



BC-648

Don. 2011

xx(179100.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados  
del Instituto Politécnico Nacional  
Unidad Guadalajara

**Algoritmos y Software para la  
Investigación y Desarrollo de un  
Arreglo Multisensor para el Análisis  
Espacial-Espectral con Alta Resolución**

**CINVESTAV**

**IPN**

**ADQUISICION**

**DE LIBROS**  
Tesis que presenta:

**Víctor Eduardo Espadas Aldana**

Para obtener el grado de:

**Maestro en Ciencias**

en la especialidad de:

**Ingeniería Eléctrica**

Director de Tesis:

**Dr. Yuriy Shkvarko Sosnoff**

|          |                    |
|----------|--------------------|
| CLASIF:  | TK165.68. EB6 2011 |
| ADQUIS.. | SSI-648            |
| FECHA:   | 18-Agosto-2011     |
| PROCED.. | Don. -2011         |
|          | \$ _____           |

ID: 174537-1001

# **Algoritmos y Software para la Investigación y Desarrollo de un Arreglo Multisensor para el Análisis Espacial-Espectral con Alta Resolución**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**Víctor Eduardo Espadas Aldana**  
Ingeniero Electrónico  
Instituto Tecnológico de Mérida

Becario de CONACYT, expediente No. 219232

Director de Tesis  
**Dr. Yuriy Shkvarko Sosnoff**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Noviembre, 2010.

## AGRADECIMIENTOS

- A mi familia, por todo su cariño y apoyo incondicional en todo momento.
- A mi asesor el Dr. Yuriy Shkvarko por su orientación y conocimientos brindados.
- A mis compañeros y en particular a Pedro, José, Stewart y Roberto por su valioso apoyo en el desarrollo de esta tesis.
- Al CONACYT por financiar mis estudios.
- Al CINVESTAV por brindarme esta oportunidad de hacer el posgrado en la institución.

# ÍNDICE

## CAPÍTULO I

|  |          |
|--|----------|
| <b>Introducción .....</b>                                  | <b>1</b> |
| 1.1 Antecedentes .....                                     | 3        |
| 1.1.1 Perspectiva técnica de los fundamentos de Radar..... | 3        |
| 1.1.2 Principios de las imágenes de radar SAR .....        | 4        |
| 1.1.3 Trabajo Relacionado.....                             | 6        |
| 1.2 Motivación del proyecto .....                          | 7        |
| 1.3 Objetivos.....   | 8        |
| 1.4 Estructura del documento de tesis.....                 | 9        |

## CAPÍTULO II

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Planteamiento del problema de Localización de <i>Targets</i>.....</b> | <b>11</b> |
| 2.1 Sistema de coordenadas y geometría del experimento .....             | 11        |
| 2.2 Descripción de Operación del Sistema de Transmisión .....            | 15        |
| 2.3 Modelo de la señal multi-sensor de un <i>tag</i> .....               | 16        |
| 2.4 Generalización del modelo de señal: Escena distribuida .....         | 21        |
| 2.5 Observaciones con datos contaminados por ruido .....                 | 24        |
| 2.6 Modelado de datos registrados ordenados en espacio y tiempo.....     | 26        |
| 2.7 Resumen del Capítulo II.....   | 28        |

## CAPÍTULO III

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Estimación de Parámetros: Método de Probabilidad Máxima A Posteriori y Máxima Verosimilitud.....</b> | <b>29</b> |
| 3.1 Enunciado del Problema.....   | 29        |
| 3.2. Estadísticas Gaussianas de la señal y ruido.....   | 30        |
| 3.3 Método de Bayes de Máxima Probabilidad A Posteriori.....  | 32        |
| 3.4 Método de Máxima Verosimilitud.....   | 33        |
| 3.5 Estimación de parámetros con ML en presencia de ruido Gaussiano.....                                | 34        |
| 3.6 Modificación del Estimador ML: Algoritmo de Máxima Correlación.....                                 | 36        |
| 3.7 Métrica de Desempeño.....   | 39        |
| 3.7.1 Desigualdad Cramer-Rao para el vector parámetro $K$ -D.....                                       | 39        |
| 3.7.2 Desigualdad de Cramer-Rao para parámetros 1-D (escalar).....                                      | 40        |
| 3.7 Resumen del Capítulo III.....   | 40        |

## CAPÍTULO IV

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Estimación Robusta de Parámetros en Escenario Incierto: Aplicación a localización de <i>Tags</i>.....</b>  | <b>41</b> |
| 4.1 Formalismo del Problema.....  | 42        |
| 4.1.1 Ruido de observación Gaussiano.....   | 42        |
| 4.1.2 Señal incierta Gaussiana.....   | 42        |
| 4.2 Estimación ML robusta para un solo parámetro de información de señal.....   | 43        |
| 4.3 Algoritmo Robusto ML de Localización de <i>tag</i> .....  | 46        |
| 4.4 Formación de imagen con Filtro Acoplado Espacial (MSF).....   | 49        |
| 4.5 Generalización del Algoritmo MSF formador de imagen para<br>Localización Robusta de <i>Tag</i> : Algoritmo de Filtrado Espacial basado en<br>Transformada de Fourier..... | 50        |



|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 4.6 Resumen del Capítulo IV ..... | 55 |
|-----------------------------------|----|

## **CAPÍTULO V**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Implementación Algorítmica de los Métodos Formadores de Imagen FTSF y MSF Robusto.....</b> | <b>57</b> |
|---|-----------|

|   |    |
|---|----|
| 5.1 Panorama General de los AA .....                        | 57 |
| 5.2 Algoritmo FTSF para el Procesamiento de Datos MIR ..... | 62 |
| 5.3 Relación entre los algoritmos MSF y FTSF.....           | 65 |
| 5.4 Realización del Experimento de Simulación.....          | 67 |
| 5.5 Análisis de la Complejidad Computacional.....           | 71 |
| 5.6 Implementación en el VRSL.....                          | 73 |
| 5.7 Resumen del Capítulo V.....                             | 77 |

## **CAPÍTULO VI**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Resultados de Experimentos de Simulación y Discusiones .....</b> | <b>79</b> |
|---|-----------|

|  |     |
|--|-----|
| 6.1 Escenarios de Simulación.....                                  | 79  |
| 6.1.1 Escenarios usando el MIR-Y .....                             | 80  |
| 6.1.2 Escenarios usando el MIR-X .....                             | 89  |
| 6.1.3 Escenarios usando el MIR-O .....                             | 97  |
| 6.2 Discusiones de Resultados entre los Algoritmos MSF y FTSF..... | 105 |
| 6.3 Comparaciones entre Resultados.....                            | 107 |
| 6.4 Resumen del Capítulo VI.....                                   | 111 |

## **CAPÍTULO VII**

|   |            |
|---|------------|
| <b>Conclusiones y Trabajo Futuro.....</b> | <b>113</b> |
| 7.1 Conclusiones .....                    | 113        |
| 7.2 Trabajo Futuro .....                  | 115        |
| <br>                                      |            |
| <b>Referencias.....</b>                   | <b>117</b> |
| <br>                                      |            |
| <b>Apéndice I.....</b>                    | <b>119</b> |
| <br>                                      |            |
| <b>Apéndice II.....</b>                   | <b>131</b> |

## Índice de Figuras

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 1.1.</b> Ejemplo de una aplicación urbana de percepción remota, empleando como instrumento un radar multi-sensor de formación de imágenes con arreglo de forma 'Y' En este caso es la localización de objetos ocultos de características puntiagudas, como armas, escondidos en edificios o en la naturaleza. _____ | 2  |
| <b>Figura 1.2.</b> Esquema de clasificación funcional de sensores para RS. _____  | 3  |
| <b>Figura 1.3.</b> El principio de operación de radar de transmisión de pulso y recepción de eco. _____   | 4  |
| <b>Figura 1.4.</b> Elementos esenciales en un sistema SAR. _____  | 5  |
| <b>Figura 1.5.</b> Panorama general de las aplicaciones del sistema finalizado. _____   | 7  |
| <b>Figura 2.1.</b> Geometría del problema de localización de <i>targets</i> . _____   | 12 |
| <b>Figura 2.2.</b> Formato de los pulsos transmitidos por el sistema. _____   | 15 |
| <b>Figura 2.3.</b> Diagrama de las señales transmisión y recepción. _____   | 17 |
| <b>Figura 3.1.</b> Estructura computacional del estimador ML que implementa el algoritmo más simple de máxima correlación. _____  | 38 |
| <b>Figura 4.1.</b> El filtro espacial basado en transformada de Fourier se desarrolla para un fijo <i>range gate</i> $l$ , que corresponde al área sombreada. _____   | 51 |
| <b>Figura 5.1.</b> (a) <i>Layout</i> del AA en forma-Y con un espaciado entre elementos de $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , (b) Muestras $u$ $v$ correspondientes. _____  | 59 |
| <b>Figura 5.2.</b> (a) <i>Layout</i> del AA en forma-X con un espaciado entre elementos de $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , (b) Muestras $u$ $v$ correspondientes. _____  | 60 |
| <b>Figura 5.3.</b> (a) <i>Layout</i> del AA en forma-O con un espaciado entre elementos de $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , (b) Muestras $u$ $v$ correspondientes. _____  | 61 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 5.4. Esquema de implementación del sistema empleado. _____  | 65 |
| Figura 5.5. Geometría del experimento de simulación para modelar la PSF del sistema. _____   | 67 |
| Figura 5.6. Interfaz gráfica del laboratorio virtual desarrollado para la solución del problema directo bajo la plataforma GUIDE de MATLAB® denominado VRSL ( <i>Virtual Remote Sensing Laboratory</i> ). _____  | 74 |
| Figura 5.7. Interfaz interactiva para la selección de la configuración del arreglo de antena. _____  | 75 |
| Figura 5.8. Interfaz interactiva para la selección de la frecuencia de operación. _____  | 75 |
| Figura 5.9. Interfaz interactiva para la selección del rango de operación. _____   | 75 |
| Figura 5.10. Interfaz interactiva para la selección del espaciado entre elementos de la antena. _____  | 75 |
| Figura 5.11. Interfaz interactiva para la administración de <i>tags</i> . _____  | 76 |
| Figura 5.12. Posiciones de los <i>tags</i> ingresados en un plano $x-y$ . _____  | 76 |
| Figura 5.13. Interfaz interactiva para la elección del algoritmo y para ejecutar la simulación. _____  | 76 |
| Figura 5.14. Estudio de la aplicación VRSL sobre el protocolo de localización de <i>tags</i> . _____   | 77 |
| Figura 6.1. Ubicación original de los 5 <i>tags</i> en coordenadas $x-y$ , para un rango (range) = 30m. _____  | 81 |
| Figura 6.2. Protocolos de simulación para el MIR-Y con $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , $f=24$ GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) <i>Layout</i> del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento $uv$ ( <i>visibilidad</i> ) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. _____ | 82 |
| Figura 6.3. Protocolos de simulación para el MIR-Y con $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ , $f=24$ GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) <i>Layout</i> del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento $uv$ ( <i>visibilidad</i> ) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. _____ | 83 |

**Figura 6.4.** Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 84

**Figura 6.5.** Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 86

**Figura 6.6.** Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 87

**Figura 6.7.** Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 88

**Figura 6.8.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 90

**Figura 6.9.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 91

**Figura 6.10.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 92

**Figura 6.11.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 94

**Figura 6.12.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b)

- Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen  
(d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 95
- Figura 6.13.** Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 96
- Figura 6.14.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 98
- Figura 6.15.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 99
- Figura 6.16.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 100
- Figura 6.17.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 102
- Figura 6.18.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 103
- Figura 6.19.** Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema. \_\_\_\_\_ 104
- Figura 6.20.** Representación gráfica del desempeño de la PSF. \_\_\_\_\_ 105
- Figura 6.21.** Desempeño del algoritmo FTFSF, para una configuración MIR-Y y FOV=45°. \_\_\_\_\_ 107

**Figura 6.22.** Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTSF. \_\_\_\_\_ 108

**Figura 6.23.** Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTSF. \_\_\_\_\_ 109

**Figura 6.24.** Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTSF. \_\_\_\_\_ 110

---

## Índice de Tablas

|   |    |
|---|----|
| Tabla 6.1. Ejemplo de especificación de parámetros de simulación para un escenario en particular. _____ | 80 |
| Tabla 6.2. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.1. _____       | 80 |
| Tabla 6.3. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.3. _____       | 81 |
| Tabla 6.4. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.4. _____       | 81 |
| Tabla 6.5. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.5 _____        | 85 |
| Tabla 6.6. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.6 _____        | 85 |
| Tabla 6.7. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.7 _____        | 85 |
| Tabla 6.8. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.8 _____        | 89 |
| Tabla 6.9. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.9 _____        | 89 |
| Tabla 6.10. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.10 _____      | 89 |
| Tabla 6.11. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.11 _____      | 93 |
| Tabla 6.12. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.12 _____      | 93 |



|  |     |
|--|-----|
| Tabla 6.13. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.13 | 93  |
| Tabla 6.14. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.14 | 97  |
| Tabla 6.15. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.15 | 97  |
| Tabla 6.16. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.16 | 97  |
| Tabla 6.17. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.17 | 101 |
| Tabla 6.18. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.18 | 101 |
| Tabla 6.19. Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.19 | 101 |
| Tabla 6.20. Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=45°                 | 106 |
| Tabla 6.21. Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=60°                 | 106 |
| Tabla 6.22. Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=120°                | 106 |

## Glosario de Términos y Acrónimos

- **AFOSR, Air Force Office of Scientific Research.** Oficina de Investigación Científica de la Fuerza Aérea de los EE.UU.
- **Azimuth.** Ángulo desde un vector de referencia en un plano a un segundo vector en el mismo plano. Usualmente medido en grados (°). El concepto es usado en muchas aplicaciones prácticas incluyendo navegación, astronomía, cartografía, minería y artillería.
- **DoD, Department of Defense.** Departamento de Defensa de EE.UU.
- **FTSF, Fourier Transform-based Spatial Filtering.** Término en inglés para la técnica formadora de imagen desarrollada a partir de MSF.
- **GUIDE, Graphical User Interface Development Environment.** Interfaz gráfica incluida en MATLAB® con algunas limitantes para la programación gráfica.
- **JPL, Jet Propulsion Laboratory.** Laboratorio de Propulsión a Chorro, ubicado en Pasadena, California, USA.
- **MAP, Maximum A Posteriori Probability.** Algoritmo estadístico de formación de imágenes RS.
- **ML, Maximum Likelihood.** Término en inglés para el algoritmo estimador de Máxima Verosimilitud.
- **MSF, Matched Spatial Filter.** Término en inglés para filtro espacial acoplado, algoritmo basado en ML.
- **NASA, National Aeronautics and Space Administration.** Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio, es la agencia espacial de EE.UU.
- **pdf.** Término en inglés de función de densidad de probabilidad.

- **PSF, Point Spread Function.** Término en inglés para Función de Punto de Dispersión.
- **RADAR.** Término derivado del acrónimo inglés *Radio Detection And Ranging* (Detección y Medición de Distancias por Radio).
- **Range.** Dimensión de los sistemas de radar determinada midiendo la distancia recorrida por la señal transmitida hacia al objetivo, es conocida como la distancia a línea de vista.
- **RS, Remote Sensing.** Término en inglés para Percepción Remota.
- **SAR, Synthetic Aperture Radar.** Radars activos de apertura sintética instalados en aviones o plataformas espaciales que emiten la energía en el intervalo de frecuencias de microondas en un pequeño periodo de tiempo y reciben los ecos provenientes de reflexiones de la señal en objetos.
- **SFO, Signal Formation Operator.** Término en inglés para el Operador Formador de Señal, el cual representa por completo el sistema físico generador de una imagen.
- **SLAR, Side-Looking Airbone Radar.** Variación del sistema SAR, que en este caso es transportado en un avión.
- **VRSL, Virtual Remote Sensing Laboratory.** Laboratorio virtual desarrollado en la plataforma GUIDE de MATLAB® para simulación y evaluación de las técnicas de formación de imágenes RS.

## RESUMEN

La Percepción Remota (RS) se refiere a técnicas empleadas en la adquisición y medición de datos o información de algunas propiedades (espectrales, espaciales, físicas) de objetivos organizados espacialmente (comúnmente distribuidos geográficamente), los cuales están dentro de un área denominada escena. Esta adquisición se realiza empleando uno o más dispositivos (sensores) que no están en contacto directo con los objetos bajo observación. Para el problema en particular de localización de *tags*, motivo de estudio de este trabajo, se presenta la estructura algorítmica del estimador general de parámetros ML robusto así como su estructura computacional. Finalmente se presenta una generalización útil de la técnica del filtro acoplado espacial (*Matched Spatial Filter* MSF) basado en ML hacia el algoritmo de filtrado espacial basado en la Transformada de Fourier (FTSF) para la localización de *tags*.

En este proyecto de tesis se desarrolla software que permite simular diferentes geometrías de una antena de radar multi-sensor multi-modal (*Multi-Sensor Imaging Radar* MIR), para realizar un análisis espacial-espectral e implementar un mapeo detallado de alta resolución de una escena, para la localización de objetos (*targets*) espacialmente distribuidos. Es decir, el sistema en cuestión está conformado por una antena de radar, la cual a su vez está constituida por varios elementos, separados entre sí por una distancia relativamente pequeña, dicha distancia está normalizada a la longitud de onda de las señales (microondas). Se simulan tres diferentes configuraciones geométricas de la antena: MIR de forma 'Y' (GeoSTAR), MIR de forma 'X' (cruz) y MIR de forma 'O' (circular), mediante un software elaborado y especializado en procesamiento de imágenes/señales referido como "Virtual Remote Sensing Laboratory" (VRSL) elaborado en la plataforma de MATLAB®.

## ABSTRACT

Remote Sensing (RS) refers to techniques used in the acquisition and measurement data or information of some properties (spectral, spatial, physical) of spatially organized objectives (often geographically distributed), which are within an area called *scene*. This acquisition is performed using one or more devices (sensors) that are not in direct contact with the objects under observation. For the particular problem of location of targets, we present the algorithmic structure of the general robust ML parameter estimator and its computational structure. Finally, a useful generalization of the spatial matched filter technique (Matched Spatial Filter MSF) based on ML to the spatial filtering algorithm based on Fourier Transform (FTSF) for the location of tags is presented.

In this project software is developed to simulate different geometries of a multi-sensor multi-modal radar antenna (Multi-Sensor Imaging Radar MIR), in order to achieve spatial-spectral analysis and implement a detailed mapping of high-resolution of a scene, with the location of objects (targets) spatially distributed. That is, the system in question consists of a radar antenna, which in turn consists of several elements, separated by a relatively small distance, this distance is normalized to the wavelength of the signals in use (microwave). Three different geometric configurations of the antenna: MIR in a 'Y' (Geostar), MIR in a 'X' (cross) and MIR in a 'O' (circular) are simulated, by using the specialized software in image/signals processing, referred to as "Virtual Remote Sensing Laboratory (VRSL) developed in MATLAB ® platform.

# CAPÍTULO I

## Introducción

La percepción remota (*Remote Sensing*, RS), es una actividad que el hombre realiza de forma natural y cotidiana. Al observar el monitor de una computadora, está empleando percepción remota; una cantidad física (luz) es radiada por el monitor, esta luz emitida viaja a través de una pequeña distancia hasta que se encuentra con un sensor (los ojos) y es capturada. Cada ojo manda una señal al procesador (cerebro) para su posterior conversión en información. Esta actividad se complica cuando se incrementa a gran escala el escenario de observación [1]; por ejemplo en: sistemas satelitales, fotografías aéreas, radares de apertura sintética, cartografía, entre muchos otros escenarios.

En su definición formal, RS se refiere a técnicas empleadas en la adquisición y medición de datos o información de algunas propiedades (espectrales, espaciales, físicas) de objetos organizados espacialmente (comúnmente distribuidos geográficamente), los cuales están dentro de un área denominada escena. Esta adquisición se realiza empleando uno o más dispositivos (sensores) que no están en contacto directo con los objetos bajo observación, es decir, el sensor se encuentra a una distancia finita del objetivo. Es decir, las técnicas de RS se refieren a generar información de una escena sensada utilizando radiación electromagnética, receptores de radio frecuencia, sistemas de radar, sistemas de sonar, dispositivos térmicos, entre muchos otros instrumentos [1]. En la figura 1.1, se ilustra un ejemplo de RS, en el que el instrumento empleado en este

caso, es un radar multi-sensor de formación de imágenes con arreglo de forma 'Y'. Este ejemplo es un caso de operación urbana, en donde las distancias entre el objeto y el sensor son relativamente cortas, y las frecuencias utilizadas son del orden de los Gigahertz.

Los sensores que se emplean en RS, pueden clasificarse de diferentes maneras. Una clasificación funcional [1]; se muestra en la figura 1.2. Las esquinas del diagrama en forma de triángulo están determinadas por el principal parámetro medido: espectral, espacial y de intensidad. El presente proyecto de tesis emplea sensores cuya clasificación se ubica en espectralímetros con sistema de formación de imágenes, es decir, sensores que aportan información espacial-espectral.

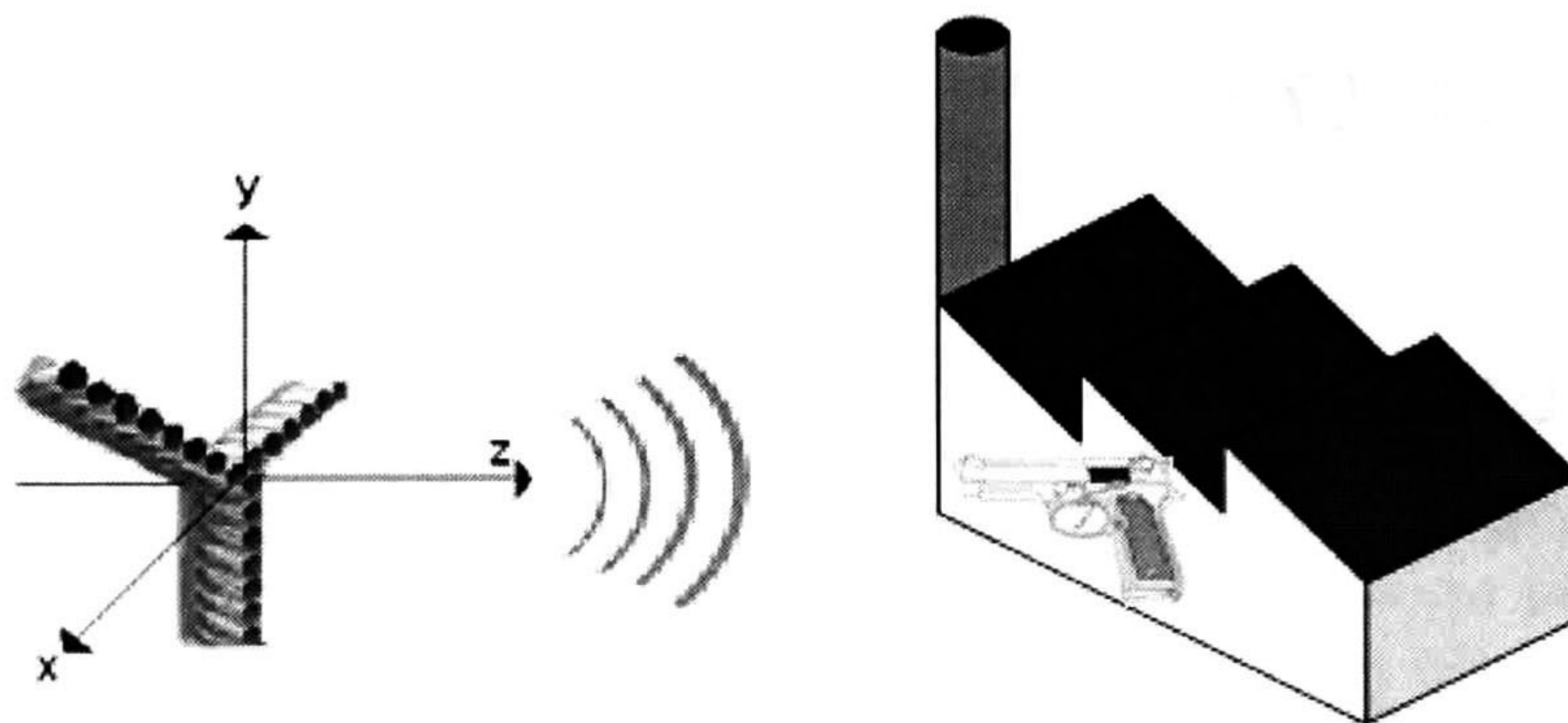


Figura 1.1. Ejemplo de una aplicación urbana de percepción remota, empleando como instrumento un radar multi-sensor de formación de imágenes con arreglo de forma 'Y'. En este caso es la localización de objetos ocultos de características puntiagudas, como armas, escondidos en edificios o en la naturaleza.

El objetivo del proyecto de tesis es desarrollar algoritmos y software que permitan simular diferentes geometrías de arreglos de antenas de radar multi-sensor, para realizar un análisis espacial-espectral e implementar un mapeo detallado de alta resolución de una escena, así como localización de objetos (*targets*) espacialmente distribuidos. Es decir, el sistema en cuestión está conformado por una antena de radar, la cual a su vez está constituida por varios elementos (multi-sensor), separados entre sí por una distancia relativamente pequeña, de acuerdo a la longitud de onda de las señales (microondas). Se simularán tres diferentes configuraciones geométricas de la antena (forma Y, circular (forma-O) y cruz (forma-X)) para determinar el arreglo y geometría que derive los resultados óptimos.

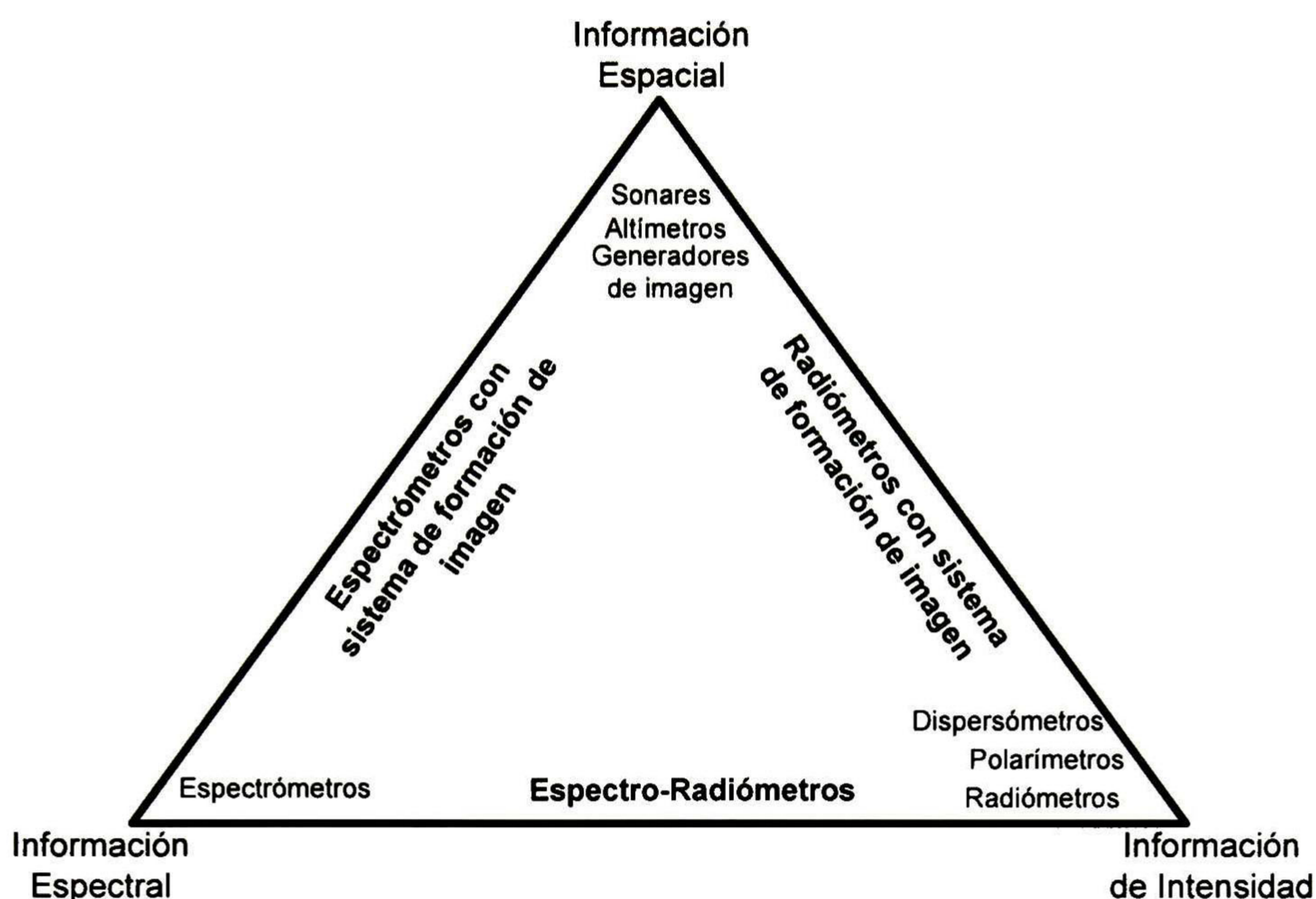


Figura 1.2. Esquema de clasificación funcional de sensores para RS.

## 1.1 Antecedentes

### 1.1.1 Perspectiva técnica de los fundamentos de Radar

RADAR es un término derivado del acrónimo inglés *Radio Detection And Ranging* (Detección y Medición de Distancias por Radio) y es un sistema que emplea ondas electromagnéticas para medir distancias, altitudes, velocidades de objetos móviles, formaciones meteorológicas, entre muchas otras aplicaciones. Los radares operan en la región de las microondas del espectro electromagnético; generalmente, se considera que las longitudes de onda de los radares formadores de imágenes, están entre 1 mm y 1 m. El hecho de operar en esta región, mejora la penetración de la señal (disminuye la atenuación), especialmente en la atmósfera [2]. En la figura 1.3 se observa el principio de operación de radar.

A diferencia de los sensores ópticos, los radares formadores de imágenes no son afectados por nubes o por neblina, y generalmente operan independientemente a las condiciones del clima, además de que pueden operar las 24 horas del día (al ser sensores activos, no dependen de la luz solar [2]). Las nubes de agua tienen un efecto importante únicamente en los radares que operan con  $\lambda < 2$  cm; los efectos de la lluvia son relativamente despreciables a una  $\lambda > 4$  cm [2].



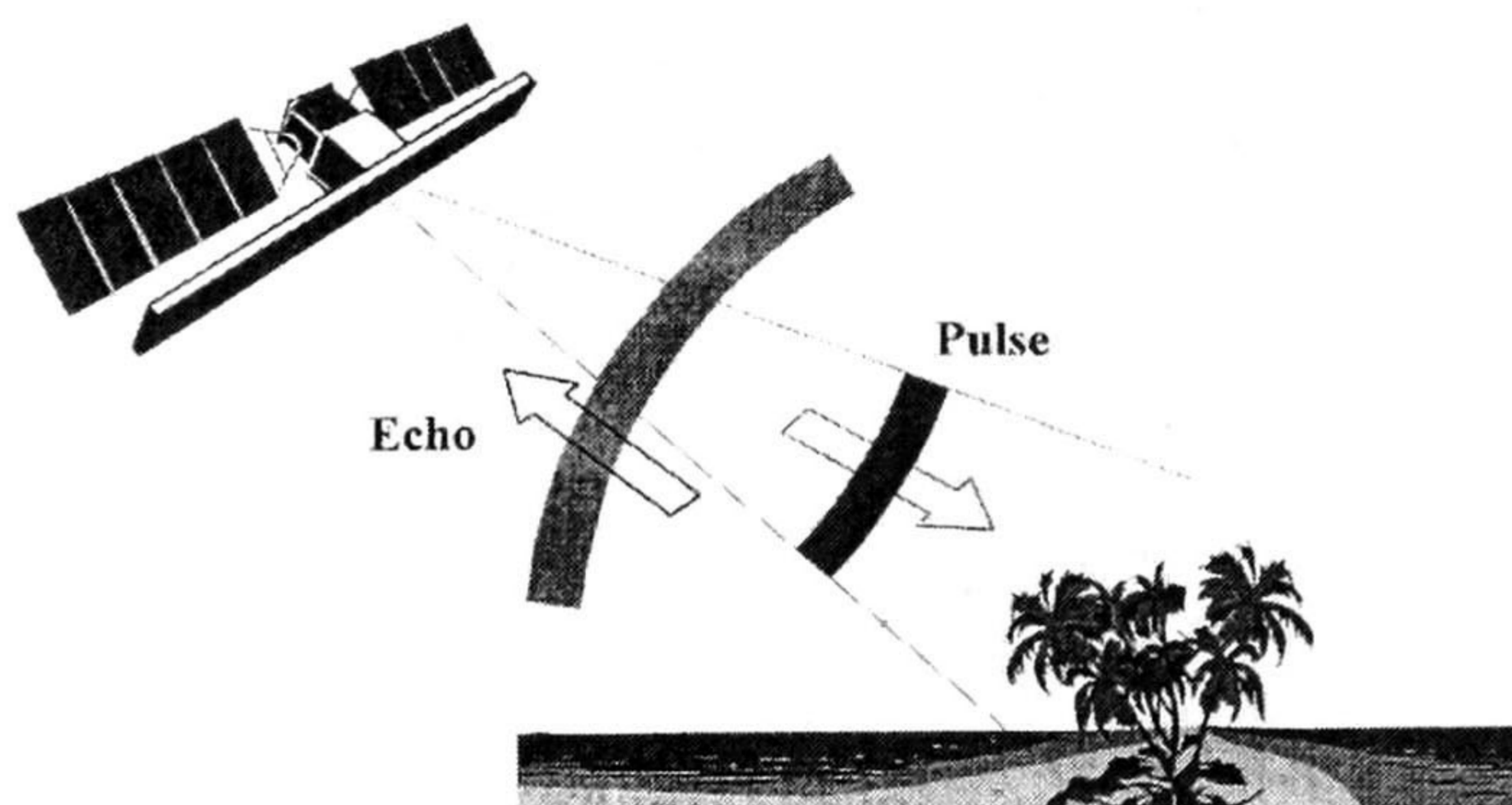


Figura 1.3 El principio de operación de radar de transmisión de pulso y recepción de eco.

Varios aspectos del progreso en tecnología de radar ocurrieron en paralelo debido a dos tipos de radar que estaban evolucionando: el radar aerotransportado de vista lateral (*Side-looking Airborne Radar, SLAR*) y el radar de apertura sintética (*Synthetic Aperture Radar, SAR*) [2], [18]. Éste último es de gran importancia en el presente proyecto y se abordará de manera amplia, este concepto es fundamental para entender el por qué del planteamiento del trabajo. Estos radares formadores de imagen pueden ser considerados sistemas de percepción remota relativamente nuevos. Las aplicaciones civiles se comenzaron a explotar en la década de 1960-1970 [2].

Cualquier sistema de radar observa una escena dentro de ciertos límites establecidos por la frecuencia, polarización y la geometría de iluminación de las señales emitidas. Los parámetros observables de un objeto después de que se ha recibido su eco y su correspondiente procesamiento, incluyen posición, reflectividad, polarización y fase. Los varios tipos de radares para percepción remota se diferencian por el diseño que haga énfasis en alguno de estos parámetros y guiados por su aplicación. Por ejemplo, los radares militares usualmente están optimizados para responder a objetivos duros o puntiagudos; tales sistemas se caracterizan por tener alta resolución, frecuencia configurable, capacidad de seguir objetos móviles y rastreo múltiple de objetos.

### 1.1.2 Principios de las imágenes de radar SAR

Los radares SAR son sistemas formadores de imagen que tienen un haz de antena en forma de abanico, éste tiene patrones en elevación relativamente anchos para iluminar un espacio respetable en rango, y de esta forma obtener patrones de antena angostos en acimut, lo cual permite acumular una imagen línea por línea [2], como se observa en la figura 1.4.

Las primeras publicaciones en reconocimiento de radar en Geociencia aparecieron en el Tercer Simposio de Percepción Remota Ambiental e Ingeniería Fotogramétrica, en 1964 [2]. Hoy en día, como en sus inicios, la mayoría del trabajo en sistemas SAR de alta resolución es patrocinado por el Departamento de Defensa (*Department of Defense, DoD*) de los Estados Unidos de América (EUA) [3]. El primer sistema SAR, de una sola polarización y banda de operación X, fue construido por el Instituto de Investigación Ambiental de Michigan (*Environmental Research Institute of Michigan, ERIM*) para el DoD en 1964. Este sistema fue montado en un avión C-46 y posteriormente fue mejorado por la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (*National Aeronautics and Space Administration, NASA*) en 1973 agregando una segunda banda de operación (banda L) y equipando el sistema con antenas con polarización dual [3].

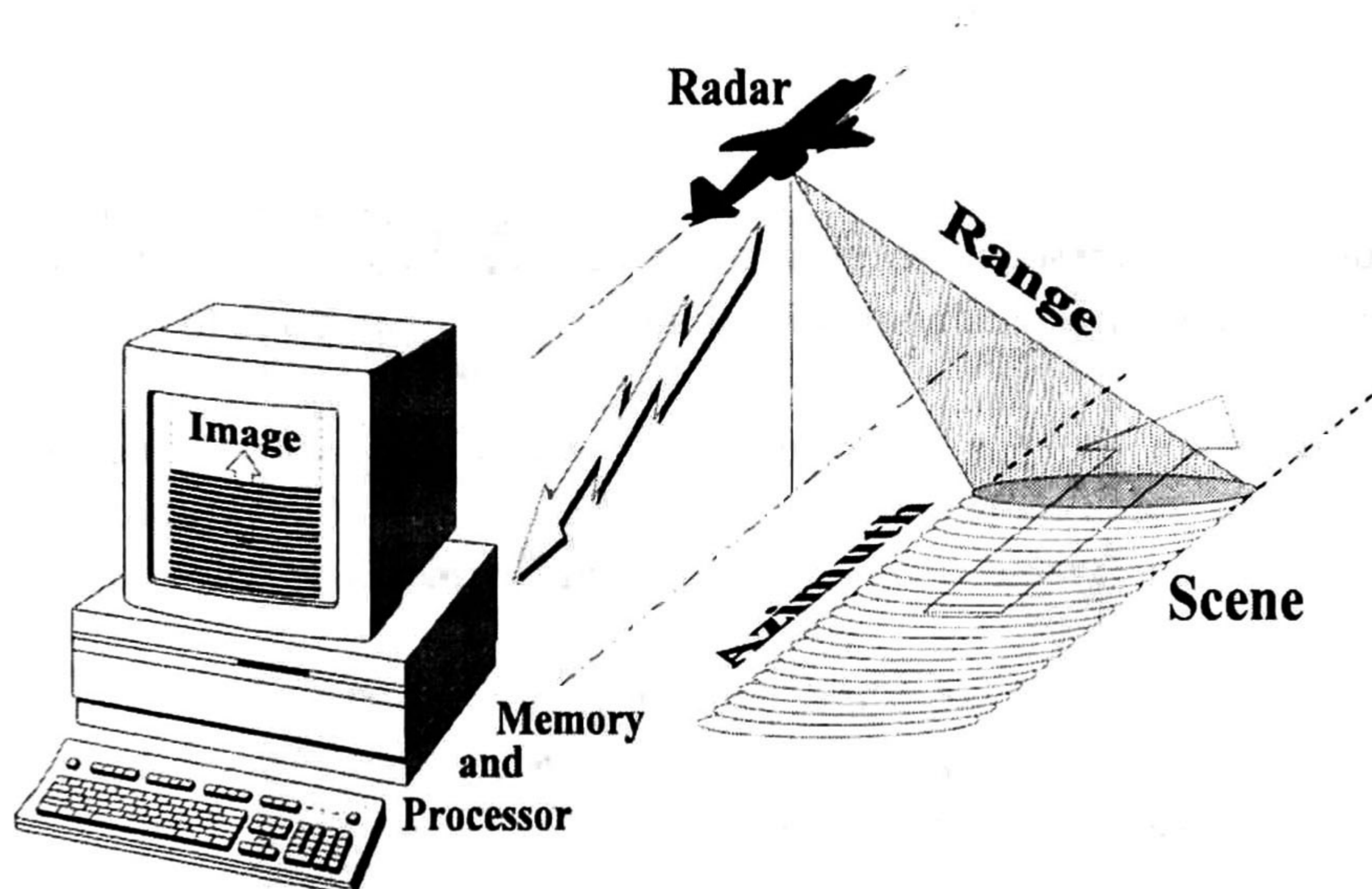


Figura 1.4 Elementos esenciales en un sistema SAR

El ERIM SAR fue usado para numerosas investigaciones científicas, especialmente en formación de imágenes del círculo polar ártico. Así mismo, el Laboratorio de Propulsión a Chorro (*Jet Propulsion Laboratory, JPL*) desarrolló bajo patrocinio de la NASA un SAR que operaba en la banda L. El JPL SAR fue mejorado a principios de los años 1980's, tenía capacidad polarimétrica en las bandas C y L. Este sistema fue usado para aplicaciones relacionadas con formación de mapas geológicos y para el estudio de procesos geomórficos [3]. Muchos sistemas SAR han sido desarrollados a partir de las fechas mencionadas y cuyas aplicaciones han sido principalmente enfocadas al análisis del terreno, mapeo de vegetación, glaciología,

geología, entre otras [2]. El sistema SAR debía dar un giro en sus aplicaciones: la operación urbana.

### 1.1.3 Trabajo Relacionado

En la sección anterior se menciona que la mayor parte de las investigaciones en sistemas formadores de imágenes son patrocinados por el DoD de los EE.UU. Un proyecto que se encuentra en desarrollo, y del cual, esta tesis forma parte, es el *Advanced Concurrent Multiband, Multi-beam, Aperture-Synthesis with Intelligent Processing for Urban Operation Sensing*, a cargo de manera conjunta por los doctores Cam Nguyen (Universidad de Texas A&M) y Yuriy Shkvarko (CINVESTAV Unidad Guadalajara), bajo patrocinio precisamente de la Oficina de Investigación Científica de la Fuerza Aérea de los E.U.A (*Air Force Office of Scientific Research, AFOSR*). El objetivo es investigar y desarrollar un arreglo de radar basado en SAR de bajo costo, compacto, multi-banda, multi-sensor y con polarización dual, acompañado de un procesamiento de señales innovador e inteligente y software para el mapeo detallado de alta resolución de una escena, localización y caracterización en tiempo real de objetos ocultos o semiocultos espacialmente distribuidos, de tipo puntiagudo.

El hardware de los sensores será realizado usando circuitos integrados monolíticos para microondas, y antenas en circuito impreso. Entonces, las tareas importantes de este proyecto se pueden dividir en tres partes principales, que son:

1. La investigación y desarrollo del hardware de los sensores
2. Investigación y desarrollo de la etapa de procesamiento de señales y software
3. Pruebas integradas de los sensores

Los avances del proyecto en hardware son significativos, la arquitectura del receptor, transmisor, antena (arreglo en forma de Y) y sintetizador se encuentran en etapa final. El desarrollo del proyecto de tesis tiene como tarea principal el punto 2 de la lista anterior. Es decir, el desarrollo de un marco de trabajo de los algoritmos pertinentes y técnicas de procesamiento relacionadas, así como el software orientado a usuario final. En la figura 1.5 se ilustra el panorama general del funcionamiento urbano y diferentes aplicaciones del sistema finalizado.

Cabe señalar que este proyecto tiene como base conceptos que han sido desarrollados (y que nacieron) a través de los años con el sondeo atmosférico con microondas. La *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) ha operado por muchos años dos sistemas satelitales: el Sistema Satelital Operacional Ambiental de Órbita Polar (POES, por sus siglas en inglés), usando satélites de órbita baja (LEO), y el

Sistema Satelital Operacional Ambiental Geoestacionario (GOES), usando satélites de órbita geoestacionaria (GEO). El problema era que los satélites GOES no estaban equipados con equipo para microondas, debido a que no era factible construir el sistema de apertura necesario para alcanzar la resolución espacial suficiente para una sonda de microondas en GEO. Para alcanzar una resolución espacial de 50km se requiere de una apertura de 4 metros o más a una frecuencia de 50 GHz, lo cual es muy difícil de lograr con un sistema de apertura real.

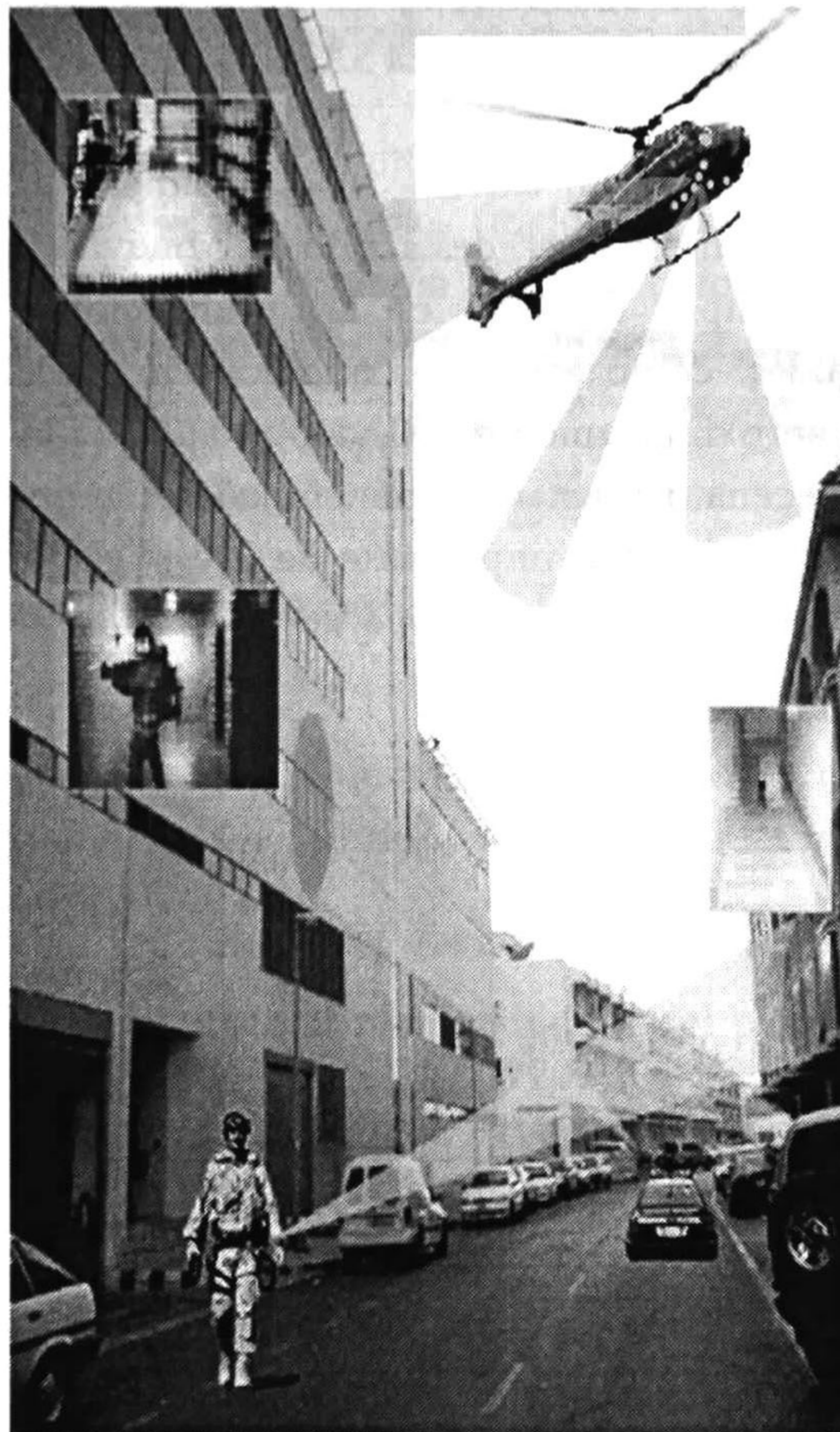


Figura 1.5 Panorama general de las aplicaciones del sistema finalizado

## 1.2 Motivación del proyecto

Se ha mencionado que RS es una actividad que el hombre realiza de forma natural y cotidiana, y es algo en lo que se ha invertido una cantidad enorme de dinero para su investigación. En la década de 1990, muchos billones de dólares se gastaron mundialmente en satélites SAR diseñados para aplicaciones civiles en RS. Varios cientos de millones de dólares más se invirtieron en procesamiento de imágenes, y existe un

interés que va en incremento en el desarrollo de otras aplicaciones de datos SAR, por lo cual se concluye que ésta es un área de investigación con un gran potencial [2]. Un ejemplo de esto es el proyecto en desarrollo mencionado en la sección anterior, el cual está destinado a operar en un entorno urbano.

En la sección anterior se hace mención del problema de los sistemas GOES, el *Geostationary Synthetic Thinned Aperture Radiometer* (GeoSTAR) fue la solución [4]. Como su nombre lo indica el GeoSTAR es un SAR, esto aporta un panorama de lo importante que se ha convertido la tecnología SAR.

Las aplicaciones urbanas son extensas. Hoy en día la seguridad es un tema de gran importancia, lo que motiva el desarrollo de nuevas aplicaciones basadas en tecnología SAR. Un ejemplo de esto es la localización de objetos ocultos de características puntiagudas, como armas, escondidos en edificios o en la naturaleza, desde una distancia de aproximadamente 100 m. otra aplicación es la caracterización de alta resolución de una escena. La distancia mencionada es la que limita el sistema a una "operación urbana". Esto es motivo importante de investigación, el desarrollo de estas aplicaciones es de mucha utilidad en el campo de sistemas de seguridad, es por eso que el proyecto es patrocinado por la AFOSR.

### 1.3 Objetivos

Los objetivos del proyecto de tesis son los siguientes:

- Estudio y análisis del estado del arte de sistemas formadores de imágenes que emplean radares multi-sensores multi-modales aplicados al problema de detección de objetos con alta resolución.
- Investigar el marco teórico de los algoritmos existentes para la estimación de parámetros enfocados al problema de localización de objetos y en la solución del problema directo de adquisición de una imagen de escena distribuida de alta resolución.
- Investigar y desarrollar los algoritmos para el procesamiento inteligente de las señales obtenidas por el arreglo multi-sensor en sus tres diferentes configuraciones geométricas: Arreglo-Y, Arreglo-X y Arreglo-O, se desarrollarán dos algoritmos, uno basado en la técnica de filtro acoplado y otro basado en transformada de Fourier en 2-D.

- Realizar las simulaciones pertinentes con los algoritmos desarrollados para determinar la configuración geométrica óptima del arreglo de radar multi-sensor, multi-modal así como el espaciamiento óptimo de sus elementos (sensores) requerido para una formación de imagen de la escena con alta resolución.
- Implementar un software para el mapeo detallado de alta resolución de una escena, para localización de objetivos (*targets*) espacialmente distribuidos y semi-ocultos u ocultos, visualizados por el sistema de radar multi-sensor multi-modal y aplicando los algoritmos formadores de imagen desarrollados.
- Adaptar y mejorar el *Virtual Remote Sensing Laboratory* (VRSL) desarrollado previamente para problemas inversos (mejoramiento de imagen), agregando el desarrollo y solución del problema directo (adquisición de una imagen y optimización de la geometría de arreglo de sensores) aplicando los algoritmos desarrollados en esta tesis.

## 1.4 Estructura del documento de tesis

El documento de tesis se desenvuelve a lo largo de siete capítulos y un apéndice, el capítulo uno es introductorio, al término de éste el lector tendrá una idea y un panorama general del proyecto de tesis.

En el capítulo 2 se introduce el planteamiento del problema de localización de *targets*. Se desarrolla el sistema de coordenadas y se especifica la geometría del problema de localización de *targets* en una escena plana, usando los datos medidos obtenidos por un arreglo de sensores de  $M$  elementos. Se provee el modelo estadístico de las señales inducidas por el *tag* a las salidas de dicho arreglo. Se presenta la generalización del modelo de señal para un escenario distribuido y se describe el modelo estocástico del arreglo aleatorio de los datos observados, contaminados por ruido para un escenario realista con incertidumbres.

En el capítulo 3 se hace un repaso a los principios de estimación de parámetros básicos, estos estimadores son: Probabilidad Máxima A Posteriori (MAP) y Máxima Verosimilitud (ML). Se conceptualizan ambos métodos para la solución de problemas de estimación de parámetros no lineal y se provee de un entendimiento del rol principal de las distribuciones de probabilidad del ruido y señales deseadas para la derivación de estos estimadores. Se introduce el algoritmo básico de estimación de parámetros ML para el caso de una señal contaminada observada con ruido aditivo Gaussiano. Finalmente se presenta y explica la estructura del algoritmo del estimador ML de

máxima correlación de los parámetros de un vector de una sola señal observada en presencia de ruido Gaussiano.

En el Capítulo 4 se desarrolla el tema de la estimación robusta de parámetros en escenario incierto y su aplicación a localización de *targets*. Se presenta la estructura algorítmica del estimador general de parámetros ML robusto así como su estructura computacional para el problema en particular de localización de *targets* en un escenario operacional incierto. Finalmente se presenta una generalización útil de la técnica del filtro espacial acoplado (MSF) basado en ML hacia el algoritmo de filtrado espacial basado en la Transformada de Fourier (FTSF) para la localización de *tags*.

En el capítulo 5 se describe la implementación algorítmica de los métodos FTSF y MSF con tres diferentes geometrías de radares multi-sensores de formación de imágenes. Se introduce un panorama general del arreglo de apertura sintética GeoSTAR, así como de los arreglos circular y de cruz. Se presenta la estructura algorítmica de la técnica FTSF para el procesamiento de datos de estas geometrías, así como análisis comparativos entre los algoritmos MSF y FTSF.

En el capítulo 6 se desarrollan las aportaciones al sistema universal de simulaciones. Dicho sistema es el VRSL (*Virtual Remote Sensing Laboratory*) [20] previamente implementado para problemas inversos, agregando los nuevos algoritmos para la solución del problema directo (la adquisición de datos) y las estructuras computacionales. En este capítulo también se incluyen las principales simulaciones que aportan resultados significativos.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones y se exponen los puntos más relevantes de la investigación presentada a partir de los resultados obtenidos y las aportaciones realizadas. De la misma manera, se presentan sugerencias y puntos de partida para continuar la investigación a futuro.

En el Apéndice I se despliega y explica el código desarrollado y utilizado para los experimentos de simulación. También se incluye una breve explicación de las funciones principales que podrían ser utilizadas en trabajos posteriores sobre el tema.

En el Apéndice II se incluye el artículo realizado "*Experiment Design Framework for Super-High Resolution Imaging with the GeoSTAR Configured Sensor Array Data*" para el *Seventh International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves* (MSMW'10).

## CAPÍTULO II

# Planteamiento del problema de Localización de *Targets*

En este capítulo se introduce el planteamiento del problema de localización de *targets*. Se desarrolla el sistema de coordenadas y se especifica la geometría de dicho problema de localización de *targets* en una escena plana, usando los datos medidos obtenidos por un arreglo de sensores de  $M$  elementos. Se provee el modelo estadístico de las señales inducidas por el *tag* a las salidas de dicho arreglo, así como la generalización del modelo de señal para un escenario distribuido y se describe el modelo estocástico del arreglo aleatorio de los datos observados contaminados por ruido para un escenario realista con incertidumbres.

### 2.1 Sistema de coordenadas y geometría del experimento

El sistema de coordenadas adoptado así como la geometría del problema se presenta en la figura 2.1.

El origen “0” del sistema de coordenadas Cartesiano  $(x, y, z)$  coincide con el centro geométrico (sensor central) localizado en el plano de apertura de arreglo (*Array*



Aperture Plane, AAP)  $(x, y) \in P \subset \mathbb{R}^2$  donde  $P$  define un soporte de apertura, es decir, limita el tamaño del plano de apertura sobre el cual los sensores receptores pueden ser ubicados. Todos los puntos arbitrarios en el AAP son caracterizados por los vectores  $\mathbf{p} \in P \subset \mathbb{R}^2$  mientras los centros de fase de  $M$  sensores receptores particulares (numerados como  $m = 1, 2, \dots, M$ ) son atribuidos a posiciones fijas.

$$\{\mathbf{p}_m \in P ; m = 1, 2, \dots, M\} \quad (2.1)$$

en el AAP. En el presente trabajo de tesis, se ha definido  $M=24$  sensores. Por simplicidad, inicialmente se asume que los sensores receptores son idénticos y omnidireccionales.

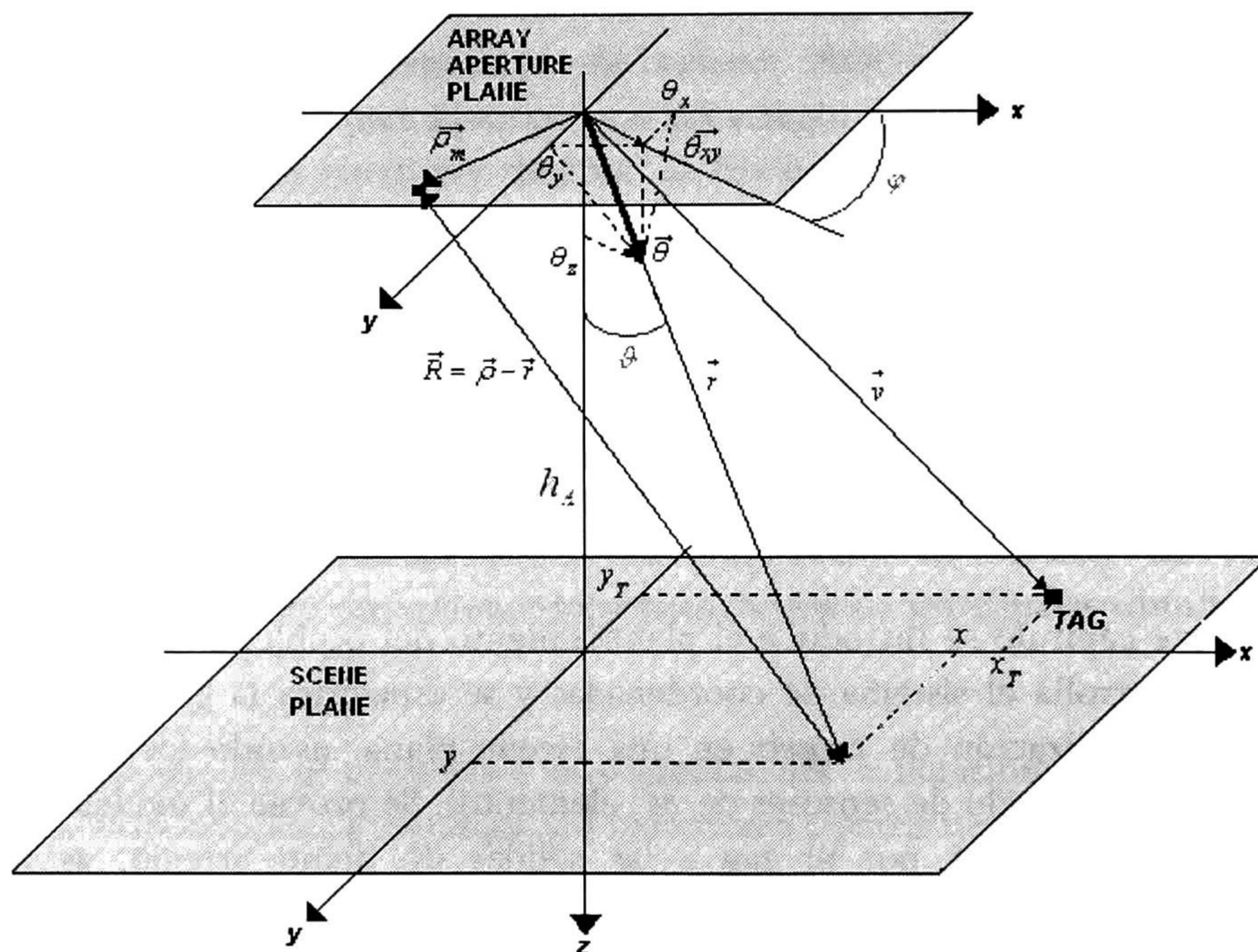


Figura 2.1 Geometría del problema de localización de *targets*.

El *target (tag)* es localizado en algún punto (desconocido) denominado TAG en el plano  $R \subset \mathbb{R}^2$  caracterizado por el vector

$$\mathbf{r}_T = \mathbf{v} = (x_T, y_T, z_T = h_A)^T \quad (2.2)$$

que se define como vector de localización del *tag* (vector *Location of Target*, LOT), el cual se refiere al parámetro de interés. Dicho parámetro se denota via  $\mathbf{v} = \mathbf{r}_T$  para ser distinguido de los puntos arbitrarios  $\mathbf{r} = (x, y, z_T = h_A)^T \in R \subset \mathbb{R}^2$  distribuidos en el plano (escenario)  $R$ . El escenario se encuentra distanciado del AAP a una altura fija  $z_T = h_A$

(conocida a-priori), la cual es asociada con una elevación dada (o pre-estimada por algún medio) del AAP sobre el escenario.

Cabe señalar que se han adoptado notaciones convencionales vector-matriz donde el superíndice  $T$  denota la transpuesta de una matriz o vector; de manera similar, el superíndice  $*$  indica complejo conjugado y  $+$  denota el conjugado Hermitiano.

Cualquier punto en el escenario  $\mathbf{r} \in R \subset \mathbb{R}^2$  se puede representar de igual forma en el sistema convencional de coordenadas polares

$$\mathbf{r} = (r, \mathcal{G}, \varphi); \quad r = |\mathbf{r}| \quad (2.3)$$

donde  $\mathcal{G}$  y  $\varphi$  son el ángulo de elevación y azimut, respectivamente (ver Fig. 2.1), y  $r = |\mathbf{r}|$  representa la distancia al punto  $\mathbf{r}$  en el escenario en el sistema de coordenadas Cartesiano.

Siguiendo con la presentación de parámetros, es necesario introducir un vector asociado con cualquier  $\mathbf{r} \in R$  denominado vector unitario direccional (ver Fig. 1)

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = (\theta_x, \theta_y, \theta_z)^T \quad (2.4)$$

De acuerdo a la terminología convencional en Procesamiento de Señales (PS) [5] el vector (2.4) es referido como vector de dirección de llegada o arribo (DOA, *direction of arrival*), el cual corresponde a una señal posible de un *tag* proveniente del punto  $\mathbf{r}$  en el escenario. El vector DOA es un vector unitario, por lo tanto su longitud es igual a 1, y sus proyecciones al sistema de coordenadas Cartesiano  $(x, y, z)$  son iguales a los cosenos de los ángulos entre el vector DOA y sus ejes correspondientes, es decir

$$\theta_x = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{x}}^\circ); \quad \theta_y = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{y}}^\circ); \quad \theta_z = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{z}}^\circ), \quad (2.5)$$

donde  $\hat{\mathbf{x}}^\circ, \hat{\mathbf{y}}^\circ$  y  $\hat{\mathbf{z}}^\circ$  denotan los vectores normalizados de orientación sobre los ejes correspondientes  $(x, y, z)$ , es decir  $|\hat{\mathbf{x}}^\circ| = 1, |\hat{\mathbf{y}}^\circ| = 1, |\hat{\mathbf{z}}^\circ| = 1$ . Estas tres coordenadas DOA (2.5) son conocidas también como cosenos direccionales [5], [8]. Usando la definición DOA dada por (2.4) y (2.5), la localidad de cualquier punto  $\mathbf{r}$  y de un *tag* en particular  $\mathbf{r}_T$  en el escenario se puede expresar en el siguiente sistema de coordenadas direccional como

$$\mathbf{r} = (r, \boldsymbol{\theta}) = (r, \theta_x, \theta_y, \theta_z) \quad \text{y} \quad \mathbf{v} = (v, \boldsymbol{\theta}_v) = (v = r_T, \theta_{Tx}, \theta_{Ty}, \theta_{Tz}), \quad (2.6)$$

respectivamente.

En el sistema de coordenadas considerado en la Fig.1, dos cosenos direccionales principales  $\theta_x$  y  $\theta_y$  definidos por (2.5) caracterizan explícitamente el vector DOA, debido a que el tercer coseno direccional  $\theta_z$  puede ser calculado a partir de los dos primeros como

$$\theta_z = \sqrt{1 - (\theta_x^2 + \theta_y^2)} \quad (2.7)$$

De la Fig.1, también se puede expresar el ángulo de elevación  $\mathcal{G}$  y el ángulo azimut  $\varphi$  a partir del vector DOA previamente definido como sigue:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\theta_y}{\theta_x}\right), \quad \mathcal{G} = \arcsin\left(\sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}\right) \quad (2.8.a)$$

donde 
$$\theta_x = \sin \mathcal{G} \cos \varphi, \quad \theta_y = \sin \mathcal{G} \sin \varphi, \quad (2.8.b)$$

A partir de la geometría de la Fig.1, cualquier punto  $\mathbf{r}$  en el escenario  $R$  para una elevación dada  $z = h_A$  del AAP, puede ser expresado ahora explícitamente por solamente dos primeros cosenos direccionales  $\theta_x$  y  $\theta_y$  como

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T \text{ con } x = \theta_x \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_x^2 + \theta_y^2)}} \right), \quad y = \theta_y \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_x^2 + \theta_y^2)}} \right), \text{ para una } z = h. \quad (2.9)$$

De forma correspondiente, las coordenadas cartesianas (2.2) del LOT pueden ser expresadas por medio de sólo dos parámetros DOA del *tag*,  $\theta_{Tx}$  y  $\theta_{Ty}$  y por la misma elevación dada  $h_A$  del AAP como se muestra a continuación:

$$\mathbf{v} = (x_T, y_T, z_T)^T \text{ con } x_T = \theta_{Tx} \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_{Tx}^2 + \theta_{Ty}^2)}} \right), \quad y_T = \theta_{Ty} \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_{Tx}^2 + \theta_{Ty}^2)}} \right), \quad z_T = h_A. \quad (2.10)$$

De lo anterior, se concluye que para definir completamente cualquier posición  $\mathbf{r}$  en el escenario (para una elevación  $h$  dada del AAP) incluyendo al vector deseado  $\mathbf{v}$  definido por (2.10), se necesita el vector direccional  $\boldsymbol{\theta}_{xy} = (\theta_x, \theta_y)^T$  de dos dimensiones compuesto por sólo dos primeros cosenos direccionales  $\theta_x$  y  $\theta_y$  (es decir, la proyección de  $\boldsymbol{\theta}$  en  $(x,y)$  del AAP, ver Fig. 1). Como consecuencia, esto permite adoptar el formato simplificado de los cosenos direccionales de dos dimensiones (2-D)

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{xy} = (\theta_x, \theta_y)^T \text{ con } \theta_x = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{x}}^\circ) \text{ y } \theta_y = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{y}}^\circ) \quad (2.11)$$

para coordinar puntos arbitrarios ubicados sobre el escenario ( $x, y, z = h_A$ ) con el vector LOT correspondiente determinado explícitamente por (2.10).

## 2.2 Descripción de Operación del Sistema de Transmisión

El sistema opera en dos frecuencias separadas pero concurrentes de 24 GHz y 36 GHz con polarización dual (vertical V y horizontal H), es decir, los pulsos emitidos son a las frecuencias y modos mencionados. En un instante, una serie de pulsos RF son transmitidos con el mismo ancho de pulso (PW) y de manera concurrente a 24 GHz y 36 GHz, con polarización V y polarización H. Estos pulsos son calibrados de tal manera que mantienen coherencia en amplitud y fase en el tiempo. La antena transmisora es conmutada entre dichas polarizaciones, esto es, los pulsos H y los pulsos V están retrasados por cierto tiempo; para cada frecuencia, hay una separación de  $PRT/2$  (*Pulse Repetition Time* = 10  $\mu$ s) entre un pulso V y un pulso H. Por lo tanto, el periodo de cada pulso V o H es de PRT. Esto se ilustra en la figura 2.2, donde la envolvente del pulso (*pulse envelope*) vertical transmitido se modela como  $a_V(t)$  y la amplitud del pulso horizontal transmitido  $a_H(t)$ .

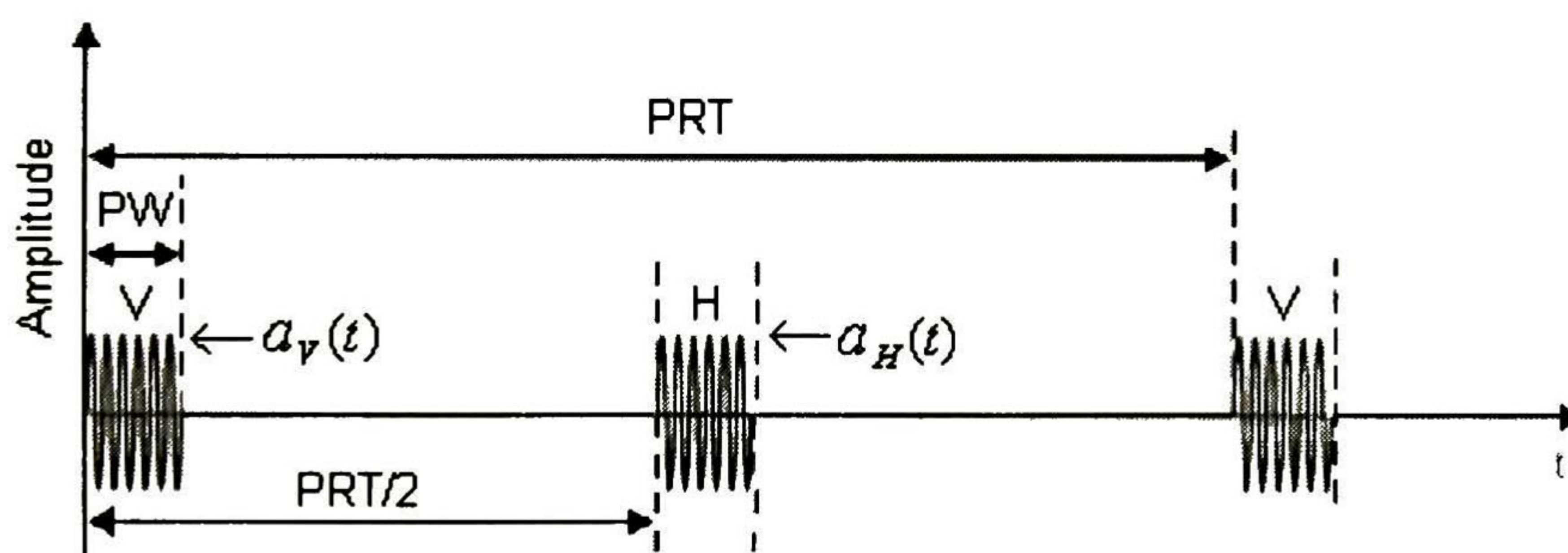


Figura 2.2 Formato de los pulsos transmitidos por el sistema.

Como se ha mencionado anteriormente, hay 24 elementos de antena en el arreglo receptor. Cada elemento recibe señal vertical y señal horizontal. Se asume que las señales recibidas están esparcidas en una duración de tiempo  $N(PW)$ , donde  $N$  es el número de rangos (*range cells*) usados para procesar la señales por cada pulso transmitido. Se requiere procesamiento por cada *range* debido a la naturaleza distribuida de la escena. Para este trabajo se aplican dos rangos, que corresponden al  $z = h_A$  del AAP, estos son de 30 metros y 100 metros.

En cada PRT correspondiente a una banda de frecuencias (24 GHz o 36 GHz) se forma un vector de retraso (*time-delay vector*)  $T_d = [t_{dVV}, t_{dVH}, t_{dHH}, t_{dHV}]$  y cuatro vectores  $U$  que contienen la información necesaria para el procesamiento posterior y

reconstrucción de la escena, dichos vectores son  $U_{VV}$ ,  $U_{VH}$ ,  $U_{HV}$ ,  $U_{HH}$ . Es decir, se forman vectores de información cuando se transmite vertical y se recibe vertical, transmisión vertical y recepción horizontal, horizontal – horizontal y horizontal – vertical. El formato de estos vectores se muestra a continuación:

$$U_{VV} = [A_{inVV} \text{Cos}(\varphi_{inVV}), A_{inVV} \text{Sin}(\varphi_{inVV})] i = 1 \rightarrow 24, n = 1 \rightarrow N \quad (2.12)$$

$$U_{VH} = [A_{inVH} \text{Cos}(\varphi_{inVH}), A_{inVH} \text{Sin}(\varphi_{inVH})] i = 1 \rightarrow 24, n = 1 \rightarrow N \quad (2.13)$$

$$U_{HV} = [A_{inHV} \text{Cos}(\varphi_{inHV}), A_{inHV} \text{Sin}(\varphi_{inHV})] i = 1 \rightarrow 24, n = 1 \rightarrow N \quad (2.14)$$

$$U_{HH} = [A_{inHH} \text{Cos}(\varphi_{inHH}), A_{inHH} \text{Sin}(\varphi_{inHH})] i = 1 \rightarrow 24, n = 1 \rightarrow N \quad (2.15)$$

Cabe señalar que el vector  $T_d$  tiene dimensiones de  $1 \times 4$ , esto es debido a que se asume que no hay tiempo de retraso entre los 24 elementos en el arreglo de antena receptor porque están espaciados muy cerca uno de otro; por lo tanto,  $T_d$  tiene solo un valor para los 24 elementos para cada señal recibida (esto es, se hace un promedio de  $t_{avv}$  de los 24 sensores y se toma como el  $t_{avv}$  final). En la figura 2.3 se muestra un diagrama de formación de los vectores  $T_d$  y  $U$  antes descritos. La estructuración de dichos vectores  $U$  es el motivo de análisis de las secciones y capítulos siguientes de este trabajo de tesis.

### 2.3 Modelo de la señal multi-sensor de un *tag*

Se considera que el arreglo consiste en  $M$  sensores numerados como  $m = 1, 2, \dots, m_0, \dots, M$  localizados en el AAP  $R$ , en el cual el sensor central (el sensor cuyo centro de fase está localizado en el punto medio del arreglo  $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ ) está etiquetado como  $m_0$ . Cada sensor está caracterizado por su patrón de respuesta de recepción  $g_m(\theta)$  en la dirección  $\theta$ . Una señal compleja pasa-banda inducida a la salida del sensor  $m$  en el arreglo de antena que fue reflejada por un *tag* localizado en el punto  $\mathbf{v} \in R$  en el instante de tiempo  $t$  dentro del intervalo de observación  $T$ ,  $t \in T$ , puede representarse como sigue,

$$\dot{s}_m(t, \mathbf{v}) = \dot{s}(t, \mathbf{p} = \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) = e_v a(t - \tau) \exp(i2\pi f_b(t - \tau)); \quad m = 1, 2, \dots, m_0, \dots, M. \quad (2.16)$$

donde  $\tau = \frac{2|\mathbf{v}|}{c}$  representa el retraso correspondiente al tiempo de propagación de onda al *target* y retorno; y  $c$  es la velocidad de la luz.

El punto sobre un símbolo ( $\dot{s}$ ) indica el modelo de señal compleja pasa-banda [5], [6], mientras que el mismo símbolo pero sin el punto ( $s$ ), representa la envolvente compleja de la señal en banda base correspondiente (el modelo analítico en banda base).

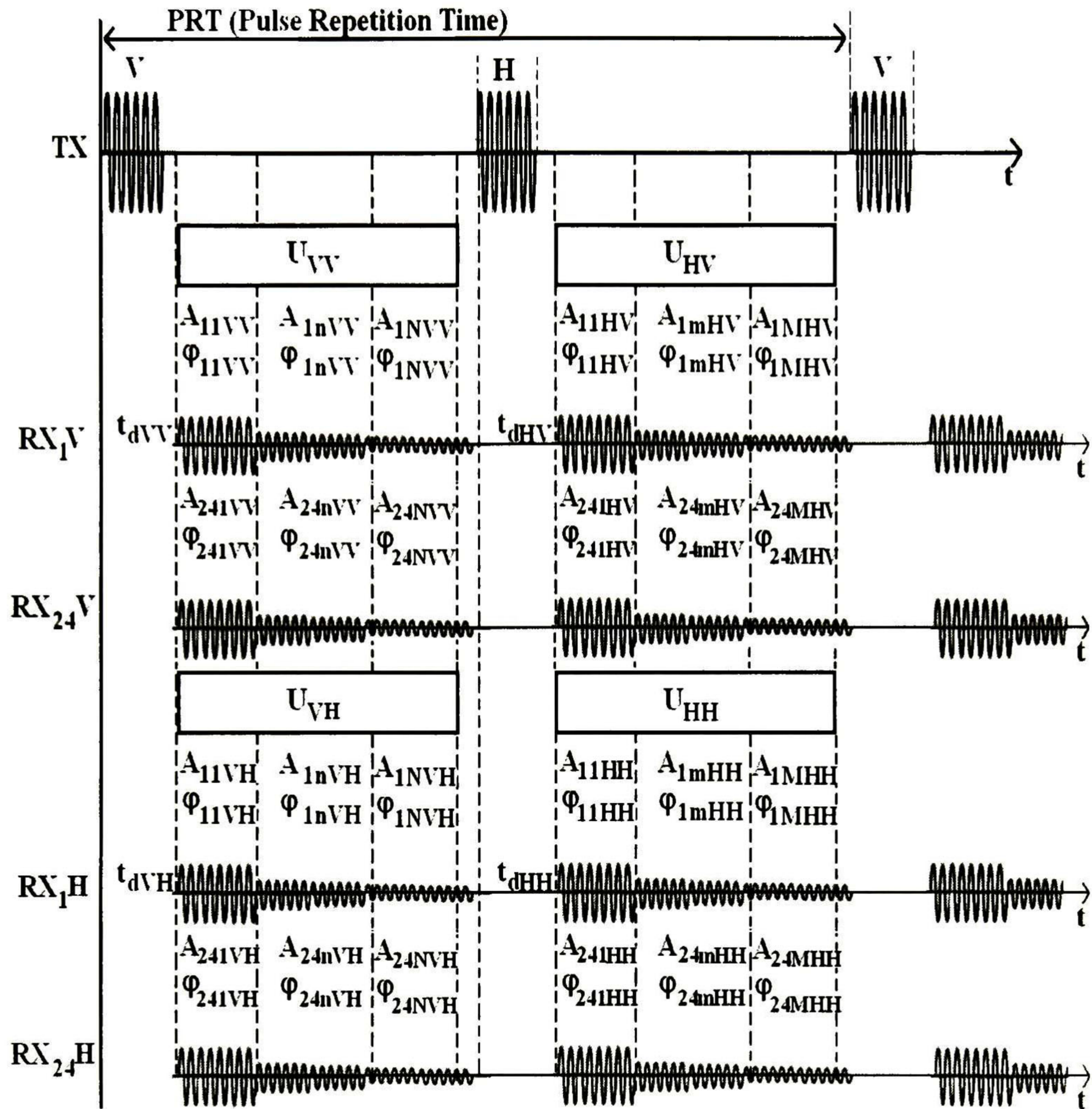


Figura 2.3 Diagrama de las señales transmisión y recepción.

La señal a la salida del elemento central  $m_0$  en el arreglo, tiene el modelo siguiente [2]

$$\dot{s}_{m_0}(t, \mathbf{v}) = \dot{s}(t, \mathbf{p} = \mathbf{0}; \mathbf{v}) = e_v a(t - \tau) g_{m_0}(\theta_v) \exp(i2\pi f_b(t - \tau)) \quad (2.17)$$

con la envolvente compleja correspondiente

$$s_{m_0}(t, \mathbf{v}) = e_v a(t - \tau) g_{m_0}(\theta_v). \quad (2.18)$$

Aquí, se han adoptado las notaciones siguientes:

- $f_b \in F_v$  Frecuencia de la señal portadora en la banda de frecuencias  $F_v$  asignada a un particular *tag* transmisor  $v_n$ .
- $v \in R$  – Parámetro LOT que define la ubicación exacta del *tag* en el escenario  $R$ .

- $\boldsymbol{\theta}_v = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$  – Vector DOA del *tag* (define la dirección de arrivo de la señal del *tag*).
- $g_{m_0}(\boldsymbol{\theta}_v)$  – Patrón de respuesta de recepción del sensor central en el arreglo (etiquetado como  $m_0$  con el centro de fase ubicado en el punto medio del arreglo  $\mathbf{p} = 0$ ) en la dirección  $\boldsymbol{\theta}_v$ .
- $e_v$  – Amplitud compleja aleatoria de la señal del *tag* inducida en el punto medio del arreglo de sensores en el instante de tiempo  $t$ .
- $a(t - \tau) = a(t - \frac{2|\mathbf{v}|}{c})$  Amplitud de la señal reflejada por el *tag* con su correspondiente retraso debido a la distancia  $|\mathbf{v}|$  al *tag*.

La amplitud compleja  $e_v$  es modelada como una variable aleatoria que involucra todos los aspectos inciertos del modelo (2.17), (2.18), en particular: el factor aleatorio de dispersión, factor de atenuación y de distorsión, y un cambio de fase no controlado debido al retraso de propagación desde el *tag* al punto medio del arreglo.

En este trabajo, se considera el caso de modulación de señal transmitida desconocida (o no controlada), es decir, la función de amplitud de la señal del *tag*  $e_v$  es completamente aleatoria y desconocida. Siguiendo las consideraciones de modelo de canal de máxima entropía [1], se ha adoptado el modelo general Gaussiano para  $e_v$  es decir, la  $e_v$  está considerada como una variable aleatoria Gaussiana con media cero con varianza

$$\sigma_v = \langle e_v e_v^* \rangle. \quad (2.19)$$

El modelo general (2.17), (2.18) es válido tanto para formato en tiempo continuo como para tiempo discreto. En el primer caso (tiempo continuo), el argumento  $t$  es asociado a un tiempo continuo dentro del intervalo de observación  $T$ . En el segundo caso (tiempo discreto),  $t$  es asociado con un *registro*  $t_n \{t = 1, \dots, T\}$  correspondiente con el instante de tiempo relevante  $t_n$ , mientras que  $T$  representa el número de los registros discretos de la señal que han sido guardados.

Ahora, se debe representar el modelo de las señales inducidas a las salidas de todos los sensores con los centros de fase localizados en los puntos  $\mathbf{p}_m \in P; m = 1, \dots, M$ . Tales señales tienen diferentes cambios de fase (con respecto a (2.17)) debido a la diferencia en retardos de propagación desde la posición del *tag*  $\mathbf{v}$  a una posición de un sensor en particular  $\mathbf{p}_m \in P; m = 1, \dots, M$ . Para proceder en la derivación de tal modelo, se expresa el retardo de la señal del *tag* transmitida desde el punto  $\mathbf{v}$  en el plano del escenario al punto  $\mathbf{p}_m$  en el AAP usando la geometría de la Fig. 1

$$\tau(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) = \frac{d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v})}{c} = \frac{|\mathbf{p}_m - \mathbf{v}|}{c} \quad (2.20)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v})$  representa la distancia entre los puntos finales de los vectores  $\mathbf{p}_m$  y  $\mathbf{v}$  (ver Fig.2.1) definida como la longitud del vector de diferencia  $d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) = |\mathbf{p}_m - \mathbf{v}|$ . Usando la ley de los cosenos en su forma vectorial, se puede expresar esta distancia  $d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v})$  como

$$d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) = |\mathbf{p}_m - \mathbf{v}| = \sqrt{p_m^2 + v^2 - 2[\mathbf{p}_m, \mathbf{v}]} = v \sqrt{1 + \frac{p_m^2}{v^2} - 2\left[\frac{1}{v}\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v\right]} \quad (2.21)$$

donde  $[\ ]$  denota el producto interno de dos vectores,  $v = |\mathbf{v}|$  es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas del AAP al TAG, y  $(1/v)\mathbf{v}$  es la expresión normalizada usando la definición (2.4) para el vector DOA del tag

$$\boldsymbol{\theta}_v = (1/v)\mathbf{v} \quad (2.22)$$

En (2.21), para cualquier sistema real de sensores, el cociente  $x_m = p_m/v$  es un parámetro pequeño debido a que el tamaño de la apertura de los sensores es siempre mucho más pequeña que la distancia al tag [5]. Por lo tanto, se puede hacer una aproximación de la raíz cuadrada de la derecha en (2.21) preservando solamente términos lineales en la expansión de dicha raíz cuadrada en series de potencia con respecto a este pequeño parámetro  $x_m$ , con el vector correspondiente  $\mathbf{x}_m = \mathbf{p}_m/v$ :

$$d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) = v \sqrt{1 + x_m^2 - 2[\mathbf{x}_m, \boldsymbol{\theta}_v]} \approx v(1 - [\mathbf{x}_m, \boldsymbol{\theta}_v]) = v \left(1 - \frac{1}{v}[\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v]\right) = v - [\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v]. \quad (2.23)$$

La diferencia de las distancias de propagación desde la posición  $\mathbf{v}$  a los sensores localizados en el punto  $\mathbf{p}_m$  y en el punto medio del arreglo  $\mathbf{0}$  puede ser expresada como

$$d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) - d(\mathbf{0}, \mathbf{v}) = v - [\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v] - v = -[\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v]. \quad (2.24)$$

Esta diferencia produce el correspondiente retraso de propagación

$$\tau(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) - \tau(\mathbf{0}, \mathbf{v}) = \frac{d(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) - d(\mathbf{0}, \mathbf{v})}{c} = -\frac{[\mathbf{p}_m, \boldsymbol{\theta}_v]}{c} \quad (2.25)$$

Usando (2.25), se puede escribir ahora el modelo en banda de paso de la señal aleatoria del tag  $s_m(t; \mathbf{v})$  a la salida del sensor  $m$  como una generalización de (2.17), es decir

$$s_m(t; \mathbf{v}) = s(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) = e_v a(t - \tau) g_m(\boldsymbol{\theta}_v) \exp\{i2\pi f_0 t - (\tau(\mathbf{p}_m, \mathbf{v}) - \tau(\mathbf{0}, \mathbf{v}))\}$$



$$= e_v a(t - \tau) g_m(\theta_v) \exp(i2\pi f_0 \frac{[\mathbf{p}_m, \theta_v]}{c}) \exp(i2\pi f_0 t) \quad (2.26)$$

La correspondiente envolvente compleja de la señal muestreada en el tiempo  $t$  en el elemento  $m$  del arreglo (el modelo analítico de la señal en banda base [6]) se convierte ahora en

$$\begin{aligned} s_m(t; \mathbf{v}) &= e_v a(t - \tau) g_m(\theta_v) \exp(i2\pi f_0 \frac{[\mathbf{p}_m, \theta_v]}{c}) \\ &= e_v a(t - \tau) g_m(\theta_v) \exp(i2\pi \frac{1}{\lambda_0} [\mathbf{p}_m, \theta_v]) \end{aligned} \quad (2.27)$$

donde  $\lambda_0 = 1/f_0$  es la longitud de onda de la señal portadora.

Para simplificar el modelo de señal de sensor (2.27), se introducen los vectores de posición normalizados (vectores de posición de los sensores expresados en términos de longitud de onda de la señal portadora) [8]

$$\boldsymbol{\rho}_m = \frac{\mathbf{p}_m}{\lambda_0}; \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2.28)$$

y finalmente se define la señal de modulación de fase compleja  $S(\mathbf{t}, \mathbf{p}_m, \mathbf{v})$  a la cual se refiere como la señal faser direccional (*steering signal*) [6], [8] en la dirección del *tag*

$$S(\mathbf{t}, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) = S(t, \mathbf{p}_m; \tau, \theta) = a(t - \tau) g_m(\theta_v) \exp(i2\pi [\boldsymbol{\rho}_m, \theta_v]); \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2.29)$$

Estas definiciones (2.28), (2.29) permiten expresar las señales (2.27) a las salidas de los  $M$  sensores posicionados en puntos fijos del AAP  $\{\mathbf{p}_m; m = 1, 2, \dots, M\}$  y que son inducidas por el *tag* (etiquetado como TAG en la Fig. 2.1) localizado en el plano del escenario en la posición  $\mathbf{v}$  como:

$$s_m(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) = e_v S(\mathbf{t}, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}); \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2.30)$$

## 2.4 Generalización del modelo de señal: Escena distribuida

En esta sección, se provee de una expansión muy útil del modelo de señal desarrollado previamente para un escenario distribuido. En tal escenario, se considera que el plano o escena está compuesto por objetivos o *targets* espacialmente distribuidos

en el plano  $\mathbf{r} \in R \subset \mathbb{R}^2$  que dispersan el campo Gaussiano aleatorio y complejo de media cero  $e(\mathbf{r})$ ;  $\mathbf{r} \in R \subset \mathbb{R}^2$

Cada señal dispersada en el dominio de la escena que incide en el AAP desde la dirección  $\mathbf{r}$  induce en el punto espacial  $\mathbf{p} \in P$  la señal elemental correspondiente  $s(t, \mathbf{p}; \mathbf{r}) d\mathbf{r}$  que puede ser expresada sustituyendo en (2.30) la ubicación fija del *tag*  $\mathbf{v}$  por la coordenada  $\mathbf{r}$  de la escena espacialmente distribuida, y sustituyendo las posiciones fijas de los sensores  $\mathbf{p}_m$  por un punto arbitrario de observación  $\mathbf{p}$  [5], [8]. Esto es

$$s(t, \mathbf{p}; \mathbf{r}) d\mathbf{r} = e(\mathbf{r}) S(t, \mathbf{p}; \mathbf{r}) d\mathbf{r}; \quad \mathbf{r} \in R, \mathbf{p} \in P \quad (2.31)$$

con la correspondiente señal producida por un solo *tag*

$$S(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = a(t - \tau) \exp(i2\pi [\rho, \theta]) \quad (2.32)$$

donde 
$$\tau = \frac{2|\mathbf{r}|}{c} \quad \theta = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad \text{y} \quad \rho = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \quad (2.33)$$

Dicha señal (2.32) se reconoce como el *kernel* convencional de la transformada de Fourier en 2-D con los argumentos definidos en (2.33)

Ahora, la integral de superposición de la señal elemental (2.32) inducida sobre toda la escena  $\mathbf{r} \in R$  produce la señal del campo aleatoria y distribuida, con la envolvente compleja [5]

$$s(t, \mathbf{p}) = \int_R e(\mathbf{r}) S(t, \mathbf{p}; \mathbf{r}) d\mathbf{r}; \quad \mathbf{p} \in P, t \in T \quad (2.34)$$

disponible para observaciones y grabaciones sobre todos los puntos de apertura  $\mathbf{p} \in P$ . Usando las definiciones (2.32) y (2.33) también es posible expresar (2.34) en coordenadas normalizadas  $(\theta, \rho)$  como

$$s(t, \rho) = \int_{\Theta} e(r, \theta) a(t - \tau) \exp(i2\pi[\rho, \theta]) dr d\theta; \quad \tau = \frac{2|\mathbf{r}|}{c}, \rho = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}, \mathbf{p} \in P, t \in T, r = |\mathbf{r}| \quad (2.35)$$

válida para el escenario incierto adoptado, donde  $\Theta$  delimita en sector de observación DOA relacionado con el dominio de la escena de observación  $R$ .

En casos generales, cuando en el sistema de radar se toman en consideración largos periodos de observación, el campo  $e(\mathbf{r})$  se convierte en  $e(t, \mathbf{r})$ , ya que se presentan fluctuaciones que varían con el tiempo y que hay que considerar. En todas la aplicaciones

de RS y de imágenes por radar (*Radar Imaging*, RI) [5]-[8], es convencional asumir que, debido al modelo integral de la señal (2.34), (2.35), y debido a las condiciones del teorema del límite central, las señales  $e(t, \mathbf{r})$ ,  $e(t, \theta)$  pueden ser consideradas como campos Gaussianos aleatorios complejos con media cero y con estadísticas de segundo orden desconocidas. Luego, como en todas las aplicaciones RS las regiones espaciales con altas correlaciones de  $e(t, \mathbf{r})$  son siempre pequeñas en comparación con el elemento de resolución en la escena de prueba [6], [8], [15], las señales dispersadas  $e(t, \theta)$  de diferentes direcciones  $\theta$ ,  $\theta'$  son asumidas como decorrelacionadas, caracterizadas por la función de correlación [5]

$$R_e(t, \theta; t', \theta') = \langle e(t, \mathbf{r}) e^*(t', \theta') \rangle = K_e(\tau, \theta) \delta(\theta - \theta'); \quad \tau = t - t' \quad (2.36)$$

donde  $\delta(\cdot)$  define la función delta, y  $\langle - \rangle$  es el operador promedio. La función  $K_e(\tau, \theta)$  en (2.36) caracteriza las estadísticas de segundo orden del campo de dispersión aleatorio  $e(t, \theta)$  en el dominio del atraso de ángulo-tiempo.

La transformada de Fourier de  $K_e(\tau, \theta)$  sobre el argumento de atraso es

$$b(f, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} K_e(\tau, \theta) \exp(-i2\pi f \tau) d\tau \quad (2.37)$$

y representa el espectro de potencia del campo disperso, a (2.37) se refiere como patrón espacial-espectral (SSP) variante en frecuencia de la escena. La integración de (2.37) en el argumento de frecuencia

$$b(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} b(f, \theta) df = K_e(0, \theta) \quad (2.38)$$

representa la SSP de la escena relacionada con la sección transversal de radar diferencial de la escena [10], [11]

$$\sigma(\theta) = 4\pi|\mathbf{v}|^2 K_e(0, \theta) \quad (2.39)$$

con el factor de normalización  $4\pi|\mathbf{v}|^2$ .

La función  $b(\theta)$ , o en su forma equivalente  $b(\mathbf{r})$ ,  $\theta = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ , representa la distribución espacial de la potencia promedio de las dispersiones aleatorias; esta función SSP  $b(\theta)$  caracteriza en una forma explícita el sentido estadístico del *brillo* dispersado por la escena observada (por esta razón,  $b$  se ha adoptado en la notación como una abreviación de *brillo* dispersado). Cabe señalar que otros términos tales como espectro espacial de potencia o reflectividad de potencia son usados a veces en vez de SSP [7], [9], [13], [16], etc. En este trabajo, todos estos términos son generalizados usando SSP.

Cuando se consideran problemas de análisis espaciales-espectrales de imagen por radar RI y percepción remota RS, los ingenieros de radares trabajan típicamente en el dominio de espacio-frecuencia,  $(f, \mathbf{r})^T \in F \times R$ ; sin embargo, solamente las coordenadas espaciales de la escena  $\mathbf{r} \in R$  son las que usualmente se asocian con la escena RS [6]. Esto es válido para cualquier modelo de sistema de banda angosta en RS y RI [8] incluyendo la naturaleza incoherente del campo  $e(\mathbf{r})$ , inherente a los experimentos de RS [10]. [11], [13]. Siguiendo tales suposiciones, la función SSP puede ser definida formalmente un una forma general como

$$b(\mathbf{r}) = \text{Aver}^{(2)}\{\tilde{e}(f, \mathbf{r})\} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle |\tilde{e}(f, \mathbf{r})|^2 \rangle |H_v(f)|^2 df; \quad \mathbf{r} \in R. \quad (2.40)$$

donde  $\text{Aver}^{(2)}$  es el operador estadístico de segundo orden para el promedio, definido por la integral de la derecha en (2.40). La función espectral del fasor  $\tilde{e}(f, \mathbf{r})$  en (2.40) y el campo original variante en el tiempo  $e(t, \mathbf{r})$  están relacionadas por las transformadas de Fourier

$$\tilde{e}(f, \mathbf{r}) = (\mathfrak{F}e(t, \mathbf{r}))(f, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t, \mathbf{r}) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (2.41.a)$$

$$e(t, \mathbf{r}) = (\mathfrak{F}^{-1}\tilde{e}(f, \mathbf{r}))(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}(f, \mathbf{r}) \exp(i2\pi ft) df \quad (2.41.b)$$

donde  $\mathfrak{F}$  y  $\mathfrak{F}^{-1}$  representan los operadores de transformada de Fourier directa e inversa, respectivamente. Usando correspondencia uno a uno (2.33) la misma representación espectral puede ser escrita para los argumentos del vector direccional DOA

$$\tilde{e}(f, \boldsymbol{\theta}) = (\mathfrak{F}e(t, \boldsymbol{\theta}))(f, \boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t, \boldsymbol{\theta}) \exp(-i2\pi ft) dt, \quad (2.42.a)$$

$$\text{y} \quad e(t, \boldsymbol{\theta}) = (\mathfrak{F}^{-1}\tilde{e}(f, \boldsymbol{\theta}))(t, \boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}(f, \boldsymbol{\theta}) \exp(i2\pi ft) df, \quad (2.42.b)$$

respectivamente.

En (2.40),  $H_v(f)$  define la función de transferencia dada en frecuencia de los canales receptores del radar multi-sensor, la cual se asume que es idéntica para todos los elementos del arreglo de antena y se impone la normalización convencional  $|H_v(f)|^2=1$  para todas las frecuencias en la banda de integración del receptor de radar  $f \in F_v$  y donde el subíndice  $v$  representa un *tag* en particular. En el contexto del problema contemplado de localización de *tag*, se tiene

$$H_v(f) = \begin{cases} 1 & \text{for } f \in F_v \\ 0 & \text{for } f \notin F_v \end{cases}; \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (2.43)$$

y puede ser interpretado como una serie de funciones de transferencia ortogonales que proveen la división de frecuencias, es decir, la separación ortogonal en la banda de frecuencias de todos los *tags* numerados por el índice  $v = 1, 2, \dots, V$  donde  $V$  representa el número total de *tags*. Entonces, (2.43) define de manera única el banco ortogonal de filtros [13] para separación de los *tags*. La teoría e implementación de los algoritmos de SP son similares para todos los filtros  $H_v(f)$  de los *tags*, entonces como consecuencia de esto, se puede considerar solamente un canal de frecuencia asociado con algún *tag* de interés en particular  $v$ .

Usando la representación espectral de Fourier, el campo distribuido de la señal (2.35) puede representarse también por medio de la transformada de Fourier 3-D del campo espectral disperso del fasor  $\tilde{e}(f, \mathbf{r})$  como

$$s(t, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Theta} \tilde{e}(f, \theta) \exp(i2\pi[\rho, \theta]) \exp(i2\pi ft) df d\theta ; \quad (2.44)$$

$$\rho = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}, \quad \mathbf{r} \in R; \quad \theta = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \in \Theta; \quad \mathbf{p} \in P, \quad t \in T$$

Por último, el modelo de la escena para un solo *tag* (2.30) desarrollado en la sección previa, puede ser derivado fácilmente del modelo para una escena distribuida por medio de la especificación en (2.34) de las ubicaciones exactas de los centros de fase de los sensores  $\{\mathbf{p}_m; m = 1, 2, \dots, M\}$  con su respectivo patrón de recepción  $\{g_m(\theta_v)\}$  y adoptando la función de dispersión de potencia de la escena tipo  $\delta$

$$b(\theta_v) = b_v \delta(\theta_v - \theta) \text{ y } b(\mathbf{v}) = b_v \delta(\mathbf{v} - \mathbf{r}); \quad \theta_v = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \quad \theta = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}; \quad \mathbf{v}, \mathbf{r} \in R, \quad (2.45)$$

con el parámetro desconocido de información LOT  $\mathbf{v}$  y el parámetro  $b_v$  que representa la potencia promedio desconocida de la señal del *tag*.

## 2.5 Observaciones con datos contaminados por ruido

En la práctica, las mediciones reales de cualquier señal, inevitablemente están contaminadas con ruido aditivo. Dichos procesos de ruido a la salida del sensor  $M$  en el arreglo, se definen como  $\{n_m(t) = n(t, \mathbf{p}_m); m = 1, 2, \dots, M\}$ . Siguiendo las convenciones comunes de estadística [6], [7] se ha adoptado el modelo de máxima entropía del proceso Gaussiano de media cero y localmente estacionario (en el intervalo de observación  $T$ ) para dicho ruido aditivo. Para el formato de tiempo discreto,  $n_m(t) = n(t, \mathbf{p}_m)$  representa la muestra de tiempo  $t$  del ruido Gaussiano con media cero recibido por el sensor  $m$  ubicado en el arreglo [6]. Debido a la naturaleza intrínsecamente aleatoria, este ruido es

modelado como una variable aleatoria, independiente del índice de registro  $t$  y del sensor  $m$  [6], [8].

Los datos de salida del arreglo están compuestos por las señales representadas por el modelo (2.22) y por dichos procesos de ruido  $\{n_m(t)\}$ , es decir,

$$u_m(t) = s_m(t; \mathbf{v}; e_v) + n_m(t, \mathbf{p}_m) = e_v S(t, \mathbf{p}_m, \mathbf{v}) + n(t, \mathbf{p}_m); \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2.46)$$

$$s_m(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) = e_v S(t, \mathbf{p}_m, \mathbf{v});$$

donde la notación “ $:e_v$ ” es usada para representar la dependencia del componente de la señal en las observaciones con la amplitud aleatoria  $e_v$ , y también se hace uso de la correspondencia geométrica uno a uno (2.9) que habilita el poder definir la posición del tag en la escena por medio de su vector DOA  $\theta_v = \mathbf{v}/|\mathbf{v}|$ . La ecuación anterior puede ser escrita ahora en su expresión vectorial como

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{s}(t; \mathbf{v}; e_v) = \mathbf{s}_v(t, \mathbf{p}_m, \mathbf{v}) e_v + \mathbf{n}(t), \quad t \in T, \quad (2.47)$$

cuya forma expandida es

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ s_2(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_M(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \end{bmatrix} e_v + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad t \in T, \quad (2.48)$$

donde el vector de modulación y de información espacial  $\mathbf{s}_v = \mathbf{s}(t, \theta_v)$  se conoce como vector faser direccional (*steering vector*) [6], [8] en la dirección  $\theta_v$  del tag. Este vector está compuesto por los factores correspondientes de modulación espacial  $\{S(t, \mathbf{p}_m, \mathbf{v}); m = 1, \dots, M\}$  definidos en (2.30). En su forma expandida este vector es

$$\mathbf{s}_v = \mathbf{s}(t, \mathbf{p}_m, \mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_1(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ s_2(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_M(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t - \tau) \begin{bmatrix} g_1(\theta) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_1, \theta]) \\ g_2(\theta) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_2, \theta]) \\ \vdots \\ g_M(\theta) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_M, \theta]) \end{bmatrix}; \quad (2.49)$$

donde  $\tau = \frac{2|\mathbf{v}|}{c}$   $\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}$ .  $\mathbf{p} \in P$ ,  $\theta_v = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$ .

Para el modelo de observación de los datos adoptado con media cero y aleatorio, se tiene

$$\langle \mathbf{n}(t) \rangle = \mathbf{0}, \quad \langle e_v(t) \rangle = 0, \quad \text{entonces } \langle \mathbf{s}(t; \theta_v; e_v) \rangle = \mathbf{0} \quad (2.50)$$

así, el vector de datos  $\mathbf{u}(t)$  es un vector con media cero Gaussiano,  $\langle \mathbf{u}(t) \rangle = \mathbf{0}$ . La matriz espacial de covarianza  $\mathbf{R}_u$  de dicho vector está definida como [6], [7]

$$\mathbf{R}_u = \langle \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \rangle = \underset{t}{Aver} \{ \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \} \Rightarrow \text{registro instantáneo} \Rightarrow \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \quad (2.51)$$

Para el modelo especificado anteriormente, esta matriz de covarianza está dada por

$$\mathbf{R}_u = b_v \mathbf{s}_v \mathbf{s}_v^+ + \mathbf{R}_n. \quad (2.52)$$

donde  $b_v = \langle |e_v(t)|^2 \rangle = \underset{t}{Aver} \{ |e_v(t)|^2 \}$  es la potencia promedio de la señal del *tag*, y  $\mathbf{R}_n = \langle \mathbf{n}(t)\mathbf{n}^+(t) \rangle = \underset{t}{Aver} \{ \mathbf{n}(t)\mathbf{n}^+(t) \}$  representa la matriz de covarianza espacial de  $(M \times M)$ -D del vector de observación de ruido. Para el caso simple del modelo de ruido blanco,

$$\mathbf{R}_n = \langle \mathbf{n}(t)\mathbf{n}^+(t) \rangle = \underset{t}{Aver} \{ \mathbf{n}(t)\mathbf{n}^+(t) \} = N_0 \mathbf{I} \quad (2.53)$$

donde  $N_0$  es la varianza del ruido, y la matriz  $\mathbf{I}$  define la matriz identidad de  $(M \times M)$  dimensiones para el arreglo  $M$  de sensores considerado.

## 2.6 Modelado de datos registrados ordenados en espacio y tiempo

En esta sección, se representa el vector de datos registrados de forma instantánea (*snapshot vector*) (2.45) en su forma expandida ordenando todos los  $\{u_m(t); m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T\}$  en (2.44), es decir, los índices  $m$  de los sensores y el índice *snapshot*  $t$  (primero todos los  $t = 1, \dots, T$  para  $m = 1$ , después todos los  $t = 1, \dots, T$  para  $m = 2$  y así sucesivamente hasta  $m = M$ ), esto es

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \underset{m,t}{vec} \{ u_m(t); m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \} \\ &= [(u_1(t_1), u_1(t_2), \dots, u_1(T)), (u_2(t_1), u_2(t_2), \dots, u_2(T)), \dots, (u_M(t_1), u_M(t_2), \dots, u_M(T))]^T \end{aligned} \quad (2.54)$$

El vector de observación ordenado  $m$  del ruido, tiene una forma de presentación similar:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \underset{m,t}{vec} \{ n_m(t); m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \} \\ &= [(n_1(t_1), n_1(t_2), \dots, n_1(T)), (n_2(t_1), n_2(t_2), \dots, n_2(T)), \dots, (n_M(t_1), n_M(t_2), \dots, n_M(T))]^T \end{aligned} \quad (2.55)$$

Siguiendo el mismo formado ordenado *snapshot*  $\{t = 1, \dots, T\}$ , la amplitud compleja aleatoria  $e_v(t)$  es presentada ahora como un vector columna

$$\mathbf{e}_v = \text{vec}\{e_v(t); t = 1, \dots, T\} = [(e_v(t_1), e_v(t_2), \dots, e_v(T))]^T \quad (2.56)$$

Usando estas definiciones (2.49) – (2.51) y el modelo original dado por (2.44), es posible expresar la relación de  $\mathbf{e}_v$  con el vector  $\mathbf{u}$  como

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v) + \mathbf{n} \quad (2.57)$$

donde el vector *snapshot* aleatorio  $\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)$  está dado por

$$\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v) = \mathbf{S}_v \mathbf{e}_v \quad (2.58)$$

con el Operador Formador de la Señal (SFO) en su forma matricial de  $MT \times T$

$$\mathbf{S}_v = \mathbf{s}_v \otimes \mathbf{I}_{(T \times T)}. \quad (2.59)$$

Aquí, el símbolo  $\otimes$  denota el producto de matrices Kroneker e  $\mathbf{I}_{(T \times T)}$  es la matriz identidad de dimensiones  $T \times T$ . En su forma expandida, dicha matriz SFO tiene la siguiente representación:

$$\mathbf{S}_v = \begin{bmatrix} s_1(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \mathbf{I}_{(T \times T)} \\ s_2(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \mathbf{I}_{(T \times T)} \\ \vdots \\ s_M(t, \mathbf{p}_M; \mathbf{v}) \mathbf{I}_{(T \times T)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & s_1(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ s_2(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & s_2(t, \mathbf{p}_m; \mathbf{v}) \\ \vdots & \cdot & \vdots \\ s_M(t, \mathbf{p}_M; \mathbf{v}) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & s_M(t, \mathbf{p}_M; \mathbf{v}) \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Por último, para preservar la correspondencia de uno a uno entre el modelo de datos introducido en esta sección y el modelo original presentado en la sección previa, las operaciones de correlaciones espaciales sobre el vector  $\mathbf{u}$  están definidas por medio del mismo operador promedio (2.52), es decir



$$\mathbf{R}_u = \langle \mathbf{u}\mathbf{u}^+ \rangle = \underset{i}{Aver} \{ \mathbf{u}\mathbf{u}^+ \} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \quad (2.61)$$

donde  $\mathbf{u}(t)$  representa el vector de datos original  $M$ -D para en instante de tiempo *snapshot*  $t$ .

## 2.7 Resumen del Capítulo II

En este capítulo se introdujo el planteamiento del problema de localización de *targets* y se describió la operación del sistema de transmisión de las señales de radar, así como la estructura de la formación de los vectores de datos obtenidos por el arreglo de antena. Se presentó el sistema de coordenadas y se especificó la geometría de dicho problema de localización de *targets* en una escena plana, usando los datos medidos obtenidos por un arreglo de sensores de  $M$  elementos. Se presentó el modelo estadístico de las señales reflejadas por el *tag* a en los sensores de dicho arreglo, así como la generalización del modelo de señal para un escenario distribuido y se describió el modelo estocástico del arreglo aleatorio de los datos observados contaminados por ruido para un escenario realista con incertidumbres.

## CAPÍTULO III

# Estimación de Parámetros: Métodos de Probabilidad Máxima A Posteriori y Máxima Verosimilitud

En este capítulo se hace un repaso a los principios de estimación de parámetros básicos, estos estimadores son: Probabilidad Máxima A Posteriori (*Maximum A Posteriori Probability MAP*) y Máxima Verosimilitud (*Maximum Likelihood ML*). Se conceptualizan ambos métodos para la solución de problemas de estimación de parámetros no lineal y se provee de un entendimiento del rol principal de las distribuciones de probabilidad del ruido y señales deseadas para la derivación de estos estimadores. Se introduce el algoritmo básico de estimación de parámetros ML para el caso de una señal contaminada observada con ruido aditivo Gaussiano. Finalmente se presenta y explica la estructura del algoritmo del estimador ML de máxima correlación de los parámetros de un vector de una sola señal observada en presencia de ruido Gaussiano.

### 3.1 Enunciado del Problema

Primero se hace mención de la ecuación de observación (EO) no lineal en su forma vectorial definida previamente por (2.47), con el correspondiente vector *snapshot* de representación dado por (2.58) que ahora se reescribe como

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}(\mathbf{v}) + \mathbf{n} \quad (3.1)$$

En este capítulo, el modelo de la señal en su forma vectorial, es simplificado (por motivo de su desarrollo teórico básico) a

$$\mathbf{s}(\mathbf{v}) = \mathbf{s}(\mathbf{v}; e_v) = \mathbf{S}_v \mathbf{e}_v \quad (3.2)$$

asumiendo una amplitud dada y fija  $e_v(t)$ , entonces se tiene el vector de modulación dado  $\mathbf{e}_v$  (válido solamente para el desarrollo básico en esta sección en particular). La matriz SFO  $\mathbf{S}_v$  está definida como previamente en (2.60), (2.63).

El problema considerado se puede enunciar como sigue:

*Dado el modelo (3.1) e involucrando información estadística acerca de la señal  $\mathbf{s}$ , del ruido  $\mathbf{n}$ , y de las observaciones  $\mathbf{u}$ , derivar un operador de solución  $\mathcal{W} : \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{V}$  que al ser aplicado al dato  $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ , produce un estimado*

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathcal{W} \mathbf{u}, \quad \mathcal{W} : \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{V} \quad (3.3)$$

*del vector de la señal de información  $\mathbf{v} \in \mathbb{V}$*

En general, el operador solución deseado  $\mathcal{W}$  debe ser un procedimiento estadístico no lineal, debido a la dependencia estadística no lineal de los datos del vector de interés  $\mathbf{v}$ . En el problema particular de localización de *tags*,  $\mathbb{U} = \mathbb{U}_{(MT)}$  en (3.3) representa el espacio de datos de observación, y  $\mathbb{V} = \mathbb{V}$  es el dominio en el plano 2-D  $R$ , en el cual puede ser localizado el *tag*. En lo consiguiente, se omite el subíndice  $(MT)$  que indica las dimensiones del espacio de observación  $\mathbb{U}$  por razones de simplicidad en la notación.

### 3.2. Estadísticas Gaussianas de la señal y ruido

Debido a la naturaleza intrínseca estadística del fenómeno físico responsable de la formación de la señal, del ruido y datos, ha sido costumbre modelarlos como vectores aleatorios o estocásticos  $\mathbf{s}(\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{n}$ , y  $\mathbf{u}$ , respectivamente; y en algunos escenarios, el vector de información  $\mathbf{v}$  también es considerado como aleatorio. La naturaleza estadística de la fenomenología del problema implica que, antes de efectuar un experimento, no es posible definir con exactitud la manera de cómo evolucionará en espacio y/o tiempo.

Primero, se introducen las características estadísticas convencionales de un vector aleatorio  $\mathbf{z}$ . dichas características son dos, estas son:

- La media:  $\mathbf{m}_z = \langle \mathbf{z} \rangle$ ,
- La matriz de covarianza:  $\mathbf{R}_z = \langle (\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)(\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)^+ \rangle$

Como generalidad, se considera el caso de un valor complejo  $z$ . Para el caso de un vector con valores reales, el símbolo del conjugado Hermitiano  $+$  debe ser reemplazado por el transpuesto  $^T$ .

La naturaleza física del fenómeno aleatorio del problema en cuestión que se ha discutido en el capítulo anterior, da como resultado los modelos Gaussianos de los vectores  $\mathbf{s}(\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{u}$ , y el vector de información  $\mathbf{v}$ . Aquí se hace la distinción de que el vector aleatorio  $\mathbf{v}$  es modelado como un vector Gaussiano de valor real, mientras los componentes del vector de datos  $\mathbf{u}$  son de valores complejos. La función de densidad de probabilidad (pdf) de un vector aleatorio  $\mathbf{z}$  Gaussiano de valores reales de  $K$ -D dimensiones está definida como [7], [8]:

$$p(\mathbf{z}) = (2\pi)^{-K/2} \det^{-1/2} \mathbf{R}_z \exp\{(-1/2)(\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)\}. \quad (3.4.a)$$

De manera correspondiente, la pdf de un vector aleatorio Gaussiano de valores complejos de  $K$ -D dimensiones es:

$$p(\mathbf{z}) = (2\pi)^{-K} \det^{-1} \mathbf{R}_z \exp\{-(\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)^+ \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{m}_z)\}. \quad (3.4.b)$$

Al reemplazar  $\mathbf{z}$  en (3.4.a) por  $\mathbf{v}$ , se obtiene la pdf correspondiente  $p(\mathbf{v})$ , mientras que al reemplazar  $\mathbf{z}$  en (3.4.b) por  $\mathbf{u}$  o  $\mathbf{n}$ , se obtienen las pdfs correspondientes  $p(\mathbf{u})$  o  $p(\mathbf{n})$ , respectivamente.

En la estadística clásica de Bayes [5], [8], el problema de estimación no lineal de parámetros que se considera, consiste de dos componentes interrelacionados abstraídos en términos matemáticos como sigue:

- (1) La fuente de información original aleatoria que forma en vector de información  $\mathbf{v}$  de  $K$ -D dimensiones con su pdf Gaussiana:

$$p(\mathbf{v}) = (2\pi)^{-K/2} \det^{-1/2} \mathbf{R}_v \exp\{(-1/2)(\mathbf{v} - \mathbf{m}_v)^T \mathbf{R}_v^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{m}_v)\}; \quad (3.5)$$

- (2) El ambiente aleatorio que produce el ruido que contamina a los datos de observación, el cual es referido como un vector  $\mathbf{n}$   $L$ -dimensional aleatorio e independiente de  $\mathbf{v}$ , con media cero y pdf Gaussiana:

$$p(\mathbf{n}) = (2\pi)^{-L} \det^{-1} \mathbf{R}_n \exp\{-(\mathbf{n}^+ \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{n})\}; \quad (3.6)$$

### 3.3 Método de Bayes de Máxima Probabilidad A Posteriori

El problema de estimación de parámetros de la señal que se considera, es derivar el operador solución  $\mathcal{W} : \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{V}$  que produce el estimado (3.3) del parámetro deseado de la señal vector  $\mathbf{v}$  en una manera “óptima” definiendo “óptima” en el sentido de la estrategia de estimación Riesgo Mínimo de Bayes (*Bayes Minimum Risk, BMR*) [5], [7], [8] con algunas distribuciones estadísticas dadas (3.5) y (3.6) para los vectores de información y ruido, respectivamente. Recordando la estrategia Bayesiana, se define el estimador BMR como el que da como resultado una estimación de máxima probabilidad a posteriori del vector deseado

$$\hat{\mathbf{v}} = \int \mathbf{v} p(\mathbf{v}|\mathbf{u}) d\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle_{p(\mathbf{v}|\mathbf{u})} \quad (3.7)$$

como el valor medio de una distribución a posteriori  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$ .

En el caso de estadísticas Gaussianas de  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{n}$  y  $\mathbf{u}$ , la pdf condicional  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  es también Gaussiana. Es bien conocido que las pdfs Gaussianas son funciones simétricas. El valor medio (3.7) de cualquier pdf simétrica  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  es siempre la coordenada de su máximo. Entonces para la pdf Gaussiana (y para cualquier otra pdf simétrica unimodal) la regla (3.7) puede ser reemplazada por la estrategia de estimación equivalente [7]

$$\hat{\mathbf{v}} = \operatorname{argmax} p(\mathbf{v}|\mathbf{u}) . \quad (3.8)$$

En muchos casos, resulta más conveniente trabajar con algunas funciones monótonas del logaritmo de la pdf (las llamadas *estadísticas suficientes* [7], [14]) en vez de trabajar con la pdf misma. Entonces, usando  $\Lambda(\mathbf{v})$  para denotar el logaritmo de la pdf  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$ , se tiene

$$\Lambda(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{v}|\mathbf{u}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v}) - \ln p(\mathbf{u}) . \quad (3.9)$$

El logaritmo de  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$ , es una transformación monótona de la original  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$ . Esto significa que cuando  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  decrezca, su logaritmo  $\Lambda(\mathbf{v})$  también decrece. Ya que  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  nunca puede ser negativa debido a que es una fórmula para la pdf condicional, entonces no hay problema en evaluar su logaritmo  $\Lambda(\mathbf{v})$ . Se concluye entonces que el vector parámetro  $\hat{\mathbf{v}}$  cuya pdf condicional  $p(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  está en su máximo es exactamente el mismo vector parámetro  $\hat{\mathbf{v}}$  cuyo logaritmo  $\Lambda(\mathbf{v})$  está en su máximo.

Ahora, para obtener el estimado  $\hat{\mathbf{v}}$  se puede reemplazar la estrategia definida por (3.8) por la estrategia equivalente

$$\hat{\mathbf{v}} = \operatorname{argmax} \Lambda(\mathbf{v}) = \operatorname{argmax} \{ \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v}) \}, \quad (3.10)$$

donde es usada la independencia del término  $\ln p(\mathbf{u})$  en el vector deseado  $\mathbf{v}$  y por lo tanto, excluida del problema de maximización (3.10). A dicho problema, se le conoce como el método *MAP* [7] para estimar el vector deseado.

El primer término,  $\ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ , en la función  $\Lambda(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v})$  en (3.10), se conoce como la función *log-likelihood* (verosimilitud logarítmica). En este trabajo se usará  $l(\mathbf{v})$  para denotar la función *log-likelihood*  $\ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ , por ejemplo  $l(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ . El término *función likelihood* se le asigna a la pdf condicional  $p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ , vista como una función del vector deseado  $\mathbf{v}$ .

El segundo término,  $\ln p(\mathbf{v})$ , en la función  $\Lambda(\mathbf{v}) = l(\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v})$  en (3.10), es definido como el logaritmo de la pdf a priori  $p(\mathbf{v})$  del vector  $\mathbf{v}$ .

Para obtener el estimado MAP del vector deseado  $\mathbf{v}$ , se hace una diferenciación de la función  $\Lambda(\mathbf{v}) = l(\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v})$  con respecto a  $\mathbf{v}$  e igualar el resultado a cero. Dicho esto, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} l(\mathbf{v}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \ln p(\mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (3.11)$$

definida como la ecuación de estimación de MAP [7], [8].

### 3.4 Método de Máxima Verosimilitud

En la práctica, en muchos casos la función *log-likelihood*  $l(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$  tiene una forma de pico, unimodal y aguda, mientras el segundo término  $\ln p(\mathbf{v})$  de la función  $\Lambda(\mathbf{v})$  es más bien suave dentro del intervalo donde la función *log-likelihood* está cerca de su máximo.

Por otra parte, en algunos escenarios de estimación (en particular, el problema de localización de *tags*), el vector parámetro deseado  $\mathbf{v}$  es modelado como un vector determinístico (no aleatorio). Para ambos casos, el segundo término  $\ln p(\mathbf{v})$  en (3.11) es constante dentro del intervalo de valores de  $\mathbf{v}$  cerca de la coordenada del máximo de la función *log-likelihood*. Entonces, se puede hacer que  $\ln p(\mathbf{v}) \approx \text{const}$  y reescribir la ecuación (3.11) como

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} l(\mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (3.12)$$

definida como la ecuación de la estimación de máxima verosimilitud [7], [8]. La modificación relevante del algoritmo (3.10) en este caso es

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \{l(\mathbf{v})\} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \{\ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})\} \quad (3.13)$$

La estrategia de estimación definida por (3.13) es reconocida como el método de máxima verosimilitud (*máximum likelihood ML*) para estimar el vector deseado  $\mathbf{v}$ .

La distinción entre los métodos MAP y ML se explica a continuación.

En la estrategia de estimación MAP, se involucra información a priori acerca del vector deseado  $\mathbf{v}$  en forma de una pdf  $p(\mathbf{v})$ . Esto lleva al criterio aumentado  $\Lambda(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) + \ln p(\mathbf{v})$ , en el cual el segundo término pertenece a un conocimiento previo.

En la estrategia de estimación ML, no se tiene conocimiento estadístico previo acerca del vector deseado  $\mathbf{v}$ . La información acerca del vector  $\mathbf{v}$  es extraída únicamente de los datos medidos.

### 3.5 Estimación de parámetros con ML en presencia de ruido Gaussiano

De acuerdo a la estrategia de estimación ML, para derivar el algoritmo de estimación de parámetros de una señal, se deben seguir los siguientes pasos:

*Paso 1:* Calcular la función *likelihood*  $p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ ;

*Paso 2:* Calcular las *estadísticas suficientes*  $l(\mathbf{v}) = \varphi(p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v})))$ , que es cualquier función no negativa y monótona  $\varphi(\cdot)$  de la función *likelihood*  $p(\mathbf{u}|\mathbf{s})$ . En la estrategia ML (3.13), las *estadísticas suficientes* pueden ser elegidas como

$$l(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) - c \quad (3.14)$$

donde  $c$  es cualquier constante independiente del vector deseado  $\mathbf{v}$ .

*Paso 3:* Derivar el estimado deseado  $\hat{\mathbf{v}}$  usando la estrategia ML con las estadísticas suficientes definidas por (3.14), es decir

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \{\ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) - c\} \quad (3.15)$$

Para proceder con la derivación del algoritmo ML, se representa la función *likelihood*  $p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$  usando la expresión para la pdf  $p(\mathbf{u})$  adoptada bajo la condición de que el vector  $\mathbf{v}$  es fijo, y por lo tanto, también la señal  $\mathbf{s}(\mathbf{v})$  es fija. Bajo esta suposición el vector señal  $\mathbf{s}(\mathbf{v})$  debe ser considerado como el valor medio fijo del vector de datos aleatorio Gaussiano  $\mathbf{u}$ . Entonces, se puede escribir para la función *likelihood*

$$p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) = p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v})) = (2\pi)^{-L} \det^{-1} \mathbf{R}_n \exp\{- (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v}))^+ \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v}))\}. \quad (3.16)$$

La función *likelihood* es

$$\begin{aligned}
 \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) &= \ln\{(2\pi)^{-L}\det^{-1}\mathbf{R}_n\} - (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v}))^+\mathbf{R}_n^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v})) \\
 &= \ln\{(2\pi)^{-L}\det^{-1}\mathbf{R}_n\} - \mathbf{u}^+\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{u} + \mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{u} + \mathbf{u}^+\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v}) - \mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v}) \\
 &= c + 2\text{Re}\{\mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{u}\} - \mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v}) = c + 2\text{Re}\{Q(\mathbf{v})\} - \mu(\mathbf{v})
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

donde se define el cambio constante

$$c = \ln\{(2\pi)^{-L}\det^{-1}\mathbf{R}_n\} - \mathbf{u}^+\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{u}, \tag{3.18}$$

que es independiente de  $\mathbf{v}$ , y dos funciones dependientes de  $\mathbf{v}$ :

$$Q(\mathbf{v}) = \mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{u} = [\mathbf{u}, \mathbf{w}(\mathbf{v})] \tag{3.19}$$

y 
$$\mu(\mathbf{v}) = \mathbf{s}^+(\mathbf{v})\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v}) = [\mathbf{s}(\mathbf{v}), \mathbf{w}(\mathbf{v})] \tag{3.20}$$

con el vector ponderado óptimo

$$\mathbf{w}(\mathbf{v}) = \mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v}) \tag{3.21}$$

Por consiguiente, sustrayendo la constante  $c$  definida ahora por (3.18) a la función *log-likelihood*, se obtiene la expresión resultante para las estadísticas suficientes

$$l(\mathbf{v}) = \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v}) - c = 2\text{Re}\{Q(\mathbf{v})\} - \mu(\mathbf{v}). \tag{3.22}$$

donde las funciones  $Q(\mathbf{v})$  y  $\mu(\mathbf{v})$  están definidas por (3.19) y (3.20), respectivamente. El algoritmo de estimación de parámetros no lineal ML ahora se convierte en

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\text{argmax}} l(\mathbf{v}) = \underset{\mathbf{v}}{\text{argmax}} \{2\text{Re}\{Q(\mathbf{v})\} - \mu(\mathbf{v})\}. \tag{3.23}$$

El algoritmo derivado ML (3.23) implica las siguientes operaciones con los datos:

*Primera etapa:* Para todos los valores permisibles  $V$  (intervalos) de los parámetros deseados  $\mathbf{v} \in V$ , el vector señal  $\mathbf{s}(\mathbf{v})$  y el vector óptimo ponderado  $\mathbf{w}(\mathbf{v}) = \mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{v})$  deben ser calculados.

*Segunda Etapa:* Dado el vector de datos  $\mathbf{u}$  (adquirido a partir de las observaciones), las estadísticas suficientes  $Q(\mathbf{v}) = [\mathbf{u}, \mathbf{w}(\mathbf{v})]$  deben ser calculadas como producto interno del vector de datos con el vector señal ponderado para todos los valores permisibles de  $\mathbf{v} \in V$ .



*Tercera Etapa:* La tendencia  $\mu(\mathbf{v}) = [\mathbf{s}(\mathbf{v}), \mathbf{w}(\mathbf{v})]$  hacia las estadísticas suficientes deben ser calculadas como producto interno del vector señal con el vector señal ponderado para todos los valores permisibles de  $\mathbf{v} \in V$ .

*Cuarta Etapa:* La expresión resultante para las estadísticas suficientes  $l(\mathbf{v}) = 2\text{Re}\{Q(\mathbf{v})\} - \mu(\mathbf{v})$ , debe ser calculada como función del vector parámetro  $\mathbf{v}$  para todos los valores permisibles de  $\mathbf{v} \in V$ .

*Quinta Etapa:* El máximo de la función mencionada en la etapa anterior, debe ser encontrado, en el rango permisible  $\mathbf{v} \in V$ , y la coordenada de su máximo,  $\hat{\mathbf{v}}$ , debe ser considerada como el estimado óptimo ML para el vector parámetro deseado.

### 3.6 Modificación del Estimador ML: Algoritmo de Máxima Correlación

Habiendo establecido el algoritmo óptimo ML de estimación de parámetros, vale la pena ahora hacer algunas modificaciones al estimador ML dado en (3.23) por las siguientes suposiciones prácticamente motivadas:

*1.- Modelo de ruido blanco.* En este caso, se tiene que

$$\mathbf{R}_n^{-1} = (1/N_0) \mathbf{I} \quad (3.24)$$

entonces,

$$\mathbf{w}(\mathbf{v}) = (1/N_0) \mathbf{s}(\mathbf{v}) \quad (3.25)$$

$$Q(\mathbf{v}) = (1/N_0) [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v})] \quad (3.26)$$

$$\mu(\mathbf{v}) = (1/N_0) [\mathbf{s}(\mathbf{v}), \mathbf{s}(\mathbf{v})] = E_s(\mathbf{v})/N_0 \quad (3.27)$$

donde  $E_s(\mathbf{v}) = [\mathbf{s}(\mathbf{v}), \mathbf{s}(\mathbf{v})] = \|\mathbf{s}(\mathbf{v})\|^2$  es la energía de la señal y, por lo tanto,  $\mu(\mathbf{v}) = E_s(\mathbf{v})/N_0$ , es una definición convencional de la relación señal a ruido (*signal to noise ratio, SNR*).

*2.- Modelo de parámetro independiente de la energía.* Tal suposición implica que la energía de la señal  $E_s(\mathbf{v})$  para todos los valores del vector parámetro  $\mathbf{v} \in V$  dentro del dominio permisible  $V$  tiene el mismo valor

$$E_s(\mathbf{v}) = E_s = \text{const} \quad \text{para todos} \quad \mathbf{v} \in V \quad (3.28)$$

Esta suposición es válida para muchos problemas prácticos de parámetros de una señal. Por ejemplo, tales parámetros como la frecuencia de la señal, retraso de pulso, dirección de llegada, son parámetros independientes de la energía. Para tal suposición se tiene entonces que

$$\mu(\mathbf{v}) = E_s/N_0 = \mu = \text{const}, \text{ for all } \mathbf{v} \in V \quad (3.29)$$

La constante  $\mu$  no afecta la coordenada del máximo de las estadísticas suficientes (3.23) y, por lo tanto, puede ser excluida de las estadísticas suficientes resultantes  $l(\mathbf{v})$  como la constante no informativa (independiente de  $\mathbf{v}$ ). Entonces, se pueden reescribir las estadísticas suficientes modificadas como:

$$l(\mathbf{v}) = k2\text{Re}\{Q(\mathbf{v})\} = k(2/N_0)\text{Re}[\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v})] = \text{Re}[\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v})] = \text{Re}q(\mathbf{v}) \quad (3.30)$$

donde se hace uso de la constante normalizada  $k = (N_0/2)$  que no afecta a la coordenada del máximo de las estadísticas suficientes  $\text{Re}q(\mathbf{v})$ ;  $q(\mathbf{v}) = [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v})]$ .

Luego, para la representación de valores reales de la señal y datos, se puede reescribir (3.30) simplemente como

$$l(\mathbf{v}) = q(\mathbf{v}) = [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v})] \quad (3.31)$$

**3.- Modelo discreto de parámetros.** Para este caso, el intervalo permisible  $V_k$  de búsqueda del componente  $k$ th  $v_k$  del vector deseado  $K$ -D  $\mathbf{v} = \underset{k}{\text{vec}} \{v_k; k = 1, \dots, K\}$  está muestreado en  $I$  subintervalos. Los valores permisibles del parámetro  $v_k$  componen una serie de valores discretos

$$\{v_{k1} \ v_{k2} , \dots, v_{ki} , \dots, v_{kl} \} \text{ para todos } m = 1, \dots, M \quad (3.32)$$

Entonces, los valores permisibles del vector parámetro  $\mathbf{v}$  pueden definirse como una serie de valores discretos:

$$\mathbf{v} \text{ — puede tomar uno de los valores discretos —} \rightarrow \{\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 , \dots, \mathbf{v}_i , \dots, \mathbf{v}_I \}. \quad (3.33)$$

Para el modelo discreto de los valores permisibles (3.33) las estadísticas suficientes definidas por (3.31) deben ser calculadas para estos valores  $I$ . Entonces, el algoritmo ML de procesamiento de señal (*Signal Processing, SP*) implica calcular esta serie de estadísticas

$$\{q(\mathbf{v}_i) = [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v}_i)] ; i = 1, \dots, I \} \quad (3.34)$$

La regla de estimación ML,  $\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\text{argmax}} \{l(\mathbf{v})\} = \underset{\mathbf{v}}{\text{argmax}} \{q(\mathbf{v})\}$ , para el modelo discreto (3.33) debe ser implementado ahora como se explica a continuación:

El estimado óptimo  $\hat{\mathbf{v}}$  es el valor  $\mathbf{v}_j$  del conjunto (3.33) para el cual, las suficientes estadísticas  $q(\mathbf{v}_j)$  toman su valor máximo, es decir:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_j = \underset{i}{\operatorname{argmax}} \{q(\mathbf{v}_i) = [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v}_i)] ; i = 1, \dots, I\} \tag{3.35}$$

El algoritmo de estimación ML modificado (simplificado) de parámetros de una señal que se presenta (3.35) es denominado *algoritmo de máxima correlación*. Esto resulta claro debido al hecho de que las estadísticas suficientes,  $q(\mathbf{v}_i) = [\mathbf{u}, \mathbf{s}(\mathbf{v}_i)]$ , son una correlación entre el vector de datos medidos  $\mathbf{u}$  y la señal  $\mathbf{s}(\mathbf{v}_i)$  con el vector parámetro deseado  $\mathbf{v}_i$ . El algoritmo de estimación ML dado por (3.35) puede llamarse también regla estadística de toma de decisiones. La decisión  $\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_j$  está hecha a favor del valor  $\mathbf{v}_j$ , cuya correlación del vector de datos  $\mathbf{u}$  con el modelo de la señal  $\mathbf{s}(\mathbf{v}_j)$  toma su valor máximo. La estructura computacional del algoritmo de estimación de parámetros de máxima correlación se muestra en la figura 3.1

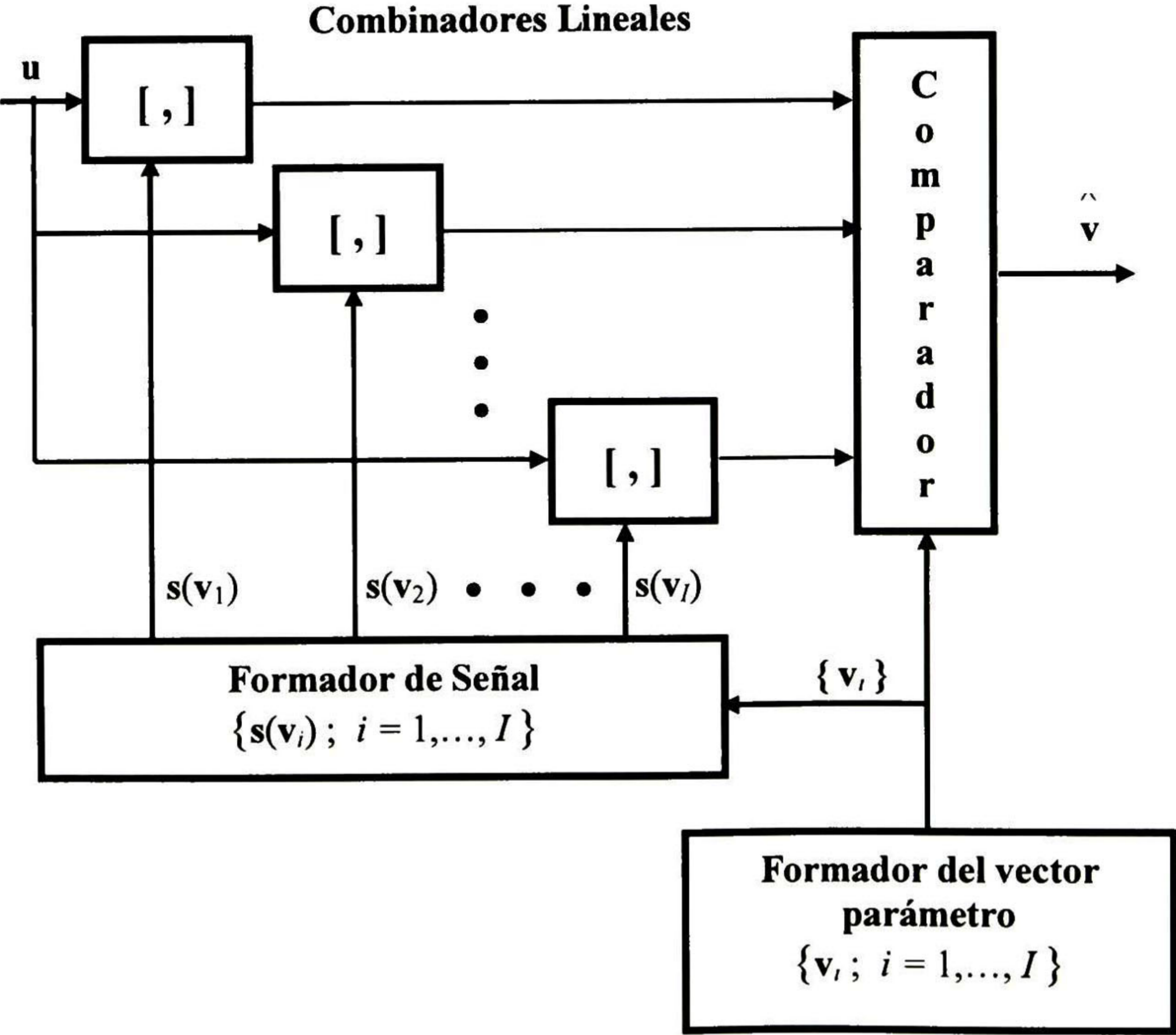


Figura 3.1 Estructura computacional del estimador ML que implementa el algoritmo más simple de máxima correlación

## 3.7 Métrica de Desempeño

### 3.7.1 Desigualdad Cramer-Rao para el vector parámetro $K$ -D

Usando la definición (3.17) para la función *log-likelihood*  $\ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$  en términos de la función de probabilidad condicional conjunta  $p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$ , se puede formar la matriz  $\Phi$   $K \times K$  con los elementos [7]

$$\Phi_{kl} = \left\langle -\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{u}|\mathbf{v})}{\partial v_k \partial v_l} \right\rangle; \quad k, l = 1, \dots, K. \quad (3.36)$$

La matriz  $\Phi$  es llamada *matriz de información de Fisher* [7], [13].

Ahora, se hacen las siguientes denotaciones.  $\Sigma = \Phi^{-1}$  denota la inversa de la matriz de información de Fisher  $\Phi$ ,  $\Sigma_{mm}$  denota el elemento diagonal  $m$ -ésimo de la matriz inversa  $\Sigma$  y  $\hat{v}_k$  es cualquier estimado del parámetro  $v_k$ , basado en la muestra del vector observado  $\mathbf{u}$ . El siguiente teorema de *desigualdad de Cramer-Rao* [7] establece el límite más bajo de la varianza  $\sigma_m^2 = \text{var}\{\hat{v}_m\}$ :

La varianza  $\sigma_m^2$  de cualquier estimado del parámetro  $v_m$  del vector deseado  $\mathbf{v}$  satisface la desigualdad de Cramer-Rao,

$$\sigma_m^2 = \text{var}\{\hat{v}_m\} \geq \Sigma_{mm}; \quad m, l = 1, \dots, M \quad (3.37)$$

donde la igualdad se mantiene solamente para un estimador ML *sin desplazamiento*.

Este teorema permite evaluar un límite inferior (mayor que cero) para la varianza de cualquier estimador (dado), y conociendo la forma funcional de la función *log-likelihood*. El límite inferior en el teorema se denomina Límite de Cramer-Rao (*Cramer-Rao bound, CRB*) [7]. De acuerdo con lo establecido inicialmente con la estrategia de estimación ML, cualquier estimador ML provee los estimados cuyas varianzas igualan al CRB.

Entonces, de acuerdo al teorema de desigualdad de Cramer-Rao no hay *otro* estimador con varianza más pequeña. Por lo tanto, tal estimador ML es establecido como *eficiente*.

### 3.7.2 Desigualdad de Cramer-Rao para parámetros 1-D (escalar)

Para un parámetro escalar  $v$  (por ejemplo,  $K = 1$ ), la información de Fisher se convierte en valor escalar

$$\Phi = \left\langle -\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{u}|v)}{\partial v^2} \right\rangle \quad (3.38)$$

y la varianza  $\sigma^2$  satisface la desigualdad de Cramer-Rao

$$\sigma^2 = \text{var}\{\hat{v}\} \geq 1/\Phi, \quad \text{i.e.} \quad \sigma^2 = \text{var}\{\hat{v}\} \geq \left\langle -\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{u}|v)}{\partial v^2} \right\rangle^{-1} \quad (3.39)$$

El valor negativo de la derivada de segundo orden de la función *log-likelihood* (3.39) es una medida de la agudeza (*sharpness*) de dicha función en su máximo. Entonces, se puede deducir que la varianza  $\sigma^2 = \text{var}\{\hat{v}\}$  del estimado ML es inversamente proporcional a la agudeza del pico de la función *log-likelihood*  $\ln p(\mathbf{u}|v)$  en su máximo.

## 3.8 Resumen del Capítulo III

En el presente capítulo se conceptualizaron los principios de estimación de parámetros básicos, Probabilidad Máxima A Posteriori (*Maximum A Posteriori Probability MAP*) y Máxima Verosimilitud (*Maximum Likelihood ML*), para la solución de problemas de estimación de parámetros no lineal y se realizó un entendimiento del rol principal de las distribuciones de probabilidad del ruido y señales deseadas para la derivación de estos estimadores. Se introdujo el algoritmo básico de estimación de parámetros ML para el caso de una señal contaminada observada con ruido aditivo Gaussiano.

Como conclusión, se requiere cierta información estadística acerca de las observaciones en forma de pdf condicional  $p(\mathbf{u}|\mathbf{v})$  de los datos así como también conocimiento a priori en forma de pdf  $p(\mathbf{v})$  del vector deseado  $\mathbf{v}$  para construir la estrategia óptima MAP de estimación de parámetros. Por lo tanto, en escenarios donde la pdf a priori  $p(\mathbf{v})$  es desconocida o aproximada a una distribución constante, la estrategia MAP se reduce al método ML, que bajo ciertas limitaciones prácticas, este método puede ser transformado en el algoritmo de máxima correlación. En general, el estimador clásico ML no es robusto frente a escenarios inciertos de operación, ya que no se consideran los parámetros de perturbación ni algún modelo de ruido.

## CAPÍTULO IV

### Estimación Robusta de Parámetros en Escenario Incierto: Aplicación a localización de *Tags*

En este capítulo se revisan los principios básicos de la estimación robusta de parámetros, en particular, el método robusto de Máxima Verosimilitud (ML), es decir, el estimador de parámetros robusto ML contra las incertidumbres que presenta el modelo operacional del escenario. La idea conceptual es derivar la estrategia robusta ML, la cual es invariante a parámetros inciertos en el modelo.

Para el problema en particular de localización de *tags*, se presenta la estructura algorítmica del estimador general de parámetros ML robusto así como su estructura computacional. Finalmente se presenta una generalización útil de la técnica del filtro acoplado espacial (*Matched Spatial Filter* MSF) basado en ML hacia el algoritmo de filtrado espacial basado en la Transformada de Fourier (FTSF) para la localización de *tags*.

## 4.1 Formalismo del Problema

Se empieza considerando el problema de estimación de parámetros de la señal (el de derivar un estimado  $\hat{\mathbf{v}}$  de la señal deseada  $\mathbf{v}$ ) por medio del procesamiento del vector registrado  $\mathbf{u}$ , esto es

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathcal{W} \mathbf{u}; \mathcal{W} : \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{V} \quad (4.1)$$

Aquí, se preservan todas las notaciones convencionales introducidas en los capítulos anteriores.

En contraste con el escenario estadísticamente sin incertidumbres considerado en el capítulo anterior, ahora se asume el escenario estadísticamente incierto especificado en el capítulo 2. En dicho escenario, la ecuación de observación (EO) en forma vectorial y ordenada en espacio-tiempo está definida por (2.58), reescrita a continuación como

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v) + \mathbf{n}, \quad (4.2)$$

donde el vector instantáneo aleatorio ordenado en  $mt$   $\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)$  está dado por (2.59), es decir  $\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v) = \mathbf{S}_v \mathbf{e}_v$  con la matriz  $L \times T$  ( $L = MT$ ) que funge como operador formador de señal (SFO) especificada por (2.56) y el vector de amplitud instantáneo desconocido y aleatorio ordenado en  $t$   $\mathbf{e}_v$  (no de interés) definido por (2.57).

### 4.1.1 Ruido de observación Gaussiano

El vector de medición de ruido  $\mathbf{n}$  en la EO (4.2) está modelado como un vector  $L$ -D de valor complejo Gaussiano, desconocido y aleatorio, compuesto por las muestras ordenadas (2.56) con media cero

$$\mathbf{m}_n = \langle \mathbf{n} \rangle = \mathbf{0},$$

(cualquier  $\mathbf{m}_n$  valor no-cero conocido puede ser sustraído simplemente del vector de datos  $\mathbf{u}$ ) y de una matriz  $L \times L$  en forma general de correlación  $\mathbf{R}_n = \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^+ \rangle$ . Dicho vector de ruido es explícitamente caracterizado por su pdf [7]:

$$p(\mathbf{n}) = (2\pi)^{-L} \det^{-1} \mathbf{R}_n \exp\{-\mathbf{n}^+ \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{n}\}. \quad (4.3)$$

### 4.1.2 Señal incierta Gaussiana

El vector de la señal aleatorio  $\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)$  definido por (2.59) está compuesto por las muestras  $m$ -ordenadas  $\{s_m(t; \mathbf{e}_v); m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T\}$  de un proceso aleatorio Gaussiano de media cero dependiente de la realización desconocida  $\mathbf{e}_v$  del vector Gaussiano de amplitud definido por (2.57). Esto último constituye el vector parámetro aleatorio de no interés (perjudicial) del modelo de la señal, mientras que

el parámetro de interés  $\mathbf{v}$  es ahora modelado como un vector *determinístico* debido a que, en el presente problema particular,  $\mathbf{v}$  representa el parámetro LOT desconocido. No hay información a priori de distribución estadística asociada con el vector  $\mathbf{v}$ , entonces la estrategia de estimación de riesgo mínimo de Bayes debe ser construida basada en la regla de inferencia ML

Para proceder con la derivación de dicha regla, se necesita definir la pdf (condicional) del vector de datos  $tm$ -ordenado  $\mathbf{u}$  bajo la condición de un vector fijo  $tm$ -ordenado  $\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)$  definido por (2.55) para un parámetro de información fijo  $\mathbf{v}$  y realización fija del vector perjudicial  $\mathbf{e}_v$ . Para el modelo de observación Gaussiano, dicha pdf condicional es la función *likelihood*

$$p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)) = (2\pi)^{-L} \det^{-1} \mathbf{R}_n \exp\{-(\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v))^+ \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v))\}. \quad (4.4)$$

vista como una función de todos los parámetros desconocidos  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{e}_v$ .

Vale la pena recordar que el estimador robusto ML debe ser insensible (indiferente en sentido estadístico) al valor particular que toma el vector aleatorio perjudicial  $\mathbf{e}_v$ .

## 4.2 Estimación ML robusta para un solo parámetro de información de señal

Siguiendo los conceptos básicos de la teoría de estimación estadística [5], [7] la regla de inferencia óptima robusta ML debe basarse en la maximización de algunas estadísticas suficientes formadas a partir de la función *likelihood* independiente de los parámetros perjudiciales, esto es

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \varphi(p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}))) \quad (4.5)$$

donde como previamente dicho,  $\varphi(\cdot)$  representa cualquier función monótona no negativa de la función *likelihood*  $p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}))$  dependiente *sólo* del vector de información (parámetro de interés)  $\mathbf{v}$  e *independiente* de los parámetros de no interés.

Dos aproximaciones estadísticas bien fundadas pueden seguirse para proceder con la construcción de las estadísticas suficientes robustas [5]. La primera es explotar la idea del promedio estadístico de la función (4.4) definida para todos los parámetros  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{e}_v$  sobre la distribución Gaussiana  $p(\mathbf{e}_v)$  del vector perjudicial  $\mathbf{e}_v$ , es decir

$$p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v})) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}; \mathbf{e}_v)) p(\mathbf{e}_v) d\mathbf{e}_v. \quad (4.6)$$

El punto crucial es, que en la práctica, la matriz de covarianza de la pdf Gaussiana  $p(\mathbf{e}_v)$  es desconocida, y además, debido a las estadísticas desconocidas de



ruido (y *clutter*), la función resultante likelihood del parámetro de información depende también de dichas estadísticas desconocidas, en particular de la matriz desconocida de correlación  $\mathbf{R}_n$  del ruido compuesto (ruido del receptor y *clutter*). Las estadísticas suficientes robustas *likelihood* pueden ser entonces construidas solamente para el caso de modelo de observación de ruido *blanco*.

Una segunda opción es una aproximación por estimación *adaptiva* que prescribe la construcción de estrategias de estimación con el objetivo de obtener un estimado exacto del parámetro de información por medio de filtrado espacial adaptivo y repulsión de interferencias. Tal aproximación es extremadamente cara computacionalmente, y es cuestión de desarrollos superiores.

Procediendo con el desarrollo de la técnica de localización robusta para un solo *tag*, se adoptan las suposiciones prácticas de ruido de observación blanco y potencia promedio de la señal del *tag* completamente desconocida (2.37) que aquí se reescribe como

$$b_v = \int_{-\infty}^{\infty} \langle |\tilde{e}_v(f)|^2 \rangle |H_v(f)|^2 df \quad (4.7)$$

El desarrollo se basa en la estrategia óptima robusta ML (4.5), por lo tanto se toma (de la teoría de estimación estadística [5]) la fórmula para las estadísticas suficientes  $\varphi(p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v})))$  para el parámetro de información  $\mathbf{v}$  de una sola señal observada en ruido blanco aditivo con una intensidad espectral arbitraria (varianza del ruido)  $N_0$ . Tales estadísticas suficientes son representadas por el logaritmo de la relación *likelihood* [5]

$$\varphi(p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}))) = \ln \frac{p(\mathbf{u}|\mathbf{s}(\mathbf{v}))}{p(\mathbf{u}|\mathbf{s}=\mathbf{0})} = -\ln(1 + \mu_A) + \frac{b_v}{1 + \mu_A} \mathbf{s}_v^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_v \quad (4.8)$$

donde la relación señal a ruido (SNR)  $\mu_A(\mathbf{v})$  está definida como

$$\mu_A = b_v \frac{\|\mathbf{s}_v\|^2}{N_0} \quad (4.9)$$

En (4.8),  $p(\mathbf{u}|\mathbf{s}=\mathbf{0}) = p(\mathbf{n})$  es la pdf definida por (4.4) para los datos compuestos por solamente el vector de ruido;  $\mathbf{s}_v$  es el vector de modulación espacial definido por (2.49) que depende del vector de información  $\mathbf{v}$ , y del vector relacionado DOA como

$$\mathbf{s}_v = \mathbf{s}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_1(\mathbf{v}) \\ s_2(\mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_M(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t - \tau_v) \begin{bmatrix} g_1(\boldsymbol{\theta}_v) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\theta}_v]) \\ g_2(\boldsymbol{\theta}_v) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\theta}_v]) \\ \vdots \\ g_M(\boldsymbol{\theta}_v) \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_M, \boldsymbol{\theta}_v]) \end{bmatrix}; \quad (4.10)$$

donde 
$$\tau_v = \frac{2|\mathbf{v}|}{c}, \quad \rho = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}, \quad \mathbf{p} \in P, \quad \theta_v = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|};$$

y  $\mathbf{Y}$  representa la matriz  $M \times M$  de datos estadísticos definida por (2.48) la cual es calculada por medio de un promedio en tiempo de las correlaciones espaciales de las señales de salida del arreglo:

$$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{R}}_u = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \quad (4.11)$$

donde como previamente,  $\mathbf{u}(t)$  define el vector de datos con muestras en tiempo  $t$  a la salida del arreglo

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_M(t) \end{bmatrix}; \quad t = 1, \dots, T. \quad (4.12)$$

La fórmula (4.8) establece las propiedades robustez deseable de las estadísticas suficientes *log-likelihood*.  $p(\mathbf{u} | \mathbf{s}(\mathbf{v})) / p(\mathbf{u} | \mathbf{s} = \mathbf{0})$  De hecho, examinando la fórmula, uno puede deducir que ni el término *bias*,  $c = -\ln(1 + \mu_A)$ , ni el coeficiente dependen del vector de información  $\mathbf{v}$ , es decir, en (4.8), el vector de modulación  $\mathbf{s}_v = \mathbf{s}(\theta_v)$  dado por (4.10) constituye el único vector que depende del vector DOA  $\theta_v$ , por consiguiente también del vector parámetro LOT  $\mathbf{v}$ . Por lo tanto, se derivan ahora las estadísticas mínimas suficientes (siguiendo las reglas básicas establecidas) sustrayendo la constante  $c$  de la relación *log-likelihood* (3.8) y normalizándola con la constante  $k^{-1}$ , es decir

$$l(\mathbf{v}) = k^{-1} \ln p(\mathbf{u} | \mathbf{v}) - c = \mathbf{s}_v^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_v \quad (4.13)$$

donde se conserva la notación  $l(\mathbf{v})$  para dichas estadísticas suficientes. El argumento del máximo de las estadísticas originales (4.8) es el mismo que el argumento del máximo de las estadísticas mínimas suficientes  $l(\mathbf{v})$ , entonces la regla de decisión robusta ML para localización de un solo *tag* se convierte en

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} l(\mathbf{v}) = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \mathbf{s}_v^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_v. \quad (4.14)$$

Las estadísticas (4.13) son un estimado ML de la potencia de la señal del *tag* formado mediante la aplicación del método de acoplado espacial de formación de haz (*beamforming*) [6], por lo tanto el sentido estadístico de la regla de estimación (4.14) se puede describir como sigue:

Encontrar la coordenada del máximo del estimado acoplado formador de haz de la distribución de potencia SSP sobre una escena producida por un solo *tag*, esto es

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmax}} \{ \text{estimado acoplado } \mathbf{s}_v^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_v \text{ de la distribución SSP producida por un } \textit{tag} \} \quad (4.15)$$

Por otro lado, en aplicaciones de formación de imágenes [7], un estimado de la distribución de potencia de la señal sobre una escena es interpretado como una *imagen* fuente. Por lo tanto, el procedimiento de localización robusto ML (4.14), (4.15) admite también la siguiente interpretación:

Formar la imagen del *tag*  $l(\mathbf{r})$  como una función de las coordenadas espaciales  $\mathbf{r} = \mathbf{v} \in V$  en el dominio de observación  $V = R$  aplicando el método acoplado formador de haz, esto es  $l(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_r^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_r$ , y localizar el *tag* al encontrar la coordenada del máximo de la imagen, es decir

$$\hat{\mathbf{v}} = \text{coordenada del máximo de la imagen acoplada } \mathbf{s}_r^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_r \text{ del } \textit{tag} \text{ en la escena } \mathbf{r} = \mathbf{v} \in V. \quad (4.16)$$

Habiendo establecido la regla de inferencia robusta ML (4.14) interpretada tanto como estimación SSP (4.15) y como análisis de imagen (4.16), el paso siguiente es proceder con la derivación del algoritmo de localización de *tag* técnicamente fácil de implementar.

### 4.3 Algoritmo Robusto ML de Localización de *tag*

Para simplificar la cantidad de cálculo que indica la regla (4.14), hay que aprovechar el hecho de que el procedimiento (4.11) puede ser realizado *después* del procedimiento de correlación espacial de datos cuando se aplica el método (4.14), caso en que las estadísticas suficientes mínimas (4.13) pueden ser transformadas en

$$l(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_r^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_r = \mathbf{s}_r^+ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{u}(t) \mathbf{u}^+(t) \mathbf{s}_r = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T q_r^*(t) q_r(t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |q_r^*(t)|^2 \quad (4.17)$$

donde

$$q_r^*(t) = \mathbf{u}^+(t) \mathbf{s}_r = [\mathbf{s}_r, \mathbf{u}(t)]; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.18)$$

representa el factor conjugado de correlación espacial entre el dato registrado  $t$  y el vector faser direccional (*steering vector*)  $\mathbf{s}_v = \mathbf{s}_r$  en la dirección  $\mathbf{v} = \mathbf{r} \in V$ . También, el módulo cuadrado en (4.17) es invariante a la conjugación completa de (4.18), entonces, las estadísticas suficientes (4.17) pueden ser transformadas aun más en

$$l(\mathbf{r}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |q_r(t)|^2 = \underset{t}{\text{Aver}} \{ |q_r(t)|^2 \} \quad (4.19)$$

lo cual es, esencialmente, el promedio del módulo cuadrado de los factores de correlación compleja

$$q_r(t) = \mathbf{u}^T(t) \mathbf{s}_r^* = [\mathbf{u}(t), \mathbf{s}_r] \quad (4.20)$$

sobre todos los datos registrados  $t = 1, \dots, T$ . Luego entonces, la regla ML (4.14) puede ser redefinida ahora como sigue,

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{r}}{\operatorname{argmax}} l(\mathbf{r}) = \underset{\mathbf{r}}{\operatorname{argmax}} \{ \operatorname{Aver}_t \{ |q_r(t)|^2 \} \} \quad (4.21)$$

con los factores de correlación espacial calculados con (4.20).

Como paso siguiente, se considera el formato de análisis de escena discreto (pixel), prácticamente motivado, en el que el vector de información LOT  $\mathbf{v}$  puede tomar uno de  $I$  valores posibles  $\{\mathbf{r}_i; i = 1, \dots, I\}$  en el dominio discreto (formato en pixeles) de la escena, esto es

$$\mathbf{v} \text{ — puede tomar uno de los valores discretos ordenados —} \rightarrow \{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_I\}. \quad (4.22)$$

Para el modelo discreto de los valores permisibles (4.22) las estadísticas suficientes definidas por (4.19) deben ser calculadas para estos  $I$  valores  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_i, \dots, \mathbf{v}_I\}$ . Entonces, el procesamiento de señales (SP) del algoritmo robusto ML implica calcular el conjunto de estadísticas

$$\{|q_i(t)|^2 = |[\mathbf{u}(t), \mathbf{s}_r]|^2; i = 1, \dots, I\}, \quad (4.23)$$

para todos los pixeles admisibles  $\{i = 1, \dots, I\}$ , su promedio (4.19) sobre todos los registros de datos  $\{t = 1, \dots, T\}$ , comparar las estadísticas resultantes y hacer la decisión  $\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{r}_j$  a favor del pixel  $j$ , para el cual la expresión (4.21) toma el valor máximo.

Luego, una modificación en el cálculo de este algoritmo puede hacerse al representar el módulo cuadrado (4.23) como la suma de las partes real e imaginarias correspondientes,

$$\begin{aligned} \{|q_i(t)|^2 &= \{(\operatorname{Re}\{q_i(t)\})^2 + (\operatorname{Im}\{q_i(t)\})^2; i = 1, \dots, I\} \\ &= \{([\mathbf{u}_{\operatorname{Re}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Re}}(\mathbf{r}_i)] + [\mathbf{u}_{\operatorname{Im}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Im}}(\mathbf{r}_i)])^2 + ([\mathbf{u}_{\operatorname{Im}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Re}}(\mathbf{r}_i)] - [\mathbf{u}_{\operatorname{Re}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Im}}(\mathbf{r}_i)])^2; i = 1, \dots, I\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde  $\mathbf{u}_{\operatorname{Re}}(t) = \operatorname{Re}\{\mathbf{u}(t)\} \quad (4.25)$

y  $\mathbf{u}_{\operatorname{Im}}(t) = \operatorname{Im}\{\mathbf{u}(t)\} \quad (4.26)$

representan los componentes en fase (*in-phase*) y cuadratura (*quadrature*) de los vectores adquiridos de datos registrados  $t$ , respectivamente (vectores (2.12) – (2.15)), mientras que

$$\mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i) = \text{Re}\{\mathbf{s}_r\} \quad (4.27)$$

$$\text{y} \quad \mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i) = \text{Im}\{\mathbf{s}_r\} \quad (4.28)$$

son la parte real e imaginaria del vector *steering*  $\mathbf{s}_r$ , en la dirección  $\mathbf{r}_i$ , respectivamente, especificado en (4.10). Asumiendo que el arreglo consiste en sensores idénticos con patrones de recepción idénticos de valor real  $g_m(\theta_i)$  en la dirección  $i$  (DOA)  $\theta_i = \mathbf{r}_i / |\mathbf{r}_i|$  ahora se puede especificar la estructura de los elementos de los vectores (4.27), (4.28) como sigue,

$$\mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i) = \begin{bmatrix} s_{1\text{Re}}(\mathbf{r}_i) \\ s_{2\text{Re}}(\mathbf{r}_i) \\ \vdots \\ s_{M\text{Re}}(\mathbf{r}_i) \end{bmatrix} = \text{Re} a(t - \tau_i) \begin{bmatrix} g_1(\theta_i) \cos(2\pi[\boldsymbol{\rho}_1, \theta_i]) \\ g_2(\theta_i) \cos(2\pi[\boldsymbol{\rho}_2, \theta_i]) \\ \vdots \\ g_M(\theta_i) \cos(2\pi[\boldsymbol{\rho}_M, \theta_i]) \end{bmatrix}; \quad (4.29)$$

$$\mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i) = \begin{bmatrix} s_{1\text{Im}}(\mathbf{r}_i) \\ s_{2\text{Im}}(\mathbf{r}_i) \\ \vdots \\ s_{M\text{Im}}(\mathbf{r}_i) \end{bmatrix} = \text{Im} a(t - \tau_i) \begin{bmatrix} g_1(\theta_i) \sin(2\pi[\boldsymbol{\rho}_1, \theta_i]) \\ g_2(\theta_i) \sin(2\pi[\boldsymbol{\rho}_2, \theta_i]) \\ \vdots \\ g_M(\theta_i) \sin(2\pi[\boldsymbol{\rho}_M, \theta_i]) \end{bmatrix}, \quad \theta_i = \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|}, \quad \tau_i = \frac{2|\mathbf{r}_i|}{c} \quad (4.30)$$

respectivamente. Usando estas especificaciones, finalmente se representa el algoritmo robusto ML (4.21) para localización de un *tag* como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}} &= \mathbf{r}_j = \underset{i}{\text{argmax}} \{ \text{Aver}_i \{ |q_i(t)|^2 \} \} \\ &= \underset{i}{\text{argmax}} \{ \text{Aver}_i \{ \{ ([\mathbf{u}_{\text{Re}}(t), \mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i)] + [\mathbf{u}_{\text{Im}}(t), \mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i)])^2 \\ &\quad + ([\mathbf{u}_{\text{Im}}(t), \mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i)] - [\mathbf{u}_{\text{Re}}(t), \mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i)])^2 \} \} \end{aligned} \quad (4.31)$$

La implementación de este algoritmo requiere que las siguientes operaciones SP sean realizadas sobre todos los datos registrados en fase (4.25) y cuadratura (4.26):

-*Primer paso*: Para todos los valores permisibles de pixeles  $\{\mathbf{r}_i\}$  (4.22) del parámetro deseado LOT,  $\mathbf{v}_i \in V$ , calcular los componentes en fase  $\mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i)$  y cuadratura  $\mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i)$  del vector *steering*  $\mathbf{s}_r$ , especificado por (4.29) y (4.30).

-*Segundo paso*: Dados los vectores de datos registrados en fase  $\{\mathbf{u}_{re}(t)\}$  y cuadratura  $\{\mathbf{u}_{im}(t)\}$  (adquiridos a partir de las observaciones), calcular las estadísticas suficientes  $\{|q_i(t)|^2; i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T\}$  especificados por (4.24) para todos los registros  $\{t = 1, \dots, T\}$  y valores permisibles  $\{\mathbf{r}_i\}$  de  $\mathbf{r} \in V$ .

-*Tercer paso*: Calcular las estadísticas suficientes por medio de la operación promedio

$$l_i = l(\mathbf{r}_i) = \underset{i}{Aver} \{|q_i(t)|^2\} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |q_i(t)|^2 \quad (4.32)$$

de  $\{|q_i(t)|^2\}$  sobre todos los registros  $\{t = 1, \dots, T\}$  y valores permisibles  $\{\mathbf{r}_i\}$  de  $\mathbf{r} \in V$

-*Cuarto paso*: Realizar la comparación de las estadísticas suficientes (4.32) y tomar la decisión usando la regla (4.21) que ahora se especifica como

$$\mathcal{W} : \text{si } l_j > l_i \text{ para todas } i = 1, \dots, i; j \neq i \xrightarrow{W} \hat{H}_j; \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{r}_j \quad (4.33)$$

$\Rightarrow \hat{\mathbf{v}}$  se asigna el valor  $\mathbf{r}_j$ .

#### 4.4 Formación de imagen con Filtro Acoplado Espacial (MSF)

El algoritmo robusto ML desarrollado (4.31) permite una forma de análisis de interpretación de imagen, cuyo enunciado se explica a continuación.

Formar la imagen del tag  $\hat{b}(\mathbf{r}) = l(\mathbf{r})$  como función de las coordenadas espaciales de la escena  $\mathbf{r} \in V$  en el dominio de observación  $V = R$  aplicando el método de Filtro Acoplado Espacial (MSF), es decir

$$\hat{b}(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_r^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_r, \quad (4.34)$$

en el que la imagen es formada como un estimado MSF de la distribución SSP sobre la escena, y el *tag* se localiza al encontrar la coordenada del máximo de la imagen en el plano de la escena

$\hat{\mathbf{v}} \Leftarrow$  coordenada del máximo de la imagen (4.34) en la escena  $\mathbf{r} \in V$ , es decir

$$\hat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{r}}{\operatorname{argmax}} \{\hat{b}(\mathbf{r})\}. \quad (4.35)$$

Lo anterior provee una interpretación como imagen del algoritmo especificado en la sección anterior. Esta interpretación provee también otra

aproximación: imagen formada por un sistema de abanico de haces (*fan beamforming – based imaging*) la cual se describe a continuación.

-*Primer paso*: Para todas las salidas colectadas de los sensores

$$\mathbf{u} = \underset{m,t}{\text{vec}}\{ u_m(t); m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \} \quad \text{definido por (2.56)}$$

calcular el estimado  $\mathbf{Y}$  de la matriz  $M \times M$  de correlación espacial por medio de la operación promedio determinada por (2.58), es decir

$$\mathbf{Y} = \{ \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u}} \} = \underset{i}{\text{Aver}}\{ \mathbf{u}\mathbf{u}^+ \} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{u}(t)\mathbf{u}^+(t) \quad \text{definido por (2.63)}$$

-*Segundo paso*: Para todos los valores permisibles de pixeles  $\{\mathbf{r}_i\}$  (4.22) del parámetro deseado LOT,  $\mathbf{v}_i \in V$ , calcular los componentes en fase  $\mathbf{s}_{\text{Re}}(\mathbf{r}_i)$  y cuadratura  $\mathbf{s}_{\text{Im}}(\mathbf{r}_i)$  del vector steering  $\mathbf{s}_r$ , especificado por (4.29) y (4.30) para todos los haces (*beams*)  $\{i = 1, \dots, I\}$  en el *fan of beams*.

-*Tercer paso*: Calcular el estimado MSF de la distribución SSP sobre la escena observada el cual es interpretado como una imagen del *tag* al realizar el *beamforming* MSF, es decir generando el *fan of beams* concentrado en todas las direcciones de búsqueda  $\{\mathbf{r}_i; i = 1, \dots, I\}$  *simultáneamente*. En formato complejo, estas operaciones están definidas por (4.34), es decir,

$$\hat{b}(\mathbf{r}_i) = \mathbf{s}_{\mathbf{r}_i}^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_{\mathbf{r}_i} \quad \text{simultáneamente para todas } i = 1, \dots, I \quad \text{en el fan of } I \text{ beams} \quad (4.36)$$

-*Cuarto paso*: Realizar la comparación de las estadísticas suficientes de la formación de imagen (4.36) para cada *beam*  $\{i = 1, \dots, I\}$  en el *fan* y tomar la decisión ML usando la regla

$$W: \text{if } \hat{b}(\mathbf{r}_j) > \hat{b}(\mathbf{r}_i) \quad \text{para todas } i = 1, \dots, i; j \neq i \xrightarrow{W} \hat{H}_j: \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{r}_j \quad (4.37)$$

$\Rightarrow \hat{\mathbf{v}}$  se le asigna el valor  $\mathbf{r}_j$ .

## 4.5 Generalización del Algoritmo MSF formador de imagen para Localización Robusta de *Tag*: Algoritmo de Filtrado Espacial basado en Transformada de Fourier

En este subtema se provee una generalización del algoritmo MSF aplicando un filtro espacial basado en la transformada de Fourier, pero cabe aclarar, que el análisis realizado es para un rango (*range gate*) fijo, para otros rangos se aplica el mismo análisis, la figura 4.1 ejemplifica de manera gráfica lo antes mencionado. Entonces, la salida del filtro espacial ajustado al  $l$ th *gate* tiene la siguiente forma.

$$y_{m'}(\theta) = [u_m(t), a(t - \tau,)] = \int u_m(t) a^*(t - \tau, ) dt \quad (4.38)$$

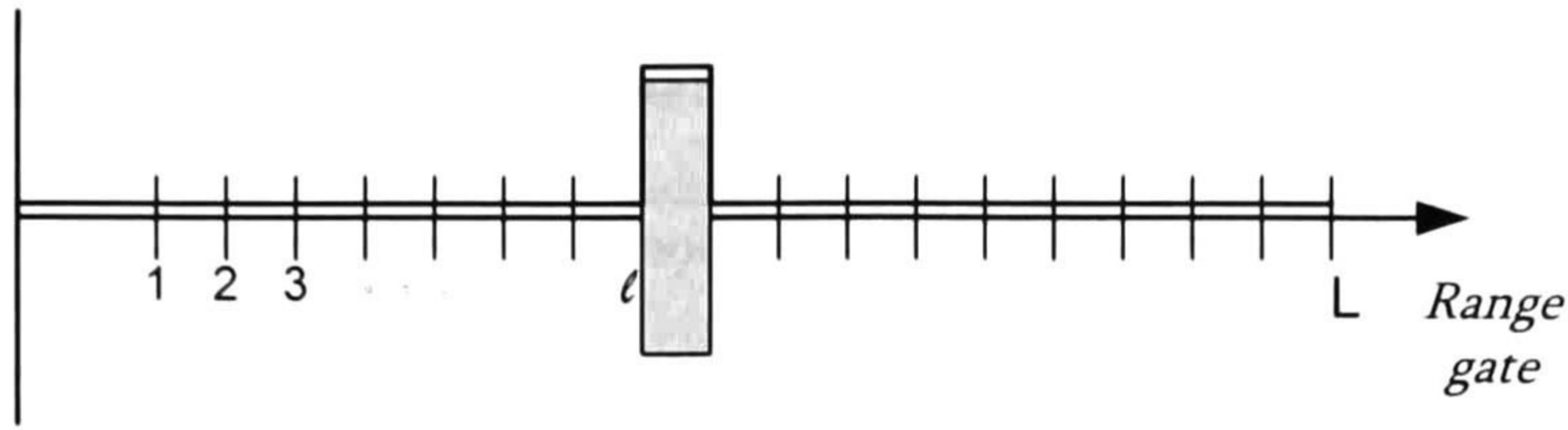


Figura 4.1 El filtro espacial basado en transformada de Fourier se desarrolla para un fijo *range gate*  $l$ , que corresponde al área sombreada.

Para proceder con las aplicaciones con las geometrías particulares de los arreglos, en esta sección se provee una generalización del algoritmo MSF desarrollado anteriormente para el caso hipotético de tener un escenario de tipo ‘escena distribuida incierta’. Primero, se recurre a los resultados del modelo considerado a detalle en la sección 2.3 conservando todas las notaciones de dicha sección. Refiriéndose a (2.32) y (2.41), el modelo estocástico del campo distribuido de la señal puede ser representada por medio de la transformada de Fourier 3-D (2.41) del fasor (de *scattering*) espectral de la escena  $\tilde{e}(f, \mathbf{r})$ , que ahora se reescribe como

$$s(t, \rho_m; \mathbf{r}) = (\mathcal{S} e(r, \theta))(t, \rho_m) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Theta} e(r, \theta) a(t - \tau) \exp(i2\pi[\rho, \theta]) dr d\theta ; \quad (4.39)$$

$$\tau = \frac{2|\mathbf{r}|}{c}, \quad \rho = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}, \quad \mathbf{r} \in R; \quad \theta = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \in \Theta; \quad \mathbf{p} \in P, \quad t \in T$$

donde  $\mathcal{S}$  representa el operador de la transformada de Fourier 3-D lineal definida por la integral del lado derecho de (4.39).

Con el propósito de generalidad, se hace una modificación a la función de correlación espacial  $R_s(\rho, \rho') = K_s(0; \rho, \rho')$  del campo de la señal  $s(t, \rho_m; \mathbf{r})$  y se expresa su relación funcional con el SSP de la escena distribuida  $b(\theta)$  definida por (2.39), esto es

$$b(\theta) = \text{Aver}_f \{ |e(r, \theta)| \} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle |e(r, \theta)|^2 \rangle dr ; \quad \theta = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \in \Theta ; \quad \mathbf{r} \in R. \quad (4.40)$$

La función (4.40) se deriva directamente de (2.39) usando las normalizaciones unitarias (2.44) de la función de transferencia de las frecuencias dadas en los canales receptores del radar multi-sensor.

La función de correlación espacial  $R_s(\rho, \rho')$  del campo de la señal (4.39) puede ser encontrada ahora al formar las correlaciones espaciales de  $s(t, \rho_m; \mathbf{r})$  para diferentes puntos espaciales de observación  $\rho, \rho'$



$$\begin{aligned}
 R_s(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') &= K_s(0; \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \langle s(t, \boldsymbol{\rho}_m; \mathbf{r}) s^*(t, \boldsymbol{\rho}'_m; \mathbf{r}) \rangle \\
 &= \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-i2\pi[\boldsymbol{\rho}_m, \boldsymbol{\theta}]\} \langle |e(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta})|^2 \rangle \exp\{i2\pi[\boldsymbol{\rho}'_m, \boldsymbol{\theta}]\} d\mathbf{r} d\boldsymbol{\theta}. \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

Usando la definición del SSP dado por (4.40) y las propiedades de simetría conjugada de los *kernels* de Fourier,

$$\exp\{-i2\pi[\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}]\} \exp\{i2\pi[\boldsymbol{\rho}', \boldsymbol{\theta}]\} = \exp\{-i2\pi[(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'), \boldsymbol{\theta}]\} = \exp\{-i2\pi[\boldsymbol{\rho}_\Delta, \boldsymbol{\theta}]\}. \quad (4.42)$$

se puede simplificar (4.41) a

$$R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta) = \mathcal{F}_{(\Theta)} \{b(\boldsymbol{\theta})\} = \int_{\Theta} b(\boldsymbol{\theta}) \exp\{-i2\pi[\boldsymbol{\rho}_\Delta, \boldsymbol{\theta}]\} d\boldsymbol{\theta}. \quad (4.43)$$

donde el operador  $\mathcal{F}_{(\Theta)}$  de la transformada de Fourier 2-D está definido por la integral de la parte derecha de (4.43) y  $\boldsymbol{\rho}_\Delta$  representa el vector *baseline* real entre los puntos de apertura  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}'$

$$\boldsymbol{\rho}_\Delta = \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'; \quad \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}' \in \frac{P}{\lambda_0} \quad (4.44)$$

Cabe resaltar la formula (4.43) ya que coincide con el teorema de Van Zittert-Zernike, en radio astronomía [5], que establece la relación deseada entre la función de correlación espacial  $R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta)$  (conocida como función de *visibilidad*, en radio astronomía) y el SSP (conocido como temperatura del brillo o simplemente *brillo*, en radio astronomía). Luego entonces, se puede reformular (4.42) en términos del teorema de Van Zittert-Zernike [5] para un fijo *range gate*.

### ***Teorema de Van Zittert-Zernike:***

La función de correlación espacial  $R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta)$  (conocida como función de *visibilidad*, en radio astronomía [5], [15]) es la transformada 2-D de Fourier

$$R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta) = \mathcal{F}_{(\Theta)} \{b(\boldsymbol{\theta})\} = \int_{\Theta} b(\boldsymbol{\theta}) \exp\{-i2\pi[\boldsymbol{\rho}_\Delta, \boldsymbol{\theta}]\} d\boldsymbol{\theta} \quad (4.45)$$

de la distribución SSP  $b(\boldsymbol{\theta})$  (o *brillo*) sobre el espacio de observación angular  $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ , donde el argumento de la función de visibilidad  $\boldsymbol{\rho}_\Delta = \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'$  representa el vector *baseline* en el dominio de

visibilidad  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}' \in \frac{P}{\lambda_0}$

Esta fórmula establece el modelo base usado en muchas aplicaciones para formación de imágenes [5], [9], [15], [16], (radio astronomía, RS pasiva, radiometría, sistemas de sonar, etc.). La aproximación formal para la reconstrucción del SSP  $b(\theta)$  (de una manera *ad-hoc*) puede ser interpretada como sigue.

***Aproximación por Transformada de Fourier para Reconstrucción de SSP:***

Al medir la función de visibilidad  $R_s(\rho_\Delta)$  sobre un rango de espacios  $\{\rho_\Delta\} \in P/\lambda_0$  se puede reconstruir, o 'sintetizar', una imagen  $\hat{b}(\theta)$  aplicando el Filtro Espacial 2-D basado en Transformada de Fourier (*Fourier Transform-Based Spatial Filtering* FTSF)

$$\hat{b}(\theta) = \mathcal{F}_{(\rho_\Delta)}^{-1} \{ \Pi_{A\{\rho_\Delta\}} R_s(\rho_\Delta) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{A\{\rho_\Delta\}} R_s(\rho_\Delta) \exp\{i2\pi[\rho_\Delta, \theta]\} d\rho_\Delta ; \{\rho_\Delta\} \in \frac{P}{\lambda_0} ; \theta \in \Theta \quad (4.46)$$

de las mediciones reales colectadas

$$\Pi_{A\{\rho_\Delta\}} R_s(\rho_\Delta) \quad (4.47)$$

donde el proyector  $\Pi_{A\{\rho_\Delta\}}$  determina la apertura  $A\{\rho_\Delta\}$  sobre la cual se hacen las mediciones (4.47) y en la que son colectadas. Dicho proyector  $\Pi_{A\{\rho_\Delta\}}$  es especificado por el sistema de registro empleado, es decir, por la configuración del Arreglo de Antena (AA) de sensores empleado en particular.

El punto crucial de dicha aproximación FTSF es el error intrínseco sistemático en la SSP  $\hat{b}(\theta)$  reconstruida debido a la apertura finita de recolección de datos  $A\{\rho_\Delta\} \subset \mathbb{R}^2$  que pudiera ser realizada técnicamente con cualquier AA. La reconstrucción exacta (es decir, cero error sistemático) puede ser alcanzada (potencialmente) si y solo si la apertura  $A\{\rho_\Delta\}$  cubre el plano completo de observación  $A\{\rho_\Delta\} = \mathbb{R}^2$  (esto es, sin el proyector en (4.46),  $\Pi_{A\{\rho_\Delta\}} = \mathcal{I}$ ; un operador identidad) en cuyo caso de acuerdo con el teorema de Van Zittert-Zernike (4.45), la transformada inversa de Fourier  $\mathcal{F}_{(\rho_\Delta)}^{-1}$  aplicada sobre las mediciones hipotéticamente completas  $R_s(\rho_\Delta)$  produce la SSP  $b(\theta)$  deseada [5]. En la práctica, siempre se está limitado a aperturas finitas de observación,  $A\{\rho_\Delta\} \subset \mathbb{R}^2$  por lo tanto errores sistemáticos inevitables siempre existirán en la SSP  $\hat{b}(\theta)$  reconstruida.

La segunda fuente de error (llamado error de fluctuación o error de ruido [5]) en el procedimiento FTSF (4.45) es debido al ruido inevitable en las observaciones. Esto resulta en una función de correlación espacial de datos *con* ruido

$$R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta) = R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta) + R_n(\boldsymbol{\rho}_\Delta) \quad (4.48)$$

en lugar de la función de correlación espacial de datos de pura señal  $R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta)$  donde

$$R_n(\boldsymbol{\rho}_\Delta) = R_n(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = K_n(0; \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \langle n(t, \boldsymbol{\rho})n^*(t, \boldsymbol{\rho}') \rangle \quad (4.49)$$

representa la función de correlación del ruido que contamina las observaciones.

Entonces, la aproximación FTFSF técnicamente realizable para la formación de imagen del SSP reconstruido a partir de las mediciones disponibles  $\Pi_{A(\boldsymbol{\rho}_\Delta)} R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta)$  de la función de visibilidad ruidosa  $R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta)$  puede ser formalizada ahora como

$$\hat{b}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{F}_{(\boldsymbol{\rho}_\Delta)}^{-1} \{ \Pi_{A(\boldsymbol{\rho}_\Delta)} R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{A(\boldsymbol{\rho}_\Delta)} R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta) \exp\{i2\pi[\boldsymbol{\rho}_\Delta, \boldsymbol{\theta}]\} d\boldsymbol{\rho}_\Delta ; \{ \boldsymbol{\rho}_\Delta \} \in \frac{P}{\lambda_0} ; \boldsymbol{\theta} \in \Theta \quad (4.50)$$

Cabe hacer mención que el problema a la mano es la localización de un *tag* por medio del análisis de la imagen de la escena reconstruida, la SSP  $\hat{b}(\mathbf{r})$ . Recurriendo ahora la correspondencia geométrica uno a uno entre los vectores  $\mathbf{r} \in V$  and  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{xy} = (\theta_x, \theta_y)^T \in \Theta$  dado por (2.9) se puede formular ahora la aproximación FTFSF a la localización de *tags* como sigue.

### ***Aproximación FTFSF para Localización de Tags***

Formar la imagen del *tag*  $\hat{b}(\mathbf{r})$  como función de las coordenadas espaciales de la escena  $\mathbf{r} \in V$  en el dominio  $V = R$  aplicando el método FTFSF, es decir.

$$\hat{b}(\mathbf{r}) = \mathcal{F}_{(\boldsymbol{\rho}_\Delta)}^{-1} \{ \Pi_{A(\boldsymbol{\rho}_\Delta)} R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{A(\boldsymbol{\rho}_\Delta)} R_u(\boldsymbol{\rho}_\Delta) \exp\{i2\pi[\boldsymbol{\rho}_\Delta, \boldsymbol{\theta}]\} d\boldsymbol{\rho}_\Delta ; \{ \boldsymbol{\rho}_\Delta \} \in \frac{P}{\lambda_0} ; \boldsymbol{\theta} \in \Theta ; \mathbf{r} \in V \quad (4.51)$$

en donde la imagen está formada como un estimado FTFSF de la distribución SSP sobre la escena, y localizar el *tag* al encontrar la coordenada del máximo de la imagen en el plano

$\hat{\mathbf{v}} \Leftarrow$  coordenada del máximo de la imagen del *tag* (4.51) en la escena  $\mathbf{r} \in V$ , es decir

$$\hat{\mathbf{v}} = \operatorname{argmax} \{ \hat{b}(\mathbf{r}) \}. \quad (4.52)$$

## 4.6 Resumen del Capítulo IV

En este capítulo se revisaron los principios básicos de la estimación robusta de parámetros, en particular, el método robusto de Máxima Verosimilitud (ML), es decir, el estimador de parámetros robusto ML contra las incertidumbres que presenta el modelo operacional del escenario. Se derivó la estrategia robusta ML, la cual es invariante a parámetros inciertos en el modelo. Para el problema en particular de localización de *tags*, se presentó la estructura algorítmica del estimador general de parámetros ML robusto así como su estructura computacional. Finalmente se presenta una generalización útil de la técnica del filtro acoplado espacial (*Matched Spatial Filter* MSF) basado en ML hacia el algoritmo de filtrado espacial basado en la Transformada de Fourier (FTSF) para la localización de *tags* en un range gate fijo, pero que el análisis es el mismo para otros *range gates*.

En conclusión, el algoritmo formador de imagen MSF realiza una estimación robusta de la distribución SSP de una escena que resulta en una imagen *borrosa* del *tag*  $\{\hat{b}(\mathbf{r}_i); i = 1, \dots, I\}$  formada en las  $I$  direcciones de búsqueda  $\{\mathbf{r}_i; i = 1, \dots, I\}$ . Por otro lado, el análisis del procedimiento generalizado de Fourier revela que la abertura de observación constituye un grado de libertad en el algoritmo de formación de imagen 4.50. Entonces, con alguna selección apropiada o *diseño* de dicho grado de libertad, se puede aproximar a una calidad deseable mejorada de la imagen reconstruida  $\hat{b}(\mathbf{r}); \mathbf{r} \in V$ , constituyendo una mejora en el desempeño del algoritmo FTSF.

# CAPÍTULO V

## Implementación Algorítmica de los Métodos Formadores de Imagen FTSF y MSF Robusto

En este capítulo se describe la implementación algorítmica de los métodos FTSF y MSF con tres diferentes configuraciones (geometrías) de radares multi-sensores de formación de imágenes (*multi-sensor imaging radar*, MIR). Se examina la geometría particular preferible del arreglo de antena (AA), la geometría de forma Y denominada Radiómetro de Apertura Sintética *Adelgazado* (*Synthetic Thinned Aperture Radiometer*, STAR) [15], [16]; así como de los arreglos de cruz y circular. Se presenta la estructura algorítmica de la técnica FTSF para el procesamiento de datos de estas geometrías, así como análisis comparativos entre los algoritmos MSF y FTSF.

### 5.1 Panorama General de los AA

En esta sección, se hace una breve introducción a la técnica de formación de imágenes propuesto recientemente por A. B Tanner *et al.* [15], [16], que de hecho, implementa una versión del método mencionado y desarrollado en el capítulo anterior: la técnica FTSF de formación de imágenes, pero para la geometría específica MIR-Y denominada GeoSTAR (*Geostationary STAR*) (ver [15], [16] para detalles).

GeoSTAR es un concepto para proveer formación de imágenes ó sondeo pasivos con alta resolución espacial de escenas en las bandas de microondas. Las imágenes 2-D son sintetizadas por la transformada de Fourier de los datos colectados por interferómetros de correlación en un MIR con arreglo Y.

El arreglo consiste de  $M = 24$  sensores configurados en dicha forma Y, con ocho elementos en cada brazo. Tal geometría es estructuralmente similar para cualquier espaciado entre elementos admisible (espaciado normalizado en  $\lambda_0$ , es decir, la distancia entre cada sensor o elemento es por ejemplo  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ). Las otras dos configuraciones (cruz-X y circular-O) también están constituidas por 24 elementos cada una; en el caso del arreglo cruz, son 6 elementos por brazo espaciados uniformemente y el arreglo circular con sus 24 elementos en una determinada circunferencia.

En la figura 5.1, se presenta la geometría para el MIR – Y con un espaciado entre elementos de  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , (igual a la mitad de la longitud de onda de la frecuencia de operación ). En la figura 5.2 se muestra la correspondiente ilustración para el MIR – X, y con el mismo protocolo, en la figura 5.3 para el MIR – O. En las figuras,  $u$  y  $v$  especifican el formato de representación normalizado de coordenadas (también llamado dominio de *visibilidad*)  $u = x / \lambda_0$ , y  $v = y / \lambda_0$ , esto se explicará a detalle a continuación.

Las antenas comparten el mismo campo de vista (*field of view*, FOV) y a todas las señales IF de todos los receptores se les aplica una correlación cruzada en un subsistema digital. Entonces, cada par correlacionado de la antena forma un interferómetro que mide un valor particular  $\Pi_{A\{\rho_\Delta\}} \hat{R}_u(\rho_\Delta)$  de la función de correlación espacial de datos que corresponde a una armónica del *brillo* de la escena en el FOV. Cuando esto se expresa como función del espaciamiento de la antena (o *baselines*)  $\{\rho_\Delta\} \in P/\lambda_0$  con dimensiones “ $u$ ” y “ $v$ ” (por convención astronómica [16]), es decir

$$u = \rho_{\Delta x} \quad v = \rho_{\Delta y} \quad ; \quad \rho_\Delta = (\rho_{\Delta x}, \rho_{\Delta y})^T = (u, v)^T \quad (5.1)$$

en el plano  $(x, y)$  de observación, las mediciones de la correlación cruzada compleja

$$R_u(u, v) = R_u(\rho_\Delta) = R_s(u, v) + R_n(u, v); \quad \{\rho_\Delta\} \in \frac{P}{\lambda_0} \quad (5.2)$$

dan origen a la denominada función de *visibilidad*.

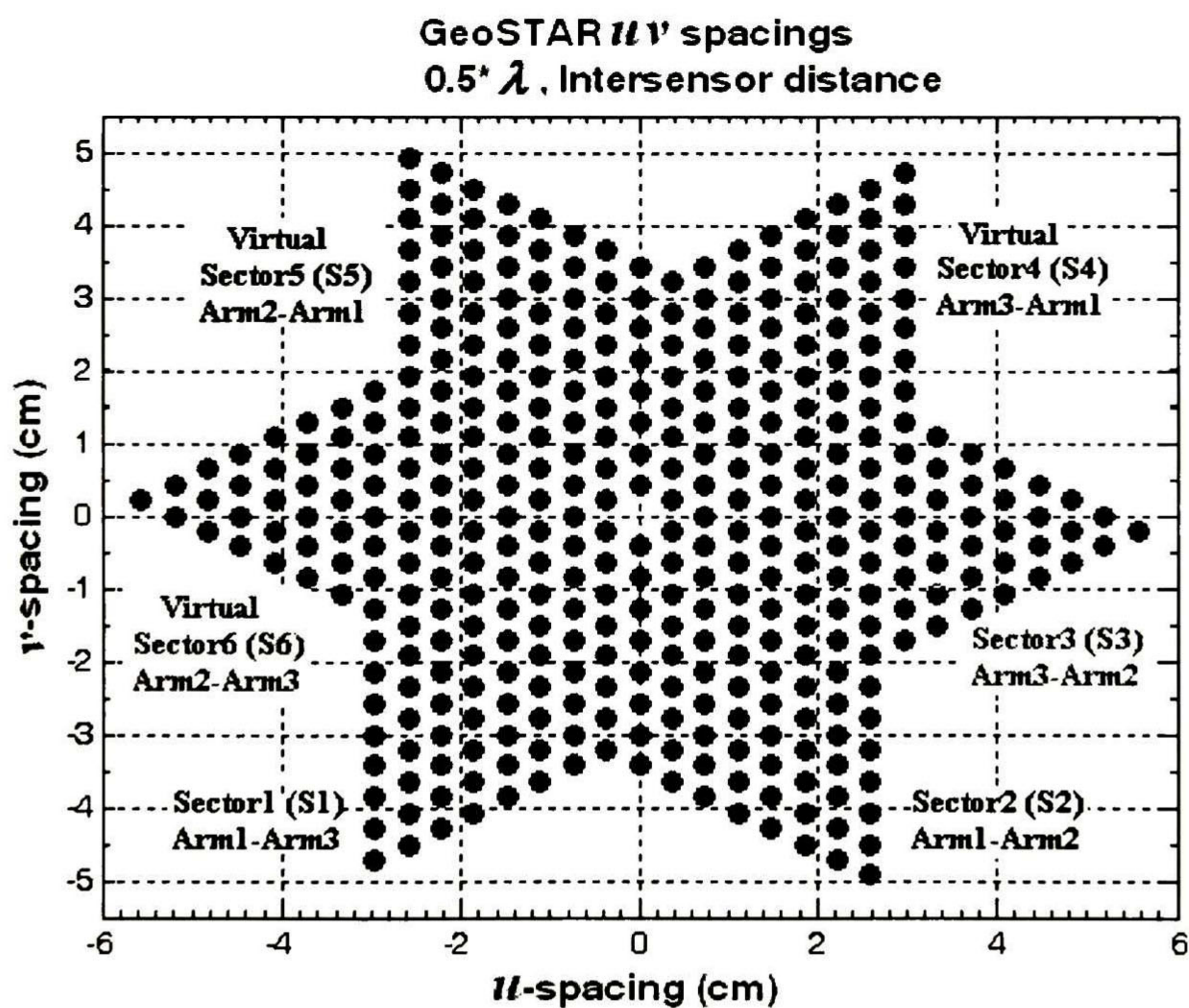
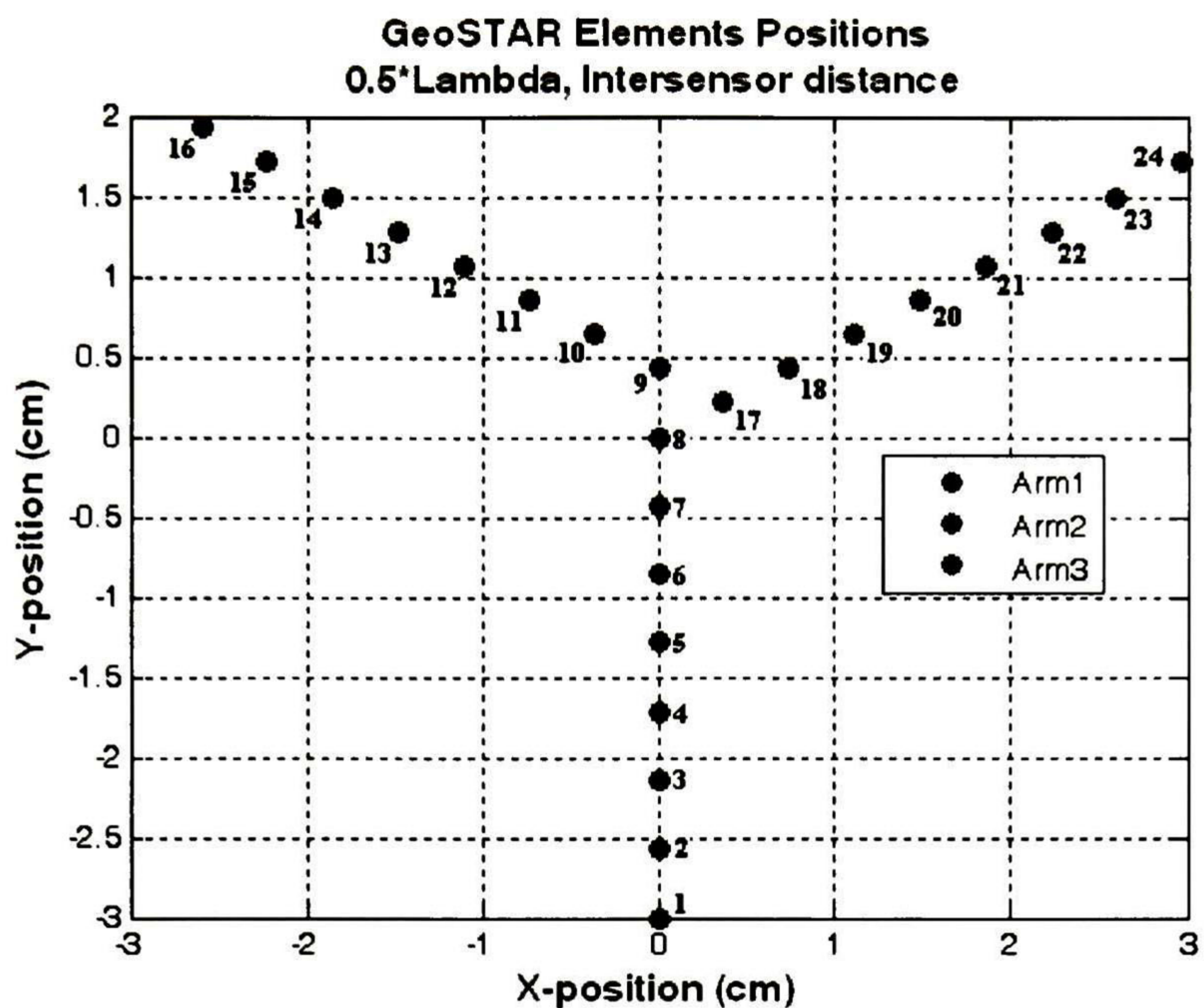


Figura 5.1 (a) *Layout* del AA en forma-Y con un espaciado entre elementos de  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,

(b) Muestras  $u v$  correspondientes

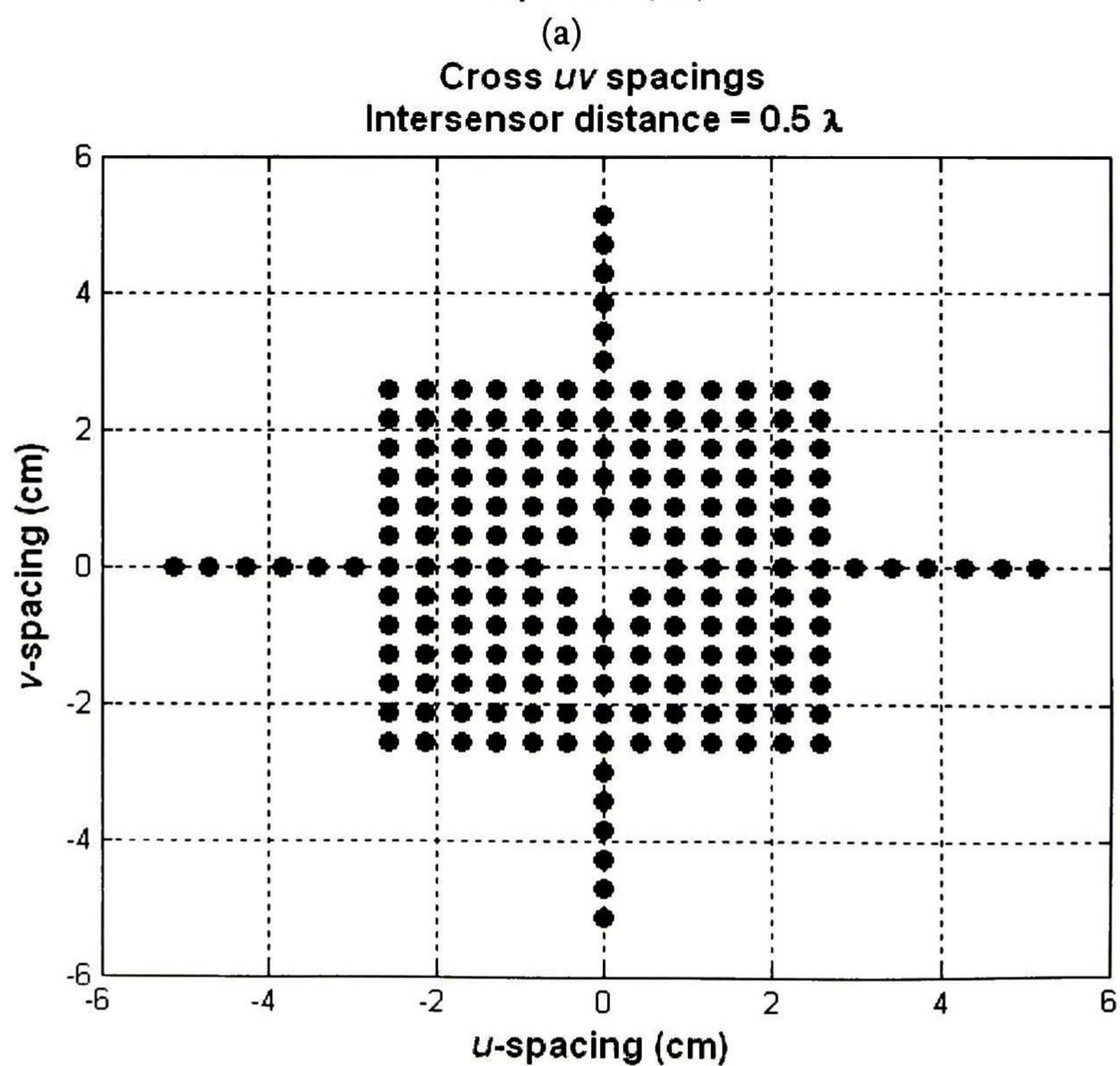
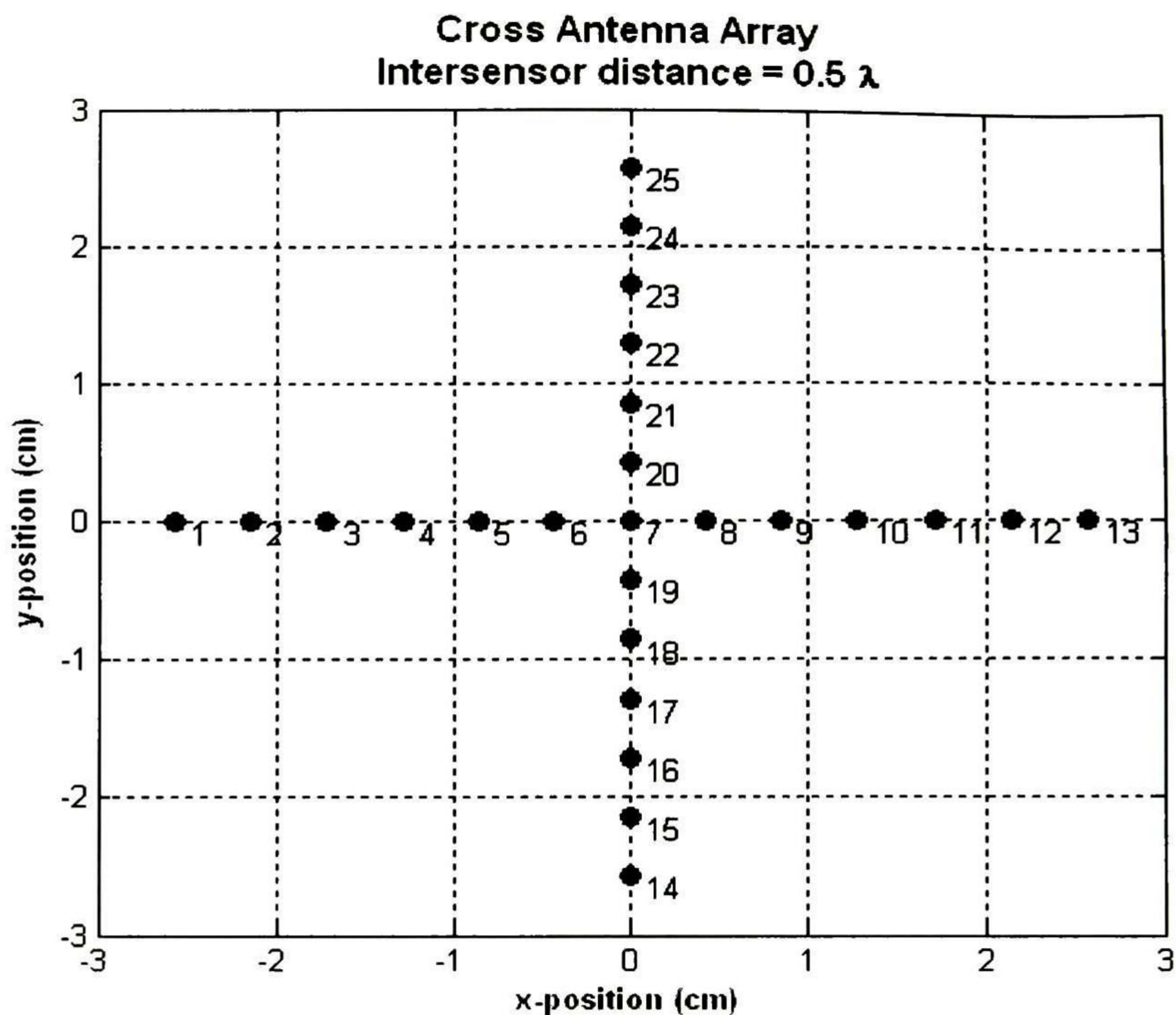
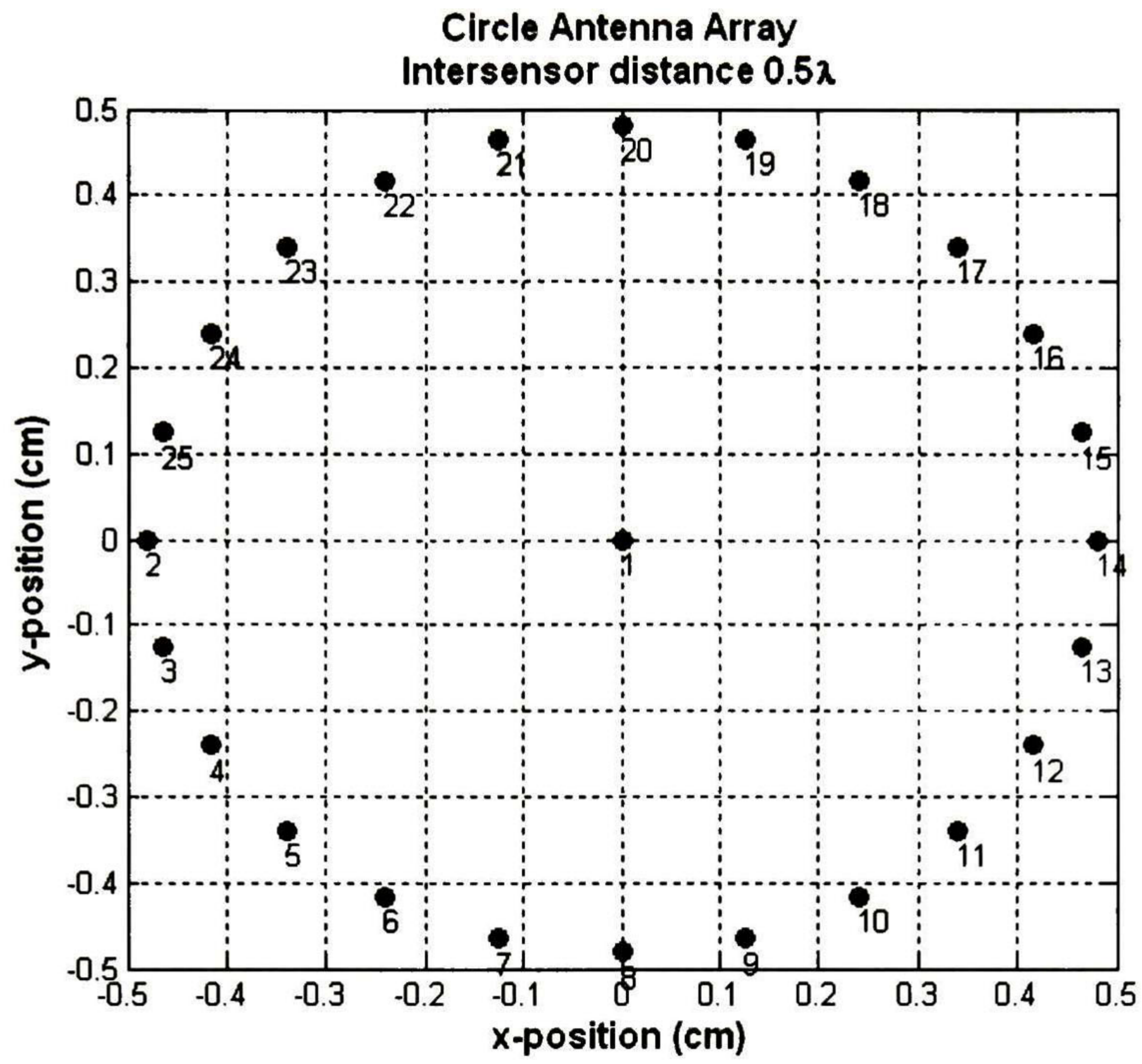
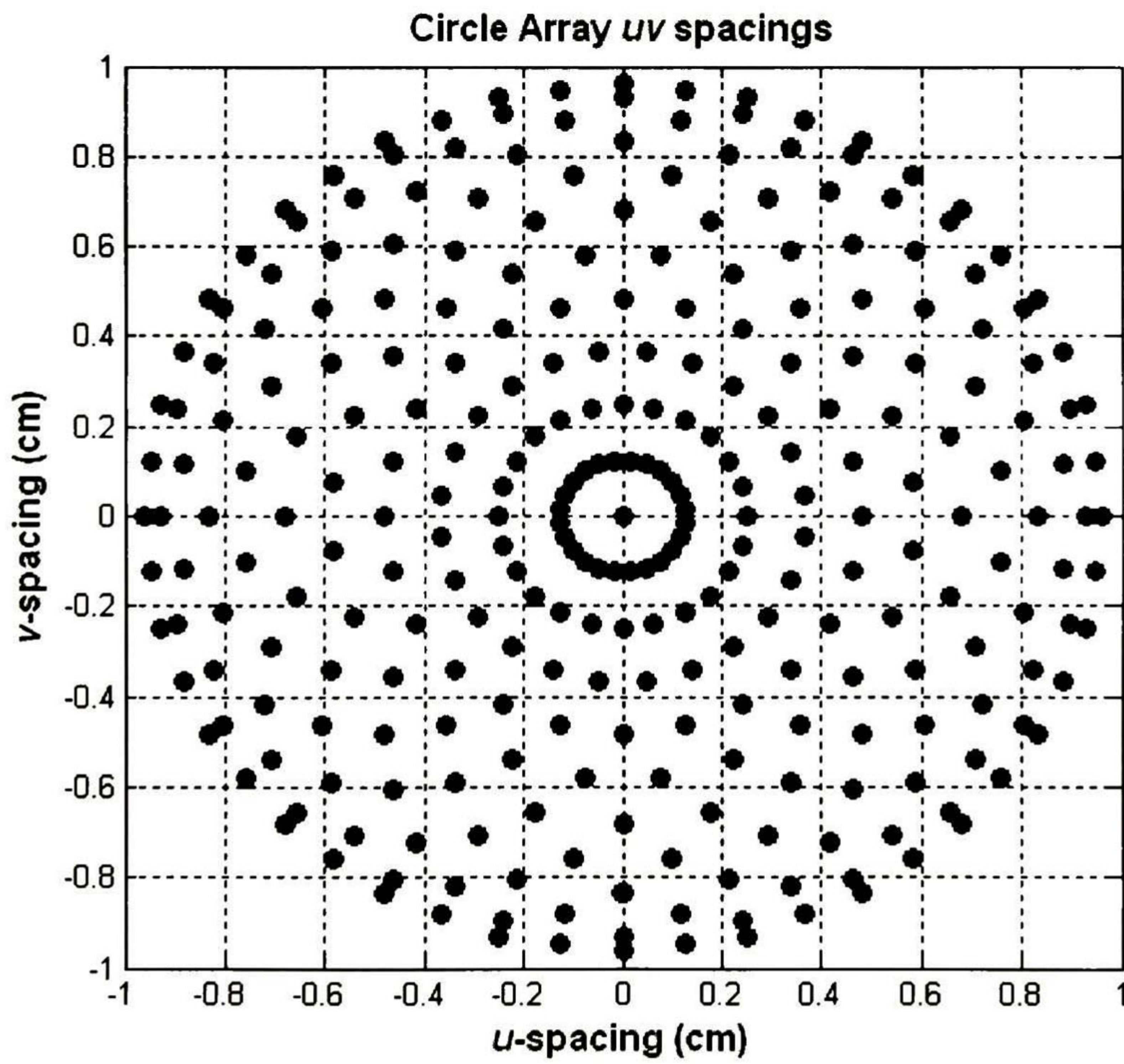


Figura 5.2 (a) *Layout* del AA en forma-X con un espaciado entre elementos de  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  
(b) Muestras  $u v$  correspondientes





(a)



(b)

Figura 5.3 (a) *Layout* del AA en forma-O con un espaciado entre elementos de  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  
(b) Muestras  $u v$  correspondientes

El arreglo de forma-Y propuesto en [15], [16] provee las muestras de medición de visibilidad  $R_u(u, v)$  usando un *número mínimo* de antenas y con una geometría fija (en un arreglo denominado *estrecho*). Como se ilustra en las figuras 5.1, 5.2 y 5.3, los espaciamentos entre los varios pares de antena llevan a una malla de muestras de visibilidad en el plano  $(u, v)$ . Dichas mallas son uniformes, como se puede observar, en el caso de la configuración de antena Y, se tiene una malla hexagonal uniforme de visibilidad. En el mismo caso, hay 8 elementos en cada brazo de la antena, y esto resulta en 64 espaciamentos únicos entre el brazo 1 y el brazo 2. Otras 64 muestras pero conjugadas y simétricas resultan de sustraer el brazo 2 del brazo 1. En total, los 24 elementos del sistema producen  $6 \times 64 = 384$  muestras  $(u, v)$  para procesar en el algoritmo de reconstrucción de imagen FTSF. De la misma forma, se tienen para el arreglo-X  $(36 \times 4) + (11 \times 4) = 188$  muestras  $(u, v)$  y 288 muestras  $(u, v)$  para el arreglo-O. Cabe hacer mención, que todas las muestras  $(u, v)$  son formadas por elementos de brazos diferentes, y no por elementos de un mismo brazo. De acuerdo con los autores [15], [16], este esquema simplifica el diseño mecánico y eléctrico. En los experimentos de simulación se examinará que dichas correlaciones empleadas en el algoritmo FTSF producen una PSF de forma más fina que el modo completo de correlación empleado en el método MSF.

## 5.2 Algoritmo FTSF para el Procesamiento de Datos MIR

De acuerdo al teorema de Van Zittert-Zernike (4.45), y tomando en cuenta las consideraciones tomadas en la sección 4.5 en cuanto al *range gate*, en el caso de observaciones libres de ruido ( $R_u(u, v) = R_s(u, v)$ ;  $R_n(u, v) = 0$ ), el componente de la señal de la función de visibilidad es la transformada 2-D de Fourier de la distribución de *brillo* (o SSP)  $b(\theta)$  sobre el espacio de observación angular  $\theta \in \Theta$ . En las notaciones convencionales de [15], [16], el argumento angular  $\theta$  es representado por sus proyecciones  $x$ - $y$ , es decir, los cosenos direccionales definidos por (2.11) que se reescriben aquí por conveniencia como:

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{xy} = (\theta_x, \theta_y)^T \quad \text{con} \quad \theta_x = \cos(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}^\circ) \quad \text{y} \quad \theta_y = \cos(\boldsymbol{\theta}, \hat{\mathbf{y}}^\circ). \quad (5.3)$$

Ahora, en coordenadas  $(u, v)$  y  $(\theta_x, \theta_y)$ , el teorema (4.44) puede ser reescrito como se muestra a continuación:

***Teorema de Van Zittert-Zernike en coordenadas  $(u, v)$  y  $(\theta_x, \theta_y)$ :***

La función de visibilidad libre de ruido  $R_s(u, v)$  es la transformada 2-D de Fourier

$$R_s(u, v) = \mathcal{F}_{(u,v)}\{b(\theta_x, \theta_y)\} = \int_{\Theta} b(\theta_x, \theta_y) \exp\{i2\pi(u\theta_x + v\theta_y)\} d\theta_x d\theta_y \quad (5.4)$$

de la distribución SSP (o *brillo*)  $b(\theta_x, \theta_y)$  sobre el espacio de observación angular 2-D  $(\theta_x, \theta_y) \in \Theta$ , donde los argumentos de la función de visibilidad  $(u, v)$  representan las proyecciones  $x$ - $y$  del vector *baseline* normalizado en el dominio visible  $(u, v) \in \frac{P}{\lambda_0}$ .

Con suficiente muestreo sobre un rango de espacios  $(u, v) \in P/\lambda_0$  se propone reconstruir, o sintetizar, una imagen 2-D  $\hat{b}(\theta_x, \theta_y)$  aplicando la transformada inversa de Fourier de las mediciones hechas a partir de la función de visibilidad.

Como fue analizado en el capítulo anterior, dicha aproximación FTSF puede proveer una reconstrucción *potencial* debido a los errores inevitables sistemáticos y de fluctuación en los datos medidos (ver subtema 4.5 para detalles). En las coordenadas  $(u, v)$  y  $(\theta_x, \theta_y)$ , el algoritmo de reconstrucción FTSF puede ser reescrito ahora como a continuación.

**Aproximación para reconstrucción basada en FTSF en coordenadas  $(u, v)$  y  $(\theta_x, \theta_y)$ :**

Al medir la función de visibilidad ruidosa observada  $R_u(u, v)$  sobre un rango de espacios normalizados  $(u, v) \in P/\lambda_0$  uno puede reconstruir potencialmente, o "sintetizar", una imagen 2-D  $\hat{b}(\theta_x, \theta_y)$  al aplicar el FTSF 2-D

$$\begin{aligned} \hat{b}(\theta_x, \theta_y) &= \mathcal{F}_{(u,v)}^{-1} \{ \Pi_{A\{u,v\}} R_u(u, v) \} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{A\{u,v\}} R_u(u, v) \exp\{-i2\pi(u\theta_x + v\theta_y)\} du dv; \quad (u, v) \in \frac{P}{\lambda_0}; \quad (\theta_x, \theta_y) \in \Theta \end{aligned} \tag{5.5}$$

de las mediciones colectadas

$$\Pi_{A\{u,v\}} R_u(u, v) \tag{5.6}$$

de la función de correlación espacial  $R_u(u, v)$  en el dominio de visibilidad donde el proyector  $\Pi_{A\{u,v\}}$  determina la apertura  $A\{u, v\}$  sobre la cual realmente se hace la medición (5.6). Dicho proyector  $\Pi_{A\{u,v\}}$  es especificado por el sistema de registro empleado, es decir, por la configuración (geometría) del AA.

Cabe mencionar que la manera en que las mediciones de la función de visibilidad son colectadas constituye un grado de libertad de dicha aproximación FTSE.

Ahora, se hace un análisis del número de muestras de medición de visibilidad para el caso de la geometría de forma-Y, pero que aplica de la misma forma para las otras dos geometrías. Se ha dicho que dichas mediciones de visibilidad colectadas están compuestas por  $6 \times 64 = 384$  muestras  $(u, v)$ ; pero es importante señalar que solo la mitad, es decir  $3 \times 64 = 192$  muestras  $(u, v)$  corresponden a *baselines* únicos. Estas mediciones de correlación

$$\tilde{Y}(m, m') = \hat{R}_u(u \{m - m'\}, v \{m - m'\}) = \hat{R}_u(m, m') = \underset{i}{Aver} \{ u_m(t) u_{m'}^*(t) \} \quad (5.7)$$

corresponden a  $(3 \times 64) = 192$  *baselines*  $\{m - m'\}$  únicos entre los brazos A1 – A2, A1 – A3 y A2 – A3 y que son colectadas en los sectores S1, S2 y S3, respectivamente, como se muestra en la figura 5.1(b).

La segunda mitad de las muestras  $(u, v)$  de medición está compuesta de 192 copias simétricas conjugadas del set original (5.7), es decir

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(m', m) &= \hat{R}_u(u \{m' - m\}, v \{m' - m\}) = \hat{R}_u(m', m) \\ &= \underset{i}{Aver} \{ u_{m'}(t) u_m^*(t) \} = \hat{R}_u^*(m, m') \end{aligned} \quad (5.8)$$

que corresponden a 192 *baselines* virtuales simétricos  $\{m' - m\}$ . Estas son colectadas en los sectores S4, S5 y S6. El set completo de mediciones de visibilidad, es decir, (5.7) y (5.8), son agrupadas en 6 sectores (S1, ..., S6) y constituyen el dato

$$\{ \hat{R}_u(m, m') \}_{S1}; \{ \hat{R}_u(m, m') \}_{S2}; \dots, \{ \hat{R}_u(m, m') \}_{S6} \quad (5.9)$$

disponible para procesamiento numérico posterior. Por último, esta agrupación de visibilidad (5.9) es transformada a la imagen  $\hat{b}(\theta_x, \theta_y)$  usando el algoritmo FTSE (5.5). Es importante señalar que se considera que el patrón de cada elemento de la antena es idéntico y caracterizado por un solo modelo  $g_m(\theta) = g(\theta) \forall m = 1, \dots, M$ .

La configuración específica en Y del arreglo GeoSTAR está motivada por la necesidad de medir un conjunto completo de muestras de visibilidad con un número mínimo de antenas. El arreglo en Y es uno de los mejores en términos de uso eficiente de antenas y en términos de simplicidad de la estructura [15], [16]. En el capítulo siguiente se muestran los principales resultados del MIR-Y en comparación con el MIR-X y el MIR-O.

En la siguiente figura se muestra un diagrama que resume la implementación del sistema propuesto. Se puede observar que por cada sensor hay un hardware HW asociado del cual se obtienen las señales en el formato descrito en el capítulo 4 subtema 3, estas señales son las que son procesadas posteriormente en  $\mathcal{W}_{\text{opt}}$  definido por (5.5). Cabe señalar que en la figura se usa la forma Y del MIR, pero que de igual forma aplica para el MIR-O y el MIR-X, ya que emplean el mismo número de sensores.

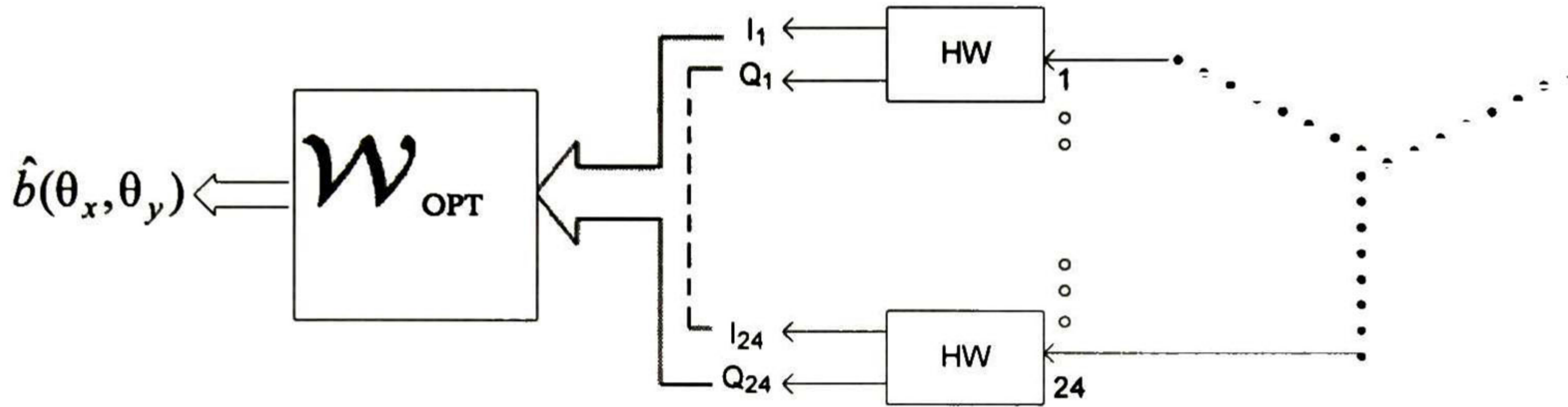


Figura 5.4 Esquema de implementación del sistema empleado

### 5.3 Relación entre los algoritmos MSF y FTSF

En esta sección, se establece una relación entre el algoritmo robusto de formación de imagen MSF (4.34) y el algoritmo formador de imagen FTSF-MIR (5.5). Como primer paso, se forma una matriz de correlación espacial  $\tilde{\mathbf{Y}}$  cuya estructura es similar a la matriz de correlación (4.11) y que puede ser compuesta por todas las mediciones de visibilidad agrupadas (5.9).

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \underset{m, m'}{\text{matrix}} \{ \{ \hat{R}_u(m, m') \} \text{ para todos } \textit{baselines} \text{ MIR} \{ m - m' \}, \{ m' - m \} \}. \quad (5.10)$$

donde  $m, m' = 1, \dots, M$ . Y como ya se expuso, los elementos de la matriz  $\tilde{\mathbf{Y}}$  están compuestos por dos conjuntos conjugados:

$$\{ \tilde{\mathbf{Y}} \}_{m, m'} = \tilde{Y}(m, m') = \underset{t}{\text{Aver}} \{ u_m(t) u_{m'}^*(t) \} \quad (5.11)$$

para  $(3 \times 64) = 192$  *baselines* únicos  $\{ m - m' \}$  entre brazos A1–A2 A1–A3 y A2–A3; y

$$\{ \tilde{\mathbf{Y}} \}_{m', m} = \tilde{Y}(m', m) = \underset{t}{\text{Aver}} \{ u_{m'}(t) u_m^*(t) \} = \tilde{Y}^*(m, m') \quad (5.12)$$

para 192 *baselines* simétricos (virtuales)  $\{ m' - m \}$  entre brazos A2–A1, A3–A1 y A3–A2.

En este punto es conveniente señalar una diferencia entre las dos técnicas formadoras de imagen consideradas:

- El algoritmo MSF incluye en el procesamiento las 576 ( $24 \times 24 = 576$ ) correlaciones espaciales (matriz de correlación completa  $Y$  dada por (4.11)).
- El algoritmo FTSF procesa 384 muestras de medición de visibilidad (para el caso del MIR-Y), 188 para el MIR-X y 289 para el MIR-O (matriz de visibilidad  $\tilde{Y}$  dada por (5.10))

Para completar el análisis, hay que demostrar cómo es que el algoritmo MSF puede ser “transformado” en el algoritmo FTSF-MIR al excluir  $(576 - 384) = 192$  correlaciones espaciales en (4.34). Hay que recordar que en el análisis, se considera que el patrón de cada elemento de la antena es idéntico y caracterizado por un solo modelo  $g_m(\theta) = g(\theta) \forall m = 1, \dots, M$  [15]. [16]. Esta simplificación provee el siguiente modelo para el vector *steering* (4.10),

$$\mathbf{s}_v = \mathbf{s}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_1(\mathbf{v}) \\ s_2(\mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_M(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t - \tau) g(\theta) \begin{bmatrix} \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\theta}]) \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\theta}]) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_M, \boldsymbol{\theta}]) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

donde 
$$\tau = \frac{2|\mathbf{v}|}{c}, \quad \boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{p}}{\lambda_0} \in \frac{P}{\lambda_0}, \quad \mathbf{p} \in P, \quad \boldsymbol{\theta} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|};$$

empleado en el *beamforming* descrito por el algoritmo MSF (4.34). Para el argumento angular  $\theta \in \Theta$  considerado aquí y el vector *steering* (5.13), el algoritmo MSF (4.34) se convierte en

$$\begin{aligned} \hat{b}_{MSF}(\boldsymbol{\theta}) &= \mathbf{s}_\theta^+ \mathbf{Y} \mathbf{s}_\theta = |g(\boldsymbol{\theta})|^2 \sum_{m,m'=1}^{M,M} s_m^*(\boldsymbol{\theta}) Y_{mm'} s_{m'}(\boldsymbol{\theta}) = \\ &= |g(\boldsymbol{\theta})|^2 \sum_{m,m'=1}^{M,M} Y_{mm'} \exp\{-i2\pi[(\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_{m'}), \boldsymbol{\theta}]\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

donde  $\{Y_{mm'}\}$  conforma un conjunto de todos los 576 elementos de la matriz completa  $Y$  de correlación espacial de datos medida.

Este algoritmo MSF (5.14) es exactamente la transformada de Fourier de la matriz *completa* de correlación de datos  $Y$  compuesta de las 576 correlaciones colectadas  $\{Y_{mm'}\}$  entre todos los posibles sensores  $\{m, m' = 1, \dots, M = 24\}$ .

Luego entonces, cancelando  $(576 - 384) = 192$  elementos en la matriz completa de correlación  $Y$  que corresponden a las correlaciones entre brazos A1–A1, A2–A2 y A3–A3 (con los pares complejos conjugados correspondientes) que no son colectados por el sistema GeoSTAR, el algoritmo (5.14) se transforma en

$$\hat{b}_{FTSF}(\boldsymbol{\theta}) = |g(\boldsymbol{\theta})|^2 \sum_{m,m'=1}^{M,M} \tilde{Y}_{mm'} \exp\{-i2\pi[(\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_{m'}), \boldsymbol{\theta}]\}, \quad (5.15)$$

que es exactamente el algoritmo FTSF del subtema anterior para los elementos idénticos de arreglo, precisamente caracterizados por un solo modelo de su patrón de recepción  $g_m(\theta) = g(\theta) \forall m = 1, \dots, M$  como es requerido para el sistema GeoSTAR [15], [16].

## 5.4 Realización del Experimento de Simulación

En esta sección, se explicará un experimento de simulación que se usó para probar la calidad *potencial* de las imágenes que pueden ser formadas empleando el algoritmo robusto MSF (5.14), y el método alternativo FTSF (5.15). El experimento consiste en formar la imagen de un solo *tag* localizado en el origen del sistema de coordenadas Cartesianas  $x$ - $y$  en el plano de escena (es decir,  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ :  $x = 0, y = 0, z = h_A$ ) como se ilustra en la figura 5.5

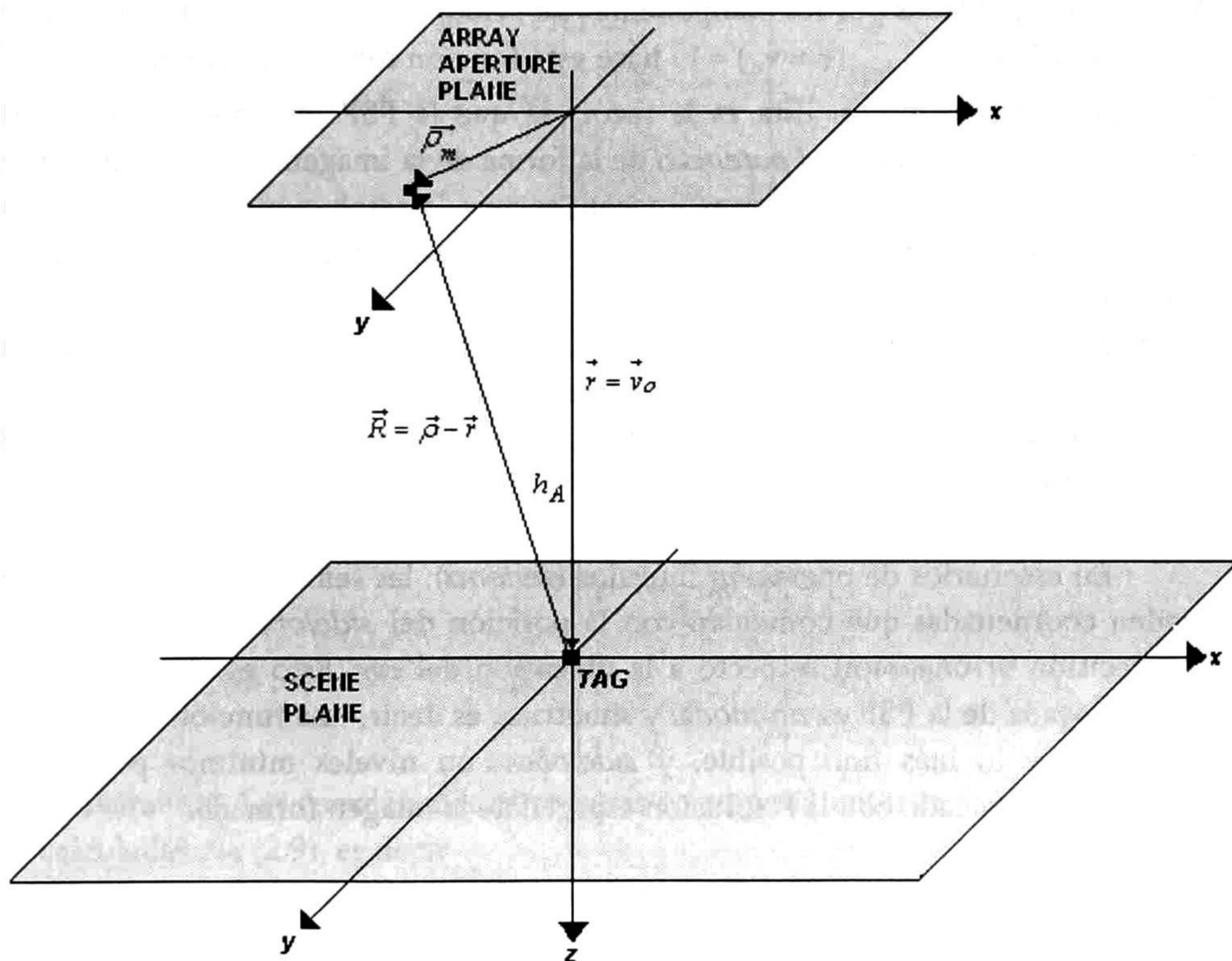


Figura 5.5 Geometría del experimento de simulación para modelar la PSF del sistema

La imagen potencialmente/asintóticamente mejor  $\hat{b}(\mathbf{r} : \mathbf{v} = \mathbf{v}_0)$  de un *target* de tipo puntiagudo (el *tag*) localizado en el origen del sistema de coordenadas de la escena ( $\mathbf{v}_0$ :  $x = 0, y = 0, z = h_A$ ), es referida como la función de ambigüedad de

potencia (*power ambiguity function*, PAF), término tomado de las aplicaciones de radares formadores de imagen [6], [7], o función de dispersión de punto (*point spread function*, PSF), término tomado de la ciencia de formación de imágenes [5], [9], ambos términos representados por la misma forma como

$$\Psi_{(metodo)}^2(\mathbf{r}) = C_{\Psi} \hat{b}_{(metodo)}(\mathbf{r} : \mathbf{v} = \mathbf{v}_0) \quad (5.16)$$

con el factor de normalización

$$C_{\Psi} = \frac{1}{\max\{\hat{b}_{(metodo)}(\mathbf{r} : \mathbf{v} = \mathbf{v}_0)\}} \quad (5.17)$$

Cabe señalar que la *asintóticamente mejor* imagen está asociada con la producida por el caso hipotético de una matriz de correlación  $\mathbf{R}_s$  completa o dispersa  $\tilde{\mathbf{R}}_s$  empleada en los algoritmos particularmente probados para la formación de la imagen, no por la matriz de correlación de los datos medidos  $\mathbf{Y}$  o la matriz dispersa  $\tilde{\mathbf{Y}}$ , ambas degradadas por los componentes de ruido. También, la escala de amplitud (5.17) de la PSF ( $\Psi_{(method)}^2(\mathbf{r} = \mathbf{v}_0) = 1$ ) hace esta función representativa de la forma de la imagen de tipo punto. Esta es la razón de que la PSF sea conocida como una medida común de la *calidad potencial* de la forma de la imagen. Mientras más ancha sea la PSF a un nivel fijo de alguna imagen, es peor la resolución espacial que puede proveer el sistema/método empleado. La caracterización estándar de la celda de resolución está asociada con la sección transversal de la PSF a un nivel de -3 dB, es decir, a la mitad del máximo de la PSF. Es importante resaltar que diferentes geometrías del arreglo y que diferentes métodos empleados para la formación de la imagen afectan a los lóbulos secundarios (*sidelobes*) de la PSF resultante, grandes *sidelobes* degradan la forma de tipo punto de la imagen.

En escenarios de operación internos (*indoors*), las señales reflejadas/dispersas pueden coordenadas que coincidan con la posición del *sidelobe*, lo cual resulta en una decisión errónea con respecto a la ubicación del *tag*. Esto es el por qué de la forma deseada de la PSF es *unimodal* y simétrica, es decir, una función con un *beam* dominante y lo más fino posible, y *sidelobes* con niveles mínimos posibles. Lo anterior está asociado con la resolución espacial de la imagen formada.

Para distinguir entre diferentes geometrías empleadas y diferentes algoritmos de formación de imagen (MSF o FTSF), se especifica la PSF con el subíndice *método* en (5.16).

Continuando con el experimento, primero definimos la matriz de correlación de la señal  $\mathbf{R}_s$  que corresponde a la señal del *tag* en el origen del sistema de coordenadas de la escena ( $\mathbf{v}_0: x = 0, y = 0, z = h_A$ ). Usando la definición del modelo dado en (2.54), se calcula directamente dicha matriz de correlación  $\mathbf{R}_s$  la cual es una



matriz unitaria (problema mal condicionado, *ill-posed* [6]) con la siguiente estructura

$$\mathbf{R}_s = P_0 \mathbf{s}_{v_0} \mathbf{s}_{v_0}^+ = P_0 \mathbf{1}_{(M \times M)} \quad (5.18)$$

donde  $P_0 = b_{v_0}$  representa la potencia del *tag* y

$$\mathbf{1}_{(M \times M)} = \mathbf{s}_{v_0} \mathbf{s}_{v_0}^+ = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

es la matriz unitaria  $M \times M$ .

Usando estas definiciones, primero se compone el algoritmo MSF (5.14) para calcular la FTSF definida por (5.16)

$$\Psi_{MSF(X)}^2(\mathbf{r}) = C_\Psi \mathbf{s}_{(X|d_A)}^+(\mathbf{v}) \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}_{(X|d_A)}(\mathbf{v}), \quad (5.20)$$

$$\Psi_{MSF(O)}^2(\mathbf{r}) = C_\Psi \mathbf{s}_{(O|d_A)}^+(\mathbf{v}) \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}_{(O|d_A)}(\mathbf{v}), \quad (5.21)$$

y

$$\Psi_{MSF(Y)}^2(\mathbf{r}) = C_\Psi \mathbf{s}_{(Y|d_A)}^+(\mathbf{v}) \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}_{(Y|d_A)}(\mathbf{v}), \quad (5.22)$$

respectivamente. Las coordenadas cartesianas correspondientes  $(x, y, z)$  de la escena son calculadas vía (2.9), es decir

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T \text{ con } x = \theta_x \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_x^2 + \theta_y^2)}} \right), \quad y = \theta_y \left( \frac{h}{\sqrt{1 - (\theta_x^2 + \theta_y^2)}} \right), \text{ para una } z = h_A. \quad (5.23)$$

La diferencia entre las PSF (5.20) – (5.22) es la estructura de sus vectores *steering*

$$\mathbf{s}_{(X|d_A)}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_{(X|d_A)1}(\mathbf{v}) \\ s_{(X|d_A)2}(\mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_{(X|d_A)M}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t-\tau) g(\theta) \begin{bmatrix} \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(X|d_A)1}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(X|d_A)2}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(X|d_A)M}, \boldsymbol{\theta}]) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\mathbf{s}_{(O|d_A)}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_{(O|d_A)1}(\mathbf{v}) \\ s_{(O|d_A)2}(\mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_{(O|d_A)M}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t-\tau) g(\theta) \begin{bmatrix} \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(O|d_A)1}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(O|d_A)2}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(O|d_A)M}, \boldsymbol{\theta}]) \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

y

$$\mathbf{s}_{(Y|d_A)}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} s_{(Y|d_A)1}(\mathbf{v}) \\ s_{(Y|d_A)2}(\mathbf{v}) \\ \vdots \\ s_{(Y|d_A)M}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = a(t-\tau) g(\theta) \begin{bmatrix} \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(Y|d_A)1}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(Y|d_A)2}, \boldsymbol{\theta}]) \\ \vdots \\ \exp(i2\pi[\boldsymbol{\rho}_{(Y|d_A)M}, \boldsymbol{\theta}]) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Luego entonces, el método FTSF (5.15) produce la PSF que es calculada por la fórmula similar a (5.22), en la cual la matriz de correlación

$$\tilde{\mathbf{R}}_s = P_0 \tilde{\mathbf{I}}_{(M \times M)} = P_0 \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(8 \times 8)} & \mathbf{1}_{(8 \times 8)} & \mathbf{1}_{(8 \times 8)} \\ \mathbf{1}_{(8 \times 8)} & \mathbf{0}_{(8 \times 8)} & \mathbf{1}_{(8 \times 8)} \\ \mathbf{1}_{(8 \times 8)} & \mathbf{1}_{(8 \times 8)} & \mathbf{0}_{(8 \times 8)} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

debe ser usada en vez de la matriz de correlación completa (5.18).

Este modelo de matriz de correlación (5.27) está compuesto por seis bloques idénticos  $\mathbf{1}_{(8 \times 8)}$  de 8x8 matrices de unos y tres bloques diagonales  $\mathbf{0}_{(8 \times 8)}$  compuestos por ceros. Los tres bloques superiores corresponden a los sectores S1, S2 y S3 de (5.12) y los tres bloques inferiores corresponden a los sectores simétricos (virtuales). Por último los bloques cero de la diagonal corresponden a los *baselines* entre los mismos brazos de la antena que no son incorporados al algoritmo de procesamiento. Luego entonces, el algoritmo FTSF emplea la siguiente fórmula

$$\Psi_{FTSF}^2(\mathbf{r}) = C_\Psi \mathbf{s}_{(Y|d_A)}^+(\mathbf{v}) \tilde{\mathbf{R}}_s \mathbf{s}_{(Y|d_A)}(\mathbf{v}); \quad (5.28)$$

donde el vector *steering* y  $\tilde{\mathbf{R}}_s \mathbf{s}_{(Y|d_A)}(\mathbf{v})$  está definido por (5.24) – (5.26) según la configuración empleada.

## 5.5 Análisis de la Complejidad Computacional

En esta sección se provee un análisis de la complejidad computacional de los algoritmos propuestos MSF y FTSF. Como ya se ha examinado anteriormente, ambos algoritmos reconstruyen la imagen de la escena aplicando la transformada de Fourier espacial 2-D de las mediciones colectadas de las correlaciones espaciales entre los diferentes elementos en el MIR.

Para cualquiera de las tres configuraciones MIR, el método MSF requiere de  $24 \times 24 = 576 + 1$  multiplicaciones complejas y 576 sumas complejas para cada dirección de búsqueda  $(\theta_x, \theta_y) \in \Theta$  asociada con un *beam* en particular  $(\theta_x, \theta_y)$  en el *fan of beams* (etiquetado como  $\Theta$ ).

Nótese que el “+1” en el número de multiplicaciones requeridas aparece debido a la calibración del arreglo prescrita por el factor  $|g(\theta)|^2$  en ambos algoritmos (5.14) y (5.15)

Considérese ahora, por ejemplo, un *fan* muy “denso” de  $256 \times 256$  *beams*  $(\theta_x, \theta_y) \in \Theta$  en el sector angular (FOV) de  $[-60^\circ, +60^\circ]$ , es decir, dos *beams* en el *fan* por cada grado angular,  $1^\circ$ . Entonces, la complejidad computacional del algoritmo MSF y del algoritmo FTSF puede ser estimada como se presenta a continuación.

### *Complejidad Computacional (en número de operaciones requeridas) del algoritmo MSF y el algoritmo FTSF*

- El algoritmo MSF aplicado en modo de transformada de Fourier (5.14) requiere:

$$(576+1) \times 256^2 = 37,814,272 \quad \Leftarrow \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$576 \times 256^2 = 37,748,736 \quad \Leftarrow \text{sumas complejas}$$

para componer la imagen de la escena realizando los  $256 \times 256$  *fan of beams* que cubren el FOV de  $[-60^\circ, +60^\circ]$  sobre ambas direcciones angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$ .

- El algoritmo FTSF (5.15) para el MIR-GeoSTAR requiere:

$$(384+1) \times 256^2 = 25,231,360 \quad \Leftarrow \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$384 \times 256^2 = 25,165,824 \quad \Leftarrow \text{sumas complejas}$$

- El algoritmo FTSF (5.15) para el MIR-X requiere:

$$(188+1) \times 256^2 = 12,386,304 \quad \Leftarrow \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$188 \times 256^2 = 12,320,768 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

- El algoritmo FTFSF (5.15) para el MIR-O requiere:

$$(289+1) \times 256^2 = 19,005,440 \quad \leq \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$289 \times 256^2 = 18,939,904 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

para componer la imagen de la escena realizando los  $256 \times 256$  *fan of beams* que cubren el FOV de  $[-60^\circ, +60^\circ]$  sobre ambas direcciones angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$ .

El análisis anterior establece que si el algoritmo robusto MSF (5.14) se realizara de la misma forma (por transformada de Fourier espacial 2-D) requiere aproximadamente un 33.17% de operaciones de más que el algoritmo formador de imagen FTFSF (5.15). El aspecto crucial aquí es que, para realizar el algoritmo MSF, el modo de transformada de Fourier espacial 2-D no es necesariamente requerido. Un modo mucho menos pesado computacionalmente es realizar en algoritmo MSF en el modo alternativo de *fan beamforming* especificado en (4.31) que se reescribe ahora con los argumentos angulares como sigue.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_v &= \underset{i}{\operatorname{argmax}} \{ \underset{i}{\operatorname{Aver}} \{ |q_i(t)|^2 \} \} \\ &= \underset{i}{\operatorname{argmax}} \{ \underset{i}{\operatorname{Aver}} \{ \{ ([\mathbf{u}_{\operatorname{Re}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Re}}(\theta_i)] + [\mathbf{u}_{\operatorname{Im}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Im}}(\theta_i)])^2 \\ &\quad + ([\mathbf{u}_{\operatorname{Im}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Re}}(\theta_i)] - [\mathbf{u}_{\operatorname{Re}}(t), \mathbf{s}_{\operatorname{Im}}(\theta_i)])^2 \} \} \end{aligned} \quad (5.31)$$

El aspecto crucial es que, el número de operaciones espaciales requeridas para realizar el algoritmo (5.31) es drásticamente menor que en (5.14) y (5.15). La complejidad computacional del *beamforming* MSF (5.31) y el algoritmo (5.15) FTFSF puede ser estimado como sigue.

***Complejidad Computacional (en número de operaciones requeridas) del algoritmo MSF realizado en modo beamforming y el algoritmo FTFSF***

- El algoritmo MSF aplicado en modo *beamforming* (5.31) requiere:

$$(24+1) \times 256^2 = 1,638,400 \quad \leq \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$24 \times 256^2 = 1,572,864 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

para componer la imagen de la escena realizando los  $256 \times 256$  *fan of beams* que cubren el FOV de  $[-60^\circ, +60^\circ]$  sobre ambas direcciones angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$ .

- El algoritmo FTSF (5.15) para el MIR-GeoSTAR requiere:

$$(384+1) \times 256^2 = 25,231,360 \quad \leq \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$384 \times 256^2 = 25,165,824 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

- El algoritmo FTSF (5.15) para el MIR-X requiere:

$$(188+1) \times 256^2 = 12,386,304 \quad \leq \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$188 \times 256^2 = 12,320,768 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

- El algoritmo FTSF (5.15) para el MIR-O requiere:

$$(289+1) \times 256^2 = 19,005,440 \quad \leq \text{multiplicaciones complejas}$$

y

$$289 \times 256^2 = 18,939,904 \quad \leq \text{sumas complejas}$$

para componer la imagen de la escena realizando los  $256 \times 256$  *fan of beams* que cubren el FOV de  $[-60^\circ, +60^\circ]$  sobre ambas direcciones angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$ .

Los resultados de arriba establecen que si se realizara en la forma convencional de *fan beamforming* (es decir, diferente al modo (5.14)), el algoritmo robusto MSF (5.31) requiere aproximadamente 16 veces menos operaciones computacionales que el algoritmo FTSF (5.15). Sin embargo, esto debe ser considerado como un costo que se tiene que pagar por los niveles mayores de los *sidelobes*, es decir, se obtiene mejor desempeño con el método FTSF.

## 5.6 Implementación en el VRSL

Tomando en cuenta los objetivos de la sección 1.3, en el último punto se propone incrementar el *Virtual Remote Sensing Laboratory* VRSL existente para resolver el problema directo en adquisición de imágenes. Este laboratorio es implementado bajo la plataforma GUIDE (*Graphical User Interface Development Environment*) de MATLAB®, haciéndolo un sistema orientado a un usuario final (*end user oriented*). Antes de la aportación de este trabajo, el VRSL se componía de

algoritmos de reconstrucción determinísticos y estadísticos, además de técnicas para mejoramiento de la calidad de una imagen, desarrollados en trabajos de tesis anteriores, pero sin tomar en cuenta el problema directo (adquisición de una imagen), es decir se resolvía el problema inverso (reconstrucción) con imágenes que no son adquiridas por un sistema de RS. Luego entonces, con la aportación de este trabajo, se resuelve el problema directo, para que en trabajo futuro se fusione con el problema inverso.

En la figura 5.6 se presenta la estructura de la interfaz del laboratorio virtual desarrollado. Como se puede apreciar, en el lado derecho del VRSL, hay un panel de control en donde se puede manipular la configuración MIR a elegir, la frecuencia de operación, el rango, la distancia entre los elementos de la antena, el número de *tags* y finalmente el algoritmo a utilizar; en el lado izquierdo hay cuatro campos disponibles para presentar los resultados de simulación.

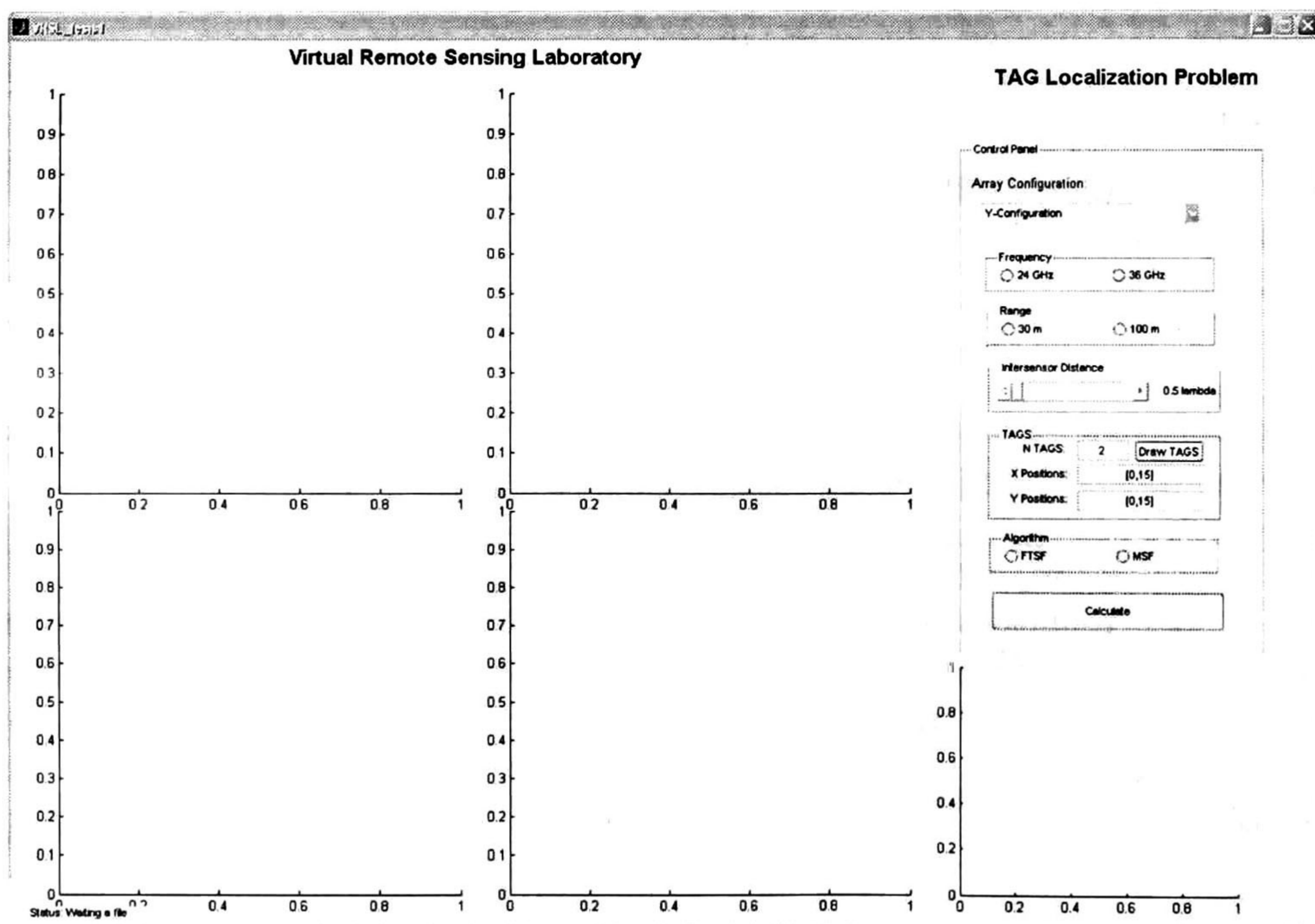


Figura 5.6 Interfaz gráfica del laboratorio virtual desarrollado para la solución del problema directo bajo la plataforma GUIDE de MATLAB® denominado VRSL (*Virtual Remote Sensing Laboratory*).

El usuario final tiene que realizar las siguientes actividades para trabajar en este VRSL, primeramente elegir una de las tres posibles configuraciones MIR que se desarrollaron en este proyecto, esto se ilustra en la figura 5.7. Para el caso de ejemplo que se presenta en esta sección, se trabaja con la configuración MIR-Y.

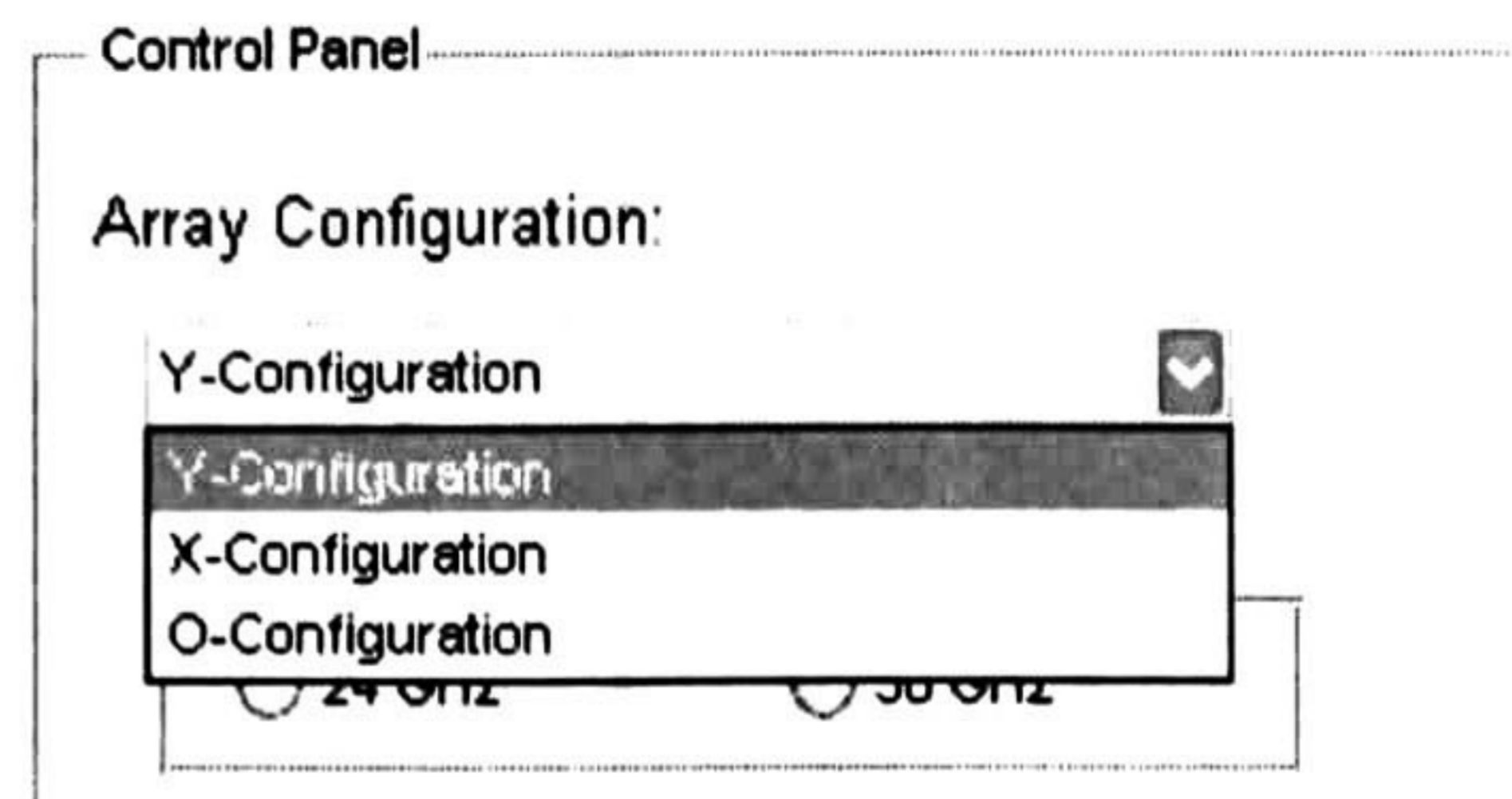


Figura 5.7 Interfaz interactiva para la selección de la configuración del arreglo de antena.

Seguidamente, se selecciona la frecuencia y el rango de operación, en la sección 2.2 se establecen dichas frecuencias y rangos (24 GHz, 36 GHz, 30 m y 100 m, respectivamente), esto se ilustra en la figuras 5.8 y 5.9.

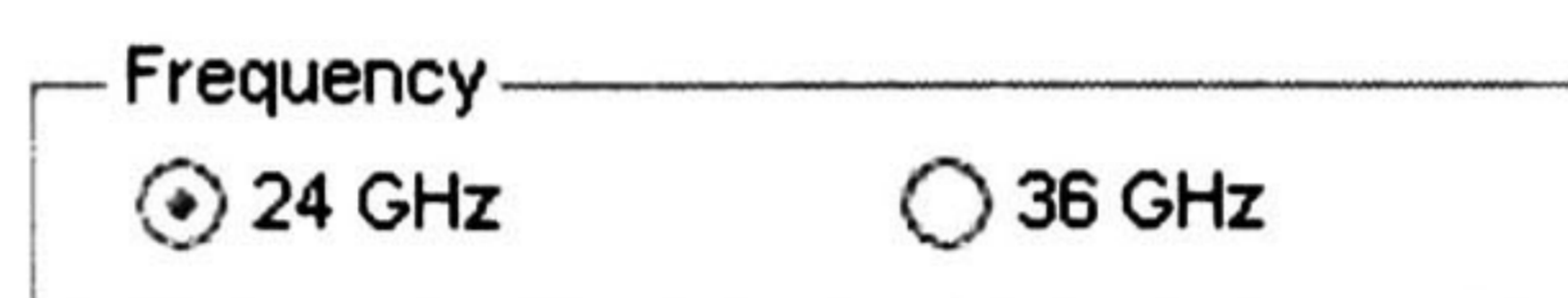


Figura 5.8 Interfaz interactiva para la selección de la frecuencia de operación.



Figura 5.9 Interfaz interactiva para la selección del rango de operación

Con respecto al espaciamiento entre los elementos de la antena, vale la pena recordar que dichos espaciamientos varían con respecto a la longitud de onda de la frecuencia de operación, es decir, el espaciado está normalizado en  $\lambda_0$ , los espaciamientos disponibles son 10:

$$\begin{aligned}
 d_{A(1)} &= 0.5 \lambda_0 . & d_{A(6)} &= 2 \lambda_0 . \\
 d_{A(2)} &= 0.8 \lambda_0 . & d_{A(7)} &= 2.5 \lambda_0 . \\
 d_{A(3)} &= 1 \lambda_0 . & d_{A(8)} &= 3 \lambda_0 . \\
 d_{A(4)} &= 1.5 \lambda_0 . & d_{A(9)} &= 3.5 \lambda_0 . \\
 d_{A(5)} &= 1.8 \lambda_0 . & d_{A(10)} &= 4 \lambda_0 .
 \end{aligned}$$

y la selección se realiza con la interfaz ilustrada en la figura 5.10. Para este caso de ejemplo se ha seleccionado un espaciamiento de  $0.5 \lambda_0$ .

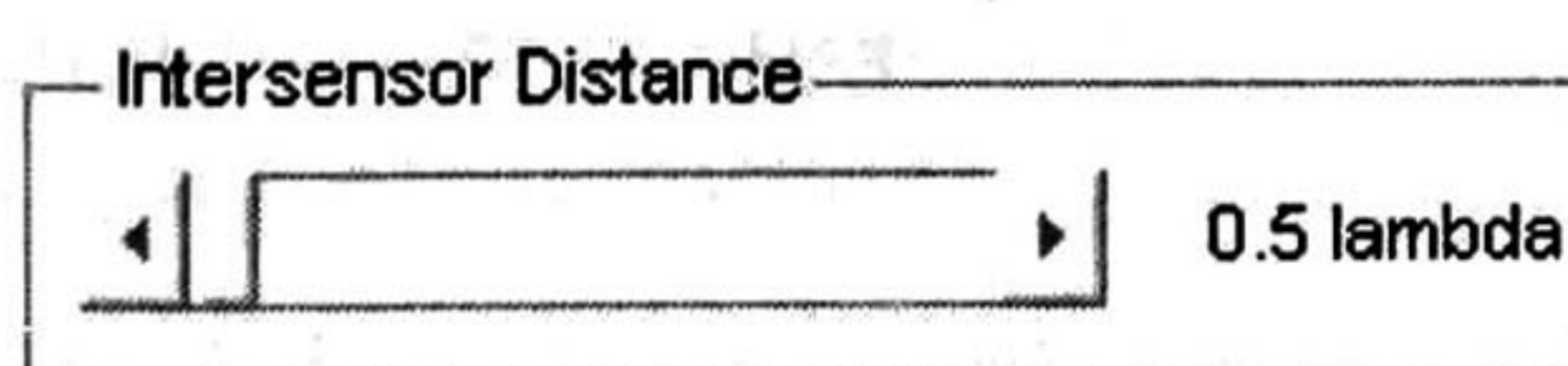


Figura 5.10 Interfaz interactiva para la selección del espaciado entre elementos de la antena.

El siguiente paso es ingresar el número de *tags* y su localización en coordenadas *x-y*, esto se realiza en los 3 campos de escritura que se muestran en la figura 5.11 y las posiciones se ingresan en un formato vectorial, en la figura 5.12 se ilustran los *tags* con las coordenadas mostradas en la figura 5.11.

TAGS

N TAGS:

X Positions:

Y Positions:

Figura 5.11 Interfaz interactiva para la administración de *tags*.

Después de haber ingresado los datos de los *tags* el usuario debe oprimir el botón '*Draw TAGS*' (figura 5.11) para que el sistema guarde y despliegue los *tags* en un plano *x-y* ubicado en la esquina inferior derecha del VRSL, ver figura 5.12.

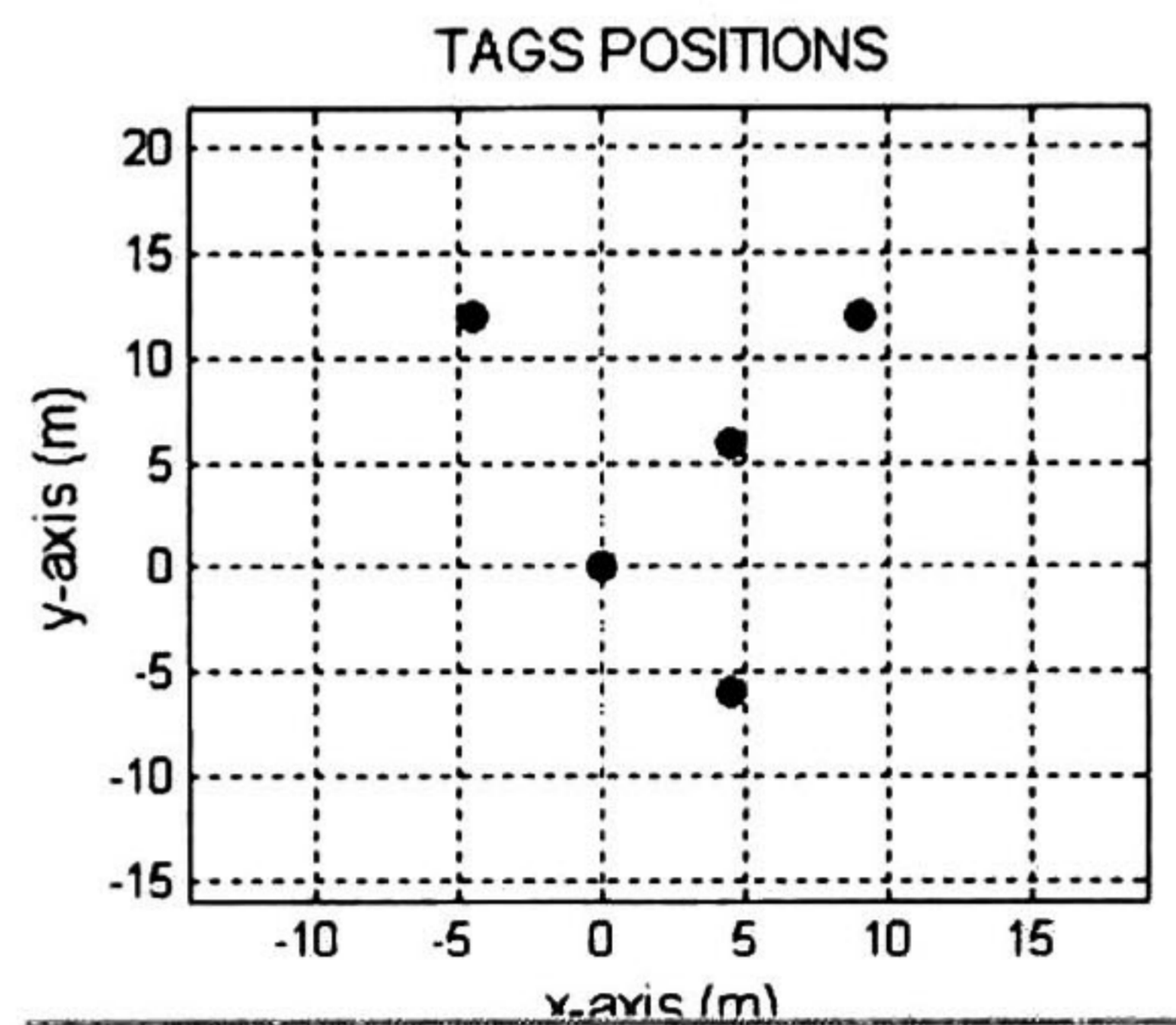


Figura 5.12 Posiciones de los *tags* ingresados en un plano *x-y*.

Por último se debe elegir el algoritmo de localización de *tags* a implementar, es decir, MSF o FTSF. Esto se ilustra en la figura 5.13. Después de indicar el algoritmo, simplemente se debe oprimir el botón '*Calculate*' para finalizar la etapa de control de parámetros de simulación.

Algorithm

FTSF       MSF

Figura 5.13 Interfaz interactiva para la elección del algoritmo y para ejecutar la simulación.

En la siguiente ilustración se muestra el escenario de simulación completo, los parámetros elegidos son los descritos anteriormente. En el área de los resultados, hay cuatro campos para presentar las figuras derivadas de la simulación, en el campo superior izquierdo se presenta la configuración o *layout* del arreglo de antena elegido, en este caso es el MIR-Y, mientras que en el campo superior derecho se presenta el espaciamiento o *visibilidad* de la antena en coordenadas *u-v*. Los campos inferiores corresponden al protocolo de localización de *tags*. En el campo inferior izquierdo se despliega la PSF resultante del sistema empleado en particular, mientras que en campo inferior izquierdo se presenta la *scene image* estimada.



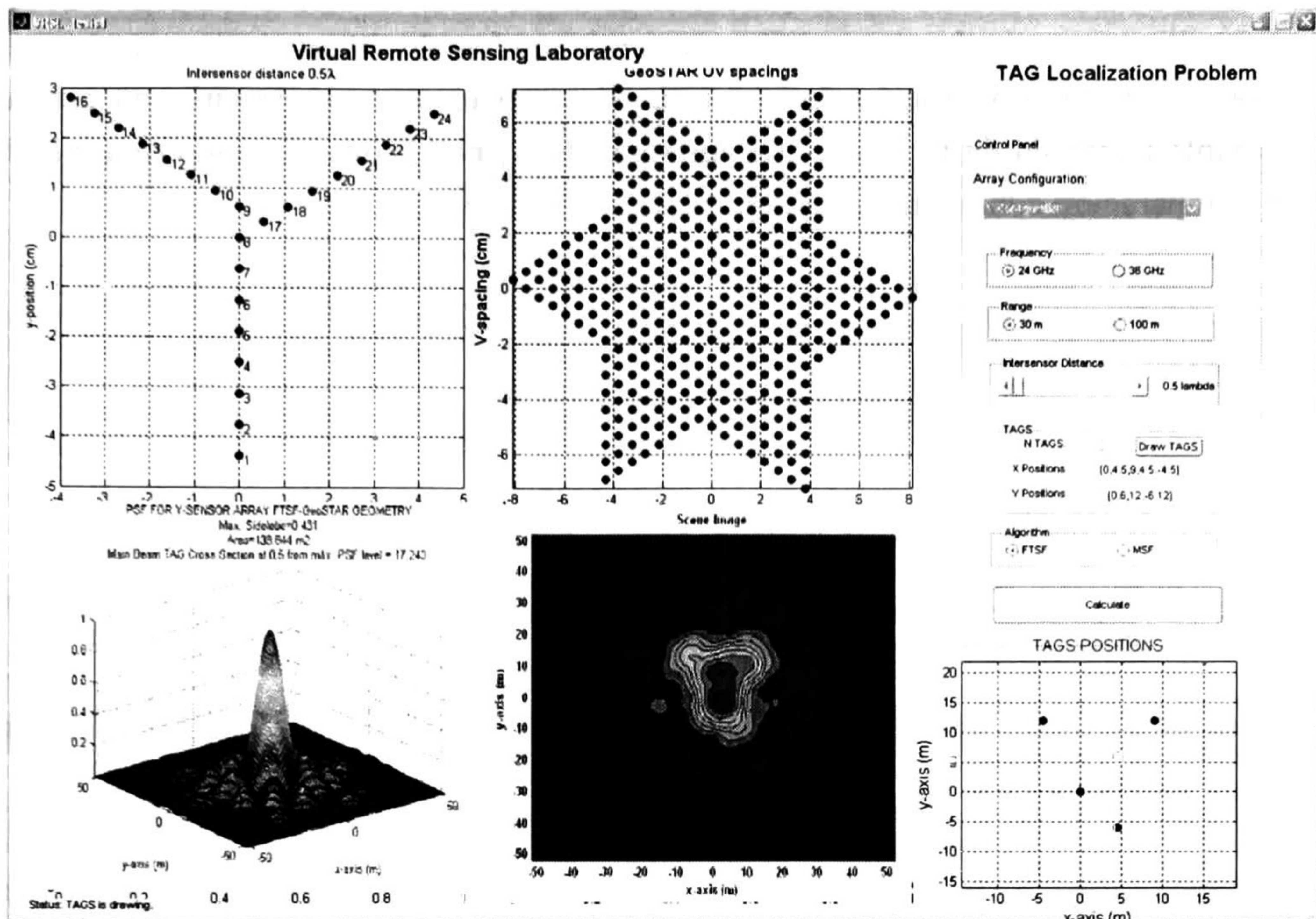


Figura 5.14 Estudio de la aplicación VRSL sobre el protocolo de localización de tags.

## 5.7 Resumen del Capítulo V

En este capítulo se describió la implementación algorítmica de los métodos FTSF y MSF con las tres diferentes configuraciones (geometrías) de radares multi-sensores de formación de imágenes (*multi-sensor imaging radar*, MIR) que se emplean en este trabajo.

Se presentó la estructura algorítmica de la técnica FTSF para el procesamiento de datos de estas geometrías, así como análisis comparativos entre los algoritmos MSF y FTSF. Finalmente, se presentó la implementación de todo el sistema simulado en el *Virtual Remote Sensing Laboratory*, realizado en la plataforma GUIDE de Matlab®.

Ambos algoritmos MSF y FTSF, reconstruyen la imagen de escena aplicando la transformada de Fourier espacial de 2-D de las mediciones colectadas de las correlaciones espaciales entre los diferentes brazos y elementos de la antena (MIR-Y, MIR-X o MIR-O). La principal diferencia está en que, el algoritmo robusto MSF emplea en la transformación de Fourier, la matriz de correlación completa  $Y$  (conjunto completo de  $\{Y_{mm'}\}$  de 576 elementos); mientras que el algoritmo FTSF, aplica la matriz de correlación  $\tilde{Y}$  de *baselines* únicos, es decir, discriminando las correlaciones entre sensores del *mismo* brazo. Esta diferencia causa, inevitablemente, diferentes niveles de *sidelobes*, llamado efecto de *grating sidelobes*.

Por eso, el algoritmo FTSF presenta grados de libertad (la abertura de observación, la constitución de la matriz  $\tilde{\mathbf{Y}}$ ), con los que se obtiene una calidad deseable mejorada de la imagen reconstruida  $\hat{b}(\mathbf{r}); \mathbf{r} \in \mathcal{V}$ , constituyendo una mejora en comparación con el método MSF.

# CAPÍTULO VI

## Resultados de Experimentos de Simulación y Discusiones

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al finalizar el desarrollo del presente trabajo de tesis, vale la pena recordar que el objetivo es reconstruir una escena donde se encuentran *tags* espacialmente distribuidos, es decir, resolver un problema de localización de *targets*. Se presentan los protocolos de simulación para las tres diferentes configuraciones de antenas, MIR-Y, MIR-X y MIR-O; resaltando el desempeño que presenta el MIR-Y sobre las otras dos configuraciones. Dichos protocolos de simulación se presentan en cuatro partes o figuras para una escena con 1 *tag* y otra escena con 5 *tags*, se muestra el *layout* de la antena, su espaciado  $uv$ , la PSF del sistema en particular y la imagen de la escena reconstruida.

### 6.1 Escenarios de Simulación

En la sección 5.6 se hace la introducción a los parámetros de simulación del sistema, estos parámetros son 6: la configuración de la antena, la frecuencia de operación, el rango, la distancia entre sensores, el número de *tags* y el algoritmo de localización de *tags*. En esta sección se presentan los resultados de simulación para tres escenarios por cada configuración de antena, la especificación de dichos parámetros de simulación se ejemplifica en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Ejemplo de especificación de parámetros de simulación para un escenario en particular.

| Parámetro                    | Especificación |
|------------------------------|----------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |
| Rango                        | 30 m           |
| Espaciado entre elementos    | $0.5 \lambda$  |
| Número de <i>tags</i>        | 1              |
| Coordenadas                  | [0,0]          |
| Field of View FOV            | 45°            |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |

Ahora, es necesario definir el número de escenarios posibles. Debido a que el parámetro más versátil es el de número de *tags*, se han definido dos variaciones para este trabajo de tesis: 1 *tag* (en el origen) y 5 *tags* (las coordenadas de estos 5 *tags* se definen previamente en la sección 5.6). Luego entonces, se tienen tres configuraciones posibles de MIR, dos frecuencias de operación, dos rangos, 10 espaciados entre sensores, dos números de *tags*, tres grados de FOV y dos algoritmos formadores de imagen, esto nos da un total de 480 escenarios por cada MIR, es decir, 1440 escenarios en total. Por simplicidad y practicidad, en este trabajo se presentan solamente los escenarios que derivan los resultados más relevantes.

### 6.1.1 Escenarios usando el MIR-Y

En esta sección se presentan los principales resultados para la configuración MIR-Y con una frecuencia de operación de 24 GHz, un rango de 30m, tres diferentes espaciados entre elementos de la antena (dos casos extremos y el mejor caso), para un *tag* y 5 *tags*, con los dos algoritmos formadores (FTSF y MSF) y con un FOV de 60°. En la figura 6.2 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.2.

Tabla 6.2 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.1

| Parámetro                    | Especificación                          |
|------------------------------|---|
| Configuración MIR            | MIR-Y                                   |
| Frecuencia                   | 24 GHz                                  |
| Rango                        | 30 m                                    |
| Espaciado entre elementos    | $0.5 \lambda$                           |
| Número de <i>tags</i>        | 1   5                                   |
| Coordenadas                  | [0,0]   [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°                                     |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF                                    |

La diferencia de este primer escenario (tabla 6.2) con los siguientes dos escenarios es el espaciado entre los sensores del MIR, para el caso anterior se tiene  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , para los dos casos siguientes se manejarán:  $d_{A(2)} = 1.8 \lambda_0$  y  $d_{A(3)} = 0.3 \lambda_0$ . En la tabla 6.3 se muestran las especificaciones para el protocolo de simulación

presentado en la figura 6.3, y en la tabla 6.4 las especificaciones para el protocolo presentado en la figura 6.4.

Tabla 6.3 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.3

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

Tabla 6.4 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.4

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

Cabe resaltar que las coordenadas de los *tags* del escenario con 5 de éstos, no cambian. Por cuestiones de practicidad la figura correspondiente a la ubicación original de estos 5 *tags* se presenta una sola vez en la figura 6.1, pero es importante tener en cuenta que es la misma para todos los escenarios de simulación.

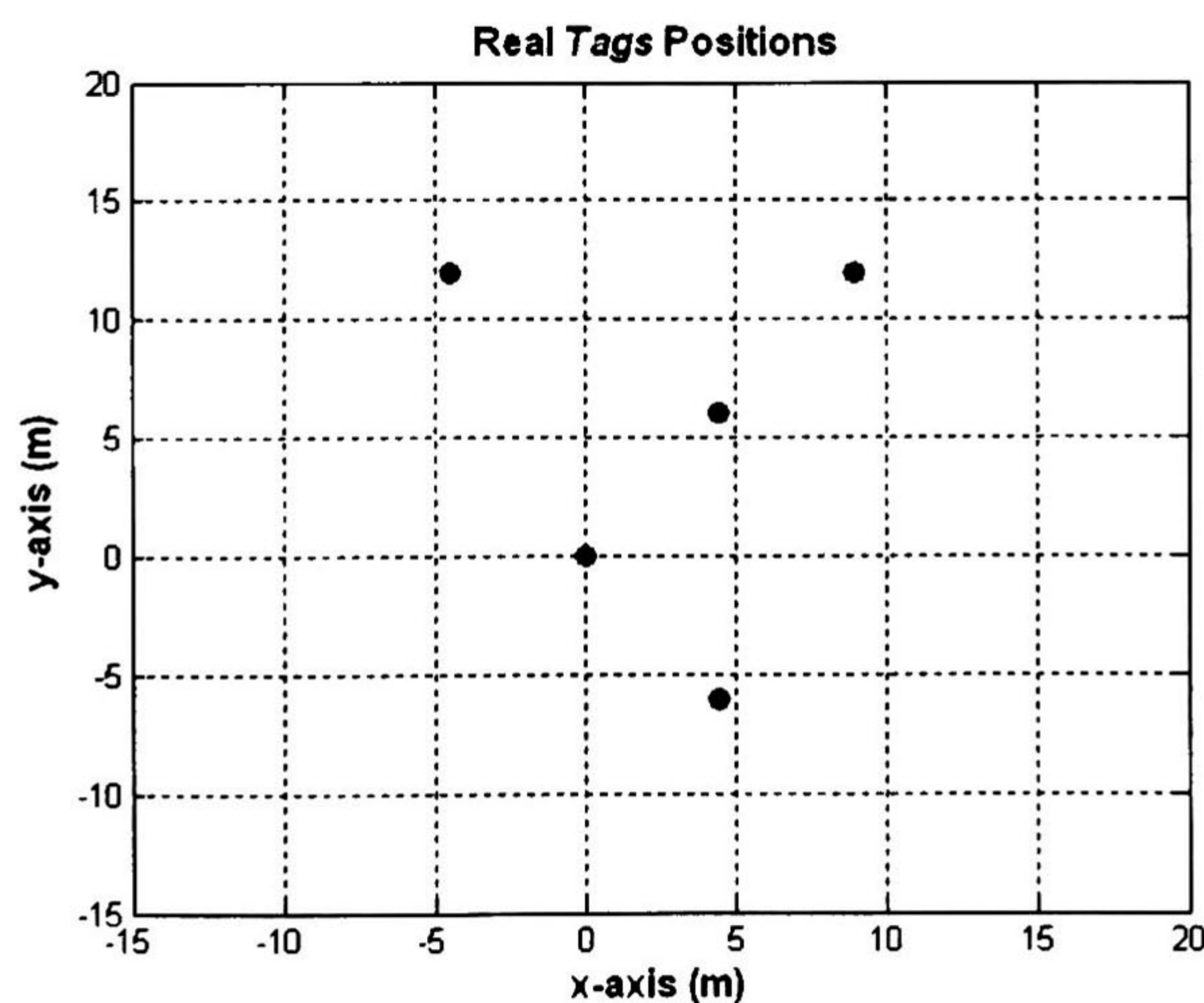


Figura 6.1 Ubicación original de los 5 *tags* en coordenadas x-y, para un rango = 30m.

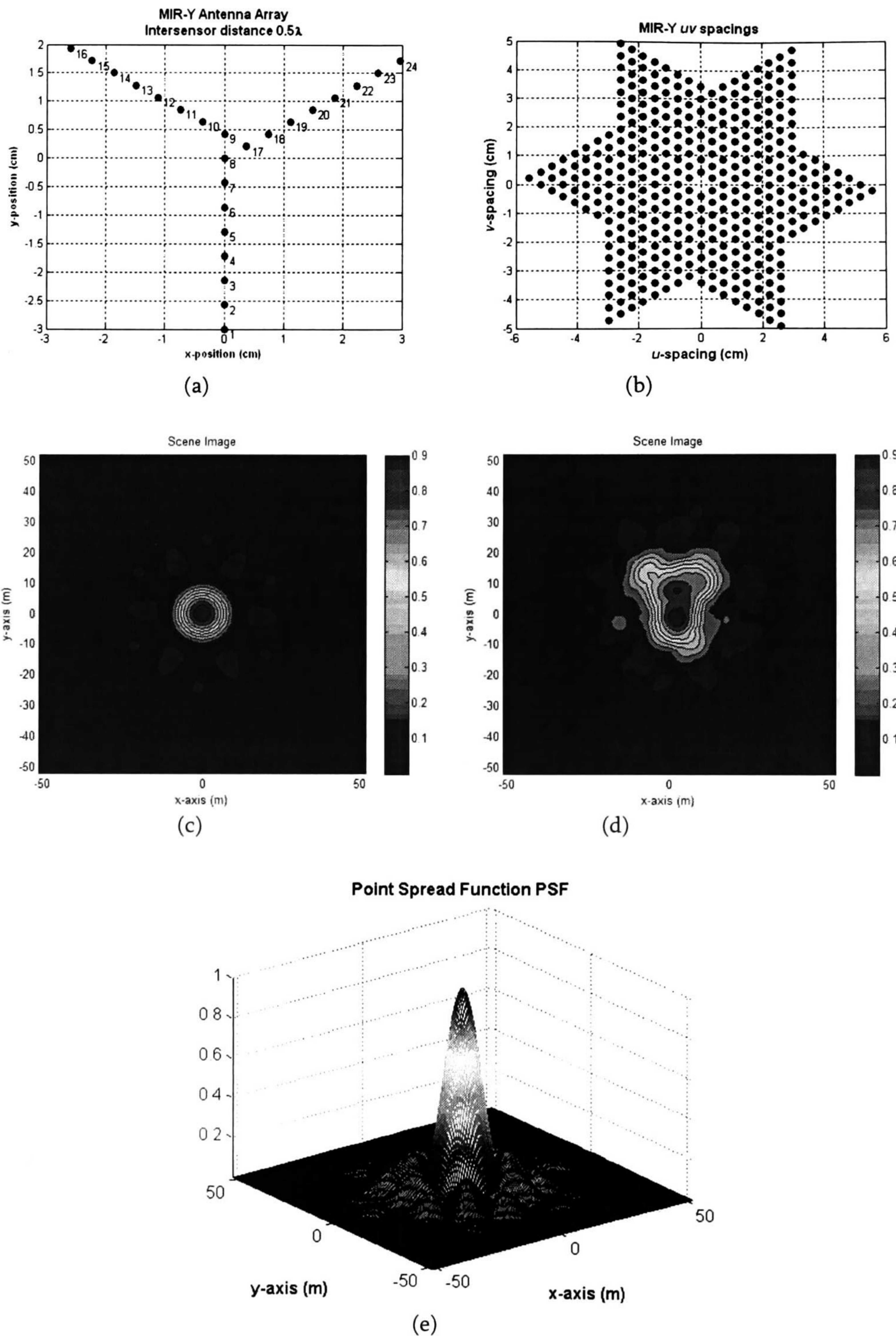


Figura 6.2 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

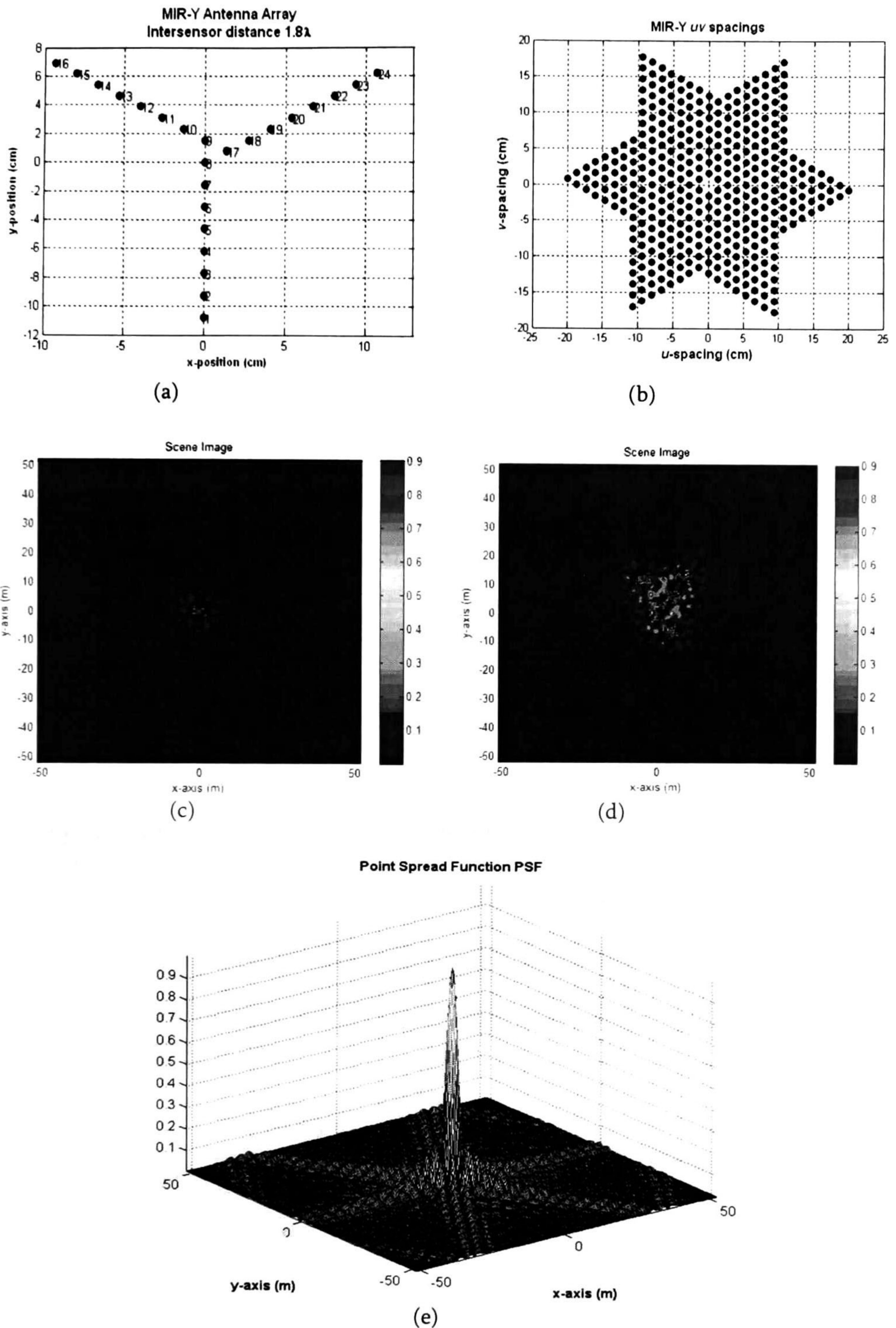


Figura 6.3 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

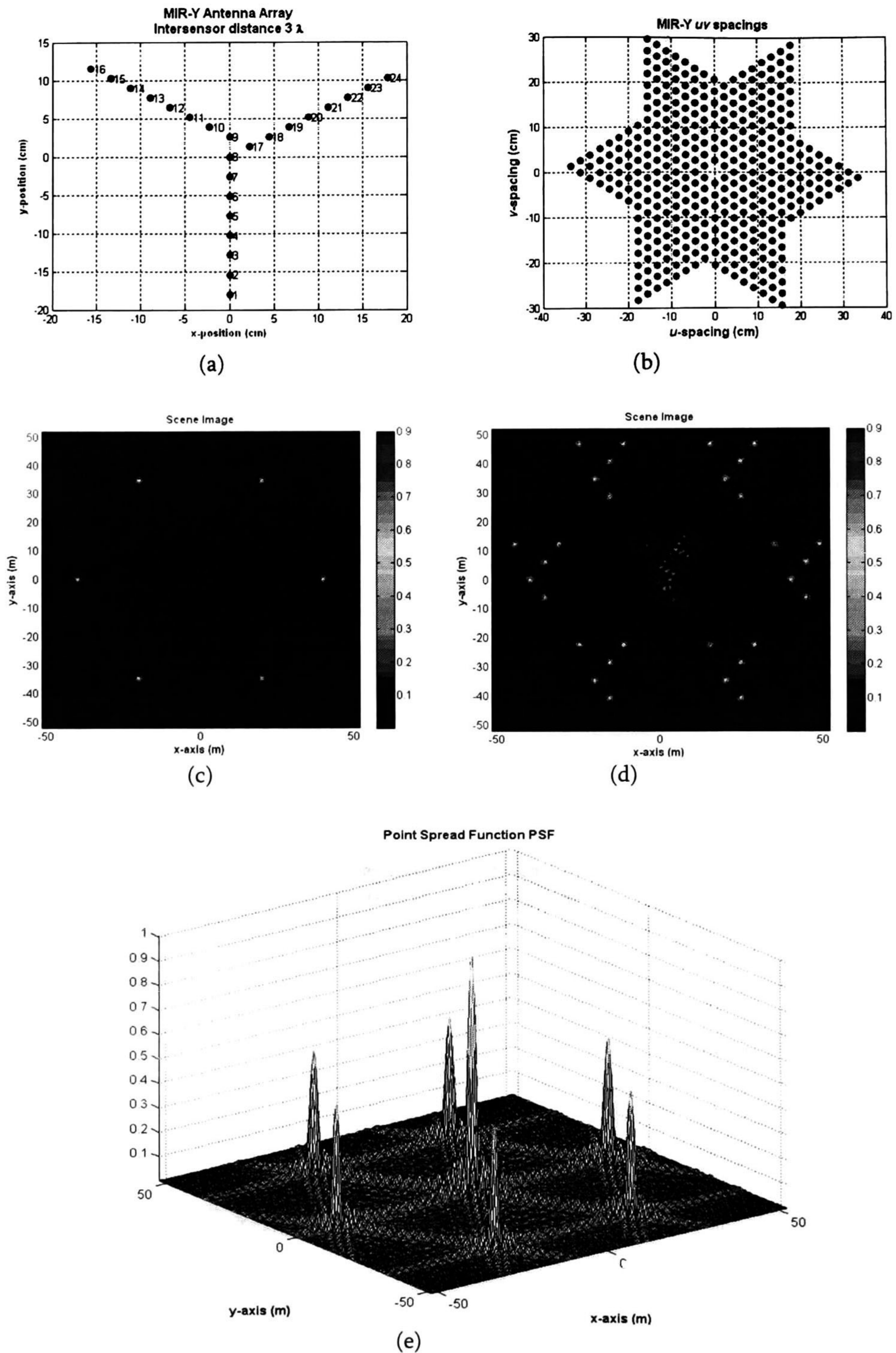


Figura 6.4 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.



En las figuras anteriores (6.2 – 6.4) se presentaron los principales resultados para la configuración MIR-Y con el algoritmo formador de imagen FTSF, ahora en las siguientes tres figuras se presentan los resultados con el otro algoritmo formador, el MSF. En la figura 6.5 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.5.

Tabla 6.5 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.5

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 0.5 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

De la misma forma, la diferencia de este primer escenario (tabla 6.5) con los siguientes dos escenarios es el espaciado entre los sensores del MIR. En la tabla 6.6 se muestran las especificaciones para el protocolo de simulación presentado en la figura 6.6, y en la tabla 6.7 las especificaciones para el protocolo presentado en la figura 6.7.

Tabla 6.6 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.6

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

Tabla 6.7 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.7

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-Y          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

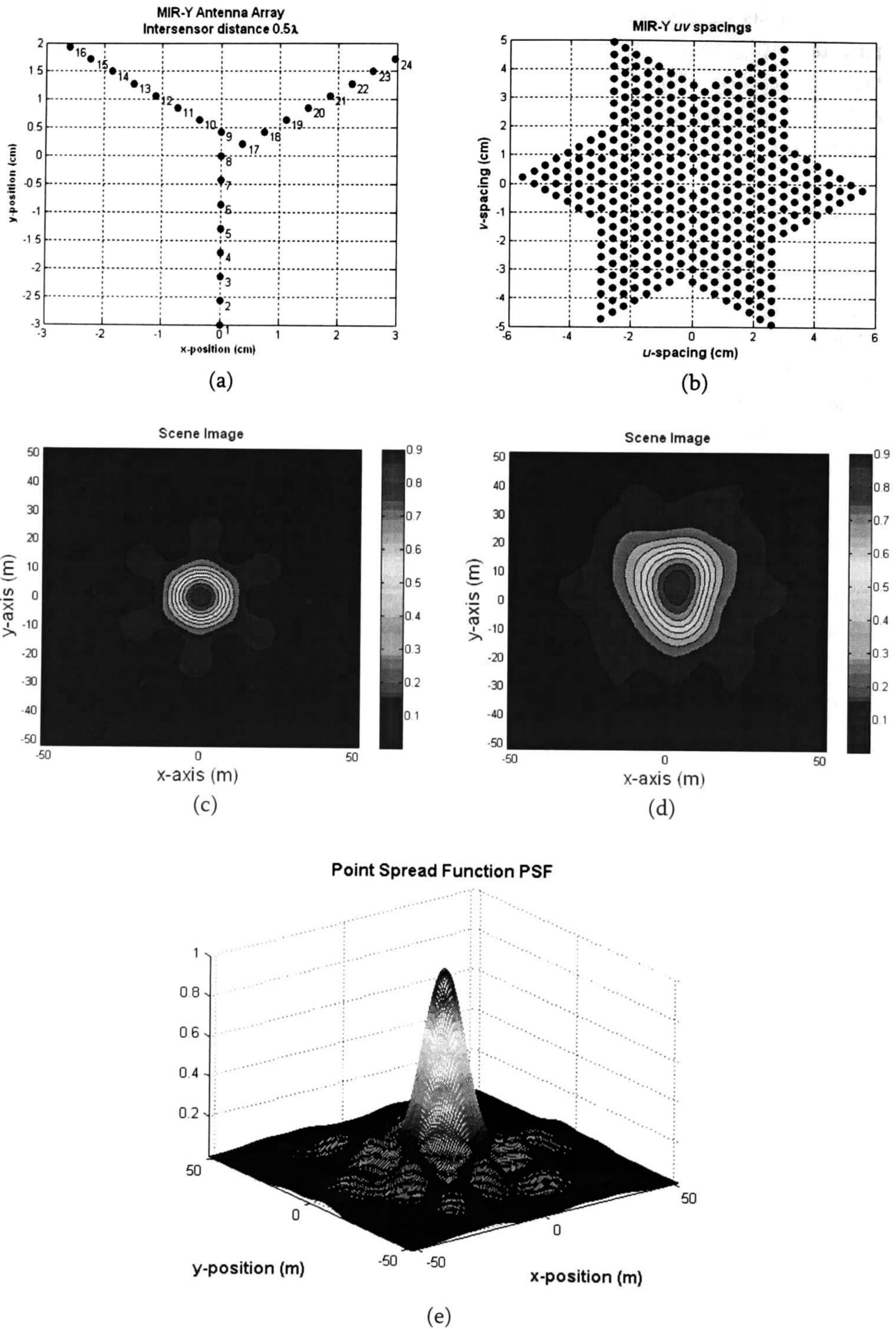


Figura 6.5 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

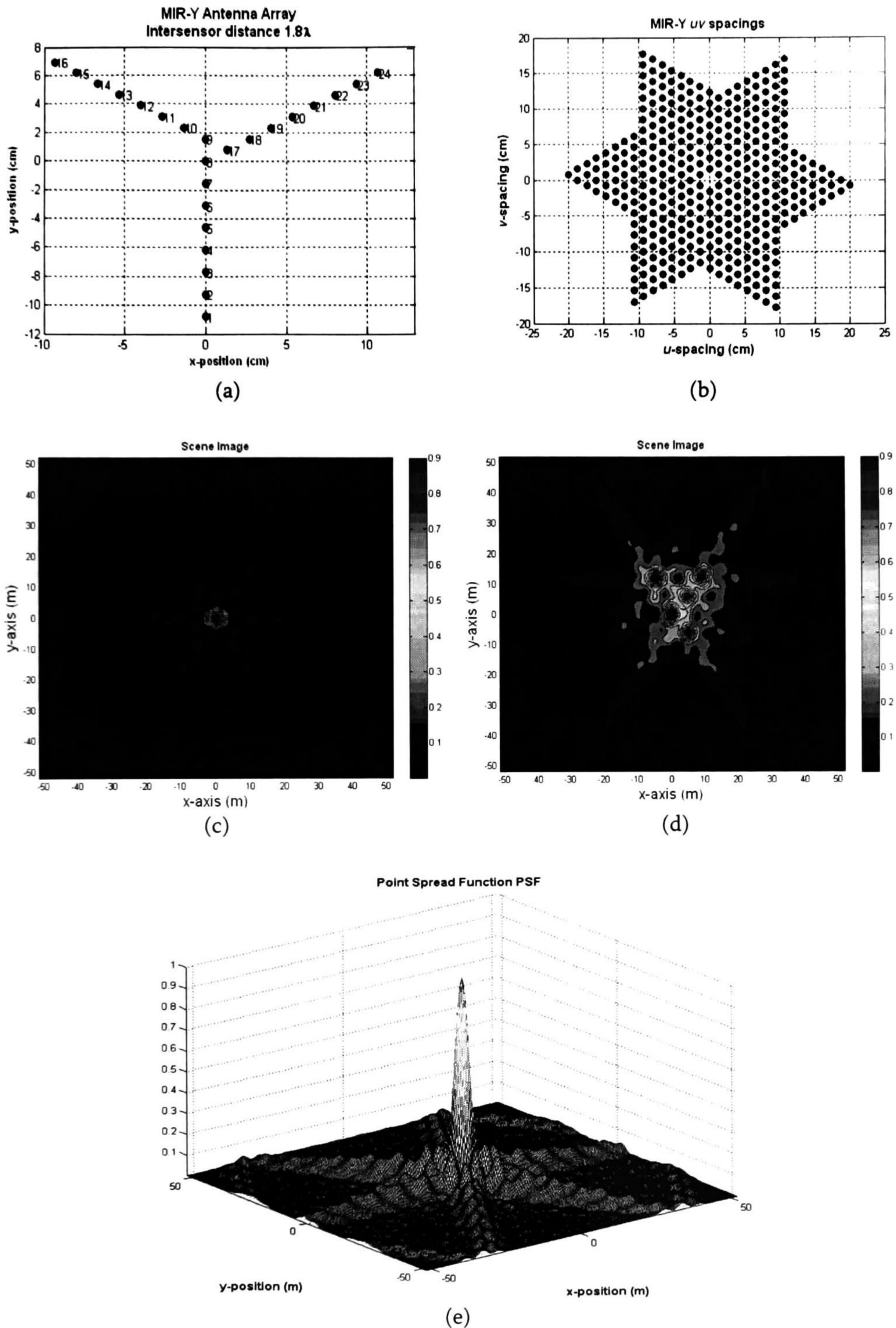


Figura 6.6 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

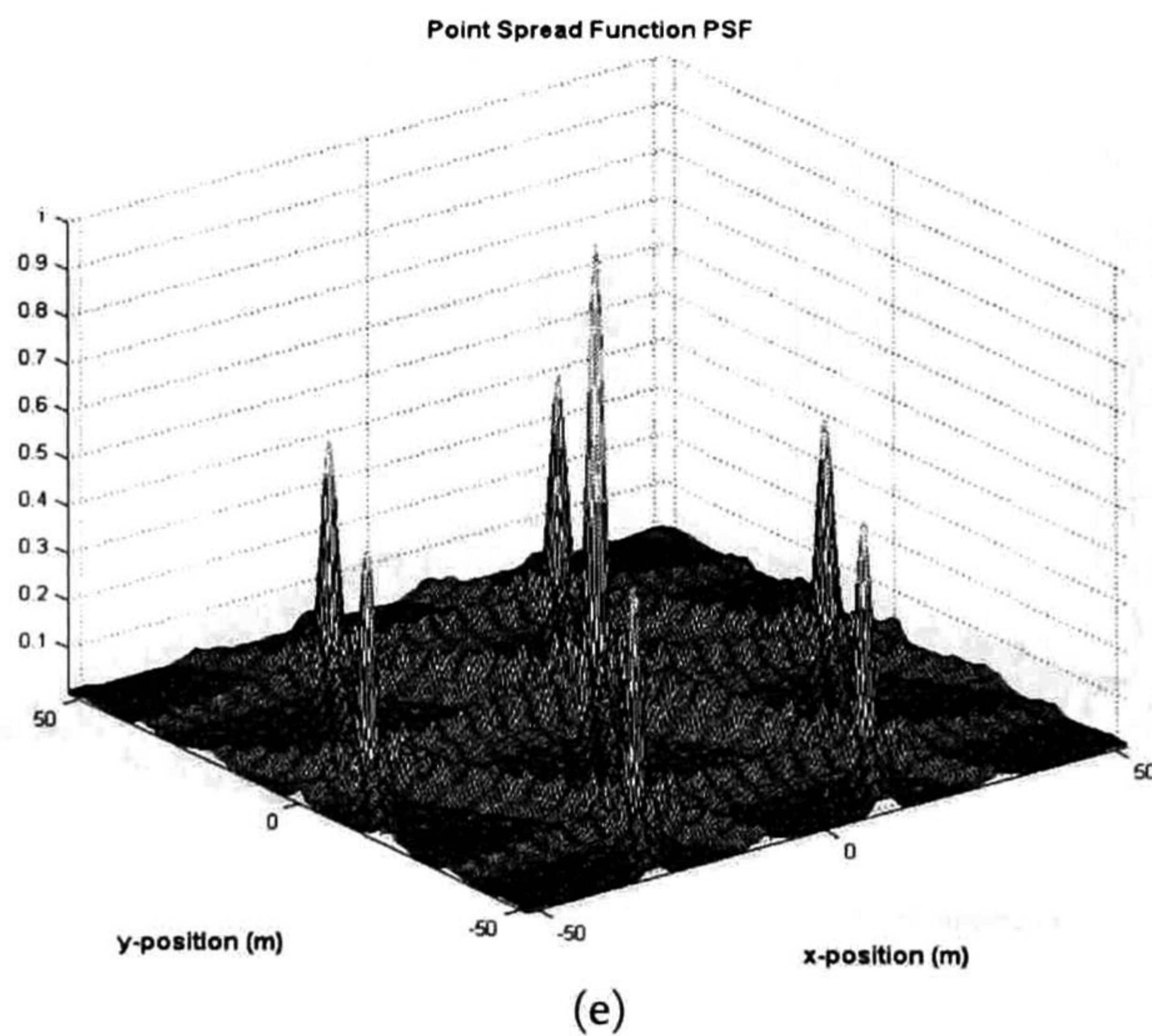
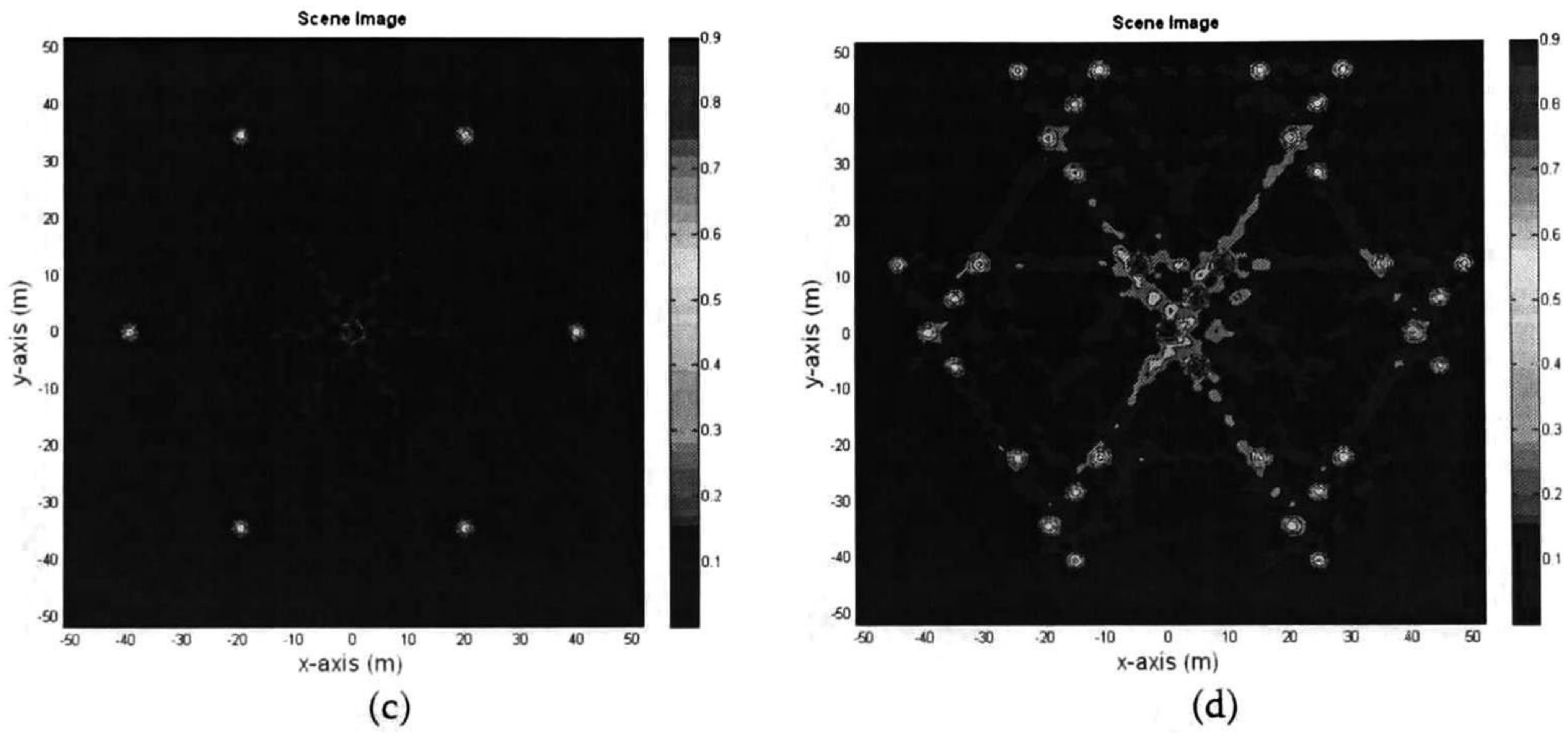
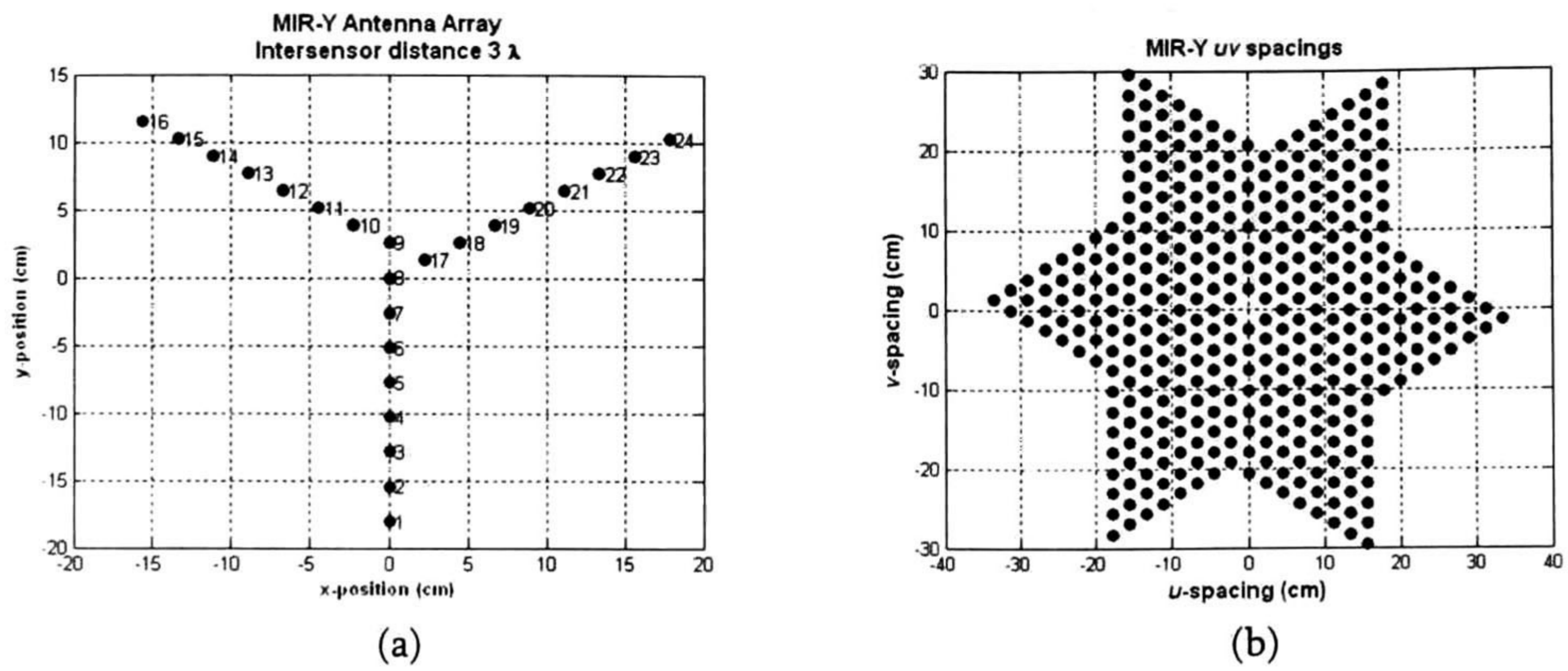


Figura 6.7 Protocolos de simulación para el MIR-Y con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-Y (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

### 6.1.2 Escenarios usando el MIR-X

En esta sección se presentan los principales resultados para la configuración MIR-X con una frecuencia de operación de 24 GHz, un rango de 30m, tres diferentes espaciados entre elementos de la antena (dos casos extremos y el mejor caso), para un *tag* y 5 *tags*, con los dos algoritmos formadores (FTSF y MSF) y con un FOV de 60°. En la figura 6.8 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.8.

Tabla 6.8 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.8

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 0.5 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

De igual forma, la diferencia de este primer escenario (tabla 6.8) con los siguientes dos escenarios es el espaciamiento entre los sensores del MIR. En las tablas 6.9 y 6.10 se muestran las especificaciones para los protocolos de simulación presentados en las figura 6.9 y 6.10, respectivamente.

Tabla 6.9 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.9

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

Tabla 6.10 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.10

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

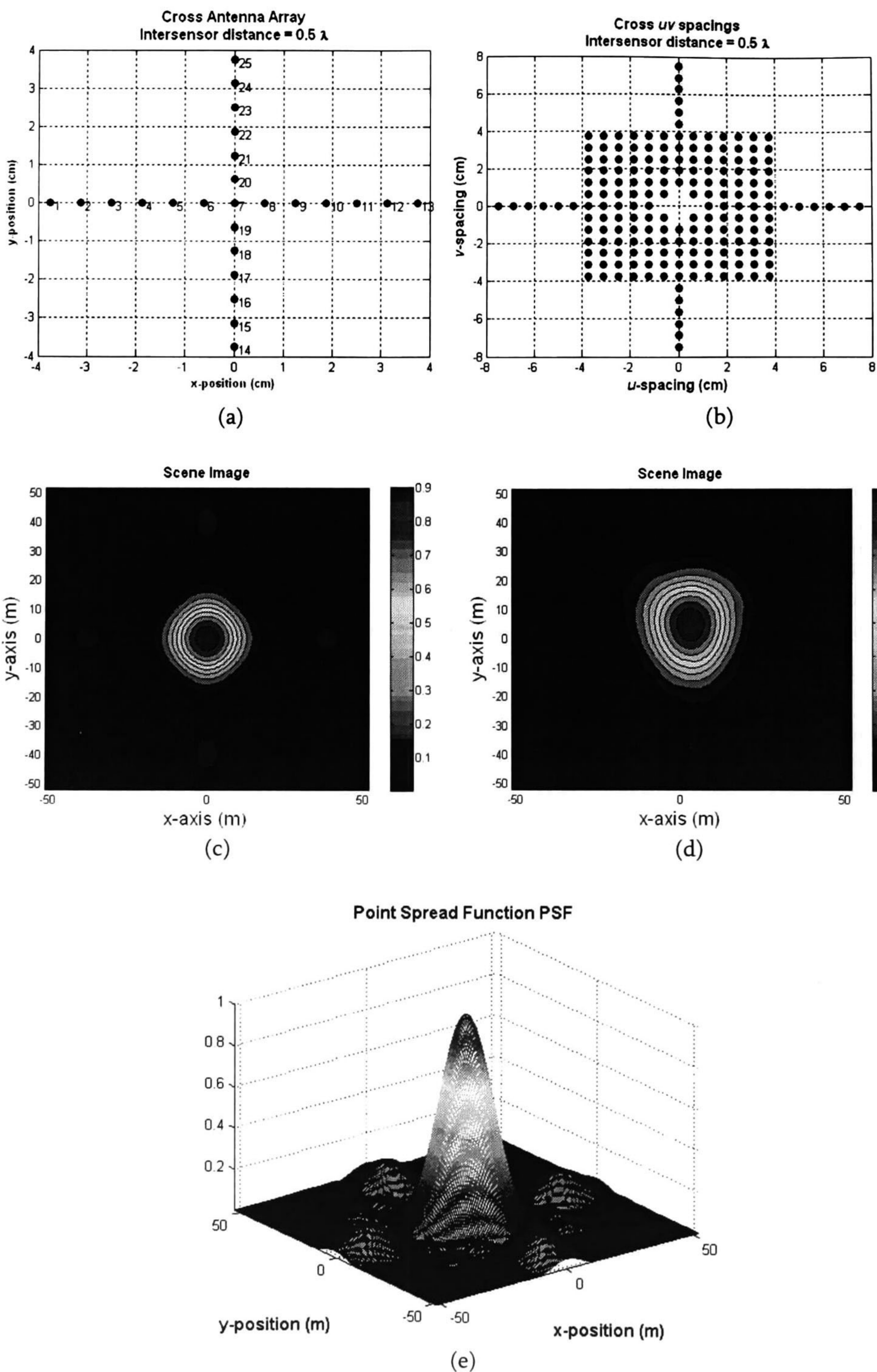


Figura 6.8 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

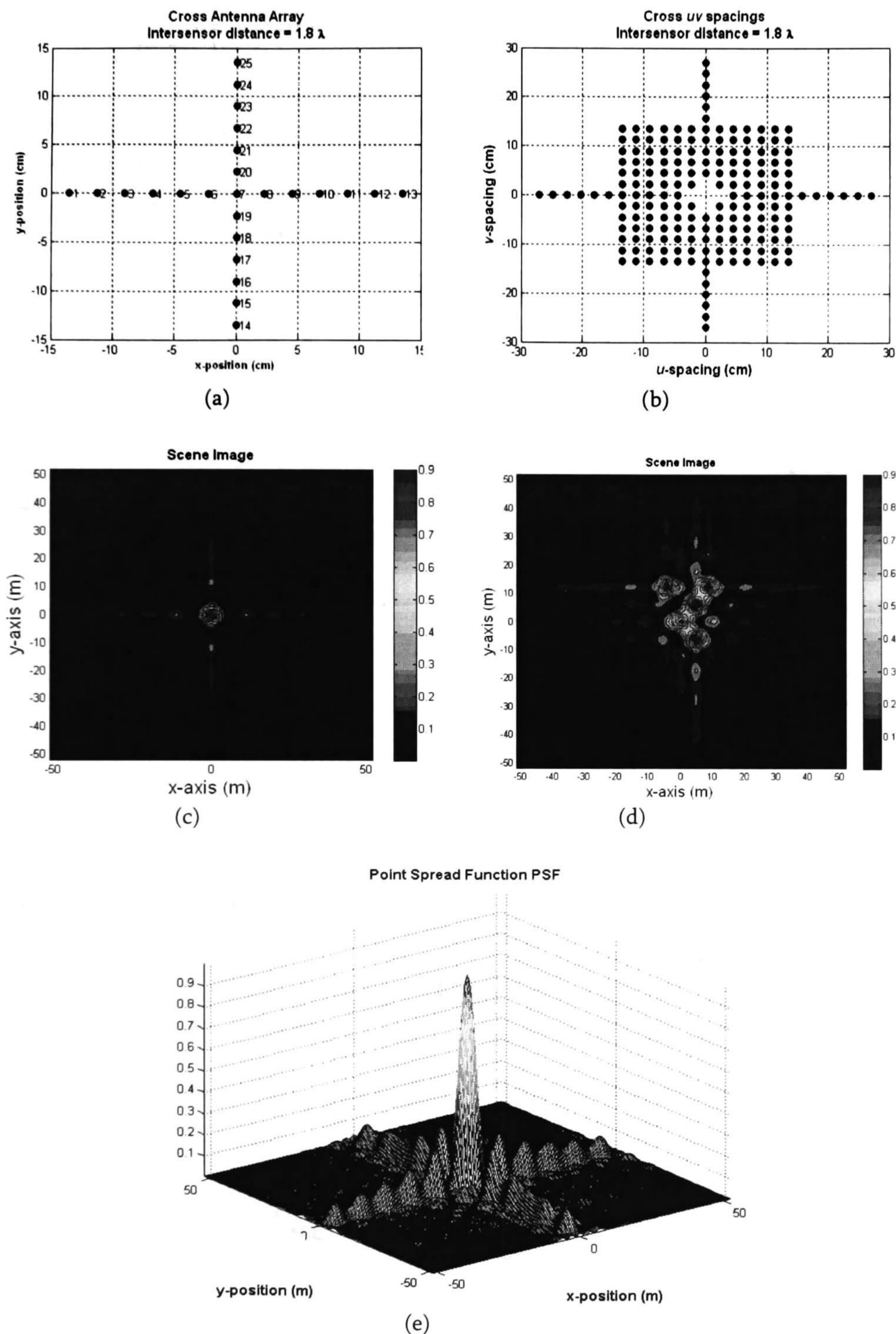


Figura 6.9 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

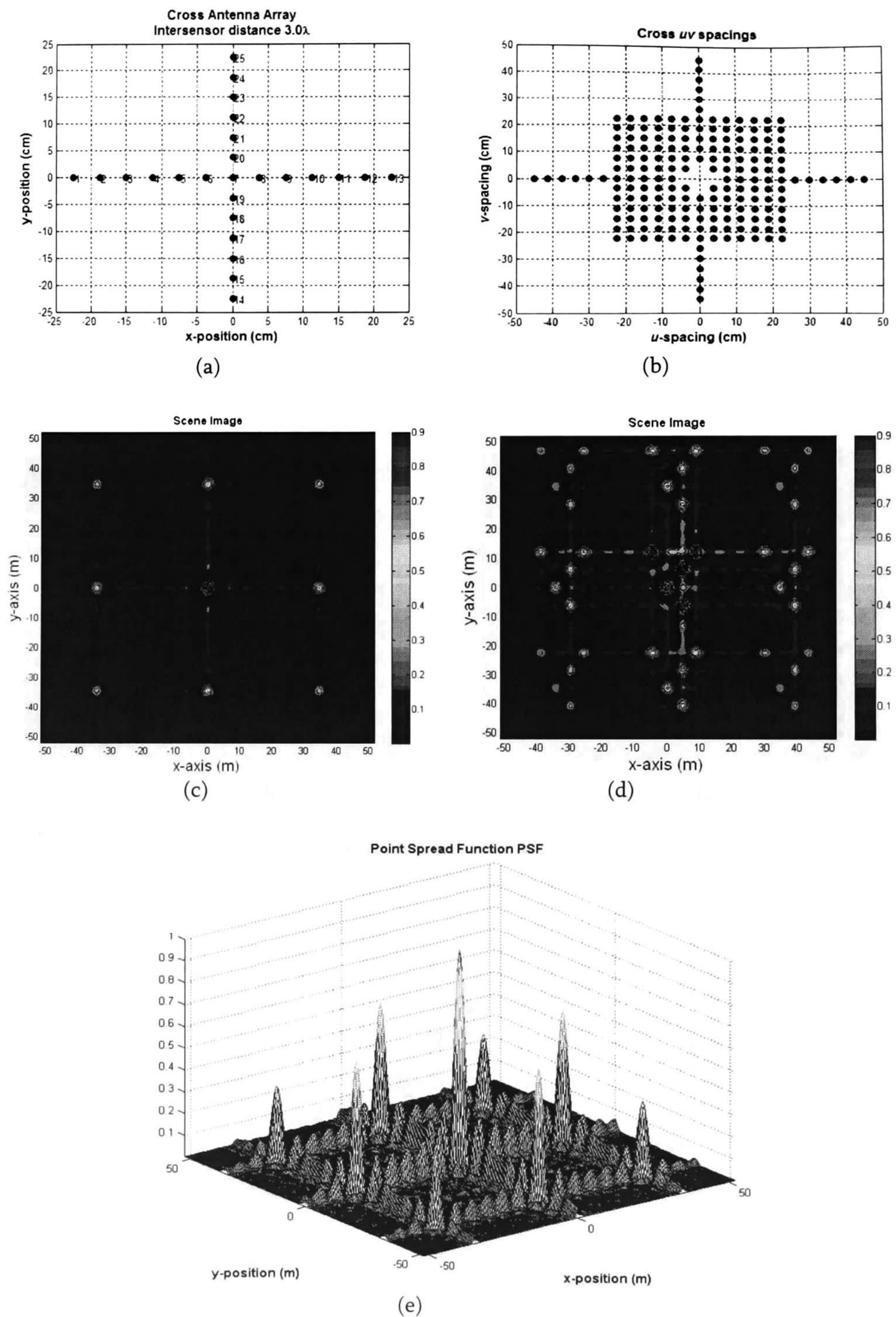


Figura 6.10 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFS. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.



En las figuras anteriores (6.8 – 6.10) se presentaron los principales resultados para la configuración MIR-X con el algoritmo formador de imagen FTSF, ahora en las siguientes tres figuras se presentan los resultados con el otro algoritmo formador, el MSF. En la figura 6.11 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.11.

Tabla 6.11 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.11

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 0.5 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

De igual forma, la diferencia de este primer escenario (tabla 6.11) con los siguientes dos escenarios es el espaciado entre los sensores del MIR. En las tablas 6.12 y 6.13 se muestran las especificaciones para los protocolos de simulación presentados en las figura 6.12 y 6.13, respectivamente.

Tabla 6.12 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.12

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

Tabla 6.13 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.13

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

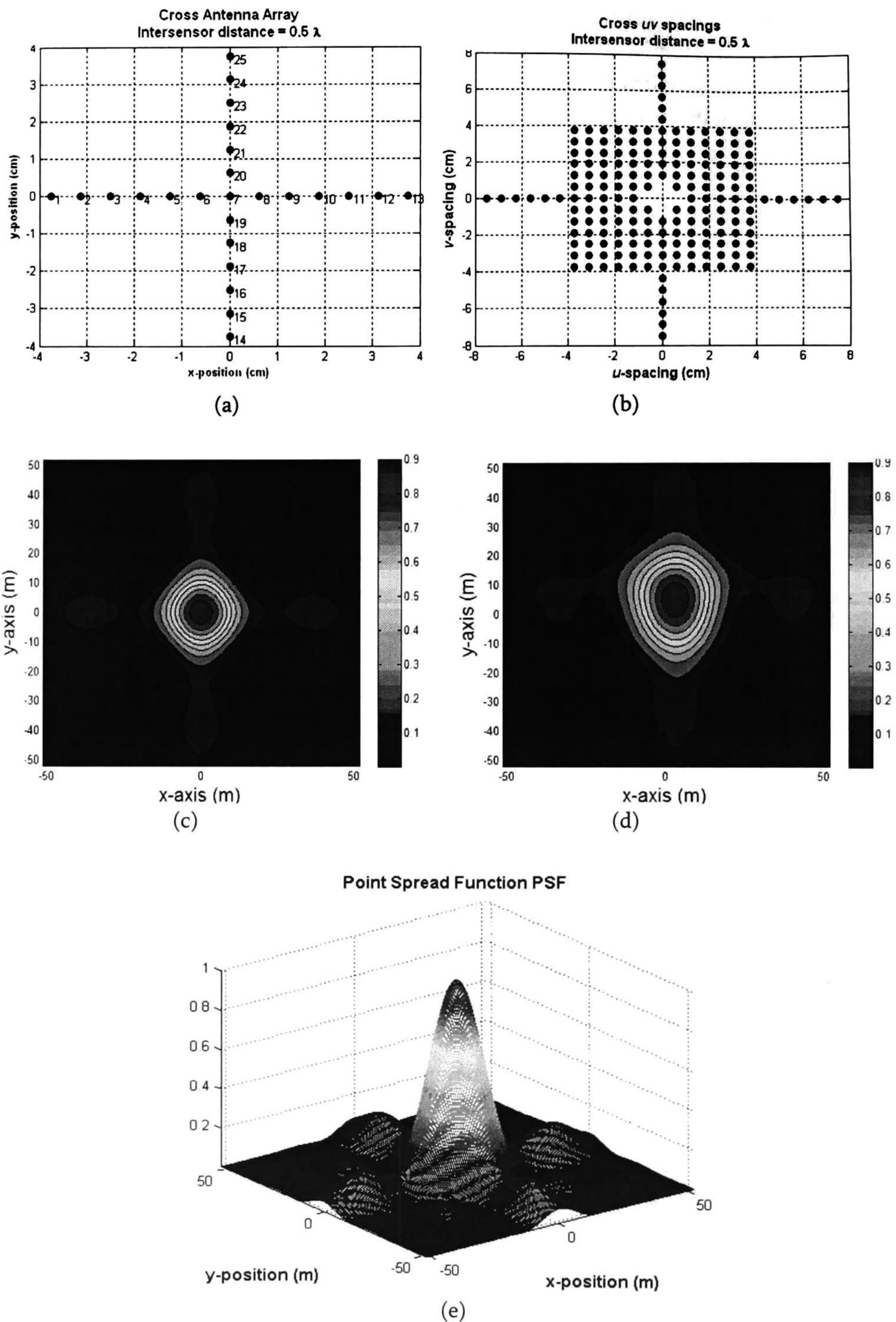


Figura 6.11 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 *tags* (e) PSF del sistema.

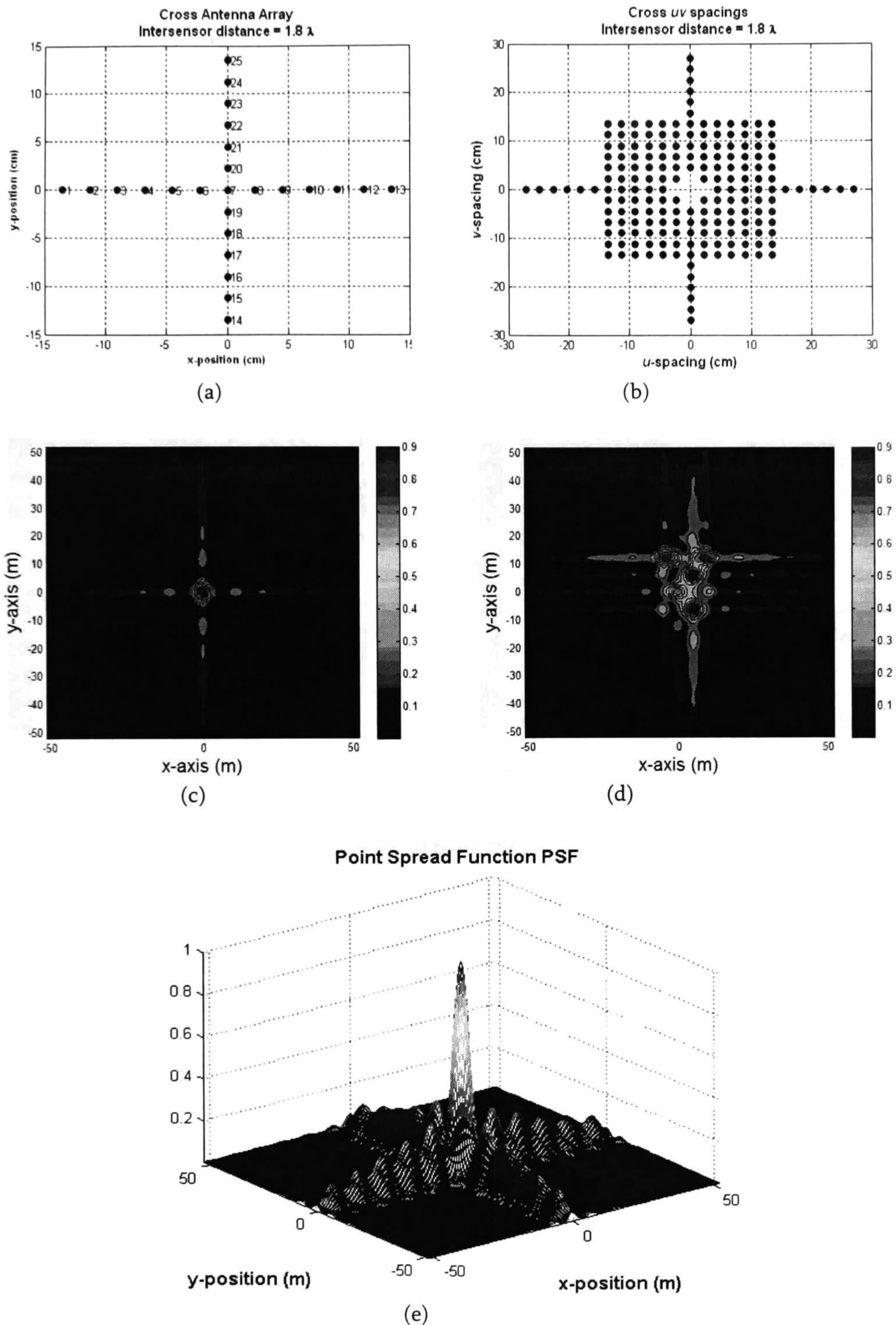


Figura 6.12 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 *tags* (e) PSF del sistema.

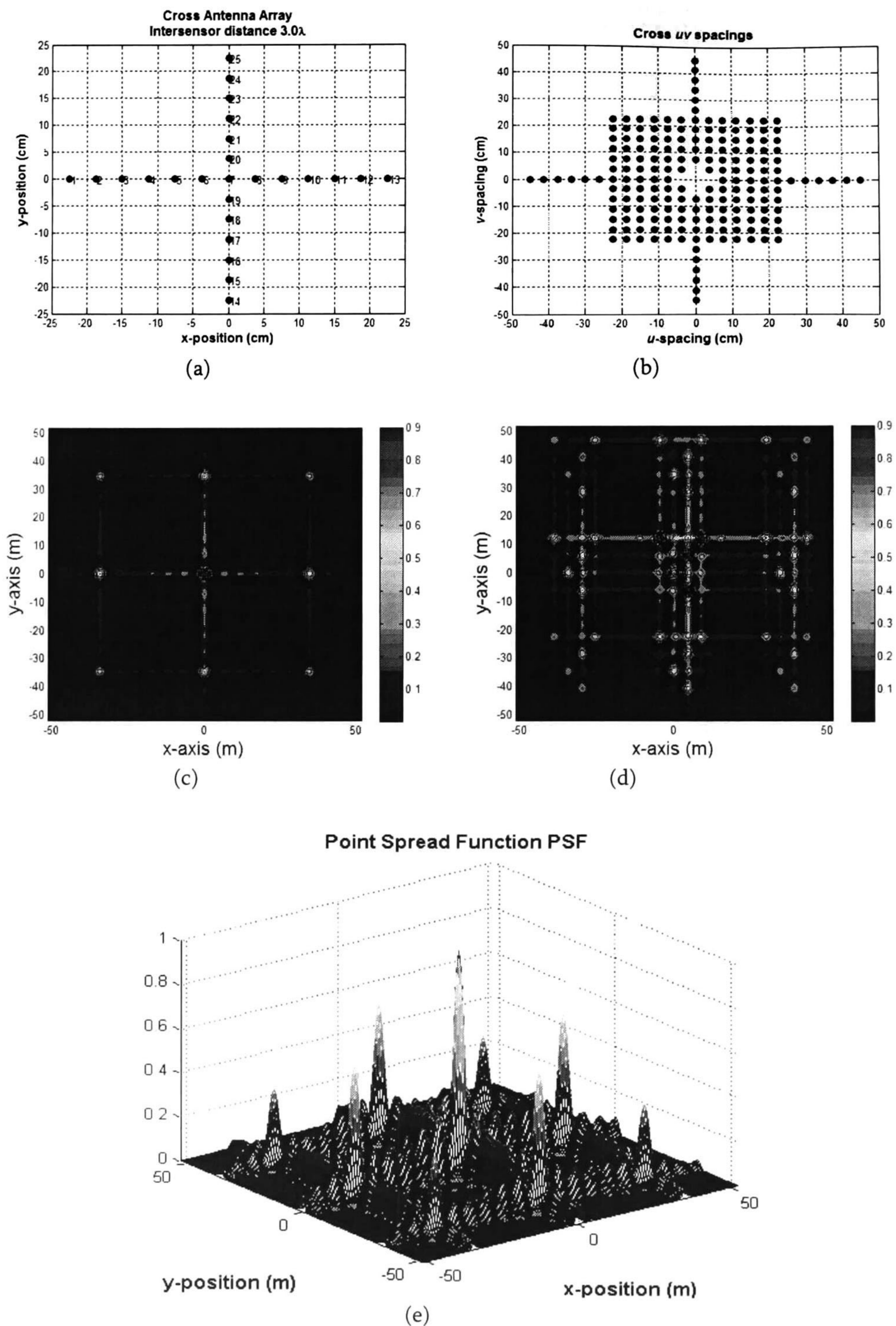


Figura 6.13 Protocolos de simulación para el MIR-X con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-X (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 *tags* (e) PSF del sistema.

### 6.1.3 Escenarios usando el MIR-O

En esta sección se presentan los principales resultados para la última configuración MIR-O con la misma frecuencia de operación (24 GHz) que en los escenarios anteriores, un rango de 30m, tres diferentes espaciados entre elementos de la antena, para un *tag* y 5 *tags*, FOV de 60° y con ambos algoritmos (FTSF y MSF). En la figura 6.14 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.14.

Tabla 6.14 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.14

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-O          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 0.5 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

De la misma forma que con el MIR-Y y el MIR-X, la diferencia de este primer escenario (tabla 6.14) con los siguientes dos escenarios es el espaciamiento entre los sensores del MIR. En las tablas 6.15 y 6.16 se muestran las especificaciones para los protocolos de simulación presentados en las figura 6.15 y 6.16, respectivamente.

Tabla 6.15 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.15

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

Tabla 6.16 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.16

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-X          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | FTSF           |                                 |

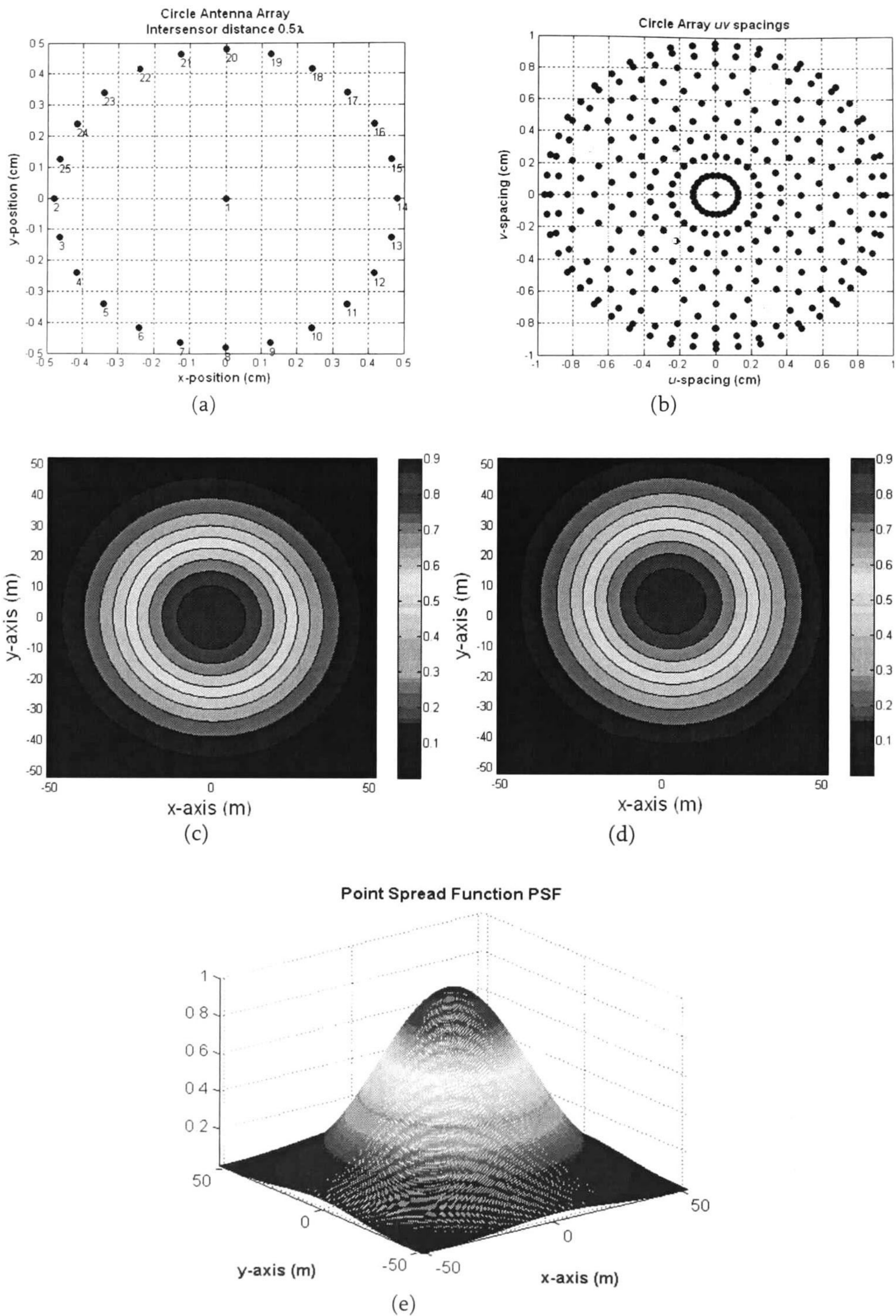


Figura 6.14 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTFSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

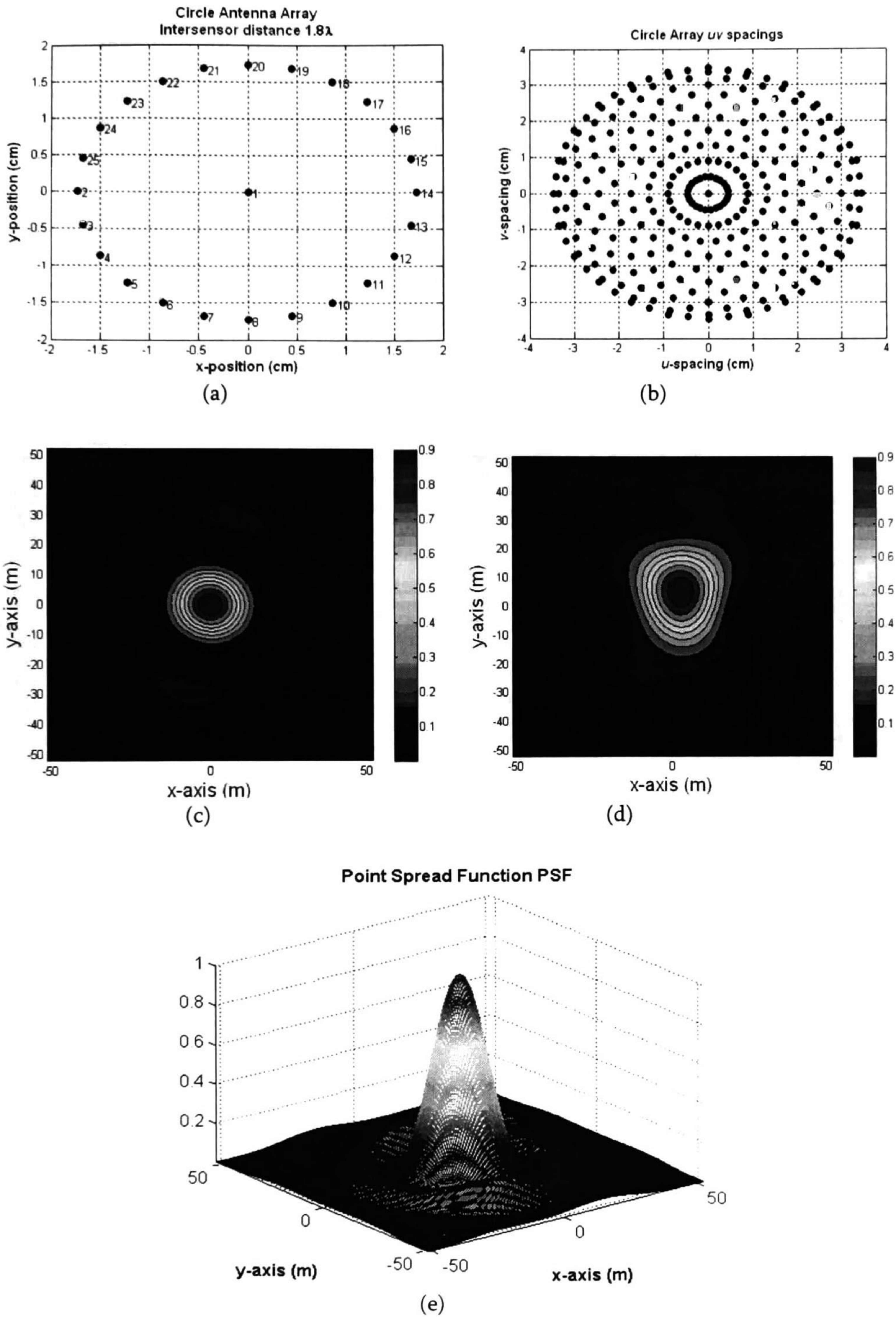


Figura 6.15 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

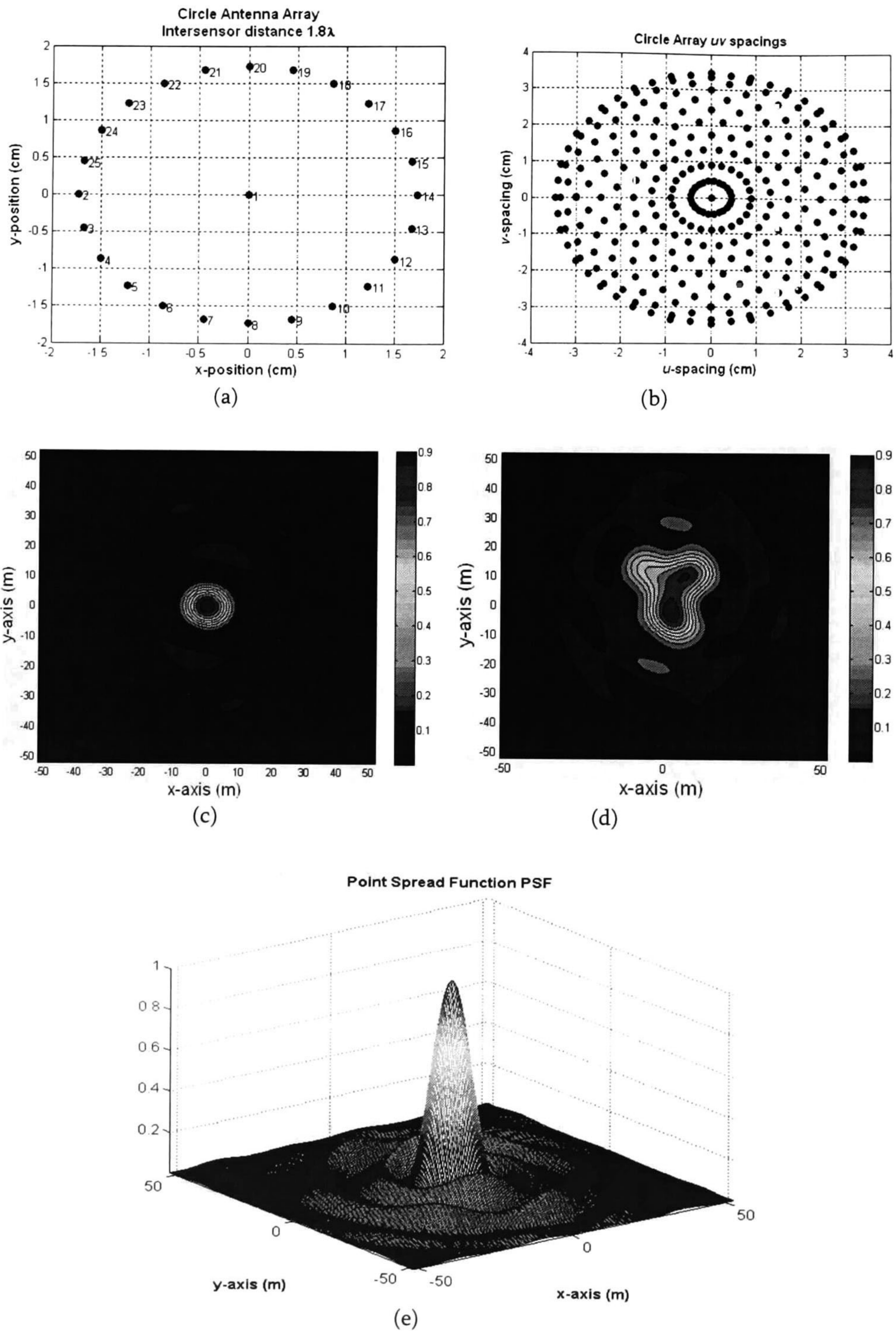


Figura 6.16 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador FTSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.



En las figuras anteriores (6.14 – 6.16) se presentaron los principales resultados para la configuración MIR-O con el algoritmo formador de imagen FTSF, ahora en las siguientes tres figuras se presentan los resultados con el otro algoritmo formador, el MSF. En la figura 6.17 se muestran los resultados para el escenario especificado en la tabla 6.17.

Tabla 6.17 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.17

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-O          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 0.5 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

De igual forma, la diferencia de este primer escenario (tabla 6.17) con los siguientes dos escenarios es el espaciamiento entre los sensores del MIR. En las tablas 6.18 y 6.19 se muestran las especificaciones para los protocolos de simulación presentados en las figura 6.18 y 6.19, respectivamente.

Tabla 6.18 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.18

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-O          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 1.8 $\lambda$  |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

Tabla 6.19 Especificación de parámetros de simulación para los resultados de la figura 6.19

| Parámetro                    | Especificación |                                 |
|------------------------------|----------------|---------------------------------|
| Configuración MIR            | MIR-O          |                                 |
| Frecuencia                   | 24 GHz         |                                 |
| Rango                        | 30 m           |                                 |
| Espaciado entre elementos    | 3 $\lambda$    |                                 |
| Número de <i>tags</i>        | 1              | 5                               |
| Coordenadas                  | [0,0]          | [0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12] |
| FOV                          | 60°            |                                 |
| Algoritmo formador de imagen | MSF            |                                 |

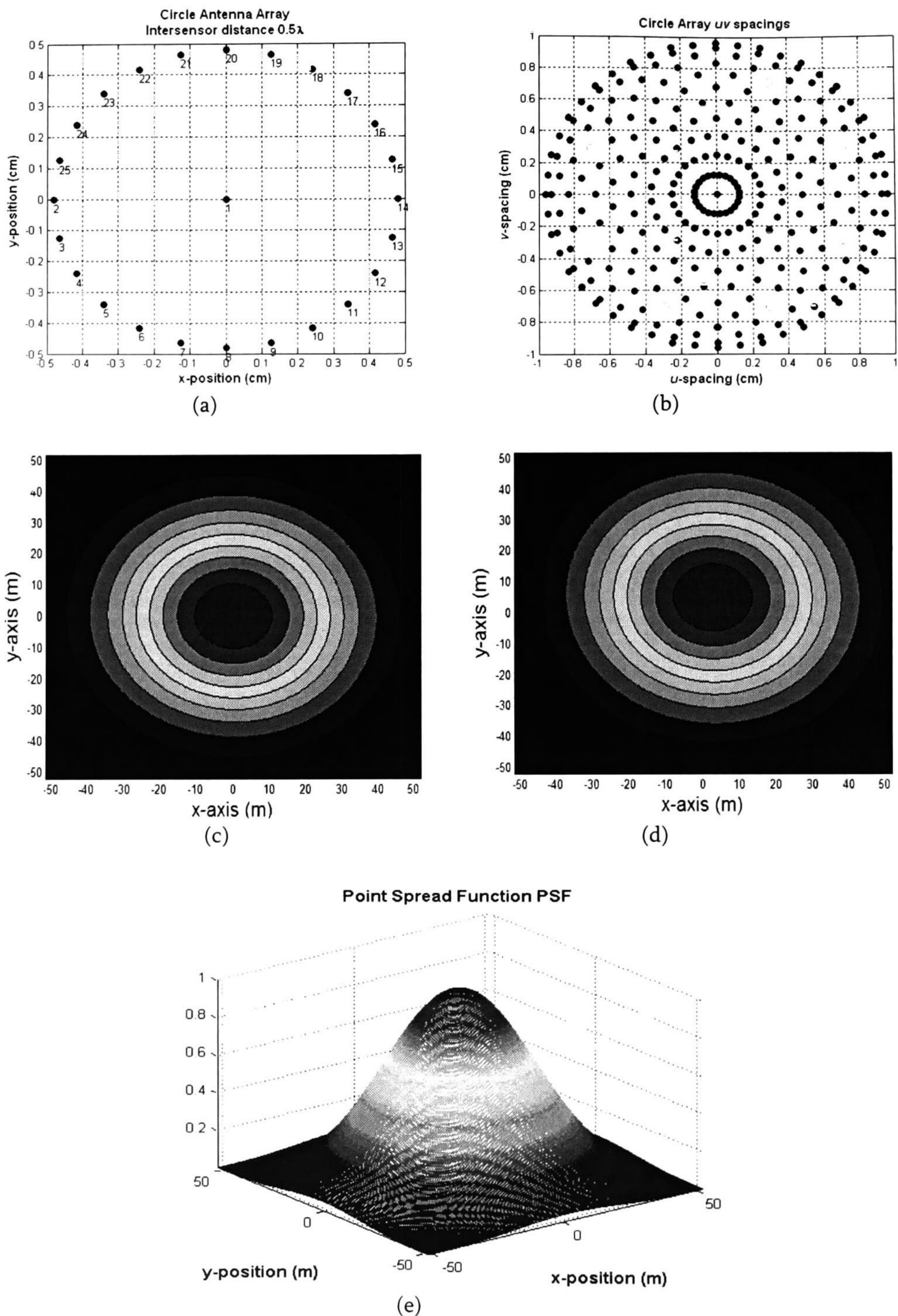


Figura 6.17 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

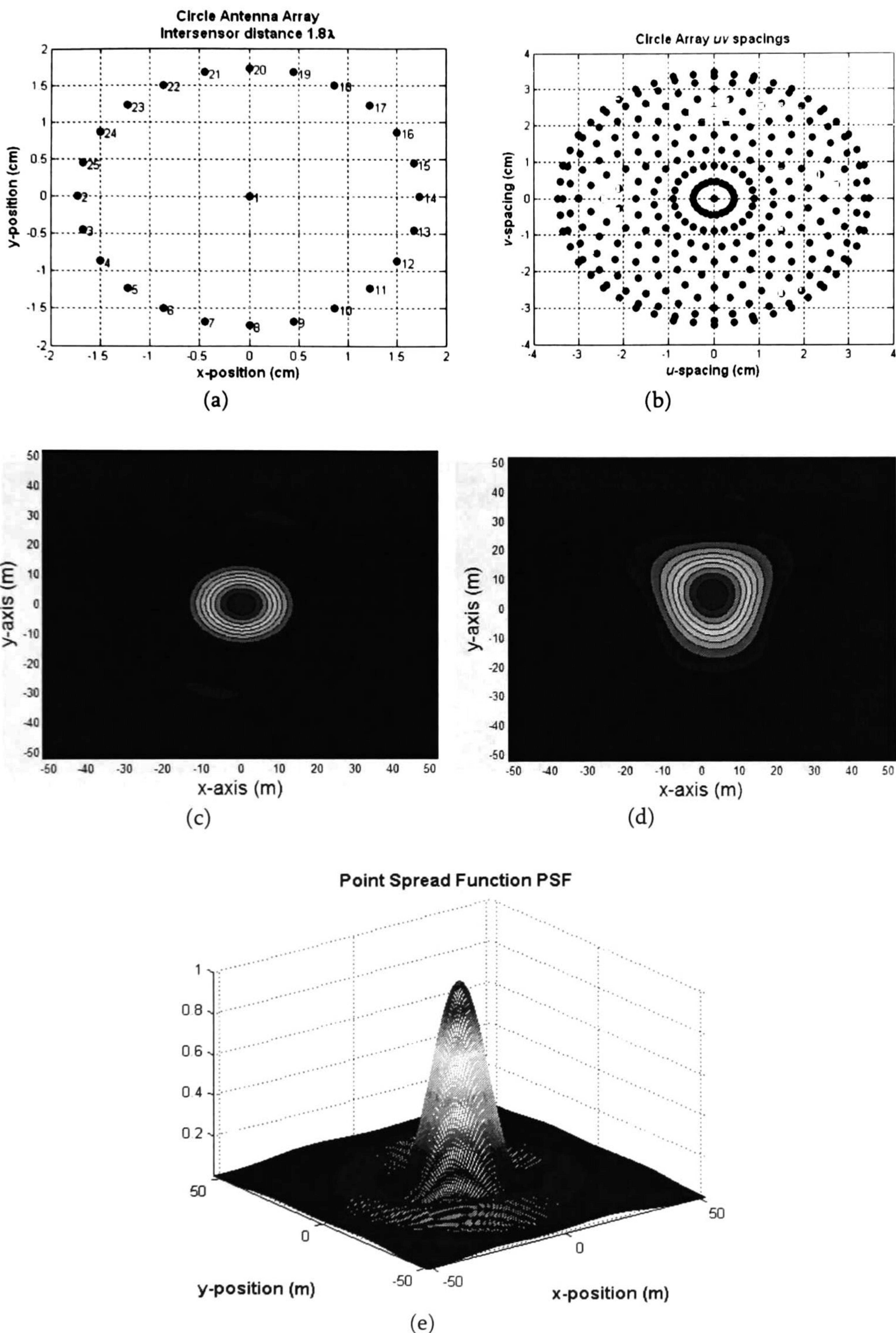


Figura 6.18 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 1.8 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 tags (e) PSF del sistema.

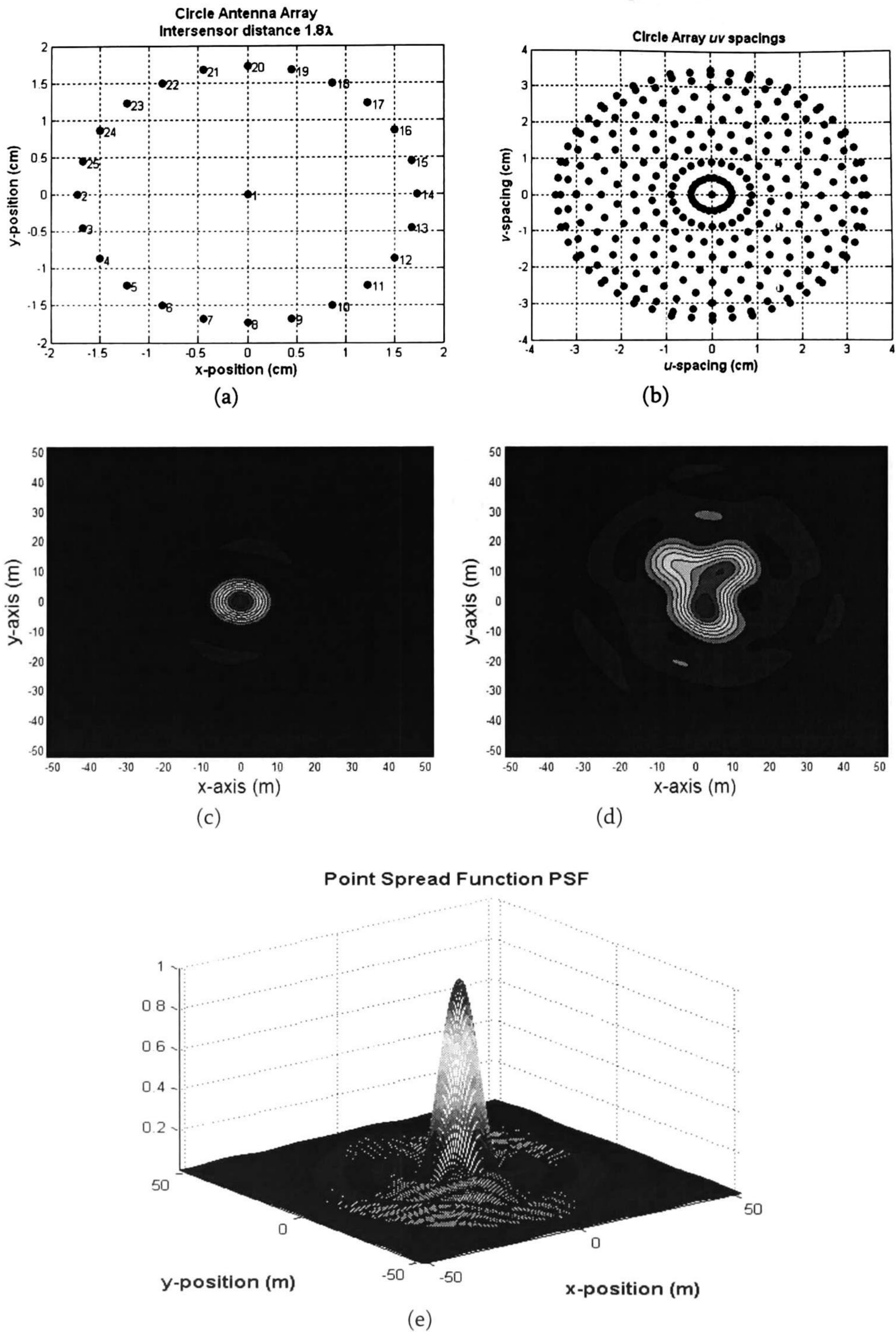


Figura 6.19 Protocolos de simulación para el MIR-O con  $d_{A(1)} = 3 \lambda_0$ ,  $f=24$  GHz, range=30m y con algoritmo formador MSF. (a) *Layout* del arreglo MIR-O (b) Espaciamiento  $uv$  (*visibilidad*) (c) Imagen de la escena para 1 tag en el origen (d) Imagen de la escena para 5 *tags* (e) PSF del sistema.

## 6.2 Discusiones de Resultados entre los Algoritmos MSF y FTSF

En los resultados presentados anteriormente, la primera observación que surge es que, mientras más grande sea el espaciamento entre elementos (sensores) de la antena, surgen lóbulos laterales (*grating sidelobes*) muy altos (tanto para el FOV reportado, de 60°, como para el FOV de 120°) lo cual es inaceptable para la resolución del problema de localización de *tags* ya que puede producir errores de ubicación de los *tags* (*tag mismatch*). En cuanto a este problema, con el MIR con abertura FOV de 45° se obtienen los mejores resultados.

En cuanto a la PSF empleada en la localización de *tags*, se ha visto que ésta depende de tres factores: de la configuración geométrica del MIR, del espaciamento entre elementos (sensores) y del algoritmo formador de la imagen empleado (MSF o FTSF). En los resultados presentados anteriormente, el mejor resultado obtenido con el MIR-Y se obtiene a  $d_{A(S)} = 1.8 \lambda_0$ , con un FOV de 60°, con el algoritmo formador FTSF [17]. En las tres configuraciones de MIR, los resultados óptimos son obtenidos con el algoritmo FTSF, pero vale la pena recordar que dicho algoritmo, requiere más operaciones complejas que el algoritmo convencional MSF (16 veces más) para la formación de la imagen de la escena. En la tabla 6.20 se presentan las métricas de desempeño de los algoritmos. La métrica fue desarrollada para este trabajo en particular, dicha métrica es proporcional al volumen del lóbulo principal de la PSF, inversamente proporcional a su varianza e inversamente proporcional a volumen de sus lóbulos laterales (*grating sidelobes*)

$$\text{Métrica } \mu = \frac{V_{LP}}{V_{LS} \sigma_{LP}^2} \quad (6.1)$$

En la figura 6.20 se muestra una PSF en 2-D, en la que se resume de manera gráfica la métrica antes mencionada. En otras palabras, lo que se busca en una PSF es que el lóbulo principal sea lo más delgado posible y que los *grating sidelobes* tengan la amplitud mínima posible.

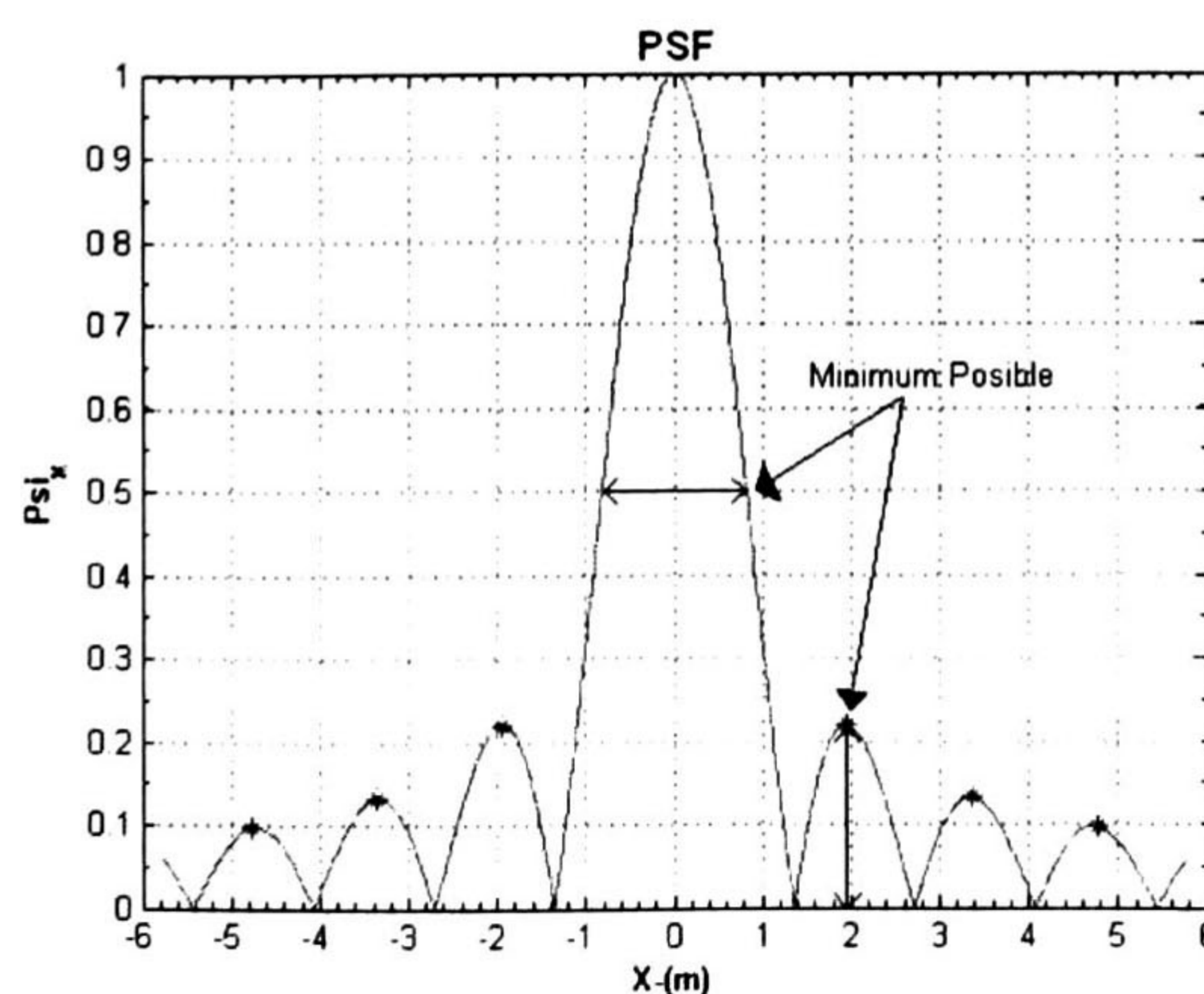


Figura 6.20 Representación gráfica del desempeño de la PSF.

Tabla 6.20 Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=45°

|                            | FTSF-Y | MSF-Y    | FTSF-X   | MSF-X     | FTSF-O   | MSF-O    |
|----------------------------|--------|----------|----------|-----------|----------|----------|
| $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ | 0.0066 | 3.30e-04 | 9.01e-04 | 0.0140    | 1.48e-04 | 1.50e-04 |
| $d_{A(2)} = 0.8 \lambda_0$ | 0.0212 | 0.0058   | 0.0068   | 4.541e-04 | 2.56e-04 | 2.67e-04 |
| $d_{A(3)} = 1 \lambda_0$   | 0.0264 | 0.0044   | 0.0060   | 0.0109    | 3.69e-04 | 3.87e-04 |
| $d_{A(4)} = 1.5 \lambda_0$ | 0.0493 | 0.3528   | 0.0235   | 0.0127    | 7.73e-04 | 8.18e-04 |
| $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$ | 0.0547 | 0.0180   | 0.0150   | 6.93e-04  | 0.0010   | 0.0011   |
| $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$   | 0.0743 | 0.0151   | 0.2715   | 0.0115    | 0.0012   | 0.0014   |
| $d_{A(7)} = 2.5 \lambda_0$ | 0.0455 | 0.0129   | 0.0045   | 0.0024    | 0.0045   | 0.0022   |
| $d_{A(8)} = 3 \lambda_0$   | 0.0168 | 0.0046   | 0.0034   | 0.0019    | 0.0040   | 0.0031   |
| $d_{A(9)} = 3.5 \lambda_0$ | 0.0143 | 0.0040   | 0.0048   | 0.0017    | 0.0042   | 0.0044   |
| $d_{A(10)} = 4 \lambda_0$  | 0.0139 | 0.0970   | 0.0031   | 0.0047    | 0.0928   | 0.0027   |

Tabla 6.21 Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=60°

|                            | FTSF-Y | MSF-Y  | FTSF-X | MSF-X    | FTSF-O   | MSF-O    |
|----------------------------|--------|--------|--------|----------|----------|----------|
| $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ | 0.0166 | 0.0377 | 0.0085 | 2.26e-04 | 1.12e-04 | 1.15e-04 |
| $d_{A(2)} = 0.8 \lambda_0$ | 0.0151 | 0.0024 | 0.0033 | 2.83e-04 | 2.31e-04 | 2.47e-04 |
| $d_{A(3)} = 1 \lambda_0$   | 0.0219 | 0.0028 | 0.0618 | 3.28e-04 | 3.46e-04 | 3.69e-04 |
| $d_{A(4)} = 1.5 \lambda_0$ | 0.0394 | 0.0079 | 0.1817 | 0.0063   | 6.91e-04 | 8.14e-04 |
| $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$ | 0.0536 | 0.0076 | 0.0150 | 0.0084   | 0.0028   | 0.0011   |
| $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$   | 0.0239 | 0.0066 | 0.0039 | 0.0020   | 0.0023   | 0.0014   |
| $d_{A(7)} = 2.5 \lambda_0$ | 0.0076 | 0.0023 | 0.0018 | 0.0428   | 0.0023   | 0.0022   |
| $d_{A(8)} = 3 \lambda_0$   | 0.0095 | 0.0866 | 0.0018 | 0.0030   | 0.0490   | 0.0015   |
| $d_{A(9)} = 3.5 \lambda_0$ | 0.0493 | 0.0215 | 0.0018 | 0.0013   | 0.0063   | 0.0014   |
| $d_{A(10)} = 4 \lambda_0$  | 0.0488 | 0.0164 | 0.0295 | 0.0100   | 0.0047   | 0.0015   |

Tabla 6.22 Métricas de desempeño para la PSF en los tres MIR con un FOV=120°

|                            | FTSF-Y | MSF-Y  | FTSF-X | MSF-X     | FTSF-O   | MSF-O    |
|----------------------------|--------|--------|--------|-----------|----------|----------|
| $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ | 0.0052 | 0.0007 | 0.0010 | 1.36e-04  | 9.06e-05 | 9.34e-05 |
| $d_{A(2)} = 0.8 \lambda_0$ | 0.0114 | 0.0021 | 0.0022 | 1.75e-04  | 2.14e-04 | 2.29e-04 |
| $d_{A(3)} = 1 \lambda_0$   | 0.0173 | 0.0119 | 0.0061 | 2.055e-04 | 0.0013   | 3.58e-04 |
| $d_{A(4)} = 1.5 \lambda_0$ | 0.0345 | 0.0129 | 0.0039 | 2.79e-04  | 0.0152   | 3.95e-04 |
| $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$ | 0.0531 | 0.0061 | 0.0039 | 3.35e-04  | 0.0017   | 3.67e-04 |
| $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$   | 0.0305 | 0.0078 | 0.0032 | 0.0011    | 0.0012   | 4.05e-04 |
| $d_{A(7)} = 2.5 \lambda_0$ | 0.0134 | 0.0021 | 0.0006 | 3.40e-04  | 0.0011   | 5.46e-04 |
| $d_{A(8)} = 3 \lambda_0$   | 0.0161 | 0.0039 | 0.0044 | 1.36e-04  | 0.0013   | 7.37e-04 |
| $d_{A(9)} = 3.5 \lambda_0$ | 0.0258 | 0.0041 | 0.0046 | 1.02e-04  | 0.0016   | 9.70e-04 |
| $d_{A(10)} = 4 \lambda_0$  | 0.0028 | 0.0031 | 0.0012 | 0.13e-04  | 0.0020   | 0.0015   |

Las métricas de desempeño antes presentadas miden de cierta forma la resolución que se obtiene de la escena con alguna PSF en particular, por ejemplo, de la tabla 6.21, se observa que la PSF del MIR-Y para el algoritmo FTSF, a un  $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$  presenta la mejor métrica de desempeño en comparación con los demás espaciamientos entre sensores. En general el comportamiento de la métrica en todos los algoritmos tiene un comportamiento como el mostrado en la figura 6.21, hay un espaciado entre elementos con el cual se obtiene la mejor resolución de la escena (el máximo en la gráfica). En la figura 6.21 se presenta la gráfica de la métrica de desempeño del algoritmo FTSF para la configuración MIR.Y con un FOV=45°. Se observa que el mejor espaciado entre elementos es la posición 6, la cual corresponde a  $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$ .

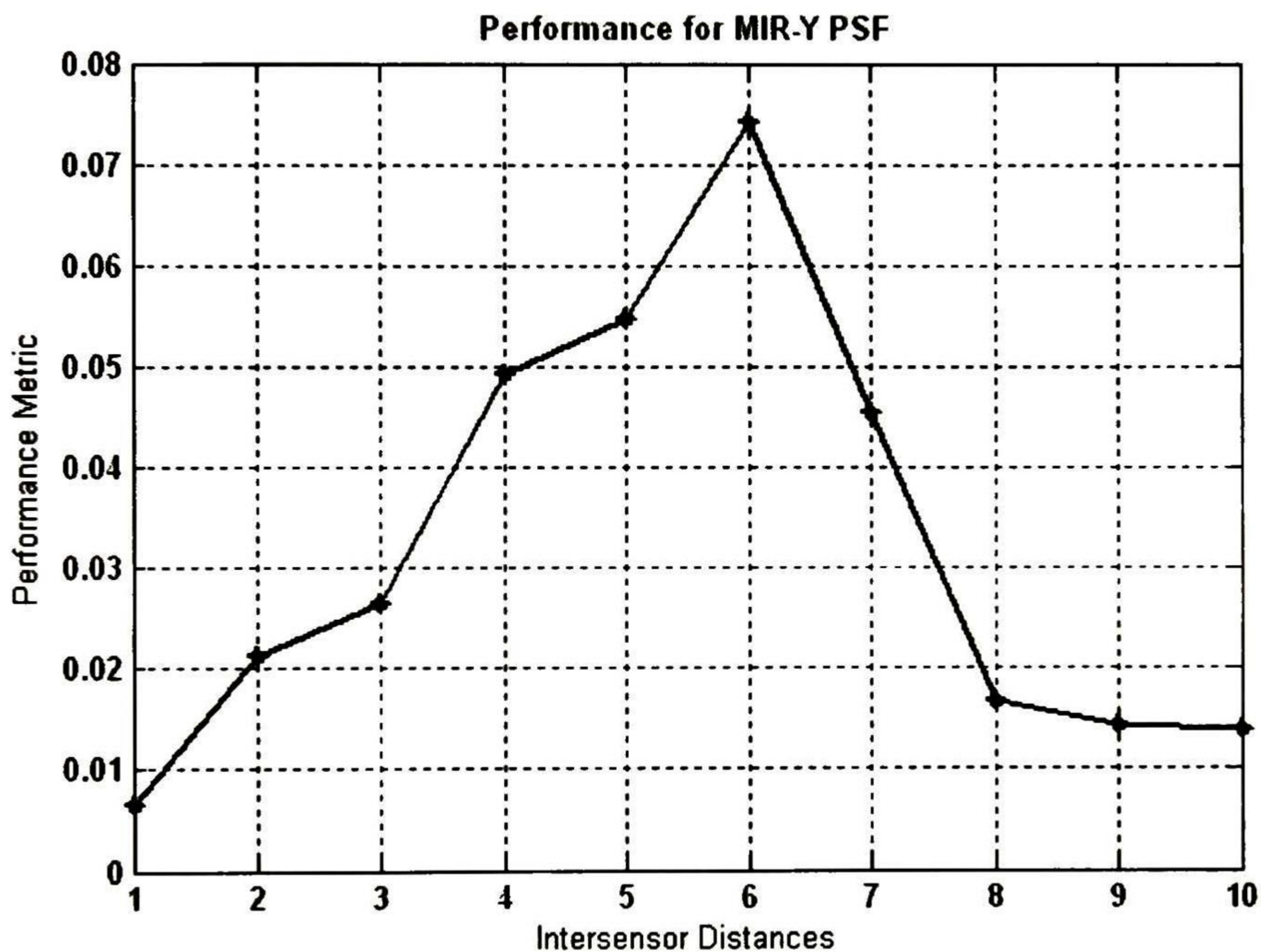


Figura 6.21 Desempeño del algoritmo FTSF, para una configuración MIR-Y y FOV=45°

### 6.3 Comparaciones entre Resultados

En esta sección se hace una comparación entre las imágenes de escenas generadas por cada una de las tres configuraciones MIR, se presentarán de igual forma que en los resultados de la sección 6.1, es decir, tres espaciamientos de sensores (los casos extremos y el mejor caso) y con los dos algoritmos formadores, el MSF y el FTSF, resaltando los resultados con el algoritmo FTSF, los cuales son superiores a los resultados usando el algoritmo convencional MSF. En la figura 6.22 se presentan las imágenes de la escena para 5tags especificados previamente (ver figura 6.1).

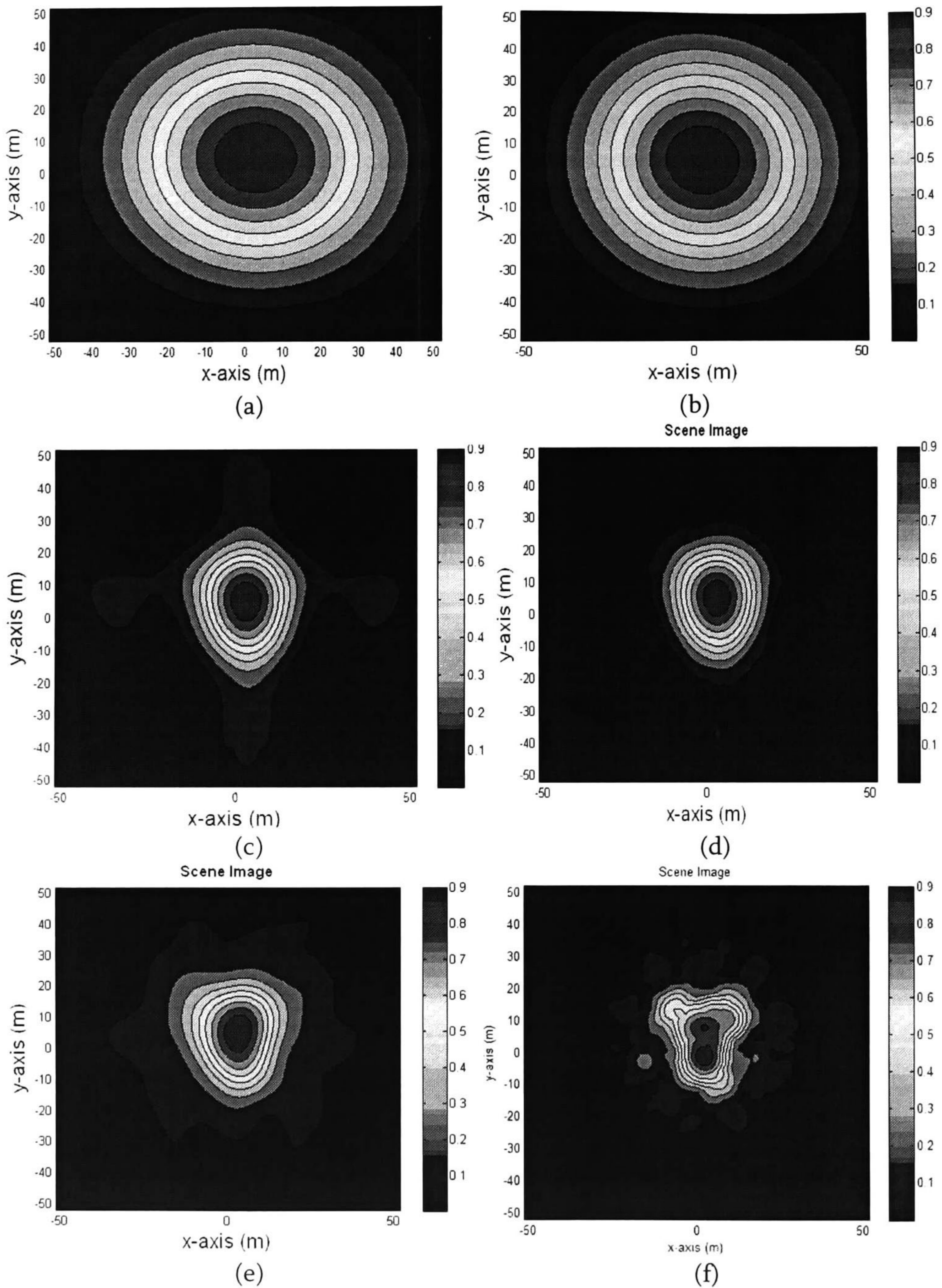


Figura 6.22 Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTFSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTFSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTFSF



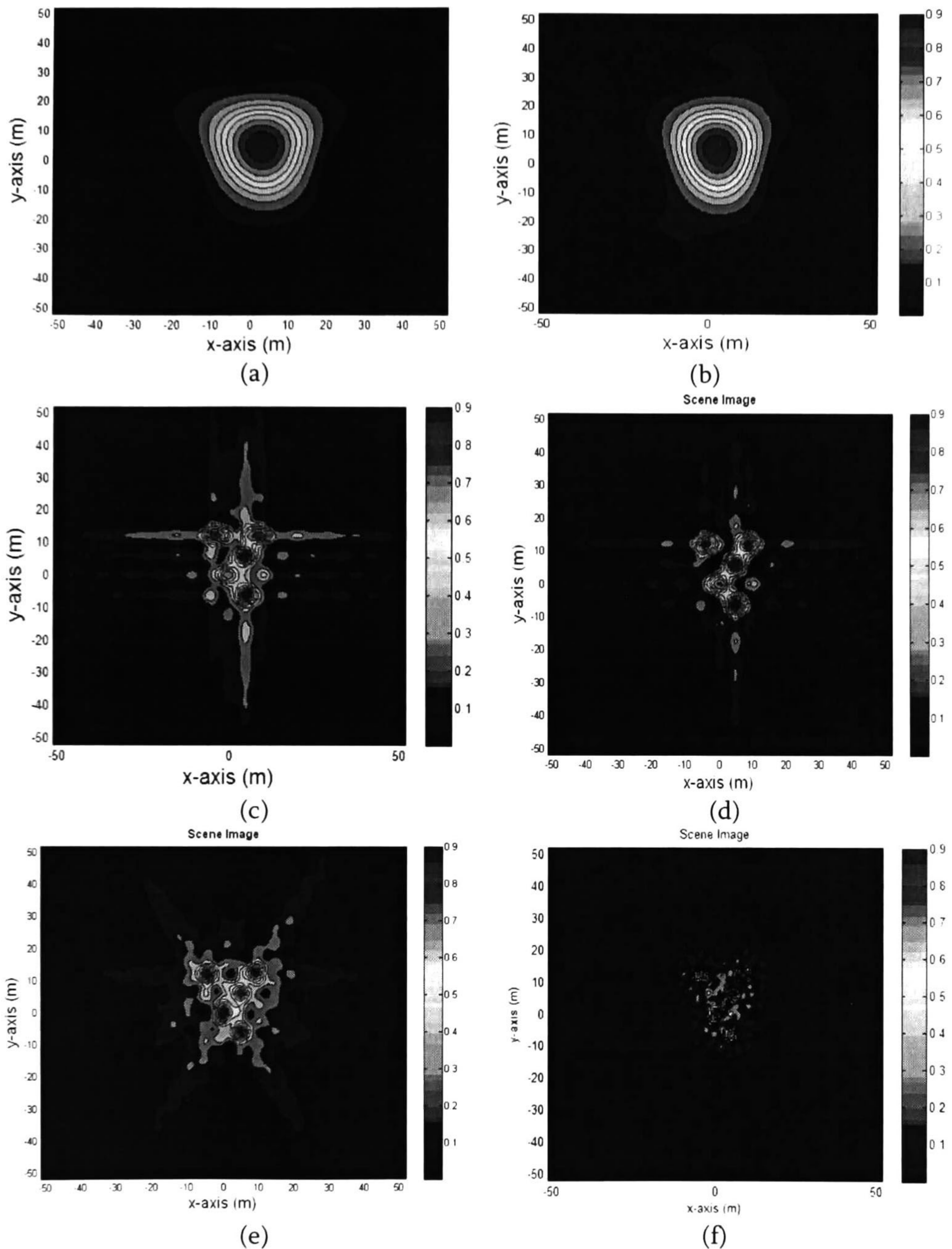


Figura 6.23 Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTSF

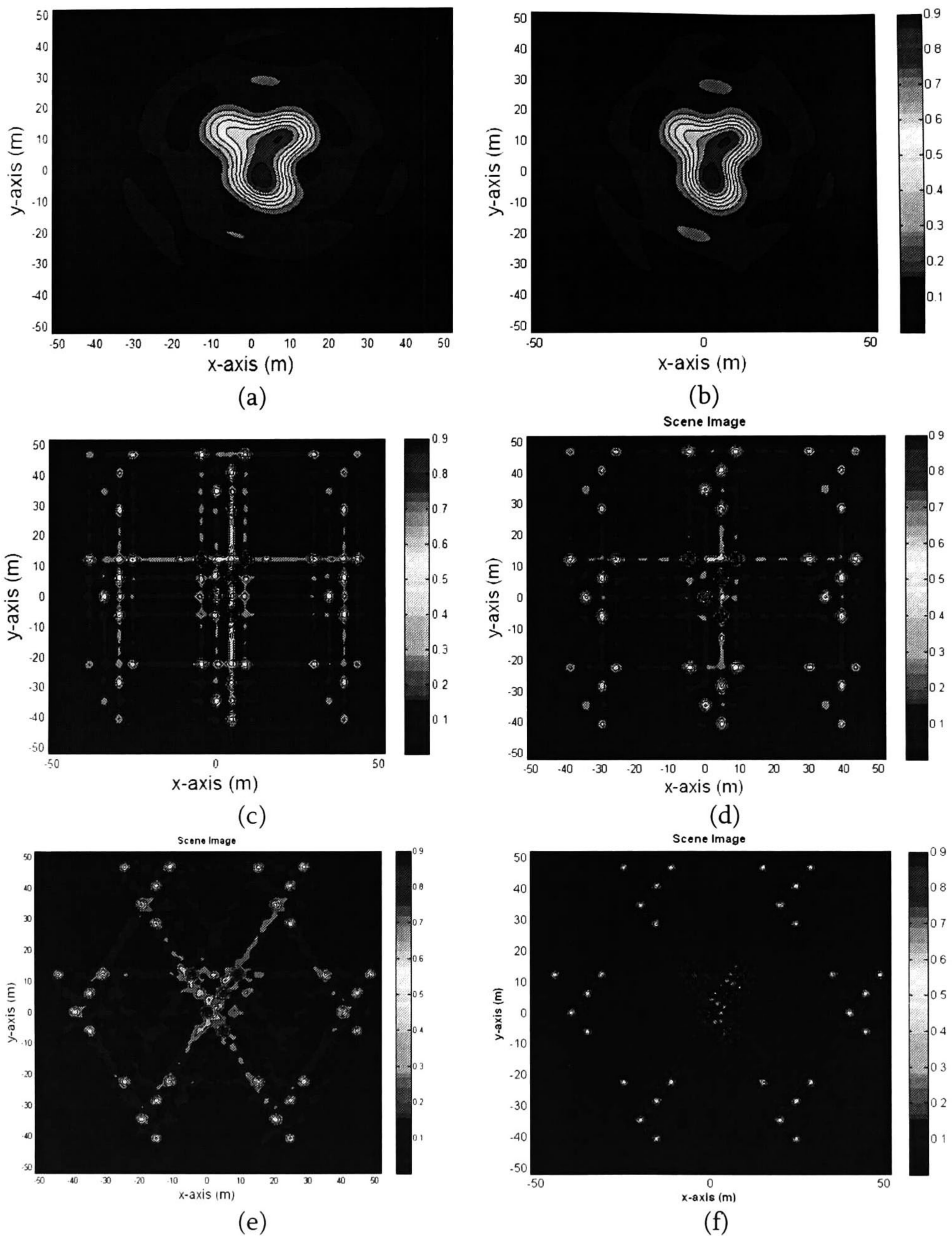


Figura 6.24 Protocolos de formación de la imagen de la escena multi-*target* con FOV=60° y  $d_{A(8)} = 3 \lambda_0$ : (a) imagen formada con el MIR-O implementando la técnica MSF; (b) imagen formada con el MIR-O con FTSF (c) imagen formada con el MIR-X y MSF (d) imagen formada con el MIR-X y FTSF; (e) imagen formada con el MIR-Y y MSF; (f) imagen formada con el MIR-Y y FTSF

De acuerdo a las métricas desarrolladas y a los resultados cualitativos resumidos en las figuras 6.21, 6.22 y 6.24, se llega a la conclusión que el mejor desempeño es alcanzado con la configuración MIR-Y y con el algoritmo formador de imagen FTSF, lo cual corresponde a la expectativa de este trabajo de investigación. En cuanto al espaciamiento entre los sensores de la antena, la alta resolución se alcanza con el  $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$  con un ángulo de apertura direccional (FOV) de  $60^\circ$ . Del mismo modo con  $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$  y con FOV= $45^\circ$  se alcanza el máximo de resolución con el MIR-Y, superando al MIR-X y el MIR-O, pero hay que tomar en cuenta que con  $45^\circ$  se reduce en gran medida el área del escenario de operación.

## 6.4 Resumen del Capítulo VI

En este capítulo se presentaron los resultados obtenidos con los algoritmos desarrollados en este trabajo, se cumplió con el objetivo de reconstruir una escena donde se encuentran *tags* espacialmente distribuidos, es decir, resolver un problema de localización de *targets*. Se presentaron los protocolos de simulación para las tres diferentes configuraciones de antenas, MIR-Y, MIR-X y MIR-O; resaltando el desempeño que presenta el MIR-Y sobre las otras dos configuraciones. Estos resultados de simulación se presentaron para una escena con 1 *tag* y otra escena con 5 *tags*.

Los resultados obtenidos están de acuerdo a lo esperado según el desarrollo teórico previo, presentado en el capítulo anterior, es decir, se demostró en los experimentos de simulación, que el algoritmo FTSF produce *grating sidelobes* menores en amplitud en la imagen del *tag* que los producidos en la imagen reconstruida por el algoritmo MSF. En escenarios operacionales *in-doors*, un nivel alto en los *grating sidelobes* es muy perjudicial, ya que causa incertidumbres en la localización del *tag* debido a los efectos de propagación multi-camino, resultando en una localización incorrecta del *tag*.

La mejor resolución de la imagen de la escena, en cuanto al espaciamiento entre los sensores de la antena se refiere, se alcanza con el  $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$  con un ángulo de apertura direccional (FOV) de  $60^\circ$ . Del mismo modo con  $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$  y con FOV= $45^\circ$  se alcanza el máximo de resolución con el MIR-Y, superando al MIR-X y el MIR-O, pero hay que tomar en cuenta que con  $45^\circ$  se reduce en gran medida el área del escenario (de visibilidad) de operación.

La optimización de los grados de libertad (espaciamiento entre sensores, abertura direccional, matriz de correlación empleada  $\tilde{Y}$ ) da como resultado imágenes de la escena con alta resolución.

# CAPÍTULO VII

## Conclusiones y Trabajo Futuro

En este capítulo final se presentan las conclusiones más importantes de este trabajo de tesis. Se discuten los resultados obtenidos haciendo las recomendaciones pertinentes cuando se desee aplicar en la realidad un sistema como el desarrollado en este trabajo. Como trabajo futuro está el reto de integrar la solución propuesta en este trabajo al problema directo (adquisición de una imagen) con la parte de solución al problema inverso (mejoramiento y pos procesamiento de una imagen), aplicando métodos de reconstrucción fusionados que produzcan resultados de súper alta resolución de la imagen de la escena, así como desarrollo de métodos adaptivos no paramétricos.

### 7.1 Conclusiones

- Se estudió y analizó el estado del arte de sistemas formadores de imágenes que emplean radares multi-sensores multi-modales aplicados al problema de detección de objetos con alta resolución.
- Se investigó el marco teórico de los algoritmos existentes para la estimación de parámetros enfocados al problema de localización de objetos y en la solución del problema directo de adquisición de una imagen de escena distribuida de alta resolución, sentando las bases para el posterior desarrollo

de los nuevos algoritmos formadores de imagen, esto se presentó en el capítulo III.

- Se desarrollaron los algoritmos para el procesamiento de las señales obtenidas por el arreglo multi-sensor multi-modal en sus tres diferentes configuraciones geométricas: Arreglo-Y, Arreglo-X y Arreglo-O; los algoritmos son dos: uno basado en la técnica de filtro acoplado MSF y el otro basado en transformada de Fourier en 2-D, el FTFSF. Estos algoritmos robustos presentan una formación de la imagen de la escena de alta resolución, pero el algoritmo FTFSF manifiesta un desempeño superior sobre el algoritmo MSF.
- Se realizaron todas las simulaciones pertinentes con los algoritmos desarrollados para determinar la configuración geométrica óptima del arreglo de radar multi-sensor, multi-modal así como el espaciamiento óptimo de sus elementos (sensores) requerido para una formación de imagen de la escena con alta resolución. Se determinó mediante estas simulaciones, que el MIR-Y sí presenta los mejores resultados, como se había esperado y como se presentó en el capítulo VI.
- Se implementó el *Virtual Remote Sensing Laboratory* VRSL para el mapeo detallado de alta resolución de una escena, para localización de objetivos (*targets*) espacialmente distribuidos y semi-ocultos u ocultos, visualizados por el sistema de radar multi-sensor multi-modal y aplicando los algoritmos desarrollados formadores de imagen. El VRSL tiene un diseño orientado para usuario final, con una interfaz gráfica para su mejor manejo.
- La primera observación que surge en los experimentos de simulación, es que, mientras más grande sea el espaciamiento entre elementos (sensores) de la antena, surgen lóbulos laterales (*grating sidelobes*) muy altos (tanto para el FOV reportado en la sección 6.1, de 60°, como para el FOV de 120°) lo cual es inaceptable para la resolución del problema de localización de *tags* ya que puede producir errores de ubicación de los *tags* (*tag mismatch*).
- La PSF empleada en la localización de *tags*, depende de tres factores: de la configuración geométrica del MIR, del espaciamiento entre elementos (sensores) y del algoritmo formador de la imagen empleado (MSF o FTFSF). En los resultados presentados anteriormente, el mejor resultado obtenido con el MIR-Y se obtiene a  $d_{A(s)} = 1.8 \lambda_0$ , con un FOV de 60°, con el algoritmo formador FTFSF. En las tres configuraciones de MIR, los resultados óptimos son obtenidos con el algoritmo FTFSF.

- La métrica de desempeño reportada en la sección 6.2 fue desarrollada para este trabajo en particular, dicha métrica es proporcional al volumen del lóbulo principal de la PSF, inversamente proporcional a su varianza e inversamente proporcional a volumen de sus lóbulos laterales (*grating sidelobes*)
- Los resultados obtenidos están de acuerdo a lo esperado según el desarrollo teórico presentado en los capítulos IV y V, es decir, se demostró en los experimentos de simulación, que el algoritmo FTSF produce *grating sidelobes* menores en amplitud en la imagen del *tag* que los producidos en la imagen reconstruida por el algoritmo MSF. En escenarios operacionales *in-doors*, un nivel alto en los *grating sidelobes* es muy perjudicial, ya que causa incertidumbres en la localización del *tag* debido a los efectos de propagación multi-camino, resultando en una localización incorrecta del *tag*
- Con respecto al espaciamiento entre los sensores de la antena MIR, la alta resolución se alcanza con el  $d_{A(5)} = 1.8 \lambda_0$  con un ángulo de apertura direccional (FOV) de 60°. Del mismo modo con  $d_{A(6)} = 2 \lambda_0$  y con FOV=45° se alcanza el máximo de resolución con el MIR-Y, superando al MIR-X y el MIR-O, pero hay que tomar en cuenta que con 45° se reduce en gran medida el área del escenario (de visibilidad) de operación.

## 7.2 Trabajo Futuro

Los resultados obtenidos en este proyecto de tesis son prometedores, debido a esto, se proponen los siguientes puntos como trabajo futuro en esta línea de investigación:

- Fusionar el laboratorio virtual desarrollado que provee una solución específica al problema directo (adquisición de una imagen), con el laboratorio existente que resuelve los problemas inversos (pos procesamiento y mejoramiento de imágenes), aplicando nuevos métodos fusionados con Redes Neuronales y con métodos adaptivos no paramétricos.
- Debido a que la complejidad es exponencial al trabajar con matrices en Matlab®, es necesario mejorar los tiempos de procesamiento ideando un método de programación más eficiente, o en su defecto, emigrar a otra plataforma, ya que Matlab® es un software intérprete, es decir, que no está diseñado para realizar programas con un número grande de instrucciones.
- Realizar un estudio exhaustivo enfocado a incrementar las métricas de desempeño de los algoritmos formadores de la imagen, para obtener resultados cuantitativos más precisos.

## Referencias

- [1] Shorts, Nicolas M., *Remote Sensing Tutorial*, National Aeronautics and Space Administration, 2009.
- [2] F. M. Henderson and A.V. Lewis, *Principles and Applications of Imaging Radar: Manual of Remote Sensing*, 3<sup>rd</sup> ed., Vol. 2, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [3] Curlander, J. and McDonough, R., *Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing*, Wiley Series in Remote Sensing, John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1991.
- [4] Lambrigtsen B., *et al.*, "GeoSTAR – A Microwave Sounder for Geostationary Satellites", *IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing, IEEE IGARSS 2004*, ISBN 0-7803-8742-2, pp. 777-780, 2004.
- [5] S.E. Falkovich, V.I. Ponomaryov, and Y. V. Shkvarko, *Optimal Reception of Space-Time Signals in Channels With Scattering*, (in Russian), Radio i Sviaz, Moscow, 1989.
- [6] A. Farina, *Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems*, Norwood, Artech House Inc., MA, 1991.
- [7] S. Haykin and A. Steinhardt., *Adaptive Radar Detection and Estimation*, John Willey and Sons Inc., New York, 1992.
- [8] H.L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part IV, Optimum Array Processing*. New York: Willey, 2002.
- [9] H.H. Barrett and K.J. Myers, *Foundations of Image Science*, New York: Willey, 2004.
- [10] Y.V. Shkvarko, "Estimation of wavefield power distribution in the remotely sensed environment: Bayesian maximum entropy approach", *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 50, No. 9, pp. 2333-2346, Sep. 2002.

- [11] Y.V. Shkvarko, "Unifying regularization and Bayesian estimation methods for enhanced imaging with remotely sensed data—Part I: Theory", *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, No. 5, pp. 923-931, May 2004.
- [12] Y.V. Shkvarko, "Unifying regularization and Bayesian estimation methods for enhanced imaging with remotely sensed data—Part II: Implementation and performance issues", *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, No. 5, pp. 932-940, May 2004.
- [13] S. Haykin, "Cognitive radar", *IEEE Signal Proc. Magazine*, vol. 23, No. 1, pp. 30-40, Jan. 2006.
- [14] Y.V. Shkvarko, "From matched spatial filtering towards the fused statistical descriptive regularization method for enhanced radar imaging", *EURASIP J. Applied Signal Processing*, vol. 2006, Article ID 39657, pp. 1-9, 2006.
- [15] A.B. Tanner, *et al.*, "Prototype Development of a Geostationary Synthetic Thinned Aperture Radiometer, GeoSTAR", *IEEE Intern. Symposium on Geoscience and Remote Sensing, IEEE IGARSS 2004*, ISBN 0-7803-8742-2/04, pp. 1256-1259, 2004.
- [16] A.B. Tanner, *et al.*, "Initial Results of the Geosynchronous Synthetic Thinned Aperture Radiometer (GeoSTAR)", *IEEE Intern. Symposium on Geoscience and Remote Sensing, IEEE IGARSS 2006*, ISBN 0-7803-9510-7/06, pp. 3951-3954, 2006.
- [17] Shkvarko, Y. and Espadas, V., "Experiment Design Framework For Super-High Resolution Imaging With The GeoSTAR Configured Sensor Array Data" *The Seventh International Kharkov Symposium on Physics and engineering of Microwaves, Milimeter and Submilimeter Waves MSMW'10*, ISBN 978-1-4244-7898-9/10/, 2010.
- [18] Cutrona L.G., *Synthetic aperture radar. in: Radar Handbook* Second Edition, (Skolnic M.I. (Ed)). McGraw Hill, Boston, 1990.
- [19] B. Allen and M. Ghavami, *Adaptive Array Systems, fundamentals and applications*, John Wiley & Sons, Ltd; England, 2005.
- [20] Shkvarko Y., Perez-Meana H., and Castillo-Atoche A., "Towards the Virtual Remote Sensing Laboratory: Intelligent Experiment Design Paradigm", *IEEE Intern. Symposium on Geoscience and Remote Sensing (IGARSS)*, Boston, USA, 2008, ISBN: 978-1-4244-2808-3, pp. IV-1328–1331, Jul. 2008.



# APÉNDICE I

## Código en MATLAB®

En esta sección se presenta la parte principal del código desarrollado en la plataforma MATLAB® para la realización de los experimentos de simulación. Como se menciona en el capítulo VI, se tienen tres configuraciones posibles de MIR, dos frecuencias de operación, dos rangos, 10 espaciamentos entre sensores, dos números de *tags*, tres grados de FOV y dos algoritmos formadores de imagen, esto nos da un total de 480 escenarios por cada MIR, es decir, 1440 escenarios en total. En el código aquí presentado se observa la estructura del diseño del experimento, con los parámetros aquí mencionados.

### A.1 Código Desarrollado

En esta primera parte del código, se inicializan los parámetros de simulación: (k,sbs,opTags,config,psfconf) donde:

- k: apertura direccional seleccionada: 1, 2 o 3, para 120, 60 y 45;
- sbs: espaciamiento entre sensores: 1,...,10 para .5,..., o 4 veces lambda;
- opTags: numero de tags: 1 o 5
- config: tipo de configuracion de sensores: 1, 2 o 3 para cruz '+', circular 'O' o 'Y'
- psfconf: tipo de PSF, 1 para MSF y 2 para FTSF

```

function simulaciones1a(k,sbs,opTags,config,psfconf)

%% Datos

fsel=1;
c=3e8; % speed of light m/s
h=30; % Range gate
M=6; %(4 Arms, 6 elements in each Arm)for X
No_Sensors=24;

% Parameters
a=[1.802 3.591 4.79]; % Directional Aperture for 120°, 60° y 45°
sbSen=[0.5 0.8 1.0 1.5 1.8 2.0 2.5 3 3.5 4.0]; % Intersensor distance
f=[24e9 36e9]; % Hz

f0=f(fsel); % frequency chosen
lambda=(c/f0)*100; % wavelenght en cm
long=sbSen(sbs);
d=lambda*long; % Intersensor distance cm

delta=.0045;
tetha_x=-.5:delta:.5;
tetha_y=-.5:delta:.5;
N=length(tetha_x);
tMLob=.75; % trheshold_main_lobe
tSecLob=.25; % trheshold_second_lobe
beta=(pi/3);
x=h*tan(beta);
delta2=(2*x)/N;
X=linspace(-x,x,N);
Y=X;

```

En la sección siguiente, se elige la configuración de la escena (distribución espacial original de los *tags*):

```

if opTags==1
    N_TAGS=1;
    TAGS=[0,0];
else
    N_TAGS=5;
    TAGS=[0,0,4.5,6,9,12,4.5,-6,-4.5,12];
end
str1='markerfacecolor'; str2='fontsize'; str3='fontweight';

```

En las líneas siguientes, con la función *Xconfig* se elige la configuración del MIR (MIR-X, MIR-O ó MIR-Y), y se calcula la abertura direccional con la función *directMask*

```

%% ----- Antenna Array Configuration-----
if config==1
    [Ro_x_all,Ro_y_all]=crossConfig(M,d,str1,str2,str3,sbs);
elseif config==2
    [Ro_x_all,Ro_y_all]=circConfig(No_Sensors,d,str1,str2,str3,sbs);
else
    M=8;
    [Ro_x_all,Ro_y_all]=yConfig(M,d);

```

```

end
%% ----- DIRECTIONAL MASK -----
-----
y2=directMask(N,tetha_x,tetha_y,a,k);

```

En las funciones siguientes, se calcula la PSF del sistema elegido en las funciones previas, con la función *psfconfigX* se elige la configuración de la PSF deseada para su posterior procesamiento (convolución).

```

%% ----- PSF CONFIGURATION -----
% X_Y direction

if (psfconf==1) % MSF algorithm begins
    if (config==3) % MIR Y

psi=psfConfigMSF4Y(N,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda);
    else % MIR-O and MIR-X

psi=psfConfigMSF(N,y2,No_Sensors,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda);
    end
else % FTSF algorithm begins
    if config==1 % MIR-X
        P1=(ones(24));
        P1(1:6,1:6)=0;
        P1(7:12,7:12)=0;
        P1(13:18,13:18)=0;
        P1(19:24,19:24)=0;

psi=psfConfigFTSF4xo(N,P1,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda);
    ;
    elseif config==2 % MIR-O
        P2=toeplitz([0,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1]);
        P3=toeplitz([1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0],[1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,1,1]);
        P4=zeros(12);
        P1=[P2,P3;P3,P4];

psi=psfConfigFTSF4xo(N,P1,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda);
    ;
    else % MIR Y
        P1=(ones(24));
        P1(1:8,1:8)=0;
        P1(9:16,9:16)=0;
        P1(17:24,17:24)=0;

psi=psfConfigFTSF4Y(N,P1,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda);
    end
end

figure(3)
mesh(X,Y,psi,psi);
title('PSF');axis('tight'); grid on
title('Point Spread Function PSF',str2,12,str3,'bold');
xlabel('x-position (m) ,str2,12,str3,'bold');
ylabel('y-position (m) ,str2,12,str3,'bold');
%% ----- CONVOLUTION -----
-----

```

```

psi_tag=convolution(N,N_TAGS,TAGS,delta2,X,Y,psi);
% X_Y direction
ambigFun(N,psi_tag,delta2,X,Y,tMLob,tSecLob,str2,str3)
end

```

En las funciones siguientes, se calcula la configuración geométrica de los arreglos de antena MIR-X, MIR-O y MIR-Y, dentro de estas funciones se despliegan dos gráficos, uno para el *layout* de la antena y otro para la *visibilidad* o espaciamiento *uv* de la antena.

```

function [Ro_x_all,Ro_y_all]=crossConfig(M,d,str1,str2,str3,sbs)
%% ----- Antenna Positions axis X & Y -----
-----
tam0=zeros(1,2*M+1);
Ro_x=tam0; Ro_y=tam0;
j=-M:M;
for i=1:2*M+1
    Ro_x(i)=d*j(i);
    Ro_y(i)=d*j(i);
end
Ro_x_l=Ro_x(1:M);
Ro_x_r=Ro_x(M+2:2*M+1);
Ro_y_dw=Ro_y(1:M);
Ro_y_up=Ro_y(M+2:2*M+1);
y1=zeros(size(Ro_x));
x1=zeros(1,M);
Ro_x_all=[Ro_x x1 x1];
Ro_y_all=[y1 Ro_y_dw Ro_y_up];
figure(1)
plot(Ro_x_all,Ro_y_all,'O',str1,'k');grid on;

for i=1:length(Ro_x_all);
    text(Ro_x_all(i)+.3, Ro_y_all(i)-.3,num2str(i));
end
sttitle='Cross Antenna Array';
sbSen=['0.5';'0.8';'1.0';'1.5';'1.8';'2.0';'2.5';'3.0';'3.5';'4.0'];
str4=['Intersensor distance ' sbSen(sbs,1:3) '\lambda'];
title({sttitle;str4},str2,12,str3,'bold');
xlabel('x-position (cm)',str2,12,str3,'bold');
ylabel('y-position (cm)',str2,12,str3,'bold');
%% ----- UV SPACINGS -----
tam1=zeros(1,M*M);
auxVar=1:M*M;
auxVar=(reshape(auxVar,M,M))';
u1x_u2x=tam1; u1y_u2y=tam1; u1x_u3x=tam1; u1y_u3y=tam1; u1x_u4x=tam1;
u2x_u1x=tam1; u2y_u1y=tam1; u3x_u1x=tam1; u3y_u1y=tam1; u4x_u1x=tam1;
u1y_u4y=tam1; u2x_u4x=tam1; u2y_u4y=tam1;
u4y_u1y=tam1; u4x_u2x=tam1; u4y_u2y=tam1;
for i=1:M
    for j=1:M
       iaux=auxVar(i,j);
        %%% arms 1 & 2 coord x %%%
        u1x_u2x(iaux)= Ro_x_r(i)-y1(j); % 1-2
        u2x_u1x(iaux)= y1(i)-Ro_x_r(j); % 2-1
        %%% arms 1 & 2 coord y %%%
        u1y_u2y(iaux)= y1(i)-Ro_y_dw(j); % 1-2
        u2y_u1y(iaux)= Ro_y_dw(i)-y1(j); % 2-1
        %%% arms 1 & 3 coord x %%%
    end
end

```

```

    u1x_u3x(iaux)= Ro_x_r(i)-Ro_x_l(j); %1-3
    u3x_u1x(iaux)= Ro_x_l(i)-Ro_x_r(j); %3-1
    %%% arms 1 & 3 coord y %%%
    u1y_u3y(iaux)= y1(i)-y1(j); % 1-3
    u3y_u1y(iaux)= y1(i)-y1(j); % 3-1
    %%% arms 1 & 4 coord x %%%
    u1x_u4x(iaux)= Ro_x_r(i)-y1(j); %1-4
    u4x_u1x(iaux)= y1(i)-Ro_x_r(j); %4-1
    %%% arms 1 & 4 coord y %%%
    u1y_u4y(iaux)= y1(i)-Ro_y_up(j); % 1-4
    u4y_u1y(iaux)= Ro_y_up(i)-y1(j); % 4-1
    %%% arms 2 & 4 coord x %%%
    u2x_u4x(iaux)= y1(i)-y1(j); % 2-3
    u4x_u2x(iaux)= y1(i)-y1(j); % 3-2
    %%% arms 2 & 4 coord y %%%
    u2y_u4y(iaux)= Ro_y_dw(i)-Ro_y_up(j); %2-3
    u4y_u2y(iaux)= Ro_y_up(i)-Ro_y_dw(j); %3-2
end
end

figure(2)
plot(u1x_u2x,u1y_u2y,'o',str1,'k'),hold on
plot(u2x_u1x,u2y_u1y,'o',str1,'k'),hold on
plot(u1x_u3x,u1y_u3y,'o',str1,'b'),hold on
plot(u3x_u1x,u3y_u1y,'o',str1,'b'),hold on
plot(u1x_u4x,u1y_u4y,'o',str1,'r'),hold on
plot(u4x_u1x,u4y_u1y,'o',str1,'r'),hold on
plot(u2x_u4x,u2y_u4y,'o',str1,'b'),hold on
plot(u4x_u2x,u4y_u2y,'o',str1,'b'),hold on,grid on
title('Cross {\ituv} spacings',str2,12,str3,'bold');
xlabel('{\itu}-spacing (cm)',str2,12,str3,'bold');
ylabel('{\itv}-spacing (cm) ',str2,12,str3,'bold');
end

function
[Ro_x_all,Ro_y_all]=circConfig(No_Sensors,d,str1,str2,str3,sbs)

Np=No_Sensors;
teta=(180-360/Np)/2;
r=abs((d*sin(teta))/sin(360/Np));
Xp=-pi:(2*pi)/Np:pi-(2*pi)/Np;
Ro_x_all=[0,r*cos(Xp)];
Ro_y_all=[0,r*sin(Xp)];

figure(1)
plot(Ro_x_all,Ro_y_all,'o',str1,'k');
grid on;
for i=1:length(Ro_x_all);
    text(Ro_x_all(i)-.1, Ro_y_all(i)-.1,num2str(i));
end
sttitle='Cross Antenna Array';
sbSen=['0.5';'0.8';'1.0';'1.5';'1.8';'2.0';'2.5';'3.0';'3.5';'4.0'];
str4=['Intersensor distance   sbSen(sbs,1:3) '\lambda'];

title({sttitle;str4},str2,12,str3,'bold');
xlabel('x-position (cm)',str2,12,str3,'bold');
ylabel('y-position (cm)',str2,12,str3,'bold');

%% -----UV SPACINGS-----
M0=Np+1;

```

```

tam1=zeros(1,M0*M0);
auxVar=1:M0*M0;
auxVar=reshape(auxVar,M0,M0)';
ulx_u2x=tam1; uly_u2y=tam1;
u2x_ulx=tam1; u2y_uly=tam1;
clear M0;clear tam1;
for i=1:Np+1
    for j=Np+1:-1:1
        kj=Np+1:-1:1;
       iaux=auxVar(i,kj(j)); %index k(25)=1, k(24)=2,...
        % differences in x
        ulx_u2x(iaux)= Ro_x_all(i)-Ro_x_all(j); % 1-2
        u2x_ulx(iaux)= Ro_x_all(i)-Ro_x_all(j); % 2-1
        % differences in y
        uly_u2y(iaux)= Ro_y_all(i)-Ro_y_all(j); % 1-2
        u2y_uly(iaux)= Ro_y_all(i)-Ro_y_all(j); % 2-1
    end
end
end

figure(2)
plot(ulx_u2x,uly_u2y,'o',str1,'k'),hold on
plot(u2x_ulx,u2y_uly,'o',str1,'k'),hold on,grid on
title('Circle Array {\ituv} spacings',str2,12,str3,'bold');
xlabel('{\itu}-spacing (cm) ',str2,12,str3,'bold');
ylabel('{\itv}-spacing (cm) ',str2,12,str3,'bold');

end

function [Ro_x_all,Ro_y_all]=yConfig(M,d)
gamma=(pi/6);
Ro_x_l=[];
for p=-(M-1):0
    Ro_x_l=[ Ro_x_l, d*p*cos(gamma)];
end
Ro_x_d=[];
for p=1:(M)
    Ro_x_d=[ Ro_x_d, d*p*cos(gamma)];
end
Ro_x=[Ro_x_l Ro_x_d];
Ro_xx=zeros(1,M);
%% ----- Antenna Position axis Y -----
-----
Ro_y_d=[];
for p=(M-1):-1:1
    Ro_y_d=[ Ro_y_d, d + d*p*sin(gamma)];
end
Ro_y_d=[Ro_y_d d];

Ro_y_d1=[];
for p=1:(M)
    Ro_y_d1=[ Ro_y_d1, d*p*sin(gamma)];
end
Ro_y_u=[];
for p=-(M-1):0
    Ro_y_u=[ Ro_y_u, d*p];
end
Ro_x_all=[Ro_xx Ro_x_l Ro_x_d];
Ro_y_all=[Ro_y_u Ro_y_d Ro_y_d1];

end

```

En la siguiente función *psfConfigMSF* se implementa el algoritmo MSF para el MIR-X y el MIR-Y:

```
function
psi=psfConfigMSF(N,y2,No_Sensors,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lam
bda)
% ----- PSF CONFIGURATION MSF -----
--
% X_Y direccction
% MSF para la configuracion '+' y 'O'
psi=zeros(N,N);
for i=1:N
    for j=1:N
        var=0;
        for k=1:No_Sensors
            arg=((2*pi)/lambda)*((Ro_x_all(k)*tetha_y(j)) +
(Ro_y_all(k)*tetha_x(i)));
            var=var + cos(arg);
        end
        psi(i,j)=(abs(var))^2*y2(i,j);
    end
end
max_psi=max(max(psi));
psi=psi/max_psi;
end
```

En la siguiente función *psfConfigMSF4Y* se implementa el algoritmo MSF para el MIR-Y:

```
function
psi=psfConfigMSF4Y(N,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda)
% ----- PSF CONFIGURATION MSF -----
--
% X_Y direccction
% MSF para la configuracion 'Y'

psi=zeros(N,N),
for q=1:N
    for q2=1:N
        var_i=0;
        for p=1:24
            arg_i=(-2*pi)/lambda*((Ro_x_all(p)*tetha_y(q2)) +
(Ro_y_all(p)*tetha_x(q)));
            var_i=var_i + exp(1i*arg_i);
        end
        psi(q,q2)=(abs(var_i))^2*y2(q,q2);
    end
end
max_psi=max(max(psi));
psi=psi/max_psi;

end
```

En la siguiente función *psfConfigFTSF4xo* se implementa el algoritmo FTSF para el MIR-X y MIR-O:

```
function
psi=psfConfigFTSF4xo(N,P1,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda)
%% FTSF CONFIGURATION
% X_Y direccction
% Circular or cross configuration
```

```

psi=zeros(N,N);
for q=1:N
    for q2=1:N
        var_ii=[];
        var1_ii=[];
        for p=1:24
            arg_ii=(-2*pi)/lambda*((Ro_x_all(p)*tetha_y(q2)) +
(Ro_y_all(p)*tetha_x(q)));
            var_ii=[var_ii, cos(arg_ii)];
            arg1_ii=(2*pi)/lambda*((Ro_x_all(p)*tetha_y(q2)) +
(Ro_y_all(p)*tetha_x(q)));
            var1_ii=[var1_ii; cos(arg1_ii)];
        end
        psi(q,q2)=abs(var_ii*P1*var1_ii)*y2(q,q2);
    end
end
max_psi=max(max(psi));
psi=psi/max_psi;
end

```

En la siguiente función *psfConfigFTSF4Y* se implementa el algoritmo FTSF para el MIR-Y:

```

function
psi=psfConfigFTSF4Y(N,P1,y2,Ro_x_all,Ro_y_all,tetha_x,tetha_y,lambda)

for q=1:N
    for q2=1:N
        var_ii=[];
        var1_ii=[];
        for p=1:24
            arg_ii=(-2*pi)/lambda*((Ro_x_all(p)*tetha_y(q2)) +
(Ro_y_all(p)*tetha_x(q)));
            var_ii=[var_ii, exp(1i*arg_ii)];
            arg1_ii=(2*pi)/lambda*((Ro_x_all(p)*tetha_y(q2)) +
(Ro_y_all(p)*tetha_x(q)));
            var1_ii=[var1_ii; exp(1i*arg1_ii)];
        end
        psi(q,q2)=abs(var_ii*P1*var1_ii)*y2(q,q2);
    end
end
max_psi=max(max(psi));
psi=psi/max_psi;
end

```

En las siguientes funciones se implementa la formación de la imagen con los algoritmos desarrollados en las funciones anteriores:

```

function psi_tag=convolution(N,N_TAGS,TAGS,delta2,X,Y,psi)
%
% ----- CONVOLUTION -----
%
---
tam2=zeros(N,N);
A=tam2;
psi_tag=tam2;

for j=1:N_TAGS
    x_i=TAGS(1,2*j);
    y_i=TAGS(1,(2*j)-1);
    for i=1:N

```



```

        xx = abs(X(i)-x_i);
        yy = abs(Y(i)-y_i);
        if (xx <= (delta2/2))
            pos_x =i;
        end
        if (yy <= (delta2/2))
            pos_y =i;
        end
    end
    A(pos_x,pos_y)=1;
    psi_temp=conv2(psi,A,'same');
    psi_tag= psi_tag + psi_temp;
    A=tam2;
end
max_psitag=max(max(psi_tag));
psi_tag= psi_tag/max_psitag;
end

function y2=directMask(N,tetha_x,tetha_y,a,k)
% ----- DIRECTIONAL MASK -----
tam1=zeros(N,N);
y=tam1;
for i=1:N
    for j=1:N
        R =sqrt(tetha_x(i)^2 + tetha_y(j)^2);
        y(i,j) = sin(a(k)*R)/(a(k)*R);
    end
end
max_y=max(max(y));
y=y/max_y;
y2=tam1;
clear tam1;
for i=1:N
    for j=1:N
        y2(i,j)= (abs(y(i,j)))^2;
    end
end
max_y2=max(max(y2));
y2=y2/max_y2;
end

function ambigFun(N,psi_tag,delta2,X,Y,tMLob,tSecLob,str2,str3)
% ----- AMBIGUITY FUNCTION X_Y direccion -----
----
tam2=zeros(N,N);
psi_tag1=tam2;
psi_tag2=tam2;

for i=1:N
    for j=1:N
        if (psi_tag(i,j)>tSecLob)
            psi_tag1(i,j)=1;
        else
            psi_tag1(i,j)=0;
        end
        if (psi_tag(i,j)>tMLob)
            psi_tag2(i,j)=1;
        else
            psi_tag2(i,j)=0;
        end
    end
end
end

```

```

end
figure(5)
imshow(psi_tag1)
title({'Select the Maximum Sidelobe'; 'press enter'})
pause
I=roipoly(psi_tag1);
a=I.*psi_tag;
max_lobe=max(max(a));

figure(6)
imshow(psi_tag2)
title({'Select the region of the main beam'; 'press enter'})
pause
I=roipoly(psi_tag2);
a1=I.*logical(psi_tag2);

centros1=regionprops(a1, 'centroid');
centros1 = struct2cell(centros1);
centros1 = cell2mat(centros1);

x_TAG_position= (centros1(1) - (N/2))*delta2;
y_TAG_position= (centros1(2) - (N/2))*delta2;

mayor_axis=regionprops(a1, 'MajorAxisLength');
mayor_axis= struct2cell(mayor_axis);
mayor_axis = cell2mat(mayor_axis);
mayor_axis = round(mayor_axis);
menor_axis=regionprops(a1, 'MinorAxisLength');
menor_axis= struct2cell(menor_axis);
menor_axis = cell2mat(menor_axis);
menor_axis = round(menor_axis);

mayor_axis_label=mayor_axis*delta2;
menor_axis_label=menor_axis*delta2;
Area=(pi*(mayor_axis_label/2)*(menor_axis_label/2));

if (max_lobe~=0)
    db_max_lobe=20*log(max_lobe);
end
figure(7)
mesh(X,Y,psi_tag,psi_tag);
axis('tight'); grid on
if (max_lobe~=0)
    title({'PSF FOR MULTIPLE TAGs Y-SENSOR ARRAY FTsf-GeoSTAR
GEOMETRY';...
        sprintf('Max. Sidelobe=%3.3f',db_max_lobe);sprintf('Area=%3.3f
m2',Area);...
        sprintf('Main Beam TAG Cross Section at 0.5 from máx. PSF
level %3.3f ',mayor_axis_label);...
        sprintf('Real x_TAG position %3.3f m, ',x_TAG_position);...
        sprintf(',Real y_TAG position %3.3f m, ',y_TAG_position)})
else
    title({'PSF FOR Y-SENSOR ARRAY FTsf-GeoSTAR GEOMETRY';sprintf('No
Sidelobes');sprintf('Area=%3.3f m2',Area)})
end

xlabel('x-axis (m)\bf',str2,16'); ylabel('y-axis (m)\bf',str2,16');
close(5)
close(6)
figure(8)

```

```
contourf(X,Y,psi_tag);  
title('Scene Image',str2,12,str3,'bold')  
axis('tight');  
xlabel('x-axis (m)\bf',str2,16'); ylabel('y-axis (m)\bf',str2,16');  
end
```

## APÉNDICE II

### Publicación Realizada



En este apéndice se incluye el artículo realizado “*Experiment Design Framework for Super-High Resolution Imaging with the GeoSTAR Configured Sensor Array Data*” para el *Seventh International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW'10)*. Simposio llevado a cabo en la ciudad de Kharkov, Ucrania, del 21-26 de Junio de 2010.

# EXPERIMENT DESIGN FRAMEWORK FOR SUPER-HIGH RESOLUTION IMAGING WITH THE GEOSTAR CONFIGURED SENSOR ARRAY DATA

Y. V. Shkvarko, V. E. Espadas

CINVESTAV, Unidad Guadalajara

Avenida Científica # 1145, Colonia El Bajío, 45015, Zapopan, Jalisco, México

Telephone: (+52 33) 3777-3600+1076, Fax: (+52 33) 3777-3609; E-mail: shkvarko@gdl.cinvestav.mx

Increasing capability of sensor array remote sensing (RS) imagery has spurred development of various sensor/method fusion techniques for enhancing the RS images as required for end-user-oriented environmental resource management [1]-[5]. In engineering practice, it is very important, on one hand, to have some theoretical guarantees that the developed image formation and reconstruction/post-processing method can improve the image performances before its application to real systems, but on the other hand, some unified computational architecture of the image formation, reconstruction and post-processing algorithms are desired, in which case it allows coping with different RS system models. In this work, we intend to address a novel look at the enhanced RS imaging with the mm-band array radar/SAR that employ the GeoSTAR sensor array geometry [1] pursuing new descriptive experiment design regularization (DEDR) methodology [4] that aggregates the concept of sensor array design with different methods for sensor system and reconstructive imaging method fusion, and report the simulation results of different DEDR-related GeoSTAR-adapted imaging techniques using the specialized elaborated software that we refer to as "Virtual Remote Sensing Laboratory" (VRSL).

First, we have undertaken an extensive study of the DEDR-based optimization of the sensor array geometries that provide the desirable overall angular power ambiguity function (AF) and related point spread function (PSF) of a multi-sensor mm-band GeoSTAR-adapted RS imaging system. This study provides us with the necessary background for the AF and PSF optimization in terms of DEDR resolution metrics [4] that balance the minimization of the resolution cell with the grating sidelobes suppression. Second, the achievable AFs and PSFs were computed for a variety of admissible experiment design (ED) specifications [4], [5] and visualized for the user at the VRSL interface. Last, the unified computational methodology and software that performs RS image enhancement/post-processing employing a manifold of the recently developed celebrated non-parametric robust high-resolution techniques [1]-[4] was developed and exemplified in the reported simulations.

The GeoSTAR sensor array system under consideration is operated at two separate yet concurrent frequencies of 24 GHz and 36 GHz with dual polarization (V and H). At one instant, radio frequency (RF) pulses of a specified pulse width (PW) are transmitted concurrently at 24 and 36 GHz in either V polarization or H polarization. These pulses are "calibrated" to maintain coherency so that their amplitudes and phases are constant for different pulses. The transmitting antenna is switched between V and H polarizations; that is, V transmitted and H transmitted pulses are delayed by a certain time. For each frequency (24 or 36 GHz), transmitted V polarized and H polarized RF pulses are separated by a half of the fixed pulse repetition time (PRT/2) as shown in figure 1(a). The V polarized RF pulses and H polarized RF pulses are repeated after every PRT. The GeoSTAR array is composed of 24 antenna elements. Each element receives signals of V and H polarizations. The received signals are spread over time duration of  $N$  PWs, where  $N$  is the number of range cells used to process the received signals for each transmitted pulse [1], as shown in figure 1(b).

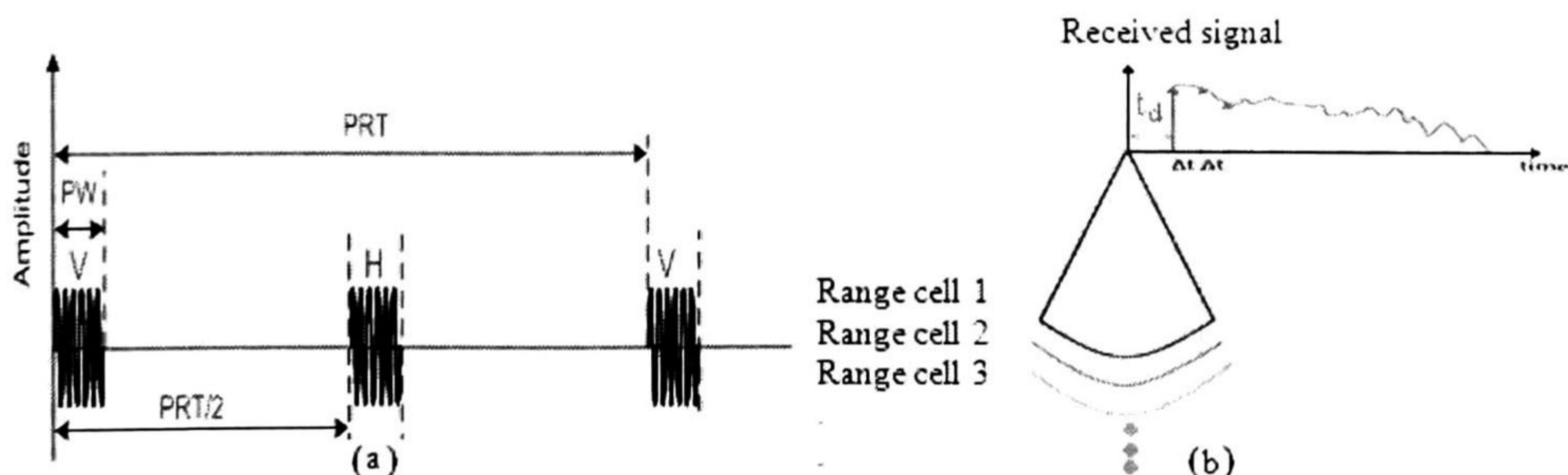


Figure 1. (a) Transmitting RF pulses; (b) Range cells and corresponding time slots.

In every PRT corresponding to one frequency band (24 GHz or 36 GHz), one time delay vector  $\mathbf{T}_d$  and 4 measurement data  $\mathbf{U}$  vectors  $\mathbf{U}_{VV}$ ,  $\mathbf{U}_{VH}$ ,  $\mathbf{U}_{HV}$ ,  $\mathbf{U}_{HH}$ , are provided for further processing. That is, for each polarization formats (VV, VH, HV or HH) there is no time delay between receiving antenna elements since they are spaced close to each other, so  $\mathbf{T}_d$  has only one value for all 24 elements for each receiving signal. Each data vector  $\mathbf{U}$  is composed of 24 rows ( $i = 1 \rightarrow 24$ ) collected for  $2N$  measurement time instants ( $n = 1 \rightarrow N$ ).

The implemented image formation algorithm comes directly from the celebrated *Van Zittert-Zernike* theorem from radio astronomy [1] according to which, the *noise-free* data visibility function  $R_s(u, v)$  and the related spatial spectrum pattern (SSP) or angular brightness distribution  $b(\theta_x, \theta_y)$  over the 2-D angular observation space  $(\theta_x, \theta_y) \in \Theta$ , are related through the 2-D spatial Fourier transform

$$R_S(u, v) = \mathfrak{F}_u \{b(u_x, u_y)\} = \int_{\Theta} b(u_x, u_y) \exp\{-i2\pi(uu_x + vu_y)\} du_x du_y$$

where the visibility function arguments  $(u, v)$  represent the  $x$ - $y$  projections of the normalized *baseline* vector in the *visibility* domain  $(u, v) \in P/\lambda_0$  [1]. By measuring the observed *noised* visibility function  $R_u(u, v)$  with correlations over a range of normalized spacings  $(u, v) \in P/\lambda_0$  we can *potentially* reconstruct, or “synthesize”, a 2-D image  $\hat{b}(\theta_x, \theta_y)$  by performing the 2-D Fourier Transform-based Spatial Filtering (FTSF) technique. For a single target located in the origin of the observed scene, such FTSF procedure returns the target image

$$\hat{b}(\theta_x, \theta_y) = \left\{ \int_R \Pi_{A(u, v)} \exp[-i2\pi(u\theta_x + v\theta_y)] dudv \right\} g(\theta_x, \theta_y)$$

This single target image  $\hat{b}(\theta_x, \theta_y)$  is referred to as a point spread function (PSF) of the employed array imaging system. The projector  $\Pi_{A(u, v)}$  determines the aperture  $A\{u, v\}$  over which the actual data correlation measurements are collected. Such a projector  $\Pi_{A(u, v)}$  is specified by the employed registration system, i.e. by the configuration (geometry) of the particular employed sensor array system.

In particular, the GeoSTAR-configured sensor array consists of  $M = 24$  receiving sensors configured in a Y-shaped geometry as shown in figure. 2. Such Y-geometry is structurally adopted for an admissible interelement spacing as specified in the figure captions.

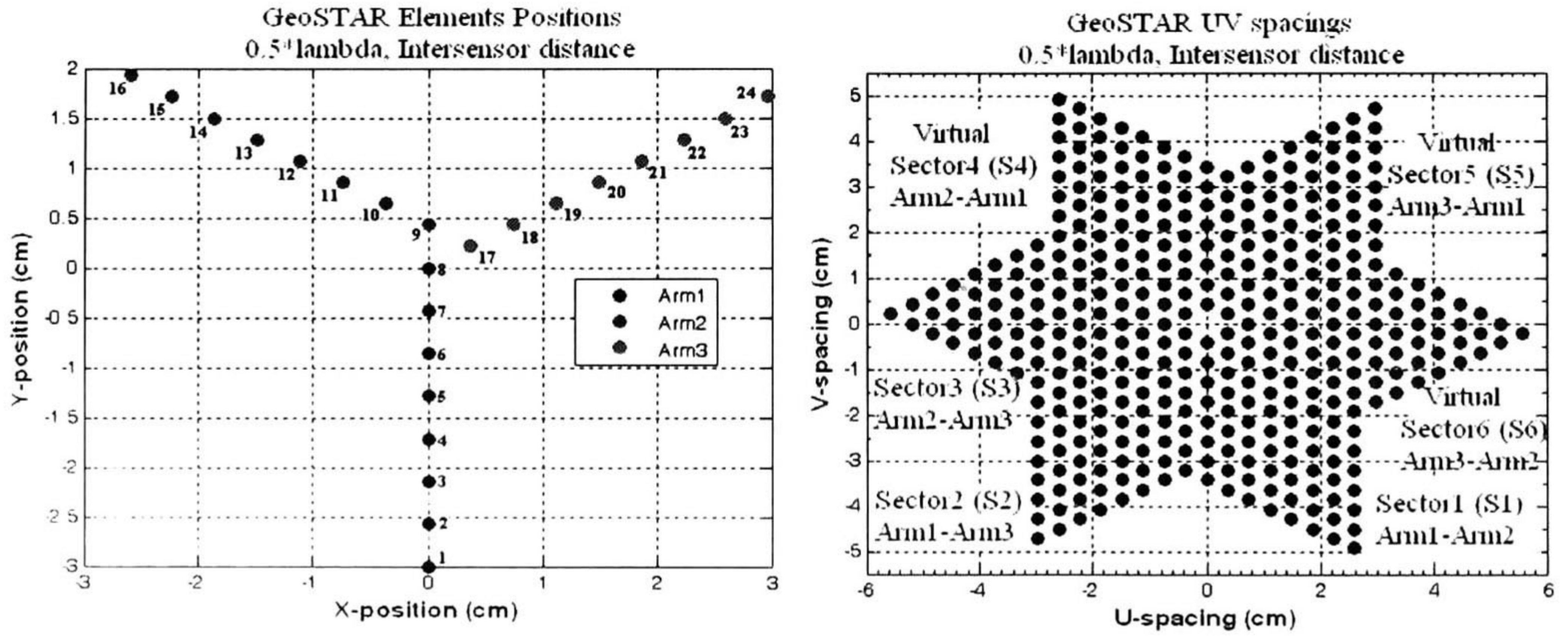


Fig.2. Y-shaped antenna array layout (left) and corresponding  $uv$  samples of the GeoSTAR antenna (right) for the interelement spacing  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ ;

Next, in Figure 3, we present the PSF for Y-array geometry with the interelement spacing  $d_{A(1)} = 0.5 \lambda_0$ , i.e., equal to a half of the carrier frequency wavelength (for the carrier frequency  $f_0 = 36\text{GHz}$ ).

The developed VRSL provides a possibility to perform the DEDR-specified optimization of the sensor array configuring experiment design (ED) stage of the problem for different inter-element spacings. The reported below simulations were performed with the elaborated VRSL software and are indicative of the usefulness of the ED-based solution of the multi-target scene imaging tasks via configuring the sensor array employed in the particular RS imaging system. Figure 4 presents the protocol of the ED-optimized multi-target scene imaging performed applying the 2-D FTSF technique as specified in the figure captions.

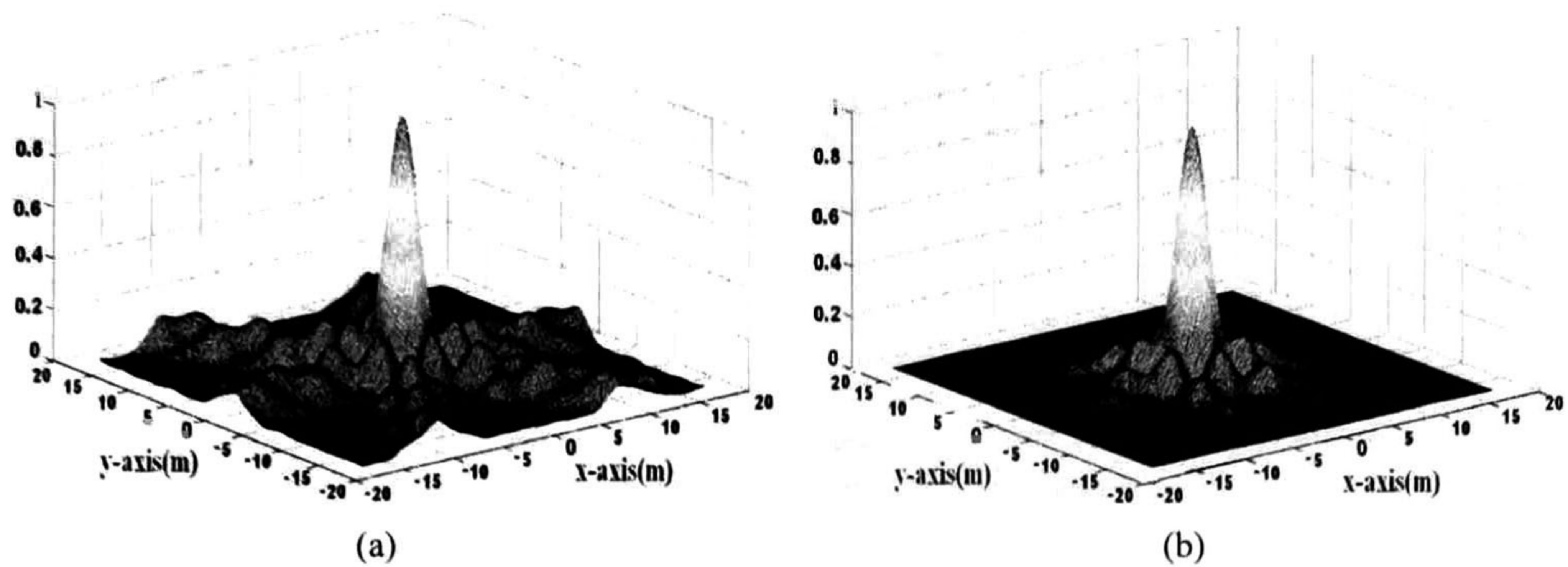


Figure 3. Point spread function (PSF) for 24 Element Y-Array with  $0.5 \lambda_0$  interelement spacing for 30m range gate: (a) Omnidirectional sensors; (b) Directional sensors with angular main lobe width  $60^\circ$ .

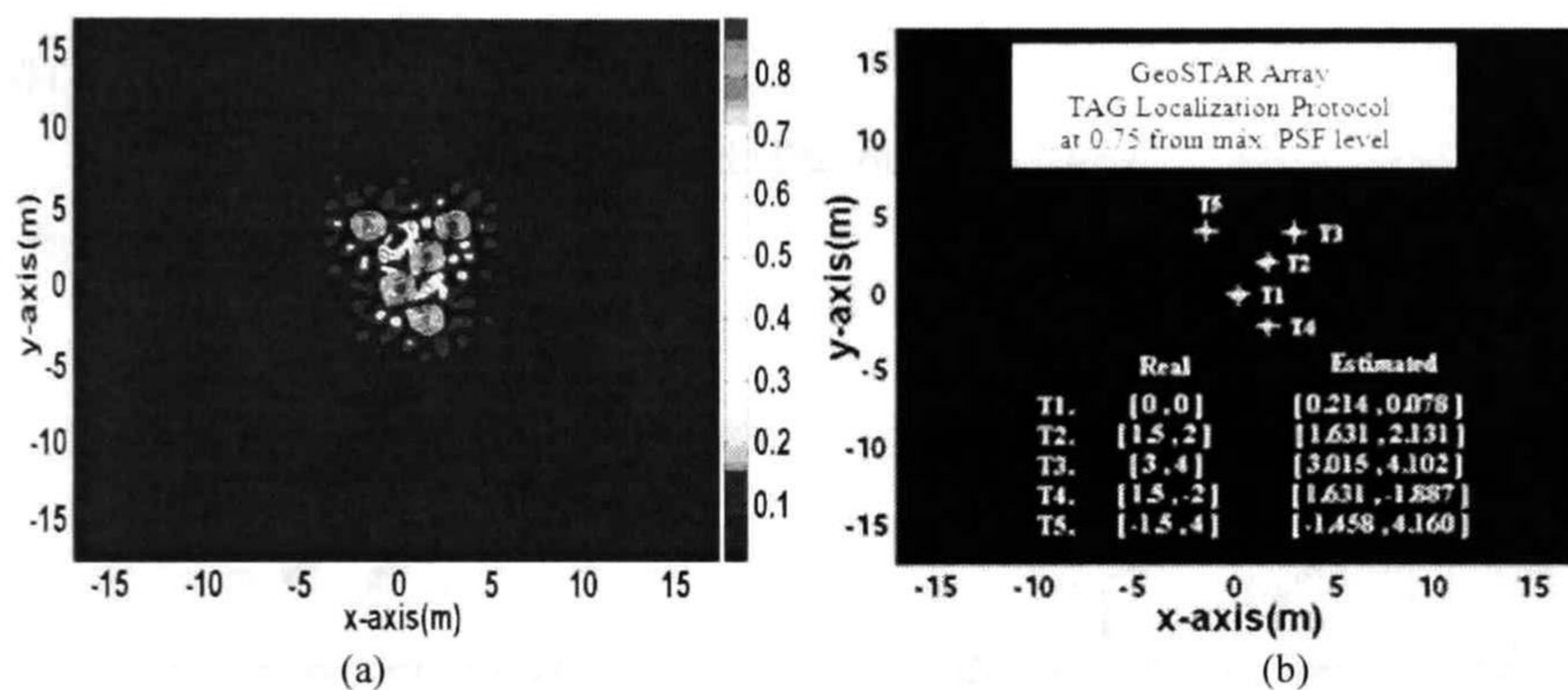


Figure 4. Multi-target scene image protocols: (a) scene image in  $x$ - $y$  plane formed with the GeoSTAR Y-shaped array; (b) corresponding target localization protocol.

The presented research establishes a foundation in understanding the basic implementation and performance aspects related to multi-level RS image acquisition, enhancement, reconstruction and DEDR-based post-processing as required for high-resolution mm-band environmental imaging with the use of the GeoSTAR-configured sensor array.

### References

1. A.B. Tanner, *et al.*, "Initial Results of the Geosynchronous Synthetic Thinned Aperture Radiometer (GeoSTAR)", *IEEE Intern. Symposium on Geoscience and Remote Sensing, IEEE IGARSS 2006*, ISBN 0-7803-9510-7/06, pp. 3951-3954, 2006.
2. Shkvarko, Y., "Estimation of wavefield power distribution in the remotely sensed environment: Bayesian maximum entropy approach", *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 50, No. 9, pp. 2333-2346, 2002.
3. Shkvarko, Y., "Unifying regularization and Bayesian estimation methods for enhanced imaging with remotely sensed data—Part I: Theory; —Part II: Implementation and performance issues", *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, No. 5, pp. 923-940, (2004).
4. Shkvarko, Y., "From matched spatial filtering towards the fused statistical descriptive regularization method for enhanced radar imaging", *EURASIP J. on Applied Signal Processing*, vol. 2006, Article ID 39657, pp. 1-9. (2006).
5. Shkvarko, Y., "Unifying experiment design and convex regularization techniques for enhanced imaging with uncertain remote sensing data—Part I,—Part II", *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. 48, No. 1, pp. 82-111, 2010.



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.**  
**UNIDAD GUADALAJARA**

"2010, Año de la Patria, Bicentenario del Inicio de la Independencia  
y Centenario del Inicio de la Revolución"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Algoritmos y Software para la Investigación y Desarrollo de un  
Arreglo Multisensor para el Análisis Espacial-Espectral con Alta  
Resolución

del (la) C.

Victor Eduardo ESPADAS ALDANA

el día 12 de Enero de 2011.

Dr. Yuriy Shkvarko Sosnoff  
Investigador CINVESTAV 3C  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Deni Librado Torres Román  
Investigador CINVESTAV 3B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Javier Ruíz León  
Investigador CINVESTAV 3B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Ramón Parra Michel  
Investigador CINVESTAV 2C  
CINVESTAV Unidad Guadalajara





CINVESTAV - IPN  
Biblioteca Central



SSIT0010069