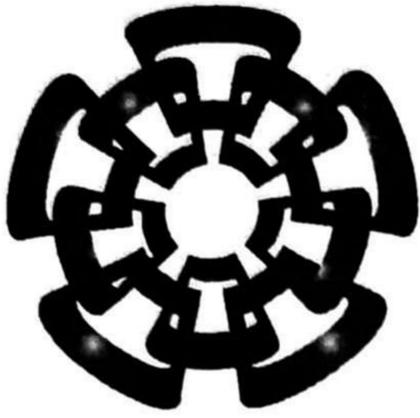




BIB-17344



# CINVESTAV - IPN

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN  
Unidad Guadalajara

---

CINVESTAV I.P.N.  
SECCION DE INFORMACION  
Y DOCUMENTACION

LABORATORIO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y CIENCIAS DE LA  
COMPUTACIÓN - GUADALAJARA

**Control No lineal de un Sistema Térmico con retardo.**

TESIS QUE PRESENTA  
**ELVIA RUTH PALACIOS HERNANDEZ**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS**

EN LA ESPECIALIDAD DE  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA**



Guadalajara, Jal., Abril de 1999.

**CLASIF.:** \_\_\_\_\_  
**ADQUIS.:** IESIS-1999  
**FECHA:** 21-11-99  
**PROCED.:** Depto. Serv. Bibli.  
→

***Control No lineal de un Sistema Térmico con retardo.***

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

por:

**Elvia Ruth Palacios Hernández**

Ingeniero Electrónico

Director de Tesis:

**Dr. Bernardino Castillo Toledo**

**CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Abril de 1999.**

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Formulación del Problema</b>	<b>7</b>
2.1	Sistemas con retardo	7
2.1.1	Sistemas no lineales con retardo	8
2.2	Problema del regulador	8
2.2.1	Problema de regulación de salida	8
2.2.2	Problema del regulador no lineal	13
2.2.3	Problema del regulador no lineal para una clase de sistemas con retardo en la entrada.	18
2.3	Conclusiones .	20
<b>3</b>	<b>Descripción del sistema</b>	<b>21</b>
3.1	Componentes del sistema	21
3.1.1	Suministro de aire	21
3.1.2	Suministro de potencia	23
3.1.3	Ubicación del sensor	25
3.2	Modelo Matemático	26
3.2.1	Modelo del proceso	26
3.3	Identificación de parámetros	33
3.4	Identificación del retardo	37
3.5	Conclusiones .	37
<b>4</b>	<b>Algoritmo de control y aplicaciones</b>	<b>41</b>
4.1	Diseño del regulador no lineal para sistemas con retardo en la entrada.	41
4.2	Conclusiones .	50

<b>5 Conclusiones y perspectivas generales</b>	<b>51</b>
<b>Apéndice</b>	<b>53</b>
5.1 Especificaciones del sistema.	53
5.2 Compresor centrífugo	53
5.3 Sistema de Adquisición de datos y control.	54
5.3.1 Computadora Digital.	54
5.3.2 Tarjeta de adquisición de datos	54
5.4 Sistema físico	54
5.5 Calefactor	54
5.6 Programas	55
<b>Bibliografía</b>	<b>63</b>

# Capítulo 1

## Introducción

Actualmente, los sistemas de control automáticos juegan un papel muy importante en el control de procesos y en las actividades de producción de una gran variedad de industrias. Algunos factores tales como el nivel de producción, la calidad del producto y el aprovechamiento óptimo de los recursos disponibles, entre otros, depende en muchos casos de un adecuado sistema de control.

Si bien es cierto que las técnicas y esquemas tradicionales de control, como el controlador PID, los controladores lógicos programables, etc., siguen siendo la solución más adecuada para un gran número de aplicaciones desde el punto de vista costo-rendimiento, es indudable también que a medida que los procesos se vuelven más complejos y que los objetivos de control son más específicos, surge la necesidad de implementar esquemas de control más sofisticados que respondan a las necesidades existentes.

Las características de algunos sistemas o procesos que a menudo se desprecian cuando se trabaja con modelos o representaciones no muy precisas, se vuelven importantes cuando se pretende llevar a cabo una mejor acción de control. Algunas características de este tipo son las no linealidades, las discontinuidades, las singularidades, los retardos, etc.

En particular, en la industria existen sistemas térmicos como los hornos para panificación, los hornos para secado de pinturas en la industria automotriz, los tuneles de secado en serigrafía, entre otros, que además de tener fuertes características no lineales, son sistemas que son descritos como sistemas con retardo. En este caso, el retardo corresponde típicamente a la diferencia entre el instante en que se aplica una acción de control a la entrada y el instante en que se conoce el resultado de dicha modificación a la salida, donde la salida es generalmente la temperatura que se desea controlar.

Los controladores que actualmente se utilizan en este tipo de sistemas son muy simples, por que en la mayoría de los casos se desprecia el retardo existente. Sin embargo, cuando se quiere realizar una acción de control más precisa, o cuando la magnitud del retardo es tal que

la dinámica del sistema real es muy diferente a la del modelo, y esta diferencia provoca que el funcionamiento del sistema no sea el deseado, surge la necesidad de considerar el retardo en el modelo del sistema. Al involucrar el retardo en la dinámica del sistema, las técnicas usuales para el cálculo del controlador ya no son válidas; así que se tiene que hacer uso de otras técnicas para controlar este tipo de sistemas, y si además éstos tienen dinámicas no lineales, las técnicas disponibles son más complejas que las técnicas para los sistemas lineales.

Además del hecho de poder diseñar una acción de control más efectiva para el funcionamiento del sistema, el estudio de los sistemas con retardo es de interés debido a que los retardos son con frecuencia fuentes de inestabilidad, como se muestra en [Marshall 79]. En la literatura existen algunos resultados interesantes sobre sistemas con retardo, entre los cuales podemos mencionar los siguientes: En [Malek 87] se estudia el problema de métodos de estabilización robusta para sistemas con incertidumbre, conocidos como retardos en el tiempo y en [Phoojarvenchanachai 92] se presentan resultados de estabilización independientes del retardo; también se ha trabajado en desacoplamiento de perturbación en sistemas no lineales, [Velasco 98], y en linealización entrada-salida de sistemas no lineales con retardo [Marquez 98].

El propósito general del presente trabajo es aplicar técnicas de control sobre una clase de sistemas no lineales con retardo en la entrada. Para ello se tienen contemplados los siguientes objetivos:

- Entender la teoría básica sobre regulación de sistemas lineales y sistemas no lineales con retardo.
- Construir un prototipo de un sistema físico con características de retardo en el estado.
- Obtener el modelo y una descripción completa del sistema físico, así como realizar un análisis de sus principales características.
- Diseñar el sistema de control correspondiente.
- Aplicar el esquema de control tanto en simulación como sobre el sistema real, y hacer un análisis de los resultados obtenidos.

Por las características que ya se han mencionado anteriormente, un ejemplo típico de un sistema con retardo son los sistemas térmicos, por lo que se eligió en este trabajo un sistema de este tipo. Este sistema consiste básicamente de un tubo metálico por el cual circula una masa de aire que es calentada por una fuente de calor colocada en uno de los extremos del tubo. La temperatura del aire que circula por el tubo es medida por un sensor colocado en el extremo opuesto del tubo. El retardo en el sistema aparece debido a la diferencia de tiempo que se presenta entre el momento en que se aplica una acción de control en la fuente de calor,

y el instante en que se conoce el efecto correspondiente de dicha acción en el otro extremo del tubo.

El objetivo de control que se persigue en este experimento es regular la temperatura al final del tubo, la cual es considerada como la salida del sistema. La acción de control se realiza por medio del voltaje aplicado al dispositivo calefactor. Como estrategia de control, se aplicará en este trabajo una extensión de la teoría del regulador no lineal para una clase de sistemas no lineales con retardo.

Los resultados obtenidos y el análisis de los mismos que se presentan en las secciones correspondientes son una contribución directa a la aplicación de esquemas de control a sistemas reales; específicamente, se presentan resultados de regulación a sistemas reales no lineales con retardo.

La importancia práctica de este trabajo tiene que ver con la necesidad de controlar procesos térmicos con retardo, los cuales se presentan frecuentemente en la industria. Se pretende que los resultados obtenidos sean una contribución que permita valorar la viabilidad de aplicar esquemas de control no lineal a este tipo de sistemas, y así ofrecer una alternativa para las posibles aplicaciones en procesos industriales reales similares a este prototipo.

La organización de la tesis es la siguiente: En el capítulo 2 se presentan algunos resultados básicos de la teoría de regulación para sistemas lineales y no lineales con retardo. En el capítulo 3 se introduce el sistema térmico con retardo sobre el cual trabajaremos. Se presenta una descripción del sistema y el análisis para la obtención del modelo matemático del mismo. Se presenta también en este capítulo el proceso de identificación de parámetros para el modelo del sistema. El capítulo 4 está dedicado al cálculo del regulador no lineal para el sistema físico. Se presentan los resultados de la aplicación de este control al sistema, tanto en simulación como en tiempo real y se hace un análisis de los resultados obtenidos. Para el cálculo del controlador se utilizan los resultados presentados en el capítulo 2. Las conclusiones y perspectivas generales del trabajo se presentan en el capítulo 5. Finalmente, en el Apéndice se muestra el diseño y las características del prototipo construido para este estudio.



# Capítulo 2

## Formulación del Problema

En este capítulo se describen algunos resultados básicos de la teoría de regulación para sistemas no lineales, y una extensión de esta teoría a una clase de sistemas no lineales con retardo.

La organización de este capítulo es la siguiente. En la sección 2.1 se presenta la teoría básica de los sistemas con retardo. En la sección 2.2 se presenta la teoría del regulador, además de las extensiones de algunos resultados en el caso de sistemas no lineales con y sin retardo.

### 2.1 Sistemas con retardo

Generalmente estamos acostumbrados a tratar con sistemas dinámicos, donde un cambio en la variable o variables de entrada se manifiesta de manera casi simultánea en las variables de salida. Este tipo de sistemas se dice que son sistemas sin retardo.

Sin embargo, existe también gran interés por estudiar los sistemas con retardo, ya que muchos sistemas reales pertenecen a este tipo. Por ejemplo, una gran cantidad de procesos industriales de tipo térmico son sistemas con retardo, en los cuales existe una diferencia considerable entre el momento en que se presenta un cambio en la entrada y el momento en que dicho cambio se manifiesta o es observado a la salida.

En términos de entrada-salida un sistema con retardo es aquel cuya función de transferencia contiene un término exponencial  $e^{-\alpha s}$ , donde  $\alpha$  es el retardo asociado. Si  $g^*(s)$  es la función de transferencia de la parte sin retardo del sistema, entonces una función de transferencia general para el sistema con retardo es:

$$g(s) = g^*(s)e^{-\alpha s}.$$

Tomando la expansión de Taylor de  $e^{\alpha s}$  resulta

$$g(s) = \frac{1}{1 + \alpha s + \frac{\alpha^2 s^2}{2!} + \frac{\alpha^3 s^3}{3!} + \dots + \frac{\alpha^n s^n}{n!} + \dots} \quad (2.1)$$

con un polinomio de orden infinito como denominador. De aquí, que un sistema con retardo es en realidad un sistema de dimensión infinita.

### 2.1.1 Sistemas no lineales con retardo

En general, un sistema no lineal con retardo puede ser modelado con ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t-\tau) + g(x(t-\tau))u(t-\tau)) \\ y(t) &= h(x(t-\tau)) \\ x(t_0 + \phi) &= \psi(\phi) \\ u(t) &= u_0 \quad \forall t \in [t_0 - \tau, t_0] \\ \text{con } \tau &\in \mathcal{R}^+, \end{aligned}$$

Para estos sistemas, algunas técnicas para resolver problemas como estabilización, rechazo a perturbaciones y seguimiento de trayectorias, han sido introducidas recientemente en [Isidori 90] y [Nijmeijer 90]. En este trabajo se presenta una solución al problema de seguimiento de trayectorias constantes, usando la teoría de regulación no lineal.

## 2.2 Problema del regulador

### 2.2.1 Problema de regulación de salida

Considérese un sistema lineal descrito por ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + P\omega \\ e &= Cx + Q\omega \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde la primera ecuación describe una planta con estado interno  $x(t) \in R^n$ , entrada de control  $u(t) \in R^m$  sujeta a un conjunto de variables de entradas exógenas  $w \in R^r$ , que incluye perturbaciones (a ser rechazadas) y/o referencias (a ser seguidas), la segunda ecuación define una variable de error  $e \in R^p$ , la cual se expresa como una combinación lineal de la planta  $x$  y de la entrada exógena  $w$ .

La acción de control para el sistema (2.2) está dada por un subsistema que procesa la información recibida de la planta para generar la entrada apropiada. La estructura del compensador depende de la cantidad de información disponible.

La situación más favorable, desde el punto de vista del diseño de retroalimentación, ocurre cuando el conjunto de variables medibles incluye todos los componentes del estado  $x$  de la planta y de las entradas exógenas  $w$ . En este caso, el controlador es provisto con toda la información y es modelado por una relación de la forma

$$u = Kx + Lw \quad (2.3)$$

Una situación más realista es cuando sólo los componentes del error  $e$  son medibles. En este caso, el controlador se basa en retroalimentación del error y se modela por ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= F\xi + Ge \\ u &= H\xi \end{aligned} \quad (2.4)$$

con estado interno  $\xi \in R^v$ .

De la combinación de la planta (2.2) con cualquiera de estos dos controladores resulta un nuevo sistema lineal llamado sistema en lazo cerrado, con entrada  $w$ , estado interno  $x$  y salida  $e$ . El propósito de control es garantizar que el sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable y que la variable del error vista como una función del tiempo, decaiga asintóticamente a cero cuando el tiempo tiende al infinito, para cualquier condición inicial posible del estado y para cualquier entrada posible exógena en una familia prescrita de funciones del tiempo. Este requisito es también conocido como propiedad de regulación en la salida. Por simplicidad matemática y también para que un número grande de situaciones prácticas pueden ser cubiertas, se supone que las entradas exógenas  $w(\cdot)$  que afectan la planta son modeladas por la familia de todas las funciones del tiempo solución de la ecuación diferencial lineal homogénea.

$$\dot{w} = Sw \quad (2.5)$$

para toda posible condición inicial  $w(0) \in R^n$ . Este sistema, el cual es visto como un modelo matemático de un "generador" para todas las posibles funciones de entradas exógenas, es llamado exosistema.

En las figuras 2.1, 2.2 se muestran los diagramas esquemáticos de los sistemas en lazo cerrado resultantes al utilizar la ley de control (2.3) y (2.4), respectivamente.

### Regulación de la salida por retroalimentación del estado (PRRS)

En esta sección se describen las condiciones bajo las cuales el problema de regulación de la salida por retroalimentación del estado tiene solución. El problema de encontrar un controlador para lograr este objetivo puede ser formalmente enunciado de la siguiente manera.

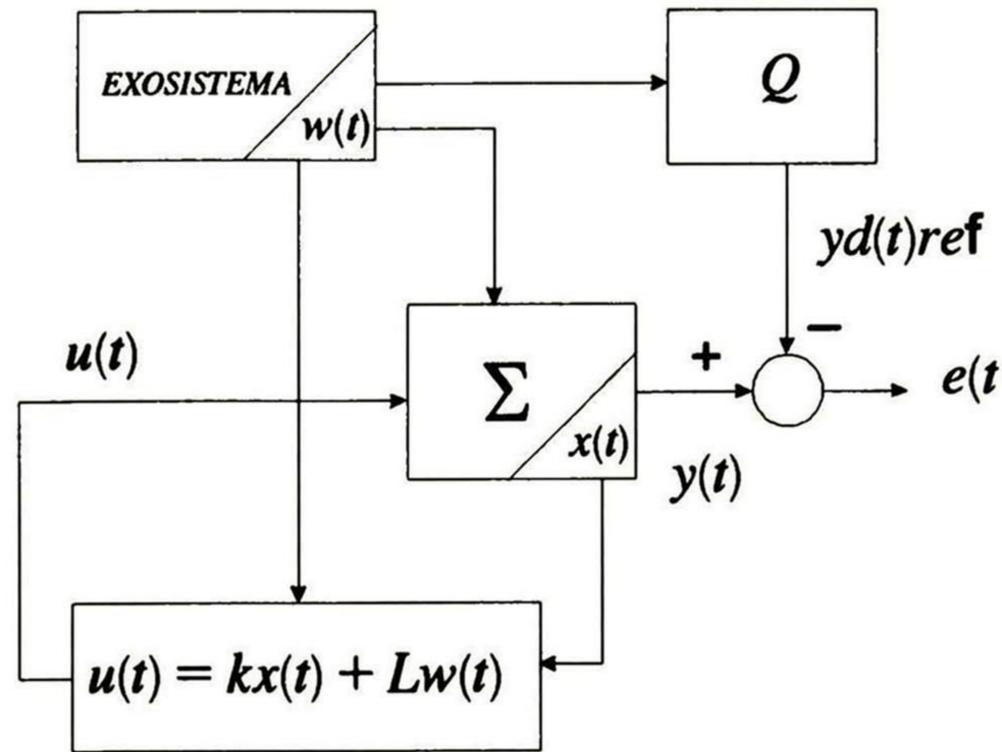


Figura 2.1: Regulador con retroalimentación del estado.

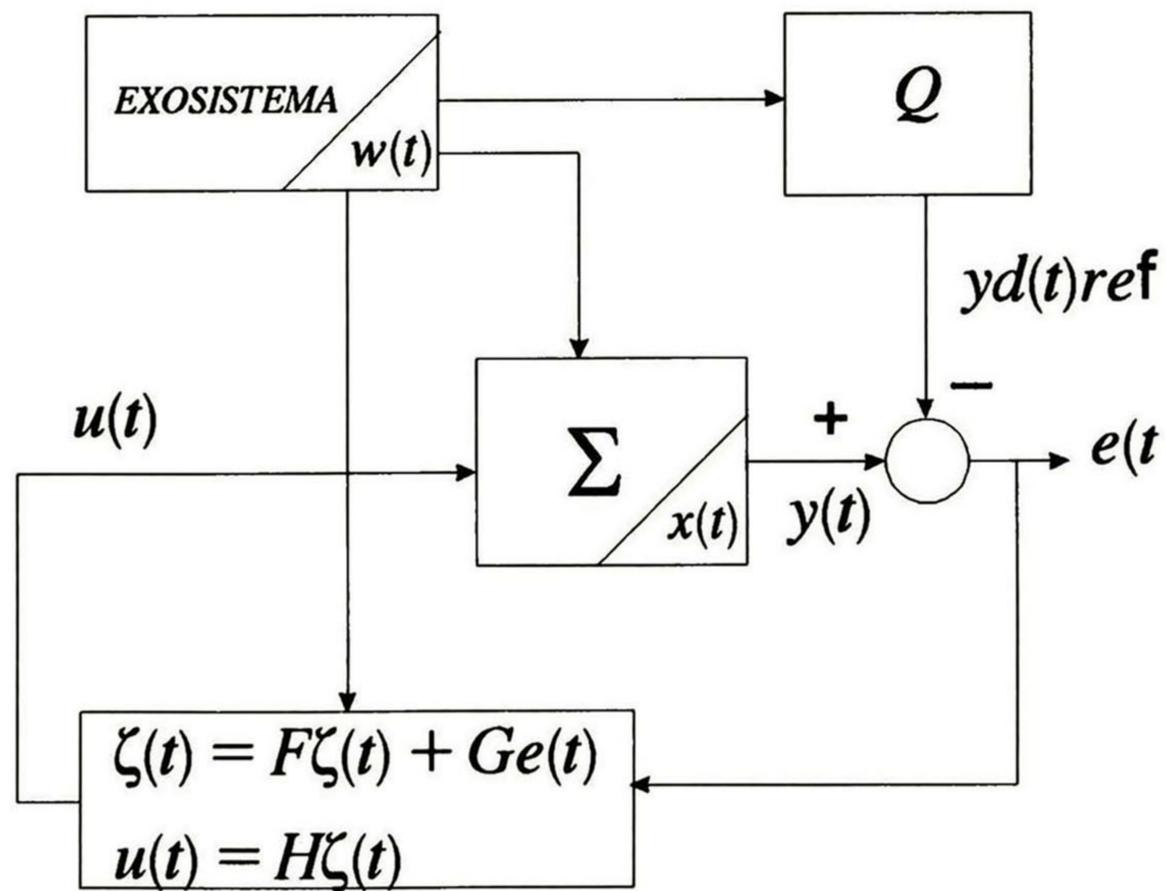


Figura 2.2: Regulador con retroalimentación del error.

Dadas  $[A, B, C, P, Q, S]$  encontrar, si es posible, dos matrices  $K$  y  $L$  tales que

**S<sub>sL</sub>)** La matriz  $A + BK$  tenga todos sus valores propios en el semiplano izquierdo del plano complejo  $C^-$

**R<sub>sL</sub>)** Para cada  $(x^0, w^0)$ , la solución  $(x(t), w(t))$  de

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A + BK)x + (P + BL)w \\ \dot{w} &= Sw\end{aligned}\tag{2.6}$$

satisfaciendo  $(x(0), w(0)) = (x^0, w^0)$  es tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Cx(t), Qw(t)) = 0$$

Las condiciones necesarias y suficientes para que exista una solución al PRRS están dadas en el siguiente teorema cuya demostración se presenta en [Knobloch 93]

**Teorema 2.1** *Supóngase que se satisfacen las hipótesis siguientes:*

**H1)** *La parte real de los valores propios de  $S$  están contenidos en el semiplano derecho cerrado del plano complejo, es decir*

$$\text{Re} \{ \sigma(S) \} \in \text{Clos}(C^+) = \{ \lambda \in C : \text{Re}[\lambda] \geq 0 \}\tag{2.7}$$

**H2)** *El par  $(A, B)$  es estabilizable, es decir, existe una matriz  $K$  tal que la matriz  $(A + BK)$  tiene todos sus valores propios en  $C^-$*

*Entonces el problema de regulación de la salida por retroalimentación del estado tiene solución si y solo si existen matrices  $\Pi$  y  $\Gamma$  que resuelven las ecuaciones lineales matriciales.*

$$\begin{aligned}\Pi S &= A\Pi + B\Gamma + P \\ 0 &= C\Pi + Q\end{aligned}\tag{2.8}$$

*Mas aún, la ley de control que garantiza que (SsL) y (RsL) se cumplan está dada por*

$$u(t) = Kx(t) + Lw(t)\tag{2.9}$$

*donde  $K$  es una matriz constante tal que  $(A + BK)$  tiene todos sus valores propios en el semiplano izquierdo y  $L = (\Gamma - K\Pi)$ .*

**Regulación por retroalimentación del error. (PRRE)**

El problema de regulación de la salida por retroalimentación del error es de mayor utilidad, desde el punto de vista de control de procesos puesto que, en muchas aplicaciones solo se puede medir la salida del sistema. En esta sección, igual que en la anterior, se establecen las condiciones bajo las cuales se puede resolver este problema.

Dadas  $[A, B, C, P, Q, S]$  encontrar, si es posible tres matrices  $F, G$  y  $H$  tales que

**S<sub>eL</sub>)** La matriz

$$\begin{bmatrix} A & BH \\ GC & F \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

tenga todos sus valores propios en  $C^-$

**R<sub>eL</sub>)** Para cada  $(x^0, w^0)$ , la solución  $(x(t), \xi(t), w(t))$  de

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + BH\xi + P\omega \\ \dot{\xi} &= GCx + F + GQw \\ \dot{w} &= Sw \end{aligned}$$

satisfaciendo  $(x(0), \xi(0), w(0)) = (x^0, \xi^0, w^0)$  es tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Cx(t) + Qu(t)) = 0 \quad (2.11)$$

De igual forma que para el PRRS, las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de una solución del PRRE están dadas en el siguiente resultado cuya demostración también se encuentra en [Knobloch 93].

**Teorema 2.2** *Supóngase que (H1) y (H2) se satisfacen junto con la hipótesis siguiente*

**H3)** *El par*

$$\left( [C \ Q], \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} \right)$$

*es detectable.*

Entonces el problema de regulación de la salida por retroalimentación del error tiene solución si y solo si existen matrices  $\Pi$  y  $\Gamma$  que resuelvan las ecuaciones lineales matriciales (2.8). La estructura del controlador que resuelve el problema está dada por

$$\begin{aligned}\xi(t) &= F\xi(t) + GC(t) \\ u(t) &= H\xi(t)\end{aligned}\tag{2.12}$$

donde

$$\begin{aligned}\xi &= \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix}, \quad H = [K \ L], \quad L = \Gamma - K\Pi \\ F &= \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} [K \ L] - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} [C \ Q]\end{aligned}$$

siendo  $K$  y  $G$  matrices que aseguran que las matrices

$$(A + BK) \quad \text{y} \quad \left( \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} [C \ Q] \right)$$

tengan todos sus valores propios en el semiplano izquierdo.

### 2.2.2 Problema del regulador no lineal

Considérese un sistema no lineal multivariable

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u + p(x)w \\ \dot{w} &= S(w) \\ e &= h(x) + g(w)\end{aligned}\tag{2.13}$$

La primera ecuación describe a la planta, con estado  $x$  y entrada  $u$ , definidas en las vecindades  $x \in X \subset \mathcal{R}^n$  y  $u \in U \subset \mathcal{R}^m$  respectivamente, sujeta al efecto de una perturbación representada por el campo vectorial  $p(x)w$ . La segunda ecuación describe el sistema autónomo denominado exosistema definido en una vecindad  $w$  del origen  $\mathcal{R}^s$  que modela la clase de señales de referencia y de perturbaciones; la tercera ecuación define el error  $e \in \mathcal{R}^p$  entre la salida de la planta  $h(x)$  y una señal de referencia  $q(w)$ . Los campos vectoriales  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $p(x)$  son  $\mathcal{C}^\infty$  en una vecindad  $X$  del origen  $\mathcal{R}^n$ , y  $s(w)$  también es un campo vectorial suave en  $w$ .

Los mapeos  $h(x)$  y  $g(x)$  también son suaves sobre  $X$  y  $W$ . Se supone también que  $f(0) = 0$ ,  $s(0) = 0$ ,  $h(0) = 0$ , y  $g(0) = 0$ , así que para  $u = 0$ , el sistema (2.13) tiene un estado de equilibrio  $(x, w) = (0, 0)$  que a su vez produce un error igual a cero.

La acción de control para el sistema (2.13) puede generarse por medio de una retroalimentación del error o por medio de una retroalimentación del estado. La acción de control por retroalimentación del estado está dada por

$$u = \alpha(x, w) \quad (2.14)$$

donde  $\alpha(x, w)$  es un mapeo  $C^k$  (para  $k \geq 2$ ) definido sobre  $X \times W$ . Con este control se obtiene el sistema en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\alpha(x, w) + p(x)w \\ \dot{w} &= s(w) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Por consecuencia, se supone que  $\alpha(0, 0) = 0$  de tal manera que se preserva el origen  $(x, w) = (0, 0)$  como equilibrio del sistema en lazo cerrado. Un controlador por retroalimentación del error tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \eta(z, e) \\ u &= \theta(z) \end{aligned} \quad (2.16)$$

esto es, es un sistema dinámico con estado  $z$ , definido en una vecindad  $Z$  del origen de  $R^v$  y los mapeos  $\theta(z)$  y  $\eta(z, e)$  son de clase  $C^k$  (para  $k \geq 2$ ). La composición de (2.13) con (2.16) conduce al sistema en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)(z) + p(x) \\ \dot{z} &= (z, h(x) + q(x)) \\ \dot{w} &= s(w) \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde de nuevo, se supone que  $\eta(0, 0) = 0$  y  $\theta(0)$ , de tal manera que la tripleta  $(x, z, w) = (0, 0, 0)$  es un equilibrio del sistema en lazo cerrado. Mediante el compensador (2.16) se tiene la ventaja de que solo es necesario la medición del vector de errores, y no de todo el vector de estado, como ocurre con (2.14). Sin embargo, la solución es más complicada debido a que el número de ecuaciones diferenciales parciales a resolver se incrementa en la dimensión del estado del compensador (2.16) ([Isidori 90]). El objetivo de control en el regulador no lineal consiste en alcanzar la estabilidad asintótica local del sistema en lazo cerrado y la regulación de la salida de la planta.

En la figuras 2.4 y 2.3 se muestran los diagramas esquemáticos de los sistemas en lazo cerrado resultantes al utilizar la ley de control (2.14) y (2.16).

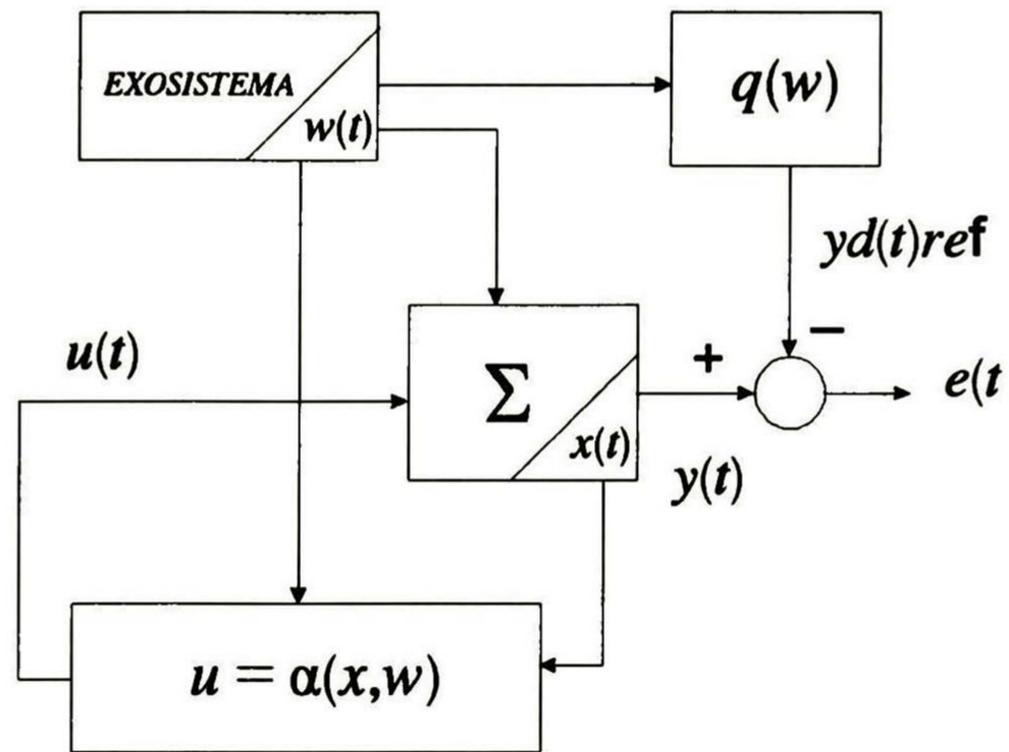


Figura 2.3: Regulador no lineal con retroalimentación del estado.

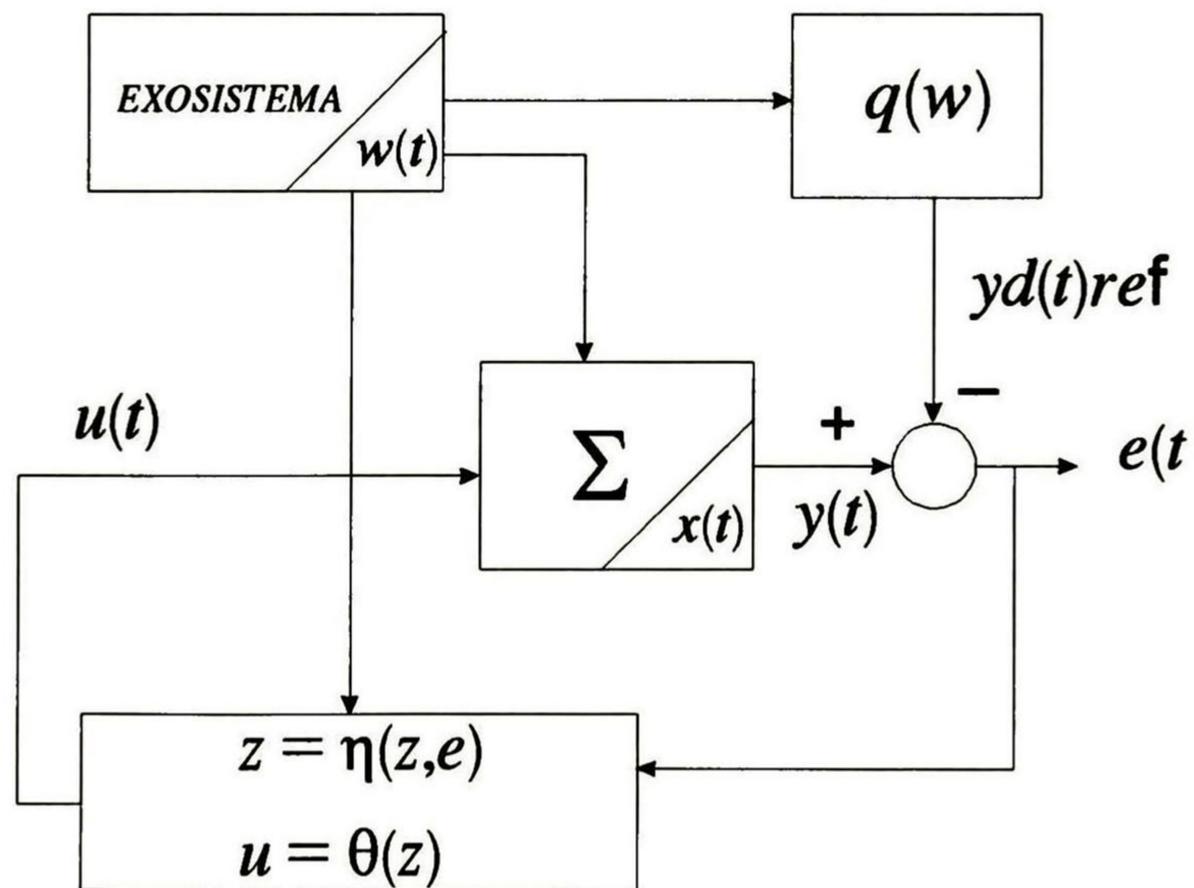


Figura 2.4: Regulador no lineal con retroalimentación del error.

**Problema del regulador no lineal por retroalimentación del estado.(PRRS-NL)**

En esta parte se dan las condiciones bajo las cuales el problema de regulación no lineal por retroalimentación del estado tiene solución.

Encontrar, si es posible, un control  $\alpha(x, w)$  tal que:

**S<sub>SNL</sub>)** El equilibrio  $x = 0$  de

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x, 0)$$

sea exponencialmente estable.

**R<sub>SNL</sub>)** Exista una vecindad  $U \subset X \times W$  del origen  $(0, 0)$  tal que, para cualquier condición inicial  $(x(0), w(0)) \in U$ , la solución del sistema en lazo cerrado (2.15) satisfaga

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(x(t)) + q(w(t)) = 0$$

**H1<sub>NL</sub>)** El par  $f(x), q(x)$  tiene una aproximación lineal estabilizable en  $x = 0$ .

**H2<sub>NL</sub>)** El equilibrio  $w = 0$  es estable según Lyapunov, es decir, la matriz

$$S = \frac{\partial S(w)}{\partial w} \Big|_{w=0}$$

tiene todos sus valores propios sobre el eje imaginario del plano complejo.

Las condiciones suficientes para la existencia de una solución para el PRRS-NL están dadas por el siguiente teorema cuya demostración se encuentra en ([Isidori 90]).

**Teorema 2.3 (Isidori 90)** *Supóngase que (H1<sub>NL</sub>) y (H2<sub>NL</sub>) se satisfacen, entonces, el PRRS-NL tiene solución si existen mapeos  $C^k (k \geq 2)$ ;  $x = \pi(w)$  y  $u = C(w)$ , con  $\pi(0) = 0$  y  $C(0) = 0$ , definidos en una vecindad  $W^0 \subset W$  de 0, que satisfacen las siguientes condiciones.*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial w} s(w) &= f(\pi(w)) + g(\pi(w))c(w) + P(\pi(w))w \\ 0 &= h(\pi(w)) + q(w) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Mas aún, la ley de control que garantizan (S<sub>SNL</sub>) y (R<sub>SNL</sub>) está dada por

$$u = \alpha(x, w) = c(w) + k(x - \pi(w))$$

donde  $k$  es la matriz que estabiliza la aproximación lineal del sistema

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

**Problema del regulador no lineal por retroalimentación del error. (PRRE-NL)**

En esta parte, al igual que en la anterior, se dan las condiciones bajo las cuales se puede resolver el problema del regulador no lineal por retroalimentación del error.

Encontrar, si es posible, dos mapeos  $\theta(z)$  y  $\eta(z, e)$ , tales que:

**S<sub>eNL</sub>**) El equilibrio  $(x, z) = (0, 0)$  de

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)\theta(z) \\ \dot{z} &= \eta(z, h(x))\end{aligned}$$

sea exponencialmente estable.

**R<sub>eNL</sub>**) Exista una vecindad  $U \subset X \times Z \times W$  del origen  $(0, 0, 0)$  tal que, para cualquier condición inicial  $(x(0), z(0), w(0)) \in U$ , la solución del sistema en lazo cerrado (2.17) satisfaga

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(x(t)) + q(w(t)) = 0$$

**H3<sub>NL</sub>**) El par

$$\begin{pmatrix} f(x) + g(x)w \\ s(w) \end{pmatrix}, (h(x) + g(w))$$

tiene una aproximación lineal detectable en  $(x, w) = (0, 0)$ .

Las condiciones suficientes para la existencia de una solución del PRRE-NL están dadas en el siguiente teorema cuya demostración también se encuentra en ([Isidori 90]).

**Teorema 2.4 (Isidori 90)** *Supóngase que  $(H1_{NL})$ ,  $(H2_{NL})$  y  $(H3_{NL})$  se satisfacen, entonces el PRRE-NL tiene solución si y solo si existen mapeos  $C^k$  ( $k \geq 2$ ),  $x = \pi(w)$  y  $u = c(w)$ , con  $\pi(0) = 0$  y  $C(0) = 0$ , definidos en una vecindad  $W^0 \subset W$  de 0, que resuelven el sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales (2.18) y el controlador que garantiza que  $(S_{eNL})$  y  $(R_{eNL})$  se satisfacen está dado por*

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \eta(z, e) \\ u &= \theta(z)\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \text{col}(z_1, z_2), \eta(z, e) = \text{col}(\eta_1(z_1, z_2, e), (z_1, z_2, e)) \\ \theta(z) &= C(z_2) + k(z_1 - \pi(z_2))\end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned}\eta_1(z_1, z_2, e) &= f(z_1) + p(z_1)z_2 + g(z_1)(C(z_2) + kz_1 - k\pi(z_2)) \\ &\quad - G_0(h(z_1) - q(z_2) - e); \\ \eta_2(z_1, z_2, e) &= S(z_2) - G_1(h(z_1) - q(z_2) - e);\end{aligned}$$

definiéndose a  $k$ , como la matriz de ganancias de retroalimentación que garantiza estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado, y a  $G = [G_0]$  como la matriz que garantiza que la aproximación lineal de

$$\begin{pmatrix} f(x) + g(x)w \\ s(w) \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} (h(x) + g(w))$$

tiene valores propios en el semiplano izquierdo.

Se ha probado que la solución al problema del regulador no lineal es una propiedad de la dinámica cero del sistema no lineal  $f(x) + g(x)u$ ,  $y = h(x)$  ([Isidori 90]), puesto que si el sistema cumple con las hipótesis planteadas y su dinámica cero se encuentra bien definida en una vecindad  $U \subset X \times W$  de 0, donde  $X$  y  $W$  representan el espacio de estado de la planta y del exósistema respectivamente, entonces el problema del regulador con retroalimentación de estado y de error es soluble, si la dinámica cero del sistema posee un equilibrio en  $x = 0$ .

### 2.2.3 Problema del regulador no lineal para una clase de sistemas con retardo en la entrada.

Considérese un sistema no lineal descrito por las ecuaciones diferenciales:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t - \tau), w(t)) \quad (2.19)$$

$$\dot{w}(t) = s(w(t)) \quad (2.20)$$

$$e(t) = h(x(t)) - r(w(t)) \quad (2.21)$$

Para este sistema, se puede definir, análogamente al PRRS, un problema similar de la siguiente manera:

El Problema de Regulación por retroalimentación del estado para Sistemas con Retardo consiste en encontrar, si es posible, un controlador  $\alpha(x(t), w(t))$  tal que las siguientes condiciones se satisfacen.

**ER) Estabilidad.** El punto de equilibrio  $x = 0$  de

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \alpha(x(t - \tau), 0), 0)$$

es exponencialmente estable.

**RR) Regulación de salida.** Existe una vecindad de  $(x, w) = (0, 0)$ , tal que la solución del sistema en lazo cerrado

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \alpha(x(t - \tau), w(t - \tau)), w(t)) \quad (2.22)$$

$$\dot{w}(t) = s(w(t)) \quad (2.23)$$

satisface

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [h(x(t)) - r(w(t))] = 0$$

adicional a  $H1_{NL}$ , establecemos la siguiente suposición, la cual es la contraparte de  $H1_{NL}$  para el sistema (2.19):

**H3<sub>NL</sub>)** Existe una función suave  $u(t) = k(x(t))$ ,  $k(0) = 0$  tal que el punto de equilibrio  $x = 0$  de la aproximación lineal de

$$\dot{x}(t) = f(x(t), k(x(t - \tau)), 0)$$

es asintóticamente estable.

**Comentario 2.5** *La suposición anterior establece que existe un controlador  $u(t) = K_0x(t) + k_2(x(t))$  tal que el punto  $x = 0$  del sistema  $\dot{x}(t) = Ax(t) + BK_0x(t - \tau)$ , donde  $A$  y  $B$  son matrices asociadas con la aproximación lineal del sistema (2.19), es asintóticamente estable. Algunos resultados de las condiciones de estabilidad para este sistema se presentan en [Lee et al 94a] y [Lee et al 94b].*

En el caso particular de referencia y señales de perturbación constantes, por ejemplo,  $\dot{w} = 0$ , se puede probar el siguiente resultado

**Proposition 2.6** *Considérese el sistema:*

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t - \tau), w(t)) \quad (2.24)$$

$$\dot{w}(t) = 0 \quad (2.25)$$

$$e(t) = h(x(t)) - r(w(t)) \quad (2.26)$$

*Entonces, el PRRER tiene solución si y solo si PRRE para el sistema sin retardos*

$$x(t) = f(x(t), u(t), w(t)) \quad (2.27)$$

$$e(t) = h(x(t)) - r(w(t)) \quad (2.28)$$

*tiene solución.*

Prueba. La solución para PRRER para el sistema (2.19)-(2.21) es equivalente a encontrar mapeos  $x_{ss} = \pi(w)$  y  $u_{ss} = \gamma(w)$  tal que las ecuaciones

$$0 = f(\pi(w(t)), \gamma(w(t - \tau)), w(t)) \quad (2.29)$$

$$0 = h(x(t)) - r(w(t)) \quad (2.30)$$

se satisfagan. Ahora, como  $\dot{w}(t) = 0$ , se tiene que  $w(t - \tau) = w(t)$  la cual implica que  $u(t - \tau) = \gamma(w(t))$  y las ecuaciones (2.29)-(2.30) son

$$0 = f(\pi(w(t)), \gamma(w(t)), w(t)) \quad (2.31)$$

$$0 = h(x(t)) - r(w(t)) \quad (2.32)$$

implica que la solución del PRRE para el sistema

$$x(t) = f(x(t), x(t), u(t), w)$$

$$y(t) = h(x(t))$$

esto es, el sistema con retardo cero.

## 2.3 Conclusiones

En este capítulo se presentan algunos resultados básicos de la teoría de regulación para sistemas lineales y no lineales. Se presentan también las condiciones que aseguran la existencia del regulador no lineal para una clase de sistemas no lineales con retardo. Dichas condiciones se derivan de los resultados para el regulador no lineal.

# Capítulo 3

## Descripción del sistema

En este capítulo se describe el sistema físico bajo estudio y se obtiene el modelo matemático del mismo.

La organización del capítulo es la siguiente. En la sección 3.1 se describe el sistema térmico con retardo, mencionando las características de los elementos que lo componen. En la sección 3.2 se obtiene el modelo matemático del sistema, mientras que en la sección 3.3 se presenta la identificación de los parámetros del modelo, basados en datos experimentales del sistema real. Finalmente en la sección 3.4 se discuten algunas conclusiones sobre este capítulo.

### 3.1 Componentes del sistema

El diagrama esquemático del sistema bajo estudio se muestra en la figura 3.1. Básicamente, el sistema térmico consiste de un tubo de longitud  $L$ , con un elemento térmico en uno de sus extremos y un sensor de temperatura en el extremo opuesto. La potencia del elemento térmico es controlada por medio de un dispositivo electrónico, y el calor se propaga a través del tubo por el flujo de aire inyectado por el compresor centrífugo y el sensor proporciona la temperatura de salida del aire.

#### 3.1.1 Suministro de aire

El flujo de aire, el cual es suministrado por el compresor centrífugo, está determinado por la sección transversal de la toma de aire y por la velocidad del aire a la entrada (figura 3.2).

Siendo la sección transversal del tubo igual a:

$$A = \pi r^2, \tag{3.1}$$

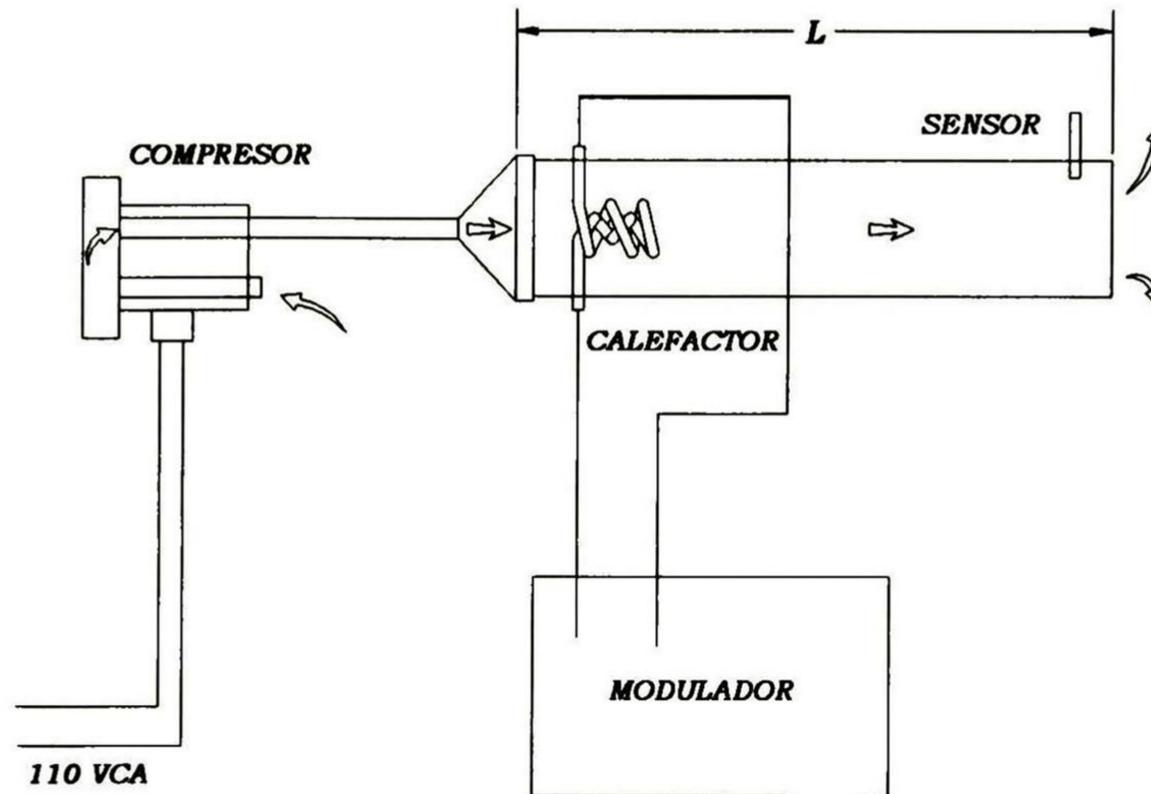


Figura 3.1: Diagrama esquemático del sistema térmico.

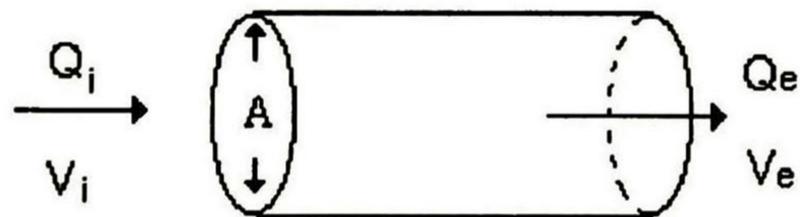


Figura 3.2: Sección transversal del tubo

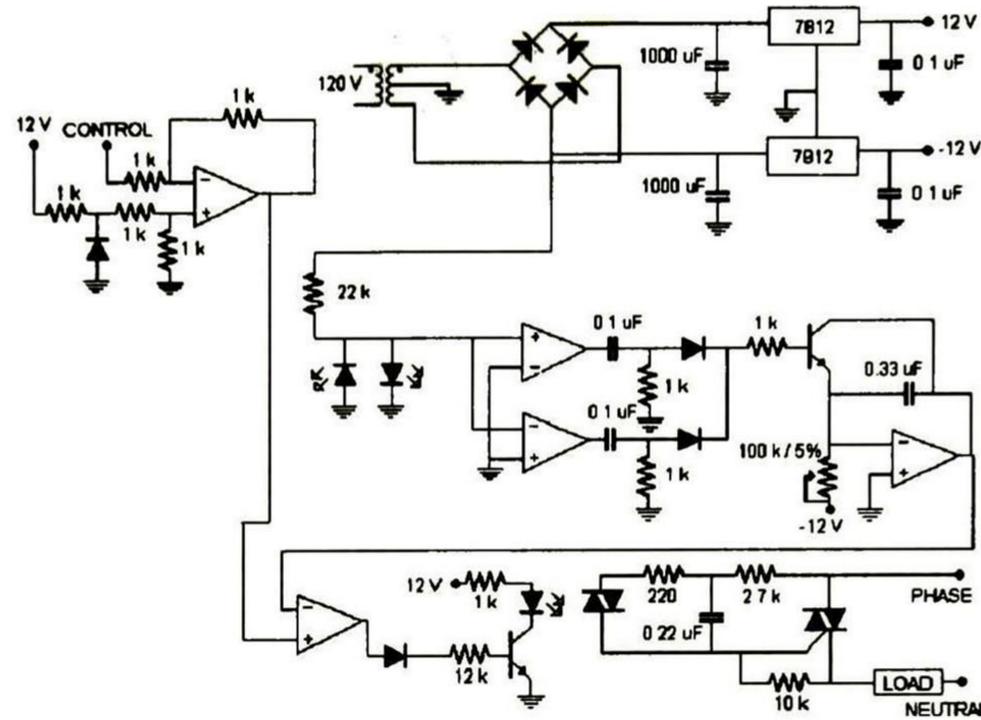


Figura 3.3: Circuito de alimentación de potencia, basado en un TRIAC.

entonces el flujo de aire a la entrada  $Q_i$  está dado por

$$Q_i = AV_i = \pi r^2 V_i. \tag{3.2}$$

donde  $V_i$  es la velocidad del aire a la entrada.

Análogamente, el flujo volumétrico de suministro  $Q_e$  depende de la sección transversal  $A$  del ducto y de la velocidad lineal de entrada del aire  $V_e$ , o sea,

$$Q_e = AV_e. \tag{3.3}$$

Dado que para la compresor centrífugo, el flujo de entrada es igual al de salida, entonces  $Q_e = Q_i$ , por lo que

$$V_i = V_e \quad \text{y} \quad Q_i = Q_e. \tag{3.4}$$

### 3.1.2 Suministro de potencia

El suministro de potencia está basado en un TRIAC que proporciona potencia hacia el calefactor. El circuito de control del disparo del TRIAC se muestra en la figura 3.3.

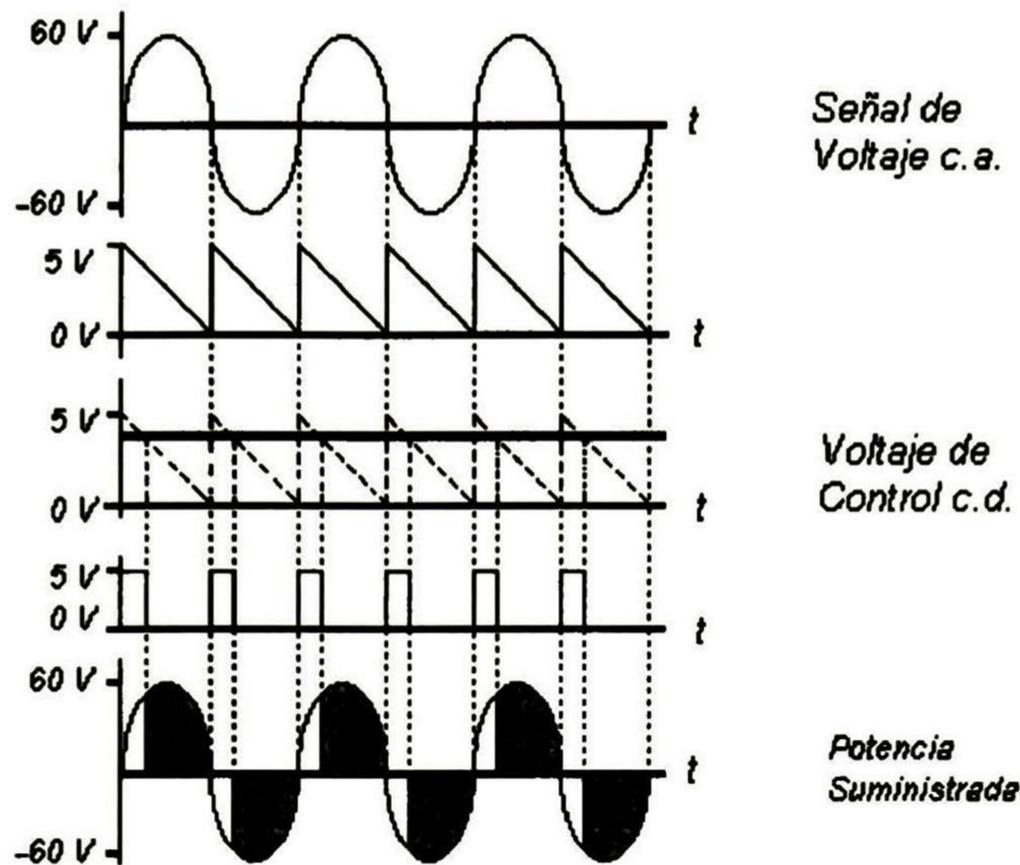


Figura 3.4: Potencia suministrada a la resistencia por el circuito de la figura 3.3.

Como lo muestra la figura 3.5, el circuito de control de disparo determina la distancia angular  $\varphi$  (con respecto al cruce por cero) a la cual el TRIAC conducirá a cada semiciclo de la línea. Este ángulo de disparo  $\varphi$  está determinado por el voltaje de control  $V_\varphi$  de la siguiente manera:

$$\varphi = -K_\varphi V_\varphi + \pi.$$

Dependiendo del ángulo de disparo ( $\varphi$ ) se tendrá una potencia instantánea  $P(t)$ , como se muestra en la figura 3.5.

A partir de la figura 3.5, puede verse que:

$$\begin{aligned} P(t) &= 0 && ; 0 \leq 2\pi f_o t < \varphi \\ &= \frac{V_o^2}{R} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t\right) && ; \varphi < 2\pi f_o t < \pi \end{aligned}$$

La potencia media  $P_m(t)$  suministrada es

$$P_m(\varphi) = \frac{\int_0^T \frac{V_o^2}{R} \sin^2\left(\frac{\pi}{T} t\right) dt}{\int_0^T dt}$$

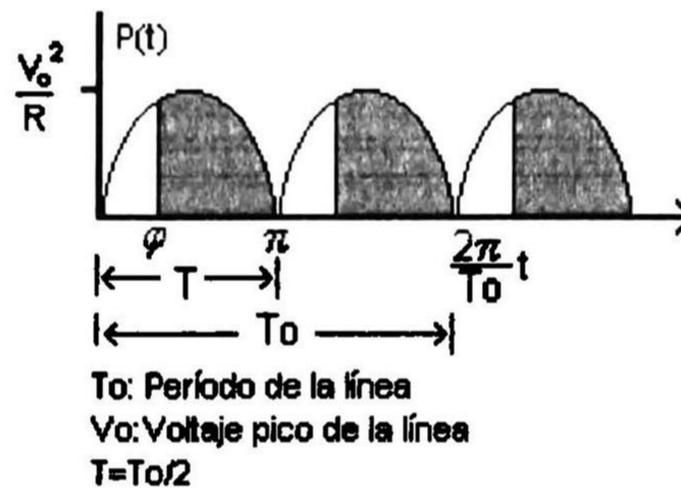


Figura 3.5: Potencia instantánea en el calefactor.

Finalmente se obtiene:

$$P_m(\varphi) = K_p f(\varphi)$$

donde:

$$K_p = \frac{V_o^2}{2\pi R}, \quad y \quad f(\varphi) = (\pi - \varphi) + \frac{1}{2} \sin 2\varphi.$$

### 3.1.3 Ubicación del sensor

Debido a que la temperatura del aire es medida a una distancia "L" del calefactor, los cambios de temperatura realizados por el calefactor son registrados con un cierto retardo  $\lambda$ , función de la distancia L y de la velocidad de salida del aire  $V_o$ . Entonces la temperatura de salida está dada por la temperatura al extremo inicial del tubo retardada  $\lambda$  veces

$$T(t) = T_o(t - \lambda) \tag{3.5}$$

donde:

- $T_o$  temperatura inicial
- $\lambda$  retardo en seg.
- $t$  instante de medición.

## 3.2 Modelo Matemático

### 3.2.1 Modelo del proceso

Para el modelo del sistema se tomó en cuenta la dinámica del calefactor. Esto quiere decir que la dinámica que se considera para obtener el modelo es la dinámica del calefactor ya que lo que se quiere controlar es la temperatura del aire.

#### Calefactor

Sea el calefactor mostrado en la figura 3.1. De la ley de la conservación de la masa, el cambio de masa dentro del sistema es la diferencia entre el flujo de entrada y el flujo de salida

$$W_i - W_o = \frac{d}{dt}m. \quad (3.6)$$

De la ley de la conservación de la energía, la diferencia de energía total de salida (cinética y potencial) y la energía total de entrada (cinética y potencial) más el calor suministrado menos el trabajo realizado es igual al cambio de energía total en el sistema, es decir, al cambio de la energía interna, cinética y potencial del sistema.

- La energía total de entrada es  $W_i (U_i + K_i + \phi_i)$
- La energía total de salida es  $W_o (U_o + K_o + \phi_o)$
- El calor suministrado al sistema por conducción, radiación y reacción es  $Q_G + Q$ .
- El trabajo realizado en el sistema es  $(W + F_o p_o - F_i p_i) \frac{1}{J}$ .
- La velocidad de cambio en la energía total en el sistema es  $\frac{d}{dt} [m (U + K + \phi)]$ .

donde:

$W$	flujo másico	$[\text{kg s}^{-1}]$
$U$	energía interna	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2}]$
$K$	energía cinética	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2}]$
$\phi$	energía potencial	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2}]$
$Q$	calor por conducción o radiación	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}] = [\text{J s}^{-1}]$
$Q_G$	calor por reacción	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}] = [\text{J s}^{-1}]$
$F$	flujo volumétrico o caudal	$[\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$
$p$	presión	$[\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}] = [\text{Pa}]$
$H$	entalpía	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2}] = [\text{J kg}^{-1}]$
$c_v$	calor específico a volumen cte.	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}] = [\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
$c_p$	calor específico a presión cte.	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}] = [\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
$J$	factor de conversión de energía	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}] = [\text{J}]$
$R$	cte. de los gases ideales	$[\text{m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}] = [\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$ .

Tomando en cuenta las características del modelo se hicieron las siguientes suposiciones:

1. Las alturas son cero, es decir, la energía potencial del sistema  $\phi = 0$ ,
2. No hay reacción, es decir, no hay intercambio de calor entre el sistema y sus alrededores, lo que resulta  $Q_G = 0$ .
3. No hay trabajo realizado. Se considera que el sistema es adiabático, es decir, que si un sistema es forzado a cambiar de un estado inicial a un estado final, siendo el proceso adiabático, el trabajo realizado es el mismo para todo el sistema,  $W = 0$ .

Bajo estas suposiciones, la ley de la conservación de la energía es descrita por la siguiente ecuación:

$$W_i (U_i + K_i) - W_o (U_o + K_o) + Q - (F_o p_o - F_i p_i) \frac{1}{J} = \frac{d}{dt} [m (U + K)]. \quad (3.7)$$

La ecuación (3.7) puede reescribirse como:

$$W_i \left( U_i + \frac{F_i p_i}{J W_i} \right) + W_i K_i - W_o \left( U_o + \frac{F_o p_o}{J W_o} \right) - W_o K_o + Q = \frac{d}{dt} [m (U + K)].$$

Definiendo la entalpía como:

$$H = U + \frac{Fp}{JW},$$

se obtiene:

$$W_i(H_i + K_i) - W_o(H_o + K_o) + Q = \frac{d}{dt} [m(U + K)] \quad (3.8)$$

donde  $H_i$  es la entalpía de entrada y  $H_o$  es la entalpía de salida.

Ahora bien, especificando la energía interna  $U$ , la energía cinética  $K$ , y la entalpía  $H$  como

$$U = c_v T; \quad K = \frac{1}{2} v^2(T); \quad H = c_p T, \quad (3.9)$$

donde  $T$  es la temperatura en Kelvin  $[K]$ ,  $c_v$  y  $c_p$  son los calores específicos a volumen constante y presión constante, respectivamente, y  $v(T)$  es la velocidad de las moléculas del gas.

Usando lo anterior, y la ecuación (3.6), la parte derecha de la ecuación (3.8) puede ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [m(U + K)] &= \frac{d}{dt} \left[ m \left( c_v T + \frac{1}{2} v^2(T) \right) \right] \\ &= \left( c_v T + \frac{1}{2} v^2(T) \right) \frac{d}{dt} m + m c_v \frac{d}{dt} T + m v \frac{\partial v}{\partial T} \frac{d}{dt} T \\ &= \left( c_v T + \frac{1}{2} v^2(T) \right) (W_i - W_o) + m \left( c_v + v \frac{\partial v}{\partial T} \right) \frac{d}{dt} T \end{aligned}$$

Finalmente, igualando con la ecuación (3.8) se obtiene

$$\begin{aligned} W_i \left( c_p T_i + \frac{v_i^2}{2} \right) - W_o \left( c_p T_o + \frac{v_o^2}{2} \right) + Q \\ = \left( c_v T_o + \frac{v_o^2}{2} \right) (W_i - W_o) + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \frac{dT_o}{dt}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Agregando el término  $W_o \frac{1}{2} v_o^2$  a ambos lados de la ecuación (3.10) y agrupando se llega a:

$$W_i \left( c_p T_i + \frac{v_i^2 - v_o^2}{2} \right) + Q = c_v T_o W_i + W_o c_p T_o - W_o c_v T_o + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o. \quad (3.11)$$

La constante general de los gases ideales se define como:

$$R := c_p - c_v \quad (3.12)$$

por lo que:

$$c_v T_o W_i = (c_p - R) T_o W_i. \quad \text{y} \quad c_p T_o W_o - c_v T_o W_o = R T_o W_o.$$

al sustituir esta expresión en la ecuación (3.11) se obtiene

$$\begin{aligned} W_i \left( c_p (T_i - T_o) + \frac{v_i^2 - v_o^2}{2} \right) + Q &= -R T_o W_i + R T_o W_o + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o \\ &= R T_o (W_o - W_i) + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o \\ &= -\dot{m} R T_o + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o. \end{aligned}$$

Por otro lado, se sabe que la velocidad depende de la temperatura, lo cual nos lleva a la ecuación del gas ideal

$$pV = mRT. \quad (3.13)$$

De la definición de la densidad

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (3.14)$$

y considerando un volumen constante, tenemos que la velocidad de cambio de masa del sistema está dada por

$$\frac{d}{dt} m = \frac{d}{dt} (V\rho) = V \frac{d}{dt} \rho = \frac{m}{\rho} \frac{d}{dt} \rho. \quad (3.15)$$

Considerando la presión como constante, de (3.13), tenemos que

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d(\rho RT)}{dt} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{dp}{dt} = \left( \rho \frac{d}{dt} T + T \frac{d}{dt} \rho \right) R. \quad (3.17)$$

Como  $R$  es una constante diferente de cero, entonces

$$\rho \frac{d}{dt} T + T \frac{d}{dt} \rho = 0. \quad (3.18)$$

Substituyendo el término  $\frac{d}{dt} \rho$  de la ecuación (3.18) en la ecuación (3.15), se obtiene

$$\frac{d}{dt} m = \frac{m}{\rho} \left( -\frac{\rho}{T} \frac{d}{dt} T \right) = -\frac{m}{T} \frac{d}{dt} T.$$

la cual puede reescribirse como

$$\dot{m} = -\frac{\dot{T}}{T} m. \quad (3.19)$$

Retomando la ecuación principal

$$W_i \left( c_p (T_i - T_o) + \frac{v_i^2 - v_o^2}{2} \right) + Q = -\dot{m} R T_o + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o,$$

y substituyendo  $\dot{m}$  de la ecuación (3.19), y  $R$  de la ecuación (3.12), se llega a:

$$\begin{aligned} & W_i \left( c_p (T_i - T_o) + \frac{v_i^2 - v_o^2}{2} \right) + Q \\ &= - \left( -\frac{\dot{T}_o}{T_o} m \right) (c_p - c_v) T_o + m \left( c_v + v_o \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o. \end{aligned}$$

la cual puede ser simplificada como

$$W_i \left( c_p (T_i - T_o) + \frac{v_i^2 - v_o^2}{2} \right) + Q = m c_p \left( 1 + \frac{v_o}{c_p} \frac{\partial v_o}{\partial T_o} \right) \dot{T}_o. \quad (3.20)$$

En el análisis de la dinámica del calefactor, además de la ecuación del gas ideal (3.13), la definición de densidad (3.14), y la definición de la constante del gas ideal (3.12), se necesita la expresión de  $v_o$ , la velocidad de salida del aire del tubo, la cual se obtiene de la ecuación de Bernoulli como

$$p_o + \rho_o \frac{v_o^2}{2} = p_i + \rho_i \frac{v_i^2}{2} = cte. \quad (3.21)$$

Ahora si se considera la ecuación (3.13) de la forma

$$\frac{m}{pV} = \frac{1}{RT}$$

sustituyendo el término  $\frac{m}{V}$  y R de las ecuaciones (3.14) y (3.12) respectivamente, se obtiene

$$\frac{\rho}{p} = \frac{1}{(c_p - c_v) T}. \quad (3.22)$$

Reescribiendo (3.21) en la forma

$$p_o \left( 1 + \frac{\rho_o v_o^2}{p_o} \right) = p_i + \rho_i \frac{v_i^2}{2}$$

y sustituyendo el término  $\frac{\rho_o}{p_o}$  de la ecuación (3.22), se obtiene

$$p_o \left( 1 + \frac{1}{(c_p - c_v) T_o} \frac{v_o^2}{2} \right) = p_i + \rho_i \frac{v_i^2}{2}$$

la cual, se simplifica para obtener:

$$v_o^2 = 2 (c_p - c_v) \left( \frac{p_i}{p_o} + \frac{\rho_i v_i^2}{p_o} - 1 \right) T_o.$$

Definiendo a  $k_v$  como una constante no negativa e invariante en el tiempo, es decir

$$k_v^2 = 2 (c_p - c_v) \left( \frac{p_i}{p_o} + \frac{\rho_i v_i^2}{p_o} - 1 \right), \quad (3.23)$$

resulta que la velocidad de salida está dada por

$$v_o = k_v \sqrt{T_o}. \quad (3.24)$$

Otro término útil es la derivada parcial de  $v_o$  con respecto a  $T_o$ , esto es

$$\frac{\partial v_o}{\partial T_o} = k_v \frac{\partial}{\partial T_o} \sqrt{T_o} = k_v \frac{1}{2\sqrt{T_o}}. \quad (3.25)$$

Para describir la dinámica del aire dentro del tubo se analiza una sección del tubo  $ds$  a través del cual circula el aire a una velocidad  $v_i$  en un tiempo  $dt$ . Entonces el volumen dentro de esta sección es

$$dV = A ds,$$

siendo  $A$  el diametro de la sección del tubo.

Ahora retomando la definición del flujo de masa  $W$  y de 3.14, se tiene que

$$W = \frac{d}{dt} m = \frac{d}{dt} (V \rho) = \rho \frac{d}{dt} V = \rho A \frac{ds}{dt} = \rho A v \quad (3.26)$$

donde

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Por otro lado se hace una combinación de la ecuación del gas ideal (3.13) y de la definición de la constante de las gases (3.12), para obtener

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{pV}{(c_p - c_v) T} \quad (3.27)$$

y así, poder considerar la ecuación (3.27) para simplificar posteriormente.

Finalmente, queda reescribir la ecuación (3.20) como una ecuación diferencial no lineal con coeficientes constantes, la cual describirá la relación entrada/salida entre el calor suministrado  $Q$  y la temperatura de salida  $T_o$ . Substituyendo en la ecuación (3.20), las expresiones (3.24)-(3.27) se obtiene

$$\rho_i v_i A \left( c_p (T_i - T_o) + \frac{v_i^2}{2} - \frac{k_v^2 T_o}{2} \right) + Q = \frac{p_o V}{(c_p - c_v) T_o} c_p \left( 1 + \frac{k_v \sqrt{T_o}}{c_p} \frac{k_v}{2\sqrt{T_o}} \right) \dot{T}_o$$

la cual puede ser simplificada a la forma

$$-k_T T_o^2 + k_c T_o + Q T_o = k_m \dot{T}_o$$

donde  $k_T$ ,  $k_c$ ,  $k_m$  son coeficientes invariantes en el tiempo, especificados como

$$k_T = \rho_i v_i A \left( c_p + \frac{k_v^2}{2} \right),$$

$$k_c = \rho_i v_i A \left( c_p T_i + \frac{v_i^2}{2} \right),$$

$$k_m = \frac{p_o V}{c_p - c_v} \left( c_p + \frac{k_v^2}{2} \right)$$

### 3.3 Identificación de parámetros

Hasta este momento se ha obtenido el modelo que describe el comportamiento dinámico del proceso y se quiere obtener los parámetros de este modelo basándose en la respuesta del proceso real.

#### Procedimiento para la identificación de sistemas

La construcción de un modelo a partir de datos experimentales involucra tres etapas básicas:

1. Obtención de datos del proceso real, a partir de experimentos específicamente diseñados para la identificación. Se busca cuales señales se pueden medir o cuando medirlas. El objeto del diseño del experimento es seleccionar estas variables de modo que la información del proceso esté relacionado coherentemente con el comportamiento dinámico del proceso.
2. Selección de un modelo de entre una colección de estructuras obtenidas, posiblemente usando un conocimiento apriori del proceso.

### 3. Aplicación de un método de identificación.

Usualmente, después de haber establecido un modelo en particular, se efectúa una validación del modelo para verificar si el comportamiento dinámico es cercano al del proceso.

En el caso del proceso térmico, la ecuación del modelo seleccionado es la siguiente:

$$\dot{T}_o = -\frac{K_T}{K_m}T_o^2 + \frac{K_c}{K_m}T_o + \frac{Q}{K_m}T_o \quad (3.28)$$

donde

$$k_m = \frac{p_o V}{c_p - c_v} \left( c_p + \frac{k_v^2}{2} \right) \quad (3.29)$$

$$k_T = \rho_i v_i A \left( c_p + \frac{k_v^2}{2} \right) \quad (3.30)$$

$$k_c = \rho_i v_i A \left( c_p T_i + \frac{v_i^2}{2} \right) \quad (3.31)$$

Este modelo se puede expresar en términos paramétricos como

$$\dot{T}_o = -\theta_1 T_o^2 + \theta_2 T_o - \theta_3 T_o Q$$

donde

$$\theta_1 = \frac{K_T}{K_m}, \quad \theta_2 = \frac{K_c}{K_m}, \quad \theta_3 = \frac{1}{K_m},$$

son los parámetros asociados al modelo. Si además se considera que la señal de entrada es la potencia promedio, es decir,  $Q = u$  y  $\dot{x} = \dot{T}_o$ , entonces la ecuación (3.28) puede escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\theta_1 x^2 + \theta_2 x - \theta_3 x u \\ y &= x(t - \tau), \end{aligned} \quad (3.32)$$

que también puede escribirse en términos de un modelo entrada-salida como:

$$\dot{y}(t) = -\theta_1 y^2(t) + \theta_2 y(t) - \theta_3 y(t)u(t - \tau)$$

que será el modelo usado en el método de identificación.

El método de identificación usado fué el criterio de minimización por modelo de referencia [Sage 71]. Este criterio de minimización o función de costo se elige de tal manera que la "distancia" entre las salidas del proceso y las salidas del modelo sea mínima. De acuerdo con esto se tomó el siguiente criterio a minimizar:

$$J(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \{e_k^T(\theta) e_k(\theta)\}$$

donde

$$e_k(\theta) = [y_k(\theta) - y_k]$$

con  $y_k$  la salida del sistema, es decir la temperatura, y  $y_k(\theta)$  es la salida del modelo.  $N$  es el número de mediciones tomadas.

La función de costo en términos del modelo puede escribirse como

$$J(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \left\{ [-\theta_1 y^2(t) \Delta t + \theta_2 y(t) \Delta t - \theta_3 y(t) u(t - \tau) \Delta t + y(t - \Delta t) - y_r(t)]^2 \right\}$$

La derivada de  $y$  se obtiene por medio de la aproximación de Euler

$$\dot{y}(t) = \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$

Para la confirmación de los datos, se realizó un experimento usando una señal de entrada como la mostrada en la figura 3.6. La señal de entrada para la identificación consiste en la superposición de una señal de baja frecuencia y otra de una frecuencia diferente dada por secuencia binarias pseudoaleatorias (SBSA). Se utilizó este tipo de señales porque la entrada del sistema está limitada físicamente por el hardware del controlador, así que es más conveniente tener una entrada binaria.

Para la realización de la identificación con el método citado, se utilizó la función de Matlab, llamada *fmins* [Branch 90], la cual utiliza el método de búsqueda simplex de Nelder y Mead, éste es un método de búsqueda directa que no usa gradientes analíticos o numéricos. Esta función se utilizó en el programa **Identificación.m**, presentado en el Apéndice.

El proceso de identificación se iteró 175 veces obteniéndose los siguientes valores

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 11.6971 \times 10^{-6} \\ \theta_2 &= 3.5946 \times 10^{-3} \\ \theta_3 &= -725.2171 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

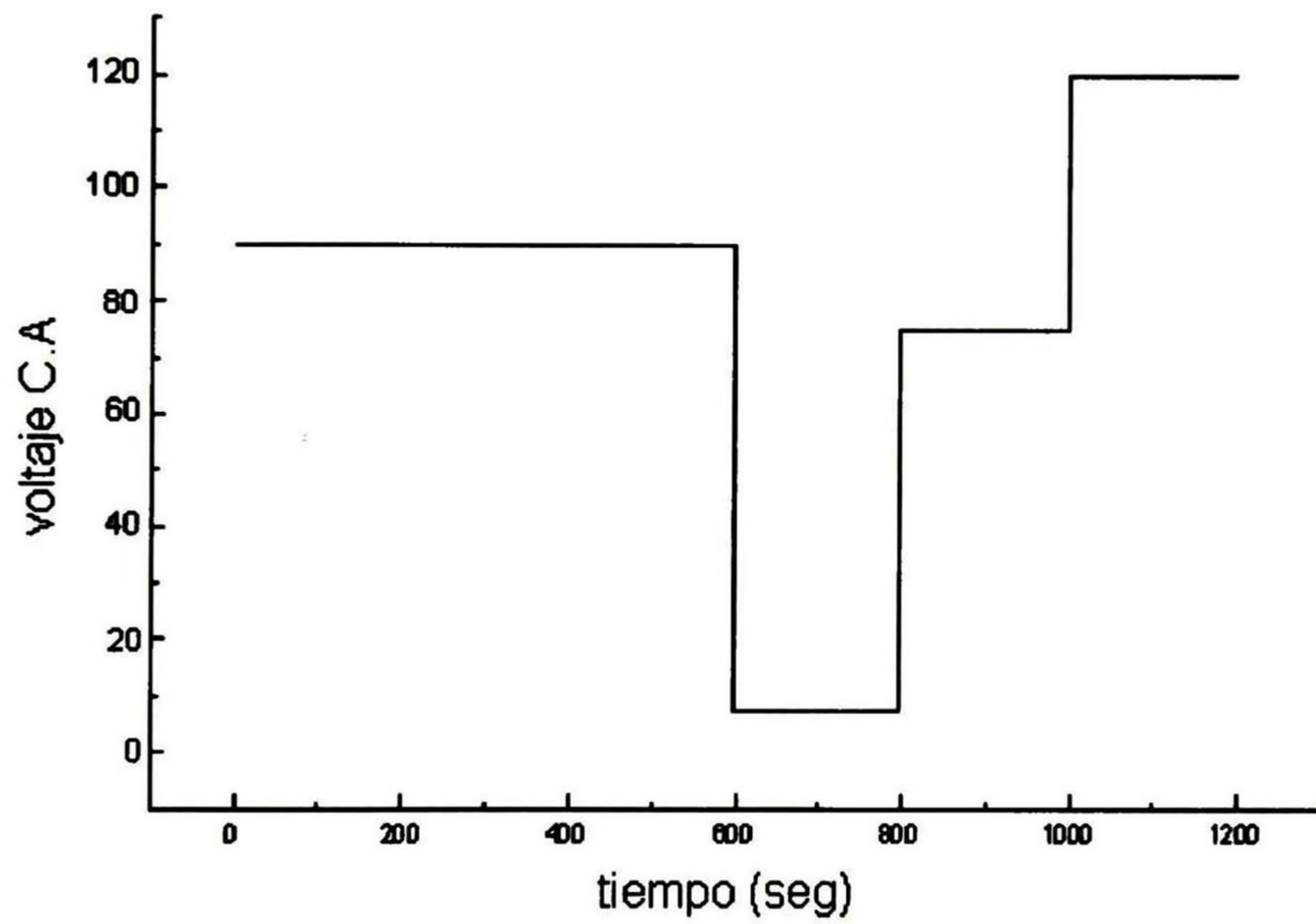


Figura 3.6: Señal de entrada para identificación

Para validar el modelo, se utilizó también la señal de entrada de la figura 3.6 y otras señales de entrada como en la figura 3.7.

Las respuestas del modelo y del sistema real con este tipo de entradas puede verse en la misma figura 3.7, donde puede observarse que el modelo responde satisfactoriamente a frecuencias bajas, mientras que si la señal de entrada es de muy alta frecuencia no responde muy bien el modelo.

### **3.4 Identificación del retardo**

Para la identificación del retardo se le aplicó al sistema real un escalón unitario, (figura 3.8). Gráficamente se obtuvo el tiempo que tarda el sistema en responder ( $\tau$ ). Este procedimiento se realizó 15 veces. El retardo obtenido fue el promedio de los 15 valores de  $\tau$ , el cual es:

$$\tau = 30 \text{ seg.}$$

### **3.5 Conclusiones**

En este capítulo se ha presentado la descripción del sistema térmico, y la obtención del modelo matemático correspondiente. A partir del modelo matemático, se realizó la identificación de los parámetros del modelo utilizando para ello datos obtenidos del sistema real.

Las diferencias entre la dinámica del modelo y el comportamiento del sistema real son atribuibles, entre otros factores, a errores de estimación e imprecisión en las mediciones.

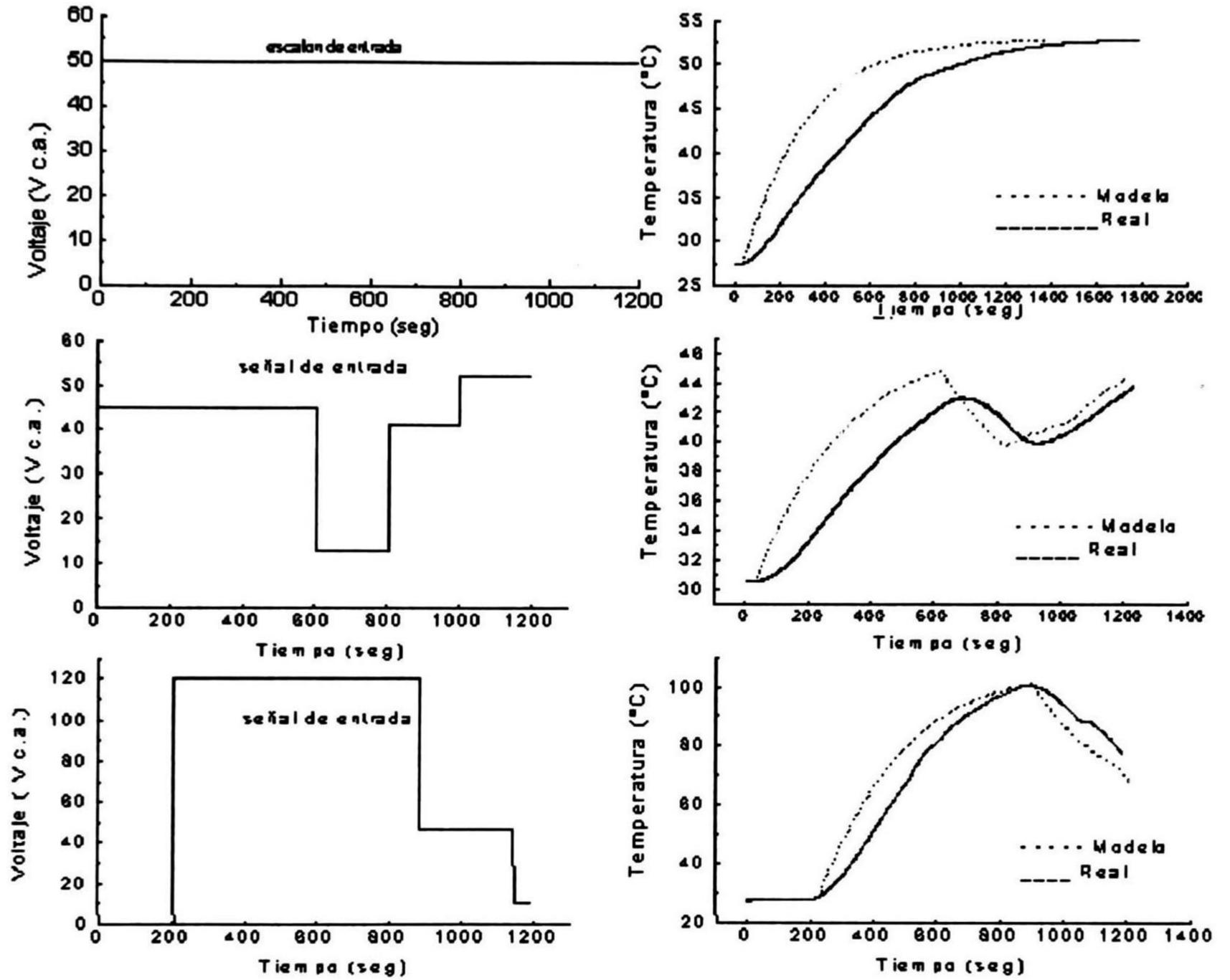


Figura 3.7: Respuestas de la simulación y tiempo real del sistema en lazo abierto ante las señales de entrada indicadas.

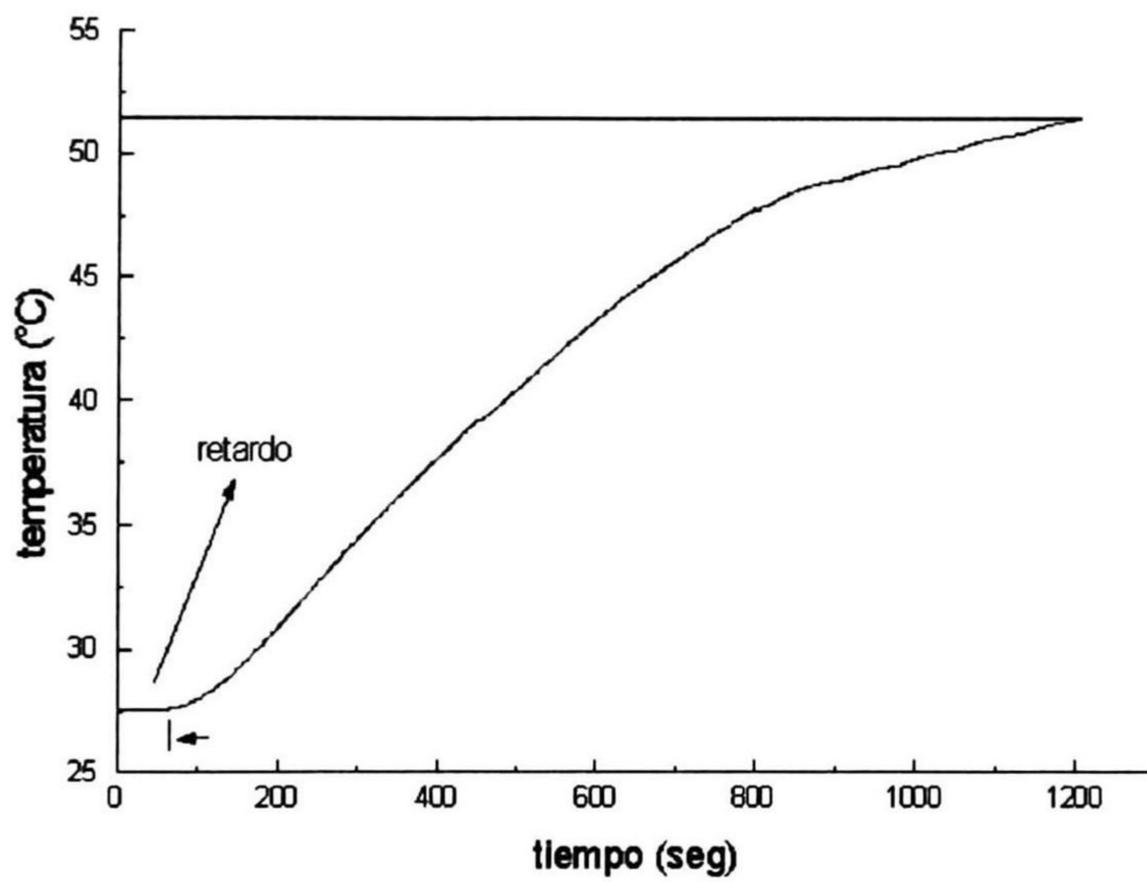


Figura 3.8: Respuesta del sistema real al escalón unitario, para identificación del retardo.



# Capítulo 4

## Algoritmo de control y aplicaciones

En este capítulo se presenta el diseño del regulador no lineal con retardo para el sistema térmico descrito en el capítulo 3, así como los resultados obtenidos de la aplicación de este regulador tanto en simulación como en tiempo real.

### 4.1 Diseño del regulador no lineal para sistemas con retardo en la entrada.

Retomando las ecuaciones (3.32) del capítulo 3, se tiene que

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -\theta_1 x^2(t) + \theta_2 x(t) - \theta_3 x(t)u(t) \\ y(t) &= x(t - \tau)\end{aligned}$$

donde

$$\theta_1 = 11.6971 \times 10^{-6}, \quad \theta_2 = 3.5946 \times 10^{-3}, \quad \theta_3 = -725.2171 \times 10^{-9}.$$

Considerando el cambio de variable  $\tilde{x}(t) = x(t - \tau)$  obtenemos el nuevo sistema

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= -\theta_1 \tilde{x}^2(t) + \theta_2 \tilde{x}(t) - \theta_3 \tilde{x}(t)u(t - \tau) \\ y(t) &= \tilde{x}(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

El sistema (4.1) cumple con las hipótesis del teorema 2.3, donde el equilibrio  $w = 0$  es estable (hipótesis (H1<sub>NL</sub>)) y además existe una retroalimentación  $u = -kx$  tal que la aproximación

lineal tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable en  $x = 0$  (hipótesis  $(H2_{NL})$ ). Para la segunda hipótesis se escogió  $k = 28.8$ , donde este valor se obtuvo de un LQR para la aproximación lineal.

Se sigue entonces que el problema de Regulación para una clase de sistemas no lineales con retardo en la entrada tiene solución si existen los mapeos  $x = \pi(w)$  y  $u = \gamma(w)$  que cumplen con las condiciones del teorema 2.3. Esto es equivalente a decir que el PRNLR tiene solución si y solo si el PRNL para el sistema sin retardos ( $\tau = 0$ ) tiene solución.

A continuación se mostrará como encontrar estos mapeos, y por consiguiente la ley de control que resuelve el problema para el sistema bajo estudio.

Primeramente, se supone que el sistema va a trabajar a un cierto punto de operación constante, por lo que se tiene que  $\dot{w}(t) = 0$  y entonces  $w(t - \tau) = w(t)$ , para toda  $\tau \in \mathcal{R}$ . (El hecho de trabajar a un punto de operación constante es un requerimiento común en los sistemas térmicos relacionados con procesos industriales). Lo anterior implica también que  $u(t - \tau) = \gamma(w(t))$ .

Ya que se desea regular a cierta temperatura, se tiene que el error de seguimiento a una señal de referencia constante está dado por

$$e = h(x) - q(w) = \tilde{x} - w$$

y por consiguiente

$$\tilde{x} = w = \pi(w) \tag{4.2}$$

Derivando (4.2) con respecto al tiempo, resulta

$$\dot{\pi} = \frac{\partial \pi}{\partial w} s(w) = 0,$$

de donde tenemos que

$$0 = -c_1 \pi^2 + c_2 \pi - c_3 \pi u_1$$

Resolviendo para  $u_1$ ,

$$u_1 = \frac{c_1 \pi^2 - c_2 \pi}{c_3 \pi} = \gamma(w).$$

Por lo tanto, la ley de control que resuelve el problema de regulación para este sistema está dada por

$$u = \gamma(w) + k(x - \pi), \tag{4.3}$$

#### 4.1. DISEÑO DEL REGULADOR NO LINEAL PARA SISTEMAS CON RETARDO EN LA ENTRA

ésto es,

$$u = \frac{c_1\pi^2 - c_2\pi}{c_3\pi} + k(\tilde{x} - \pi). \quad (4.4)$$

donde  $k$  es la retroalimentación que proporciona estabilidad asintótica al sistema.

Una vez que se ha obtenido la solución al problema de regulación, el siguiente paso es verificar el comportamiento del sistema, tanto en simulación como en tiempo real, cuando se le aplica esta ley de control.

En la figura 4.1 se muestra en línea punteada el comportamiento del sistema térmico al aplicar la ley de control (4.4) al modelo del sistema (4.1), para un periodo de muestreo de 0.45 seg, y una señal de referencia de  $60^\circ C$ . La condición inicial seleccionada fue de  $25^\circ C$ , que es aproximadamente la temperatura inicial que se tiene en el laboratorio para el sistema real.

En la misma figura se muestran en línea continua los resultados obtenidos para el sistema físico en tiempo real bajo las mismas condiciones de operación (Véase el programa `rnlr.cpp` en el **Apéndice**). Las leyes de control resultantes para ambos casos (simulación y tiempo real) se presentan en la figura (4.2).

Como puede observarse, los resultados obtenidos son bastante satisfactorios, teniéndose que la salida del sistema real alcanza a la referencia de  $60^\circ C$  en un tiempo de aproximadamente 4 minutos.

Posteriormente, procedemos a realizar otro experimento con la ley de control obtenida, y a partir de la misma condición inicial de  $25^\circ C$  pero ahora para una señal de referencia de  $45^\circ C$ . Los resultados obtenidos para el comportamiento del sistema tanto en simulación como en tiempo real se muestran en la figura 4.3, mientras que las leyes de control correspondientes se presentan en la figura 4.4.

Nuevamente, la salida del sistema real alcanza a la referencia en un tiempo relativamente corto. Sin embargo, en esta ocasión se presenta una pequeña oscilación en la respuesta del sistema real, que puede deberse al efecto de las perturbaciones en el flujo de aire que entra al tubo.

Finalmente, realizamos un tercer experimento con una referencia de  $75^\circ C$ . Los resultados correspondientes para el comportamiento del sistema y la ley de control se muestran en las figuras 4.5, y 4.6.

De los tres experimentos para las referencias de 45, 60 y  $75^\circ C$ , se puede observar que el comportamiento del sistema en lazo cerrado es mejor a altas temperaturas que a bajas temperaturas. Esto puede deberse a que a altas temperaturas el efecto de la temperatura del flujo de aire que entra al tubo es menor.

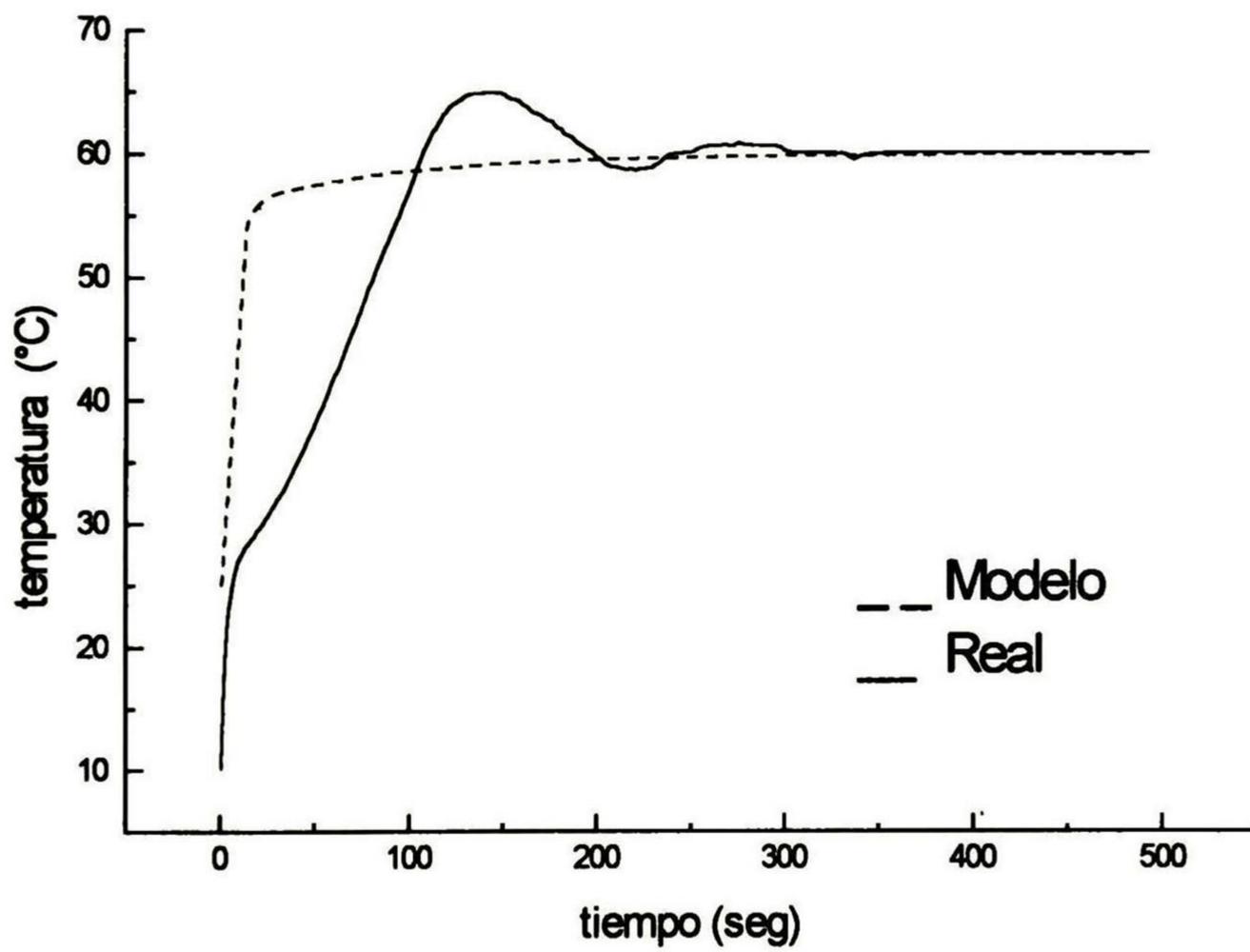


Figura 4.1: Respuesta del sistema en simulación y tiempo real con referencia de  $60^{\circ}C$ .

#### 4.1. DISEÑO DEL REGULADOR NO LINEAL PARA SISTEMAS CON RETARDO EN LA ENTRA

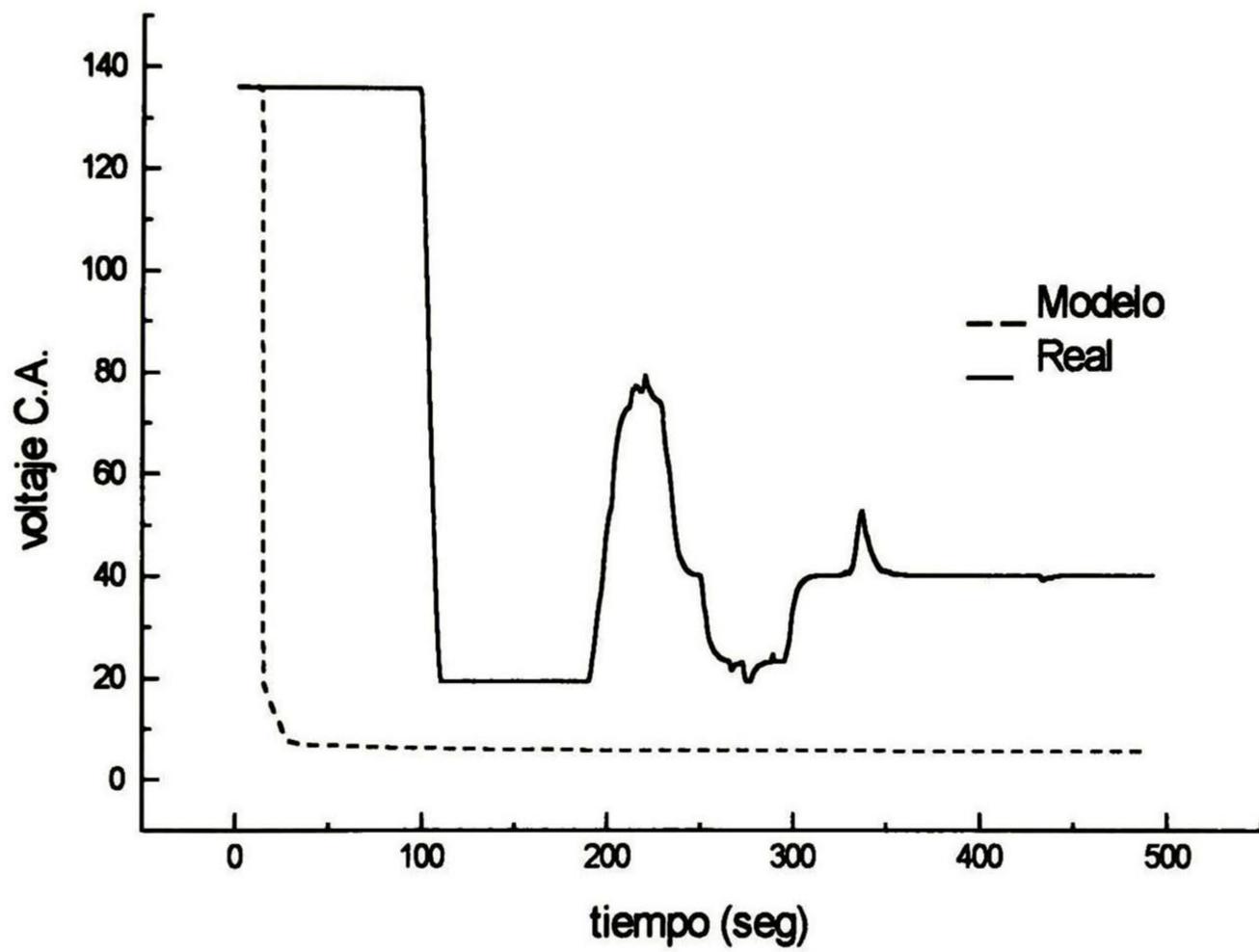


Figura 4.2: Señales de control del sistema en simulación y en tiempo real con referencia  $60^{\circ}C$ .

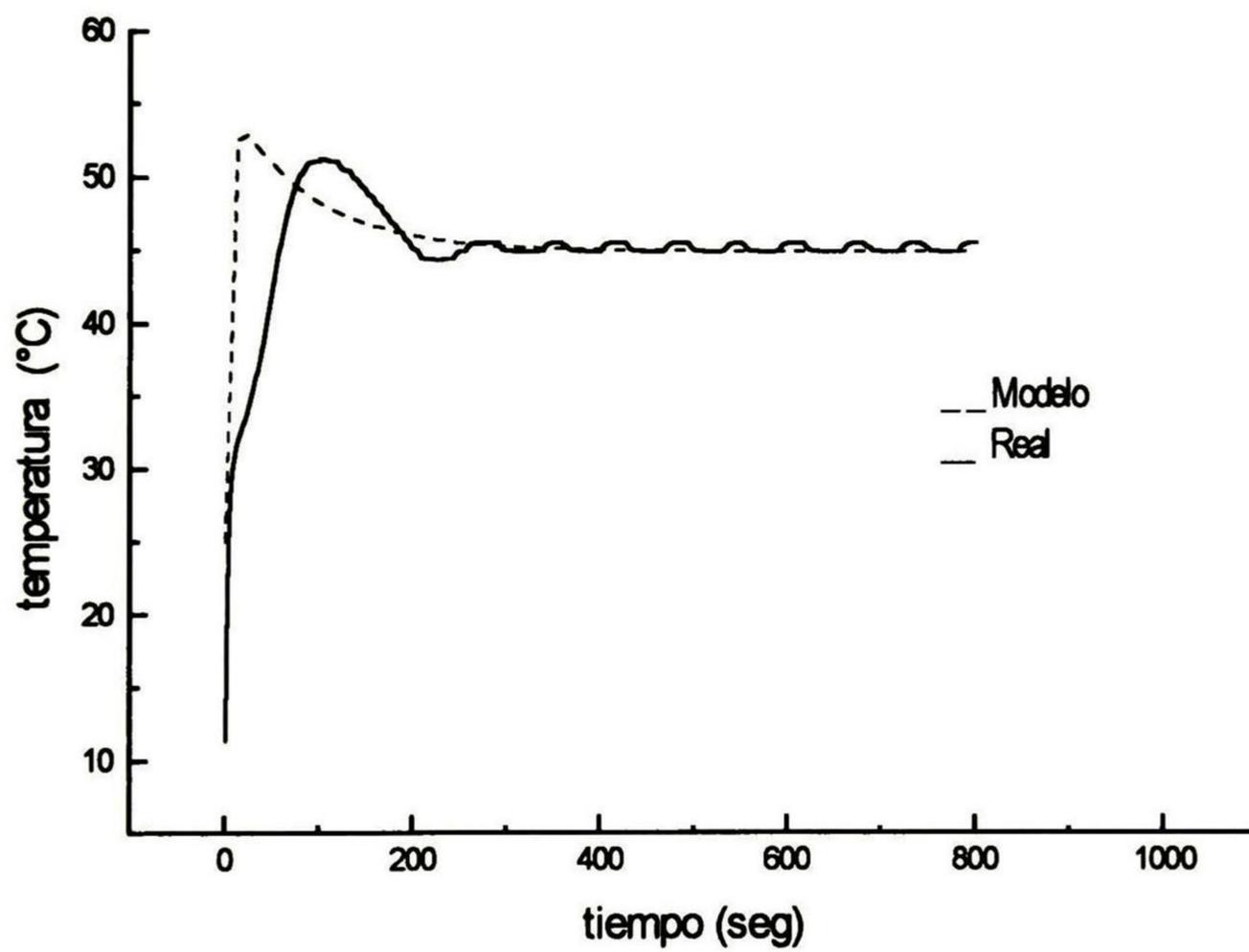


Figura 4.3: Respuestas del sistema en simulación y en tiempo real con referencia  $45^{\circ}C$ .

#### 4.1. DISEÑO DEL REGULADOR NO LINEAL PARA SISTEMAS CON RETARDO EN LA ENTRA

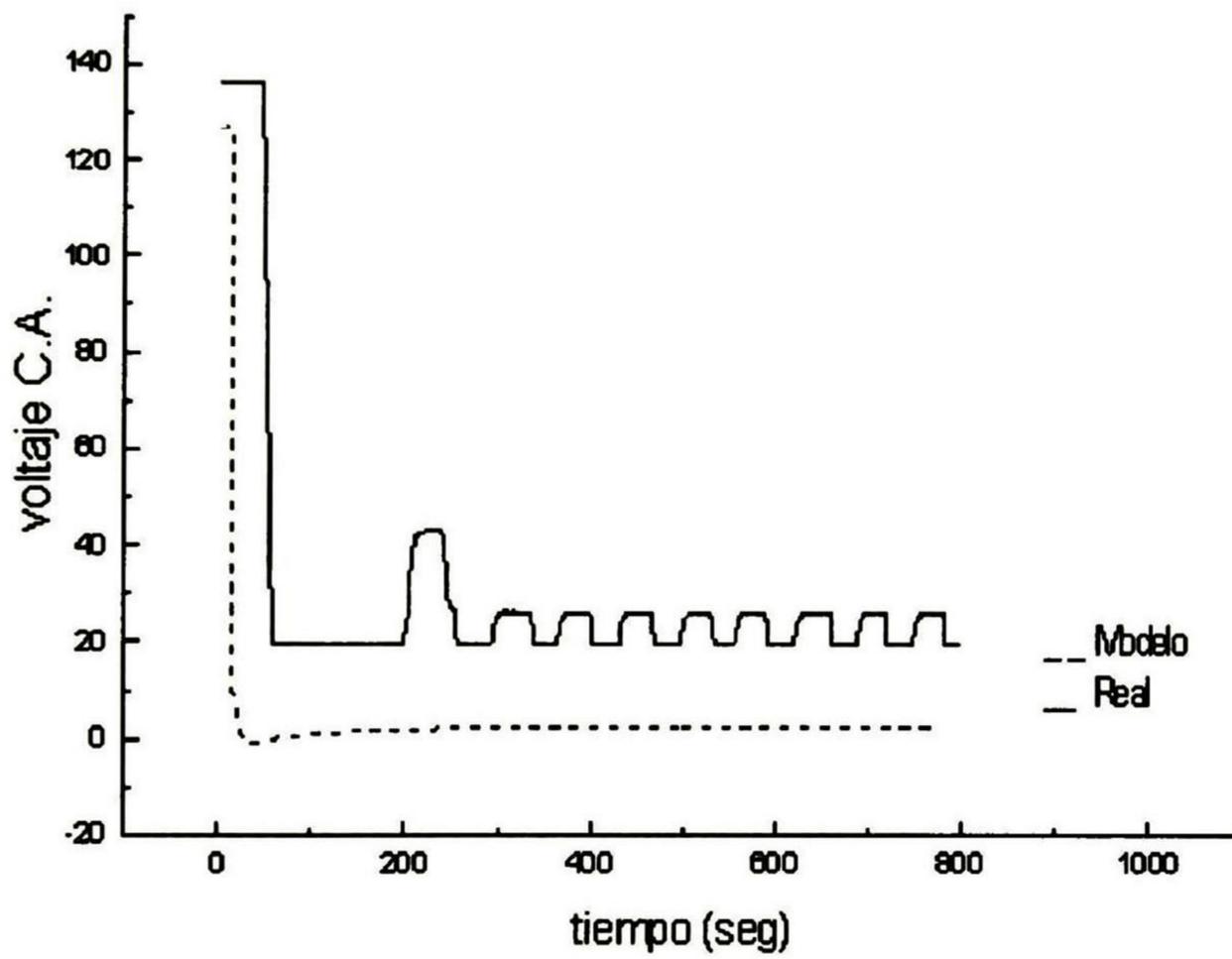


Figura 4.4: Señales de control para el sistema en simulación y en tiempo real con referencia  $45^{\circ}C$ .

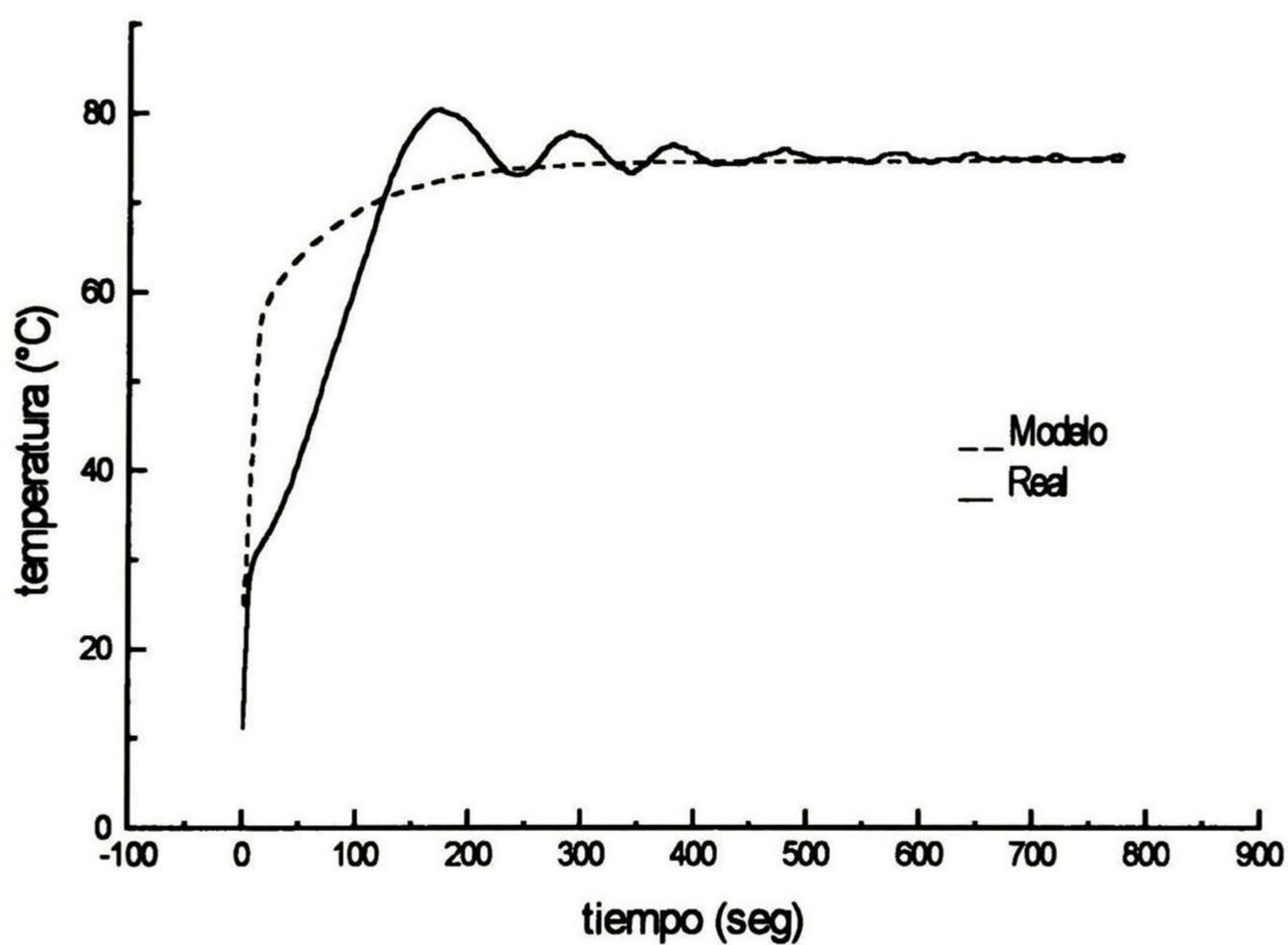


Figura 4.5: Respuesta del sistema en simulación y en tiempo real con referencia  $75^{\circ}C$ .

#### 4.1. DISEÑO DEL REGULADOR NO LINEAL PARA SISTEMAS CON RETARDO EN LA ENTRA

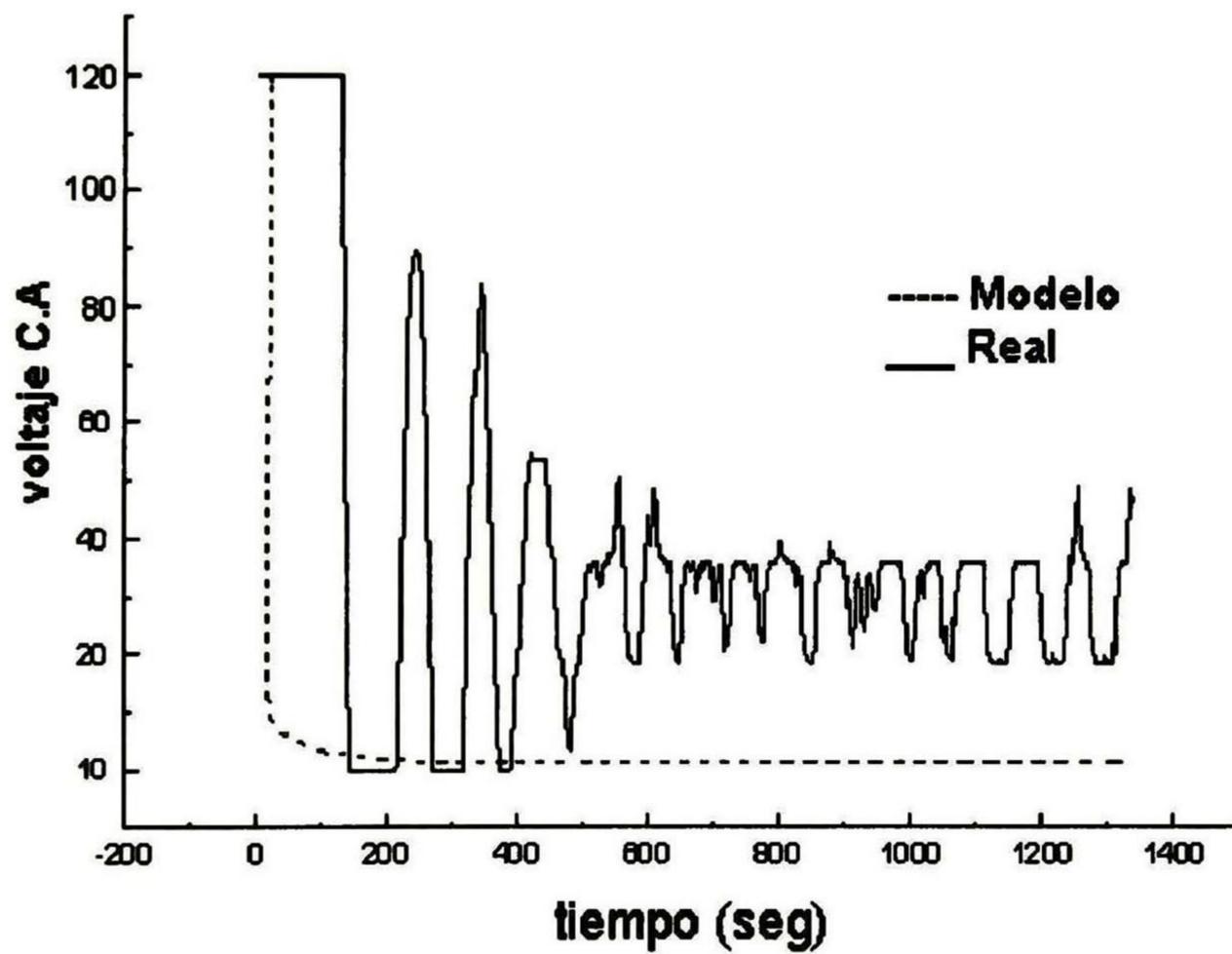


Figura 4.6: Señales de control para el sistema en simulación y en tiempo real con referencia de  $75^{\circ}C$ .

## 4.2 Conclusiones

En este capítulo se presentó el diseño del regulador no lineal con retardo para el sistema térmico. La ley de control que resuelve el problema se obtuvo en base a la teoría presentada en el capítulo 2.

Se aplicó la ley de control obtenida para diferentes temperaturas de referencia, tanto en simulación como en tiempo real. En general, el comportamiento del sistema fue bastante aceptable, teniéndose que la salida del sistema llegaba a la referencia en un tiempo relativamente corto con un comportamiento transitorio adecuado. Los problemas de imprecisiones (pequeña oscilación) y de tiempos de respuesta adecuados se presentaron sobre todo a bajas temperaturas de operación.

# Capítulo 5

## Conclusiones y perspectivas generales

En este trabajo se ha presentado el modelado y control de un sistema térmico con retardo usando la técnica de regulador no lineal extendida a una clase de sistemas no lineales con retardo en la entrada.

Debido a las características del sistema estudiado, el modelo obtenido presenta algunas diferencias respecto al comportamiento del proceso real, aunque en términos generales, los resultados obtenidos son aceptables.

Los resultados de la simulación permitieron verificar que la técnica de control propuesta usando el modelo del sistema, cuando se aplica al proceso real garantizan la obtención del objetivo planteado; éste consistió en hacer que la señal de salida con retardo fuera capaz de realizar seguimiento de trayectoria de referencias constantes.

Por lo que respecta a los resultados obtenidos en el laboratorio, es conveniente notar el hecho de que existen fenómenos que afectan el desempeño del esquema de control. Entre estos fenómenos se pueden citar dinámicas no modeladas, como es la transferencia de calor del calefactor al aire, incertidumbres en los parámetros del sistema, ruidos producidos por el manejo de señales de medición analógicas, etc.

Una posible solución para los problemas encontrados en el laboratorio, podría consistir en introducir en el modelo matemático todas las dinámicas causadas por los diversos factores mencionados anteriormente, sin embargo tal decisión incrementa, obviamente, la complejidad del modelo matemático y de la estructura de control. Otra solución consistiría en diseñar una estructura de control suficientemente robusta que permita reducir los efectos de las dinámicas no contempladas.

En conclusión se tiene que, a pesar de todos los problemas presentados, el esquema de control diseñado en este trabajo de tesis es capaz de proporcionar un desempeño bastante aceptable.

Como una posible extensión del trabajo aquí presentado, se proponen los siguientes puntos:

- Determinar un modelo más exacto del sistema empleado, procurando modelar algunos factores en forma más precisa y sin que esto dificulte la síntesis de una ley de control.
- Diseñar estructuras de control como la extensión de la técnica de regulación robusta para sistemas con retardo.
- Aplicación de técnicas que no involucra el conocimiento del modelo, tales como estructuras de control basadas en lógica difusa y redes neuronales.

# Apéndice

## 5.1 Especificaciones del sistema.

En este apéndice se muestran las características principales del sistema térmico utilizado en este trabajo.

Las partes que componen el sistema son las siguientes:

- Un compresor centrífugo..
- Sistema de adquisición de datos, y control.
- El sistema físico.

## 5.2 Compresor centrífugo

El compresor centrífugo utilizado tiene las siguientes características:

Marca:	General Electric
Modelo:	R1102
Serie:	0587
HP:	$\frac{1}{8}$
RPM	3450/2850
V 60Hz	115/208-230
A 60Hz	2.0/1.1-1.0
CAP.	5.0 MFD
Presión Máxima a 60HZ	28.5 in H <sub>2</sub> O
Vacio Máximo	26.5 in H <sub>2</sub> O

## **5.3 Sistema de Adquisición de datos y control.**

En esta sección se describe el sistema de adquisición de datos empleado en el control en tiempo real de sistema térmico. Básicamente, este sistema está formado por los componentes siguientes:

### **5.3.1 Computadora Digital.**

La programación y procesamiento de las señales que proporciona el sistema físico, es llevado a cabo por un computador personal del tipo Pentium, a una velocidad de procesamiento de 66 MHz.

### **5.3.2 Tarjeta de adquisición de datos**

Debido a que las señales de salida del proceso físico son de naturaleza continua, y a que el computador que calcula la ley de control es de naturaleza digital, es necesario el empleo de interfaces A/D y D/A para establecer comunicación entre el proceso físico y el controlador digital. Para tal situación se diseñó una tarjeta de adquisición, cuyo diagrama esquemático se muestra en la figura 5.1, con las siguientes características:

- Convertidor Análogo-Digital (A/D), ADC0804 con resolución de 8 bits.
- Convertidor Digital-Análogo (D/A), DAC0802 con resolución de 8 bits.
- Puerto digital 8255 con resolución de 8 bits.

## **5.4 Sistema físico**

El sistema físico mostrado en la figura 5.2 tiene las siguientes dimensiones:.

## **5.5 Calefactor**

El dispositivo calefactor es una resistencia de nicromo con un valor de 12 ohms. Cuando la resistencia trabaja en potencia máxima el valor ohmico de la resistencia desciende a 9 ohms.

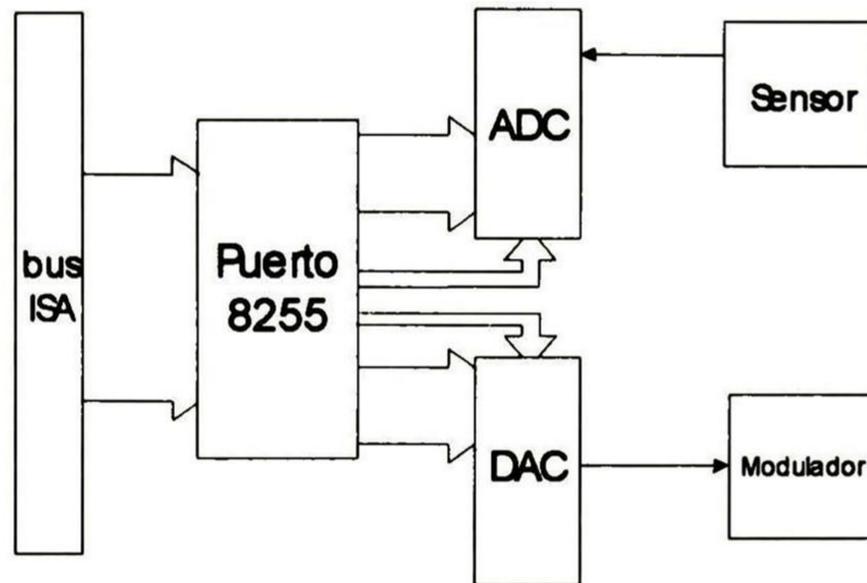


Figura 5.1: Diagrama esquemático de la tarjeta de adquisición de datos.

## 5.6 Programas

En esta sección se presentan los programas utilizados:

**PROGRAMA identificación.m**

**PROGRAMA rnlr.cpp**

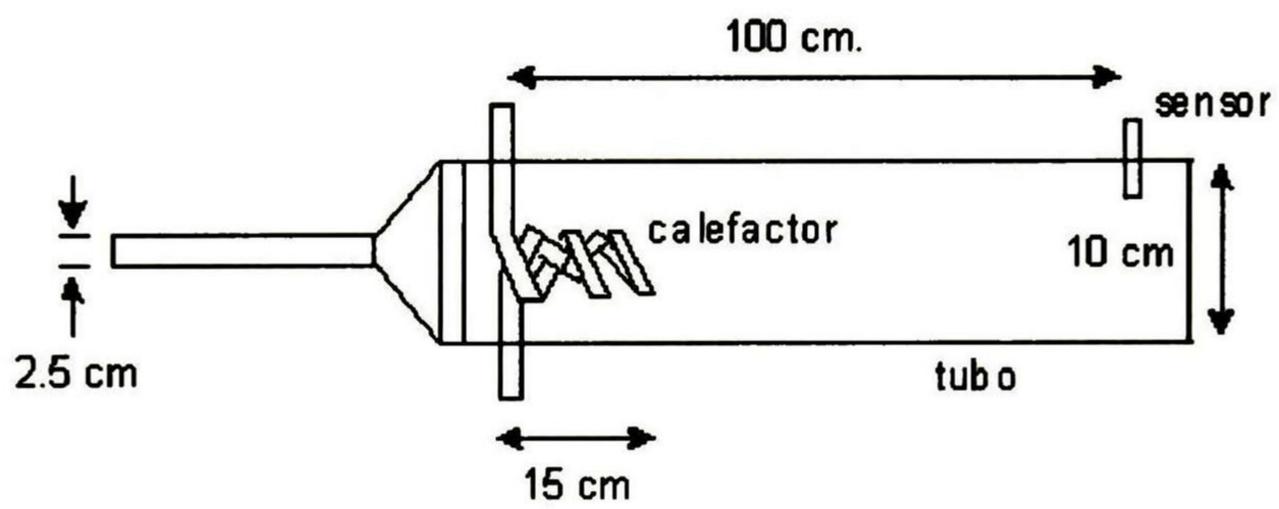


Figura 5.2: Dimensiones del sistema físico.

## IDENTIFICACION.m

### Datos.m

```
Data=[ 30.5488      0      45      %Matriz de datos obtenidos del sistema
        30.5488      0      45      %real.
        30.60365 -0.19785 45      % La primera columna es temperatura °C.
        30.60864 -0.01764 45      % La tercera columna es la palabra digital.
        30.55923 0.17271 45      % del controlador de potencia de la
        30.56018 -0.00328 45      % resistencia.
        30.61606 -0.18947 45
        30.56732 0.16068 45      % La longitud de las columnas es de 1198
        30.62386 -0.20313 45      % muestras.
        30.57583 0.16798 45
        30.57829 -0.00849 45

        .
        43.65647 -0.04352 52
        43.66945 -0.04714 52
        43.73686 -0.23195 52
        43.69949 0.1249      52
        43.71235 -0.04573 52
        43.78003 -0.23409 52
        43.79783 -0.05983 52
        43.8156 -0.05813 52
        43.83374 -0.05868 52];

bbi=[ 225.0000      % Vector de potencia de entrada
      225.0000      % Retardado 30 seg.
      225.0000      % La longitud del vector es de 1198.
      225.0000
      225.0000

      .
      300.4444
      300.4444
      300.4444
      300.4444
      300.4444
      300.4444];
```

```
yk=data(:,1);
ykk=yk+273;      %Conversión de los datos a Kelvin

[x,out]=fmins('ecuación',[0.0001169716803,0.00359461083455,-0.00000072521719],[0,1.e-8],[],ykk,bbi);
      % llamada a la función fmins

      % y a la subrutina

out(10)
```

### Ecuacion.m

```
funcion f=ecuacion(x,ykk,bbi)      %definición de la función

sum=0;
t=0.45;      % Periodo de muestreo
y=ykk(1);
for i=1:1198
    sum=sum+(y-ykk(i))^2;
    yt(i)=(-y^x(1)*t+x(2)*t*y-y^bbi(i)*t^x(3));      %función de costo
    y=yt(i);
end
f=sum/1198;
f
```

## PROGRAMA rnlr.cpp

### "Definicion de librerias"

```
#include <stdio.h>
#include <dos.h>
#include <conio.h>
#include <ctype.h>
#include <stdlib.h>
#include <io.h>
#include <time.h>
```

### "Definicion de variables del puerto de entrada/salida"

```
FILE *stream;
int noise = 0x1443543;
int portw = 0x303;
int portA = 0x300;
int portB = 0x301;
int portC = 0x302;
int value = 0x90;
```

### "Definicion de variables generales"

```
int lectura1,x,a;
float salant1=0.0, salant2=0.0, salant3=0.0, salant4=0.0, salant5=0.0, salant6=0.0, salant7=0.0,
salant8=0.0, salant9=0.0, salant10=0.0;
float seis=11.0;
float salida1=0.0;
float derivada,ww;
int i=0;
long int xxx=0, xxxx=0;
float b=0;
float aa;
int limsup=0xFFF, liminf=0x7FF;
float tt, tt1, cien=100.0;
float tempref=100.00;
float once=2.189;
float m=0.6034;
float xx=0, uu=0.0;
int fil;
int dac;
int corriente=0;
```

### "Definicion de subrutinas"

```
void adc();
void controlador();
float A0=52.2969;
float A1=0.023962;
float A2=-1.21247e-6;
float error;
```

### "Rutina para el controlador"

```
void controlador()
{
float w1=0.0, w2=0.0;
float c1=0.00001169716803, c2=0.00359461083455, c3=-0.00000072521719;
float k=-28.84;
float gama, alfa=0.5, ref=0;
w2=(273+ref);
gama=(-c1*w2+c2)/c3;
uu=gama+k*((xx+273)-w2);      "ley de control del regulador no lineal
```



```

if(lectura1==255){
    lectura1=fil; }
    salida1=(float)lectura1;

        //      dererror=(erroract-errorant)/permuestreo;
salida1=(salida1+salant1+salant2+salant3+salant4+salant5+salant6+salant7+salant8+sala
nt9+salant10)/seis;
printf(" Lectura=%d %f %f %f %f %f %f\n",lectura1,salida1,error,xx, aa, uu,ww);
noise=(noise & 0x01);

    bb++; printf(" la bb es %i",bb);
    if(bb==20){

        fprintf(stream,"%d %f %f %f %f %f %f\n",lectura1,salida1,error,aa,xx,uu);
        bb=0; }
}
}

```

### "Programa principal"

```

int main()
{
float error1, error2, errorant2=0.0, errorant1=0.0, dosc=255.0;
int err1;
int u, du;
int fil,bb=0;
float permuestreo=54.9e-3;

```

```

salant10=salida1;
    salant9=salida1;
    salant8=salida1;
    salant7=salida1;
    salant6=salida1;
    salant5=salida1;
    salant4=salida1;
    salant3=salida1;
    salant2=salida1;
    salant1=salida1;
    outport(0x300,0x00);

```

```

    stream = fopen("ene94.out", "w+");
    clrscr();
    //ruido();
    outportb(0x303, 0x8A);

```

```

do{

```

```

/*****/

```

```

        b++;
        controlador();
        adc();          60

```

```

/*****/

```

```

    derivada=(salant1-salida1)/permuestreo;

```

```

    //xx=(salida1-once)/m;

```

```

xx=(m*salida1)+once;

        // xx=A0+(A1*lectura1)+(A2*lectura1*lectura1);
error1=tempref-salida1;
error2=error1*cien/dosc;
errorant2=errorant1*cien/dosc;

err1=(int)error1;

salant10=salant9;
salant9=salant8;
salant8=salant7;
salant7=salant6;
salant6=salant5;
salant5=salant4;
salant4=salant3;
salant3=salant2;
salant2=salant1;
salant1=salida1;

errorant1=error2;
        if (b==70000){b=0; }
if(kbhit())
if (x=getch()=='q')
        break;
        }while(1);
fclose(stream);
}

```

Figura 5.7:



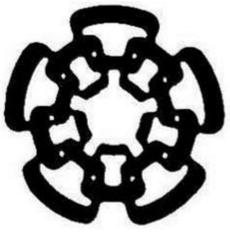
# **Bibliografia**



# Bibliografía

- [Branch 90] Branch M. A. and A. Grace (1990). *Optimization Toolbox for use with Matlab, User's Guide*, The Math Works Inc.
- [Castillo 98] Castillo Toledo B. and E. Palacios (1998). *Regulation of a Class of Nonlinear Systems with Input Delay. Application to a CSTR*.
- [Domínguez 95] Domínguez Beltrán, J.L. (1995). *El problema de regulación para una clase de sistemas con retardos*, Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN.
- [Isidori 90] Isidori A. and C.I. Byrnes (1990). *Output Regulation of Nonlinear Systems*, IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 35, No. 2, pp 131-140.
- [Isidori 95] Isidori A. (1995). *Nonlinear Control Systems*, 3rd Ed. Springer Verlag.
- [Knobloch 93] Knobloch H., A. Isidori, and O. Flockersi (1993). *Topics in Control Theory*, Birkhäuser Verlag.
- [Kolmanovskii 86] Kolmanovskii V.B. and V.R. Nosov (1986). *Stability of functional differential equations*, Academic Press.
- [Kravaris 89] Kravaris- Wrigth (1989). *Deadtime Compensation for Nonlinear Processes*, AIChE Journal, Vol. 35, No. 9, pp. 1535-1542.
- [Lee et al 94a] J.H. Lee, Y. I. Lee and W.H. Kwon (1994). *Controllers for input delayed systems*, Proc. of the 33rd. Conference on Decision and Control, pp. 870-871.
- [Lee et al 94b] J.H. Lee, S.W. Kim and W.H. Kwon (1994). *Memoryless  $H_\infty$  controllers for state delayed systems*, IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 39, No. 1, pp. 159-162.
- [Ljung 87] Ljung L. (1987). *System Identification: Theory for the User*, Prentice Hall.

- [Malek 87] Malek-Zavarei M. and M. Jamshidi (1987). *Time -Delay Sustems; Analysis, Optimization, and Applications*, North-Holland.
- [Marquez 98] Marquez-Martinez L.A. and C.H. Moog (1998). *On the input-output linearization for nonlinear time delay systems*.
- [Marshall 79] Marshall J.E. (1979). *Control of time-delay systems*, Peter Peregrinus Ltd.
- [Negrete 96] Negrete García S. (1996). *Aplicación de Técnicas de Regulación Lineal y No Lineal para el Sistema Balancín-Péndulo Invertido*, Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN.
- [Nijmeijer 90] Nijmeijer H. and A. van der Schaft (1990). *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer Verlag.
- [Ogunnaike 94] Babatunde A., Ogunnaike and W. Harmon Ray (1994). *Process dynamics, modeling, and control*, Oxford University Press.
- [Phoojarvenchanachai 92] Phoojarvenchanachai S. and K. Furuta (1992). *Memoryless stabilization of uncertain linear systems including time-varying delay*, IEEE Trans. Automat. Control, Vol. AC-37, pp. 1022-1026.
- [Sage 71] Sage, Melsa (1971). *System Identification*, Academic Press.
- [Velasco 98] Velasco-Villa M. and C.H. Moog (1998). *Disturbance decoupling for time delay nonlinear systems: dynamic approach*. IFAC Conference on System Structure and Control, Nantes, France, Vol. 2, pp. 581-586.



**CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN  
UNIDAD GUADALAJARA**

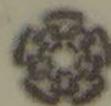
El Jurado designado por el Laboratorio de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: "Control no lineal de un sistema térmico con retardo" el día 16 de Abril de 1999.

**Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos**  
Investigador Cinvestav 3 B  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara

**Dr. Arturo Sánchez Carmona**  
Investigador Cinvestav 3 A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara

**Dr. Alexander Loukianov**  
Investigador Cinvestav 3 A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara

**Dr. Antonio Ramírez Treviño**  
Investigador Cinvestav 2 A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara



CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003848