





xx(178620.1)





Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.  
Unidad Guadalajara

# **Diseño de un Amplificador de Potencia usando un Interruptor Micromecánico**



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO  
NACIONAL  
COORDINACIÓN GENERAL DE  
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

Tesis que presenta:  
**José Oswaldo Cano Gómez**

para obtener el grado de:  
**Maestro en Ciencias**

en la especialidad de:  
**Ingeniería Eléctrica**

Director de Tesis  
**Dr. Federico Sandoval Ibarra**

**CINVESTAV  
IPN  
ADQUISICION  
DE LIBROS**

Guadalajara, Jalisco, Marzo de 2009.



CLASIF.: TK165.68 .C36 2009  
ADQUIS.: 551-550  
FECHA: 31-Ago-09'  
PROCED.: Don-09'  
\$ \_\_\_\_\_

ID: 16077-1001'



# **Diseño de un Amplificador de Potencia usando un Interruptor Micromecánico**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**José Oswaldo Cano Gómez**

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica

Universidad de Guadalajara 1996-2001

Becario de CONACYT, expediente no. 181771

Director de Tesis

**Dr. Federico Sandoval Ibarra**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Marzo de 2009.



# Índice

Agradecimientos	iv
Resumen	v
<b>Capítulo 1 El Amplificador Clase-E</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción,	1
1.2 Características principales de un AP,	2
1.3 Clasificación de los AP,	2
1.4 Consideraciones generales del Amplificador Clase-E,	4
1.5 Operación conceptual del Amplificador,	6
1.6 Interruptores MEMS,	7
1.6.1 Tipos de Interruptores,	8
1.7 Objetivo y Metas,	9
1.7.1 Capítulo 2. Análisis de No Idealidades,	10
1.7.2 Capítulo 3. Modelo Electromecánico del Interruptor,	10
1.7.3 Capítulo 4. Diseño de Interruptores y su Uso en un Amplificador de Potencia,	11
1.7.4 Capítulo 5. Conclusiones,	11
1.8 Referencias,	12
<b>Capítulo 2 Análisis de no Idealidades</b>	<b>13</b>
2.1 Introducción,	13
2.2 Descripción Analítica del Circuito,	15
2.2.1 Formas de onda para la Corriente y el Voltaje en el Interruptor,	16
2.2.2 Elementos de Red,	17
2.2.3 Niveles máximos de Voltaje y Corriente en el Interruptor	18



2.3 Diseño del Amplificador,	18
2.4 El Transistor MOS y su uso como Interruptor,	20
2.4.1 Diseño del Amplificador:	
Efecto de la Capacitancia no Lineal,	23
2.4.2 Consideraciones Adicionales	
del transistor MOS como Conmutador,	26
2.5 Conclusiones,	27
2.6 Referencias,	27
<b>Capítulo 3 Modelo Electromecánico del Interruptor</b>	<b>29</b>
3.1 Introducción,	29
3.1.1 Actuación Electroestática	
en un dispositivo de placas paralelas,	31
3.1.2 Masa de la viga,	32
3.1.3 Constantes de Elasticidad,	32
3.1.4 Factor de Amortiguamiento	
y efecto de los huecos en la viga,	34
3.2 Modelo del Interruptor: Análisis Dinámico,	35
3.2.1 Modelo Eléctrico equivalente	
del Interruptor Micromaquinado,	36
3.2.2 Consideraciones adicionales	
sobre el modelado eléctrico,	40
3.3 Conclusiones,	41
3.4 Referencias,	42
<b>Capítulo 4 Diseño de Interruptores y su uso en un</b>	
<b>Amplificador de Potencia</b>	<b>45</b>
4.1 Introducción,	45
4.2 Diseño electromecánico de Interruptores,	46
4.3 Micromaquinado de Interruptores,	49
4.3.1 Estructuras en Voladillo	
y Vigas fijas en ambos extremos,	50
4.3.2 Dinámica de Estructuras en Voladillo,	51
4.3.3 Dinámica de Estructuras	
fijas en ambos extremos,	56
4.3.4 Estructuras fijas en ambos extremos:	
respuesta al escalón,	57
4.3.5 Estructuras fijas tipo <i>folded-flexure</i> :	
respuesta al escalón,	62
4.4 Integración del Modelo Electromecánico	
en el Amplificador Clase-E,	67
4.4.1 Método Experimental,	68
4.5 Mecanismos de falla en la operación de	
Interruptores Micro-maquinados,	72
4.6 Conclusiones,	75
4.7 Referencias,	77



<b>Capítulo 5 Conclusiones</b>	<b>79</b>
<b>Apéndice A Nomenclatura</b>	<b>83</b>
A.1 Referencias,	85
<b>Apéndice B Ecuaciones de Diseño para el Amp. Clase-E</b>	<b>87</b>
B.1 Introducción,	87
B.2 Análisis del circuito,	88
B.2.1 Derivación de las formas de onda para la corriente y el voltaje en el Interruptor,	88
B.2.2 Cálculo de los valores de la red de carga: choque de radiofrecuencias y capacitancia en paralelo,	91
B.2.3 Determinación de los voltajes y corrientes máximos en el conmutador,	95
B.3 Referencias,	95
<b>Apéndice C Fuerza Electrostatica en un Capacitor</b>	<b>97</b>
C.1 Introducción,	97
C.2 Análisis del Sistema de placas paralelas,	97
C.3 Referencias,	99
<b>Apéndice D Respuesta al Impulso, Natural y Forzada de un Interruptor MEM</b>	<b>101</b>
D.1 Introducción,	101
D.2 Respuesta al Impulso,	101
D.3 Respuesta Natural y Forzada,	105
D.4 Referencias,	109
<b>Apéndice E Constantes de Elasticidad</b>	<b>110</b>
E.1 Condiciones de Frontera,	110
E.2 Constante de elasticidad para voladillos,	113
E.3 Constante de elasticidad para vigas fijas,	113
E.4 Referencias,	115



# Agradecimientos

**L**A CONCLUSIÓN del presente trabajo de investigación ha sido el fruto del esfuerzo, dedicación y apoyo de varias personas que tanto de manera directa como indirecta han contribuido para su realización.

Primeramente quisiera agradecer al Cinvestav - Unidad Guadalajara por su enorme apoyo, principalmente debido a la oportunidad de cursar el programa de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Eléctrica así como a la enorme oportunidad de permitirme programar el examen de grado de manera extemporánea.

Al CONACYT por haberme otorgado la beca sin la cual hubiera sido prácticamente imposible dedicar el tiempo necesario para completar mis estudios de Maestría.

A mi asesor de tesis, el Dr. Federico Sandoval Ibarra por su continuo apoyo, revisión exhaustiva y valiosas sugerencias para la realización y conclusión del presente trabajo.

A mis padres Cornelio Cano y Blanca Isabel Gómez, cuyo apoyo perenne fue crucial en la decisión de continuar mis estudios de posgrado

De manera especial a mi esposa Paulina Nava por su enorme apoyo, cariño y amor sin los cuales no hubiera podido continuar ni finalizar lo que fué la primera versión completa del presente documento.

Al grupo de MEMS del Cinvestav Unidad Guadalajara liderado por el Dr. Antonio Ramírez Treviño por haberme permitido incluir algunos diseños de prueba en una de sus corridas, y al Dr. Raúl Campos por el apoyo para realizar la verificación en algunos de los mismos, y por su valiosa ayuda en el setup de la estación de pruebas para dichos fines.

Al M.en C. Humberto Godínez por la valiosa sugerencia de integrar un modelo de 2do. orden en MATLAB mediante ecuaciones de estados para poder hacer una estimación inicial del modelo electromecánico de las diversas configuraciones de interruptores.

A mis amigos y compañeros de maestría Miguel Ángel Dávalos, Edgar Vargas, Andrés Herrera, Zamyra Abud, José Manuel Glez, Juan Manuel García y Jorge Benítez, por haber hecho de mi estancia en el Cinvestav una grata experiencia de amistad y trabajo.



# Abstract

**P**OWER AMPLIFIERS are devices that are conventionally used as key elements on transmitter communication devices and other power transmission circuits.

However most of the problems related with the power amplifier design are among others, the capability of handling considerable high power levels, maintain linear amplification, operation at low voltage and high efficiency. However, most of these requirements put together are still difficult to meet.

One of the main objectives of this work is the contribution and proposal design of a Class-E switching mode power amplifier based on an “ideal switching device” designed with Micromachining technologies (MEMS); since these circuits usually operates with MOS transistors as switching devices.

Furthermore, through the development and the implementation of an electrical equivalent or behavioral model of the switch in SPICE, some of the mechanical key design parameters of the MEMS switch are identified, most of them dependent on parameters such as design geometries, and material properties associated to the implementation technology. Also from the fabrication of prototypes based on PolyMUMPS technology, we are intending to explain and predict switching dynamics through simulation results for the expected responses including MEMS switches designed on a single-ended class-E power amplifier circuit, and perform trade-offs between power handling and additional considerations on the reliability of the designed devices are included as well.



# Resumen

**L**OS Amplificadores de Potencia son dispositivos que convencionalmente se emplean como parte fundamental de los circuitos transmisores en sistemas de comunicaciones y otros sistemas de transmisión de Potencia.

Sin embargo algunos de los problemas asociados con el diseño de los amplificadores es precisamente el manejo de considerables niveles de potencia; aplicaciones lineales en la amplificación, operaciones en bajo voltaje y sobre todo alta eficiencia, las cuales en su conjunto son requerimientos que aún se mantienen como problemas difíciles de resolver.

El presente trabajo tiene como objetivo contribuir con una propuesta de diseño basada en tecnologías relativamente emergentes de Micromaquinado, mediante las cuales se emplea un interruptor con un desempeño cercano al “ideal” como elemento de conmutación en un amplificador de potencia clase-E los cuales comúnmente emplean dispositivos activos (Transistores MOS) en su operación.

Además mediante el desarrollo e implementación de un modelo eléctrico equivalente o comportamental del interruptor en SPICE se identifican parámetros clave en el diseño de dichos elementos, los cuales normalmente son dependientes tanto de las geometrías empleadas como del tipo de materiales asociados a la tecnología a implementarse.

A partir de dicho modelo y de la fabricación de algunos prototipos en tecnología PolyMUMPS se intenta explicar y predecir la dinámica del interruptor así como algunos



resultados simulados de la respuesta esperada al realizar la integración final en un circuito amplificador de potencia Clase-E “single-ended” así como el análisis de los compromisos en el manejo de potencia y consideraciones adicionales sobre la confiabilidad de dichos dispositivos.

Finalmente se incluyen algunos análisis adicionales sobre el amplificador de potencia Clase-E de etapa simple (*single-ended*) y algunos elementos clave para el análisis tanto estático como dinámico de un Interruptor Micromaquinado.



# Capítulo 1

## El Amplificador de Potencia Clase-E

Uno de los elementos básicos para el diseño e implementación de circuitos transmisores, especialmente de alta frecuencia son los circuitos amplificadores de potencia, sin embargo los principales retos que presenta el diseño de este tipo de circuitos son tanto la dificultad para modelar el dispositivo activo dadas las no idealidades que estos presentan así como su comportamiento no lineal en ciertos modos de operación, por lo que el manejo de potencia puede ser distribuida tanto en el circuito transmisor como en la carga, limitando finalmente la eficiencia en la transmisión de la señal así como aumentando el consumo de baterías en los dispositivos móviles, el presente capítulo cubre los conceptos básicos de éste tipo de circuitos, su clasificación, así como, la operación de los que han sido designados como “clase-E”.

### 1.1 Introducción

**U**N AMPLIFICADOR es un dispositivo o circuito que produce ganancia, así entonces, un *amplificador de potencia* (AP) es un tipo de amplificador que produce ganancia en voltaje y en corriente. Los amplificadores de potencia son utilizados en las etapas finales de los transmisores de radio y/o radares para incrementar el nivel de potencia radiado. Algunos niveles de potencia típicos pueden estar en el orden de 100-500mW para sistemas de comunicaciones móviles de voz y datos, o en el rango de 1-100W para sistemas de radar o sistemas de radio de punto fijo [1]. Algunos parámetros importantes para los amplificadores de potencia son la eficiencia, ganancia, disipación de energía, productos de intermodulación, linealidad en la amplificación y efectos térmicos, entre otros. Los transistores en etapas simples pueden proveer potencias de salida de 10 a 100W a frecuencias de UHF, mientras que dispositivos a altas frecuencias están generalmente limitados a potencias de salida menores a 1W [1]. Al utilizar transistores en amplificadores de pequeña señal, en donde la potencia de la señal de entrada es muy pequeña, se puede asumir que el transistor opera como un dispositivo lineal. Sin embargo, para potencias mayores (alrededor de 1dB de punto de compresión), los transistores no se



comportan linealmente. En este caso las impedancias vistas a la entrada y salida del transistor dependerán del nivel de potencia de entrada, por lo que se complica el diseño de los amplificadores de potencia.

## 1.2 Características Principales de un AP

Los amplificadores son usualmente el principal consumidor de potencia, o potencia en DC en muchos dispositivos inalámbricos portátiles, de tal manera que la eficiencia es un parámetro de diseño. Una medida de la eficiencia en el amplificador es la denominada eficiencia en el drenaje del transistor, la cual es la relación entre la potencia de RF de salida entregada a la carga (usualmente en el primer armónico) a la potencia en DC consumida, es decir  $\eta = P_{out}/P_{DC}$ . Un inconveniente de esta definición es que ésta no contempla la potencia de entrada del amplificador. Dado que muchos amplificadores de potencia tienen relativamente bajas ganancias, la eficiencia en la ecuación descrita tiende a sobre-estimar la eficiencia actual, una mejor medida que incluye el efecto de la potencia de entrada es la eficiencia en potencia añadida (PAE, por sus siglas en inglés, *power added efficiency*), la cual es la relación entre la diferencia de la potencia en RF de salida y la potencia de entrada a la potencia en DC consumida. Es decir  $\eta_{PAE} = (P_{out} - P_{in})/P_{DC}$ . Este parámetro da una mejor aproximación del desempeño del amplificador cuando la ganancia es alta [2].

Por ejemplo, amplificadores a transistor en la banda de telefonía celular de los 800-900MHz tienen una PAE en el orden del 80%, sin embargo, la ocurrencia simultánea de potencia y eficiencia máximas no siempre se da al mismo tiempo para una misma impedancia de carga [1]. Los AP son diseñados usualmente para proveer la mejor eficiencia, aunque esto signifique que la ganancia resultante sea menor que la máxima posible.

De manera adicional, no linealidades en el circuito pueden derivar en la generación de frecuencias espurias y distorsión por intermodulación. Esto puede ser una cuestión seria en transmisores inalámbricos. En el presente trabajo el desarrollo está centrado en el amplificador de potencia clase-E, que utiliza al transistor como interruptor para "bombear" la señal a un circuito tanque resonante, y el cual puede alcanzar una alta eficiencia [2].

## 1.3 Clasificación de los AP

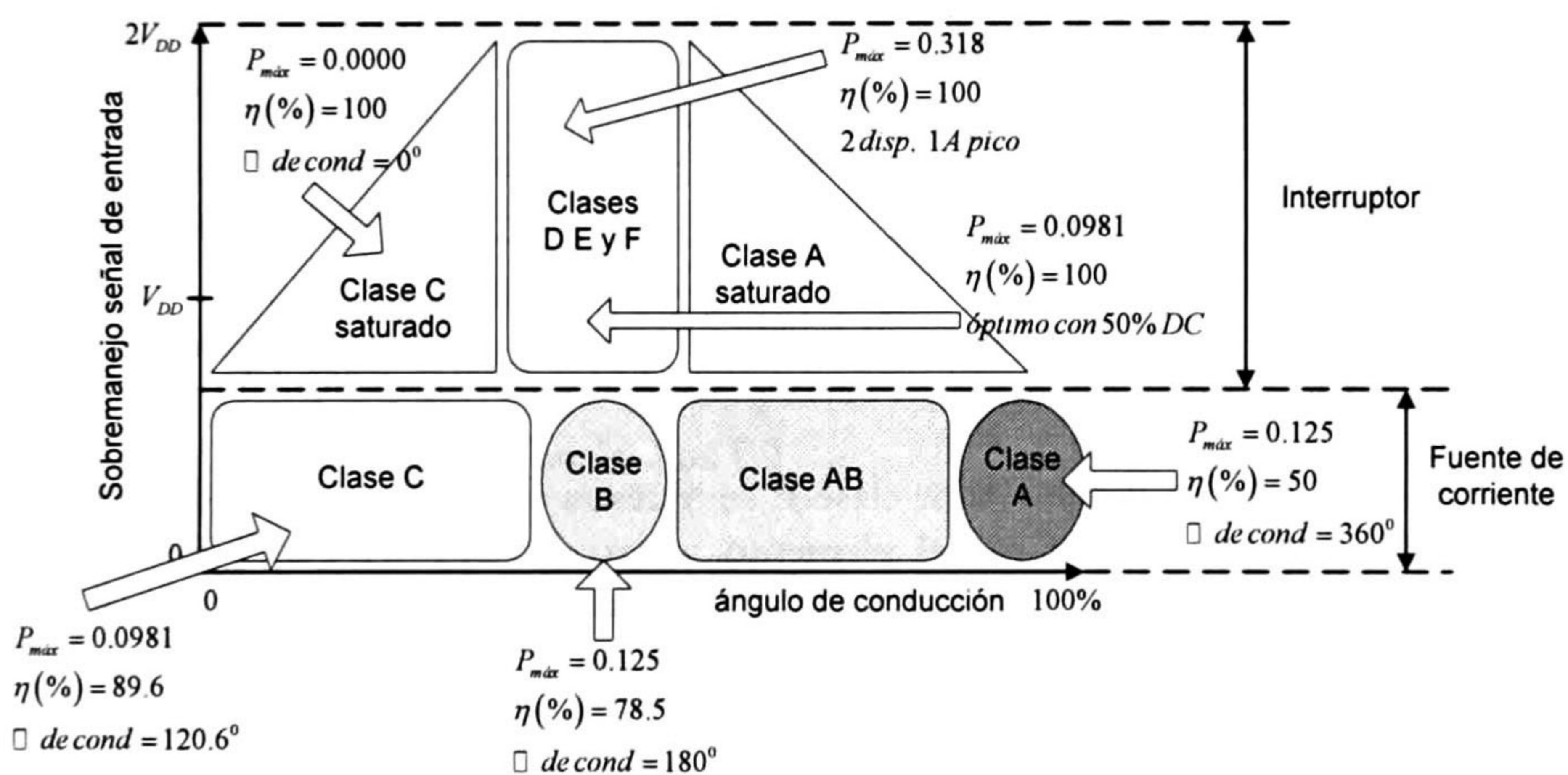
Tradicionalmente los amplificadores han sido clasificados mediante diferentes letras, tales como los clase A, B, AB, C, D, E y F entre otros [3]. Dicha clasificación depende principalmente del modo de operación del dispositivo activo que puede utilizarse como fuente de corriente (normalmente transistores MOS cuyo punto de operación es dependiente de su polarización) o en modo conmutado; así como de la red de acoplamiento entre el dispositivo activo y la carga, la cual genera las formas de onda de voltaje y corriente vistas en la terminal de salida del dispositivo (drenador) así como su ángulo de conducción (del cual depende su eficiencia). Así entonces, la elección para la clase de operación del AP está determinada por ambos modos de operación así como de otras consideraciones en los estándares de comunicación inalámbricos [3].

El principio básico de operación de un amplificador de potencia está determinado por el ángulo de conducción en su dispositivo activo; así entonces, un amplificador clase A, por ejemplo, utiliza un dispositivo activo en modo corriente para un ciclo completo de la señal de entrada, mientras un clase B trabajará en uno de sus dos dispositivos activos



(configuración *push-pull*) amplificando solo durante la parte positiva o semi-ciclo de la señal, mientras que el otro dispositivo amplificará solo durante la parte negativa del ciclo. De manera análoga trabajan los amplificadores clase AB y C. Por otro lado, los amplificadores de potencia clase D, E, F, G, H y S comúnmente emplean los dispositivos activos trabajando de manera conmutada, es decir, como interruptores en su operación [2],[3].

Ventajas y desventajas de parámetros como la linealidad y/o eficiencia, entre otros, han sido reportados en la literatura para los varios tipos de amplificadores, muchos de los cuales presentan constantemente compromisos entre linealidad, disipación de potencia, eficiencia, etc. De las diversas categorías de amplificadores, es interés de este trabajo conocer no solo como parámetro importante la potencia que se consume en la carga, sino la eficiencia con la que la consume. El amplificador que se estudiará y se empleará en este proyecto de investigación es el amplificador de potencia clase-E que, de acuerdo a diferentes autores, se emplea principalmente en aplicaciones de altas frecuencias (RF) por sus características de conmutación, alta eficiencia, bajo consumo de potencia, buena linealidad, etc. [2], [4]. La Fig. 1.1 sintetiza de manera comparativa algunas de las características ideales de algunos amplificadores [5] como la potencia máxima disipada en el dispositivo activo (como fuente de corriente o conmutador), la eficiencia esperada y algunos comentarios adicionales sobre el ángulo de conducción del dispositivo.



**Fig. 1.1.** Descripción comparativa de los diferentes tipos de amplificadores de potencia

La pregunta obligada ahora es ¿por qué elegir el amplificador de potencia Clase-E respecto a sus contrapartes? Las respuestas se darán en las secciones siguientes pero a manera inmediata puede resumirse en lo siguiente [2], [4]-[7]:

- 1) Presenta una alta eficiencia ( $\eta \cong 100\%$ ) al minimizar I y V (por consiguiente, potencia) simultáneos en el dispositivo<sup>1</sup>, lo que lo hace útil para aplicaciones en dispositivos de comunicación móvil.
- 2) De manera adicional a sus prestaciones, el circuito se presenta en una implementación relativamente sencilla (*single ended*).

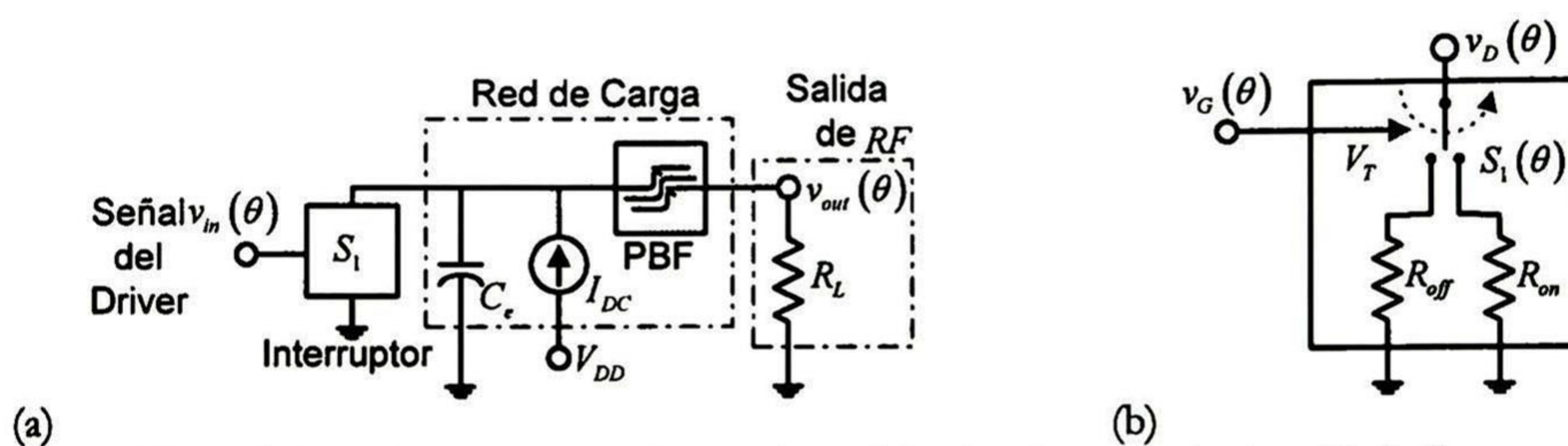
<sup>1</sup> Más adelante se verificará que en la implementación de un interruptor real el consumo de potencia será efectivamente cercano a cero, ya que el interruptor aunque necesita altos voltajes, no circula corriente a través de él lo que decreta de manera considerable el consumo de energía (en el orden de los nJ).



3) Es un amplificador en RF compatible con la tecnología CMOS (y muy posiblemente en tecnología MEMS con lo que la implementación del dispositivo que actúa como interruptor será casi ideal, por lo que se espera que  $R_{on} \rightarrow 0$  y  $R_{off} \rightarrow \infty$ ).

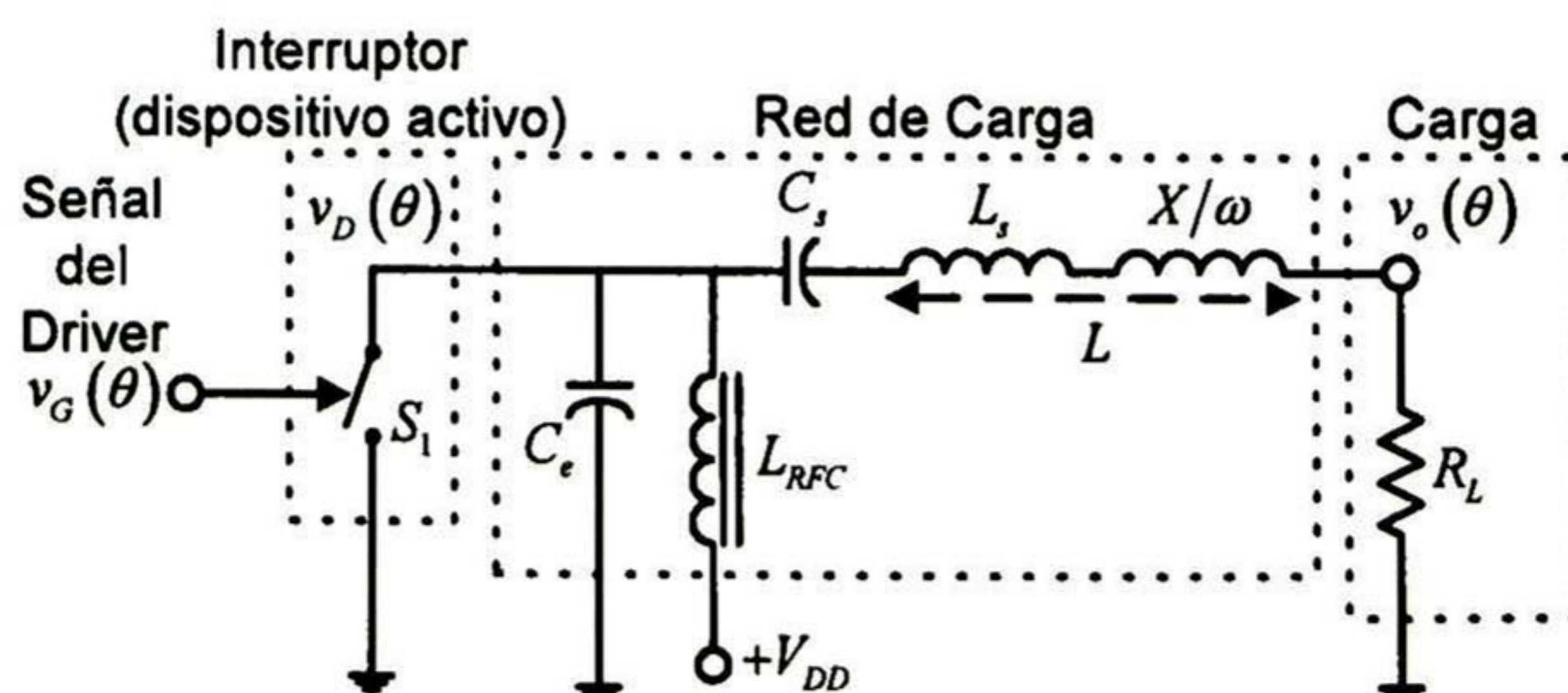
## 1.4 Consideraciones Generales del Amplificador Clase-E

La topología básica o *single ended* para un amplificador de potencia clase-E se muestra en la Fig. 1.2, donde el sistema consta de 2 etapas, la primera (Fig. 1.2a), está asociada a un transistor de potencia como interruptor y un inductor entre el dispositivo y la fuente de alimentación que se modela como una fuente de corriente ideal (dado que el inductor es un corto circuito para señales en DC, se asume también por simplicidad que el inductor no dispone de resistencia interna). La segunda etapa consta de una red de acoplamiento como filtro pasa banda (PBF) entre la salida del amplificador (drenaje) y la carga ( $R_L$ ); la Fig. 1.2b muestra el circuito eléctrico equivalente aproximado para el interruptor, el cual se modela mediante un interruptor de *1P2D* controlado por voltaje, con una resistencia de encendido en serie ( $R_{on}$ ); se puede asumir también que el modelo incluye un voltaje de encendido o umbral ( $V_T$ ).



**Fig. 1.2.** Topología conceptual para el amplificador de potencia clase-E, a) diagrama a bloques, b) circuito equivalente del interruptor.

El circuito típico para un amplificador clase-E se muestra en la Fig. 1.3, donde se muestra la red en detalle, la cual consta del elemento activo (transistor) que funciona como interruptor, un inductor entre el interruptor y la fuente de alimentación, un capacitor en paralelo al interruptor, y un circuito serie *RLC*, siendo  $R_L$  la carga del sistema,  $C_e$  y  $L = L_s + X/\omega$  el circuito resonante; configurando estos tres últimos elementos un filtro pasa-banda pasivo para controlar la frecuencia de operación y el contenido armónico a la salida [1].



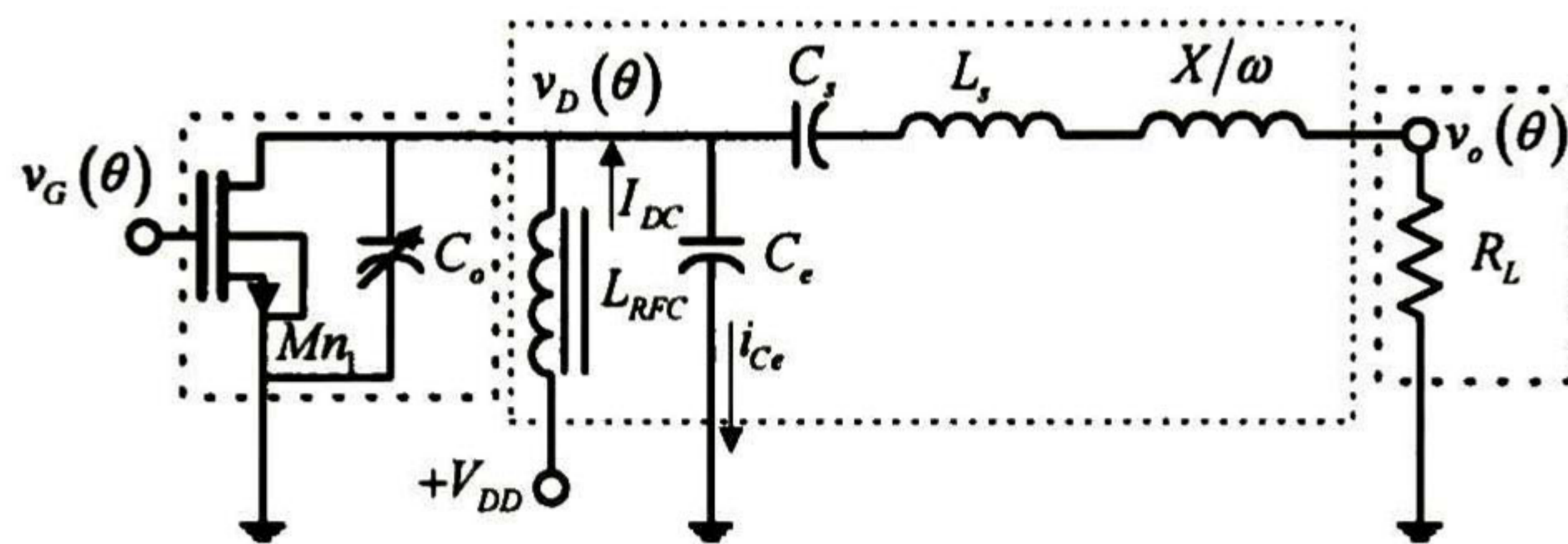
**Fig. 1.3.** Circuito básico (*single ended*) en el que se muestran todos los elementos del amplificador clase-E, el interruptor se asume ideal.

Se sabe que es difícil realizar la aproximación de un elemento activo como interruptor ideal; inclusive, está reportado que aunque estos dispositivos de conmutación normalmente son diodos PIN o interruptores MOSFET, presentan elementos parásitos al



trabajar en condiciones de altas frecuencias [1], [6], así que, por ejemplo en el circuito de la Fig. 1.4 la capacitancia de salida del transistor puede ser incorporada como un elemento adicional en paralelo. En la misma figura se muestra el exceso de reactancia inductiva, la cual provee el ángulo de fase y acomplamiento en la carga.

Tal y como se mencionó, los principales parámetros en el desempeño de los amplificadores de potencia son el nivel de potencia de salida que puede alcanzarse, (dependiendo de la aplicación orientada), su linealidad y eficiencia; ésta última obtenida ya sea en el drenaje del transistor MOSFET  $\eta_D$  y/o la eficiencia en la potencia-agregada. (PAE) siendo ésta última una medida más práctica dado que ésta se toma en cuenta para la ganancia de potencia del amplificador. En la Tabla 1.1 se listan el rango de parámetros del desempeño disponibles en el diseño de amplificadores de potencia para sistemas portátiles [2], [3].



**Fig. 1.4.** Circuito básico (*single ended*) del amplificador de potencia clase-E usando un transistor MOS en configuración fuente común como interruptor.

Parámetro	Valor
Potencia de salida $P_o$ [dBm]	+20 a +30
Eficiencia $\eta$ [%]	30 - 60
Voltaje de alimentación $V_{DD}$ [V]	3.8 - 80
Ganancia $A_0$ [dB]	20 - 30
Control de Potencia $M_x$ [dB]	On/off o pasos de 1dB
Factor de estabilidad $S_v$ [ ]	>1

**Tabla. 1.1.** Algunos factores a considerar en el desempeño típico de los amplificadores de potencia en RF.

Con respecto al amplificador de potencia clase-E, la eficiencia en su operación estará asociada a la conmutación del transistor que trabaja como interruptor, de tal manera que la forma de onda resultante en el voltaje de su drenaje ( $v_D(\theta)$ ) es el resultado de la suma de las contribuciones de las corrientes de DC proveniente de la fuente de alimentación ( $I_{DD}$ ) y la corriente RF de salida ( $i_o$ ) que cargan al capacitor de desacoplo (conocido también como capacitancia en paralelo o *shunt*). Varios autores resaltan el desempeño del interruptor de tal manera que en su operación óptima  $v_D(\theta)$  sea igual a cero y presente pendiente cero justo cuando el transistor se encuentra encendido. El resultado representa una eficiencia que se acerca al 100%. [4], [6].



## 1.5 Operación conceptual del Amplificador

El transistor trabaja como un interruptor controlado por el voltaje de compuerta ( $V_G$ ). La señal de entrada  $V_{in}$  conmuta el interruptor periódicamente con aproximadamente 50% de su ciclo de operación [4,6]. Mediante dicha señal de entrada cuando el conmutador está encendido (interruptor cerrado), se genera un incremento lineal en la corriente  $I_{DD}$  a través del inductor y del transistor.

En el momento en el que el interruptor se encuentra apagado (interruptor abierto), la corriente fluirá hacia el capacitor de acoplamiento en paralelo (*Shunt*)<sup>2</sup>  $C_e$ , generando un voltaje de subida  $V_e=V_{DS}$  a través del interruptor. La forma de onda resultante se muestra en la Fig. 1.5. Idealmente se espera que cuando hay corriente en el interruptor, no debe de estar presente una caída de tensión, o ésta debe ser despreciable; por el contrario, al estar abierto el interruptor se espera una caída de tensión entre sus terminales sin tener una corriente de valor considerable entre ellas.

En aplicaciones prácticas, la señal de entrada (proveniente del controlador o *driver*)  $V_{in}$  puede ser modulada en fase o en frecuencia, en cuyo caso la información introducida en la modulación es también desplazada en fase a la salida con una amplificación de la potencia [2]. La bobina  $L_{RFC}$  denominada choque de radio-frecuencias sirve como un filtro que bloquea las componentes de alta frecuencia que puedan llegar hasta la fuente de alimentación<sup>3</sup>, evitando de esa manera un corto entre la corriente suministrada por la fuente y la señal de *RF*.

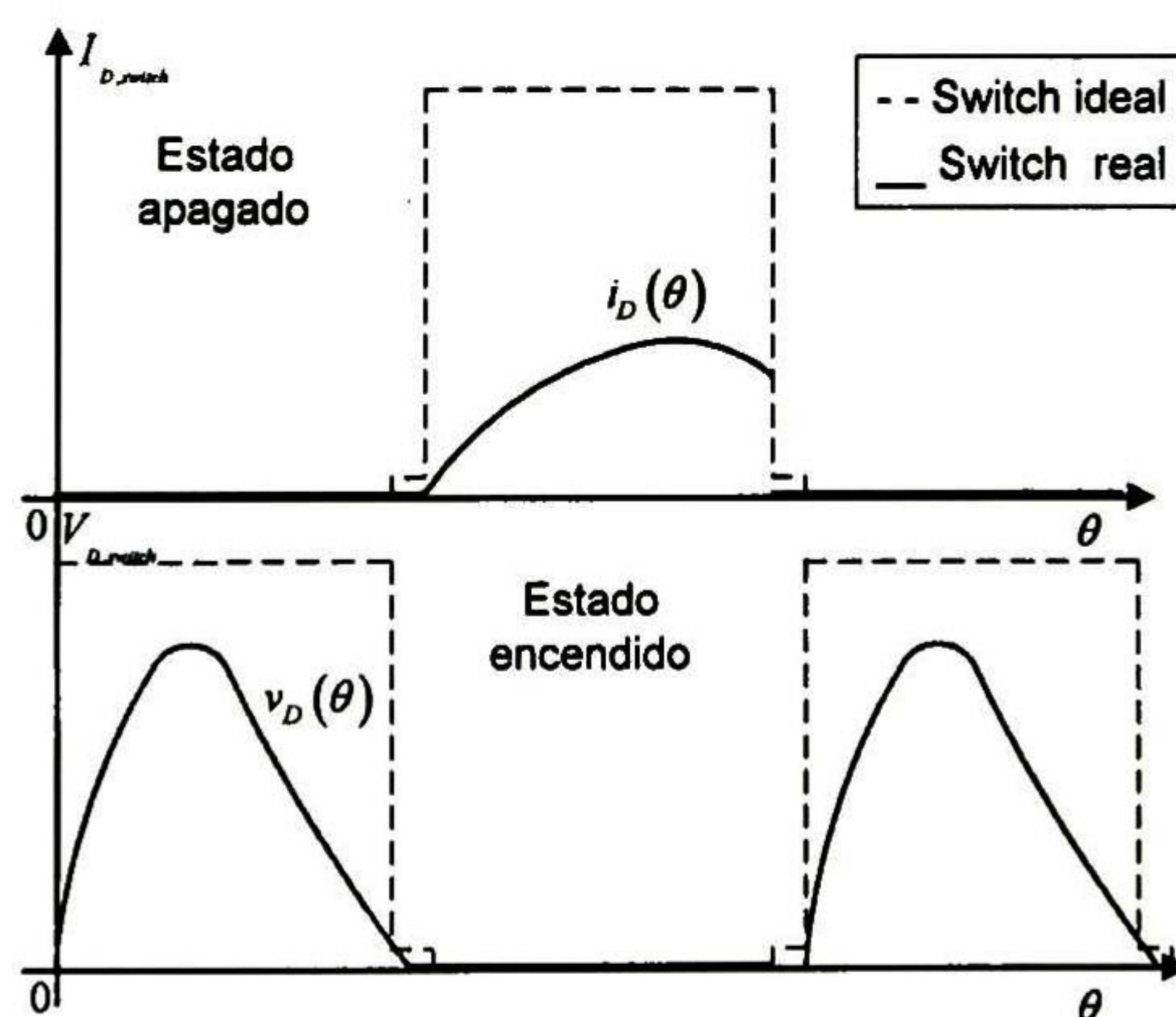


Fig. 1.5. Formas de onda idealizadas del amplificador clase-E es verificable el no solapamiento de la corriente con el voltaje, la disipación de potencia en el interruptor puede ser despreciable con lo cual  $\eta \approx 100\%$ .

La red sintonizada *RLC* (en serie con la reactancia inductiva en la red) que se encuentra conectada desde la terminal de drenaje en el transistor funciona como un filtro pasa bandas y corrimiento de fase, y es diseñada de tal manera que en su estado estacionario  $v_{DS}$  regrese a cero con pendiente cero, inmediatamente antes que el interruptor sea encendido. El filtro pasa-banda entonces selectivamente pasa la componente fundamental

<sup>2</sup> El acoplamiento es para que la energía del interruptor sea transferida hacia la red pasa-banda, de tal manera que se presenta una trayectoria de baja impedancia para las señales de *RF*.

<sup>3</sup> Recordemos que ante la presencia de señales de alta frecuencia, una bobina almacena energía evitando cambios abruptos de corriente con lo que su impedancia tiende a ser de valor grande, dado que la frecuencia está asociada de manera directamente proporcional a su inductancia.



de  $v_{DS}$  a la carga, creando una salida senoidal que es sincronizada en frecuencia con la entrada, las formas de onda relacionadas con la operación del circuito se mostrarán más adelante.

Por consiguiente, se concluye que la operación óptima del amplificador clase-E depende del desempeño de sus elementos en su diseño y como consecuencia, obtener así una alta eficiencia en el amplificador. Sin embargo, es bien sabido que el diseñador debe tomar en cuenta efectos adicionales que afectan e influyen de manera contundente el desempeño total del amplificador [4]-[6].

## 1.6 Interruptores MEMS

Un interruptor micro-maquinado (MEMS) es un dispositivo que utiliza movimientos mecánicos para realizar un comportamiento cercano al “ideal” en el que es posible alcanzar un corto circuito ( $R_{on} \rightarrow 0$ ) o un circuito abierto ( $R_{off} \rightarrow \infty$ ). Las fuerzas requeridas para el desplazamiento mecánico pueden ser obtenidas utilizando diseños que operen de manera electrostática, magnetostática, piezoeléctrica o térmica [9]. Dado que en este trabajo se conmuta un interruptor mediante una señal de voltaje (información), la actividad se centra en el diseño de un interruptor electrostático.

Si se desea ver algunas de las ventajas de este tipo de interruptores versus los interruptores MOSFET para la aplicación descrita, éstas serían las siguientes [9], [10]:

1. *Consumo de energía cercano a cero*; se ha reportado que la actuación electrostática requiere entre 20 a 80 V pero no hay consumo de corriente, permitiendo bajas disipaciones de energía (10-100nJ por ciclo de conmutación).
2. *Muy alto aislamiento*; los interruptores se fabrican con perforaciones (huecos) en su estructura en voladizo, por lo que hay muy bajas capacitancias en estado de apagado (2-4fF) resultando en un excelente aislamiento de la señal.
3. Respecto a los *productos de intermodulación*; los interruptores son dispositivos muy lineales y, por consiguiente, resultan en bajos productos de intermodulación.

Análogamente, algunos de los mecanismos de actuación se describen brevemente como sigue:

1. *Actuación electrostática*: cargas positivas o negativas, configuradas por voltajes aplicados entre ciertos miembros de la estructura provocan fuerzas de Coulomb las cuales producen movimiento<sup>4</sup>.
2. *Piezoeléctrica*: voltajes aplicados en estructuras inducen deformaciones los cuales producen variaciones en sus dimensiones físicas, y por ende, se utilizan para realizar movimiento.
3. *Térmica*: una corriente a través de un elemento provoca su calentamiento y por consiguiente su expansión, con este cambio en sus dimensiones es posible el

---

<sup>4</sup> Mientras un número de mecanismos de actuación están todavía bajo investigación para dispositivos MEMS en aplicaciones de RF, la actuación electrostática es la más desarrollada, quizás debido al hecho de que el micromaquinado superficial es la tecnología comúnmente utilizada para producir actuadores electrostáticos, además de que es compatible con los procesos de fabricación de circuitos integrados.



movimiento de la estructura.

4. *Magnética*: fuerzas magnéticas inducidas o corrientes inducidas magnéticamente producen movimiento.
5. *Bi-metálico (aleación)*: materiales que han experimentado deformación a bajas temperaturas pueden regresar a su forma original no deformada al ser calentados. Durante este proceso el cambio en las dimensiones físicas es utilizado para generar movimiento.

Sin embargo, también los interruptores MEMS presentan desventajas con respecto a sus contrapartes MOS como son:

1. *Relativas bajas velocidades de conmutación*; ya que las velocidades típicas oscilan entre 2-40 $\mu$ s. Esto limita el rango de aplicación a bajas frecuencias.
2. Respecto al *manejo de potencia*; muchos interruptores no pueden manejar más de 20 a 50mW, ya que puede estar en juego la confiabilidad de los mismos.
3. *Control por alto voltaje*; los interruptores activados electrostáticamente requieren de 20 a 80V para operaciones confiables, y por tanto, son necesarios dispositivos como desplazadores de nivel de voltaje cuando se emplean en sistemas portátiles.
4. *Confiabilidad*; la confiabilidad de los interruptores es de alrededor de 0.1-10 billones de ciclos. Y muchos sistemas requieren de interruptores con ciclos de operación entre 20-200 billones.
5. *Encapsulamiento*; los interruptores necesitan ser encapsulados en ambientes inertes (nitrógeno, argón, etc.) y muy baja humedad, resultando en sellos herméticos, dicho encapsulamiento es costoso y las técnicas para hacerlo pueden afectar la confiabilidad del interruptor.

De la mano con el encapsulamiento está *el costo*; ya que aunque la manufactura del interruptor sea de bajo costo, el encapsulado y el circuito de alto voltaje lo eleva, por consiguiente todavía es difícil competir en ese aspecto con diodos PIN de 3V o interruptores MOSFET ya encapsulados.

Ante estas ventajas y a pesar de estos problemas el interés en el desarrollo de interruptores MEMS radica principalmente en su potencial, en pérdidas bajas por inserción, alto aislamiento y alta linealidad dado que no contienen interfaces semiconductoras, aunque todavía se están desarrollando investigaciones para alcanzar una rápida conmutación y reducir el voltaje de actuación al cual operan [9]-[11].

Las principales áreas de aplicación potencial de los interruptores MEMS son entre otras: sistemas de radar y defensa, sistemas de comunicaciones satelitales, sistemas de comunicaciones inalámbricas y sistemas de instrumentación [9]-[11].

### 1.6.1 Tipos de Interruptores

Muchos interruptores, basados en un variado número de mecanismos de actuación y topologías han sido reportados, entre esos desarrollos se incluyen el *trampolín* (o *cantilever*), *vigas* (fijas en ambos extremos), membranas, aleación de forma de memorias y múltiples-



polos/múltiples-tiros [9]

De manera adicional al tipo de mecanismo de actuación, los interruptores son clasificados de acuerdo al tipo de contacto que utilizan: los hay de contacto resistivo (o de contacto metal a metal), e interruptores acoplados capacitivamente en los cuales el “contacto” es hecho en una capa dieléctrica.

Mientras los interruptores por contacto resistivo permiten la operación bajo DC, la capacitancia de bloqueo inherente en el interruptor acoplado capacitivamente no lo hace. Por consiguiente, la frecuencia de aplicación y la operación están íntimamente relacionadas al tipo de diseño de interruptor a elegir. En la Tabla 1.2 se presenta de manera comparativa un sumario del desempeño de los interruptores MEMS vs. MOSFETs [10], [11].

Parámetro	MOSFET	MEMS
Voltaje de actuación $V_a$ [V]	3 – 5	20 - 80
Corriente $i_a$ [mA]	$\cong 0$	$\cong 0$
Consumo de potencia $P_{sw}$ [mW]	-0.5 – 0.1	0.5 – 1
Tiempo de conmutación $t_s$ [seg]	1 – 100n	1 – 300 $\mu$
Capacitancia serie $C_{up}$ [fF]	70 – 140	1 – 6
Razón de capacitancia	n/d	40 – 500
Resistencia de encendido $R_s$ [ $\Omega$ ]	4 – 6	0.5 – 2
Frecuencia de operación $f_0$ [THz]	0.5 – 2	20 – 80
Manejo de Potencia $P_{RL}$ [W]	<10	<1

**Tabla. 1.2.** Algunos aspectos comparativos entre diversos dispositivos de conmutación: MOSFET e interruptores micro-maquinados [2].

## 1.7 Objetivo y Metas

Se ha presentado un análisis cualitativo del funcionamiento de un amplificador de potencia clase-E en operación ideal así como una descripción de un dispositivo de conmutación en sustitución de un interruptor MOS. Por lo anterior, el objetivo general de este trabajo de tesis es precisamente mostrar que un amplificador de potencia en modo conmutado (Clase-E) puede ser implementado mediante elementos interruptores micro-maquinados, los cuales, entre otras ventajas como se mostrará en los capítulos siguientes operan de manera cercana a la ideal, para llegar a dicha implementación fue necesario cumplir con los siguientes objetivos:

- 1- El entendimiento tanto cualitativo como cuantitativo del funcionamiento de un circuito amplificador clase-E, principalmente en su operación ideal.
- 2- Poder resaltar las ventajas y limitaciones del empleo de los dispositivos semiconductores actuales los cuales, al ser empleados como elementos en modo conmutado, presentan no idealidades tales como efectos no lineales y la constante presencia de elementos parásitos en sus terminales, los cuales requieren de análisis complementarios para así añadir dichos efectos y reajustar las ecuaciones



asociadas al modelo del amplificador, lo cual muchas veces limita el análisis y diseño del mismo.

- 3- Evitando el manejo de dispositivos semiconductores, se busca mantener, mediante la implementación de interruptores micromaquinados (MEMS), cuyo desempeño se estima cercano al ideal (en comparación con los diodos PIN o interruptores MOS), los modelos y ecuaciones simplificados (que asumen elementos de conmutación ideales) en el diseño de un amplificador de potencia clase-E.
- 4- Entender mediante análisis electrostáticos y dinámicos el funcionamiento y modelado de dichos interruptores micromaquinados, las diferentes implementaciones que se pueden hacer mediante diferentes prototipos fabricados, así como sus principales ventajas y compromisos ante sus condiciones de operación y las posteriores pruebas que dichos sistemas requieren.
- 5- Poder integrar mediante herramientas de circuitos estándar, tales como SPICE un modelo que pueda integrar en su conjunto todos los efectos mecánicos de los interruptores así como modelar la dinámica de los mismos.
- 6- Finalmente se busca la implementación de dichos modelos de primer orden en el circuito amplificador y de ésta manera poder predecir y verificar su desempeño y eficiencia esperados.

Así entonces, la tesis está organizada de la siguiente manera:

El presente capítulo sintetiza los conceptos básicos relacionados a los tipos de amplificadores de potencia y su clasificación, centrándose el análisis particularmente en los amplificadores de potencia clase-E, su funcionamiento así como los conceptos fundamentales y modelos asociados a su operación y diseño, así como la factibilidad de su implementación mediante elementos micromaquinados que por su comportamiento pueden beneficiar el desempeño de dichos circuitos amplificadores; asimismo se ha mostrado el alcance y las expectativas esperadas de la presente investigación

### **1.7.1 Capítulo 2. Análisis de No Idealidades**

Éste capítulo se centra con más detalle en los principios de operación de este tipo de amplificadores en modo conmutado mediante la descripción analítica de los amplificadores clase-E considerando elementos ideales así como el uso de transistores MOS (elementos activos) como interruptores, sus compromisos en la modificación del modelo analítico mediante un par de diseños incluyendo ambas aproximaciones y como esto puede cambiar las consideraciones de diseño dadas las no idealidades que finalmente regirán el desempeño del circuito.

### **1.7.2 Capítulo 3. Modelo Electromecánico del Interruptor**

Se describen los detalles del modelado Electromecánico que incluyen las masas, constantes de elasticidad, coeficientes de amortiguamiento, sus mecanismos de actuación en base a estos elementos del modelo así como el análisis de la dinámica del mismo y cómo es posible mediante analogías eléctrico-mecánicas integrarlo en herramientas de



simulación de circuitos estándar como SPICE, así como las soluciones numéricas que muestran la viabilidad de ésta aproximación.

### **1.7.3 Capítulo 4. Diseño de Interruptores y su Uso en un Amplificador de Potencia**

Éste capítulo se centra en los detalles del diseño e implementación de dichos sistemas micromaquinados comenzando con un breve repaso de los procesos de fabricación estándar de micromaquinado en la industria, especialmente el micromaquinado superficial en diversas capas de polisilicio, para posteriormente centrar el diseño en aproximaciones basadas en estructuras relativamente simples de interruptores: los voladillos y los interruptores fijos en ambos extremos, así como los parámetros relacionados a su diseño, modelaje e implementación.

Además se muestran resultados de las simulaciones SPICE que estiman el comportamiento ante las condiciones de operación necesarias para su conmutación, para finalmente concluir con la inclusión de los modelos presentados en un circuito amplificador clase-E, así como un breve análisis de sus limitaciones y mecanismos de falla que se presentaron al realizar las pruebas en los prototipos experimentales.

### **1.7.4 Capítulo 5. Conclusiones**

En el capítulo 5 se comentan de forma sumaria los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación, así como los procedimientos que se siguieron hasta la implementación del amplificador mediante diseños de interruptores basados en geometrías simples dada su relativa facilidad de diseño, así como los resultados estimados mediante herramientas de simulación.

Asimismo se detalla las limitaciones presentadas para poder correlacionar de manera experimental los datos obtenidos en la simulación, así como otros mecanismos que jugaron un papel crucial en la confiabilidad de los diseños así como las ventajas de el uso de modelos comportamentales para estimaciones iniciales en este tipo de sistemas micromaquinados y cómo a pesar de las enormes ventajas en el uso de este tipo de dispositivos se visualizaron las perspectivas de cómo se pueden aplicar los resultados obtenidos para una continuación a futuro del presente trabajo de investigación.

Los apéndices al final del documento han sido añadidos para incluir detalles adicionales sobre algunos análisis: el apéndice A cubre un glosario de términos y nomenclatura utilizada a lo largo de la tesis, el apéndice B detalla el análisis y derivación de las ecuaciones asociadas al modelo ideal del amplificador clase-E, el apéndice C cubre la derivación de las fuerzas electrostáticas en un capacitor variable. El apéndice D contiene detalles en el análisis de las respuestas de un interruptor micromaquinado ante diferentes condiciones de operación; finalmente, el apéndice E detalla los modelos para las constantes de elasticidad de los prototipos diseñados.



## 1.8 Referencias

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley & Sons, Reading Ma, 2005
- [2] Frederick H. Raab, et al; "*Power Amplifiers and Transmitters for RF and Microwave*" 50th anniversary issue of the IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, March 2002.
- [3] Leon W. Couch, *Digital and Analog Communication Systems*, 5th Edition, Prentice Hall; 5th edition, 2001
- [4] N. O Sokal and A. D. Sokal, "*Class E - A New Class of High-Efficiency Tuned Single-Ended Interrupting Power Amplifiers*," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-10, pp.168-176, June 1975.
- [5] Mona M. Hella, et al; "*RF CMOS Power Amplifiers : Theory, Design and Implementation*"; Kluwer Academic Publishers , December, 2002
- [6] Suetsugu, Tadashi; Kazimierczuk, Marian K. "*Analysis and Design of Class E Amplifier With Shunt Capacitance Composed of Nonlinear and Linear Capacitances*". IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, vol. 51, No 7, July 2004.
- [7] M. Kazimierczuk, "*Effects of the Collector Current Fall Time on the Class E Tuned Power Amplifier*," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-18, pp.181-193, April 1983.
- [8] N. O Sokal, "*Class E RF Power Amplifiers*," Proceedings of the IEEE International Microwave Symposium, June 1998.
- [9] G.M. Rebeiz and J.B. Muldavin, "*RF MEMS Switches and Switch Circuits*," IEEE Microwave, vol. 2, pp. 59-71, Dec. 2001.
- [10] R.J. Richards and H. J. De los Santos, "*MEMS for RF/Microwave Wireless Applications: the Next Wave*", IEEE Microwave Journal, March 2001.
- [11] J. Wellman, "*RF MEMS Switches*" Jet Propulsion Laboratory, January, 2003



## Capítulo 2

### Análisis de no Idealidades

Si bien es cierto que el amplificador de potencia clase-E es un circuito de aceptables prestaciones, también es cierto que comprender su operación e incorporar el efecto de las diversas fuentes de error, o de no idealidades, permite contribuir al desarrollo de esta clase de circuitos con mejores prestaciones. Es por ello que es fundamental proponer un análisis que permita obtener expresiones analíticas de diseño, especialmente aquéllas que permiten generar las formas de onda adecuadas tanto en voltaje como en corriente.

#### 2.1 Introducción

**E**N LA PRÁCTICA todo interruptor presenta no idealidades y mucha es la información existente relacionada a esas fuentes de error [1]-[4]. Por ejemplo, un común denominador en el diseño de amplificadores es el uso de un transistor MOS o BJT como elemento de conmutación. En consecuencia, el uso de modelos a pequeña señal no es suficiente para modelar no idealidades, especialmente cuando en su operación en alta frecuencia los transistores incorporan efectos capacitivos, algunos de ellos no-lineales. Estos efectos son, en un alto porcentaje, responsables de la distorsión que se observa en las señales generadas y, por ello, es necesario su análisis y cuantificar su efecto en la operación del amplificador para obtener los parámetros de diseño óptimos y proceder a su implementación.

Alternativamente es posible rescatar las características ideales de un interruptor para minimizar la potencia disipada en el mismo si éste es desarrollado con técnicas de micromaquinado. Esta clase de interruptor estaría caracterizado por una resistencia de encendido de valor pequeño ( $R_{on} \rightarrow 0$ ). Cabe recordar que esa resistencia debe ser lo más baja posible para asegurar que la caída de voltaje sea mínima, así como una resistencia de apagado muy grande ( $R_{off} \rightarrow \infty$ ) para minimizar el flujo de corriente cuando el mismo está apagado es decir, que no exista voltaje y corriente a través del interruptor al mismo tiempo y por consiguiente pérdida de potencia. Además, el interruptor deberá estar caracterizado por un tiempo de transición despreciable. Por lo anterior, los modos de operación para



obtener condiciones óptimas (sin pérdidas) en el amplificador son las que se describen a continuación:

El voltaje del interruptor debe de volver a cero, es decir  $v_{DS}(\theta)=0$  justo antes de que el mismo sea encendido, dicha condición se denomina *ZVS* (del inglés *Zero Voltage Switching*).

La pendiente del voltaje del interruptor es cero es decir,  $dv_{DS}(\theta)/d\theta=0$  justo al final del estado de apagado y/o cuando el mismo es encendido<sup>5</sup>, dicha condición se denomina *ZVDS* (del inglés *Zero Voltage Derivative Switching*). Y ocurre justo cuando el interruptor está cerrado, o equivalentemente cuando el voltaje entre sus terminales es cero.

Debido al capacitor en paralelo al interruptor  $C_e$ , La subida del voltaje (mientras ocurre la caída de corriente durante la transición de apagado) a través del mismo será retardada hasta después de que el interruptor sea apagado.

Se espera que la propuesta de diseño mediante la aproximación mecánica que se presentará en los capítulos subsecuentes sea suficientemente adecuada para alcanzar el desempeño ideal del amplificador. Finalmente, la derivación de las componentes pasivas para el diseño del circuito amplificador así como sus formas de onda resultantes se harán mediante las siguientes consideraciones [4]-[6] y adicionalmente, mediante el procedimiento desarrollado en el apéndice B:

- i. El valor de la inductancia (choque de radio frecuencias)  $L_{RFC}$ , debe ser suficientemente grande para que el flujo de corriente a través de ella sea constante, lo que contribuye a la operación *ideal* del circuito.
- ii. Resistencia interna de valor cero en la inductancia  $L_{RFC}$  ( $R_{RFC} \rightarrow 0$ ) para satisfacer que la caída de voltaje en DC a través de ésta sea cero.
- iii. El factor de calidad  $Q_L$  de la red resonante de salida debe ser suficientemente alto de tal suerte que la respuesta sea una forma de onda senoidal a la frecuencia de la portadora.
- iv. La resistencia de carga incluye las resistencias parásitas del circuito resonante serie. Él mismo puede considerarse como una reactancia pura.
- v. La resistencia de encendido del interruptor ( $R_{on}$ ) debe ser lo más baja posible para asegurar que las formas de onda permanezcan sin cambios<sup>6</sup>.
- vi. El interruptor debe ser caracterizado por un tiempo de transición despreciable ( $R_{off} \rightarrow \infty$ )
- vii. El ciclo de trabajo del interruptor debe ser  $D=1/2$  o equivalentemente al 50%.

Por consiguiente, se puede concluir que la operación óptima del amplificador de potencia clase-E depende tanto del cumplimiento de las condiciones mencionadas como del

---

<sup>5</sup> Como consecuencia de esto la corriente a través del interruptor al inicio del estado de encendido es cero.

<sup>6</sup> La propuesta que se considera para el diseño está basada en una aproximación a las características ideales de comportamiento del circuito.



desempeño de sus elementos. En consecuencia, para obtener una alta eficiencia es bien sabido que el diseñador debe tomar en cuenta efectos adicionales que afectan e influyen de manera contundente el desempeño total del circuito [5]-[6].

## 2.2 Descripción Analítica del Circuito

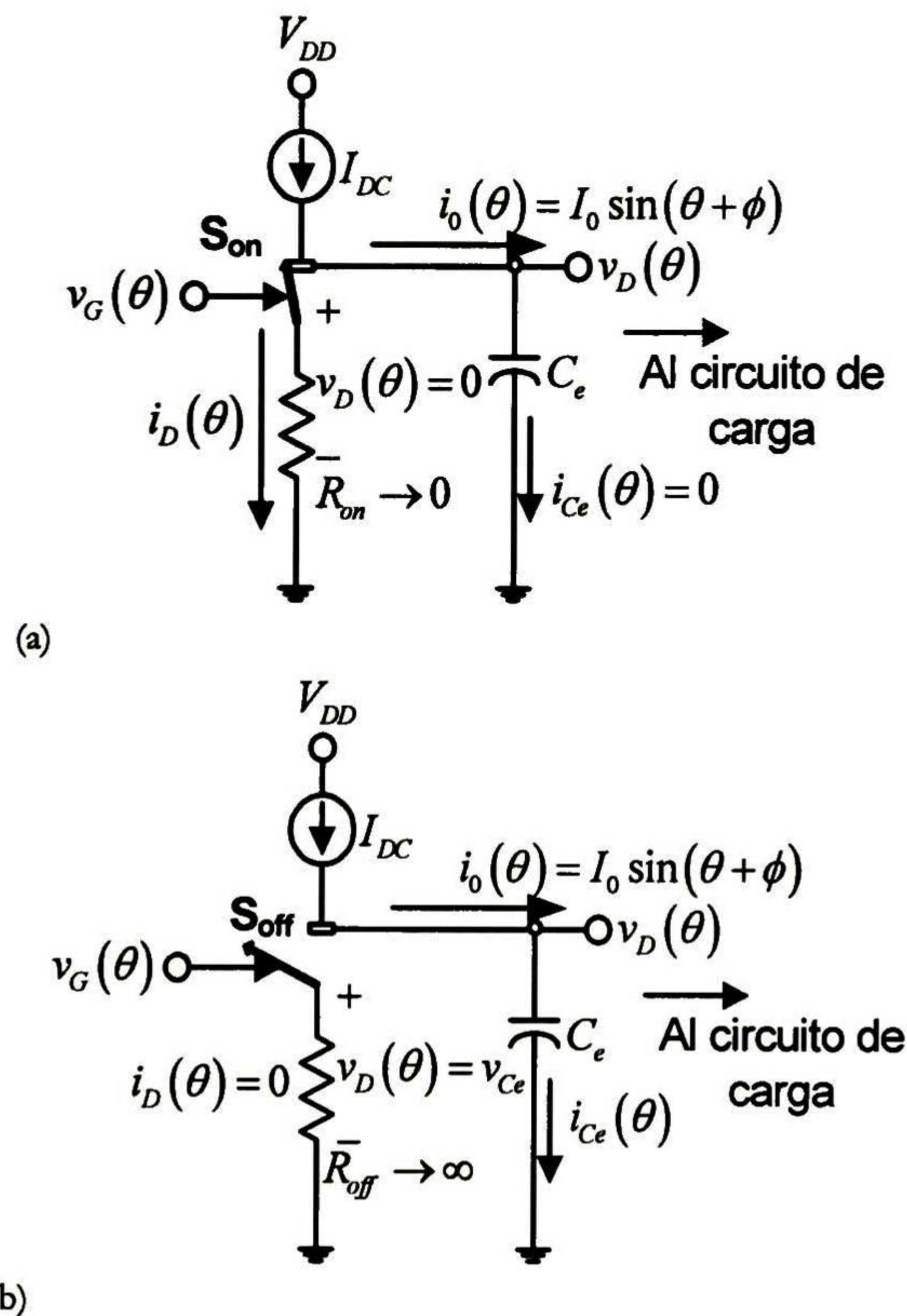
Las ecuaciones que gobiernan la operación del circuito equivalente mostrado en la Fig. 2.1 se derivan del análisis LCK aplicado en el nodo *drenador* del interruptor, por lo que

$$I_{DD} - i_o(\theta) = i_D(\theta) + i_{Ce}(\theta) \quad (2.1)$$

de acuerdo a la condición iii, el circuito resonante serie genera una corriente de salida senoidal dada por

$$i_o(\theta) = I_o \sin(\theta + \phi) \quad (2.2)$$

donde  $\theta = \omega t$ ,  $I_o$  y  $\phi$  son la amplitud y la fase inicial de la corriente de salida, respectivamente.



**Fig. 2.1.** Circuitos equivalentes para el nodo *drenador* del amplificador clase-E. a) interruptor *cerrado* (a) e interruptor *abierto* (b).



## 2.2.1 Formas de onda para la corriente y el voltaje en el interruptor

Las ecuaciones del modelo ideal del amplificador son derivadas en el apéndice B. Aquí sólo se muestran las expresiones para modelar la corriente y el voltaje presentes en la resistencia de carga del amplificador en función del ángulo de fase,  $\phi$ :

$$I_o = -\frac{4V_{DD}}{\pi R_L} \cos(\phi) = -\frac{4V_{DD}}{R_L \sqrt{\pi^2 + 4}} \quad (2.3a)$$

$$V_{R_L} = -\frac{4V_{DD} \cos(\phi)}{\pi} = -\frac{4V_{DD}}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad (2.3b)$$

Asumiendo que la forma de onda de la corriente de salida es senoidal a la frecuencia de conmutación, y aplicando las condiciones (*ZVS* y *ZVDS*) es posible obtener las formas de onda para el voltaje y para la corriente presentes en el interruptor. Pueden obtenerse para  $i_d(\theta)$  en el intervalo de  $0 < \theta \leq \pi$ ; y para  $v_d(\theta)$  en el intervalo de  $\pi < \theta \leq 2\pi$ , ambas expresiones para un ciclo de trabajo del 50% están dadas por

$$\frac{i_D(\theta)}{I_{DD}} = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \sin(\theta) - \cos(\theta) \right] \quad (2.4a)$$

$$\frac{v_D(\theta)}{V_{DD}} = 2\pi \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] \quad (2.4b)$$

donde  $V_{DD}$  es el potencial de polarización del circuito. En la Fig. 2.2 se muestra el comportamiento de (2.4), donde el interruptor trabaja con un ciclo de trabajo del 50% a la frecuencia de operación  $f_0$ . Cuando el interruptor se cierra, el voltaje es forzado a ser cero, manteniendo la carga del capacitor en paralelo  $C_e$ ; esto hace forzar la corriente a través del interruptor.

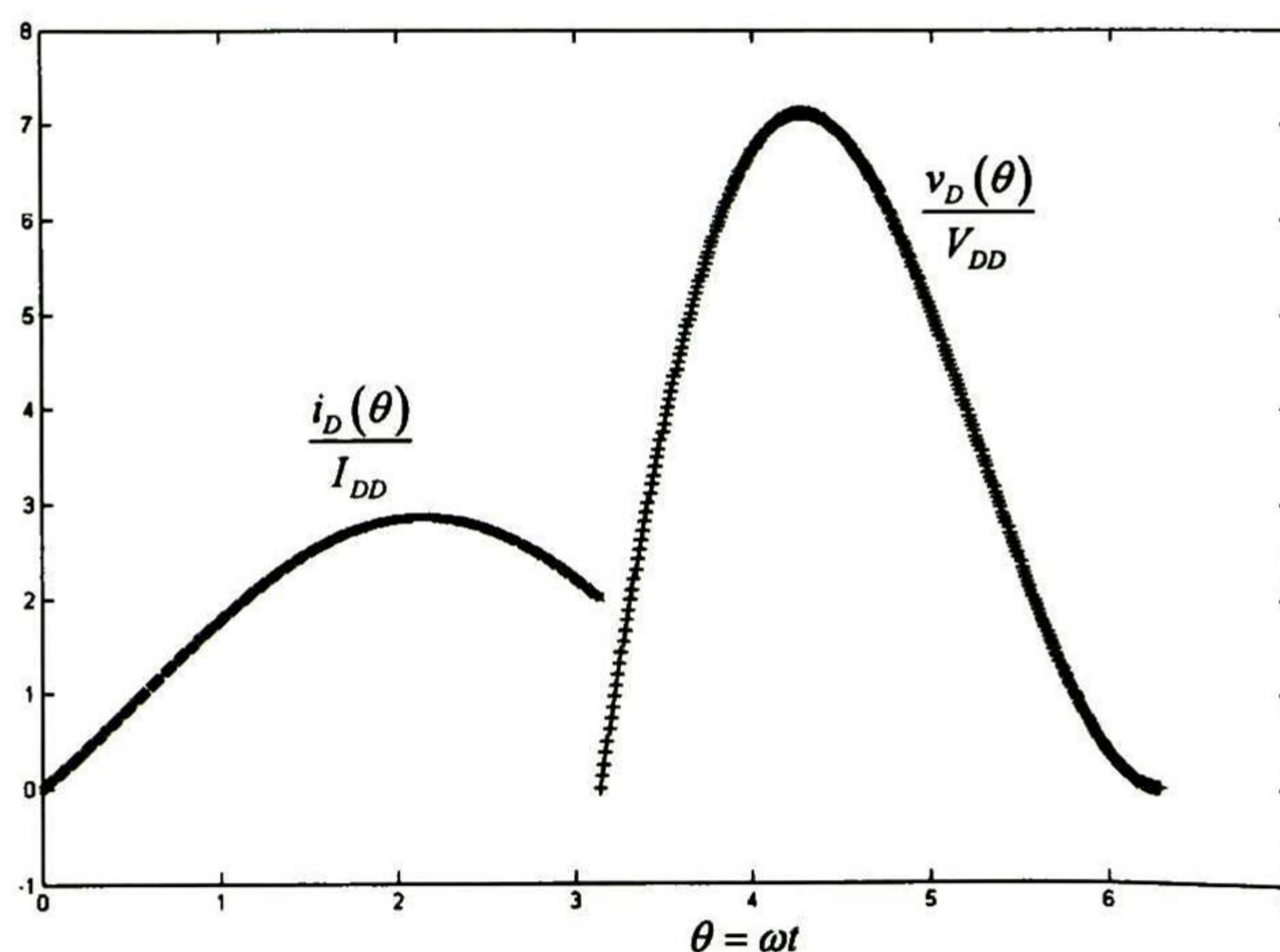


Fig. 2.2. Formas de onda para la corriente y voltaje normalizadas en el interruptor.



Cuando el interruptor es abierto, el capacitor  $C_e$  debe conducir la corriente y ésta debe ir hacia 0A al encendido del interruptor. Esto da como resultado una forma de onda con voltaje cero y pendiente cero al encendido; las condiciones de conmutación antes descritas son típicas para la operación óptima en el amplificador de potencia clase-E [1]-[3], y las formas de onda resultantes normalizadas (voltaje y corriente) se muestran en la Fig. 2.2.

### 2.2.2 Elementos de Red

Determinar el valor para cada elemento del circuito es importante porque ello ofrece un mejor desempeño en la medida que los efectos parásitos puedan considerarse despreciables, por consiguiente para obtener las formas de onda óptimas en el interruptor es necesaria la correcta elección de los elementos de la red de carga. Las relaciones entre ellos se derivan también en el apéndice B y los resultados pueden calcularse a partir de:

$$R_L = \frac{8V_{DD}^2}{P_o(\pi^2+4)} \quad (2.5a)$$

$$L_s = \frac{Q_L R_L}{\omega_0} = \frac{8V_{DD}^2 Q_L}{\omega_0 P_o(\pi^2+4)} \quad (2.5b)$$

$$\frac{X}{\omega} = \frac{\pi(\pi^2-4)}{16} R_L = \frac{\pi V_{DD}^2 (\pi^2-4)}{2\omega P_o(\pi^2+4)} \quad (2.5c)$$

$$C_s = \frac{1}{\omega_0^2 L_s} = \frac{P_o(\pi^2+4)}{8\omega_0 V_{DD}^2 Q_L} \quad (2.5d)$$

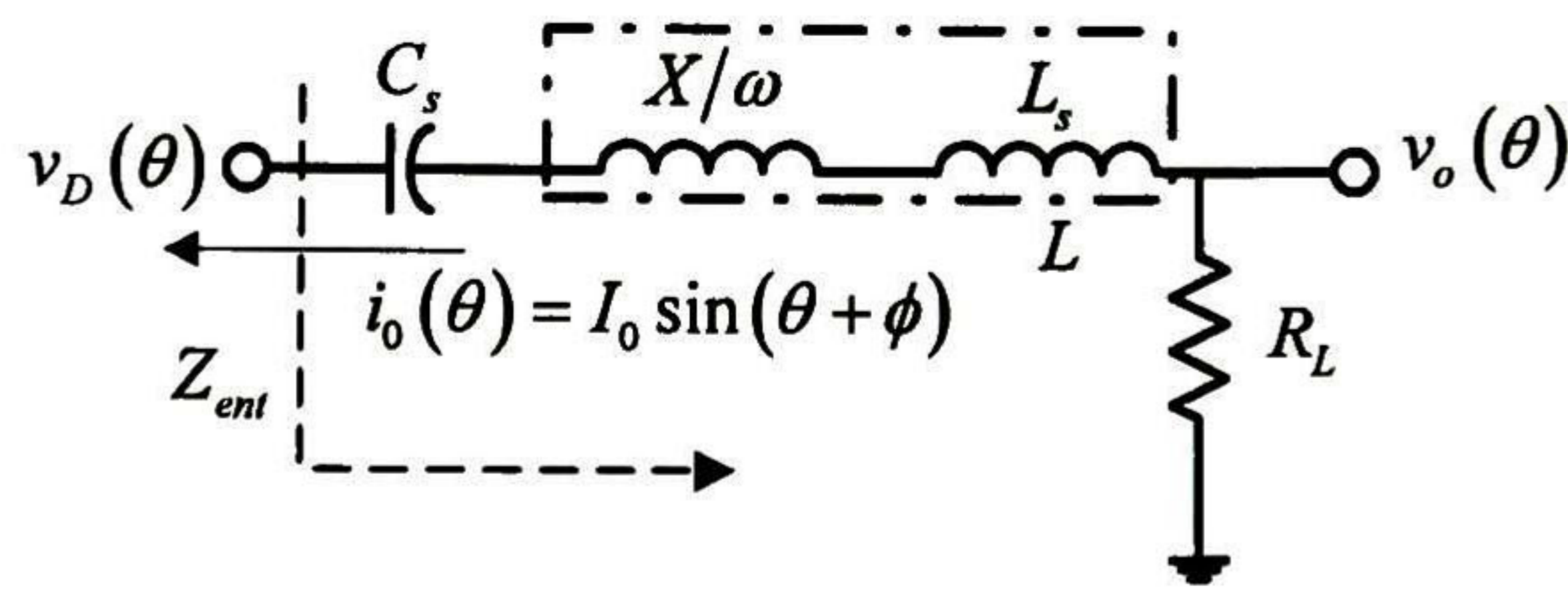
donde  $R_L$  es la resistencia de carga,  $C_s$  y  $L_s$  son los elementos serie de la red resonante (ver Fig. 2.3). La inductancia serie  $X/\omega$  (dado que la inductancia total de la red de salida es la contribución tanto de  $L_s$  como de  $X/\omega$  y/o  $L=L_s+X/\omega$ ) provee el ángulo de fase  $\varphi$  necesario para el cumplimiento de la condición  $dV(\theta)/d\theta=0$  cuando el interruptor está cerrado (en  $\theta =2\pi$ ). El resto de los elementos se determinan mediante las siguientes expresiones:

$$C_e = \frac{1}{2\pi \omega_0 V_{DD}} \frac{I_{DD}}{\omega_0 R_L \pi(\pi^2+4)} = \frac{4}{2\pi \omega_0 V_{DD}^2} \frac{P_o}{\pi(\pi^2+4)} \quad (2.6a)$$

$$L_{RFC} = 2 \left( \frac{\pi^2}{4} + 1 \right) \frac{R_L}{f_0} \approx \frac{7R_L}{f_0} \quad (2.6b)$$

donde  $f_0$  es la frecuencia de operación de la portadora y el resto de los parámetros son ya conocidos





**Fig. 2.3.** Red de carga como circuito resonante serie. Nótese que la inductancia  $L$  es un inductor serie más un exceso  $X/\omega$ , que genera un corrimiento de fase en el voltaje de salida.

### 2.2.3 Niveles Máximos de Voltaje y Corriente en el Interruptor

Una expresión para obtener la corriente máxima  $I_{DM}$  en el interruptor, la cual ocurre cuando  $i_{c_e}=0$  y la corriente de salida está a su valor mínimo, es la siguiente

$$I_{DM} = I_{DD} - I_o = \frac{4V_{DD}}{R_L \sqrt{\pi^2 + 4}} \left( \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} + 1 \right) \quad (2.7)$$

Mientras que el voltaje máximo  $V_{DM}$  en el interruptor se obtiene cuando la corriente a través de la capacitancia en paralelo o capacitancia *shunt*  $C_e$  es igual a cero (es decir  $dv_{c_e}/d\theta=0$ ), lo que ocurre al satisfacer  $\theta=2\tan^{-1}(2/\pi)$  [4], por lo tanto

$$V_{DM} = 2\pi V_{DD} \tan^{-1} \left( \frac{2}{\pi} \right) = 3.562 V_{DD} \quad (2.8)$$

## 2.3 Diseño de un Amplificador a Bajas Frecuencias

A manera de ejemplo, se considera al amplificador como parte de un sistema orientado a aplicaciones de audio. Los parámetros de entrada son los siguientes: frecuencia de operación  $f_o = 30\text{kHz}$ , voltaje de control pico  $V_G=10\text{V}$ , potencia de salida  $P_o=1\text{mW}$ , voltaje de alimentación  $V_{DD}=10\text{V}$  <sup>7</sup>, y factor de calidad de la red  $Q_L=10$  <sup>8</sup>. Luego, suponiendo que el interruptor es ideal es posible usar las ecuaciones de diseño de la sección 2.2. La Tabla 2.1 muestra los valores obtenidos para los elementos de red del amplificador.

<sup>7</sup> Como se verá posteriormente, el voltaje de operación  $V_G$ , o voltaje de control en el interruptor micromaquinado, está determinado por los parámetros de diseño. Por ello puede ser factible el uso de voltajes mayores.

<sup>8</sup> Se recomienda que el criterio para la selección del factor de calidad de la red resonante  $Q_L$  sea suficientemente alto para que la corriente  $I_o$ , a través de  $R_L$ , sea senoidal a la frecuencia de la portadora.



Parámetro de Circuito	Valor
Resistencia de carga $R_L$ [ $\Omega$ ]	57.68
Exceso de inductancia $X/\omega$ [ $\mu\text{H}$ ]	352.7
Inductancia en serie del filtro $L_s$ [mH]	3.06
Capacitancia en serie del filtro $C_s$ [nF]	10
Capacitancia en paralelo $C_e$ [nF]	16.9
Choque de radio frecuencias $L_{\text{RFC}}$ [mH]	13.5

**Tabla. 2.1.** Valores obtenidos con el modelo ideal. La potencia de salida es 1mW.

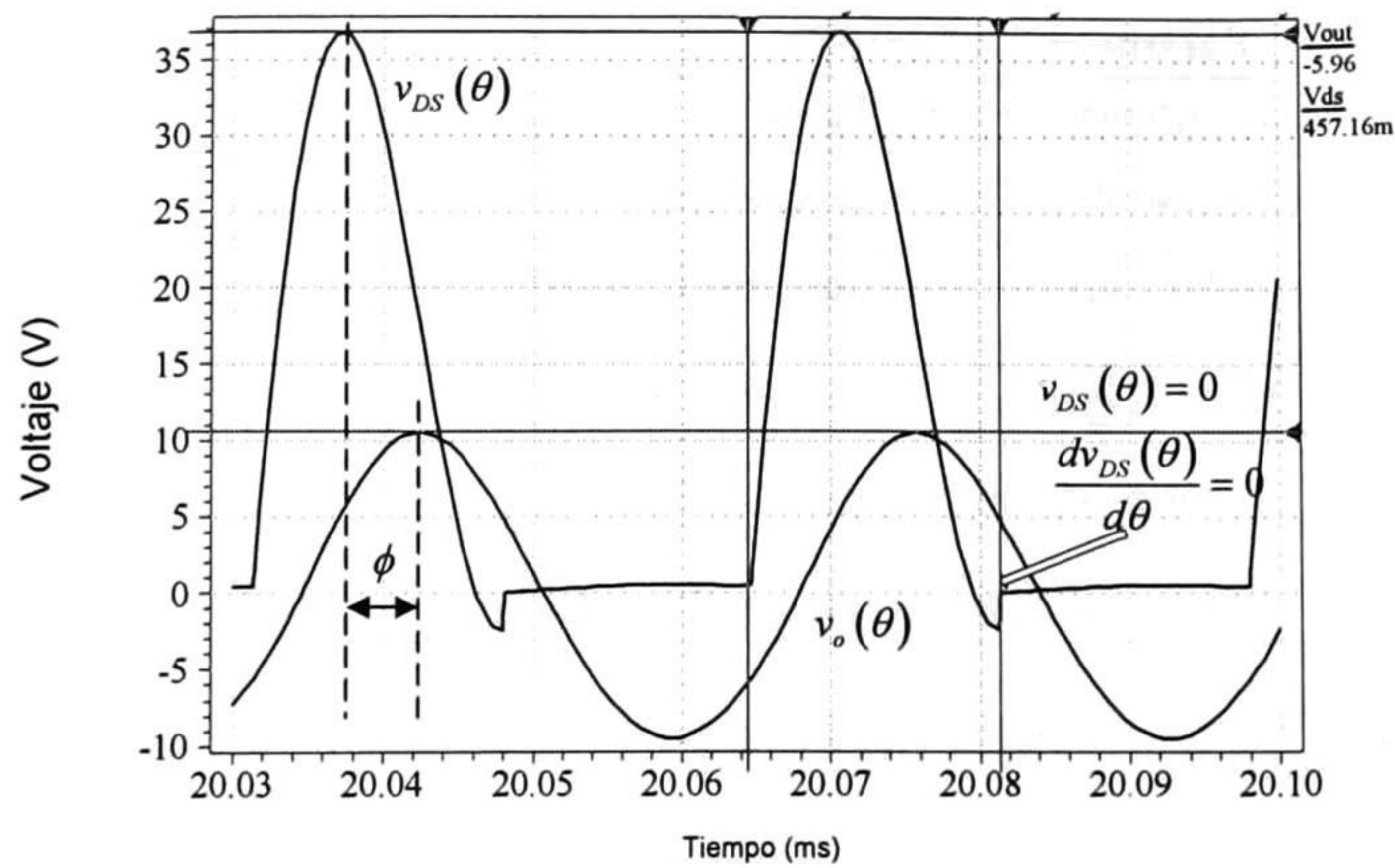
Los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas al modelo analítico se resumen en la Tabla 2.2; análogamente, las formas de onda se muestran en la Fig. 2.4. Se observa que las condiciones  $ZVS$  y  $ZVDS$  se cumplen de manera satisfactoria. Al comparar los resultados de simulación con los calculados se puede ver que el voltaje y corriente pico, en el interruptor, varían solamente en el orden de 1V y 26mA, respectivamente. Respecto al voltaje y corriente en la carga, la variación corresponde sólo en 200mV y otro tanto se puede concluir de la corriente. Por lo tanto, es evidente que el modelo ideal representa la aproximación rápida para determinar los parámetros de diseño del amplificador. Sin embargo, la influencia en la variación de los elementos pasivos y activos de la red, y cómo mejorar el desempeño del amplificador ajustando sus valores, ya ha sido reportado en la literatura [2], [5].

Resultados estimados	Valor
Corriente pico de la fuente $I_{DD}$ [mA]	100
Corriente pico en el drenador $I_{DM}$ [mA]	286
Voltaje máximo en el drenador $V_{DM}$ [V]	35.62
Corriente máxima en la carga $I_o$ [mA]	186
Voltaje máximo en la carga $V_o$ [V]	10.74

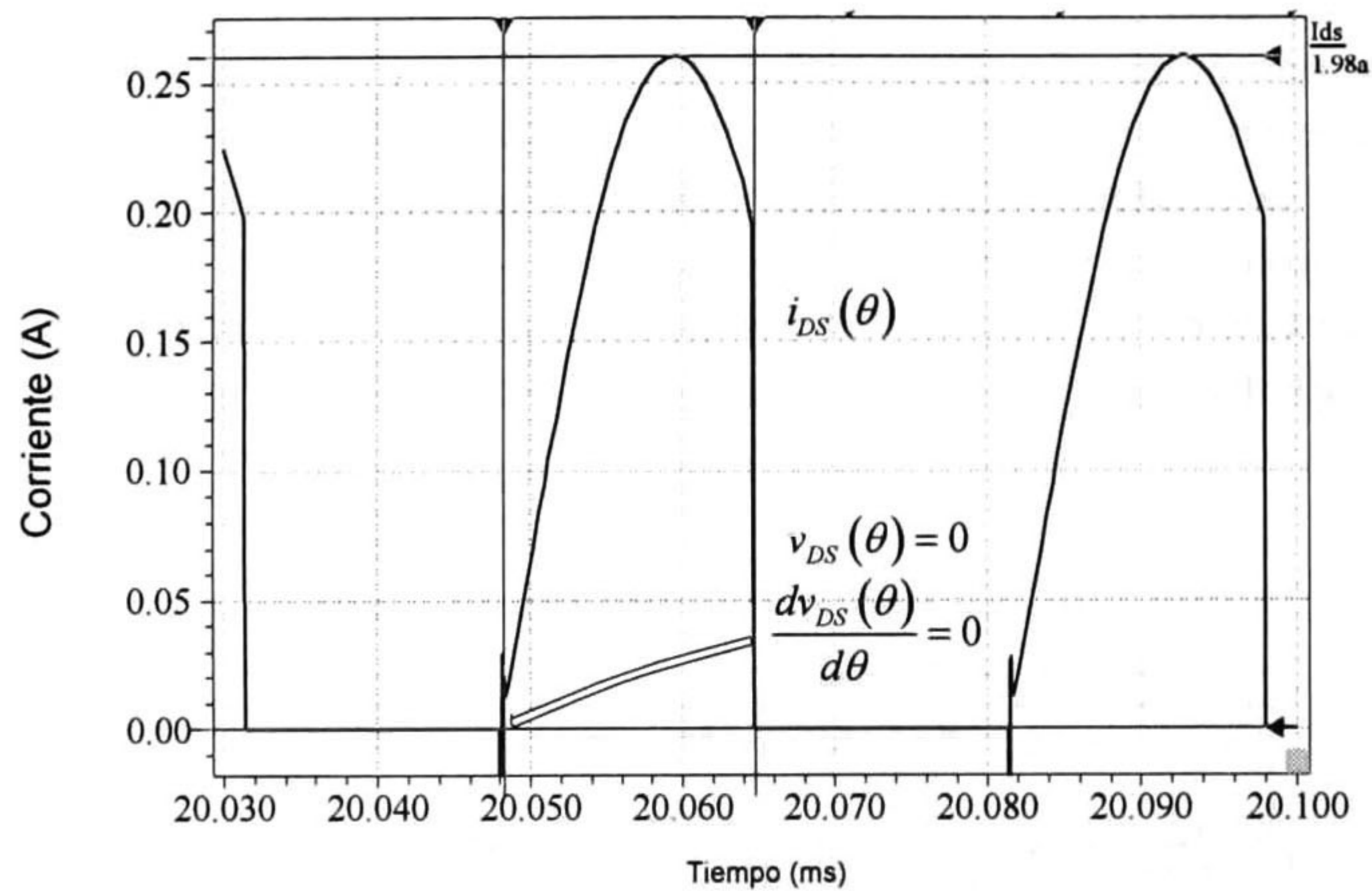
**Tabla. 2.2.** Resultados calculados utilizando las ecuaciones del modelo ideal.

Por ejemplo, en la Fig. 2.5 se muestra la forma de onda no entonada en el voltaje  $v_D(\theta)$  al emplear un interruptor real. Es evidente que, incrementando o reduciendo el valor de los elementos como se indica en la Fig. 2.5, es posible mejorar la forma de onda para cumplir con las condiciones nominales de conmutación y satisfacer, por consiguiente, la eficiencia. En consecuencia, es necesario ajustar los valores prácticamente a *prueba y error* porque no existe un criterio suficientemente adecuado que permita diseñar un amplificador de esta clase de manera rápida y eficiente. Por tanto, el elemento que suele utilizarse como interruptor en el amplificador de potencia clase-E es el transistor MOS o alternativamente un BJT. De una u otra opción de diseño ya han sido propuestos una variedad de modelos que optimizan las ecuaciones de diseño y que consideran el efecto de los elementos parásitos asociados, tanto a los elementos del circuito como a los transistores [3], [6], [7].





**Fig. 2.4.** Formas de onda en voltaje y corriente para el interruptor. Las respuestas corresponden a los estados de apagado y encendido.

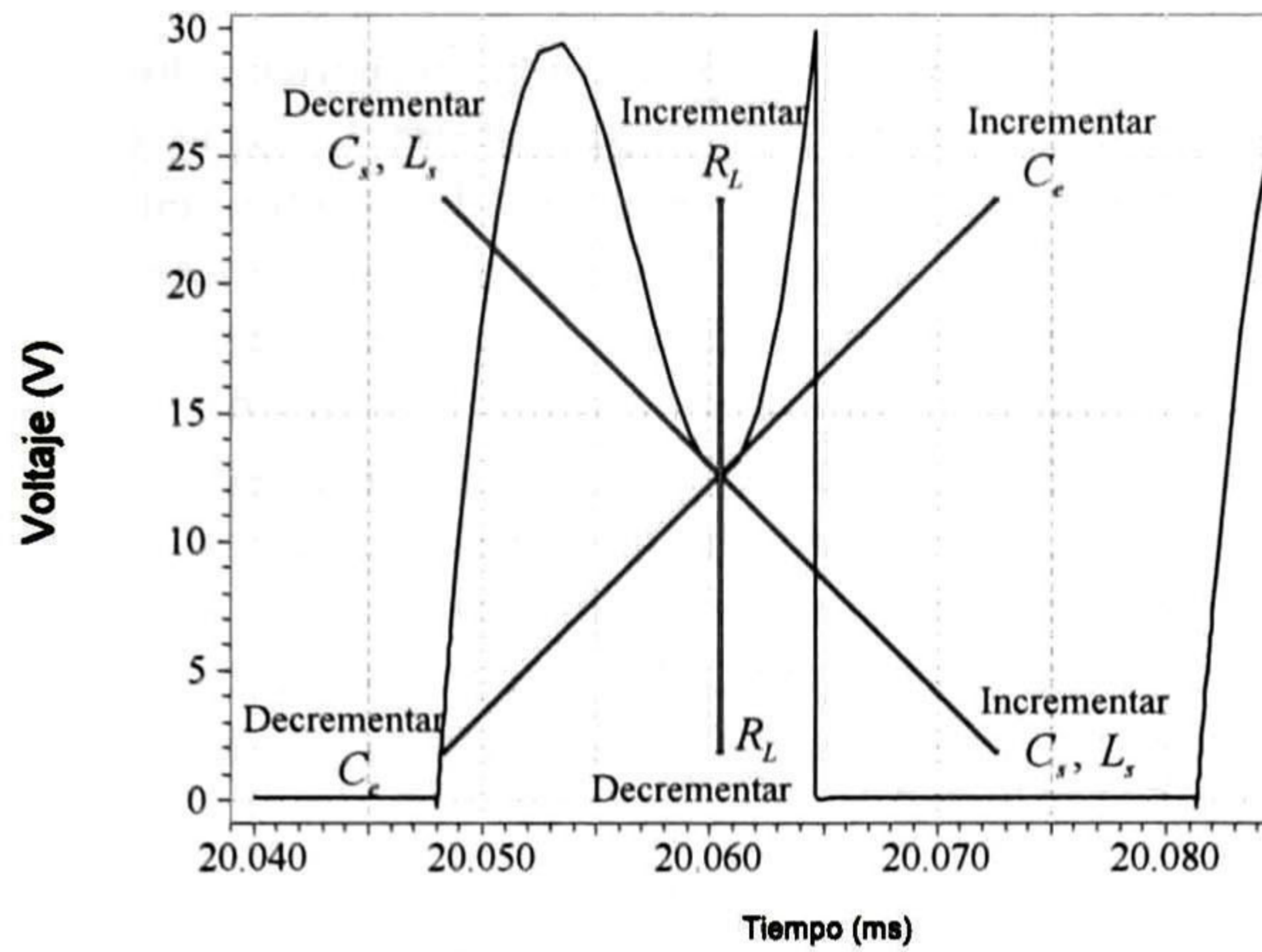


**Fig. 2.4...** continuación.

## 2.4 El Transistor MOS y su uso como Interruptor

Un MOSFET operando a altas frecuencias puede ser descrito con el modelo concentrado pi que se muestra en la Fig. 2.6. Las capacitancias  $C_{gs}$  y  $C_{gd}$  son las capacitancias asociadas con la variación de carga en la compuerta por las variaciones del voltaje de fuente y drenador respectivamente [8], [9].

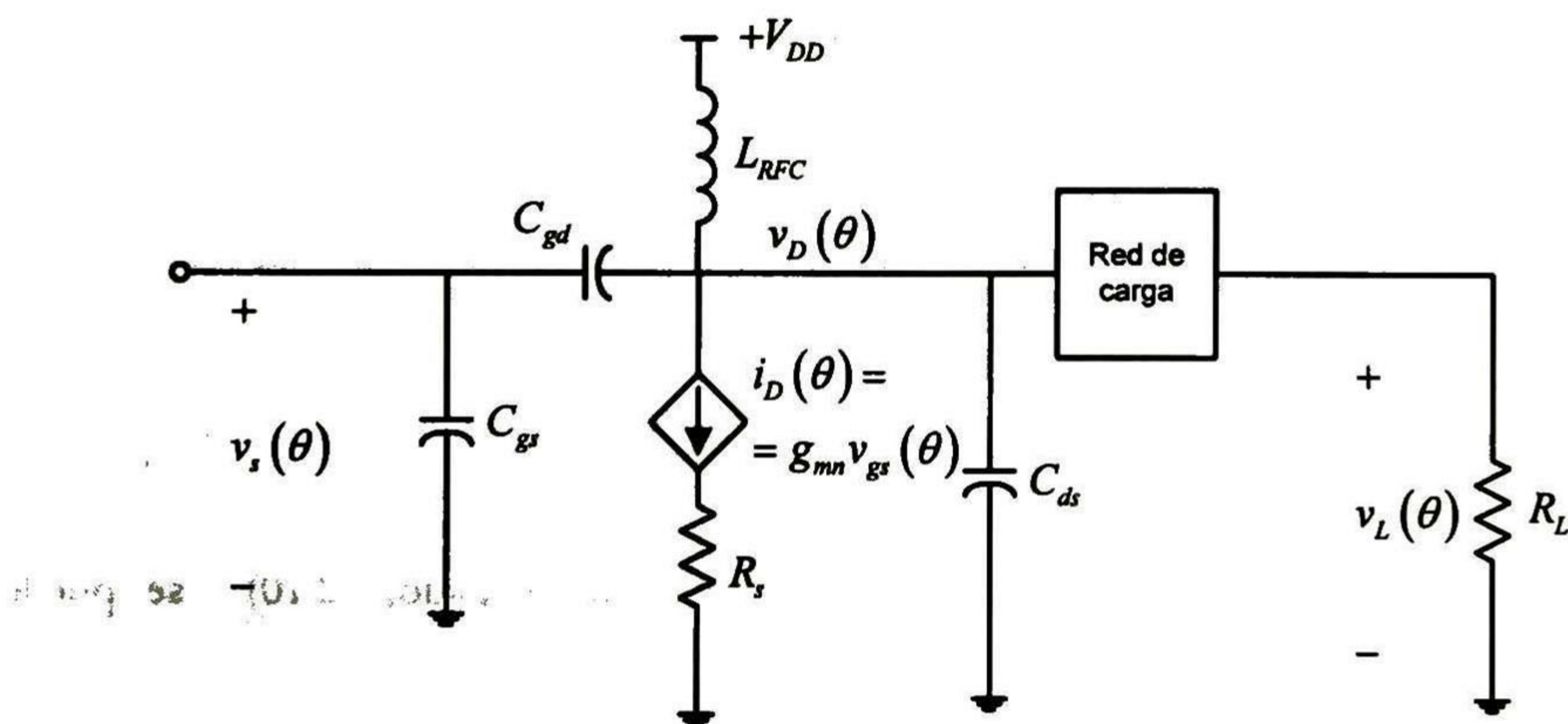




**Fig. 2.5.** Forma de onda no sintonizada en el transistor MOSFET que opera como interruptor. Se pueden identificar los estados de encendido y de apagado.

El circuito simplificado del amplificador de potencia clase-E en la Fig. 2.6 muestra las capacitancias parásitas y las pérdidas representadas principalmente por la resistencia en la terminal de fuente. De acuerdo al modelo del transistor, se emplea una fuente de corriente controlada por voltaje que representa la *transconductancia*, por lo cual todos los elementos dependientes de frecuencia deben incluirse en el modelo<sup>9</sup>.

Considerando lo anterior y con el propósito de incluir algunos efectos no ideales presentes en el transistor MOS al operar el dispositivo en altas frecuencias, algunos autores utilizan hojas de datos de fabricantes de transistores comerciales (asociada a las contribuciones capacitivas) para probar sus propuestas de diseño del amplificador de potencia Clase-E [7]. Tales parámetros están caracterizados como: capacitancia de entrada  $C_{iss}$ ; capacitancia de compuerta a drenador  $C_{gd}$ , capacitancia de compuerta a fuente  $C_{gs}$ , capacitancia de salida  $C_{oss}$ , capacitancia de drenador a fuente  $C_{ds}$ , y la capacitancia de transferencia inversa  $C_{rss}$  respectivamente [7],[13].



**Fig. 2.6.** Circuito eléctrico equivalente del transistor MOS a altas frecuencias operando como interruptor.

<sup>9</sup> Un modelo más detallado sobre el interruptor MOS se presenta en [8] y [10].



Así entonces los efectos parásitos, en operación a alta frecuencia, disminuyen de manera considerable el valor de la ganancia del amplificador. Lo que se traduce en una degradación en la eficiencia y en la *PAE* a pesar de la compensación que pudiera proporcionar la red *RLC* asociada a la carga. No es propósito de este trabajo justificar los ajustes a las ecuaciones de diseño del amplificador de potencia clase-E por la existencia de efectos no ideales, sino mostrar la factibilidad de realizar un diseño a partir del uso de las ecuaciones analíticas básicas, implementando para ello un interruptor que se aproxime al desempeño *ideal*. Sin embargo, como primera aproximación al comportamiento no ideal del interruptor MOS se puede mostrar cómo la capacitancia no lineal de la unión *drenador-substrato*, al incluirse en el modelo del amplificador, necesita también incluirse en el análisis que deriva en nuevas expresiones de diseño para mantener el desempeño esperado del circuito.

En [7] se ha propuesto una metodología que involucra el efecto de la capacitancia no lineal de salida del transistor y, mediante ciertas consideraciones analíticas y apelando a la experiencia del diseñador, es posible diseñar un amplificador de potencia que se ajuste tanto como sea posible a las formas de onda en voltaje y en corriente esperadas en el transistor.

En el análisis mostrado en el apéndice B se ha asumido que el interruptor es ideal, es decir, no presenta pérdidas. Sin embargo, el comportamiento del transistor MOS a altas frecuencias debe incluir el efecto de esa parásita, fundamentalmente las asociadas a las terminales de drenaje a fuente (capacitancia de salida).

En lo que sigue de esta sección se harán algunas consideraciones respecto a la capacitancia de drenaje a sustrato  $C_{j0}$ , que es función de la concentración del sustrato  $N_B$ , del potencial interconstruido  $V_{bi}$  en la unión *pn*, entre otros parámetros físicos. Esta capacitancia es no lineal debido a que la región de empobrecimiento es modulada por el voltaje  $v_{DS}$ ; un modelo que proporciona una aproximación a estas características está dada por

$$C_o = (C_{oss} - C_{rss}) = C_{j0} \left( 1 + \frac{V_{DS}}{V_{bi}} \right)^{-m_j} \quad (2.9)$$

donde  $m_j$  es el coeficiente de graduación de la unión; su valor es aproximadamente  $1/2$  y es un parámetro que depende del perfil de concentración de impurezas de la unión *pn*. Entonces, utilizando (2.9) e incorporando a la capacitancia en paralelo (*shunt*) la contribución de la capacitancia de salida no lineal, (2.1) se re-escrive de la siguiente manera

$$i_c(\theta) = i_{C_o} + i_{C_e} = I_{DD} - I_o \sin(\theta + \phi) \quad (2.10)$$

Tomando las condiciones del interruptor en condición apagado, (2.10) se puede representar por

$$\omega \int_0^\theta \left[ C_{j0} \left( 1 + \frac{V_D}{V_{bi}} \right)^{-1/2} + C_e \right] dv_D(\theta') = \int_0^\theta [I_{DD} - I_o \sin(\theta + \phi)] d\theta' \quad (2.11)$$

e integrando ambos lados de (2.11), la solución que se obtiene es de la forma



$$v_D(\theta) = 2V_{bi} \frac{C_{j0}}{C_e} \left[ \frac{C_{j0}}{C_e} + h(\theta) - \sqrt{\left(\frac{C_{j0}}{C_e}\right)^2 + 2\frac{C_{j0}}{C_e} h(\theta) + 1} \right] \quad (2.12a)$$

$$h(\theta) = \frac{I_{DD}\theta + I_o [\cos(\theta + \phi) - \cos(\phi)]}{2\omega C_{j0} V_{bi}} + 1 \quad (2.12b)$$

donde  $\theta = \omega t$ ,  $I_o$  y  $\phi$  son la amplitud y la fase inicial de la corriente de salida, respectivamente. Es evidente que (2.12) no permite determinar una solución de manera analítica. Con ese modelo no es posible encontrar soluciones directas del valor promedio del voltaje en el interruptor o de algunos de los elementos del circuito, tales como  $C_e$  (la cual es afectada por  $C_{j0}$ ),  $X/\omega$  o  $C_s$  [7]. Sin embargo, el resto de los elementos se derivan de manera tradicional como la mostrada en el apéndice B. Ahora bien, sin entrar en mucho detalle sobre la manera de resolver (2.12), en [7] los autores proponen una metodología para diseñar el circuito amplificador en la que, considerando especificaciones como la potencia consumida en el interruptor  $P_{DC}$ , la frecuencia de operación  $f_o$ , el voltaje de alimentación  $V_{DD}$ , el potencial interconstruido del transistor  $V_{bi}$ , la potencia de salida  $P_o$ , entre otros al considerar en el análisis del circuito la capacitancia no lineal vista a la salida del transistor; dicho análisis se remite a estimaciones generadas a partir de los parámetros del transistor MOS mediante tablas.

#### 2.4.1 Diseño del Amplificador: Efecto de la Capacitancia no Lineal

A manera de ejemplo de diseño considérese el ejemplo anterior en el que la aplicación está orientada al rango de audio. Retomando los mismos parámetros de diseño: frecuencia de operación  $f_o = 30\text{kHz}$ ,  $V_{DD} = 10\text{V}$ ,  $P_o = 1\text{mW}$ ,  $V_{bi} = 0.7$ , y  $Q = 10$ . Luego, siguiendo el procedimiento propuesto en [7] se calculan los valores para los elementos del circuito. El transistor a utilizar es el *IRF520* que, de acuerdo a sus especificaciones, las capacitancias parásitas son  $C_{oss} = 200\text{pF}$  y  $C_{rss} = 50\text{pF}$ . En la Tabla 2.3 se sintetizan los valores obtenidos para los parámetros considerados en el ejemplo; los voltajes y las corrientes estimadas tanto en el interruptor como a la salida de la red se resumen en la Tabla 2.4

Parámetro de Circuito	Valor
Resistencia de carga $R_L$ [ $\Omega$ ]	57.68
Exceso de inductancia $X/\omega$ [ $\mu\text{H}$ ]	352.7
Inductancia en serie del filtro $L_s$ [ $\text{mH}$ ]	3.06
Capacitancia en serie del filtro $C_s$ [ $\text{nF}$ ]	10
Capacitancia en paralelo $C_e$ [ $\text{nF}$ ]	19
Choque de radio frecuencias $L_{RFC}$ [ $\text{mH}$ ]	13.5

Tabla. 2.3. Resultados calculados utilizando las ecuaciones del modelo ideal.



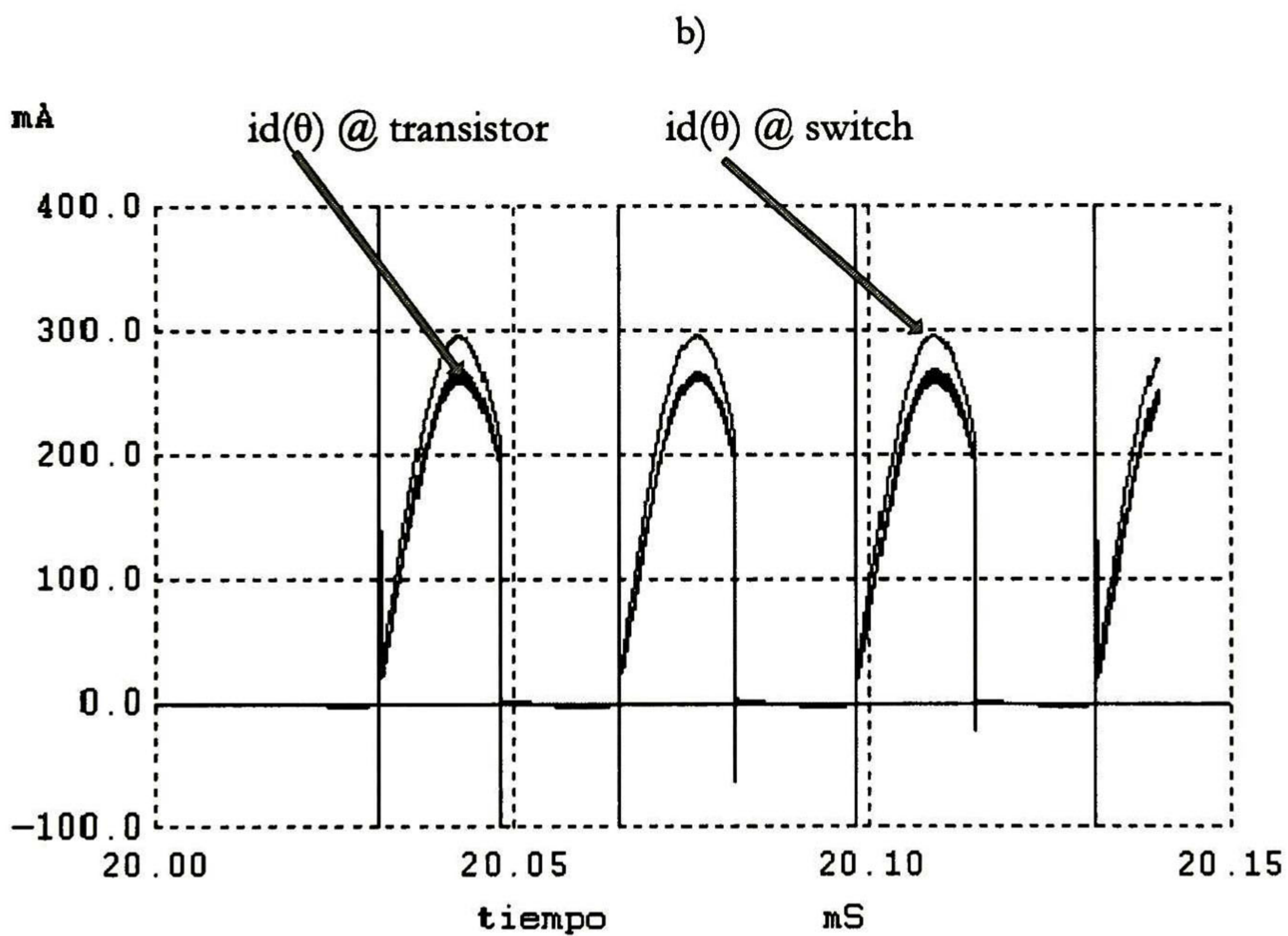
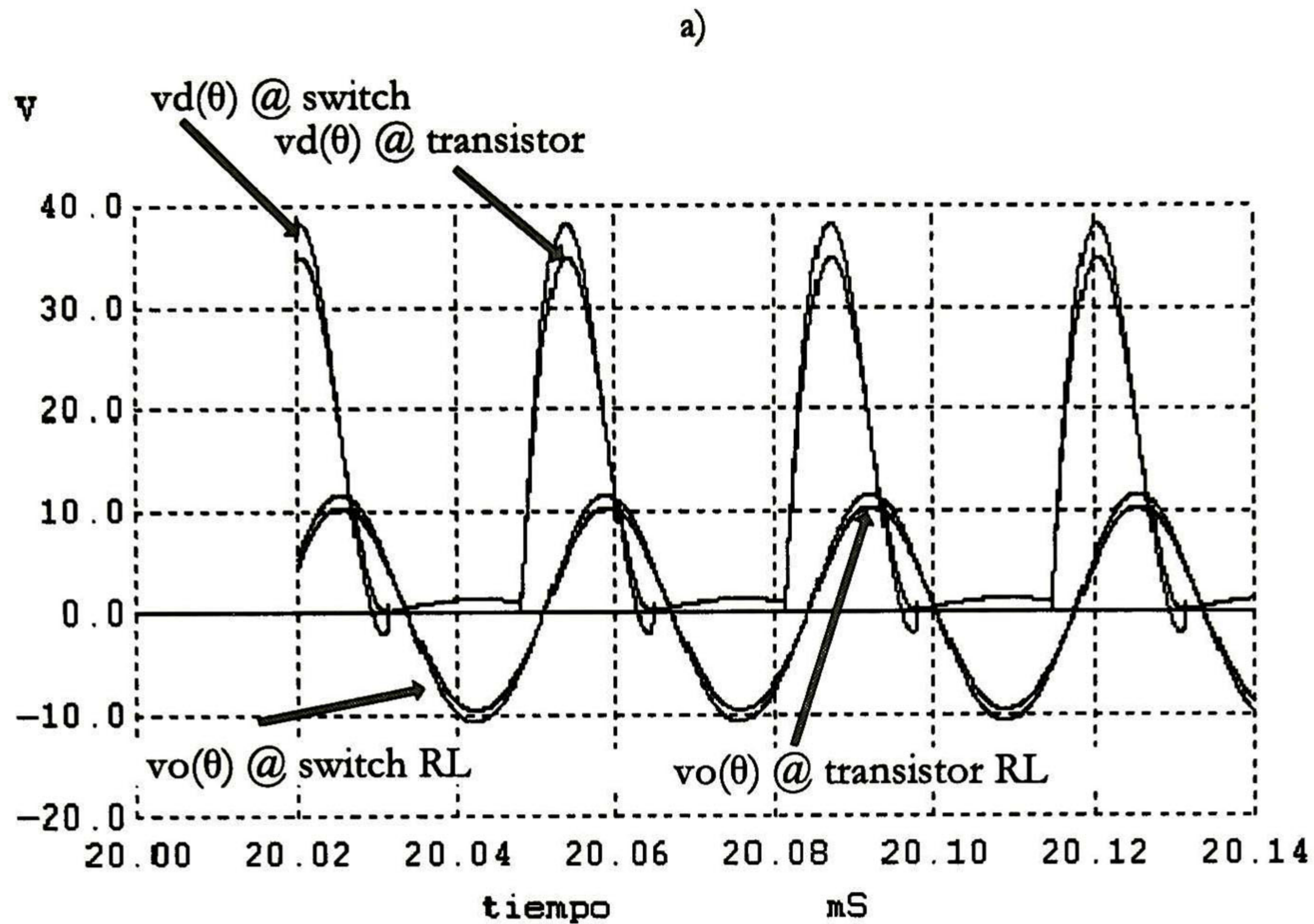
Resultados estimados	Valor
Corriente pico de la fuente $I_{DD}$ [mA]	100
Corriente pico en el drenador $I_{DM}$ [mA]	286
Voltaje máximo en el drenador $V_{DM}$ [V]	35.7
Corriente máxima en la carga $I_o$ [mA]	186
Volaje máximo en la carga $V_o$ [V]	10.74
Eficiencia en el drenador $\eta_D$ [%]	87%

**Tabla 2.4** Valores obtenidos con la nueva aproximación, donde ahora se usa un interruptor MOS

El resultado de simulación (empleando un transistor MOS comercial) así como la aproximación ideal (trabajando con el mismo transistor) se muestra en la Fig. 2.7; puede verse que al utilizar este dispositivo, algunos elementos deben ser reajustados para obtener valores de corriente y/o voltaje equivalentes a los estimados de manera analítica; es evidente que se siguen cumpliendo con las condiciones nominales de ZVS y ZVDS porque parte de esas condiciones las determina la red sintonizada *RLC*. Se puede observar también que la forma de onda en voltaje, en el interruptor, puede llegar a distorsionarse debido a los elementos parásitos presentes al operar en frecuencias de moderadas a altas; además, los voltajes y/o corrientes tanto en el interruptor como en la carga obtendrán valores *impredecibles* siendo necesario reajustar el modelo para proceder a su cálculo, a menos que se visualice y optimicen directamente en el simulador.

A partir de los resultados de simulación es evidente que, por ejemplo, el voltaje de salida del interruptor ideal es de 7.40V mientras que el voltaje del modelo real es 12.27V, valor que se *aproxima* al valor estimado. Por consiguiente la diferencia será de 4.86 V; respecto al voltaje máximo en el interruptor puede verse que el voltaje obtenido del modelo ideal se encuentra en el orden de los 34.44V<sub>p</sub>, mientras que el valor para el interruptor real es aproximadamente 35.54V<sub>p</sub>. Lo anterior representa una diferencia de 1.12V, la cual es relativamente despreciable en comparación con los voltajes relativamente altos en los que opera el interruptor. Respecto a la forma de onda en la Fig. 2.7b puede verse que el modelo ideal determina una corriente pico de 164.02mA, en tanto que el modelo reajustado estima una corriente en el orden de los 319.33mA, cuya diferencia entre ambas oscila en los 155.31mA.





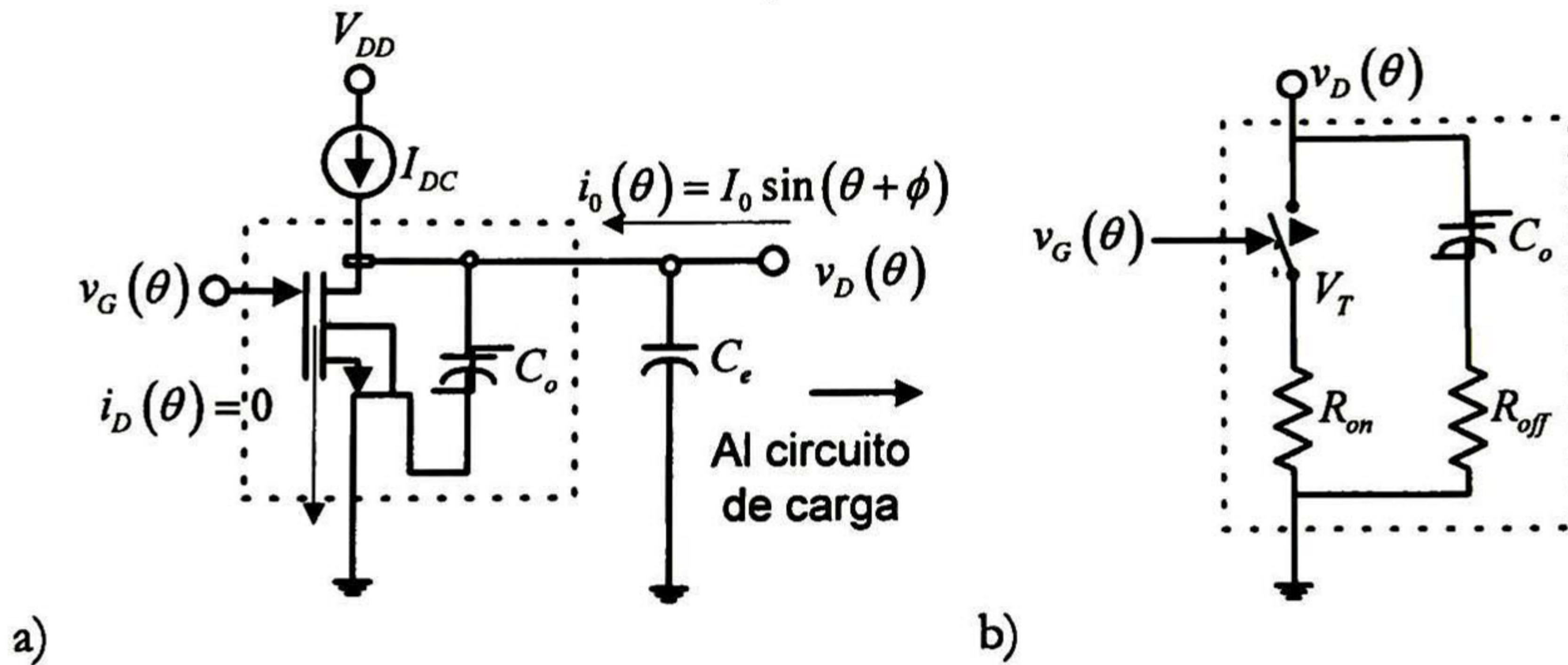
**Fig. 2.7.** Formas de onda de voltaje y corriente en el conmutador del amplificador en las que se muestran sus estados de apagado y encendido respectivamente

Finalmente, el hecho de que las formas de onda también distarán de las *aproximaciones* al emplear elementos de circuito *no ideales*, es importante resaltar que con la aproximación ideal se espera que las formas de onda, tanto del interruptor como del voltaje en la carga, se aproximen al desempeño óptimo; así entonces, también es esperado mantener parámetros importantes, como la eficiencia del amplificador, beneficio del cual se caracterizan este tipo de circuitos.



### 2.4.2 Consideraciones adicionales del transistor MOS como conmutador

Si el transistor opera como un interruptor en el que su estado de apagado es un circuito abierto y el encendido como un resistor de valor  $R_{on}$ ; el modelo del transistor estará compuesto de un resistor y un capacitor en paralelo tal y como se muestra en la Fig. 2.8.



**Fig. 2.8.** Transistor MOS como interruptor en el nodo de drenador en el amplificador clase-E, a) símbolo que incluye la capacitancia de salida no lineal b) circuito eléctrico equivalente del interruptor.

Cuando el transistor se encuentra en su estado de encendido solamente el efecto de  $R_{on}$  en el transistor será el que predominará; caso contrario cuando el transistor se encuentra en estado de apagado el efecto dominante será el del capacitor  $C_o$ . Hasta aquí el desempeño del transistor y el capacitor en paralelo trabajan de acuerdo al desempeño "ideal" del amplificador clase-E. Sin embargo, para minimizar las pérdidas en el interruptor MOS (y por consiguiente la eficiencia) es necesario que la resistencia de encendido  $R_{on}$  sea lo más pequeña posible. Esta característica requiere un transistor con un ancho  $W$  extremadamente grande:

$$R_{on} = \frac{L}{W} \frac{1}{\mu_o C_{ox} (v_{gs} - V_T)} = R'_{on} \frac{1}{W} \quad (2.13)$$

donde  $\mu_o$ ,  $C_{ox}$  y  $V_t$  son parámetros del transistor y  $R'_{on}$  es la resistencia de encendido normalizada. Así que, por ejemplo, un resistor de  $5k\Omega$  se puede obtener utilizando un  $v_{gs}$  de  $5V$  y una relación  $L/W=1$ , entonces si se deseara disminuir  $R_{on}$  a  $1\Omega$  se requerirá un transistor con  $L=1.2\mu m$  y  $W=6mm$ . Por consiguiente  $R_{on}$  es inversamente proporcional al producto  $\mu_o C_{ox}$  y requiere un proceso de fabricación con una relación mayor a  $\mu_o C_{ox}$  para mejorar el desempeño del interruptor MOS. Igualmente, la diferencia de voltaje ( $v_{gs}-V_t$ ) debe ser maximizada [11].

Por otro lado, aunque pudiese utilizarse una técnica manejable para minimizar  $W$ , la relación  $L/W$  seguirá siendo alta. Además la optimización requiere de más compromisos, dado que al reducir el radio  $L/W$  la capacitancia parásita de compuerta  $C_{ox}$  se incrementa de manera proporcional resultando finalmente en una reducción en el ancho de banda [9],[11].



## 2.5 Conclusiones

Se ha mostrado la necesidad de un interruptor que pueda aproximarse a un comportamiento casi ideal en el amplificador; además, dadas las condiciones antes mencionadas, uno de los principales objetivos de la presente tesis es diseñar el circuito amplificador mediante la aproximación propuesta con un interruptor micromaquinado, dadas las características de su desempeño casi ideal descritas en el capítulo 1 (pérdidas bajas por inserción, alto aislamiento y alta linealidad) y aunque es evidente el precio o compromiso a pagar como son su relativamente baja velocidad de conmutación y su alto voltaje de operación (esto por supuesto si la actuación es electrostática), se espera mantener el alto desempeño del amplificador mediante ésta aproximación para obtener una alta eficiencia del circuito.

Dado que en la aplicación es de interés la implementación de un interruptor que muestre un comportamiento casi ideal, dichas características pueden obtenerse además sabiendo que en las tecnologías MOS los procedimientos de micromaquinado son compatibles [12].

## 2.6 Referencias

- [1] Frederick H. Raab, et al; *"Power Amplifiers and Transmitters for RF and Microwave"* 50th anniversary issue of the IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, March 2002.
- [2] N. O Sokal and A. D. Sokal, *"Class E - A New Class of High-Efficiency Tuned Single-Ended Switching Power Amplifiers,"* IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-10, pp.168-176, June 1975.
- [3] M. Kazimierczuk, *"Effects of the Collector Current Fall Time on the Class E Tuned Power Amplifier,"* IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-18, pp.181-193, April 1983.
- [4] Mona M. Hella, et al; *"RF CMOS Power Amplifiers: Theory, Design and Implementation"*; Kluwer Academic Publishers , December, 2002
- [5] N. O Sokal, *"Class E RF Power Amplifiers,"* Proceedings of the IEEE International Microwave Symposium, June 1998.
- [6] David K. Choi et al; *"A New Analytic Model of FET Class E Tuned Power Amplifiers"* Final Report 1998-99, MICRO Project #98-093 Industrial Sponsors: Fujant, Inc. & Nokia Mobile Phones
- [7] Suetsugu, Tadashi; Kazimierczuk, Marian K. *"Analysis and Design of Class E Amplifier With Shunt Capacitance Composed of Nonlinear and Linear Capacitances"*. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, vol. 51, No 7, July 2004.
- [8] P. E. Allen, et al; *"CMOS Analog Circuit Design"*; Oxford University Press; 2nd edition (January 15, 2002)
- [9] Donald L. Schilling *"Electronic Circuits: Discrete and integrated"*; McGraw-Hill College; 3rd edition (February, 1989)
- [10] Edgar J. Vargas, et al *"Análisis y Diseño de un Doblador de Voltaje CMOS para Aplicaciones Portátiles"* M.D. Thesis, CINVESTAV Guadalajara Unit, 2005
- [11] J.O. Cano-Gómez et al; *"The Class-E Amplifier: From Idealized Operation to MEMS Approach"*; XI Workshop IBERCHIP, Salvador de Bahía, Brazil, March 2005
- [12] K. E. Petersen; *"Silicon as a Mechanical Material"*, Proc. IEEE, vol. 70., no. 5., 1982, p. 421.







## Capítulo 3

# Modelo Electromecánico del Interruptor

Para la utilización de las ecuaciones del amplificador clase-E *ideal* presentadas en el capítulo 2, se necesita un modelo que permita predecir adecuadamente el comportamiento de un interruptor *real*.

En el presente capítulo se propone una aproximación de diseño de un interruptor micromaquinado que permite ser caracterizado mediante un modelo electro-mecánico equivalente a partir de los requerimientos que se solicitan, a saber:  $R_{on} \rightarrow 0$ ,  $R_{off} \rightarrow \infty$ ,  $T_r \rightarrow 0$  y  $D=50\%$  respectivamente, toda vez que éstos forman parte del interruptor a ser utilizado en el amplificador Clase-E bajo diseño.

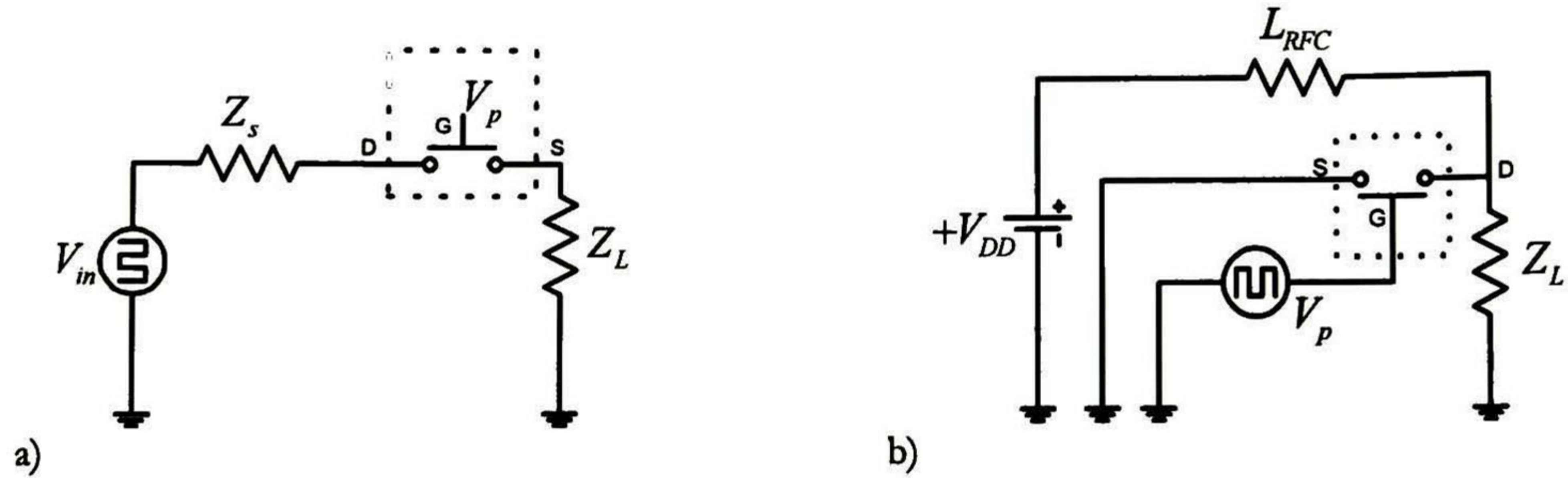
Por consiguiente, se presenta un modelo estructural para la parte mecánica y otro comportamental para su operación como elemento de conmutación. Ésta propuesta considera parámetros básicos como lo es la fuerza electrostática, la constante de elasticidad, el factor de amortiguamiento, entre otros. De ésta propuesta se obtienen estimaciones del desplazamiento de la viga o voladillo en función del tiempo, de la corriente de actuación y de las variaciones en la carga capacitiva intrínseca de la estructura mecánica.

### 3.1 Introducción

**V**ENTAJAS y desventajas son características intrínsecas de los interruptores reales y, dependiendo de la aplicación, una u otra se manifiesta en mayor o menor grado. La Fig. 3.1a muestra la configuración convencional de un interruptor ideal, donde la señal de corriente proveniente de la fuente  $V_{in}$  se transfiere o no a la carga  $Z_L$ , dependiendo del estado del interruptor. Por el contrario, la Fig. 3.1b muestra el interruptor modificado para su aplicación en el amplificador de potencia. Obsérvese que en este circuito la señal de control  $V_P$  permite la transferencia de las posibles variaciones de  $V_{DD}$  a tierra o al circuito  $Z_{RFC}$  que controla a la red de carga  $Z_L$ . La diferencia en ambos casos es notoria debido a que, en el primer caso, la configuración se denomina

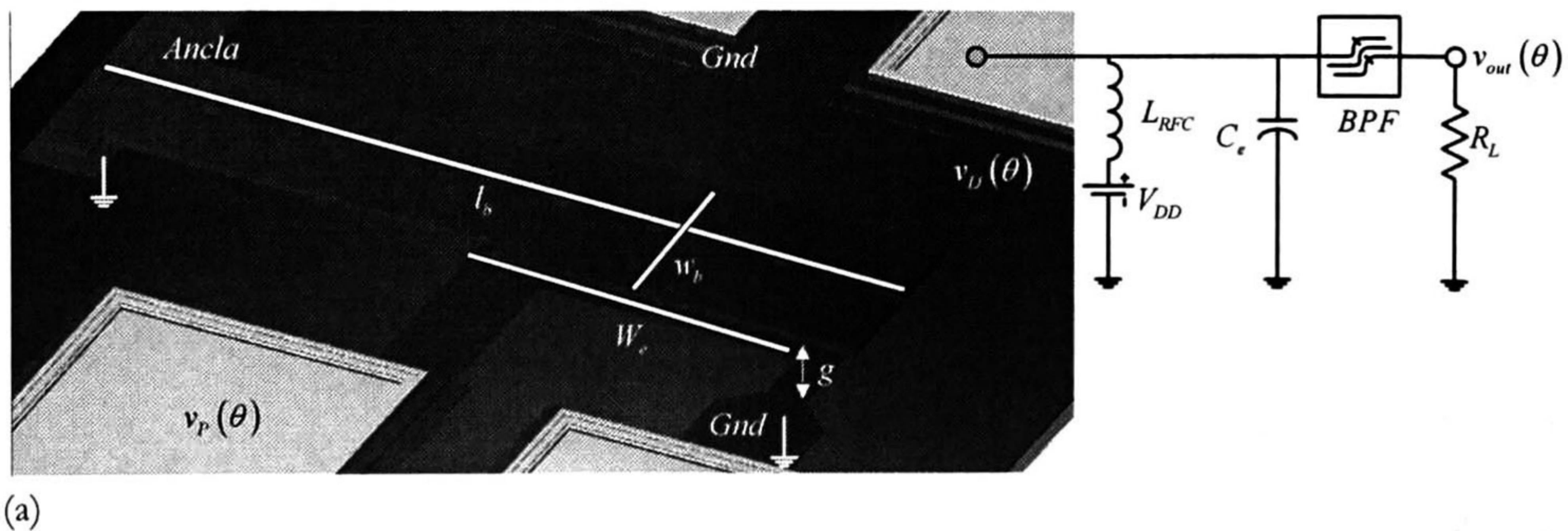


*interruptor en serie* cuyas ventajas son un enorme aislamiento en su posición de apagado entre ambas cargas. En el segundo caso el término *interruptor en paralelo (shunt)* es el adecuado porque la característica principal es un efecto opuesto, es decir, el aislamiento se presenta cuando la polarización es aplicada produciendo su flexión (estado de encendido). Tal característica permite a los interruptores en paralelo ser los más adecuados en el diseño del amplificador Clase-E.



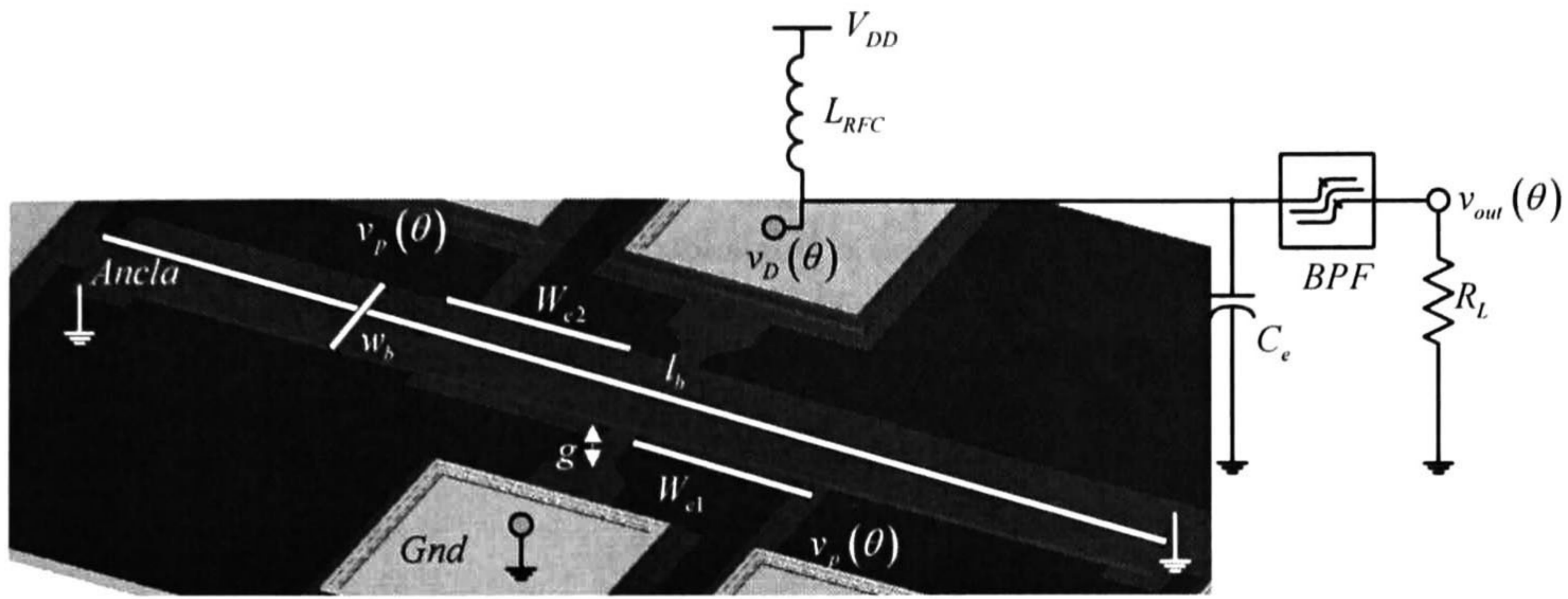
**Fig. 3.1.** Circuitos equivalentes para interruptores MEMS: a) Circuito de contacto en serie, b) Circuito modificado para la incorporación en el amplificador.

En la Fig. 3.2 se muestra la configuración de una propuesta de interruptor micromaquinado en tecnología MEMS, donde la idea básica es utilizar las terminales del interruptor en el contexto de un transistor utilizado como interruptor; es decir, con la *compuerta* (G) como terminal de control, mientras que *drenador* (D) y *fuentes* (S) actuarían como terminales de cierre y apertura. Por ejemplo, en la apertura (interruptor apagado) no hay comunicación entre ambas terminales; mientras que en el cierre la viga se flexiona por atracción electrostática, lo que permite la comunicación (*corto circuito*) de las terminales. Ahora bien, la flexión ocurre al aplicar un voltaje de actuación a la compuerta, generando el campo eléctrico que atrae a la viga.



**Fig. 3.2.** Topologías de interruptores en tecnología MEMS y conexiones conceptuales al Amplificador; a) configuración en trampolín, b) configuración en viga.





(b)

Fig. 3.2... Continuación

### 3.1.1 Actuación electrostática en un dispositivo de placas paralelas

El sistema electromecánico de la estructura propuesta (ver Fig. 3.2) se puede aproximar con un modelo equivalente formado por un capacitor de placas paralelas, en el que la placa inferior (electrodo de atracción) se encuentra fija, mientras que la placa superior (viga fija o *cantilever*) es móvil, es decir, es un modelo asociado a un capacitor  $C(\mathbf{x})$  no lineal dependiente de la separación de placas,  $\mathbf{x}$ . Cuando una diferencia de potencial es aplicada entre la viga y el electrodo de atracción, una fuerza electrostática  $f_e$  se induce en la viga dando lugar a su flexión. Esa fuerza puede ser determinada considerando la potencia equivalente entregada a una capacitancia dependiente del tiempo de acuerdo al siguiente modelo<sup>10</sup> [1]-[2]:

$$f_e = \frac{1}{2} V_a^2 \frac{dC(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{W_e w_b}{g^2} V_a^2 \quad (3.1)$$

donde  $V_a$  es el voltaje de actuación,  $W_e$  y  $w_b$  son el ancho del electrodo y de la viga, respectivamente;  $g$  es la separación de los electrodos cuando la atracción es nula,  $V_a=0$ . En la Fig. 3.3 se muestra el modelo de la viga usada como interruptor, donde  $\mathbf{E}$  indica la dirección del campo eléctrico asociado a la diferencia de potencial entre ambas placas.

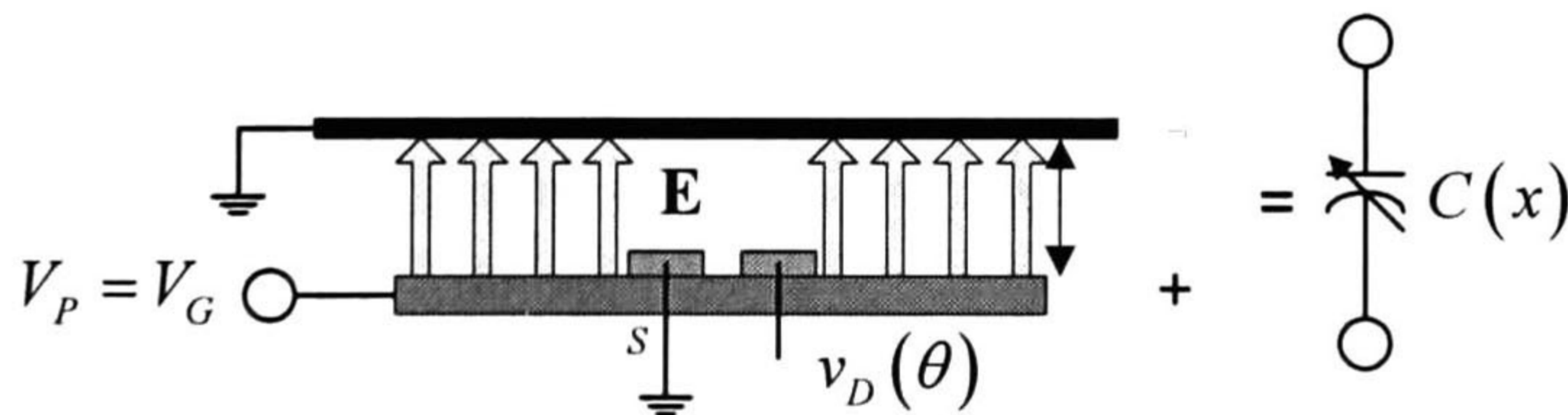


Fig. 3.3. Configuración conceptual del interruptor y su equivalente eléctrico.

Luego, para determinar una expresión que permita calcular el voltaje mínimo necesario para atraer la viga hacia los electrodos fijos, es suficiente con igualar  $f_e$  con la fuerza restauradora mecánica debida a la rigidez de la viga ( $\mathbf{f}=-k\mathbf{x}$ ):

<sup>10</sup> Para la derivación de algunas de estas ecuaciones así como algunos otros resultados útiles en el desarrollo del modelo del interruptor, el análisis electrostático del sistema de placas paralelas de distancia variable se presenta en el apéndice C.



$$f_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{W_e W_b}{g^2} V_a^2 = k(x-g) \quad (3.2)$$

Derivando (3.2) con respecto al tiempo e igualando a cero se obtiene una expresión para  $V_a$ , que representa la distancia para la cual la viga no sólo se flexiona sino que alcanzará inevitablemente el colapso con los electrodos, este valor es  $\frac{2}{3}g$  [1],[10],[12]. Al sustituir este parámetro en (3.1) se encuentra que el voltaje de atracción está dado por

$$V_P = \sqrt{\frac{8k}{27\epsilon_0 W_e W_b}} g^3 \quad (3.3)$$

Éste resultado es importante y será usado en el análisis dinámico del sistema.

### 3.1.2 Masa de la viga

La masa asociada a la estructura  $m_b$  se determina mediante la relación directa del volumen con la densidad del material  $\rho$ , a saber

$$m_b = \rho(l_b w_b t_b) \quad (3.4)$$

donde  $l_b$  y  $t_b$  son la longitud y el espesor de la estructura, respectivamente. Sin embargo, el análisis modal del desplazamiento de la viga indica que sólo una parte de la misma se desplaza, en consecuencia, es más conveniente emplear la masa efectiva de la viga que es 0.35 –0.45 veces la masa actual [1]:

$$m_{eb} \approx 0.4\rho(l_b w_b t_b) \quad (3.5)$$

Por tanto, en el promedio (3.5) es una masa más representativa del sistema bajo estudio.

### 3.1.3 Constantes de elasticidad para el interruptor: viga y trampolín

La constante de elasticidad  $k$  es dependiente de la geometría de la viga, y para una fuerza aplicada  $k$  estará dada por la contribución de 2 componentes:  $k'$  por la rigidez de la viga (que involucra parámetros como el módulo de Young  $[E]=Pa$  y el momento de inercia  $[I]=m^4$ ); y  $k''$  debida al esfuerzo residual biaxial  $[\sigma]=Pa$  y al efecto de los soportes mecánicos [1]. Ahora bien, para el análisis de un trampolín el esfuerzo residual asociado a la estructura estará liberado por lo que no habrá componente  $k''$  asociada; desafortunadamente el precio a pagar por esta *liberación* de estrés es que el trampolín puede flexionarse al ser liberado. En consecuencia, la curvatura no deseable puede implicar un aumento del voltaje de atracción (curvatura negativa debido al estrés de compresión) o viceversa (curvatura positiva debido al estrés de tensión) dependiendo del método de depósito del material (PECVD o LPCVD de  $SiO_2$  o  $Si_3N_4$ ) o del tipo de aleación en el caso de estructuras metálicas (Al, Au o Cu) [11]. Finalmente, la constante de elasticidad para este tipo de estructuras se deriva de manera análoga que para vigas. La ecuación básica para el perfil de flexión estática (o doblamiento) para una carga vertical  $[P]=N$  aplicada a la viga está dada por [3]-[4]:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_A + R_A x ; \quad x \leq a \quad (3.6)$$

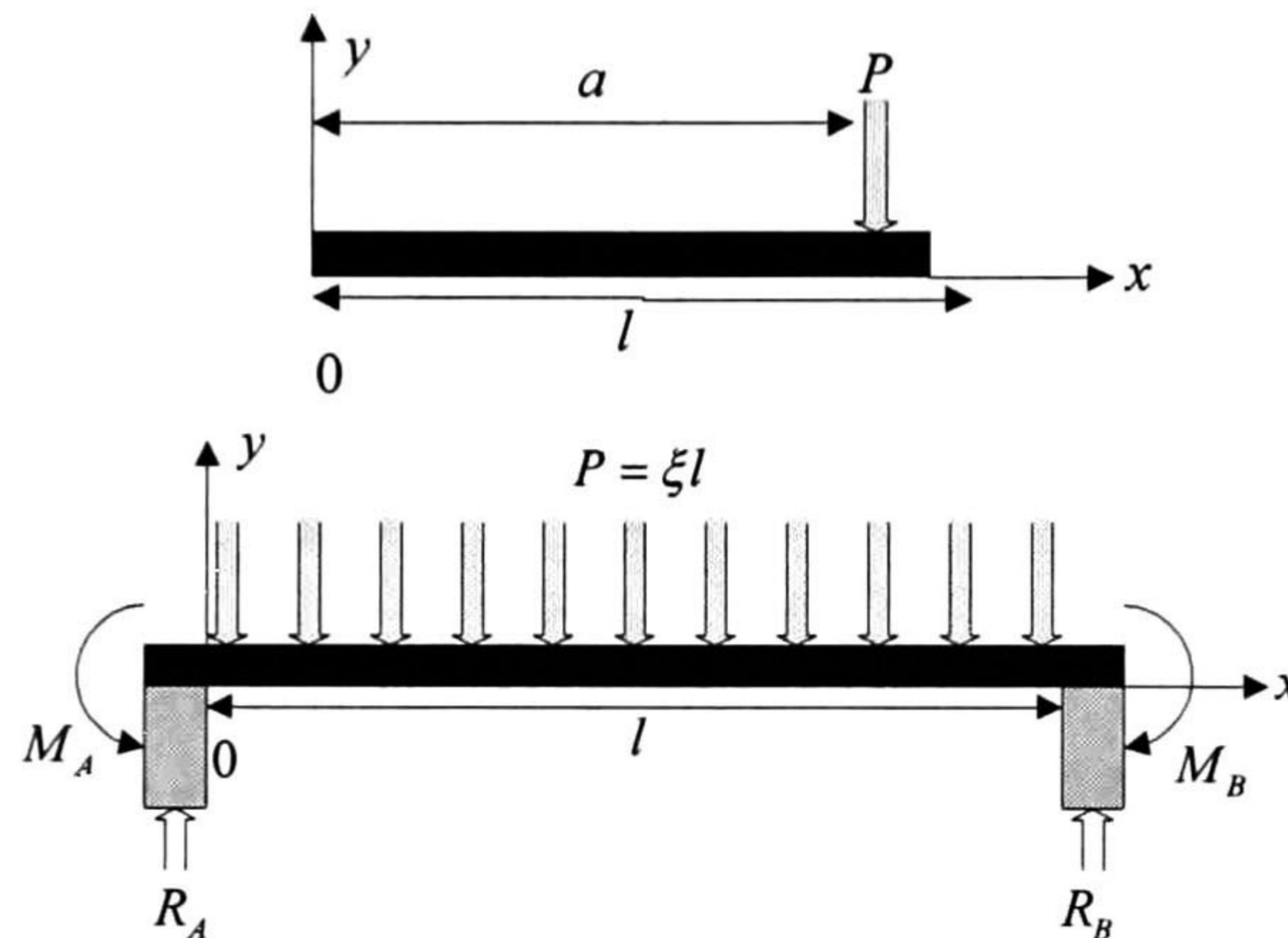


donde  $[R_A] = N$  es la fuerza de reacción vertical en la terminal asociada al origen de coordenadas, y  $[M_A] = Nm$  es el momento de reacción en la misma terminal. Estos están dados por:

$$M_A = -\frac{Pa}{l_b^2} (l_b - a)^2 \quad (3.7a)$$

$$R_A = \frac{P}{l_b^3} (l_b - a)^2 (l_b + 2a) \quad (3.7b)$$

donde el momento de inercia  $I$  para una sección rectangular está dado por  $I = wt^3/12$ , siendo  $a$  la distancia entre las anclas (soportes) de la estructura (ver Fig. 3.4).



**Fig. 3.4.** Estructura fija de una viga con una fuerza vertical  $P(\xi, l, x)$  distribuida a lo largo de la longitud de la viga.

Integrando (3.6) y considerando que cuando  $x=0$  las constantes de integración satisfacen  $C_1=C_2=0$ , es posible determinar que la flexión para esas condiciones está dada por:

$$y = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} \quad ; \quad x \leq a \quad (3.8)$$

Entonces, se encuentra que para el cálculo de  $k$  se requiere saber en qué región de la viga la carga está máximamente distribuida. La constante de la viga se encuentra considerando la aplicación de una fuerza  $P$  cuyo efecto mecánico en la estructura depende de la posición de los electrodos los que pueden estar distribuidos a lo largo de toda la viga, en el centro o en los extremos y de los parámetros definidos en la Fig. 3.4, siendo  $\xi$  la carga por unidad de longitud. Entonces  $k$  se determina substituyendo (3.7) en (3.8) y considerando que la máxima flexión ocurre en el centro geométrico de la viga ( $x=l_b/2$ ), así entonces, la constante de elasticidad está dada por:



$$k_{ff} = k'_{ff} + k''_{ff} = - \sum_i \frac{P_i}{y_i} = \frac{\xi l_b}{\frac{2}{EI} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\xi}{48} (l_b^3 - 6l_b^2 a + 9l_b a^2 - 4a^3) da} + \frac{\xi l_b}{2 \int_{l_1}^{l_2} \frac{\xi}{2S} (l_b - a) da} \quad (3.9)$$

donde el subíndice **ff** indica que la constante está asociada a una estructura fija en ambos extremos; el factor de 2 en el denominador de (3.9) es por la simetría de la estructura. Por otro lado, si la estructura propuesta fuese un trampolín (subíndice **cb**), la constante de elasticidad se determina de manera análoga y está dada por (3.10). Finalmente, el valor de la constante de elasticidad está directamente relacionado a la confiabilidad en su operación; de tal suerte que constantes de elasticidad en el orden de 5-40N/m se consideran de valores *grandes* mientras que constantes en el orden de 0.1-2N/m son consideradas de valores *bajos*. Típicamente el valor considerado para una operación confiable puede ser  $k \geq 10$  N/m [1].

$$k_{cb} = - \frac{P}{y} = - \frac{\xi l_b}{\frac{1}{EI} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\xi}{6} (l_b^3 - 3l_b^2 a + 3l_b a^2 - a^3) da} \quad (3.10)$$

### 3.1.4 Factor de Amortiguamiento y efecto de los huecos en la viga

El factor de amortiguamiento de los interruptores mecánicos depende de la presión del medio (aire, líquido o gas) contenido entre sus electrodos. En consecuencia, al ser aplicada una polarización para la actuación de la estructura, los componentes del medio colisionan entre ellos dando lugar a una fuerza opuesta al desplazamiento de la placa móvil, efecto conocido como *amortiguamiento*. Para analizar el fenómeno hay parámetros importantes que la mecánica de fluidos proporciona, algunos de ellos son el coeficiente de viscosidad  $\mu$ , que es una medida de la resistencia de un gas a los cambios en el transporte del *momentum* (o cantidad de energía) molecular y está dado por  $\mu = (\text{densidad})(\text{velocidad})(\text{longitud})$ ; al considerar que el medio de interés es aire, el coeficiente de viscosidad es  $\mu_{\text{aire}} = 1.80 \times 10^{-5}$ . Para un par de placas paralelas, el factor de amortiguamiento  $[b] = \text{Ns/m}$  estará dado por [5], [6]:

$$b = \frac{k}{\omega_0 Q_b} \cong \sqrt{2} \mu_{\text{aire}} l_b \left( \frac{w_b}{g} \right)^3 = \mu_{\text{aire}} W_e \left( \frac{w_b}{g} \right)^3 \quad (3.11)$$

donde  $\omega_0$  es la frecuencia de resonancia natural del interruptor y  $Q_b$  su factor de calidad. El factor de calidad depende de la presión del medio, de la temperatura, y de la disipación intrínseca de los materiales. Porque el interruptor operará en condiciones de presión atmosférica, el factor de calidad estará dominado fuertemente por el factor de amortiguamiento. Entonces, si el propósito es minimizar amortiguamiento, es posible hacerlo mediante *huecos* de diámetro pequeño (3-8 $\mu\text{m}$ ) que son distribuidos a lo largo de la estructura, permitiendo el libre desplazamiento del volumen de aire entre las placas. Otra ventaja de esta propuesta es que aumenta la velocidad de conmutación. Otro efecto benéfico más del punto de vista del interruptor es que los *huecos* liberan un porcentaje del



esfuerzo residual de la estructura. Finalmente, cabe señalar que para estructuras capacitivas, una regla de diseño recomendable es fabricar *huecos* de diámetro menor a  $2g$  para no afectar la capacitancia equivalente [7].

### 3.2 Modelo del Interruptor: Análisis dinámico

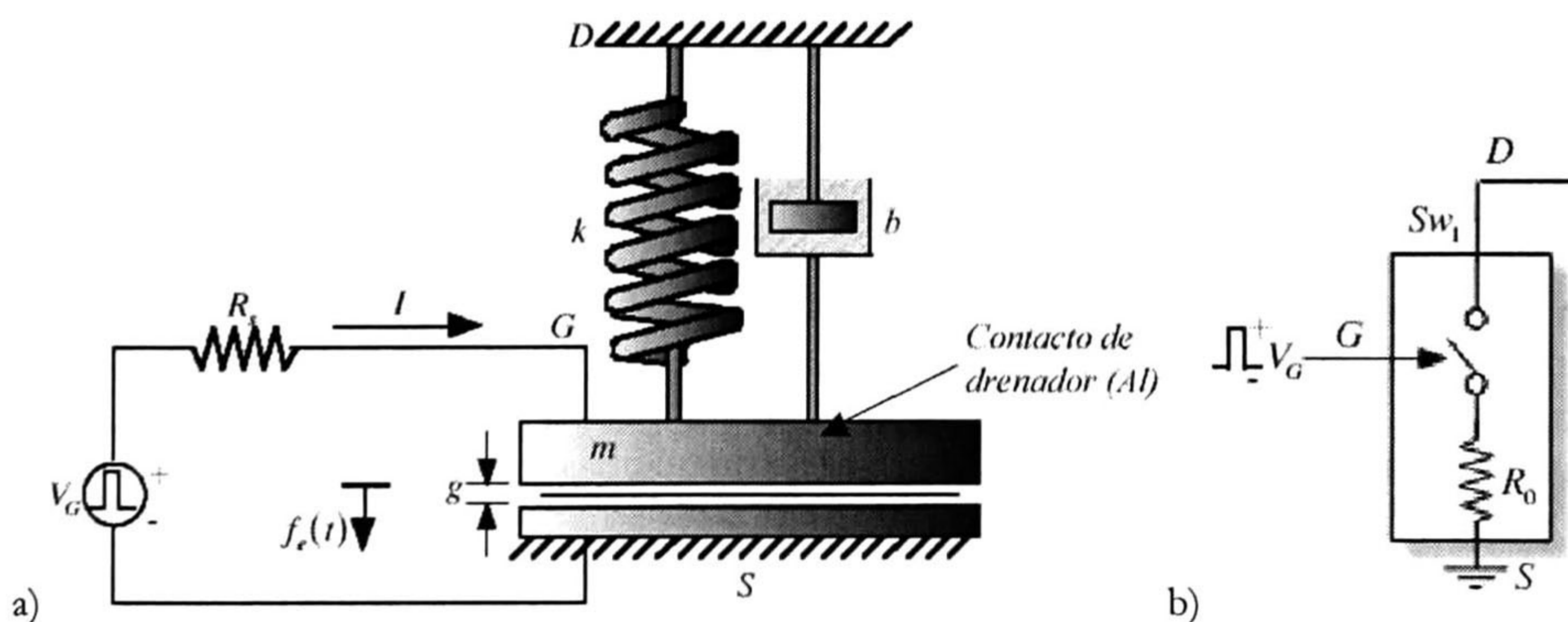
La respuesta en frecuencia de una viga o de un trampolín es útil para determinar el tiempo de conmutación del interruptor, el ancho de banda, y el efecto del ruido térmico. La respuesta dinámica de la estructura se determina a partir del sistema mecánico mostrado en la Fig. 3.5 que es analizada a partir de la mecánica de Newton. La ecuación resultante es de 2° orden y se asume que la dinámica del sistema es resultado de la aplicación de una fuerza mecánica. Sin embargo, para propósitos del presente trabajo la dinámica es debida a la fuerza electrostática  $f_e$ :

$$m_b \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = f_{\text{ext}} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{W_e W_b}{(g_0 - x)^2} V^2 \quad (3.12)$$

donde  $m_b$  es la masa ya descrita,  $b$  es el factor de amortiguamiento,  $k$  es la constante del resorte, y  $x$  es el desplazamiento de la masa respecto a la posición de equilibrio. Usando transformada de Laplace, se puede demostrar que la respuesta del sistema está dada por:

$$\frac{X(s)}{F_e(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m_b} s + \frac{k}{m_b}} = \frac{k^{-1}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0 Q_b}\right)} \quad (3.13)$$

donde se han asumido condiciones iniciales cero ( $x(0)=0$  y  $dx(0)/dt=0$ ). Haciendo el cambio de variable  $s=j\omega$  se determina la frecuencia de resonancia  $\omega_0 = \sqrt{k/m_b}$  y el factor de calidad  $Q_b = k/(b\omega_0)$ . Ambos parámetros son importantes por dos aspectos: 1) es necesario conocer la frecuencia de resonancia porque la aplicación deberá operar a frecuencias menores por razones de confiabilidad, y 2) en base al conocimiento del factor de calidad es posible determinar qué parámetros afectan al factor de amortiguamiento. Sin omitir que el amortiguamiento determinará la rapidez de conmutación de la estructura.



**Fig. 3.5.** Modelo electromecánico de la estructura a) acoplamiento entre las partes eléctrica y mecánica b) equivalente eléctrico del interruptor con la notación de las terminales en ambas figuras.



### 3.2.1 Modelo eléctrico equivalente del interruptor micromaquinado

Ya se ha mencionado que el interruptor puede ser considerado como un sistema mecánico en el que una fuerza es aplicada (ver Fig. 3.6) y el efecto se sintetiza en la dinámica representada por (3.12). Sin embargo, el interés del desarrollo de un modelo electromecánico mediante elementos de circuito concentrados es debido a la necesidad de utilizarlo en simuladores como SPICE, e incluir la circuitería de procesamiento electrónico asociada; por ejemplo el amplificador de potencia. Con ello se estará en condiciones de predecir su desempeño, realizar mejoras funcionales y de optimización mediante tratamientos estadísticos (ej. Análisis *Montecarlo*). El diagrama a bloques del modelo se muestra en la Fig. 3.6 y se describe como sigue: Al aplicar el voltaje de actuación  $V_a$  a la *compuerta* se genera una fuerza electrostática  $f_e$  debido al campo eléctrico presente (*bloque A*). Esta fuerza ejerce un efecto sobre la estructura, la cual comienza a flexionarse (*bloque B*); de acuerdo a su dinámica, el desplazamiento de la estructura originará la variación de la capacitancia asociada (*bloque C*). Tanto la variación como el desplazamiento se encuentran relacionadas de manera intrínseca a la naturaleza de la fuerza electrostática y, por ello, se muestra un lazo de retroalimentación al *bloque A*. Finalmente, el desplazamiento controla la apertura y cierre del interruptor "ideal" (*bloque D*).

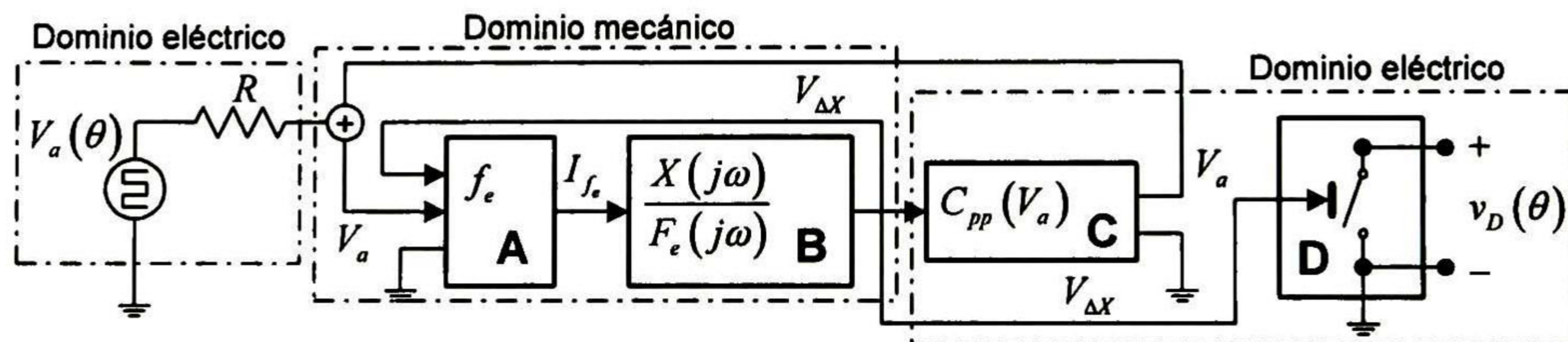


Fig. 3.6. Diagrama a bloques del modelo electromecánico del interruptor micromaquinado.

El modelo descrito es implementado en SPICE utilizando fuentes de corriente controladas por voltaje (VCCS) para integrar las ecuaciones del modelo estático en la dinámica de acuerdo a (3.12) [6],[9]. Cada fuente dependiente de corriente representa la contribución de cada fuerza mecánica que interviene en la estructura. En consecuencia, el modelo toma en cuenta la fuerza asociada al resorte  $kx$ , la fuerza debido al factor de amortiguamiento  $bx'$ , y la fuerza electrostática  $f_e$ . Por lo anterior, (3.12) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$m_e \frac{dx^2}{dt^2} = \sum f_{\text{ext}} = -kx - b \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{W_e W_b V_a^2}{(g_0 - x)^2} \quad (3.14)$$

donde las constantes  $k$  y  $b$  son dependientes de la geometría del interruptor y de las propiedades del material como puede verse en (3.9) y (3.11). El modelo eléctrico equivalente se muestra en la Fig. 3.7.

Bajo la suposición de las condiciones iniciales  $V_{\Delta x}(0)=0$  y  $dV_{\Delta x}(0)/dt=0$  el circuito funciona como sigue: al aplicar un voltaje de control  $V_a$  se genera una fuerza electrostática asociada a la corriente  $I_{f_e}$  (*bloque A*); en consecuencia ocurre un desplazamiento  $V_{\Delta x}$ . La conductancia  $G_{f_e}$  es una expresión que depende tanto del voltaje aplicado como del voltaje asociado al desplazamiento y de otras constantes conocidas.

De acuerdo a las leyes físicas que rigen la mecánica del sistema, la fuerza restauradora -



representada por una fuente dependiente con ganancia  $G_k$  (*bloque B*) asociada a la constante de elasticidad- determinará la corriente  $I_k$  presentando un efecto opuesto a la variación (*desplazamiento*) del voltaje  $V_{\Delta x}$ . Es importante observar la dirección opuesta a la corriente asociada a la fuerza electrostática. De igual manera, la contribución del amortiguamiento, indicada mediante la corriente  $I_b$  en el sistema (*bloque B*) es también modelada mediante una conductancia  $G_b$ , la cual en analogía al modelo asociado al resorte, estará en oposición al desplazamiento  $V_{\Delta x}$ . Finalmente las expresiones tanto para  $k$  como para  $b$  serán dependientes tanto de la geometría de la estructura como de las propiedades del material. La variación de voltaje  $V_{\Delta x}$  está relacionada a la corriente entregada por la fuente  $I_1$  de acuerdo a la relación:

$$I_1 = C_1 \frac{dV_{\Delta x}}{dt} \quad (3.15)$$

Obsérvese que al estar presente la corriente  $I_b$  (asociada a la conductancia  $G_b$ ) es inmediatamente verificable que dicho efecto es un indicador de una variación del desplazamiento respecto al tiempo (velocidad) al flexionarse el interruptor; la flexión se define como  $V_{vel} = dV_{\Delta x}/dt$ . Por lo tanto, la corriente que pasa a través de la capacitancia - que modela la masa de la estructura  $C_m$ - será la suma de las corrientes entregadas por las fuentes dependientes de acuerdo a LCK, por lo que (3.12) será equivalente a

$$C_m \frac{d^2 V_{\Delta x}}{dt^2} + g_b \frac{dV_{\Delta x}}{dt} + g_k V_{\Delta x} = I_{fe} \quad (3.16)$$

Se verifica también que la capacitancia  $C_{pp}$  relacionada a la geometría del interruptor, de acuerdo con la Fig. 3.7 (*bloque C*), depende del desplazamiento de la estructura e influirá en un lazo de retroalimentación positiva en el voltaje aplicado (voltaje de control). Sin embargo ese efecto desaparecerá al momento que la viga haga contacto con el electrodo de tierra (*fuentes*) sin que ello afecte la fuerza electrostática (ver sección 3.2). Finalmente, el voltaje relacionado al desplazamiento del interruptor  $V_{\Delta x}$  puede emplearse como un voltaje de control o de comparación para conmutar un interruptor 'ideal' controlado por voltaje (*bloque D*). Éste se conecta directamente a las terminales antes mencionadas en el amplificador de potencia el cual cerrará ( $v_D(\theta) = 0$ ) o abrirá presentando el voltaje asociado al capacitor paralelo  $C_e$  denotado por  $v_D(\theta)$  (ej. ver Fig. 2.1, capítulo 2); la resistencia de contacto  $R_c$  suele ser determinada tanto por la contribución del contacto de la viga con los electrodos, como la resistencia eléctrica de la estructura. En este trabajo se asume que la resistividad para un material como el polisilicio (material empleado en los diseños y cuyo proceso se describe en el siguiente capítulo) varía entre 1- (para poly0) hasta 20 ó 30- $\Omega/\square$  (capas de poly1 y poly2, respectivamente) porque el tipo de material a utilizar son películas de polisilicio depositadas sobre substrato [1] (ver capítulo 4). Como comentario final puede decirse que los diseños y experimentos del presente trabajo fueron desarrollados bajo condiciones de temperatura ambiente.

Cabe mencionar que como voltaje de control (o compuerta) se empleará simplemente un tren de pulsos, en el que la amplitud de la señal está asociada al voltaje de actuación  $V_P$  y es representado mediante la siguiente relación:

$$v_G(t) = -V_P \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\cos(k\pi) - 1}{k} \right] \cdot \sin(k\omega t) \right\} \quad (3.17)$$

donde  $v_G$  corresponde a la contribución de un voltaje en DC del valor medio de la señal



de control lo suficientemente alto y la contribución de los términos de la sumatoria para mantener al interruptor oscilando y haciendo contacto con los electrodos (o nodos) de fuente (tierra) y drenador ( $v_D$ ) en el amplificador, así entonces, sólo será necesario ajustar el voltaje de la señal a la frecuencia deseada (siempre menor que la resonancia mecánica de la estructura) para realizar la conmutación.

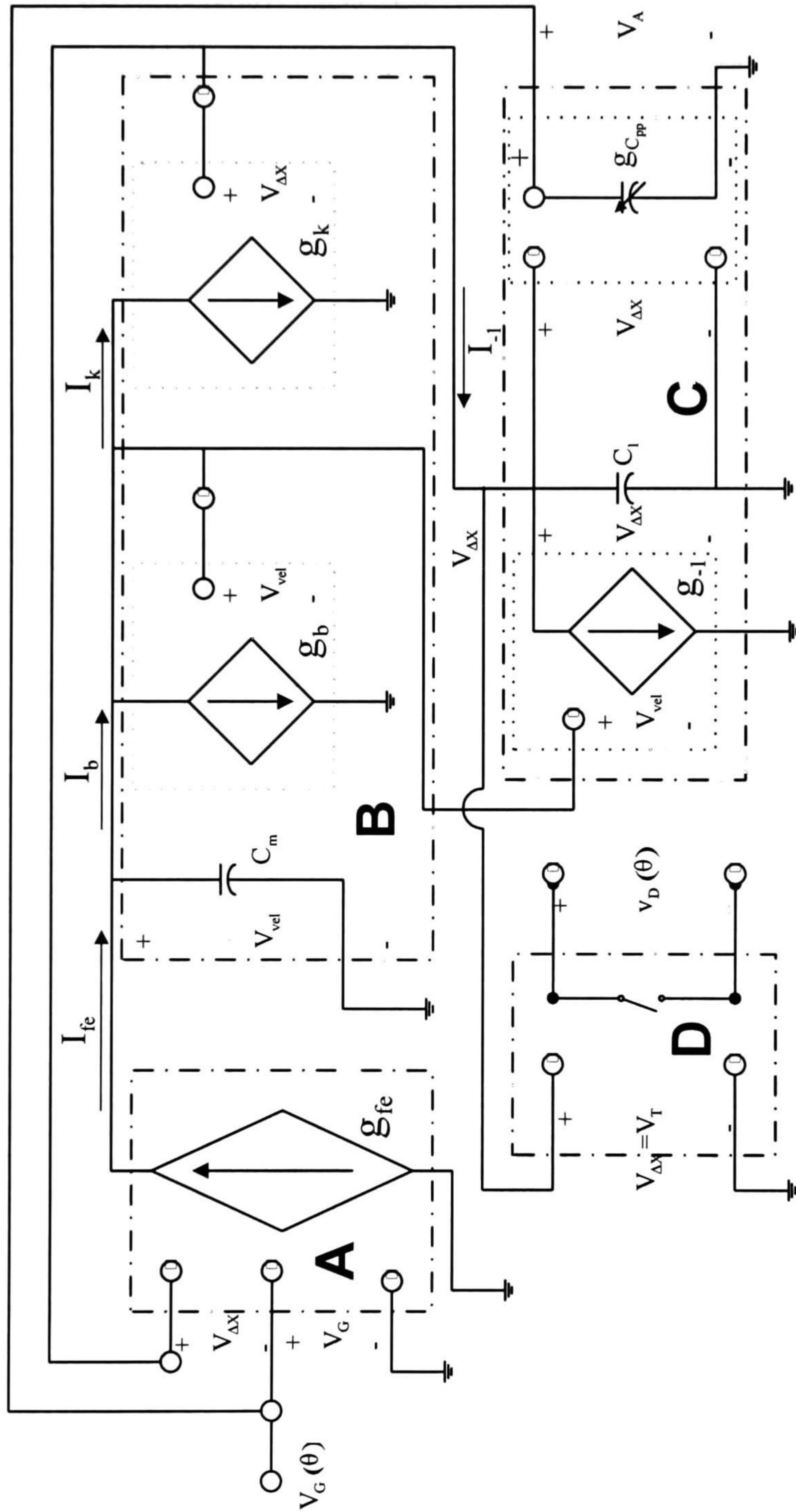
Finalmente, en la Tabla 3.1 se sintetizan los parámetros del modelo estático a utilizar, asimismo, en el siguiente capítulo se podrá verificar que los parámetros relacionados a la constante de elasticidad  $k$  dependen enormemente de las características geométricas del interruptor, de los soportes a utilizar (viga fija en ambos extremos o voladillo) y parámetros mecánicos del material.

Parámetro Mecánico	Modelo equivalente
Fuerza electrostática $G_{fe}$	$I_{fe} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{W_e W_b V_a^2}{(g_0 - V_{\Delta X})^2}$
Constante de elasticidad $G_k$	$I_k = (k' + k'') V_{\Delta X}$
Factor de amortiguamiento $G_b$	$I_b = \mu_{aire} W_e \left( \frac{W_b}{g_0} \right)^3 V_{vel}$
Masa de la viga $C_m$	$C_m = 0.4 \rho (l_b w_b t_b)$
Capacitancia del interruptor $G_{C_{pp}}$	$I_{C_{pp}} = \epsilon_0 \frac{W_e W_b}{(g_0 - V_{\Delta X})}$
Voltaje de atracción $V_p$	$V_p = \sqrt{\frac{8k_a}{27\epsilon_0 W_e W_b}} g_0^3$

**Tabla 3.1** Ecuaciones empleadas para el modelo del circuito eléctrico equivalente.

En la Fig. 3.7 pueden también verificarse otros parámetros relacionados al modelo, como una conductancia de valor  $-1S$  la cual entrega la corriente que está relacionada a la velocidad del interruptor  $-V_{vel}$  y que fluye a través de una capacitancia  $C_1$  de valor  $1F$ . Con esos parámetros se ajusta la convención de los signos del desplazamiento del modelo mecánico Newtoniano.





**Fig. 3.7.** Circuito eléctrico equivalente del modelo electromecánico del interruptor. El modelo trabaja con fuentes de corriente controladas por voltaje en base a las ecuaciones asociadas al modelo electromecánico como parámetros de las conductancias.



### 3.2.2 Consideraciones adicionales sobre el modelado eléctrico

De manera análoga, otro propuesta se ha desarrollado en MATLAB para verificar la validez del modelo presentado para simulación SPICE. Para ello es necesario resolver la ecuación diferencial no lineal que representa la dinámica del interruptor (ver ec. (3.12)); esa ecuación se puede escribir como un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden acopladas:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{b}{m_b} y - \frac{k}{m_b} x + \frac{f_{eq}}{m_b (g_0 - x)^2} \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde los parámetros para la verificación del modelo SPICE se sintetizan en la Tabla 3.2, y cuyas condiciones iniciales son  $x=0$  y  $dx/dt=0$ , es decir el interruptor está en reposo. Para la simulación del sistema se diseña una función que contiene el sistema de ecuaciones (3.18) y los parámetros asociados con (3.1) y hasta (3.11).

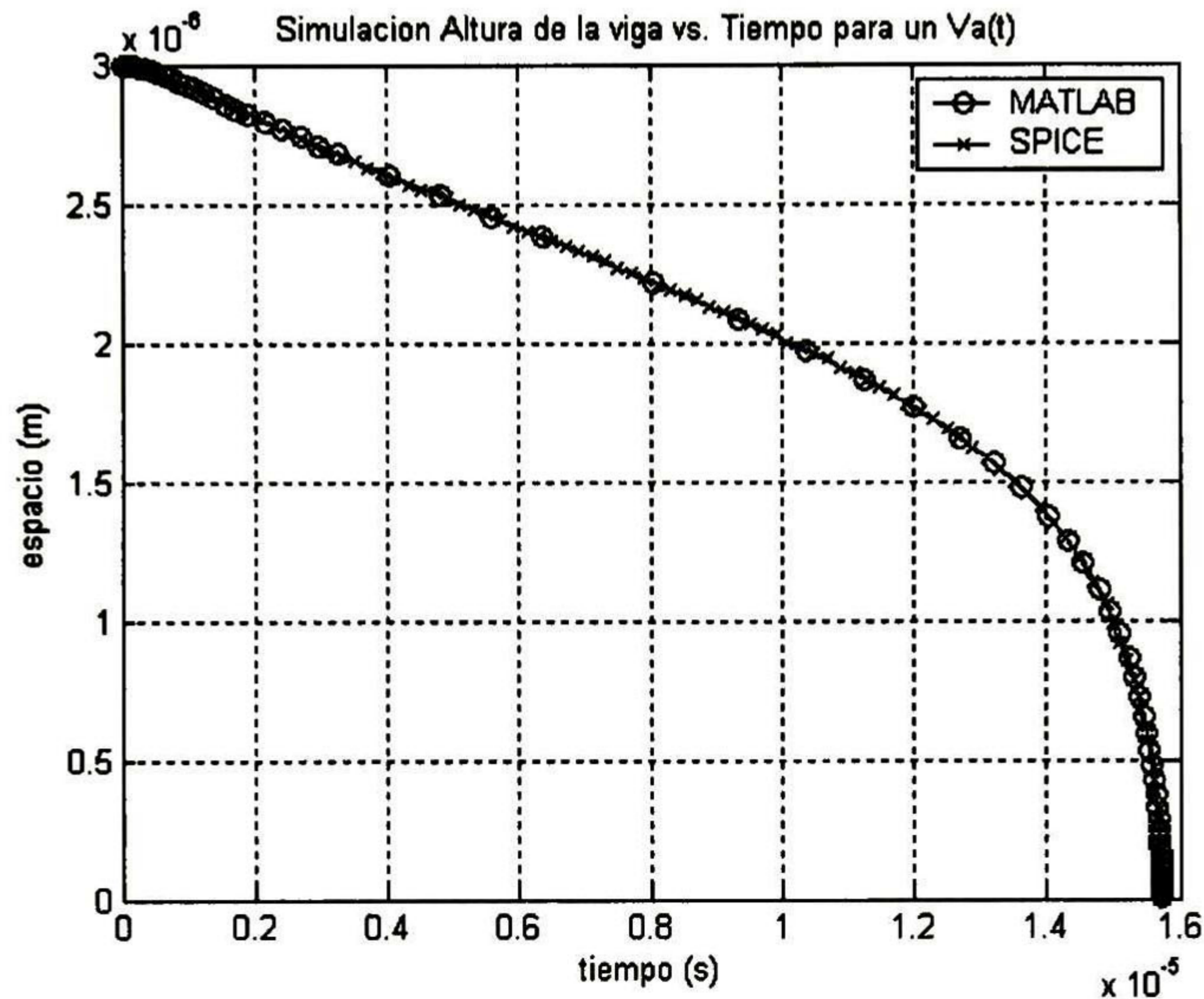
Parámetros del modelo	Valor (Al)
Longitud de la viga $l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	300
Ancho de la viga $w_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	60
Ancho del electrodo de actuación $W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	100
Altura de la viga $g_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	2.5
Espesor de la viga $t_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.8
Stress residual biaxial $\sigma$ [MPa]	2.35
Permitividad del espacio libre $\epsilon_0$ [pF/m]	8.85
Viscosidad del aire $\mu_a$ [kg/m.s]	1.8e-05
Constante del resorte $k_{ff}$ [N/m]	10
Masa de la viga $m_b$ [pgr]	$\rho (l_b w_b t_b)$
Masa efectiva $m_{eb}$ [fgr]	$(0.35-0.45)m_e$
Voltaje de actuación $V_a$ [V]	40
Densidad del material $\rho$ [ $\mu\text{g}/\text{cm}^3$ ]	2.65
Coef. de Poisson $\nu$ [ ]	0.35
Módulo de Young $E$ [GPa]	70
Fuerza electrostática $f_e$ [ $\mu\text{N}$ ]	3.9

**Tabla 3.2** Parámetros de prueba para la simulación y verificación del modelo eléctrico equivalente SPICE en MATLAB<sup>11</sup>, se ha asumido el diseño de un interruptor en Aluminio.

<sup>11</sup> Es importante resaltar el hecho de que el modelo electro-mecánico puede ser utilizado en soluciones tanto para vigas fijas en ambos extremos como a voladillos.



La Fig. 3.8 muestra las soluciones numéricas en el dominio del tiempo para el desplazamiento de un voladillo hipotético de Al tanto para el modelo SPICE como para el implementado en MATLAB; en la figura puede verse la estimación del contacto entre los electrodos (*drenador y fuente*) cuando  $g \approx 0$ , ante un cambio repentino (respuesta al escalón) desde una altura de  $2.5 \mu\text{m}$  con un voltaje de control de  $40\text{V}$ . Puede verse que la solución numérica es válida hasta poco antes de los  $1.6 \mu\text{s}$  que es cuando se realiza el contacto entre los electrodos; la velocidad  $dg/dt$  antes del contacto ha sido estimada entre  $16 - 18 \text{ m/s}$  justo antes del contacto. En la figura también puede estimarse el tiempo de cierre aproximadamente a los  $16 \mu\text{s}$ .



**Fig. 3.8.** Simulación (desplazamiento vs. Tiempo) para una viga de Al desde la posición inicial hasta la obtenida con  $V_a = 40\text{V}$ . Obsérvese la correlación entre el modelo SPICE y MATLAB.

En la Fig. 3.9 se muestra la solución de ambos modelos aplicando un tren de pulsos de voltaje (amplitud  $30 \text{ V}$ ) a una frecuencia de prueba de  $20\text{kHz}$ . Aunque los parámetros son los mismos de acuerdo a la Tabla 3.2, el voltaje ha sido disminuido para evitar el contacto y estimar la velocidad ante los desplazamientos oscilatorios debido a la forma de onda aplicada. Es evidente que el voladillo de aluminio responde siguiendo a la señal de pulsos, la velocidad alcanzada en los picos máximos de desplazamiento está entre los  $0.15$  a los  $0.30 \text{ m/s}$ .

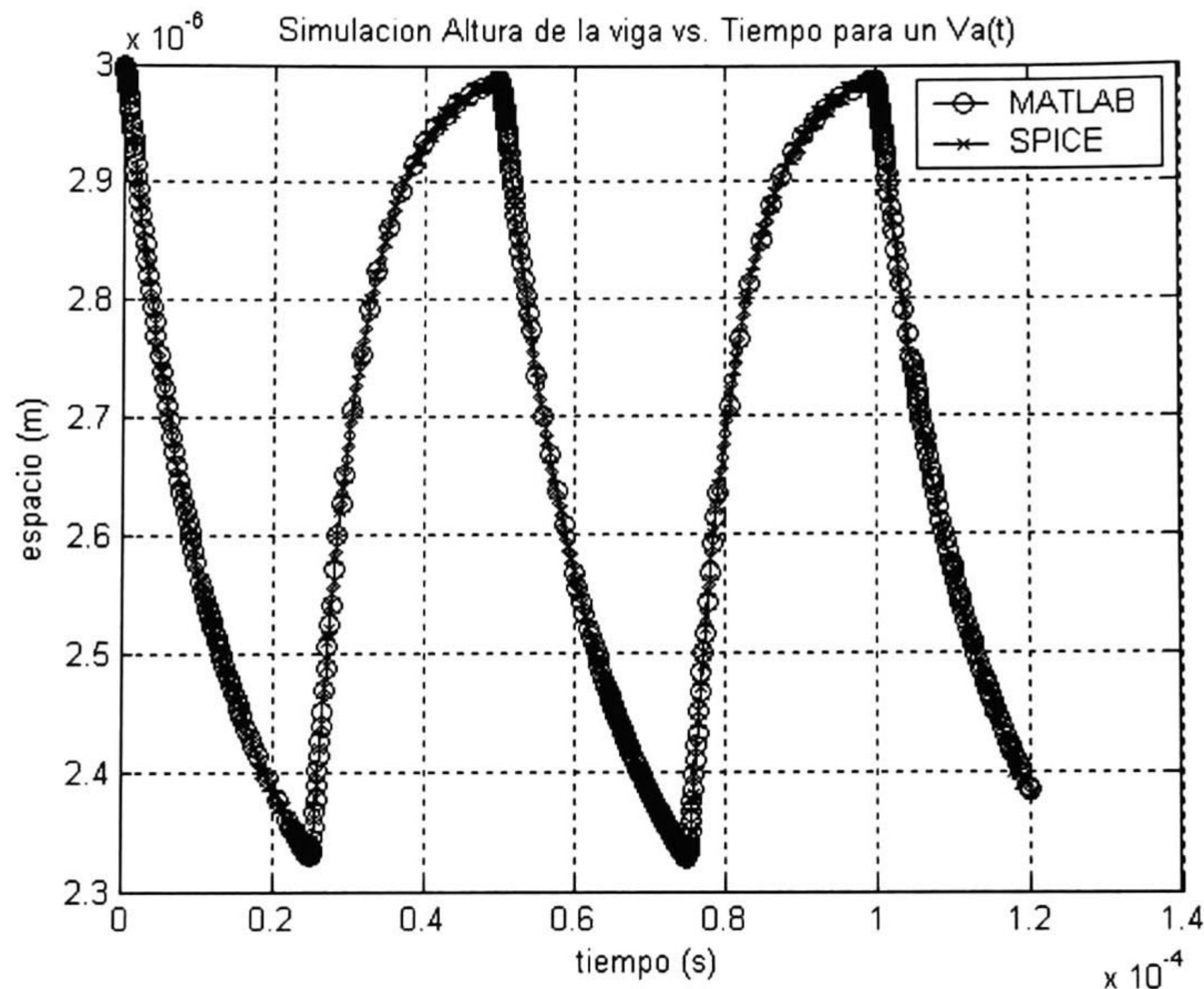
Finalmente, para validar el modelo SPICE propuesto en el siguiente capítulo se presentan casos de diseño en los que se proponen diferentes topologías de interruptores. Estos dispositivos se diseñan e implementan en polisilicio mediante el proceso de micro-maquinado estándar conocido como PolyMUMPS.

### 3.3 Conclusiones

Se presentó una síntesis de los diferentes parámetros a considerar para el diseño de un interruptor micromaquinado, tanto los relacionados al modelo estático como los asociados al modelo dinámico; el modelo corresponde a una ecuación diferencial no lineal de 2º orden. Con el modelo SPICE del interruptor, es posible integrar el elemento de conmutación electromecánico y realizar la interfaz a la circuitería electrónica asociada; para los propósitos de esta investigación la circuitería se refiere a un amplificador de potencia



clase-E. Finalmente, es importante señalar que a partir de los resultados del modelado propuesto se ha analizado el desempeño dinámico del elemento, por lo que se espera que pueda verificarse una estimación adecuada en la implementación real del circuito.



### 3.4 Referencias

- [1] G. Rebeiz; "RF MEMS Theory, Design, and Technology", John Wiley and Sons Publications, Hoboken, New Jersey, 2003.
- [2] R. P. Feynmann et al; "The Feynmann Lectures on Physics"; Vol. II, Addison Wesley Longman (June, 1970)
- [3] Warren C. Young, Richard Budynas; "Roark's Formulas for Stress and Strain", McGraw-Hill Professional; 7 edition (September, 2001)
- [4] Brian Stark "MEMS Reliability Assurance Guidelines for Space Applications", Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California
- [5] J. B. Muldavin and G. M. Rebeiz, "Nonlinear electro-mechanical modeling of MEMS switches," *IEEE Int. Microwave Theory and Techniques Symp.*, pp. 2119-2122, May 2001.
- [6] D. Mercier et al "An electromechanical Model for MEMS switches" in Proc of IEEE MTTs Symposium, Phoenix, May 2001.
- [7] J.B. Muldavin and G.M. Rebeiz, "High isolation MEMS shunt switches; Part 1: Modeling," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 48, pp. 1045-1052, June 2000.
- [8] E.K. Chan, E.C. Kan, R.W. Dutton and P.M. Pinsky, "Nonlinear Dynamic Modeling of Micromachined Microwave Switches", MTT-S, June 1997.



- [9] Dussopt, L. and G.M. Rebeiz, "*Intermodulation distortion and power handling in RF MEMS switched, varactors and tunable filters,*" *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, vol. 51, no. 4, pp. 1247-1256, April 2003.
- [10] Stephen D. Senturia; "*Microsystem Design*"; Springer; 1<sup>st</sup>. edition (December 8, 2004).
- [11] Marc J. Madou, "*Fundamentals of Microfabrication: The Science of Miniaturization*"; 2nd edition, CRC Press, Boca Raton, FL, (2002).
- [12] Harvey S. Newman; "*RF MEMS Switches and Applications*"; IEEE 40<sup>th</sup>. Annual International Reliability Physics Symposium, pp. 111-125, 2002.







## Capítulo 4

# Diseño de Interruptores y su Uso en un Amplificador de Potencia

Se presentan resultados de simulación SPICE en el dominio del tiempo que incluye las formas de onda (voltaje y corriente) presentes en los interruptores usados como switches electro-mecánicos en un amplificador de potencia clase-E. Los interruptores diseñados son de 3 tipos: fijos en ambos extremos, tipo “folded-flexures” y en trampolín. Todos micromaquinados en tecnología de polisilicio.

### 4.1 Introducción

**E**L PROCESO de simulación propuesto se basa en una metodología de diseño que permita emplear el circuito electrónico diseñado para determinados valores de frecuencia de operación, voltajes de alimentación, factor de calidad, etc. Ello permite, como primera aproximación, observar el desempeño del circuito ante diversas propuestas de los elementos de conmutación.

La simulación de dispositivos MEMS, como el interruptor electromecánico utilizado en esta investigación, no siempre es fácil de realizarla debido a la complejidad del dispositivo. La complejidad radica en los varios dominios físicos involucrados: mecánicos, eléctricos, térmicos, entre otros [1]. La complejidad aumenta cuando éstos interactúan entre sí porque incrementa el orden y las variables que gobiernan la operación del sistema. El software de simulación, por un lado, se divide en 2 aproximaciones:

Un modelo a nivel comportamental, por medio del cual, capturando las características principales del dispositivo se obtiene de manera relativamente rápida la predicción del desempeño básico del mismo. Este tipo de modelado es la aproximación a utilizar, dado que mediante un modelo de elementos de red concentrados y un programa de simulación de propósito general como SPICE es posible estimar el comportamiento del sistema.

La segunda aproximación consiste en el desarrollo e integración de modelos 3D usando herramientas de simulación denominadas *field solvers* las cuales utilizan métodos de



elemento finito (o por sus siglas en inglés FEM, *finite element modeling*); esta aproximación permite predecir respuestas de estructuras mecánicas debidas a fuerzas o cargas aplicadas en ciertas partes de la estructura.

Básicamente lo que realiza el método es descomponer la estructura en elementos discretos (*meshing* o enmallado); cada elemento dispone de un número de nodos y sus esquinas interactúan mecánicamente con los elementos vecinos. La ventaja de este tipo de métodos es que los análisis se pueden extender hacia más variables como temperatura, o a otros dominios como termodinámica (cinética de gases y sus efectos en presión de películas amortiguadas y de fluidos) y exitosamente también en campos electromagnéticos [1]. Otra ventaja es la obtención de resultados más realistas que los que ofrecen los modelos comportamentales. Sin embargo, su desventaja consiste en su alto consumo computacional y el enorme tiempo de simulación, por consiguiente es muy difícil simular sistemas más complejos. Pero, porque esta aproximación está más allá del enfoque del presente trabajo, este tipo de métodos de simulación no se contemplan.

En la primera aproximación, la dinámica del sistema está descrita por una ecuación diferencial no lineal representada por medio de fuentes de corriente dependientes de voltaje (como bloques constituyentes de ecuaciones estáticas) en diversos lazos de retroalimentación. Este modelo tiene la ventaja de ser implementado mediante un circuito eléctrico equivalente, cuya evaluación a través de programas de simulación de propósito general -como SPICE- permite estimar parcial o totalmente el desempeño en dominios no eléctricos. Así entonces, la aproximación a considerar consiste en emplear un modelo eléctrico equivalente (o comportamental, propuesto en el capítulo anterior), el que utiliza elementos de circuito y programas de simulación de propósito general como SPICE para simular la operación de un interruptor micromaquinado.

La necesidad del modelo es para emplearlo en simulaciones SPICE y después verificar su operación basandonos en las siguientes especificaciones de diseño:

Resistencia de encendido baja ( $R_{on} \rightarrow 0$ ) y de apagado de valor grande ( $R_{off} \rightarrow \infty$ ) para asegurar un alto aislamiento, un ciclo de trabajo *DC* del 50% a una baja frecuencia de operación (*VLF*) y un tiempo de transición despreciable (transición abrupta).

Finalmente con los requerimientos anteriormente descritos poder incorporar la circuitería y/o diversos elementos de red necesarios para conformar un circuito amplificador de potencia clase-E.

Como paso inicial para estos propósitos, es prudente describir el procedimiento de fabricación de un interruptor mecánico en tecnología PolyMUMPs, tecnología a la cual se tiene acceso.

## 4.2 Procesos de fabricación de Interruptores Electromecánicos

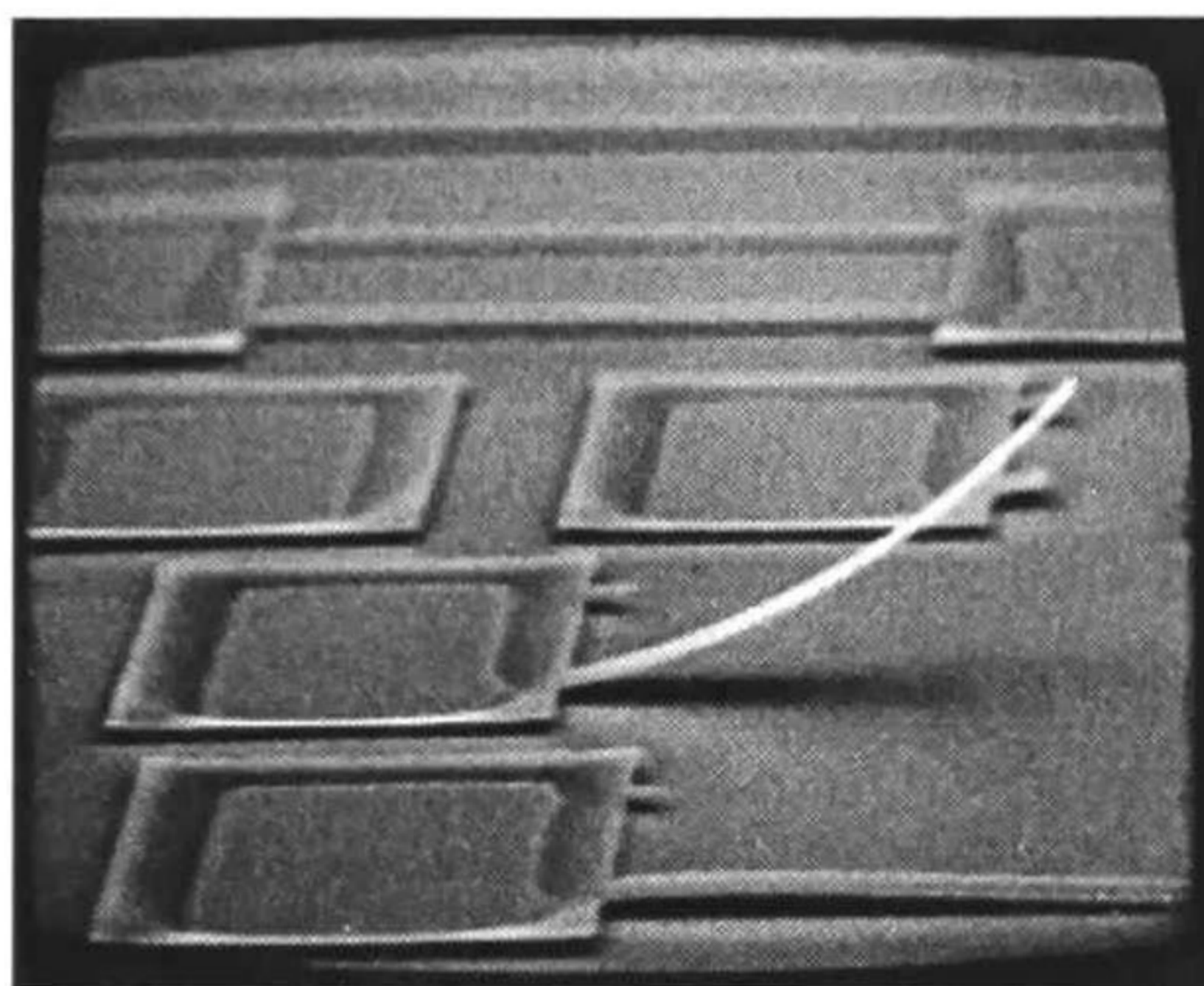
Los procesos de micromaquinado más usados en la industria son el maquinado de substrato (*bulk micromachining*), maquinado superficial (*surface micromachining*), y técnica denominada LIGA<sup>12</sup> (acrónimo alemán para moldeado y electroformación fotolitográfica).

---

<sup>12</sup> LIGA es un acrónimo alemán para fotolitografía (*L*ithographie), electroformación (*G*alvanoforming), y moldeado (*A*bformung) [3].



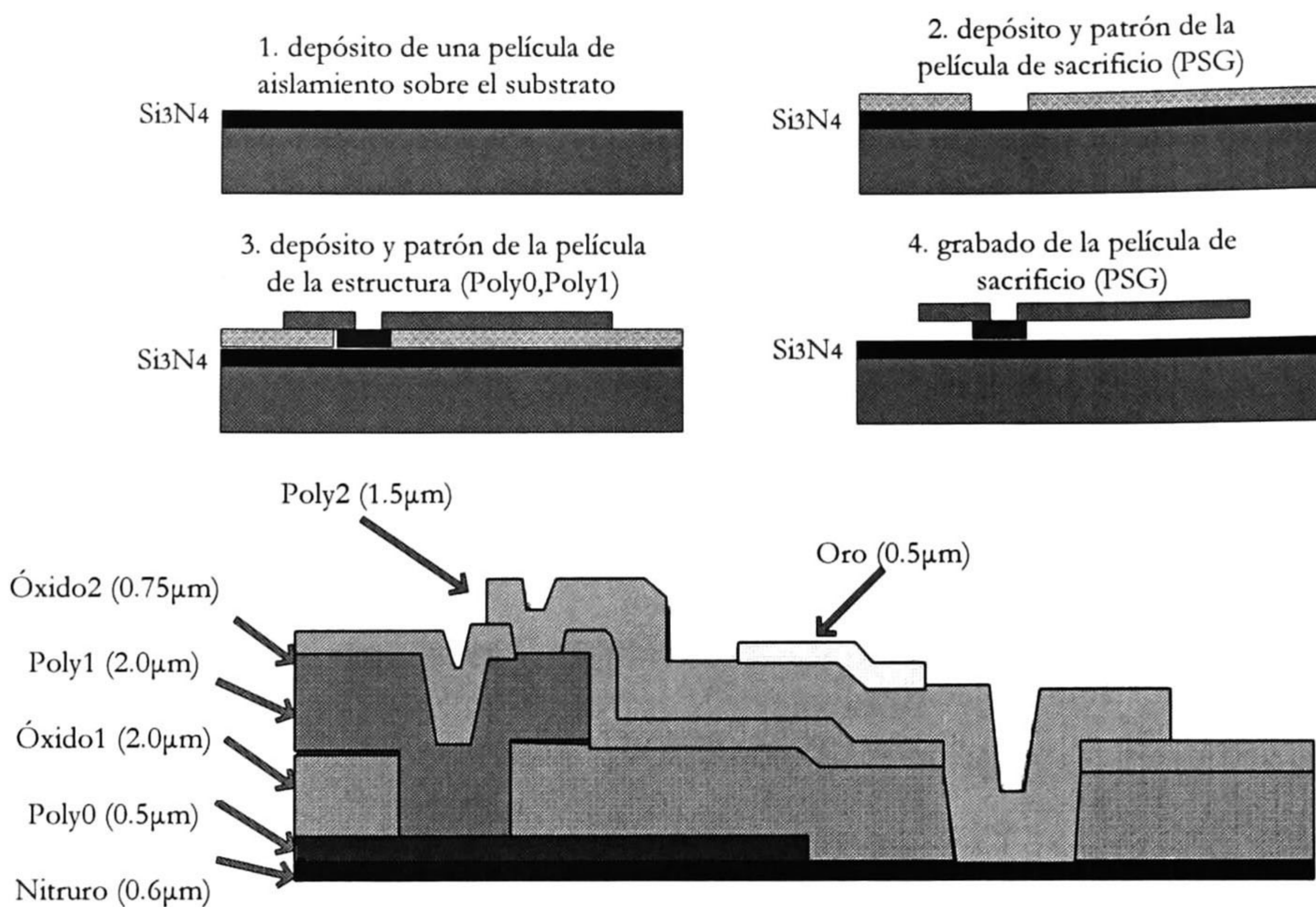
Las técnicas de *micromaquinado superficial* son las más utilizadas para la fabricación de componentes, dispositivos y sistemas microelectromecánicos [1]. Ésta tecnología incluye depósito de materiales, desarrollo de litografía para transferencia de patrones, y grabado selectivo de materiales; el substrato es usualmente silicio aunque se usan también vidrio y alúmina. Por ejemplo, la secuencia del proceso para fabricación de trampolines o vigas mediante maquinado superficial se muestra en la Fig. 4.2, donde el *material de sacrificio* que se muestra en el paso 2 es la base para la fabricación de microestructuras *liberadas* o en voladizo. A manera de ejemplo, la Fig. 4.1 muestra una estructura en voladillo. El material de sacrificio es óxido de silicio CVD (del inglés *Chemical Vapour Deposition*) mientras que el material estructural es nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). Obsérvese cómo con grabado selectivo es fácil liberar el trampolín porque su ancho es mucho menor que el del ancla o soporte. Esa es la razón por la cual se observa el *sobregrabado* en el soporte. La curvatura del trampolín es debido al estrés residual (tensión) de la película de nitruro.



**Fig. 4.1** Óxido y nitruro son ejemplo de materiales *de sacrificio* y *estructurales*. En la parte superior se muestran ejemplos de vigas.

El proceso de fabricación de una estructura (voladillo o trampolín) es como se describe a continuación [3]: una película de material de sacrificio (que se remueve selectivamente usando una solución de grabado) se deposita en un substrato de silicio, que anteriormente recibió el depósito de una película denominada de *pasivación*. El propósito del material de sacrificio es proveer soporte temporal a los materiales denominados estructurales que son depositados en los subsecuentes pasos de fabricación. Usando técnicas fotolitográficas y haciendo un grabado selectivo se abren ventanas que permiten acceder al material de sacrificio para ser removidas usando la solución de grabado que corresponde. Obsérvese que en la Fig. 4.1 no son necesarias las ventanas de grabado porque el ancho del trampolín permite el rápido *sobregrabado* debido a que la solución usada es del tipo isotrópica. Luego, una película delgada de material estructural (por ejemplo polisilicio) se deposita, y luego se graba en las regiones que así convenga para definir la estructura mecánica requerida.





**Fig. 4.2.** Proceso de micromaquinado superficial: a) secuencia para la fabricación de una estructura de voladillo, b) descripción de varias de las películas que se utilizan en la tecnología PolyMUMPS

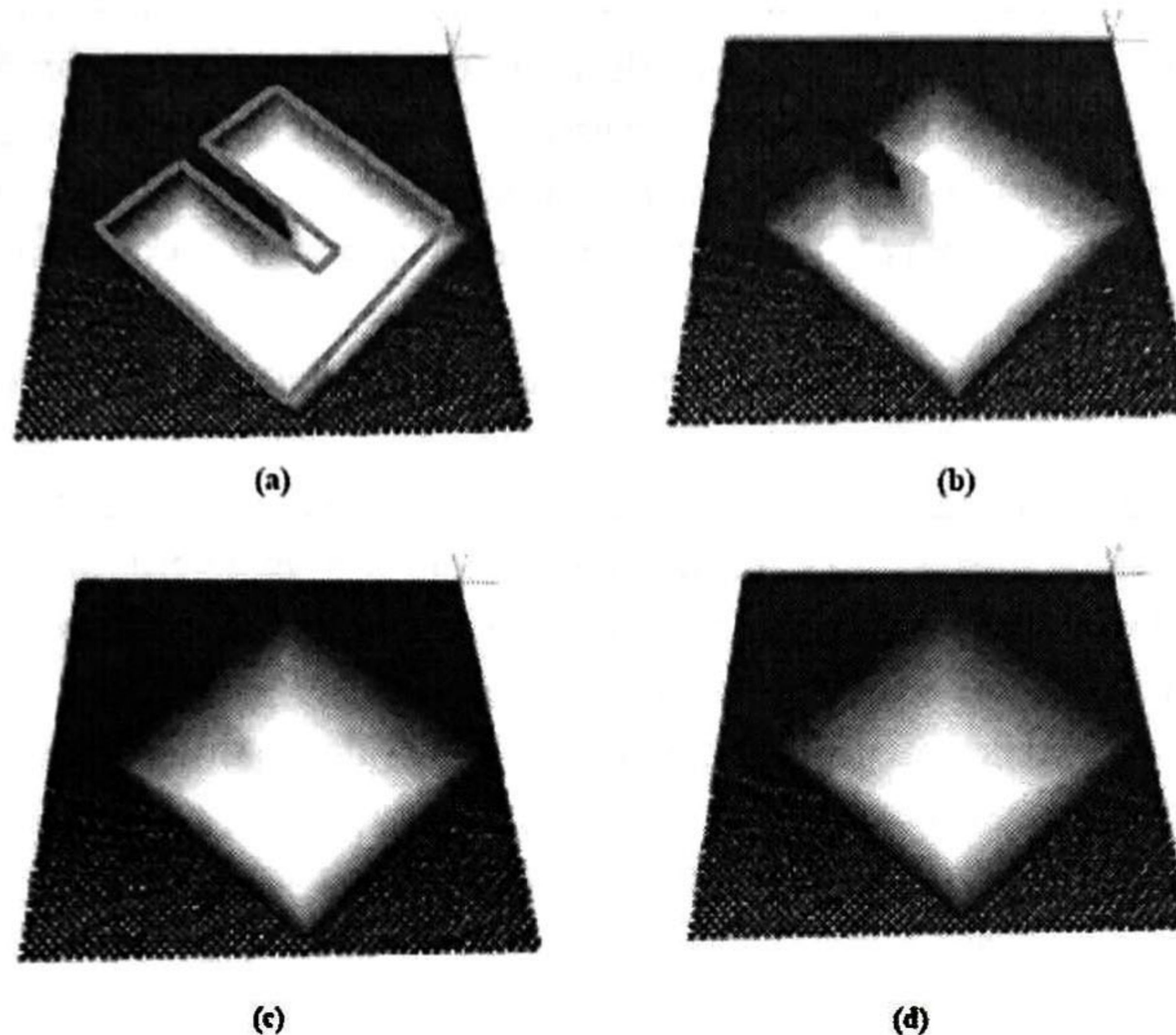
A partir de este punto el proceso puede ser repetido para formar la estructura mecánica a partir del apilamiento de películas de polisilicio de diferentes espesores con diversas películas -material de sacrificio- entre ellas. Este proceso, que da nombre al micromaquinado superficial multi-película puede ser utilizado para crear estructuras de mayor complejidad. El proceso de micromaquinado superficial de tres películas de polisilicio es conocido como PolyMUMPs (*Polysilicon Multiuser MEMS Processes*) y es útil para diseños y fabricación de micromáquinas de propósito general.

Mediante este proceso es posible, a partir de una película de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , depositar tres películas de polisilicio (denominadas *poly0*, *poly1* y *poly2*), dos de dióxido de silicio (denominadas *óxido1* y *óxido2*), y una película de oro, ésta última normalmente utilizada como material de contacto al realizar las mediciones; todos los materiales depositados sobre una oblea de silicio tipo-n [3]; en la Fig. 4.2 se sintetiza el proceso de fabricación PolyMUMPS.

El *micromaquinado de sustrato* es, por otro lado, un proceso para desarrollar microestructuras tridimensionales a partir de un sustrato (silicio, cuarzo, SiC, GaAs, InP, Ge, o vidrio). De manera análoga al maquinado superficial, se remueve de manera selectiva porciones no deseadas del sustrato; usualmente silicio. En este proceso las microestructuras son creadas por técnicas de fotolitografía y grabado; el grabado es la técnica clave en el proceso de remoción del sustrato [1]. La Fig. 4.3 muestra una secuencia del grabado de silicio usando soluciones de KOH. En esta representación se asume que todo el sustrato está cubierto con una delgada película de nitruro. Usando fotolitografía se define un patrón que representa la región en la que es removido el nitruro, de manera que la ventana resultante se muestra en la Fig. 4. Ya como el polígono de ocho caras. Considerando que el nitruro no es grabado con soluciones de KOH, en (b) se omite la ventana para mostrar la evolución del grabado del sustrato. Obsérvese cómo



el material bajo el voladizo de nitruro es removido por efectos del sobregrabado (b) hasta obtener prácticamente su remoción (c), sin embargo, el grabado vertical sigue transcurriendo y ello permite obtener una cavidad regular. A diferencia del grabado isotrópico, las soluciones basadas en KOH graban anisotrópicamente. Además, dado que el silicio es un cristal hay planos atómicos cuya energía de enlace no es liberada con KOH y se convierten barreras naturales de grabado, en consecuencia el grabado (vertical) indica dónde se localizan los planos energéticamente débiles (d). Si el tiempo de grabado transcurre de manera indefinida la estructura resultante sería equivalente a una pirámide invertida, siéndole el fondo el punto de intersección de los cuatro planos atómicos energéticamente fuertes.



**Fig. 4.3.** Simulación del grabado anisotrópico de silicio usando una máscara de nitruro como protección.

### 4.3 Micromaquinado de Interruptores

El elemento de construcción básico de un circuito micromaquinado que involucra interruptores mecánicos -y que realiza la operación similar a un interruptor MOS- es aquél que conmutan mediante actuación electrostática. De éstos se pueden citar los siguientes:

- Interruptor capacitivos en paralelo
- Interruptor de contacto serie (comúnmente conocidos como *resistivo*)

De éstos, el que se seleccionó en la presente investigación es el interruptor de contacto resistivo. Aunque los interruptores de contacto serie o resistivo son parecidos a los capacitivos, los interruptores de contacto resistivo realizan un contacto directo “metal-metal” o en su defecto “poly-poly” en su conmutación; es decir, entre el voladillo (*Poly1* o *Poly2*) y los electrodos de contacto (en *Poly0*). Además de que no existe material aislante entre ambas placas como en el caso de los interruptores capacitivos.

Los interruptores capacitivos presentan dos estados estables cuya razón capacitiva satisface  $C_{on}/C_{off} > 100$ , donde  $C_{on}$  y  $C_{off}$  son la capacitancia en el estado *encendido* y *apagado*, respectivamente. Por consiguiente, este tipo de dispositivos se emplea para *cortocircuitar* a tierra la señal de RF. En contraste, los interruptores de contacto serie se utilizan como resistores de resistencia pequeña en estado de *encendido*, y como capacitancias en serie en estado de *apagado* ( $C_{off} \approx 1-10fF$ ); el valor de la capacitancia



resultante se puede considerar despreciable si el circuito bajo diseño cuenta con capacitancias de mayor valor.

La principal limitación que representa este tipo de dispositivos es una pobre rapidez de conmutación; el tiempo de conmutación oscilan entre 1 y 100  $\mu$ s. Por consiguiente son mucho más lentos que los interruptores MOS. En la práctica, los tiempos de conmutación son afectados principalmente por parámetros tales como el amortiguamiento, la constante de elasticidad entre otros asociados a la geometría y el tipo de material a utilizarse.

Además como se mostrará más adelante (ver sección 4.5) los mecanismos de falla que pueden presentarse para los interruptores de contacto resistivo son principalmente el daño por pegamiento, algunos efectos que flexionen la estructura en dirección contraria al movimiento o endurecimiento de la misma debido a contaminantes orgánicos alrededor del área de contacto y a la fuerza de impacto entre la viga y los electrodos [1], [2].

#### 4.3.1 Estructuras en Voladillo y Vigas fijas en ambos extremos

En la presente sección se presenta en detalle el diseño electromecánico de un interruptor; los parámetros a determinar tales como constantes de elasticidad del resorte, fuerzas electrostáticas, voltajes de atracción (*pull-down*) entre otros se utilizarán para el diseño y posterior simulación. El objetivo tanto de ésta sección como las subsecuentes es mostrar una metodología estándar a seguir al momento de realizar un prototipo rápido para su posterior verificación y simulación, y finalmente tener la seguridad de que el diseño mecánico cumple con las expectativas descritas al inicio del capítulo.

El procedimiento de diseño comenzará a partir de la definición de los parámetros para utilizarse en el modelo y la posterior derivación de las dimensiones finales de la estructura; sin embargo uno de los problemas con los que el diseñador puede toparse a la hora de trabajar con modelos para la simulación del desempeño y tentativo diseño de interruptores micromaquinados es precisamente decidir cual valor para los parámetros de los materiales puede ser el más acertado o el que se aproxime al medido en procesos de fabricación anteriores. En la Tabla 4.1 se sintetizan algunos parámetros útiles en el proceso de diseño tanto para un interruptor de aluminio (que se supone podría ser integrado en un proceso compatible CMOS) y otro de Polisilicio para su diseño en el proceso PolyMUMPS.

Parámetro	Valor Al	Valor Poly
Módulo de Young E [GPa]	70	150
Relación de Poisson $\nu$ [ ]	0.35	0.26
Densidad del material $\rho$ [ $\mu$ g/cm <sup>3</sup> ]	2.65	23.3
Stress residual biaxial $\sigma$ [MPa]	2.35	-10
Permitividad del espacio libre $\epsilon_0$ [pF/m]	8.85e-12	8.85e-12
Viscosidad del aire $\mu_a$ [kg/m.s]	1.80e-05	1.80e-05

**Tabla 4.1** Parámetros mecánicos y eléctricos así como algunas constantes útiles empleadas para el diseño y la simulación de interruptores de Al y Poly.

Asimismo, en la Tabla 4.2 se listan una serie de parámetros estándar de los cuales es necesario considerar para la determinación del resto de los cálculos para el diseño electromecánico del interruptor, a este respecto, tanto en ésta como en la tabla 4.1 se



sintetizan algunos datos de las dimensiones de la estructura que convencionalmente se manejan en el diseño de interruptores micromaquinados.

Parámetro	Valor estándar
Longitud $l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	200-500 <sup>(13)</sup>
Ancho electrodo de 'pull-down' $W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	80-160
Ancho de la estructura $w_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	40-150
Constante del resorte $k$ [N/m]	2-40
Espesor $t_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	2 <sup>(14)</sup>
Altura $g_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	2 - 4.75
Masa de la estructura $m_b$ [ngr]	$\rho (l_b w_b t_b)$
Masa efectiva $m_{eb}$ [pgr]	$(0.35-0.45)m_b$

**Tabla 4.2** Dimensiones y parámetros típicos para un interruptor que se utilizarán para el diseño y la simulación de un par de interruptores (Al y Poly).

Por consiguiente el diseño de los interruptores de prueba deberá de caer dentro de las especificaciones mostradas en las Tablas 4.1 y 4.2 respectivamente. [1]; ahora, de dichos valores se determinarán otros tales como el voltaje de actuación (o voltaje de *pull-down*), factor de amortiguamiento, fuerza electrostática, etc. los cuales finalmente se integrarán en los modelos para las simulaciones y posterior visualización de su posible comportamiento para finalmente llevar el diseño al layout.

#### 4.3.2 Dinámica de Estructuras en Voladillo

Los diseños de voladillos son útiles cuando se requiere que la estructura este fija o anclada en un solo extremo y se desee eliminar los efectos asociados al estrés residual biaxial existente en la constante del resorte de las estructuras fijas ambos extremos. En las estructuras de voladillos como en los diseños anteriores, el electrodo de actuación está eléctricamente aislado del área de contacto que conectará el voltaje presente en el nodo de *drenador* directamente a tierra. Por otro lado, la constante de elasticidad del resorte  $k$  [N/m] para una estructura en voladillo se determina de la misma manera que para una estructura fija en ambos extremos (el análisis detallado para ambas estructuras se realiza en el apéndice C); y para una fuerza distribuida en un extremo de la estructura se determina mediante la siguiente expresión:

$$k_e = \frac{P_e}{y_e} = \frac{\xi^2 (d_2 - d_1)}{\frac{\xi}{6EI} \int_{d_2}^{d_1} (2l^3 - 3l^2 a + a^3) da} \quad (4.1)$$

<sup>13</sup> Los valores de las dimensiones son los comúnmente empleados de acuerdo a los diseños reportados en la literatura para interruptores de contacto DC (metal a metal) o resistivos.

<sup>14</sup> Tanto el valor del espesor de la viga así como la distancia entre viga y electrodos, quedaran restringidos a los permitidos por la tecnología, que en nuestro caso será de 3 capas de polisilicio (PolyMUMPS)



Una de las estructuras en voladillo diseñadas se muestra en la Fig. 4.4; las características mecánicas, eléctricas y geométricas de la estructura se sintetizan en la tabla 4.3. Cabe resaltar que la altura del voladillo es de  $2\mu\text{m}$  y además de los parámetros descritos en la tabla el voladillo ha sido grabado con huecos de  $6\mu\text{m}$  de ancho y como en el resto de las estructuras está determinada principalmente por el óxido de sacrificio.

Parámetro	Valor ka	Valor kc
Longitud $l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	200	200
Ancho $w_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	40	40
Altura $g_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	2	2
Ancho del electrodo $W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	178	58
Espesor $t_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	2	2
Stress residual $\sigma$ [MPa]	-100	-100
Constante del resorte $k$ [N/m]	4.51	2.69
Masa efectiva $m_{eb}$ [pgr]	14.9	9.32
Área de actuación $W_e \times w_b$ [ $\mu\text{m}^2$ ]	$178 \times 40$	$58 \times 40$
Voltaje de actuación $V_G$ [V]	19.7	35
Densidad $\rho$ [ $\mu\text{g}/\text{cm}^3$ ]	2.33e3	2.33e3
Coef. de Poisson $\nu$ [ ]	0.22	0.22
Mod. de Young $E$ [GPa]	169	169
Voltaje de pull-down $V_p$ [V]	13.02	15.77
Fuerza electrostática $f_e$ [ $\mu\text{N}$ ]	-3.15	-0.821
Amortiguamiento $b$ [N·s/m]	40	79.5

**Tabla 4.3** Dimensiones y parámetros para un interruptor en voladillo (estructura anclada en un solo extremo)

Para estas geometrías y características tecnológicas, en la Fig. 4.5 se muestran los resultados de las simulaciones de una estructura en voladillo, donde el electrodo central (*Poly0*) atrae al voladillo (en *Poly1*) generando un contacto en los electrodos (*Poly0* de  $0.5\mu\text{m}$  de espesor a *Poly1*); en la figura se muestran las simulaciones tanto del desplazamiento en la estructura como de la corriente presente en la misma al ser aplicado un voltaje de actuación periódico de 19.7V a una frecuencia de operación de 30kHz.

Para dicha conmutación cuyo comportamiento se manifiesta periódico, la velocidad en su posición más baja se presenta a 0.6 m/s.



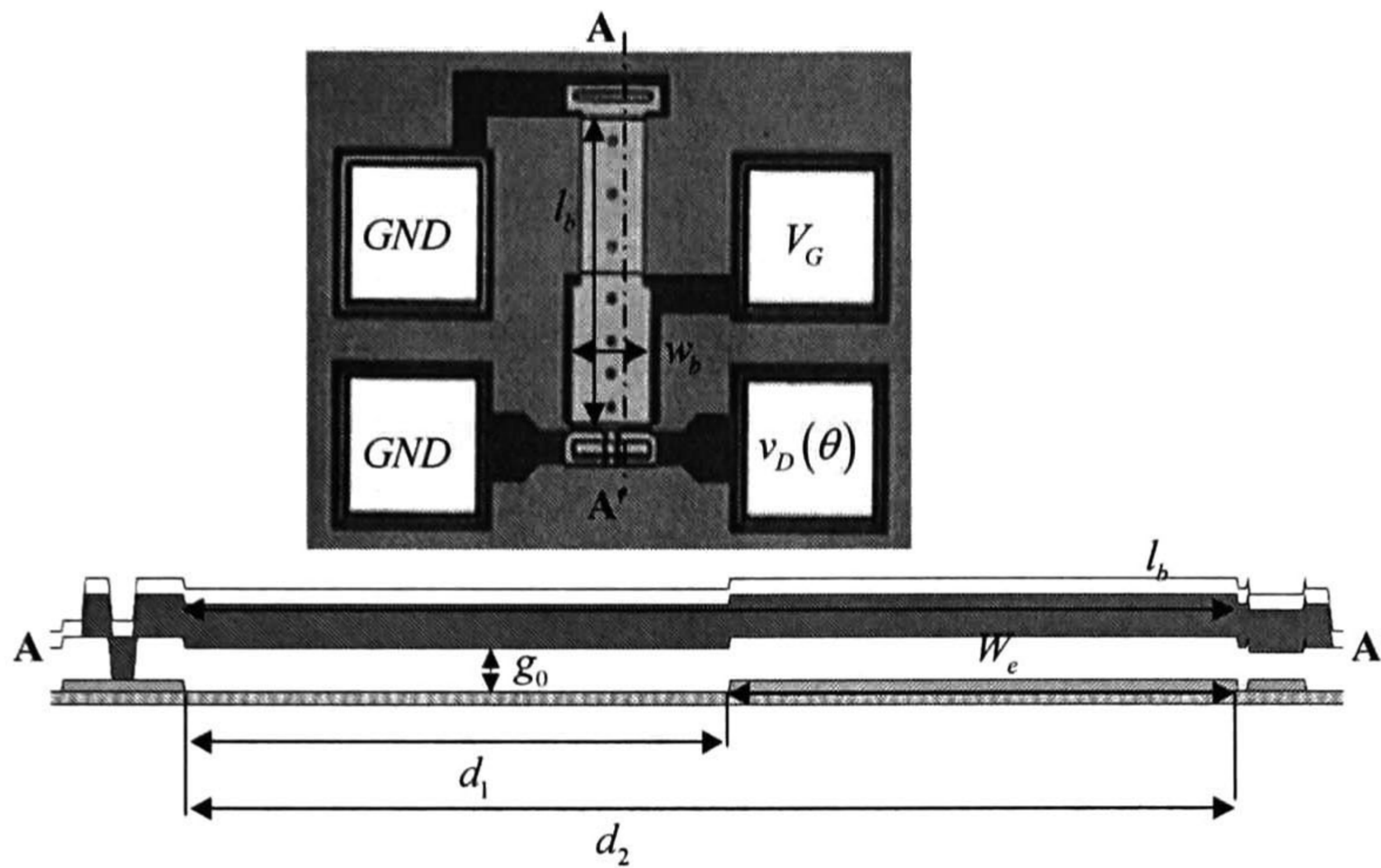


Fig. 4.4. Estructura de voladillo con un electrodo de actuación (pull-down) y área de contacto; a) vista frontal, b) sección de corte transversal.

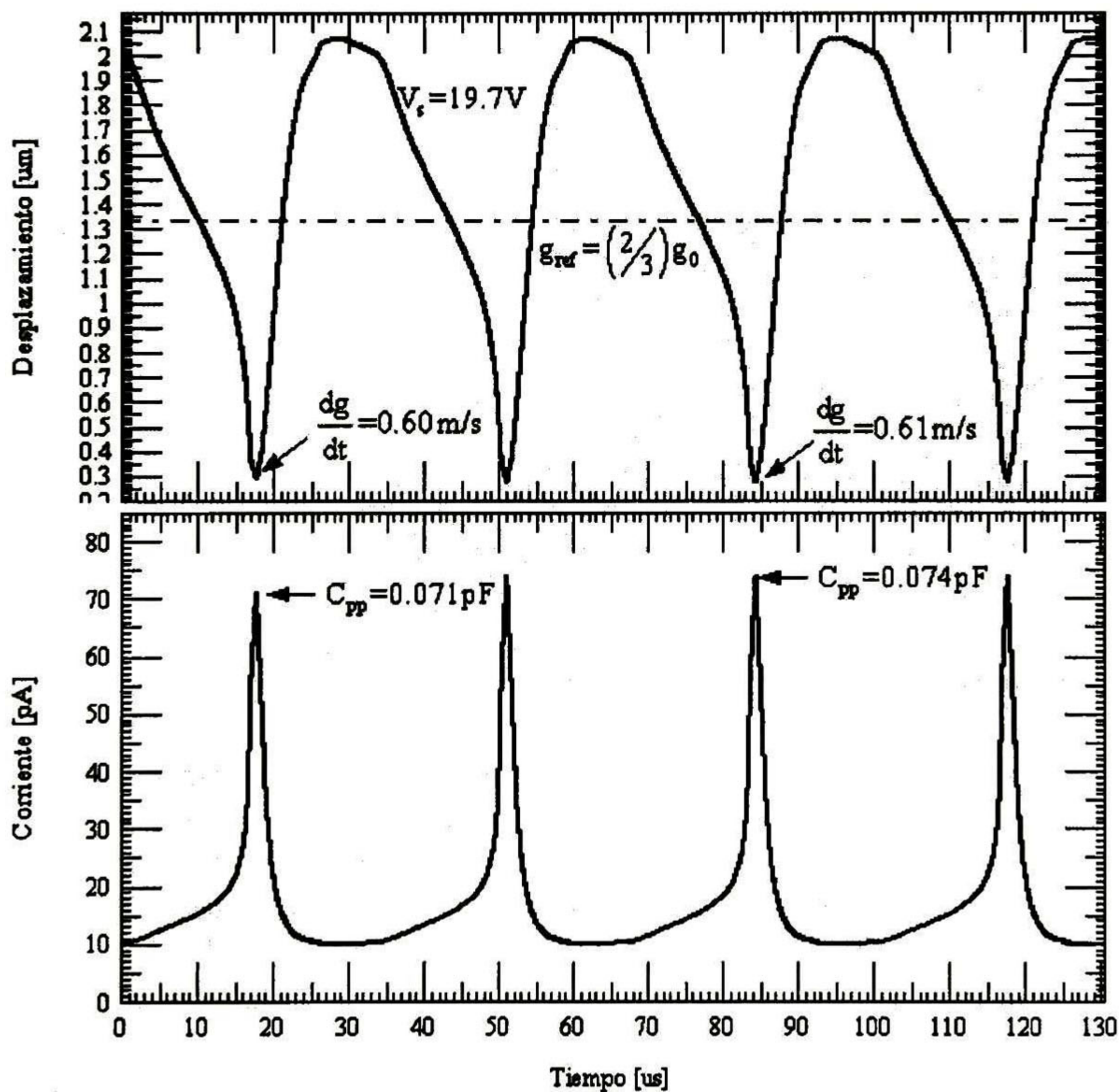
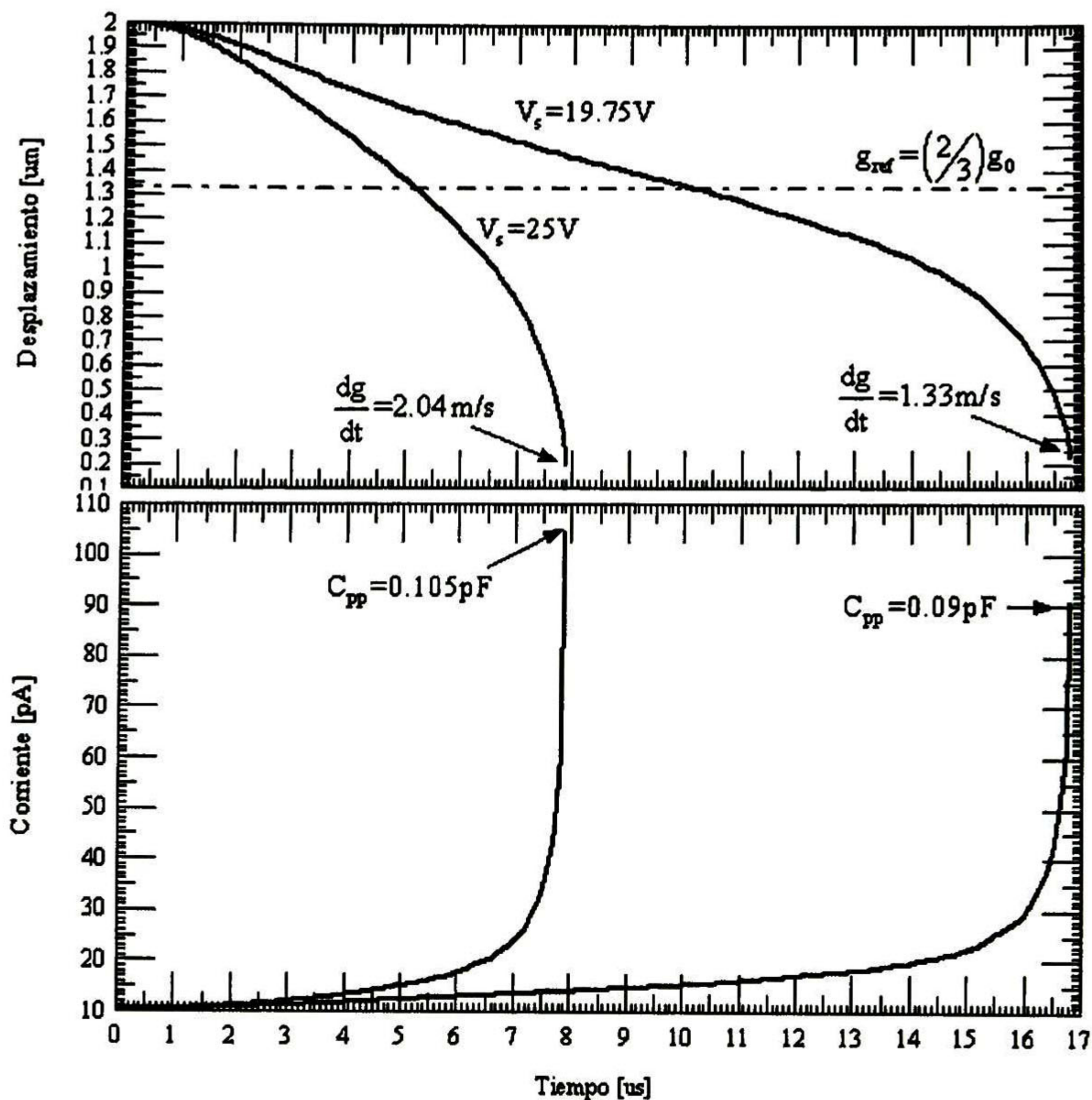


Fig. 4.5. Simulación para un voltaje de 19.7V en un voladillo de 2 $\mu m$  de altura. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) corriente vs. Tiempo.

De forma concurrente a los desplazamientos oscilatorios ante la presencia del voltaje periódico, los valores de corriente oscilan entre los 10pA hasta picos de alrededor de 71 a 74pA para flexiones máximas del voladillo. Los valores de capacitancia de placas paralelas, la cual se genera entre el voladillo (placa superior) y el electrodo de actuación (placa inferior) oscila entre los 0.1pF (en la posición inicial de la estructura) y al flexionarse, el valor llega hasta los 0.07pF.



Finalmente la posición de inestabilidad estimada como  $(2/3)g_0$  es con mucho subestimada dado que los resultados muestran que a posiciones mas bajas (15% de la altura total) el voladillo puede oscilar sin llegar al colapso (contacto entre *drain* y *source*). Sin embargo, cuando el voltaje de actuación sobre pasa el voltaje mínimo para provocar el colapso entre la viga y los contactos *drain* y *source*, esto es, incrementando el voltaje aplicado en el modelo, se llega al colapso como puede verificarse en la Fig. 4.6.



**Fig. 4.6.** Resultados de la simulación para voltajes mayores de 19.75V y 25V en un voladillo de  $2\mu\text{m}$  de altura con fuerza distribuida en un extremo. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.

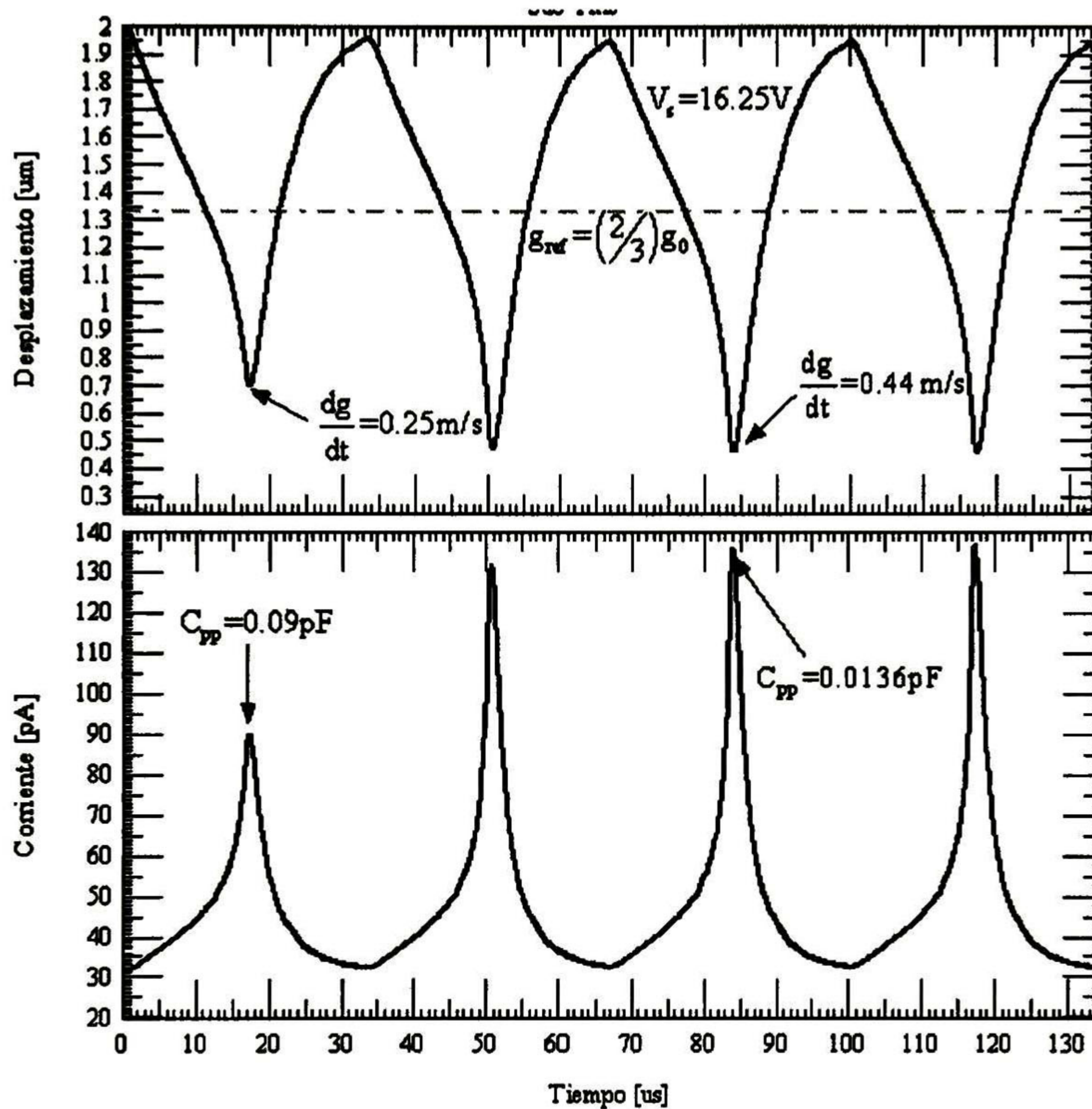
La solución para condiciones de operación ante voltajes de conmutación mayores es válida hasta el momento en el que el contacto entre el voladillo y los electrodos de *drain* y *source* ocurre, (es decir  $g_0=0$ ) el tiempo de conmutación es muy similar a la solución mostrada cuando el voltaje aplicado es menor. La velocidad del voladillo es de 1.3 a 2 m/s para voltajes de 19.75 y 25V lo cual se modela justo cuando ocurre el colapso del voladillo. Finalmente la corriente medida para ambos escalones de voltaje comienza desde los 100pA con una capacitancia de placas paralelas en estado de reposo de 0.01pF hasta 90.7pA y 105pA con una capacitancia variable desde 0.09pF hasta 1.05pF. Es importante notar que a partir de estos resultados los valores pico de la corriente de conmutación ocurren precisamente al momento en el que la velocidad de conmutación es la misma.

Otra de las estructuras en voladillo diseñadas de manera similar a la de la Fig 4.4 siendo el procedimiento de diseño la misma aproximación que la mostrada anteriormente con el único cambio relacionado a la distancia del electrodo de actuación  $d_2-d_1=178\mu\text{m}$  siendo las demás características geométricas iguales a la estructura mostrada anteriormente, tal y como se sintetiza en la Tabla 4.3. La solución del desplazamiento para un voltaje periódico aplicado  $V_G=V_s=16.25\text{V}$  el cual es menor al determinado para el colapso de éste



diseño se muestran en la Fig. 4.7. La velocidad de conmutación ante estas condiciones es de 0.25 a 0.44 m/s; los valores de corriente, los cuales de acuerdo al desplazamiento oscilan entre los 30pA (interruptor en reposo) hasta los 90 a 136pA con capacitancias de placas paralelas asociadas desde los 0.09pF a los 0.0136pF respectivamente.

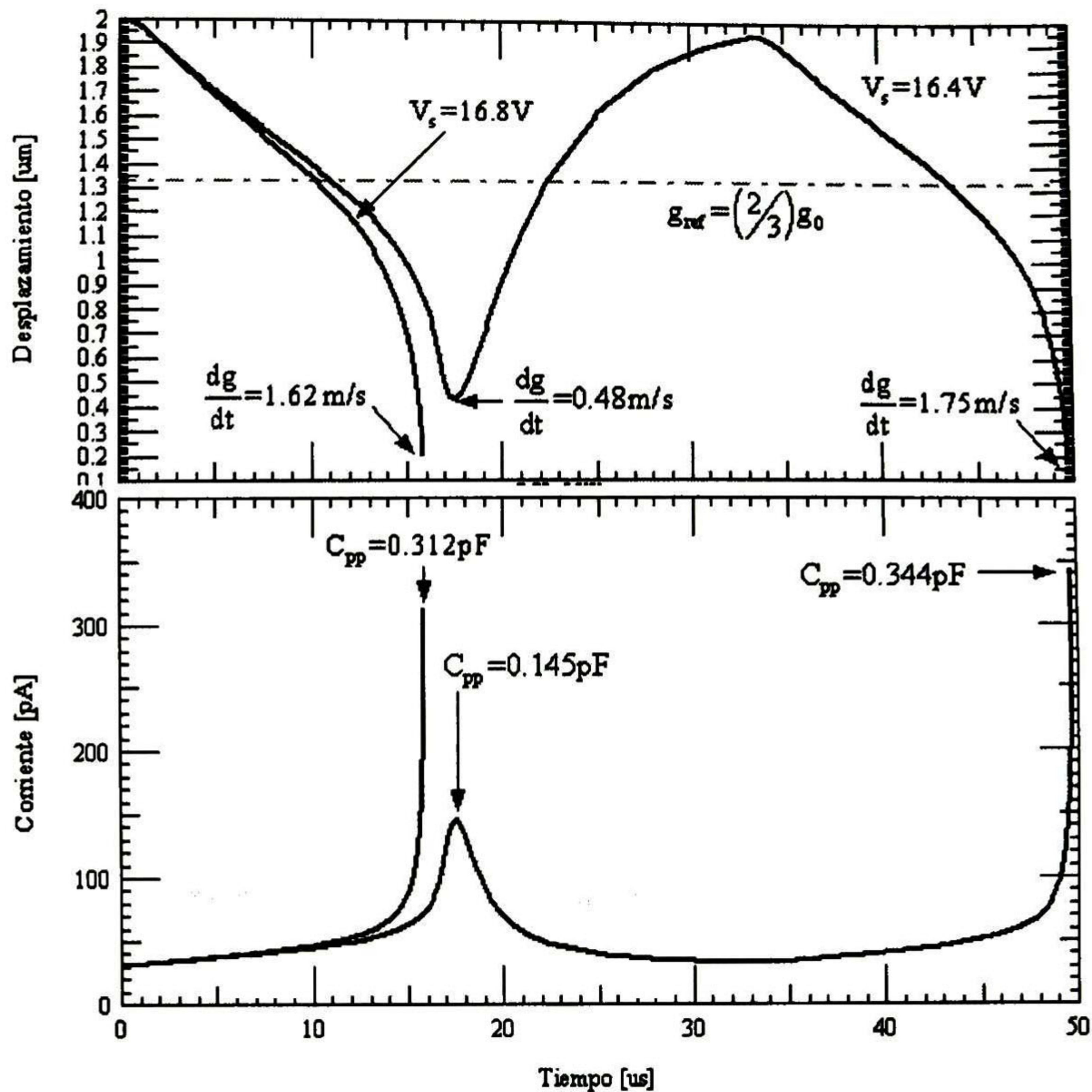
Nuevamente es inmediato verificar que las variaciones de la corriente como soluciones a los desplazamientos de las estructuras en función del tiempo son directamente proporcionales a las variaciones de la capacitancia en función del tiempo.



**Fig. 4.7.** Resultados de la simulación para un voltaje de 16.25V en un voladillo de 2µm de altura con fuerza distribuida bajo la mayor parte del voladillo. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.

Para voltajes periódicos relativamente mayores de 16.4V a 16.8V (ver Fig. 4.8) los cuales generan flexiones máximas que concluyen en el impacto del voladillo debido a una fuerza distribuida en la mayor parte del mismo, los valores máximos de velocidad para estos niveles de voltaje al momento del impacto oscilan entre 1.6 m/s para 16.4V; mientras que para 16.8V; la velocidad varía de 0.4 a 1.7 m/s respectivamente; mientras que los valores determinados de corriente se encuentran entre los 145 a los 344pA para 16.4V con una capacitancia asociada a estas corrientes entre los 0.145pF a 0.344pF. Finalmente, para un voltaje de 16.8V la velocidad al momento del impacto con los electrodos es de 1.6 m/s con una corriente de 312pA y capacitancia simulada de 0.312pF.





**Fig. 4.8.** Resultados de la simulación para unos voltajes de 16.4V a 16.8V en un voladillo de  $2\mu\text{m}$  de altura con fuerza distribuida a lo largo de la estructura. a) Altura y desplazamiento de la estructura hasta el contacto con los electrodos de drenador y fuente, b) Corriente en función del Tiempo.

### 4.3.3 Dinámica de Estructuras fijas en ambos extremos

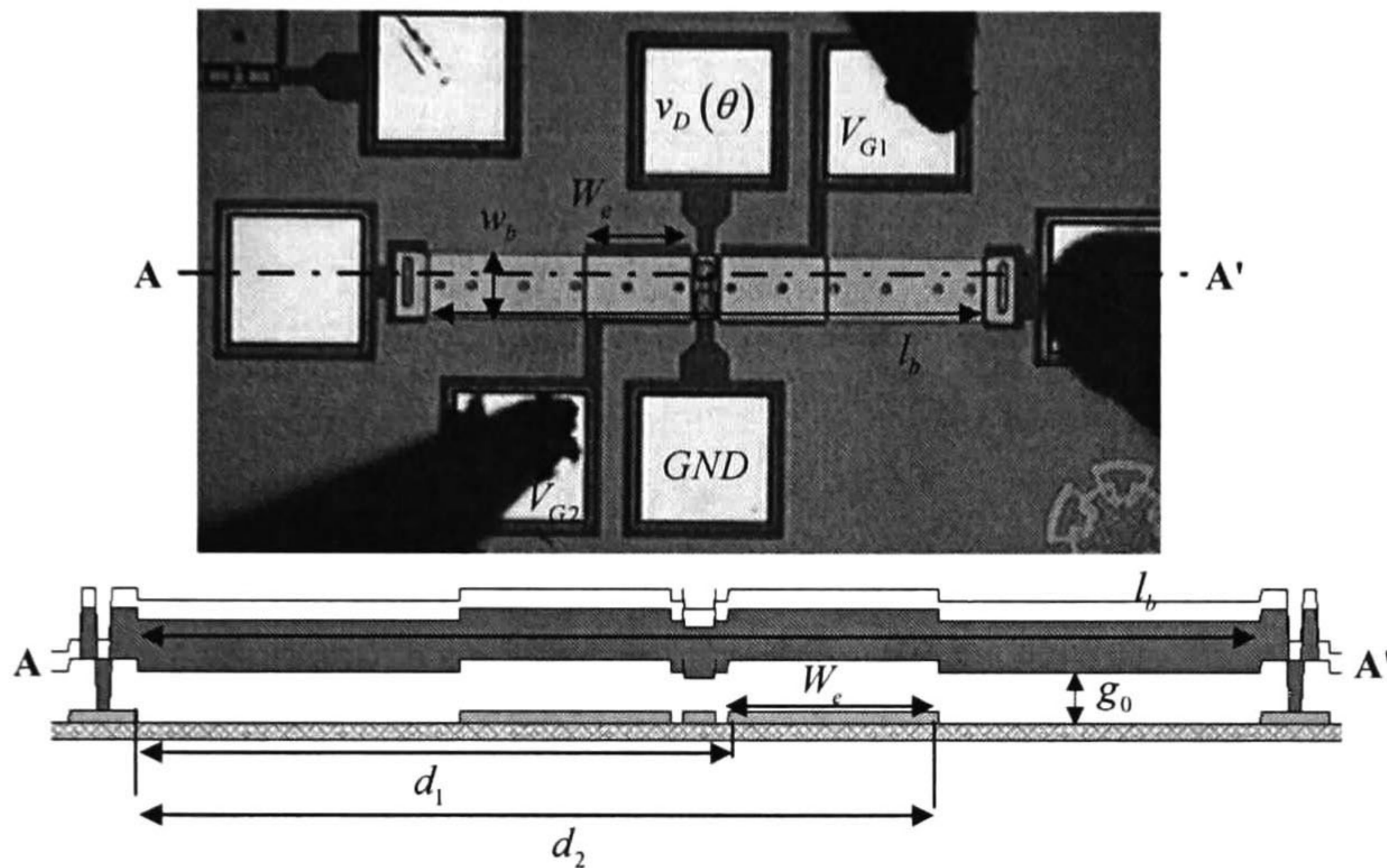
Los diseños de estructuras fijas en ambos extremos (o cantilevers) se utilizan comúnmente en diseños micromaquinados debido a su alta constante de elasticidad  $k$  y relativa facilidad de manufactura. La constante de elasticidad es modelada mediante un par de contribuciones: debido a la rigidez de la viga la cual es función directa de las características del tipo de material (módulo de Young, momento de inercia, etc) y una segunda contribución debido al stress residual biaxial en la misma estructura<sup>15</sup> la cual es resultado del proceso de fabricación [1].

En las estructuras fijas en ambos extremos como en los diseños anteriores el electrodo de actuación está eléctrica y mecánicamente aislado de las áreas de contacto, por un lado el voltaje en el pad de *drenador* y otro pad cuya conexión es directamente a tierra. En la Fig. 4.9 se presenta una propuesta de diseño de una estructura de polisilicio y que está fija en ambos extremos; la estructura ha sido fabricada en una capa suspendida a  $2\mu\text{m}$  de altura en *Poly1* y anclada en ambos extremos; los electrodos de contacto (*fuelle* y *drenador*) han sido grabados en *Poly0* con anchos en los electrodos de actuación (también en *Poly0*) de  $d_2 - d_1 = 132\mu\text{m}$ ;

<sup>15</sup> ésta última característica está restringida a este tipo de estructuras dado que los voladillos eliminan éste efecto asociado a la constante de elasticidad.



Cabe mencionar que de manera equivalente a las estructuras en voladillo, la flexión de los interruptores fijos en ambos extremos se obtiene al aplicar voltaje a los electrodos de actuación (o pull-down), los cuales generan un campo eléctrico cuya fuerza electrostática se encuentra distribuida alrededor del centro, donde debido a un saliente en el diseño dado que tanto los electrodos de contacto como los de actuación se realizaron en la misma capa de Poly0 (véase corte de sección transversal en la Fig. 4.9). así entonces, al flexionarse el interruptor, se realizará el contacto entre *drenador* (nodo polarizado a un voltaje variable  $v_D(\theta)$ ) y *fuentes* (nodo a tierra).



**Fig. 4.9.** Ilustración de la geometría mecánica para el cálculo de la constante del resorte considerando 2 electrodos de pull-down, lo electrodos centrales es la conexión entre el drenador del switch y tierra, abajo: corte de sección transversal del interruptor.

Finalmente, para la geometría determinada, en la Tabla 4.4 se sintetizan los valores asociados al modelo electrostático de la estructura. Cabe mencionar que de manera análoga en la misma tabla se han incluido características para un segundo diseño de interruptor fijo en ambos extremos, éste último implementado en *Poly2* por lo que la altura es ahora de  $4.75\mu\text{m}$  dado que ésta se define por la contribución del grabado en *Poly1* ( $2\mu\text{m}$  del primer óxido de sacrificio más  $2\mu\text{m}$  del espesor de la película de *Poly1*) más una película del segundo depósito de óxido de sacrificio de  $0.75\mu\text{m}$  de espesor. Por consiguiente, dicha variación genera cambios en el modelo estático; los resultados de las simulaciones se muestran a continuación para ambas topologías.

#### 4.3.4 Estructuras fijas en ambos extremos: respuesta al escalón.

La dinámica del sistema micromaquinado fue simulada en SPICE para estimar la respuesta del sistema cuando la estructura mecánica se encuentra sujeta a una forma de onda cuadrada  $V_G(t)$  de frecuencia  $f=30\text{ kHz}$ . Las soluciones para la viga se muestran en la Fig. 4.10. La solución muestra que, aunque el desplazamiento es relativamente periódico, la velocidad varía de  $0.2$  a  $0.6\text{m/s}$  para un mismo voltaje aplicado  $V_G=V_s=23.86\text{V}$  el cual es relativamente menor al simulado para el colapso de la viga. Análogamente, el flujo de corriente que varía de acuerdo a las oscilaciones de la estructura, se encuentra entre los  $20\text{pA}$  (posición en  $g\approx 0$ ) hasta los  $69.1\text{pA}$  a  $141\text{pA}$  con capacitancias no lineales asociadas entre los  $0.069\text{pF}$  a  $0.191\text{pF}$  y corresponden a simulaciones en donde  $\Delta g < g_0$ . Asimismo, como en los diseños en voladillo, se realizaron simulaciones de prueba en las que el voltaje



de actuación fue incrementado para generar el colapso en el modelo ( $g_0=0$ ). Las soluciones en estos casos se muestran en la Fig. 4.11. Las velocidades oscilan entre los 5.5 m/s para 24V y 6.8 m/s para 30V; dichos valores se estiman justo en el momento del colapso.

Parámetro	Valor ke	Valor ke_2
Longitud $l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	350	410
Ancho $w_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	40	40
Altura $g_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	2	4.75
Ancho del electrodo $W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	132	226
Espesor $t_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	2	1.5
Stress residual $\sigma$ [MPa]	-100	-100
Constante del resorte $k$ [N/m]	12.5	10.1
Masa efectiva $m_{eb}$ [pgr]	26.1	72.6
Área de actuación $W_e \times w_b$ [ $\mu\text{m}^2$ ]	$132 \times 40 (\times 2)$	$226 \times 40 (\times 2)$
Voltaje de actuación $V_G$ [V]	35	31.9
Densidad $\rho$ [ $\mu\text{g}/\text{cm}^3$ ]	2.33e3	2.33e3
Coef. de Poisson $\nu$ [ ]	0.22	0.22
Mod. de Young $E$ [GPa]	169	169
Voltaje de pull-down $V_p$ [V]	13.96	27.35
Fuerza electrostática $f_e$ [ $\mu\text{N}$ ]	3.98	1.60
Amortiguamiento $b$ [ $\mu\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ]	71.3	6.23

**Tabla 4.4** Dimensiones y parámetros para un interruptor cuya estructura es fija en ambos extremos; la primera columna corresponde a una estructura en Poly1 y la segunda grabada en Poly2.

Finalmente, la corriente estimada para este diseño comienza del reposo a los 23.4pA con una capacitancia inicial de 0.0234pF, al incrementar la corriente hasta el momento de ocurrir el colapso. Ésta incrementa para las flexiones máximas hasta 1.76nA para 24V y una capacitancia máxima asociada de 1.76pF. Para un voltaje de control  $V_G(t)=V_s=30\text{V}$ , la corriente -como en el caso anterior- comenzará a los 23.4pA y se incrementará hasta los 1.66nA con una capacitancia máxima de 1.66pF.

Finalmente si la distancia entre los electrodos de contacto en Poly0 es incrementada hasta Poly2, lo que implica un incremento de 4.75 $\mu\text{m}$  de altura<sup>16</sup>, entonces los valores asociados al modelo electrostático varían como se muestra en la Tabla 4.4 (segunda columna), y los resultados de simulación para voltajes menores al estimado para el colapso se muestran en la Fig. 4.11.

<sup>16</sup> La distancia corresponde a la superposición de las capas desde Poly0 en 0.5 $\mu\text{m}$  + un primer depósito de óxido de 2 $\mu\text{m}$  de espesor, una segunda capa de Poly1 de 2 $\mu\text{m}$  de espesor, y una última capa como segundo óxido de sacrificio en 0.75 $\mu\text{m}$  de espesor. por consiguiente, la altura total desde Poly0 a Poly2 es de 4.75 $\mu\text{m}$ .



A partir de los resultados puede verse que al comienzo del transitorio, la amplitud en las oscilaciones de la estructura son muy pronunciadas llegando casi al contacto con los electrodos en Poly0, y velocidades para las mayores amplitudes de 0.4 y 0.5 m/s con corrientes asociadas desde 17pA en su estado de reposo hasta una corriente de 218pA con una flexión hasta los  $0.3\mu\text{m}$  y capacitancia asociada de  $0.218\text{pF}$ . La flexión máxima se presenta hasta los  $0.029\mu\text{m}$  con una velocidad de conmutación de  $0.52\text{ m/s}$  con una corriente máxima de  $2.76\text{nA}$  y capacitancia de  $2.76\text{pF}$ . En consecuencia la capacitancia determinada mediante este modelo es lineal de acuerdo a los resultados obtenidos. Finalmente puede verse que para esta topología no existen sobretiros en la respuesta del sistema.

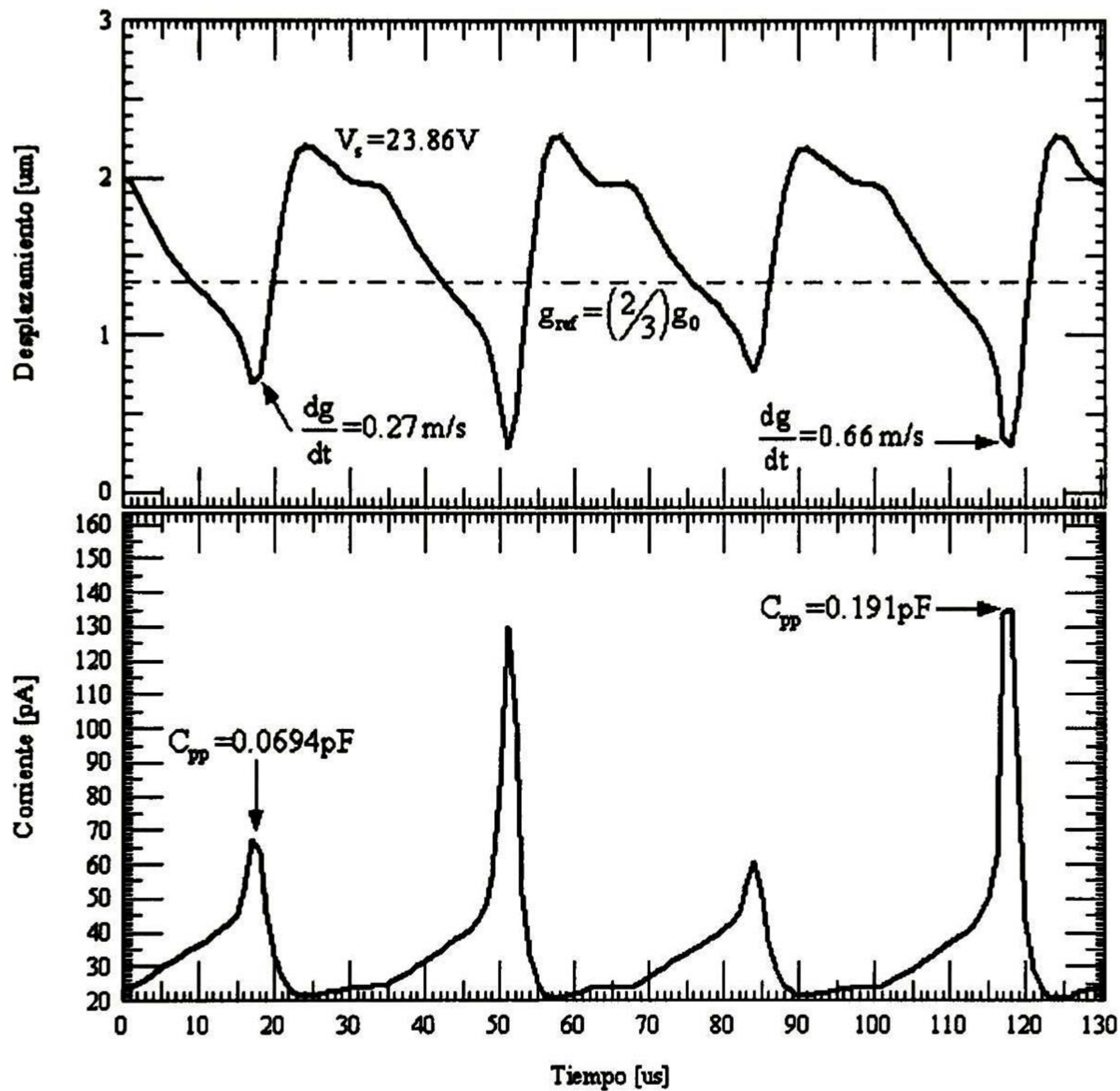


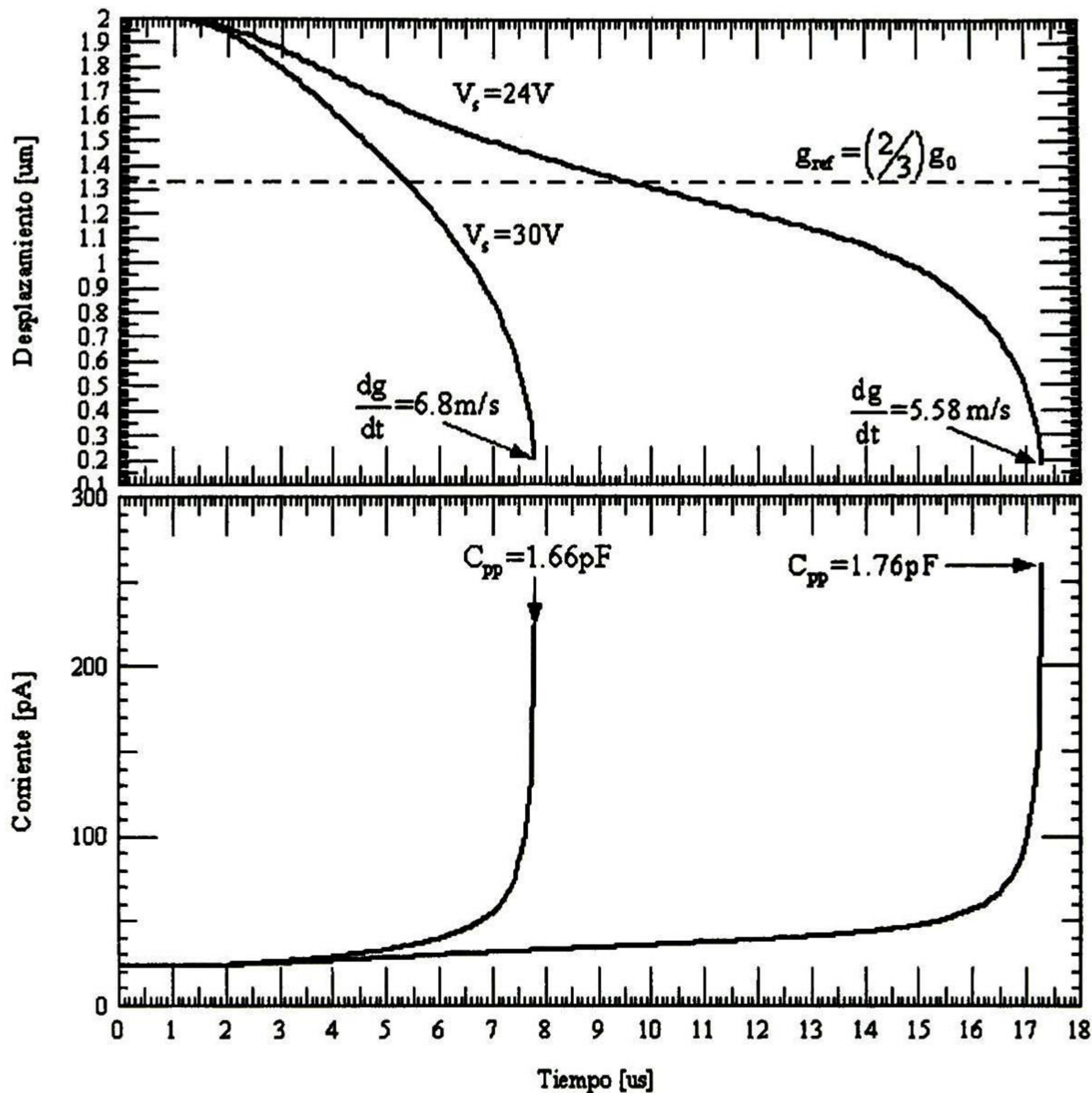
Fig. 4.10. Resultados de la simulación para un voltaje de  $23.86\text{V}$  (señal periódica) a una viga fija en ambos extremos de  $2\mu\text{m}$  de altura a una frecuencia de  $30\text{kHz}$  con fuerza distribuida bajo los extremos de la estructura. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.

Para un voltaje mayor y propiciando la inestabilidad en la viga fija en ambos extremos, esto es, aplicando un voltaje  $V_G = V_s(t) > 31.9\text{V}$  con una señal cuadrada de  $30\text{kHz}$ , la viga fija en ambos extremos conmutará de manera relativamente rápida a un estado de baja posición a una velocidad desde  $0.5\text{ m/s}$  pasando por una transición de  $0\text{ m/s}$  cuando el interruptor se ha flexionado a una altura transitoria de  $0.2\mu\text{m}$  y oscilará hasta alcanzar el colapso a una velocidad de  $2.2\text{ m/s}$  para un voltaje de  $33\text{V}$  si el voltaje es incrementado hasta los  $38\text{V}$ .

Para las mismas condiciones de conmutación la corriente oscilará de idéntica manera comenzando en  $16.9\text{pA}$  alcanzando un primer valor pico de  $535\text{pA}$  y una capacitancia de placas paralelas de  $0.536\text{pF}$  alrededor de los  $25.8\mu\text{s}$ ; posteriormente al llegar al colapso, la corriente alcanza un valor máximo de  $369\text{pA}$  con una capacitancia de  $0.369\text{pF}$ . Las



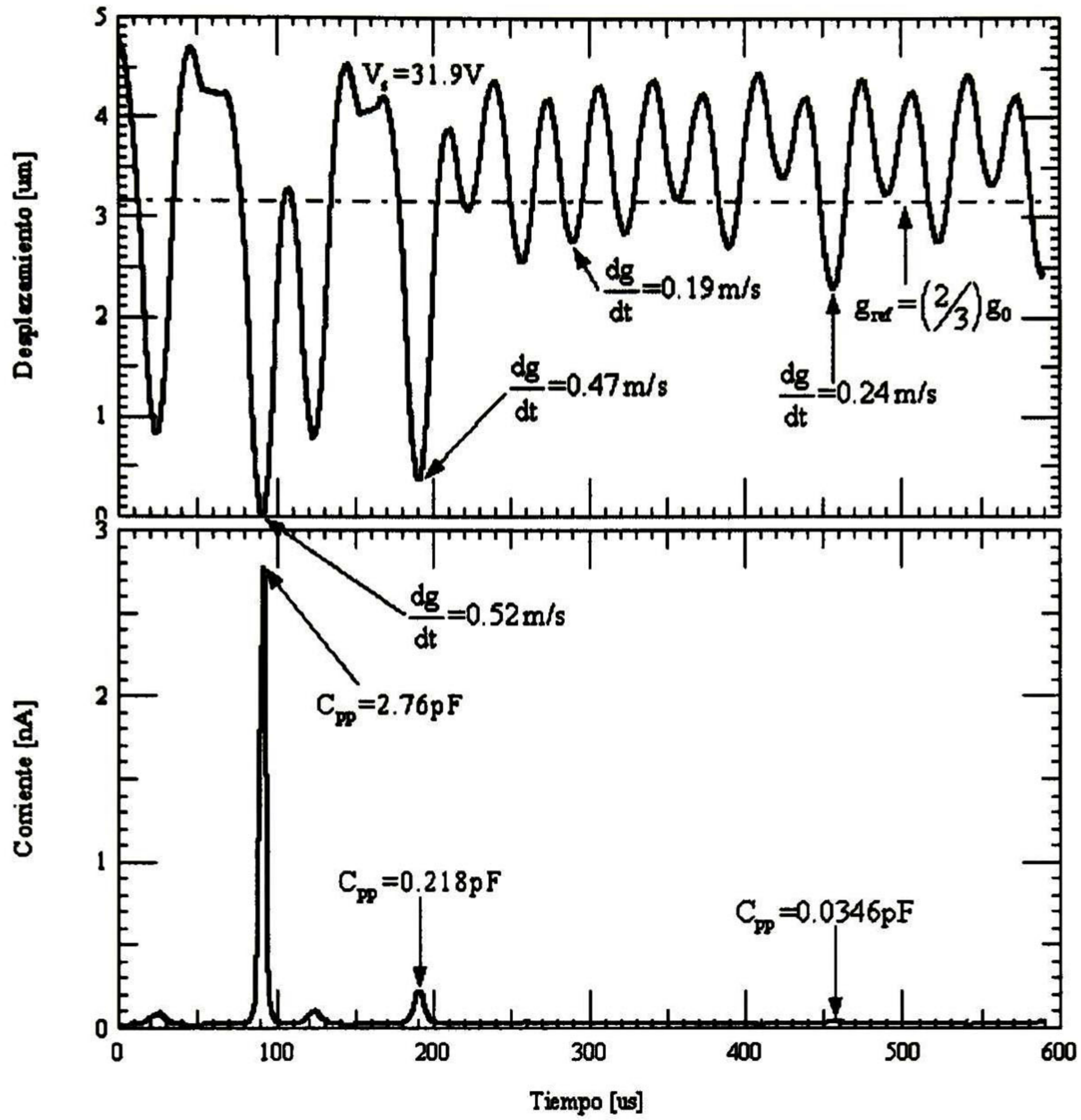
soluciones del modelo SPICE para estas condiciones de operación se muestran en la Fig. 4.11. Es importante resaltar que aunque este tipo de estructuras no fueron diseñadas para bajas constantes de elasticidad  $k$  [N/m], se verifica que este valor depende de las dimensiones geométricas de la estructura y de otros parámetros asociados con el tipo de material, cuyo resultado para este diseño fue de 1.01 N/m, el cual se considera como una constante baja. Por consiguiente, los resultados confirman la enorme variabilidad y no periodicidad del desplazamiento de este diseño en específico.



**Fig. 4.11.** Resultados de la simulación (respuesta al escalón) para voltajes de 24 y 30V para una viga fija en ambos extremos de  $2\mu\text{m}$  de altura en Poly1 con fuerza distribuida bajo los extremos de la estructura; a) Altura y desplazamiento hasta el contacto con los electrodos de drenador y fuente, b) Corriente en función del Tiempo.

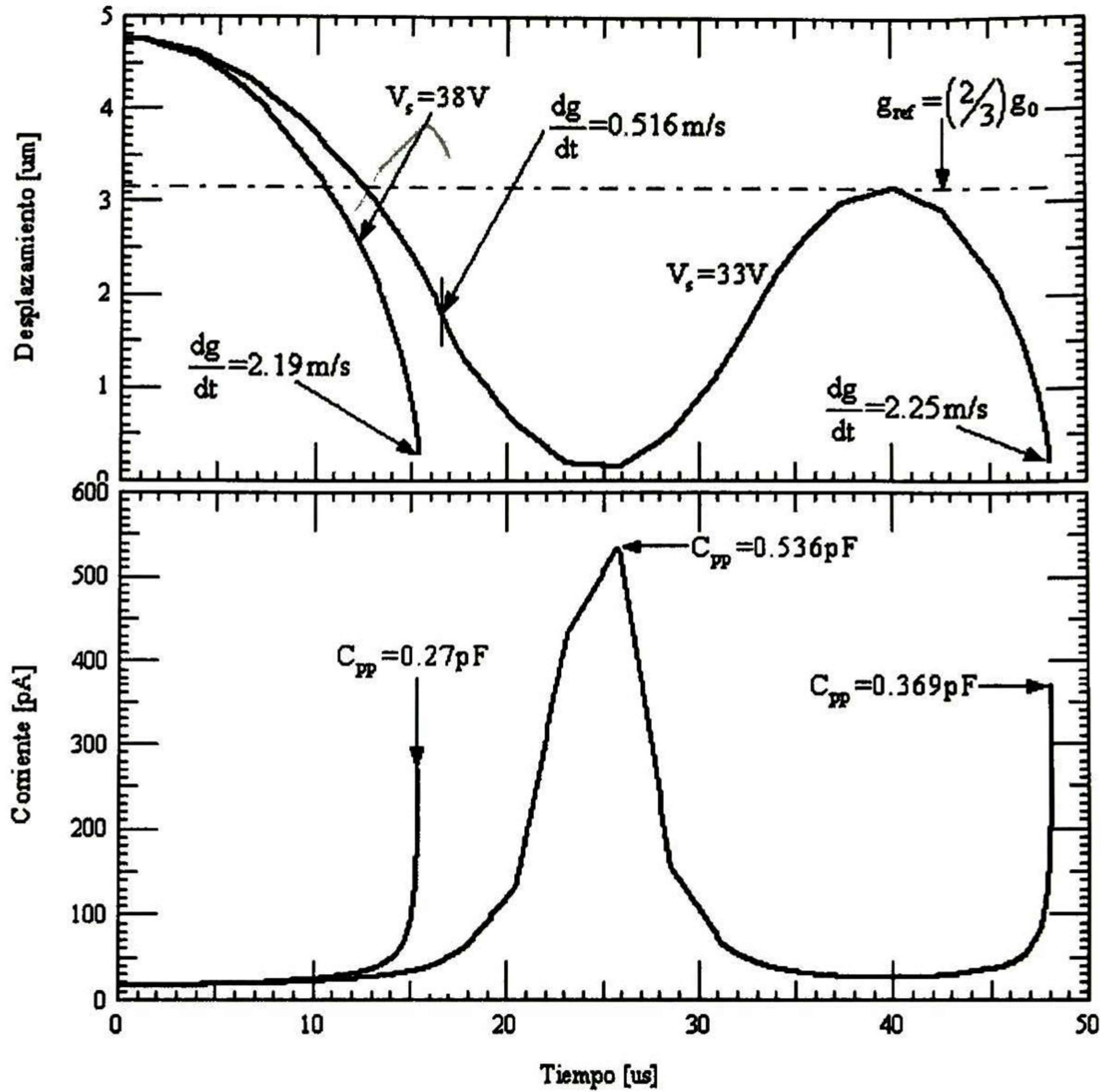
Análogamente, la transición incompleta (forma de onda truncada) para el manejo de corriente de 20 a  $30\mu\text{s}$  del transitorio es debido a la misma oscilación (por la baja- $k$ ) de la viga y a la relativamente baja tasa de muestreo (pasos en la simulación), por lo que se han perdido ciertos detalles en la transición de corriente para la flexión de la viga. Un tratamiento detallado de estructuras de constantes de elasticidad bajas se analiza en la siguiente sección.





**Fig. 4.12.** Resultados de la simulación para un voltaje aplicado de 31.9V (señal cuadrada) a una viga fija en ambos extremos de  $4.75\mu m$  de altura y frecuencia de operación de 30kHz con fuerza distribuida bajo los extremos de la estructura. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.





**Fig. 4.13.** Resultados de la simulación para voltajes mayores de 33 a 38V en una estructura fija en ambos extremos de  $4.75\mu\text{m}$  de altura con frecuencia de operación de 30kHz y fuerza distribuida en los extremos. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.

#### 4.3.5 Estructuras fijas tipo *folded-flexure* y baja constante de elasticidad: respuesta al escalón.

Una manera de disminuir la constante de elasticidad es utilizando variaciones en el diseño de los soportes o anclas de las vigas; una de las variaciones utilizadas se muestra en la estructura de la Fig. 4.14, en la cual la viga fija en ambos extremos es diseñada utilizando soportes del tipo *folded flexure*. La suspensión de este tipo de estructuras se localiza en los extremos de la misma y debe ser lo suficientemente rígida para realizar la conmutación. El contacto entre los electrodos se realiza en el centro geométrico.

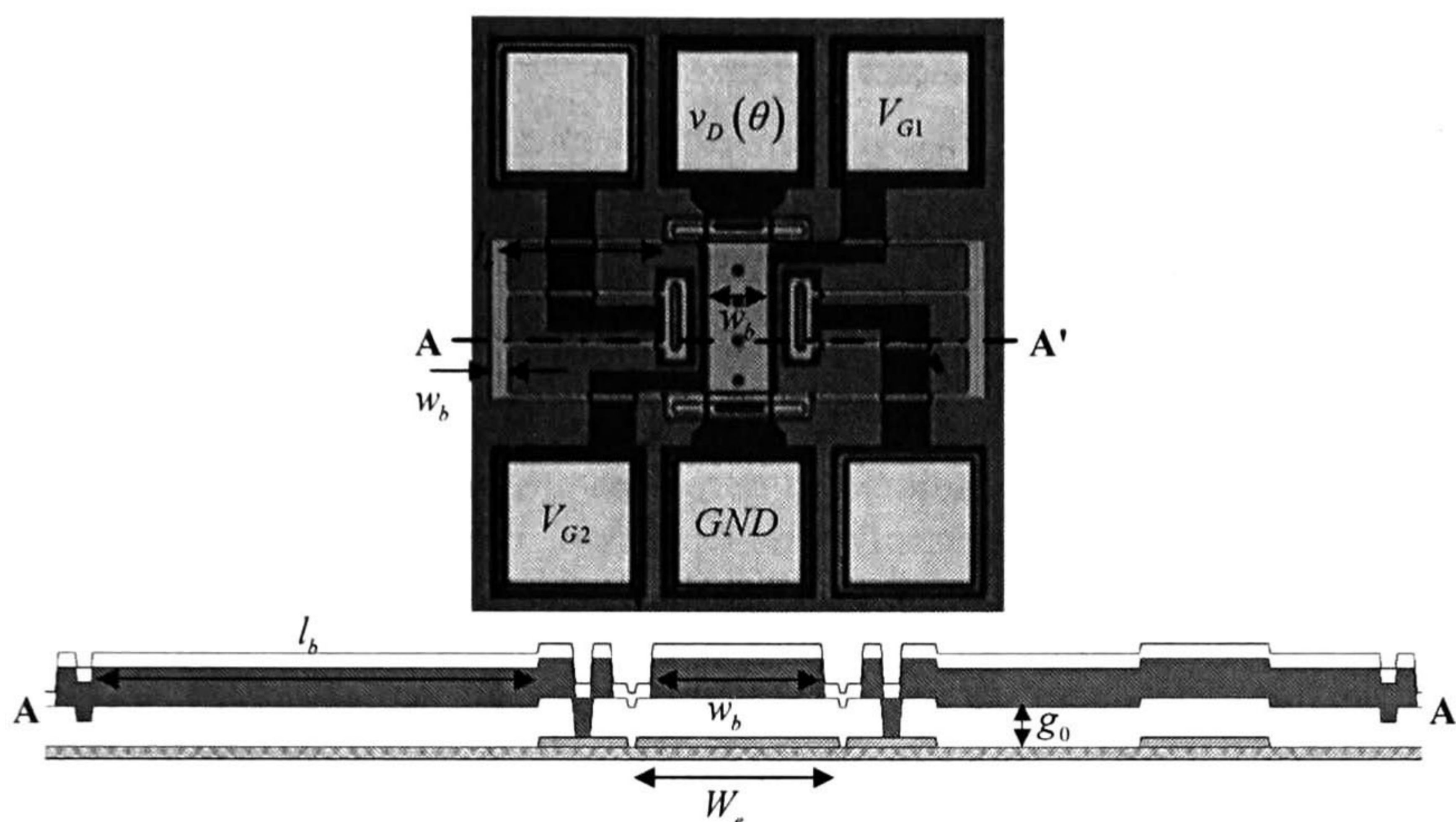
La ecuación relevante para la constante de elasticidad estimada y la cual depende del tipo de soporte se muestra en la eq. (4.2). Es importante resaltar que este tipo de modelos no incluyen el efecto del estrés residual biaxial en la membrana [1].

$$k_{ff} \approx 2Ew_{\text{mín}} \left( \frac{t_b}{l_b} \right)^3 \quad (4.2)$$

El modelo utiliza la estimación por el ancho de la suspensión lo que garantiza una mayor rigidez a la misma y a la longitud de la viga. Es importante destacar que esta solución es válida siempre y cuando las suspensiones sean muy rígidas. En la Tabla 4.5 se muestran los parámetros para este diseño.



En la Fig. 4.15 se muestra la respuesta de la viga *folded-flexure* en base a los parámetros mostrados en la Tabla 4.5. Nuevamente una onda cuadrada es aplicada con amplitud variable de 0 a 26.17V, cuyo valor ha sido estimado por debajo del necesario para el colapso y en base a los resultados mostrados.



**Fig. 4.14** Vista superior y sección de corte transversal de un interruptor diseñado para reducir la constante de elasticidad del resorte, mediante soportes de flexión doblada en Poly1, el electrodo de actuación se encuentra bajo la mayor parte de la estructura y la conexión entre el drenador y tierra ocurre en los extremos debido a unos salientes generados por huecos en la capa de óxido de sacrificio.

Parámetro	Valor kff
Longitud $l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	100
Longitud del brazo $l_{bf}$ [ $\mu\text{m}$ ]	100
Ancho $w_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	40
Ancho de la suspensión $w_{fb}$ [ $\mu\text{m}$ ]	4
Ancho del electrodo $W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	100
Altura $g_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	2
Espesor $t_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	2
Stress residual $\sigma$ [MPa]	-100
Constante del resorte $k$ [N/m]	9.6
Masa efectiva $m_{eb}$ [fgr]	3.2
Área de actuación $W_e \times w_b$ [ $\mu\text{m}^2$ ]	$100 \times 40 (\times 2)$
Voltaje de actuación $V_a$ [V]	30

**Tabla 4.5** Dimensiones y parámetros para un interruptor cuya estructura es fija en ambos extremos; la primera columna corresponde a una estructura en Poly1 y la segunda grabada en Poly2.



Parámetro	Valor kff
Densidad $\rho$ [ $\mu\text{g}/\text{cm}^3$ ]	2.33e3
Coef. de Poisson $\nu$ [ ]	0.22
Mod. de Young E [GPa]	169
Voltaje de pull-down $V_p$ [V]	25.35
Fuerza electrostática $f_e$ [ $\mu\text{N}$ ]	3.9
Amortiguamiento $b$ [ $\mu\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ]	20.4

Tabla 4.5 Continuación....

Nuevamente la velocidad de conmutación es medida al aplicar un voltaje de conmutación (tren de pulsos) sobre los electrodos de actuación, denotados como  $V_{G1}$  y  $V_{G2}$ . La polarización en ambos extremos generará la flexión en el centro de la estructura. Los resultados muestran oscilaciones constantes con velocidades de 17.7 m/s con excepción de los primeros 20us con un desplazamiento transitorio máximo de 76.6nm a una velocidad de 86.5 m/s. Análogamente los valores de corriente oscilan de acuerdo al desplazamiento entre los 17.5pA hasta valores máximos de 465pA con una capacitancia de 417fF para el primer transitorio; para las oscilaciones periódicas se tiene una corriente de 168pA con una capacitancia de 171fF.

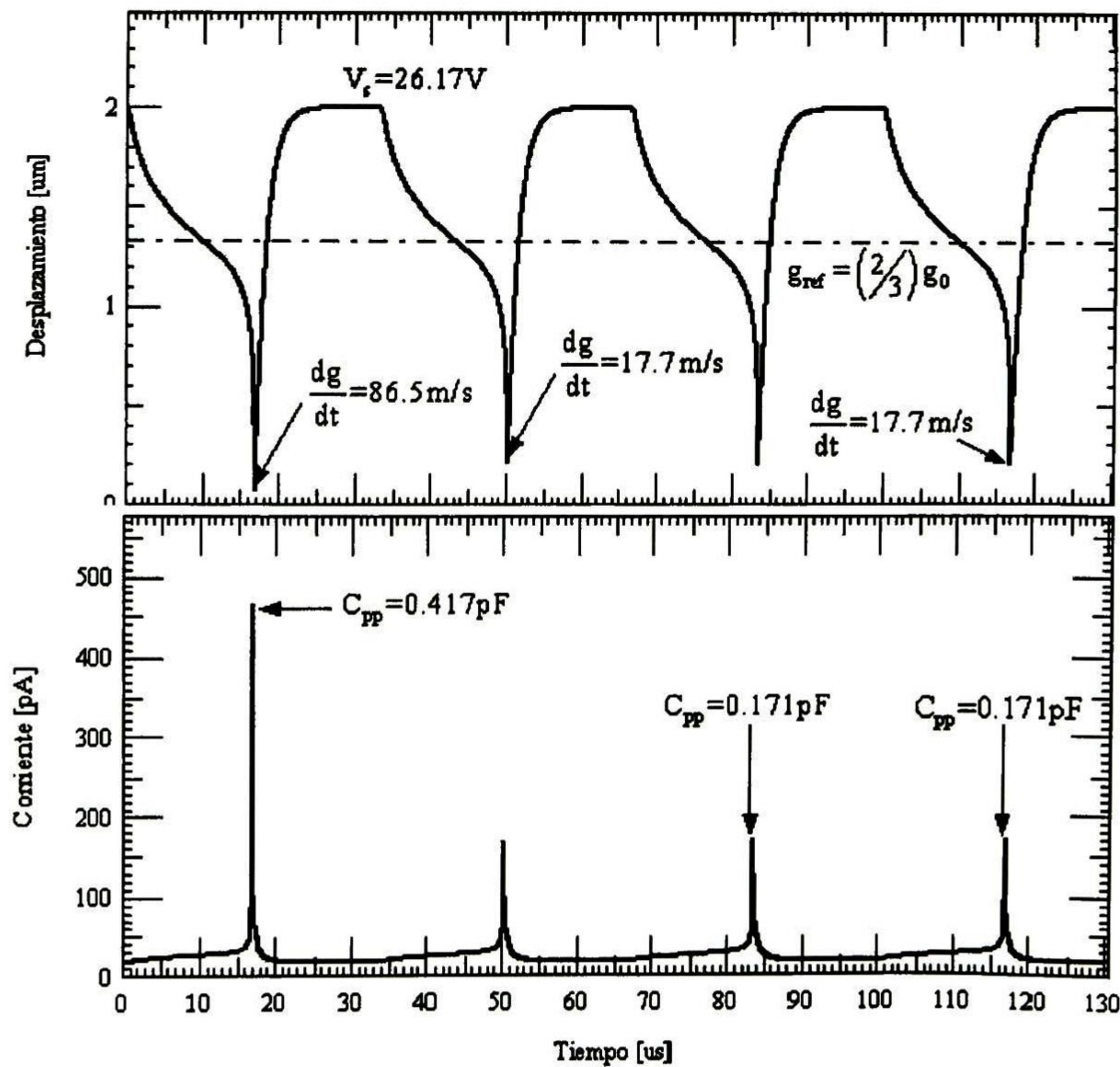
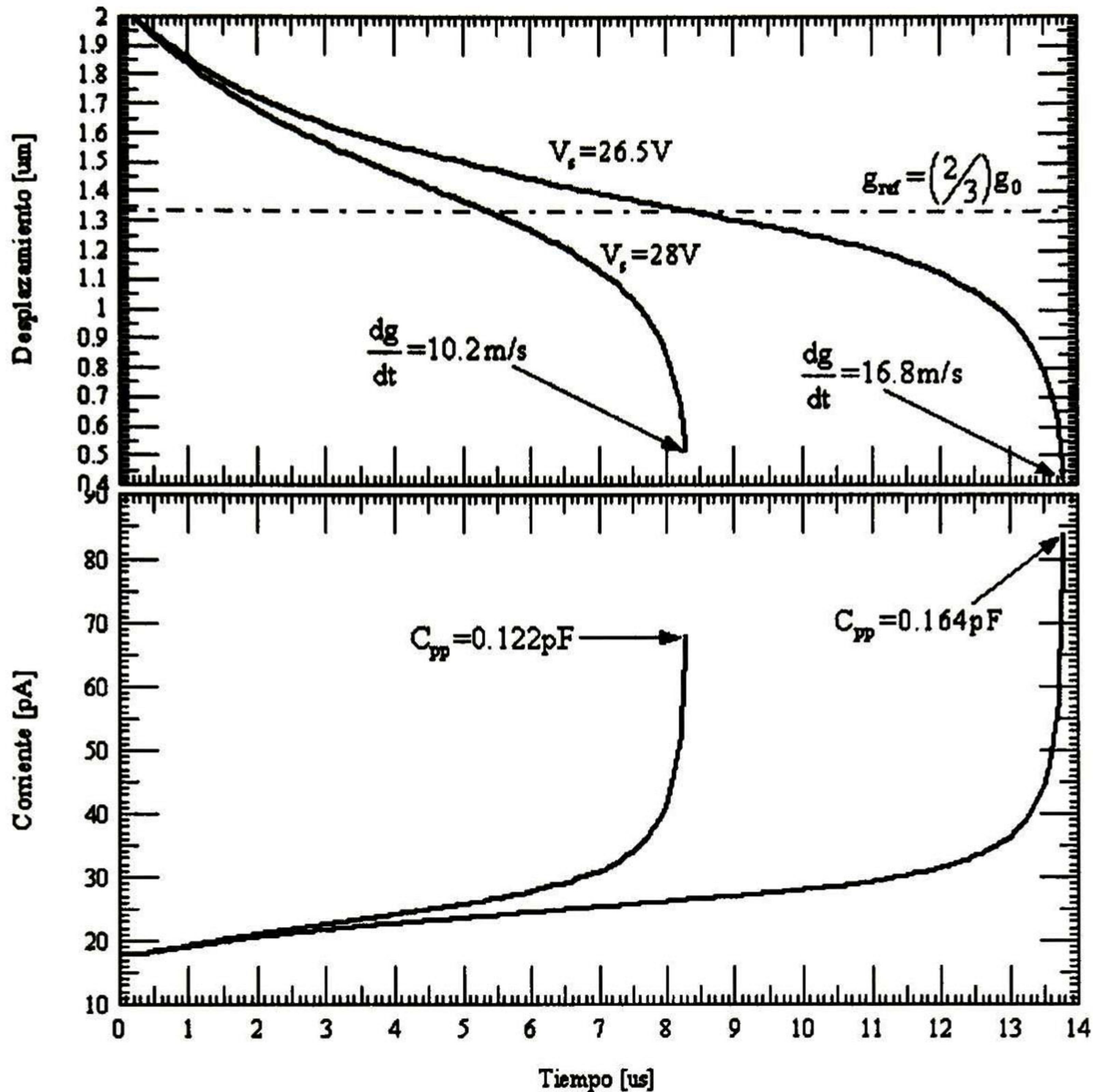


Fig. 4.15. Respuesta en el tiempo para una viga de flexiones dobladas y frecuencia de 30kHz para un voltaje aplicado de 26.17V (señal cuadrada) con fuerza distribuida bajo el centro de la estructura. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.





**Fig. 4.16.** Resultados de la simulación para voltajes de 26.5V y 28V en una estructura de flexiones dobladas (folded-flexures) de  $2\mu\text{m}$  de altura con fuerza concentrada en el centro. a) Altura y desplazamiento de la estructura, b) Corriente vs. Tiempo.

En las tablas 4.6 y 4.7 se resumen los resultados de las simulaciones tanto desde el punto de vista mecánico como eléctrico para las diferentes configuraciones analizadas de interruptores micromaquinados.

Los valores iniciales presentados en la tabla 4.6 para todos los interruptores corresponden a voltajes de actuación y fuerzas electrostáticas lo suficientemente bajas para evitar el contacto entre *drain* y *source* (cierre completo del interruptor); por lo tanto, las variaciones tanto en la velocidad como en su capacitancia no lineal equivalente serán de valor menor a las estimadas al cierre completo de los interruptores.

Asimismo, los valores de las resistencias de encendido para cada diseño (tanto en voladillos como vigas fijas y de tipo *folded-flexures*) corresponden a una estimación realizada tanto de los trazos en *Poly0* asociados a los pads de *drenador* y *fuentes* así como a la sección de contacto (con salientes) entre ambas grabadas tanto en *Poly1* como en *Poly2*. Mediante esta aproximación, dichos valores se han estimado mayores a los  $100\Omega$ ,

De las topologías simuladas y sintetizadas en las tablas 4.6 y 4.7 puede inferirse que tanto las aproximaciones de interruptores fijos en ambos extremos como en voladillo y grabados a una altura de  $2\mu\text{m}$  son diseños bastante estables en su actuación ante señales de control periódicas. Además los rangos estimados de capacitancia demostraron un comportamiento similar; análogamente, el diseño tipo *folded-flexure* demostró un



comportamiento bastante estable. Así entonces para aplicaciones de conmutación de alto desempeño tanto los interruptores en voladillo como los fijos en ambos extremos diseñados en *Poly1* así como los de tipo *folded-flexures* fueron los más estables en su operación.

Por otro lado el diseño fijo en ambos extremos y grabado en *Poly2* a  $4.75\mu\text{m}$  demostró un comportamiento altamente oscilatorio, eso era previsible dado que dicho diseño se elaboró en base a una baja constante de elasticidad lo que a su vez generó diversos picos de corriente como se puede verificar en los resultados. Por tanto a partir de la simulación mediante SPICE es posible estimar una aproximación al comportamiento esperado para diversas configuraciones de interruptores.

Diseño	$F_e$ [ $\mu\text{N}$ ]	$dg/dt$ [m/s]	$t_s$ [ $\mu\text{s}$ ]	Comentarios
Interruptor en voladillo $k_a$	2 – 2.2	0.60 – 1.75	15.7 - 17.44	Desplazamiento y oscilaciones estables
Interruptor en voladillo $k_c$	0.9 – 1.6	0.25 – 1.33	7.9 - 17.8	Desplazamiento y oscilaciones estables
Interruptor fijo en ambos extremos ( $2\mu\text{m}$ ) $k_e$	3.33 – 5.2	0.66-6.8	7.8 – 17.0	Comportamiento periódico y semi oscilatorio.
Interruptor fijo en ambos extremos ( $4.75\mu\text{m}$ ) $k_{e_2}$	1.8 – 2.56	0.47-2.20	15.39 – 23.35	Comportamiento altamente oscilatorio, estructura demasiado inestable <sup>17</sup> debido a su baja $k \approx 1$
Interruptor tipo folded-flexure $k_{ff}$	3.0 – 3.4	17.7-10.2	8.29 – 17	Es interesante notar que el desplazamiento del interruptor es bastante estable a pesar de su baja $k$ .

**Tabla 4.6** Comparación de resultados mecánicos para las diferentes configuraciones de interruptores grabados en Polisilicio.

<sup>17</sup> tal vez dicha inestabilidad también se ha reflejado con creces en la confiabilidad de los resultados estimados de éste diseño en particular.



Diseño	$V_G$ [V]	$C_{pp}$ [pF]	$R_{on}$ [ $\Omega$ ]	Comentarios
Interruptor en voladillo $k_a$	13.02 – 16.4	0.071 – 0.344	$\approx 130$	Desplazamiento y oscilaciones estables
Interruptor en voladillo $k_c$	15.77 – 19.75	0.09 – 0.105	$\approx 130$	Desplazamiento y oscilaciones estables
Interruptor fijo en ambos extremos ( $2\mu\text{m}$ ) $k_e$	23.86 – 30	0.191-1.66	$\approx 140$	Comportamiento periódico y semi oscilatorio.
Interruptor fijo en ambos extremos ( $4.75\mu\text{m}$ ) $k_{e_2}$	31.9-38	0.218-2.76	$\approx 160$	Comportamiento altamente oscilatorio, estructura demasiado inestable debido a su baja $k \approx 1$
Interruptor tipo folded-flexure $k_{ff}$	26.17-28	0.171-0.122	$\approx 70$	Es interesante notar que el desplazamiento del interruptor es bastante estable a pesar de su baja $k$ .

**Tabla 4.7** Comparación de resultados eléctricos para las diferentes configuraciones de interruptores grabados en Polisilicio.

## 4.4 Integración del Modelo Electromecánico en el Amplificador Clase-E

La ventaja de un modelo desarrollado en una herramienta de CAD estándar como es SPICE permite generar un modelo comportamental o de orden reducido mediante parámetros conocidos.

En la presente sección se muestra un método rápido y fácil para predecir el comportamiento del amplificador de potencia clase-E a partir de las principales características del modelo ideal, del amplificador, y en base al uso de un interruptor ideal y poder modelar su comportamiento, niveles de corriente y voltaje en el interruptor, voltajes máximos y eficiencia máxima.

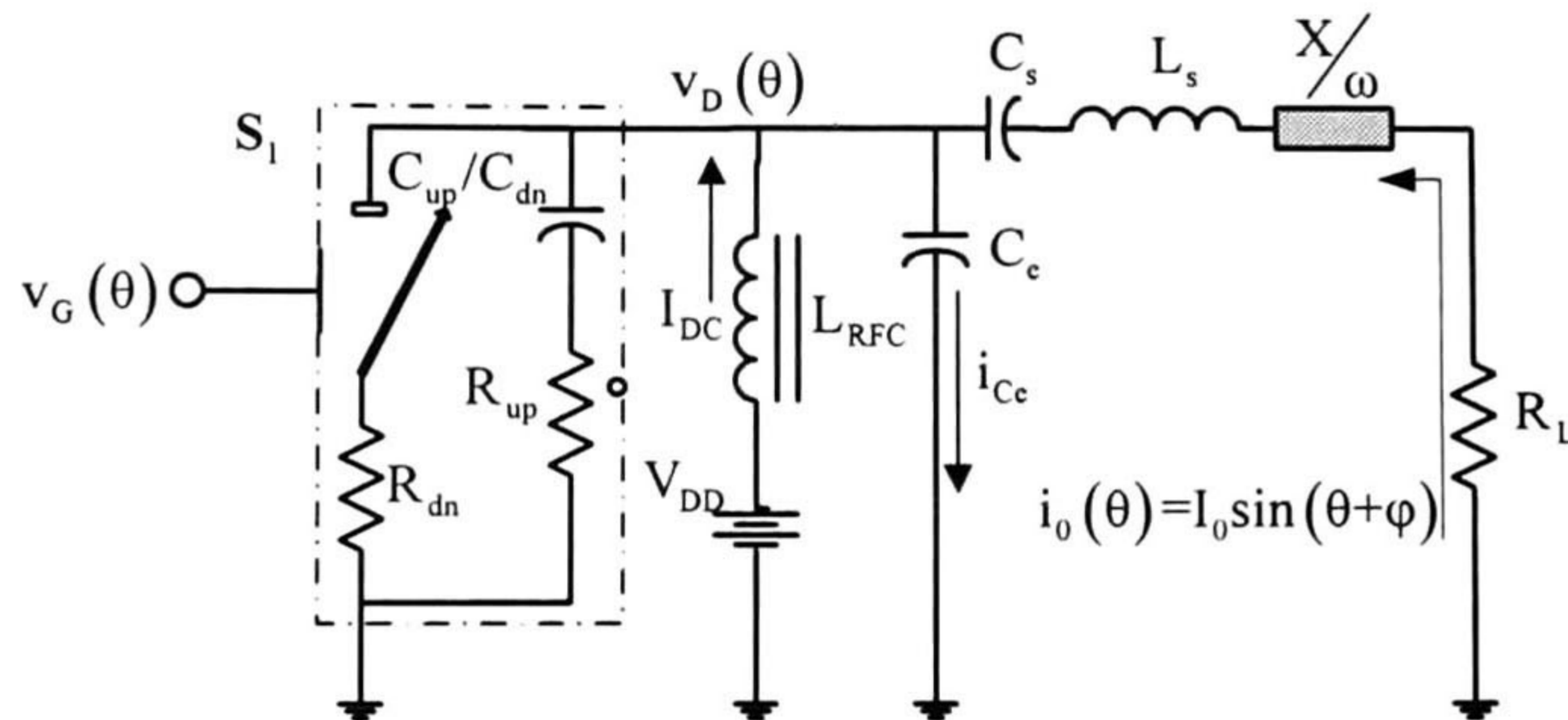
El modelo mecánico ha sido descrito mediante una ecuación diferencial de segundo orden masa-resorte-amortiguador en cuyo estado de reposo, la masa de prueba se encuentra inicialmente suspendida a una altura de 2 a  $4\mu\text{m}$  al inicio de la simulación y realizará el contacto mediante algunos salientes en los electrodos. Las fuerzas en todos los casos han sido modeladas mediante campos eléctricos generados debido a un alto potencial de placas paralelas; los resultados han sido obtenidos para los diversos desplazamientos, velocidades y corrientes en las masas de prueba de las estructuras.

Así entonces, el amplificador de potencia clase-E ha sido simulado en SPICE utilizando interruptores de elementos ideales como primera aproximación y posteriormente transistores MOS de potencia, para finalmente emplear los modelos micromaquinados presentados en la sección anterior; nuevamente la idea es que asumiendo una baja resistencia de contacto  $R_{on}$ , la cual es necesaria en el diseño de un interruptor ideal en un amplificador de potencia clase-E, se esperan determinar los resultados en un amplificador diseñado para trabajar a una frecuencia de 30kHz y cuyos resultados permitan obtener una alta eficiencia y ganancia en potencia en el diseño.



#### 4.4.1 Método Experimental

Las mediciones de los componentes del circuito del amplificador micromaquinado clase-E se listan en la Tabla 4.6, dónde los elementos de circuito como inductores  $L_{RFC}$ ,  $L_s$  y  $X/\omega$ , capacitores  $C_p$  y  $C_s$  y resistencia de carga  $R_L$  se muestran en la Fig. 4.17.



**Fig. 4.17.** Topología de terminación simple para un Amplificador Clase-E, el circuito interruptor ha sido modelado mediante un circuito eléctrico equivalente de un interruptor micromaquinado.

Para la presente topología de terminación simple se asumirá que el interruptor es un voladillo o estructura fija en un extremo y grabada en *Poly1*, la cual se encuentra suspendida a  $2\mu\text{m}$  de altura. Es importante mencionar que es posible modelar cualquier estructura presentada en la sección anterior simplemente integrándola al circuito amplificador mediante un sub-circuito en SPICE. Sin embargo así como se ha propuesto una implementación buscando aproximar el comportamiento de un interruptor ideal, a continuación también se mostrarán las limitaciones de utilizar este tipo de elementos en circuitos o sistemas de potencia.

Parámetro	Valor estimado	Valor medido
Capacitor en paralelo (Shunt) $C_e$ [nF]	9.64	9.82
Choque de radiofrecuencias $L_{RFC}$ [mH]	13.5	6.22 <sup>18</sup>
Fuente de alimentación $V_{DD}$ [V]	10	10
Capacitor en serie $C_s$ [nF]	10	9.95
Inductor en serie $L_s$ [mH]	3.06	3.97 <sup>19</sup>
Exceso de inductancia $X/\omega$ [ $\mu\Omega/\text{rad}$ ]	352.7	n. d.
Resistencia de carga $R_L$ [ $\Omega$ ]	57.68	55.2
Potencia de salida $P_{out}$ [mW]	1	n. d.

**Tabla 4.6** Parámetros determinados para un diseño experimental de un amplificador de potencia clase-E mediante un medidor de impedancias programable HP 3458-A; los valores fueron estimados para una frecuencia de operación de 30 kHz.

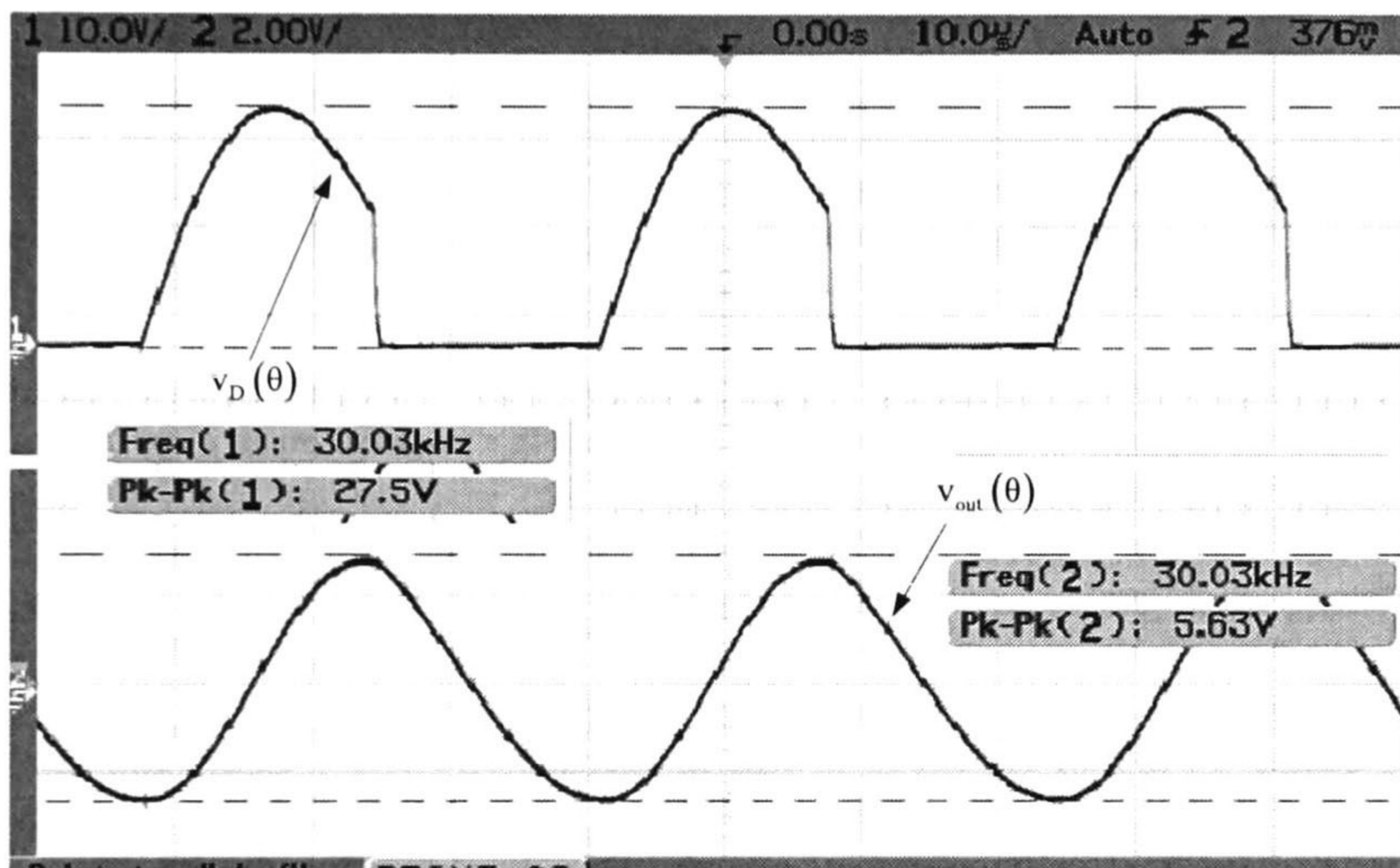
<sup>18</sup> Dada la enorme dificultad para desarrollar un choque con un valor inductivo tan alto como el calculado, se optó por estimar mediante un núcleo de ferrita y arrollando alambre mediante varias vueltas hasta estimar un valor adecuado el choque de radiofrecuencias.

<sup>19</sup> Análogamente, en el presente diseño, se asume que la inductancia medida ha sido la contribución total de la inductancia ideal serie, mas el exceso de inductancia estimado.



El circuito amplificador de potencia clase-E diseñado como ejemplo en el capítulo 2 fue ensamblado para verificar la teoría desarrollada en los diseños fabricados mediante resultados experimentales a una frecuencia de operación de 30kHz. Las mediciones obtenidas tanto del voltaje en el transistor de potencia como interruptor como del voltaje en la resistencia de carga se muestran en la figura 4.18.

Puede verse que el voltaje pico en el transistor de potencia fue de 27.5V y a la salida llegó a los 5.63V; sin embargo al tratar de utilizar el circuito experimental en los interruptores la operación fue prácticamente imposible de lograrse con los presentes diseños, los valores teóricos obtenidos mediante simulación e incluyendo el modelo SPICE tanto de un interruptor ideal así como de los desarrollados para la estimación de los resultados se muestran en las figuras 4.20 y 4.21 respectivamente.



**Fig. 4.18.** Formas de onda experimentales tanto en el interruptor  $v_D(\theta)$  (traza superior) como en el voltaje de salida  $v_{out}(\theta)$  para una frecuencia de operación de 30.03kHz; la escala de tiempo es de 10µs/div y la escala de voltaje es de 10V/div para la forma de onda superior y de 2V/div para la inferior.

Cabe mencionar que los valores de resistencia de encendido  $R_{on}$  (de contacto) en los modelos ha sido considerada como primera aproximación de valor bajo, lo cual como se ha visto es un requisito indispensable para poder obtener una alta eficiencia y ganancia de potencia en el diseño; sin embargo, se sabe que el empleo de material de polisilicio en el diseño implica el uso de resistencias de hoja que al incluirlas en las geometrías de los diseños, éstas podrán ser mucho mayores a las deseadas. Dichos valores de resistencia de encendido para las capas de polisilicio se han calculado mediante la siguiente ecuación

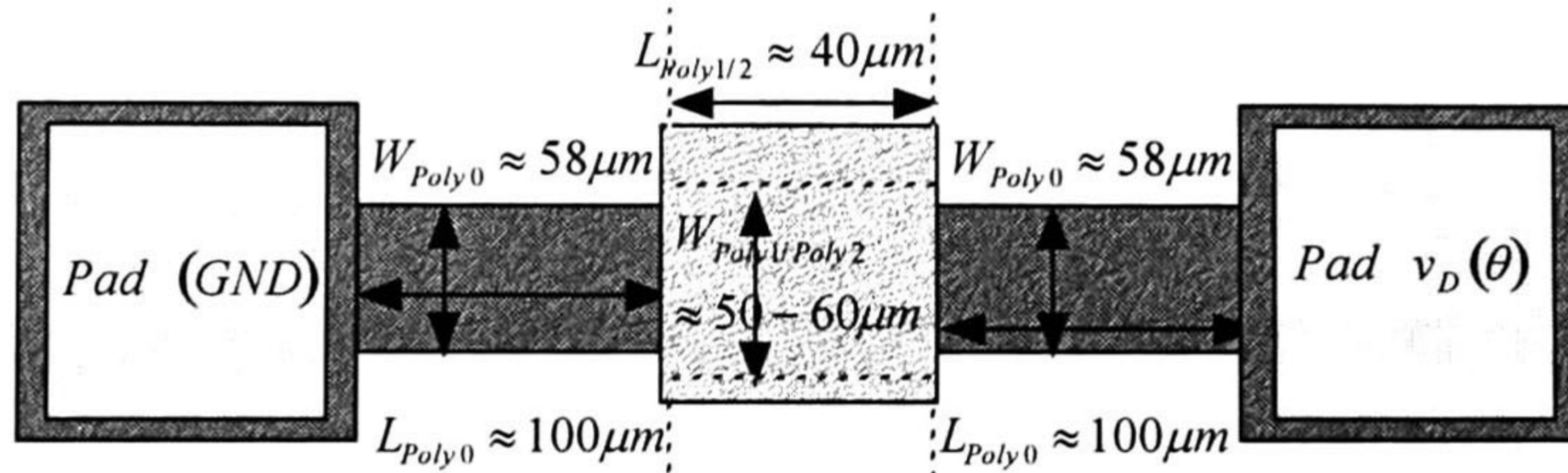
$$R_{on} = \frac{\rho_{PolyX}}{t_{PolyX}} \frac{L}{W} = R_{\square} \frac{L}{W} \quad (4.3)$$

Donde  $R_{\square}$  corresponde a la resistencia de hoja de cualquier capa de polisilicio; entonces como primera aproximación y despreciando la resistividad del área de contacto en los Pads metálicos así como la resistencia de contacto entre la interfaz *Poly0/Poly1*; entonces la resistencia de encendido total desde el pad de referencia (GND) hasta el pad asociado al nodo de drain  $v_D(\theta)$  (ver Fig. 4.19) se estima mediante



$$R_{on\_total} = R_{\square} \frac{L}{W} \Big|_{Poly0} + R_{\square} \frac{L}{W} \Big|_{Poly1/2} + R_{\square} \frac{L}{W} \Big|_{Poly0} \quad (4.4)$$

Además, los valores de resistencia de hoja estimada para las geometrías de los diseños presentados con anterioridad y considerando que el rango de resistencia de hoja se estima para *Poly0* en  $30 \Omega/\square$ . Mientras que para *Poly1* y *Poly2* entre los 10 a los  $20 \Omega/\square$ <sup>20</sup> [3].



**Fig. 4.19.** Sección de corte transversal genérica tanto para interruptores en voladillo como fijos en ambos extremos para una estimación del posible valor de la resistencia de encendido **R<sub>on</sub>**.

Entonces los valores de resistencia de encendido para los interruptores en voladillo diseñados considerando una relación de  $L/W=2$  para la conexión entre el pad de contacto *GND* al trazo en *Poly0*,  $L/W=1.5$  para el voladillo grabado en *Poly1* y nuevamente  $L/W=2$  del trazo en *Poly0* al pad  $V_D(\theta)$ ; entonces la **R<sub>on</sub>** total se estima en los  $135\Omega$  respectivamente. Mientras que para una viga fija en ambos extremos con relación  $L/W=2$  para la conexión entre el pad de contacto *GND* al trazo en *Poly0*,  $L/W=0.71$  para el voladillo grabado en *Poly1* y nuevamente  $L/W=2$  del trazo en *Poly0* al pad  $V_D(\theta)$ ; la **R<sub>on</sub>** total se estima en los  $127.14 \Omega$ . Si la viga es grabada en *Poly2* y estimando las mismas relaciones  $L/W$ , la resistencia de encendido sube hasta los  $134.2 \Omega$  con una diferencia alrededor de los  $7\Omega$  respectivamente.

Por consiguiente, en base a dichas estimaciones, los niveles de corriente y/o voltaje necesarios para cumplir las condiciones de operación de alta eficiencia y alto desempeño del circuito amplificador de potencia clase-E; (a saber: *ZVDS* debido a una **R<sub>on</sub>** extremadamente baja y *ZVS* debido a la condición  $v_D(\omega t)=0$  debido a una resistencia de apagado  $R_{off} \rightarrow \infty$  y un tiempo de transición despreciable) estarán muy por debajo de los deseados, tal y como se estima en la Fig. 4.20. Otras consideraciones asociadas a la confiabilidad y las limitaciones encontradas al realizar mediciones de estos elementos asumidos como ideales se describirán con más detalle en la sección 4.5.

<sup>20</sup> Los valores de resistencias de hoja para ésta estimación se han considerado como típicos, para el uso de un rango máximo y mínimo consultar la referencia [3].



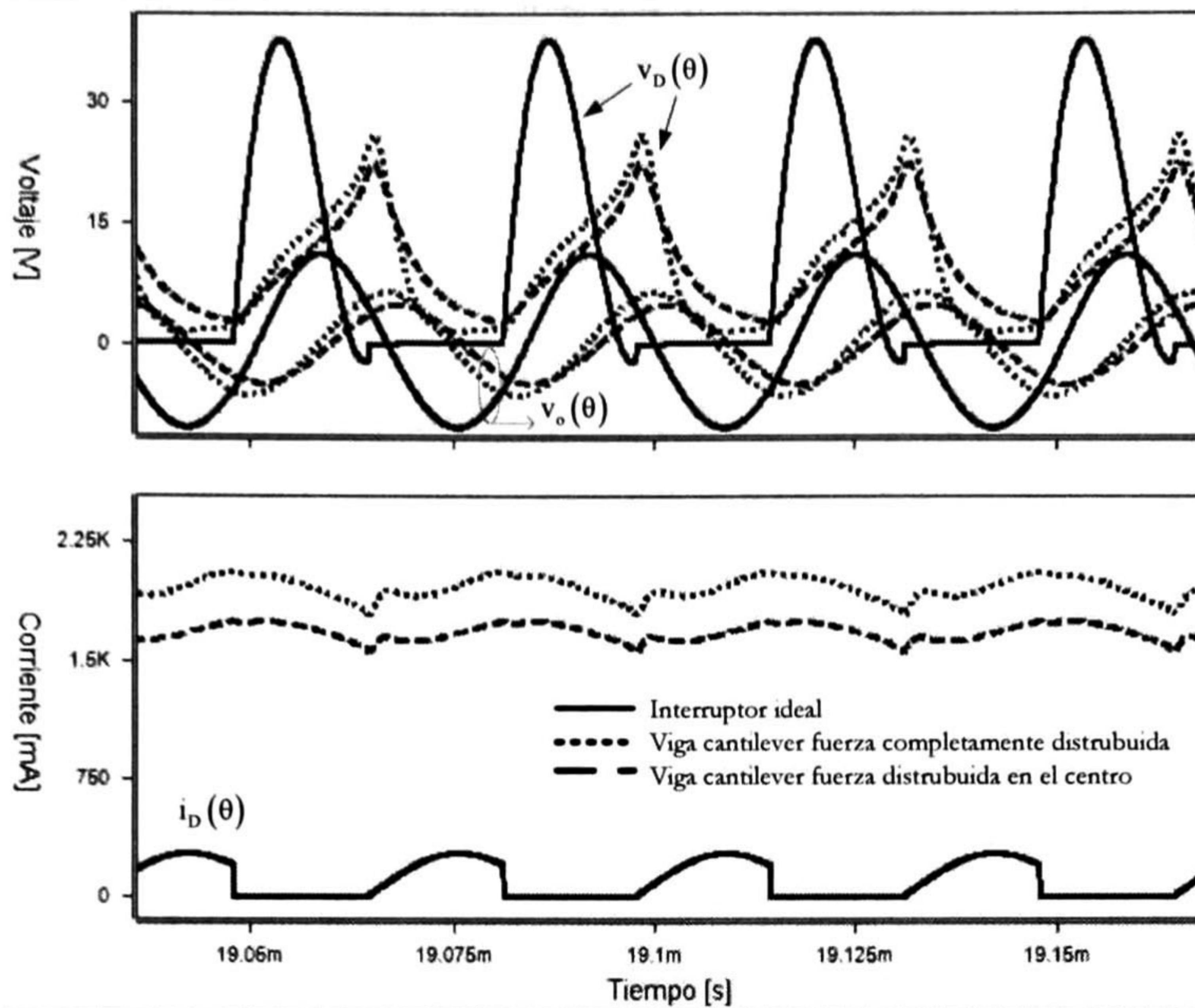


Fig. 4.20. Formas de onda de voltaje y corriente simuladas tanto en el interruptor ( $v_D(t)$  e  $i_D(t)$ ) como en la resistencia de carga ( $v_{out}(t)$ ) para un interruptor ideal y para interruptores micro-maquinados en voladillo a una frecuencia de operación de 30kHz.

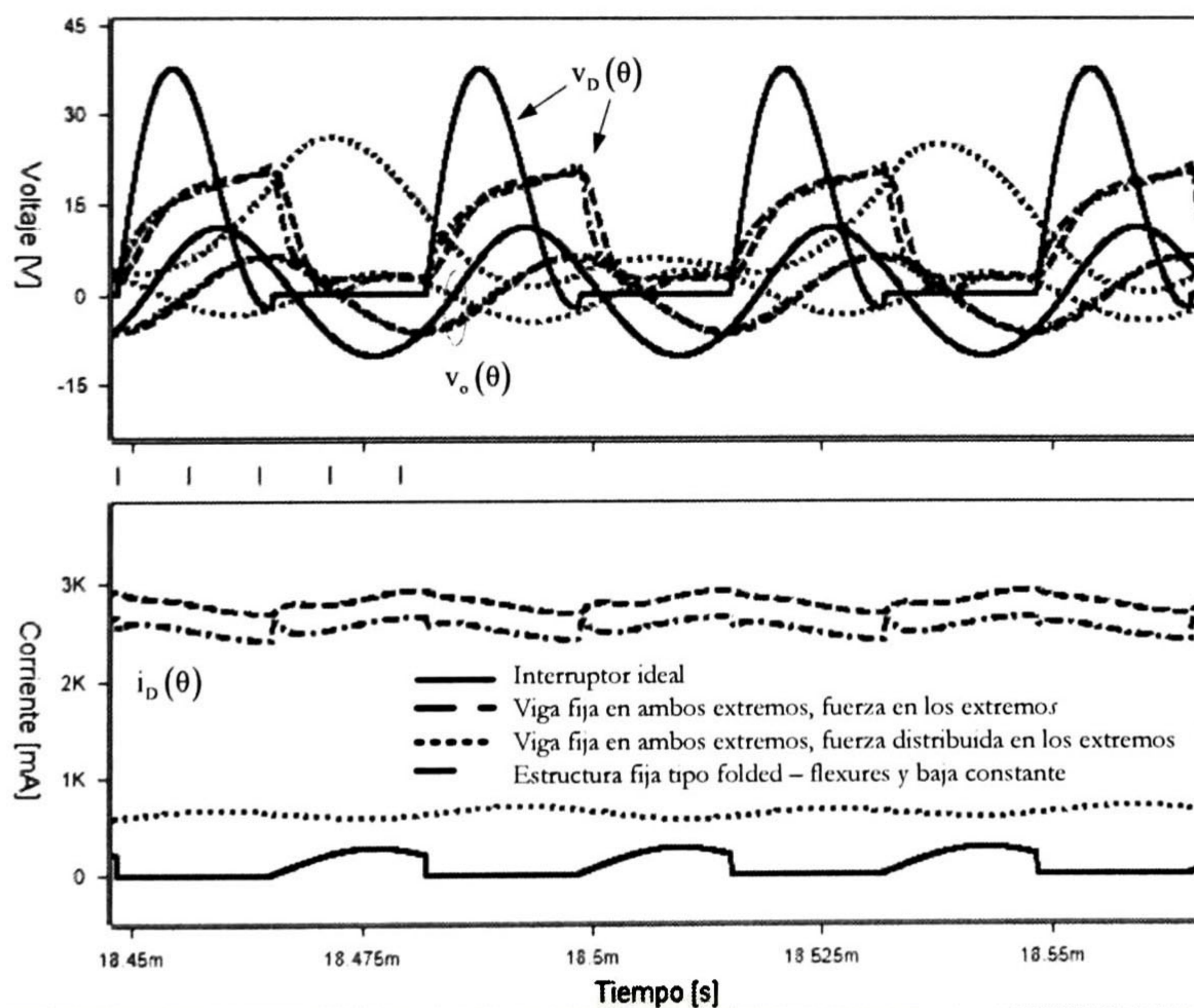


Fig. 4.21. Formas de onda de voltaje vistas en el interruptor ( $v_D(t)$  e  $i_D(t)$ ) como en la resistencia de carga ( $v_{out}(t)$ ) para un interruptor ideal y para diversas configuraciones de interruptores micro-maquinados fijos en ambos extremos y de tipo *folded-flexures*. a una frecuencia de operación de 30kHz.



A partir tanto de la Fig. 4.20 como de la Fig. 4.21, es evidente que aún asumiendo una resistencia de encendido relativamente baja en los interruptores micromaquinados diseñados ( $R_s \sim 1\Omega$ ) el desempeño de los mismos estará por debajo del referenciado como modelo “ideal”; ya que puede verse que mientras el interruptor ideal alcanza hasta 37V de voltaje pico  $V_D(t)$ , los interruptores en voladillo podrán alcanzar voltajes alrededor de los 22 a 25V pico en la terminal de *drain*; mientras que los interruptores fijos en ambos extremos alcanzan voltajes entre los 18 a 20V pico.

Con respecto a los voltajes de salida  $v_{out}(t)$ , los interruptores en voladillo oscilan entre los 5 a los 6.3V pico; mientras que los interruptores en viga o fijos en ambos extremos y en *folded-flexures* diseñados alcanzaron desde los 3.8V hasta los 5.8V pico como máximo, y muy por debajo (desde 5.4V hasta los 7.4V de diferencia) de los 11.2V que se alcanzaron utilizando un interruptor ideal.

Finalmente, la eficiencia estimada tanto en los interruptores fijos en ambos extremos como en los voladillos (en comparación con la del interruptor ideal) ha sido extremadamente pobre, alrededor del 17.76% en el mejor de los casos en los interruptores en voladillo como en 9.95% en los interruptores fijos en ambos extremos. Por lo tanto, se puede concluir de manera preliminar que la eficiencia estará muy por debajo de las expectativas, aún asumiendo resistencias de encendido considerablemente bajas y empleando interruptores cuyo comportamiento se aproxima al “ideal”.

Asumiendo el uso de interruptores ideales en su diseño, la eficiencia del amplificador puede ser determinada mediante la siguiente relación

$$\eta_D = \frac{P_{out}}{P_{DC}} = \frac{i_o v_o}{I_{DD} V_{DD}} = \frac{8V_{DD}^2 / (\pi^2 + 4) R_L}{8V_{DD}^2 / (\pi^2 + 4) R_L} \approx 1 \quad (4.5)$$

## 4.5 Mecanismos de falla en la operación de Interruptores Micro-maquinados

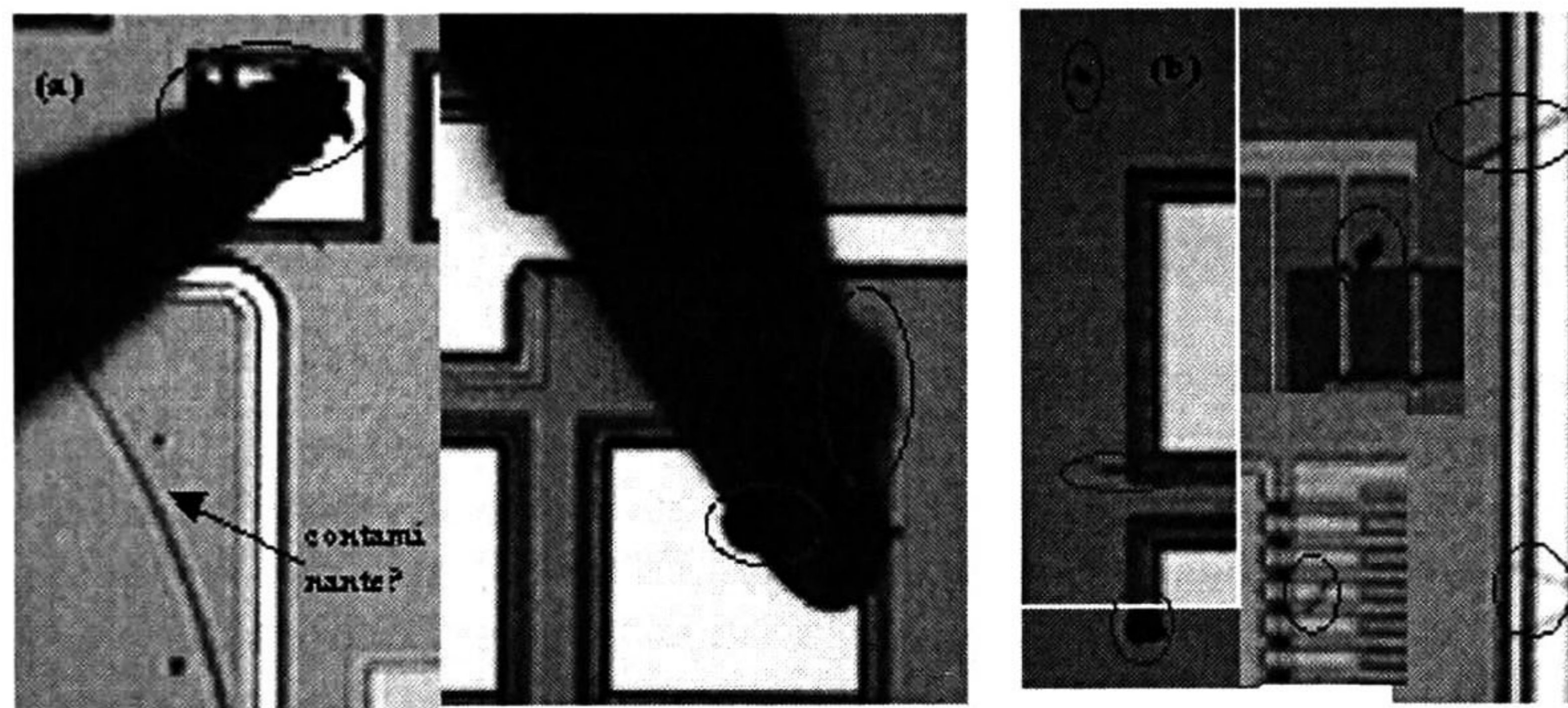
Como punto final en el análisis de los interruptores implementados se mencionarán cuestiones de suma importancia respecto a la confiabilidad en el diseño e implementación de interruptores micro-maquinados en general, dado que en la actualidad es una de las principales cuestiones para aplicaciones que implican su conmutación de manera exhaustiva y continua y además es hoy por hoy uno de los puntos más intensos en los esfuerzos de desarrollo e investigación [1].

Dado que para los interruptores diseñados para su utilización en el amplificador de potencia clase-E y los cuales se les denomina comúnmente interruptores de contacto-DC o resistivos, la confiabilidad se encuentra fuertemente relacionada en los contactos de metal a utilizar (o en nuestro caso, capas de polisilicio) una de las cuestiones relacionadas a la confiabilidad de este tipo de configuraciones es la fatiga mecánica y/o fractura de las vigas y voladillos; sin embargo de acuerdo a los resultados verificados en el laboratorio y dado que los diseños fueron implementados en tecnología de Polisilicio con geometrías que van desde los 100 a los 350 $\mu$ m de longitud (y flexiones generadas solo entre alturas desde los 2 a los 3.5 $\mu$ m (relaciones de 1/75), entonces mediante algunas pruebas de operación realizadas en las diferentes topologías se pudo verificar que este efecto no fue un problema a considerar sobre todo en los soportes, que es dónde se localiza la máxima



deformación (*max strain*). Sin embargo, lo que sí se pudo encontrar mediante observación mediante microscopio electrónico y se determinó como una de las principales fallas mecánicas en los interruptores fueron los daños debido a los efectos conocidos como “oposición” a la flexión (*pitting*) y “endurecimiento” (*hardening*) de las áreas de contacto entre los electrodos de *drain* y *source*; resultado del impacto entre los electrodos del voladillo o viga (*poly1* o *poly2*) con los contactos en *poly0* (drenador y fuente respectivamente). Ha sido reportado en la literatura que este tipo de efectos ocurren cuando dos capas de metal u otro conductor se “golpean” una con otra de manera repetida en el mismo lugar o área de contacto; finalmente dichos daños pueden reducir de manera considerable el área de contacto y por consiguiente incrementar la resistencia de contacto (o de encendido) significativamente en el interruptor [1],[2].

Otro tipo de falla encontrada fué debido a los depósitos orgánicos y la contaminación alrededor del área de contacto (como se pudo confirmar al dejar rastros de grasa corporal de las manos por tocar accidentalmente las micropuntas al realizar las pruebas de funcionamiento en la estación de trabajo); análogamente se pudieron observar mediante el microscopio rastros de contaminantes tanto en las micropuntas como alrededor de las estructuras como puede observarse en la Fig. 4.22.



**Fig. 4.22.** Posibles mecanismos de falla en diseños de interruptores micromaquinados: (a) contaminación en las micropuntas; (b) impurezas y contaminantes encontrados en diferentes estructuras sobre el dado.

Estos problemas pudieron haberse mitigado habiendo realizado las pruebas tanto en un ambiente libre de contaminantes (en un cuarto limpio) así como un manejo más cuidadoso hacia los dados de silicio<sup>21</sup>.

En algunos otros casos pudo observarse que después de haber realizado algunas pruebas de conmutación en los interruptores se formaban algunas capas de cierto tipo de material (posiblemente óxido) entre los contactos de polisilicio en formación debido posiblemente al “endurecimiento” (*hardening*) entre las placas, consecuencia de los altos voltajes de actuación; por lo que algunas fallas podrían deberse a la formación de una capacitancia parásita de óxido entre las placas (que actúa como dieléctrico), y otra consecuencia adyacente como se ha mencionado fué el incremento de la resistencia serie de encendido o de contacto.

<sup>21</sup> Aunque idealmente, de haberse dispuesto del dado en un correcto encapsulado en un ambiente libre de contaminantes y realizando las pruebas correspondientes desde los Pads externos pudieron haberse evitado desde un principio algunos de los problemas descritos con anterioridad.



Otro tipo de problemas encontrados al realizar las pruebas de operación en los interruptores fue debido a efectos de adherencia entre las placas al encontrarse en su posición de contacto y aún removiendo el voltaje de actuación efectuarse conmutaciones indeseadas. Dicho fenómeno pudiera ser debido tanto a la presencia de impurezas en el ambiente como a la existencia de cargas atrapadas entre la capa de óxido que comenzó a formarse debido a las condiciones de operación no ideales antes descritas; dicho problema pudo ser detectado y parcialmente aliviado debido a la descarga de dichas capacitancias indeseables entre las placas *poly0-óxido-poly1* al momento de invertir la polaridad entre los electrodos [1].

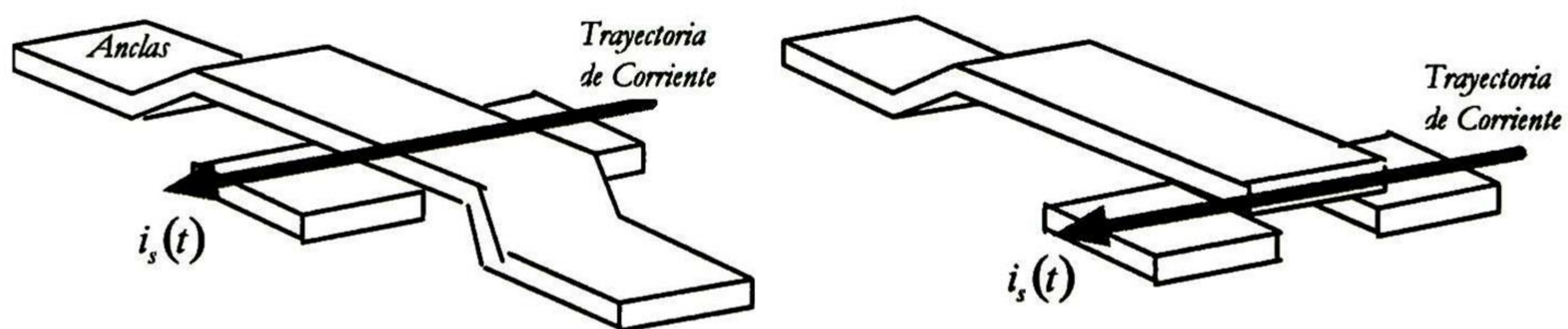
Del capítulo 3, se sabe que el modelo eléctrico equivalente de un interruptor involucra una capacitancia no lineal  $C_{pp}(t,g)$ , una resistencia serie  $R_s$ , y un voltaje de control, cuya forma de onda puede ser cualquier función continua en el tiempo  $V_s(t)$ ; por consiguiente, la caída de potencial en un interruptor puede modelarse mediante la siguiente ecuación

$$V_{\text{interruptor}} = V_s(t) - i_s(t)R_s \quad (4.5)$$

donde la corriente  $i(t)$  se modela como

$$i_s(t) = \left( C_{pp} \frac{dV_s}{dt} + V_s \frac{dC_{pp}}{dt} \right) \quad (4.6)$$

Así entonces, la confiabilidad de los interruptores diseñados y de interruptores micromaquinados en general, radica principalmente en la densidad de corriente máxima que puede manejar. En una aproximación de primer orden, en la Fig. 4.23 se muestran las posibles trayectorias de corriente para 2 configuraciones de interruptores que fueron implementadas, es posible incrementar la capacidad en el manejo de corriente de interruptores de contacto resistivo al añadir más interruptores en paralelo, cada uno con su propio mecanismo de conmutación [1]

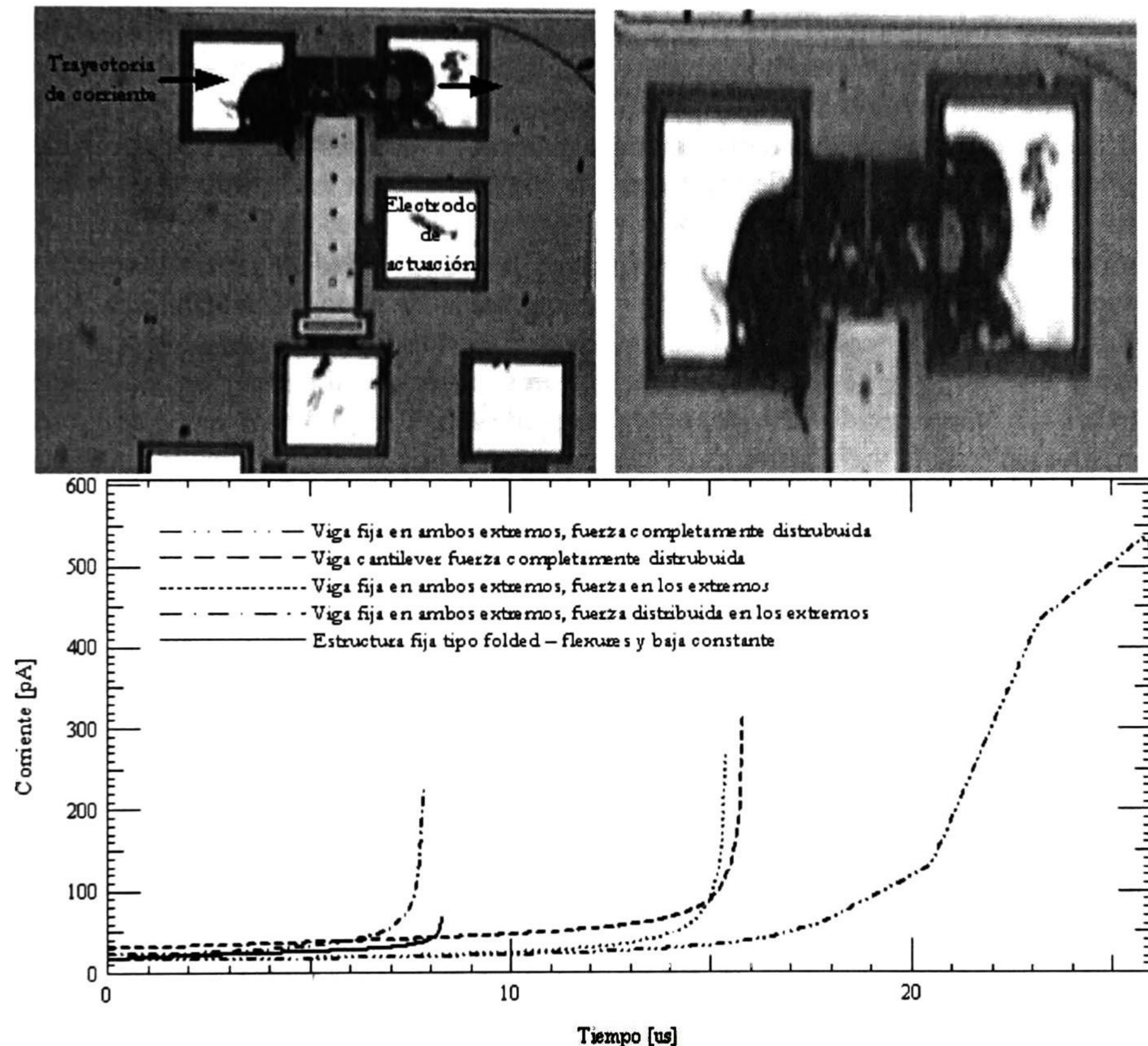


**Fig. 4.23.** Trayectorias de corriente máximas para estructuras fijas en ambos extremos y voladillos y los electrodos de contacto en las terminales de *drain* y *source*; los electrodos de actuación no se muestran.

De las estimaciones de las trayectorias donde se espera circule la mayor cantidad de corriente, es evidente que los niveles de corriente serán mucho menores que los máximos requeridos para una conmutación eficiente en el amplificador clase-E (tal y como se había analizado debido a las geometrías y resistividades del tipo de material). de los resultados de la simulación (ver Fig. 4.24) se puede verificar que los niveles más bajos fueron estimados en 68.25pA y corresponden a una topología *folded-flexures*; mientras que los niveles



relativamente máximos correspondieron a los interruptores en voladillos con corrientes máximas oscilando entre los 312.08 y en los 535.51pA para una viga fija-fija en Poly2, es decir, una altura ligeramente mayor a los diseños tradicionales; los niveles de corriente para las estructuras fijas en ambos extremos se encontraron entre los 224.26pA hasta los 269.96 pA respectivamente. Es importante recalcar que las diferencias entre los valores simulados en el amplificador en su conjunto como los estimados en la fig. 4.23 (con una diferencia de 6 ordenes de magnitud aproximadamente) fue debido a que para el circuito amplificador se asumió como primera aproximación una resistencia de encendido (contacto) de  $1\Omega$  para hacer una primera estimación de los resultados.



**Fig. 4.24.** (arriba) falla en una viga en voladillo debido a la presencia de altas corrientes y voltajes de actuación entre los electrodos; (abajo) magnitud máxima de corrientes estimadas al momento del contacto, los niveles son más bajos que los requeridos para el diseño de un amplificador clase-E.

## 4.6 Conclusiones

En el presente capítulo se modelaron e implementaron varios diseños de interruptores, tanto de vigas fijas en ambos extremos como de voladillos y estructuras tipo folded-flexures que fueron implementadas en tecnología PolyMUMPS. Asimismo, se mostró en detalle la predicción de su desempeño mediante modelos de primer orden simulados en SPICE con lo cual se logró estimar el posible comportamiento de los interruptores micromaquinados.



A partir de dichas estimaciones mediante simulación SPICE fue posible determinar una aproximación del comportamiento esperado para algunas configuraciones de interruptores, y a partir de esos resultados se concluye que las estructuras fijas en ambos extremos muestran un comportamiento de conmutación más inestable en su desplazamiento que las diseñadas en voladillo, lo que a su vez generó diversos picos variables de corriente como se ha mostrado en la Fig. 4.22. Inclusive los diseños de interruptores fijos en ambos extremos y con una altura ligeramente mayor (por sólo  $2.75\mu\text{m}$  aproximadamente) nuevamente han sido predecibles los desplazamientos inestables, reflejados asimismo en sus niveles de corriente.

Como parte de una primera aproximación en el diseño, se lograron integrar los modelos SPICE de los interruptores en el circuito amplificador de potencia clase-E, y aunque la ganancia de potencia no fue la esperada es posible que si se mejora la tecnología de fabricación empleando estructuras de contacto metálico (MetalMUMPS por ejemplo) es posible incrementar tanto la eficiencia como la confiabilidad en los interruptores.

Asímismo, se detallaron aspectos relacionados a la confiabilidad y manejo de corriente y potencia de los interruptores diseñados y simulados de manera integrada al circuito amplificador clase-E, con lo cual se pudo estimar su funcionamiento, y fue posible verificar que aunque se utilizaron interruptores cuyo desempeño por su diseño se aproximó en cierto grado al comportamiento ideal, no fue posible evitar del todo la superposición voltaje y corriente en el tiempo, impidiendo en cierta medida la disipación de potencia en los interruptores y no pudiéndose alcanzar desempeños de alta eficiencia en el sistema amplificador con los diseños propuestos.

En el mismo tenor, fueron cubiertos algunos mecanismos de falla, entre ellos algunos como el efecto de oposición a la flexión (*pitting*), el “endurecimiento” (*hardening*) resultados del continuo impacto entre los electrodos y finalmente, la formación de material dieléctrico (óxido) todo esto presente en las áreas de contacto, así como el incremento en la densidad de corriente al incrementar el voltaje en las finas capas (espesores) de las áreas de contacto entre los electrodos, lo que aumenta el consumo de potencia, que se manifiesta como aumento de la temperatura. La confiabilidad también está altamente relacionada al ambiente en donde se realicen las mediciones, ya que en ambientes no herméticos o no libres de humedad o contaminantes es más probable la existencia de fallas en la respuesta de los interruptores y/o sistemas micromaquinados.

Finalmente y pese a las limitaciones antes descritas, se ha tratado de mostrar la viabilidad como un primer intento de la implementación de dichos sistemas micro-maquinados en un circuito amplificador Clase-E con los resultados predichos; sin embargo, se espera que en los próximos años sistemas de este tipo puedan ser integrados de manera más eficiente con circuitos electrónicos de procesos estándar en la industria.



## 4.7 Referencias

- [1] Gabriel M. Rebeiz, et al; “*RF MEMS Theory, Design, and Technology*” John Wiley and Sons Publications, Hoboken, New Jersey, 2003.
- [2] Jiantao, Pan; “*MEMS and Reliability*”; Dependable Embedded Systems, Carnegie Mellon University; Spring 1999.
- [3] Koester, David; et al. “*PolyMUMPs Design Handbook*”. a MUMPs® Process, MEMSCAP Revision 10.0, 2003.
- [4] Stephen D. Senturia; “*Microsystem Design*”; Springer; 1<sup>st</sup>. edition (December 8, 2004).
- [5] Stephen D. Senturia; “*CAD for Microelectromechanical Systems*”; Springer; 1<sup>st</sup>. edition (December 8, 2004).
- [6] Mihai Albulet; “*RF Power Amplifiers*”; Noble Publishing Associates, May 10, 2001.







## Capítulo 5

### Conclusiones

**E**N el presente trabajo se han presentado de manera general las características de los amplificadores de potencia, sus diferentes clasificaciones y configuraciones y como éstos forman una parte esencial de los sistemas transmisores siendo los elementos críticos para la amplificación de señales. El trabajo se ha centrado específicamente en los amplificadores de potencia de modo conmutado clase-E, dada su alta eficiencia de conversión de energía la cual es idealmente cercana al 100% en comparación con otras técnicas y topologías de amplificación.

La motivación principal de esta tesis fue la de investigar de que manera un interruptor electromecánico fabricado mediante técnicas de Micro-maquinado pudiera emplearse como conmutador ideal en un amplificador de potencia clase-E, diseñado mediante tecnología MEMS PolyMUMPs (micro-maquinado superficial estándar mediante depósito de 3 capas de Polisilicio)

Asimismo, se estudió la viabilidad para la integración de un interruptor mecánico lo más cercano posible al comportamiento ideal en un amplificador de potencia clase-E.

En lo que sigue se resaltan los principales resultados:

1. Se diseñaron y fabricaron con éxito algunas topologías, entre las que destacan los interruptores fijos en ambos extremos, tipo *folded-flexures* y en voladillo. Todos los diseños operaron mediante actuación electrostática usando electrodos aislados para tal operación.
2. Para lograr diseños óptimos bajo ciertas condiciones y regímenes de operación se ha requerido del conocimiento y comprensión de los fenómenos asociados al modelado electrostático, así como al estudio relacionado a la mecánica de materiales, con especial atención en los análisis estáticos y dinámicos de dichos sistemas; los cuales ocurren simultáneamente y permiten entender la operación de esos sistemas, así como la identificación de parámetros clave para su diseño.



3. Asimismo, se propuso un modelo de circuito teórico-experimental de primer orden para simular la dinámica de un sistema electrostático micro-maquinado en general, el cual permite la flexibilidad de incluir geometrías en voladillos o en estructuras fijas; mediante ese modelo se logró explicar y predecir con un cierto grado de certeza los pocos datos experimentales obtenidos durante las mediciones en tecnología PolyMUMPS. La tecnología se eligió debido a la consideración de su disponibilidad en la microfabricación superficial en Cinvestav Unidad Guadalajara así como a sus características mecánicas y eléctricas, las cuales han sido estudiadas a detalle y de manera exhaustiva desde los procesos estándar de fabricación de circuitos integrados.
4. Las geometrías de los diseños elaborados fueron elegidas por su simplicidad y facilidad de fabricación, y fueron de estructuras regulares de distancias fijas y características mecánicas establecidas ya sea en corridas estándar como en artículos publicados e integradas en la dinámica del modelo SPICE. El modelo fue validado numéricamente mediante MATLAB; y los diseños fueron realizados exitosamente para diversas alturas y topologías. Los mismos siempre trabajaron a temperaturas y condiciones ambiente.
5. A través de simulaciones sucesivas se lograron identificar algunos parámetros tales como capacitancias y corrientes en función del tiempo, así como de las velocidades al momento del contacto con los electrodos identificados como *drenador* y *fuentes*. Sin embargo aunque fue posible determinar la resistividad y/o resistencia laminar para cada capa en el proceso, fue posible identificar una estimación de la resistencia total presente para cada topología e incluirla en modelo del interruptor que fue integrado en el circuito completo del amplificador. Además de que la estimación inicial para este tipo de procesos de grabado en polisilicio dio como resultado valores de resistencia relativamente altos en comparación con los requerimientos de diseño del interruptor para el amplificador.
6. Tampoco fue posible correlacionar de manera experimental los modelos simulados respecto a los datos medidos en el laboratorio dada la falta de confiabilidad en las métricas e instrumentos empleados en las mediciones, por lo que los resultados reportados han resultado en formas de onda teóricas generadas solamente por medio de la herramienta de simulación; sin embargo, los resultados estimados y reportados coinciden en ordenes de magnitud con los reportados en la literatura especializada en dichos temas.
7. De manera adicional fue cubierto un tópico relacionado a la confiabilidad en el manejo de corriente y potencia por parte de los sistemas micro-maquinados en general, así como las fallas mecánicas que se presentaron al momento de realizar las mediciones en el laboratorio, dado que su confiabilidad radica principalmente en el buen contacto entre sus capas o electrodos (ya sean metal o polisilicio) al momento de la conmutación.
8. Por lo tanto, el modelo de circuito eléctrico equivalente propuesto para cualquier geometría y/o tecnología de interruptores micro-maquinados puede ser usado para otro tipo de simulaciones y sistemas similares para predecir y estimar de una manera eficiente su comportamiento durante el proceso de conmutación y/o desplazamiento.



9. De particular importancia es el tiempo efectivo empleado para el desarrollo de un prototipo y rápido modelado en el que se logra la simulación inicial de un diseño micro-maquinado en específico, definiendo como entradas sus características mecánicas y geométricas a partir de los datos obtenidos en corridas de fabricación anteriores. A partir de esos datos es posible estimar su comportamiento mecánico y posibles fenómenos eléctricos presentes en la conmutación con respecto al tiempo.
10. Sin embargo, las limitaciones de la presente propuesta radicarón principalmente en las bajas eficiencias obtenidas mediante simulación SPICE empleando los modelos propuestos para cada diseño así como la red de sintonía para el amplificador de potencia clase-E, los cuales en su conjunto para el análisis electrodinámico (tiempos y velocidad de conmutación, corrientes consumidas y capacitancias no lineales generadas durante el proceso de conmutación, etc) no mostraron los resultados esperados, debido principalmente a la relativamente alta resistencia de encendido del conmutador ( $>100\Omega$  en la mayoría de los casos). Así como la dificultad en la polarización de los electrodos de actuación para proporcionar un ciclo de trabajo del 50% a la frecuencia de operación (30kHz).







# Apéndice A

## Nomenclatura

**E**L conjunto de tablas que se muestran son un glosario para la notación empleada tanto en el análisis y diseño del amplificador clase-E como de interruptores micro-maquinados. Los símbolos se listan en 3 grupos, mayúsculas, minúsculas y caracteres griegos. Las tablas listan símbolos, su descripción y sus unidades de acuerdo a la convención establecida en el SI de unidades [1].

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Unidades</i>
A	Área de electrodo de contacto $A=W_e w_b$	$[\mu\text{m}^2]$
$C_s$	Capacitancia serie usada en el circuito de salida (filtro pasa banda) del amplificador clase-E	[F]
$C_e$	Capacitancia en paralelo con el interruptor micro-maquinado	[F]
$C_{j0}$	Capacitancia shunt del transistor MOS	[F]
$C_{pp}$	Capacitancia de placas paralelas formada por la viga o voladillo y los electrodos de contacto ( <i>drain</i> y <i>source</i> respectivamente)	[F]
DC	Ciclo de trabajo (DC=50% para el amp. Clase-E)	[%]
E	Módulo de Young	[Pa]
$F_e$	Fuerza electrostática	[N]
G	Parámetro asociado a la conductancia del modelo SPICE del interruptor micro-maquinado de una fuente de corriente dependiente de corriente (CCVS)	[S]
I	Momento de inercia	$[\text{m}^4]$
$I_D$	Corriente pico en la terminal de <i>drain</i> del interruptor	[A]
$I_{DD}$	Componente de corriente suministrada del voltaje de alimentación	[A]
$I_{DM}$	Corriente máxima entregada en el interruptor	[A]
$L_{rfc}$	Inductancia asociada al choque de radio frecuencias conectado a la fuente del amplificador	[H]
$L_s$	Inductancia en serie del circuito de salida (filtro pasa banda) del amplificador clase-E	[H]
M	Momento de doblamiento debido a un gradiente de stress en una	[N·m]



<b>P</b>	viga o voladillo Carga vertical concentrada sobre una viga o voladillo	[N]
----------	---	-----

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Unidades</i>
<b>P<sub>o</sub></b>	Potencia entregada por el amplificador a la resistencia de carga	[W]
<b>Q<sub>L</sub></b>	Factor de calidad relacionado al circuito de carga del amplificador clase-E	[adim]
<b>R<sub>L</sub></b>	Resistencia de carga del amplificador clase-E	[Ω]
<b>R<sub>DC</sub></b>	Resistencia o impedancia vista desde la terminal de <i>drain</i> en el amplificador	[Ω]
<b>S<sub>on/off</sub></b>	Nomenclatura empleada en el esquemático de un interruptor ideal	[adim]
<b>V<sub>p</sub></b>	Voltaje de umbral o inestabilidad para la conmutación del interruptor micromaquinado, puede verse de manera equivalente al voltaje de umbral (V <sub>bi</sub> ) de un transistor MOS	[V]
<b>V<sub>DD</sub></b>	Voltaje de la fuente de alimentación en el amplificador clase-E	[V]
<b>V<sub>DM</sub></b>	Voltaje máximo en el interruptor que es visto desde la capacitancia en paralelo	[V]
<b>We</b>	Ancho del electrodo de actuación	[μm]
<b>X</b>	Exceso de reactancia vista a la salida del amplificador de potencia, $X = \omega L + X/\omega$	[Ω]
<b>Y</b>	Admitancia de entrada del amplificador	[S]
<b>Z</b>	Impedancia de entrada o salida del amplificador clase-E (denominada también como Z <sub>RFC</sub> o Z <sub>L</sub> respectivamente)	[Ω]

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Unidades</i>
<b>a</b>	Distancia de la fuerza aplicada al borde de la viga	[μm]
<b>b</b>	Factor de amortiguamiento	[N·s/m]
<b>d<sub>1,2</sub></b>	Distancia de referencia para la anchura de los electrodos de actuación del interruptor micro-maquinado	[μm]
<b>f<sub>0</sub></b>	Frecuencia de operación del amplificador, a veces conocida como frecuencia de corte	[Hz]
<b>g<sub>0</sub></b>	Altura de referencia de la viga o voladillo con respecto a los electrodos de actuación y/o contacto	[μm]
<b>g</b>	Desplazamiento asociado a la respuesta dinámica del sistema micro-maquinado	[μm]
<b>i<sub>D</sub></b>	Corriente en la terminal de <i>drain</i> del interruptor	[A]
<b>i<sub>DD</sub></b>	Corriente entregada por la fuente de alimentación del amplificador	[A]
<b>i<sub>o</sub></b>	Corriente en la carga del amplificador sinusoidal	[A]
<b>j</b>	Constante imaginaria $j = \sqrt{-1}$	[adim]
<b>k<sub>b</sub></b>	Constante de elasticidad lineal del resorte, puede ser modelado por la contribución de 2 componentes: rigidez de la viga o voladillo y el estrés residual biaxial, $k_b = k_b' + k_b''$	[N/m]
<b>l<sub>b</sub></b>	Longitud de una viga o voladillo	[μm]
<b>m<sub>b</sub></b>	Masa puntual de una viga o voladillo	[gr]
<b>t<sub>b</sub></b>	Espesor de una viga o voladillo	[μm]
<b>v<sub>D</sub></b>	Voltaje presente en la terminal de <i>drain</i> del interruptor	[V]
<b>v<sub>o</sub></b>	Voltaje de salida sinusoidal presente en la carga del amplificador	[V]
<b>w<sub>b</sub></b>	Ancho del electrodo de contacto de la viga o voladillo	[μm]
<b>y</b>	Deflexión de una viga o voladillo	[μm]



<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Unidades</i>
$\delta(t)$	Señal de Impulso unitario aplicada a un sistema dinámico	[V]
$\epsilon_0$	Permitividad del espacio libre	[F/m]
$\eta_D$	Eficiencia en la terminal de <i>drain</i> en el amplificador de potencia	[adim]
$\theta$	Variable utilizada para representar el producto de frecuencia angular por tiempo, es decir $\theta = \omega t$	[rad]
$\mu$	Coefficiente de viscosidad en un medio	[N·s/m <sup>2</sup> ]
$\nu$	Relación de Poisson en una estructura	[adim]
$\xi$	Carga por unidad de longitud	[N/m]
$\pi$	Constante universal, $\pi = 3.1415927\dots$	[adim]
$\rho$	Densidad de la masa de la estructura micro-maquinada	[Kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Stress residual biaxial	[MPa]
$\tau$	Coefficiente relacionado a un retardo en el tiempo	[s]
$\phi$	Ángulo de desfase inicial respecto a la frecuencia angular debido a una corriente sinusoidal presente en la carga del amplificador clase-E	[rad]
$\omega$	Función de frecuencia angular $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$	[rad/seg]

## A.1 Referencias

- [1] Organization intergouvernementale de la Convention du Mètre; "The International System of Units"; Complete brochure, 8<sup>th</sup> Edition, 2006.







## Apéndice B

# Ecuaciones de Diseño para el Amp. Clase-E

### B.1 Introducción

**R**EALIZAR el análisis detallado que derive en las expresiones que permitan comprender el desempeño del amplificador de potencia clase-E es el propósito del presente apéndice. Determinar las formas de onda (voltaje y corriente pico) en el interruptor y a la salida del circuito, así como las expresiones analíticas para determinar los valores de los elementos que componen al amplificador de potencia es también propósito del presente apéndice.

Este desarrollo permitirá entender la importancia de parámetros clave (alta eficiencia y alto desempeño) que se obtienen tanto del análisis del amplificador como del interruptor. Siendo este último un elemento crucial ya que sólo bajo una suposición ideal su consumo de potencia será pobre. Por lo tanto, y para propósitos del presente trabajo las características no ideales del interruptor, consideradas por otros autores, serán aquí omitidas. La razón es simple, la propuesta del presente trabajo es diseñar un interruptor que se aproxime lo más posible al comportamiento “ideal”, por ello, la propuesta de este trabajo es el uso de un dispositivo mecánico. En consecuencia éste cumplirá con las siguientes condiciones de operación óptimas del amplificador, a saber:

- i) El interruptor estará caracterizado por una resistencia de encendido lo más baja posible ( $R_{on} \rightarrow 0$ ) y además, para asegurar que las formas de onda permanezcan sin cambio debe cumplirse la condición  $dv_{DS}(\theta)/d\theta=0$  denominada *ZVDS* (del inglés *Zero Voltage Derivative Switching*); y cuando el voltaje sea cero (interruptor encendido) se presentará la condición de voltaje  $v_{DS}(\theta)=0$  conocida como *ZVS* (del inglés *Zero Voltage Switching*).



- ii) El valor de la resistencia de apagado será un valor lo suficientemente grande ( $R_{off} \rightarrow \infty$ ) para representar un alto aislamiento y ser caracterizado por un tiempo de transición despreciable.

## B.2 Análisis del Circuito

### B.2.1 Derivación de las formas de onda para la corriente y el voltaje en el Interruptor

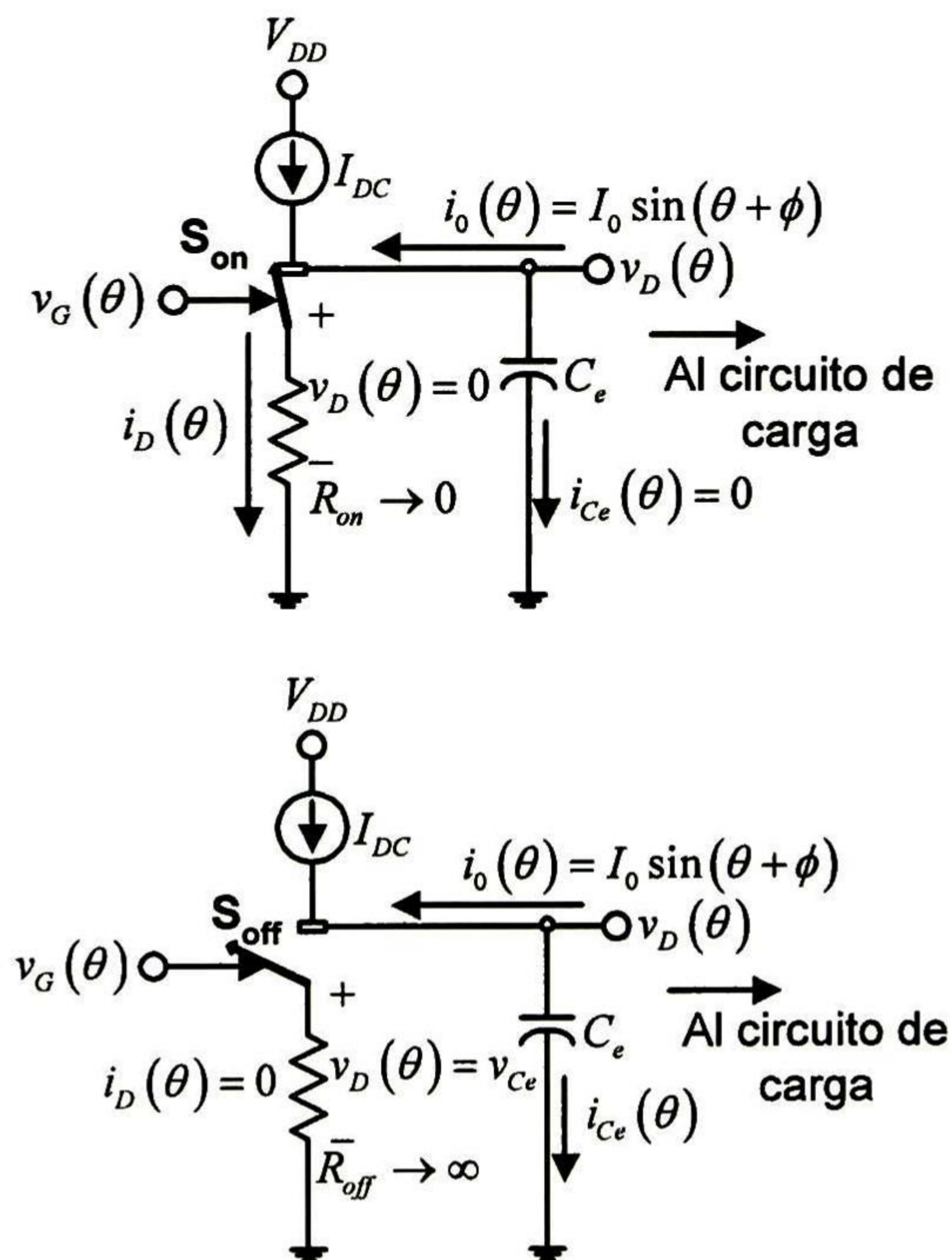
Las ecuaciones que gobiernan la operación del circuito equivalente mostrado en la Fig. B.1, se obtienen usando *LCK* en el nodo asociado al *drenador* del interruptor:

$$I_{DD} - i_o(\theta) = i_D(\theta) + i_{ce}(\theta) \quad (B.1)$$

donde cada componente ha sido descrito en el capítulo 2. De acuerdo con la condición 1) del Capítulo 1, el circuito resonante serie genera una corriente de salida senoidal:

$$i_o(\theta) = I_o \sin(\theta + \phi) \quad (B.2)$$

donde  $\theta = \omega t$  mientras que,  $I_o$  y  $\phi$  son la amplitud y la fase inicial de la corriente de salida, respectivamente.



**Fig. B.1.** Circuitos equivalentes para el nodo de drenador, a) interruptor en estado de “encendido”, b) durante el estado de “apagado”

Cuando el interruptor está encendido (cerrado), para  $0 < \theta \leq \pi$  (fig. B.1a), sus condiciones de voltaje y corriente son las siguientes:



$$v_D(\theta) = 0 \quad (\text{B.3a})$$

$$i_{C_e} = 0 \quad (\text{B.3b})$$

luego, sustituyendo (B.2) y (B.3) en (B.1) y simplificando, se obtiene una expresión para la corriente:

$$i_D(\pi) = I_{DD} + I_o \sin(\theta + \varphi) \quad (\text{B.4})$$

entonces, la corriente a través del capacitor en paralelo *shunt*  $C_e$  puede ser determinada a partir de (B.1):

$$i_{C_e}(\theta) = I_{DD} - i_o(\theta) - i_D(\theta) \quad (\text{B.5})$$

y substituyendo (B.2) es posible obtener una expresión simplificada:

$$i_{C_e}(\theta) = I_{DD} - I_o \sin(\theta + \varphi) \quad (\text{B.6})$$

Ahora bien, cuando el interruptor se encuentra en estado de apagado (abierto), de acuerdo a la Fig. B.1b), es decir para  $\pi < \theta \leq 2\pi$ , el voltaje de *drenador*  $v_D$  será igual al del capacitor *shunt*  $v_{C_e}$  por lo que se satisface la siguiente igualdad:

$$v_D(\theta) = \frac{1}{\omega C_e} \int_{\pi}^{\theta} i_{C_e}(\theta') d\theta' = \frac{1}{\omega C_e} \left\{ I_{DD}(\theta - \pi) + I_o [\cos(\theta + \varphi) + \cos\varphi] \right\} \quad (\text{B.7})$$

luego, cuando el interruptor se cierra nuevamente en  $\theta = 2\pi$ , y para  $v_D(\theta) = 0$ , de acuerdo a la condición de cero voltaje en el interruptor (ZVS), se obtiene una expresión simplificada para el voltaje de *drenador*

$$v_D(2\pi) = \frac{1}{\omega C_e} [\pi I_{DD} + 2I_o \cos(\varphi)] = 0 \quad (\text{B.8})$$

a partir de este resultado y substituyendo la condición ii) se obtiene una expresión para la corriente máxima de salida en función del ángulo de defasamiento  $\phi$ <sup>22</sup>

$$I_o = -\frac{\pi}{2\cos(\varphi)} I_{DD} = -\frac{\sqrt{\pi^2 + 4}}{2} I_{DD} \quad (\text{B.9})$$

este resultado puede ser substituido en (B.7) para obtener un modelo que permita obtener la condición *ZVDS*

<sup>22</sup> El término de la derecha en (B.9) se deriva hasta la descomposición de las componentes en (B.13)



$$\left. \frac{dv_D(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=2\pi} = \frac{I_{DD}}{\omega C_e} \frac{d}{d\theta} \left\{ (\theta-\pi) - \frac{\pi [\cos(\theta+\varphi) + \cos\varphi]}{2\cos\varphi} \right\} \Big|_{\theta=2\pi} \quad (\text{B.10})$$

el cual puede ser simplificado usando la condición ii)

$$\left. \frac{dv_D(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=2\pi} = \frac{I_{DD}}{\omega C_e} \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \tan(\varphi) \right] = 0 \quad (\text{B.11})$$

Resolviendo para (B.11) se determina que el ángulo de desfase  $\phi$  está dado por

$$\tan(\varphi) = -\frac{2}{\pi} = -\frac{y}{x} \quad (\text{B.12a})$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{2}{\pi}\right) + n\pi = 147.51^\circ \quad (\text{B.12b})$$

Y por consiguiente, se puede descomponer (B.12) en funciones seno y coseno como se muestra a continuación:

$$\sin(\varphi) = \frac{y}{r} = -\frac{2}{\sqrt{\pi^2+4}} \quad (\text{B.13a})$$

$$\cos(\varphi) = \frac{x}{r} = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+4}} \quad (\text{B.13b})$$

Conocida la expresión para el ángulo de fase, ahora es posible obtener expresiones simplificadas para la corriente y el voltaje en el interruptor. Por consiguiente, sustituyendo (B.9) en (B.4) y simplificando se obtiene que:

$$\begin{aligned} i_D(\theta) &= I_{DD} \left[ 1 + \frac{\pi}{2\cos(\varphi)} \sin(\theta+\varphi) \right] = \\ &= I_{DD} \left[ 1 + \frac{\pi}{2} (\sin\theta + \cos\theta \times \tan\varphi) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Sin embargo, considerando que  $\tan\phi = -2/\pi$ , de acuerdo con (B.12a), la expresión simplificada para la corriente normalizada en función del parámetro  $\theta$  en el nodo de *drenador* e independiente del ángulo de defasamiento:

$$\frac{i_D(\theta)}{I_{DD}} = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \sin(\theta) - \cos(\theta) \right] \quad (\text{B.15})$$

Ahora, para determinar la ecuación que describe la forma de onda del voltaje en la terminal de *drenador* en el intervalo  $\pi < \theta \leq 2\pi$ , se parte de (B.7) mediante su sustitución en (B.9). Obteniendo:



$$v_D(\theta) = \frac{1}{\omega C_e} I_{DD} \left\{ (\theta - \pi) - \frac{\pi}{2 \cos \varphi} [\cos(\theta + \varphi) + \cos \varphi] \right\} \quad (B.16)$$

este resultado puede ser simplificando sabiendo que  $\tan \varphi = -2/\pi$ :

$$v_D(\theta) = \frac{I_{DD}}{\omega C_e} \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] \quad (B.17)$$

Se puede decir que (B.17) representa el voltaje independiente de la fase  $\varphi$ . Tanto (B.14) como (B.16) cumplen con las condiciones del amplificador, a saber: voltaje cero y  $dV/dt=0$ , cuando el interruptor se encuentra cerrado ( $\theta = 2\pi$ ). Finalmente, el voltaje de alimentación  $V_{DD}$  puede determinarse del valor promedio  $V_{med}$  del voltaje  $v_D(\theta)$ , es decir:

$$V_{DD} = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} v_D(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{I_{DD}}{\omega C_e} \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] d\theta \quad (B.18)$$

resolviendo (B.18) y considerando que  $\int_0^{\pi} v_D(\theta) d\theta = 0$ , el resultado es:

$$V_{DD} = \frac{1}{2\pi} \frac{I_{DD}}{\omega C_e} \quad (B.19)$$

Substituyendo (B.19) en (B.16) y usando (B.13) se obtiene la forma de onda del voltaje normalizada en el interruptor como función del parámetro  $\theta$ :

$$\frac{v_D(\theta)}{V_{DD}} = 2\pi \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] \quad (B.20)$$

En la Fig. 2.1 del Capítulo 2 se grafican (B.15) y (B.20) para mostrar las formas de onda normalizadas para voltaje y corriente en el interruptor, que se asume ideal.

### B.2.2 Cálculo de los valores de la red de carga: choque de radiofrecuencias y capacitancia en paralelo (*shunt*)

De acuerdo a la Fig. B.1, aplicando LVK en el nodo asociado al *drenador* del interruptor se tiene que:

$$v_D(\theta) = v_{RL}(\theta) + v_X(\theta) \quad (B.21)$$

análogamente, mediante (B.2), se puede determinar el voltaje en la resistencia de carga, sabiendo que  $V_{RL} = R_L I_o$ , así entonces:

$$v_{RL}(\theta) = V_{RL} \sin(\theta + \varphi) \quad (B.22)$$



ahora, considerando la Fig. B.2 que muestra el circuito resonante **RLC** asociado al amplificador, la reactancia capacitiva e inductiva son equivalentes a la frecuencia  $f_0$ , por lo que  $\omega L_s - (\omega C_s)^{-1} = 0$ , mientras que la inductancia "adicional"  $X/\omega$  provee la fase necesaria para cumplir la condición  $ZV/S$ . En consecuencia, para deducir el valor de cada elemento del amplificador, se inicia considerando que el voltaje  $v_x(\theta)$  a través de la inductancia  $L_x$  es senoidal la cual es proporcional a la razón de cambio de su corriente:

$$v_x(\theta) = L_x \frac{di_o(\theta)}{dt} = V_x \cos(\theta + \phi_1) \quad (\text{B.23})$$

donde  $V_x = \omega L I_0$  y corresponde a la caída de potencial en la inductancia total  $L = L_s + X/\omega$ .

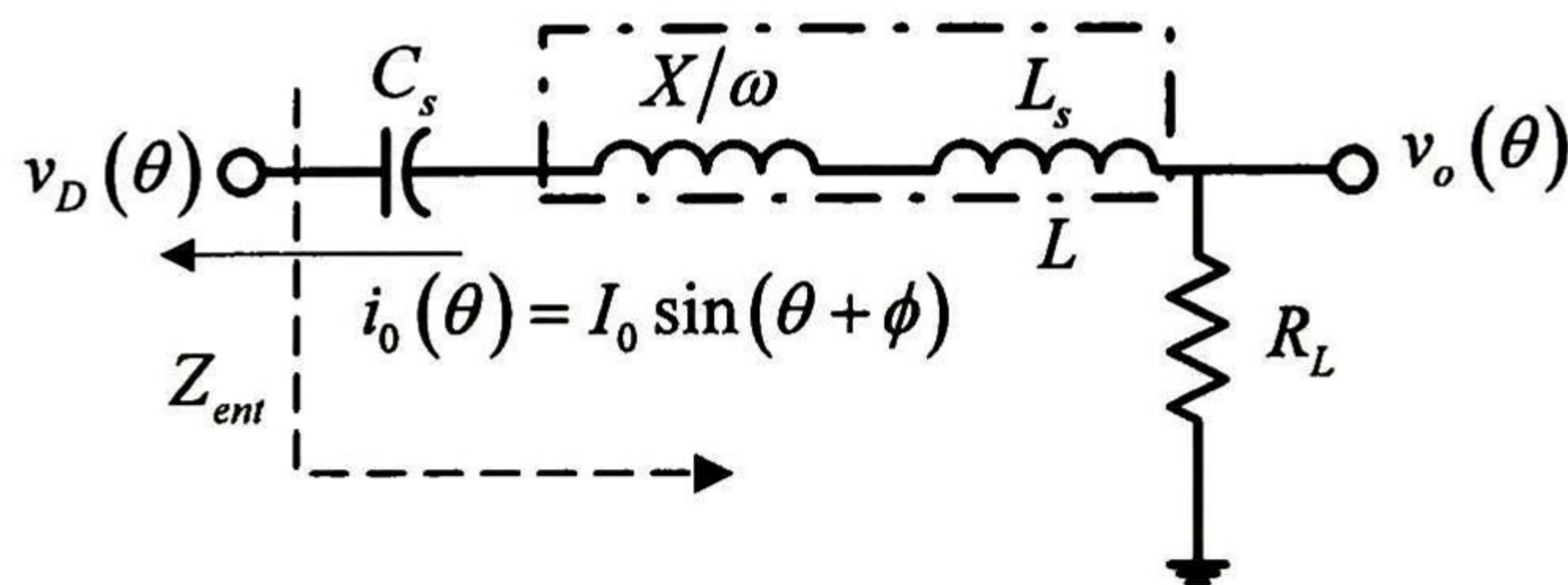


Fig. B.2. Red de carga como circuito resonante serie.

Luego, para obtener una expresión que permita determinar el argumento  $\psi$  de la impedancia del circuito resonante, a la frecuencia de operación  $f_0$ , basta con calcular la razón de voltajes en la reactancia  $v_x$  y la resistencia de carga  $v_{RL}$ ; y dado que a la frecuencia de operación el exceso de inductancia  $X/\omega$  estará en serie con  $R_L$ ;  $(R_L + X)$ , el ángulo de fase se determina como

$$\tan \psi = \frac{X}{R_L} = \frac{V_x \cos(\theta + \phi)}{V_{R_L} \sin(\theta + \phi)} = \frac{\omega L}{R_L} \frac{1}{\tan(\theta + \phi)} \quad (\text{B.24})$$

donde  $\psi = (\theta + \phi)$ ; y  $X = \omega L$ . A partir de éste resultado y realizando simplificaciones se obtiene una expresión para el exceso de reactancia en el circuito LC [1], a saber:

$$X = R_L \tan \psi = \frac{\pi(\pi^2 - 4)}{16} R_L \quad (\text{B.25})$$

La obtención de (B.25) ayudará a determinar el efecto de la inductancia serie  $X/\omega$ , dado que la inductancia total de la red de salida es la contribución tanto de  $L_s$  como de  $X/\omega$  ( $L = L_s + X/\omega$ ), y es esa inductancia serie la que provee el ángulo de fase  $\phi$  necesario para el cumplimiento de la condición  $dV(\theta)/d\theta = 0$  cuando el switch se encuentra cerrado (en  $\theta = 2\pi$ ).

Ahora, considerando que la reactancia del circuito resonante es cero a la frecuencia de operación, la amplitud para  $V_{XL}$  puede encontrarse mediante la fórmula para el cálculo de la frecuencia fundamental mediante Fourier:



$$V_{X_L} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_D(\theta) \cos(\theta + \varphi) d\theta =$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ 2\pi \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] V_{DD} \right\} \cos(\theta + \varphi) d\theta = 0 \quad (B.26)$$

Cuyo resultado es

$$V_{X_L} = \frac{2\pi}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \left( \frac{\pi^2 + 36}{4} \right) V_{DD} \quad (B.27)$$

De la misma manera, la amplitud del voltaje en la carga,  $V_{R_L}$  el cual será el coeficiente de la frecuencia fundamental de su desarrollo en series de Fourier de  $v_D(\theta)$  (B.19), en sus términos seno y coseno, como:

$$V_{R_L} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_D(\theta) \sin(\theta + \varphi) d\theta =$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ 2\pi \left[ \theta - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos(\theta) - \sin(\theta) \right] V_{DD} \right\} \sin(\theta + \varphi) d\theta \quad (B.28)$$

Cuya solución viene dada en función del ángulo de defasamiento  $\phi$ ; por lo que sustituyendo el término coseno con (B.13):

$$V_{R_L} = R_L I_o = -\frac{4V_{DD} \cos(\varphi)}{\pi} = \frac{4V_{DD}}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \quad (B.29)$$

Y la resistencia que es vista al *drenador* del amplificador desde la fuente de alimentación  $V_{DD}$  es<sup>23</sup>:

$$R_{DC} = \frac{V_{DD}}{I_{DD}} = \frac{1}{2\pi\omega C_e} = \frac{(\pi^2 + 4)}{8} R_L \quad (B.30)$$

Despreciando las pérdidas de potencia (recordemos que desde un principio se asumió al interruptor como "ideal"), la potencia media de salida entregada a la carga  $P_o$  será igual a la potencia de entrada  $P_{in}$ :

$$P_{in} = P_o = I_{DD} V_{DD} = \frac{1}{2} I_o^2 R_L = \frac{1}{2} \frac{V_{R_L}^2}{R_L} \quad (B.31)$$

Sustituyendo (B.27) en (B.29) y simplificando se encuentra que, a partir de la potencia entregada a la carga y del voltaje de alimentación, es posible especificar el valor de la resistencia de carga necesaria para la operación nominal:

<sup>23</sup> nuevamente la simplificación en el término de la derecha en (B.28) se deriva hasta la determinación de  $C_e$  en (B.31)



$$R_L = \frac{8V_{DD}^2}{P_o(\pi^2+4)} \quad (B.32)$$

De igual manera, es posible determinar el valor de la capacitancia *shunt*  $C_e$ , a partir de la simplificación tanto de (B.19) con (B.32):

$$C_e = \frac{1}{2\pi} \frac{I_{DD}}{\omega V_{DD}} = \frac{4}{\omega R_L \pi(\pi^2+4)} = \frac{P_o}{2\pi\omega V_{DD}^2} \quad (B.33)$$

Para la determinación de los elementos  $L$  y  $C$  del filtro resonante pasa-banda se procede como sigue: dado que la red de salida viene dada por un circuito serie  $RLC$ , es inmediato verificar, de su función de transferencia en el dominio de Laplace, que:

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_L} = \frac{\omega(L_s + X/\omega)}{R_L} \quad (B.34)$$

despejando para  $L_s$  y sabiendo que el valor de  $R_L$  se derivó en (B.32), se obtiene

$$L_s = \frac{Q_L R_L}{\omega} = \frac{8V_{DD}^2 Q_L}{\omega P_o(\pi^2+4)} \quad (B.35)$$

Finalmente, para determinar la inductancia  $X/\omega$ , que provee el ángulo de fase para cumplir con la condición de  $ZVS$ , de (B.25) y sustituyendo con (B.32):

$$\frac{X}{\omega} = \frac{\pi(\pi^2-4)}{16} R_L = \frac{\pi V_{DD}^2 (\pi^2-4)}{2\omega P_o(\pi^2+4)} \quad (B.36)$$

La capacitancia serie de la red  $C_s$ , se determina a partir de la ecuación que asocia la frecuencia de resonancia en serie de los elementos de la red, a saber,  $\omega^2 LC=1$ , por consiguiente:

$$C_s = \frac{1}{\omega_0^2 L_s} = \frac{P_o(\pi^2+4)}{8\omega_0 V_{DD}^2 Q_L} \quad (B.37)$$

Para la determinación del choque de radiofrecuencias, se elige el valor mínimo que asegure que el rizo de la corriente sea menor que el 10% de la corriente de la fuente  $I_{DD}$ ; sin embargo, una inductancia mayor aproxima a una operación ideal de una fuente de corriente casi constante vista desde la fuente de alimentación  $V_{DD}$ ; por lo que se emplea la siguiente relación [2]:

$$L_{RFC} = 2 \left( \frac{\pi^2}{4} + 1 \right) \frac{R_L}{f_0} \approx \frac{7R_L}{f_0} \quad (B.38)$$



### B.2.3 Determinación de los voltajes y corrientes máximos en el conmutador

Sustituyendo (B.9) en (B.29) se obtiene una expresión para la corriente de salida  $I_o$ <sup>24</sup>:

$$I_o = -\frac{4V_{DD}}{\pi R_L} \cos(\varphi) = -\frac{4V_{DD}}{R_L \sqrt{\pi^2 + 4}} \quad (B.39)$$

Empleando (B.35) y sustituyendo nuevamente en (B.29) se deduce una expresión para  $I_{DD}$ :

$$I_{DD} = \frac{1}{2} \frac{I_o^2 R_L}{V_{DD}} = \frac{8V_{DD}}{R_L (\pi^2 + 4)} \quad (B.40)$$

Donde los valores de la corriente y el voltaje pico en el conmutador pueden ser obtenidos como la suma de la corriente suministrada del voltaje de alimentación  $I_{DD}$  y la amplitud de la corriente de salida  $I_o$ , recordando que al haber corriente en el conmutador, la corriente a través del capacitor será despreciable (aproximadamente cero). Por lo que sustituyendo (B.39) y (B.38) en (B.5) se obtiene una expresión para la corriente máxima en el interruptor  $I_{DM}$ , y ocurre cuando  $i_{ce}=0$ , condición en la cual la corriente de salida está a su valor mínimo.

$$I_{DM} = I_{DD} - I_o = \frac{4V_{DD}}{R_L \sqrt{\pi^2 + 4}} \left( \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} + 1 \right) \quad (B.41)$$

Finalmente, el voltaje máximo en el conmutador  $V_{DM}$  ocurre cuando la corriente al través de la capacitancia en paralelo *shunt*  $C_e$  es igual a 0 ( i.e.  $dv_{ce}/d\theta=0$ ), y es cuando  $\theta=2\tan^{-1}(2/\pi)$  [3]:

$$V_{DM} = 2\pi V_{DD} \tan^{-1} \left( \frac{2}{\pi} \right) = 3.562 V_{DD} \quad (B.42)$$

## B.3 Referencias

- [1] Mihai Albulet; "RF Power Amplifiers"; Noble Publishing Associates, May 10, 2001.
- [2] Suetsugu, Tadashi; Kazimierczuk, Marian K."Analysis and Design of Class E Amplifier With Shunt Capacitance Composed of Nonlinear and Linear Capacitances". IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, vol. 51, No 7, July 2004.
- [3] Mona M. Hella, et al; "RF CMOS Power Amplifiers: Theory, Design and Implementation"; Kluwer Academic Publishers , December, 2002.

---

<sup>24</sup> La amplitud del voltaje máximo de salida  $v_o$  se obtuvo en (B.29)







## Apéndice C

# Fuerza Electroestática en un Capacitor

### C.1 Introducción

**E**N el capítulo 3 se presentó un modelo en el que, la fuerza que produce movimiento en una viga fija o en un *cantilever*, es de naturaleza electroestática. Es decir, las cargas mecánicas presentes tanto en la viga como en el electrodo inferior se generan debido a la diferencia de potencial entre ambas placas conductoras. Porque este efecto no siempre es bien entendido en lo que sigue se derivan las expresiones para determinar parámetros determinantes en el diseño de interruptores Micro-maquinados, como lo son el voltaje de atracción (*pull-down*), la corriente que circulará en el interruptor y la fuerza electroestática.

### C.2 Análisis del Sistema de placas paralelas

La fuerza entre las placas de un capacitor de placas paralelas se determina a partir de la distancia entre sus placas. Sin embargo, cuando ésta varía una cantidad  $\Delta g$  hay un trabajo mecánico dado por

$$\Delta U = f_e \Delta g \quad (C.1)$$

donde  $f_e$  es la fuerza entre las placas. El trabajo debe ser igual a la variación de energía electroestática del capacitor, donde la energía del capacitor era originalmente

$$U = \int_0^Q V dQ = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (C.2)$$



Luego, la variación de la energía (no permitiendo que  $Q$  varíe) se modela mediante la siguiente expresión:

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q^2 \Delta C^{-1} \quad (C.3)$$

Igualando (C.1) con (C.3) se obtiene

$$f_e \Delta g = \frac{1}{2} Q^2 \Delta C^{-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{Q}{C} \right)^2 Q = \frac{1}{2} V^2 \Delta C \quad (C.4)$$

La fuerza proviene entonces de la atracción de las cargas que están sobre las placas por lo que no hay que considerar por el momento su distribución ya que la geometría generada por  $C$  se ocupa de lo necesario. Empleando la ecuación del capacitor y variando la separación entre las placas  $\Delta g$  y de (C.3) se encuentra que la fuerza entre ambas placas es

$$f_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\Delta g} \Delta \left( \frac{1}{C} \right) = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\Delta g} \left( \frac{\Delta g}{\epsilon_0 w_b W_e} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A} \quad (C.5)$$

Si la carga de una de las placas se expresa respecto a su área como  $Q = \sigma A$ , y sabiendo que el campo eléctrico entre las mismas es  $E = \sigma / \epsilon_0$ , entonces (C.5) se re-escibe como

$$f_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} \frac{\sigma Q A}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} \frac{\sigma Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{2} Q E \quad (C.6)$$

Aun más, considerando que  $C$  se mantiene a una diferencia de potencial constante al hacer el desplazamiento, entonces se tendría que haber considerado  $U = 0.5 C V^2$  obteniendo nuevamente (C.4). Empleando entonces el principio de los trabajos virtuales, en los que cualquier componente se obtiene por derivación [1] y utilizando el principio de la conservación de la energía es posible calcular la fuerza mediante la siguiente expresión

$$f_e = - \frac{\partial U}{\partial g} = - \frac{Q^2}{2} \frac{\partial C^{-1}}{\partial g} = - \frac{V^2}{2} \frac{\partial C}{\partial g} \quad (C.7)$$

De este resultado se determina cómo varía la capacitancia  $C$  respecto a la posición de la viga o voladillo, donde los parámetros asociados al capacitor son el ancho de la viga, el ancho del electrodo de atracción (*pull-down*), la permitividad del espacio libre y finalmente  $g$  que es la distancia en la que se desplaza la estructura.

A partir de estas derivaciones es posible determinar algunas de las expresiones para las consideraciones electro-mecánicas utilizadas en el modelo de los interruptores y determinadas en el capítulo 3; parámetros como la fuerza electrostática entre los electrodos de actuación, el voltaje de actuación que es determinado a partir del equilibrio entre la fuerza restauradora de la constante de elasticidad con la electrostática entre las placas, entre algunos otros.



## C.3 Referencias

[1] R. A. Serway; "*Electricity and Magnetism*"; , Mc. Graw Hill, June, 1996

[2] R. P. Feynmann et al; "*The Feynmann Lectures on Physics*"; Vol. II, Addison Wesley Longman (June, 1970)







## Apéndice D

# Respuesta al Impulso, Natural y Forzada de un Interruptor MEM

### D.1 Introducción

**S**E ha descrito de manera detallada el diseño de interruptores micro-maquinados en silicio en procesos PolyMUMPS; también se ha verificado que el modelo electromecánico equivalente corresponde a un sistema de segundo orden masa-resorte-amortiguador como se muestra en la Fig. D.1. Este modelo semi-lineal permite entender el desplazamiento de la estructura como resultado de una fuerza de aceleración externa, cuya masa de prueba a su vez será desplazada producirá cambios en el stress que influye en la fuerza restauradora.

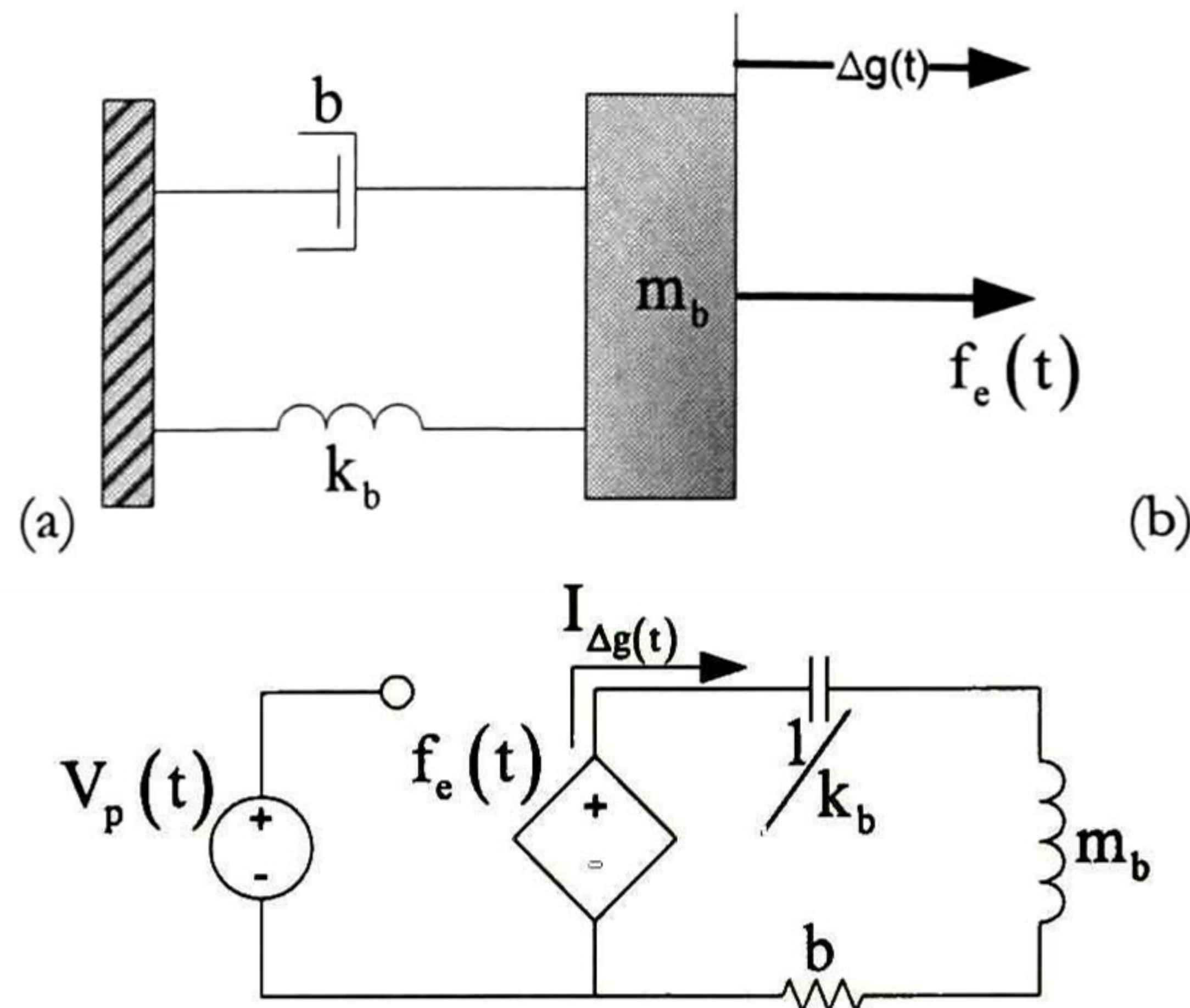
En el presente apéndice, se realiza el análisis detallado que permite entender la dinámica del sistema ante la aplicación de señales externas, así como la respuesta natural y forzada.

### D.2 Respuesta al Impulso

En el capítulo 3 se ha descrito el principio físico de operación de un interruptor micro-maquinado (ver Fig. D.1.a). Se puede demostrar que un interruptor mecánico en general puede modelarse mediante un sistema *masa-resorte-amortiguador* y que él mismo dispone de un sistema eléctrico análogo tal y como se representa en la Fig. D.1 b. En esta representación, la fuerza total en la masa de prueba  $m_b$  se encuentra al considerar la contribución de la fuerza de amortiguamiento  $b$  y la fuerza del resorte  $k_b$ ; igualando la contribución de dichas fuerzas se encuentra que la fuerza total debido a una aceleración externa se modela mediante la siguiente expresión:

$$\frac{d^2}{dt^2} g(t) + \frac{b}{m_b} \frac{d}{dt} g(t) + \frac{k_b}{m_b} g(t) = f_e(t) \quad (D.1)$$





**Fig. D.1.** (a) Sistema mecánico (masa-resorte-amortiguador) y (b) circuito eléctrico equivalente para el análisis tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia ante diferentes estimulaciones en un interruptor micro-maquinado.

donde  $f_e(t)$ , en Newtons, es la fuerza externa que permite la aceleración<sup>25</sup> y  $g(t)$  es la posición de la masa de prueba de la estructura, medida en metros; la respuesta natural se ha definido como  $\omega_0 = \sqrt{k/m_b}$  y el factor de calidad es  $Q = \sqrt{km_b}/b$ . Este último es un parámetro adimensional.

Para un par de estructuras diseñadas (estructuras fija en ambos extremos y en voladillo) se determinará la respuesta al impulso habiendo determinado la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  y el factor de calidad  $Q$ .

El primer parámetro se determina a partir de la respuesta en frecuencia del sistema como solución a la ecuación diferencial de segundo orden (D.1) en el dominio de la frecuencia; a saber,

$$\frac{G(s)}{F_e(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m_b}s + \frac{k_b}{m_b}} = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (D.2)$$

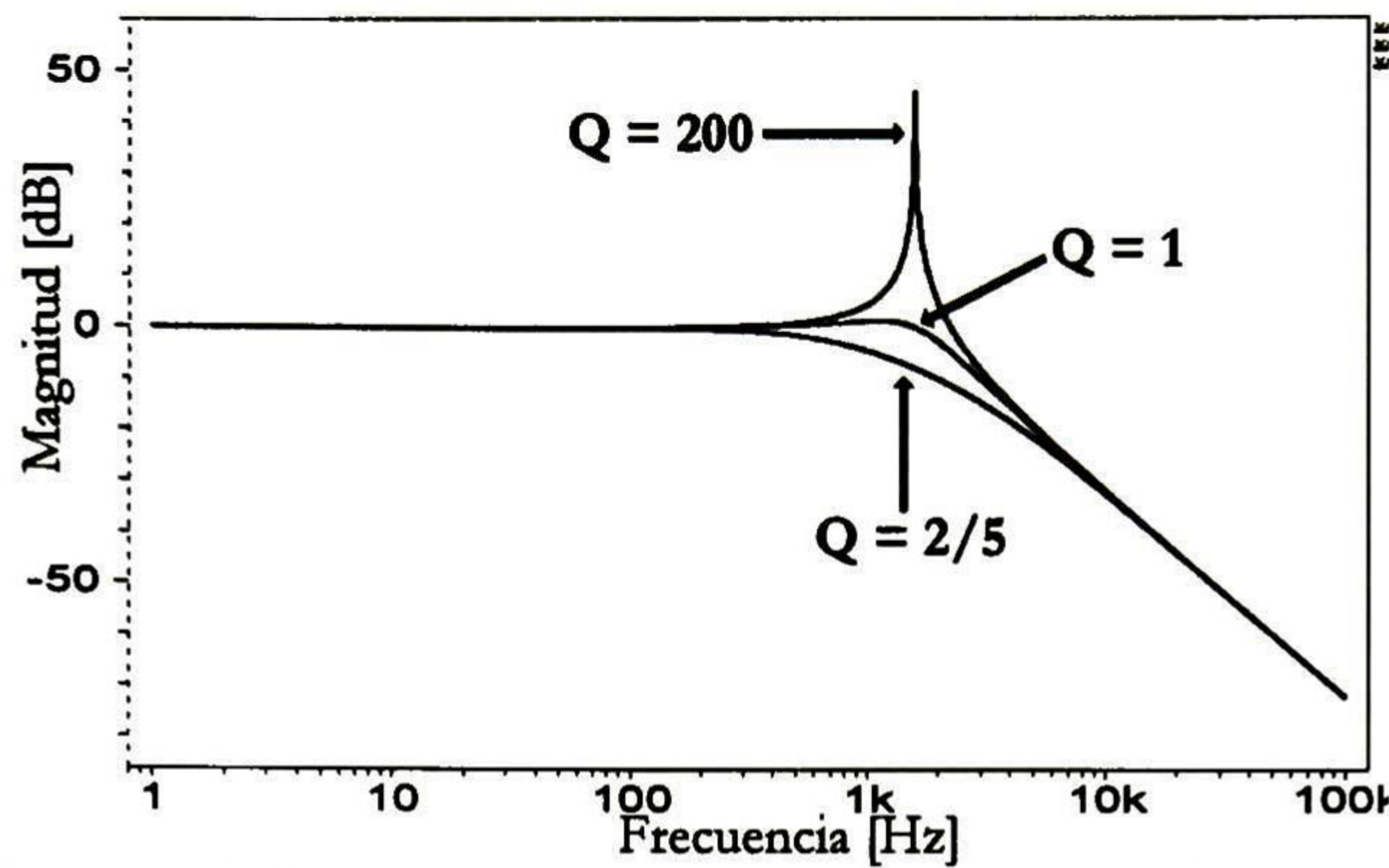
Es inmediatamente verificable que el modelo mecánico descrito en D.2 es el mismo que el utilizado para un filtro pasa-bajas de segundo orden,

Las respuesta en frecuencia (magnitud en dB) para un sistema generalizado que puede ser ya sea un voladillo como un sistema fijo en ambos extremos se muestra en la Fig. D.2 para los valores especificados de  $\omega_0$  y  $Q$ .

A partir de la figura, puede verificarse que la magnitud para el primer caso se decrementa conforme la frecuencia aumenta

<sup>25</sup> Dado que la fuerza real del sistema no solo depende del tiempo si no de la posición de la estructura, es decir  $f_e(t,g)$ , lo cual implica que la respuesta del sistema requiere una solución numérica, como la presentada en el capítulo 3, en el presente apéndice la solución del sistema dependerá únicamente de la fuerza aplicada en función del tiempo y de otros parámetros asumidos constantes.





**Fig. D.2** Magnitud de la respuesta en frecuencia (en dB) para varias configuraciones de interruptores micro-maquinados para  $\omega_n=10,000$  rad/s, y (a)  $Q=2/5$ , (b)  $Q=1$ , y (c)  $Q=200$ .

La Fig. D.2 muestra las magnitudes de las respuestas en frecuencia en dB para valores específicos de  $\omega_0$  y  $Q$ . la respuesta de la magnitud en frecuencia para el primer caso,  $Q=2/5$  decrementa cuando la frecuencia  $\omega$  incrementa, mientras que para el caso (b)  $Q=1$ , la respuesta es aproximadamente constante para  $\omega < \omega_0$  y comienza a decaer con el incremento en la frecuencia para  $\omega > \omega_0$ . Es posible también verificar que para el caso (c), cuando  $Q$  es grande, hay un pico considerablemente pronunciado en la frecuencia asociada a los 10,000 rad/s que posteriormente decae conforme se incrementa  $\omega$ ; lo que corresponde a una condición de resonancia, esto se traduce en el sistema como una tendencia hacia el movimiento oscilatorio, por lo que si  $Q \gg 1$  el dispositivo actuará como un filtro pasa-banda de frecuencia angosta y su respuesta estará dominada por una senoide de frecuencia  $\omega_0$ .

A partir de los modelos equivalentes una condición de resonancia ocurre cuando el factor de amortiguamiento  $b$  (modelado por un resistor en el circuito equivalente  $RLC$  como mecanismo de pérdida y que representa las fuerzas friccionantes) es pequeño (dado que  $Q$  es inversamente proporcional a  $b$ ); en dicho caso, las fuerzas dominantes, modeladas por  $C$  ( $1/k_b$ ) y  $L$  ( $m_b$ ) (ambos considerados como los elementos de fuerzas dominantes que modelan la constante del resorte y la inercia de la masa y que ambos almacenan energía) y que generarán un comportamiento  $I-V$  de carácter oscilatorio debido al intercambio de energías entre ambos elementos.

Por otra parte, la respuesta al impulso se determina al encontrar la transformada inversa de Laplace del sistema  $G(s)$  donde  $s=j\omega$  descrito en D.2; para ello se realiza la expansión en fracciones parciales a partir de la determinación de las raíces del denominador, las cuales se determinan mediante las expresiones siguientes

$$s_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 - \omega_0^2} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \quad (D.3a)$$

$$s_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} - \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 - \omega_0^2} = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \quad (D.3b)$$



donde  $\alpha = -\omega_0/2$  y  $\beta = \sqrt{\omega_0}$ , respectivamente. Por consiguiente, se puede escribir  $G(s)$  como una representación en fracciones parciales de la forma

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{C_1}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} + \frac{C_2}{(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} \quad (D.4)$$

Se puede resolver para  $C_1$  y  $C_2$  y sustituyendo para la variable  $s$  se determina n las siguientes expresiones

$$C_1 = \frac{1}{-2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \quad (D.5a)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \quad (D.5b)$$

Así entonces, la expresión resultante en fracciones parciales para  $H(s)$  es

$$H(s) = -\frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \times \frac{1}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} + \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \times \frac{1}{(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} \quad (D.6)$$

Finalmente, obteniendo la transformada inversa de Laplace para cada término en D.6 (recordando que  $\alpha = -\omega_0/2Q = \sqrt{k/m_b} 1/2Q$ ) se obtiene la respuesta al impulso del sistema como

$$h(t) = \left[ \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} e^{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)t} - \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} e^{-(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)t} \right] u(t) \quad (D.7)$$

o bien

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \cdot \sinh(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)t \cdot u(t) \quad (D.8)$$

Para verificar la validez del modelo utilizado tanto en el dominio del tiempo como en la frecuencia, es necesario convertir la solución del modelo mecánico en uno eléctrico equivalente. El circuito concentrado **RLC** de la Fig. D.1 puede visualizarse como una analogía de un interruptor micromaquinado. Los parámetros calculados para encontrar la respuesta en frecuencia de este sistema y graficar la magnitud (dB) asumiendo que  $\omega_0 = 10,000$  [rad/s] y  $k_b = 10$  [N/m] para  $Q = 2/5$ ,  $Q = 1$ ,  $Q = 5$  y  $Q = 200$  se sintetizan en la tabla D.1; en la fig. D.3 pueden verse los resultados simulados para estas condiciones de operación. A partir de los resultados mostrados en la Fig. D.3 puede verse que paralelamente a la respuesta en frecuencia, la respuesta impulsional muestra que a factores de calidad mayores  $Q = 200$  existe una fuerte tendencia a la resonancia del sistema, lo cual se muestra mediante una senoide de frecuencia angular  $\omega_0 = 10,000$  [rad/s]. Dicho



comportamiento es en general indeseable en este tipo de sistemas dado que puede inducir desplazamientos extremadamente pronunciados como efecto a los cambios repentinos en los interruptores hasta su posible avería.

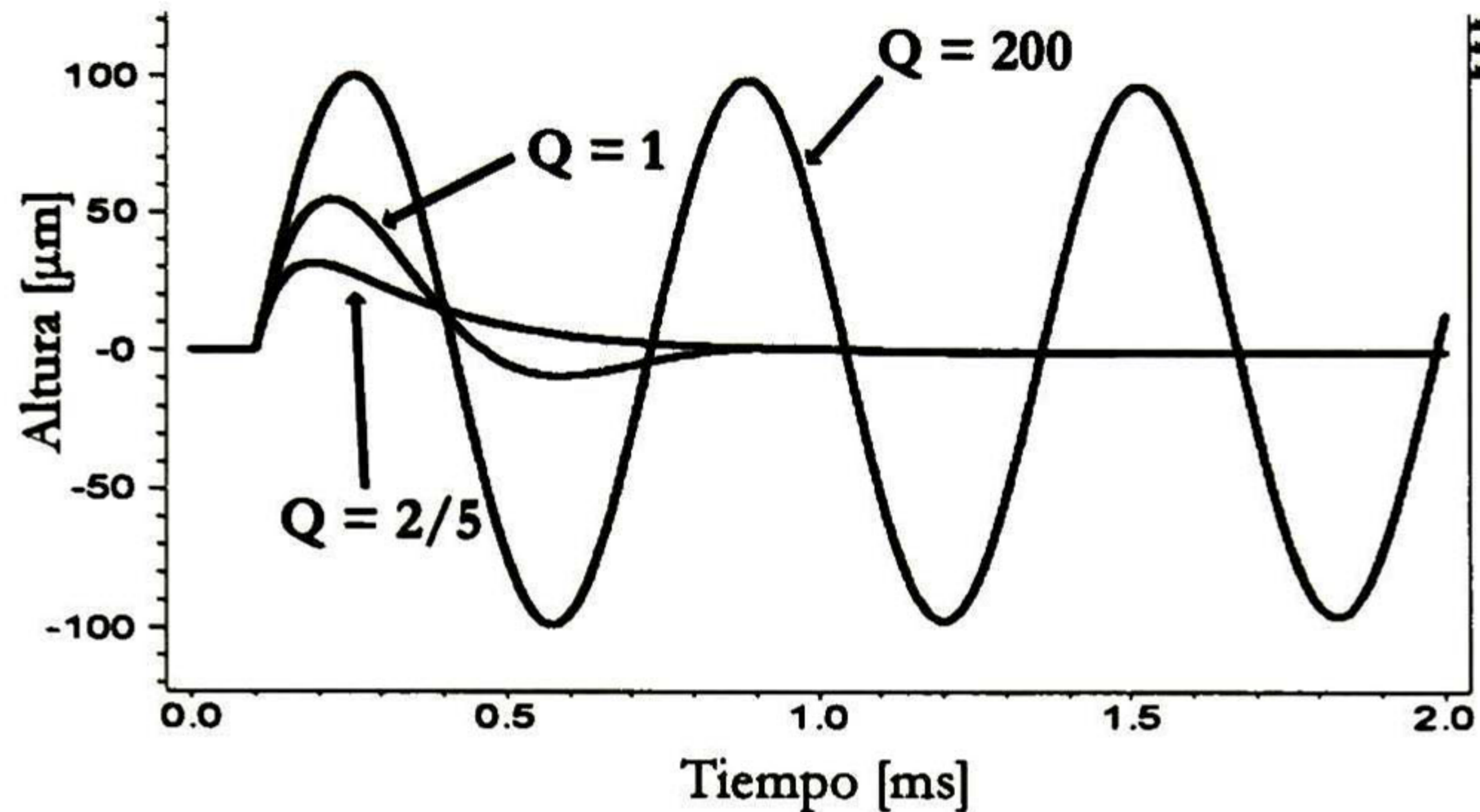


Fig. D.3 Respuesta Impulsional para diferentes factores de calidad ( $Q=2/5$ , 1, y 200) de un interruptor micro-maquinado.

### D.3 Respuesta Natural y Forzada

A partir de la ecuación diferencial que gobierna la dinámica de un interruptor, introducida en la sección D.1 se mostrará en lo que sigue la respuesta forzada y natural para una frecuencia angular  $\omega_0$  y factor de calidad  $Q$ , asumiendo que la posición de la masa de prueba es  $y(0^-) = 2 \times 10^{-6} \text{m}$ , y que la velocidad inicial es  $g'(t) \big|_{t=0^-} = 0 \text{ [m/s}^2]$ ; la entrada al sistema se define como  $f_e(t) = (\epsilon_0 A V_p^2 / 2g_0^2) [u(t) - u(t-T)]$ , donde  $g_0$  ya ha sido definida con anterioridad.  $A$  es el área del electrodo de *pull-down* y  $\epsilon_0$  la permitividad eléctrica del espacio libre. La forma del pulso eléctrico se muestra en la fig. D.4

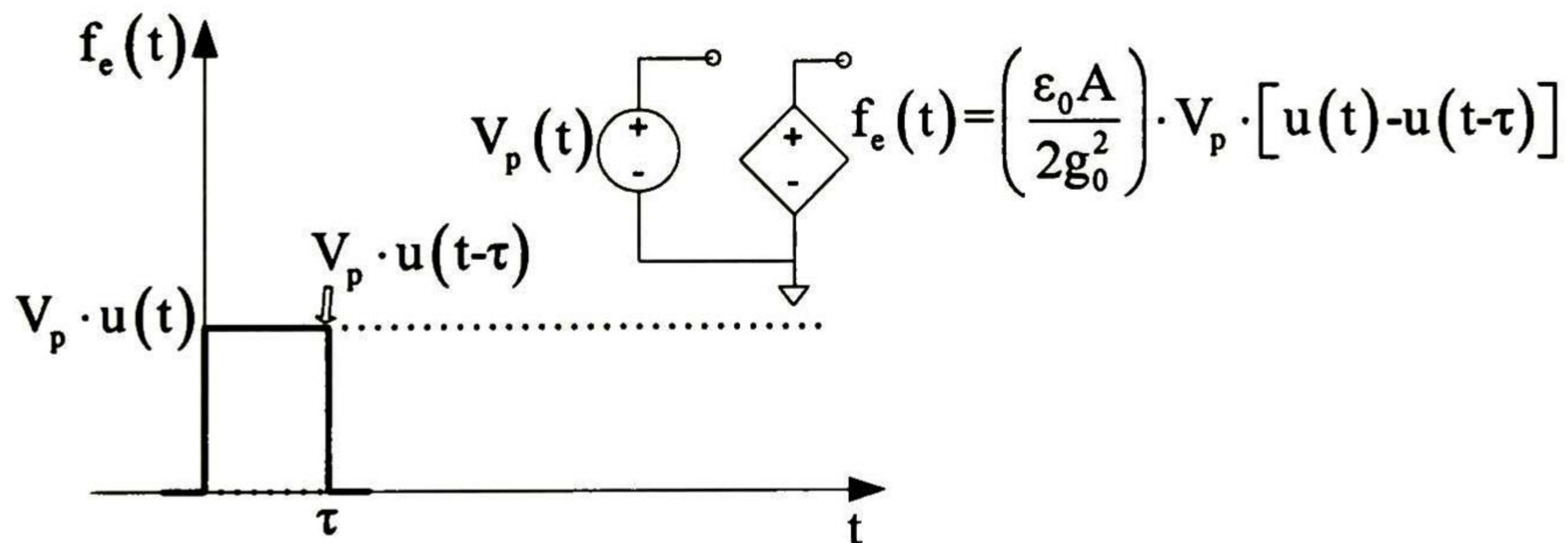


Fig. D.4. Representación de un pulso eléctrico aplicado para el análisis de la respuesta forzada de un interruptor micro-maquinado.

Determinando la transformada de Laplace en (D.8) y re-arreglando la expresión resultante para identificar términos, la respuesta forzada es similar a (D.2), la cual corresponde a una función tipo filtro pasa bajas de segundo orden, a saber

$$G^{(f)}(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} F_e(s) \quad (D.9)$$

Haciendo  $F_e(s) = 0$  y utilizando las condiciones iniciales prescritas ( $g(0^-) = 2 \times 10^{-6} \text{m}$ , y  $g'(t) \big|_{t=0^-} = 0$ ); la respuesta natural es entonces



$$G^{(n)}(s) = g_0 \frac{(s + \omega_0/Q)}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} \quad (D.10)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  ya fueron definidas. Realizando nuevamente una descomposición en fracciones parciales para  $G^{(n)}(s)$  se obtiene

$$\begin{aligned} & g_0 \frac{(s + \omega_0/Q)}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} = \\ & = \frac{C_1}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} + \frac{C_2}{(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} \end{aligned} \quad (D.11)$$

Nuevamente se resuelve para  $C_1$  y  $C_2$  sustituyendo para la variable  $s$ :

$$C_1 = \frac{g_0}{2} \frac{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + 3\alpha)}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \quad (D.12a)$$

$$C_2 = \frac{g_0}{2} \frac{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - 3\alpha)}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \quad (D.12b)$$

Así entonces, la expresión resultante para  $G^{(n)}(s)$  queda como

$$\begin{aligned} G^{(n)}(s) &= \frac{g_0}{2} \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + 3\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \frac{1}{(s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} + \\ &+ \frac{g_0}{2} \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - 3\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \frac{1}{(s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)} \end{aligned} \quad (D.13)$$

Y determinando la transformada inversa, la respuesta natural será

$$g^{(n)}(t) = \left[ \begin{aligned} & \frac{g_0}{2} \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + 3\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} e^{-(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \alpha)t} + \\ & + \frac{g_0}{2} \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - 3\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} e^{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha)t} \end{aligned} \right] u(t) \quad (D.14)$$

Finalmente, realizando reducciones algebraicas (D.14) queda definida como

$$g^{(n)}(t) = \frac{g_0 \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \pm 3\alpha}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \cdot \cosh(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \alpha)t \cdot u(t) \quad (D.15)$$



donde  $g_0$  corresponde a la altura entre el electrodo de actuación y/o área de contacto con la viga o voladillo; en este resultado  $\alpha = -\omega_0/2Q$  ( $\omega_0/Q = -2\alpha$ ) y  $\beta = \sqrt{\omega_0}$

Finalmente, para determinar la respuesta forzada del sistema se inicia el análisis a partir de (D.9); recordando que la fuerza electrostática corresponde a un pulso de duración finita descrito con anterioridad, determinamos la transformada de Laplace del mismo; a saber

$$F_e(s) = \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \left( \frac{V_p^2}{s} \right) [1 - e^{-Ts}] \quad (D.16)$$

donde  $F_e(s)$  corresponde a la transformada de Laplace de la fuerza electrostática descrita por un pulso de voltaje de magnitud  $V_p$ <sup>26</sup>; la función en el dominio de la transformada queda representada sustituyendo (D.16) en (D.9) y, separando los términos en el numerador, se obtiene que

$$\begin{aligned} G^{(f)}(s) &= \left( \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \right) \frac{V_p^2 (1 - e^{-Ts})}{s \left( s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2 \right)} = \\ &= \left( \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \right) V_p^2 \left[ \frac{(1 - e^{-Ts})}{s \left( s + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha \right) \left( s - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha \right)} \right] \\ &= \left( \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \right) V_p^2 \left\{ \frac{1}{s \left[ s^2 - \left( \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha \right)^2 \right]} - \frac{e^{-Ts}}{s \left[ s^2 - \left( \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \alpha \right)^2 \right]} \right\} \quad (D.17) \end{aligned}$$

Luego, considerando que  $G^{(f)}(s)$  está utilizando el término exponencial  $e^{-Ts}$  no es posible realizar la expansión en fracciones parciales; la sustitución se realizará mediante el recurso de tablas de pares de transformadas [4]. Cabe mencionar que el término  $e^{-Ts}$  introduce un retardo en el tiempo de  $T$  segundos al término que está multiplicando en (D.17); realizando la transformada inversa de Laplace y haciendo simplificaciones algebraicas se llega a la siguiente expresión

<sup>26</sup> De hecho cabe resaltar que por cuestiones de simplicidad en los análisis no se han tomado en cuenta características geométricas de una estructura en particular y donde la fuerza en realidad es el gradiente negativo de una capacitancia generada entre la misma estructura y los electrodos de actuación y/o contacto; a saber,  $f_e(t, g) = -d/dx(0.5 * C_{pp}(g)v(t)) = \epsilon_0 A * v(t)^2 / 2(g_0 - g)^2$ ; además de que como se muestra en el modelo, la capacitancia es dependiente no solo del tiempo si no del desplazamiento de la estructura.



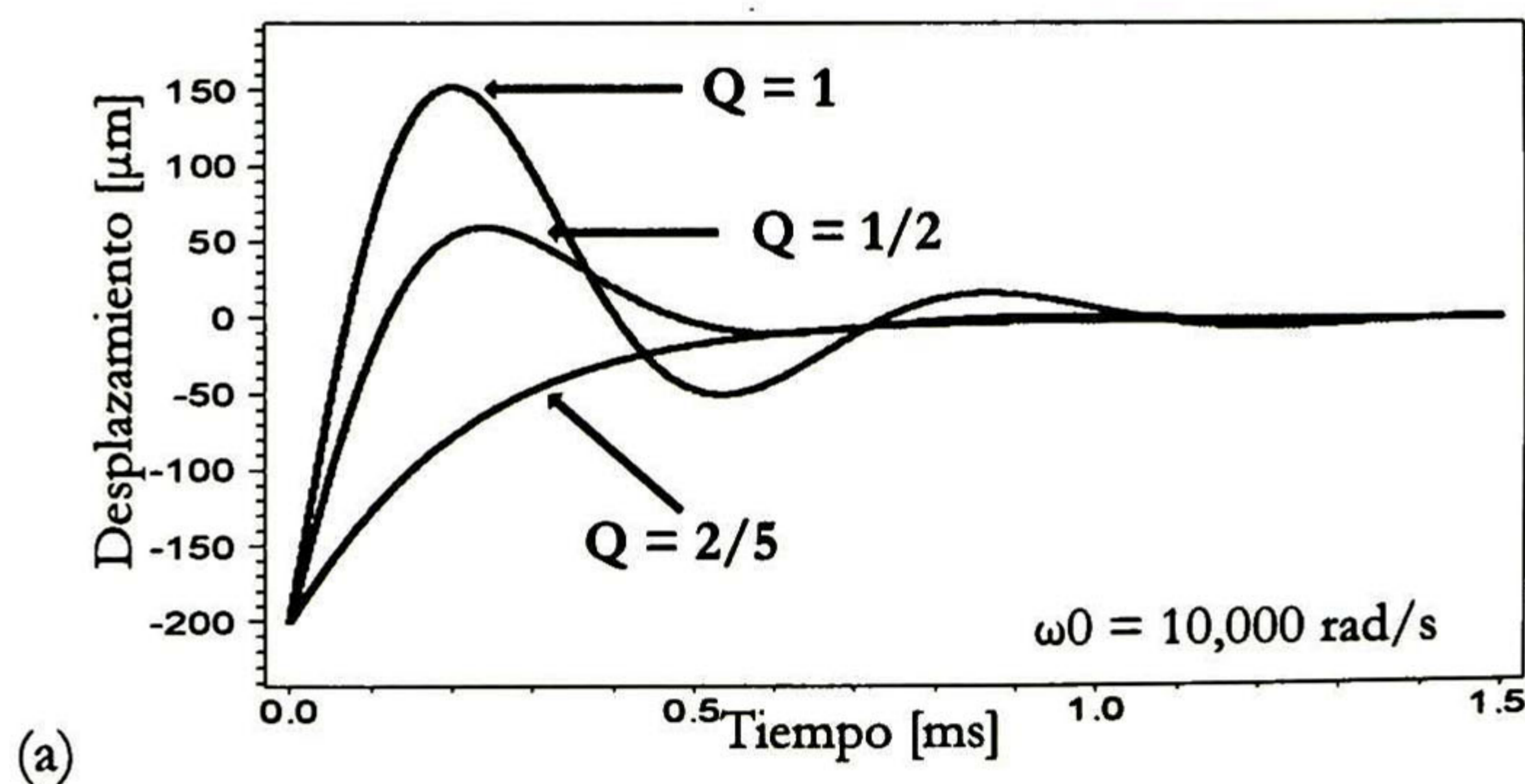
$$g^{(f)}(t) = \left( \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \right) \frac{V_p^2}{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})^2} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[ 1 + \cos(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})t \right] - \\ - \left[ 1 + \cos(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})(t-T) \right] \end{array} \right\} u(t) \quad (D.18)$$

agrupando términos semejantes la respuesta forzada será entonces

$$g^{(f)}(t) = \left( \frac{\epsilon_0 A}{2g_0^2} \right) \frac{V_p^2}{(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})^2} \cdot \left[ \cos(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})t - \cos(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \alpha})(t-T) \right] u(t) \quad (D.19)$$

Tanto la respuesta natural como la forzada se muestran en la fig. D.5 en el dominio del tiempo para diferentes factores de calidad (desde  $Q=0.4, 1$  y hasta  $200$ ). Comparando la respuesta impulsional con las correspondientes magnitudes de la natural y forzada, puede verse que el ancho de banda incrementado y asociado a  $Q=1$  resulta en más de la energía en la respuesta impulsional siendo concentrada cerca de  $t=0$ . Lo que también indica que los interruptores micro-maquinados tienen tiempos de respuesta en el orden de ms, análogamente y como se había mencionado en el análisis de la respuesta en frecuencia, la naturaleza de la frecuencia resonante en el caso donde  $Q=200$  es mostrada nuevamente tanto en la respuesta impulsional como en las respuestas natural y forzada como una senoide oscilando a una frecuencia  $\omega_0=10,000$  [rad/s]. También ha sido reportado que valores grandes de  $Q$  pueden ser obtenidos al encapsular interruptores en vacío [5].

Se puede concluir entonces que para valores bajos de  $Q$  la respuesta del sistema estará marcadamente amortiguada, caso contrario para valores grandes de  $Q$  como se verifica a partir de los resultados obtenidos para  $g^{(n)}(t)$  y  $g^{(f)}(t)$  respectivamente. Finalmente la respuesta completa del modelo general de un interruptor micro-maquinado  $g(t)$ , será la contribución algebraica de ambas respuestas, es decir  $g(t) = g^{(n)}(t) + g^{(f)}(t)$ .



**Fig. D.5** (a), (b) Respuesta natural  $g^{(n)}(t)$  y (c) respuesta forzada  $g^{(f)}(t)$  del sistema en función del tiempo para un interruptor micro-maquinado;  $\omega_n=10,000$  rad/s, y  $Q=2/5, 1, \text{ y } 200$ .



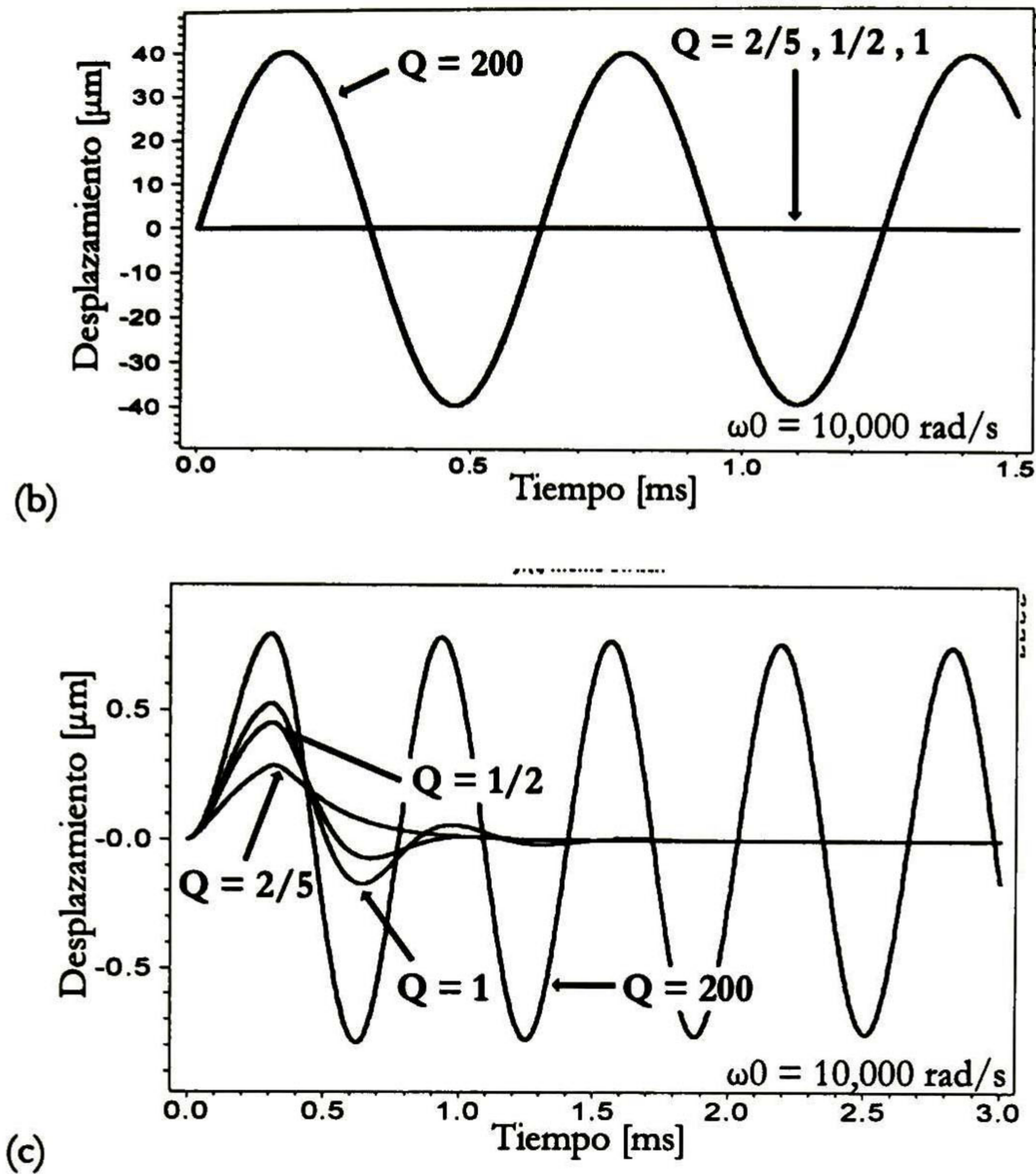


Fig. D.5 .... continuación.

## D.4 Referencias

- [1] Alan V. Oppenheim et al; *"Signals and Systems"*; Prentice-Hall Signal processing Series, 2<sup>nd</sup> Edition; August 16, 1996
- [2] Senturia, S.D; *"CAD for Micro-electromechanical Systems"*; Solid-State Sensors and Actuators, pp. 5-8; 1995.
- [3] Muldavin, J.B. Rebeiz, G.M.; *"Nonlinear electro-mechanical modeling of MEMS Switches"*; Microwave Symposium Digest, 2001 IEEE MTT-S International; Vol 3, 2001.
- [4] Daniel Zwillinger, et al; *"CRC Standard Mathematical Tables and Formulae"*; 31<sup>st</sup> Edition; Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [5] Rebeiz, G.M. et, al; *"RF MEMS Switches and Switch Circuits"*; IEEE Microwave Magazine, December 2001.



# Apéndice E

## Constantes de Elasticidad

**P**ORQUE el primer paso para entender el comportamiento mecánico de interruptores micromaquinados es determinando su constante de elasticidad, en el presente apéndice se presentan de manera simbólica el cálculo de las constantes de elasticidad para un par de geometrías por demás comunes en los diseños de interruptores micromaquinados: los voladillos y las vigas fijas en ambos extremos. Básicamente, el comportamiento mecánico de un dispositivo micro-maquinado es modelado mediante una constante de elasticidad lineal  $[k]=N/m$ , donde la flexión resultante  $[\Delta g]=\Delta m$  será determinada mediante una fuerza externa  $[F_e]=N$  usando la siguiente relación  $F_e = k\Delta g$ .

### E.1 Condiciones de Frontera

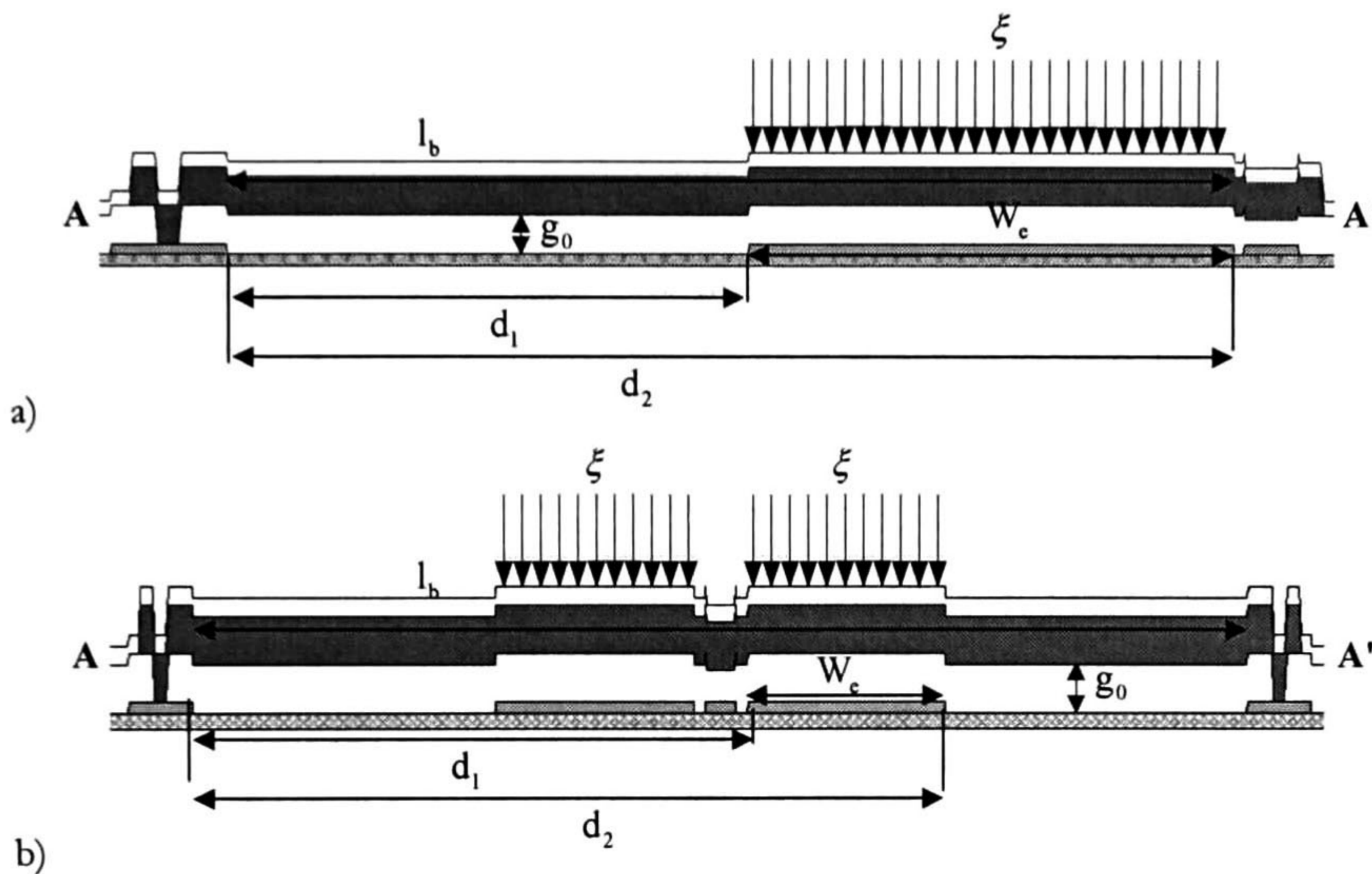
Los diseños de voladillos son útiles cuando se requiere que la estructura este fija o anclada en un solo extremo y se desee eliminar los efectos asociados al estrés residual biaxial existente y modelado en la constante del resorte de las estructuras mecánicas; en las estructuras de voladillos como en los diseños anteriores, el electrodo de actuación está eléctricamente aislado del área de contacto que conecta al voltaje presente en el nodo del *drenador* directamente a tierra.

Mientras que, por otro lado, los diseños de interruptores fijos en ambos extremos o *cantilevers* son útiles cuando se requiere que la estructura esté fija o anclada en ambos extremos, y cuyas características óptimas son utilizadas debido a su alta constante de elasticidad  $k$ . Esta última puede modelarse mediante dos contribuciones, una debido a la rigidez de la estructura, momento de inercia, módulo de Young y otras características mecánicas y una segunda componente debido al stress residual biaxial que es resultado del proceso de fabricación y de la manufactura [1], [2]. Luego, debido a que los voladillos no se encuentran fijos en un extremo, cualquier stress residual presente en dichas estructuras es liberado. Así entonces, la constante de elasticidad para los voladillos o trampolines puede ser modelada mediante una sola componente,  $k'$  la cual es debido a la rigidez del



trampolín y, como se determinará más adelante, toma en cuenta las características de los materiales como el módulo de Young  $[E]=Pa$  y el momento de inercia  $[I]=m^4$ .

Ahora bien, como se ha indicado, para el análisis de un trampolín el esfuerzo residual asociado a la estructura estará liberado por lo que no habrá componente  $k''$  asociada; desafortunadamente el precio a pagar por esta *liberación* de stress es que el trampolín puede flexionarse al ser liberado. En consecuencia la curvatura no deseable puede implicar un aumento del voltaje de atracción. Finalmente, la constante de elasticidad para este tipo de estructuras se deriva de manera análoga que para las vigas.



**Fig. E.1.** Geometrías mecánicas para a) un interruptor en voladillo en su posición de "up-state" b) una viga fija en ambos extremos

La ecuación básica para el perfil de flexión estática (o doblamiento) para una carga vertical  $[P]=N$  aplicada tanto a una viga fija en ambos extremos como a un trampolín y siendo  $a$  la distancia entre las anclas de la estructura, está dada por [1][2]:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_A + R_A x ; \quad x \leq a \quad (E.1)$$

donde  $[R_A]=N$  es la fuerza de reacción vertical en la terminal asociada al origen de coordenadas, y  $[M_A] = Nm$  es el momento de reacción en la misma terminal, la cual, para ambas contribuciones la terminación ha sido liberada. Así entonces, para un voladillo con terminaciones liberada en un extremo y fija en el otro, las expresiones están dadas mediante las siguientes relaciones:

$$M_A = 0 \quad (E.2a)$$

$$R_A = 0 \quad (E.2b)$$

Mientras que para una estructura fija en ambos extremos, las expresiones tanto para el momento de reacción  $M_A$  como la reacción vertical  $R_A$  se determinan a partir de las condiciones de frontera de la flexión en contra de la posición de la carga:



$$M_A = -\frac{Pa}{l_b^2} (l_b - a)^2 \quad (\text{E.3a})$$

$$R_A = \frac{P}{l_b^3} (l_b - a)^2 (l_b + 2a) \quad (\text{E.3b})$$

dónde:  $[l_b]=m$  es la longitud de la viga e  $I$  es el momento de inercia, el cual para una sección de corte rectangular en ambos casos está determinado por

$$I = \frac{w_b t_b^3}{12} \quad (\text{E.4})$$

con  $[w_b]=m$  el ancho y  $[t_b]=m$  el espesor del voladillo o estructura fija en ambos extremos. En aplicaciones de dispositivos micromaquinados, la carga se encuentra típicamente distribuida a través de las estructuras y la flexión de las mismas es utilizada para determinar la constante de elasticidad. Usando la ecuación asociada a la flexión, las condiciones de frontera, integrando (E.1) y considerando que cuando  $x=0$  las constantes de integración  $C_1=C_2=0$ , se determina que la flexión para esas condiciones en una viga fija en ambos extremos viene dada por:

$$y = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI}; \quad x < a \quad (\text{E.5})$$

Así entonces, al sustituir (E.3) en (E.5) y el término asociado a la longitud total de la estructura  $l_b=d_2$  y  $x=d_1$ , la flexión es determinada para una carga distribuida a través de toda la viga evaluando la expresión

$$y_{ff} = \frac{2\xi}{48EI} \int_{d_1}^{d_2} (l_b^3 - 6l_b^2 a + 9l_b a^2 - 4a^3) da \quad (\text{E.6})$$

Mientras que para un voladillo o trampolín, la flexión para una carga distribuida a lo largo de la estructura es determinada a partir de los valores máximos de los momentos y deformaciones [1], y se obtiene evaluando la siguiente integral

$$y_{cb} = -\frac{\xi}{6EI} \int_{d_1}^{d_2} (2l_b^3 - 3l_b^2 a + a^3) da \quad (\text{E.7})$$

donde  $\cdot\xi$  es la carga por unidad de longitud.



## E.2 Constante de elasticidad para voladillos

Como se ha mencionado anteriormente, la constante de elasticidad de una estructura en voladillo, dado que se encuentra liberada en un extremo, cualquier estrés residual estará liberado y entonces, su  $k$  consta únicamente de la contribución de una sola componente, la cual es debido a la rigidez de la estructura. El primer parámetro para encontrar la constante de elasticidad es el cálculo de la carga total sobre la estructura, la cual considerando que suele estar distribuida a lo largo de la longitud de la misma, está determinada por [2]

$$P = -\xi(d_2 - d_1) \quad (E.8)$$

donde  $\xi$  es la carga por unidad de longitud, y  $(d_2 - d_1) \leq l_b$  está determinada por la posición del electrodo de polarización que permite la flexión del voladillo tal y como se muestra en la Fig. E.1 Entonces, la constante de elasticidad es determinada como la relación entre la carga aplicada en la estructura y la flexión resultante. Sustituyendo (E.8) en (E.7):

$$k'_{cb} = -\frac{P}{y_{cb}} = \frac{-\xi(d_2 - d_1)}{-\frac{\xi}{6EI} \int_{d_1}^{d_2} (2l_b^3 - 3l_b^2 a + a^3) da} \quad (E.9)$$

O equivalentemente

$$k'_{cb} = \frac{Ew_b t_b^3 (d_2 - d_1)}{4l_b^3 (d_2 - d_1) - 3l_b^2 (d_2^2 - d_1^2) + \frac{1}{2} (d_2^4 - d_1^4)} \quad (E.10)$$

## E.3 Constante de elasticidad para vigas fijas

Análogamente a los interruptores en voladillo, y como se ha mencionado, las vigas fijas en ambos extremos o cantilevers son estructuras útiles cuando es de interés disponer de una estructura anclada en ambos extremos, consiguiendo así una alta constante de elasticidad  $k$ ; para dichas estructuras la carga total por unidad de longitud se determina como [2]

$$P = -2\xi(d_2 - d_1) \quad (E.11)$$

donde el signo negativo es debido a la dirección de la curvatura de la flexión; además dado que la estructura es simétrica para una viga fija en ambos extremos, la integral es evaluada a partir de la longitud total en los electrodos de actuación cuyo valor está determinado como la diferencia  $(d_2 - d_1) \leq l_b/2$  y multiplicada por 2. Así entonces, para una estructura fija en ambos extremos el primer término asociado a la constante de elasticidad del resorte es obtenida sustituyendo (E.4), (E.6) y (E.7) en (E.12).

$$k'_{ff} = -\frac{P}{y_{ff}} = \frac{-2\xi(d_2 - d_1)}{\frac{2}{EI} \int_{d_1}^{d_2} \frac{\xi}{48} (l_b^3 - 6l_b^2 a + 9l_b a^2 - 4a^3) da} \quad (E.12)$$



Finalmente, simplificando (E.12), la expresión para el término asociado a la rigidez de la estructura,  $k'$  será

$$k'_{ff} = \frac{-4Ew_b t_b^3 (d_2 - d_1)}{l_b^3 (d_2 - d_1) - 3l_b^2 (d_2^2 - d_1^2) + 3l_b (d_2^3 - d_1^3) - (d_2^4 - d_1^4)} \quad (E.13)$$

Ahora bien, la componente de elasticidad del resorte asociada al estrés residual biaxial entre la viga fija en ambos extremos es derivada modelando a la estructura como un alambre estirado [1] debe considerarse que este modelo solamente aplica para stress tensil, el estrés residual biaxial  $[\sigma]=Pa$ , resulta en una fuerza  $S$  la cual está *jaland* ambas terminaciones de la viga y está dada por la siguiente relación [2]

$$S = \sigma(1-\nu) \cdot t_b w_b \quad (E.14)$$

donde  $[\nu]$ =adimensional, es el coeficiente de Poisson y el resto de los parámetros ya han sido definidos. Igualando la fuerza aplicada  $P$  con las fuerzas proyectadas en las direcciones verticales y asumiendo que el resultado será una flexión pequeña en el centro de la viga ( $x=l_b/2$ ), la flexión debido al estrés residual biaxial estará determinada por la siguiente integral

$$y''_{ff} = -\frac{2\xi}{2S} \int_{d_1}^{d_2} (l_b - a) \cdot da \quad (E.15)$$

Nuevamente, para una estructura fija en ambos extremos, la constante  $k''$  es determinada de la relación ente la fuerza aplicada y la flexión generada, por consiguiente sustituyendo (E.11), (E.14) y (E.15) en (E.16) se obtiene

$$k''_{ff} = -\frac{P}{y_{ff}} = \frac{-2\xi(d_2 - d_1)}{-\frac{2\xi}{2S} \int_{d_1}^{d_2} (l_b - a) da} = \frac{2\sigma(1-\nu)t_b w_b (d_2 - d_1)}{l_b (d_2 - d_1) - \frac{1}{2} (d_2^2 - d_1^2)} \quad (E.16)$$

Finalmente para una viga fija en ambos extremos, la constante de elasticidad consta de la contribución de las dos componentes: rigidez y estrés residual biaxial  $k' + k''$  por lo cual para una carga distribuida a través de toda la estructura será:

$$k_{ff} = k'_{ff} + k''_{ff} = \frac{-4Ew_b t_b^3 (d_2 - d_1)}{l_b^3 (d_2 - d_1) - 3l_b^2 (d_2^2 - d_1^2) + 3l_b (d_2^3 - d_1^3) - (d_2^4 - d_1^4)} + \frac{2\sigma(1-\nu)t_b w_b (d_2 - d_1)}{l_b (d_2 - d_1) - \frac{1}{2} (d_2^2 - d_1^2)} \quad (E.17)$$



## E.4 Referencias

- [1] Warren C. Young, Richard Budynas; "*Roark's Formulas for Stress and Strain*", McGraw-Hill Professional; 7 edition (September, 2001)
- [2] G. Rebeiz, "*RF MEMS Theory, Design, and Technology*", John Wiley and Sons Publications, Hoboken, New Jersey, 2003.





**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.  
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

**Diseño de un Amplificador de Potencia usando un Interruptor  
Micromecánico**

del (la) C.

**José Oswaldo CANO GÓMEZ**

el día 13 de Marzo de 2009.

**Dr. Juan Luis Del Valle Padilla  
Investigador CINVESTAV 3C  
CINVESTAV Unidad Guadalajara**

**Dr. Federico Sandoval Ibarra  
Investigador CINVESTAV 3B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara**

**Dr. José Raúl Loo Yau  
Investigador CINVESTAV 2B  
CINVESTAV**





CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000009064