

xx(79880.1)



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL IPN**

UNIDAD GUADALAJARA

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL
DE UN ROBOT FLEXIBLE**

**CINVESTAV I.P.N.
SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

Tesis que presenta

ING. GERARDO HERNÁNDEZ VÁZQUEZ

para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

en la especialidad de
INGENIERÍA ELÉCTRICA



Guadalajara, Jalisco Octubre de 1999

CLASIF.	
ADQUIS.	T2315-00
FECHA:	16-03-00
PROCED.	Repto Servicios Bibliográficos

Repto Servicios Bibliográficos

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y CONTROL
DE UN ROBOT FLEXIBLE**

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

por

Gerardo Hernández Vázquez

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica
Universidad de Guadalajara, 1993-1997

Becario de CONACYT, expediente no. 121151

Directores de Tesis:

Dr. Bernardino Castillo Toledo
Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Octubre de 1999

Agradecimientos

Agradezco a mis padres Gerardo Hernández Zepeda y Lilia Vázquez Rojo, y a mis hermanos Adriana y Marco Antonio, por el apoyo incondicional a lo largo de todas las etapas de mi formación académica.

Agradezco a mi novia Hilda Huerta Ugalde por su confianza y amor que me ha brindado durante estos años de mi vida.

Agradezco a mis asesores, al Dr. Bernardino Castillo Toledo, por la confianza que depositó en mi desde que llegue a esta Institución y por sus consejos, que siempre estuvo dispuesto a darme; y al Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos, por sus valiosos comentarios que en general, contribuyeron a mejorar la redacción de esta tesis.

Agradezco al jurado que participó en la evaluación del examen de grado: Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos, Dr. José Luis Leyva Montiel, Dra. Ofelia Begovich Mendoza y al Dr. Antonio Ramírez Treviño, así mismo les agradezco por sus comentarios hechos para mejorar la redacción de la presente memoria de tesis.

Agradezco a todas aquellas personas que conocí en el CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, que me brindaron su apoyo y amistad. En especial a mis compañeros Guillermo Obregón Pulido, Miguel Angel Bernal Reza, Marcos Maldonado Colorado, Efraín Hernández Sánchez, Manuel de la Peña Rodríguez, Adolfo Soto Cota, Carlos Alberto de Jesús Velásquez, José Olivas Barrón y Alejandro Castellanos Rodríguez.

Agradezco al CONACYT y al CINVESTAV por todo el apoyo material y humano brindado para la culminación de este trabajo.

**Gerardo Hernández Vázquez
Becario de CONACYT expediente no. 121151.**

Índice General

1	Introducción	1
2	Descripción del Sistema	5
2.1	Descripción del Sistema Robot Brazo Flexible	7
2.1.1	Transductor Optico de Medición de la Flexión	7
2.1.2	Codificador espacial (Encoder)	9
2.2	Modelo matemático del Sistema Brazo Flexible	10
3	Teoría básica de regulación lineal	17
3.1	Problema de Regulación de la salida	19
3.2	Regulación de la salida por retroalimentación del estado.	20
3.3	Regulación de la salida por retroalimentación del error.	21
3.4	Regulación de la salida por el método de Back Stepping	22
4	Control del brazo flexible	25
4.1	Diseño del control por retroalimentación del estado y del error.	27
4.1.1	Esquema Continuo	28
4.1.2	Esquema Discretizado	38
4.1.3	Esquema Continuo-Discretizado	45
4.2	Otros esquemas de control.	50
4.2.1	Esquema Continuo	50
4.2.2	Esquema Discreto	56
4.2.3	Esquema Continuo-Discretizado	60
4.2.4	Regulación de la salida por el método de Modos Deslizantes	64
4.3	Comparación de robustez de los controladores	66
4.4	Resultados en Tiempo Real del sistema	76
5	Conclusiones y trabajo futuro	87
5.1	Conclusiones	87
5.2	Trabajo Futuro	88
A	Parámetros del sistema	89
B	Programas de simulación	91
C	Subrutinas de entrada-salida	95

Capítulo 1

Introducción

Siendo una área de investigación relativamente reciente, la robótica ha adquirido un desarrollo importante en los últimos años. Se ha vuelto indispensable en aplicaciones industriales, comerciales y científicas. Por ejemplo, se tienen los robots utilizados en la industria para automatizar actividades de ensamble, soldadura o trabajos de pintura; en la medicina se utilizan para microcirugías, dispositivos para los discapacitados y transporte de medicamentos; en el espacio exterior para labores de rescate y mantenimiento de satélites; en los depósitos nucleares para el manejo de desechos radioactivos. El robot, generalmente integrado a un sistema de producción, se distingue de una máquina clásica por su capacidad de tomar en cuenta los cambios que se pueden presentar en su entorno. En la mayoría de los casos consisten en una serie de eslabones conectados entre sí por medio de articulaciones o uniones; es reprogramable y sus algoritmos de control dependen de su capacidad sensorial, lo que lo hace ser multifuncional.

Los robots pueden clasificarse en rígidos, móviles y flexibles. Los robots rígidos son aquellos que se modelan con dinámicas de cuerpo rígido, generalmente están sujetos a una base y el área de trabajo está restringido por la longitud de sus eslabones y por su configuración. En estos robots, los actuadores requieren de una gran energía para su funcionamiento, son diseñados con estructuras pesadas y levantan poco peso con respecto a su peso nominal. Los robots móviles están equipados con ruedas o patas para su movimiento y los algoritmos de control son complejos, pero pueden abarcar un área de trabajo muy grande. Algunos robots móviles están equipados con eslabones o brazos que les permiten realizar alguna operación especializada, como recoger muestras. Los robots flexibles surgen debido a la necesidad de reducción de energía, espacio y tiempo. En los últimos años se ha visto la importancia de diseñar sistemas robóticos más ligeros y pequeños con la característica de mayor flexibilidad, siendo en ocasiones esta característica deseable.

Hay dos tipos de flexibilidad que presentan los robots flexibles, la flexibilidad en la articulación y la flexibilidad en los eslabones. La flexibilidad en la articulación es debida al desplazamiento dinámico que se introduce entre la posición de los actuadores y de los eslabones. Desde el punto de vista del modelado, la deformación elástica que se presenta, puede ser caracterizada como concentrada en la articulación del robot; sin embargo, cuando en la deformación se involucran cuerpos con masas grandes o largas, esta suposición ya no es válida. Los robots que pertenecen a esta categoría tienen flexibilidad en el eslabón y no pueden reducir el efecto de la flexibilidad a estar concentrada en la articulación. Los robots con flexibilidad en el eslabón son estructuras ligeras, rápidas ó largas que se utilizan para

acceder a ambientes no convencionales, como el espacio exterior, los reactores nucleares, los depósitos de basura subterráneos y los laboratorios químicos o biológicos, donde el combustible, el área, el peso y el tiempo, son restricciones para realizar un trabajo. Presentan una deflexión en el eslabón que no se puede despreciar y esto es resultado de la longitud de los eslabones o la característica del material con el que fueron diseñados.

El modelado de los robots flexibles es un aspecto primordial cuando se diseñan algoritmos de control. Una vez que se tiene a disposición el modelo dinámico, se efectúa un proceso de identificación de parámetros. Los análisis tradicionales de los robots manipuladores consideran a todo el mecanismo como rígido; la no suposición de la rigidez implica que se deben incluir las dinámicas de la flexibilidad, lo que hace que el análisis sea más complicado y que surjan dificultades al diseñar el control.

El estudio, análisis y experimentación de controladores aplicados a las estructuras flexibles constituye un área de constante desarrollo para el investigador actual y los beneficios que se obtienen cuando estas estructuras se aplican a diversas áreas como el espacio exterior y en la industria en general, son indiscutibles.

En el espacio exterior, una aplicación de estos robots es el caso de los rescatadores de satélites (figura 1.1), los cuales consisten en brazos largos articulados, controlados por una unidad central. En las misiones espaciales futuras se contemplan plataformas y manipuladores espaciales para ensamble y servicio, lo que requiere de antenas y plataformas así como paneles solares (figura 1.2 y figura 1.3).

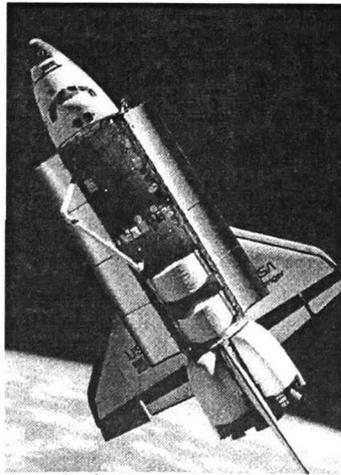


Figura 1.1 Transbordador espacial con su brazo robótico.

Estas estructuras podrían tener entre 50m. a varios kilómetros de longitud, tendrán poco peso y un gran tamaño, lo que resulta en algunos modos estructurales elásticos de baja frecuencia y ligeramente amortiguados. Las frecuencias naturales estarán muy cercanas entre sí y algunas otras frecuencias pueden encontrarse en el ancho de banda del actuador. Además, los parámetros de los modos elásticos no se conocerán con exactitud, lo que hace del control de estas estructuras un problema difícil. Sin embargo su conocimiento es esencial, ya que de él depende el éxito de las misiones espaciales.

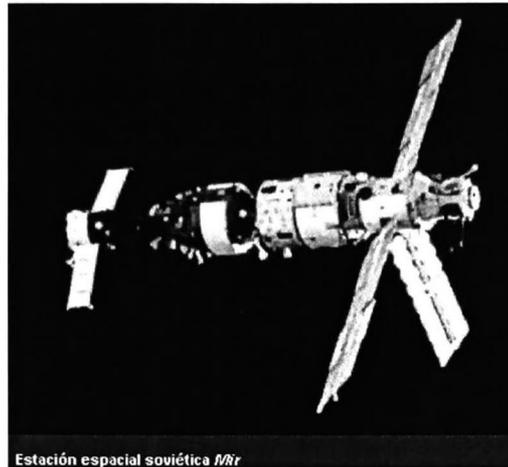


Figura 1.2 Estación espacial Mir con sus grandes antenas de comunicaciones.



Figura 1.3 Laboratorio espacial Skylab con sus grandes paneles solares.

El modelo matemático, que se obtiene para un robot con flexibilidad en el eslabón, está descrito por un sistema de ecuaciones integro diferenciales parciales, las cuales se pueden representar por un sistema de ecuaciones diferenciales parciales. Uno de los enfoques, para resolver el problema de control de este tipo de sistemas, es utilizar una versión dimensional finita del sistema de ecuaciones diferenciales parciales. Esto se realiza en forma práctica ya que el controlador se calcula en base a mediciones y datos tomados de la estructura de dimensión finita. Esta reducción de la dimensión del modelo original se establece tomando en cuenta los modos de frecuencia naturales del eslabón flexible; es decir, a mayor número de modos que se tomen en cuenta, mayor será la aproximación al sistema original. Sin embargo, el aumento en la dimensión del sistema aumenta la complejidad del diseño del control.

En la literatura se puede encontrar una gran variedad de trabajos relacionados con el modelado y control de los robots flexibles, los cuales proponen nuevas estrategias de control y técnicas de modelado; por ejemplo, en el área de modelado de robots flexibles tenemos las publicaciones de [9], [21], [7], [5], [18], [22], [27], [37], [17], y en el control se tienen, [13] control neuronal, [22],[21] control pasivo, [17] control robusto, [7],[21] control adaptable, [27] control cíclico, etcétera.

El objetivo de este trabajo de tesis consiste en el diseño y construcción de un robot flexible, así como aplicación de esquemas de control para seguimiento de trayectorias de

referencia, y la verificación experimental de estos esquemas.

La organización de la memoria de tesis es la siguiente. En el capítulo 2 se describe el sistema del Brazo Flexible y se obtiene su modelo matemático. En el capítulo 3 se presenta un resumen de los resultados y propiedades más relevantes sobre el problema de regulación lineal de la salida de un sistema y también se muestra un resumen de la técnica de control “backstepping” aplicada al seguimiento de trayectorias. En el capítulo 4 se presenta la aplicación de las técnicas de regulación, inversión, “backstepping” y modos deslizantes al modelo del sistema. Se muestran también una serie de experimentos para comparar la robustez de los controladores implementados y finalmente se presentan algunos resultados de experimentos realizados al sistema en tiempo real. En el capítulo 5 se dan algunas conclusiones de los resultados obtenidos y el trabajo futuro para este sistema. Por último en los apéndices se muestran programas de simulación, así como de cálculo de controladores, subrutinas de adquisición de datos para el sistema en tiempo real y los diagramas esquemáticos de los diferentes subsistemas electrónicos del brazo flexible.

Capítulo 2

Descripción del Sistema

Resumen: En este capítulo se describe el sistema bajo estudio y se presenta una breve explicación del funcionamiento de los componentes (transductores y actuadores) del sistema Brazo Flexible y el modelo matemático del mismo. En la sección 2.1 se describe el sistema y finalmente en la sección 2.2 se desarrolla el modelo matemático.

2.1 Descripción del Sistema Robot Brazo Flexible

El sistema considerado en este trabajo, que se muestra en la figura 2.1, consiste básicamente de un brazo flexible (eslabón) conectado a una base; ésta se encuentra conectada al eje de un motor (articulación), por medio del cual se aplica el torque para realizar los movimientos deseados del brazo flexible. El brazo se mueve en un plano horizontal, por lo que los efectos gravitatorios no son considerados. El objetivo principal consiste en controlar el extremo del elemento flexible para el seguimiento de señales de referencia dadas.

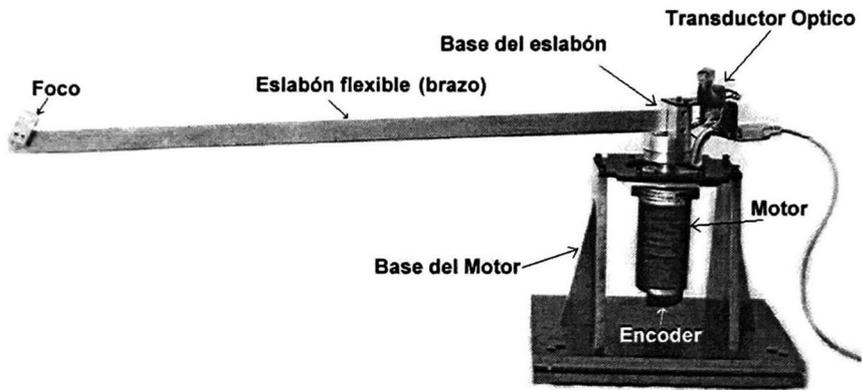


Figura 2.1 Robot brazo flexible.

Para realizar la tarea de controlar el movimiento del robot flexible, es necesario obtener mediciones de las posiciones del robot, por lo que en este caso se implementaron algunos transductores para obtener estas medidas. Las posiciones que son necesarias medir son el desplazamiento angular del eje del motor $\theta(t)$ y la flexión del brazo flexible $w(x, t)$ (ver figura 2.7). Los transductores que se utilizaron para realizar la tarea mencionada son los siguientes:

- Transductor Optico para la Medición de la Flexión.
- Codificador espacial (Encoder) para medir el desplazamiento angular del eje del motor.

2.1.1 Transductor Optico de Medición de la Flexión

El diseño de este sensor se basa en un principio relativamente sencillo. El proceso de medición consiste en obtener dos señales proporcionadas por el sensor y medir el tiempo que hay entre éstas, que corresponde de una manera proporcional (lineal) a la flexión de la varilla (sólo para flexiones alrededor de $\pm \frac{1}{4}$ de la longitud del eslabón). Las características principales que cumple este sensor son ligereza, alta repetitividad en la medición, resolución adecuada y la medición no se ve afectada por la parte rígida del sistema.

Este dispositivo consta de un motor de corriente directa, dos detectores lumínicos (foto-transistores), un espejo plano montado en el eje del motor, un pequeño foco incandescente

de 12 volts de corriente directa montado en la punta de la varilla flexible y de un microcontrolador (figura 2.2).

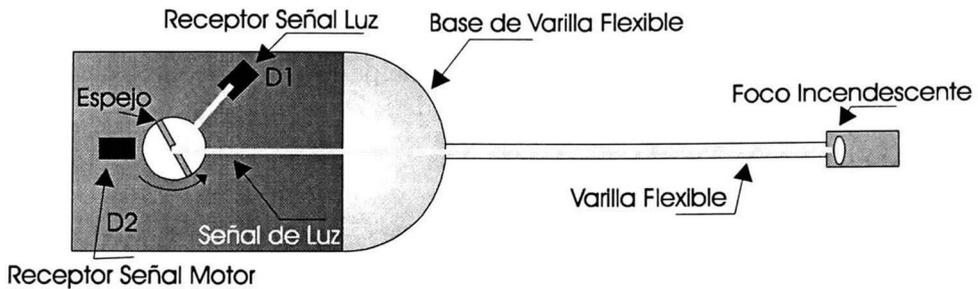


Figura 2.2 Transductor óptico para la medición de la flexión (Vista Superior)

El funcionamiento del sensor se puede explicar de la manera siguiente: al girar el espejo a una velocidad constante, este refleja una señal de luz procedente del foco hacia el detector D1 (figura 2.3), el cual proporciona una señal analógica que es introducida a una etapa de acondicionamiento para convertirla en una señal digital de 0 a 5 volts. Al mismo tiempo, de estar girando el espejo, el motor que hace girar al espejo proporciona una señal analógica de un pulso por ciclo a través del detector D2, señal que se acondiciona de la misma manera.

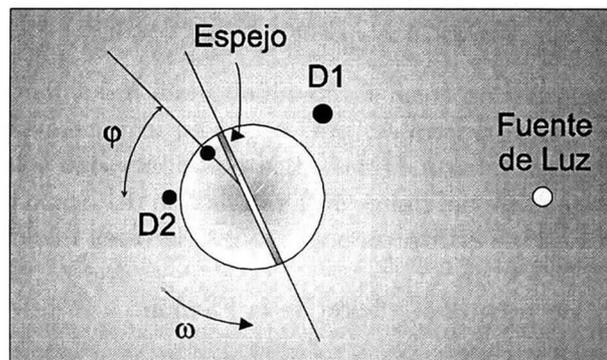


Figura 2.3 Esquema del transductor óptico de la flexión.

Estas dos señales digitales se introducen a un microcontrolador que se encarga de medir el tiempo de separación entre estas (ángulo φ). Cabe aclarar que el tiempo de separación de estas señales es producido dependiendo del ángulo de la señal reflejada por el espejo con respecto al ángulo de giro del motor, dado por φ y la velocidad de giro del motor ω . Para el sistema en cuestión la velocidad de giro del motor es de 4000 RPM y el tiempo de separación de las señales varía de 1.2ms a 1.4ms (figura 2.4). En una etapa posterior, el microcontrolador entrega la medición a la tarjeta de adquisición de datos, donde el programa de control procesa los datos y obtiene la medida de la flexión del brazo flexible (figura 2.6).

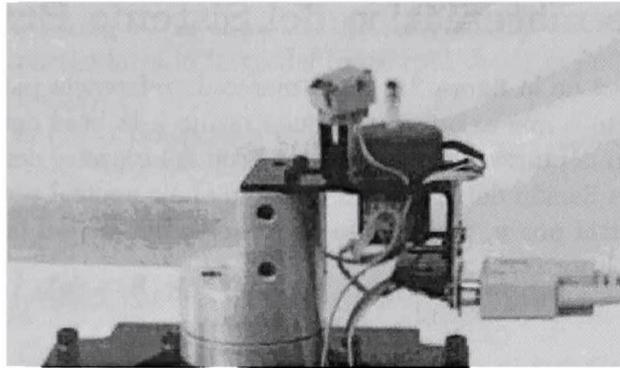


Figura 2.4 Transductor óptico de medición de la flexión.

2.1.2 Codificador espacial (Encoder)

El codificador espacial, comunmente llamado “encoder”, es un convertidor mecánico que transforma la posición angular de un eje en un número digital; por lo tanto, es un convertidor analógico a digital donde la cantidad analógica no es una señal eléctrica sino mecánica. El codificador que se utilizó en el robot flexible tiene una resolución de 500 pulsos por revolución y cuenta con dos salidas con las cuales se contabilizan los pulsos para obtener la medición del ángulo de su eje (figura 2.5).

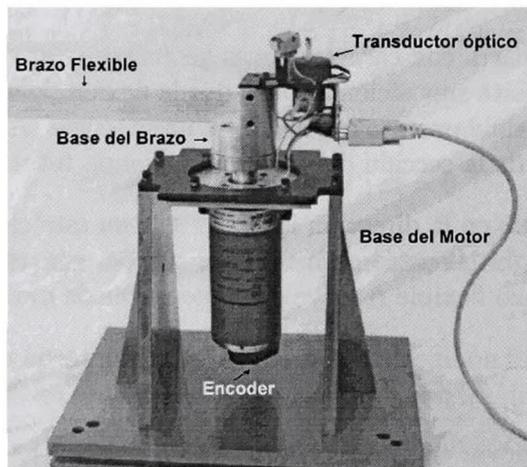


Figura 2.5 Base del robot flexible.

El diagrama esquemático del sistema completo se muestra en la siguiente figura

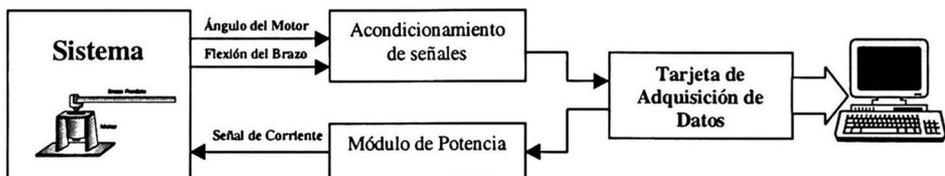


Figura 2.6 Esquema general del sistema.

2.2 Modelo matemático del Sistema Brazo Flexible

Tomando el diagrama de la figura 2.7 como marco de referencia para obtener las variables del sistema, observamos que el brazo se encuentra fijo a la base del centro de rotación del motor, y sin carga en la punta del brazo. La longitud del brazo se denota por l , el torque por τ , el tiempo por t , la flexión del brazo con respecto al eje neutral por $w(x, t)$, la coordenada a través del eje neutral por x , y el ángulo de rotación del eje del brazo con respecto al eje neutral (línea rígida) por $\theta(t)$.

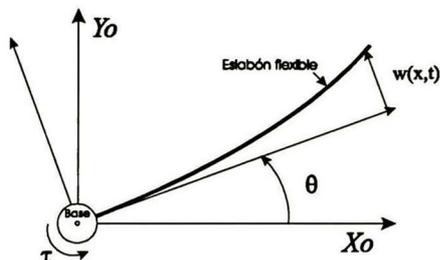


Figura 2.7 Marco de referencia

Como se puede observar en la figuras anteriores, el sistema consta prácticamente de dos partes: brazo (eslabón) y motor (actuador) que aplica el torque a la estructura.

Para el análisis del brazo, se utilizó la teoría de Euler-Bernulli, en la que se consideran las siguientes hipótesis:

- El brazo es una barra con características geométricas uniformes y una distribución de masa uniforme. Esta suposición implica que la flexión de una sección a través del brazo es debido solo al doblamiento o flexión y no a un corte. Además, la contribución de la inercia rotatoria de la sección del brazo a la energía total es despreciable.
- El brazo es flexible en la dirección lateral y solo en este eje las deformaciones elásticas están presentes. En nuestro caso esta suposición está reforzada por la construcción mecánica del brazo flexible real, ya que sólo se puede mover lateralmente.
- Las deformaciones no lineales así como la fricción interna u otras perturbaciones externas son despreciables, por lo que el modelo obtenido es formado por términos lineales únicamente.

La notación usada en el desarrollo siguiente es: w' representa la derivada respecto a x , y \dot{w} representa la derivada con respecto al tiempo.

Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden derivarse utilizando el principio de Hamilton, el cual dice que la variación de la integral de la energía total del sistema es cero. La energía total es la suma de las energías cinética y potencial del sistema, donde la primera está constituida por la contribución del brazo y del motor, y la segunda depende únicamente del brazo.

La energía potencial está dada por [20],[6]

$$U = \frac{1}{2}EI \int_0^l (w''(x, t))^2 dx$$

donde E es el módulo de Young e I es el momento de inercia del eslabón. De la figura 2.7, la posición de un punto particular a lo largo del brazo está definida por

$$p = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \cos \theta(t) - w(x, t) \sin \theta(t) \\ x \sin \theta(t) + w(x, t) \cos \theta(t) \end{pmatrix},$$

por lo que la energía cinética del brazo es

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2} \rho \int_0^l (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2) dx \\ &= \frac{1}{2} \rho \int_0^l (x^2 \dot{\theta}(t)^2 + w(x, t)^2 \dot{\theta}(t)^2 + \dot{w}(x, t)^2 + 2x \dot{\theta}(t) \dot{w}(x, t)) dx. \end{aligned}$$

donde ρ es la densidad del material del eslabón.

Debido a que la energía cinética del eje está dada por $T_h = \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}(t)^2$, se puede obtener la energía cinética total como

$$T = \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}(t)^2 + \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left[x^2 \dot{\theta}(t)^2 + w(x, t)^2 \dot{\theta}(t)^2 + \dot{w}(x, t)^2 + 2x \dot{\theta}(t) \dot{w}(x, t) \right] dx. \quad (2.1)$$

Suponiendo que el brazo solamente es sometida a pequeñas flexiones es posible simplificar (2.1) eliminando $w(x, t)^2$, ya que $w(x, t) \ll l$ [20],[6]; por lo que la expresión de la energía cinética queda como

$$T = \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}(t)^2 + \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left[x^2 \dot{\theta}(t)^2 + \dot{w}(x, t)^2 + 2x \dot{\theta}(t) \dot{w}(x, t) \right] dx.$$

Al aplicar el principio de Hamilton

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [\delta T(t) - \delta U(t) + \delta W(t)] dt = 0,$$

donde $\delta W(t) = u(t) \delta \theta(t)$ representa el trabajo virtual realizado por las fuerzas no conservativas, se tiene entonces que

$$\delta T(t) = [I_h \ddot{\theta}(t) + \rho \int_0^l (x^2 \ddot{\theta}(t) + w(x, t)^2 \ddot{\theta}(t) + x \ddot{w}(x, t)) dx] \delta \theta + [\rho \int_0^l (\ddot{w}(x, t) + x \ddot{\theta}(t)) dx] \delta w.$$

Al despreciar el término $w(x, t)^2$, y al agrupar términos que involucran $\delta \theta$, entonces

$$I_h \ddot{\theta}(t) + \rho \int_0^l (x^2 \ddot{\theta}(t) + x \ddot{w}(x, t)) dx = u(t). \quad (2.2)$$

Ahora, para calcular la variación de δU , la cual es dada por la expresión

$$\delta U = \int_0^l w''(x, t) \delta w'(x, t) dx,$$

se integra por partes, y resulta

$$\delta U = w''(x, t) \delta w'(x, t)|_{[0, l]} - \int_0^l w'''(x, t) \delta w'(x, t) dx.$$

Integrando de nuevo por partes, se obtiene

$$\delta U = w''(x, t)\delta w'(x, t)|_{[0, l]} - w'''(x, t)\delta w(x, t)|_{[0, l]} + \int_0^l w''''(x, t)\delta w(x, t)dx$$

donde esta expresión debe anularse al encontrar la variación de la funcional, es decir,

$$w''(l, t) = w'''(l, t) = 0 \quad (2.3)$$

donde $w''(l, t)$ representa el momento torsional y $w'''(l, t)$ representa la fuerza cortante en la punta libre de la varilla.

Al agrupar términos que involucran δw , se obtiene

$$EIw''''(x, t) + \rho\ddot{w}(x, t) + \rho x\ddot{\theta}(t) = 0. \quad (2.4)$$

Finalmente, considerando que el brazo se encuentra fijo por un extremo, en $x = 0$, se obtiene que

$$w(0, t) = w'(0, t) = 0. \quad (2.5)$$

Finalmente las ecuaciones dadas por (2.2), (2.4), (2.5) y (2.3), representan el modelo dinámico del Robot Flexible:

$$\text{Modelo dinámico Robot Flexible (MDRF)} : \left\{ \begin{array}{l} I_h\ddot{\theta}(t) + \rho \int_0^l (x^2\ddot{\theta}(t) + x\ddot{w}(x, t))dx = u(t) \\ EIw''''(x, t) + \rho\ddot{w}(x, t) + \rho x\ddot{\theta}(t) = 0 \\ w(0, t) = w'(0, t) = 0 \\ w''(l, t) = w'''(l, t) = 0 \end{array} \right\}$$

Definiendo $I_b = \rho \int_0^l x^2 dx = \frac{1}{3}\rho l^3$, se tiene que $I_T = I_h + I_b = I_h + \frac{1}{3}\rho l^3$, y entonces la primera ecuación del *MDRF* resulta

$$I_T\ddot{\theta}(t) + \rho \int_0^l [x\ddot{w}(x, t)]dx = u(t).$$

Al multiplicar por x y después integrar con respecto a x la segunda ecuación del *MDRF*, y substituyendo el resultado en la primera ecuación, se obtiene

$$\text{MDRFT} : \left\{ \begin{array}{l} I_h\ddot{\theta}(t) + \rho \int_0^l (x^2\ddot{\theta}(t) + x\ddot{w}(x, t))dx = u(t) \\ EIw''''(x, t) + \rho\ddot{w}(x, t) + \rho x\ddot{\theta}(t) = 0 \end{array} \right\}$$

El modelo *MDRFT* resultante es un sistema descrito con ecuaciones diferenciales parciales (PDE), el que utilizaremos para derivar el modelo de dimensión finita para *MDRF*. Como el sistema descrito por *MDRFT* consta de ecuaciones diferenciales parciales, esta característica representa un sistema de parámetros distribuidos. Uno de los enfoques para resolver el problema de control para este tipo de sistemas, es reducir el sistema *MDRFT* a un modelo de dimensión finita.

Para obtener un modelo dimensional finito del sistema se utilizó la técnica del análisis modal restringido, que consiste en calcular los valores propios (eigenvalores) y los vectores propios (eigenvectores), que en el caso del Robot Flexible representan las frecuencias de

resonancia con sus “modos shape” (funciones que determinan la deformación del eslabón) respectivos.

Para aplicar esta técnica (análisis modal restringido), se le asigna a la entrada $u(t)$ el valor de cero, con lo cual se obtiene un sistema homogéneo, lo que permite el cálculo de los valores propios (eigenvalores) y los vectores propios (eigenvectores). En el caso del robot flexible esto representa las frecuencias de resonancia con sus modos shapes respectivos.

Con $u(t) = 0$, la segunda ecuación de *MDRFT*, resulta

$$EIw''''(x, t) + \rho\ddot{w}(x, t) = 0 \quad (2.6)$$

con las mismas condiciones frontera dadas por las dos últimas ecuaciones de *MDRF*.

Ahora, como se había mencionado anteriormente, el objetivo de control para este Robot Flexible es el de forzar la punta a seguir una trayectoria deseada. Entonces, considerando como referencia la punta del brazo, denominada por $z(l, t)$, en lugar de la flexión $w(x, t)$, se define

$$z(x, t) \triangleq x\theta(t) + w(x, t) \quad (2.7)$$

como el desplazamiento total de un punto particular del brazo, por lo que substituyendo (2.7) en la ecuación del sistema *MDRFT*, se obtiene

$$EI z''''(x, t) + \rho\ddot{z}(x, t) = 0 \quad (2.8)$$

$$I_h\ddot{\theta}(t) - EI z''(0, t) = 0 \quad (2.9)$$

con las condiciones frontera dadas por

$$\begin{aligned} z'(0, t) &= \theta(t) \\ z(0, t) &= z''(l, t) = z'''(l, t) = 0. \end{aligned}$$

Si se escribe el desplazamiento total como

$$z(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x)q_i(t)$$

se puede aplicar el método de separación de variables, con

$$\begin{aligned} z_n &= \phi_n(x)q_n(t) \\ \theta_n &= \alpha_n q_n(t) \end{aligned}$$

donde ϕ_n es el n -ésimo modo shape y q_n es el modo asociado.

Al substituir z_n y θ_n , en la primera ecuación (2.8), resulta

$$\phi_n''''(x)q_n(t) + \frac{\rho}{EI}\phi_n(x)\ddot{q}_n(t) = 0$$

la cual se puede separar en una ecuación en el tiempo

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = 0 \quad (2.10)$$

cuya solución está dada por $q(t) = e^{j\omega_n t}$, la que representa una oscilación armónica no amortiguada en la frecuencia angular ω_n , y otra en el espacio

$$\phi_n''''(x) - \frac{\rho}{EI} \omega_n^2 \phi_n(x) = 0 \quad (2.11)$$

donde ω_n^2 representa el eigenvalor y $\phi_n(x)$ representa la eigenfunción, con $\omega_n^2 = (\frac{EI}{\rho}) \lambda_n^4$, y las condiciones de frontera

$$\begin{aligned} \phi_n(0) &= 0 \\ \rho \phi_n''(0) + I_h \lambda_n^4 \phi_n'(0) &= 0 \\ \phi_n''(l) = \phi_n'''(l) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde $\alpha_n = \phi_n'(0)$.

La solución general de (2.11) está dada por

$$\phi_n(x) = A \cosh(\lambda x) + B \sinh(\lambda x) + C \cos(\lambda x) + D \sin(\lambda x).$$

Para determinar los valores de A , B , C , y D , se utilizan las condiciones de frontera. Al substituir las condiciones de límite en $x = 0$, es decir $\phi(0) = 0$, $\rho \phi_n''(0) + I_h \lambda_n^4 \phi_n'(0) = 0$, y en $x = l$, es decir, $\phi''(l) = \phi'''(l) = 0$, en la solución general, se tiene

$$\phi(0) = A + C = 0$$

$$\rho \lambda^2 [A - C] + I_h \lambda^5 [B + D] = 0$$

$$\phi''(l) = A \cosh(\lambda l) + B \sinh(\lambda l) - C \cos(\lambda l) - D \sin(\lambda l) = 0$$

$$\phi'''(l) = A \sinh(\lambda l) + B \cosh(\lambda l) + C \sin(\lambda l) - D \cos(\lambda l) = 0. \quad (2.13)$$

Como se puede observar las ecuaciones (2.13) pueden ser simultaneamente igual a cero cuando:

$$A = B = C = D = 0 \quad (2.14)$$

ó cuando

$$\lambda = 0 \text{ y } A = -C \quad (2.15)$$

ó si la ecuación característica del sistema de ecuaciones (2.13) es cero:

$$1 + \cos(\lambda l) \cosh(\lambda l) = 0, \text{ con } A = -C \text{ y } B = -D \quad (2.16)$$

Es fácil ver que las soluciones (2.14 y 2.15) describen la solución trivial de la ecuación (2.13), y solamente con la solución (2.16) se resuelve la ecuación (2.13) para que $\phi(x) \neq 0$. El primer término de la ecuación (2.16) es llamado la ecuación de frecuencia; la cual se satisface para un número infinito de valores de λl , correspondientes a cada modo normal de oscilación,

$$B = \frac{1}{I_t} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \phi'_1(x) \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \phi'_n(x) \end{bmatrix}$$

$$C = [l \ 0 \ \phi_1(l) \ 0 \ \dots \ \phi_n(l) \ 0]$$

donde el vector de estado es $x(t) = [q_0 \ \dot{q}_0 \ q_1 \ \dot{q}_1 \ \dots \ q_n \ \dot{q}_n]$ y ζ representa el amortiguamiento del sistema, no considerado en la derivación de las ecuaciones dinámicas ($\zeta = 0.002$).

Este modelo es el que se utilizará en el presente trabajo para la aplicación de diferentes estructuras de control.

Capítulo 3

Teoría básica de regulación lineal

Resumen: En este capítulo se presentan los conceptos y resultados básicos de la teoría de control que permiten obtener una solución para el problema de regulación de la salida de un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo.

El objetivo de este capítulo es el de recordar algunos de los resultados de la teoría de regulación para sistemas lineales, utilizando diferentes métodos para la resolución del problema de regulación de la salida.

La organización del capítulo es la siguiente: en la sección 3.1 se presenta el problema de la regulación de la salida, en la sección 3.2 se presenta la teoría básica para regulación de la salida por retroalimentación del estado; en la sección 3.3 el problema correspondiente para regulación de la salida por retroalimentación del error y por último en la sección 3.4 se presenta el método "Back Stepping" para encontrar una solución al problema de regulación de la salida.

3.1 Problema de Regulación de la salida

Uno de los objetivos de mayor importancia en la Teoría de Control Automático es el de controlar una planta, para que su salida siga señales de referencia dadas (con ciertas características). En particular, para una planta lineal de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde $x(t)$ es un vector que representa el estado interno de la planta, $u(t)$ denota el valor de la entrada, por medio de la cual se impondrá la acción de control y $y(t)$ es la salida a ser controlada. El problema en cuestión, es encontrar una ley de control $u(\cdot)$ tal que la señal de referencia $y_{ref}(\cdot)$ y la salida de la planta $y(\cdot)$ satisfagan

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_{ref}(t)\| = 0\tag{3.2}$$

para cada estado inicial de $x(0)$.

En general en situaciones prácticas los procesos son afectados por perturbaciones externas, por lo cual una descripción más adecuada es la siguiente

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + P\varpi(t)\tag{3.3}$$

$$\dot{\varpi}(t) = S\varpi(t)\tag{3.4}$$

$$e(t) = Cx(t) - Q\varpi(t).\tag{3.5}$$

En nuestro caso las entradas exógenas $\varpi(t)$ provienen de un modelo generador llamado "exosistema" y $e(t)$ representa el error de seguimiento entre la salida del sistema $y(t)$ y una señal de referencia deseada $y_{ref}(t)$.

En general, la acción de control en (3.3) es un controlador de retroalimentación y su estructura dependerá de la cantidad de información disponible. El mejor de los casos ocurre cuando se tiene acceso total y directo al estado $x(t)$ de la planta y de la entrada exógena $\varpi(t)$. En tal caso la acción de control se denomina por *retroalimentación del estado* y estará dada por

$$u(t) = Kx(t) + L\varpi(t),\tag{3.6}$$

donde se deberán encontrar, si es posible, dos matrices K y L tales que:

(S)_{es} La matriz $A + BK$ tenga todos sus valores propios en \mathbb{C}^- (es decir, la parte real de los valores propios de $A + BK$ están contenidos en el semiplano izquierdo del plano complejo),

(R)_{es} Para cada $(x(0), \varpi(0))$, la solución $(x(t), \varpi(t))$ de

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + BK)x(t) + (P + BL)\varpi(t) \\ \dot{\varpi}(t) &= S\varpi(t)\end{aligned}$$

sea tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Cx(t) - Q\varpi(t)) = 0.$$

Un caso más realista es cuando sólo se tiene acceso a la señal de error $e(t)$, siendo ésta la señal de entrada a un controlador dinámico, que será modelado por un sistema de ecuaciones diferenciales de la forma

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= F\xi(t) + Ge(t) \\ u(t) &= H\xi(t)\end{aligned}$$

donde $\xi(t)$ es el estado interno del controlador.

A esta estructura se le conoce como control por *retroalimentación del error*. Aquí el problema es encontrar, si es posible, tres matrices F , G y H tales que

(S)_{er} La matriz

$$\begin{bmatrix} A & BH \\ GC & F \end{bmatrix}$$

tenga todos sus valores propios en \mathbb{C}^- ,

(R)_{er} Para cada $(x(0), \xi(0), \varpi(0))$, la solución $(x(t), \xi(t), \varpi(t))$ de

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + BH\xi(t) + P\varpi(t) \\ \dot{\xi}(t) &= GCx(t) + F\xi(t) + GQ\varpi(t) \\ \dot{\varpi}(t) &= S\varpi(t)\end{aligned}$$

es tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Cx(t) - Q\varpi(t)) = 0.$$

En ambos casos, el propósito del control es, que para cualquier condición inicial del estado y para cualquier entrada exógena con determinadas características, garantizar que el sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable y el error tienda a cero cuando el tiempo tienda a infinito.

3.2 Regulación de la salida por retroalimentación del estado.

Las condiciones necesarias y suficientes para que exista una solución al problema de regulación de la salida por retroalimentación del estado están dadas en el siguiente teorema:

Teorema 1 [11] *Suponga que se satisfacen las hipótesis siguientes:*

(H1) La parte real de los valores propios de S están contenidos en el semiplano derecho cerrado del plano complejo, es decir

$$\operatorname{Re}\{\sigma(S)\} \in \operatorname{clos}(\mathbb{C}^+) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}[\lambda] \geq 0\} \quad (3.7)$$

(H2) El par (A, B) es estabilizable. Es decir, existe una matriz K tal que la matriz $(A + BK)$ tiene todos sus valores propios en \mathbb{C}^-

Entonces el problema de regulación de la salida por retroalimentación del estado tiene solución si y solo si existen matrices Π y Γ que resuelven las ecuaciones lineales matriciales

$$\begin{aligned} \Pi S &= A\Pi + B\Gamma + P \\ 0 &= C\Pi - Q. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Mas aún, la ley de control que garantiza que $(S)_{es}$ y $(R)_{es}$ se cumplan está dada por

$$u(t) = Kx(t) + L\varpi(t) \tag{3.9}$$

donde K es tal que $(A + BK)$ es estable y $L = (\Gamma - K\Pi)$, es decir,

$$u(t) = \Gamma\varpi(t) + K(x(t) - \Pi\varpi(t)).$$

De ésta última expresión podemos observar que el control consta de dos términos, el término $K(x(t) - \Pi\varpi(t))$ cuya función consiste en llevar al sistema a la superficie $x_{ss} = \Pi\varpi(t)$, y el término $\Gamma\varpi(t)$, que puede interpretarse como la entrada en estado estacionario $u_{ss}(t)$ que mantiene el estado del sistema en el estado estacionario $x_{ss}(t)$. De esta manera las ecuaciones (3.8) expresan una condición de invariancia cuando el sistema está sobre la superficie $x_{ss} = \Pi\varpi(t)$.

3.3 Regulación de la salida por retroalimentación del error.

El problema de regulación de la salida por retroalimentación del error es de mayor utilidad desde el punto de vista de control de procesos, ya que en la práctica sólo se tiene disponible la salida del sistema. Las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de una solución al problema de regulación de la salida por retroalimentación del error están dadas en el siguiente teorema:

Teorema 2 [11] *Suponga que las hipótesis (H1) y (H2) del teorema 1 se satisfacen junto con la hipótesis siguiente*

(H3) El par

$$\left([C \quad Q], \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} \right) \tag{3.10}$$

es detectable.

Entonces el problema de regulación de la salida por retroalimentación del error tiene solución si y solo si existen matrices Π y Σ que resuelven las ecuaciones lineales matriciales

$$\begin{aligned} \Pi S &= A\Pi + B H \Sigma + P \\ \Sigma S &= F \Sigma \\ 0 &= C\Pi - Q. \end{aligned}$$

La estructura del controlador que resuelve el problema está dada por

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= F\xi(t) + Ge(t) \\ u(t) &= H\xi(t) \end{aligned} \tag{3.11}$$

donde

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix}, H = [K \ L], L = \Gamma - K\Pi$$

$$F = \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [K \ L] - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} [C \ Q]$$

siendo K y G matrices que aseguran que las matrices

$$(A + BK) \text{ y } \left(\begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} [C \ Q] \right)$$

tengan todos sus valores propios en el semiplano izquierdo (\mathbb{C}^-).

Nótese que ξ_0 sigue asintóticamente a x y ξ_1 sigue a ϖ .

Finalmente, se considera (ξ_0, ξ_1) como si fuera (x, ϖ) y se reemplaza en la expresión de la ley de control construida al principio (3.9) haciendo

$$u(t) = K\xi_0 + (\Gamma - K\Pi)\xi_1 \quad (3.12)$$

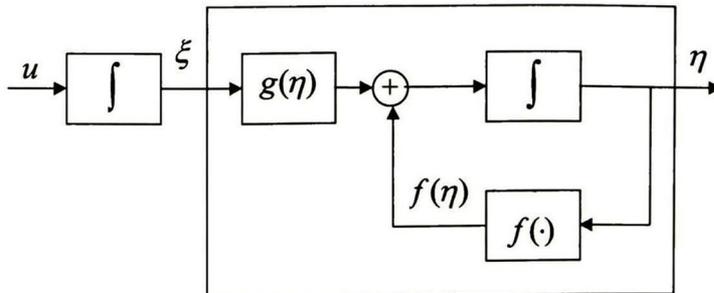
3.4 Regulación de la salida por el método de Back Stepping

Considerando el sistema

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \quad (3.13)$$

$$\dot{\xi} = u \quad (3.14)$$

donde f y g son conocidas, se desea diseñar un control que retroalimentando el estado estabilice el origen ($\eta = 0, \xi = 0$). Este sistema puede ser visto como una conexión en cascada de dos componentes [12], como se muestra en la figura siguiente



Donde el primer componente está dado por (3.13), con ξ como entrada, y el segundo componente es el integrador (3.14). Suponga que el componente (3.13) puede ser estabilizado por una ley de control de retroalimentación de los estados $\xi = \phi(\eta)$, con $\phi(0) = 0$; tal que, el origen de

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)$$

es asintóticamente estable. Suponiendo ahora que tenemos una función de Lyapunov $V(\eta)$ que satisface la desigualdad

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] \leq -W(\eta), \quad (3.15)$$

donde $W(\eta)$ es una función definida positiva. Ahora realizando el cambio de variable

$$z = \xi - \phi(\eta)$$

el sistema nos queda

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \\ \dot{z} &= u - \dot{\phi}. \end{aligned}$$

Como f , g , y ϕ son conocidas, la derivada $\dot{\phi}$ puede ser calculada utilizando la expresión

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi]$$

Tomando $v = u - \dot{\phi}$ se obtiene un sistema conectado en cascada

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \\ \dot{z} &= v \end{aligned}$$

el cual es similar al sistema con el que se inició, excepto que ahora el primer componente tiene un origen asintóticamente estable cuando la entrada es cero. Esta característica será aprovechada en el diseño de v para estabilizar el sistema completo. Usando

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2}z^2$$

como una función candidata de Lyapunov, obtenemos

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)z + zv \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta}(\eta)z + zv.$$

Escogiendo

$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - kz, \quad k > 0$$

obtenemos

$$\dot{V}_a \leq -W(\eta) - kz^2$$

la cual nos dice que el origen ($\eta = 0, z = 0$) es asintóticamente estable. Como $\phi(0) = 0$, concluimos que el origen ($\eta = 0, \xi = 0$) es asintóticamente estable. Substituyendo por v, z , y ϕ , obtenemos la ley de control por retroalimentación

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - k[\xi - \phi(\eta)]. \quad (3.16)$$

Si todas las suposiciones se mantiene globalmente y $V(\eta)$ es radialmente ilimitada, podemos concluir que el origen es globalmente asintóticamente estable. Podemos resumir nuestras conclusiones en el siguiente lema.

Lema 3.1 [12] *Considere el sistema (3.13) (3.14). Sea $\phi(\eta)$ una ley de control de retroalimentación de estados para (3.13) con $\phi(0) = 0$, y sea $V(\eta)$ una función de Lyapunov que satisface (3.15) con alguna función definida positiva $W(\eta)$. Entonces, la ley de control de retroalimentación de estados (3.16) estabiliza el origen de (3.13) (3.14), con $V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2$ como una función de Lyapunov. Más aún, si todas las suposiciones se mantienen globalmente y $V(\eta)$ es radialmente ilimitada, el origen será globalmente asintóticamente estable.*

Con el propósito de comparar las técnicas de control antes mencionadas se implementaron además de estas, la técnica de inversión para regulación de la salida y el método de backstepping para el mismo fin, las cuales serán mencionadas en el capítulo 4.

Capítulo 4

Control del brazo flexible

Resumen: En este capítulo se presenta la aplicación de diferentes esquemas de control, así como los resultados obtenidos en simulación y algunos resultados de experimentos realizados en el sistema en tiempo real. Este capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera: en la sección 4.1 se presenta la aplicación y los resultados en simulación del regulador lineal con retroalimentación del estado y del error; en la sección 4.2 se presenta la aplicación y los resultados en simulación de los controladores obtenidos por el método de inversión, backstepping y modos deslizantes; en la sección 4.3 se muestran resultados de simulaciones en las cuales se hacen variaciones paramétricas al sistema para comprobar la robustez de los controladores y por último en la sección 4.4 se presentan algunos resultados de los experimentos realizados en tiempo real.

4.1 Diseño del control por retroalimentación del estado y del error.

En esta sección se presenta el diseño del regulador de la salida por retroalimentación del estado y del error y los resultados en simulación. En primer lugar se presenta el diseño del regulador y los resultados en simulación para el caso del sistema y del controlador continuos en tiempo. En segundo lugar se presenta el diseño del regulador al modelo discretizado y los resultados en simulación; esto último se realizó debido a la similitud de las condiciones entre el regulador discreto y del continuo. Para reproducir de manera aproximada las condiciones reales de un control en tiempo real, se implementaron en simulación los esquemas siguientes:

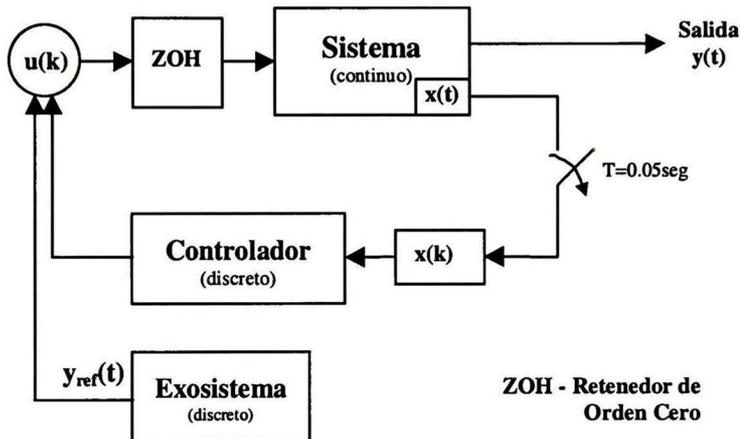


Figura 4.1 Esquema de control Continuo-Discretizado con retroalimentación del estado

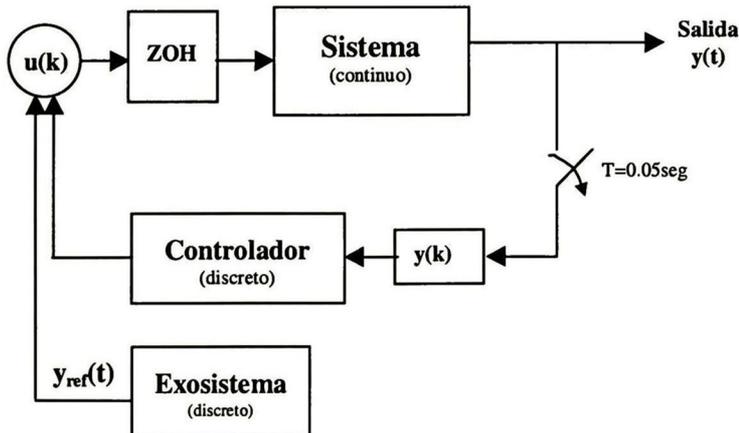


Figura 4.2 Esquema de control Continuo-Discretizado con retroalimentación del error.

El diseño consiste en discretizar el modelo continuo del sistema, y calcular el regulador lineal para el sistema discretizado y posteriormente aplicar la ley de control obtenida al sistema continuo. El comportamiento de estos esquemas será analizado en esta sección.

4.1.1 Esquema Continuo

Para este caso, el modelo del sistema está dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & a_7 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

$$a_1 = 1, a_2 = -514.88393, a_3 = -.907642e - 1, a_4 = -20221.52513$$

$$a_5 = -.568809, a_6 = -158540.0361, a_7 = -1.592683452$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} b_1 &= 10.89720305, b_2 = 2.411970091 \\ b_3 &= .9799751749e - 2, b_4 = .4464034131e - 3 \end{aligned}$$

$$C = [c_1 \ 0 \ c_2 \ 0 \ c_3 \ 0 \ c_4 \ 0]$$

$$c_1 = 0.7, c_2 = -.4802920998, c_3 = -.5768706338, c_4 = -.5824520110$$

y el exosistema se escoge como

$$\dot{\varpi}(t) = S\varpi(t) \quad (4.3)$$

con

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

donde $\alpha > 0$ representa la frecuencia de oscilación de la señal del exosistema. La matriz Q asociada a la señal de referencia se escoge como

$$Q = [-1 \ 0] \quad (4.4)$$

Para realizar el regulador de la salida por retroalimentación del estado se deben cumplir las condiciones necesarias y suficientes $H1$ y $H2$, citadas en el teorema 1 del capítulo anterior, por lo que verificando $H1$, se encuentra que (4.3) tiene sus valores propios sobre el eje imaginario, más precisamente en $\pm j\alpha$. Para verificar $H2$, se formó la matriz de controlabilidad

$$C_o = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B \ A^5B \ A^6B \ A^7B]$$

y se comprobó que es de rango completo, por lo que las condiciones $H1$ y $H2$ del teorema 1 del capítulo anterior se satisfacen, y las ecuaciones (3.8) toman la forma

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \\ \Pi_{31} & \Pi_{32} \\ \Pi_{41} & \Pi_{42} \\ \Pi_{51} & \Pi_{52} \\ \Pi_{61} & \Pi_{62} \\ \Pi_{71} & \Pi_{72} \\ \Pi_{81} & \Pi_{82} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \\ \Pi_{31} & \Pi_{32} \\ \Pi_{41} & \Pi_{42} \\ \Pi_{51} & \Pi_{52} \\ \Pi_{61} & \Pi_{62} \\ \Pi_{71} & \Pi_{72} \\ \Pi_{81} & \Pi_{82} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} [\Gamma_1 \quad \Gamma_2]$$

$$0 = [c_1 \quad 0 \quad c_2 \quad 0 \quad c_3 \quad 0 \quad c_4 \quad 0] \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \\ \Pi_{31} & \Pi_{32} \\ \Pi_{41} & \Pi_{42} \\ \Pi_{51} & \Pi_{52} \\ \Pi_{61} & \Pi_{62} \\ \Pi_{71} & \Pi_{72} \\ \Pi_{81} & \Pi_{82} \end{bmatrix} + [-1 \quad 0],$$

cuya solución se obtiene a partir de las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 -\alpha\Pi_{12} &= \Pi_{21} \\
 \alpha\Pi_{11} &= \Pi_{22} \\
 -\alpha\Pi_{22} &= 10.89720305\Gamma_{11} \\
 \alpha\Pi_{21} &= 10.89720305\Gamma_{12} \\
 -\alpha\Pi_{32} &= \Pi_{41} \\
 \alpha\Pi_{31} &= \Pi_{42} \\
 -\alpha\Pi_{42} &= -514.8839389\Pi_{31} - .9076421664e - 1\Pi_{41} + 2.411970091\Gamma_{11} \\
 \alpha\Pi_{41} &= -514.8839389\Pi_{32} - .9076421664e - 1\Pi_{42} + 2.411970091\Gamma_{12} \\
 -\alpha\Pi_{52} &= \Pi_{61} \\
 \alpha\Pi_{51} &= \Pi_{62} \\
 -\alpha\Pi_{62} &= -20221.52513\Pi_{51} - .5688096360\Pi_{61} + .9799751749e - 2\Gamma_{11} \\
 \alpha\Pi_{61} &= -20221.52513\Pi_{52} - .5688096360\Pi_{62} + .9799751749e - 2\Gamma_{12} \\
 -\alpha\Pi_{72} &= \Pi_{81} \\
 \alpha\Pi_{71} &= \Pi_{82} \\
 -\alpha\Pi_{82} &= -158540.0361\Pi_{71} - 1.592683452\Pi_{81} + .4464034131e - 3\Gamma_{11} \\
 \alpha\Pi_{81} &= -158540.0361\Pi_{72} - 1.592683452\Pi_{82} + .4464034131e - 3\Gamma_{12} \\
 1 &= .7\Pi_{11} - .4802920998\Pi_{31} - .5768706338\Pi_{51} - .5824520110\Pi_{71} \\
 0 &= .7\Pi_{12} - .4802920998\Pi_{32} - .5768706338\Pi_{52} - .5824520110\Pi_{72}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Resolviendo para el caso de $\alpha = 1$, se obtiene que

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= [-.1310565024 \quad -.6838922237e - 8], \\
 \Pi &= \begin{bmatrix} 1.428149317 & .7452512426e - 7 \\ -.7452512426e - 7 & 1.428149317 \\ -.6151279115e - 3 & .1086142288e - 6 \\ -.1086142288e - 6 & -.6151279115e - 3 \\ -.6351571875e - 7 & .1783402404e - 11 \\ -.1783402404e - 11 & -.6351571875e - 7 \\ -.3690199675e - 9 & .3687918710e - 14 \\ -.3687918710e - 14 & -.3690199675e - 9 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

y la matriz K que estabiliza el par (A, B) se calculó resolviendo un problema de tipo LQR, resultando

$$\begin{aligned}
 K &= [-1.414213562 \quad -1.510478794 \quad -18.08626176 \quad -1.115181603 \\
 &\quad - .3269181719 \quad -.1696633213e - 1 \quad -.5360632944e - 2 \quad -.2797417626e - 3]
 \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned}
 Q_{LQR} &= I^{8 \times 8} \\
 R_{LQR} &= 0.5
 \end{aligned}$$

las cuales fueron seleccionadas a prueba y error, verificando el comportamiento del estado y de la señal de control, de donde

$$L = [1.877526012 \quad 2.156505340]$$

Ahora bien, para el caso de retroalimentación del error; se procedió a verificar la hipótesis $H3$ del teorema 2 del capítulo anterior, que dice que el par (3.10) debe ser detectable; por lo que verificando la matriz de observabilidad

$$Ob = \begin{bmatrix} C_e \\ C_e A_e \\ C_e A_e^2 \\ C_e A_e^3 \\ C_e A_e^4 \\ C_e A_e^5 \\ C_e A_e^6 \\ C_e A_e^7 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

donde

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & a_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_e = [c_1 \quad 0 \quad c_2 \quad 0 \quad c_3 \quad 0 \quad c_4 \quad 0 \quad -1 \quad 0]$$

con a_i y c_i valores de (4.2) y $\alpha = 1$, se tiene que el rango de la matriz (4.7) no es de rango pleno, por lo que es necesario proponer una nueva salida del sistema, para la que se cumpla la hipótesis $H3$. Para poder realizar un diseño adecuado, se observó del modelo que tomando la derivada de la salida, esto es, $C\dot{x}$, la condición de observabilidad se satisface, por lo que la salida que se propone entonces es

$$y = C_{aux}x(t) = [C \quad C_d] x(t), \quad (4.8)$$

donde $C_d x(t) = \frac{dC_x(t)}{dt} = C\dot{x}(t)$. Nótese que en este caso, aunque no se tiene la medición completa de la salida escogida, en el esquema a realizar se estimará esta variable. La nueva matriz asociada a la señal de referencia es ahora

$$Q_{aux} = [-1 \quad -1]$$

con lo que la señal de error resulta

$$e(t) = (y - y_{ref}) + (\dot{y} - \dot{y}_{ref}) = C_{aux}x(t) + Q_{aux}w(t) = (Cx(t) - w_1(t)) + \left(\frac{dCx(t)}{dt} - w_2(t)\right)$$

en donde $\dot{w}_1 = w_2$, por la selección del exosistema.

Ahora bien, al redefinir la matriz aumentada

$$C_{ext} = [C \quad C_d \quad Q_{aux}]$$

se verifica que la matriz de observabilidad tiene rango pleno, por lo que satisface de ésta manera la hipótesis $H3$. Realizando el procedimiento para el cálculo del controlador, se tiene que los valores de Γ y Π son:

$$\Gamma = [-.1310565023 \quad -.6838922236e - 8],$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1.4281493172 & .7452512425e - 7 \\ -.7452512425e - 7 & 1.4281493172 \\ -.6151279114e - 3 & .1086142288e - 6 \\ -.1086142288e - 6 & -.6151279114e - 3 \\ -.6351571875e - 7 & .1783402403e - 11 \\ -.1783402403e - 11 & -.6351571875e - 7 \\ -.3690199675e - 9 & .3687918710e - 14 \\ -.3687918710e - 14 & -.3690199675e - 9 \end{bmatrix}$$

Para este caso, la matriz K que estabiliza el par (A, B) se calculó del mismo modo anterior LQR, resultando

$$K = [-0.6123724356 \quad -0.6997021801 \quad -4.1641238776 \quad -0.5449126553 \\ -0.0289154720 \quad -0.0032202673 \quad -0.0004698376 \quad -5.2532561889e - 5],$$

con

$$Q_{LQR} = I * 3^{10 \times 10}$$

$$R_{LQR} = 2.5$$

las cuales fueron seleccionadas a prueba y error, verificando el comportamiento del estado y de la señal de control.

La matriz H resultó ser:

$$H = [-.6123724356 \quad -.6997021801 \quad -4.1641238776 \quad -.5449126553 \quad -.0289154720 \\ -.0032202673 \quad -.0004698376 \quad -.0000525325 \quad .7409411915 \quad .9989444906].$$

La matriz G que hace que la matriz

$$\left(\begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} [C \quad Q] \right)$$

tenga todos sus valores propios en (\mathbb{C}^-) es

$$G = \begin{bmatrix} 2.5620603962140 \\ 1.0954451150100 \\ .1648905560510 \\ -24.3308654992600 \\ .1499278246470 \\ -152.9891793015480 \\ .5422557292970 \\ -375.8421320878180 \\ .5485438044140 \\ -1.4488270064570 \end{bmatrix}$$

y finalmente, la matriz $F = [F_1 \quad F_2]$, del controlador (3.11) resulta en

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1.7935 & -.7935 & 1.2306 & 1.2306 & 1.4780 \\ -7.4398 & -8.3914 & -44.850 & -5.4118 & .31681 \\ -.11542 & -.11542 & .079195 & 1.0792 & .095120 \\ 15.555 & 15.344 & -536.61 & -13.091 & -14.106 \\ -.10495 & -.10495 & .072010 & .072010 & .086490 \\ 107.08 & 107.08 & -73.521 & -73.485 & -20310. \\ -.37958 & -.37958 & .26044 & .26044 & .31281 \\ 263.09 & 263.09 & -180.51 & -180.51 & -216.81 \\ -.38398 & -.38398 & .26346 & .26346 & .31644 \\ 1.0142 & 1.0142 & -.69584 & -.69584 & -.83577 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 1.4780 & 1.4923 & 1.4923 & 2.5621 & 2.5621 \\ .59681 & .63290 & .63745 & 9.1694 & 11.980 \\ .095120 & .096040 & .096040 & .16489 & .16489 \\ -14.044 & -14.173 & -14.172 & -22.544 & -21.922 \\ 1.0865 & .087327 & .087327 & .14993 & .14993 \\ -88.824 & -89.109 & -89.109 & -152.98 & -152.98 \\ .31281 & .31584 & 1.3158 & .54226 & .54226 \\ -216.81 & -.15876e6 & -220.50 & -375.84 & -375.84 \\ .31644 & .31950 & .31950 & .54854 & 1.5485 \\ -.83577 & -.84385 & -.84385 & -2.4488 & -1.4488 \end{bmatrix}$$

Las simulaciones presentadas en este capítulo en los diferentes esquemas de control, se realizaron usando el paquete de Simulación *Simnon* [36]. Como señal de referencia se tomó una señal cosenoidal de frecuencia $1 \frac{rad}{seg}$. Las condiciones iniciales bajo las cuales se llevaron a cabo las simulaciones son $w_1 = 0.5 \text{ m}$ y $q_2 = 0.05 \text{ m}$, donde q_2 , es el modo de mayor peso en la flexión de la varilla flexible.

Los resultados de la aplicación de los esquemas de control anteriores se muestran en las figuras 4.3 a 4.9.

Retroalimentación del estado

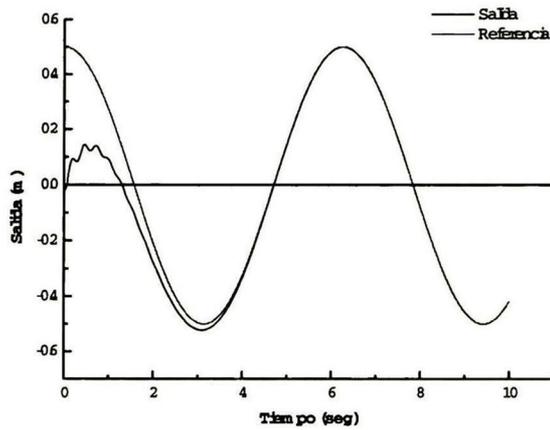


Figura 4.3 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

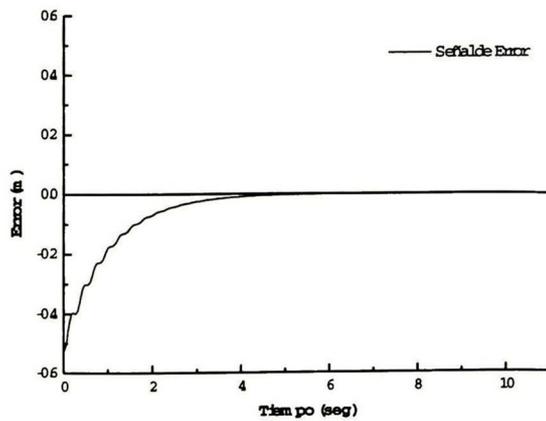


Figura 4.4 Error de seguimiento

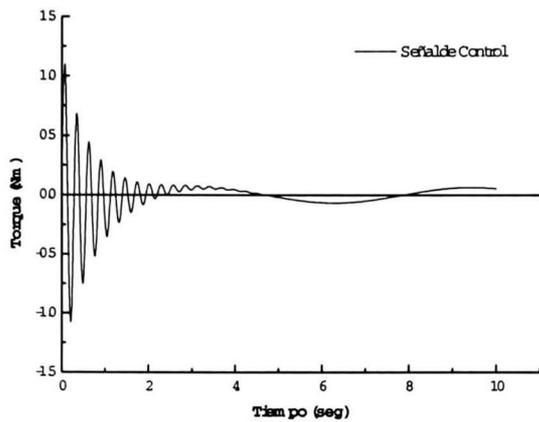


Figura 4.5 Señal de control

Retroalimentación del error

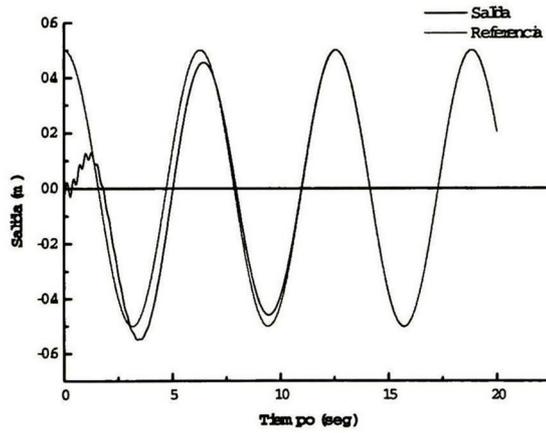


Figura 4.6 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

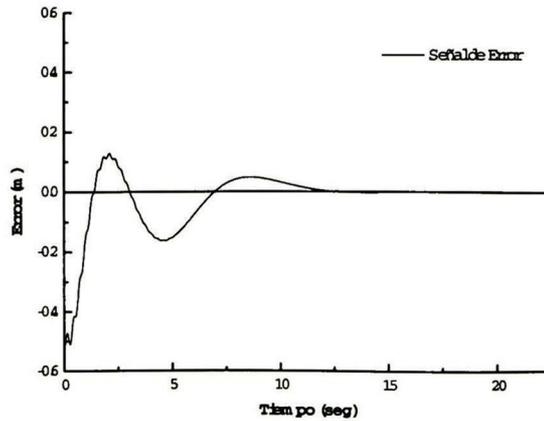


Figura 4.7 Error de seguimiento $e = y - y_{ref}$

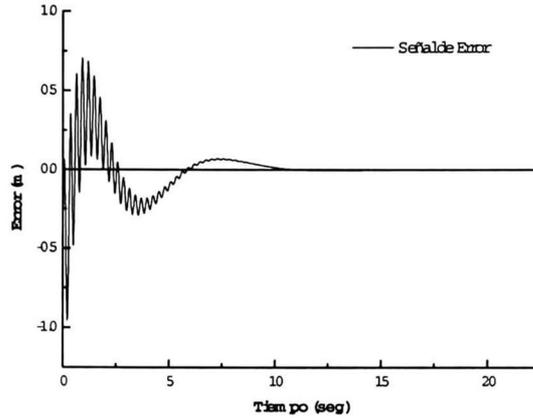


Figura 4.8 Error de seguimiento $e = (y - y_{ref}) + (\dot{y} - \dot{y}_{ref})$

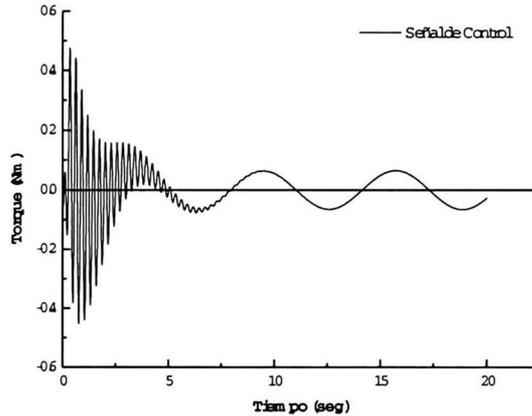


Figura 4.9 Señal de control

En las figuras 4.3 y 4.6 se observa el comportamiento de la posición de la punta del brazo con respecto a la señal de referencia, originado por una retroalimentación del estado y del error respectivamente, en las que se pueden apreciar que la salida alcanza la señal de referencia en alrededor de 5 segundos y 10 segundos, en la figura 4.4 y 4.7 se muestran los errores de seguimiento entre la posición de la punta del brazo y la señal de referencia de las figuras 4.3 y 4.6, en las cuales los errores decaen a cero en un tiempo finito, en la figura 4.8 se presenta el error de seguimiento entre la salida auxiliar, escogida para el diseño del controlador por retroalimentación del error, la cual tiende a cero en aproximadamente 10 segundos y por último en las figuras 4.5 y 4.9 se aprecian las señales de control necesarias para llevar a cabo el seguimiento, de las que se puede observar que son acotadas. Siendo esta característica adecuada para el sistema bajo estudio, ya que las señales físicas del controlador del motor, se tiene que son de ± 2 Nm de torque máximo. Por lo que se puede decir que los controladores por retroalimentación del estado y error implementados realizan su función de manera satisfactoria.

4.1.2 Esquema Discretizado

Considerando que las condiciones para la realización del regulador discreto son muy similares a las del regulador continuo, se diseñó el controlador discreto para verificar el comportamiento del sistema en tiempo discreto.

En este caso, la descripción del sistema está dada por

$$x(k+1) = A_{disc}x(k) + B_{disc}u(k)$$

que es la ecuación discretizada del sistema con período de muestreo $T = 0.05$ segundos.

Las matrices A_{disc} y B_{disc} se obtuvieron de las expresiones

$$A_{disc} = \int_0^T e^{AT} dT$$

$$B_{disc} = \int_0^T e^{A(T-\tau)} B d\tau$$

de donde para el caso presente

$$A_{disc} = \begin{bmatrix} 1 & .05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .4234 & .0399 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -20.5193 & .4198 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .6690 & .0051 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -103.1624 & .6661 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .4723 & .0021 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -333.5915 & .4690 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{disc} = \begin{bmatrix} .01362150381250 \\ .54486015250000 \\ .00270112155816 \\ .09612267897436 \\ .16039239e - 6 \\ .4999452442e - 4 \\ .148572e - 8 \\ .93929834e - 6 \end{bmatrix},$$

y de la misma forma se comprobaron las hipótesis $H1$ y $H2$, para la realización del regulador con retroalimentación del estado, con las cuales se obtuvieron los siguientes resultados

$$K = \begin{bmatrix} -.8887741981 & -.9758351203 & 1.027420388 & -.8561477112 \\ -.01666299539 & -.0008408477361 & .0007263780575 & -.422684589e - 5 \end{bmatrix}$$

con las matrices de ponderación

$$\begin{aligned} Q_{LQR} &= I^{8 \times 8} \\ R_{LQR} &= 0.5 \end{aligned}$$

para la solución del controlador LQR, las cuales fueron seleccionadas a prueba y error, verificando el comportamiento del estado y de la señal de control,

$$L = [1.138905006 \quad 1.390183593],$$

y el controlador que se obtuvo es entonces

$$u_k = Kx_k + Lw_k,$$

con w_k obtenida del exosistema (3.4) discretizado con el mismo periodo de muestreo mencionado anteriormente.

Para el caso del esquema de control por retroalimentación del error se tomó la misma señal de salida del caso anterior (4.8), pero discretizada.

Se verificaron las hipótesis $H1$, $H2$, y $H3$, con las cuales se satisficieron las ecuaciones (3.8) y se obtuvieron los valores de Γ y Π

$$\Gamma = [-.1310179592 \quad -.003264596581],$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1.428023643 & -.0001256460800 \\ .0001256723990 & 1.428321222 \\ -.0006150856237 & .1492859423e - 6 \\ -.4263165224e - 7 & -.0005473058795 \\ -.6373911077e - 7 & .8419569226e - 10 \\ -.1551530055e - 8 & -.5165191778e - 6 \\ -.3698015276e - 9 & .8019072146e - 12 \\ -.3151755187e - 10 & -.6290444023e - 8 \end{bmatrix}$$

La matriz K que estabiliza el par (A_{disc}, B_{disc}) se escogió por medio de un controlador LQR, con

$$K = [-.4911170323 \quad -.5745205040 \quad 2.9804534360 \quad -.4390313953 \\ .0035967872 \quad -.2629380137e - 3 \quad .3028947969e - 3 \quad -.142785364e - 5]$$

donde

$$Q_{LQR} = I^{8 \times 8}$$

$$R_{LQR} = 0.5$$

son las matrices de ponderación, las cuales fueron seleccionadas a prueba y error, verificando el comportamiento del estado y de la señal de control,

con los valores de Γ , Π , y K se construyó la matriz H quedando como sigue

$$H = [-.4911170323 \quad -.5745205040 \quad 2.9804534360 \quad -.4390313953 \quad .0035967872 \\ -.26293801374e - 3 \quad .30289479690e - 3 \quad -.142785364e - 5 \quad .5722141914 \quad .8170327953]$$

con la cual se formó la ley de control (3.12)

La matriz G resulto ser

$$G = \begin{bmatrix} .02314428853415 \\ .00457304604584 \\ .00134958528021 \\ -.05342412491016 \\ -.00337530010277 \\ -.22546876720466 \\ -.00108233420513 \\ -1.52072972696808 \\ -.00294207054319 \\ -.00575931603565 \end{bmatrix}$$

y por último la matriz $F = [F_1 \quad F_2]$ del controlador (3.11) quedó con

$$F_1 = \begin{bmatrix} .97711 & .025973 & .051716 & .0051355 & .013400 \\ -.27079 & .68377 & 1.6262 & -.23701 & .0045978 \\ -.0022713 & -.0024965 & .43210 & .039362 & .78826e-3 \\ -.009811 & -.017828 & -20.259 & .35194 & -.030473 \\ .0023626 & .0023626 & -.0016206 & -.0016212 & .66705 \\ .15781 & .15780 & -.10814 & -.10831 & -103.29 \\ .75761e-3 & .75761e-3 & -.51982e-3 & -.51982e-3 & -.62435e-3 \\ 1.0645 & 1.0645 & -.73038 & -.73038 & -.87725 \\ .0020595 & .0020595 & -.0014131 & -.0014131 & -.0016972 \\ .0040315 & .0040315 & -.0027661 & -.0027661 & -.0033224 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} .013347 & .013484 & .013480 & .030939 & .034274 \\ .0024947 & .0028285 & .0026627 & .31634 & .44974 \\ .77783e-3 & .78689e-3 & .78607e-3 & .0028952 & .0035565 \\ -.030844 & -.031088 & -.031117 & .001579 & .025111 \\ .0031529 & -.0019659 & -.0019659 & -.0033752 & -.0033752 \\ .53603 & -.13133 & -.13133 & -.22544 & -.22543 \\ -.62435e-3 & .47167 & .0014696 & -.0010823 & -.0010823 \\ -.87725 & -334.48 & -.41673 & -1.5207 & -1.5207 \\ -.0016972 & -.0017136 & -.0017136 & .99581 & .047037 \\ -.0033224 & -.0033545 & -.0033545 & -.055738 & .99299 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos de la aplicación de los esquemas de control anteriores al modelo discretizado se muestran en las figuras 4.10 a 4.16.

Retroalimentación del estado

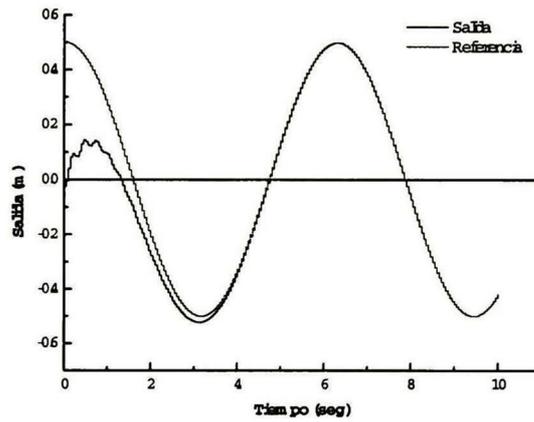


Figura 4.10 Posición de la punta del brazo y señal de referencia (discretizadas)

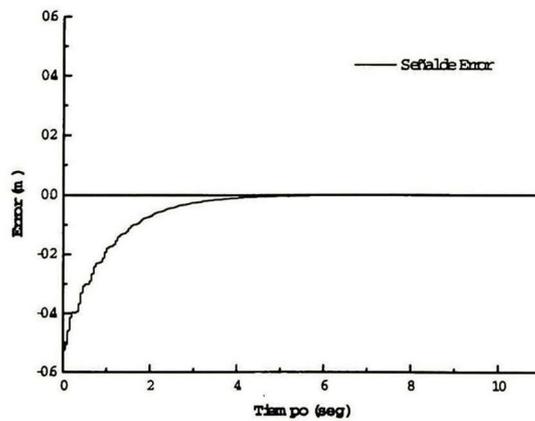


Figura 4.11 Error de seguimiento (discreto)

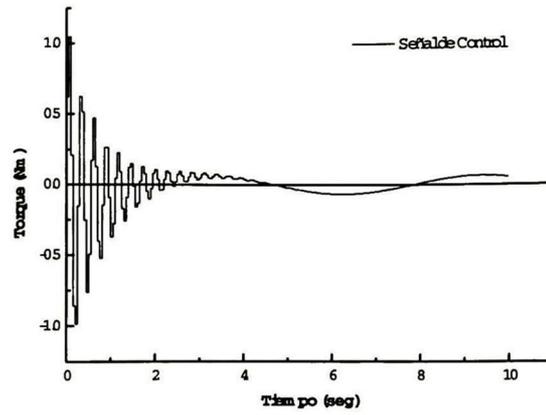


Figura 4.12 Señal de control (discreta)

Retroalimentación del error

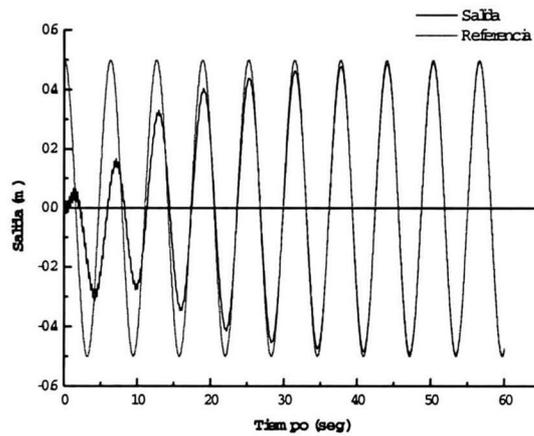


Figura 4.13 Posición de la punta del brazo y señal de referencia (discretizadas)

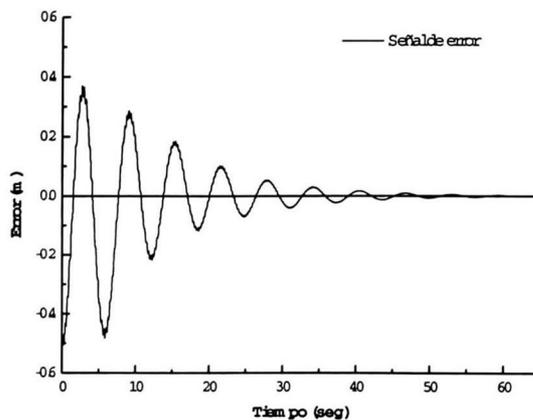


Figura 4.14 Error de seguimiento $e_k = y_k - y_{ref,k}$ (discreto)

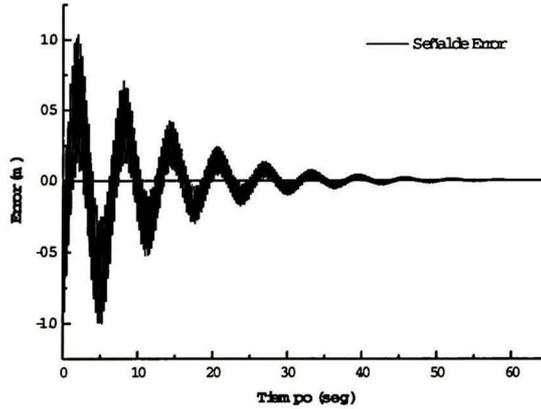


Figura 4.15 Error de seguimiento $e_k = (y_k - y_{ref_k}) + (\dot{y}_k - \dot{y}_{ref_k})$ (discreto)

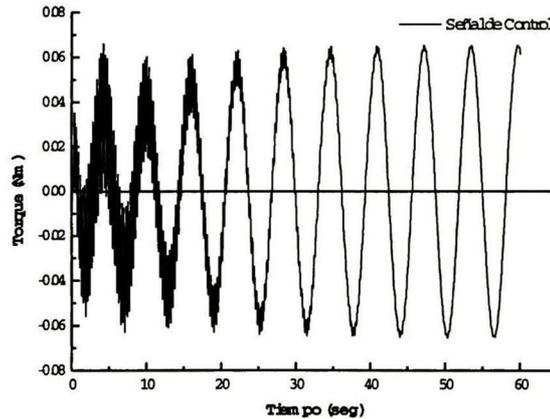


Figura 4.16 Señal de control (discreta)

En las figuras 4.10 y 4.13 se muestra el comportamiento de la posición de la punta del brazo con respecto a la señal de referencia (ambas discretizadas), originado por una retroalimentación del estado y del error respectivamente, en las que se pueden observar que la punta logra alcanzar la señal de referencia alrededor de 5 segundos y 35 segundos respectivamente, en la figura 4.11 y 4.14 se muestran los errores de seguimiento entre la posición de la punta del brazo y la señal de referencia de las figuras 4.10 y 4.13, en las cuales los errores decaen a cero en un tiempo finito, el error en la figura 4.15 se presenta el error de seguimiento entre la salida auxiliar, escogida para el diseño del controlador por retroalimentación del error, la cual tiende a cero en aproximadamente 45 segundos pero con muchas oscilaciones y por último en las figuras 4.12 y 4.16 se presentan las señales de control que se requirieron para el seguimiento, de las que se puede observar que son acotadas, siendo satisfactorio para el sistema en cuestión. Por lo que se puede concluir que los controladores por retroalimentación del estado y error implementados al sistema discretizado cumplieron su objetivo al hacer que la salida del sistema siguiera a la señal de referencia. Cabe aclarar que en estas simulaciones los tiempos de convergencia de las señales difirieron en un tiempo

mayor a las de la subsección anterior, debido a las ganancias de retroalimentación escogidas para estos experimentos.

4.1.3 Esquema Continuo-Discretizado

En esta subsección se muestran los resultados obtenidos al realizar la conexión en simulación entre el sistema continuo y el controlador discreto. Se realizó este experimento con los controladores calculados en la subsección anterior, los esquemas utilizados para la realización de estas conexiones se muestran en las siguientes figuras

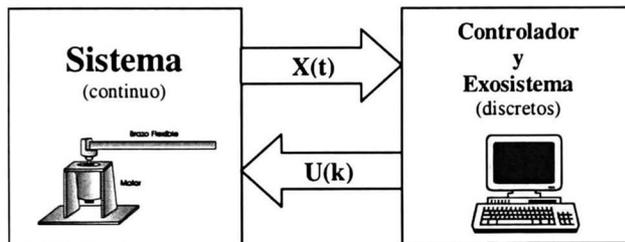


Figura 4.17 Esquema de la conexión, por retroalimentación del estado

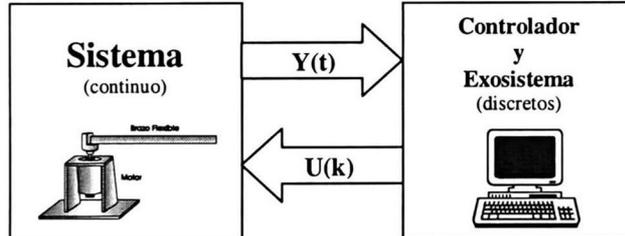


Figura 4.18 Esquema de la conexión, por retroalimentación del error

los cuales se muestran en detalle en las figuras 4.1 y 4.2.

El objetivo de este experimento es el de emular las condiciones que se presentan en la realidad con la planta física y el uso de un computador como controlador. El esquema consistió en introducir la información del sistema continuo al controlador discreto, para que éste posteriormente calculara la ley de control discreta y la enviara al sistema continuo. En el caso del esquema de la figura 4.17 se envía la información del estado debido a que el controlador diseñado para este esquema es por retroalimentación del estado y el de la figura 4.18 se envía la información de la salida, puesto que este esquema de control es por retroalimentación del error. Cabe aclarar que la generación de la señal de referencia fue originada por un exosistema discreto, dentro del módulo discreto de la simulación.

Las figuras 4.19 a 4.26 presentan los resultados obtenidos de la conexión realizada entre el sistema continuo y el controlador discreto, para los dos esquemas en cuestión

Retroalimentación del estado

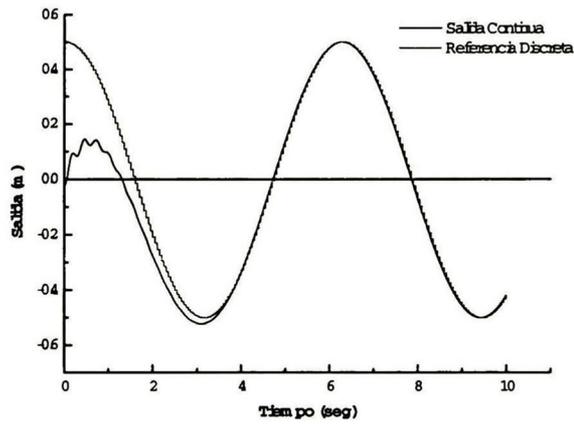


Figura 4.19 Posición de la punta del brazo (continua) y señal de referencia (discreta)

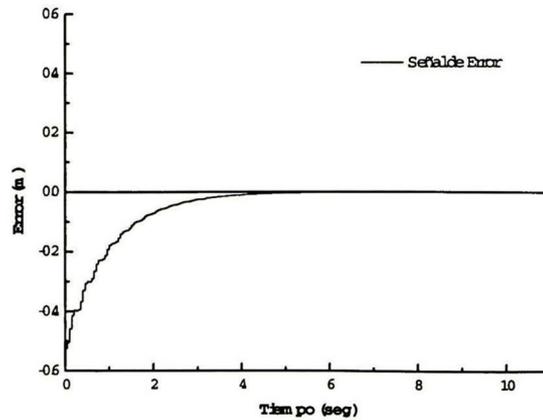


Figura 4.20 Error de seguimiento (discreto)

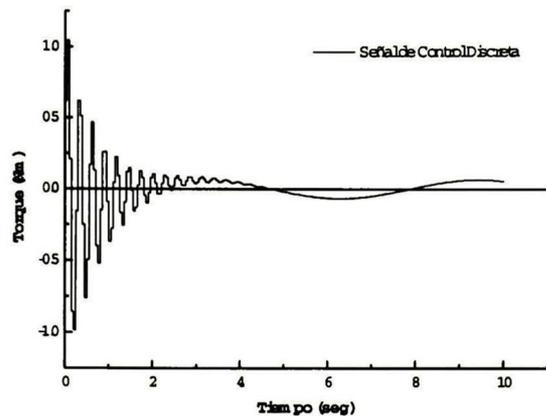


Figura 4.21 Señal de control (discreta)

Retroalimentación del error

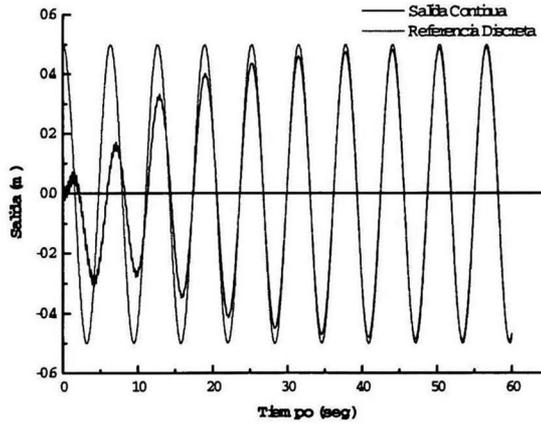


Figura 4.22 Posición de la punta del brazo (continua) y señal de referencia (discreta)

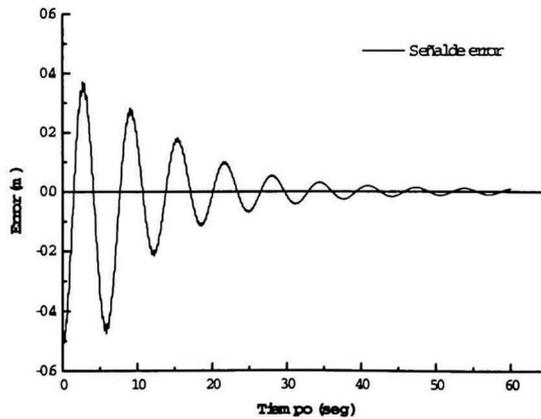


Figura 4.23 Error de seguimiento $e_k = y - y_{ref,k}$ (discreto)

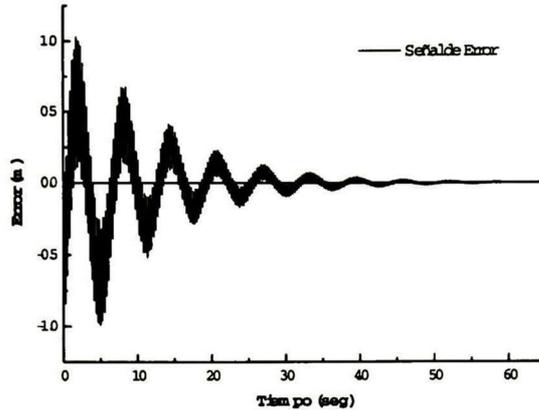


Figura 4.24 Error de seguimiento $e_k = (y - y_{ref_k}) - (\dot{y} - \dot{y}_{ref_k})$ (discreto)

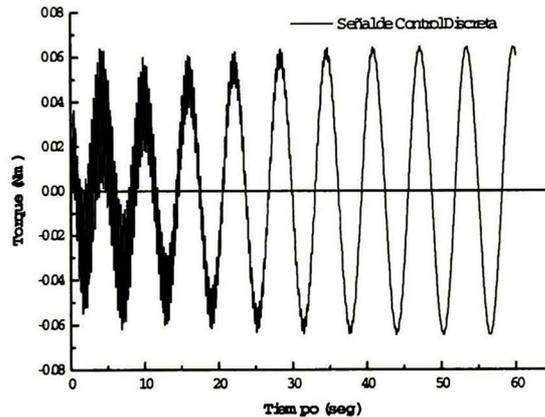


Figura 4.25 Señal de control (discreta)

En las figuras 4.19 y 4.22 se presenta el comportamiento de la posición de la punta del brazo (continua) con respecto a la señal de referencia (discreta), realizado por una retroalimentación del estado y del error respectivamente, en las que se pueden apreciar que la punta del brazo alcanza la señal de referencia en menos de 5 segundos en el caso de la retroalimentación del estado y 50 segundos en el de retroalimentación del error, en la figura 4.20 y 4.23 se observan las señales de los errores de seguimiento (discretos) entre la posición de la punta del brazo y la señal de referencia de las figuras 4.19 y 4.22, de las cuales se puede decir que los errores decaen a cero en un tiempo finito, en la figura 4.24 se presenta el error de seguimiento entre la salida auxiliar y las señales de referencia respectivas, la cual tiende a cero en aproximadamente 50 segundos pero con muchas más perturbaciones que la del error 4.23 y finalmente en las figuras 4.21 y 4.25 se muestran las señales de control con las que se realizó el seguimiento, de las que se puede observar que son acotadas. Por lo que se puede resumir que los controladores por retroalimentación del estado y error discretos implementados en el sistema continuo logran realizar su función de manera satisfactoria.

4.2 Otros esquemas de control.

En esta sección se presentan las aplicaciones de diferentes métodos de control: el primero que se muestra es la aplicación del método de inversión, el segundo consiste en aplicar el procedimiento conocido como “back stepping” y finalmente el método de los modos deslizantes.

La aplicación de los dos primeros métodos se realizó al esquema continuo en tiempo, discretizado y continuo-discretizado el cual se muestra en la siguiente figura

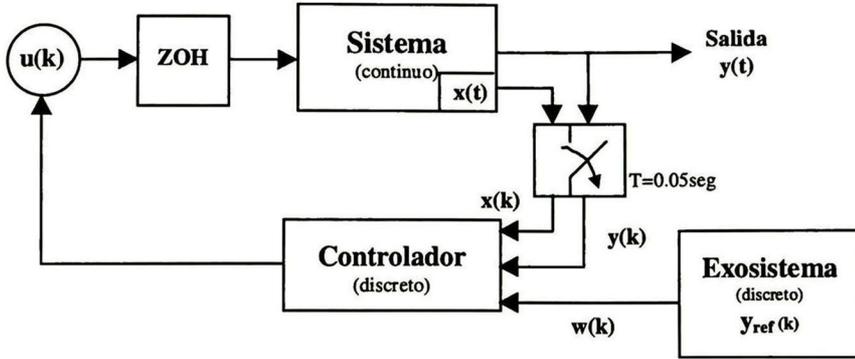


Figura 4.26 Esquema de control Continuo-Discretizado

El diseño de este esquema consiste en discretizar el modelo continuo del sistema, y calcular el controlador para el sistema discretizado y posteriormente aplicar la ley de control obtenida al sistema continuo. El tercer método únicamente se aplicó al esquema continuo.

4.2.1 Esquema Continuo

El método de inversión consiste en invertir el mapeo entrada salida para obtener la ley de control necesaria para reproducir en la salida la señal de referencia.

La aplicación del método al sistema Robot Brazo Flexible se detalla a continuación.

Realizando un cambio de variable como $\varepsilon_1 = y(t)$ entonces

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \dot{y} = \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \ddot{y} = ax + cu(t).\end{aligned}$$

Haciendo ahora una transformación de coordenadas

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \varepsilon_1 - y_{ref} \\ \dot{\xi}_1 &= \dot{\varepsilon}_1 - \dot{y}_{ref} = \varepsilon_2 - \dot{y}_{ref} = -\gamma\xi_1 \\ \xi_2 &= \varepsilon_2 - \dot{y}_{ref} + \gamma\xi_1 \\ \dot{\xi}_2 &= \dot{\varepsilon}_2 - \ddot{y}_{ref} + \gamma\dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 &= ax + cu(t) - \ddot{y}_{ref} + \gamma(\varepsilon_2 - \dot{y}_{ref}) = -\beta\xi_2\end{aligned}$$

donde $\beta, \gamma > 0$ por lo que si $\xi_1 \rightarrow 0$ entonces $\varepsilon_2 \rightarrow \dot{y}_{ref}$, lo que implícitamente implica que $\varepsilon_1 \rightarrow y_{ref}$, y si $\xi_2 \rightarrow 0$ entonces de aquí

$$u(t) = \frac{\ddot{y}_{ref} - \gamma(\varepsilon_2 - \dot{y}_{ref}) - \beta\xi_2 - ax}{c}.$$

En el caso presente, se tiene que

$$\begin{aligned}
 y_{ref} &= w_1 \\
 \dot{y}_{ref} &= w_2 \\
 \ddot{y}_{ref} &= -w_1 \\
 y &= c_1x_0 + c_2x_1 + c_3x_4 + c_4x_6 \\
 \dot{y} &= c_1x_1 + c_2x_3 + c_3x_5 + c_4x_7 \\
 ax &= c_2(a_2x_2 + a_3x_3) + c_3(a_4x_4 + a_5x_5) + c_4(a_6x_6 + a_7x_7) \\
 c &= b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + b_4c_4
 \end{aligned}$$

los parámetros a_i , b_i y c_i están dados en (4.2).

Para la aplicación del método de backstepping se procedió a realizar lo siguiente:
Haciendo una transformación de coordenadas se obtuvo que

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= y - y_{ref} \\
 \dot{\xi}_1 &= \dot{y} - \dot{y}_{ref} = \xi_2 \\
 \dot{\xi}_2 &= \ddot{y} - \ddot{y}_{ref}
 \end{aligned}$$

donde

$$\dot{\xi}_2 = ax + cu = v$$

ahora definiendo un nuevo estado del sistema como

$$\hat{\xi}_2 = \xi_2 + \gamma\xi_1$$

y escogiendo

$$V = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}\hat{\xi}_2^2$$

como función de Lyapunov, se tiene que si

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \xi_1\xi_2 + \hat{\xi}_2[v + \gamma\xi_2] \leq 0 \\
 &= -\gamma\xi_1^2 + \xi_1(\gamma\xi_1 + \xi_2) + \hat{\xi}_2[v + \gamma\xi_2] \leq 0 \\
 &= -\gamma\xi_1^2 + \hat{\xi}_2[\xi_1 + v + \gamma\xi_2] \leq 0
 \end{aligned}$$

definiendo como

$$-\delta\hat{\xi}_2 = \hat{\xi}_2[\xi_1 + v + \gamma\xi_2]$$

resulta que

$$\dot{V} = -\gamma\xi_1^2 - \delta\hat{\xi}_2 \leq 0$$

con

$$\gamma, \delta > 0$$

entonces $\xi_1 \rightarrow 0$ y $\hat{\xi}_2 \rightarrow 0$.

Por lo que la ley de control que asegura la regulación de la salida queda

$$u = \frac{-\delta(\xi_2 + \gamma\xi_1) - \xi_1 - \gamma\xi_2 - ax + \ddot{y}_{ref}}{c}$$

donde

$$\begin{aligned} ax &= c_2(a_2x_2 + a_3x_3) + c_3(a_4x_4 + a_5x_5) + c_4(a_6x_6 + a_7x_7) \\ c &= b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + b_4c_4 \end{aligned}$$

los parámetros a_i , b_i y c_i están dados en (4.2).

Una condición necesaria para poder llevar a cabo el seguimiento en los dos esquemas anteriores, es que la dinámica cero asociada sea asintóticamente estable.

Para verificar esto se escogen seis variables adicionales para completar un cambio de coordenadas.

Escogiendo $(z, \eta) = \Phi(x)$ como

$$\begin{aligned} z_1 &= y = c_1x_0 + c_2x_1 + c_3x_4 + c_4x_6 \\ z_2 &= \dot{y} = c_1x_1 + c_2x_3 + c_3x_5 + c_4x_7 \\ \eta_1 &= x_0 \\ \eta_2 &= x_1 - \frac{1}{2} \frac{b_1}{b_2} x_3 - \frac{1}{2} \frac{b_1}{b_4} x_7 \\ \eta_3 &= x_2 \\ \eta_4 &= x_3 - \frac{b_2}{b_3} x_5 \\ \eta_5 &= x_4 \\ \eta_6 &= -\frac{b_3}{b_1} x_1 + x_5 \end{aligned}$$

se puede verificar que $\frac{\partial \Phi(x)}{\partial x}$ es

$$\begin{bmatrix} c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 & 0 & c_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-b_1}{2b_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-b_1}{2b_4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{-b_2}{b_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_3}{b_1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

la cual es no singular. La dinámica cero es entonces $\dot{\eta} = Q\eta$, donde

$$\begin{bmatrix} 0 & .292 & 0 & 1.394 & 0 & 5.9466 \\ -5.8112 \times 10^5 & -.85394 & 3.9987 \times 10^5 & 7.7609 & 4.7888 \times 10^5 & 30.431 \\ 0 & 6.4632 \times 10^{-2} & 0 & 1.3085 & 0 & 4.9496 \\ 0 & -.18733 & 0 & -4.2724 & 73470.0 & -14.346 \\ 0 & 1.7789 \times 10^{-2} & 0 & 8.4921 \times 10^{-2} & 0 & 1.3623 \\ 0 & -1.0118 \times 10^{-2} & 0 & -4.8304 \times 10^{-2} & -20222. & -.77489 \end{bmatrix}$$

Los valores propios de esta matriz son los siguientes

$$\begin{aligned} &-.627\ 11 + 367.56i \\ &-.627\ 11 - 367.56i \\ &-.331 + 146.74i \\ &-.331 - 146.74i \\ &-3.985 \\ &-3.9813 \times 10^{-16} \end{aligned}$$

de donde se puede verificar entonces que la dinámica cero es asintóticamente estable, es decir de fase mínima.

En las figuras 4.26 a 4.32 se muestra la evolución del sistema causado por la implementación de los controladores diseñados anteriormente

Método de inversión

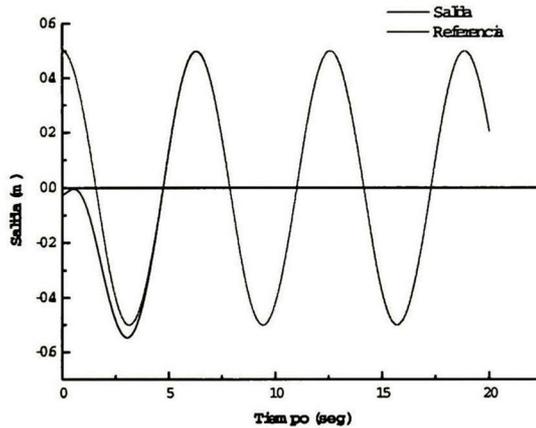


Figura 4.27 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

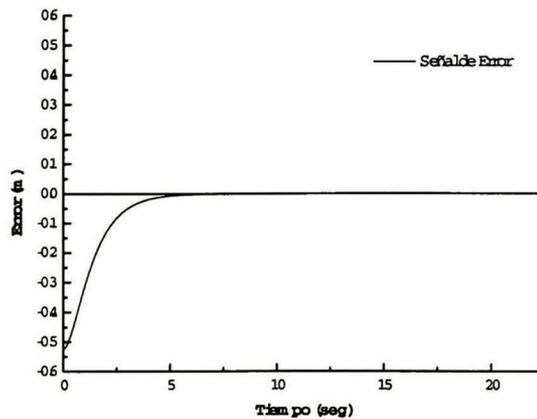


Figura 4.28 Error de seguimiento

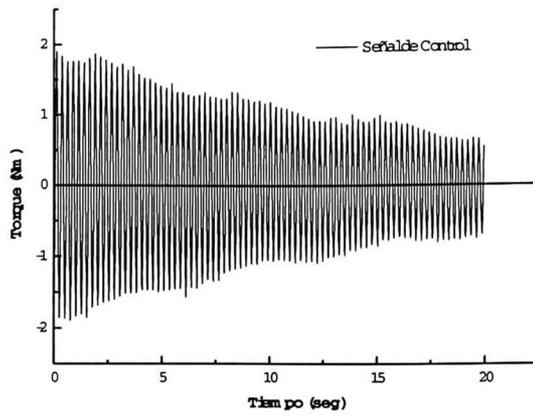


Figura 4.29 Señal de control

Método backstepping

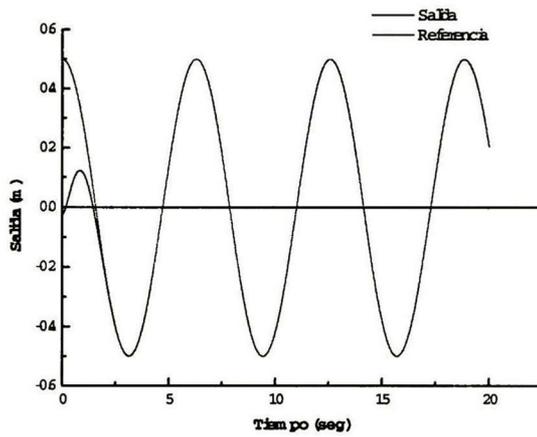


Figura 4.30 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

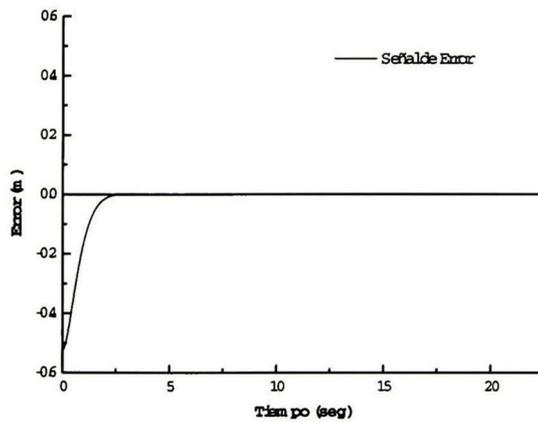


Figura 4.31 Error de seguimiento

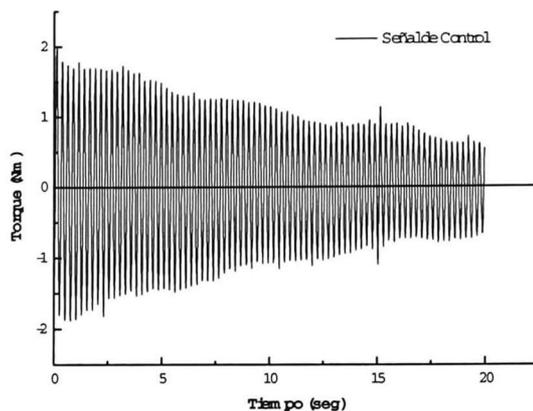


Figura 4.32 Señal de control

En las figuras 4.27 y 4.30 se aprecia como la salida del sistema tiende a seguir a la señal de referencia, en las figuras 4.28 y 4.31 se muestra las señales de los errores de seguimiento originados por las diferencias de las señales de las anteriores figuras, de las cuales se puede decir que los errores decaen a cero exponencialmente en un tiempo finito y por último se presentan en las figuras 4.29 y 4.32, las señales de control para realizar el seguimiento las cuales son acotadas, pero con una frecuencia muy alta, lo cual implica, que el actuador al tener una frecuencia de trabajo baja, filtraría ésta señal de alta frecuencia; por lo que en consecuencia no podría realizar un control adecuado. Por lo que se observó de las figuras 4.27 a 4.32 se puede inferir que los controladores por inversión y backstepping cumplen de manera excelente su objetivo.

4.2.2 Esquema Discreto

De la aplicación del método de inversión al sistema discretizado se obtuvo

$$u_k = \frac{\gamma \varepsilon_k - ax_k + y_{ref_{k+1}}}{b}$$

donde

$$\begin{aligned} -1 &< \gamma < 1, \\ \varepsilon_k &= y_k - y_{ref_k} \\ y_k &= c_1 x_0 + c_2 x_2 + c_3 x_4 + c_4 x_6 \\ y_{ref_k} &= w_{1k} \\ y_{ref_{k+1}} &= w_{1_{k+1}} = .9987502604 w_{1k} + .04997916927 w_{2k} \\ ax_k &= c_1(x_0 + .05x_1) + c_2(.4234x_2 + .0399x_3) + \\ &\quad + c_3(.6690x_4 + .0051x_5) + c_4(.4723x_6 + .0021x_7) \\ b &= c_1.01362 + c_2.2701e - 2 + c_3.1603e - 6 + c_4.1485e - 8 \end{aligned}$$

los parámetros c_i estan dados en (4.2).

Al aplicar el método de backstepping al sistema discretizado resultó

$$u_k = \frac{y_{ref_{k+1}} - ax_k}{b}.$$

Los resultados de la aplicación de los controladores diseñados se muestran en las figuras 4.33 a 4.38

Método de inversión

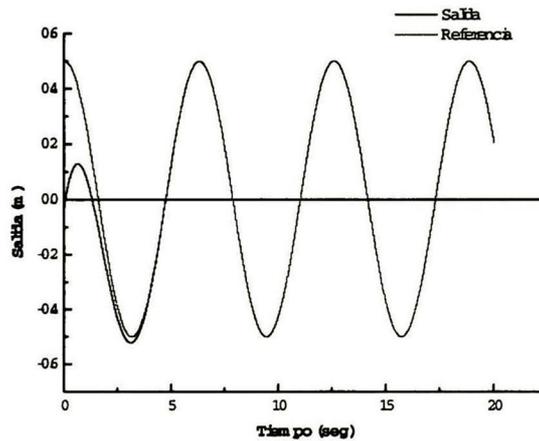


Figura 4.33 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

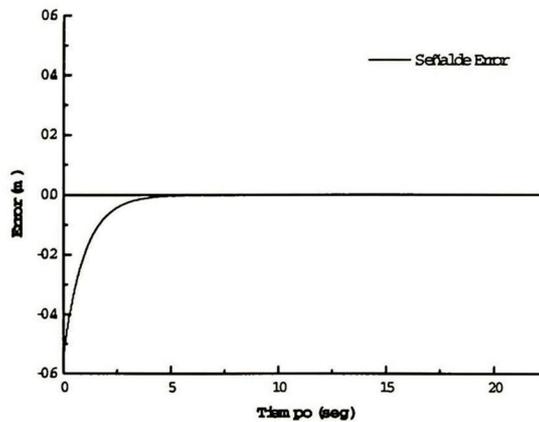


Figura 4.34 Error de seguimiento

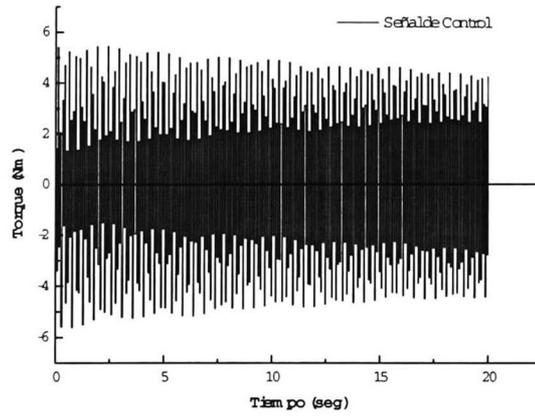


Figura 4.35 Señal de control

Método backstepping

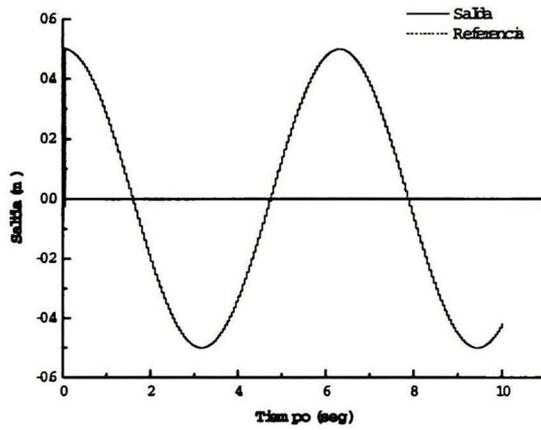


Figura 4.36 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

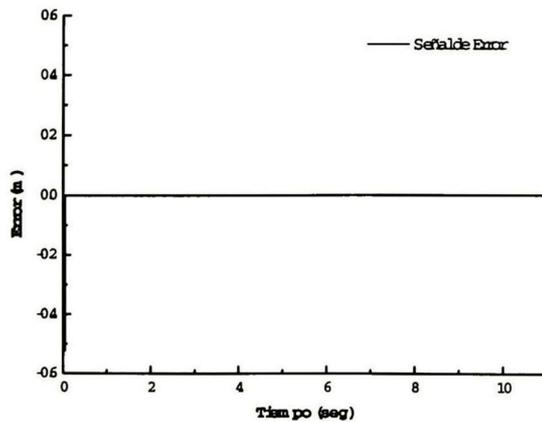


Figura 4.37 Error de seguimento

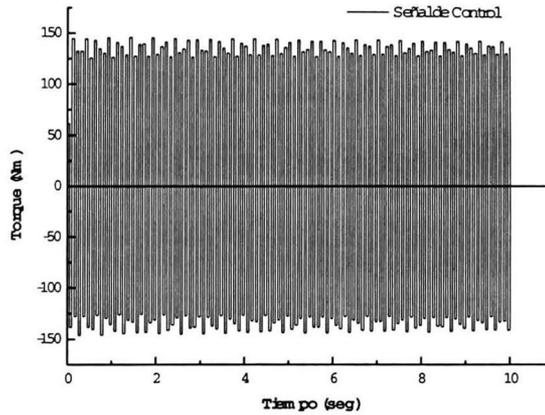


Figura 4.38 Señal de control

En las figuras 4.33 y 4.36 se muestra el comportamiento de la posición de la punta del brazo con respecto a la señal de referencia, originado por el control de inversión y backstepping respectivamente, en las que se pueden apreciar que la punta del brazo alcanza la señal de referencia en aproximadamente de 5 segundos en el caso del control por inversión y 0.050 segundos en el de backstepping, en la figura 4.34 y 4.37 se observan las señales de los errores de seguimiento de las señales de las figuras 4.33 y 4.36, de las cuales se puede decir que los errores decaen a cero en un tiempo finito y finalmente en las figuras 4.35 y 4.38 se muestran las señales de control necesarias para realizar el seguimiento, de las que se puede observar ambas señales son acotadas en un rango pero sobrepasan el límite de torque del sistema real y tienen una frecuencia muy elevada con respecto a la frecuencia de trabajo del motor del sistema real, por lo que se concluye que los controladores implementados en el sistema discretizado logran realizar su función de manera satisfactoria, pero su aplicación al sistema real es imposible por lo antes discutido.

4.2.3 Esquema Continuo-Discretizado

Al igual que en la anterior sección se realizó el experimento de conectar en simulación el sistema físico con los controladores discretos que se diseñaron en la subsección anterior como se muestra en el siguiente esquema

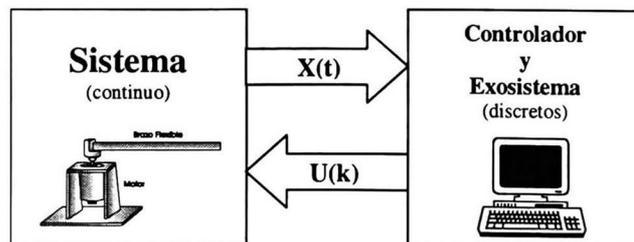


Figura 4.39 Esquema de la conexión sistema Continuo - controlador Discreto

Las gráficas de las figuras 4.40 a la 4.45 presentan los resultados que arrojaron dichos experimentos

Método de inversión

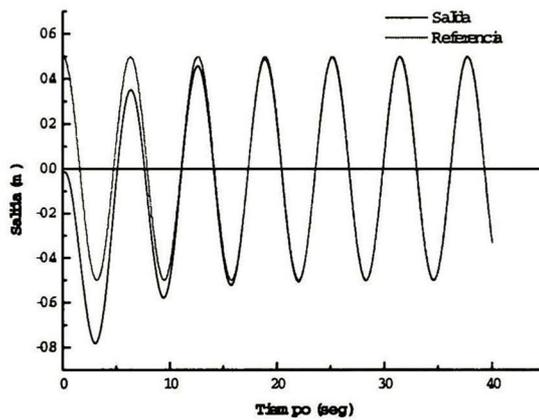


Figura 4.40 Posición de la punta del brazo (continua) y salida de referencia (discreta)

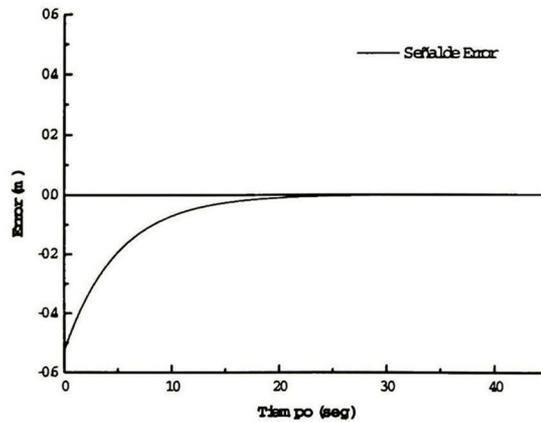


Figura 4.41 Error de seguimiento (discreto)

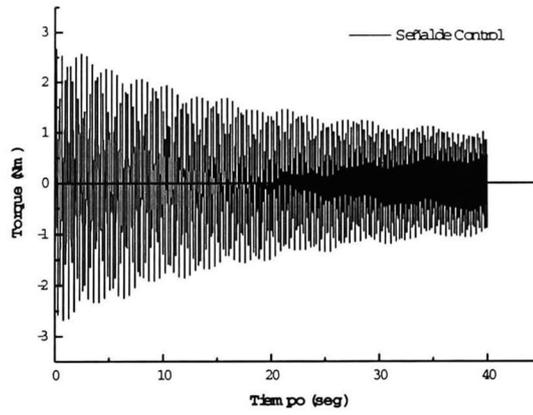


Figura 4.42 Señal de control (discreta)

Método backstepping

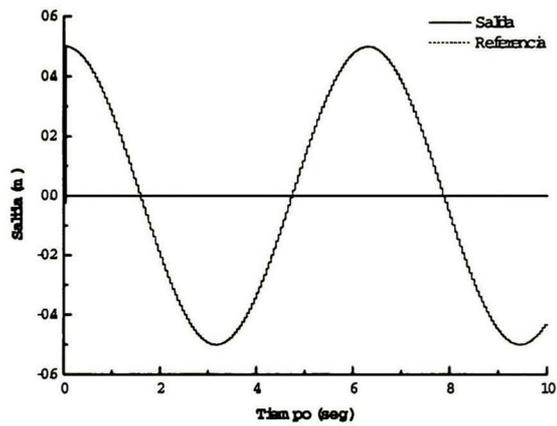


Figura 4.43 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

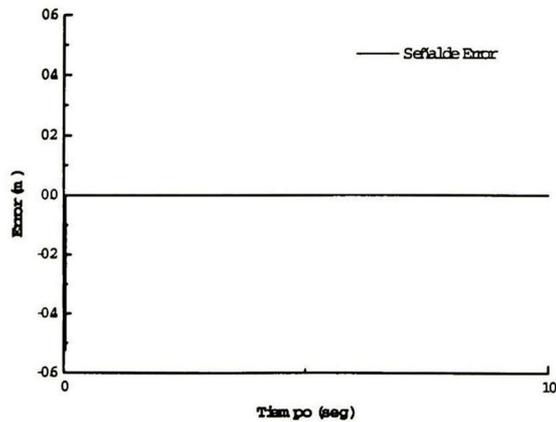


Figura 4.44 Error de seguimiento (discreto)

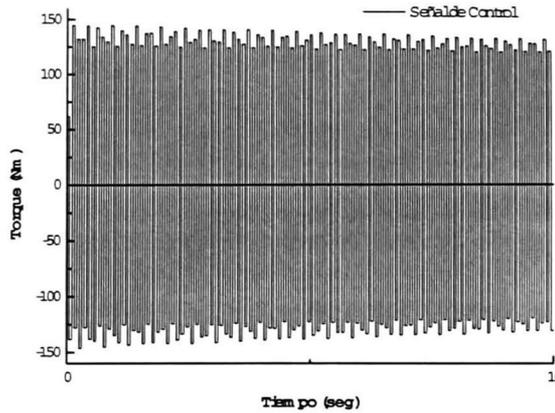


Figura 4.45 Señal de control (discreta)

En las figuras 4.40 y 4.43 se presentan las gráficas del comportamiento de la posición de la punta del brazo (continua) con respecto a la señal de referencia (discreta), por el control de inversión y backstepping respectivamente, en las que se pueden apreciar que la punta del brazo alcanza la señal de referencia (discreta) en aproximadamente de 20 segundos en el caso del control por inversión y en el caso del control por backstepping se observa que la punta del brazo permanece oscilando sobre la señal de referencia (discreta), en las figuras 4.41 y 4.44 se observan las señales de los errores de seguimiento de las señales de las figuras 4.40 y 4.43, de las cuales se puede decir que el error de la figura 4.41 decae a cero alrededor del segundo 25, pero en la figura 4.44 debido a en un tiempo finito y finalmente en las figuras 4.35 y 4.38 se muestran las señales de control necesarias para realizar el seguimiento, de las que se puede observar ambas señales son acotadas en un rango pero sobrepasan el límite de torque del sistema real y tienen una frecuencia muy elevada con respecto a la frecuencia de trabajo del motor del sistema real, por lo que se concluye que los controladores implementados en el sistema discretizado logran realizar su función de manera satisfactoria, pero su aplicación al sistema real es imposible por lo antes discutido.

4.2.4 Regulación de la salida por el método de Modos Deslizantes

Haciendo una transformación de coordenadas se obtiene que

$$\begin{aligned}\xi_1 &= y - y_{ref} \\ \xi_2 &= \dot{y} - \dot{y}_{ref} = \dot{\xi}_1\end{aligned}$$

definiendo ahora la superficie de deslizamiento como

$$S = \xi_2 + \gamma \xi_1 = 0$$

donde

$$\gamma < 0$$

entonces

$$\begin{aligned}\dot{S} &= \dot{\xi}_2 + \gamma\xi_2 = \delta S \\ &= ax + cu - \ddot{y}_{ref} + \gamma\xi_2 = \delta S\end{aligned}$$

donde

$$u = \frac{\delta S + \ddot{y}_{ref} - \gamma\xi_2 - ax}{c}$$

ahora, haciendo que

$$k > |ax - \ddot{y}_{ref} + \gamma\xi_2|$$

se obtiene que

$$u = \frac{-k}{c} \text{sign}(S)$$

con lo que $S \dot{S} \leq 0$, de esta manera el controlador funcionará adecuadamente haciendo que $\xi_1 \rightarrow 0$ y $S \rightarrow 0$, con

$$\begin{aligned}a(x) &= c_2(a_2x_2 + a_3x_3) + c_3(a_4x_4 + a_5x_5) + c_4(a_6x_6 + a_7x_7) \\ c &= b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + b_4c_4\end{aligned}$$

los parámetros a_i, b_i, c_i estan dados en (4.2).

Los resultados de la aplicación de este método se muestran en las figuras 4.46 a la 4.48

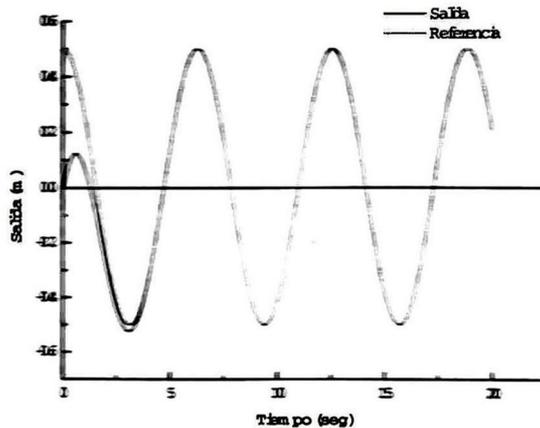


Figura 4.46 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

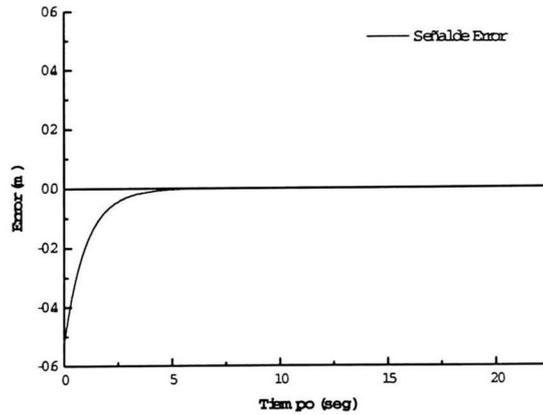


Figura 4.47 Error de seguimiento

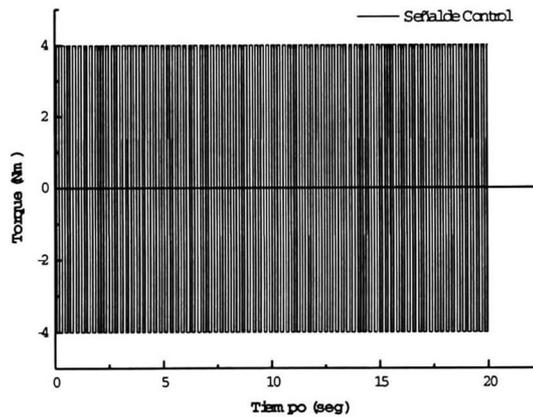


Figura 4.48 Señal de control

En la figura 4.46 se aprecia como la salida del sistema trata de seguir a la señal de referencia y la alcanza alrededor del segundo 5, como lo muestra la figura 4.47 en la que la señal de error de seguimiento tiende a cero en el mismo segundo de la convergencia, y por último en la figura 4.48 se muestra la señal de control que realizó el comportamiento mostrado en las figuras anteriores, dicha señal como se puede observar es acotada, pero a pesar de esto rebaza el límite real del controlador del sistema real. Otro detalle de esta señal, es que su frecuencia es muy alta para poder ser implementada al sistema real esperando buenos resultados. Por lo que se puede resumir que el controlador por el método de modos deslizantes cumplen de manera excelente su objetivo, pero tiene ciertos detalles problemáticos para su implementación al sistema real.

4.3 Comparación de robustez de los controladores

Los resultados que se presentan en esta sección fueron obtenidos realizando una perturbación paramétrica en el sistema, dicha perturbación fue obtenida variando la longitud de la varilla

flexible (20% más de su longitud) en el segundo 20 de la simulación, la perturbación fue realizada con el objetivo de comparar la robustez de cada uno de los controladores, además se realizaron simulaciones en las cuales se hicieron variaciones paramétricas de la misma naturaleza (en la longitud de la varilla flexible), pero con una variación del 10% cada una, en un rango de $\pm 30\%$ de la longitud total de la varilla, solamente se muestran los resultados de la señal de error. Los controladores que se probaron son los de las secciones 4.1.1 (retroalimentación del estado y del error), 4.2.1 (inversión y backstepping), y 4.2.4 (modos deslizantes), todos estos aplicados al sistema continuo.

La figura 4.49 muestra el desempeño de la salida del sistema con el controlador por retroalimentación del estado, en donde se aprecia que la salida del sistema en el segundo 20 se ve afectada en amplitud con respecto a la señal de referencia

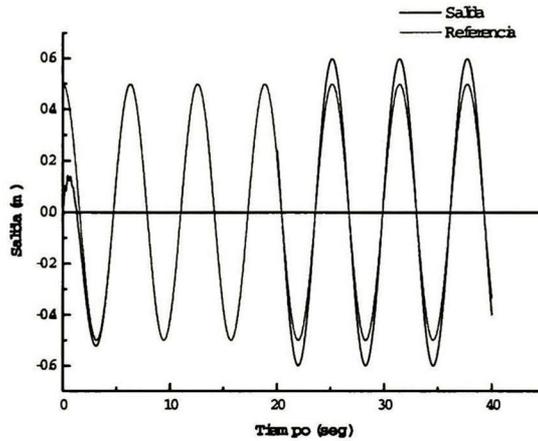


Figura 4.49 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

por lo que en la figura 4.50 se comprueba que la señal de error del sistema se mantiene oscilando a partir de la perturbación en un rango de ± 0.1 m por lo que se concluye que el controlador en cuestión no tiene buena robustez en cuanto a variaciones paramétricas

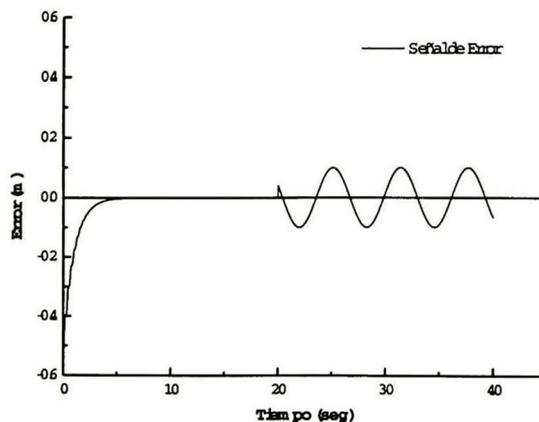


Figura 4.50 Error de seguimiento

En la figura 4.51 se observa que la señal del controlador se mantiene acotada a pesar de la perturbación, esto es debido a que el controlador no depende de la salida del sistema, es decir, no cuenta con información de la señal de error entre la salida del sistema y la señal de referencia, por lo que no puede compensar los cambios paramétricos

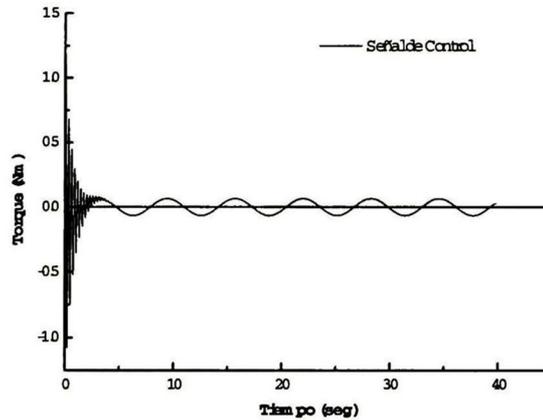


Figura 4.51 Señal de control

En la figura 4.52 se observa el comportamiento de la salida del sistema, definido por el controlador por retroalimentación del error, en la que se aprecia que la salida en el segundo 20 se ve alterada en su trayectoria, pero en el segundo 25 aproximadamente logra continuar con su trayectoria de manera exacta

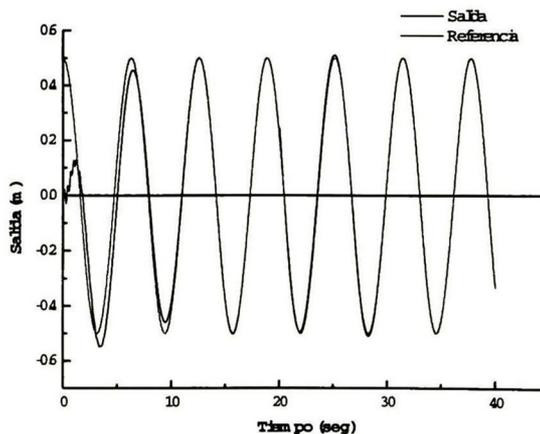


Figura 4.52 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

lo cual se puede apreciar de una manera más clara analizando la señal de la figura 4.53 en la cual se observa que la señal de error del sistema es corregida al verse alterada por la perturbación, lo cual arroja la conclusión de que el controlador es robusto en cuanto a la variación paramétrica efectuada

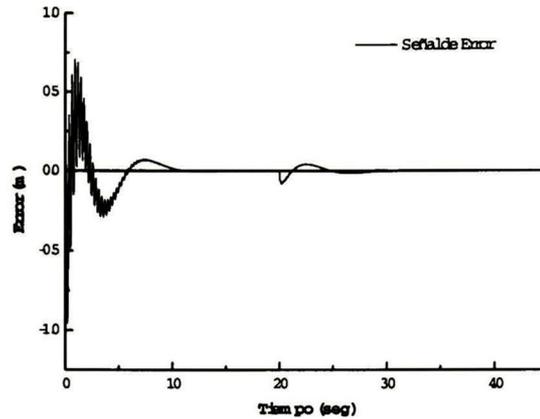


Figura 4.53 Error de seguimiento

En la figura 4.54 se observa la señal del controlador por retroalimentación del error, en la que se puede apreciar que se ve alterada en cuanto se produce la perturbación en el segundo 20, pero apesar de la perturbación el controlador se mantiene acotado dentro del rango del manejador del actuador del sistema real por lo que funciona de manera adecuada para el sistema

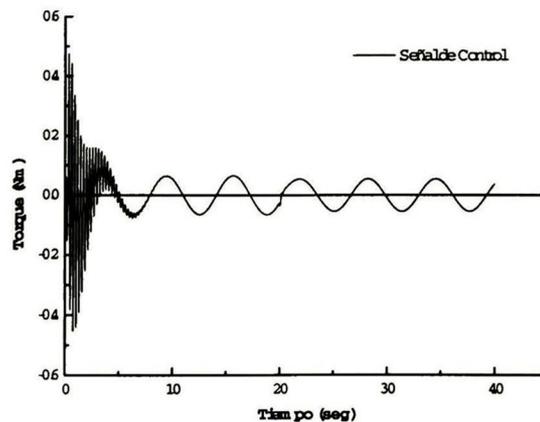


Figura 4.54 Señal de control

En la figura 4.55 se observa la evolución de la salida del sistema con el controlador por inversión, la cual en el segundo 20 tiene una ligera alteración debida a la perturbación provocada, pero a pesar de esta, la salida recupera de manera inmediata su señal de referencia

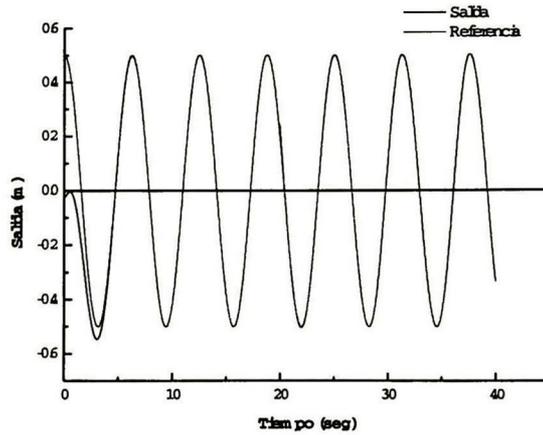


Figura 4.55 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

por lo que al observar la figura 4.56 se aprecia que la señal de error del sistema es relativamente pequeña en amplitud y tiempo con lo que se concluye que el controlador por inversión fue muy robusto a la variación paramétrica realizada

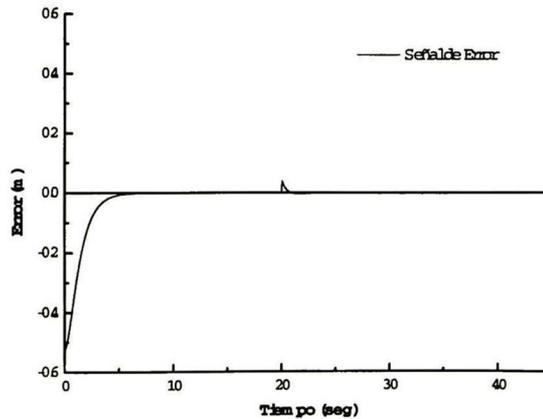


Figura 4.56 Error de seguimiento

En la figura 4.57 se aprecia la salida del controlador por inversión, la cual es acotada, tiene muy alta frecuencia y es dependiente de los estados del sistema por lo que en el caso en cuestión no se puede aplicar al sistema en tiempo real

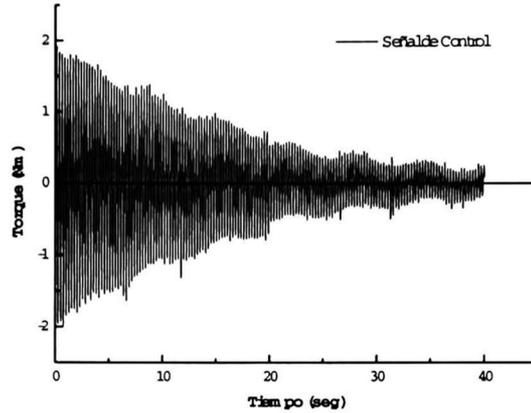


Figura 4.57 Señal de control

La figura 4.58 muestra el desempeño de la salida del sistema con el controlador por backstepping, y de manera muy similar al anterior al recibir la perturbación en el segundo 20, casi no altera su trayectoria

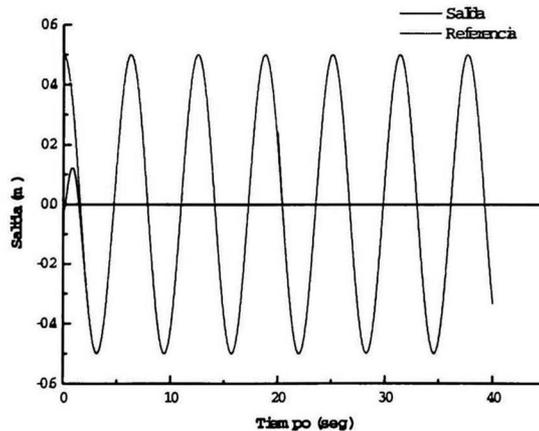


Figura 4.58 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

lo cual lo se puede corroborar verificando la figura 4.59, en la que la señal de error tiene una pequeña alteración en el momento de la perturbación, y siendo rápidamente corregida por el controlador lo cual lleva a la conclusión de que el controlador por backstepping fue muy robusto en cuanto a la variación paramétrica realizada.

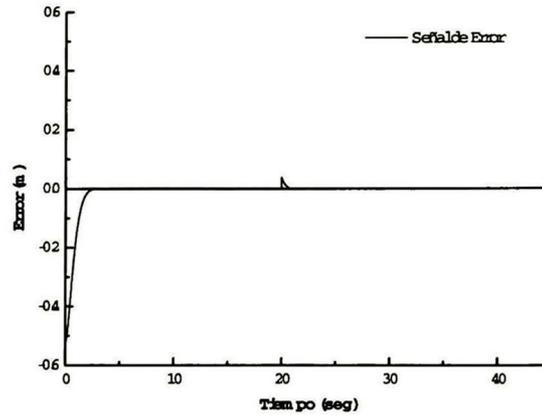


Figura 4.59 Error de seguimiento

En la figura 4.60 se observa que la señal del controlador, es acotada, pero de muy alta frecuencia y con la misma característica que el controlador anterior, dependiente de la información de los estados del sistema.

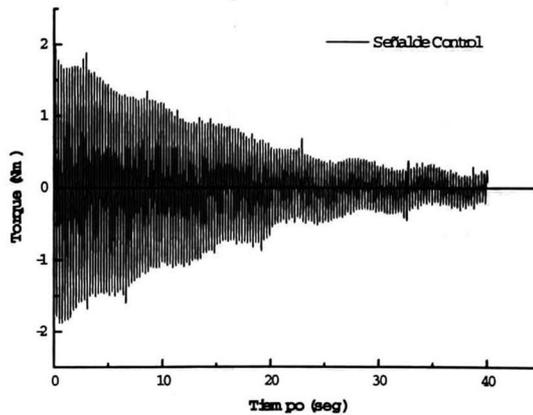


Figura 4.60 Señal de control

En la figura 4.61 se aprecia la salida del sistema con el controlador por modos deslizantes, la cual es levemente alterada de su trayectoria en el momento de la perturbación, pero de manera casi inmediata recobra su trayectoria a seguir.

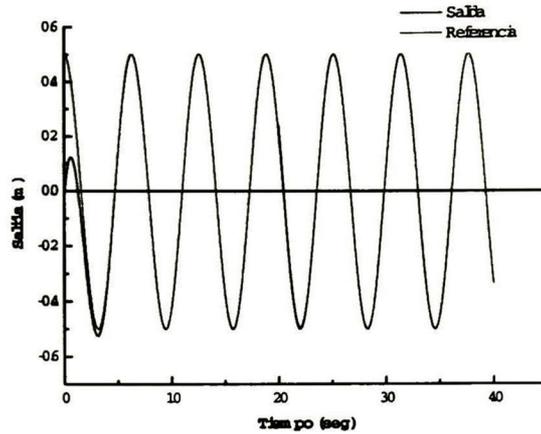


Figura 4.61 Posición de la punta del brazo y señal de referencia

esto se puede apreciar más claramente en la figura 4.62, en la cual la señal de error es llevada a cero de manera muy rápida, por lo que se resume que el controlador por modos deslizantes fue robusto a la variación paramétrica realizada

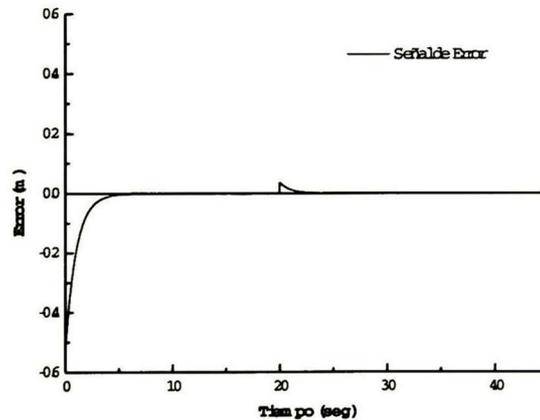


Figura 4.62 Error de seguimiento

En la figura 4.63 se muestra la señal del controlador por modos deslizantes, la cual se observa que es acotada pero no es muy clara debido a su alta frecuencia y también debido a esta característica es muy probable que el actuador del sistema no responda de manera adecuada a esta, ya que como se mencionó anteriormente la frecuencia de trabajo del actuador es relativamente baja con respecto a la frecuencia de este controlador

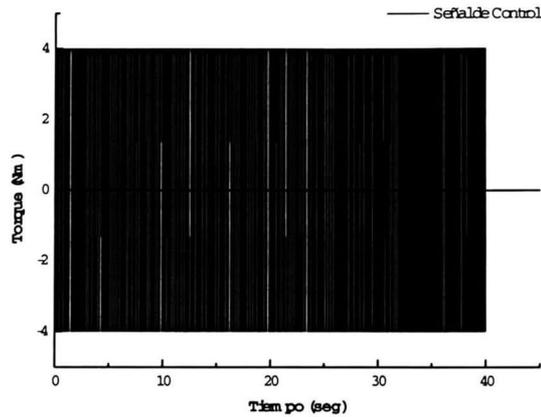


Figura 4.63 Señal de control

A continuación se muestran las respuestas de las señales de error con perturbaciones del 10% cada una en un rango de $\pm 30\%$ de la longitud total de la varilla; en la figura 4.64 se presenta la señal de error del controlador por retroalimentación de estados, la cual como se discutió en anteriores simulaciones, este controlador no es bueno en cuanto a variaciones paramétricas

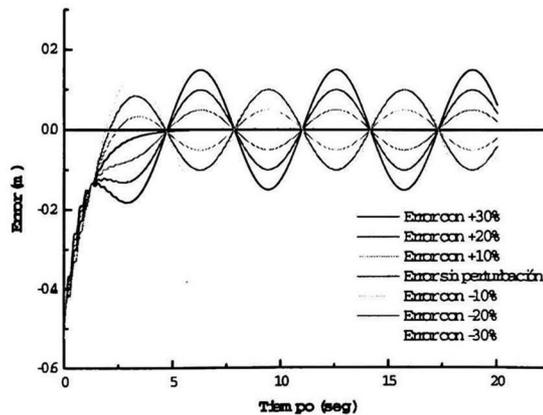


Figura 4.64 Error de seguimiento (retro-estado)

en la figura 4.65 se presenta la señal de error del controlador por retroalimentación del error, en la que se aprecia que este controlador se comportó robusto a las variaciones paramétricas efectuadas

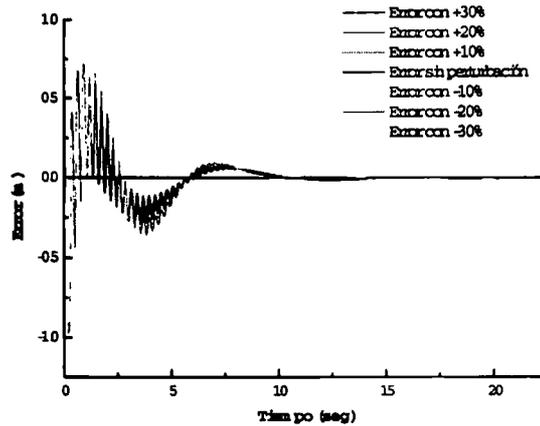


Figura 4.65 Error de seguimiento (retro-error)

en la figura 4.66 se presenta la señal de error del controlador por inversión, la cual muestra que el controlador tiene muy buena robustez a las variaciones paramétricas realizadas

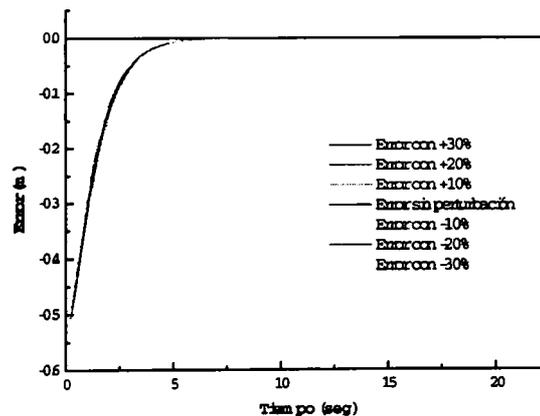


Figura 4.66 Error de seguimiento (inversión)

en la figura 4.67 se presenta la señal de error del controlador por backstepping, la que muestra que el comportamiento del controlador fue muy robusto a las variaciones paramétricas impuestas

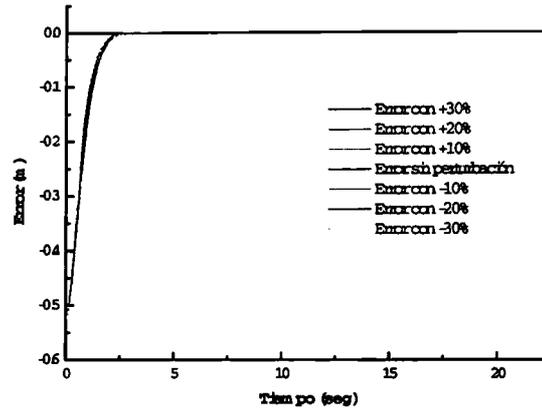


Figura 4.67 Error de seguimiento (backstepping)

y por último en la figura 4.68 se presenta la señal de error del controlador por modos deslizantes en la que se puede apreciar se comportó de manera muy robusta a las variaciones paramétricas realizadas, pero cuando se efectuó la variación negativa más grande se observa que perdió el control del sistema, a pesar de esto se concluye que el controlador tiene muy buena robutez en cuanto a variaciones paramétricas

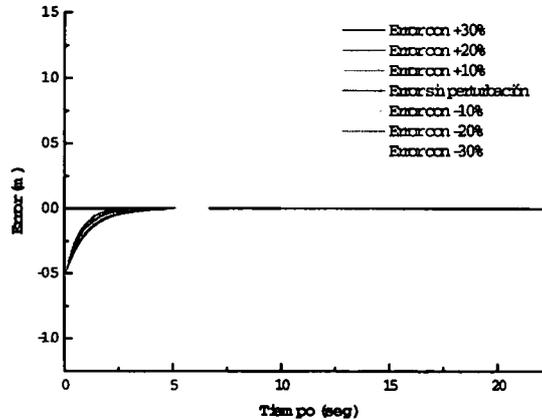


Figura 4.68 Error de seguimiento (modos deslizantes)

4.4 Resultados en Tiempo Real del sistema

En esta parte se presentan los resultados obtenidos al implementar un controlador por retroalimentación de estados en tiempo real. Debido a que no se dispone de todos los estados del sistema para poder retroalimentarlos, se despreciaron los dos modos de mayor orden del sistema y se consideró al modo de mayor peso como la flexión total de la varilla flexible, de tal manera las señales que se consideraron para la retroalimentación en este esquema son el arco que describe el ángulo del motor $l\theta(t)$ y su derivada $l\frac{d\theta(t)}{dt}$, la distancia que se flexiona la

varilla flexible del eje rígido $w(x, t)$ y su derivada $\frac{dw(x, t)}{dt}$, y los términos de seguimiento ϖ_1 y ϖ_2 del exosistema que genera la señal de referencia, esto es, la estructura del regulador fue

$$u(t) = k_1 x_r + k_2 \varpi,$$

donde $x_r = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $\varpi = [\varpi_1 \ \varpi_2]^T$ y las ganancias dadas por $k_1 = [0.55 \ 1.4 \ -0.45 \ 1]$ y $k_2 = [-0.55 \ -1]$ para el primer experimento, $k_1 = [0.9 \ 1.4 \ -0.1 \ 1]$ y $k_2 = [-0.9 \ -1]$ para el segundo y para el último $k_1 = [0.25 \ 0.9 \ -0.15 \ 0.5]$ y $k_2 = [-0.25 \ -0.5]$.
Los experimentos que se realizaron con el sistema en tiempo real son:

1. Estabilización del sistema ante condiciones iniciales diferentes de cero.
 - Condición inicial positiva con retroalimentación de toda la información.
 - Condición inicial negativa con retroalimentación de toda la información.
 - Condición inicial positiva sin retroalimentación de la flexión de la varilla.
 - Condición inicial negativa sin retroalimentación de la flexión de la varilla.
2. Regulación de la salida para seguimiento de señales de referencia cosenoidales
 - Condición inicial cercana a cero con retroalimentación de toda la información.
 - Condición inicial cercana a cero sin retroalimentación de la flexión de la varilla.
3. Regulación de la salida para seguimiento de señales de referencia cuadradas
 - Condición inicial cercana a cero con retroalimentación de toda la información.
 - Condición inicial cercana a cero sin retroalimentación de la flexión de la varilla.

En la figura 4.69 se muestra como evoluciona la salida ante una condición inicial de 0.15 m en la posición del extremo. Al aplicar el controlador, se observa como lleva el extremo a punto de equilibrio y lo mantiene ahí hasta que ocurra alguna perturbación.

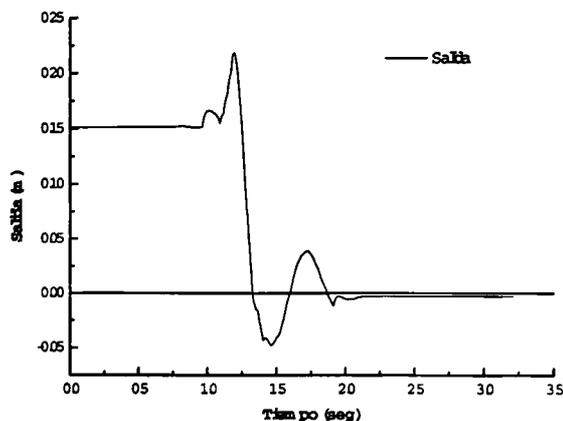


Figura 4.69 Salida del sistema

La figura 4.70 muestra la señal de control utilizada para llevar al punto de equilibrio el extremo de la varilla flexible.

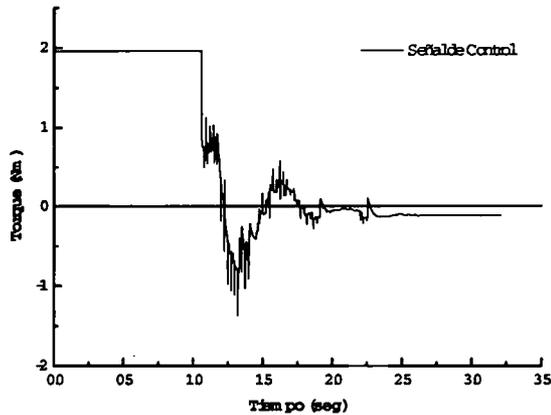


Figura 4.70 Señal de control

En la figura 4.71 se muestra la realización de un experimento similar al anterior pero partiendo de una condición inicial negativa de -0.15 m en la posición del extremo. Se aprecia como el controlador logra llevar la posición del extremo a la posición de equilibrio.

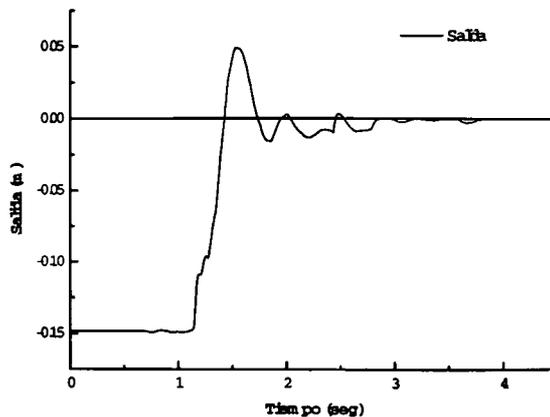


Figura 4.71 Salida del sistema

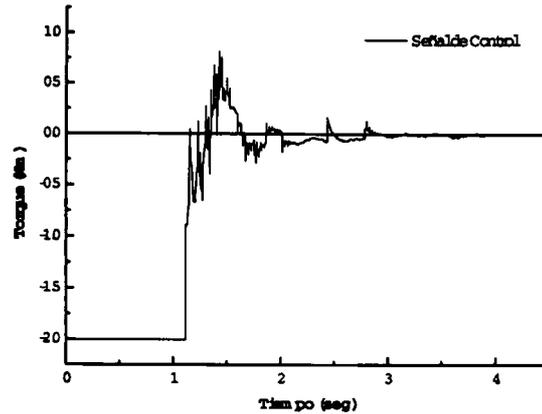


Figura 4.72 Señal de control

Para propósitos de comparación en seguida se realizó un experimento considerando que no se retroalimenta la medición de la flexión de la varilla. Se puede apreciar en la figura 4.73 como el extremo del sistema se mantiene durante un mayor tiempo de manera inestable en comparación con el experimento mostrado de la figura 4.69,

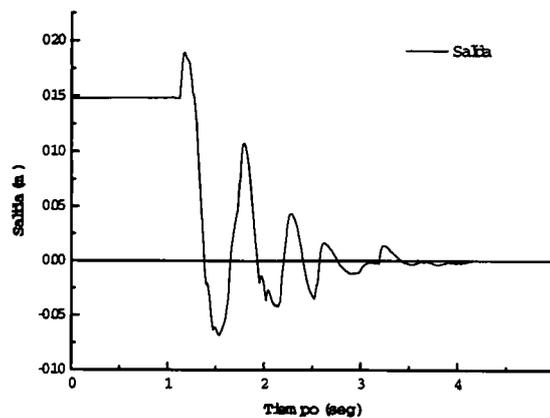


Figura 4.73 Salida del sistema

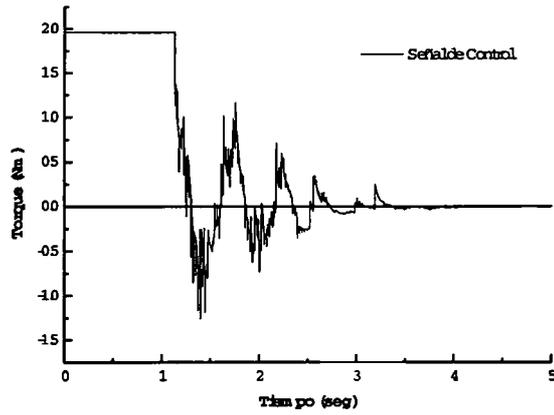


Figura 4.74 Señal de control

Escogiendo para el caso anterior una condición inicial negativa de -0.15 m, se observa que el extremo oscila más tiempo.

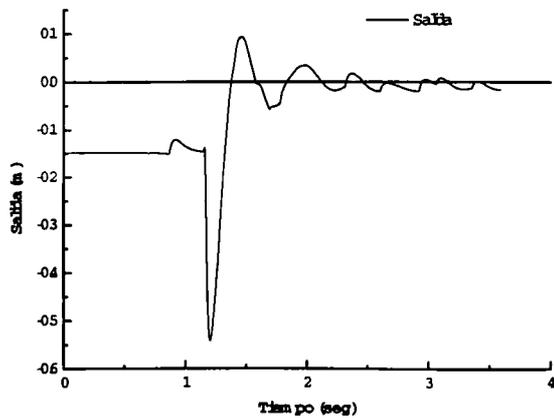


Figura 4.75 Salida del sistema

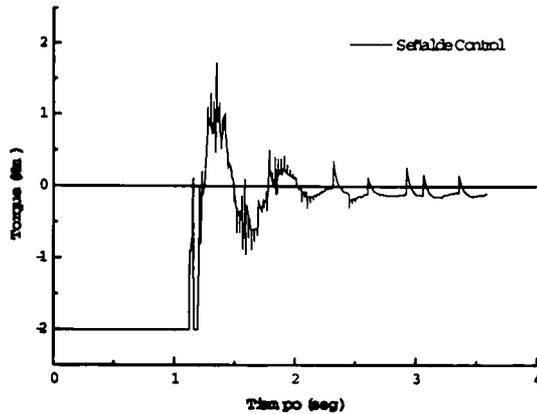


Figura 4.76

Ahora bien, el comportamiento ante una señal de referencia cosenoidal se tiene en la figura 4.77, que muestra que el desempeño es relativamente bueno.

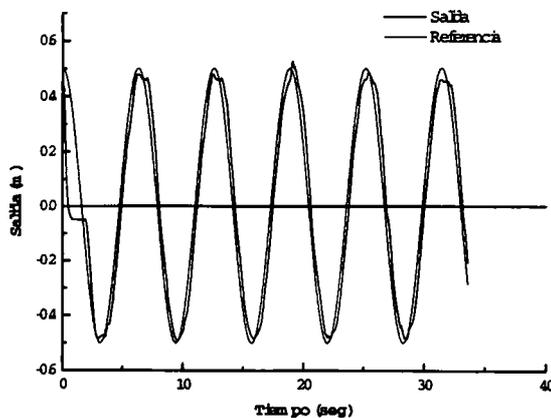


Figura 4.77 Salida del sistema y señal de referencia

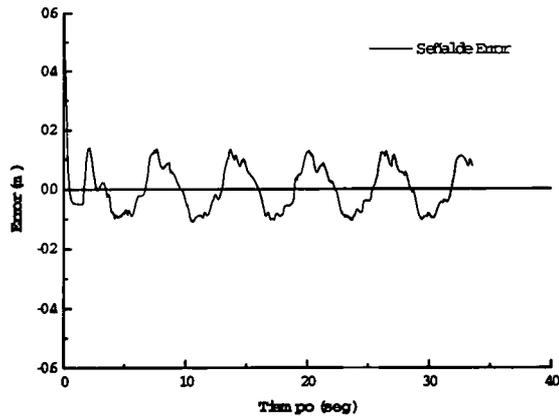


Figura 4.78 Error de seguimiento

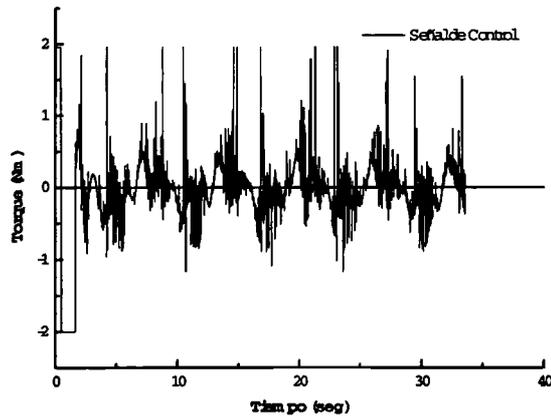


Figura 4.79 Señal de control

Al igual que en el experimento anterior, se realizó un experimento considerando que no se retroalimenta la medición de la flexión de la varilla. Se puede apreciar en la figura 4.80 que el comportamiento del extremo de la varilla tiene algunos sobre impulsos en el seguimiento, o sea pequeñas oscilaciones sobre la trayectoria de referencia, por lo la señal de error manifiesta algunos sobre impulsos que en el caso anterior no se tenían.

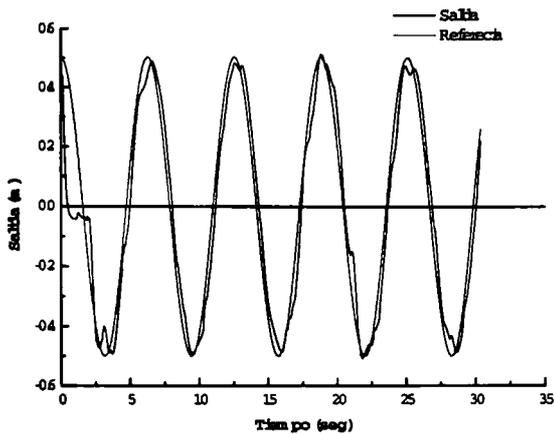


Figura 4.80 Salida del sistema y señal de referencia

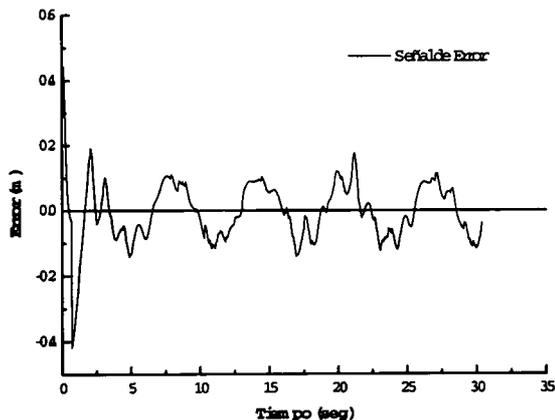


Figura 4.81 Error de seguimiento

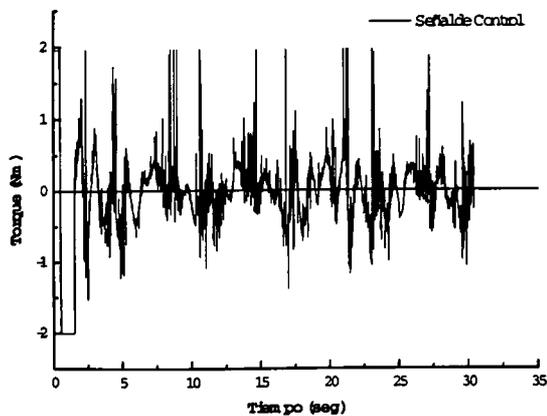


Figura 4.82 Señal de control

Para esquematizar de una mejor manera la importancia de considerar la flexión del sistema en el controlador, se realizó un experimento, el cual consistió en realizar el seguimiento de una señal cuadrada primeramente retroalimentando la flexión al controlador y posteriormente ignorándola en el control. Como se puede apreciar en la figura 4.83 la salida del sistema trata de seguir de la mejor manera posible a la señal de referencia.

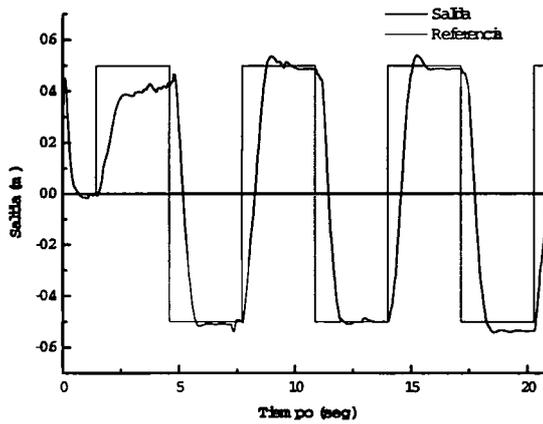


Figura 4.83 Salida del sistema y señal de referencia

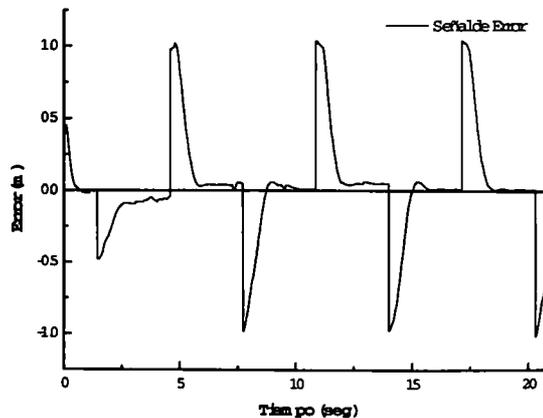


Figura 4.84 Error de seguimiento

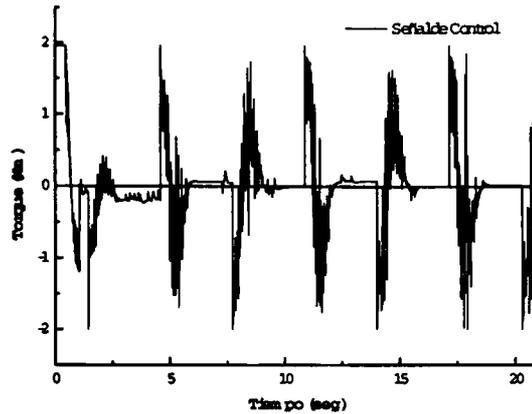


Figura 4.85 Señal de control

En seguida se muestran los resultados obtenidos, en el caso cuando no se toma en cuenta la flexión del brazo en el controlador. La figura 4.86 muestra el comportamiento de la salida del sistema la cual tiene unas pequeñas oscilaciones al llegar a la parte máxima de la señal de referencia. Siendo esta respuesta, similar a la obtenida en el primer experimento en tiempo real en el caso cuando no se retroalimentó la flexión, figuras 4.73 y 4.74.

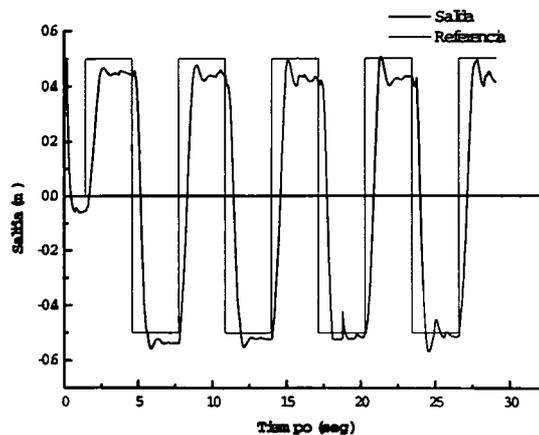


Figura 4.86 Salida del sistema y señal de referencia

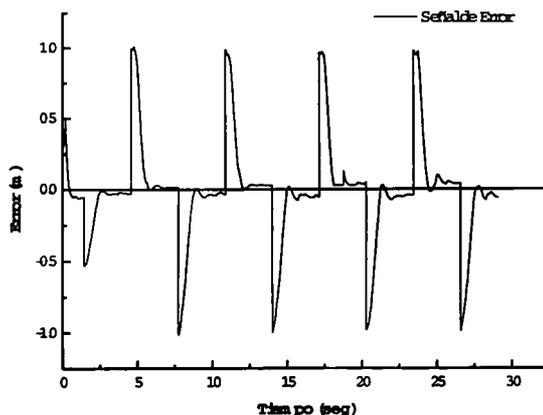


Figura 4.87 Error de seguimiento

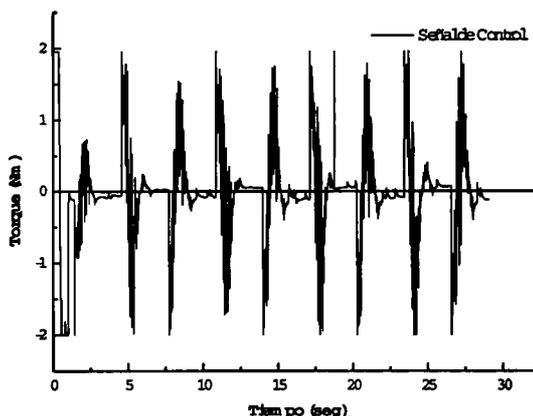


Figura 4.88 Señal de control

En base a los experimentos anteriores, se puede decir que es de vital importancia obtener una buena medición de la salida del sistema para obtener buenos resultados al implementar los esquemas de control. Los resultados que se presentaron en tiempo real se pueden evaluar como buenos, ya que el esquema que se implementó (despreciado algunos modos del sistema), mostró un buen desempeño en estabilización y en seguimiento.

Es muy recomendable realizar esquemas de control que cuenten con observadores de estados ó algún esquema dinámico de retroalimentación, para obtener un mayor control sobre los modos considerados en el modelo.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5.1 Conclusiones

En este trabajo de tesis se abordó el problema de diseñar y construir un sistema flexible, así como el de diseñar e implementar esquemas de control para seguimiento de trayectorias de referencia.

Se puede concluir que en este trabajo se obtuvieron los siguientes logros:

1. Se diseñó y construyó el robot brazo flexible, así como sus etapas electrónicas de señales (transductores y sistema de acondicionamiento de señales).
2. Se obtuvo una representación matemática del robot brazo flexible, por medio del análisis modal con sus condiciones frontera.
3. Se obtuvo una representación de orden reducido en espacio de estados, por la selección de un número finito de modos del sistema. Este modelo fue utilizado para las simulaciones estudiadas.
4. Se diseñaron y simularon diferentes esquemas de control.
 - El esquema de regulación lineal con retroalimentación de estado, proporcionó un buen desempeño, pero es necesario contar con toda la información del estado para poder implementarlo, factor que se hace notar en la implementación en tiempo real realizada en la sección 4.4. El esquema presentó muy mala robustez debido a no contar con los errores ocasionados por las perturbaciones en su esquema de control.
 - El desempeño del esquema de regulación lineal con retroalimentación del error, en las simulaciones presentadas, fue excelente; siendo robusto a las perturbaciones paramétricas y manteniendo la señal de control dentro de un rango aceptable. El problema que causó este esquema fue que no pudo ser implementado en tiempo real, por inestabilidad numérica en el observador implementado en tiempo real para el control.
 - El esquema realizado por el método de inversión, funcionó de manera muy adecuada, pues realizó su objetivo de seguimiento en tiempos relativamente cortos y su robustez fue excelente. Los problemas que se presentaron fueron los siguientes: el

esquema requiere de toda la información del estado y la salida, las señales de control requeridas en las simulaciones fueron de una magnitud considerable y muy alta frecuencia. Por este problema no pudo ser implementado en tiempo real.

- Los resultados que arrojó el esquema realizado por el método de “backstepping” fueron muy buenos, debido a que su seguimiento fue muy rápido y su robustez fue excelente, pero los inconvenientes que se presentaron en este esquema son similares al caso anterior es decir, las señales de control mostradas en las simulaciones son de una magnitud grande y de muy alta frecuencia, y no disponer del estado completo del sistema en tiempo real, este esquema no pudo ser implementado en el sistema real.
 - Los resultados de la aplicación del esquema realizado por el método de modos deslizantes, fueron muy buenos, debido a que este controlador realizó su tarea de seguimiento en tiempos relativamente cortos, pero con la desventaja que sus señales de control fueron muy altas en frecuencia y magnitud, por lo que no pudieron ser implementadas en tiempo real. En cuanto a robustez, este esquema se comportó bastante bien, al no reflejar casi la perturbación en la salida del sistema.
5. Se implementó en tiempo real un esquema de control similar al de regulación por retroalimentación de estados, descrito en la sección 4.4, y se realizaron diferentes experimentos con dicho controlador, estos consistieron en estabilizar al sistema considerando diferentes condiciones iniciales y despreciando el término de la flexión, también se realizó el seguimiento de una señal cosenoidal y cuadrada.

5.2 Trabajo Futuro

Las actividades que pueden realizarse a partir de los resultados obtenidos en la propuesta presentada en esta memoria, son las siguientes :

- Estudiar el modelo no lineal del sistema brazo flexible.
- Realizar una mejor identificación paramétrica de los componentes del robot flexible.
- Implementar esquemas de control que cuente con observadores de estado en tiempo real.
- Extender el sistema brazo flexible a un sistema de dos brazos, uno rígido y el otro flexible.
- Aplicar nuevas técnicas de control, por ejemplo Control Difuzo, Redes Neuronales y Reguladores dinámicos.

Apéndice A

Parámetros del sistema

Tabla de parámetros del sistema

Brazo Flexible	Material Aluminio Longitud 0.7m Ancho 0.002m Alto 0.0254m Peso 0.07 Kg Momento de Inercia $11433 \times 10^{-3} \text{ Kg m}^2$
Base brazo flexible	Material Aluminio Cilíndro de 0.0254m de radio y 0.05m de alto Peso 0.260 Kg Momento de Inercia $81.25 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2$
Foco Incandescente	Material Aluminio Peso 0.01 Kg Momento de Inercia $4.9 \times 10^{-3} \text{ Kg m}^2$
Motor de CD	Marca Clifton Precision Products Voltaje max. 24 VCD Corriente max. 24A Torque max. 2.439416 Nm Momento de Inercia del rotor $15.89 \times 10^{-8} \text{ Kg m}^2$
Encoder Óptico	Marca Hewlett Packard Modelo #HEDS 5500-A06 Doble Canal, señal cuadrada TTL, 500 PPR Voltaje requerido 5 VCD Velocidad 30000 RPM max
Amplificador de potencia	Marca Advanced Motion Controls Modelo BRUSH-TYPE PWM SERVO AMPLIFIERS Voltaje 20-80 VCD Pico de corriente max $\pm 12\text{Amp}$ Corriente continua max $\pm 6\text{Amp}$

Apéndice B

Programas de simulación

Programa de simulación del sistema continuo con retroalimentación de estado para el programa de simulación Simnon [36]

```
CONTINUOUS SYSTEM FLEX
```

```
" Version: 1.0
```

```
" Abstract: Regulador lineal con retro del estado al sistema continuo
```

```
" Revision: 1.0
```

```
" Author: Ing. Gerardo Hernández Vázquez
```

```
" Created: 30/06/99
```

```
" States, derivates and time:
```

```
STATE q0 q1 q2 q3 q4 q5 q6 q7 w1 w2
```

```
DER dq0 dq1 dq2 dq3 dq4 dq5 dq6 dq7 dw1 dw2
```

```
TIME t
```

```
" Exosistema
```

```
dw1=w2
```

```
dw2=-w1
```

```
" Equations:
```

```
dq0=q1
```

```
dq1=c1*U
```

```
dq2=q3
```

```
dq3=c2*q2+c3*q3+c4*U
```

```
dq4=q5
```

```
dq5=c5*q4+c6*q5+c7*U
```

```
dq6=q7
```

```
dq7=c8*q6+c9*q7+c10*U
```

```
"Salida
```

```
y1=b1*q0+b2*q2+b3*q4+b5*q6
```

```
"Ley de control
```

```
U1=-1.414213562*q0-1.510478794*q1-18.08626176*q2-1.115181603*q3
```

```
U2=U1-.3269181719*q4-.1696633213e-1*q5-.5360632944e-2*q6-.2797417626e-3*q7
```

```
U=U2+1.877526012*w1+2.156505340*w2
```

```
"Error
```

```
e=y1-w1
```

```
"b1=if t>20 then .84 else .7
```

"Parámetros del sistema

b1:.7

b2=-.4802920998

b3=-.5768706338

b5=-.5824520110

c1=10.89720305

c2=-514.8839389

c3=-.9076421664e-1

c4=2.411970091

c5=-20221.52513

c6=-.5688096360

c7=.9799751749e-2

c8=-158540.0361

c9=-1.592683452

c10=.4464034131e-3

END

Programa de simulación del sistema discretizado con retroalimentación de estado para el programa de simulación Simnon [36]

DISCRETE SYSTEM FLEXD

" Created: 30/06/99

" Abstract: Regulador lineal con retro del estado al sistema discretizado

" Revision: 1.0

" Author: Ing. Gerardo Hernández Vázquez

" Created: 30/06/99

STATE q0c q1c q2c q3c q4c q5c q6c q7c w1c w2c

NEW nq0c nq1c nq2c nq3c nq4c nq5c nq6c nq7c nw1c nw2c

TIME t

TSAMP ts

ts=t+h

h=.05

"EXOSISTEMA DISCRETIZADO

nw1c=.9987502604*w1c+.4997916927e-1*w2c

nw2c=-.4997916927e-1*w1c+.9987502604*w2c

" Equations:

nq0c=q0c+.5e-1*q1c+.1362150381e-1*U

nq1c=q1c+.5448601525*U

nq2c=.4234*q2c+.399e-1*q3c+.2701121558e-2*U

nq3c=-20.5193*q2c+.4198*q3c+.9612267897e-1*U

nq4c=.6690*q4c+.51e-2*q5c+.16039239e-6*U

nq5c=-103.1624*q4c+.6661*q5c+.4999452442e-4*U

nq6c=.4723*q6c+.21e-2*q7c+.148572e-8*U

nq7c=-333.5915*q6c+.4690*q7c+.93929834e-6*U

y1=.7*q0c-.48029*q2c-.57687*q4c-.58245*q6c

"U dE REGULADOR DISCRETO CON EDO

U1=-.8887741981*q0c-.9758351203*q1c+1.027420388*q2c

U2=U1-.8561477112*q3c-.1666299539e-1*q4c-.8408477361e-3*q5c

$U3=U2+.7263780575e-3*q6c-.422684589e-5*q7c$

$U=U3+1.138905006*w1c+1.390183593*w2c$

"ERROR DISCRETO

$e=y1-w1c$ "Salida-Ref

END

Apéndice C

Subrutinas de entrada-salida

Subrutinas de entrada-salida de datos del programa de control en tiempo real, realizado en Turbo C++ [25].

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <iostream.h>
#include <math.h>
#include <graphics.h>
#include <timer.h>
#include <ctype.h>
#include <dos.h>
/*
Este presente programa tiene como finalidad controlar la
tarjeta de adquisición de datos LAB-PC 1200
*/
// Dirección base 0x120
#define BASEADDR 0x120
/*Define Configuration and Status Register Groups*/
#define COMREG1 BASEADDR + 0x00
#define STATREG BASEADDR + 0x00
#define COMREG2 BASEADDR + 0x01
#define COMREG3 BASEADDR + 0x02
/*Define Analog Input Registers*/
#define ADFIFO BASEADDR + 0x0A
#define ADCR BASEADDR + 0x08
#define SCVRT BASEADDR + 0x03
#define DMAICR BASEADDR + 0x0A
/*Define Analog Output Registers*/
#define DAC0L BASEADDR + 0x04
#define DAC0H BASEADDR + 0x05
#define DAC1L BASEADDR + 0x06
#define DAC1H BASEADDR + 0x07
/*Define Counter/Timer Register Group A*/
#define CNTA0DR BASEADDR + 0x14
```

```

#define CNTA1DR BASEADDR + 0x15
#define CNTA2DR BASEADDR + 0x16
#define CNTAMR BASEADDR + 0x17
#define TIMICR BASEADDR + 0x0C
/*Define Counter/Timer Register Group B*/
#define CNTB0DR BASEADDR + 0x18
#define CNTB1DR BASEADDR + 0x19
#define CNTB2DR BASEADDR + 0x1A
#define CNTBMR BASEADDR + 0x1B
/*Define Digital I/O Register Group*/
#define PORTA BASEADDR + 0x10
#define PORTB BASEADDR + 0x11
#define PORTC BASEADDR + 0x12
#define DIGCR BASEADDR + 0x13
/*
Función para inicializar la tarjeta Lab-PC.
*/
void inicializacion()
{
  outp(COMREG1,0x00); /*Limpia el command reg 1*/
  outp(COMREG2,0x00); /*Limpia el command reg 2*/
  outp(COMREG3,0x00); /*Limpia el command reg 3*/
  outp(CNTAMR,0x34); /*Configura el contador A0 para modo 4*/
  outp(CNTA0DR,0x0A); /*Escribe 0A en el contador A0 data reg*/
  outp(CNTA0DR,0x00); /*Limpia el contador A0 data reg*/
  outp(DMAICR,0x00); /*Desactiva requisiciones de DMA*/
  outp(TIMICR,0x00); /*Desactiva interrupciones*/
  outp(ADCR,0x00); /*Limpia el ADC y el FIFO*/
  inp(ADFIFO);
  inp(ADFIFO);
  outp(DAC0L,0x00); /*Fija DAC0 a 0V*/
  outp(DAC0H,0x08);
  outp(DAC1L,0x00); /*Fija DAC1 a 0V*/
  outp(DAC1H,0x08);
}
/*
Función para configurar los puertos digitales de modo que:
Puerto A sea entrada y Puertos B y C sean salidas.
*/
void digitalcfg()
{
  int basura;
  outportb(DIGCR,0x92);
  basura = inportb(PORTA);
  basura = inportb(PORTB);
  outportb(PORTC,0x00);

```

```

}
/*
Función para proporcionar una salida analógica.
*/
void output( double Dato )
{
int X = 0;
int XL = 0;
int XH = 0;
if (Dato>=-5 && Dato<=5)
{
Dato = Dato+5;
X = (pow(2,12)-1)*Dato/10;
XL = 0x00FF&X;
XH = (0xFF00&X) >> 8;
// Salida de 12 bits enviada a travs de 2 registros, c/u de 8 bits:
outportb(DAC0L, XL);
outportb(DAC0H, XH);
}
}
setgain(sgain) /*Function to set bit pattern for gain*/
int *sgain;
{
switch (*sgain)
{
case 1:
*sgain = 0x00;
break;
case 2:
*sgain = 0x20;
break;
case 5:
*sgain = 0x30;
break;
case 10:
*sgain = 0x40;
break;
case 20:
*sgain = 0x50;
break;
case 50:
*sgain = 0x60;
break;
case 100:
*sgain = 0x70;
break;
}
}

```

```

default:
printf("\nInvalid gain value, gain will be set to 1");
*sgain = 0x00;
break;
}
}
/* Función para leer señal analógica */
char cmr1;
AI_Read(chan, gain, reading) /*Reads voltage at chan 0, gain 1*/
int chan;
int gain;
int *reading;
{
int adlowbyte;
int adhibyte;
int status;
cmr1 &= 0x08; /*Set input to bipolar mode*/
cmr1 |= (char)chan;
setgain(&gain);
cmr1 |= (char)gain;
outp(COMREG1, cmr1); /*Set chan & gain*/
outp(SCVRT,0x00); /*Initiate SW A/D conversion*/
while (!(inp(STATREG) & 0x01)) /*Check if data valid*/
;
adlowbyte = inp(ADFIFO); /*Read Data*/
adhibyte = inp(ADFIFO);
adhibyte <<= 8; /*Combine Hi and Low bytes*/
adlowbyte &= 0x00FF;
*reading = adhibyte | adlowbyte;
}
// Función para leer los datos de la tarjeta de adquisición
// de la flexión del brazo flexible
int lectura()
{
outportb(PORTC,0x00);
delay(0);
int dato2=inportb(PORTA); //parte baja
outportb(PORTC,0x01);
delay(0);
int dato=inportb(PORTA); //parte alta
dato=dato<<8|dato2;
return dato;
}
int men=136;//136
int may=111;//111
// Función para configurar el brazo flexible

```

```

void varilla()
{
printf("Izquierda");getch();
men=lectura();
printf("Derecha");getch();
may=lectura();
if (men==may) men=men-1;
}
// Función que lee el ángulo del motor
void lecturaMOTOR()
{
outportb(PORTC,0x03); //Si es 03 parte baja flexible
//Si es 02 parte baja rígido
delay(0);
dato=inportb(PORTB);
dato=dato<<8;
dato=dato&0x0100;
outportb(PORTC,0x00); //Si es 00 parte alta flexible
//Si es 01 parte alta rígido
delay(0);
int PUERTO B=inportb(PORTB);
PUERTO B=PUERTO B&0x00FF;
PUERTO B=PUERTO B|dato;
//Conversión de bits a radianes
gra2=((PUERTO B * (-2*M_PI)/0x01F4) )+M_PI; //0x01F4 motor de 500PPR
X1[1]=gra2*0.68;
float d=X1[1];
//Filtro de 1er orden
float coeff=1.0; //Coeficiente que varia el filtrado
xf3[1]=(T*(-coeff*xf3[0] + coeff*X1[1]) + xf3[0]);
if ((tiempo/20.0)>=.50){
if (xf3[1]>=(xf3[0]+.01)) xf3[1]=xf3[0]; //0.01 estabilizacion y segui de senoidal 0.1 cuad
if (xf3[1]<=(xf3[0]-.01)) xf3[1]=xf3[0]; //0.01 estabilizacion y segui de senoidal 0.1 cuad
}
X1[1]=xf3[1]; xf3[0]=xf3[1];
}
// Función que lee la distancia de la flexión del brazo flexible
void lecturaFLEX()
{
// Lee la posición de la varilla
X3[1]=lectura();
float coeff=1.0;
//Filtro de 1er orden
xf[1]=(T*(-coeff*xf[0] + coeff*X3[1]) + xf[0]);
X3[1]=xf[1]; xf[0]=xf[1];
//Regla de 3 para el calculo de la distancia en base al tiempo

```

```

distancia=(0.26*(X3[1]-men)/(may-men) 0.13);
if (distancia>.5) {X3[1]=0.0;gotoxy(1,23);printf("Error
lectura");sound(700);delay(1);nosound();gotoxy(1,23);printf(" ");}
xf2[1]=(T*(-coeff*xf2[0] + coeff*distancia) + xf2[0]);
distancia=xf2[1]; xf2[0]=xf2[1];
X3[1]=asin(distancia/0.7);
X3[1]=distancia;
}
void main()
{
// Acciones de inicialización de la tarjeta de adquisición
inicializacion();
digitalcfig();
// Se lee el dato del encoder del MOTOR
lecturaMOTOR();
// Lee la posición de la varilla
lecturaFLEX();
X2=(X1[1]-X1[0])/T; //APROXIMA LA DERIVADA DEL ANGULO
U=ALFA1*de1+ALFA2*X2+ALFA3*e2+e1*ALFA5+ALFA4*X4;
U=(U/0.10315); //Conversión del torque a corriente
//Acotamiento de la señal de control debido a que
//la salida de la tarjeta de adquisición de datos
//unicamente puede sacar señales entre +/- 5 VCD
if(U>=5.0){U=4.9;}
if(U<=-5.0){U=-5.0;}
//Llamado a la función que saca la señal de control
output(U);
}

```

Apéndice D

Diagramas electrónicos

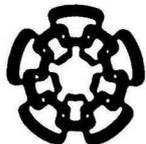
Diagramas de la tarjeta diseñada para el acondicionamiento de las señales de los transductores, microcontroladores y encoders.

Bibliografía

- [1] A.A.Andronov, "Theory of Oscillators", Prentice Hall, 1990.
- [2] A.S. Yigit, "On the stability of PD control for a Two-Link Rigid-Flexible Manipulator", Transactions of the ASME, Vol.116, pp 208-215, Junio 1994.
- [3] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems", Springer - Verlag, 1989.
- [4] AVR, "Enhanced Risc Microcontroller Data Book", Manual de Información, San José, CA, 1997.
- [5] B. Siciliano and Wayne J. Book, "A singular perturbation approach to Control of lightweight flexible manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol.7, No.4, pp 79-90, Agosto 1988.
- [6] C. Canudas de Wit, B. Siciliano and G. Bastin, "Theory of Robot Control ", Springer, 1997.
- [7] D. R. Meldrum, "Direct model reference adaptive control of a flexible robotic manipulator", Tesis de Maestría en Ciencias, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy New York, 1985.
- [8] E. O. Doebelin, "Measurement Systems application and design", International Editions. Mc. Graw Hill, 1990.
- [9] F. Bellezza, L. Lanari and G. Ulivi, "Exact modelling of the flexible slewing link", Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp 734-739, Cincinnati, Ohio, May 13-18, 1990.
- [10] F. L. Lewis, "Control of Robot Manipulators", Macmillan Publishing Company, 1993.
- [11] H. W. Knobloch, A. Isidori and D. Flockerzi, "Topics in Control Theory", Verlag, 1993.
- [12] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems", Prentice Hall, 1990.
- [13] H. A. Talebi, "Dinamic Modeling of flexible-link manipulators using neural networks with application to the SSRMS", Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Victoria, B.C., pp 673-690, Canada, October, 1998.
- [14] J. M. Gere and S. P. Timoshenko, "Mecánica de Materiales", International Thomson Editores, 1998.

- [15] K. Ogata, "Dinámica de Sistemas", Prentice Hall, 1987.
- [16] K. Ogata, "Ingeniería de Control Moderna", Prentice Hall, 1993.
- [17] L. Kruse, "Modelling and Control of a Flexible beam and Robot Arm", Tesis Doctoral, Universidad de Netherlands, 1990.
- [18] M. I. Aguilera Hernández y J. De León Morales, "Experimental study of finite and infinite model based controllers for a flexible link robot", MIC'99 IASTED Austria, febrero 1999.
- [19] M. I. Aguilera Hernández y Jesús de León Morales, "Experimental Evaluation of Infinite Model Based Controllers for a flexible link robot", ISRA, pp 155-160, 1998.
- [20] M. I. Aguilera Hernández, "Control de robots con flexibilidad en el eslabón", Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, N.L; México, 1999.
- [21] M. Rossi, "Passive and adaptive controller design strategies for a class of manipulators with a flexible link", Tesis de Maestría en Ciencias Aplicadas en Ingeniería Eléctrica, Universidad de Waterloo, Ontario, Canada, 1996.
- [22] M. Ghanekar, "Scaling Laws for linear controllers of dynamically equivalent single flexible link manipulators", Tesis de Maestría en Ciencias Aplicadas en Ingeniería Eléctrica, Universidad de Waterloo, Ontario, Canada, 1994.
- [23] Paquete de programación "Maple V Release 5", Waterloo Maple Inc, 1994.
- [24] Paquete de programación "Matlab", Matlab, 1994.
- [25] Paquete de programación "Turbo C++", Turbo C, 1994.
- [26] P. Lucibello and G. Ulivi, "Design and realization of two link direct drive robot with a very flexible forearm", Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università degli Studi "La Sapienza", Roma (Italy).
- [27] P. Lucibello and S. Panzieri, "Application of Cyclic Control to a Two-link Flexible Arm", Automatica, Vol 34, No.8, pp,1025-1029, 1998.
- [28] P. Horowitz, Winfield Hill, "The Art of Electronics", Cambridge University Press, 1989.
- [29] P. Salemi, "Numerical and experimental linear coupling control of free and forced Vibration in a flexible structure", Tesis de Maestría en Ciencias Aplicadas en Ingeniería Eléctrica, Universidad de Waterloo, Ontario, Canada, 1995.
- [30] R. Marino and P. Tomei, "Nonlinear Control Design", Prentice Hall, 1995.
- [31] R. J. Tocci, "Sistemas Digitales principios y aplicaciones", Prentice Hall, 1993.
- [32] S. Cetinkunt and W. J. Book, "Flexibility effects on the control system performance of large scale robotic manipulators", The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 38, No.4, pp 531-556 October-December 1990.

- [33] Sears, Zemansky and Young, "Física Universitaria", Addison-Wesley Iberoamericana, 1982.
- [34] Servo Systems, "Catalog of Products", Montville, N.J. 1999.
- [35] S. S. Ge, "Improving Regulation of a single-link flexible manipulator with strain feedback", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.14, No.1, pp 179-185, Febrero 1998.
- [36] Paquete de Simulación de sistemas dinámicos "Simulation of Nonlinear Systems, Simnon", SSPA Systems,1993.
- [37] W. Stewart, "Position and Force Control of Flexible Manipulators", Tesis de Maestría en Ciencias Aplicadas en Ingeniería Eléctrica, Universidad de Waterloo, Ontario, Canada, 1998.
- [38] Theodore, Baumeister, "Mark's Mechanical Engineers' Handbook", Mc Graw Hill, 1958.
- [39] W. D. Cooper, Albert D. Helfrick, "Instrumentación Electrónica Moderna y Técnicas de Medición", Prentice Hall, 1991.
- [40] W. T. Thompson, Marie Dillon Dahleh, "Theory of Vibration with Applications", Prentice Hall, 1998.



**CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: "Diseño, Construcción y Control de un Robot Flexible" el día 6 de Octubre de 1999.

Dr. Edgar Nelson Sanchez Camperos
Investigador Cinvestav 3 B
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. Jose Luis Leyva Montiel
Investigador Cinvestav 3B
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. Ofelia Begovich Mendoza
Investigador Cinvestav 3 A
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara

Dr. Antonio Ramirez Treviño
Investigador Cinvestav 2 A
CINVESTAV DEL IPN
Guadalajara