permita cambiar entre las configuraciones de multirrotor y ala fija, además son aerodinámicamente más complejos y pueden ser más difíciles de sintonizar y volar para el vuelo estacionario y la transición, especialmente en condiciones de viento adversas.

1.2. Motivación

Uno de los principales motivos para llevar a cabo este proyecto es que la industria de los vehículos aéreos no tripulados está incrementando exponencialmente, especialmente en aquellos vehículos híbridos que pueden realizar funciones que combinan habilidades de diferentes UAVs, lo que despierta el interés de mejorar ciertas características de estas aeronaves para realizar tareas cada vez más complejas y exigentes.

1.3. Justificación

Debido al gran impacto que hoy en día existe en el uso de este tipo de configuraciones VTOL por las bondades que presenta al momento de desempeñar ciertas maniobras en espacios reducidos o de difícil acceso, es interesante el poder utilizar diseños y prototipos ya existentes en el mercado, para este caso, la plataforma Duo Tailsitter, con el fin de integrar un sistema de transición basado en un mecanismo de pocos actuadores para simplificar y mejorar significativamente la transición entre configuraciones de multirrotor y de ala fija y que den como resultado eficiencias de vuelo que se acerquen a la de un ala delta.

Los Duo Tailsitter son generalmente más eficientes en vuelo de crucero y físicamente más compactas. Sin embargo, como aerodinámicamente son mucho más complejos en el modo de vuelo estacionario, son mucho más difíciles de ajustar tanto para el modo de vuelo estacionario como para la transición. Esto es un reto para el control del vuelo estacionario con el que se podrán desarrollar distintas técnicas de control para su funcionamiento.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Modelar, controlar y desarrollar una aeronave VTOL de dos rotores que utiliza elevones para cambiar de vuelo estacionario a vuelo de ala fija.

1.4.2. Objetivos específicos

- Implementar el fuselaje y de la aviónica necesaria
- Obtener el modelo dinámico de la plataforma con dos motores y dos elevones
- Simular el sistema con estrategias de control convencionales y/o robustas
- Realizar pruebas experimentales de vuelo estacionario, transición y vuelo crucero (ala fija).

1.5. Metodología

- Estudiar y analizar el comportamiento de las plataformas VTOL tailsitter.
- Obtener el modelo matemático completo considerando perturbaciones en modo estacionario.
- Realizar pruebas de funcionamiento del sistema.
- Simular el VTOL con estrategias de control.
- Realizar pruebas experimentales con las estrategias de control.

1.6. Estado del arte

1.6.1. Clasificación de los UAVs

La clasificación de los UAVs puede resultar en una tarea bastante complicada debido a que pueden ser catalogados por un amplio número de características, y es por esto que no existe una clasificación estándar. Aspectos como el peso, resistencia, velocidad, alas y rotores son especificaciones importantes para distinguir los diferentes tipos de UAVs y así poder dar un sistema de clasificación útil.

La siguiente clasificación brindará una comprensión general de la diversa gama de vehículos aéreos no tripulados en función de sus características y aplicaciones, teniendo en cuenta que la tecnología y las clasificaciones pueden evolucionar a medida que avanza la industria de los UAVs y recalando que esta clasificación no es única y no abarca absolutamente todos los vehículos aéreos no tripulados.

Si bien no existe una clasificación estándar de UAVs en la industria, existen corporativos que engloban la mayor cantidad posible. Por ejemplo en [1] son clasificados en 4 grupos diferentes:

Basado en tamaño y peso

- **Nano:** UAVs con un peso menor a los 250g
- **Micro:** UAVs con un peso mayor a los 250g y menor a los 2kg
- **Pequeño:** UAVs con un peso mayor a los 2kg y menor a 25kg
- **Mediano:** UAVs con un peso mayor a 25kg y menor a 150kg
- **Grande:** UAVs con un peso mayor a 150kg

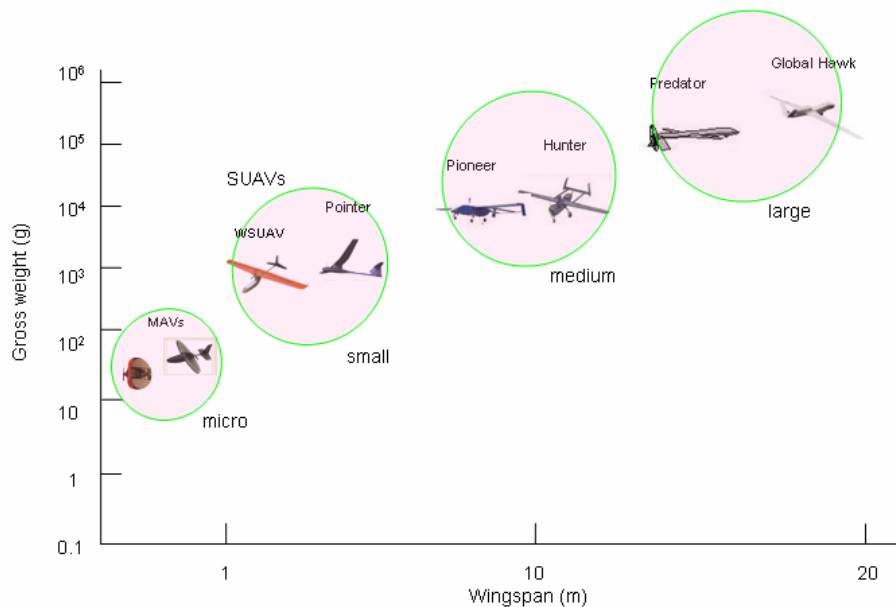


Figura 1.1: Ejemplos de los diferentes tipos de multi-rotors [1]

Basado en altitud y rango

- **Hand-held:** UAVs que pueden volar a altitudes menores a 600m y tienen un rango menor a 2km.
- **Close:** UAVs que pueden volar a altitudes menores a 1500m y un rango menor a los 10km
- **NATO:** UAVs que pueden volar a altitudes menores a 3000m y tienen un rango menor a 50km
- **Tactical:** UAVs que pueden volar a altitudes menores a 5500m y tienen un rango menor a 160km
- **MALE(Medium Altitude Long Endurance):** UAVs que pueden volar a altitudes menores a 9100m y tienen un rango menor a 200km
- **HALE(High Altitude Long Endurance):** UAVs que pueden volar a altitudes mayores a 9100m y tienen un rango indefinido.

Basado en alas y rotores

- **Ala fija:** Necesitan una pista designada para su despegue y aterrizaje, aunque también pueden despegar mediante un sistema de catapulta.
- **Rotor único:** Aquellos que tienen un diseño similar a un helicóptero con un rotor principal y otro más pequeño en la parte anterior.
- **Multi-rotor:** UAVs con más de un rotor, siendo los más comunes los tricópteros, cuadricópteros, hexacópteros y octacópteros.
- **VTOL híbrido de ala fija:** UAVs híbridos con mayor tiempo de vuelo. Pueden tener la estabilidad de un ala fija así como la habilidad de permanecer en modo hover, despegar y aterrizar verticalmente.

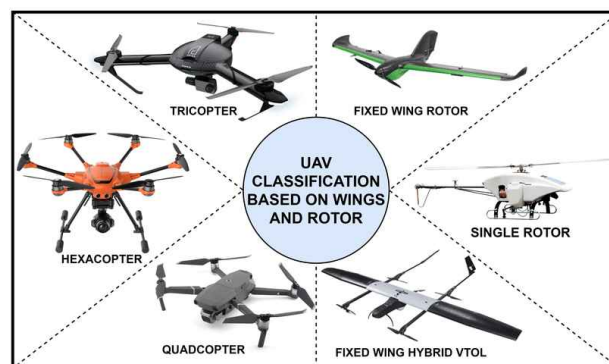


Figura 1.2: Ejemplos de los diferentes tipos de multi-rotos [1]

Basado en su aplicación

- **Personal:** Utilizado para aplicaciones de video, foto y entretenimiento en general.
- **Comercial:** Utilizado para monitoreo de infraestructura, entrega de paquetería e imagen aérea.
- **Gubernamental:** Usados para control o apagado de incendios y patrullaje.
- **Militar:** Con propósitos de vigilancia, espionaje y ataques de combate.

Ya con un ordenamiento determinado es viable identificar el vehículo que se elige para el presente trabajo, así como brindar antecedentes sobre el mismo. La aeronave para este trabajo es un VTOL híbrido.

1.6.2. Antecedentes

El desarrollo de los VTOL ha sido una odisea marcada por la audacia y la innovación. Aquí se mostrarán los antecedentes históricos y tecnológicos que dieron origen a estos, desde los conceptos iniciales hasta los primeros experimentos prácticos.

Como se menciona en [2] la idea de las aeronaves de vuelo vertical se remontan hasta el año 400 AC a un juguete chino el cual consistía en un palo con plumas en un extremo, que rápidamente se hacía girar entre las manos para generar empuje y ser soltado al aire.

Este concepto fue después rediseñado de una manera más sofisticada por Leonardo Da Vinci, tal que pudiera mantenerse en el aire, o *hover* en inglés, el cual presumiblemente era operado por cuatro hombres ejerciendo presión en las barras frente a ellos para hacer girar su eje y despegar del suelo. El prototipo llevaba por nombre *aerial screw*.

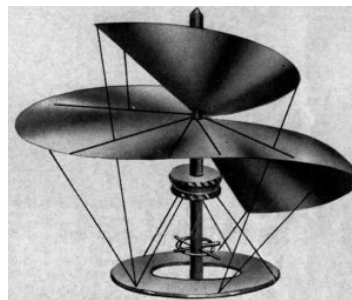


Figura 1.3: Aerial screw [2]

En la década de 1860, Ponton d'Amecourt voló varios pequeños aviones de vapor, a los cuales llamó *helicópteros*, palabra que viene del griego con el significado de “ala espiral” o “ala sinuosa”.

Un vasto número de inventos menores siguieron contribuyendo al avance del helicóptero (el cual también es un VTOL) pero la falta de un motor adecuado siguió dificultando el progreso tanto para ala fija y ala rotatoria.

No fue hasta primera guerra mundial que se hicieron avances mayores, donde los motores propulsados por gasolina con mayor relación potencia-peso tenían mayor disponibilidad y los problemas de control estaban a la vanguardia.

Es en 1933 que se tiene lo que probablemente es uno de los primeros registros de los precursores de los VTOLs híbridos, siendo Juan de la Cierva aquel que desarrolló un vehículo al que llamó *autogyro*, similar a los helicópteros de la época; con un motor montado en un eje vertical sobre el fuselaje, pero con un par de alas convencionales y una cola.



Figura 1.4: Autogyro [2]

Con el paso del tiempo se diseñaron y desarrollaron diferentes tipos de configuraciones de VTOLs híbridos dependiendo de la misión a desempeñar por la aeronave, reduciéndose a 3 principales configuraciones:

- **Tailsitter**

Estos despegan y aterrizan verticalmente sobre su cola como su nombre lo indica.

En estas plataformas todo su fuselaje se inclina hacia adelante para lograr un vuelo horizontal ya que los rotores suelen estar unidos rígidamente al avión.

Estos son más eficientes en modo de vuelo crucero puesto que requieren menos

hélices pero también son más complejos de controlar, además la gran superficie expuesta del fuselaje y el ala hace que los Tailsitters sean menos maniobrables y más propensos a sufrir por perturbaciones de viento.

- **Tiltrotor**

A diferencia de los Tailsitter, su eje longitudinal del cuerpo no rota demasiado durante el vuelo completo, sino que un mecanismo de inclinación se agrega a los rotores para la transición de modo de vuelo, así la dirección del empuje puede ser rotada hacia arriba para el modo de vuelo vertical y rotar hacia el frente para el modo de vuelo horizontal.

- **Tiltwing**

En este tipo de aeronaves los rotores están unidos rígidamente a las alas, siendo esta la que hace el movimiento de rotación, mientras que el fuselaje permanece mayoritariamente horizontal durante el vuelo. Sin embargo, de manera similar a los tailsitter, la gran superficie expuesta del ala durante el despegue y aterrizaje incrementa la sensibilidad al viento y el consumo de energía durante el vuelo estacionario.

1.6.3. Introducción a los VTOLs tailsitter

A pesar de las variantes en las configuraciones, el despegue y aterrizaje vertical históricamente ha presentado dificultades para los VTOLs ya que si se requiere emplear una pista de despegue, se pierde mucha de la flexibilidad operacional que se desea. Para esto se han presentado soluciones como catapultas o asistencia de cohetes para el despegue y paracaídas para el aterrizaje, sin embargo esto impone costos sustanciales y sus complicaciones mecánicas.

Una solución potencial para su aplicación es el *Tailsitter*, el cual pertenece a la categoría de VTOL híbridos mencionados anteriormente y que combina las capacidades de

despegue y aterrizaje vertical y vuelo estacionario, con las operaciones de largo alcance de las aeronaves de ala fija. Para esta nueva configuración, el control de vuelo estacionario puede ser efectuado a través de superficies de control montadas en las alas y la transición se lleva a cabo mediante una maniobra de caída en pérdida, aunque también se ha demostrado que es posible una transición sin pérdida con cantidades modestas de empuje.

Aunque los vehículos *Tailsitter* han sido investigados durante los últimos 50 años con el propósito de combinar las ventajas operacionales del vuelo vertical de los helicópteros con mejores atributos de vuelo horizontal de aviones convencionales, ningún vehículo *Tailsitter* ha sido producido de manera exitosa para ser pilotado.

Una de las principales razones para este tipo de aeronaves, tomando como ejemplo el *Convair XF-Y1* y el *Lockheed XF-V1* de la década de 1950 es, como se mencionó anteriormente, la dificultad de pilotar durante el vuelo vertical y las maniobras de transición. Aunque estos convertiplanos marcaron un notable avance, la empresa se enfrentó a desafíos tecnológicos sustanciales especialmente en áreas cruciales como la propulsión y el control, lo que restringió su aplicación operativa [3].



Figura 1.5: Convair XF-Y1 [3]

Fue hasta la década de 1980 en donde se introdujo por primera vez el *Hawker Siddeley Harrier* como un hito fundamental en la historia de la aviación [3] ya que fue la primera

aeronave operativa de ataque terrestre y reconocimiento capaz de despegar y aterrizar de forma vertical/corto (S/VTOL) y el único diseño verdaderamente exitoso de su época, aclarando que su despegue no lo hacía recargado sobre su cola como un *tail-sitter*. La capacidad del *Harrier* para operar desde plataformas limitadas y en entornos tácticos cambió paradigmas, influyendo no sólo en la concepción de la fuerza aérea sino en el diseño de futuras aeronaves y estrategias de defensa.



Figura 1.6: Hawker Siddeley Harrier [3]

Con la llegada de la tecnología informática moderna y las mejoras en confiabilidad, capacidad y costo de los sensores, ahora es posible superar estas desventajas al hacer uso de un UAV. Con el piloto reemplazado por sistemas de control moderno debería ser admisible realizar la promesa original de la configuración de un *Tailsitter*.

De estos se han hecho diferentes tipo de investigaciones que van desde la obtención de su modelo matemático para implementar diferentes leyes de control en su vuelo vertical hasta leyes de control y modificaciones mecánicas para mejorar la transición de vuelo vertical a vuelo horizontal. A continuación se muestran algunas de las investigaciones académicas que se han hecho al respecto.

1.6.4. Investigaciones académicas

Este primer trabajo se enfoca en en la optimización del proceso de transición para un VTOL Tailsitter de cuatro motores, es decir, la transición de modo estacionario a crucero. Tanto los resultados de simulación como los de trayectoria muestran que la transición de trayectoria optimizada permitieron al UAV terminar las transiciones tanto hacia adelante como hacia atrás con una menor duración y menor incremento de altura comparado con el método de transición lineal [4].



Figura 1.7: Transition Optimization for a VTOL Tail-Sitter UAV [4].

En [5] se presenta un controlador global para seguimiento de trayectorias nominales. Se utiliza un control en cascada: el bucle de control externo calcula la actitud deseada, mientras que el bucle de control interno rastrea la actitud deseada. El controlador propuesto muestra un buen rendimiento de seguimiento y es capaz de realizar transiciones entre vuelo estacionario y horizontal rápido.

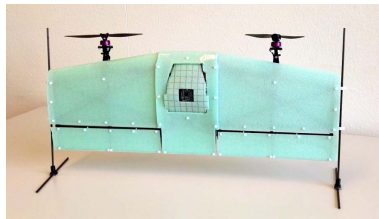


Figura 1.8: A global controller for flying wing tailsitter vehicles [5]

Se presenta un diseño de control para el movimiento de *roll* basado en el esquema Model Reference Adaptive Control (MRAC) en la fase de vuelo estacionario en [6].

Las leyes adaptativas se desarrollan bajo incertidumbres no paramétricas (ráfagas y perturbaciones de viento). Los resultados mostraron que la deriva o drift en Inglés puede ser detenida al introducir una modificación de la zona muerta en las leyes adaptativas, las cuales conducen a mejores características de robustez del control adaptativo.

En [7] se propone un control unificado que permite la transición autónoma del sistema sin discontinuidades de conmutación, así como su control de vuelo general de alto rendimiento. Se deriva un modelo de alta fidelidad haciendo uso de un túnel de viento para la obtención de datos.

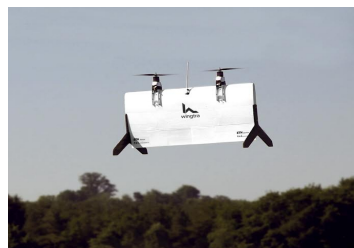


Figura 1.9: Pacflyer S100 [7]

Aquí [8] se aborda el problema de estimación del viento a bordo de la plataforma haciendo uso de sensores estándar: IMU, GPS y magnetómetro. Obteniendo el modelo aerodinámico del vehículo se utilizó un filtro de Kalman para estimar el vector de velocidad del viento en tiempo real. Como resultado se obtuvo de manera exitosa la dirección y velocidad del viento con una precisión de estimación cercana a la de estación en tierra.



Figura 1.10: Wingtra One [8]

En [9] se realiza una investigación en el control de la transición de vuelo de UAVs *tailsitter* para asegurar un seguimiento robusto de las trayectorias. Basado en la fuente de inestabilidad del sistema revelada por el análisis de las características dinámicas de transición de vuelo, se propone un controlador que integra retroalimentación LQR y una compensación robusta basada en la aceleración angular. Simulaciones numéricas demostraron que el control propuesto es robusto y efectivo bajo diversas dinámicas no modeladas y perturbaciones externas.

En este artículo [10] se analizan las posibles fallas de los actuadores así como las limitaciones que plantean a las capacidades del sistema. Se presentan adaptaciones al controlador de vuelo nominal para hacerlo tolerante a fallas, además de no requerir un modelo sofisticado del sistema. En vuelo vertical, la falla de un elevón se puede manejar estabilizando el sistema en una actitud reducida.

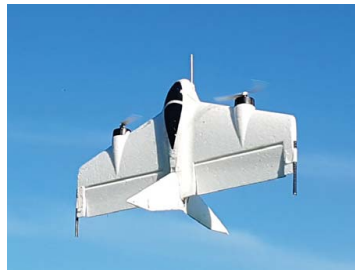


Figura 1.11: VTOL Tailsitter [10]

En [11] se muestra la simulación del modelado y pruebas de vuelo para investigar la estabilidad en vuelo estacionario de un *tailsitter* llamado Egretta. Se descubrió que este puede lograr un vuelo estacionario estable en las direcciones de *roll*, *pitch*, *yaw*. El modelo de simulación demostró precisión en la predicción de la estabilidad y respuestas dinámicas con perturbaciones grandes.



Figura 1.12: VTOL Tailsitter [11]

Un trabajo más exhaustivo sobre investigaciones académicas, así como vehículos comerciales modernos y sus antecedentes, se presentan en [12], además de tablas comparativas sobre ventajas y desventajas de las variantes de los VTOL. De igual forma, se muestran trabajos clasificados por su configuración y por el tipo de control utilizado para facilitar la consulta del trabajo deseado al lector.

A pesar de los éxitos, los VTOL enfrentan desafíos persistentes, como la eficiencia energética y la capacidad de carga. Sin embargo, desarrollos recientes en la inteligencia artificial, sistemas autónomos y propulsión avanzada ofrecen soluciones prometedoras, abriendo la puerta a nuevas posibilidades y aplicaciones.

1.7. Organización de la tesis

■ Capítulo 1

Este capítulo presenta el motivo de la elaboración del proyecto, así como sus objetivos, sus antecedentes históricos e investigaciones académicas similares que se han elaborado.

■ Capítulo 2

Se expone la propuesta del modelo dinámico para el VTOL mediante un análisis de fuerzas y momentos presentes en el vehículo. Además, se muestra el desarrollo de las ecuaciones dinámicas utilizando el enfoque Newton-Euler.

■ Capítulo 3

En este capítulo se abordan las leyes de control utilizadas para el control del vehículo en su vuelo vertical. Para observar el posible comportamiento de la plataforma se realizan simulaciones en Matlab Simulink con el modelo matemático previamente obtenido.

■ Capítulo 4

Se muestra el marco de la plataforma a utilizar así como los componentes que se implementarán. Similarmente se presenta el cálculo del centro de gravedad y un diagrama eléctrico.

■ Capítulo 5

Se presentan pruebas experimentales utilizando el Pixhawk 4.2.8 como controlador de vuelo, así como gráficas de sus ángulos en los modos de vuelo manual, altitud y posición.

■ Capítulo 6

Se elaboran las conclusiones resultantes del trabajo y se mencionan los probables trabajos futuros y mejoras para el prototipo.

Capítulo 2

Modelo matemático

2.1. Fuerzas de actuación del vehículo

Previo al análisis de fuerzas de actuación del vehículo, es indispensable definir los marcos de referencia sobre los que se trabajará. Esto asegura llevar un orden en la obtención del modelo matemático y la consistencia que tendrá con el enfoque a utilizar. Para este caso se define al marco inercial como e_v y al marco en el cuerpo como e_b .

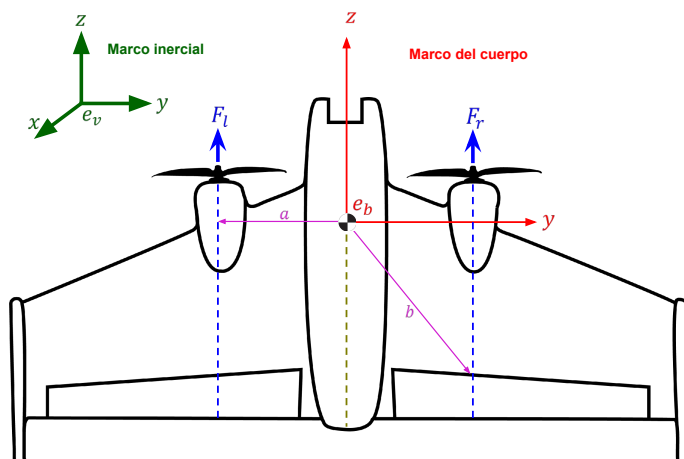


Figura 2.1: Vista frontal

Para poder generar un avance sobre el eje x es necesario generar un torque en el eje y debido al acoplamiento de las fuerzas, además de generar un ángulo en los elevones, al cual se denominará como δ_i . Esta fuerza F_x se calcula de la siguiente manera:

$$F_x = -(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \quad (2.1)$$

En donde F_r y F_l son las fuerzas de los motores derecho (right) e izquierdo (left) respectivamente, así como los ángulos δ_r y δ_l generados por el movimiento de los elevones.

Ahora, para generar un torque sobre el eje x es necesario una diferencia de fuerzas en los motores y dependerá de la componente que se cree sobre el eje z . Ver figura (2.2). Por lo que la ecuación para el par generado sobre el eje x queda de la siguiente manera:

$$\tau_\phi = a (F_r \cos \delta_r - F_l \cos \delta_l) \quad (2.2)$$

Donde a es el brazo de palanca que va del centro de masa al eje de fuerzas de los motores y $F_i \cos \delta_i$ es la componente de la fuerza sobre el eje z .

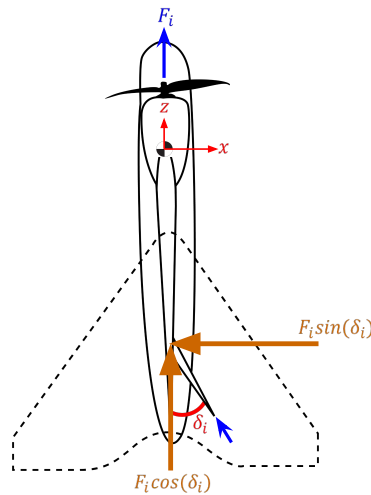


Figura 2.2: Vista lateral

No es posible generar una fuerza sobre el eje y debido a que las superficies de control no pueden influir sobre dicho eje, sin embargo sí es posible generar un torque en este,

generado por una combinación de las fuerzas de propulsión y el ángulo de los alerones, el cual está dado por:

$$\tau_\theta = -b(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \quad (2.3)$$

Donde b es el brazo de palanca del centro de masa hacia el punto del alerón donde el motor ejerce una fuerza.

La fuerza F_z involucra las fuerzas generadas por ambos motores además de las componentes de fuerza generados en el eje z debido al ángulo de los elevones.

$$F_z = (F_r \cos \delta_r + F_l \cos \delta_l) \quad (2.4)$$

Por último, para generar un par alrededor del eje z es necesario que los ángulos δ_i de los alerones tengan la misma magnitud pero con diferente signo. Cuando esto sucede se generan dos componentes de fuerzas F_x con dirección contraria y separadas del centro de masa con una distancia a . Esto nos genera el par sobre el eje z y se representa de la siguiente manera:

$$\tau_\psi = a(F_l \sin \delta_l - F_r \sin \delta_r) \quad (2.5)$$

Como resumen del análisis de la fuerzas y torques que actúan en la aeronave se tiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \\ 0 \\ F_r \cos \delta_r + F_l \cos \delta_l \\ a(F_r \cos \delta_r - F_l \cos \delta_l) \\ -b(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \\ a(F_l \sin \delta_l - F_r \sin \delta_r) \end{bmatrix}$$

2.2. Modelo con enfoque Newton-Euler

Para obtener el modelo matemático de algún sistema existen diferentes tipos de enfoques, siendo dos de ellos los más utilizados; Euler-Lagrange y Newton-Euler. El primero lleva a cabo un análisis energético del sistema; las energías cinéticas de traslación y de rotación con la energía potencial, las cuales están definidas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} T_{trans} &= \frac{1}{2} \dot{\xi}^T m \dot{\xi} \\ T_{rot} &= \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \\ U &= mgz \end{aligned} \quad (2.6)$$

Donde $\xi = [x, y, z]^T$ es el vector de posición en el marco inercial, $\eta = [\phi, \theta, \psi]$ es el vector de orientación de igual forma en el marco inercial, J es la matriz de momentos de inercia, g es la fuerza de gravedad y z es la altura con respecto al marco inercial.

Ya teniendo estos parámetros es posible expresar el Lagrangiano de la siguiente forma:

$$L_{(q,\dot{q})} = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T m \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} - mgz \quad (2.7)$$

Y de esta forma expresar la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{pmatrix} F_T \\ \tau_T \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Sin embargo para el sistema de interés en este documento se utilizará el enfoque Newton-Euler, cuya metodología se fundamenta en la segunda ley de Newton y la ecuación de Euler, la cual es una extensión de la propia ley de Newton. Este enfoque se formula de la siguiente manera:

$$\dot{\xi} = \nu \quad (2.9)$$

$$m\dot{\nu} = F \quad (2.10)$$

$$\dot{\Theta} = W\omega \quad (2.11)$$

$$I\dot{\omega} = -\omega \times I\omega + \tau \quad (2.12)$$

Definiendo los parámetros de la siguiente manera:

$\xi = [x, y, z]^T \rightarrow$ denota la posición del centro de masa del cuerpo con respecto al marco inercial.

$\nu \rightarrow$ representa la velocidad lineal en el marco inercial.

$F \rightarrow$ es el vector principal de fuerzas no conservativas en el vehículo.

$\Theta = [\phi, \theta, \psi] \rightarrow$ es el vector de ángulos de Euler.

$W \rightarrow$ es la matriz de transformación de dinámicas rotacionales.

$\omega = [p, q, r]^T \rightarrow$ son las velocidades angulares en el marco del cuerpo.

$I \rightarrow$ es la matriz de momentos de inercia.

$\tau \rightarrow$ son los momentos aplicados al sistema

Para continuar con el modelo de la plataforma, primeramente se hacen tres suposiciones que ayudarán a la simplificación del modelo:

- Se considera al vehículo como un cuerpo rígido
- El vehículo es simétrico sobre el plano transversal y longitudinal, y su masa interna es simétrica (por lo tanto, el producto inercial es cero).
- La aceleración de la gravedad es constante.

Previo al análisis de las fuerzas que actúan en la plataforma se debe esclarecer la simbología: e_v que representa el marco inercial vertical, e_h el marco inercial horizontal, b_v el marco del cuerpo vertical y b_h el marco del cuerpo horizontal.

Para el modelado del VTOL es necesario una matriz de transición que transforme del espacio del modo de vuelo vertical al espacio del modo de vuelo horizontal, y viceversa. Se muestra una imagen a continuación que brindará al lector una mejor comprensión sobre esta matriz.

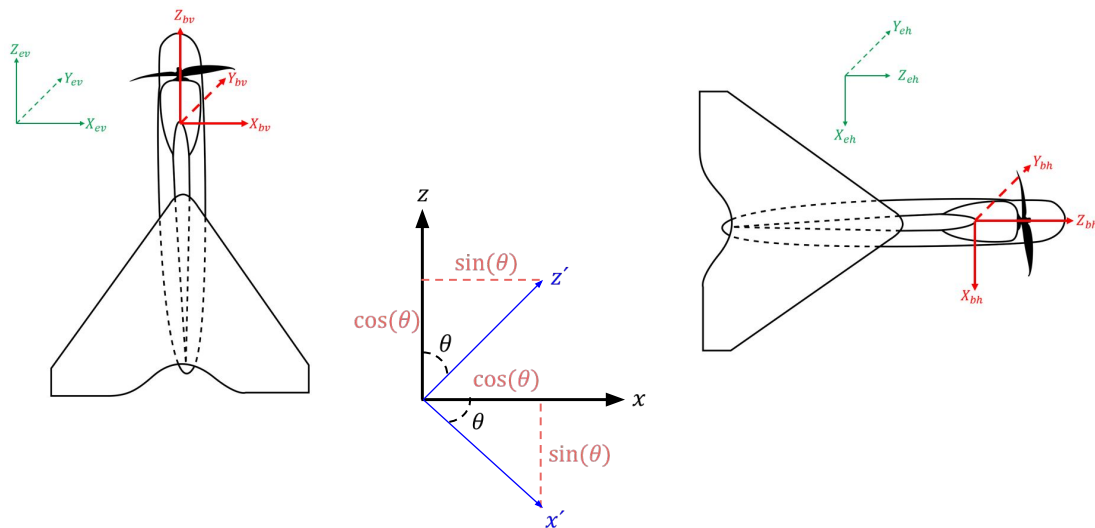


Figura 2.3: Transición del VTOL

Es posible visualizar que para pasar de su posición vertical a la horizontal se requiere una rotación de 90 grados sobre el eje y . En la imagen anterior se muestra esta rotación con el desplazamiento de los ejes z y x , siendo el marco de color negro aquel que representa al marco inercial de forma vertical y el marco de color azul aquel que representa al marco inercial de forma horizontal.

Con el respectivo análisis trigonométrico se construye la matriz de rotación sobre el eje

y de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c(90) & 0 & s(90) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(90) & 0 & c(90) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z' \\ y' \\ -x' \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Obteniendo que el nuevo eje x del vuelo horizontal representa el eje z negativo del vuelo vertical, el nuevo eje z del vuelo horizontal representa el eje x del vuelo vertical y el eje y se mantiene igual.

Esta matriz transforma del modo de vuelo vertical al horizontal, por lo que para pasar del vuelo horizontal al vuelo vertical se necesita la inversa de la matriz. Las matrices de rotación presentan una propiedad en la que la su inversa es igual a su transpuesta, de esta forma las matrices quedan de la siguiente forma:

$$R_{e_v}^{e_h} = (R_{e_h}^{e_v})^{-1} = (R_{e_h}^{e_v})^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Una vez definidas las matrices de transformación es factible hacer el análisis de las fuerzas que actúan sobre el vehículo. Se harán dos análisis, uno para el modo de vuelo vertical y otro para el horizontal, en donde cada uno incluye sus dinámicas traslacionales y rotacionales.

2.2.1. Modo de vuelo vertical

En estas fuerzas que actúan en el vehículo están involucradas la fuerza traslacional y la fuerza gravitacional. La fuerza principal en modo vertical denominada como T_f aplicada al vehículo, que a su vez es la entrada de control principal, se define como:

$$T_f = \sum_{i=1}^2 f_i \quad (2.14)$$

En donde f_i es la fuerza generada por los dos motores del VTOL en la dirección del eje z . De igual forma la fuerza f_i puede ser modelada como $f_i = k\omega_i^2$, siendo k una constante mayor a cero y ω_i la velocidad angular del i ésimo motor. Con lo anterior se puede definir el vector de fuerzas en los ejes x , y y z :

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_f \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para la fuerza gravitacional se define de forma negativa ya que apunta en dirección contraria a la del eje en z definido en el marco del cuerpo, por lo que esta fuerza está definida como:

$$f_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Es importante remarcar que este análisis se está haciendo en el marco de referencia del cuerpo, por lo que para poder representarlo en el marco inercial se hace uso de una matriz de rotación.

Esta matriz de rotación transforma las velocidades lineales expresadas en el marco del cuerpo al marco inercial y es una composición de rotaciones independientes de los ángulos de Euler $\phi, \theta, \psi \rightarrow roll, pitch, yaw$ respectivamente. Esta composición se

expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{b}_v}^{e_v} = \mathbf{R}(\psi) \cdot \mathbf{R}(\theta) \cdot \mathbf{R}(\phi)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{b}_v}^{e_v} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}$$

Obteniendo la siguiente matriz como resultado:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{b}_v}^{e_v} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta \\ c\theta s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\psi s\theta & c\phi s\psi s\theta - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Una vez definidos los parámetros de esta matriz de rotación, el vector de la fuerza gravitacional f_g y el vector de de la fuerza traslacional f , es posible reescribir el vector de fuerzas no conservativas:

$$F = R_{\mathbf{b}_v}^{e_v} f + f_g \quad (2.18)$$

Dinámicas traslacionales

Habiendo obtenido los parámetros del vector principal de fuerzas no conservativas es viable calcular las dinámicas traslacionales del sistema. Para esto se hará uso de la ecuación (2.10). Recapitulando, se tiene que esta ecuación es la ley fundamental de la dinámica, mejor conocida como la segunda ley de Newton:

$$m\dot{\nu} = F$$

$$m\dot{\nu} = R_{\mathbf{b}_v}^{e_v} f + f_g$$

Representando esta ecuación en su forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta \\ c\theta s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\psi s\theta & c\phi s\psi s\theta - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

Por simplificación se hará el siguiente cambio de variable $T_f = u_1$ puesto que también representa la entrada de control principal. Realizando las operaciones correspondientes se tiene:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi)u_1 \\ (s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi)u_1 \\ (c\theta c\phi)u_1 - mg \end{bmatrix}$$

Para un comportamiento más realista del vehículo se incluye una fuerza de arrastre generada por la resistencia del aire en dirección del eje x , obteniendo así las siguientes dinámicas:

$$\ddot{x} = \frac{u_1(c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi)}{m} + \gamma_\theta \quad (2.19)$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1(s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi)}{m} \quad (2.20)$$

$$\ddot{z} = \frac{u_1(c\theta c\phi)}{m} - g \quad (2.21)$$

Dinámicas rotacionales

Para estas dinámicas se hará uso de la ecuación (2.12), la ecuación de Euler, la cual representa las velocidades y aceleraciones angulares expresadas en el marco del cuerpo:

$$I\dot{\omega} = -\omega \times I\omega + \tau$$

Debido a que las dinámicas de interés son las aceleraciones angulares se hace el despeje de este vector:

$$\dot{\omega} = I^{-1}(\tau - \omega \times I\omega) \quad (2.22)$$

Un punto importante a aclarar antes de proceder con los cálculos es que la matriz de inercia en el cuerpo se considera como $I = \text{diag}[I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}]$ debido a que el VTOL tiene una sección transversal consistente en el menos dos de sus ejes (eje x y eje z), es decir, es simétrico en estos ejes.

Con esta consideración es posible representar la ecuación (2.22) en su forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right)$$

Obteniendo así los siguientes resultados:

$$\dot{p} = \frac{\tau_\phi + qr(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \quad (2.23)$$

$$\dot{q} = \frac{\tau_\theta + pr(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \quad (2.24)$$

$$\dot{r} = \frac{\tau_\psi + pq(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \quad (2.25)$$

Sin embargo, las velocidades angulares están expresadas en el marco del cuerpo, cuando se requiere que estén expresadas en el marco inercial. Claramente no se puede hacer uso de la misma matriz de rotación $\mathbf{R}_{\mathbf{b}_v}^{\text{ev}}$, puesto que ahora se requiere una matriz de transformación. Para esto se utiliza la ecuación (2.11):

$$\dot{\Theta} = W\omega$$

En donde W es la matriz de transformación de las aceleraciones angulares y se obtiene de la siguiente manera [13]:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi} R_{y,\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

En la ecuación anterior se hace una relación de velocidades angulares inerciales al cuerpo, por lo que para obtener la relación del cuerpo al inercial se utiliza la inversa

de W , teniendo entonces:

$$\dot{\Theta} = W^{-1}\omega \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Ahora bien, si colocamos al sistema de tal forma que sus ejes coincidan con los ejes del marco inercial, es decir, que la magnitud de los ángulos de un marco con respecto al otro sea cero, entonces tendremos $W^{-1} = \text{diag}[1, 1, 1]$, por lo que se puede hacer la siguiente aproximación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Con esta aproximación y su respectiva derivada podemos sustituir en el conjunto de ecuaciones (2.23), (2.24) y (2.25), además de agregar las fuerzas de arrastre generadas por la resistencia del aire y así obtener las siguientes dinámicas rotacionales:

$$\ddot{\phi} = \frac{\tau_{\phi} + \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \quad (2.32)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau_{\theta} + \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + f_{w(t)} \quad (2.33)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \quad (2.34)$$

2.2.2. Modo de vuelo horizontal

Dinámicas traslacionales

Para este modo de vuelo el procedimiento para obtener las dinámicas es el mismo que el utilizado para el modo vertical, sin embargo se deben tomar algunas consideraciones ya que los ejes de los marcos han rotado 90 grados.

Primeramente se debe tomar en cuenta que ahora se desea representar las dinámicas de la plataforma desde el marco del cuerpo en forma horizontal hasta el marco inercial original (vertical). Es aquí donde se hace uso de la matriz de transformación (2.13), puesto que no es posible utilizar la matriz de rotación (2.17). Además, ahora la gravedad no está en dirección del eje z , sino sobre el eje x .

La nueva matriz de rotación se obtiene utilizando (2.13) y (2.17):

$$R_{b_h}^{e_v} = R_{e_h}^{e_v} R_{b_h}^{e_h} \quad (2.35)$$

$$R_{b_h}^{e_v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta \\ c\theta s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\psi s\theta & c\phi s\psi s\theta - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$R_{b_h}^{e_v} = \begin{bmatrix} -s\theta & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \\ c\theta s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Nuevamente se hace uso de la segunda Ley de Newton considerando ahora las fuerzas aerodinámicas que influyen en la plataforma, esto debido al modo de vuelo horizontal donde se genera un arrastre y un levantamiento sobre las alas:

$$m\dot{v} = \mathbf{R}_{b_h}^{e_v} f + f_g + f_a \quad (2.38)$$

Donde las fuerzas aerodinámicas presentes son la resistencia al avance (D), levantamiento (L) y momento aerodinámico (τ_M), las cuales se expresan comúnmente en función

del ángulo de ataque como:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}\rho V_a^2 SC_L(\alpha) \\ D &= \frac{1}{2}\rho V_a^2 SC_D(\alpha) \\ M_a &= \frac{1}{2}\rho V_a^2 ScC_m(\alpha) \end{aligned} \quad (2.39)$$

El término de ρ representa la densidad del aire, V_a es la velocidad del aire con respecto al avión, S es la superficie alar y C_i es una constante para cada fuerza.

El vector de fuerzas aerodinámicas f_a se define como:

$$f_a = \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ -L \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Sin embargo, estas fuerzas aerodinámicas están expresadas en el marco de referencia aerodinámico, por lo que para poder integrarlas a la ecuación de Newton se deben expresar en el cuerpo:

$$m\dot{\nu} = \mathbf{R}_{e_h}^{e_v} f + R_b^i R_a^b f_a + f_g \quad (2.41)$$

Siendo R_a^b la matriz de transformación del marco aerodinámico al marco del cuerpo y R_b^i la matriz de rotación del cuerpo al inercial en un plano de dos dimensiones, la cual es viable utilizar debido a que sólo se incluyen las fuerzas aerodinámicas longitudinales que están en función del ángulo de ataque y no las fuerzas laterales que están en función de β . Dichas matrices están constituidas de la siguiente manera:

$$R_{e_h}^{e_v} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$R_a^b = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Representando (2.41) en su forma matricial:

$$m\dot{v} = \mathbf{R}_{e_h}^{e_v} F + R_b^i R_a^b f_a + f_g \quad (2.44)$$

$$m\dot{v} = \mathbf{R}_{e_h}^{e_v} F + \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ -L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Sustituyendo y realizando las operaciones correspondientes se obtienen las siguientes dinámicas:

$$\ddot{x} = \frac{-u_1(c\theta c\phi) - D\cos(\theta - \alpha) + L\sin(\theta - \alpha)}{m} + g \quad (2.46)$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1(s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi)}{m} \quad (2.47)$$

$$\ddot{z} = \frac{u_1(c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi) - D\sin(\theta - \alpha) - L\cos(\theta - \alpha)}{m} \quad (2.48)$$

Dinámicas rotacionales

En estas dinámicas sucede algo similar con las traslacionales; el procedimiento es el mismo que se utilizó para el modo de vuelo vertical, sin embargo la matriz de transformación de velocidades angulares W^{-1} no puede ser la misma puesto que el vehículo está en el modo de vuelo horizontal. Calculando la nueva matriz de transformación:

$$W_{b_h}^{e_v^{-1}} = R_{e_h}^{e_v} W_{b_h}^{e_h^{-1}} \quad (2.49)$$

$$W_{b_h}^{e_v^{-1}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$W_{b_h}^{e_v^{-1}} = \begin{bmatrix} 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ -1 & -t\theta s\phi & -t\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Se hace uso nuevamente de la ecuación (2.11) para obtener las velocidades angulares

expresadas en el cuerpo y utilizando la nueva matriz de transformación (2.49) se tiene:

$$\dot{\Theta} = W_{b_h}^{e_v^{-1}} \omega$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ -1 & -t\theta s\phi & -t\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Haciendo el mismo análisis en el que los ejes del cuerpo coincidan con los ejes de su marco inercial, es decir, una aproximación por ángulos pequeños, además de agregar las fuerzas de arrastre generadas por la resistencia del aire, se obtienen las siguientes dinámicas rotacionales para el vuelo horizontal:

$$\ddot{\phi} = \frac{\dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \quad (2.52)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} + f_w(t) \quad (2.53)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\dot{\phi}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} \quad (2.54)$$

Capítulo 3

Control y simulación

3.1. Control lineal vuelo vertical

Primeramente se trabajó con el vuelo vertical del VTOL, en donde se linealizaron las dinámicas para obtener un control lineal. En el proceso de obtención de este control, como primer paso se manipularon las dinámicas rotacionales (ϕ, θ, ψ) donde se propusieron 3 diferentes τ para llevar al sistema a una retroalimentación de estado. Es importante destacar que no se consideró la perturbación mencionada previamente.

Dinámica de ϕ

Teniendo la ecuación, previamente obtenida en el capítulo 2 del presente trabajo, de la forma:

$$\ddot{\phi} = \frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \quad (3.1)$$

Se propone una τ_{ϕ} tal que en la ecuación previa se eliminen términos no deseados y resulte una dinámica con solamente un PD. La τ_{ϕ} propuesta es la siguiente:

$$\tau_{\phi} = -(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} - k_1\dot{\phi}I_{xx} - k_2(\phi - \phi_d)I_{xx} \quad (3.2)$$

En donde k_1 y k_2 son las ganancias del control y ϕ_d es el ángulo deseado, el cual es una constante. Sustituyendo la tau propuesta en (3.2), se obtiene el siguiente resultado:

$$\ddot{\phi} = -k_1\dot{\phi} - k_2(\phi - \phi_d) \quad (3.3)$$

Dinámica θ

Se tiene la siguiente dinámica:

$$\ddot{\theta} = \frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} + \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} \quad (3.4)$$

Ahora se propone la siguiente τ_θ :

$$\tau_\theta = -(I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} - k_1\dot{\theta}I_{yy} - k_2(\theta - \theta_d)I_{yy} \quad (3.5)$$

Y sustituyendo se obtiene:

$$\ddot{\theta} = -k_1\dot{\theta} - k_2(\theta - \theta_d) \quad (3.6)$$

Dinámica ψ

Se realiza el mismo procedimiento para esta dinámica. Se tiene la ecuación:

$$\ddot{\psi} = \frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}} + \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} \quad (3.7)$$

Se propone una τ_ψ :

$$\tau_\psi = -(I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} - k_1\dot{\psi}I_{zz} - k_2(\psi - \psi_d)I_{zz} \quad (3.8)$$

Y sustituyendo en (3.7), finalmente se obtiene:

$$\ddot{\psi} = -k_1\dot{\psi} - k_2(\psi - \psi_d) \quad (3.9)$$

Para las dinámicas translacionales, al igual que en las rotacionales, se linealizaron mediante una simplificación de aproximación para ángulos pequeños en donde $\sin \theta \simeq$

θ y $\cos \theta \simeq 1$. Entonces utilizando las ecuaciones (2.19), (2.20) y (2.21), su forma linealizada queda de la siguiente forma:

$$\ddot{x} = \frac{u_1(\theta + \psi\phi)}{m} \quad (3.10)$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1(\psi\theta - \phi)}{m} \quad (3.11)$$

$$\ddot{z} = \frac{u_1}{m} - g \quad (3.12)$$

El siguiente paso es proponer un control u_1 para la dinámica de z , en este caso el control propuesto es el siguiente:

$$u_1 = m(c_1 + g) \quad (3.13)$$

Donde:

$$c_1 = -k_1\dot{z} - k_2(z - z_d) \quad (3.14)$$

Sustituyendo el control en la ecuación (3.12), el resultado para la dinámica de z es el siguiente:

$$\ddot{z} = -k_1\dot{z} - k_2(z - z_d) \quad (3.15)$$

Ahora el control propuesto previamente se utilizará para las dinámicas de x y y .

Dinámica x

Tomando la ecuación linealizada (3.10), se sustituye u_1 previamente mostrada en (3.13)

$$\ddot{x} = m(c_1 + g)(\theta_d + \psi\phi) \quad (3.16)$$

Sabiendo que el error y la velocidad en z tienden a cero y que están implícitas en c_1 , se tiene la siguiente ecuación:

$$\ddot{x} = g(\theta_d + \psi\phi) \quad (3.17)$$

Por lo que ahora se propone una θ_d para llevar la dinámica a un control PD

$$\theta_d = -\psi\phi - \frac{k_1\dot{x}}{g} - \frac{k_2(x - x_d)}{g} \quad (3.18)$$

Sustituyendo en (3.17) finalmente se obtiene:

$$\ddot{x} = -k_1\dot{x} - k_2(x - x_d) \quad (3.19)$$

Dinámica y

Nuevamente se toma la ecuación linealizada (3.11) y al igual que en la dinámica x , el error y la velocidad en z tienden a cero, por lo que se tiene:

$$\ddot{y} = g(\psi\theta - \phi_d) \quad (3.20)$$

Se propone la siguiente ϕ_d

$$\phi_d = \psi\theta + \frac{k_1\dot{y}}{g} + \frac{k_2(y - y_d)}{g} \quad (3.21)$$

Sustituyendo (3.21) en (3.20) se obtiene

$$\ddot{y} = -k_1\dot{y} - k_2(y - y_d) \quad (3.22)$$

Habiendo obtenido el control u_1 y comprobado el funcionamiento en el sistema linealizado, es prudente utilizarlo para verificar los resultados que este control arrojaría en las ecuaciones dinámicas traslacionales no lineales para el modo de vuelo vertical.

3.2. Control no lineal vuelo vertical

Dinámica z

Con el objetivo de comparar el alcance del control lineal anterior, se diseñó un control no lineal. Tomando la ecuación (2.19), se propone un control no lineal que lleve a la dinámica z a la forma de un control PD.

$$u_1 = \frac{m(c_2 + g)}{c\theta c\phi} \quad (3.23)$$

Sustituyendo se tiene

$$\ddot{z} = c_2 = -k_1\dot{z} - k_2(z - z_d) \quad (3.24)$$

Dinámicas x y y

Para las ecuaciones (2.20) y (2.21) se proponen una nueva θ_d y una nueva ϕ_d respectivamente.

$$s\theta_d = -\frac{s\psi s\phi + \frac{c_3 c\theta c\phi}{g}}{c\phi c\psi} \quad (3.25)$$

$$s\phi_d = \frac{s\psi s\theta c\phi + \frac{c_4 c\theta c\phi}{g}}{c\psi} \quad (3.26)$$

Donde $c_3 = -k_1\dot{y} - k_2(x - x_d)$ y $c_4 = -k_1\dot{y} - k_2(y - y_d)$. Sustituyendo y teniendo en cuenta que el error y la velocidad implícitas en c_2 tienden a cero, las ecuaciones toman la forma de un PD.

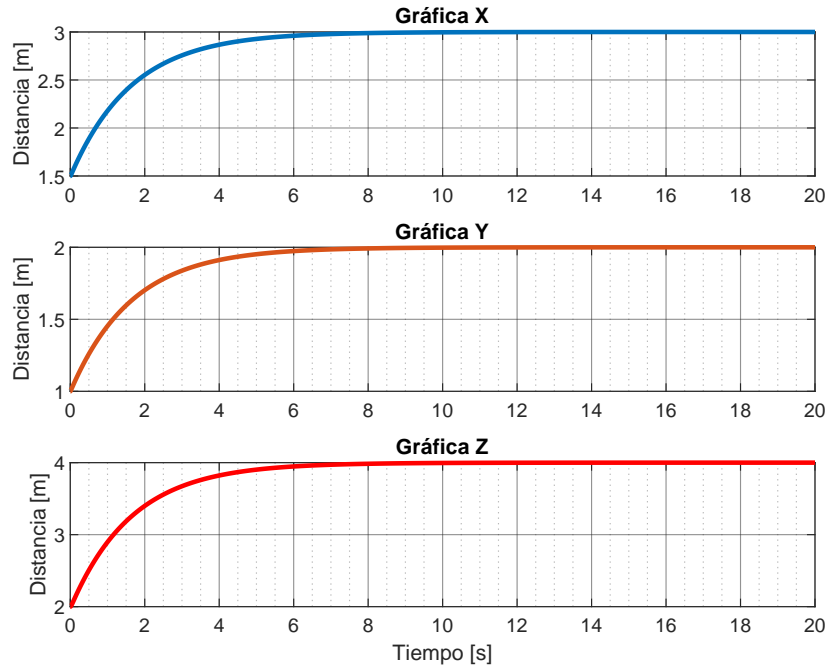


Figura 3.1: Posiciones

3.3. Entradas de los actuadores

Si bien se diseñaron diferentes τ en la sección anterior para obtener un control por retroalimentación de estado, estas no son las entradas reales del VTOL.

Estas entradas están dadas por el ángulo de los elevones (δ_l, δ_r) y las fuerzas de los motores (F_l, F_r) , y para obtenerlas se precisa de una relación entre las entradas τ propuestas con los torques y fuerzas que actúan sobre el vehículo. Como se ha mostrado y explicado previamente, las fuerzas y torques están dados de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \\ 0 \\ F_r \cos \delta_r + F_l \cos \delta_l \\ a(F_r \cos \delta_r - F_l \cos \delta_l) \\ -b(F_r \sin \delta_r + F_l \sin \delta_l) \\ -a(F_r \sin \delta_r - F_l \sin \delta_l) \end{bmatrix}$$

Despejando y sustituyendo se obtienen las siguientes relaciones:

$$F_r = \frac{\tau_\phi + aF_z}{2a \cos(\delta_r)} \quad (3.27)$$

$$F_l = \frac{aF_z - \tau_\phi}{2a \cos(\delta_l)} \quad (3.28)$$

$$\delta_r = \arctan \left(\frac{b\tau_\psi + a\tau_\theta}{-b(\tau_\phi + aF_z)} \right) \quad (3.29)$$

$$\delta_l = \arctan \left(\frac{b\tau_\psi + a\tau_\theta}{-b(aF_z - \tau_\phi)} \right) \quad (3.30)$$

Utilizando Simulink, se obtuvieron los siguientes resultados para cada entrada:

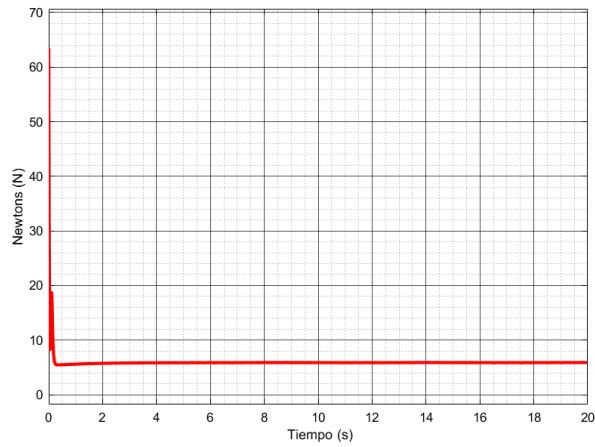


Figura 3.2: Fuerza motor derecho

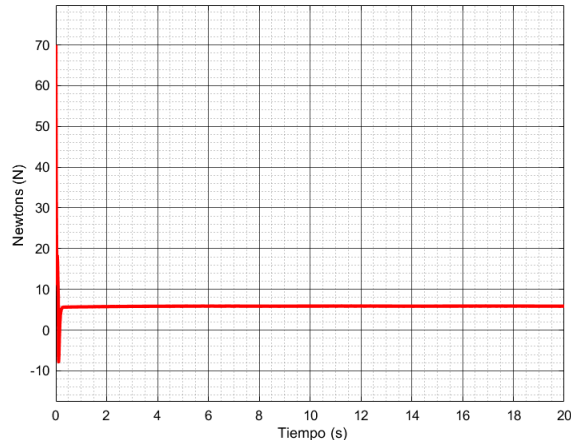


Figura 3.3: Fuerza motor izquierdo

Con las primeras dos gráficas que muestran la fuerza de los motores derecho e izquierdo, se puede comprobar que es la fuerza necesaria para mantener al vehículo en modo de vuelo estacionario. Este cálculo es muy sencillo, sabiendo que el peso del vehículo es de 1.2 kg aproximadamente, se multiplica por la gravedad. Lo que da un resultado de 11.77 kgm/s^2 , ligeramente por debajo de los 12 N que dan los motores en conjunto; lo mínimo necesario para mantenerlo suspendido.

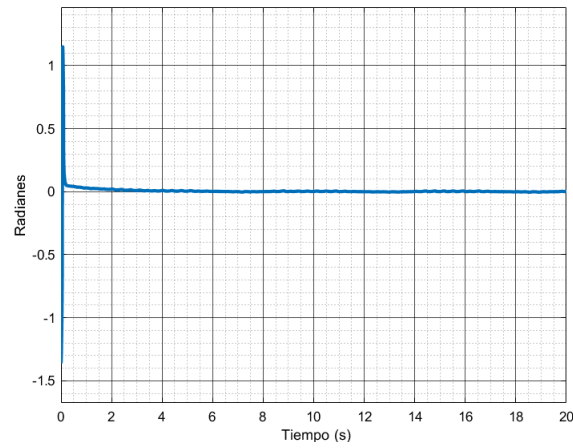


Figura 3.4: Delta derecha

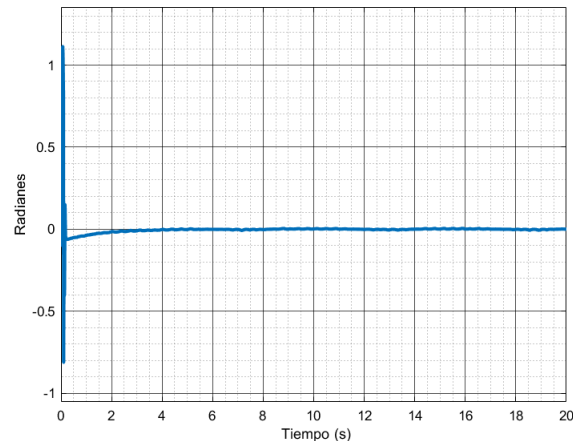


Figura 3.5: Delta izquierda

Las dos gráficas de los ángulos delta, los cuales representan la magnitud de movimiento de las superficies de control, presentan un comportamiento oscilatorio, no una línea recta. estas oscilaciones rondan los 2 o 3 grados, lo cual es consistente con el comportamiento real de la plataforma, ya que para mantener el vuelo estacionario, las superficies de control no pueden estar completamente rectas.

3.4. Modos deslizantes

Una vez obtenidos los resultados del comportamiento del vehículo con un control lineal y un control no lineal despreciando la perturbación del modelo matemático, ahora se utilizará un control robusto de modos deslizantes para contrarrestar la perturbación causada por el viento y se comparará con los controles ya mencionados.

Existe una nueva función (perturbación) que está acotada y puede variar en el tiempo, pero también puede depender de las posiciones, y se define de la siguiente forma:

$$|f(x_1, x_2, t)| \leq L > 0 \quad (3.31)$$

Tomando la ecuación dinámica traslacional del VTOL:

$$\ddot{x} = \frac{g(c\phi s\theta_d c\psi + s\psi s\phi)}{c\theta c\phi} + \gamma_\theta \quad (3.32)$$

Espacio de estados

$$x_1 = x \quad (3.33)$$

$$x_2 = \dot{x} \quad (3.34)$$

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.35)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = \frac{g(c\phi s\theta_d c\psi + s\psi s\phi)}{c\theta c\phi} + \gamma_\theta \quad (3.36)$$

Sigma

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2) = x_2 + c(x_1 - x_{1d}) \quad (3.37)$$

$$\sigma = x_2 + c(x_1 - x_{1d}) \quad (3.38)$$

$$0 = x_2 + c(x_1 - x_{1d}) \quad (3.39)$$

$$0 = [\dot{x}_1] + c(x_1 - x_{1d}) \quad (3.40)$$

$$\dot{x}_1 = -c(x_1 - x_{1d}) \quad (3.41)$$

Sigma es la distancia con respecto a la superficie deslizante y se considera como un nuevo estado. Su derivada es la velocidad con la que se acerca a la superficie:

$$\dot{\sigma} = \dot{x}_2 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (3.42)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{g(c\phi s\theta_d c\psi + s\psi s\phi)}{c\theta c\phi} + \gamma_\theta + cx_2 \quad (3.43)$$

Considerando estos nuevos dos estados (3.38) y (3.43), se busca analizar la estabilidad del sistema. Se quiere que el origen de sigma sea estable, entonces se transforma el sistema a una recta y se hace un análisis de estabilidad de la superficie. Se utiliza una función de Lyapunov y se debe probar las siguientes condiciones por el teorema de barbashin-krasovskii, ya que se busca que el origen de σ sea global asintóticamente estable, o mejor aún, global estable en tiempo finito.

$$\dot{V} < 0 \quad \forall \sigma \neq 0 \quad (3.44)$$

$$\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty \quad (3.45)$$

Estas dos condiciones son la condición de Lyapunov y que sea radialmente no acotada. Proponiendo la función de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (3.46)$$

$$\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} \quad (3.47)$$

$$\dot{V} = \sigma\left(\frac{g(c\phi s\theta_d c\psi + s\psi s\phi)}{c\theta c\phi} + \gamma_\theta + cx_2\right) \quad (3.48)$$

Se propone ahora una s_{θ_d} para cancelar términos:

$$s_{\theta_d} = \frac{-s\psi s\phi + \frac{(u_2 - cx_2 + v)c\phi c\psi}{g}}{c\phi c\psi} \quad (3.49)$$

Donde:

$$u_2 = -k_1\dot{x} - k_2(x - x_d) \quad (3.50)$$

$$v = -\rho \text{sign}(\sigma) \quad (3.51)$$

Sustituyendo en (3.48) se obtiene:

$$\dot{V} = \sigma(\gamma_\theta + v) \quad (3.52)$$

$$\dot{V} = \sigma\gamma_\theta + \sigma v \leq |\sigma|L + \sigma v \quad (3.53)$$

La expresión anterior está acotada de la siguiente manera: $|\gamma_\theta| \leq L$. v se va a proponer de la siguiente manera:

$$v = -\rho \text{sign}(\sigma) \quad (3.54)$$

donde ρ es una constante positiva que se elegirá. Se propone así ya que se cumple la condición (3.44). La condición (3.45) se cumple de manera automática ya que la función de Lyapunov es cuadrática, por lo tanto es radialmente no acotada. Además se tiene la siguiente propiedad:

$$\text{sign}(\sigma)\sigma = |\sigma| \quad (3.55)$$

El $\text{sign}(\sigma)$ se define de la siguiente manera:

$$\text{sign}(\sigma) = 1 \rightarrow \sigma > 0 \quad (3.56)$$

$$\text{sign}(\sigma) = -1 \rightarrow \sigma < 0 \quad (3.57)$$

$$\text{sign}(0) \in [-1, 1] \quad (3.58)$$

Ahora reescribiendo la ecuación (3.53)

$$\dot{V} \leq |\sigma|L + \sigma v \quad (3.59)$$

$$\dot{V} \leq |\sigma|L + \sigma(-\rho \text{sign}(x)) \quad (3.60)$$

$$\dot{V} \leq |\sigma|L - |\sigma|(\rho) \quad (3.61)$$

$$\dot{V} \leq -|\sigma|(\rho - L) \quad (3.62)$$

Para que (3.62) sea negativo, entonces debe cumplir que $\rho > L$, entonces podemos definir una nueva variable $\hat{\alpha} = \rho - L > 0$.

$$\dot{V} \leq -\hat{\alpha}|\sigma| \quad (3.63)$$

El valor absoluto de σ está relacionado directamente con la función de Lyapunov, tomando esta función (3.46) para encontrar una nueva forma de escribir σ se tiene:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (3.64)$$

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2V} \quad (3.65)$$

$$|\sigma| = \sqrt{2}V^{\frac{1}{2}} \quad (3.66)$$

Entonces ahora se puede reescribir (3.63):

$$\dot{V} \leq -\hat{\alpha}|\sigma| \quad (3.67)$$

$$\dot{V} \leq \hat{\alpha}\sqrt{2}V^{\frac{1}{2}} \quad (3.68)$$

Redefiniendo una nueva variable $\alpha = \hat{\alpha}\sqrt{2}$, finalmente se tiene:

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{\frac{1}{2}} \quad (3.69)$$

Todo este procedimiento es importante ya que el término a la $\frac{1}{2}$ garantiza que la solución o las trayectorias de σ va a converger en tiempo finito al origen. Con un número menor a 1 en la exponencial se puede comprobar convergencia en tiempo finito; propiedad de los modos deslizantes. Las soluciones del sistema convergerán asintóticamente a la superficie.

$$u_1 = \frac{m(-\rho \text{sign}(\sigma) - cx_2)}{c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi} \quad (3.70)$$

El control tiene un componente continuo y uno discontinuo, ya que $\text{sign}()$ tiene una discontinuidad en el origen.

A continuación se muestra los resultados de la simulación del modelo con una perturbación sobre el eje x sin utilizar y utilizando modos deslizantes.

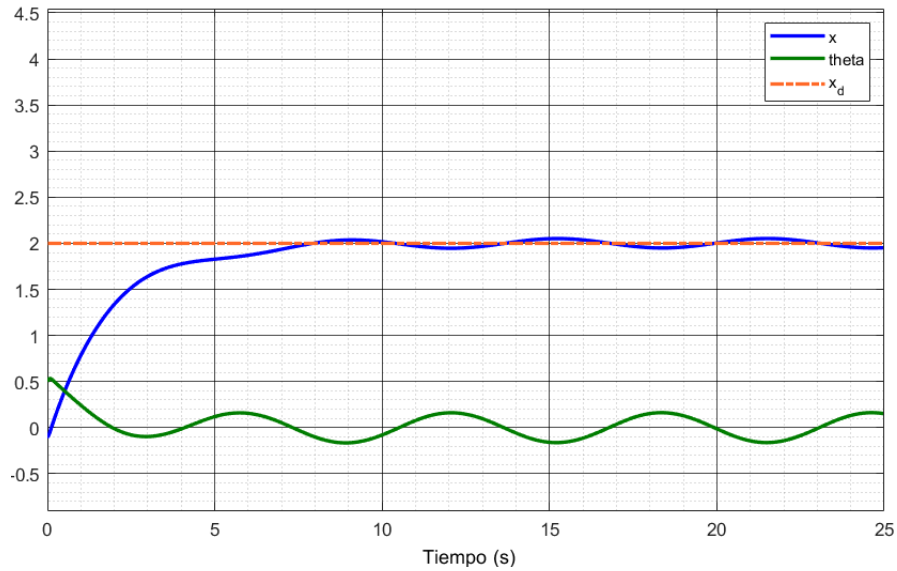


Figura 3.6: Sistema perturbado sin modos deslizantes

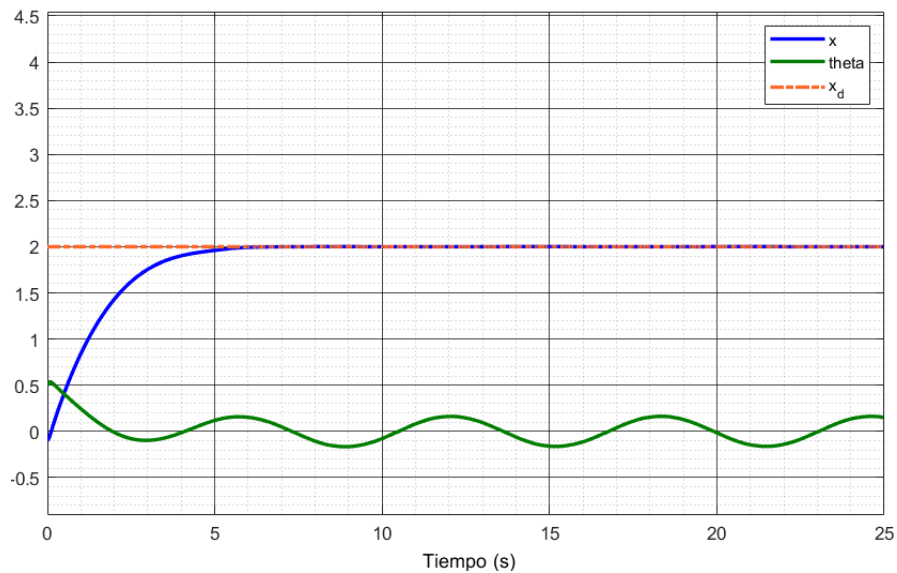


Figura 3.7: Sistema perturbado con modos deslizantes

La ventaja de los modos deslizantes (gracias a la discontinuidad) es que sí se converge asintóticamente al origen a pesar de las perturbaciones, ya que con la retroalimentación estática de estados solamente se converge a un elipsoide muy cerca del origen.

En la primera gráfica es claro ver que con una simple retroalimentación de estado, el sistema no converge a la posición deseada en el eje x , además de tardar más de siete segundos en alcanzar la posición.

Por el contrario, al utilizar modos deslizantes la dinámica de x sí converge a lo deseado y lo hace en un tiempo menor comparado con la retroalimentación de estados.

La dinámica de θ permanece oscilando entre 0.16 y -0.16 radianes, lo que equivale a 9 grados aproximadamente, debido a que está acoplada con la dinámica de x .

Capítulo 4

Implementación

4.1. Componentes

Lo primero que constituyó la implementación de la electrónica en el vehículo fue la elección de los componentes para la plataforma previamente establecida, la cual es una Arkbird VTOL de ala delta. El Pixhawk 2.4.8 es el controlador elegido para la plataforma.

Componente	Especificaciones
Servo PDI-0909MG	4.8V-6V / 9.4g
Batería LiPo	14.8v / 4c
Motor brushless	2750kv / 30A
ESC	25A
Pixhawk	2.4.8
Transmisor	7 ch / Spektrum
Módulo GPS	M8NS
Telemetría	915MHz
Receptor	DSMX

Con los componentes definidos es necesario calcular el centro de gravedad de la plata-

forma ya que los primeros retos que se presentaron fueron la selección y posicionamiento de los ESC y la ubicación de la electrónica dentro del fuselaje. Con la primera disposición elegida de los espacios, el centro de gravedad se movía a un punto muy trasero de la aeronave, lo que presentaría un gran problema al intentar realizar la transición a vuelo horizontal.

4.2. Centro de gravedad

Para este cálculo se siguieron tres pasos. El primero fue determinar la forma del ala, donde se requiere de líneas constructivas para que se observe la geometría a analizar, así como identificar las cuerdas de raíz y de punta teóricas como se muestra a continuación:

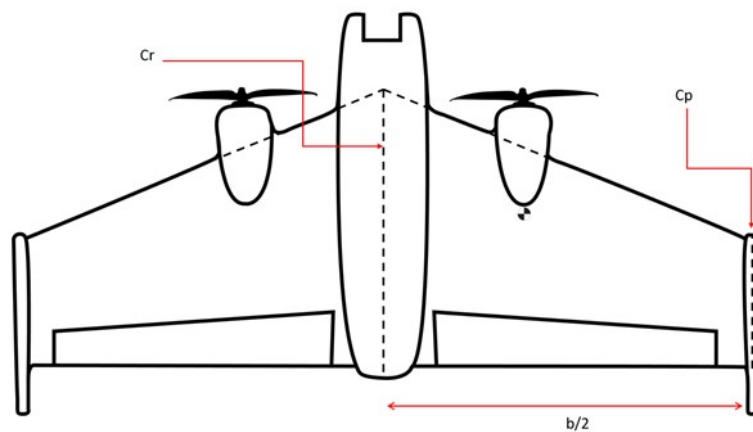


Figura 4.1: Líneas constructivas

Donde:

- C_r = Cuerda de raíz
- C_p = Cuerda de punta
- b = Envergadura

El siguiente paso es determinar la cuerda aerodinámica media, en la cual actúan las fuerzas aerodinámicas a las que el ala del VTOL se enfrenta en su modo de vuelo horizontal. Se calcula de la siguiente manera:

$$CAM = \frac{\frac{b}{2}(C_r + 2C_p)}{3(C_r + C_p)} \quad (4.1)$$

Sustituyendo

$$CAM = \frac{42cm(33cm + 2(15,6cm))}{3(33cm + 15,6cm)} = 18,49cm \quad (4.2)$$

Con este valor es posible trazar la línea de la CAM; que es la línea perpendicular a la hélice del motor.

El último paso es determinar la línea del CG (centro de gravedad). Por convención en un escenario ideal, el centro de gravedad se encuentra a 1/4 del ala, es por esto que se debe trazar una línea recta que va de 1/4 de la cuerda de raíz a 1/4 de la cuerda de punta, y el punto donde se intersectan la CAM y la línea mencionada anteriormente se considera el eje donde se encuentra el CG, y debido a que es una aeronave simétrica, el CG en el eje vertical queda al centro, como se muestra a continuación:

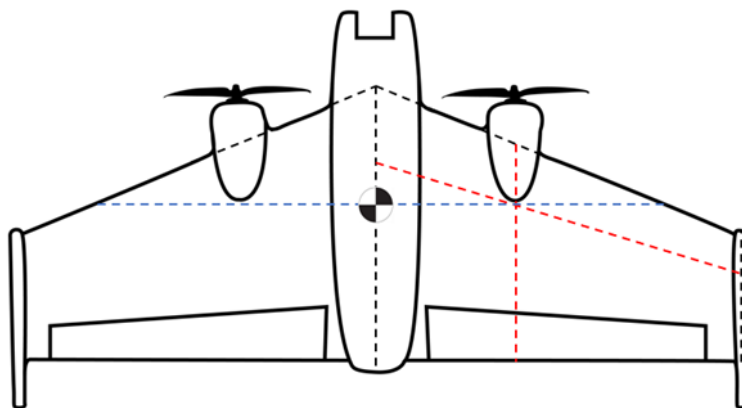


Figura 4.2: Centro de gravedad

Con el CG calculado, ahora se pueden implementar todos los componentes en la aeronave. A continuación se muestra un diagrama eléctrico para facilitar la comprensión de las conexiones que se llevaron a cabo.

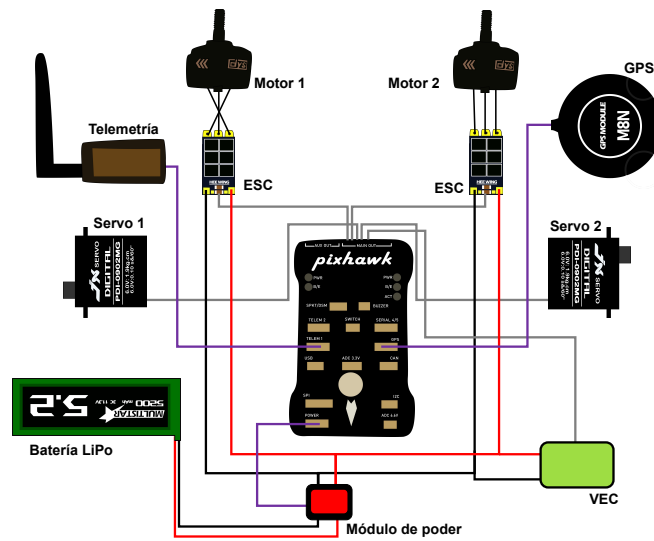


Figura 4.3: Diagrama eléctrico

Un paso fundamental para el correcto desempeño de los motores es la sujeción de los mismos a su cavidad predestinada en el vehículo, esto con la finalidad de evitar vibraciones y posteriormente fallas en el control del VTOL. Se diseñaron e imprimieron un par de piezas para fijarse dentro de esta cavidad, las cuales cuentan con 4 ranuras circulares que permiten colocar motores con diferente separación entre sus roscas mientras que estas se encuentran fijadas a la cavidad.

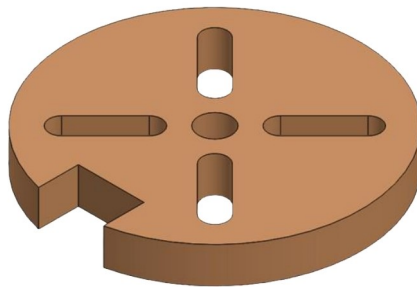


Figura 4.4: Sujetador

El software utilizado fue QGroundControl debido a la comprensibilidad y a la comodidad de la interfaz de programación, tomando en cuenta que todo el código es

open-source por lo que se puede contribuir o modificar si se desea. Desde este programa se pueden calibrar el giroscopio y acelerómetro del Pixhawk, así como los ESC y la batería.

Posteriormente se definieron los canales del control tanto para los movimientos traslacionales y rotacionales, como para modos de vuelo (manual, altitud y posicionamiento) y el armado. La siguiente lista muestra la relación de los canales con la acción que controlan:

- Canal 1: Roll (ϕ)
- Canal 2: Pitch (θ)
- Canal 3: Thrust
- Canal 4: Yaw (ψ)
- Canal 5: Armado
- Canal 6: Modos de vuelo
- Canal 7: Transición

Otros cambios que se hicieron fueron los parámetros $CBRK_AIRSPD_CHK = 162128$ y $COM_CPU_MAX = -1$ mediante software con el fin de garantizar el funcionamiento sin un tubo pitot.

Durante las pruebas experimentales se percató que los motores elegidos inicialmente sufrían exceso de calentamiento, dañando uno de ellos. Esto se debió a la relación motor-hélice que se había elegido, pues los motores tenían un KV alto, el cual es una relación de velocidad-torque, y las hélices eran grandes para el tipo de motor.

Con un motor dañado se decidió adquirir otros dos con una relación de velocidad-torque de 1700KV y se mantuvieron las mismas hélices de 7 pulgadas de diámetro.



Figura 4.5: Reemplazo de motor

Por último, para definir la aeronave como un tailsitter de dos motores y dos elevones, se modificaron los parámetros $CA_AIRFRAME = Tailsitter\ VTOL$ y $MAV_TYPE = VTOL\ Two-rotor\ Tailsitter$. Además, físicamente se pegaron los soportes de aterrizaje a las alas del VTOL. La plataforma con la electrónica implementada se muestra a continuación:



Figura 4.6: Plataforma real

Capítulo 5

Pruebas experimentales

Durante la etapa de pruebas experimentales se realizaron más de 30 intentos para corroborar el correcto funcionamiento de la plataforma de forma general, que va desde el desempeño del controlador de vuelo y la electrónica hasta la sintonización de la ley de control.

Todos los vuelos consistieron de tres etapas y de tres modos de vuelo diferentes: manual, altitud y posición. El modo de vuelo manual mantiene al vehículo en su posición vertical, sin tener una altitud o posición fija. En el modo altitud, como su nombre lo indica, el vehículo se eleva y mantiene la altitud. Por último, el modo posición permanece en una posición fija incluso contra ráfagas de viento.

Durante la primera etapa de vuelo se requería un 55 % de empuje de la palanca del radio control como mínimo para el despegue, elevando al vehículo a una altura de 10 metros en promedio por cada vuelo. En esta etapa el modo de vuelo utilizado fue el manual.

La segunda etapa consistió en cambiar al modo de vuelo altitud, fijando así el movimiento a lo largo del eje z y permitiéndolo en los ejes x y y .

Finalmente se hace el cambio al modo posición, manteniendo así un punto fijo en los tres ejes. Transcurrido cierto tiempo en este modo de vuelo se procedió al descenso y

posterior aterrizaje, finalizando así la prueba.



Figura 5.1: VTOL en vuelo vertical

Para el ángulo de *roll* en los modos de vuelo manual y altitud no se muestra ningún cambio en el ángulo actual debido a que las palancas del control no se movieron puesto que en estas etapas lo primordial era un despegue y altitud adecuados. Por el contrario, en el modo posición sí se muestran cambios en el ángulo debido a las corrientes de viento y a la compensación del control para mantenerse en un punto fijo.



Figura 5.2: Ángulo de *roll* (ϕ)

En *pitch* se observa un un ángulo estimado muy alto en el primer etapa del vuelo, sin embargo el valor actual se mantiene intacto por el nulo movimiento de las palancas del

radiocontrol por lo que se mencionó anteriormente. En el modo posición se observa que el valor estimado y el actual son muy similares por las compensaciones hechas por el control PID.



Figura 5.3: Ángulo de *pitch* (θ)

En el modo posición en *yaw*, expone una muy buena estabilidad sobre este eje ya que los valores estimados y los reales son prácticamente los mismos. Además, al igual que en las gráficas anteriores, en los segundos finales el VTOL regresa al modo de vuelo manual para garantizar el aterrizaje de forma correcta.

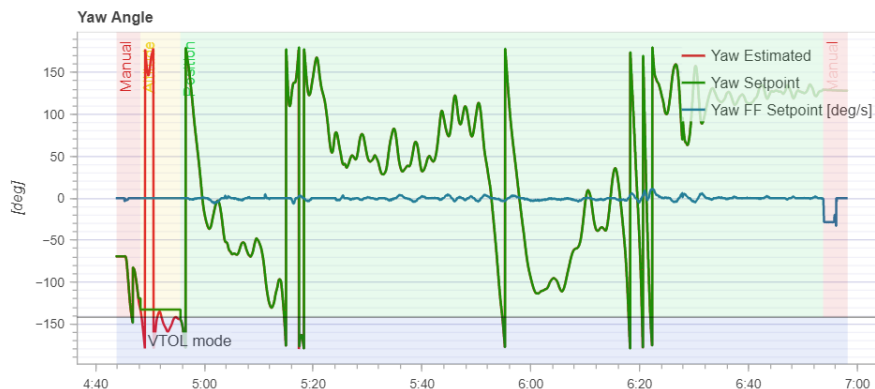


Figura 5.4: Ángulo de *Yaw* (θ)

Por último se presenta una gráfica de la altura estimada que tuvo el vehículo durante todo el vuelo, haciendo énfasis en la etapa final donde el descenso lo hace de forma gradual.

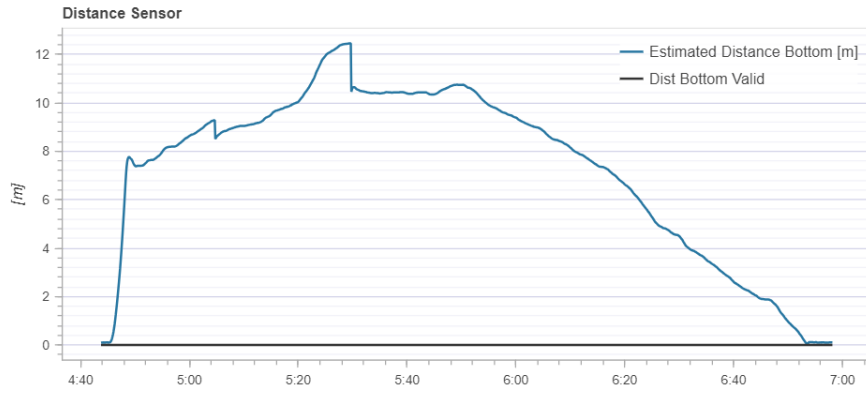


Figura 5.5: Ángulo de *Yaw* (θ)

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Conclusiones

Este trabajo presentó el modelo matemático de un UAV VTOL tailsitter para sus modos de vuelo vertical y horizontal utilizando el método de Euler-Lagrange. En este modelo se consideraron perturbaciones del viento que afectarían la estabilidad del vuelo vertical, por lo que para reducir estas oscilaciones se diseñaron tres leyes de control; un PD lineal, un PD no lineal y una por Modos Deslizantes. Se llevaron a cabo simulaciones mediante el software Simulink, mostrando la mejoría que hay con los Modos Deslizantes en comparación con los otros controles.

Se instrumentó una plataforma para visualizar el comportamiento de vuelo y aterrizaje con un control PID utilizando el controlador de vuelo Pixhawk 2.4.8. Se logró de manera exitosa el despegue, vuelo y aterrizaje de forma vertical así como la transición a modo de vuelo de ala fija.

La ley de control propuesta y la instrumentación de la aeronave, amplía la línea de investigación de los VTOL tailsitter ya que históricamente el control del vuelo vertical y aterrizaje de este tipo de UAV's siempre ha presentado un gran reto.

En general se alcanzó el objetivo general y los objetivos específicos de implementación y simulación, brindando así las bases para mejoras e investigaciones futuras, las cuales pueden incluir modos de vuelo autónomos para misiones específicas.

6.2. Trabajo futuro

Para trabajo futuro se plantea implementar la ley de control de modos deslizantes directamente en el controlador de vuelo de la aeronave, esto con la finalidad de comprobar experimentalmente la estabilidad y comparar con otras leyes de control. De igual forma se propone realizar pruebas experimentales de la transición y una ley de control para este modo de vuelo.

Bibliografía

- [1] Chamola, V., Kotesch, P., Agarwal, A., Naren, Gupta, N. R., & Guizani, M. (2021). *A comprehensive review of unmanned aerial vehicle attacks and neutralization techniques*. *Ad Hoc Networks*, 111, 102324. <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2020.102324>
- [2] Castillo, P., Lozano, R., & Dzul, A. E. (2005). *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer Science & Business Media.
- [3] Development of drones during WWI and WWII. (s/f). Uasvision.com. <https://www.uasvision.com/2023/06/23/development-of-drones-during-wwi-and-wwii/>
- [4] Li, B., Sun, J., Zhou, W., Wen, C. Y., Low, K. H., & Chen, C. K. (2020). Transition optimization for a VTOL tail-sitter UAV. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 25(5), 2534-2545.
- [5] Ritz, R., & D'Andrea, R. (2017, May). A global controller for flying wing tailsitter vehicles. In *2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)* (pp. 2731-2738). IEEE.
- [6] Ajel, A. R., Humaidi, A. J., Ibraheem, I. K., & Azar, A. T. (2021, July). Robust model reference adaptive control for tail-sitter VTOL aircraft. In *Actuators* (Vol. 10, No. 7, p. 162). MDPI.

- [7] Verling, S., Weibel, B., Boosfeld, M., Alexis, K., Burri, M., & Siegwart, R. (2016, May). Full attitude control of a VTOL tailsitter UAV. In 2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA) (pp. 3006-3012). IEEE.
- [8] Demitrit, Y., Verling, S., Stastny, T., Melzer, A., & Siegwart, R. (2017). Model-based wind estimation for a hovering VTOL tailsitter UAV. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). <https://doi.org/10.1109/icra.2017.7989455>
- [9] Yang, Y., Zhu, J., Yuan, X., Wang, X., Kuang, M., & Shi, H. (2024). Dynamic characteristics analysis and robust transition control of tail-sitter VTOL UAVs. *Aerospace Science and Technology*, 145, 108868.
- [10] Fuhrer, S., Verling, S., Stastny, T., & Siegwart, R. (2019, May). Fault-tolerant flight control of a VTOL tailsitter UAV. In 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA) (pp. 4134-4140). IEEE.
- [11] Wang, H., Su, S., Qiu, X., Liang, Y., Yu, P., & Shan, X. (2022). The Hovering Stability of the Egretta Tail-Sitter VTOL UAV. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022(1), 9534180.
- [12] Ducard, G. J., & Allenspach, M. (2021). Review of designs and flight control techniques of hybrid and convertible VTOL UAVs. *Aerospace Science and Technology*, 118, 107035.
- [13] Wie, B. (1998). Space Vehicle Dynamics and Control. *Aircraft engineering*, 70(5).
- [14] Jing-Jing Xiong, En-Hui Zheng (2015) *Optimal Kalman Filter for state estimation of quadrotor UAV*, Elsevier GmbH.
- [15] Etkin, B., & Teichmann, T. (1959). Dynamics of flight: stability and control. *Physics Today*, 12(9), 54-56.

- [16] Priyambodo, T. K., Majid, A., & Shouran, Z. (2023). Validation of quad tail-sitter VTOL UAV model in fixed wing mode. *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 4(2), 179-191. <https://doi.org/10.18196/jrc.v4i2.17253>
- [17] Muñoz, F., Espinoza, E. S., González-Hernández, I., Salazar, S., & Lozano, R. (2018). Robust trajectory tracking for unmanned aircraft systems using a nonsingular terminal modified Super-Twisting Sliding Mode controller.
- [18] García, O., Sánchez, A., Escareño, J., & Lozano, R. (2008). Tail-Sitter UAV having one tilting rotor: Modeling, Control and Real-Time Experiments. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 809-814. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-kr-1001.00139>
- [19] Li, B., Zhou, W., Sun, J., Wen, C., & Chen, C. (2018). Model predictive control for path tracking of a VTOL tailsitter UAV in an HIL simulation environment. In *2018 AIAA modeling and simulation technologies conference* (p. 1919).