XX(1110 37. 1)

CINVESTAV - IPN
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Unidad Guadalajara

Diseño e Investigación de Algoritmos para el Desarrollo y la Simulación de Filtros Regularizados para Procesamiento Inteligente de Señales Orientado a los Sistemas de Percepción Remota Implementados en MATLAB

CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS

TESIS QUE PRESENTA:
Joaquín Antonio Acosta Salas

PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE:
INGENIERÍA ELÉCTRICA

Guadalajara, Jalisco. Agosto de 2003.

CINVESTAV I. P N.
SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION

CLASIF.: TK165.G8.A27 2003
ADQUIS.: 551-276
FECHA: 28-I-2004
PROCED.: Don.- 2004
$

Diseño e Investigación de Algoritmos para el Desarrollo y la Simulación de Filtros Regularizados para Procesamiento Inteligente de Señales Orientado a los Sistemas de Percepción Remota Implementados en MATLAB

Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica

Por:
Joaquín Antonio Acosta Salas

Ingeniero en Electrónica
Instituto Tecnológico de Hermosillo
1996-2000

Becario de CONACYT, expediente No. 165133

Director de Tesis:
Dr. Yuriy Shkvarko

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto de 2003.

Agradecimientos

A Dios, por haberme permitido alcanzar éste grado de estudios

A mis Padres y Hermanas, por su incondicional apoyo durante toda mi vida

A Gabriela por su gran amor y paciencia en todo momento

A CONACYT por el financiamiento de mis estudios

Al Dr. Yuriy Shkvarko por su valiosa enseñanza e instrucción

Resumen

La degradación de las imágenes adquiridas por percepción remota, debido a las características propias del sistema que las genera, tales como resolución, patrón de respuesta, tipo de señal transmitida, etc., así como por la contaminación por ruido, es un problema que siempre ha existido, así como a su vez, el estudio de las técnicas para reducirlo y eliminarlo. Para ello se hace uso de algoritmos de reconstrucción y mejoramiento, los cuales, por medio de procedimientos determinísticos ó estadísticos, remueven y reconstruyen esas zonas que han sido alteradas por los motivos antes mencionados. Una de las muchas áreas que hacen uso de estos algoritmos, es la de percepción remota por medio de radares, tal como el de apertura sintética (SAR), del cual versa este trabajo.

Índice

Agradecimientos..... i
Resumen..... ii
Índice..... iii
Lista de Figuras..... v
Lista de Tablas..... vi
Simbología Empleada..... vii

I Introducción.
1.1 Antecedentes..... 1
1.2 Objetivos..... 3

II Sistemas de Percepción Remota.

2.1 Introducción..... 6
2.2 Sistemas Pasivos y Activos..... 7
2.3 Aplicaciones del Percepción Remota por medio de SAR..... 8
2.4 Funcionamiento de un Radar de Apertura Sintética..... 11
2.5 Procesamiento de Señal Utilizada en SAR..... 12
2.6 Imágenes Generadas por SAR..... 16
2.7 El Fenómeno ó Proceso de Degradación de una Imagen SAR..... 19
2.8 Modelo de Degradación..... 26
2.9 El Problema de la Reconstrucción de una Imagen Degradada..... 28

III Algoritmos de Reconstrucción y Mejoramiento para Imágenes de Sistemas de Percepción Remota.
3.1 Introducción..... 29
3.2 Aspectos Preliminares de la Estimación Clásica..... 30
3.3 Método de Mínimos Cuadrados (Least Squares)..... 31
3.4 Método de Mínimos Cuadrados Restringidos (CLS)..... 37
3.5 Método de Mínimos Cuadrados Restringidos Ponderados (WCLS)..... 44
3.6 El Filtro de Mediana..... 49
3.7 Filtro de Mediana Modificado..... 50
3.8 Algoritmo Propuesto..... 53

IV Simulaciones Efectuadas y Resultados.
4.1 Introducción..... 57
4.2 Procedimiento para la Aplicación de los Algoritmos a Imágenes..... 58
4.3 La Medida de la Eficiencia del Algoritmo Utilizado..... 59
4.4 Resultados Obtenidos..... 60
4.5 Análisis de Resultados Exclusivamente del Filtro de Mediana..... 69

V Observaciones y Conclusiones
5.1 Introducción..... 76
5.2 Conclusiones de cada Esquema de Restauración Presentado..... 76
5.3 Conclusiones del Filtro de Mediana..... 77
5.4 Conclusiones Generales..... 77
5.5 Trabajo Futuro..... 79

VI Referencias..... 80

VII Apéndices.
Apéndice A
El Operador Pseudo inverso..... 82
Apéndice B
Código en Matlab..... 83
Apéndice C
Publicaciones..... 94

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Ejemplos de sistemas de percepción remota.....
Figura 2.2 Aplicaciones de percepción remota para análisis de terrenos..... 8
Figura 2.3 Aplicaciones de percepción remota para monitoreo ambiental..... 9
Figura 2.4 Aplicaciones de percepción remota para Planificación de zonas urbanas..... 10
Figura 2.5 Concepto de percepción de un radar de apertura sintética..... 11
Figura 2.6 Patrón de rastreo de un SAR..... 12
Figura 2.7 Interacción de las ondas electromagnéticas con los objetos..... 16
Figura 2.8 Composición de una imagen SAR..... 18
Figura 2.9 Ilustración del problema inverso y directo..... 20
Figura 2.10 Configuración de un sistema de percepción remota..... 20
Figura 2.11 Degradación de un objeto a través de un sistema de percepción remota..... 21
Figura 2.12 Funciones de Dispersión usadas..... 22
Figura 2.13 Imagen SAR Degradada por ruido sal y pimienta..... 23
Figura 2.14 Degradación a nivel píxel en una imagen SAR por ruido sal y pimienta..... 24
Figura 2.15 Procesamiento Multi-mira..... 24
Figura 2.16 Filtrado por ventana..... 25
Figura 2.17 Suavisamiento que sufre una imagen al ser filtrada con el filtro de mediana..... 25
Figura 2.18 Estructura completa de la fenomenología del problema directo..... 27

Figura 3.1 Ajuste de una serie de puntos por una línea..... 31
Figura 3.2 Ejemplo de un sistema de Radar/sonar..... 32
Figura 3.3 Estructura Computacional del algoritmo CLS..... 41
Figura 3.4 Estructura Computacional del algoritmo WCLS..... 48
Figura 3.5 Procedimiento de filtrado por ventana..... 49
Figura 3.6 Imagen de prueba, a la cual se le calculará su histograma..... 50
Figura 3.7 Histograma de la imagen de prueba..... 51
Figura 3.8 Estructura en diagrama a bloques del Filtro de Mediana y el alg. Propuesto..... 52
Figura 3.9 Grafica del comportamiento del CLS para diferentes valores de Alpha..... 54
Figura 3.10 Grafica del comportamiento del WCLS para diferentes valores de Alpha..... 55
Figura 3.11 Diagrama de bloques del algoritmo propuesto completo..... 56

Figura 4.1 Imagen de prueba de 256 x 256 píxeles..... 60
Figura 4.2 Resultados obtenidos con los algoritmos antes mencionados..... 61
Figura 4.3 Resultados obtenidos con distintos niveles de ruido con el algoritmo propuesto..63
Figura 4.4 Resultados obtenidos con los algoritmos antes mencionados.....64
Figura 4.5 Resultados obtenidos con distintos niveles de ruido con el algoritmo propuesto..66
Figura 4.6 Imagen original de 1024x1024 píxeles..... 67
Figura 4.7 Imágenes a las cuales se les aplicará el filtro de Mediana..... 69
Figura 4.8 Resultados obtenidos con 50 % de ruido usando una ventana de 3x3 píxeles... 71
Figura 4.9 Resultados obtenidos con 50 % de ruido usando una ventana de 5x5 píxeles... 72
Figura 4.10 Efectos que sufre una imagen no degradada al filtrarla..... 75

Figura 5.1 Tiempo de cómputo requerido para efectuar la reconstrucción a imágenes..... 78
Figura 5.2 Descripción de la "Metodología agregada de Regularización Inteligente"..... 79

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1 Reglas para diferenciar funciones con respecto a un vector real y/o complejo..... 34

Tabla 4.1 Resultados obtenidos con los algoritmos empleados (primer esquema)..... 63
Tabla 4.2 Resultados obtenidos con los algoritmos empleados (segundo esquema)..... 66
Tabla 4.3 Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 5 píxeles..... 67
Tabla 4.4 Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 10 píxeles..... 67
Tabla 4.5 Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 15 píxeles..... 68
Tabla 4.6 Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 5 píxeles..... 68
Tabla 4.7 Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 10 píxeles.....68
Tabla 4.8 Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 15 píxeles.....68
Tabla 4.9 Resultados obtenidos con los filtros de mediana img. 256x256 p. ventana 3x3....73
Tabla 4.10 Resultados obtenidos con los filtros de mediana img. 256x256 p. ventana 5x5...73
Tabla 4.11 Resultados obtenidos con los filtros de mediana img. 600x600 p. ventana 3x3...74
Tabla 4.12 Resultados obtenidos con los filtros de mediana img. 600x600 p. ventana 5x5...74

Simbología Empleada

La simbología utilizada en este trabajo para representar cada uno de los componentes de este modelo y de los operadores solución son los siguientes:

u Es el vector de datos medidos en un tiempo dado (snapshot), cuya dimensión es $N \times 1$. Para éste y todos los vectores usados se emplearán para su representación letras minúsculas en **negrita**.

v Es el vector que representa la señal/imagen original, cuya dimensión es $N \times 1$.

n Es el vector de ruido aleatorio cuya magnitud es $N \times 1$.

$\hat{\mathbf{v}}$ Es el vector de estimación, cuya dimensión es $N \times 1$, este vector es obtenido al aplicar el algoritmo de restauración al vector de datos $\mathbf{u}$.

$\mathbf{m}_{\mathbf{v}}, \mathbf{m}_{\mathbf{n}}$ Son los vectores que representan el valor medio del vector de datos $\mathbf{v}$ y del vector de ruido aleatorio $\mathbf{n}$, respectivamente.

$\mathbf{R}_{\mathbf{n}}, \mathbf{R}_{\mathbf{v}}$, Son las matrices de covarianza del vector de datos $\mathbf{v}$ y del vector de ruido aleatorio $\mathbf{n}$, respectivamente.

S Es la matriz que representa al sistema físico de formación de señal/imagen (IFO), el cual se conoce su estructura, cuya dimensión es $N \times N$. Para ésta y todas las matrices usadas se emplearán para su representación letras mayúsculas en *cursiva*.

H Representa la matriz del conocido modelo del sistema formador de imagen (IFO).

W Matriz que representa al operador solución, que aplicado al vector de datos $\mathbf{u}$ produce el vector estimado $\hat{\mathbf{v}}$. La dimensión de ésta matriz es $N \times N$.

I Matriz Unitaria cuya dimensión es $N \times N$.

$\mathbf{A}^{+}$ El súper índice $^{+}$ a la derecha de la matriz A (A es cualquier matriz cuadrada de dimensión N), representa al operador adjunto que es definido como la matriz transpuesta conjugada de A; a su vez el súper índice * a la derecha de la matriz A representa al operación de conjugación compleja.

$J(\mathbf{v})$ Es la función costo que se desea minimizar con respecto al vector de datos $\mathbf{v}$

α Es el parámetro de regularización.

Capítulo 1

Introducción.

1.1 Antecedentes

En las últimas décadas, el interés por obtener mapas geográficos de diversas zonas vía percepción remota ha crecido considerablemente, dada la importancia que tienen éstos, para determinar la localización y buen uso de recursos naturales en el suelo y subsuelo como yacimientos de minerales, depósitos acuíferos, tala inmoderada de bosques, detección de plagas en cultivos, derrames de petróleo, etc., así como para la planeación adecuada de zonas urbanas, en ciudades altamente pobladas y aún en aquellas en las que se esté contemplando construir zonas turísticas y carreteras.

Este proceso de percepción remota se lleva a cabo por medio de Radares de Apertura Sintética (SAR), cuyo fin es el detectar objetivos de interés por medio de la emisión y recepción de ondas electromagnéticas. Cada tipo de terreno y objetos, tienen distintos coeficientes de reflexión, transmisión y dispersión, debido a este fenómeno el radar puede identificar la clase de suelo u objeto que se está analizando [2-8].

Las imágenes formadas de datos obtenidos remotamente, sufren de dos tipos de degradación. La primera es debida a la finita resolución espacial de los sistemas empleados, los cuales ocasiona que la imagen quede emborronada (blurring). La segunda ocurre debido, al ruido en las señales electromagnéticas que se adiciona en el transcurso del viaje de ésta, desde el objeto en cuestión hasta el sistema de sensado, lo que inevitablemente ocasiona que la imagen resultante quede distorsionada por éste ruido, lo cual dificulta su posterior interpretación visual, así como su uso. De aquí la gran importancia de resolver el problema de reconstrucción y mejoramiento de imágenes en sistemas de percepción remota [24-32].

La reconstrucción de una imagen se refiere al problema de recuperar una imagen, de su observación borrosa y corrupta por el ruido, con el propósito de mejorar su calidad u obtener algún tipo de información que no es fácilmente disponible de una imagen degradada [10].

La reconstrucción de una imagen es distinta a las técnicas de mejoramiento de ésta, las cuales son diseñadas para manipular una imagen en orden de producir resultados más satisfactorios a un observador, sin hacer uso de algún modelo particular de degradación [17].

En la actualidad hay una gran diversidad de técnicas para la reconstrucción de imágenes, la mayoría de éstas, son muy complejas y requieren demasiado poder de cómputo para poderlas ejecutar. Las referencias [2-3], [6], [9-13], [16-17], [20], [23] muestran algunos ejemplos de estudios referentes a éstas técnicas.

Es debido a esto, que el presente trabajo trata del análisis de algunos algoritmos usados para el tratamiento de señales, tales como: CLS, WCLS, que deben su sencillez computacional por estar basados en la técnica de Mínimos Cuadrados. También se analizará el filtro de Mediana, por tratarse de un filtro eficaz en la remoción de píxeles corruptos en una imagen. De éstos 3 algoritmos, se tomarán sus ventajas para diseñar y analizar un algoritmo para eliminar el ruido Gaussiano y el ruido "sal y pimienta" en una imagen degradada por éstos.

La novedad que se presenta en ésta tesis es, la combinación de los algoritmos antes mencionados, para mejorar la calidad de reconstrucción y mejoramiento, dado que usados individualmente, debido a su sencillez computacional, no poseen suficiente capacidad de remoción de la degradaciones sufridas por una imagen al momento de formarse en sistemas de percepción remota pasivos y/o activos. Creando así un algoritmo más eficiente.

Así como a su vez, aumentar el acervo de las características del comportamiento de éstos bajo diversos escenarios en los cuales son generadas las imágenes, dada la escasa

información provista en la literatura existente en la actualidad, acerca de estos esquemas de reconstrucción.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es: analizar las características de cada uno de los algoritmos antes mencionados, en base a esto, realizar y simular uno, que permita reconstruir una imagen degradada por ruido Gaussiano y ruido "sal y pimienta", así como también emborronada (Blurred) por la capacidad del sistema de percepción remota que la formó.

En términos generales este algoritmo podrá ser usado en el procesamiento de imágenes de radar y de percepción remota, así como también en aplicaciones de imágenes biomédicas donde la imagen este degradada por ruido Gaussiano y/ó ruido "sal y pimienta".

Los objetivos pueden ser resumidos a continuación:

- Revisión de algoritmos propuestos a la fecha.
- Realización del algoritmo para la reconstrucción y mejoramiento de la imagen
- Análisis y pruebas tanto de los algoritmos propuestos anteriormente, como del sugerido.

Para llevar a cabo estos objetivos, primeramente se presenta en este trabajo, una breve introducción a los sistemas de percepción remota, tanto activos como pasivos, así como también la importancia que tienen sus aplicaciones en distintas disciplinas, como lo son: el monitoreo ambiental, planificación de zonas urbanas, mapeos estructurales y análisis de terrenos, y muchas otras más[7-8].

En el segundo capítulo se introduce a los sistemas de Radar de Apertura Sintética (SAR, por sus siglas en inglés), así como también se explica matemáticamente, la función de ambigüedad que tienen estos sistemas, para finalmente poder comprender como se forma una imagen con estos procedimientos de percepción remota. Al final de ésta sección, se trata el problema de las degradaciones que sufren las imágenes generadas por estos sistemas [2-6], el cual es el problema que este trabajo se avoca a resolver.

En el tercer capitulo se considera la evolución del método de Mínimos Cuadrados (Least Squares), por ser uno de los principales esquemas de estimación clásico, debido a su simplicidad y efectividad en diversos entornos de aplicación. Sin embargo, al aplicar éste esquema a sistemas prácticos de la vida real, surgen diversas complicaciones para encontrar la solución deseada, debido a la estructura matemática que describe el sistema en cuestión, éstos inconvenientes se explicarán en ésta sección, para comprender el motivo por el cual, han surgido algunas variantes de ésta propuesta para solucionar este problema, las cuales son:

El método de Mínimos Cuadrados Restringidos (Constrained Least Squares), el cual involucra a la teoría de regularización, por medio de la inclusión de un parámetro de regularización, con el que remedia el problema de inversión de la matriz del sistema presentado en el esquema predecesor de éste.

El método de Mínimos Cuadrados Restringidos Ponderados (Weighted Constrained Least Squares). Tal como su nombre lo indica, este esquema introduce 2 matrices de peso en su estructura matemática, que junto con el parámetro de regularización representan los grados de libertad de esta propuesta [1], [11].

Cada uno de los operadores solución encontrados en cada sección de este trabajo, es reemplazado por su equivalente modelo **H** que es la representación adecuada para el tratamiento de imágenes.

Posteriormente se analiza el filtro de Mediana, que es usado para la remoción de ruido impulsivo también llamado "sal y pimienta", el cual contamina cualquier imagen generada por radares de apertura sintética, y se proporciona una explicación de la modificación efectuada a éste filtro, para obtener mejores resultados sin suavizar la imagen al aplicar este filtro dado que es una de sus desventajas que posee.

Al final de éste capitulo se explica el algoritmo propuesto, que es una combinación de las técnicas de reconstrucción y mejoramiento antes mencionadas.

Por último se presentan los resultados cualitativos y cuantitativos obtenidos al aplicar cada uno de los métodos vistos al proceso de reconstrucción de imágenes degradadas por ruido Gaussiano y por ruido "sal y pimienta", así como las conclusiones generadas a través de la elaboración de ésta tesis.

Capítulo 2

Sistemas de Percepción Remota

2.1 Introducción

La percepción remota es la actividad de adquirir información acerca de la superficie terrestre, sin estar en contacto físico con ella. Esto es llevado a cabo por medio del monitoreo y almacenamiento de la energía emitida o reflejada por los objetos de interés, para posteriormente procesar analizar y aplicar esta información [8].

El monitoreo ambiental, mapeo de los recursos de la tierra, y sistemas militares requieren una amplia área de representación visual de superficie terrestre, a altas resoluciones. Frecuentemente, las imágenes deben ser adquiridas en climas inclementes, o tanto en el día como en la noche. El Radar de Apertura Sintética (SAR) provee tal capacidad. Los sistemas SAR toman ventaja de las características de largo rango de propagación de las señales de radar y la capacidad de procesamiento de información compleja, de la moderna circuitería electrónica para proporcionar una imagen de alta resolución. Los sistemas SAR complementan las capacidades de otros sistemas como el fotográfico y el óptico para proveer imágenes, debido a las mínimas restricciones de la hora del día así como las condiciones climatológicas en las cuales se requieran capturar esas imágenes, debido al rango de frecuencias del espectro que se usan para éstos sistemas, siendo un factor importante las respuestas únicas del terreno y objetivos de interés a las frecuencias de radar empleadas por tal motivo [7].

La tecnología de radar de apertura sintética ha provisto información estructural de terrenos a geologistas para exploración de minerales, derrames de petróleo en mares y océanos para ecologistas, así como también, condiciones del mar para elaborar alertas de riesgos en mares congelados para navegadores. Hay muchas otras aplicaciones en uso y aplicaciones potenciales todavía por desarrollar. Algunas de ellas, particularmente civiles,

aún no han sido adecuadamente exploradas, debido a los costos de la tecnología SAR para usos en pequeña escala.

2.2 Sistemas Pasivos y Activos

Hay 2 tipos de sistemas de percepción remota: los activos y los pasivos, los primeros son aquellos, los cuales proporcionan la energía que emiten hacia el objetivo de interés y recolectan la información proveniente de éste. Por otro lado los sistemas pasivos son aquellos que capturan y miden la energía que está naturalmente disponible en el medio ambiente, como lo es la luz del sol. En este trabajo se tratará únicamente a los sistemas activos, mas sin embargo, los algoritmos aquí usados pueden ser usados para ambos tipos de sistemas [7-8].

La siguiente figura ilustra, un ejemplo de ambos tipos de sistemas de percepción remota:

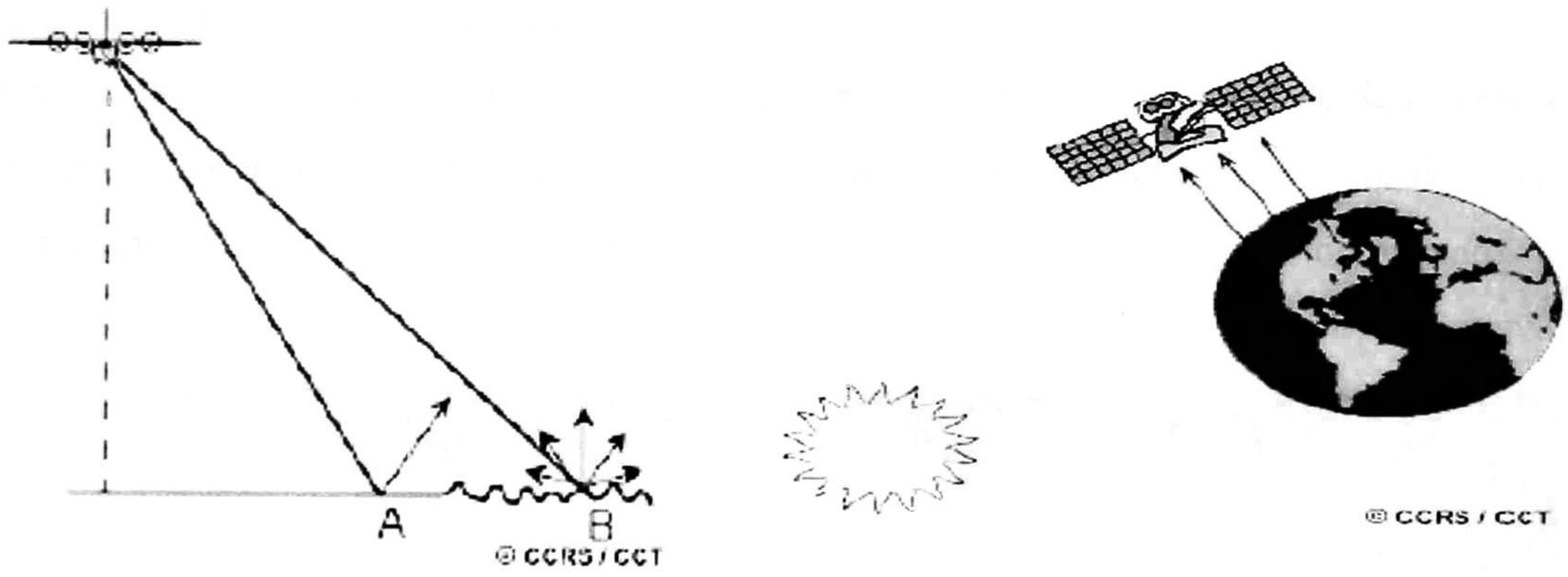


Figura 2.1.- Ejemplos de sistemas de percepción remota.

2.3 Aplicaciones de la Percepción Remota por medio de SAR

A continuación se mencionan algunas de las muchas aplicaciones que tiene la percepción remota por medio de radares de apertura sintética. Estas aplicaciones se incrementan día tras día conforme nuevas tecnologías y novedosas ideas son desarrolladas. A pesar de que SAR es frecuentemente usado debido a su capacidad de funcionamiento en todo tipo de condiciones climáticas, así como tanto de día como de noche, también encuentra aplicación debido a que genera una vista diferente de un objetivo, en comparación con otros sistemas, tales como los ópticos e infrarrojos [12].

2.3.1 Mapeo estructural y Análisis del terreno

La geología estructural juega un papel importante en la exploración de minerales e hidrocarburos, así como también la detección de posibles fallas en el subsuelo que pueden ocasionar derrumbes o terremotos.

En las figuras inferiores se muestran, a la izquierda, la imagen la ciudad de San Francisco en la cual se aprecia la falla de San Andrés, que atraviesa a dicha urbe. A la derecha se aprecian las estructuras sinclinales en Pensilvana [8].

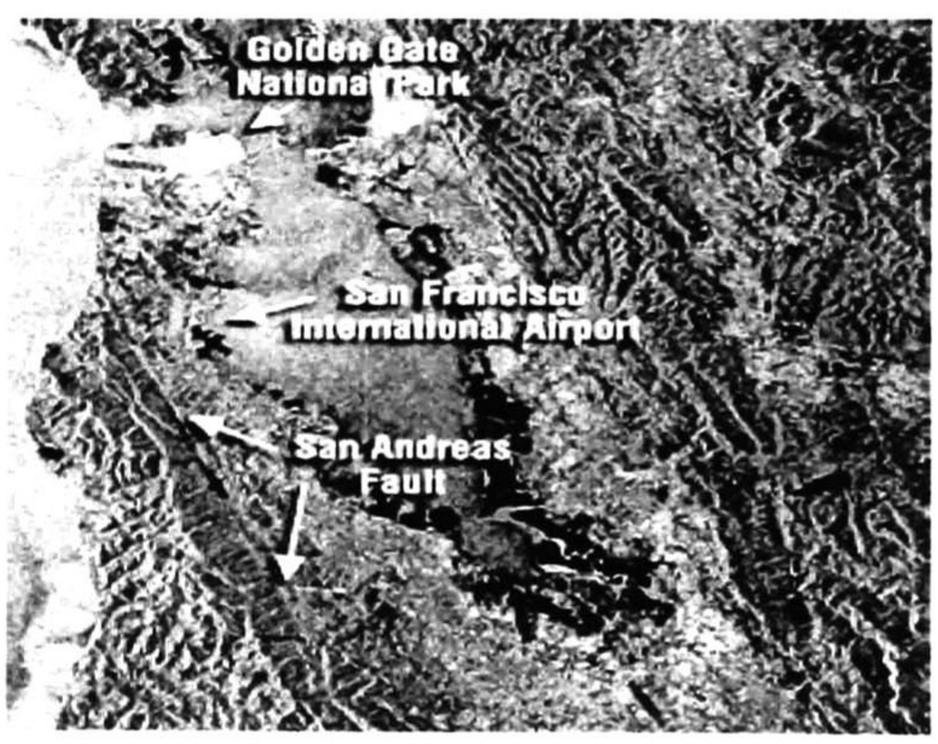


Figura 2.2.- Aplicaciones de percepción remota para análisis de terrenos

2.3.2 Monitoreo Ambiental

Dado el continuo crecimiento de la contaminación que amenaza los recursos con que cuenta el planeta, las imágenes generadas por SAR son de gran utilidad para monitorear los niveles de polución en mares, suelos, subsuelos y el medio ambiente en general.

Un fenómeno natural en el ciclo hidrológico son las inundaciones, estas pueden causar pérdidas humanas, destrucción temporal del hábitat animal y daño permanente a la infraestructura rural y urbana. Las técnicas de percepción remota son utilizadas para medir y monitorear la magnitud de la extensión de las áreas inundadas, así como también apoyar en las labores de rescate.

En las figuras que a continuación se muestran, se aprecia a la derecha, la imagen un derrame de 1.3 millones de litros de petróleo en la bahía de Guanabara, Río de Janeiro Brasil. El monitoreo de la dirección del derrame fueron observados por las imágenes generadas por SAR.

En la imagen de la izquierda se muestra una inundación en el condado de Morris town, monitoreada por las técnicas de percepción remota antes mencionadas.

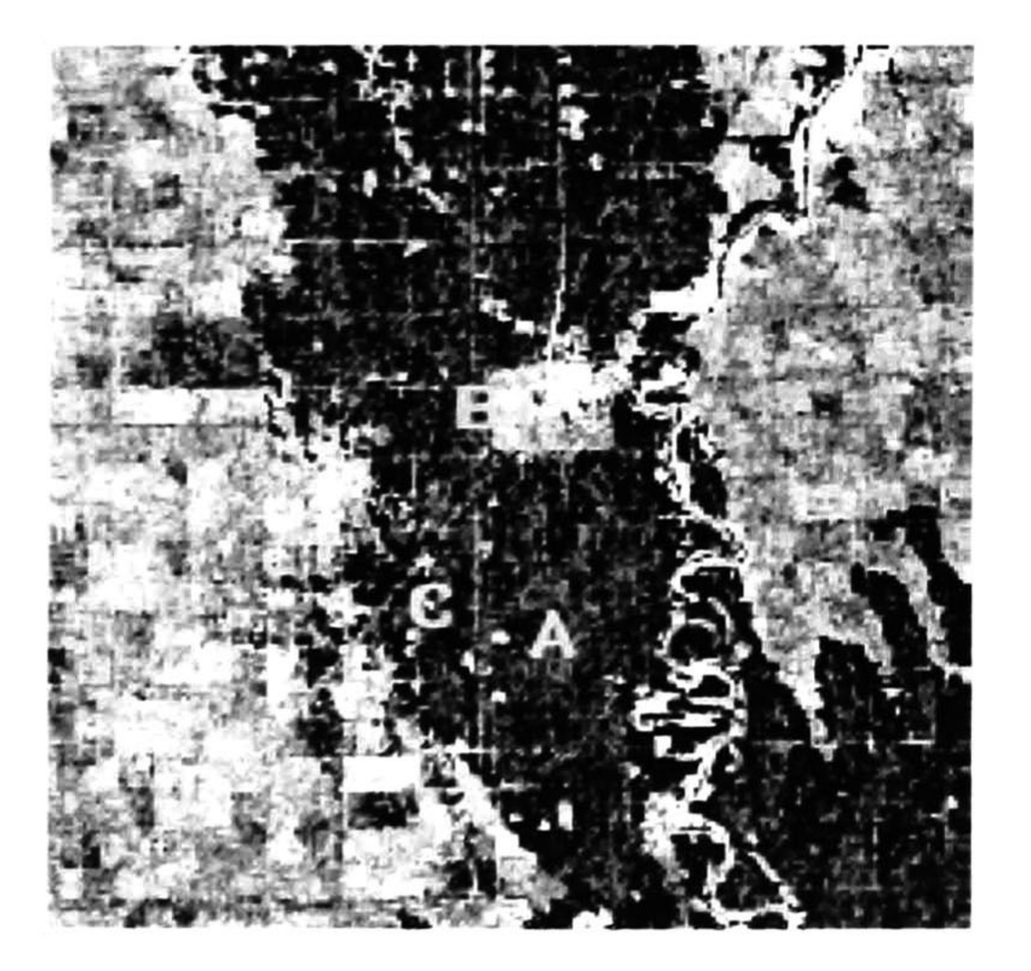


Figura 2.3.- Aplicaciones de percepción remota para monitoreo ambiental

2.3.3 Planificación de zonas urbanas

Otra aplicación interesante, en la cual se está usando las técnicas de percepción remota es, la planificación de zonas urbanas, para un mejor aprovechamiento de los terrenos disponibles, para futuras ampliaciones de dichas metrópolis, tal como Península sur de san Francisco, que se muestra en la figura siguiente.

Figura 2.4.- Aplicaciones de percepción remota para Planificación de zonas urbanas

Estas son solo algunas de las muchas aplicaciones que pueden tener los sistemas de percepción remota en la actualidad, las cuales continúan creciendo y mejorando.

2.4 Funcionamiento de un Radar de Apertura Sintética

Considere un sistema SAR aerotransportado perpendicular a la velocidad de la aeronave, tal como se muestra en la figura de abajo. Típicamente un sistema SAR produce una imagen bidimensional (2-D). Una dimensión en la imagen es llamada Rango y es una medida de la distancia a "línea de vista" del radar al objetivo. La medida del rango y la resolución son llevadas a cabo en el radar de apertura sintética en la misma manera que en otros radares: el rango es determinado precisamente midiendo el tiempo desde la transmisión de un pulso hasta recibir el eco de dicho pulso reflejado en un objeto. La resolución en rango es determinada por la anchura del pulso transmitido.

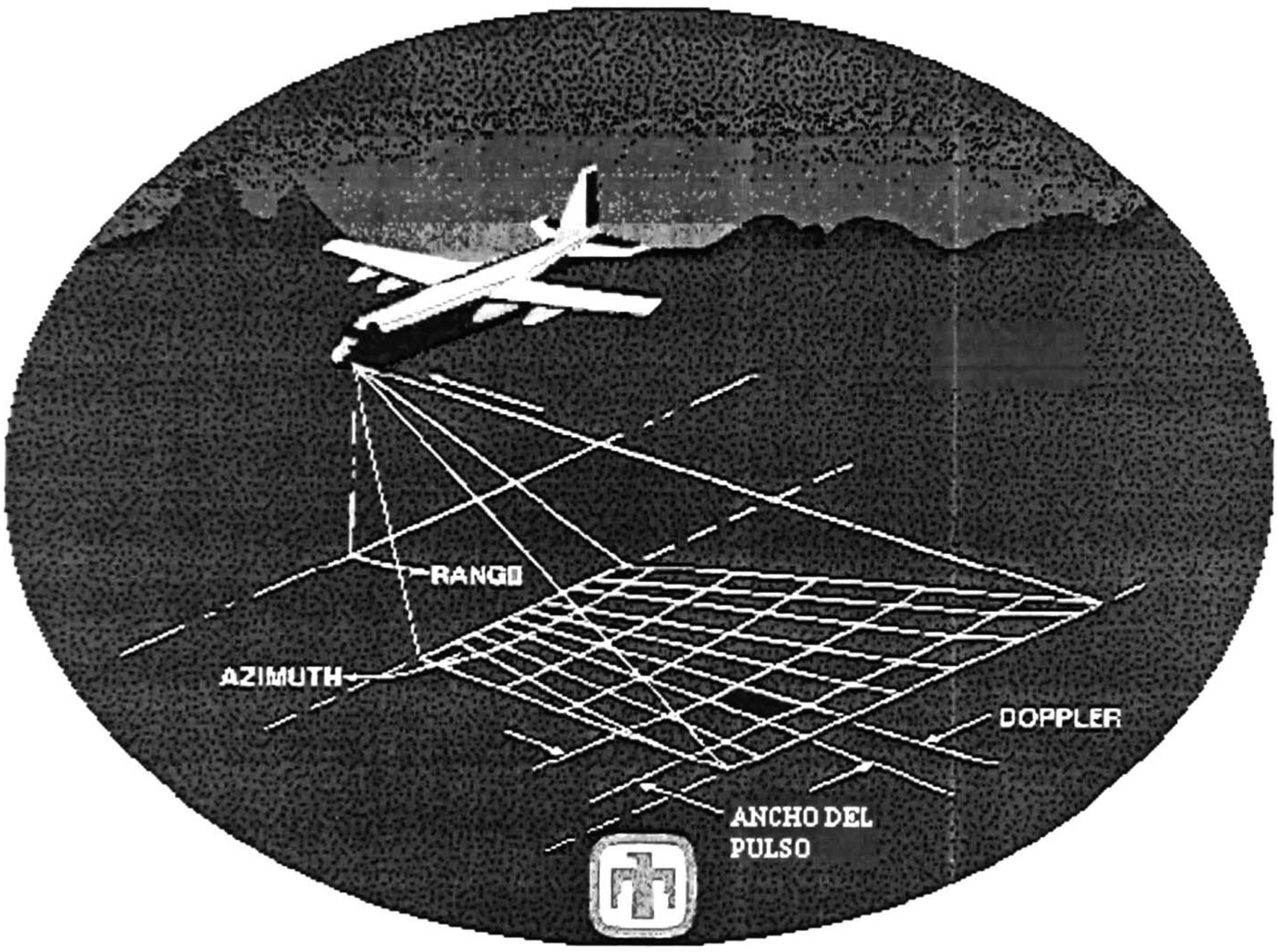


Figura 2.5.- Concepto de percepción de un radar de apertura sintética

La otra dimensión es llamada Azimut y es perpendicular al rango. Es la habilidad del SAR, para producir una fina resolución en azimut que lo diferencia de otros radares. Para obtener tal resolución, es necesaria una gran antena física para enfocar la energía transmitida y recibida en un haz bien definido. La agudeza del haz define la resolución en azimut [7,8].

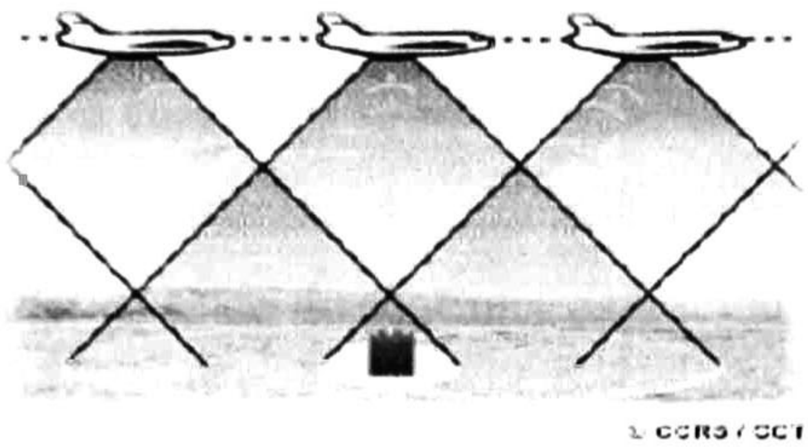


Figura 2.6.- Patrón de rastreo de un SAR

2.5 Procesamiento de Señal Utilizada en SAR

Este tipo de radar debe su nombre a que "sintéticamente" produce el efecto de un arreglo lineal de antenas de gran longitud, con una pequeña antena por medio de técnicas de procesamiento de la señal enviada y recibida. Por este motivo se dará una breve introducción a la teoría del procesamiento de señal utilizada en éstos sistemas.

2.5.1 Análisis detallado de la resolución:

El análisis será llevado a cabo en términos de de una función de ambigüedad cuyas propiedades indican la resolución del sistema tanto en Rango como en Azimut.

2.5.2 Papel de la función generalizada de ambigüedad:

Sea una forma de onda *f (t)* radiada, que puede tomar una variedad de formas y puede ser una sucesión de pequeñas señales. Si la cantidad ρ(x, y, z) representa la reflectividad del terreno que es rastreado, la señal recibida por el sistema de radar puede ser descrita por:

$$s(t) = \iiint \rho(x,y,z) f\left[t - \frac{2R}{c}\right] dxdydz \qquad (2.1)$$

La integración se extiende sobre el área iluminada, y R es el rango entre un punto (x,y,z) en el suelo y la posición del radar (vt,0,h), ésta ecuación muestra que la señal recibida es la

superposición de un gran número de reflexiones dentro del patrón iluminado de la antena y dentro de la puerta del rango a la cual llega simultáneamente a la antena de radar.

El problema de diseño de radar es el de diseñar una operación sobre $s(t)$ para recuperar la función de reflectividad $\rho(x, y, z)$. Tal operación consiste en pasar la señal $s(t)$ a través de un filtro acoplado (matched filter). Esta operación se define por la siguiente ecuación:

$$e_0(R,R') = \int f^*\left[t - \frac{2R'}{c}\right] s(t)dt \tag{2.2}$$

en la ecuación anterior el asterisco representa conjugación compleja y R' indica el rango de la antena de radar al punto específico (x', y', z') al cual la reflectividad va a ser evaluada. Sustituyendo la ecuación (1) en la (2) se obtiene integral cuádruple para la salida:

$$e_0 = \int \left\{ \iiint \rho(x,y,z) f\left[t - \frac{2R}{c}\right] f^*\left[t - \frac{2R'}{c}\right] dxdydz \right\} dt \tag{2.3}$$

Si el orden de la integración puede ser invertido, de tal modo que la integración con respecto a t sea la primera en realizarse, entonces podemos definir una cantidad representada por χ (x, y, z ; x', y',z').

Esta cantidad es la función de ambigüedad generalizada, dada por:

$$\chi(x,y,z;x',y',z') = \int f\left[t - \frac{2R}{c}\right] f^*\left[t - \frac{2R'}{c}\right] dt \tag{2.4}$$

La ecuación (3) puede ser rescrita en términos de la función de ambigüedad generalizada como se muestra a continuación:

$$e_0 = \iiint \chi(x,y,z;x',y',z')\rho(x,y,z)dx,dy,dz \tag{2.5}$$

Esta última ecuación muestra que la función de ambigüedad pueda ser considerada como una función de ponderación sobre ρ(x, y, z), por lo tanto la salida del sistema de radar es el promedio ponderado de ρ sobre un dominio determinado por los límites de integración.

2.5.3 Factorización de la función de ambigüedad

Asumiendo que la función $f(t)$ puede ser escrita de la siguiente manera :

$$f(t) = g(t)e^{iw_0 t} \tag{2.6}$$

Y sustituyéndola en la ecuación (4) se obtiene la siguiente expresión para la función de ambigüedad:

$$\chi = \int g\left[t - \frac{2R}{c}\right] g^*\left[t - \frac{2R'}{c}\right] e^{-iw_0(2R/c - 2R'/c)} dt \tag{2.7}$$

La integral que es el coeficiente de la función exponencial de la última ecuación tiene la forma de la función de auto-correlación de g con sí misma, la cual está representada por la ecuación (8):

$$\phi_{gg} = \int g\left[t - \frac{2R}{c}\right] g^*\left[t - \frac{2R'}{c}\right] dt = \phi_{gg}\left[\frac{2R}{c} - \frac{2R'}{c}\right] \tag{2.8}$$

Cabe resaltar que la pasada expresión es función de la diferencia en rango R-R' y es llevada a cabo en el intervalo de tiempo que g (t-2R/c) traslapa a g^*(t-2R'/c) para una transmisión dada.

Si se usa la notación de la ecuación (8) se obtiene:

$$\chi = \sum \phi_{gg}\left[\frac{2R}{c} - \frac{2R'}{c}\right] e^{-iw_0(2R/c - 2R'/c)} \tag{2.9}$$

la pasada expresión muestra que si Φ_{gg} es la misma función de para cada miembro de la secuencia de transmisiones, entonces este elemento puede ser factorizado fuera de la sumatoria la cual produce la siguiente ecuación:

$$\chi = \phi_{gg}\left[\frac{2R}{c} - \frac{2R'}{c}\right]\sum e^{-iw_0(2R/c-2R'/c)} \tag{2.10}$$

El término dado por la sumatoria representa la resolución del sistema en azimut, mientras el término Φ_{gg} proporciona el la resolución en el rango.

2.6 Imágenes Generadas por SAR

Una imagen de radar se conforma de señales espacio-temporales, ya que varían en el tiempo y en el espacio, la primera variación se debe al tiempo de propagación del tren de pulsos enviado al objetivo en cuestión, esta proporciona el rango (dirección en "y"), la segunda a la trayectoria que sigue el avión que transporta el radar de apertura sintética, la cual produce el azimut (dirección en "x"), tal como se explicó en la sección 2.4.

2.6.1 Radiación e interacción con los objetos

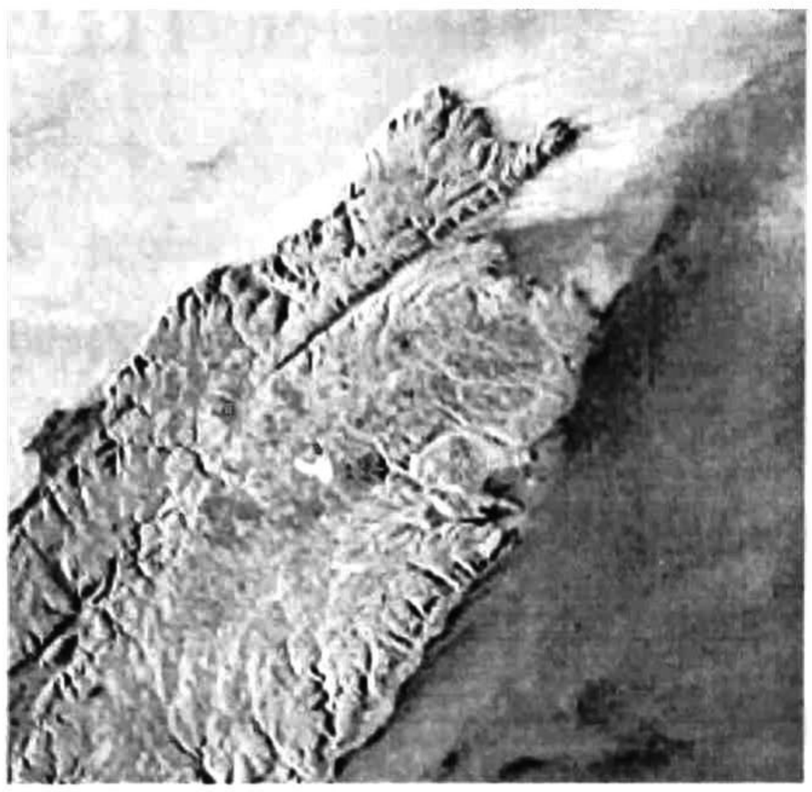
La radiación que no es absorbida o dispersada en la atmósfera puede alcanzar e interactuar con la superficie terrestre. Hay 3 formas de interacción que pueden tomar lugar cuando la energía incide (I) sobre la superficie. Estas son: absorción (A); transmisión (T) y reflexión (R). La energía incidente total va a interactuar con la superficie en una o más de estas tres maneras, las proporciones de cada una dependen de la longitud de onda de la energía, así como del material, y las condiciones en las cuales se presente este fenómeno [8].

La absorción (A) ocurre cuando la radiación (energía) es absorbida en la superficie u objeto, mientras que la transmisión (T) ocurre cuando la radiación pasa a través del objeto. La reflexión (R) ocurre cuando la radiación rebota sobre el objeto y es redireccionada. En percepción remota es de mayor interés la medición de la radiación reflejada por los objetos. Hay dos tipos de reflexión, las cuales representan los dos modos en que la energía es reflejada del objeto: reflexión especular y reflexión difusa [8].

Figura 2.7.- Interacción de las ondas electromagnéticas con los objetos

En este trabajo se le denominará imagen, al arreglo bidimensional formado por la recopilación de datos del sistema de radar, en Azimut que corresponden a los píxeles de los renglones y los datos en rango que vienen representando los píxeles de las columnas. Estos datos son las coordenadas espaciales relacionadas con la localización física del sistema de radar con respecto al terreno que se está monitoreando.

En la figura de la siguiente página, se muestra una imagen adquirida por radar de apertura sintética, así como a su vez el arreglo bidimensional que la conforma, las figuras adyacentes a este arreglo matricial, son trazos de los valores de una columna y un renglón seleccionados al azar para apreciar como contribuye cada uno de estos a la generación de la imagen.

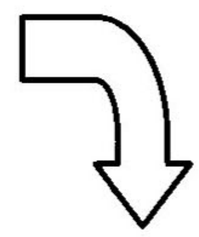


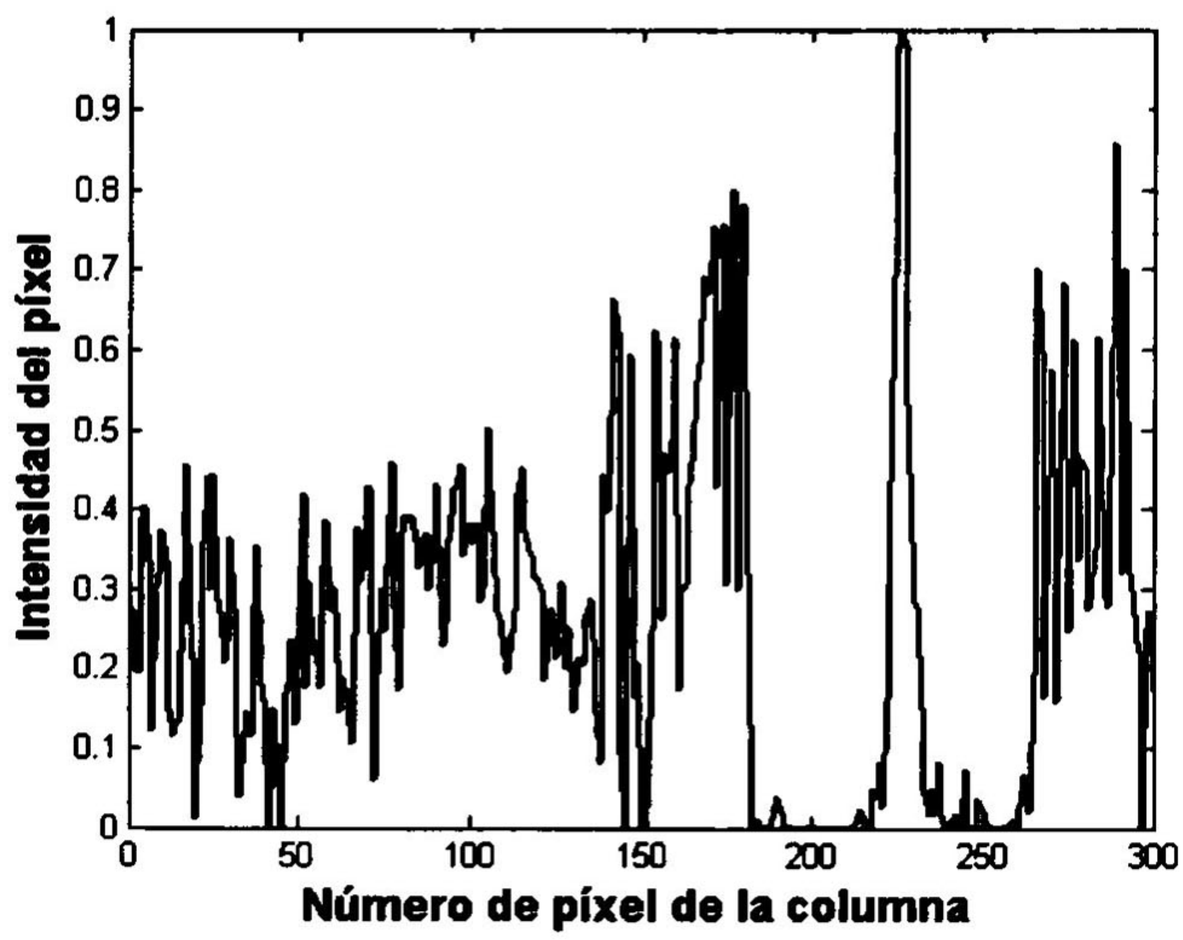
La imagen de la izquierda está compuesta de 256 renglones y el mismo número de columnas, lo que es igual a 65,536 píxeles cuya intensidad varía en el intervalo de cero a uno, sin tomar alguno de éstos 2 valores extremo. El arreglo matricial que representa a dicha imagen se muestra en la figura central izquierda.

0.352	0.214	0.201	0.352	0.214	0.201
0.147	0.657	0.054	0.147	0.657	0.054
0.579	0.517	0.999	0.579	0.517	0.999
0.547	0.348	0.047	0.547	0.348	0.047
0.001	0.218	0.047	0.001	0.218	0.047
0.352	0.214	0.201	0.352	0.214	0.201
0.147	0.657	0.054	0.147	0.657	0.054
0.579	0.517	0.999	0.579	0.517	0.999
0.547	0.348	0.047	0.547	0.348	0.047
0.001	0.218	0.047	0.001	0.218	0.047
0.352	0.214	0.201	0.352	0.214	0.201
0.147	0.657	0.054	0.147	0.657	0.054
0.579	0.517	0.991	0.579	0.517	0.451

Valores en Rango (columnas)

Valores en Azimut (renglones)





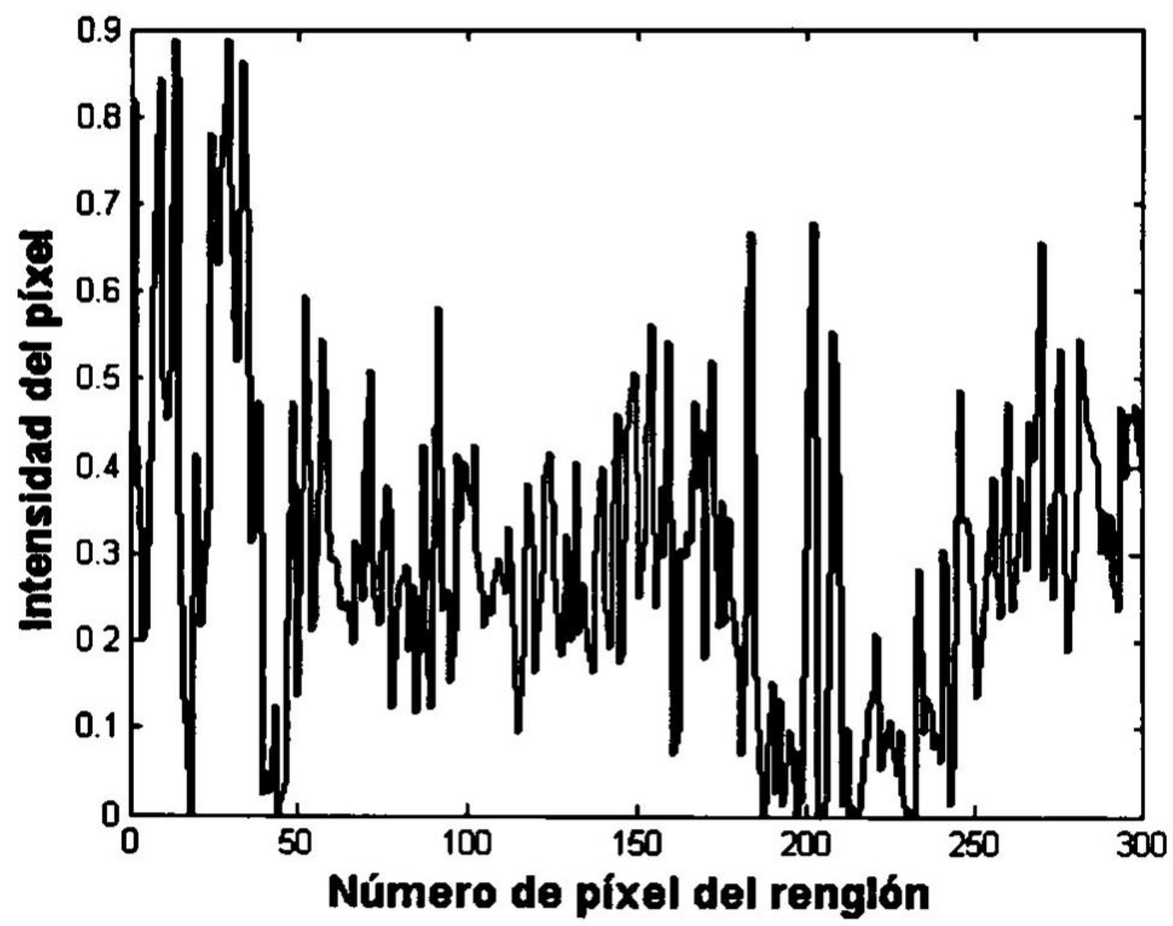


Figura 2.8.- Composición de una imagen SAR

2.7 El Fenómeno ó Proceso de Degradación de una Imagen SAR

Los problemas que son tratados tanto en procesamiento de imágenes como en procesamiento de señales son clasificados en dos clases:

Problema directo y Problema inverso.

Se dice que dos problemas son inversos uno con respecto al otro, si la formulación de uno de ellos requiere del conocimiento total o parcial del otro. Acorde con esta definición, es arbitrario cual de los dos problemas es referido como el problema directo y cual es referido como el problema inverso. En la práctica, encontrar la solución a uno de estos dos problemas, se basa en el conocimiento del modelo que ha sido estudiado con anterioridad y quizá con más detalle.

Es un requisito indispensable el conocimiento del modelo del problema directo. Por lo tanto, primeramente se introduce la fenomenología de los problemas directos, para el cabal entendimiento de las simulaciones que se presentan en el cuarto capítulo realizadas con los algoritmos CLS y WCLS para la reconstrucción de imágenes (problema inverso).

En la figura 2.9, se ilustra el formalismo completo de éstos dos problemas: directo e inverso, en el primero, es donde la imagen es formada por el sistema de percepción remota y degradada por el ruido inherente a todo este tipo de sistemas, posteriormente, se aplica el algoritmo seleccionado para la reconstrucción de la imagen, una vez que la imagen ha pasado por la etapa de preprocesamiento. A continuación, se presenta un desglose de lo que se realiza en cada una de éstas etapas, simulando un ambiente real, hasta llegar a obtener la imagen degradada **u** y subsiguientemente aplicar el algoritmo elegido para reconstruirla, pero únicamente partiendo de la imagen formada **u**.

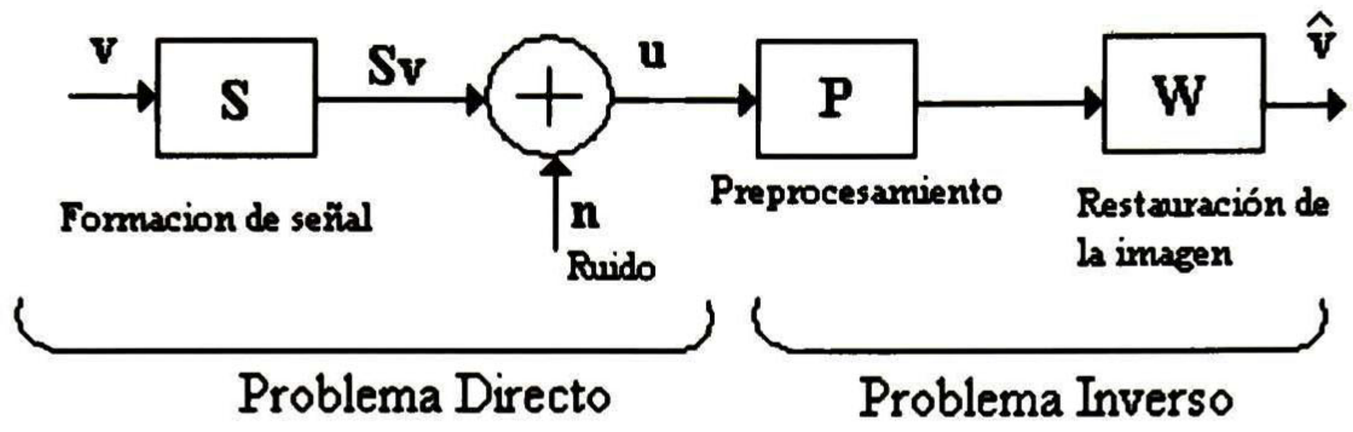


Figure 2.9.- Ilustración del problema inverso y directo

Formación de la señal

Para transferir cualquier información de un sistema a otro, una variedad de señales físicas (ópticas eléctricas, electromagnéticas, acústicas, infrarrojas, etc.) son dependientes del modelo del sistema físico. Pero independientemente del modelo particular del sistema, todas estas señales físicas pueden ser referidas como señales físicas portadoras de información. Para simplificar la notación se introduce el vector **x** de puntos en el espacio-tiempo en el dominio espacio-temporal de la imagen del objeto.

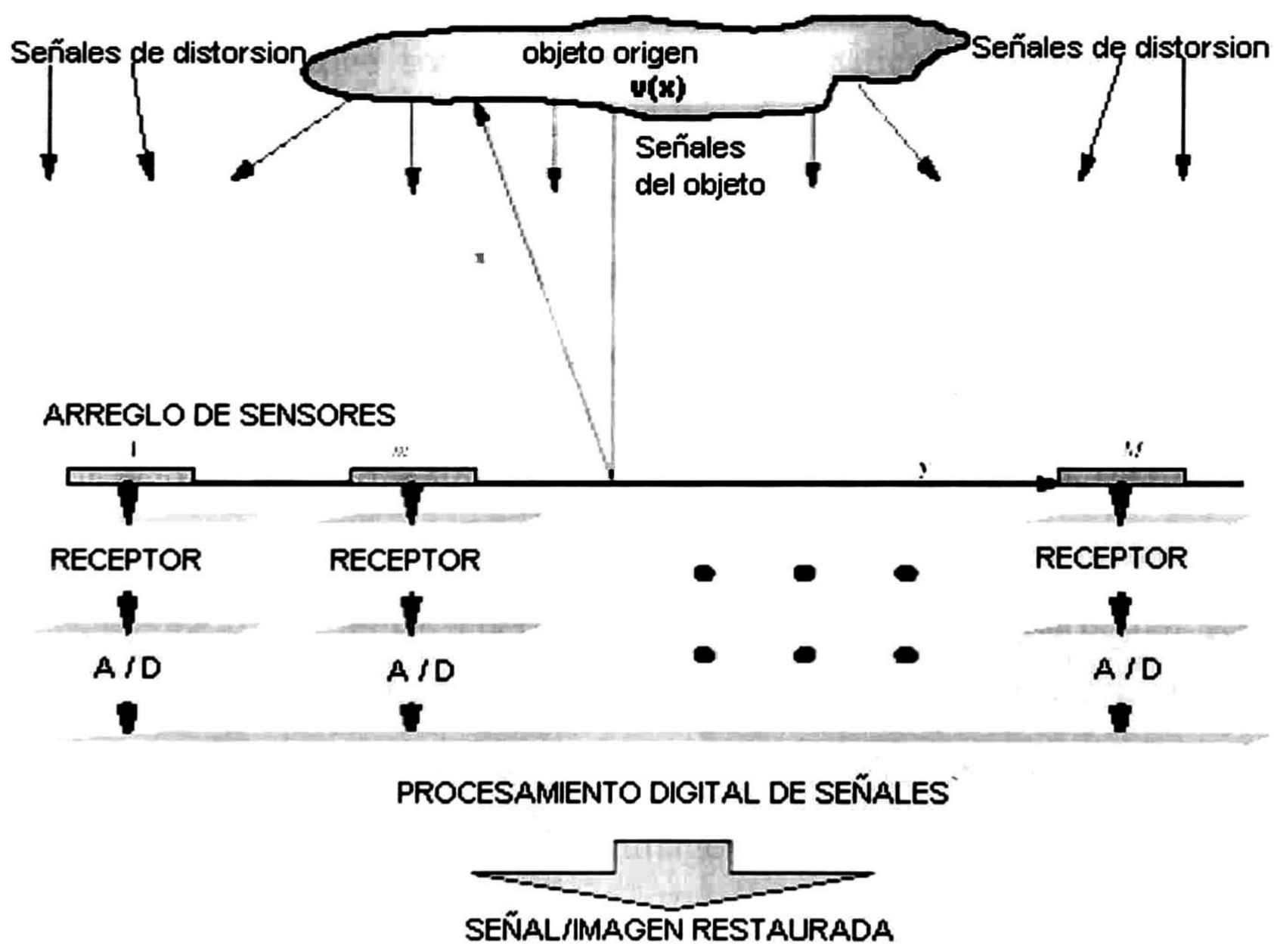


Figura 2.10.- Configuración de un sistema de percepción remota

Todo sistema físico generador de imagen es completamente representado por su operador formador de imagen (SFO), que es referido como un filtro espacial lineal. Es habitual en aplicaciones pertenecientes a las señales de objetos extendidos y procesamiento de imágenes, asociados a la imagen deseada v(x), representar las propiedades de radiación o esparcimiento retrasado del objeto. Estas propiedades pueden ser formalizadas por el operador formador de imagen (SFO) del sistema, a éste operador se le denomina función de dispersión de punto (PSF), en sistemas opto electrónicos, la función de respuesta instrumental (IRF) en sistemas multiespectrales e infrarrojos, y la función de dispersión del sistema (SSF), en sistemas de monitoreo ambiental y radar.

El sentido físico de la función de dispersión del sistema es, que cada punto de la imagen original v(x), que entra a este sistema es trasladado como un punto borroso o mancha a la imagen de salida, por este efecto se le es reconocida como la función de dispersión del sistema de imagen.

En la siguiente figura se ilustra el proceso de degradación que sufre una imagen por las limitaciones del sistema, que son representadas matemáticamente por la matriz **H**. La imagen de la izquierda muestra dos puntos blancos de 3 por 3 píxeles, los cuales representan, 2 objetos vistos en la realidad, la imagen de la derecha muestra el resultado de ver los 2 objetos a través del sistema cuya capacidad (resolución) es limitada, lo que ocasiona que se observe un solo punto blanco sin la capacidad de distinguir si en realidad es uno o más objetos, así como su tamaño real.

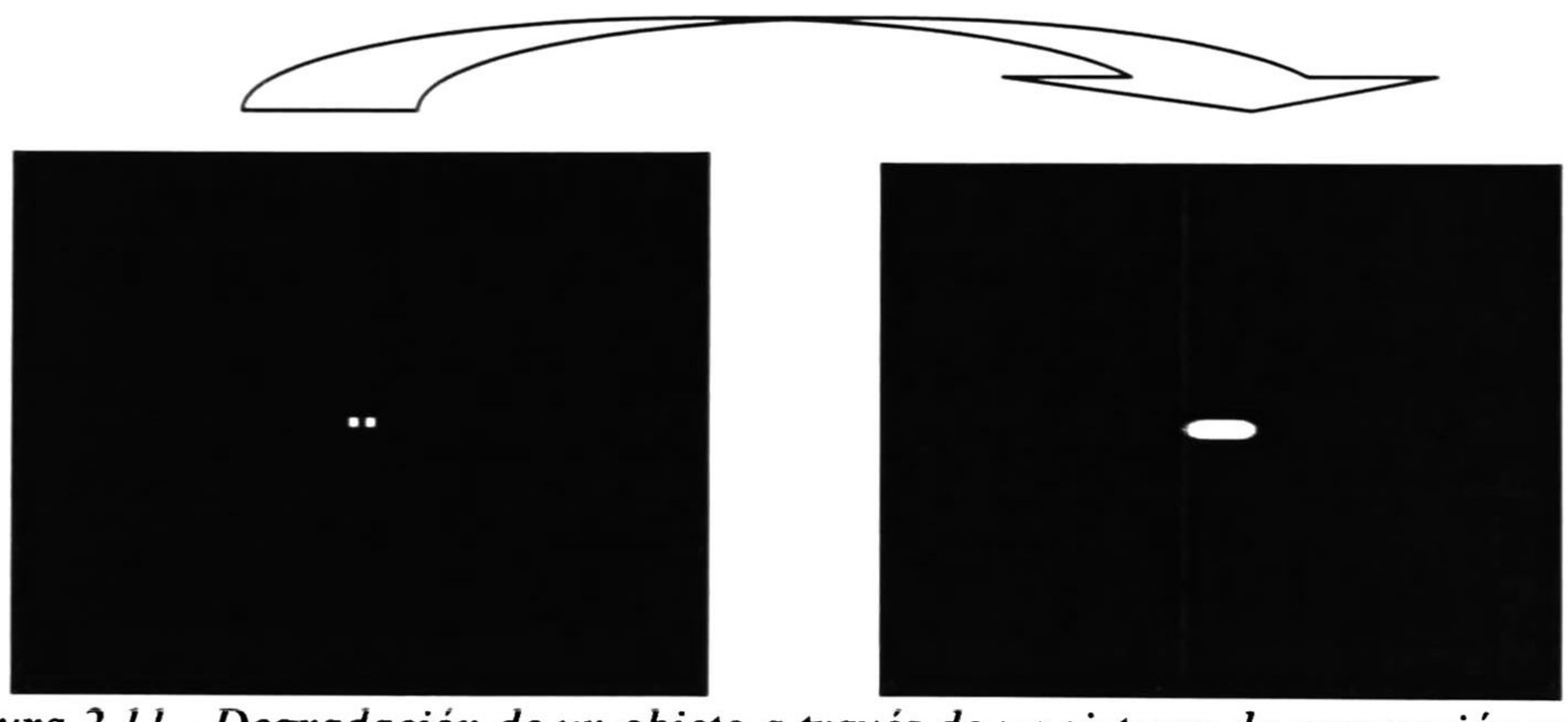


Figura 2.11.- Degradación de un objeto a través de un sistema de percepción remota

Funciones de Dispersión empleadas:

Las funciones de dispersión usadas para llevar a cabo ésta investigación fueron:

1. La función Sinc
2. La función Exponencial
3. La función triangular

A cada una de estas funciones de dispersión se les cambia la anchura para representar distintos escenarios en los cuales el radar de apertura sintética es usado.

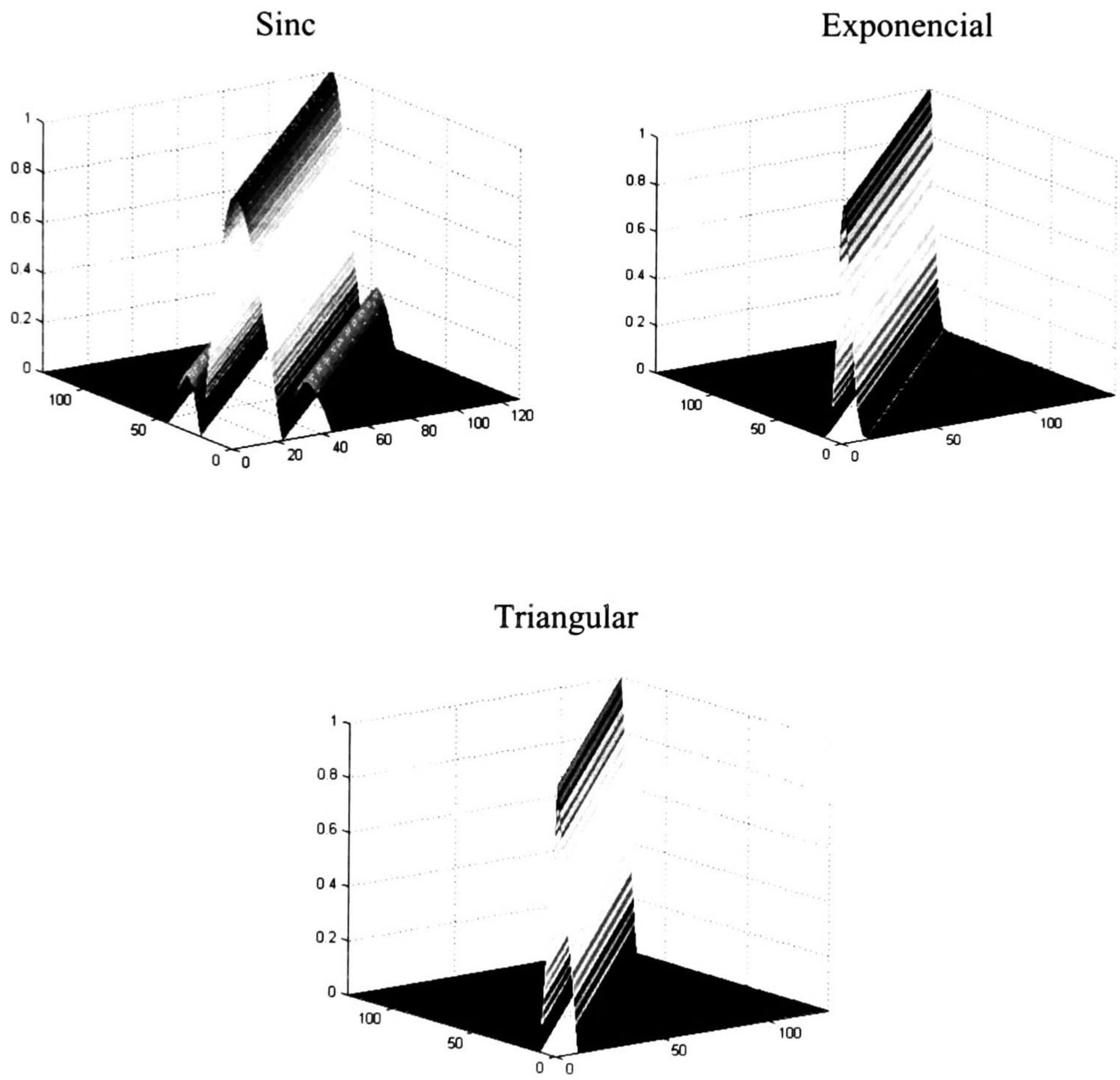


Figura 2.12.- Funciones de Dispersión Empleadas

Adición de ruido

En un segundo estado, la imagen es contaminada con ruido aditivo, compuesto por el ruido de los sensores, ruido de los canales receptores y "clutter" Este último, es debido a las fuentes de interferencia y señales dispersas de fuentes no deseadas, como se muestra en la figura 2.10.

Se introduce el operador señal con ruido **n** para describir el fenómeno de la contaminación por ruido, el cual en este trabajo se considerará ruido Gaussiano Blanco y ruido "sal y pimienta" el cual, es un tipo de ruido inherente a todo sistema SAR, que a continuación se explica.

Todas las imágenes de radar aparecen con cierto grado de salpicado de manchas que son llamadas radar speckle. Éstas manchas aparecen como una textura granulosa tipo "sal y pimienta". Esto es causado por la interferencia aleatoria constructiva y destructiva de las señales de dispersión de regreso que ocurrirán dentro de cada celda de resolución.

Figura 2.13.- Imagen SAR degradada por ruido sal y pimienta

Como un ejemplo, un objetivo homogéneo, tal como un gran campo cubierto de pasto, sin los efectos de las manchas (speckle) resultaría en una imagen (A) con valores de píxeles claramente iluminados. Sin embargo las reflexiones individuales de las hojas del pasto dentro de cada celda de resolución da como resultado que algunos de los píxeles de la imagen sean muy brillantes y otros muy obscuros, mas que el tono promedio de los píxeles de la imagen (B), por lo tanto la imagen del campo aparece manchada.

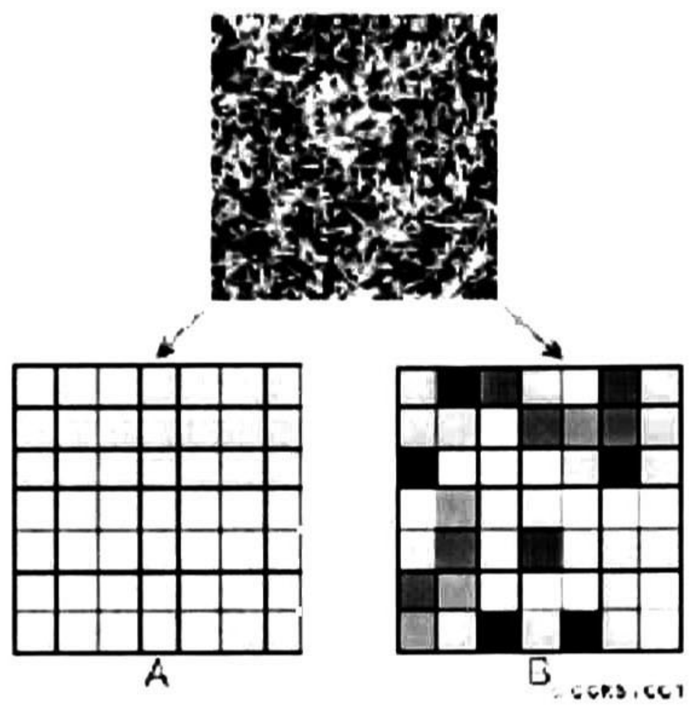


Figura 2.14.- Degradación a nivel píxel en una imagen SAR por ruido sal y pimienta

El manchado (Speckle) es esencialmente un tipo de ruido el cual degrada la calidad de la imagen y puede dificultar la interpretación (visual o digital). Por este motivo, generalmente es deseable reducir el manchado previamente a la interpretación y análisis de la imagen.
La reducción del manchado puede ser llevada a cabo en dos maneras:

- Procesamiento multi-mira
- Filtrado espacial

El procesamiento multi-mira se refiere a la división del haz del radar (A) en varios (en este ejemplo 5) subrayos (1 a 5). Cada subrayo provee una mira independiente de la escena iluminada, tal como el nombre lo indica. Cada una de estas miras también estará propensa al manchado, pero sumando y promediando cada una de estas miras para formar la imagen final, la cantidad de manchado será reducida.

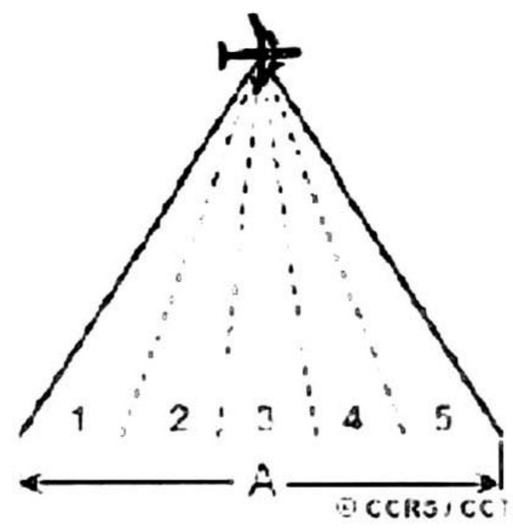


Fig. 2.15.- P. Multi-mira

Mientras que el proceso multi-mira es usualmente llevado a cabo durante la adquisición de datos, la reducción del manchado por filtrado espacial es realizado en la imagen de salida en un ambiente de análisis de imagen digital, tal como una computadora. La reducción de manchado por filtrado, consiste en desplazar una pequeña ventana de unos cuantos píxeles en dimensión (por ejemplo 3x3 ó 5x5), sobre cada píxel en la imagen, aplicando una operación matemática usando los valores de los píxeles de la ventana (por ejemplo calculando el promedio), y reemplazando el píxel central con el nuevo valor. La ventana es

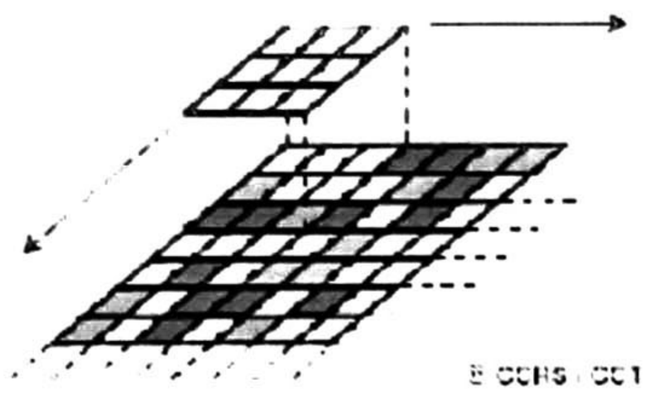


Fig. 2.16.- Filtrado por ventana

desplazada a través de toda la imagen, un píxel a la vez, hasta que la imagen completa ha sido cubierta. Calculando el promedio de una pequeña ventana alrededor de cada píxel, un efecto de suavizamiento o alisamiento es logrado y la apariencia visual del manchado es reducida.

La siguiente figura muestra una imagen de radar antes (superior) y después (inferior) de la reducción del manchado usando un filtro de promediado. El valor central de todos los píxeles bajo la ventana desplazante es también usado para reducir el manchado. Otros tipos de filtrado más complejos pueden ser realizados para reducir el manchado y minimizar el suavisamiento (smoothing).

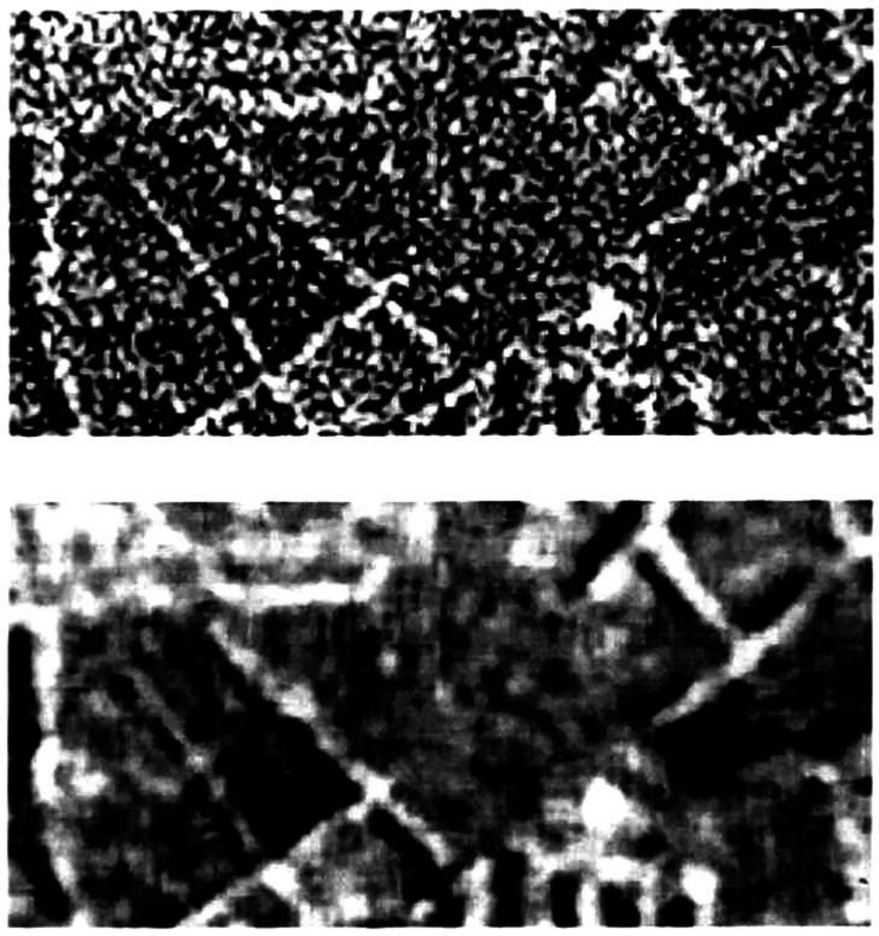


Figura 2.17.- Suavisamiento que sufre una imagen al ser filtrada con el filtro de mediana

Ambas técnicas: la de procesamiento multi-mira, y la de filtrado espacial reducen el manchado a expensas de la resolución, ya que ambas alisan la imagen (smooth). Por lo tanto la cantidad deseada de reducción de manchado deberá ser balanceada con la aplicación particular para la que la imagen va a ser usada y la cantidad de detalle requerido. Si se necesita una alta resolución y un fino detalle de la imagen, entonces no deberá ser usada cualquiera de las 2 técnicas antes mencionadas. Si la aplicación es de interpretación a amplia escala y mapeo, entonces el filtrado espacial y la técnica multi- mira, pueden ser aceptables.

2.8 Modelo de Degradación

El proceso de degradación está modelado en este trabajo como un operador (o sistema) **H** (descrito al inicio de la sección 2.7), que junto a un término aditivo de ruido **n** actúa sobre una imagen de entrada **v** para producir una imagen degradada **u**. La reconstrucción de imágenes puede entenderse como el proceso de obtener de forma aproximada **v**, a partir de **u** (problema inverso) y del conocimiento de la degradación en la forma del operador **H**. Se supone que el conocimiento de **n** se limita a una información de naturaleza estadística.

Este modelo queda representado matemáticamente en forma vectorial discreta de la siguiente manera:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{n} \tag{2.11}$$

De aquí en adelante, a ésta expresión se le llamará la *ecuación de observación*.

En este caso todos los elementos del modelo son valores reales, no negativos, la matriz **H** que representa la respuesta del sistema de percepción remota, es una matriz simétrica rectangular de forma Toeplitz, debido a esto, cada elemento u(k) del vector **u** puede ser expresado en forma de una convolución discreta.

En la siguiente página se ilustra este modelo en forma gráfica, para apreciar más claramente cada una de las etapas que representa éste proceso. (figura 2.17).

Este fenómeno que representa la ecuación de observación (2.11) que es lo que sucede realmente cuando se usa un sistema SAR, se llevó a cabo por medio de simulaciones para obtener la imagen degradada **u** que es la que se obtiene en la vida real

Estructura Completa de la Fenomenología del Problema Directo

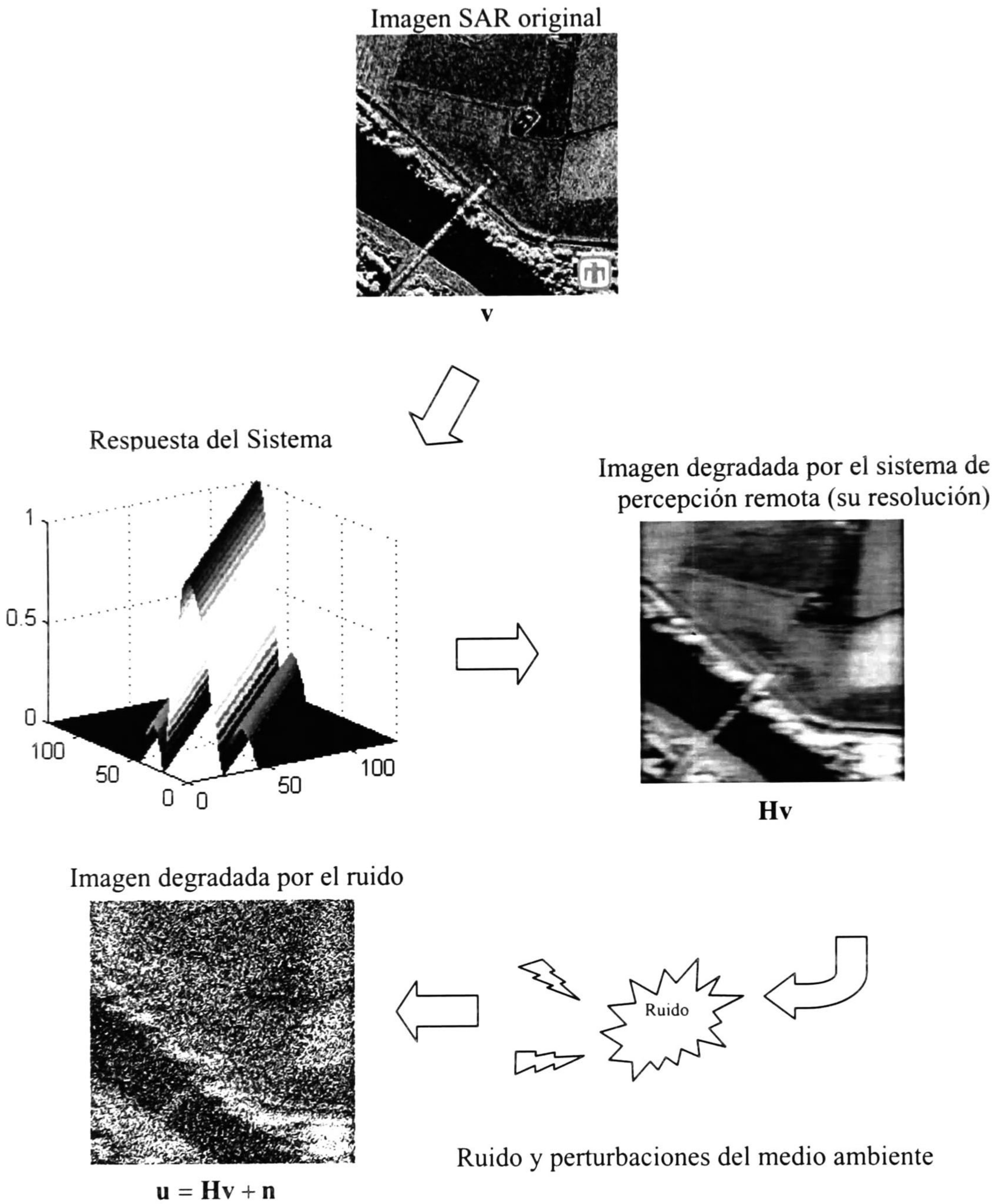


Figura 2.18. Estructura completa de la fenomenología del problema directo

2.9 El Problema de la Reconstrucción de una Imagen Degradada

Para obtener una solución al problema inverso, (obtener la imagen reconstruida), se debe de tener el problema bien planteado, y en tal caso las siguientes tres consideraciones deben ser satisfechas:

1.- Una solución existe.
2.- La solución es única.
3.- La solución varía conforme varían los datos.

La pregunta aquí sería: ¿Cómo se hace la reconstrucción de la imagen (Problema H)? La respuesta tiende en la inclusión de alguna forma de antecedentes acerca del mapeo de entrada -salida (matrices S o H), y el vector solución deseado $\hat{\mathbf{v}}$ como un requerimiento esencial. En otras palabras, algunas formas de restricciones tendrían que ser impuestas en el modelo diseñado para resolver el problema inverso. Dos formas teóricas generales existen, por medio de los cuales estos requerimientos pueden ser satisfechos:

1. Regularización determinística descriptiva basada en la teoría de regularización de Tikhonov.

2. Regularización estadística basada en la teoría de decisión estadística.

En el siguiente capítulo, se estudia los principios de la teoría de regularización descriptiva para el problema inverso. Se emplea la regularización determinística utilizando el método de Mínimos Cuadrados y sus diferentes variaciones.

Capítulo 3

Algoritmos de Reconstrucción y Mejoramiento, para Imágenes de Sistemas de Percepción Remota.

3.1 Introducción

En la actualidad hay una extensa variedad de algoritmos para el procesamiento de imágenes, tanto como para su reconstrucción (Image Restoration); así como para la mejora de ésta (Image Enhacement).

Dependiendo del tipo(s) de ruido(s) con el(los) cual(es) la imagen esté degradada, va a ser la selección del algoritmo utilizado para su reconstrucción. La principal aplicación, en la cual este trabajo va orientado es, el de percepción remota, en la cual, las principales fuentes de ruido son:

1. El ruido propio del sistema de radar debido al calentamiento interno de sus componentes, el cual es del tipo *Gaussiano*.

2. El ruido producido por las mismas características con que el percepción remota es llevado a cabo (speckle), así como por los medios de almacenamientos usados (generalmente cinta magnéticas) los cuales producen *ruido binario*.

Este trabajo específicamente se enfoca a la reconstrucción de imágenes de SAR, la cual consiste en la eliminación o minimización de perturbaciones en una imagen de percepción remota, ocasionadas por las razones antes mencionadas.

3.2 Aspectos Preliminares de la Estimación Clásica

En este trabajo se considera el problema general de estimar uno o más parámetros desconocidos a partir de una serie de datos medidos (observaciones), donde los parámetros están funcionalmente relacionados a los datos observados de alguna manera. Tales problemas de estimación son frecuentemente delineados en **determinísticos** y **aleatorios**.

- En estimación clásica, las observaciones son aleatorias pero los parámetros son considerados como valores constantes desconocidos (determinísticos).

En estimación clásica, si el experimento es repetido, a pesar de que los valores observados cambien, el parámetro es determinístico y por lo tanto permanece sin cambio. Sin embargo, hay otra división entre la estimación clásica y la aleatoria. En particular, se puede pensar que los parámetros son aleatorios solo previamente a una medición u observación. Desde ésta perspectiva, la densidad previa es simplemente una reflexión del conocimiento previo o noción, acerca del comportamiento de los parámetros. De cualquier punto de vista, la principal distinción es la de *información previa,* – los procedimientos de estimación clásica operan sin conocimiento previo de los parámetros mientras que los métodos de estimación estocástica explotan el conocimiento previo del comportamiento del parámetro en cuestión, para producir un estimado basado en información previa y posterior (después de la observación). Ambas propuestas de estimación, han encontrado aplicación en procesamiento de señales/imágenes [11],[29-30].

3.3 Método de Mínimos Cuadrados (Least Squares)

3.3.1.- Introducción

Frecuentemente en problemas de ingeniería es necesario ajustar de manera óptima una línea a un conjunto de puntos de tal manera que se obtenga el mínimo error o desviación debido a esta representación. Estos puntos $u(1)$, $u(2)$,...., $u(N)$, pueden ser valores de una señal medida en tiempos t_1, t_2, ..., t_N, y la línea de ajuste $f(t_i)$ simbolizaría el estimado calculado para ajustar o acercarse a los puntos que figuran los valores reales medidos. [11]

La figura 3.1 muestra una representación gráfica de este problema:

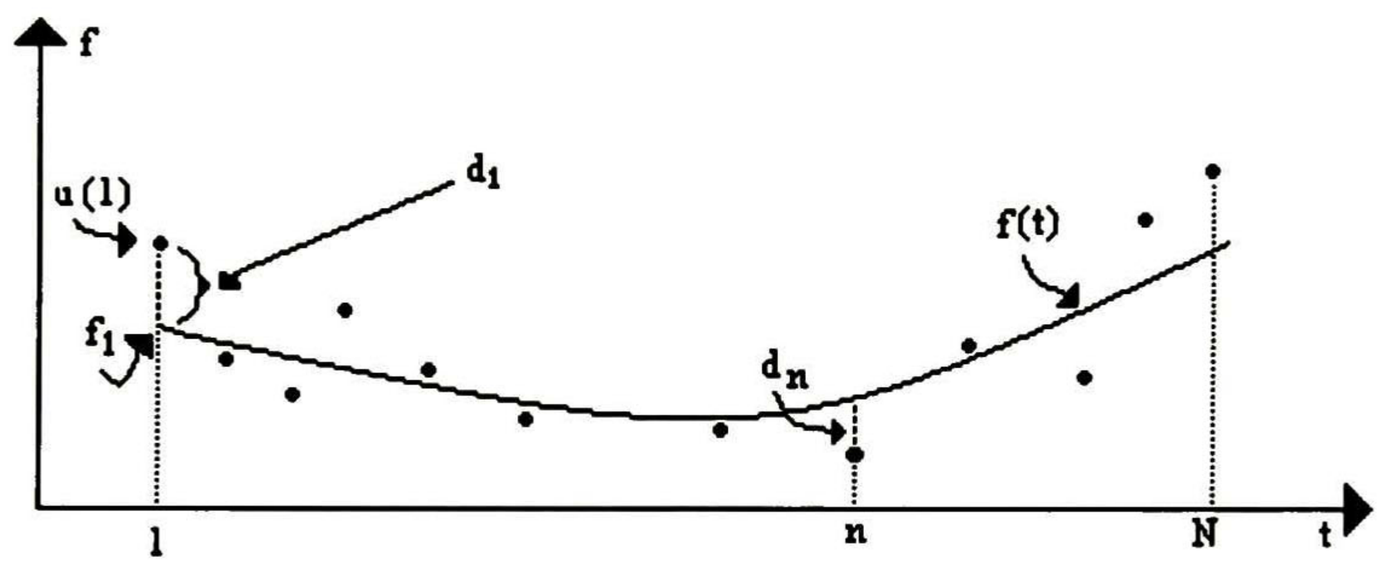


Figura 3.1.- Ajuste de una serie de puntos por una línea

Uno de los métodos más usados para obtener el mínimo error en este ajuste es el proporcionado por el método de Mínimos Cuadrados, el cual establece que el mejor ajuste es obtenido minimizando la suma de los cuadrados de las diferencias entre $f(t_i)$ y $u(i)$ para $i = 1,2,\ldots N$.

$$J(i) = \sum_i (u_i - f(i))^2 \tag{3.1}$$

Esta métrica tiene algunas características deseables, las cuales se mencionan a continuación:

(i) Errores de signo opuesto no se cancelan;

(ii) Pondera mayormente errores grandes que los pequeños

(iii) Métodos de cálculo pueden ser usados para derivar analíticamente una función de aproximación si ésta métrica es usada.

3.3. Aplicación del Método de Mínimos Cuadrados al Procesamiento Digital de Señales de sistemas de Percepción Remota

En la figura 3.2 se muestra un sistema de Radar/sonar para la generación de imágenes, se aprecia que la señal se contamina con otras señales indeseadas (clutter signals) en su trayectoria de viaje hacia los sensores receptores, así como también se degrada debido a los medios no-homogéneos por los que viaja (atmósfera, partículas contaminantes, etc.) [4].

Para éste caso, es de particular interés, recuperar la señal/imagen original por medio de métodos de reconstrucción, y es aquí donde se aplica el esquema de Mínimos Cuadrados y sus diversas variantes.

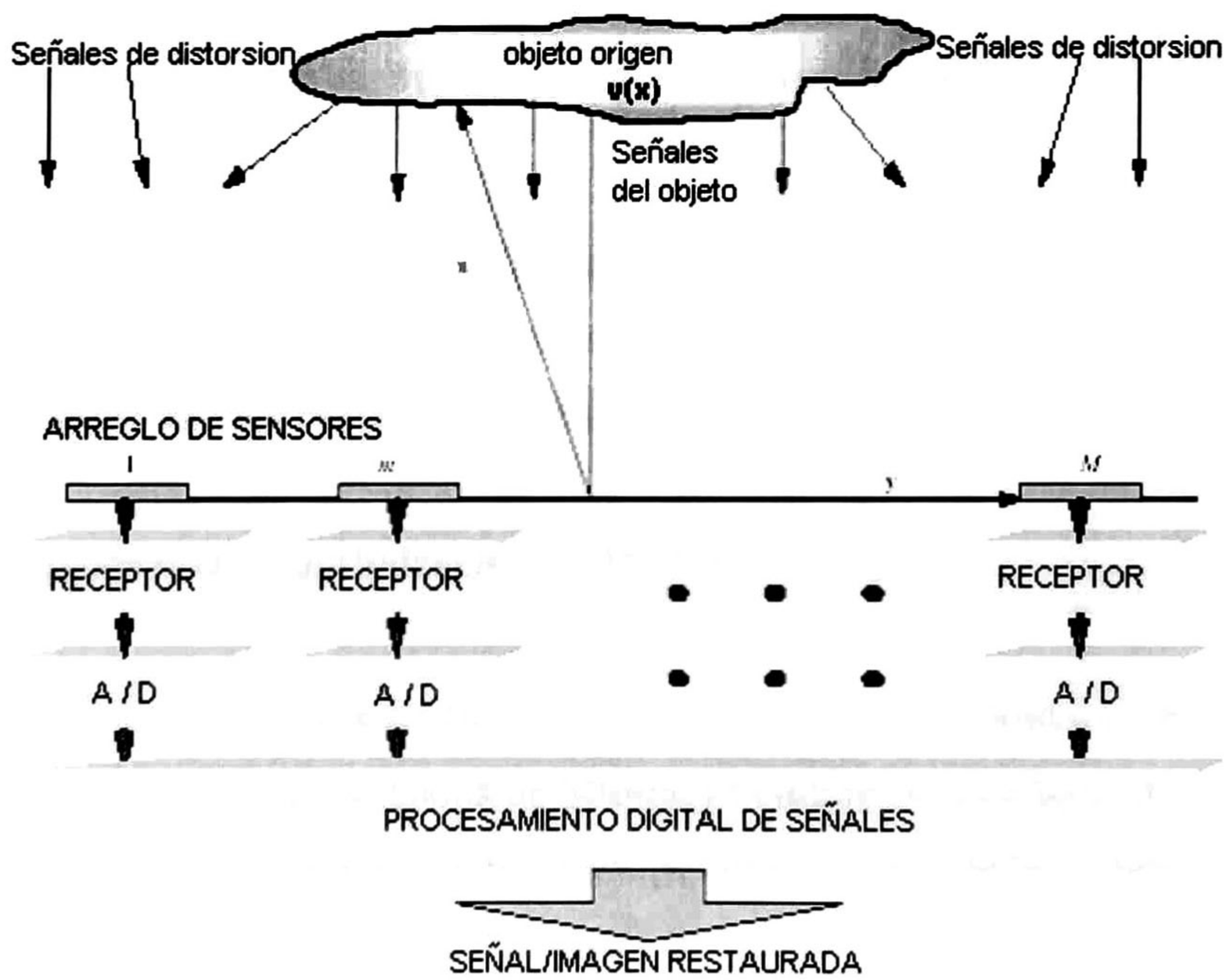


Figura 3.2. Ejemplo de un sistema de Radar/sonar

La expresión matemática que describe el fenómeno mostrado en la figura 3.2 viene dado por la siguiente ecuación de observación (EO) en forma vectorial discreta:

$$\mathbf{u} = \mathbf{S}\mathbf{v} + \mathbf{n} \qquad \mathbf{v} \in V_N, \quad \mathbf{u} \in U_L, \quad \mathbf{S} : V_N \rightarrow U_L \tag{3.2}$$

2.3. Planteamiento del problema:

Se desea recuperar ó "reconstruir" el vector $\mathbf{v}$ a partir de las mediciones hechas $\mathbf{u}$, por medio de un operador solución $\mathbf{W} : U \rightarrow V$, que aplicado a los datos $\mathbf{u}$ produzca un estimado:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{W}\mathbf{u} \tag{3.3}$$

De acuerdo a la descripción del método de Mínimos Cuadrados mencionada anteriormente, el operador solución $\mathbf{W}$ que se anda buscando, será aquél que minimice la diferencia cuadrática entre el vector de medición $\mathbf{u}$ y el vector de información $\mathbf{v}$ multiplicado por el operador formador de señal/imagen (IFO) $\mathbf{S}$ / $\mathbf{H}$, a ésta expresión se le denomina ***función costo***.

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg\min_{v} \left(J(\mathbf{v})\right) = \arg\min_{v} \| \mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v} \|^2 = \arg\min_{v} \left[(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}), (\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v})\right] \tag{3.4}$$

Una vez que se tiene la función costo, en la cual se basará el proceso de optimización, se procede a encontrar el operador solución, que satisfaga las condiciones especificadas por ésta. A continuación se explica este procedimiento.

2.4. Solución al problema de optimización de Mínimos Cuadrados

La ecuación (3.4) enuncia la función costo cuya minimización producirá el operador solución óptimo en el sentido del esquema de Mínimos Cuadrados. Esta función expresa la distancia entre los espacios vectoriales compuestos por el espacio de señal donde pertenece el vector de datos $\mathbf{u}$ y el espacio de señal del vector de información $\mathbf{v}$, ésta distancia queda

definida por medio del producto punto, ya que todas las características métricas en el espacio Euclidiano de señales son inducidas por el producto interno o producto punto [1].

$$[\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2] = \mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_2^* = \mathbf{v}_2^+ \mathbf{v}_1 \tag{3.5}$$

donde $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son 2 vectores arbitrarios.

Aplicando el producto interno a la ecuación (3.4) se obtiene la siguiente expresión:

$$J(\mathbf{v}) = \mathbf{u}^+\mathbf{u} - \mathbf{v}^+\mathbf{S}^+\mathbf{u} - \mathbf{u}^+\mathbf{S}\mathbf{v} + \mathbf{v}^+\mathbf{S}^+\mathbf{S}\mathbf{v} \tag{3.6}$$

dado que se está tratando de un problema de minimización, se busca el mínimo de la expresión (3.6) por lo tanto, se deriva con respecto al vector de datos $\mathbf{v}$ e iguala a cero por ser éste, el procedimiento para encontrar tal mínimo [11].

$$g(\mathbf{v}) = \frac{\partial J(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{0} \tag{3.7}$$

Usando las reglas para derivar vectores complejos que se muestran en la tabla 3.1, se obtiene la siguiente expresión para el vector gradiente $g(\mathbf{v})$ [11]:

Vector **x** (valor complejo)
$J(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^+\mathbf{x} \Rightarrow g(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$
$J(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^+\mathbf{a} \Rightarrow g(\mathbf{x}) = 2\mathbf{a}$
$J(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^+\mathbf{A}\mathbf{x} \Rightarrow g(\mathbf{x}) = 2\mathbf{A}\mathbf{x}$

Tabla 3.1.- Reglas para diferenciar funciones con respecto a un vector real y/o complejo

$$g(\mathbf{v}) = \frac{\partial J(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = -2\mathbf{S}^+\mathbf{u} + 2\mathbf{S}^+\mathbf{S}\mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{3.8}$$

la solución a esta ecuación produce la estimación óptima $\hat{\mathbf{v}}$. Debido a que se está considerando una función cuadrática, únicamente se encontrará un solo mínimo global, por lo que no hay problema de convergencia del algoritmo salvo ciertas condiciones que se explican al final de este desarrollo.

Para obtener una solución a la ecuación (3.8), primeramente se debe reacomodar dicha ecuación como:

$$2\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\mathbf{v} = 2\mathbf{S}^{+}\mathbf{u} \tag{3.9}$$

multiplicando a ambos lados de la ecuación anterior el término $(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S})^{-1}$, se obtiene el vector óptimo estimado:

$$\hat{\mathbf{v}} = \left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{S}^{+}\mathbf{u} \tag{3.10}$$

donde la matriz **W** es el operador solución lineal deseado.

$$\mathbf{W} = \mathbf{S}^{\#} = \left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{S}^{+} \tag{3.11}$$

A este operador se le conoce como el operador Pseudo inverso (Ver apéndice A). No se debe calcular explícitamente como se muestra (3.11), ya que muchos problemas son numéricamente inestables.

Sin embargo hay dos puntos críticos en ésta solución:

1.- Es obvio que no se puede reconstruir una función completa $s(v)$ de un número finito de valores discretos $\{ u_k, v_k ; k=1,....,K \}$

2.- El ruido n_k en los datos, ocasiona que el ajuste de la función $s(v)$, a partir de un conjunto de valores tabulados sea inexacto.

Debido a que este trabajo se enfoca al tratamiento de imágenes se planteó el problema en el modelo S (de señales) por generalidad de éste y una vez obtenido el operador solución se hace la conversión al modelo H (de imágenes), por las respectivas sustituciones de éste modelo, tal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{H} \qquad\qquad \mathbf{S}^{+} \rightarrow \mathbf{H}^{T} \tag{3.12}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{n} \tag{3.13}$$

Por lo que la solución para el modelo H, queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T \tag{3.14}$$

2.5. Evaluación del Desempeño

Una vez que se ha obtenido el operador deseado, se procede a evaluar su desempeño, para ello se sustituye dentro de la expresión (3.3) y se efectúan las operaciones indicadas para comprobar que efectivamente se obtiene el vector de información deseado, tal desarrollo se muestra a continuación:

primeramente se substituyen las expresiones (3.13) y (3.14) en (3.3):

$$\hat{\mathbf{v}} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\left(\mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{n}\right) \tag{3.15}$$

posteriormente se efectúan las multiplicaciones indicadas:

$$\hat{\mathbf{v}} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{H}\mathbf{v} + \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{n} \tag{3.16}$$

finalmente se obtiene:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{v} + \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{n} \tag{3.17}$$

de éste resultado se observa, que la reconstrucción no va ser posible si la matriz **H** no esta bien condicionada (es decir, que pueda ser invertida), la matriz **H** representa el modelo conocido del operador formador de imagen (IFO) del sistema. Generalmente todos los sistemas físicos poseen modelos cuya matriz de representación no es bien condicionada.

3.4. - Método de Mínimos Cuadrados Restringidos (CLS)

3.4.1.- Introducción

En la siguiente sección, se estudia los principios de la teoría de regularización descriptiva para el problema inverso, planteado al principio de éste trabajo, por lo que se usará el mismo modelo matemático que se usó para el método de Mínimos Cuadrados explicado en la sección anterior. Ahora se empleará la idea de regularización determinística utilizando el mas sencillo método de ésta teoría: Cuadrados Mínimos Restringidos (Constrained Least Squares), que trata de resolver el problema de matrices del sistema mal condicionadas con la inclusión de la matriz identidad, así como el de cierta información previa acerca del vector deseado $\mathbf{v}$ [19].

3.4.2.- Antecedentes (información previa)

Se impone un mínimo conocimiento previo, acerca del deseado vector $\hat{\mathbf{v}}$, para la determinación del vector $\mathbf{m}_v$, referido como el conocido valor medio, o el valor esperado del vector deseado desconocido $\hat{\mathbf{v}}$:

$$\mathbf{m}_v = \langle \mathbf{v} \rangle \tag{3.18}$$

El valor del vector de ruido $\mathbf{n}$ en la ecuación (3.13) es modelado como un vector aleatorio desconocido con media cero:

$$\mathbf{m}_n = \langle \mathbf{n} \rangle = \mathbf{0} \tag{3.19}$$

Y la matriz de correlación del ruido,

$$\mathbf{R}_n = \langle \mathbf{n}\mathbf{n}^+ \rangle \tag{3.20}$$

Note, que no se especifica el modelo exacto de distribución de probabilidad del ruido $\mathbf{n}$ dado que la regularización determinística se aproxima al problema inverso dado por la ecuación (3.2).

3.4.3.- Idea de regularización y criterio aumentado

En el enfoque convencional de Mínimos Cuadrados (LS), se busca encontrar la solución $\hat{\mathbf{v}}$ a la ecuación (3.2) que minimiza el error medio cuadrático:

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg\min_{v} (J_1) = \arg\min_{v} \| \mathbf{u} - \mathbf{Sv} \|^2 = \arg\min_{v} [(\mathbf{u} - \mathbf{Sv}),(\mathbf{u} - \mathbf{Sv})] \tag{3.21}$$

La idea descriptiva de la regularización determinística (la regularización de Tikhonov), es reemplazar el planteamiento del problema original con un planteamiento "cercano" del problema, cuya solución se aproxima a la solución requerida. Esto puede ser empleado para reemplazar la función de costos J_1 por una función de costos aumentada para el algoritmo CLS:

$$J(\mathbf{v}) = J_1(\mathbf{v}) + \alpha\, J_2(\mathbf{v}) \tag{3.22}$$

$$J_1(\mathbf{v}) = \| \mathbf{u} - \mathbf{Sv} \|^2 = [(\mathbf{u} - \mathbf{Sv}),(\mathbf{u} - \mathbf{Sv})] \tag{3.23}$$

$J_1(\mathbf{v})$ representa el costo del error cuadrático entre el vector $\mathbf{u}$ y su modelo componente de señal $\mathbf{Sv}$ El segundo término $J_2(\mathbf{v})$, impone el también llamado criterio de costo de mínima norma:

$$J_2(\mathbf{v}) = \| \mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v} \|^2 = [(\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v}),(\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v})] \tag{3.24}$$

El principal argumento en apoyar el criterio de mínima norma (3.24) es esa consistencia de la información anterior (3.18), alcanzada por una solución $\hat{\mathbf{v}}$ con la mínima posible desviación de señal de energía $J_2(\mathbf{v})$. Por lo tanto, la norma de costo mínima $J_2(\mathbf{v})$ es referida como un *estabilizador*, en el sentido de que ésta estabiliza la solución $\mathbf{v}$, englobando el modelo anterior $\mathbf{m}_\mathbf{v}$. El parámetro de regularización α en la ecuación (3.22), provee un intercambio entre la fidelidad de las mediciones (criterio J_1) y la

sensitividad del ruido (criterio J_2). α Es un número real positivo. En este sentido, se puede ver α como un indicador de la suficiencia de los datos dados que especifica la solución CLS al problema (3.2) como la solución del siguiente problema de optimización CLS:

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg\min_{v} \left[J_1(\mathbf{v}) + \alpha\, J_2(\mathbf{v})\right] = \arg\min_{v} \| \mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v} \|^2 + \alpha \| \mathbf{v} - \mathbf{m}_v \|^2 \tag{3.25}$$

En el caso particular, cuando $\alpha \rightarrow 0$ implica que el problema es reducido a su versión no restringida (3.21), con la solución de $\mathbf{v}$ siendo completamente determinada de las mediciones de los datos $\mathbf{u}$ (sin conocimiento previo acerca de la solución deseada involucrada. Por otro lado, en el caso de que $\alpha \rightarrow \infty$, implica el conocimiento anterior de la ecuación (3.18) para especificar completamente la solución de la ecuación (3.25) (la cual es otra forma de decir que las mediciones de los datos y la solución $\hat{\mathbf{v}}$ puede ser explícitamente derivada del conocimiento anterior del modelo). En la práctica, el parámetro de regularización α, se le asigna un valor entre estas dos condiciones límite, tal que ambas mediciones de los datos $\mathbf{u}$ y la información anterior (3.18) contribuyen a la solución (3.25). Así, el término de regularización $\alpha\, J_2(\mathbf{v})$ en la función de costos aumentada (3.22), representa un modelo restringido, en el cual la influencia en la solución final es controlada por el parámetro de regularización α.

3.4.4.- Solución al problema de optimización CLS

Regresando a la ecuación (3.22), la cual define la suma de los cuadrados, especificados por la ecuación (3.23) y la ecuación (3.24), se puede rescribir esta expresión en términos de los productos internos como:

$$J(\mathbf{v}) = \left[(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}), (\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v})\right] + \alpha\left[(\mathbf{v} - \mathbf{m}_v), (\mathbf{v} - \mathbf{m}_v)\right]$$

$$J(\mathbf{v}) = const - \mathbf{v}^{+}\mathbf{S}^{+}\mathbf{u} - \mathbf{u}^{+}\mathbf{S}\mathbf{v}^{\tau} + \alpha\left(\mathbf{v}^{+}\mathbf{v} - \mathbf{m}_v\mathbf{v} - \mathbf{v}^{+}\mathbf{m}_v\right) \tag{3.26}$$

Donde *const* = [**u**, **u**] + α [$\mathbf{m}_v$, $\mathbf{m}_v$], reúne los términos independientes en la solución del vector $\hat{\mathbf{v}}$.

La ecuación (3.26) afirma que la función de costos $J(\mathbf{v})$, es precisamente un valor escalar de segundo orden. Por consiguiente, se puede visualizar la dependencia del costo aumentado $J(\mathbf{v})$ en los elementos del vector $\mathbf{v}$ como un paraboloide con un mínimo único. Para determinar el vector óptimo estimado $\hat{\mathbf{v}}$, se debe primeramente diferenciar la función de costos $J(\mathbf{v})$ dada por la ecuación (3.26) con respecto al vector deseado $\mathbf{v}$ y entonces igualar el resultado a cero. Esto es:

$$g(\mathbf{v}) = \frac{\partial J(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{0} \tag{3.27}$$

La solución a esta ecuación produce la estimación óptima $\hat{\mathbf{v}}$. Usando las reglas para derivar vectores complejos (ver tabla 3.1) se obtiene la siguiente expresión para el vector gradiente $g(\mathbf{v})$:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{v}) &= \frac{\partial J(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{0} \\ &= -2\mathbf{S}^{+}(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}) + 2\alpha(\mathbf{v} - \mathbf{m}_{\mathbf{v}}) \end{aligned} \tag{3.28}$$

Para obtener una solución a la ecuación (3.28), primeramente se debe reacomodar dicha ecuación como:

$$(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I})\mathbf{v} = \alpha\,\mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \mathbf{S}^{+}\mathbf{u} \tag{3.29}$$

Sumando y restando al mismo tiempo el término $\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}$ al lado derecho de la ecuación (3.29), se puede escribir la ecuación como sigue:

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I})\mathbf{v} &= \alpha\,\mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \mathbf{S}^{+}\mathbf{u} + \mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}} - \mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}} \\ &= (\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I})\mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \mathbf{S}^{+}(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}) \end{aligned} \tag{3.30}$$

Para encontrar la solución a la ecuación (3.30), se multiplica ambos lados de la ecuación por el término $(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I})^{-1}$, obteniendo el vector óptimo estimado:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{S}^{+}\left(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}\right) = \mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \mathbf{W}\left(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}\right) \tag{3.31}$$

Donde la matriz **W** es el operador solución lineal deseado.

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{S}^{+} \tag{3.32}$$

Ahora se procede a cambiar del modelo de señal S al modelo de imágenes H haciendo la substitución indicada por la expresión (3.12). Obteniéndose el siguiente operador solución:

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{H}^{T}\mathbf{H} + \alpha\,\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{H}^{T} \tag{3.33}$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama a bloques de la estructura computacional del algoritmo CLS.

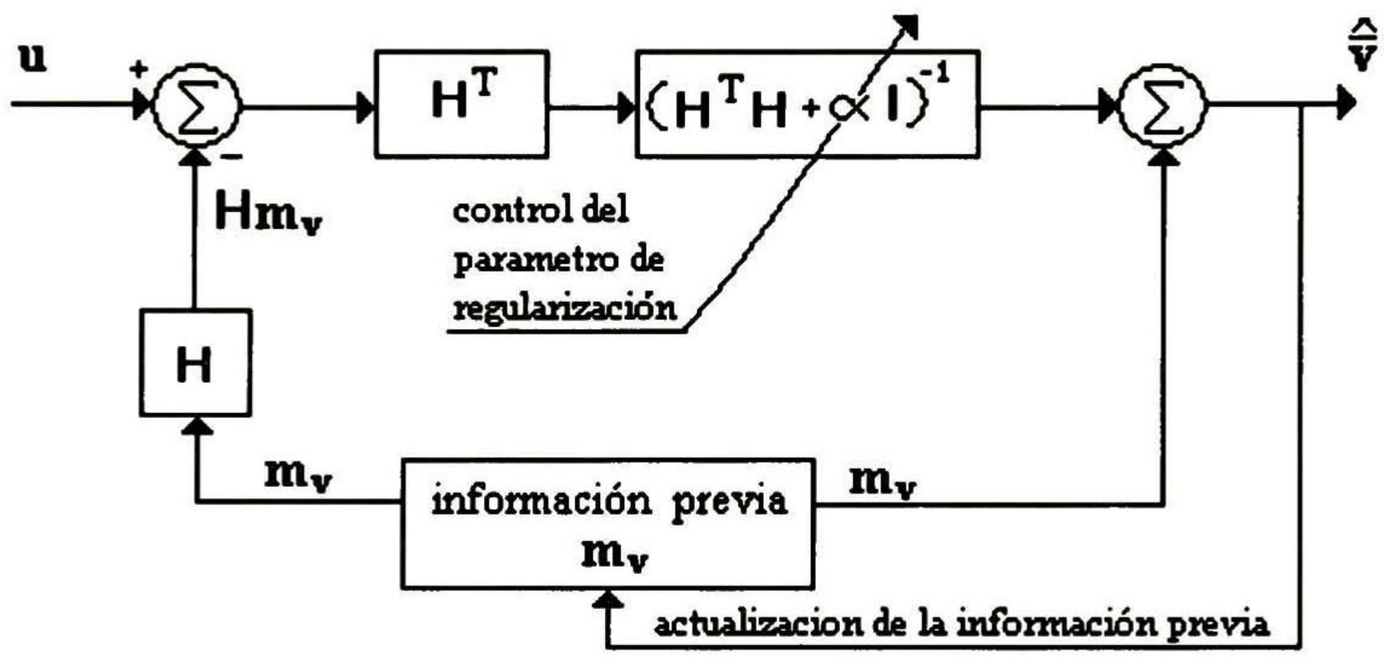


Figura 3.3.- Estructura Computacional del algoritmo CLS

3.4.5.- Evaluación del desempeño del algoritmo CLS

Habiendo establecido el algoritmo optimo para el método CLS, es necesario evaluar sus características del desempeño. En el sentido estadístico, el vector del valor medio $\mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}} = \langle \hat{\mathbf{v}} \rangle$ y la matriz de covarianza $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{v}}} = \langle (\mathbf{v} - \mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}})(\mathbf{v} - \mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}})^{+} \rangle$ son usualmente considerados como una caracterización explícita de tales características de desempeño.

Evaluación de la media

Considere el vector de señal aleatorio $\mathbf{v}$ con valor medio previo $\mathbf{m}_{\mathbf{v}}$ y el vector de ruido aleatorio con media cero $\mathbf{n}$. Para el estimado (3.31) se obtiene:

$$\langle \hat{\mathbf{v}} \rangle = \mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \mathbf{W}\left(\langle \mathbf{u} \rangle - \mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}\right) = \mathbf{m}_{\mathbf{v}} - \mathbf{W}\left(\mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}} + \langle \mathbf{n} \rangle - \mathbf{S}\mathbf{m}_{\mathbf{v}}\right) = \mathbf{m}_{\mathbf{v}} \tag{3.34}$$

Dado que el valor medio del vector de ruido $\mathbf{n}$ es cero, la diferencia de los términos dentro del paréntesis da cero, lo que da como resultado que el valor medio del vector estimado $\hat{\mathbf{v}}$ sea igual al vector de valor medio de la información previa usada para construir el operador solución $\mathbf{W}$

Evaluación de la covarianza

Bajo la misma suposición y usando el resultado (3.34), se obtiene para la matriz de covarianza del valor estimado:

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{v}}} = \left\langle \left(\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}}\right)\left(\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}}\right)^{+} \right\rangle \tag{3.35}$$

Pero debido a que $\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{W}\mathbf{u}$ y $\mathbf{m}_{\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{W}\langle \mathbf{u} \rangle$, la expresión anterior se vuelve:

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{v}}} = \left\langle \left(\mathbf{W}\mathbf{u} - \mathbf{W}\langle \mathbf{u} \rangle\right)\left(\mathbf{W}\mathbf{u} - \mathbf{W}\langle \mathbf{u} \rangle\right)^{+} \right\rangle \tag{3.36}$$

Al momento de aplicar el operador adjunto a los términos del segundo paréntesis se invierte el orden de cada uno de éstos, lo que da como resultado:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{v}} = \left\langle \left(\mathbf{W}\mathbf{u} - \mathbf{W}\langle \mathbf{u} \rangle\right)\left(\mathbf{u}^{+}\mathbf{W}^{+} - \langle \mathbf{u} \rangle^{+}\mathbf{W}^{+}\right) \right\rangle \tag{3.37}$$

Factorizamos el operador solución $\mathbf{W}$ en ambos paréntesis y lo sacamos de éstos:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{v}} = \left\langle \mathbf{W}\left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)\left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)^{+}\mathbf{W}^{+} \right\rangle = \mathbf{W}\left\langle \left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)\left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)^{+} \right\rangle \mathbf{W}^{+} = \mathbf{W}\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{W}^{+} \tag{3.38}$$

Donde la matriz de covarianza del vector de medición $\mathbf{u}$ es:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}} = \left\langle \left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)\left(\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle\right)^{+} \right\rangle \tag{3.39}$$

Substituyendo en la ecuación (3.39) las siguientes expresiones $\mathbf{u} = \mathbf{Sv} + \mathbf{n}$ y $\langle \mathbf{u} \rangle = \mathbf{Sm}_{\mathbf{v}}$ se obtiene:

$$R_{\mathbf{u}} = \left\langle (\mathbf{Sv} + \mathbf{n} - \mathbf{Sm}_{\mathbf{v}})(\mathbf{Sv} + \mathbf{n} - \mathbf{Sm}_{\mathbf{v}})^{+} \right\rangle \tag{3.40}$$

Se factoriza el término $\mathbf{S}$ de ambos paréntesis:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}} = \left\langle (\mathbf{S}(\mathbf{v} - \mathbf{m}_{\mathbf{v}}) + \mathbf{n})(\mathbf{S}(\mathbf{v} - \mathbf{m}_{\mathbf{v}}) + \mathbf{n})^{+} \right\rangle \tag{3.41}$$

Debido a que la matriz de covarianza del vector de información $\mathbf{v}$ está formada por (3.35) y la matriz de covarianza del vector ruido $\mathbf{n}$ está dada por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \left\langle \mathbf{nn}^{+} \right\rangle \tag{3.42}$$

La expresión 3.41 se convierte en:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}} = \mathbf{SR}_{\mathbf{v}}\mathbf{S}^{+} + \left\langle \mathbf{nn}^{+} \right\rangle = \mathbf{SR}_{\mathbf{v}}\mathbf{S}^{+} + \mathbf{R}_{\mathbf{n}} \tag{3.43}$$

Que es la matriz de covarianza del vector de medición $\mathbf{u}$.

Es importante recalcar que con la propuesta de la regularización determinística no estamos interesados en las medidas estadísticas de calidad (3.34) y (3.38) sino en la medida determinística – el valor de la función aumentada de costo (3.22).

3.5. Método de Mínimos Cuadrados Restringidos Ponderados (WCLS)

3.5.1.- Introducción

Para ésta variante del método del CLS también se usa el mismo planteamiento del problema, el único cambio es el conocimiento adicional acerca del problema que se involucra en el modelado de éste, que a continuación se explica:

Se asume que los cambios en la señal deseada (ó imagen) $v = v(x)$ sobre el dominio de la señal original X son suficientemente suaves (en algún sentido bien definido) debido a la naturaleza de dispersión espacial de la señal de información del objeto extendido de origen $v(x) \in V(X)$. Físicamente esto ocurre debido a la "suave" dinámica del fenómeno responsable de los cambios de la señal $v(x)$ sobre el dominio X. Matemáticamente, las dinámicas mencionadas anteriormente pueden ser formalizadas imponiendo la estructura métrica modificada en el espacio de señal $V(X)$ que representa estas propiedades intrínsecas del modelo.

Manteniendo el deseo general de facilitar las consideraciones del problema matemático, de tal manera que la propuesta basada en regularización es matemáticamente manejable, se emplea la siguiente modificación de la estructura métrica en el espacio vectorial de señales V_N inducido por el producto interno:

$$d_V^2(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = [(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2), (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)]_V = (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^+ \mathbf{M}_\mathbf{V} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \tag{3.44}$$

de ésta manera, el conocimiento previo acerca de la forma de la solución está incluida en la matriz de peso $\mathbf{M}_\mathbf{V}$, en la teoría de regularización se le denomina estabilizador, en el sentido que ésta estabiliza los cambios en la señal, ponderando éstos y haciéndolos suaves. Cabe resaltar que la suavidad en los cambios de la señal implica continuidad, pero lo inverso no es necesariamente cierto. Dependiendo la manera en que la matriz de peso $\mathbf{M}_V$ es definida, se puede identificar 3 casos específicos para representar la norma ponderada del vector $\mathbf{v}$, cuya norma cuadrada es definida como:

$$\|\mathbf{v}\|_V^2 = \mathbf{v}^+ \mathbf{M}_\mathbf{V} \mathbf{v} \tag{3.45}$$

1.- La matriz $\mathbf{M}_V$ es igual a la matriz unitaria **I**, por lo tanto la norma Euclidiana estándar es obtenida; esto es:

$$\|\mathbf{v}\|_V^2 = \|\mathbf{v}\| = \mathbf{v}^+\mathbf{v} \tag{3.46}$$

2.- La matriz $\mathbf{M}_V$ es una matriz diagonal, en este caso los elementos de la diagonal asignan un peso específico a cada coordenada de entrada como se muestra a continuación:

$$\|\mathbf{v}\|_V^2 = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{M}_{\mathbf{V}_n} \mathbf{v}_n^2 \tag{3.47}$$

Donde v_n es el enésimo elemento del vector $\mathbf{v}$ y $\mathbf{M}_{\mathbf{V}_n}$ es el enésimo elemento diagonal de la matriz de peso $\mathbf{M}_\mathbf{V}$.

3.- La matriz $\mathbf{M}_\mathbf{V}$ es no diagonal, como un ejemplo de interés podemos usar tal modelo para ésta matriz, de manera que la norma cuadrada ponderada $\|\mathbf{v}\|_V^2 = \mathbf{v}^+\mathbf{M}_\mathbf{V}\mathbf{v}$ determina la analogía discreta de la suma ponderada de la norma cuadrada convencional de $v(x)$ y la norma cuadrada su primera derivada. Para el vector $\mathbf{v}$ compuesto de los valores uniformemente muestreados $\{v_n\}$(con el intervalo de muestreo Δx normalizado a la unidad, $\Delta x = 1$) tal matriz $\mathbf{M}_\mathbf{V}$ puede ser representada como:

$$\mathbf{M}_V = \mathbf{I} + m_1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1 \tag{3.48}$$

D_1 es el operador matriz para calcular las diferencias de primer orden:

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

Donde el producto expresado en la parte derecha de (46) da como resultado:

$$\mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

m_1 es un número real no negativo que indica la relativa importancia del segundo término en (3.48), que es responsable del control de la propiedad de "suavidad" [21] en el operador $\mathbf{M}_V$, entonces podemos escribir para este caso particular de $\mathbf{M}_\mathbf{V}$:

$$\mathbf{M}_\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} + m_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

Habiendo definido la modificación de peso en la métrica para el espacio de señales V, hacemos extensiva tal modificación para el espacio de datos U De ésta manera generalizamos la estructura métrica en el espacio de señal de datos definiendo la distancia cuadrada entre elementos inducida por el producto interno ponderado tal como se indica a continuación:

$$d_U^2(\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2) = [(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2),(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)]_U = (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)^+ \mathbf{M}_\mathbf{U}(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \tag{3.51}$$

Donde $\mathbf{M}_U$ es una matriz de peso simétrica positiva bien condicionada (invertible).

3.5.2. Criterio aumentado

La idea de regularización descriptiva es la misma que la utilizada en el método CLS, explicado anteriormente. Se soluciona el mal condicionamiento (ill-poseness) del problema inverso imponiendo el criterio de objetivo aumentado (costo) tal como se expresó en la ecuación (3.18), donde cada uno de los criterios que la forman se enuncian a continuación:

$$J_1(\mathbf{v}) = \| \mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v} \|_U^2 = [(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}),(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v})]_U = (\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v})^+ \mathbf{M}_\mathbf{U}(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}) \tag{3.52}$$

$$J_2(\mathbf{v}) = \| \mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v} \|_V^2 = [(\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v}),(\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v})]_V = (\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v})^+ \mathbf{M}_\mathbf{V}(\mathbf{v} - \mathbf{m}_\mathbf{v}) \tag{3.53}$$

α Es el parámetro de regularización, un compromiso entre la fidelidad de los datos de entrada (criterio J_1) y la sensitividad al ruido (criterio J_2). Para nuestro caso la norma cuadrada esta definida por los modelos ponderados dados por las ecuaciones (3.44) y (3.51). De ésta manera se puede expresar la función costo aumentada como sigue:

$$J(\mathbf{v}) = J_1(\mathbf{v}) + \alpha\, J_2(\mathbf{v}) = (\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v})^+ \mathbf{M}_U (\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{v}) + \alpha(\mathbf{v} - \mathbf{m}_v)^+ \mathbf{M}_V (\mathbf{v} - \mathbf{m}_v) \quad (3.54)$$

La solución a éste problema de optimización es referido como el estimador WCLS.

3.5.3. Desarrollo del Algoritmo WCLS

Para determinar el vector de estimación óptimo $\hat{\mathbf{v}}$. se tiene que seguir la técnica de extremización convencional que se ha usado en las explicaciones previas del método LS y CLS. Primero, se efectua el producto interno de ambos criterios J_1 y J_2 ecuación (3.54):

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v}) = {} & \mathbf{u}^+\mathbf{M}_U\mathbf{u} - \mathbf{u}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S}\mathbf{v} - \mathbf{v}^+\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{u} + \mathbf{v}^+\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S}\mathbf{v} \\ & + \alpha\left(\mathbf{v}^+\mathbf{M}_V\mathbf{v} - \mathbf{m}_v{}^+\mathbf{M}_V\mathbf{v} - \mathbf{v}^+\mathbf{M}_V\mathbf{m}_v + \mathbf{m}_v{}^+\mathbf{M}_V\mathbf{m}_v\right) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Posteriormente se diferencia la función costo aumentada con respecto al vector deseado $\hat{\mathbf{v}}$ y se iguala el resultado a cero, tal como lo indica la expresión (3.27).

Usando las reglas de diferenciación de la tabla 3.1 se obtiene el siguiente vector gradiente $g(\mathbf{v})$:

$$g(\mathbf{v}) = \frac{\partial J(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{0} = -2\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{u} + 2\,\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S}\mathbf{v} + \alpha\left(2\mathbf{M}_V\mathbf{v} - 2\mathbf{M}_V\mathbf{m}_v\right) = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

Finalmente se efectúan los siguientes pasos algebraicos para adecuar la función tal como se desea:

$$\left(\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{M}_V\right)\mathbf{v} = \mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{u} + \alpha\,\mathbf{M}_V\mathbf{m}_v + \mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S}\mathbf{m}_v - \mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S}\mathbf{m}_v \quad (3.57)$$

$$\left(\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{M}_V\right)\mathbf{v} = \left(\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{M}_V\right)\mathbf{m}_v + \mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\left(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{m}_v\right) \quad (3.58)$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{m}_v + \left(\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{M}_V\right)^{-1}\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\left(\mathbf{u} - \mathbf{S}\mathbf{m}_v\right) \quad (3.59)$$

De la ecuación (3.59) se observa que el operador solución buscado para el algoritmo WCLS es:

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U\mathbf{S} + \alpha\,\mathbf{M}_V\right)^{-1}\mathbf{S}^+\mathbf{M}_U \quad (3.60)$$

Una vez obtenido el operador solución se hace la conversión al modelo H (de imágenes) tal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{H} \qquad\qquad \mathbf{S}^{+} \rightarrow \mathbf{H}^{T}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{n}$$

Por lo que la solución para el modelo H, queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{H}^{T}\mathbf{M}_{\mathbf{U}}\mathbf{H} + \alpha\mathbf{M}_{\mathbf{V}}\right)^{-1}\mathbf{H}^{T}\mathbf{M}_{\mathbf{U}} \tag{3.61}$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama a bloques de la estructura computacional del algoritmo WCLS.

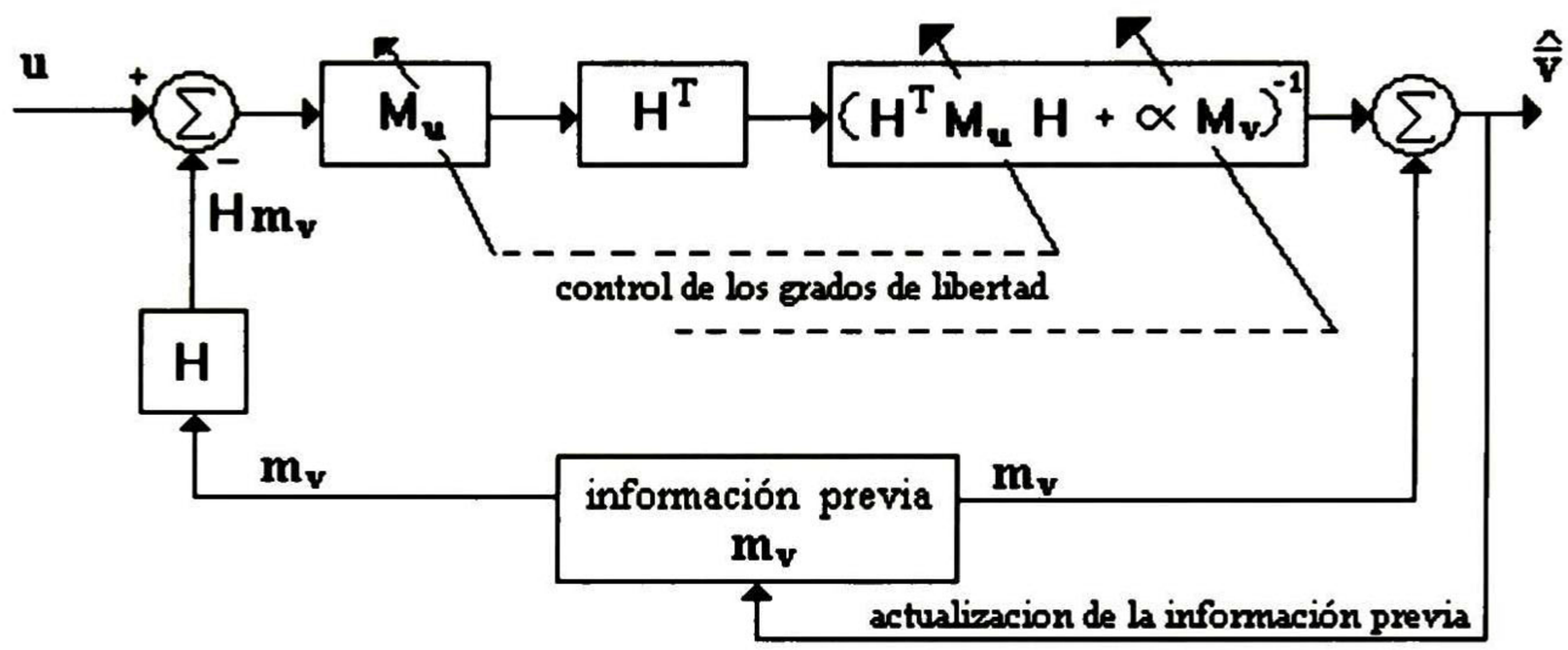


Figura 3.4.- Estructura Computacional del algoritmo WCLS

3.5.4. Evaluación del desempeño

Para la evaluación del desempeño del método WCLS se observa que el mismo procedimiento efectuado para el método CLS que quedó expresado en las ecuaciones (32)-(41), son aplicables para el WCLS, debido a la similitud que hay entre estos 2 operadores solución.

3.6. El Filtro de Mediana

El filtro de mediana (median filter) es similar a usar un filtro de promediado, en el cual, el nivel de gris de cada píxel de salida es remplazado por un promedio de los píxeles vecinos al píxel de entrada. Sin embargo, con el filtrado de mediana, el valor de un píxel de salida es determinado por la mediana de los píxeles vecinos, en lugar de por su media. La mediana es mucho menos sensitiva a valores extremos que la media. (Llamados outliers) por lo tanto el filtro de mediana es preferible para remover este tipo de ruido, cuyo patrón consiste en impulsos aleatorios, es decir píxeles blancos y negros (los valores extremos en el rango de datos de una imagen), ruido que también es llamado "sal y pimienta", por los puntos blancos y negros con los que la imagen queda degradada. Otra característica notable del filtro de mediana es que preserva los bordes, sin embargo en zonas adyacentes cuyas intensidades de color difieren poco, al ser filtradas quedan emborronadas, es decir, no se aprecia la diferencia entre una región y otra.

Generalmente la forma de la ventana de filtrado es una figura geométrica cuadrada, sin embargo hay otras formas, pero implican mayor dificultad de implementación al momento de la programación del filtro. En la mayoría de los casos, el tamaño de la ventana de filtrado es un número impar.

En la siguiente figura se muestra el procedimiento de filtrado de mediana usando una ventana de 3 por 3 píxeles, ésta ventana es desplazada por cada uno de los píxeles que conforman la imagen.

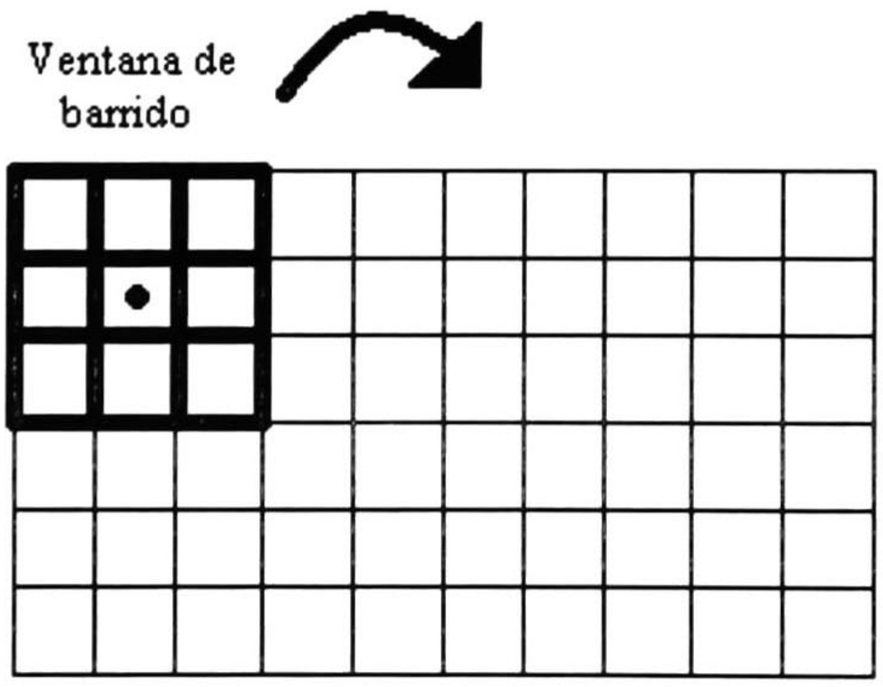


Figura 3.5.- Procedimiento de filtrado por ventana

3.7 Filtro de Mediana Modificado

Dado que el filtro de Mediana que se explicó en la sección anterior, hace un barrido por cada uno de los píxeles de la imagen con la ventana del tamaño predeterminado, remueve el ruido "Sal y pimienta", más sin embargo, como el desplazamiento de la ventana se hace a través de toda la imagen, se produce un suavisamiento en toda ésta, es decir, se pierde nitidez en los pequeños detalles, haciéndose más difícil su percepción, para evitar esto, se le ha hecho una modificación al filtro de mediana que consiste en lo siguiente:

Debido a que el ruido "Sal y pimienta", consiste de píxeles blancos o negros (los valores extremos en el rango de datos, que son 0 ó 1), distribuidos aleatoriamente en toda la imagen, no hay necesidad de barrer toda la imagen con la ventana para remplazar cada píxel con su valor de mediana, en lugar de esto, se buscan éstos valores extremos (0 ó 1) a través de la imagen completa, y una vez encontrado alguno de estos valores, se aplica la ventana para reemplazar ese píxel cuyo valor es corrupto por el valor de su mediana que lo obtendrá a través de los valores que contengan los píxeles de la ventana que rodean a dicho píxel.

El Histograma, es una ilustración que muestra la distribución de las intensidades en una imagen, la cual representa la frecuencia relativa de ocurrencia de los diferentes niveles de gris en dicha imagen [18-19]. A través del histograma se puede entender mejor el funcionamiento del filtro de Mediana modificado, que en resumidas palabras viene siendo: reconocer los píxeles "corruptos" diferenciarlos del resto de píxeles y corregir únicamente los píxeles que han sido detectados que están degradados por ruido.

A continuación se muestra una imagen de las cuales se usarán en la sección de resultados para simular todo el proceso de reconstrucción, así como su respectivo histograma

Figura 3.6.- Imagen de prueba, a la cual se le calculará su histograma

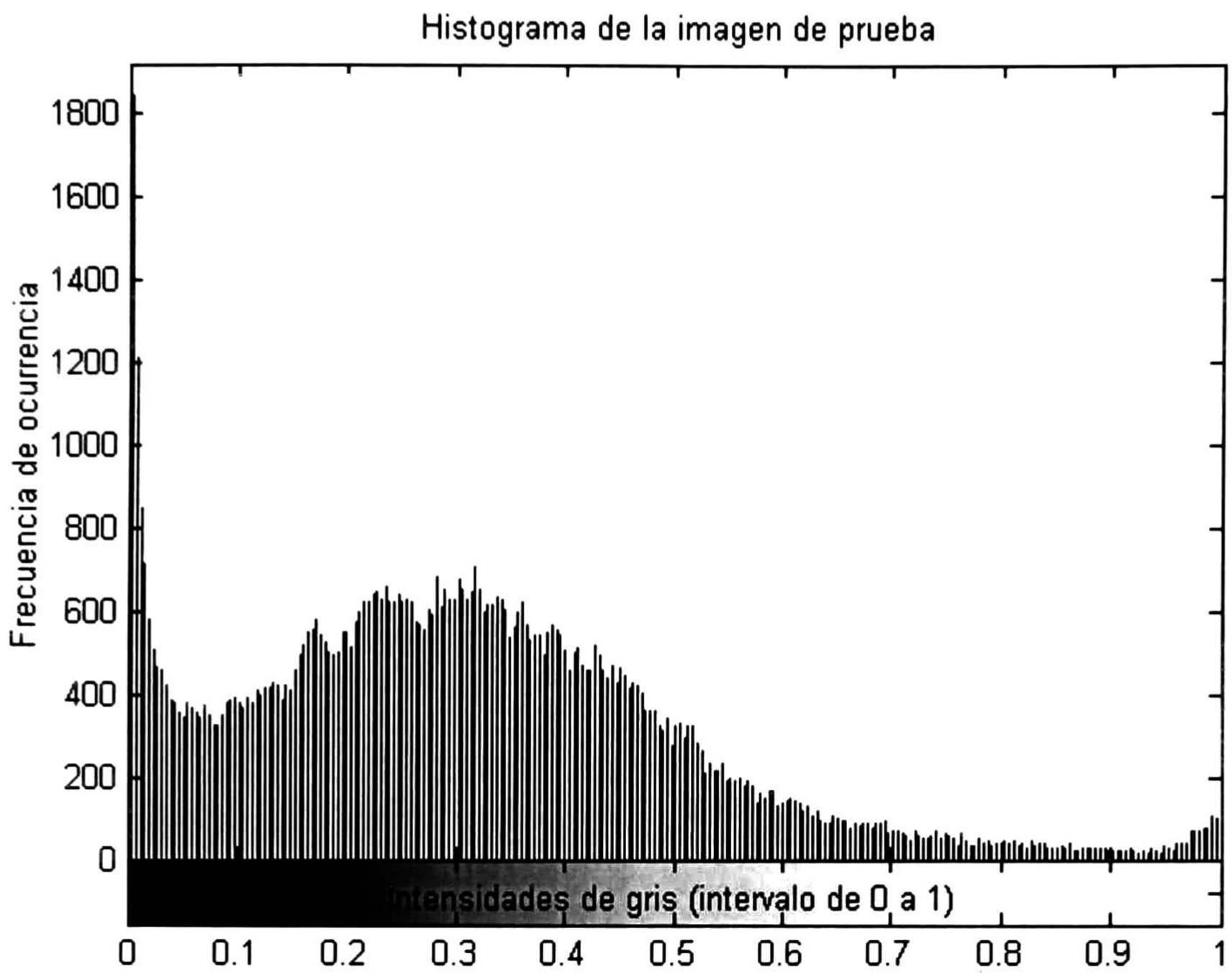


Figura 3.7.- Histograma de la imagen de prueba

Se aprecia en el histograma, que la mayoría de los píxeles que conforman la imagen de prueba tienen valores distintos de cero y de uno que son los límites del rango que se está usando para representar los niveles de gris de la imagen.

De ésta manera se justifica que solamente aquéllos píxeles que estén corruptos, son los que hay que corregir, sin necesidad de cambiar la intensidad del resto. Así se evita el alisamiento de los pequeños detalles de la imagen que ocasiona el uso del filtro de Mediana convencional.

En la figura de la siguiente página, se ilustra la estructura en diagrama a bloques del Filtro de Mediana y el algoritmo propuesto.

3.8 Algoritmo Propuesto

A continuación se describe el algoritmo propuesto basado en la combinación de los 3 algoritmos anteriores, en los cuales α es el parámetro de regularización en ambos algoritmos CLS y WCLS, éste último es el principal grado de libertad, que se cuenta para hacer modificaciones a estos 2 esquemas de reconstrucción.

Como en estos modelos determinísticos no se hace uso de modelos que describan el comportamiento del ruido y la señal, no se tiene información previa acerca de éstos parámetros, por lo que se ha propuesto en éste nuevo algoritmo, aplicarle el algoritmo CLS a la imagen degradada u, y el resultado obtenido usarlo como información previa para el algoritmo WCLS y de esta manera efectuar varias iteraciones con el resultado obtenido con éste último esquema de reconstrucción, para finalmente filtrar la imagen obtenida con el filtro de Mediana modificado.

Esta secuencia se pensó de esa manera, dado que el algoritmo CLS produce la reconstrucción más "austera" en el sentido que no involucra otras modificaciones de la técnica de Mínimos Cuadrados, mas que solamente el parámetro de regularización para poder efectuar la inversión de las matrices que describen al sistema, así se tiene una "estimación" de la imagen que se desea restaurar, que aplicada como información previa al algoritmo WCLS que involucra 2 matrices de peso en su métrica, da como resultado, que la reconstrucción obtenida al final de éste sea mas suave, es decir los detalles que el algoritmo CLS no pudo restaurar, el WCLS si puede en ciertos casos. Finalmente, se aplica al resultado obtenido hasta esta etapa, el filtro de Mediana modificado, para eliminar el ruido "Sal y Pimienta" que pudiera contener la imagen.

Para obtener la mejor estimación con el esquema CLS y así usar ésta como información previa para la siguiente etapa se analizó el comportamiento de la calidad de reconstrucción (IOSNR, que más adelante se explica), para diferentes valores del parámetro de regularización. Esto se muestra en la siguiente figura:

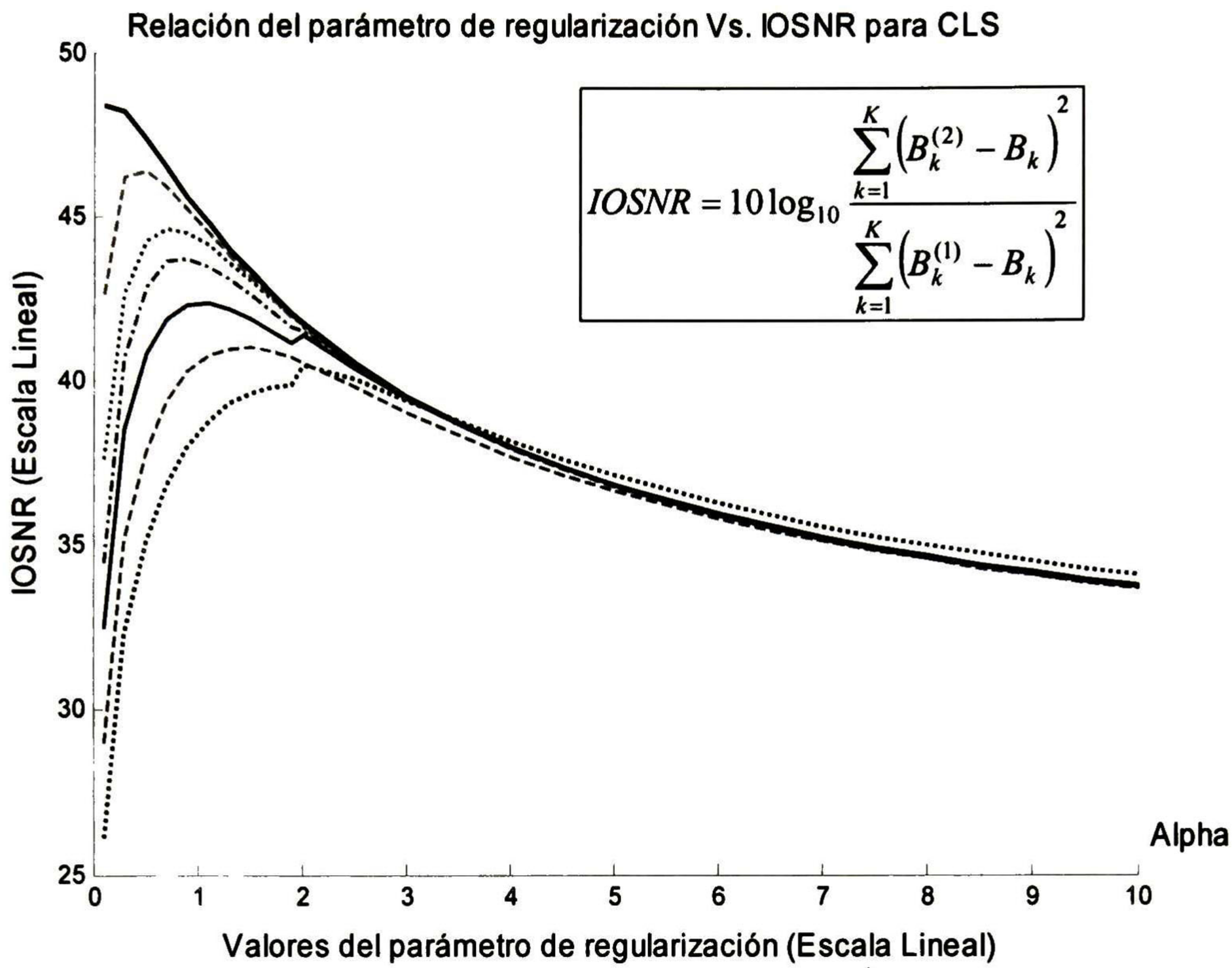


Figura 3.9.- Grafica del comportamiento del CLS para diferentes valores de Alpha

NOTA: Favor de hacer referencia a la ecuación 4.1 para la fórmula que aparece en la figura anterior.

Se observa en la ilustración anterior, que el rango de valores en el cual se trabajó para el parámetro de regularización, es de cero a diez, donde se aprecia que la mejor calidad de reconstrucción obtenida (IOSNR), son para aquellos valores comprendidos entre cero y uno.

Se sabe que los grados de libertad con los que se cuenta para hacerle variaciones al algoritmo WCLS son el parámetro de regularización y las matrices de peso **Mv** y **Mu**. De estas dos últimas matrices, a la única que se le hicieron modificaciones fue **Mu** dado que es la que "intenta" acercarse al modelo del ruido con el cual se degradó la imagen. La forma de ésta, era una matriz con 3 diagonales cuyos valores fueron los que se estuvieron cambiando para ver los distintos resultados que se producían con estas modificaciones, las cuales fueron efectuadas a prueba y error, por los motivos que en el siguiente capitulo se explican.

Una de las matrices que se analizó para ver su desempeño en los resultados fue la siguiente:

$$\mathbf{Mu} = \begin{matrix} 1 & 0.75\bullet(1/N0) & 0.25\bullet(1/N0) & 0 & 0 \\ 0.75\bullet(1/N0) & 1 & 0.75\bullet(1/N0) & 0.25\bullet(1/N0) & 0 \\ 0.25\bullet(1/N0) & 0.75\bullet(1/N0) & 1 & 0.75\bullet(1/N0) & 0 \\ 0 & 0.25\bullet(1/N0) & 0.75\bullet(1/N0) & 1 & 0.75\bullet(1/N0) \\ 0 & 0 & 0.25\bullet(1/N0) & 0.75\bullet(1/N0) & 1 \end{matrix} \qquad (3.62)$$

La siguiente figura muestra, el análisis que se efectúo para el esquema WCLS, con distintos valores del parámetro de regularización y cuyos valores de los grados de libertad matriciales de éste Esquema: $M_u = I$; $M_v = D^TD$ y sus respectivos resultados de reconstrucción (IOSNR) que producían estos.

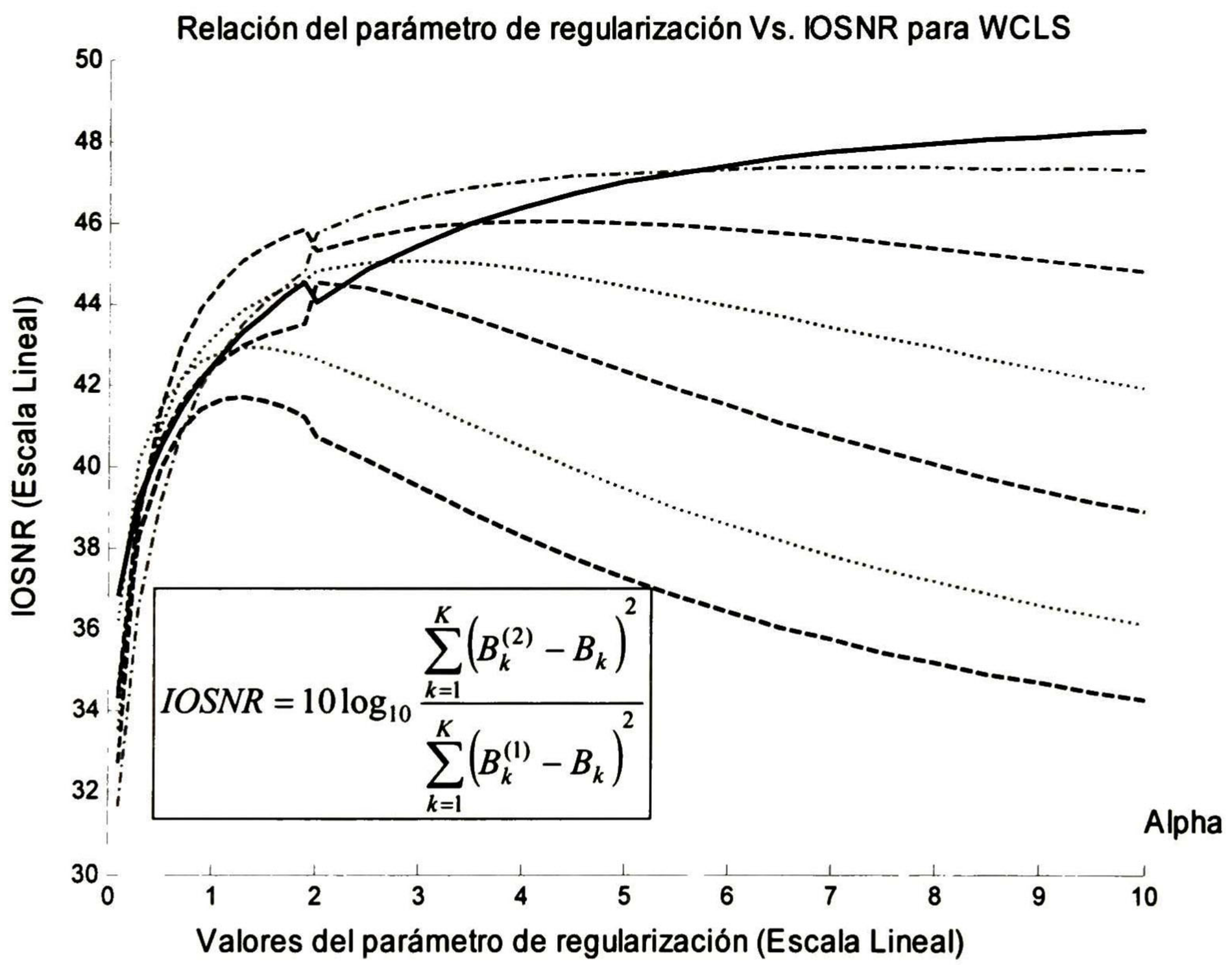


Figura 3.10.- Grafica del comportamiento del WCLS para diferentes valores de Alpha

NOTA: Favor de hacer referencia a la ecuación 4.1 para la fórmula que aparece en la figura anterior.

En la gráfica anterior se aprecia que los mejores resultados de reconstrucción se mantienen en el rango de uno a cinco, a diferencia del esquema anterior (CLS), en el cual estaban entre cero y uno, esto se debe a las matrices de peso que incorpora el algoritmo WCLS. Se observa también que las curvas caen más lentamente a comparación del algoritmo CLS en el cual decaen rápidamente. Este comportamiento en ambos esquemas es debido a la norma cuadrática que se está empleando para el proceso de minimización.

A continuación, se ilustra el esquema a diagrama de bloques del algoritmo propuesto completo, en la cual se aprecia que éste último se compone de dos etapas: la de remoción de ruido Gaussiano y emborronamiento de la imagen (reconstrucción), y la de mejoramiento de ésta por medio del filtro de Mediana modificado.

Algoritmo Fusionado Propuesto para el Procesamiento Inteligente de Imágenes

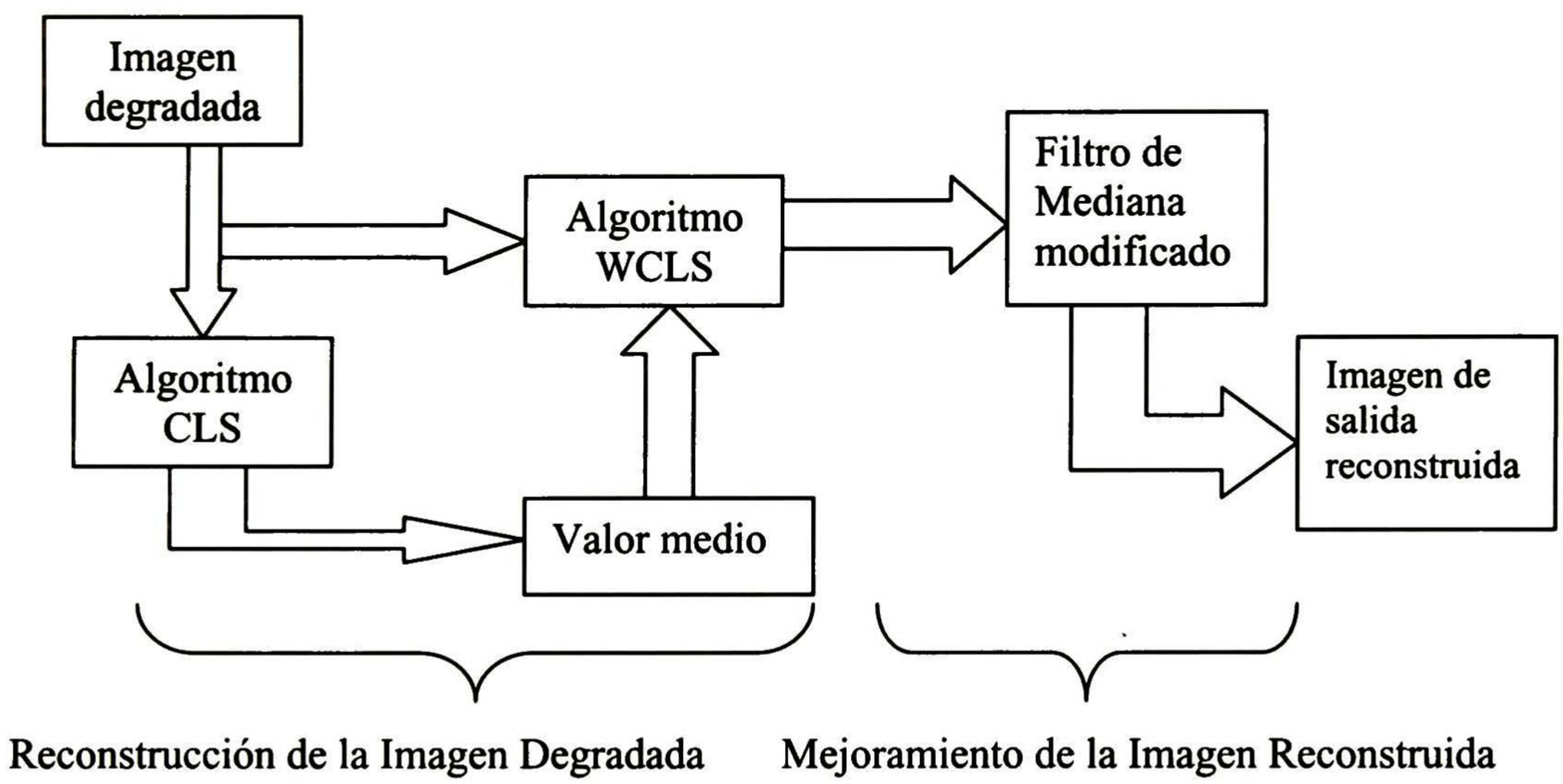


Figura 3.11.- Diagrama de bloques del algoritmo propuesto completo

Capítulo 4

Simulaciones Efectuadas y Resultados

4.1 Introducción

En esta sección, se muestran los resultados obtenidos, al aplicar los algoritmos mencionados en los capítulos anteriores, a imágenes que se obtuvieron de las galerías de dominio público, provistas por la Nasa [3], lo laboratorios Sandia [7] y centro de percepción remota de Canadá [8], en las cuales únicamente se hace mención que la banda en las cuales estas imágenes fueron capturadas es la Ku.

Cabe mencionar, que a éstas imágenes se les ha reducido la resolución, para disminuir su tamaño en Kb que ocupan, para poderlas subir a las paginas Web de las compañías antes mencionadas. Esto trae como resultado que la imagen sea menos nítida, ante esta situación, en la que dichas corporaciones no proporcionan información acerca de esas imágenes, (por el hecho de ser gratuitas), por ejemplo, condiciones climatológicas en las cuales se capturaron, características del sistema de radar, procesamiento que se les dio previamente, formato de digitalización, etc. Ocasionó que la mayoría de los valores de los parámetros de los algoritmos empleados hayan sido encontrados a prueba y error, así como la calibración final de las imágenes reconstruidas.

El siguiente recuadro se encuentra en los sitios antes mencionados, para advertir que las imágenes provistas en esas galerías públicas, han sido modificadas por los motivos arriba mencionados.

Note: These photos have been reduced in resolution for display purposes and should not be used for analysis. If you require the higher resolution photos, please make a make a Data Request.

Este trabajo trata del mejoramiento de la calidad de una imagen reduciéndole el ruido por medio de métodos determinísticos. Por lo tanto para realizarle el análisis a ésta, se asume que la imagen adquirida degradada es tomada después del sistema de radar.

Es decir, se considera el problema de reconstrucción solamente desde el momento en que se obtiene la imagen digital degradada; por ello no se tratarán los aspectos relacionados con las degradaciones producidas por el digitalizador de la imagen, ni los procesos previos propios del sistema de radar.

Consideraremos la reconstrucción, como un proceso que trata de reconstruir o de recuperar una imagen degradada basándose en algún tipo de conocimiento a priori sobre el proceso de degradación. Así las técnicas de reconstrucción se orientan hacia la introducción de modelos de degradación que luego se aplican en sentido inverso para recuperar la imagen original [21].

4.2. Descripción del Procedimiento para la Aplicación de los Algoritmos a las Imágenes de Prueba

Primeramente se descompuso la imagen (que es un arreglo matricial) en vectores renglón y columna (que cada uno de ellos representa en este caso el vector **v** de la ecuación de observación), para posteriormente aplicarle la convolución con la matriz **H**, a cada uno de ellos, dependiendo del esquema que se haya seleccionado (Esquema 1 y Esquema 2), se le adiciona ruido blanco generado, y ruido impulsivo, a distintas razones de señal a ruido (SNR), con diversas PSF y diferentes amplitudes para simular distintos escenarios, se vuelve a formar el arreglo matricial que compone a la imagen con los renglones y columnas antes mencionados, de ésta manera se tiene la imagen u que representa la imagen que se obtendría en la vida real con un sistema de percepción remota.

Una vez obtenida la imagen que "simula", el escenario de la vida real (problema directo), tal como lo muestra el esquema de la figura 2.17, se le aplica el algoritmo seleccionado de una manera similar al procedimiento arriba mencionado (problema inverso), es decir, la imagen corrupta se descompone en vectores renglón y columna y a cada uno de éstos se le aplica el operador solución del algoritmo que se escogió para su reconstrucción, y una vez llevada a cabo ésta se vuelve a formar el arreglo bidimensional que conforma la imagen, con los renglones y columnas restaurados.

Cabe mencionar que la mayor parte de éste trabajo fue meramente experimental y tomó muchos ajustes llevados a cabo a prueba y error, para obtener los mejores valores dentro de los parámetros seleccionados.

4.3 La Medida de la Eficiencia del Algoritmo Utilizado

Con el propósito de medir objetivamente el desempeño de los diferentes algoritmos empleados, una evaluación cuantitativa del mejoramiento en las imágenes estimadas por aquellos, deberá ser efectuada.

En este trabajo se usara la siguiente métrica de calidad, definida como la mejora a la salida de la razón de señal a ruido (IOSNR), cuya fórmula se muestra a continuación:

$$IOSNR = 10\log_{10}\frac{\sum_{k=1}^{K}\left(B_k^{(2)} - B_k\right)^2}{\sum_{k=1}^{K}\left(B_k^{(1)} - B_k\right)^2} \tag{4.1}$$

donde:

B_k Es el valor del k eximo píxel de la imagen original B

$B_k^{(1)}$ Representa el valor del k eximo píxel de la imagen restaurada

$B_k^{(2)}$ Representa el valor del k eximo píxel de la imagen degradada

Las unidades del IOSNR son expresadas en decibeles. De acuerdo a la ecuación (4.1), a mayor IOSNR, mejor será la reconstrucción obtenida, es decir la imagen reconstruida se parece más a la imagen original.

Hay otros tipos de medidas de eficiencia para la reconstrucción de imágenes, pero dado que en este caso, tenemos la imagen original y simulamos el proceso de degradación (problema directo) que sufre ésta, la métrica empleada (4.1) resulta ideal para evaluar el desempeño de los algoritmos utilizados.

4.4 Resultados Obtenidos

Se tratarán 2 sistemas de percepción remota, en los cuales las funciones SSF cambian para simular distintos escenarios, tales sistemas se describen a continuación:

Sistema 1	**Sistema 2**
Rango: Triangular	Rango: Triangular
Azimut: Sinc*	Azimut: Exponencial

La anchura que se usará para éstas funciones de dispersión serán 5, 10 y 15 píxeles a la mitad de su amplitud máxima.

Primeramente se muestran la imagen original que servirá como referencia, para comparar la calidad de la reconstrucción, en seguida se muestra la imagen degradada, los rangos de contaminación (SNR) que se usarán para degradarla serán: 3, 5, 15, 20 y 30 decibeles, posteriormente se muestran las restauraciones efectuadas con los algoritmos CLS, WCLS y con la combinación de éstos, en el proceso iterativo, estos resultados del último esquema se mencionan en las tablas como **algoritmo Propuesto**, en dicho proceso se realizaron 5 iteraciones, un mayor número de éstas no aumentaba significativamente la reconstrucción y en algunos casos la degradaba mas en lugar de mejorarla.

Se proporcionan tablas para mostrar los resultados obtenidos bajo distintos escenarios, y así poder tener una evaluación cuantitativa y cualitativa de los resultados.

A continuación se muestran los resultados obtenidos para una imagen de 256 x 256 píxeles, los rangos de contaminación que se usaron para degradarla fueron mencionados en el párrafo anterior, se usó el esquema 1 para su reconstrucción.

Figura 4.1.- Imagen de prueba de 256 x 256 pixeles

*Sinc= sen(x)/x

Esquema 1: Rango: SSF = triangular, Azimut: SSF = Sinc
K = SSF $_{anchura}$ = 5 píxeles, SNR = 5dB

Imagen Original

Imagen degradada: SNR = 5 dB

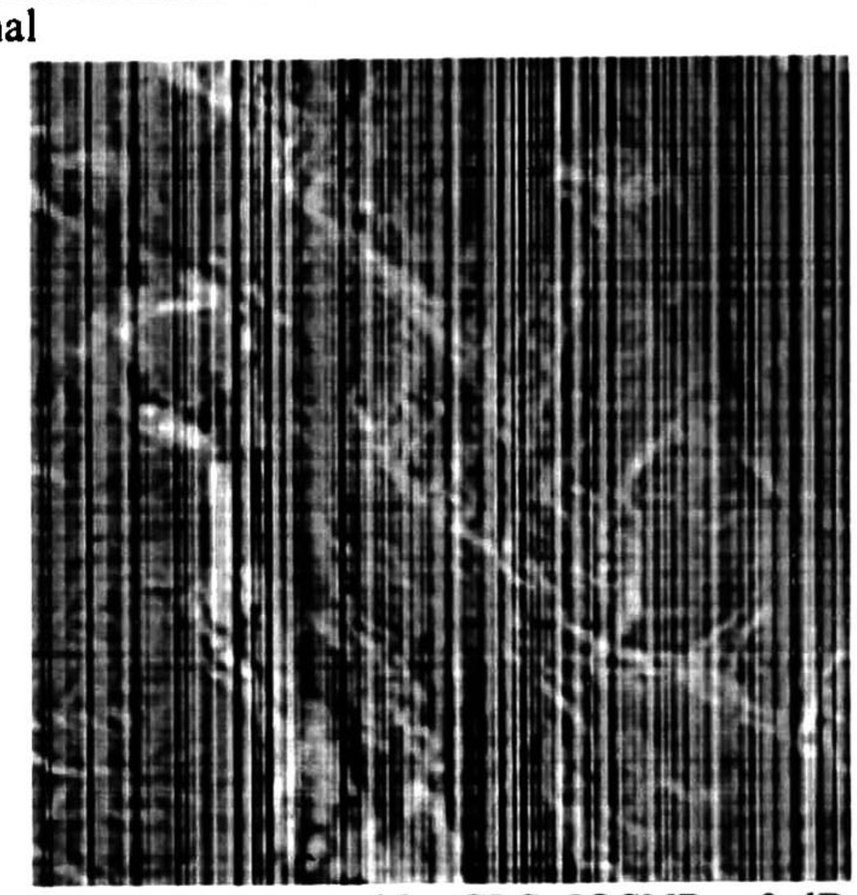


Imagen Reconstruida: CLS; IOSNR = 3 dB

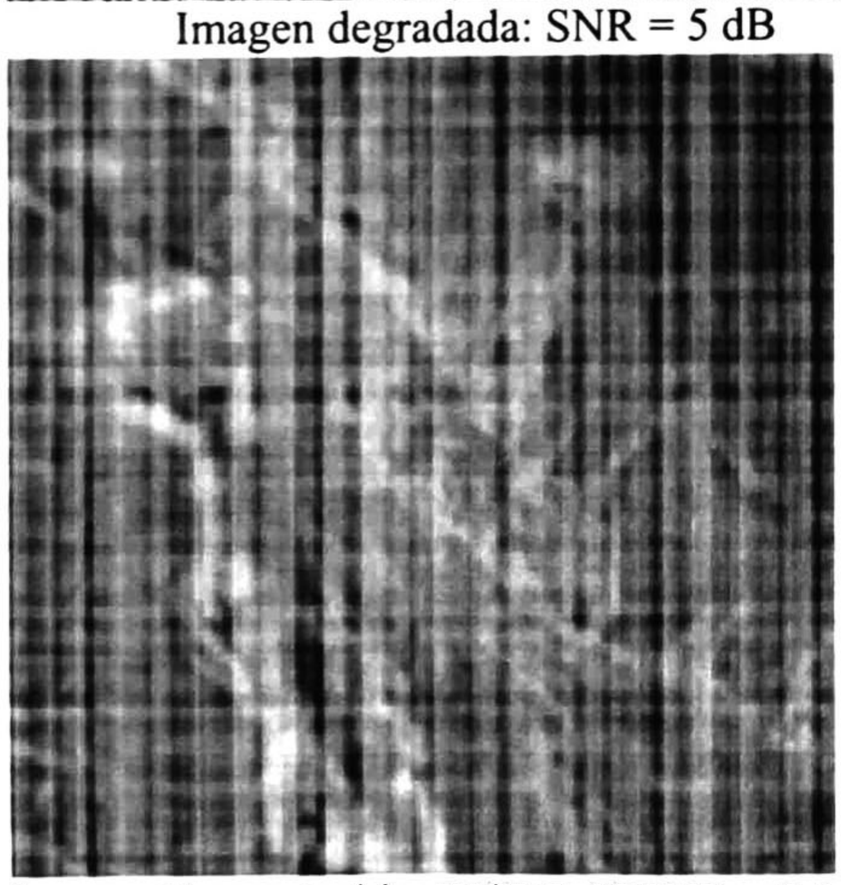


Imagen Reconstruida: WCLS; IOSNR = 3.1 dB

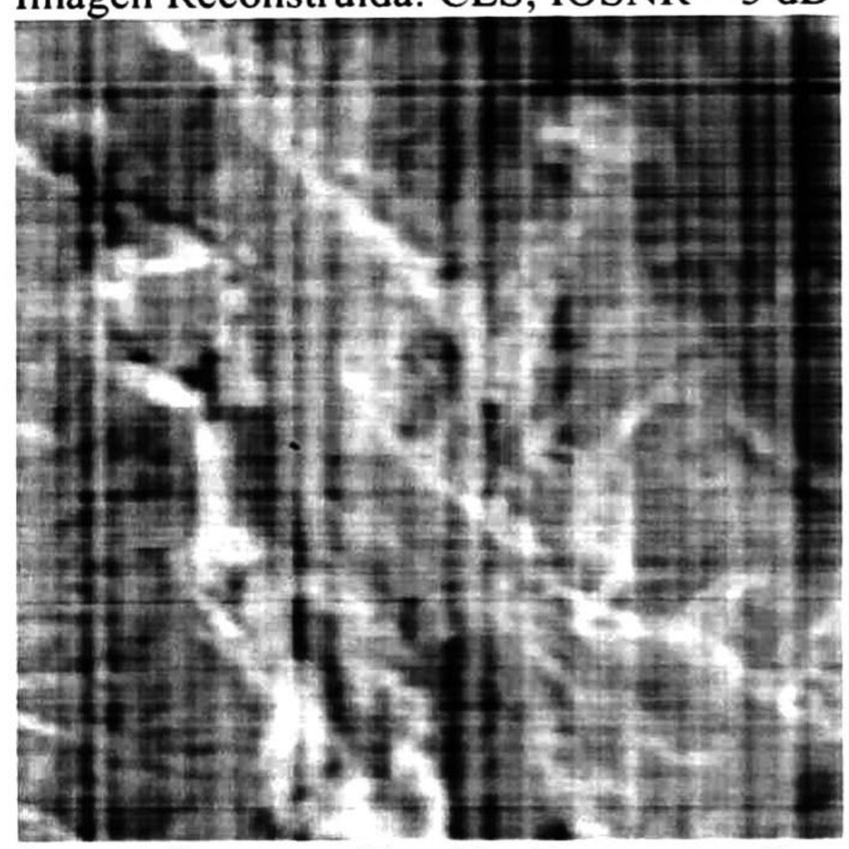
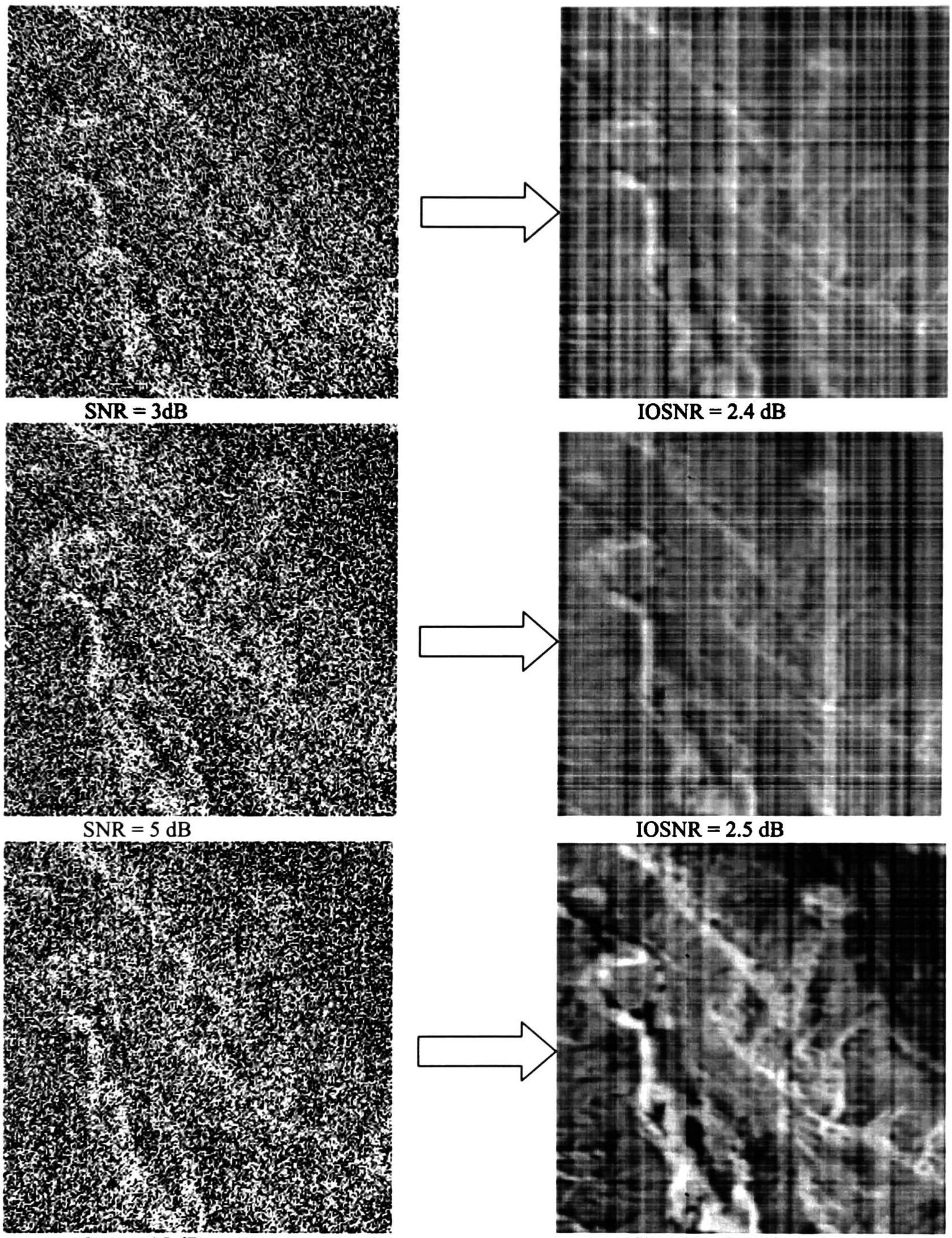


Imagen Reconstruida: Alg. Propuesto; 5 Iteraciones; IOSNR = 3.2 dB

Figura 4.2.- Resultados obtenidos con los algoritmos antes mencionados

Imágenes con distintos niveles de degradación y su respectiva reconstrucción usando el algoritmo propuesto con 5 iteraciones efectuadas.



SNR = 3dB IOSNR = 2.4 dB

SNR = 5 dB IOSNR = 2.5 dB

SNR = 15 dB IOSNR = 2.55 dB

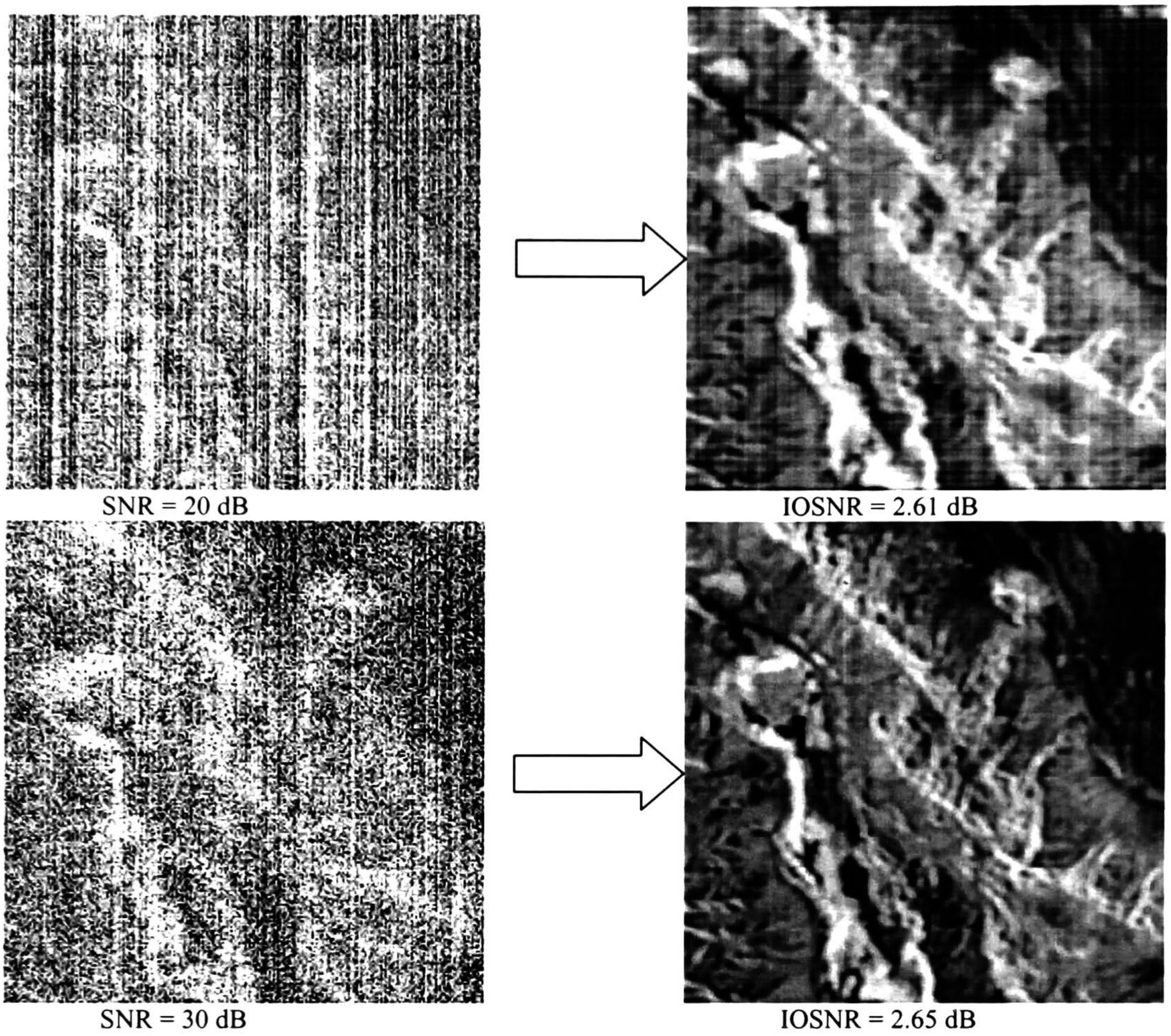


Figura 4.3.- Resultados obtenidos con distintos niveles de ruido con el algoritmo propuesto

Primer Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 5 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.0	2.20	2.40
5	2.12	2.30	2.50
15	2.51	2.22	2.53
20	2.61	2.40	2.54
30	2.70	2.46	2.57

Tabla 4.1.- Resultados obtenidos con los algoritmos empleados

A continuación se muestran los resultados obtenidos con una imagen de 600x600 píxeles, los rangos de contaminación (SNR) fueron los mismos del esquema anterior , y se usó el esquema 2 para su reconstrucción.

Esquema 2: Rango: SSF = triangular, Azimut: SSF =Exponencial, K = SSF $_{anchura}$ = 15 píxeles, SNR = 3dB

Imagen Original: Pentágono (600 x 600 píxeles)

Imagen Degradada: SNR = 3 dB

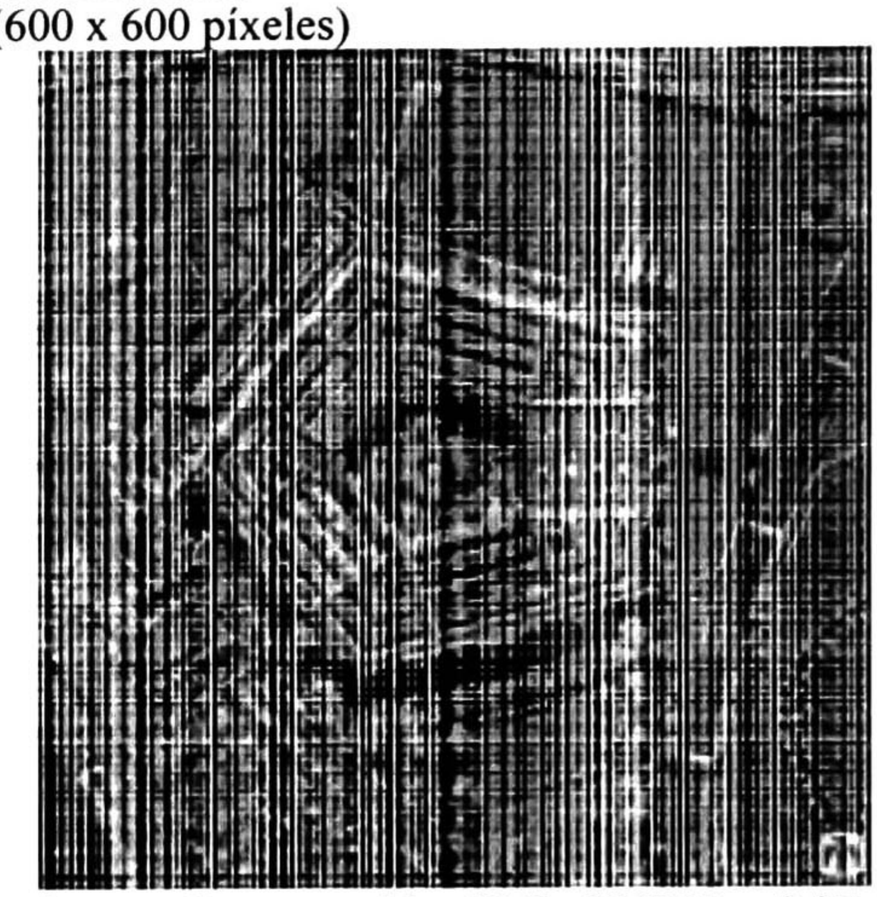


Imagen Reconstruida: CLS; IOSNR = 2.37 dB

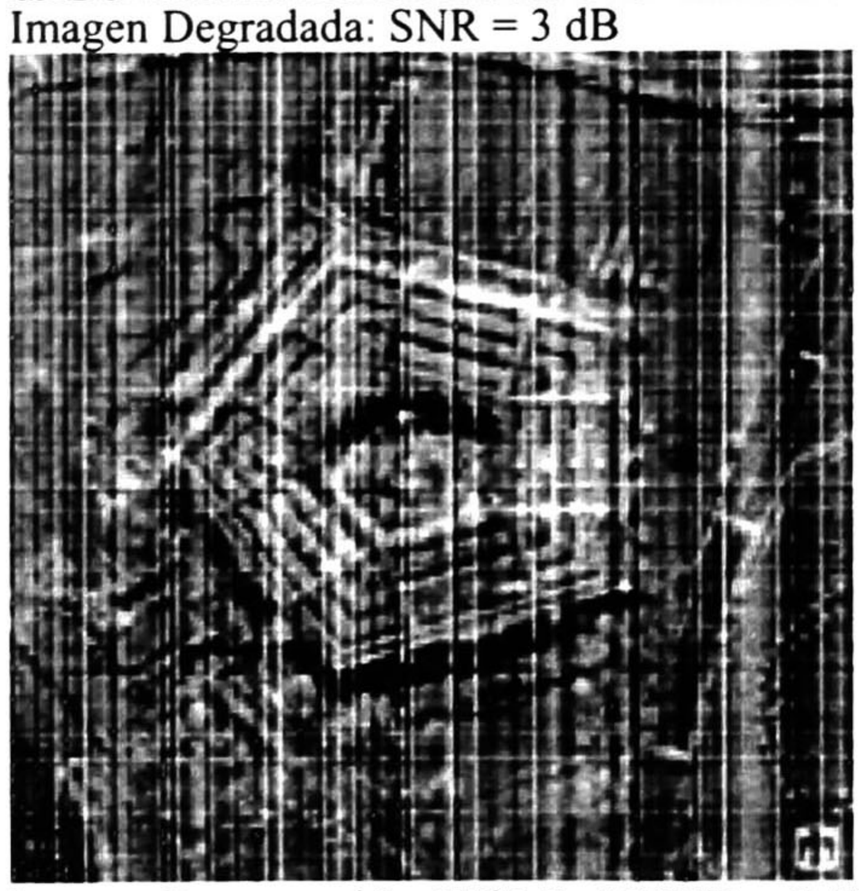


Imagen Reconstruida: WCLS; IOSNR = 2.48 dB

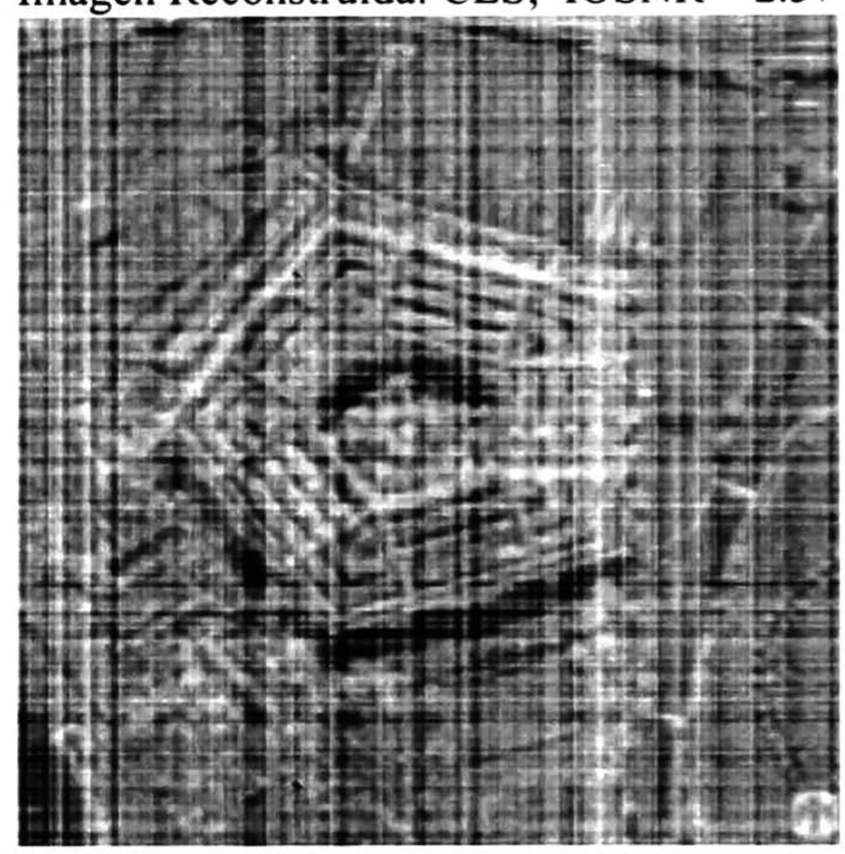


Imagen Rec: Alg. Propuesto IOSNR = 2.88 dB

Figura 4.4.- Resultados obtenidos con los algoritmos antes mencionados

Imágenes con distintos niveles de degradación y su respectiva reconstrucción usando el algoritmo propuesto

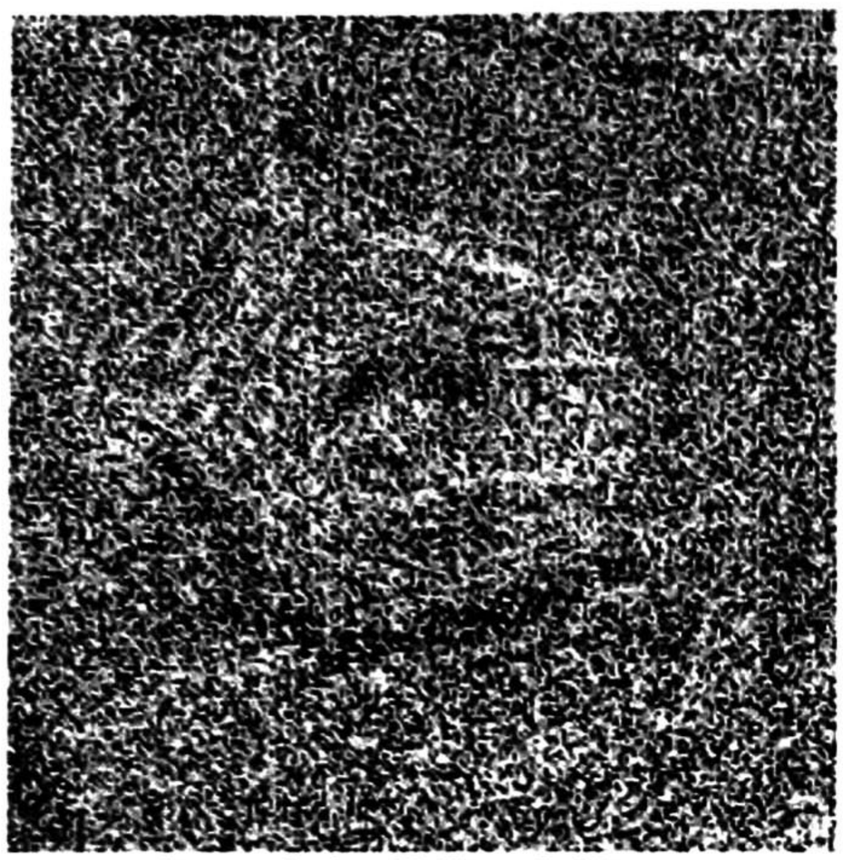


Imagen Degradada: SNR = 5 dB

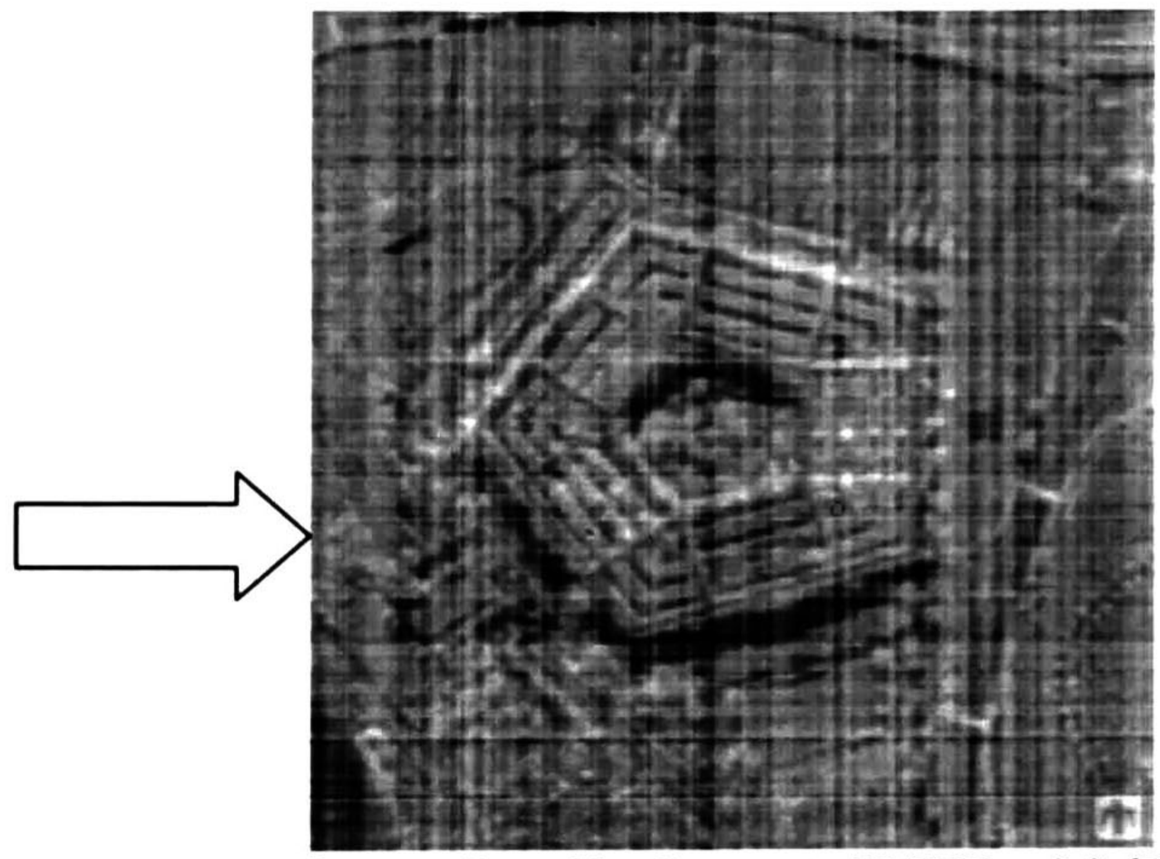


Imagen Rec: Alg. Propuesto IOSNR = 2.8 dB

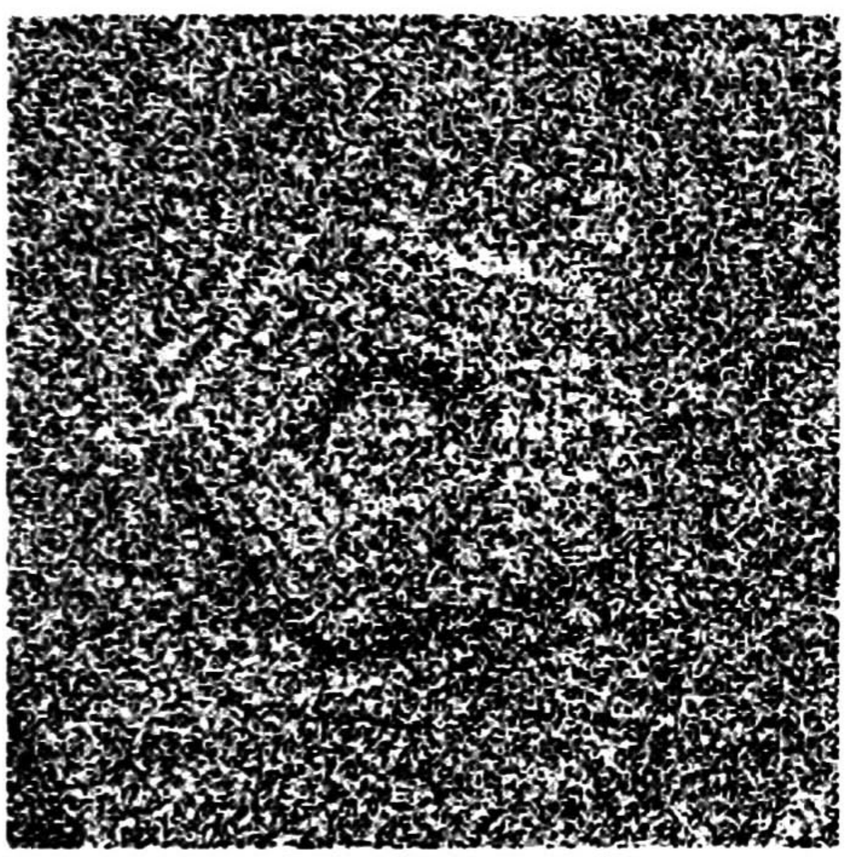


Imagen Degradada: SNR = 15 dB

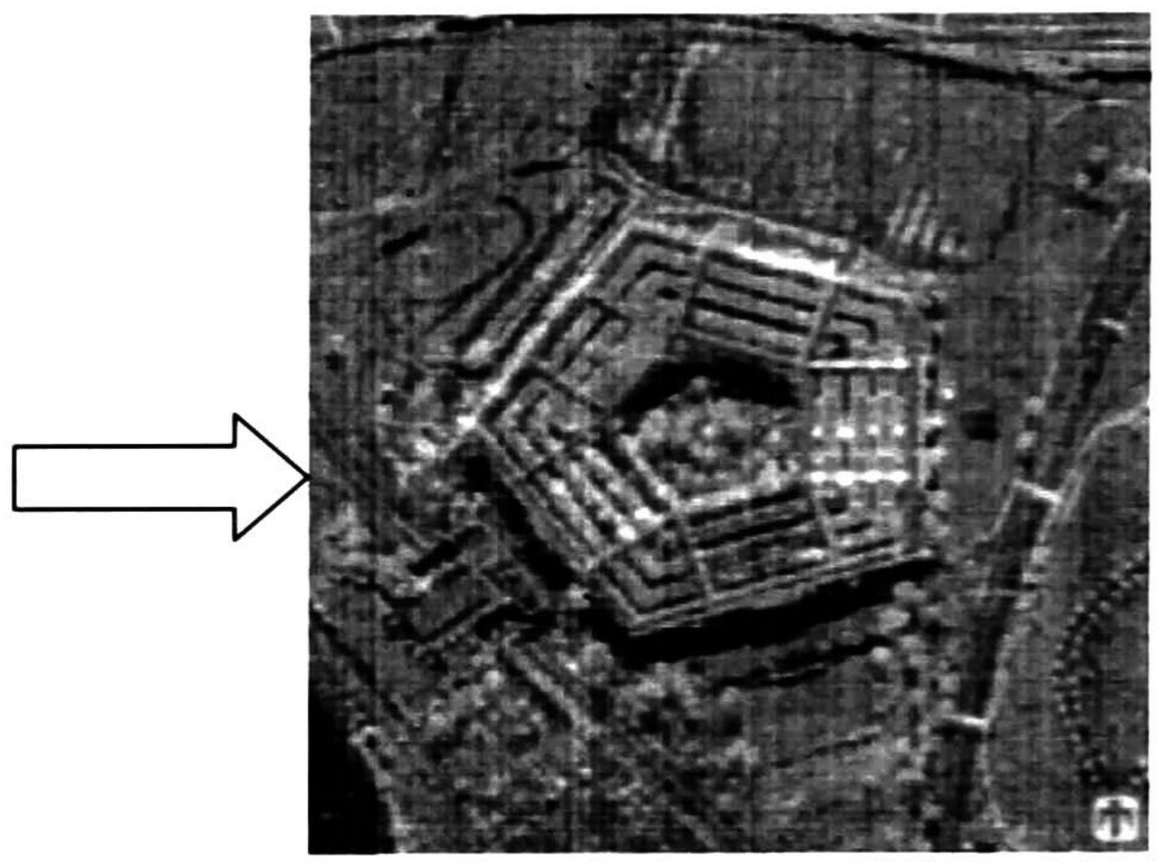


Imagen Rec: Alg. Propuesto IOSNR = 3.05 dB

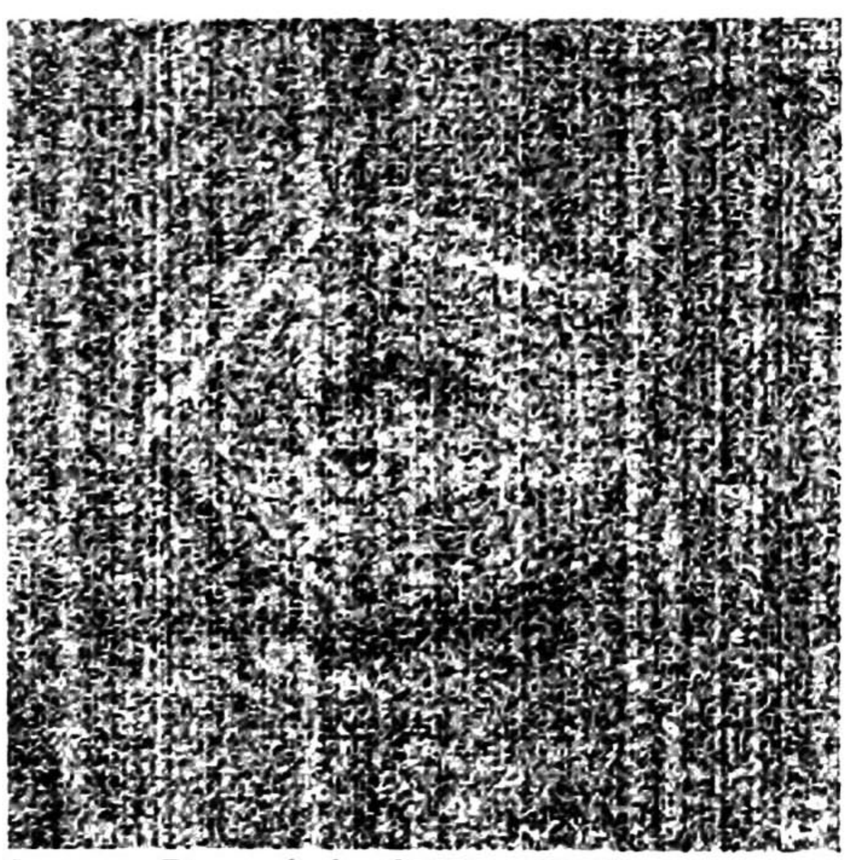


Imagen Degradada: SNR = 20 dB

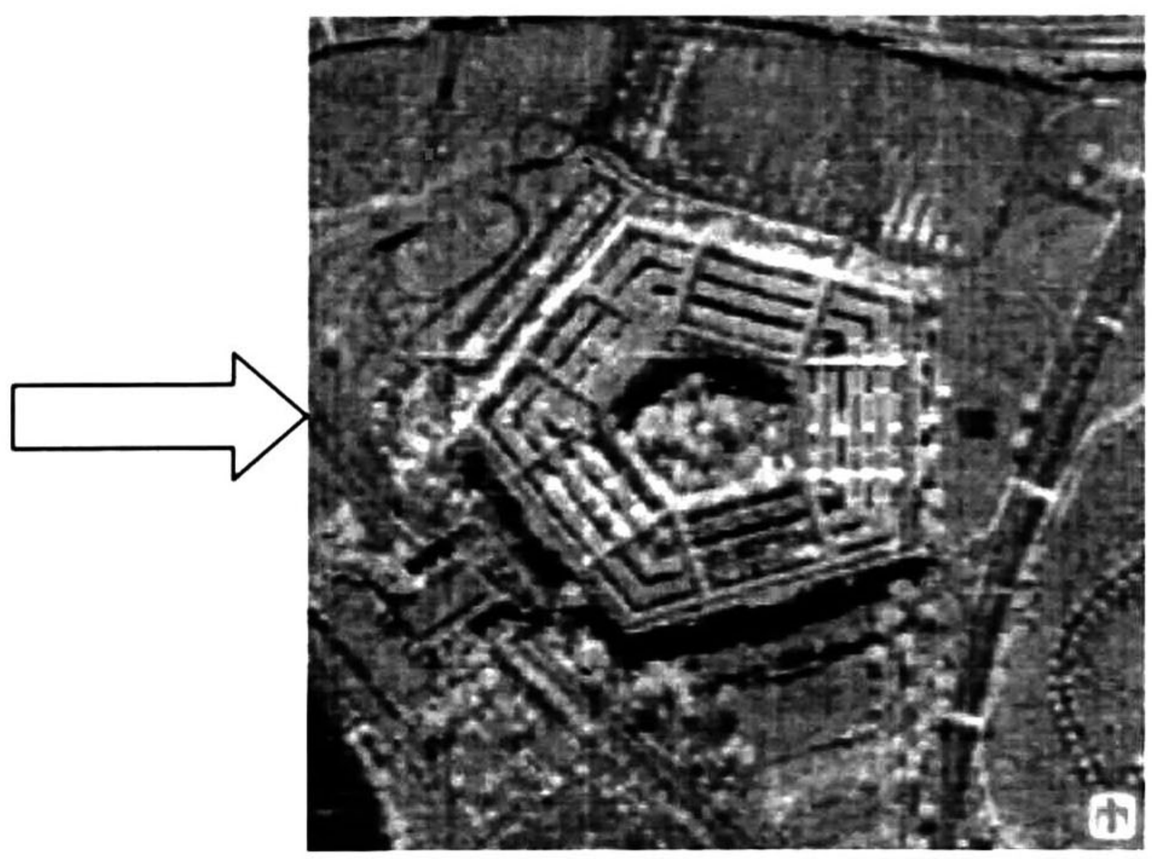


Imagen Rec: Alg. Propuesto IOSNR = 3.1 dB

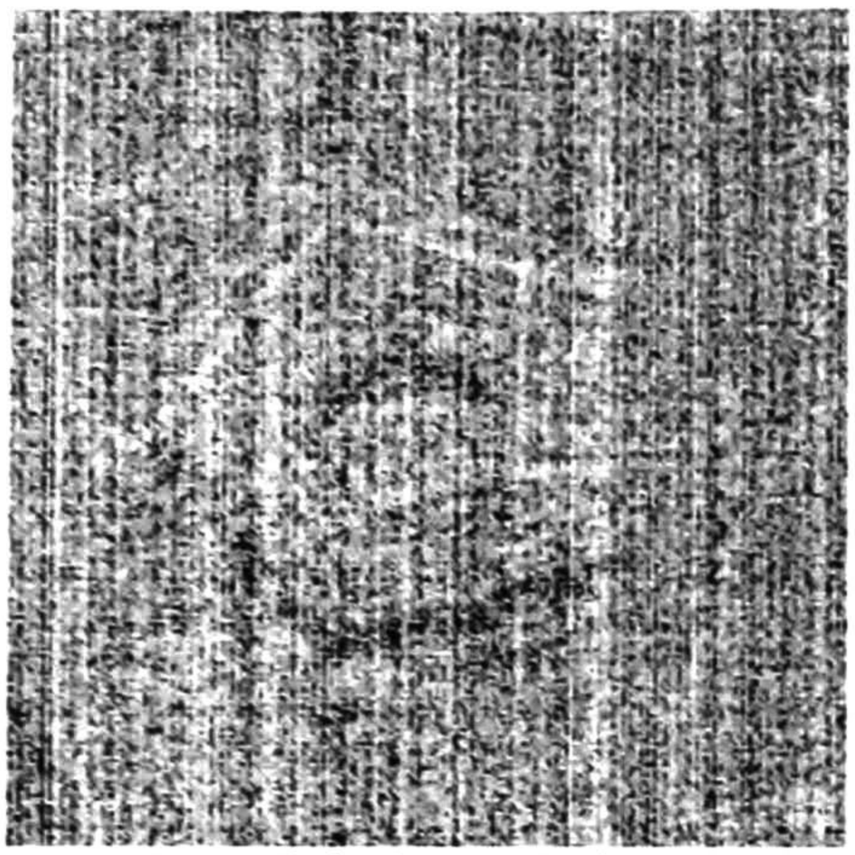


Imagen Degradada: SNR = 30 dB

Imagen Rec: Alg. Propuesto IOSNR = 3.2 dB

Figura 4.5.- Resultados obtenidos con distintos niveles de ruido con el algoritmo propuesto

Segundo Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 15 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.37	2.48	2.88
5	2.56	2.50	2.78
15	2.98	2.54	3.05
20	3.12	2.84	3.10
30	3.17	3.21	3.20

Tabla 4.2.- Resultados obtenidos con los algoritmos empleados

Las siguientes tablas muestran los resultados obtenidos con una imagen de 1024x1024 píxeles (que se muestra a continuación), bajo las mismas condiciones de degradación que se usaron en las imágenes anteriores.

Figura 4.6.-Imagen original de 1024x1024 píxeles

Nota: El tamaño de las imágenes se ha reducido intencionalmente para poderlas mostrar adecuadamente, debido al gran tamaño de éstas.

Primer Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 5 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.01	2.31	2.87
5	2.14	2.33	2.95
15	2.79	2.43	3.02
20	3.04	2.76	2.94
30	3.20	3.52	2.78

Tabla 4.3.- Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 5 píxeles

Primer Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 10 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	3.12	3.43	3.93
5	3.32	3.43	3.98
15	4.08	3.70	3.81
20	4.29	4.03	3.78
30	4.43	4.56	3.61

Tabla 4.4.- Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 10 píxeles

Primer Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 15 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	3.48	3.78	4.11
5	3.72	3.80	4.22
15	4.43	4.05	4.02
20	4.62	4.36	4.09
30	4.72	4.84	3.87

Tabla 4.5.- Resultados obtenidos con el primer esquema para K= 15 píxeles

Segundo Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 5 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.39	2.48	3.07
5	2.53	2.46	3.14
15	3.17	2.66	3.13
20	3.39	3.00	3.05
30	3.44	3.78	2.90

Tabla 4.6.- Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 5 píxeles

Segundo Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 10 píxeles

SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.41	2.54	3.08
5	2.50	2.50	3.15
15	3.18	2.66	3.19
20	3.33	3.01	3.00
30	3.45	3.79	2.80

Tabla 4.7.- Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 10 píxeles

Segundo Esquema

Resultados obtenidos del IOSNR en dB:

K = SSF $_{anchura}$ = 15 píxeles

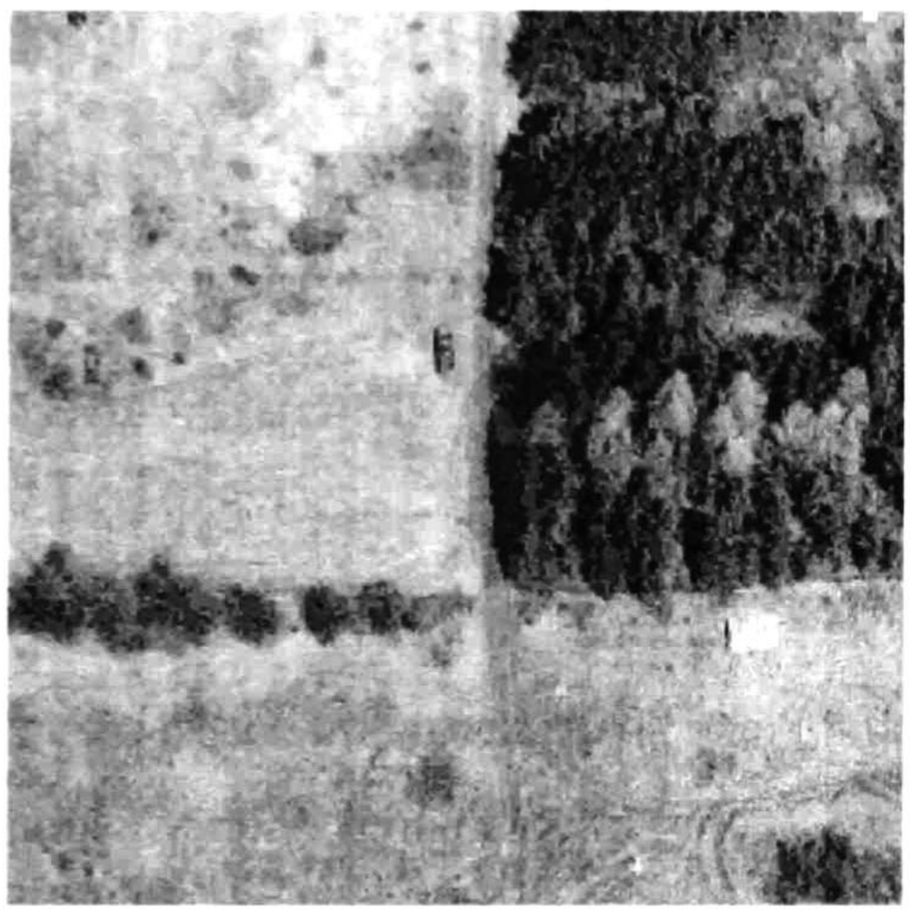
SNR	Algoritmo utilizado		
en dB	CLS	WCLS	Algoritmo propuesto
3	2.37	2.50	3.10
5	2.58	2.51	3.15
15	3.71	2.64	3.16
20	3.34	3.02	3.01
30	3.44	3.78	2.90

Tabla 4.8.- Resultados obtenidos con el segundo esquema para K= 15 píxeles

4.5 Análisis de Resultados Exclusivamente del Filtro de Mediana

En esta sección, se muestra exclusivamente el comportamiento del filtro de mediana y su versión modificada, bajo distintas condiciones de degradación y usando diferentes tamaños de la ventana de filtrado.

Las pruebas se le harán a 2 imágenes de distintos tamaños, las cuales se muestran a continuación. La imagen de la izquierda es de 256 x 256 píxeles y la de la derecha es de 600 x 600 píxeles, a esta última imagen se le redujo el tamaño intencionalmente, para poderla mostrar la adecuadamente en esta página debido a su grande dimensión original.



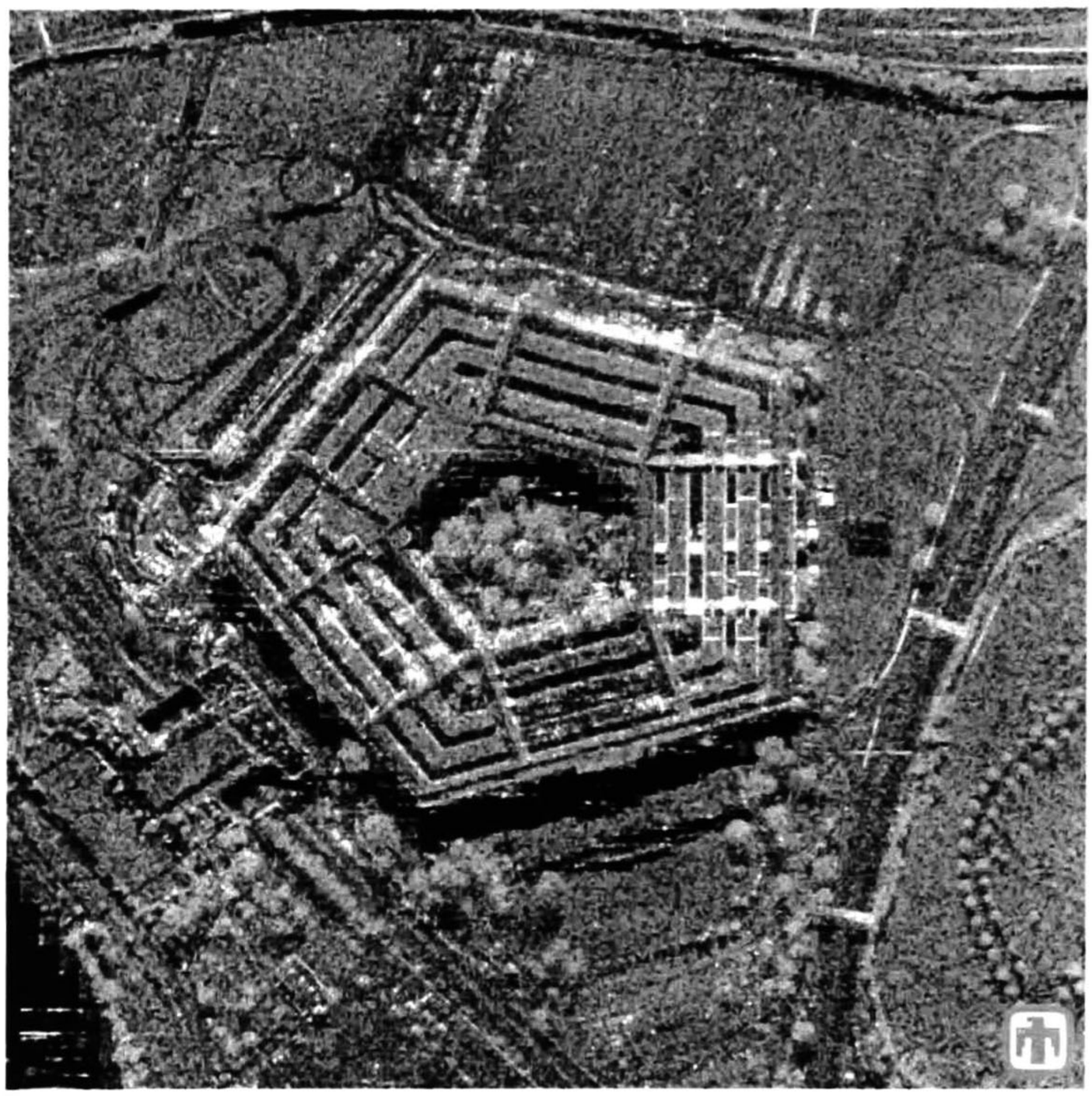


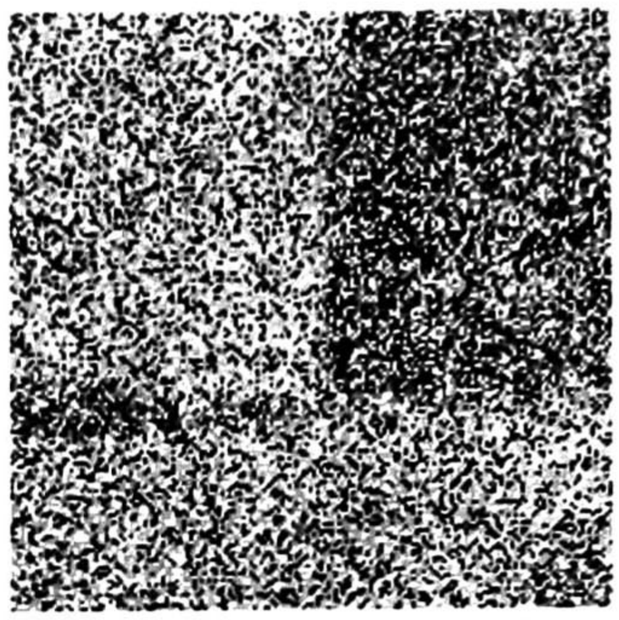
Figura 4.7.- Imágenes a las cuales se les aplicará el filtro de Mediana y su versión modificada

En las siguientes páginas se muestran los resultados cualitativos y cuantitativos obtenidos con el filtro de mediana comparándolos con el filtro de mediana modificado.

También se incluyen las tablas correspondientes de los resultados del IOSNR, obtenidos bajo distintas condiciones de degradación, así como también, bajo distinto número de iteraciones efectuadas.

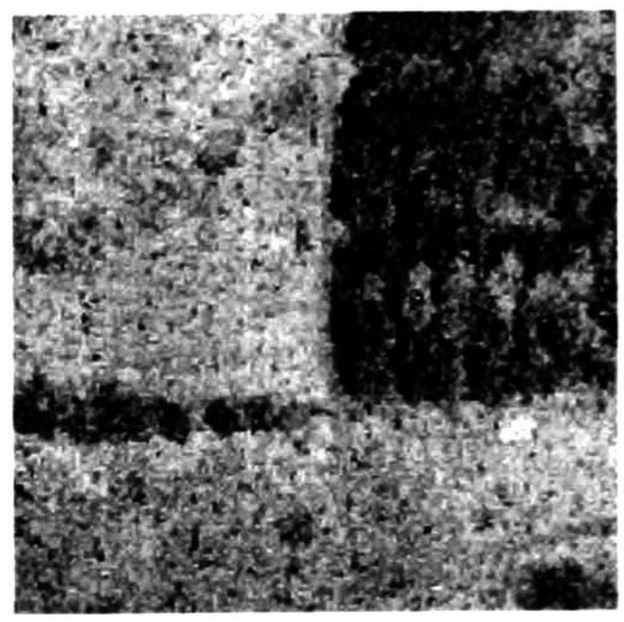
Imagen de 256 x 256 píxeles, contaminada con ruido "Sal y pimienta", con una densidad del 50%. El tamaño de la ventana aplicada es de 3 x 3 píxeles.

a) Imagen SAR original

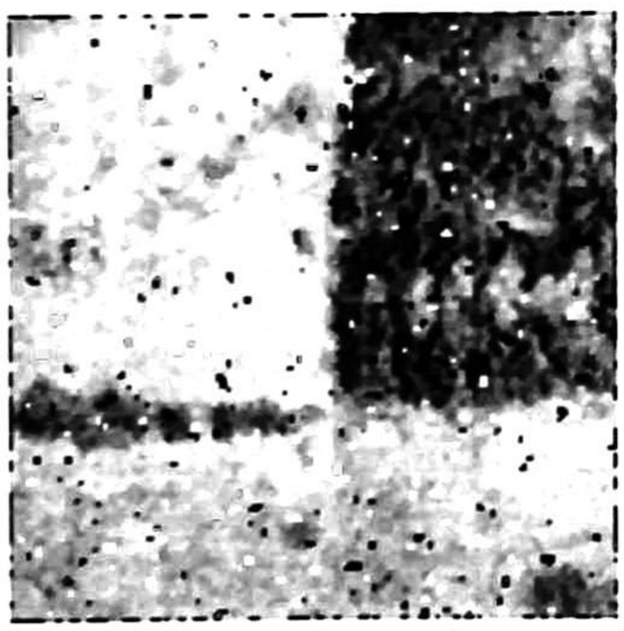


b) Imagen contaminada /degradada

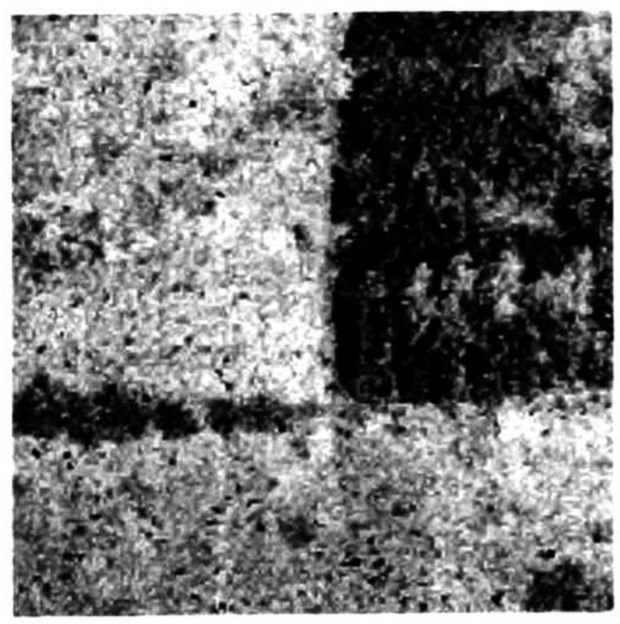
c) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar



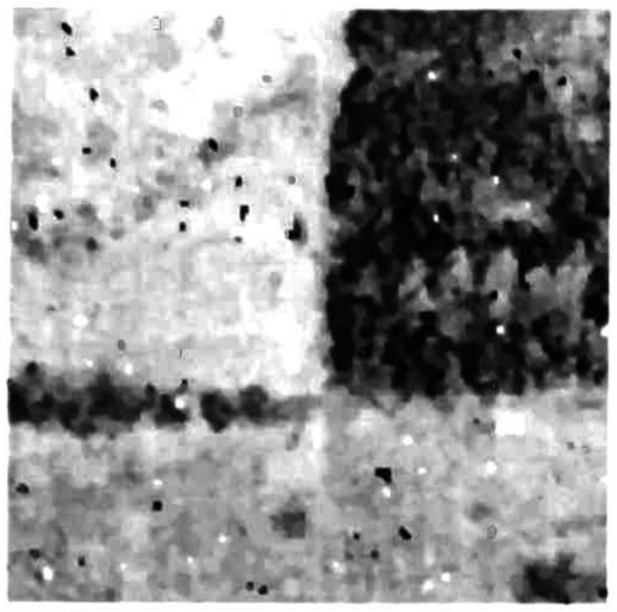
d) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado



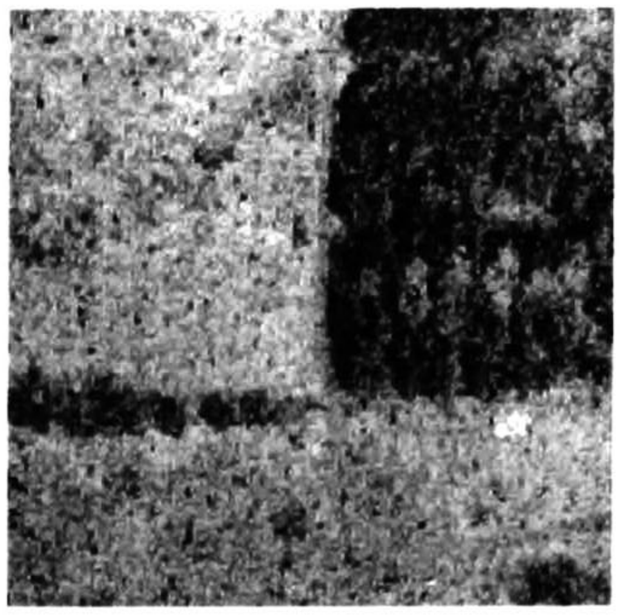
e) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar con 2 iteraciones



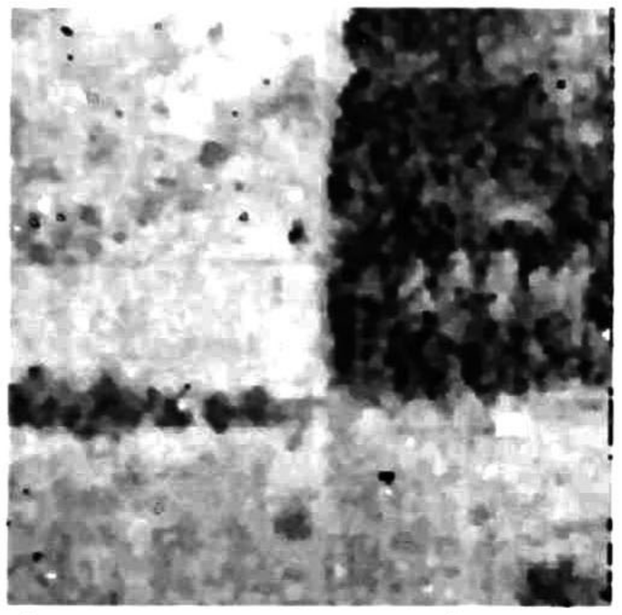
f) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado con 2 iteraciones



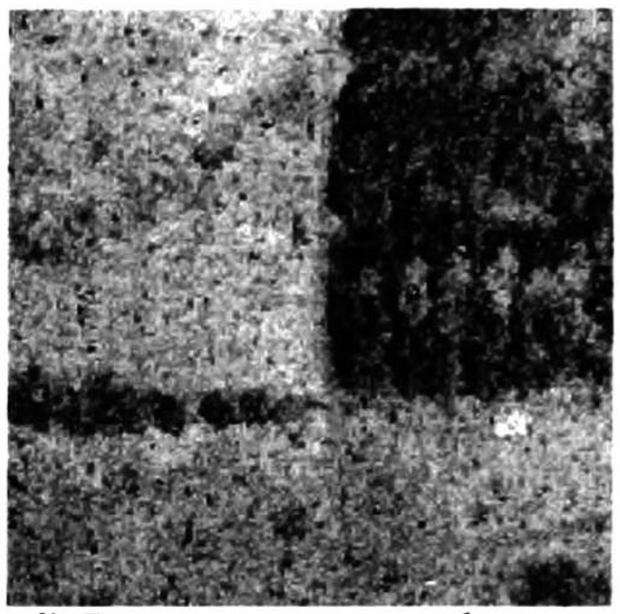
g) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar con 3 iteraciones



h) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado con 3 iteraciones



i) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar con 4 iteraciones



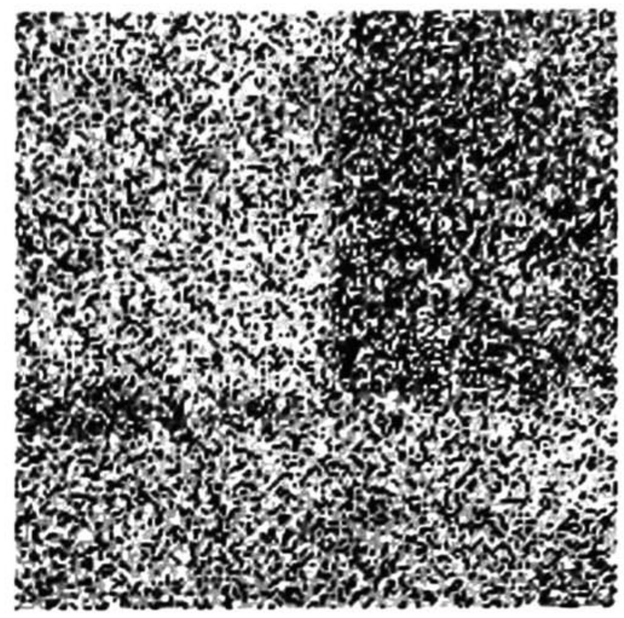
j) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado con 4 iteraciones

Figura 4.8.- Resultados obtenidos con distintas iteraciones y una densidad de ruido del 50%, efectuados con el filtro de Mediana y su versión modificada propuesta usando una ventana de 3x3 píxeles.

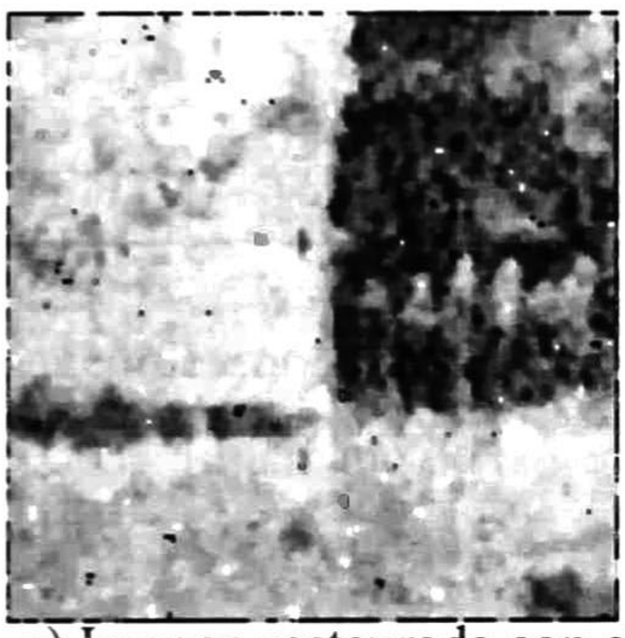
Es notable la diferencia en el número de iteraciones necesarias para remover densidades muy altas de ruido entre el filtro de Mediana convencional y el filtro de Mediana modificado. Aún con 4 iteraciones todavía quedan algunos píxeles corruptos que se aprecian en la última imagen de la izquierda. Con el filtro modificado desde la primera iteración se obtiene la reconstrucción, mas sin embargo se pierde contraste en ésta.

Imagen de 256 x 256 píxeles, contaminada con ruido "Sal y pimienta", con una densidad del 50%. El tamaño de la ventana aplicada es de 5 x 5 píxeles.

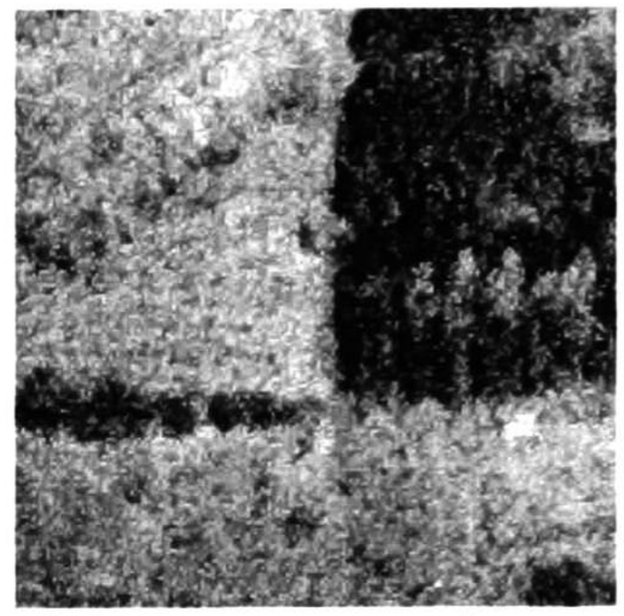
a) Imagen SAR original



b) Imagen contaminada /degradada

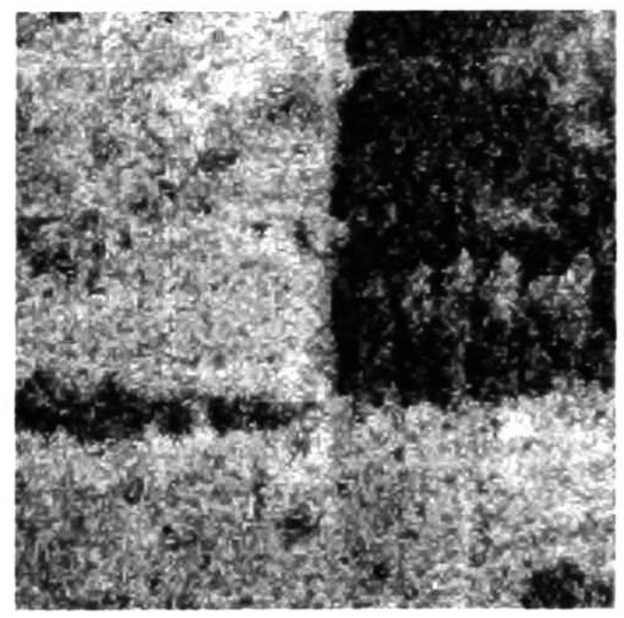


c) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar



d) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado

e) Imagen restaurada con el filtro de mediana estándar con 2 iteraciones



f) Imagen restaurada con el filtro de mediana modificado con 2 iteraciones

Figura 4.9.- Resultados obtenidos, efectuados con el filtro de Mediana y su versión modificada propuesta usando una ventana de 5x5 píxeles.

Se aprecia que con una ventana mayor, en este caso de 5x5 píxeles, con solo 2 iteraciones, usando el filtro de mediana convencional, es suficiente para remover el ruido impulsivo, sin embargo la imagen pierde nitidez. Con el algoritmo modificado la imagen a la primera

iteración obtiene su reconstrucción, sin embargo se nota una ligera disminución en el contraste de ésta.

Las siguientes tablas, muestran los valores de IOSNR, que son expresados en decibeles, proporcionados por el filtro de mediana estándar y el modificado, aplicados a las imágenes expuestas en las páginas anteriores, contaminadas con distintas densidades de ruido "Sal y Pimienta"

Resultados del IOSNR obtenidos en decibeles:
Tamaño de la Ventana aplicada = 3 x 3 Píxeles

Densidad de	Filtro de Mediana Standard				Filtro de Mediana Modificado			
Ruido en	*Número de Iteraciones*				*Número de Iteraciones*			
Porcentaje	1	2	3	4	1	2	3	4
5	6.405	6.473	6.148	6.003	12.785	12.785	12.785	12.785
10	9.262	9.411	9.095	8.961	12.648	12.648	12.648	12.648
20	11.032	11.909	11.680	11.580	12.311	12.311	12.311	12.311
30	10.516	12.916	12.956	12.906	11.846	11.846	11.846	11.846
40	8.457	12.216	13.030	13.251	11.146	11.146	11.146	11.146
50	6.347	10.321	12.119	12.943	10.184	10.184	10.184	10.184

Tabla 4.9.- Resultados obtenidos con los filtros de mediana y su versión modificada

Nota: parece contradecir la lógica que a menor densidad de ruido se obtenga un bajo IOSNR, pero esto se debe a que la imagen de salida del filtro se va suavizando perdiendo texturas que son variaciones en las intensidades de los píxeles de esas zonas.

Resultados del IOSNR obtenidos en decibeles
Tamaño de la Ventana aplicada = 5 x 5 Píxeles

Densidad de	Filtro de Mediana Standard				Filtro de Mediana Modificado			
Ruido en	*Número de Iteraciones*				*Número de Iteraciones*			
Porcentaje	1	2	3	4	1	2	3	4
5	5.612	5.417	5.084	4.855	12.664	12.664	12.664	12.664
10	8.496	8.368	8.040	7.807	12.445	12.445	12.445	12.445
20	10.994	10.925	10.621	10.413	12.153	12.153	12.153	12.153
30	11.919	11.938	11.718	11.555	11.831	11.831	11.831	11.831
40	12.551	12.750	12.554	12.409	11.146	11.146	11.146	11.146
50	11.885	13.116	12.987	12.886	10.331	10.331	10.331	10.331

Tabla 4.10.- Resultados obtenidos con los filtros de mediana y su versión modificada

Observaciones: la imagen con densidades de ruido muy grandes (50) pierde nitidez pero conserva todos los valores de grises y por eso se obtienen IOSNR mayores con el filtro de Mediana estándar, que los que se logran con el filtro modificado.

Las siguientes tablas, muestran los valores de IOSNR, que son expresados en decibeles, proporcionados por el filtro de mediana estándar y el modificado, aplicados a una imagen de 600 x 600 píxeles (la que se muestra a la derecha del principio de ésta sección), contaminada con distintas densidades de ruido "Sal y Pimienta"

Resultados del IOSNR obtenidos en decibeles:
Tamaño de la Ventana aplicada = 3 x 3 Píxeles

Densidad de	Filtro de Mediana Standard				Filtro de Mediana Modificado			
Ruido en	*Número de Iteraciones*				*Número de Iteraciones*			
Porcentaje	1	2	3	4	1	2	3	4
5 %	5.357	4.342	3.683	3.333	13.487	13.487	13.487	13.487
10 %	8.025	7.182	6.544	6.204	13.310	13.310	13.310	13.310
20 %	9.875	9.784	9.253	8.951	12.918	12.918	12.918	12.918
30 %	9.560	10.956	10.688	10.445	12.417	12.417	12.417	12.417
40 %	7.888	10.720	11.160	11.143	11.752	11.752	11.752	11.752
50 %	5.995	9.258	10.540	11.049	10.958	10.958	10.958	10.958

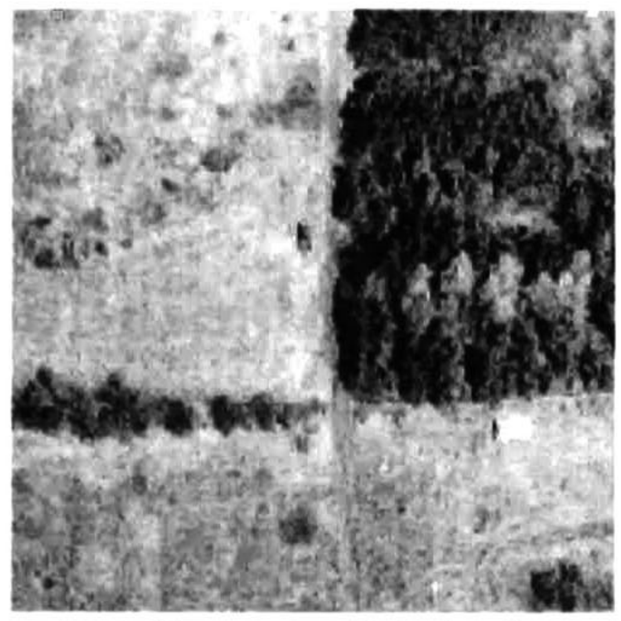
Tabla 4.11.- Resultados obtenidos con los filtros de mediana y su versión modificada

Resultados del IOSNR obtenidos en decibeles:
Tamaño de la Ventana aplicada = 5 x 5 Píxeles

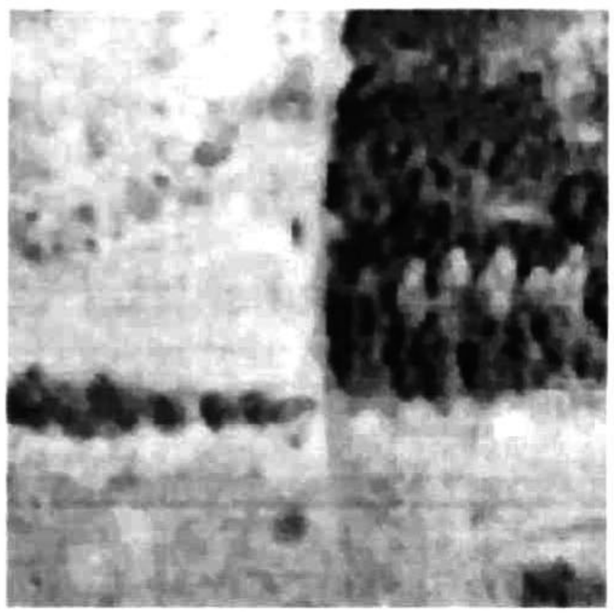
Densidad de	Filtro de Mediana Standard				Filtro de Mediana Modificado			
Ruido en	*Número de Iteraciones*				*Número de Iteraciones*			
Porcentaje	1	2	3	4	1	2	3	4
5 %	2.379	1.984	1.518	1.236	12.354	12.354	12.354	12.354
10 %	5.323	4.951	4.493	4.212	12.328	12.328	12.328	12.328
20 %	8.144	7.863	7.426	7.157	11.918	11.918	11.918	11.918
30 %	9.631	9.488	9.084	8.832	11.472	11.472	11.472	11.472
40 %	10.356	10.473	10.118	9.893	10.932	10.932	10.932	10.932
50 %	10.168	11.114	10.859	10.668	10.142	10.142	10.142	10.142

Tabla 4.12.- Resultados obtenidos con los filtros de mediana y su versión modificada

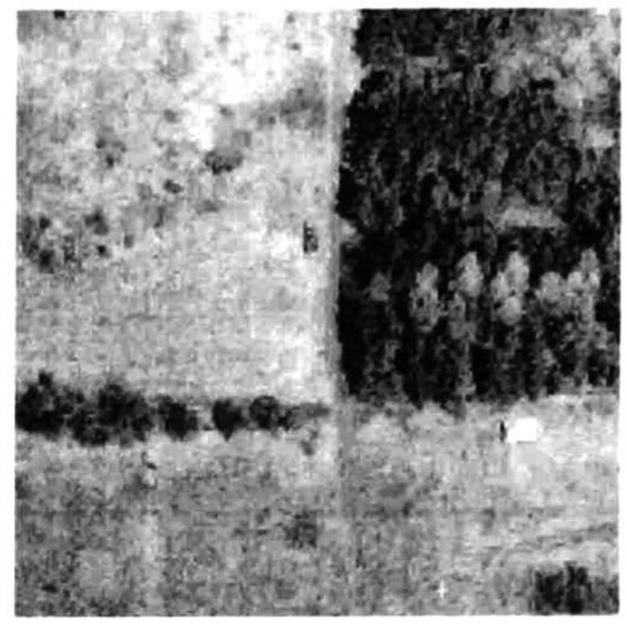
El filtro de mediana modificado no altera una imagen que no este contaminada con ruido "Sal y Pimienta", a diferencia que el filtro convencional si. Esto se muestra a continuación en la siguiente página:



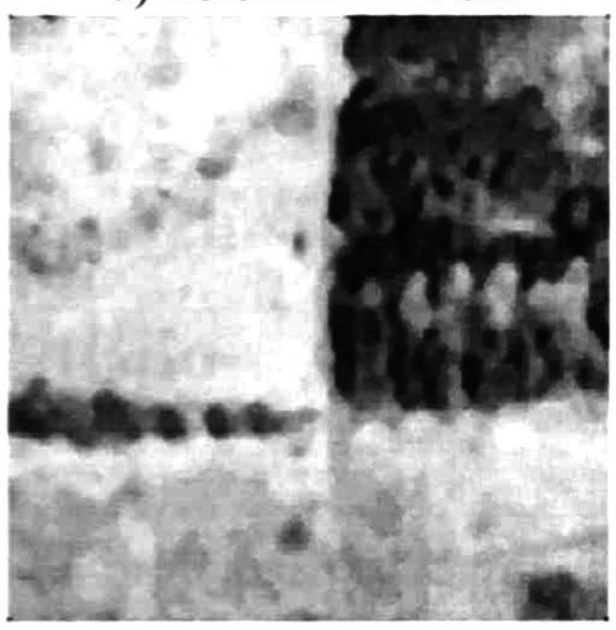
a) Imagen Original



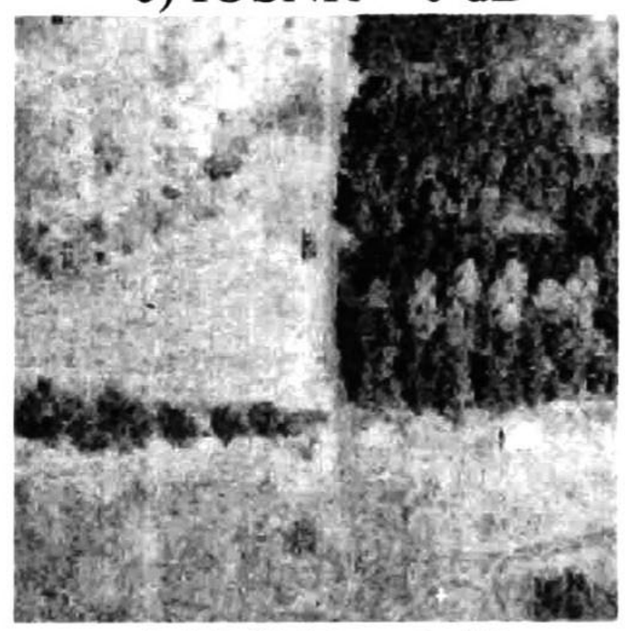
b) IOSNR = -4 dB



c) IOSNR = 0 dB

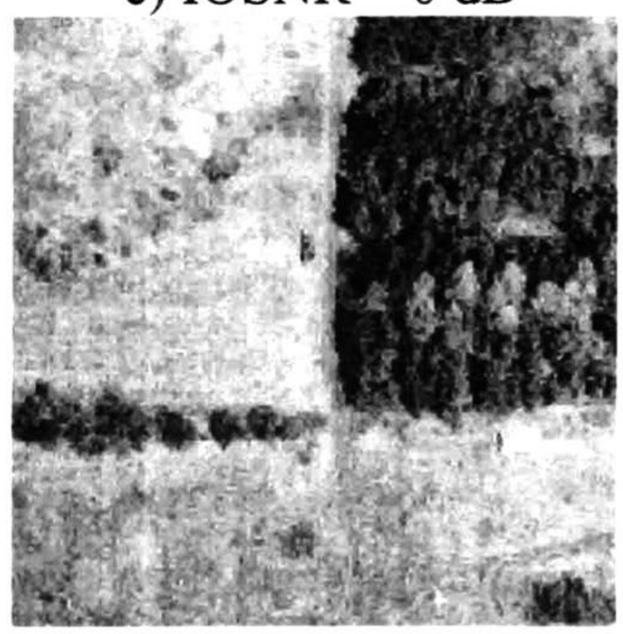


d) IOSNR = -5 dB



e) IOSNR = 0 dB

f) IOSNR = -5.3 dB



g) IOSNR = 0 dB

Figura 4.10.- Comparación de los efectos que sufre una imagen que no está degradada con ruido al momento de pasarlo por el filtro de mediana convencional y el modificado.

a) Imagen SAR original, b) Filtro convencional una iteración, c) Filtro modificado una iteración, d) Filtro convencional dos iteraciones, e) Filtro modificado dos iteraciones, f) Filtro convencional cuatro iteraciones, g) Filtro modificado cuatro iteraciones

Capítulo 5

Observaciones y Conclusiones

5.1 Introducción

El área de la reconstrucción y mejora de imágenes de radar, es un vasto campo en el cual quedan muchos aspectos que explorar y mejorar, a pesar de los muchos años que se han invertido en su investigación y desarrollo, el continuo avance en la electrónica permite cada vez más, la implementación y ejecución de algoritmos más eficientes pero a su vez más complejos, en menos tiempo.

A lo largo de éste trabajo se pudo observar las ventajas y desventajas que tienen los esquemas de reconstrucción tratados, tanto teórica como prácticamente, a continuación se da un breve resumen de los métodos vistos.

5.2 Conclusiones de cada Esquema de Reconstrucción Presentado

La principal ventaja de la propuesta de Cuadrados Mínimos (LS) es su simplicidad computacional para ser implementado, debido a esta sencillez este esquema carece de robustez para resolver diversos entornos de reconstrucción en los cuales la matriz de caracterización del sistema físico está mal condicionada, como es en la mayoría de los casos (por este motivo no presentaron las simulaciones realizadas con este esquema).

Los métodos de Cuadrados Mínimos Restringidos (CLS) y Cuadrados Mínimos Restringidos ponderados (WCLS) resuelven el problema presentado por el operador Pseudo - inverso del esquema LS por medio del uso de la teoría de Regularización la cual involucra información previa del sistema de formación de señal/imagen así como de la solución deseada, dando como resultado una calidad de reconstrucción aceptable cualitativamente.

La dificultad que radica en emplear el método WCLS es que se desconoce, una fórmula o medio para determinar la matriz de peso **Mu**, por lo que se debe encontrar a prueba y error, intentando distintos valores en sus elementos que la conforman.

5.3 Conclusiones del Filtro de Mediana

El filtro de Mediana es una herramienta muy utilizada, debido a su sencillez de implementación y eficacia. Sin embargo, en aplicaciones de percepción remota se busca la mejor nitidez en lo que a mejoramiento de la imagen se refiere, por lo que aquí el filtro de Mediana convencional puede hacer perder a la imagen los detalles sutiles al aplicárselo a ésta.

El filtro de Mediana modificado que se propone en este trabajo, es una ligera variación del esquema original, a pesar de que son ligeros los cambios efectuados en éste, produce buenos resultados, ya que es notable la diferencia en el número de iteraciones necesarias para remover densidades muy altas de ruido entre el filtro de Mediana convencional y el filtro de Mediana modificado, esto se puede apreciar en la sección de resultados, donde se analiza por separado el filtro de Mediana.

Otras ventajas son que, a menor densidad de contaminación contenida en la imagen, menos tiempo tarda en ejecutarse el filtrado, no degrada la imagen y si no está contaminada la deja intacta, a diferencia que el filtro convencional si.

La desventaja del filtro mediana propuesto es, que la imagen pierde contraste a muy altas densidades de ruido (mayores a 20%), debido a que, la mayoría de la imagen esta degradada con píxeles corruptos cuyos valores son cero ó uno, al efectuarse el procedimiento de filtrado se van obteniendo valores de grises intermedios entre los valores extremos (0 y 1), y a su vez éstos valores son utilizados posteriormente en los consecutivos píxeles corruptos de la imagen, dando como resultado una imagen en la cual se aprecia una pérdida de intensidades de gris.

Esto se esto puede corregirse con algunas de las técnicas de mejoramiento de imagen como ecualización de su histograma.

5.4 Conclusiones Generales

Con el algoritmo propuesto, se comprueba que los esquemas determinísticos, tienen un alcance limitado en su poder de reconstrucción, ya que al efectuarse un mayor número

de iteraciones, no se mostraba una mejoría notable en los resultados obtenidos por lo que solamente se expusieron los de 5 iteraciones, habiéndose efectuado 5, 10 y 15 iteraciones.

La siguiente grafica circular muestra el tiempo de ejecución computacional usando los métodos investigados, requerido para efectuar la reconstrucción de una imagen.

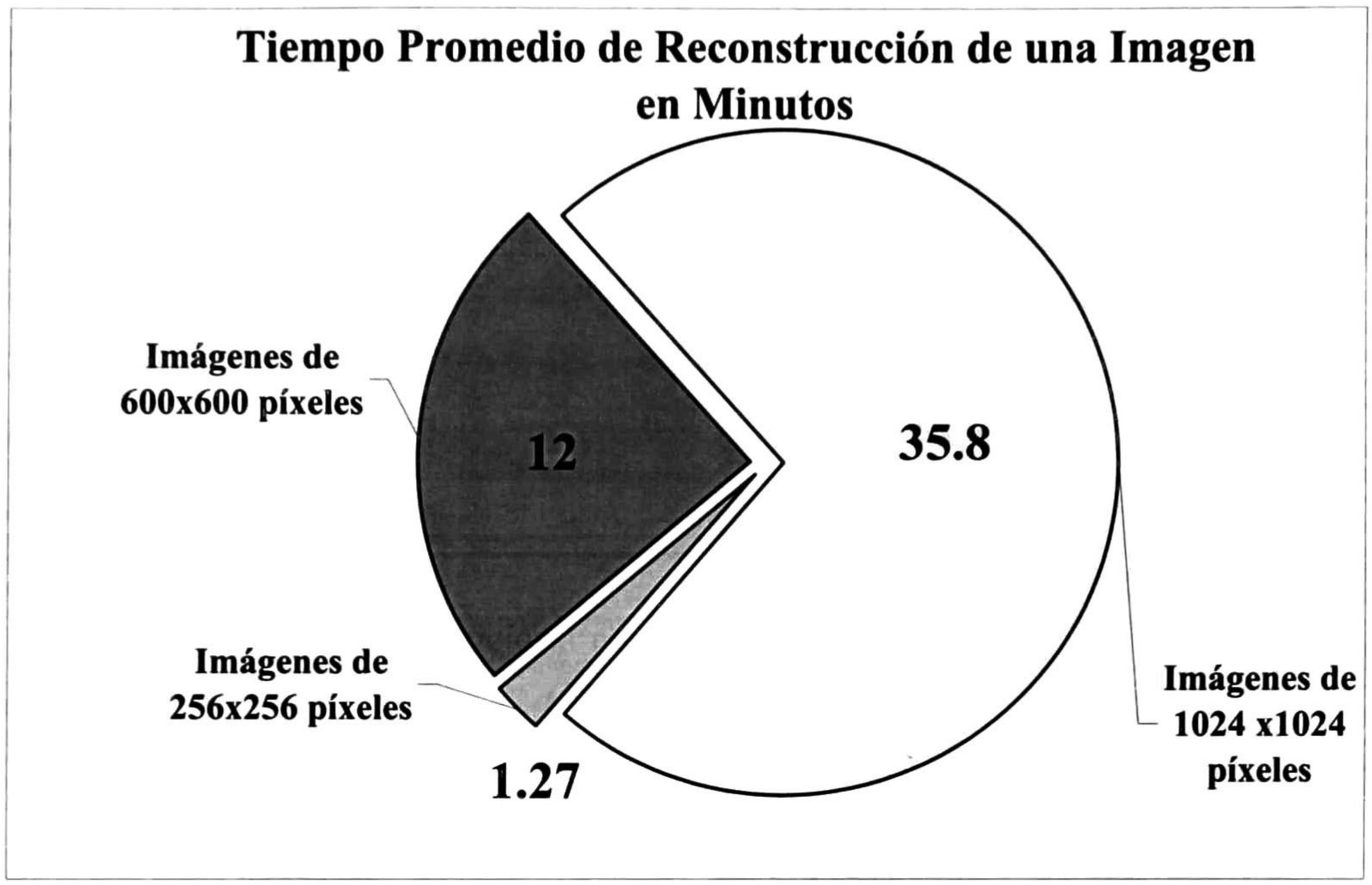


Figura 5.1.- Tiempo de cómputo requerido para efectuar la reconstrucción a imágenes de distintos tamaños

Con los resultados obtenidos, se avanzó en el hecho de que se conoció mejor el desempeño del método de Mínimos Cuadrados Restringidos Ponderados (WCLS), bajo diversas condiciones en las cuales se ven involucradas las operaciones que conllevan la generación de imágenes de percepción remota; del cual no se encontró información alguna en la literatura que concierne al procesamiento digital de señales, mucho menos en la de reconstrucción de imágenes.

Dado que el trabajo futuro está íntimamente relacionado con éste último esquema de reconstrucción, resultó provechoso todas las dificultades encontradas a lo largo de la investigación y elaboración de ésta tesis, para la satisfactoria continuación del presente trabajo.

5.5 Trabajo Futuro

Se propone el siguiente tema como continuación de esta investigación:

"Metodología agregada de Regularización Inteligente"

La cual es una nueva propuesta de optimización de las técnicas de procesamiento de señal, para mejoramiento de imágenes de percepción remota por radar y otros tipos de sensores. Para éste nuevo método, se propone "fusionar" las técnicas de la teoría de estimación Bayesiana, diseño de experimentos (ED), regularización descriptiva (DR) y las Redes Neuronales Modernas, para resolver, modelar y desempeñar el problema de estimación del Espectro Espacial de Potencia (SSP) con alta resolución y calidad.

Resultados Esperados para la Superresolución de Objetos Pequeños, en Escenarios Distribuidos

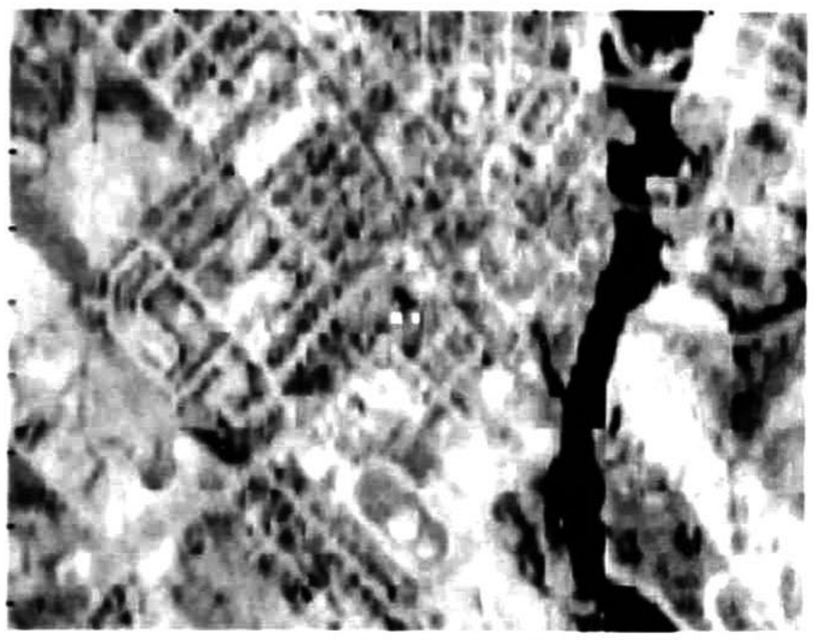


Imagen Original

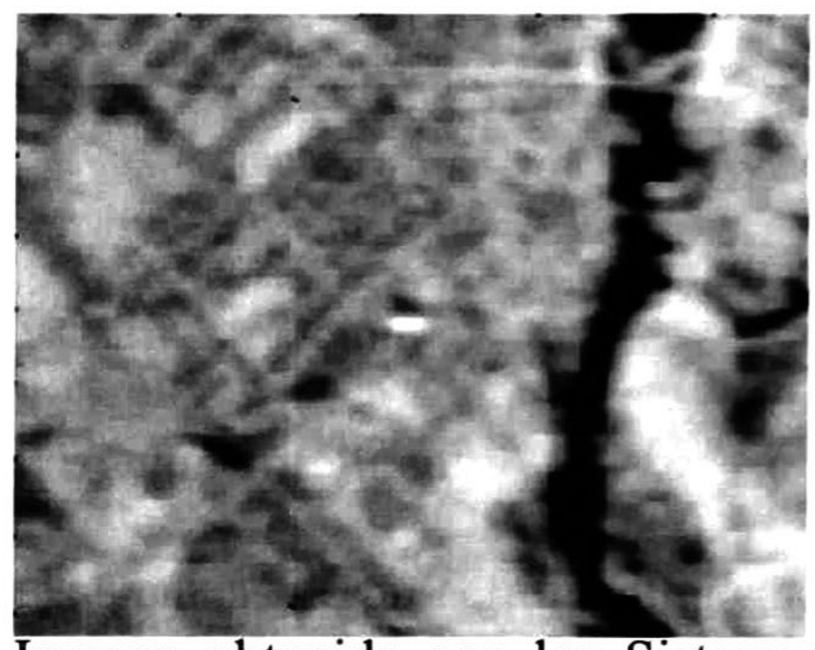


Imagen obtenida con los Sistemas de Percepción Remota Tradicionales

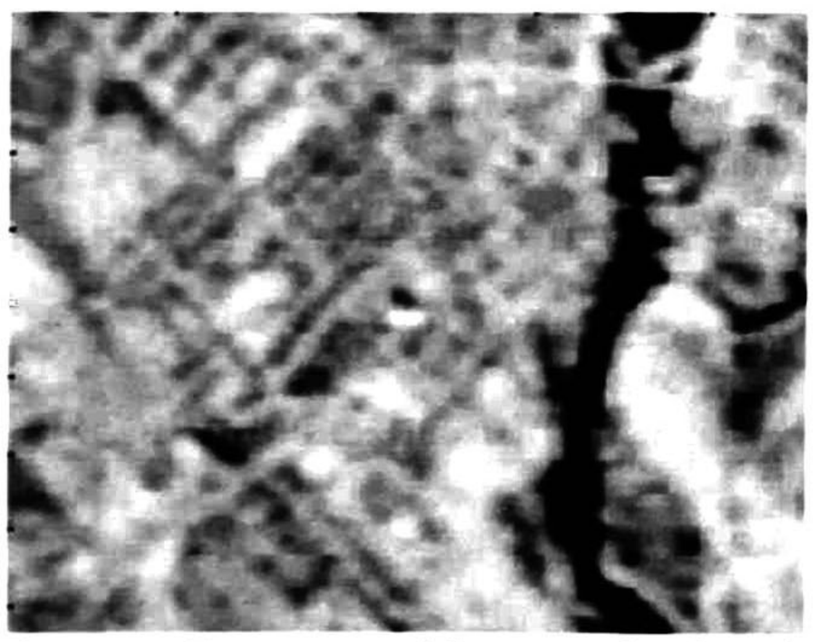


Imagen Reconstruida con el Algoritmo Propuesto Actualmente

Imagen con Superresolución Esperada usando los Métodos a Desarrollar

Figura 5.2.- Imágenes usadas para representar la descripción de la "Metodología agregada de Regularización Inteligente"

Referencias:

[1] L. E. Franks, "*Teoría de la Señal*", Editorial Reverté 1975.

[2] Merrill Skolnik, "*Radar Handbook*", 2da edición, Editorial McGraw-Hill 1990.

[3] Nasa web site, "*Remote Sensing Tutorial*" Disponible en la dirección: http://rst.gsfc.nasa.gov/Front/tofc.html ,1999.

[4] S. A Hovanessian, "*Introduction to Sensor Systems*",Editorial Artech House, 1988,

[5] Constantine A. Balanis, "*Antenna Theory*", Editorial John Wiley & Sons, 1985.

[6] Byron Edde, "*RADAR principles, Technology, Applications*", Prentice Hall, 1995.

[7] Sandia Web Site: http://www.sandia.gov/radar/imagery, 2002

[8] Canadian Centre for Remote Sensing web site: http://www.ccrs.nrcan.gc.ca, 2000

[9] Tonny F. Chan and Pep Mulet, "*Iterative Methods for Total Variation Image Restoration*", IEEE Image Processing transactions, 1990.

[10] Rafael Molina, Aggelos Katsaggelos "*Restoration of severely blurred images using stochastic and deterministic relaxation algorithms in compounded Gauss – Markov random fields*", The Journal of the Pattern Recognition Society, Vol. 33, pp. 555-571, 2000.

[11] Todd K. Moon, Wynn C. Stirling "*Mathematical Methods and Algorithms for Signal Proccesing*", Prentice Hall, 2000.

[12] I. Pitas, "*Nonlinear Digital Filters: Principles and Applications*", Kluwer 1990

[13] Simon Haykin, "*Adaptive Filtering Theory*", 3era Ed. Prentice Hall, 1996.

[14] J.G. Proakis, "*Digital Signal Processing using Matlab*", PWS Publishing Co. 1997.

[15] Leland B Jackson, "*Digital Filters & Signal Processing*", Kluwer Academic 1989

[16] Michael L. Honig, David G. Messerschmitt, "*Adaptive Filters Structures, Algorithms & Applications*", Kluwer Academic publishers, 1984.

[17] Mark R. Banham and Aggelos K. Katsagelos, "*Digital Image Restoration*", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 24-41 march 1997.

[18] Matlab User Guide "*Image Processing Toolbox*" segunda version, Mayo 1997.

[19] Anil K. Jain, "*Fundamentals of Digital Image Processing*", Ed. Prentice Hall, 1989

[20] Peter M. Clarkson, Henry Stark "*Signal Processing Methods for Audio, Images and Telecommunications*" Academic Press 1995.

[21] Rafael C. González, Richards E. Woods, "*Tratamiento Digital de Imágenes*", Editorial Addison Wesley.1996

[22] Robert J. Schalkoff, "*Digital Image Processing and Computer Vision*" Editorial John Wiley & Sons, 1989.

[23] Peter M. Clarckson, "*Optimal and Adaptive Signal Processing*", CRC press. 1993

[24] Miguel A. Rico Ramírez, "*Conformación Adaptiva de Haz para Formación y Restauración de Imágenes Digitales*", Tesis de Maestría, Universidad de Gto, Junio 2000.

[25] Y. V. Shkvarko, *"Estimation of Wavefield Power Distribution in the Remotely Sensed Environment: Bayesian Maximum Entropy Approach"* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, No. 9. pp. 2333-2346, September 2002.

[26] Y.V. Shkvarko Y.S Shmaliy, R. Jaime-Rivas and M. Torres Cisneros, "*system fusion in passive sensing using a modified Hopfield network*", Journal of the Franklin Institute vol.338, pp. 405-427, June 2001.

[27] V.F. Kravchenko, V.I. Ponomaryov R. Jaime Rivas, and Y. V. Shkvarko "*On the theory of Bayes maximum entropy methods of radio image formation*" Radiotekhnika I Elektronika Russian Academy of Sciences vol. 45, 2000

[28] Y.V. Shkvarko, Jaime-Rivas, Ibarra Manzano and Ayala Ramírez, "*Imaging With Passive Sensing Systems*"Telecommunication and Radio Eng. Begell House, Vol. 56 2001.

[29] Yuriy Shkvarko, Ivonne Colorado Chairez, Joaquín Acosta Salas "*Matlab Simulation Experiment On Reconstruction Of Spatial Spectrum Patterns Of Multiple Wavefield Sources From The Remotely Sensed Data*" RFMPIM 2002 Gto. México November 2002

[30] Y.V. Shkvarko and J.L. Leyva Montiel "*Theoretical Aspects of Array Radar Imaging Via Fusing the Experiment design and Regularization Techniques*", in *proc.* SAM 2002 IEEE Workshop, Washington, USA, pp. 361-366, 2002.

[31] Yuriy V. Shkvarko, José Luis Leyva Montiel, and J. Acosta-Salas "*Signal Processing for Enhanced Remote Sensing Imagery: Aggregated Regularization Technique*", Proceedings of the IEEE International. Conf. on Devices, Circuits, and Systems, Veracruz Mexico, June 2003.

[32].- Yuriy V. Shkvarko, José Luis Leyva-Montiel, and Joaquín Acosta-Salas, "*Modeling and Simulation of the Fused Bayesian-Regularization Method for Remote Sensing Imagery with Synthetic Aperture Arrays"*, (por publicarse 2003).

Apéndices

Apéndice A

El operador Pseudo inverso

La matriz $W = \left(S^{+}S\right)^{-1} S^{+}$ de (26) es un ejemplo de operador Pseudo inverso, algunas veces llamado pseudo inverso Moore-Penrose. A continuación se define el operador pseudo inverso en una manera que captura el más pequeño error y norma de la solución:

Sea $A : X \to Y$ un operador lineal acotado, donde X e Y son espacios de Hilbert, y sea $\Re(A)$ cerrado. Para alguna $b \in Y$, sea $\hat{x}$ el vector de mínima norma $\|\hat{x}\|_2$ que minimiza $\|Ax - b\|$. El operador Pseudo inverso $A^{\dagger}$ es el operador que mapea b a $\hat{x}$ para cada $b \in Y$

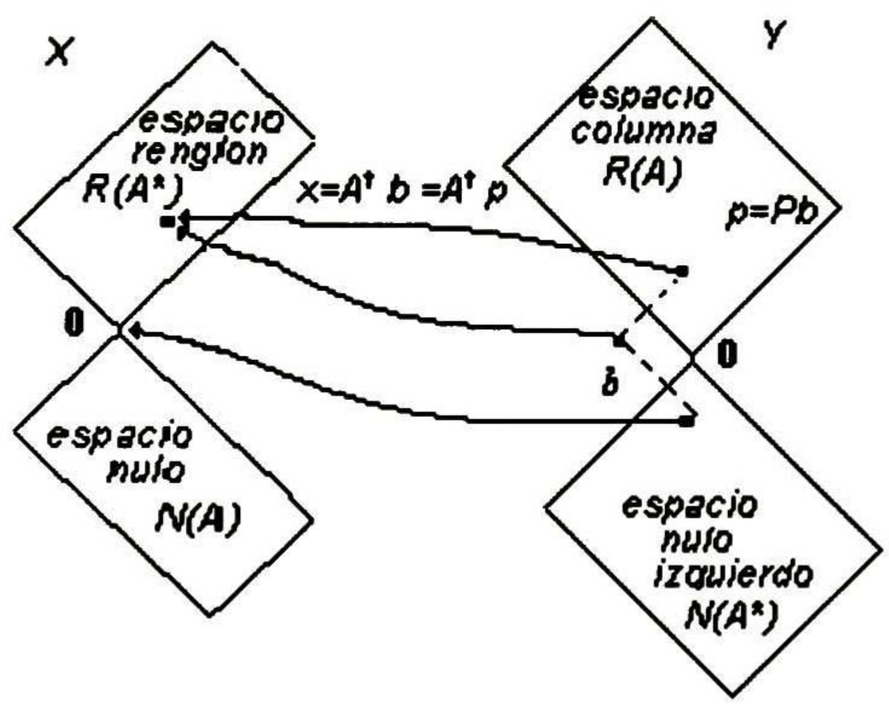


Figura Operación del pseudo inverso

La operación del operador pseudo inverso se muestra en la figura xx. El operador pseudo inverso toma un punto de Y de regreso a un punto en $\hat{x} \in \Re\left(A^{*}\right)$, de tal manera que $\hat{x}$ tiene una mínima norma. La operación del operador pseudo inverso en un punto $b \notin \Re(A)$ es primero proyectar b sobre $\Re(A)$ usando la proyección P, entonces mapear de regreso a $\Re\left(A^{*}\right)$ hacia un vector $\hat{x}$ de mínima longitud; por ésta proyección sobre $\Re(A)$ el error $b - A\hat{x}$ es minimizado. [3]

Para que el operador pseudo inverso pueda ser calculado sin problema la matriz resultante del producto de S^{+} y S debe ser de rango completo, es decir que todas sus columnas y renglones sean linealmente independientes.

Anexo B

Códigos en MATLAB efectuados para llevar a cabo las simulaciones antes presentadas.

Código 1.- Programa principal

Este programa manda llamar a todas las funciones y subrutinas de las cuales se compone el programa entero, la mayoría de las variables de todas las funciones se declaran y controlan aquí.

```
clc; clear all; tic;

snrG =5;
ssnr=int2str(snrG);
N0=(10)^(-snrG/10);
NDelta =1.0e-300; K=15; winsize=3;
imtag='breton';
[img,N,nc]=imageaq(imtag);
[uforp,uforp1]=vecu(N0,NDelta,N,nc,img,K,snrG);

Estimate1=CLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,K);
[iosnr1,SNR1]= dIOSNR(uforp,Estimate1,img);
Estimate2=WCLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,K);
[iosnr2,SNR2]= dIOSNR(uforp,Estimate2,img);
[Estimate3,iout]=CLSWCLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,Estimate1,img,K);
[iosnr3,SNR3]=dIOSNR(uforp,Estimate3,img);

figure;
subplot(2,2,1); imshow(uforp1);
t1=['Imagen del proceso de datos. SNR= ',ssnr]; title(t1);
subplot(2,2,2); imshow(Estimate1);
t2=['Estimación CLS. IOSNR: ',iosnr1]; title(t2);
subplot(2,2,3); imshow(Estimate2);
t3=['Estimación WCLS. IOSNR: ',iosnr2]; title(t3);
subplot(2,2,4); imshow(Estimate3);
t5=['Estimación iterativa. IOSNR: ',iosnr3]; title(t5);

SNR1
SNR2
SNR3

itp=imedf(Estimate3,N,nc,winsize);
figure;
subplot(2,2,1);
imshow(Estimate3);
title(t5);
subplot(2,2,2); [iosnr4,SNR4]=dIOSNR(uforp,itp,img);
imshow(itp);
t6=['Estimación iterativa. IOSNR: ',iosnr4]; title(t6);
toc
```

Código 2.- Función para la Adquisición de una Imagen

Esta función es la encargada de leer una imagen con extensión jpg, bmp ó gif, la cambia del formato int8 al formato doble, y del formato RGB al formato de grises. Así como también el tamaño del arreglo bidimensional que representa a la imagen, es decir el número de renglones y el número de columnas.

```
function [img,N,nc]=imageaq(imtag)
         im0=imread(imtag,'jpg');
         im0=im2double(im0);
         img=rgb2gray(im0);
         [N,nc]=size(img);
return
```

Código 3.- Función que Genera la Imagen Simulada Contaminada

Esta función se encarga de generar la imagen contaminada que se recibiría de un sistema de sensado remoto real, primero, separa la imagen original en renglones y columnas, posteriormente se convolucionan éstos con la función del sistema de sensado que está representado por la matriz **H**, posteriormente se le adiciona el ruido para de éste modo representar la ecuación de observación que produce la formación de la imagen degradada u

```
function [uforp,uforp1]=vecu(N0,NDelta,N,nc,img,K,snrG)
uforp=img;

%---------------------- Formación del vector ruido n -------------------

Noise=randn(N,1)*sqrt(N0);
X=1;
[S,S0]=psf(N,K,X,NDelta);

%-------------------- Formación del vector ruido u -----------------

   for i = 1:N,
      v=(img(i,:))';
      u=S*v + Noise;
      uforp(i,:)=u';
   end

X=3; [S,S0]=psf(nc,K,X,NDelta);
   for i = 1:nc,
      v=(uforp(:,i));
      u=S*v + Noise;
      uforp(:,i)=u;
   end
   ncs=snrG*0.01;
   uforp1 = mat2gray(uforp);
   uforp1=imnoise(uforp1,'gaussian',0,ncs);

return
```

Código 4.- Función que Genera la Función de Dispersión del Sistema de Sensado.

Esta subrutina calcula la Función de Dispersión del Sistema de sensado remoto, dependiendo de los parámetros de entrada, ésta será del tipo: Sinc, exponencial o triangular.

```
function [S,S0]=psf(N,K,X,NDelta)
%-------------------- Formación de la matriz del Sistema ----------------
pe=1;
%--------- Para la función del Sistema de Dispersión |sin(x)/x| ---------
a=zeros(N,1);
if X==1;
   for i=1:2*floor(K/2),
       a(i+1)=abs(sin(pi*i/floor(K/2))/(pi*i/floor(K/2)));
   end
a(1)=1;
end
%--------- Para la función del sistema de Dispersión: exponencial -------
if X==2;
   for i=1:2*floor(K/2),
       a(i+1)=exp(-i*i/pi);
   end
a(1)=1;
end
%-------- Para la función del sistema de Dispersión: triangular ---------
if X==3;
   a(1)=1; a(2)=.66;
   a(3)=.33;
end
S0=toeplitz(a);
%----------- Formación de la Matriz de Perturbación SDelta -----------
b=zeros(N,1);

if X==1;
   for i=1:2*floor(K/2),
   b(i+1)=abs(sin(pi*i/floor(K/2))/(pi*i/floor(K/2)))*randn(1,1)…
   *sqrt(NDelta);
   end
end;

if X==2;
   for i=1:2*floor(K/2),
       b(i+1)=exp(-i*i/pi)*randn(1,1)*sqrt(NDelta);
   end
end;

if X==3;
   b(1)=1*randn(1,1)*sqrt(NDelta); b(2)=.66*randn(1,1)*sqrt(NDelta);
   b(3)=.33*randn(1,1)*sqrt(NDelta);
end
SDelta=toeplitz(b);

%--------- Formación de la matriz de perturbación del Sistema S -------
S=S0+SDelta;
return
```

Código 5.- Función que realiza el Filtrado de Mediana modificado

Esta función, realiza el filtrado de mediana, en los parámetros de entrada se especifica el tamaño de la ventana de filtrado que es cuadrada.

```
function itp=imedf(img,n,nc,winsize)
         imgo=img;
         wind=winsize;
         ndn=n+4;
         ndnc=nc+4;
         itp=zeros(ndn,ndnc);
         for i=1:2
            for j=1:ndnc
                itp(i,j)=0.5;
            end
         end

         for i=ndn-1:ndn
            for j=1:ndnc
                itp(i,j)=0.5;
            end
         end

         for i=1:ndn
            for j=1:2
                itp(i,j)=0.5;
            end
         end

         for i=1:ndn
            for j=ndnc-1:ndnc
                itp(i,j)=0.5;
            end
         end
         itp(3:ndn-2,3:ndnc-2)=img;

         imgo=img;

         %--------------------------Ventana de 3 X 3 Pixeles-----------------------

         if wind==3
            pixsurr=zeros(1,8);
            for i=3:ndn-2,
               for j=3:ndnc-2,
            if or(itp(i,j)==0,itp(i,j)==1)
               pixsurr(1,1)=itp(i-1,j-1);
               pixsurr(1,2)=itp(i-1,j);
               pixsurr(1,3)=itp(i-1,j+1);
               pixsurr(1,4)=itp(i,j-1);
               pixsurr(1,5)=itp(i,j+1);
               pixsurr(1,6)=itp(i+1,j-1);
               pixsurr(1,7)=itp(i+1,j);
               pixsurr(1,8)=itp(i+1,j+1);
               balpix=median(pixsurr);
               itp(i,j)=.8*balpix;
               end
```

```
            end
        end
        itp=itp(3:ndn-2,3:ndnc-2);

%-----------------------------Ventana de 5 X 5 Pixeles--------------------

elseif wind==5

   pixsurr=zeros(1,24);
for i=3:ndn-2,
   for j=3:ndnc-2,
      if or(itp(i,j)==0,itp(i,j)==1)
         pixsurr(1,1)=itp(i-2,j-2);                %1  2  3  4  5
         pixsurr(1,2)=itp(i-2,j-1);                %6  7  8  9  10
         pixsurr(1,3)=itp(i-2,j);                  %11 12    13 14
         pixsurr(1,4)=itp(i-2,j+1);                %15 16 17 18 19
         pixsurr(1,5)=itp(i-2,j+2);                %20 21 22 23 24
         pixsurr(1,6)=itp(i-1,j-2);
         pixsurr(1,7)=itp(i-1,j-1);
         pixsurr(1,8)=itp(i-1,j);
         pixsurr(1,9)=itp(i-1,j+1);
         pixsurr(1,10)=itp(i-1,j+2);
         pixsurr(1,11)=itp(i,j-2);
         pixsurr(1,12)=itp(i,j-1);
         pixsurr(1,13)=itp(i,j+1);
         pixsurr(1,14)=itp(i,j+2);
         pixsurr(1,15)=itp(i+1,j-2);
         pixsurr(1,16)=itp(i+1,j-1);
         pixsurr(1,17)=itp(i+1,j);
         pixsurr(1,18)=itp(i+1,j+1);
         pixsurr(1,19)=itp(i+1,j+2);
         pixsurr(1,20)=itp(i+2,j-2);
         pixsurr(1,21)=itp(i+2,j-1);
         pixsurr(1,22)=itp(i+2,j);
         pixsurr(1,23)=itp(i+2,j+1);
         pixsurr(1,24)=itp(i+2,j+2);
         balpix=median(pixsurr);
         itp(i,j)=.8*balpix;
            end
         end
      end

      itp=itp(3:ndn-2,3:ndnc-2);

end

return
```

Código 6.- Programa para Observar las Mejoras de los Resultados del Algoritmo WCLS

Este programa se usó para ver las mejoras en los resultados usando el algoritmo WCLS con distintos valores e incrementos del parámetro de regularización.

```
clc; clear all; tic;
imtag='L6vsM7';
[img,N,nc]=imageaq(imtag);
NDelta =1.0000e-400;
K=15;

for q=20:10:30
    snrG =q
    N0=(10)^(-snrG/10);
    uforp=vecu(N0,NDelta,N,nc,img);
    Estimate1 = uforp;
    Alpha=0;
     for t=.1:.2:2
         Alpha=t
         X=1; [S,S0]=psf(N,K,X,NDelta);
         W=inv(S0'*S0+Alpha*eye(N))*S0';
     for i=1:N,
         ufprows=(uforp(i,:))';
         up= W*ufprows;
         Estimate1(i,:)=up';
     end;


    X=3; [S,S0]=psf(nc,K,X,NDelta);
    W=inv(S0'*S0+Alpha*eye(N))*S0';

     for i = 1:nc,
         ufpcols=(Estimate1(:,i));
         up= W*ufpcols;
         Estimate1(:,i)=up;
     end;

    [iosnr,SNR1] = dIOSNR(uforp,Estimate1,img);
    SNR1
end
end
toc
```

Código 7.- Función que lleva a cabo el Algoritmo CLS

Esta función realiza el algoritmo de Mínimos Cuadrados Restringidos (CLS)

```
function Estimate1=CLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,K)

 Alpha = 0.7;
 Estimate1 = uforp;

%------ Estimación de la señal de un vector usando el algoritmo CLS------

%procesamiento de renglones

         X=1;  [S,S0]=psf(N,K,X,NDelta);
         W=inv(S0'*S0+Alpha*eye(N))*S0';
     for i=1:N,
         ufprows=(Estimate1(i,:))';
         up= W*ufprows;
         Estimate1(i,:)=up';
     end;

%procesamiento de columnas

         X=3; [S,S0]=psf(nc,K,X,NDelta);
         W=inv(S0'*S0+Alpha*eye(N))*S0';
     for i = 1:nc,
         ufpcols=(Estimate1(:,i));
         up= W*ufpcols;
         Estimate1(:,i)=up;
     end;
return
```

Código 8.- Función que lleva a cabo el Algoritmo WCLS

Esta función realiza el algoritmo de Mínimos Cuadrados Restringidos Ponderados (WCLS)

```
function Estimate2=WCLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,K)
Alpha = 4;
%----------- Estimación de la Señal usando el Algoritmo CLS -------------

Estimate2 = uforp;

%----------- Estimación de la Señal usando el Algoritmo WCLS ------------
 mv=zeros(N,1);

%------------------- Formación de la Matriz de Peso ---------------------

d=zeros(N,1); d(1)=2; d(2)=-1; mvm=toeplitz(d); mvm(1,1)=1; mvm(N,N)=1;
I=eye(N);
mvm= mvm+I;
a=zeros(N,1);

for i=1:2*floor(K/2).

a(i+1)=exp(-i*i/pi)*(1/N0)*0.01;

end

a(1)=1; mum=toeplitz(a);

%--------------------------- Algoritmo WCLS -----------------------------

   X=3; [S,S0]=psf(nc,K,X,NDelta);
   W=inv(S0'*mum*S0+Alpha*mvm)*S0'*mum;

      for i = 1:nc,
          ufpcols=(uforp(:,i));
          up= W*ufpcols;
          Estimate2(:,i)=up;
      end

   X=1;
 [S,S0]=psf(N,K,X,NDelta);
W=inv(S0'*mum*S0+Alpha*mvm)*S0'*mum;

      for i = 1:N,
         ufp=(Estimate2(i,:))';
         up= W*ufp;
         Estimate2(i,:)=up';
      End

return
```

Código 9.- Función que lleva a cabo el Algoritmo Propuesto
Esta función calcula el algoritmo propuesto, que es la combinación de CLS, WCLS.

```
function [Estimate3,iout]=CLSWCLS(uforp,N,N0,nc,NDelta,Estimate1,img,K)
%-----------Estimación de la imagen v usando el algoritmo WCLS-----------

%--------------------------WCLS con valor medio --------------------------

CLSmv=mean(Estimate1);
mvc=CLSmv;
mvr=mean(Estimate1');

%-------------- Formación de las matrices de ponderación----------------

%-----------------------------------Matrix-----------------------------------

a=zeros(N,1);

for i=1:2*floor(K/2),
    a(i+1)=exp(-i*i/pi)*(1/N0)*0.01;
end

a(1)=1; mu=toeplitz(a);
d=zeros(N,1); d(1)=2;
d(2)=-1; mvm=toeplitz(d);
mvm(1,1)=1; mvm(N,N)=1;
I=eye(N); mvm=4*mvm+I;

%----------------------Algoritmo Iterativo WCLS-------------------------

Alpha = 4;
Estimate3 = uforp;

for q=1:5
    X=3; [S,S0]=psf(nc,K,X,NDelta);
    W2=inv(S0'*mu*S0+Alpha*mvm)*S0'*mu;
    for i = 1:nc,
        ufpcols=(Estimate3(:,i));
        up= mvc'+W2*(ufpcols-S0*mvc');
        Estimate3(:,i)=up;
    end

    X=1; [S,S0]=psf(N,K,X,NDelta);
    W1=inv(S0'*mu*S0+Alpha*mvm)*S0'*mu;
    for i = 1:N,
        ufp=(uforp(i,:))';
        up= mvr'+W1*(ufp-S0*mvr');
        Estimate3(i,:)=up';
    end
    iout(1,q)=dIOSNR2(uforp,Estimate3,img);
    Estimate3 = mat2gray(Estimate3);
    mvc=mean(Estimate3);
    mvr=mean(Estimate3');
end

return
```

Código 10.- Función que Calcula la Eficiencia del Algoritmo Empleado

Esta función calcula la eficiencia del algoritmo empleado en base a la fórmula descrita en el capitulo 4, llamada "Mejora a la salida de la razón de Señal a Ruido".

```
function [iosnr,SNR1] = dIOSNR(I_temp1,I_temp2,w);

[m1,n1] = size(I_temp1);
[m2,n2] = size(I_temp2);

num = 0;
for i=1:n1-1,
    for j=1:m1-1,
        num0(i,j) = (I_temp1(i,j)   w(i,j)) ^2;
        num = num + num0(i,j);
    end;
end;

den = 0;
for i=1:n1-1,
    for j=1:m1-1,
        den0(i,j) = (I_temp2(i,j)   w(i,j)) ^2;
        den = den + den0(i,j);
    end;
end;

SNR1 = 10*log10(num/den);
iosnr=int2str(SNR1);

return
```

Apéndice C

Publicaciones

1. Y.V. Shkvarko, I. Colorado-Chaires, and J. Acosta-Salas, "*MATLAB Experiment on Reconstruction of Spatial Spectrum Patterns of Multiple Wavefield Sources from the Remotely sensed Data* ", IEEE México Section Intern. Second International Workshop on *Random Fields Modeling and processing in Inhomogeneous Media*, Guanajuato, Mexico, Nov. 2002, Proc. VolRFMPIM2002, pp. 26-28, 2002.

2. Yuriy V. Shkvarko, José Luis Leyva Montiel, and J. Acosta-Salas, "*Signal Processing for Enhanced Remote Sensing Imagery: Aggregated Regularization Technique*", Proceedings of the IEEE International Conference on Devices, Circuits, and Systems, Veracruz Mexico, Junio 2003.

3. Yuriy V. Shkvarko, José Luis Leyva-Montiel, and Joaquín Acosta-Salas, "*Modeling and Simulation of the Fused Bayesian-Regularization Method for Remote Sensing Imagery with Synthetic Aperture Arrays*" (para ser publicado)

CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

Unidad Guadalajara

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: DISEÑO E INVESTIGACIÓN DE ALGORITMOS PARA EL DESARROLLO Y LA SIMULACIÓN DE FILTROS REGULARIZADOS PARA PROCESAMIENTO INTELIGENTE DE SEÑALES ORIENTADO A LOS SISTEMAS DE PERCEPCIÓN REMOTA IMPLEMENTADOS EN MATLAB del(a) C. Joaquin Antonio ACOSTA SALAS el día 29 de Agosto de 2003

DR. YURIY SHKVARKO
INVESTIGADOR 3C
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JOSE LUIS LEYVA MONTIEL
INVESTIGADOR CINVESTAV 3B
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. DENI LIBRADO TORRES ROMÁN
PROFESOR INVESTIGADOR 3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL
SS1T000007030