

BC-668
Don-2012

xx(182699.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Guadalajara

Estudios de Redes Equivalentes para el Análisis de Transitorios Electromagnéticos



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

Tesis que presenta:
Ramiro de Jesus Valdez Morales

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis
Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, Septiembre de 2011.

**CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
LIBROS**

| | |
|---------|------------|
| CLASIF. | |
| ASUNTO: | 31-668 |
| FECHA: | 30/01/2012 |
| PROCED. | Des. 2012 |

ID: 181228-1001

Estudios de Redes Equivalentes para el Análisis de Transitorios Electromagnéticos.

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Ramiro de Jesus Valdez Morales

Ingeniero Mecánico y Eléctrico

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla 2003-2008

Becario de CONACYT, expediente no. 234776

Director de Tesis

Dr. Pablo Moreno Villalobos

AGRADECIMIENTOS:

Quiero primeramente agradecer a Dios y a la vida por permitirme llegar hasta este punto y poder concluir esta etapa de mi vida.

A mis padres Glorias Morales y Javier Valdez, por su amor, su cariño, por su apoyo incondicional para lograr todas mis metas, por inculcarme sus valores que me han hecho ser la persona que ahora soy y por todas sus oraciones.

A mi hermano Francisco Javier por sus consejos, su apoyo y por impulsarme siempre a ser una mejor persona y profesionista.

A mi novia Maday Anzaldo, por su amor, su amistad, su apoyo y paciencia para la realización de nuestros proyectos.

Gracias a mi asesor, el Dr. Pablo Moreno Villalobos por su valioso apoyo y disposición, por compartir sus conocimientos y toda su ayuda para la realización de esta tesis.

A todos los doctores de la unidad, especialmente a los del área de sistemas eléctricos de potencia, por sus enseñanzas, por compartir su tiempo, conocimiento y experiencias con los alumnos.

A mis amigos y compañeros del CINVESTAV por su valiosa amistad, y apoyo durante todo este periodo.

Al CINVESTAV Unidad Guadalajara por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría en esta institución tan prestigiada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por el apoyo económico brindado para la realización de los estudios de maestría.

RESUMEN:

En este trabajo se presenta el uso de equivalentes de Redes representados por expansiones racionales de la admitancia de entrada, para la simulación de transitorios electromagnéticos empleando la Transformada Numérica de Laplace.

Se describe detalladamente la metodología de la técnica de aproximación racional Vector Fitting. Se llevan a cabo simulaciones de energizaciones de línea y fallas modificando los parámetros de análisis, los órdenes de aproximación de los modelos y el tamaño de la zona de estudio. Los resultados se comparan con los que se obtienen de la solución de la red completa y empleando el programa ATP.

En la parte final se discute el concepto de pasividad. Se describe una técnica de fácil implementación para evaluar la pasividad y en caso de que no se cumpla, para forzarla, se utiliza una metodología de perturbación de los residuos del modelo racional basada en programación cuadrática. Se emplean tres rutinas diferentes para la solución del problema y se evalúan a través de los resultados obtenidos con cada una de ellas.

ABSTRACT:

This work presents the use of equivalent networks represented by rational expansions of the input admittance for electromagnetic transients simulations employing the Numerical Laplace Transform.

The methodology of the Vector Fitting rational approximation technique is described in detail. Simulations of line energizing and faults are carried out by modifying the analysis parameters, the order of the rational approximations and size of the study area. Results are compared against those from the ATP program and from the complete network solution.

In the final part, the concept of passivity is discussed. A simple technique for passivity assessment is described. For the cases where passivity conditions are violated, passivity is enforced by a methodology of residue perturbation based on quadratic programming. Three different routines are used for solving this problem and their assessment is done evaluating their results.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|--|----|
| Resumen | iv |
| Abstract | v |
| ÍNDICE DE FIGURAS | ix |
| ÍNDICE DE TABLAS | xi |
| | |
| CAPÍTULO I.- INTRODUCCIÓN. | |
| 1.1 Justificación. | 1 |
| 1.2 Objetivos. | 1 |
| 1.3 Contenido de la tesis. | 2 |
| | |
| CAPÍTULO II.- REDES EQUIVALENTES. | |
| 2.1 Introducción. | 3 |
| 2.2 Zonas de análisis de una red. | 4 |
| 2.3 Obtención de la admitancia equivalente. | 5 |
| | |
| CAPÍTULO III.- APROXIMACIÓN RACIONAL USANDO VECTOR FITTING. | |
| 3.1 Introducción. | 7 |
| 3.2 Método. | 7 |
| 3.2.1 Polos iniciales. | 8 |
| 3.2.2 Identificación de polos. | 9 |
| 3.2.3 Identificación de residuos. | 13 |
| 3.3 Ejemplo. | 14 |

CAPÍTULO IV.- CASOS DE ESTUDIO.

| | | |
|-------|-------------------------------------|----|
| 4.1 | Introducción. | 16 |
| 4.2 | Energización de una línea en vacío. | 16 |
| 4.2.1 | Línea monofásica. | 16 |
| | a) Caso base. | 16 |
| | b) Variación del paso de tiempo. | 19 |
| 4.2.2 | Caso trifásico. | 19 |
| 4.3 | Red trifásica. | 23 |
| 4.4 | Simulación de una falla. | 27 |

CAPÍTULO V.- PASIVIDAD.

| | | |
|-------|----------------------------|----|
| 5.1 | Introducción. | 32 |
| 5.2. | Evaluación de Pasividad. | 34 |
| 5.3 | Cumplimiento de pasividad. | 36 |
| 5.3.1 | Linealización. | 36 |
| 5.4 | Aplicación. | 39 |
| 5.4.1 | Metodología. | 39 |
| 5.4.2 | Caso de estudio. | 40 |

CAPÍTULO VI.- CONCLUSIONES.

| | | |
|-----|-------------------|----|
| 6.1 | Conclusiones. | 47 |
| 6.2 | Trabajos futuros. | 48 |

| | |
|--|----|
| APÉNDICE A.- Modelo de la línea de transmisión. | 49 |
| APÉNDICE B.- Transformada Numérica de Laplace. | 51 |
| APÉNDICE C.- Parámetros de las líneas de transmisión. | 54 |
| REFERENCIAS. | 55 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1. Zonas de análisis en una red. | 4 |
| Figura 2.2. Circuito con equivalentes. | 6 |
| Figura 3.1. Parámetro A de la red de admitancias de dos puertos. | 15 |
| Figura 3.2. Parámetro B de la red de admitancias de dos puertos. | 15 |
| Figura 4.1. Línea monofásica en vacío. | 17 |
| Figura 4.2. Voltaje calculado con los parámetros sintetizados. | 18 |
| Figura 4.3. Error absoluto en las señales de voltaje. | 18 |
| Figura 4.4. Línea trifásica energizada en vacío. | 19 |
| Figura 4.5. Voltaje en el extremo de la línea, fase A. | 21 |
| Figura 4.6. Voltaje en el extremo de la línea, fase B. | 22 |
| Figura 4.7. Voltaje en el extremo de la línea, fase C. | 22 |
| Figura 4.8. Red de estudio. | 23 |
| Figura 4.9. Equivalente de la red 4.8. | 23 |
| Figura 4.10. Voltaje fase A con $\Delta t=8.138 \times 10^{-6}$ | 25 |
| Figura 4.11. Voltaje fase B con $\Delta t=4.069 \times 10^{-6}$ | 25 |
| Figura 4.12. Voltaje fase B con 300 polos y 5 ciclos. | 26 |
| Figura 4.13. Representación de la falla mediante el cierre de un interruptor. | 27 |
| Figura 4.14. Representación de las condiciones iniciales previas a la falla. | 27 |
| Figura 4.15. Simulación de una falla de corto circuito en F-F'. | 28 |
| Figura 4.16. Cálculos de los cambios en voltaje y corriente debidos a la falla. | 28 |
| Figura 4.17. Red para la simulación de una falla en el bus 26. | 29 |
| Figura 4.18. Errores absolutos para la red con falla. | 30 |
| Figura 4.19. Voltaje A de la red sintetizada con 150 polos y líneas de 200km. | 31 |
| Figura 4.20. Voltaje A de la red sintetizada con 250 polos y líneas de 200km. | 31 |

| | |
|--|----|
| Figura 5.1. Circuito de un puerto. | 32 |
| Figura 5.2. Selección de muestras. | 39 |
| Figura 5.3. Eigenvalores del modelo obtenido con VF con 600 polos. | 41 |
| Figura 5.4. Eigenvalores del modelo pasivo de 600 polos. | 41 |
| Figura 5.5. Voltaje fase B con el modelo pasivo y con $\Delta t=4.069 \times 10^{-6}$. | 42 |
| Figura 5.6. Voltaje fase A con el modelo pasivo. | 44 |
| Figura 5.7. Voltaje fase B con el modelo pasivo. | 45 |
| Figura 5.8. Voltaje fase C con el modelo pasivo. | 45 |
| Figura 5.9. Elemento (2,2) del modelo pasivo vs modelo no pasivo, q_{pas} | 46 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 4.1. Errores y tiempos de cómputo para la línea monofásica al variar Δt . | 19 |
| Tabla 4.2. Errores y tiempos de cómputo para la línea trifásica al variar Δt . | 21 |
| Tabla 4.3. Errores y tiempos de cómputo para la red al variar Δt . | 24 |
| Tabla 4.4. Errores y tiempos de cómputo para la red al variar T. | 26 |
| Tabla 4.5. Tiempos de síntesis y transitorios para diferentes órdenes de aproximación. | 30 |
| Tabla 5.1. Tiempos de cómputo para alcanzar la pasividad. | 43 |
| Tabla 5.2. Errores máximos del modelo pasivo. | 44 |
| Tabla C.1. Parámetros de las líneas de transmisión. | 54 |

CAPÍTULO I.- INTRODUCCIÓN

1.1. JUSTIFICACIÓN.

En la actualidad, los sistemas eléctricos están constituidos por una gran cantidad de elementos, por lo que realizar simulaciones para su estudio resulta en una tarea de gran complejidad y computacionalmente demandante. Por lo tanto es necesario simplificar esta labor lo más posible, siempre y cuando se mantenga la precisión y confiabilidad en las simulaciones.

Una práctica común para reducir los requerimientos de simulación, es representar en detalle una parte del sistema, lo más pequeña posible y, para la región restante, emplear redes equivalentes. La definición correcta de la región que debe modelarse en detalle y de la región que es posible simplificar tiene mucho de arte y se basa generalmente en la experiencia.

Otro de los aspectos importantes al representar una sección de una red eléctrica grande por medio de un modelo equivalente, es la determinación del tipo de modelo y los parámetros necesarios. Una opción para esto es sintetizar un modelo de parámetros concentrados representado por funciones racionales.

1.2. OBJETIVOS.

Demostrar mediante simulaciones la utilidad de representar redes eléctricas mediante aproximaciones racionales, con el fin de eficientar el análisis de transitorios electromagnéticos.

Determinar procedimientos de síntesis de modelos equivalentes que permitan variar los parámetros de un estudio de transitorios en particular, tales como son el tiempo de observación, el paso de tiempo, número de muestras, entre otros; sin la necesidad de recalcular la respuesta en frecuencia de la red y los parámetros del

modelo, sin comprometer la precisión de los resultados, así como de que se logre garantizar simulaciones estables, precisas y confiables.

1.3. CONTENIDO DE LA TESIS.

En el capítulo 2 se plantea el uso de redes equivalentes para la simulación de una red de gran tamaño, dividiendo a esta en dos zonas: la de estudio y las externas, estas últimas se reemplazarán por equivalentes para realizar las simulaciones.

En el capítulo 3 se describe el método de aproximación racional Vector Fitting (VF), el cual se utiliza en este trabajo para sintetizar las admitancias equivalentes como una sumatoria de funciones racionales en el dominio de la frecuencia. Se describe detalladamente la metodología empleada por esta técnica y finalmente se presenta un sencillo ejemplo de aplicación, en el cual se sintetizan los parámetros A y B de una línea de transmisión monofásica.

Posteriormente, en el capítulo 4 se presentan varios casos de estudio, donde se representan los sistemas equivalentes de la manera mencionada con anterioridad. Además, se llevan a cabo simulaciones modificando los parámetros de la transformada numérica de Laplace, con el fin de obtener nuevas simulaciones sin modificar el modelo sintetizado ni calcular los parámetros de las líneas para estas nuevas condiciones. Se comparan los errores y tiempos de cómputo generados mediante el cálculo de todos los parámetros de los circuitos con aquellos obtenidos mediante el uso de los equivalentes sintetizados con VF. Posteriormente, se lleva a cabo la simulación de una red con falla monofásica sintetizando las redes externas con diferente número de polos; esto con el fin de analizar su comportamiento cuando se incrementa la distancia de las líneas desde donde se originó la falla a las redes externas. Todos los resultados se comparan con aquellos obtenidos empleando el Alternative Transients Program (ATP) [28].

En el capítulo 5 se analiza el concepto de pasividad, se utiliza una técnica sencilla propuesta en la literatura para la evaluación de la pasividad en los circuitos; y así mismo, se detalla la metodología para llevar un modelo no pasivo a su forma pasiva mediante la perturbación de los residuos del modelo racional. Los conceptos de pasividad se aplican a un caso de estudio en el cual se perturban sus elementos para lograr la pasividad, se presentan los tiempos de cómputo obtenidos y los errores, tanto en el modelo como en el transitorio; para esto, se emplean 3 rutinas diferentes de programación cuadrática en la optimización del modelo pasivo.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo, así como las perspectivas de futuras investigaciones que se podrían desarrollar en base a la presente investigación.

CAPÍTULO II.- REDES EQUIVALENTES.

2.1. Introducción.

Los transitorios electromagnéticos tienen lugar en los sistemas de energía eléctrica durante la operación diaria. Surgen de las fallas, de la resonancia, o de cualquier cambio de la topología o en las condiciones de funcionamiento del sistema. Estos transitorios pueden activar los sistemas de protección, dar lugar a interrupciones de energía, o incluso pueden provocar el daño de otros componentes. Es por esto que resulta tan importante el estudio de los transitorios en las redes eléctricas.

Sin embargo, el análisis a detalle de una red de potencia completa suele representar una carga computacional excesiva; esto principalmente para sistemas grandes y complejos, y, en especial, cuando se utilizan modelos dependientes de la frecuencia para líneas de transmisión [5]. Sin embargo, en la mayoría de los estudios de transitorios, como sobretensiones por maniobras, transitorios ocasionados por fallas, descargas atmosféricas, variaciones de carga, etc., el evento de interés se lleva a cabo y afecta de forma importante sólo a una pequeña parte del sistema eléctrico. Por tal motivo, durante décadas la tarea principal de muchas investigaciones ha sido el desarrollo de redes equivalentes que representen en forma simplificada y precisa porciones del sistema, tanto para estudios en el dominio del tiempo [7, 8, 9] como en el dominio de la frecuencia [5, 6, 10, 11]. De esta manera, solo una parte limitada de la red se tendrá que modelar en detalle.

Las redes equivalentes pueden utilizarse para representar partes de un sistema de energía, para reducir la complejidad y el tiempo de cálculo durante la simulación de transitorios electromagnéticos. El objetivo es simplificar la representación, siempre y cuando se preserve la precisión de los transitorios en el resto del sistema.

2.2. Zonas de análisis de una red.

Teniendo en cuenta el sistema que se muestra en la figura 2.1, un sistema completo está dividido en dos partes [5]:

- 1) Sistema de estudio: es la parte de la red donde ocurre el fenómeno del transitorio, por lo tanto es el sistema de interés para el estudio de transitorios y se modela en gran detalle.
- 2) Sistema externo: es la parte del sistema completo que no necesita ser modelado a detalle, debido a que no es de utilidad el estudio del comportamiento de los elementos que lo conforman, sino únicamente el efecto que tendrá al interactuar con la zona de estudio. Por lo tanto esta parte de la red es representada por un equivalente.

Mientras que las señales en el sistema externo no son de interés para el análisis, aquellas generadas en el bus de frontera (nodos comunes a ambos sistemas) son de vital importancia. Por lo tanto, se requiere que el equivalente produzca una respuesta adecuada a las señales de entrada del sistema de estudio en los nodos comunes, sobre una amplia gama de frecuencias.

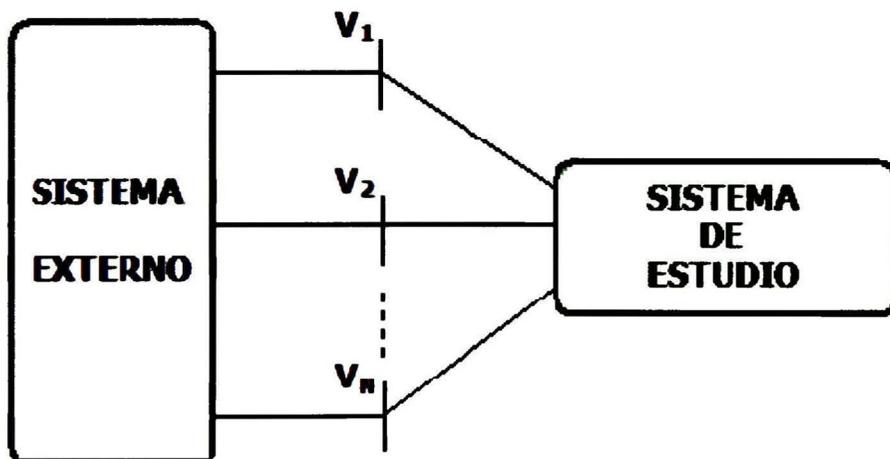


Figura 2.1. Zonas de análisis en una red.

En ocasiones, la persona a cargo del estudio de la red debe decidir los límites de estas dos zonas, sin embargo, no existe una regla específica para establecer qué parte del sistema debe ser despreciada para el análisis detallado y hasta que zona deberá abarcar el modelado a detalle, de manera que el estudio del transitorio siga siendo confiable, y el tiempo de cómputo sea moderado. Esto más bien se adquiere a base de la experiencia del operador.

2.3. Obtención de la admitancia equivalente.

El primer paso en la creación de un equivalente de la red es construir la matriz de impedancias nodal del sistema completo, para ser representado en un rango de frecuencia dada. A diferencia de la matriz nodal de admitancias, la matriz nodal de impedancias no se puede formar por simple inspección del circuito, pero se puede construir por alguno de los siguientes métodos [14]:

- Por inversión de la matriz de admitancias.
- Prueba de circuito abierto
- Formación paso a paso, mediante el algoritmo.
- De la teoría de grafos.

En este trabajo, debido a que los ejemplos de aplicación no poseen un gran número de nodos, la matriz de impedancias se obtuvo por medio de la inversión de la matriz Y_{Bus}

$$\mathbf{Z}_{Bus} = \mathbf{Y}_{Bus}^{-1} \quad (2.1)$$

Para esto, se desarrolló una rutina en MATLAB® para calcular los parámetros de todas las líneas de transmisión que forman la red, de acuerdo a las características de los conductores, tales como radio, altura, separación, nodos de conexión, resistividades del conductor y del terreno, y longitudes de las líneas. Estas formulaciones se describen en el Apéndice A.

Una vez calculados los modelos de las líneas se lleva a cabo la formación de la matriz Y_{Bus} con las admitancias de las líneas, generadores, cargas, etc. Habiendo elaborado la matriz Y_{Bus} podemos obtener la matriz de impedancias nodal (Z_{Bus}) mediante la inversión de la matriz Y_{Bus} . Para una red de W nodos la matriz de impedancias nodales esta dada por:

$$\mathbf{Z}_{Bus} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1j} & Z_{1k} & \cdots & Z_{1W} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{j1} & \cdots & Z_{jj} & Z_{jk} & \cdots & Z_{jW} \\ Z_{k1} & \cdots & Z_{kj} & Z_{kk} & \cdots & Z_{kW} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{W1} & \cdots & Z_{Wj} & Z_{Wk} & \cdots & Z_{WW} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Con la matriz Z_{Bus} se pueden obtener fácilmente las impedancias de Thevenin vistas en los nodos de frontera, extrayendo de (2.2) únicamente aquellos elementos de la diagonal que corresponden a los nodos de interés. Por ejemplo, si los nodos de frontera fueran los nodos i , k y m , entonces la matriz $Z_{frontera}$ sería:

$$Z_{frontera} = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ik} & Z_{im} \\ Z_{ki} & Z_{kk} & Z_{km} \\ Z_{mi} & Z_{mk} & Z_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Los términos de $Z_{frontera}$ son directamente extraídos de la matriz de la red completa, por lo tanto, los elementos de la diagonal representan la impedancia de Thevenin (Z_{Th}) vista desde los nodos frontera y los términos fuera de la diagonal representan las impedancias de transferencia entre los nodos frontera [12].

Teniendo estas impedancias de Thevenin podemos obtener las Admitancias equivalentes invirtiendo las Z_{Th} de los nodos correspondientes donde sustituiremos la red externa por esta admitancia equivalente (Y_{Eq}). Este procedimiento se realiza en todo el rango de frecuencias. De manera que al final de este proceso se obtiene un circuito como el que se muestra en la figura 2.2, para poder realizar el análisis. En esta figura, $V_{Th,i}$ y $V_{Th,k}$ son los voltajes de Thevenin, $Y_{Eq,i}$ y $Y_{Eq,k}$ son las admitancias equivalentes en los nodos frontera i , k , respectivamente.



Figura 2.2. Circuito con equivalentes.

CAPÍTULO III.-

APROXIMACIÓN RACIONAL USANDO VECTOR FITTING

3.1. Introducción.

Vector Fitting (VF) es un método numérico robusto de aproximación racional en el dominio de la frecuencia. Permite identificar los modelos de espacio de estado, directamente de la respuesta en frecuencia medida o calculada de un sistema. La aproximación resultante tiene garantizados polos estables que sean reales o complejos. VF se basa en la reubicación de un conjunto inicial de polos [2], que de forma iterativa mejora la aproximación a la función objetivo.

Vector Fitting se ha convertido en una herramienta popular para la identificación de respuestas de sistemas lineales en el dominio de la frecuencia. Su aplicación ha sido tradicionalmente el modelado de dispositivos y subsistemas con el propósito de análisis de transitorios en sistemas de potencia [1], [3]. Este es un método muy preciso y sencillo de implementar en un código de computadora, además de que se encuentra disponible gratuitamente en [4].

3.2. Método.

En principio, una función de orden dado se puede aproximar mediante una función racional de la forma:

$$f(s) \approx \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_Ns^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_Ns^n} \quad (3.1)$$

De donde m y n son los órdenes de los polinomios del numerador y denominador respectivamente. Considerando la aproximación de la función $f(s)$ como una suma de funciones racionales:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + s \cdot e \quad (3.2)$$

De donde N es el orden de aproximación o número de polos. Los residuos c_n y los polos a_n son cantidades reales o vienen en pares de complejos conjugados, mientras que d y e son reales. Los parámetros d y e pueden ser iguales a cero, de acuerdo al tipo de funciones que se usen, es decir funciones estrictamente propias ($d=e=0$), funciones propias ($d \neq 0, e=0$) o funciones impropias ($d \neq 0, e \neq 0$).

El problema consiste en identificar todos los coeficientes en (3.2). Para eso se obtiene una aproximación mediante mínimos cuadrados de $f(s)$ sobre un intervalo dado de frecuencia. Se puede ver que (3.2) es no lineal, sin embargo, se puede hacer lineal fácilmente si los polos a_n fueran conocidos en lugar de incógnitas. Siguiendo este principio, VF resuelve (3.2) de forma secuencial como un problema lineal en dos etapas, la primera para la identificación de los polos y la segunda para la obtención de los residuos, ambas veces con polos conocidos.

3.2.1. Polos iniciales.

Primeramente, para especificar un conjunto de polos iniciales q_n en (3.2), se generan N puntos (polos iniciales) y se distribuyen linealmente o logarítmicamente en todo el rango de frecuencia; estos polos iniciales pueden ser reales o complejos. Para funciones con picos de resonancia, los polos deben ser complejos conjugados con poca atenuación, y con la parte imaginaria β que abarque el rango de interés de la frecuencia. Cada par se escoge como sigue:

$$q_n = -\alpha + j \beta, \quad q_{n+1} = -\alpha - j \beta \quad (3.3)$$

Donde:

$$\alpha = k \beta \quad (3.4)$$

El parámetro k se debe elegir tal que represente una atenuación débil asegurando que el sistema lineal a resolver tenga una matriz bien condicionada, y la distribución de los pares de polos sobre el rango de frecuencia reduzca la probabilidad de que los polos necesiten ser reubicados una gran distancia, necesitando así un número menor de iteraciones. Por lo general un valor de 0.01 es utilizado para k . [22]

En el caso de respuestas intrínsecamente suaves, como las encontradas en el modelado de líneas de transmisión por el Método de las Características, se pueden utilizar polos reales logarítmicamente espaciados.

3.2.2. Identificación de polos.

Si se multiplica $f(s)$ por una función desconocida $\sigma(s)$, y además se introduce una aproximación racional para $\sigma(s)$, esto resulta en el problema aumentado (3.5):

$$\begin{bmatrix} p(s) \\ \sigma(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - q_n} + d + s \cdot e \\ \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - q_n} + \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde:

$$p(s) = \sigma(s)f(s) \quad (3.6)$$

Es importante notar que, en (3.5), la aproximación racional de $\sigma(s)$ tiene los mismos polos que la aproximación para $p(s)$, además que $\sigma(s)$ tiende a \tilde{d} para muy altas frecuencias, donde \tilde{d} es real y además es una incógnita más del problema. Esto se resuelve introduciendo una fila (renglón) adicional en el problema de mínimos cuadrados [2], donde N_s es el número de muestras:

$$Re \left\{ \sum_{k=1}^{N_s} \left(\sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s_k - q_n} + \tilde{d} \right) \right\} = N_s \quad (3.7)$$

Este parámetro \tilde{d} puede ser fijado con un valor de 1 tal como lo establece el método estándar [1], teniendo así una incógnita menos, sin embargo, se mostró en [2] que de esta manera el proceso de reubicación de polos puede ser afectado o incluso divergir cuando se tienen respuestas con ruido. La ecuación (3.7) debe ser ponderada en relación con el tamaño de $f(s)$ en el problema de mínimos cuadrados, por ejemplo, empelando la ecuación (3.8):

$$weight = \frac{\|w(s) f(s)\|_2}{N_s} \quad (3.8)$$

Donde w es la ponderación específica para el ajuste de $f(s)$.

Multiplicando la segunda fila de (3.5) por $f(s)$ e igualando con la primera fila, tenemos la siguiente relación:

$$\left(\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - q_n} + d + s \right) e \approx \left(\sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - q_n} + \tilde{d} \right) f(s) \quad (3.9)$$

ó:

$$p_{fit}(s) \approx \sigma_{fit}(s) f(s) \quad (3.10)$$

Una aproximación de la función racional $f(s)$ puede ahora obtenerse fácilmente de la siguiente manera, empleando (3.9) y (3.10) se observa:

$$p_{fit}(s) = e \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^{N+1} (s - q_n)} \quad (3.11)$$

$$\sigma_{fit}(s) = \frac{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)}{\prod_{n=1}^N (s - q_n)} \quad (3.12)$$

Despejando $f(s)$ en (3.10) y sustituyendo (3.11) y (3.12), tenemos:

$$f(s) = \frac{p_{fit}(s)}{\sigma_{fit}(s)} = e \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)} \quad (3.13)$$

De la ecuación (3.13), se observa claramente que los polos de $f(s)$ llegan a ser iguales a los ceros de $\sigma_{fit}(s)$, mientras que los polos iniciales se cancelan en el proceso de división, porque hemos usado los mismos polos iniciales tanto para $p_{fit}(s)$ como para $\sigma_{fit}(s)$. Por lo tanto, calculando los ceros de $\sigma_{fit}(s)$ tendremos el conjunto de polos para sintetizar la función original $f(s)$.

La ecuación (3.9) es lineal cuyas incógnitas son $c_n, d, e, \tilde{c}_n, \tilde{d}$. Por lo tanto, si pasamos el término del lado derecho hacia el lado izquierdo y la escribimos para varios puntos en la frecuencia nos da un problema lineal sobre determinado.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.14)$$

Donde \mathbf{A} es una matriz de dimensiones $N_s \times 2N+3$, (si se consideran $d \neq 0, e \neq 0$, y \tilde{d} como incógnita). Por ejemplo, evaluando (3.14) para una frecuencia dada s_k tenemos:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_k - q_1} & \frac{1}{s_k - q_N} & 1 & s_k & \frac{-f(s_k)}{s_k - q_1} & \frac{-f(s_k)}{s_k - q_N} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{x} = [c_1 \quad .c_N \quad d \quad e \quad \tilde{c}_1 \quad \tilde{c}_N \quad \tilde{d}]^T \quad (3.16)$$

$$\mathbf{b} = 0 \quad (3.17)$$

El sistema de ecuaciones generado por (3.15) se puede resolver mediante la factorización QR [23], lo cual ahorra tiempo de cómputo y logra preservar la precisión del modelo:

$$\mathbf{A} = \mathbf{QR} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{R} \setminus (\mathbf{Q}^T \mathbf{b}) \quad (3.19)$$

Sin embargo, para casos de sistemas multipuerto, la solución del proceso de identificación de polos (3.9) puede llevar mucho tiempo de cómputo y requerir mucha memoria. Esto se solucionó usando una "implementación rápida", [23], en la cual se advierte que solamente es necesario calcular las variables asociadas con $\sigma(s)$. Esto permite construir un sistema matricial más pequeño mediante la exploración por bloques del sistema completo. Cada bloque es resuelto independientemente a través de la descomposición QR, originando un nuevo

sistema matricial con un número de columnas igual al número de variables en $\sigma(s)$, esto es:

$$QRx = b \quad (3.20)$$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = Q^T \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Donde:

$$\begin{aligned} x_1 &= [c_1 \quad \dots c_N \quad d \quad e]^T, & x_2 &= [\tilde{c}_1 \quad \dots \tilde{c}_N \quad \tilde{d}]^T \\ b_1 &= [0_1 \quad \dots 0_{N+2}]^T, & b_2 &= [0_1 \quad \dots 0_N \quad N_s]^T, \end{aligned}$$

Siendo las variables de x_2 las únicas que interesan, por lo tanto tenemos que:

$$R_{22}x_2 = y_2 \quad (3.22)$$

Teniendo los residuos obtenidos al resolver (3.22) para x_2 , y recordando que los polos de $f(s)$ son iguales a los ceros de $\sigma_{fit}(s)$, se puede obtener una mejor aproximación de los polos, [2], resolviendo el problema de eigenvalores de la ecuación (3.23), en la cual Λ es una matriz diagonal que contiene el conjunto de polos iniciales $\{q_n\}$, h es un vector columna de unos, c^T es un vector fila con los residuos $\{\tilde{c}_n\}$ y el valor de \tilde{d} debe ser diferente de cero.

$$\{a_n\} = eig(\Lambda - h \cdot \tilde{d}^{-1} \cdot c^T) \quad (3.23)$$

Una vez calculados los ceros de $\sigma(s)$, estos son usados como el nuevo conjunto de polos iniciales para la siguiente iteración, en la cual se obtienen un nuevo conjunto de ceros para $\sigma(s)$ los cuales son nuevamente utilizados en la próxima iteración como polos iniciales. Este proceso iterativo continúa hasta que converjan los polos o se alcance el número máximo de iteraciones. En ocasiones, algunos de los nuevos polos pueden ser inestables. Este problema de inestabilidad se resuelve trasladando el polo al semiplano izquierdo, y VF lo hace invirtiendo el signo de sus partes reales [1].

Para el caso de polos complejos se introduce una modificación para asegurar que los residuos también vengán en perfectos pares conjugados. Asuma que las fracciones parciales i e $i+1$ constituyen un par complejo, es decir:

$$q_i = q' + j \cdot q'', \quad q_{i+1} = q' - j \cdot q'' \quad (3.24)$$

$$\tilde{c}_i = \tilde{c}' + j \cdot \tilde{c}'', \quad \tilde{c}_{i+1} = \tilde{c}' - j \cdot \tilde{c}'' \quad (3.25)$$

Entonces los dos elementos correspondientes $A_{k,i}$ y $A_{k,i+1}$ de (3.15) son modificados como sigue:

$$A_{k,i} = \frac{1}{s_k - q_i} + \frac{1}{s_k - q_i^*}, \quad A_{k,i+1} = \frac{j}{s_k - q_i} - \frac{j}{s_k - q_i^*} \quad (3.26)$$

Esto tiene el efecto de que los residuos correspondientes en el vector solución \mathbf{x} sean c' y c'' respectivamente y las submatrices correspondientes en (3.23) se modifican de la siguiente manera:

$$\hat{\mathbf{\Lambda}} = \begin{bmatrix} q' & q'' \\ -q'' & q' \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{c}} = [\tilde{c}' \quad \tilde{c}''] \quad (3.27)$$

3.2.3. Identificación de residuos.

Una vez que se han identificado los polos, se pueden calcular los residuos c_n de $f(s)$ directamente de (3.13). Sin embargo, un resultado más preciso se obtiene resolviendo el problema original en (3.2) con los ceros de $\sigma(s)$ como los nuevos polos a_n para $f(s)$. Esto resulta nuevamente en un problema lineal sobre-determinado de la forma $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, donde el vector solución \mathbf{x} contiene las incógnitas c_n , d y e ; para la muestra s_k de la frecuencia, tenemos:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_k - a_1} & \frac{1}{s_k - a_N} & 1 & s_k \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x} = [c_1 \quad \dots \quad c_N \quad d \quad e]^T \quad (3.29)$$

$$\mathbf{b} = f(s_k) \quad (3.30)$$

3.3. Ejemplo.

Considérese una línea monofásica con una longitud de 100 km, una altura de 25 m, conductor con 1.59 cm de radio y resistividad del terreno de 100 Ω -m.

Los parámetros **A** y **B** de la línea (ver Apéndice A) se sintetizaron con 100 polos, en un tiempo de cómputo de 1.76 segundos, con una sola iteración y con un error rms de 6.4219×10^{-9} calculado mediante la ecuación (3.31), donde f es la función original en la frecuencia, f_{fit} es la función sintetizada, N_s es el número de muestras en la frecuencia y N_c es la cantidad de elementos en el vector que se sintetiza; siendo n el índice de las muestras de la frecuencia y m el índice de los de elementos en el vector que se sintetiza. Para el caso monofásico, N_c es igual a 1 y para el caso trifásico es igual a 3, si se sintetiza cada columna de la matriz de 3x3 por separado.

$$error_{rms} = \left\{ \sqrt{\sum_{m=1}^{N_c} \sum_{n=1}^{N_s} |(f_{n,m} - f_{fit_{n,m}})|^2} \right\} / \sqrt{N_c N_s} \quad (3.31)$$

En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran la aproximaciones de los parámetros **A** y **B** respectivamente, tanto en magnitud como en fase; también se grafica la magnitud del error absoluto, el cual se calcula mediante la ecuación (3.32), para cada muestra en la frecuencia.

$$error_{abs} = |(f - f_{fit})| \quad (3.32)$$

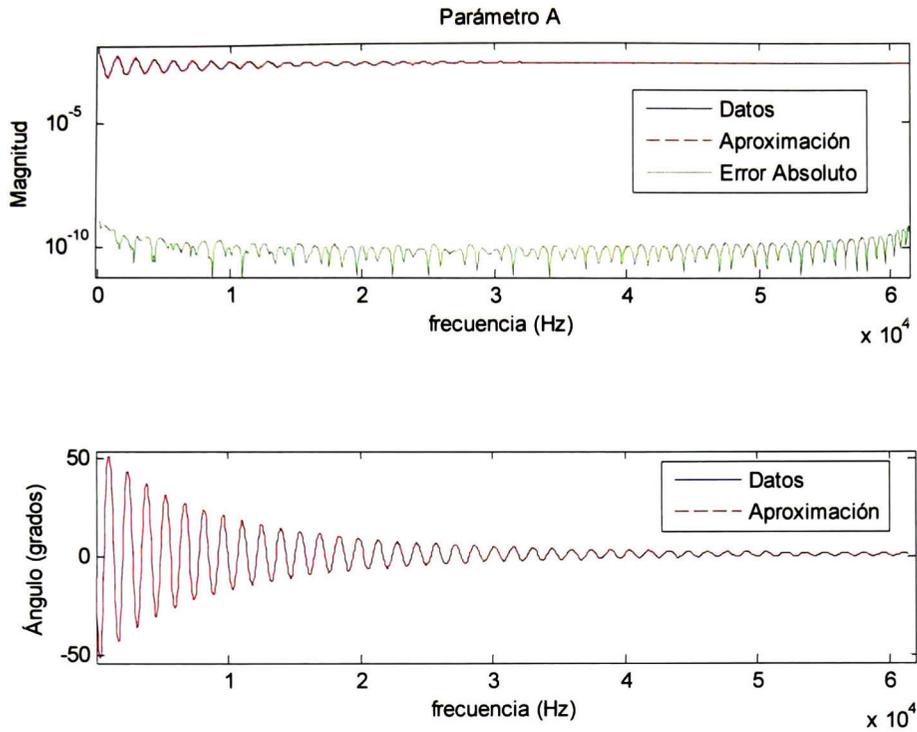


Figura 3.1. Parámetro A de la red de admitancias de dos puertos.

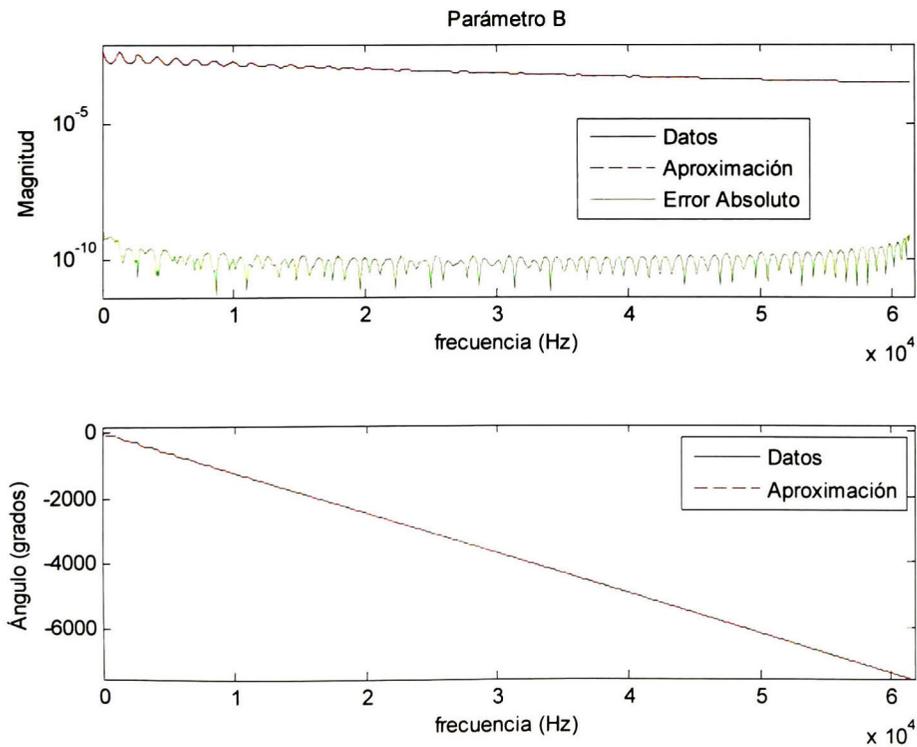


Figura 3.2. Parámetro B de la red de admitancias de dos puertos.

CAPÍTULO IV.- CASOS DE ESTUDIO

4.1. Introducción.

Al realizar análisis de redes, muchas veces resulta muy complicado recalcular todos los valores de los modelos de los elementos de la red ante algún cambio de los parámetros de simulación, como el tiempo de observación T , el paso de tiempo Δt o el número de muestras N_s .

En este capítulo analizaremos el comportamiento de los resultados de las simulaciones en caso de que los parámetros N_s , T o Δt de la Transformada Numérica de Laplace sean modificados y se obtenga el transitorio sin volver a calcular los parámetros eléctricos de la red y por lo tanto sin calcular nuevas expansiones en fracciones racionales.

4.2. Energización de una línea en vacío.

4.2.1. Línea monofásica.

a). Caso Base.

Considérese el circuito mostrado en la figura 4.1, donde se energizará una línea monofásica en vacío, la longitud de línea es de 100 km y las características son las mismas que las de la línea empleada en el ejemplo del capítulo anterior. La resistencia del interruptor es de 0.1Ω y la de la fuente es $R_s=0.001 \Omega$.

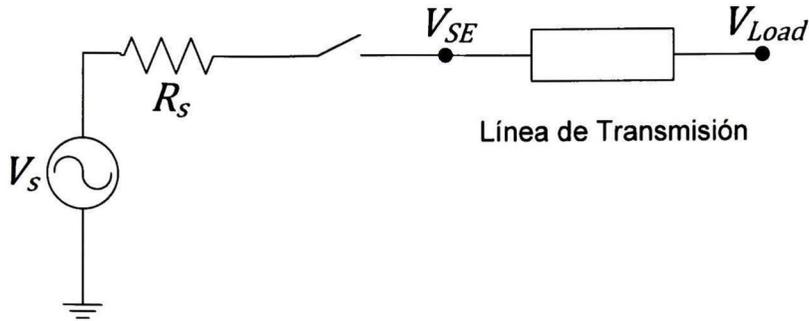


Figura 4.1. Línea monofásica en vacío.

Para probar la efectividad de la representación en términos de funciones racionales, el cálculo del transitorio se realiza primero con los parámetros **A** y **B** del modelo de la línea y después con estos parámetros sintetizados empleando Vector Fitting. El análisis se efectúa empleando la Transformada Numérica de Laplace con 1024 muestras (ver Apéndice B) y los resultados se comparan con los del programa comercial ATP. Los parámetros **A** y **B** se sintetizaron con 100 polos, con un error rms de 6.4219×10^{-9} , y un tiempo de cómputo de 1.76 segundos con una sola iteración.

Todas las simulaciones en el presente trabajo se realizaron en una computadora con Intel Core Duo a 1.86 GHz y con 2.5 GB de memoria RAM.

En la figura 4.2, se muestra el voltaje en el extremo receptor de la línea (V_{Load}), para tres casos, el primero obtenido con el cálculo completo de los parámetros de la línea, el segundo realizando la aproximación racional de estos parámetros, y el tercero fue simulando el circuito en el programa ATP. En la figura 4.3 se ilustra el error absoluto entre el voltaje del modelo racional con respecto al modelo detallado del circuito; se observa que el error absoluto máximo es de 2.084×10^{-4} . La fórmula (3.29) fue utilizada para calcular el error.

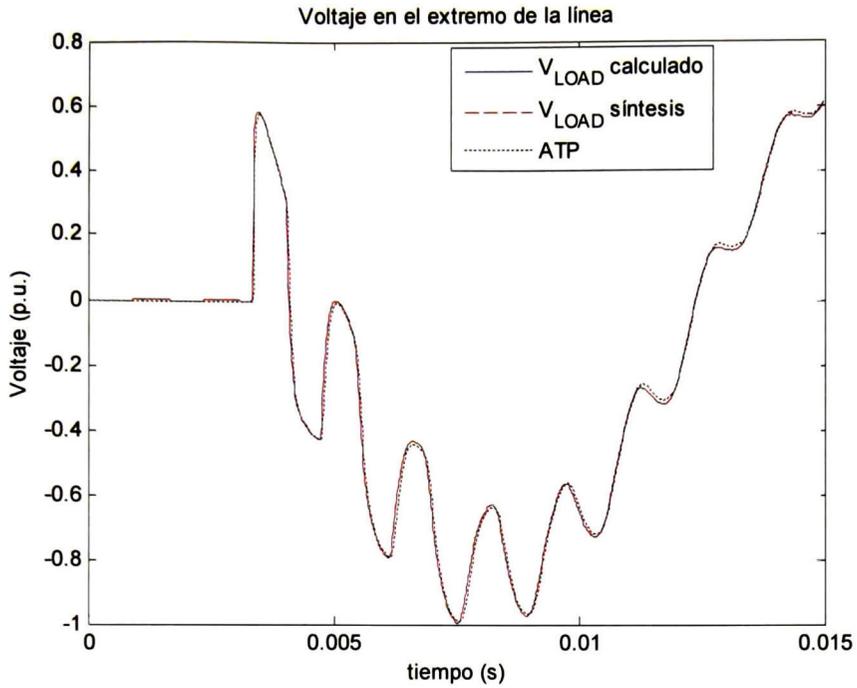


Figura 4.2. Voltaje calculado con los parámetros sintetizados.

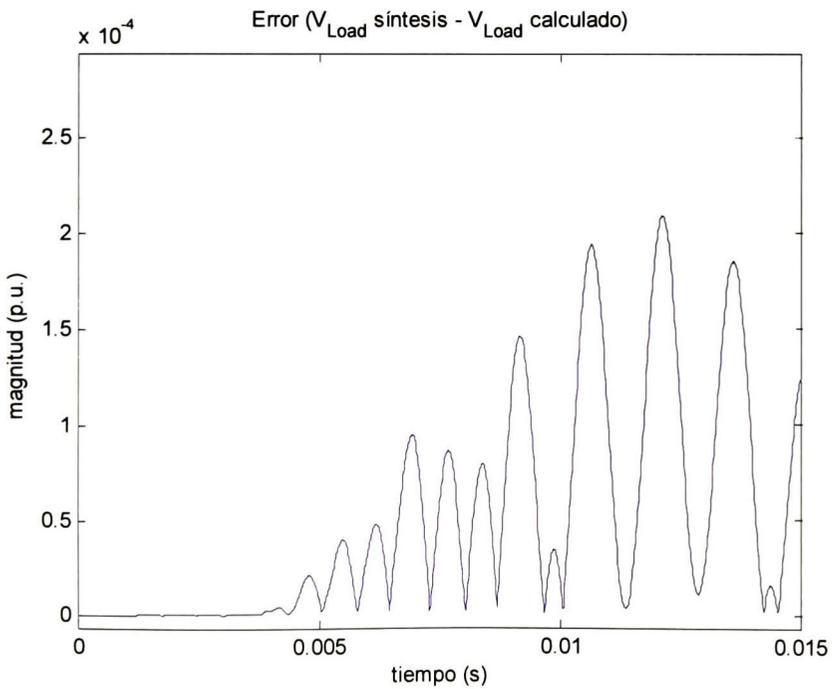


Figura 4.3. Error absoluto en las señales de voltaje.

b). Variación del paso en tiempo.

Considérese ahora el caso en que se desea en una simulación variar el paso en tiempo, pero manteniendo el mismo tiempo de observación. En este caso la frecuencia máxima Ω no sufre cambio, pero si se modifican el número de muestras N_s , el incremento en frecuencia $\Delta\omega$ y la constante c .

En la tabla 4.1 se muestran los errores en el transitorio y tiempos de cómputo obtenidos con diferentes pasos de tiempo en el análisis.

Tabla 4.1. Errores y tiempos de cómputo para la línea monofásica al variar Δt .

| PASOS DE TIEMPO | c | N_s | ERRORES | | TIEMPO DE CÓMPUTO (s) | |
|--|---------|-------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|---------------------|
| | | | Absoluto Máximo | rms | Calculando A y B | A y B sintetizados* |
| $\Delta t=4*\Delta t_{\text{ORIG}}$ | 665.421 | 256 | 2.0769×10^{-4} | 7.1127×10^{-5} | 0.0468 | 0.0780 |
| $\Delta t=2*\Delta t_{\text{ORIG}}$ | 748.599 | 512 | 2.0830×10^{-4} | 7.1411×10^{-5} | 0.1404 | 0.1404 |
| Δt_{ORIG} | 831.777 | 1024 | 2.0840×10^{-4} | 7.1611×10^{-5} | 0.1760 | 0.1872 |
| $\Delta t=0.5*\Delta t_{\text{ORIG}}$ | 914.954 | 2048 | 0.0031 | 1.1360×10^{-4} | 0.2341 | 0.3724 |
| $\Delta t=0.25*\Delta t_{\text{ORIG}}$ | 998.132 | 4096 | 0.0036 | 1.4687×10^{-4} | 0.2808 | 0.5620 |

* EL tiempo de cómputo no incluye la obtención de polos y residuos.

4.2.2. Caso trifásico.

En este estudio, se considera el caso de un sistema con una línea de transmisión trifásica con una longitud de 100 km, como se muestra en la figura 4.4. Los datos geométricos correspondientes se presentan en la tabla del Apéndice C. La resistividad del terreno es de $100 \Omega\text{-m}$, la resistencia del interruptor es de 0.1Ω y la de la fuente es $R_s=0.001 \Omega$.

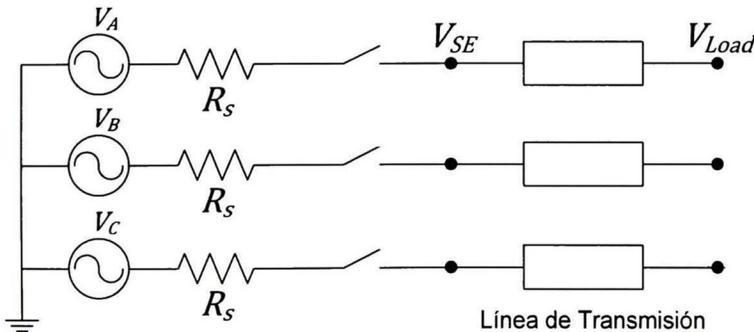


Figura 4.4. Línea trifásica energizada en vacío.

La operación de maniobra consistió en el cierre de las tres fases (sin apertura posterior) a los 3, 5, 8 ms de las fases A, B, y C, respectivamente.

La síntesis de la matrices **A** y **B** (ambas de 3x3), se realizó con 250 polos y usando Vector Fitting 3.0. Estos parámetros se calcularon con $N_s=1024$, $T=1/60$, $\Delta t = 1.6276 \times 10^{-5}$, $c=831.7766$.

El procedimiento para determinar el modelo racional de esta línea trifásica consistió en, primeramente sintetizar (con 250 polos) la primer columna de **A**, de donde se obtienen los polos, residuos y constantes d y e . Con esos polos se sintetizan las columnas 2 y 3 de **A** calculando únicamente los residuos y constantes d y e correspondientes

Posteriormente se sintetiza **B** de manera similar, pudiéndose calcular un nuevo conjunto de polos para **B** o usando los mismos polos de **A**. En base a las simulaciones realizadas se observó que se consigue un mejor comportamiento si **A** y **B** se sintetizan con los mismos polos, especialmente cuando hacemos las simulaciones con un Δt inferior al Δt inicial y además se obtiene un menor tiempo de cómputo.

En este caso se realizó la síntesis con el mismo conjunto de polos para las matrices **A** y **B** de la línea. El tiempo de cómputo de la síntesis en Vector Fitting fue de 13.36 s, y al final de este procedimiento se obtienen 1 conjunto de polos, 18 vectores de residuos " c_n ", 18 constantes " d " y 18 constantes " e ".

En primera instancia se calculó el error de los resultados obtenidos empleando matrices **A** y **B** sintetizadas con respecto a aquellos obtenidos con el cálculo detallado de estas matrices. Para ambos casos, se empleó el $\Delta t = 1.6276 \times 10^{-5}$ con $N_s=1024$, $T=1/60$, y $c=831.7766$.

Se repitió el cálculo de los voltajes transitorios originados por la maniobra empleando diferentes valores del paso en tiempo Δt , sin recalculer los parámetros eléctricos de la línea y por lo tanto sin repetir el proceso de síntesis de polos y residuos. En la tabla 4.2 se presentan los resultados obtenidos variando los pasos de tiempo para la línea trifásica. Se observa que, aparentemente se tiene un menor tiempo de cómputo cuando se recalculan los parámetros de la línea; sin embargo hay que notar que los tiempos de la tabla no toman en cuenta el tiempo para realizar la síntesis. En las figuras 4.5, 4.6 y 4.7 se ilustran las ondas de voltaje de las fases A, B y C respectivamente, para el caso en donde el transitorio se simula con un Δt igual al 25% del Δt_{ORIG} , que fue el que presentó el error más

grande. Se comparan los resultados con el cálculo de parámetros detallados de la línea y también con el circuito modelado en el ATP.

Tabla 4.2. Errores y tiempos de cómputo para la línea trifásica al variar Δt .

| PASOS DE TIEMPO | C | N_s | ERRORES MÁXIMOS | | TIEMPO DE CÁMPUTO (s) | |
|---------------------------------|---------|-------|-----------------|--------|-----------------------|---------------------|
| | | | Absoluto | rms | Calculando A y B | A y B sintetizados* |
| $\Delta t=4*\Delta t_{ORIG}$ | 665.421 | 256 | 0.0139 | 0.0037 | 0.2184 | 0.7020 |
| $\Delta t=2*\Delta t_{ORIG}$ | 748.599 | 512 | 0.0137 | 0.0039 | 0.3900 | 1.3416 |
| Δt_{ORIG} | 831.777 | 1024 | 0.0147 | 0.0039 | 0.7332 | 2.7611 |
| $\Delta t=0.5*\Delta t_{ORIG}$ | 914.954 | 2048 | 0.0612 | 0.0051 | 1.561 | 5.473 |
| $\Delta t=0.25*\Delta t_{ORIG}$ | 998.132 | 4096 | 0.1811 | 0.0068 | 4.522 | 11.851 |

* EL tiempo de cómputo no incluye la obtención de polos y residuos.

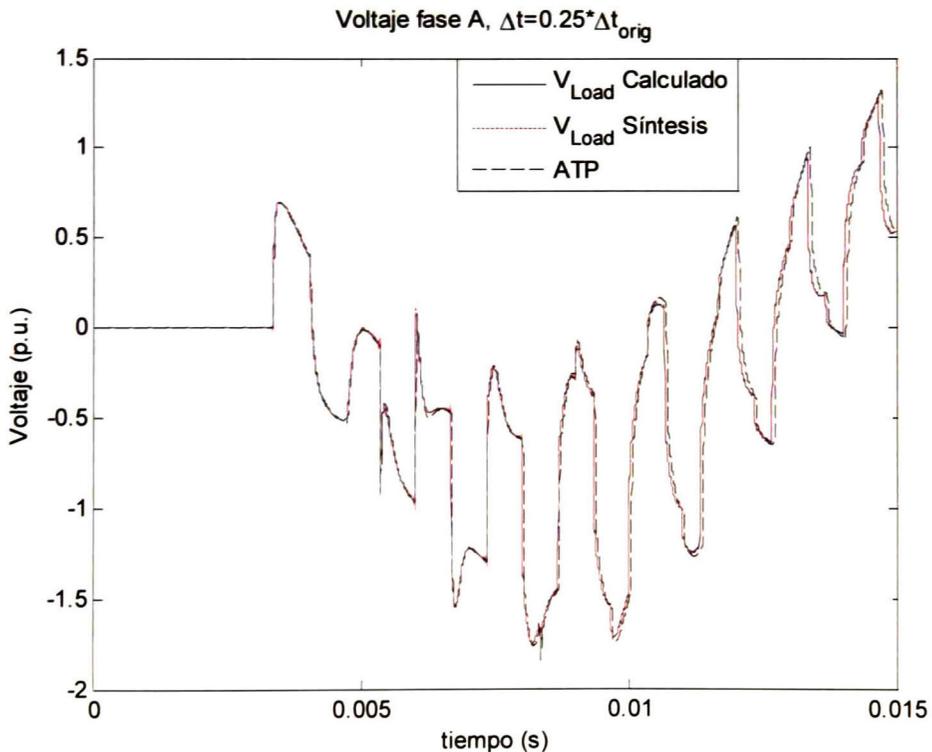


Figura 4.5. Voltaje en el extremo de la línea, fase A.

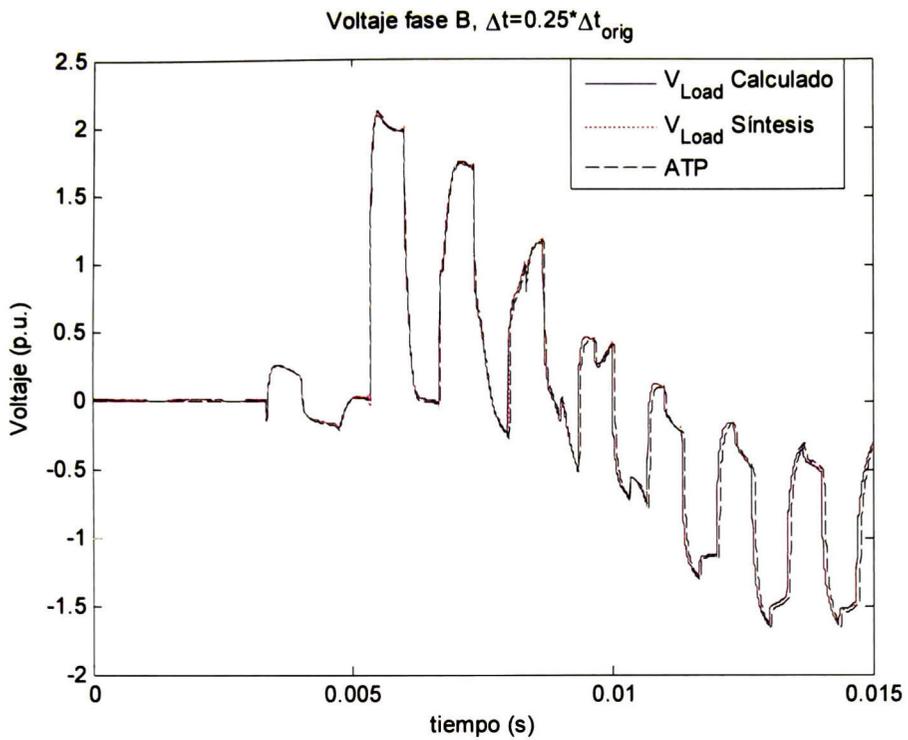


Figura 4.6. Voltaje en el extremo de la línea, fase B.

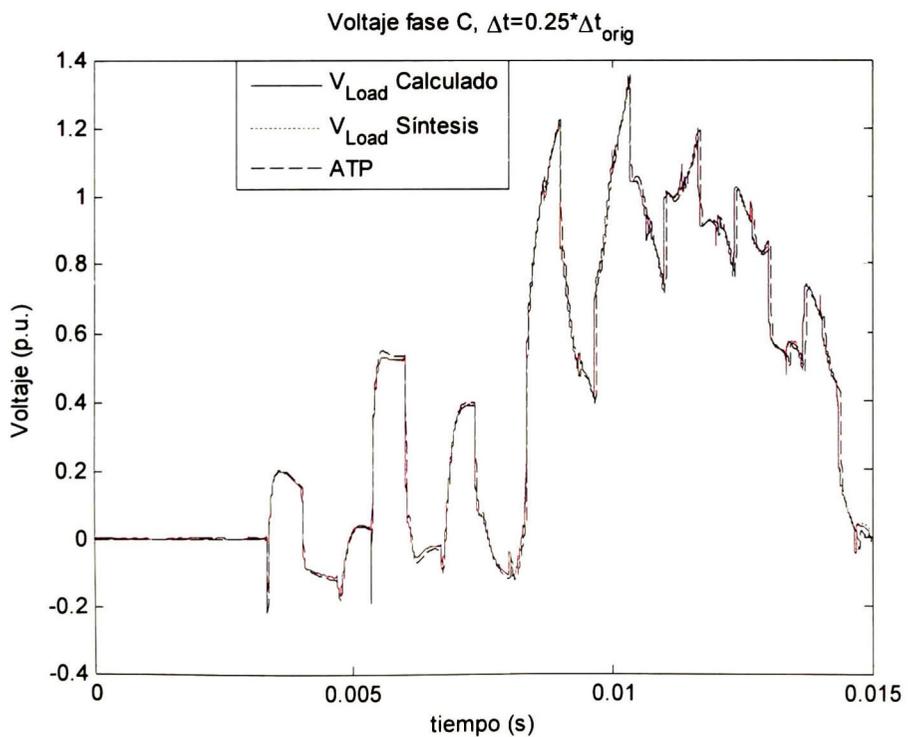


Figura 4.7. Voltaje en el extremo de la línea, fase C.

4.3. Red trifásica.

Como tercer caso de estudio, considérese ahora el sistema de transmisión mostrado en la Figura 4.8. En la figura se muestra el caso de la energización de la línea de transmisión que une los buses 5 y 6. El estudio se realizará primero modelando el sistema completo y después empleando un equivalente que represente a la red de la izquierda, la cual sería la zona o red externa y la línea de 154 km será la zona de estudio. Los parámetros de las líneas de transmisión se encuentran en el Apéndice C.

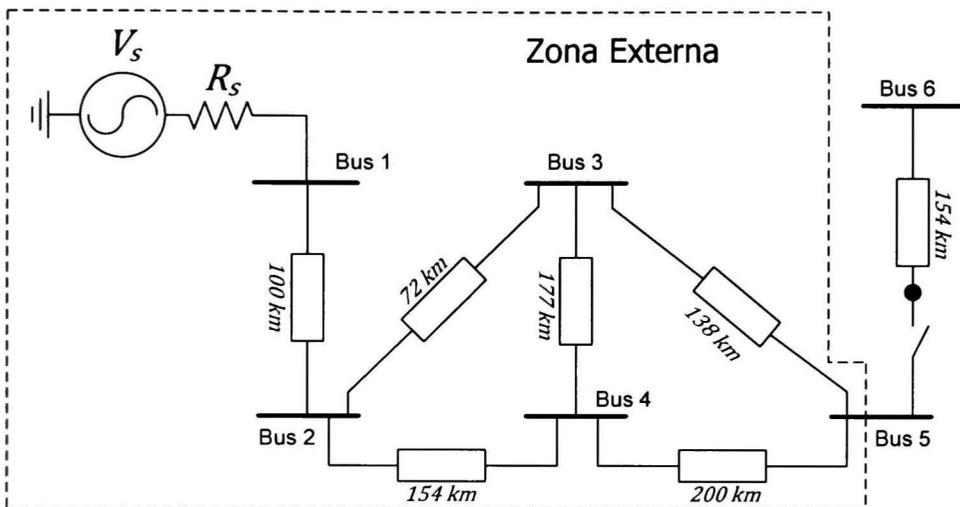


Figura 4.8. Red de estudio.

Con este procedimiento el problema se reduce a analizar un equivalente de Thevenin al cuál se le conecta una carga, como se observa en la Figura 4.9

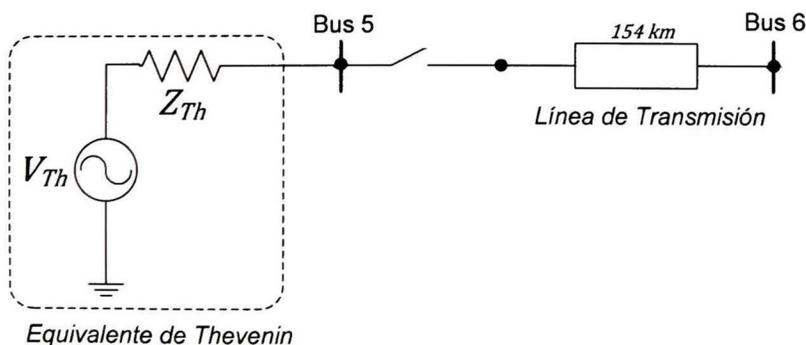


Figura 4.9. Equivalente de la red 4.8.

Para este caso, en lugar de sintetizar los parámetros A y B de todas las líneas de la zona externa, se obtiene la admitancia equivalente vista desde el nodo 5. Esta admitancia se calculó mediante la inversión de la matriz de impedancias en los nodos correspondientes al bus 5. Para obtener esta matriz de impedancias se invirtió la matriz nodal de admitancias que se calcula para resolver el sistema completo. La admitancia equivalente se sintetizó con 600 polos y con los parámetros correspondientes a $\Delta t = 1.6276 \times 10^{-5}$ y un tiempo de observación de un ciclo de 60 Hz. El voltaje de Thevenin es el voltaje que hay en el bus 5 de la figura 4.8 en estado estable, cuando el interruptor se encuentra abierto.

La maniobra consistió en el cierre de las fases A, B y C a los 3, 5 y 8 ms y analizando un periodo. La Tabla 4.3 muestra los errores máximos y los tiempos de cómputo al emplear el equivalente de Thévenin con diferentes valores del paso en tiempo manteniendo constante el tiempo de observación.

Tabla 4.3. Errores y tiempos de cómputo para la red al variar Δt .

| PASOS DE TIEMPO | C | N_s | ERRORES MÁXIMOS | | TIEMPO DE CÓMPUTO (s) | |
|-------------------------------------|---------|-------|-----------------|--------|-----------------------|-----------------------|
| | | | Absoluto | rms | Calculando A y B | Y_{EQ} sintetizada* |
| $\Delta t = 2 * \Delta t_{ORIG}$ | 748.599 | 512 | 0.0403 | 0.0091 | 2.4804 | 1.5289 |
| Δt_{ORIG} | 831.777 | 1024 | 0.1259 | 0.0224 | 4.3310 | 3.4080 |
| $\Delta t = 0.5 * \Delta t_{ORIG}$ | 914.954 | 2048 | 0.5718 | 0.1425 | 10.2971 | 7.8313 |
| $\Delta t = 0.25 * \Delta t_{ORIG}$ | 998.132 | 4096 | 1.0913 | 0.2685 | 26.9102 | 15.3817 |

* EL tiempo de cómputo no incluye la obtención de polos y residuos.

Para estos casos, los tiempos de cómputo son menores sintetizando la admitancia equivalente siendo la red aún muy pequeña. En una red más grande se podrá observar una ventaja mayor con el método de la síntesis de la impedancia de Thévenin, aunque también es probable que para una red de mayores dimensiones sean necesarios mas de 600 polos, con lo cual también se incrementaría el tiempo de cómputo.

En las figuras 4.10 y 4.11 se presentan los voltajes en la fase A y B respectivamente para los dos casos que presentaron el error más grande.

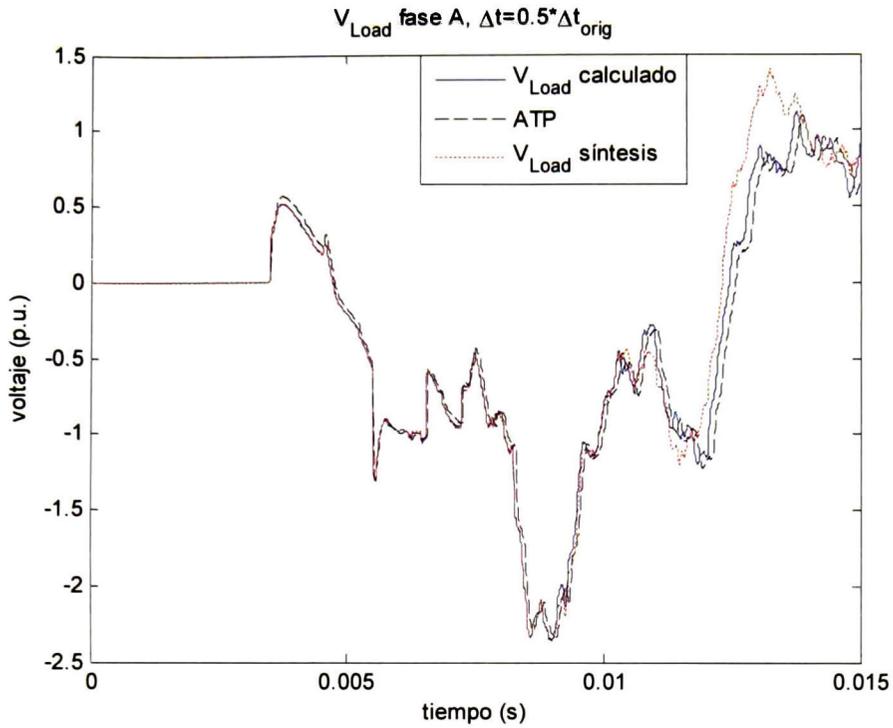


Figura 4.10. Voltaje fase A con $\Delta t = 8.138 \times 10^{-6}$

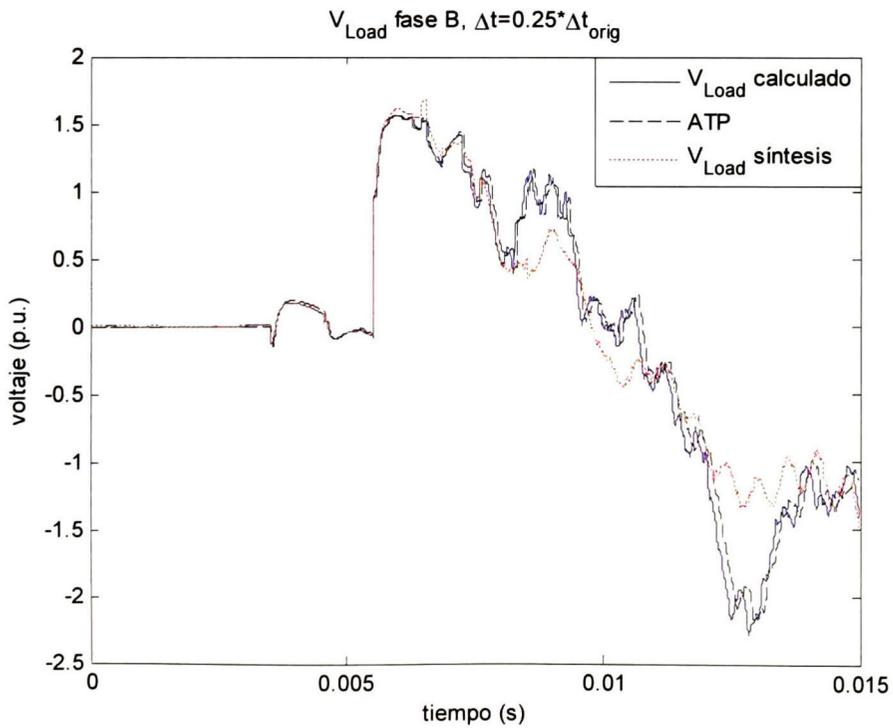


Figura 4.11. Voltaje fase B con $\Delta t = 4.069 \times 10^{-6}$

También es posible variar el tiempo de análisis del transitorio. En la tabla 4.4 se muestran los resultados ahora modificando el tiempo de observación del transitorio con la misma secuencia en la maniobra y considerando un número de muestras igual a $N_s=1024$.

Tabla 4.4. Errores y tiempos de cómputo para la red al variar T.

| TIEMPO DE ANÁLISIS | Δt | c | ERRORES MÁXIMOS | | TIEMPO DE CÓMPUTO (s) | |
|--------------------|------------------------|---------|-----------------|--------|-----------------------|-----------------------|
| | | | Absoluto | rms | Calculando A y B | Y_{EO} sintetizada* |
| $T=1$ ciclo | 1.627×10^{-5} | 831.777 | 0.1259 | 0.0224 | 4.331 | 3.408 |
| $T=2$ ciclos | 3.255×10^{-5} | 415.888 | 0.0891 | 0.0162 | 4.259 | 3.401 |
| $T=3$ ciclos | 4.883×10^{-5} | 277.259 | 0.0355 | 0.0131 | 4.134 | 3.635 |
| $T=4$ ciclos | 6.511×10^{-5} | 207.944 | 0.0384 | 0.0145 | 4.149 | 3.261 |
| $T=5$ ciclos | 8.138×10^{-5} | 166.355 | 0.0385 | 0.0147 | 3.947 | 3.207 |
| $T=1/2$ ciclo | 8.138×10^{-6} | 1663.6 | 0.0591 | 0.0116 | 4.118 | 3.291 |

* EL tiempo de cómputo no incluye la obtención de polos y residuos.

Como se observa en la tabla anterior, se obtiene muy buena precisión al aumentar el tiempo de análisis. Se realizó un estudio adicional con solo 300 polos y un tiempo de observación de 5 ciclos. Se obtuvieron errores máximos en la fase B con valores de: $\text{error}_{\text{abs}} = 0.0505$ y $\text{error}_{\text{rms}} = 0.0168$, con un tiempo de cómputo de 2.277 s. En la Figura 4.12 se muestra el voltaje en la fase B para este caso.

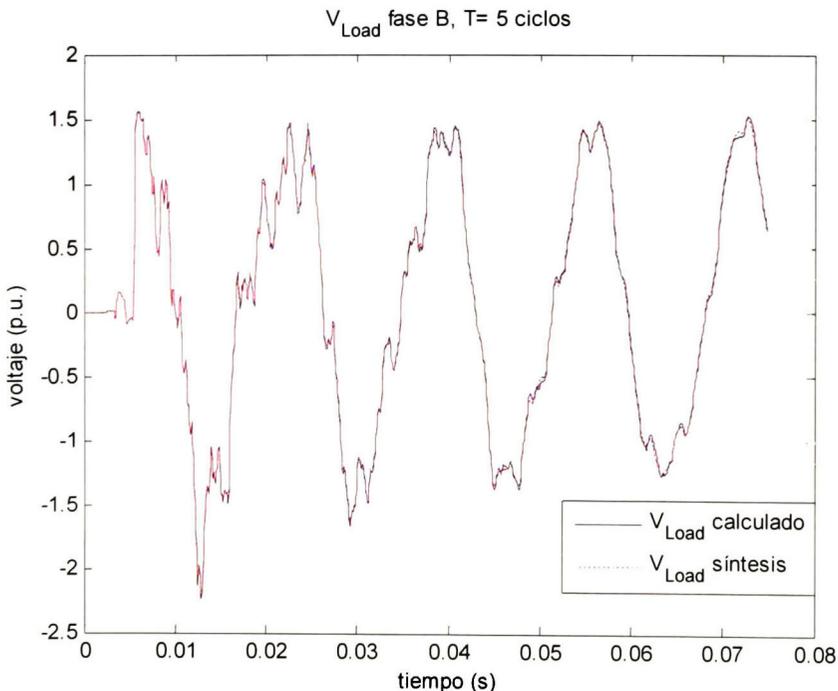


Figura 4.12. Voltaje fase B con 300 polos y 5 ciclos.

4.4. Simulación de una falla.

En esta sección se realizan cálculos de transitorios electromagnéticos originados por fallas para estudiar el efecto de representar secciones de una red trifásica por medio de equivalentes.

Los teoremas de Thevenin y superposición son muy útiles en el cálculo de corrientes y voltajes debidos a fallas de corto circuito en redes de sistemas de potencia. La aplicación de una falla de corto circuito con una impedancia de falla Z_F se representa mediante el cierre de un interruptor entre los puntos F y F' como se observa en la figura 4.13.

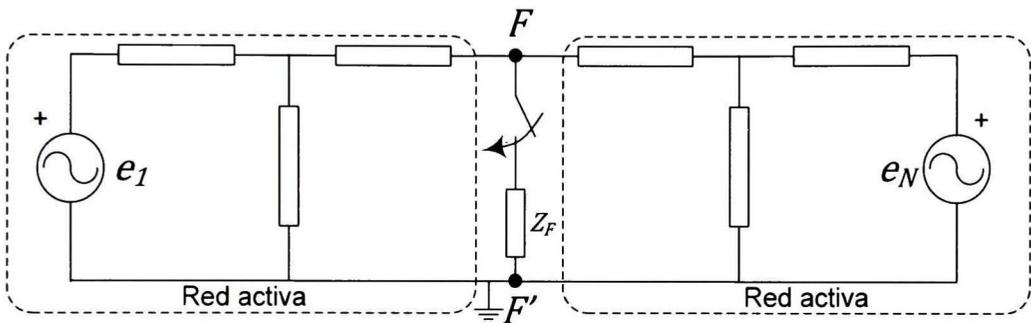


Figura 4.13. Representación de la falla mediante el cierre de un interruptor.

La conexión de una fuente de voltaje entre los puntos de falla $F-F'$ de igual magnitud y fase al voltaje de prefalla, como se muestra en la figura 4.14, no tiene ningún efecto en las condiciones iniciales de corriente y voltaje de la red.

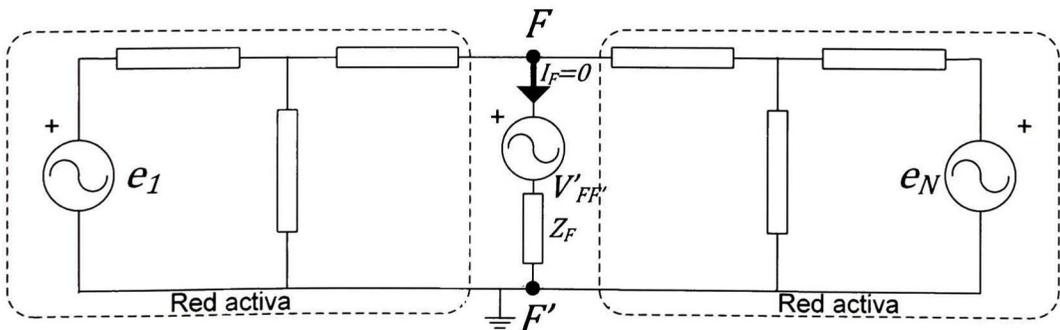


Figura 4.14. Representación de las condiciones iniciales previas a la falla.

Cuando la falla se aplica, el voltaje a través del punto de falla $F-F'$ cae a cero para una falla solida donde $Z_F = 0$, o desciende a un valor igual a $Z_F * I_F$ para una impedancia de falla diferente de cero. Este suceso se representa mediante la conexión de una segunda fuente de voltaje $V''_{FF'}$ en serie con Z_F y con la fuente de voltaje de prefalla, como se muestra en la figura 4.15. La segunda fuente de voltaje es de igual magnitud pero 180° fuera de fase con respecto al voltaje inicial de prefalla $V'_{FF'}$.

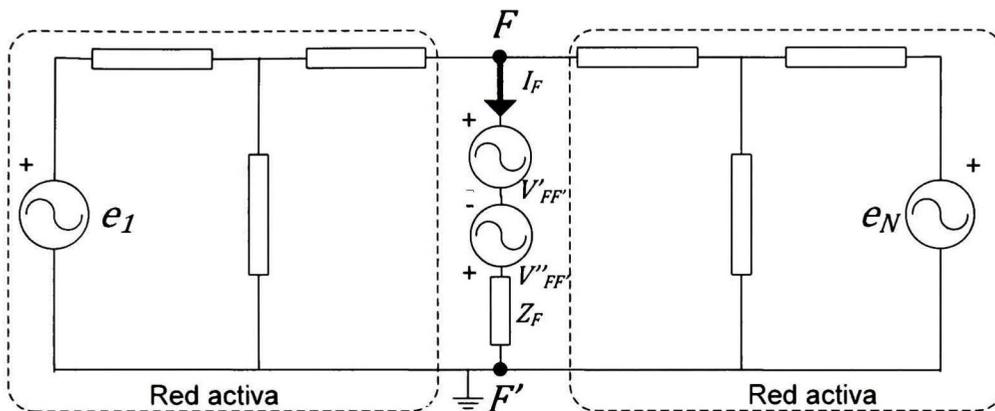


Figura 4.15. Simulación de una falla de corto circuito en F-F'.

De acuerdo con el principio de superposición, los voltajes y corrientes resultantes en la red serán la suma de aquellos que existieron antes de la falla y los cambios debidos a la falla misma. Por lo tanto, usando el teorema de superposición, la simulación de un corto circuito mostrado en la figura 4.15 se logra sumando los voltajes y corrientes de la red de prefalla (Figura 4.14) y los correspondientes a la inyección de la fuente que genera el corto circuito. La red correspondiente a esta última se muestra en la Figura 4.16.

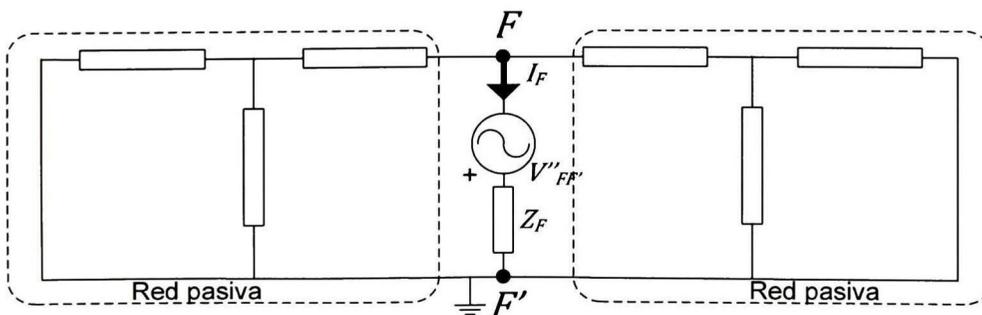


Figura 4.16. Cálculos de los cambios en voltaje y corriente debidos a la falla.

Para nuestro análisis se usará la red trifásica mostrada en la figura 4.17, simulando una falla monofásica a tierra en el bus 26, cerrando el interruptor de la fase A a los 3 ms y la apertura a los 5 ms, sin embargo el interruptor liberará la falla hasta el siguiente cruce por cero de la corriente, el cual ocurre a los 18.3 ms. Se consideró una impedancia de falla de 5Ω .

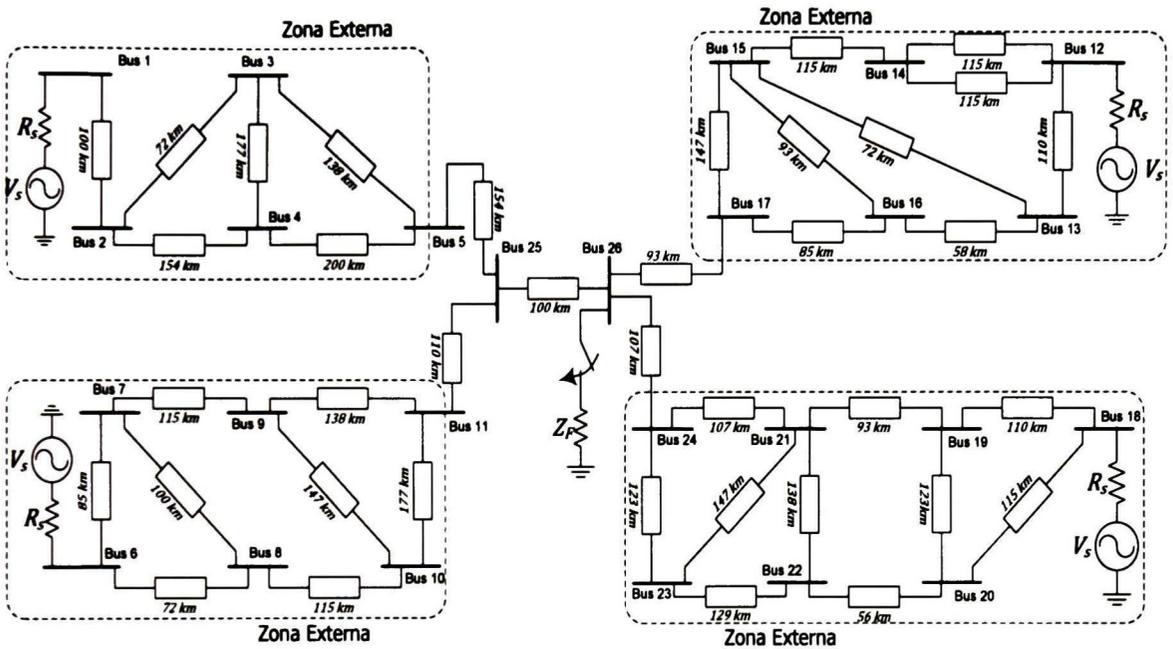


Figura 4.17. Red para la simulación de una falla en el bus 26.

Para este estudio, las redes encerradas serán representadas por sus equivalentes de Thevenin y se sintetizarán con diferentes números de polos. Los resultados se compararán con los obtenidos de la simulación de la red completa con los parámetros exactos. Posteriormente las líneas que unen a las redes con la línea conectada entre el bus 25 y el 26 se modificaran incrementando su longitud a 200 km, 300 km, 400 km, 500 km.

Finalmente el cálculo de los equivalentes se recorre por la izquierda hasta el bus 25 y por la derecha hasta el bus 26. Los errores absolutos máximos obtenidos para todos estos casos se presentan en forma grafica en la figura 4.18, donde se observa que el error crece conforme se alejan los equivalentes de la zona de estudio; sin embargo para el caso las redes más alejadas, se percibe que, si se sintetizan los equivalentes con un orden de aproximación bajo se obtienen errores más pequeños en comparación con los ordenes elevados de aproximación.

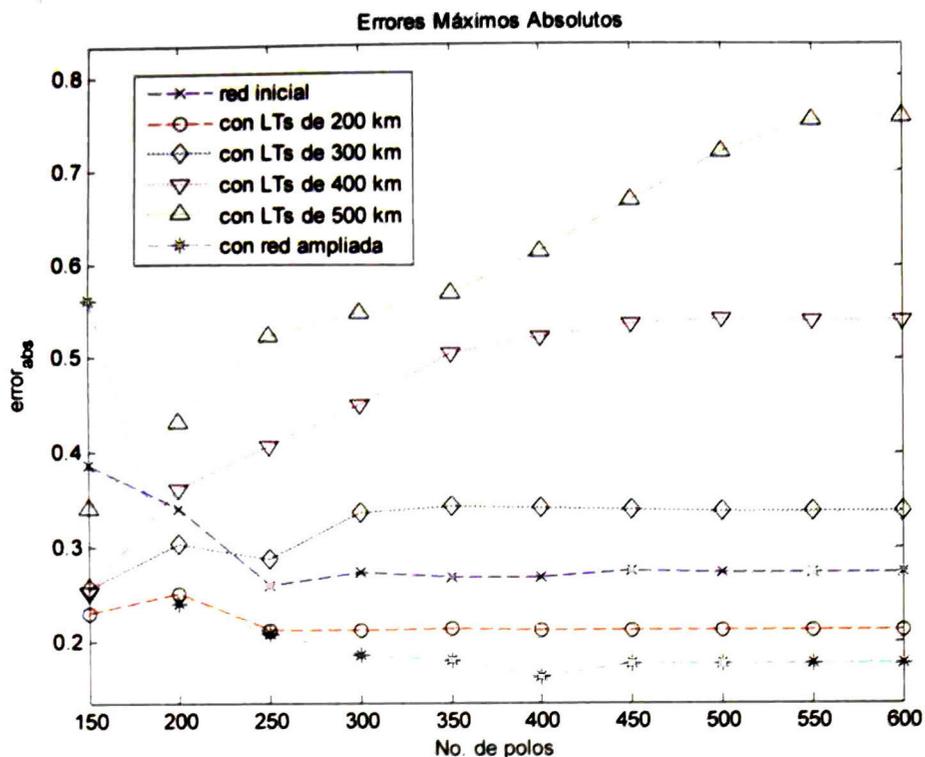


Figura 4.18. Errores absolutos para la red con falla.

Los tiempos de cómputo de la síntesis de las admitancias equivalentes, así como aquellos obtenidos en la simulación de los transitorios empleando estas redes equivalentes, para los diferentes órdenes de aproximación se muestran en la tabla 4.5

Tabla 4.5. Tiempos de síntesis y transitorios para diferentes órdenes de aproximación.

| MODELO | Tiempo (s) | | MODELO | Tiempo (s) | |
|-----------------------|------------|-------------|-----------|------------|-------------|
| | Síntesis | Transitorio | | Síntesis | Transitorio |
| Cálculo de Parámetros | | 20.487 | 400 polos | 83.102 | 13.853 |
| 150 polos | 18.299 | 8.336 | 450 polos | 101.338 | 13.993 |
| 200 polos | 26.302 | 9.360 | 500 polos | 122.227 | 15.054 |
| 250 polos | 36.426 | 9.953 | 550 polos | 147.671 | 16.302 |
| 300 polos | 52.011 | 10.920 | 600 polos | 171.086 | 17.770 |
| 350 polos | 66.753 | 12.262 | | | |

En las figuras 4.19 y 4.20 se muestra el transitorio de la falla en la fase A para los modelos de 150 y 250 polos respectivamente, ambos para el caso de líneas de 200 km.

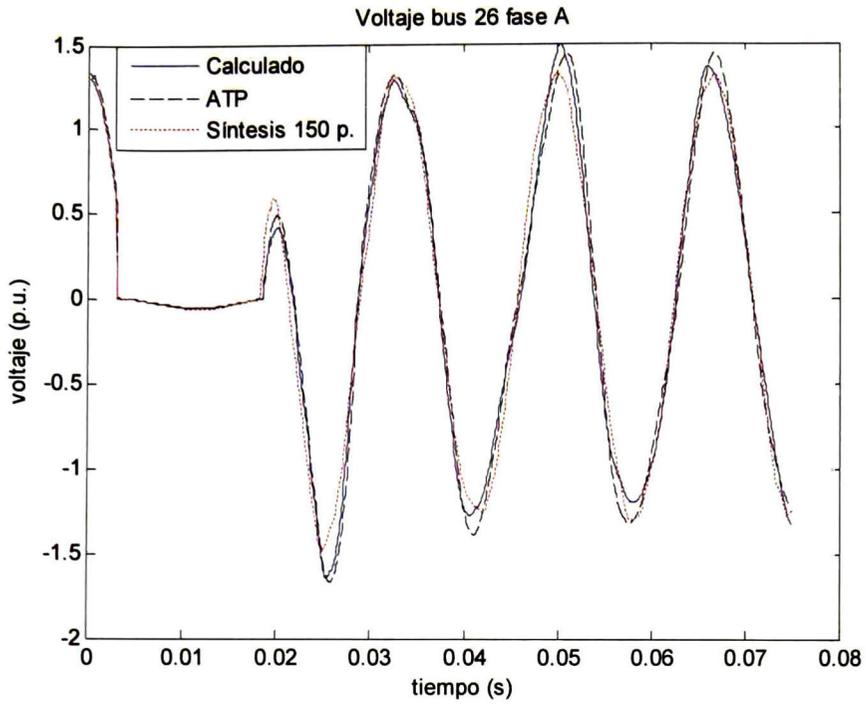


Figura 4.19. Voltaje A de la red sintetizada con 150 polos y con líneas de 200km.

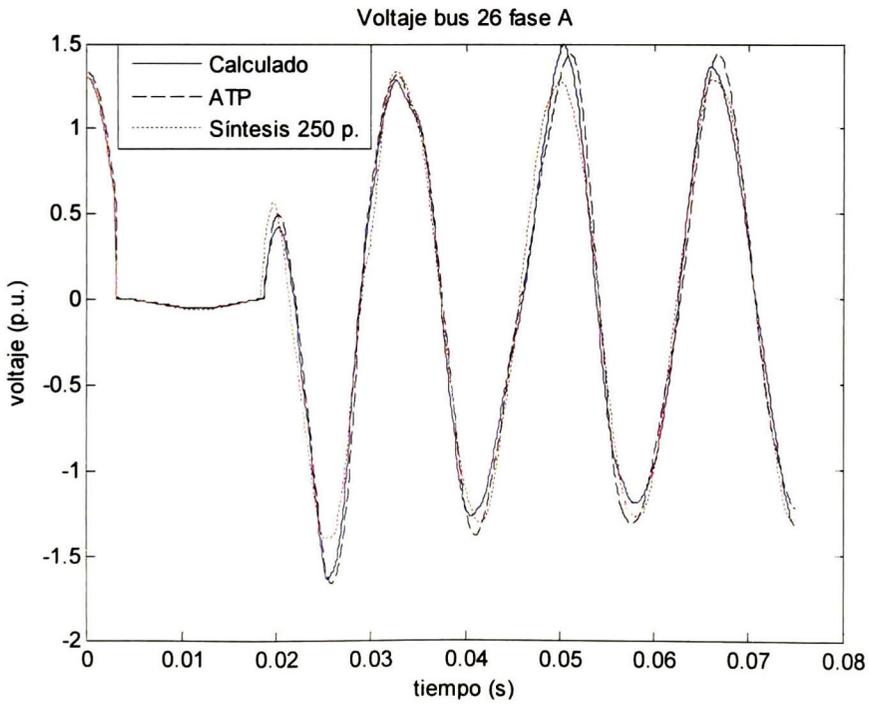


Figura 4.20. Voltaje A de la red sintetizada con 250 polos y con líneas de 200km.

CAPÍTULO V.- PASIVIDAD

5.1. Introducción.

El concepto de "pasividad" fue utilizado por primera vez en la teoría de circuitos, donde se indica que: una red compuesta por sólo resistencias, capacitores e inductores es pasiva ya que no entrega energía. Por lo tanto el termino "elemento pasivo" implica que el elemento absorbe energía [15]. En general, se puede decir que un sistema lineal o no lineal es "estrictamente pasivo" si este consume energía, y es "pasivo" si no entrega la energía [16]

Considere un sistema formado por un generador y una red de un puerto, como se muestra en la figura 5.1, donde v e i son el voltaje y la corriente en el puerto de interconexión, respectivamente.

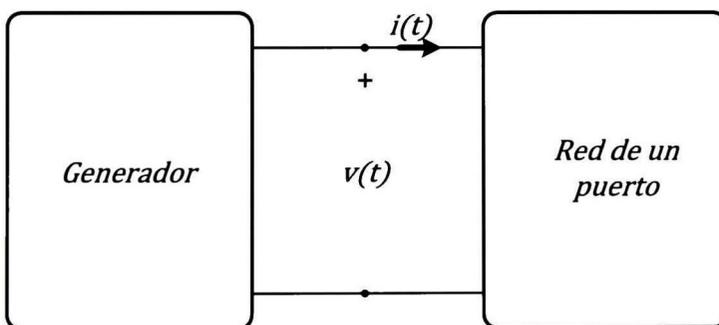


Figura 5.1. Circuito de un puerto.

Si denotamos por $\mathcal{E}(t_0)$ la energía almacenada en el circuito en el tiempo t_0 y denotamos como $W(t_0, t)$ la energía entregada por el generador al circuito del instante t_0 al tiempo t ; entonces:

$$W(t_0, t) = \int_{t_0}^t v(t)i(t)dt \quad (5.1)$$

y se dice que la red de un puerto es pasivo si la energía cumple con (5.2):

$$W(t_0, t) + \epsilon(t_0) \geq 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad (5.2)$$

para todo tiempo inicial t_0 , todo tiempo $t \geq t_0$ y para toda posible forma de onda de entrada [15, 17].

De la ecuación 5.2, se establece que la pasividad requiere que la suma de la energía almacenada al instante t_0 y la energía entregada al circuito de un puerto de t_0 a t sea no negativa bajo todas las circunstancias.

Esta definición de pasividad en términos del tiempo y energía es universalmente aplicable a redes reales multipuerto de complejidad arbitraria. Sin embargo, la generalidad de esta definición presenta el mayor inconveniente para su aplicación en circunstancias más específicas. [17]

La experiencia de investigaciones preliminares [16, 18, 19] ha demostrado que las simulaciones donde intervienen parámetros Y sintetizados a veces puede dar lugar a una simulación inestable, a pesar de que los elementos de la matriz de admitancias hayan sido sintetizados solamente con polos estables y el modelo sea muy preciso.

Una técnica útil para evitar este problema es forzar que la red sea pasiva, es decir, la red en cuestión debe absorber energía para cualquier conjunto de voltajes aplicados, en cualquier frecuencia. El equivalente que resulta todavía puede tener componentes eléctricos no físicos, pero la probabilidad de una simulación inestable se reduce considerablemente [18]. La pasividad es la clave para garantizar la estabilidad de las respuestas en la simulación de transitorios. Un subsistema estable, pero no pasivo puede conducir a un sistema inestable cuando se termina con algunas cargas pasivas. Sin embargo, si un subsistema es pasivo y es terminado con cualquier carga pasiva arbitraria, la estabilidad de la red resultante estará siempre garantizada [16].

El problema de los modelos no pasivos se puede reducir sometiendo el modelo a un procedimiento que force su pasividad.

5.2. Evaluación de Pasividad.

Considere un modelo obtenido de Vector Fitting expresado en la forma de sumatoria de funciones racionales

$$Y_{fit_{i,j}}(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + se \quad (5.3)$$

donde el termino $Y_{fit_{i,j}}(s)$ es la aproximación del elemento i,j de la matriz Y . Si el sistema es trifásico, la matriz de admitancias será de 3×3 , y se podrá acomodar los residuos, polos y constantes de cada elemento de la matriz Y en forma matricial, dando lugar a las matrices c_n , d y e .

A fin de garantizar una simulación estable, se requiere que todos los polos (a_n) se encuentren en el semiplano izquierdo. Por lo general este requisito de polos estables se puede cumplir sin dificultad; por ejemplo, trasladando los polos inestables al semiplano izquierdo, seguido por un ajuste de los residuos y el término constante.

Sin embargo, un problema más difícil es garantizar la pasividad del modelo, el cual es un requerimiento adicional para garantizar simulaciones estables cuando el modelo interactúe con sistemas adyacentes. Para esto, primeramente se debe evaluar si el modelo es o no pasivo.

Para el caso de sistemas físicos, se deben aplicar las siguientes propiedades [24]:

- 1) Y es una matriz simétrica, por lo tanto $\{c_n\}$, d y e son simétricos.
- 2) d y e son matrices reales.
- 3) Los polos y residuos son reales o vienen en pares complejos conjugados.
- 4) Los polos se localizan en el semiplano izquierdo.
- 5) El modelo es pasivo.
- 6) La matriz de capacitancia e tiene valores propios positivos, es decir:

$$eig(e) > 0 \quad (5.4)$$

Desafortunadamente, no existe un método suficientemente eficiente que pueda ajustar (5.3) con precisión y que al mismo tiempo logre satisfacer los requerimientos 1-6. Por ejemplo, Vector Fitting logra cumplir únicamente las condiciones 1-4. Una solución práctica para cumplir 5 y 6 es perturbando los parámetros del modelo en una etapa de pos procesamiento.

Considerando el punto 5 anterior, cuando el modelo (5.3) representa parámetros de admitancias, la pasividad del modelo requiere que los eigenvalores de $Re\{Y(s)\}$ sean positivos para todas las frecuencias, esto es:

$$eig(Re\{Y(s)\}) > 0 \quad \forall s \quad (5.5)$$

Donde:

$$G = Re\{Y\} \quad (5.6)$$

Esto es, que G sea definida positiva, de forma que la potencia absorbida siempre sea positiva:

$$P = Re\{v^*Yv\} = Re\{v^*(G + jB)v\} = Re\{v^*Gv\} \quad (5.7)$$

Donde el asterisco (*) indica que es el conjugado transpuesto. Y de esto se concluye que P siempre será positiva solo si todos los valores propios de G son positivos.

El criterio en (5.5) puede ser utilizado directamente como procedimiento para comprobar la pasividad mediante el escaneo de los valores propios a lo largo del espectro de frecuencias de los valores propios de la matriz de conductancia [19, 20], obteniéndose violaciones de pasividad cuando los eigenvalores sean negativos. El problema de este procedimiento es que, las violaciones a la pasividad pueden ser muy locales, pudiendo ocurrir entre dos muestras de frecuencia y por consiguiente, realizar esta evaluación puede requerir un número muy elevado de muestreos.

Otra técnica desarrollada ampliamente para validar la pasividad es a partir del modelo de espacio de estados mediante los valores propios de la matriz Hamiltoniana [21]. Una desventaja de este método es que el tiempo necesario para el cálculo de los valores propios puede ser excesivo en el caso de los modelos de gran tamaño. Una segunda desventaja es que sólo se aplica a los modelos que son simétricos; mientras que en la realidad también se necesita evaluar la pasividad en los modelos asimétricos, por ejemplo, los modelos obtenidos mediante la síntesis de las columnas de una matriz de admitancias $Y(s)$. La tercera desventaja es que los valores propios correspondientes a las frecuencias de corte no son exactamente imaginarios, ya que están asociados con una parte real pequeña (ruido), y se busca que los eigenvalores sean puramente imaginarios porque en esa frecuencia corresponde un cruce por cero. [19]

Sin embargo también existen referencias que defienden esta metodología [27], con la cual se pueden evitar los problemas del método del barrido de las frecuencias, como por ejemplo, que una violación a la pasividad ocurra entre dos muestras de frecuencia y por lo tanto no aparezca en el escaneo.

5.3. Cumplimiento de Pasividad.

Para llevar un modelo no pasivo a su forma pasiva, se asume que la aproximación racional de Y se ha calculado con una precisión bastante alta. Esto hace posible forzar un valor propio negativo de $G_{fit}(s)$ a ser positivo haciendo sólo una pequeña corrección a la aproximación racional; teniendo el elemento aproximado mediante (5.3), la idea es modificar todos o algunos de los parámetros c_n , a_n , d , y e de modo que todos los eigenvalores de G_{fit} se conviertan en positivos. Esto justifica un enfoque basado en la linealización.

5.3.1. Linealización.

Los parámetros seleccionados de la aproximación racional Y_{fit} para ser modificados son c_n y d , y se colocan en un solo vector columna x , de orden $(N+1)*N_c$, y las columnas de Y_{fit} se ponen en el vector y_{fit} , como se muestra en (5.8).

$$Y_{fit} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow y_{fit} = [y_{11} \ y_{21} \ y_{31} \ y_{12} \ y_{22} \ y_{32} \ y_{13} \ y_{23} \ y_{33}]^T \quad (5.8)$$

Por lo tanto, la linealización de (5.3) resulta en la siguiente relación incremental entre x y y_{fit} :

$$\Delta y_{fit} = M \Delta x \quad (5.9)$$

Entonces, se produce una relación lineal entre x y g_{fit} , siendo este último un vector que contiene los elementos de G_{fit} .

$$\Delta g_{fit} = P \Delta x \quad (5.10)$$

De donde:
$$P = Re\{M\} \quad (5.11)$$

La matriz M y el vector Δx son de la forma siguiente, donde N es el orden de aproximación del modelo racional y N_c el número de elementos en el vector o matriz que se sintetiza.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s - a_{1,1}} & \dots & \frac{1}{s - a_{1,N}} & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{s - a_{2,1}} & \dots & \frac{1}{s - a_{2,N}} & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{s - a_{N_c,1}} & \dots & \frac{1}{s - a_{N_c,N}} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\Delta \mathbf{x} = [\Delta c_{1,1} \dots \Delta c_{1,N} \quad \Delta d_1 \quad \Delta c_{2,1} \dots \Delta c_{2,N} \quad \Delta d_2 \quad \dots \dots \quad \Delta c_{N_c,1} \dots \Delta c_{N_c,N} \quad \Delta d_{N_c}]^T \quad (5.13)$$

Si consideramos el caso de la matriz \mathbf{Y} de 3x3, tenemos 3 valores propios y 3 vectores propios, y siendo estos de la forma: $\mathbf{v}_1 = [v_{11} \ v_{21} \ v_{31}]^T$, $\mathbf{v}_2 = [v_{12} \ v_{22} \ v_{32}]^T$, $\mathbf{v}_3 = [v_{13} \ v_{23} \ v_{33}]^T$. Entonces, para obtener una relación entre $\Delta \mathbf{x}$ y los eigenvalores primeramente consideramos la matriz \mathbf{G}_{fit} , un eigenvalor λ_1 y su correspondiente eigenvector derecho \mathbf{v}_1 , de modo que:

$$(\mathbf{G}_{fit} - \lambda_1 \mathbf{I})\mathbf{v}_1 = 0 \quad (5.14)$$

Donde \mathbf{I} es la matriz identidad. Linealizando esta expresión, tenemos:

$$(\mathbf{G}_{fit} - \lambda_1 \mathbf{I})\Delta \mathbf{v}_1 + (\Delta \mathbf{G}_{fit} - \Delta \lambda_1 \mathbf{I})\mathbf{v}_1 = 0 \quad (5.15)$$

Premultiplicando (5.15) con el correspondiente eigenvector izquierdo \mathbf{w}_1 de \mathbf{G}_{fit} , el primer término desaparece y se tiene que, la modificación al primer eigenvalor es:

$$\Delta \lambda_1 = \frac{\mathbf{w}_1 \Delta \mathbf{G}_{fit} \mathbf{v}_1}{\mathbf{w}_1 \mathbf{v}_1} \quad (5.16)$$

Dado que \mathbf{G}_{fit} es simétrica tenemos que $\mathbf{w}_1 = \mathbf{v}_1^T$, y normalizando los vectores propios a la unidad resulta que:

$$\Delta \lambda_1 = \mathbf{v}_1^T \Delta \mathbf{G}_{fit} \mathbf{v}_1 \quad (5.17)$$

Haciendo este mismo procedimiento para los 3 vectores y valores propios, y colocando los elementos de $\Delta \mathbf{G}_{fit}$ en un vector $\Delta \mathbf{g}_{fit}$ de la misma manera que en (5.8), se puede establecer una relación entre este último y el vector con las modificaciones de los 3 eigenvalores $\Delta \boldsymbol{\lambda}$:

$$\Delta\lambda = \mathbf{Q}\Delta\mathbf{g}_{fit} \quad (5.18)$$

Entonces, la matriz \mathbf{Q} es seria (5.19), puesto que \mathbf{G}_{fit} es simétrica basta con obtener solo los elementos de la matriz triangular superior:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} u_{11}u_{11} & u_{11}u_{21} & u_{11}u_{31} & u_{21}u_{21} & u_{21}u_{31} & u_{31}u_{31} \\ u_{12}u_{12} & u_{12}u_{22} & u_{12}u_{32} & u_{22}u_{22} & u_{22}u_{32} & u_{32}u_{32} \\ u_{13}u_{13} & u_{13}u_{23} & u_{13}u_{33} & u_{23}u_{23} & u_{23}u_{33} & u_{33}u_{33} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Y por lo tanto, $\Delta\mathbf{g}_{fit}$ es:

$$\Delta\mathbf{g}_{fit} = [\Delta G_{1,1} \quad \Delta G_{1,2} \quad \Delta G_{1,3} \quad \Delta G_{2,2} \quad \Delta G_{2,3} \quad \Delta G_{3,3}]^T \quad (5.20)$$

Combinando (5.10) y (5.18), tenemos una relación entre los eigenvalores de \mathbf{G}_{fit} y el vector de parámetros $\Delta\mathbf{x}$:

$$\Delta\lambda = \mathfrak{B}\Delta\mathbf{x} \quad (5.21)$$

Donde:
$$\mathfrak{B} = \mathbf{Q}\mathbf{P} \quad (5.22)$$

Se quiere encontrar una solución de mínimos cuadrados $\mathbf{y}_{fit}(s)$ al problema:

$$\mathbf{y}(s) - \mathbf{y}_{fit}(s) \rightarrow 0 \quad (5.23)$$

La linealización usando (5.9) resulta:

$$\mathbf{y}(s) - (\mathbf{y}_{fit}^0(s) + \mathbf{M}\Delta\mathbf{x}) \rightarrow 0 \quad (5.24)$$

Además se requiere que todos los valores propios λ de \mathbf{G}_{fit} sean positivos. Esto se logra mediante (5.21):

$$\Delta\lambda = \mathfrak{B}\Delta\mathbf{x} \geq -\lambda \quad (5.25)$$

Escribiendo (5.24) y (5.25) de forma estándar, se tiene:

$$\mathbf{M}\Delta\mathbf{x} \rightarrow 0 \quad (5.26a)$$

$$-\mathfrak{B}\Delta\mathbf{x} \leq \lambda \quad (5.26b)$$

La perturbación de los parámetros se hace con el fin de minimizar el cambio en el modelo original (5.27) y al mismo tiempo se debe cumplir el criterio de pasividad (5.28) para el modelo modificado.

$$\Delta Y(s) = \sum_{n=1}^N \frac{\Delta c_n}{s - a_n} + \Delta d \cong 0 \quad (5.27)$$

$$\text{eig}(\text{Re}\{Y(s) + \Delta Y(s)\}) > 0 \quad (5.28)$$

La solución para (5.27) y (5.28) se calcula usando Programación Cuadrática

$$\min_{\Delta x} \frac{1}{2} (\Delta x^T M^T M \Delta x) \quad (5.29a)$$

$$\text{Sujeta a:} \quad -\mathfrak{B} \Delta x \leq \lambda \quad (5.29b)$$

Estas expresiones se pueden resolver con el Toolbox de optimización de Matlab 'quadprog' o con algún otro software de programación cuadrática, como los que se utilizan en la siguiente sección.

5.4. Aplicación.

5.4.1. Metodología.

El programa toma como entrada los parámetros del modelo racional, a_n, c_n, d y e , y los valores de frecuencia donde se viola la pasividad se obtienen haciendo un barrido mediante (5.5) y se almacenan en un vector denominado aquí como s_2 . En la práctica no es necesario incluir un número elevado de muestras, será suficiente si incluimos solo aquellas que corresponden a los mínimos locales [20], como se muestra en la figura 5.2; de esta manera se logra conseguir un menor tiempo de computo.

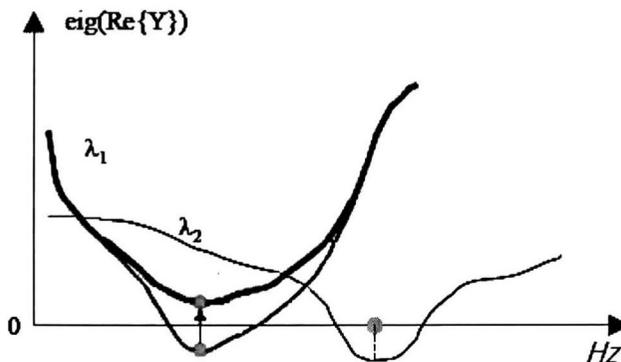


Figura 5.2. Selección de muestras.

En algunas situaciones al forzar la pasividad se generan nuevas violaciones de esta en otras frecuencias, por lo tanto, se introduce un nuevo vector de muestras, s_3 , el cual ayudara a prevenir nuevas infracciones cuando se emplee un esquema iterativo.

En este trabajo se emplea 'QPassive', una función desarrollada en Matlab para efectuar la perturbación de los residuos del modelo (5.3) y disponible en [4]. Empleando QPassive se puede forzar la pasividad en una etapa de pos procesamiento, sin embargo, no funciona bien si las violaciones de pasividad son demasiado grandes, esto debido a que la modificación puede degradar el comportamiento del modelo o simplemente porque la rutina para lograr la pasividad puede no convergir para estos casos.

Para el caso de sistemas multipuerto, la rutina para cumplir la pasividad debe ser empleada en forma iterativa debido a la no linealidad del problema. En principio pueden existir divergencias en el modelo, pero usando el procedimiento robusto propuesto en [20], se evitan nuevas violaciones en otras frecuencias al modificar el modelo, con lo cual se logra solucionar el problema después de algunas iteraciones.

5.4.2. Caso de estudio.

Como caso de estudio el modelo sintetizado de la red de la sección 4.3 se sometió al procedimiento para forzar la pasividad. En base a la experiencia de las simulaciones realizadas en este trabajo se observó que el modelo que se debe someter al proceso de pasividad debe ser de un grado de precisión adecuado. Primero se utilizó una síntesis de 300 polos, con la cual se pudo cumplir la condición de pasividad (5.28); pero al hacer la simulación del transitorio con el nuevo modelo si bien se obtuvo una mejora con respecto al presentado en la sección 4.3, el error absoluto máximo fue de 0.7865, el cual aún es muy elevado.

El proceso se repitió con una síntesis de 600 (la misma empleada en la sección 4.3). Los 3 eigenvalores de la matriz Y se muestran en la Figura 5.3. Se observa de la figura que existen varios puntos que no cumplen con el criterio 5.5, por lo cual es necesario hacer que el modelo sea pasivo empleando la metodología descrita en la sección 5.3.

Después de un proceso iterativo para forzar la pasividad de este modelo, se logró obtener el modelo modificado el cual satisface la condición (5.28) como se observa en la figura 5.4.

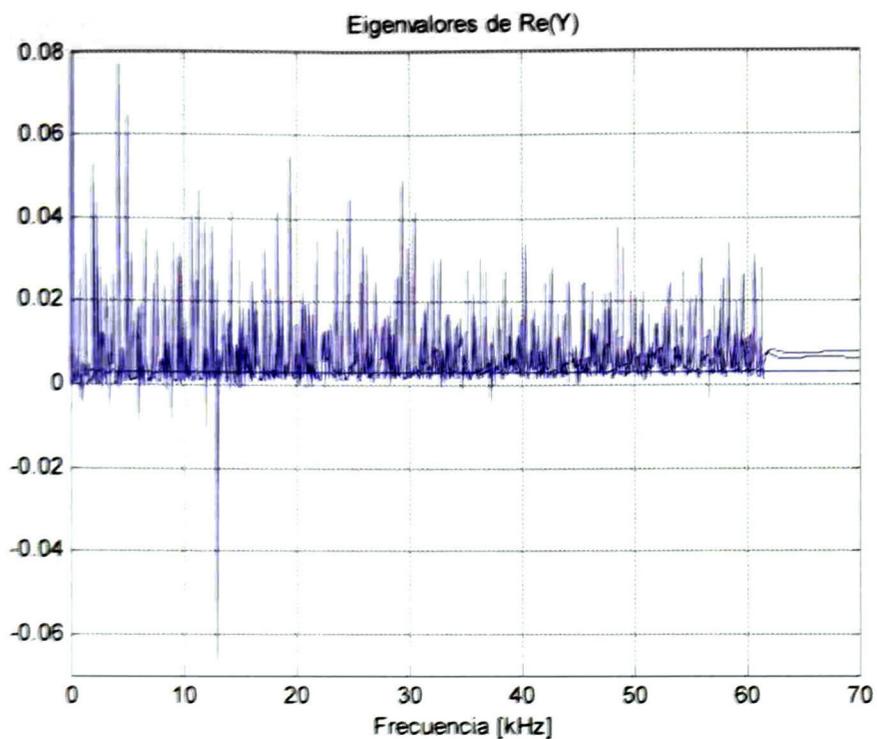


Figura 5.3. Eigenvalores del modelo obtenido con VF con 600 polos.

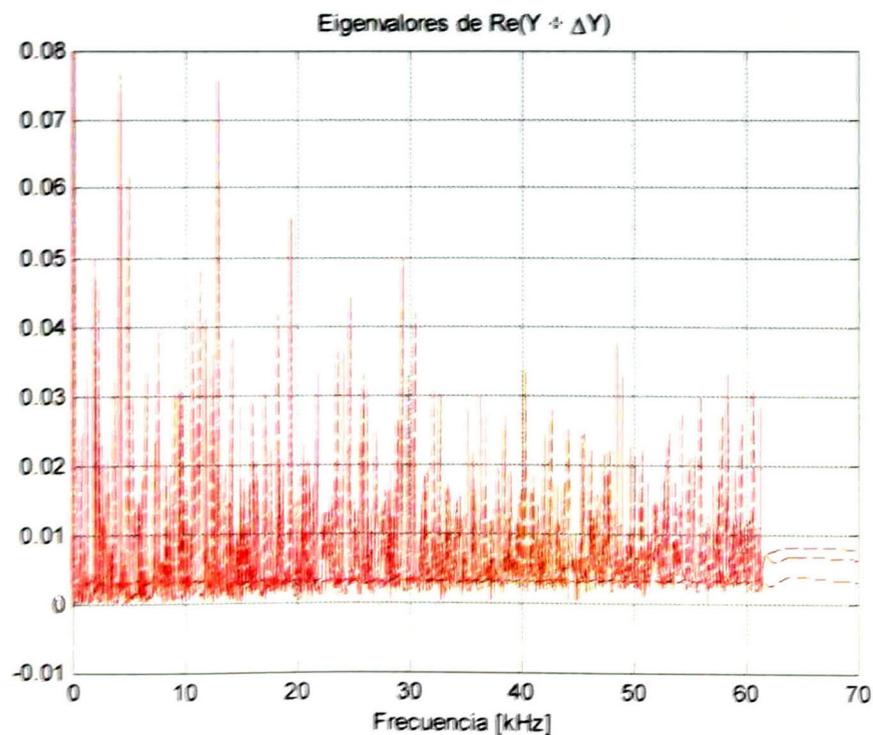


Figura 5.4. Eigenvalores del modelo pasivo de 600 polos.

Con este modelo pasivo podemos ahora calcular nuevamente el transitorio que se genera al energizar la línea de transmisión de la figura 4.9. En esta nueva simulación se obtuvieron muy buenos resultados, incluso para el caso en que se reduce el Δt en el análisis, se consiguen mejores resultados que para el modelo no pasivo. Para esta ocasión se consideró el caso con $\Delta t=4.069 \times 10^{-6}$ de la tabla 4.3 (última fila), que fue el que presentó el error más grande en la fase B ($\text{error}_{\text{Abs_Máx}}=1.0913$). Empleando el modelo pasivo el error absoluto máximo en la fase B fue de 0.1498 a los 13.8 ms, como se muestra en la figura 5.5. Se nota claramente una gran mejoría en los resultados en comparación con el modelo no pasivo de la figura 4.11.

Es claro que se logró mejorar el resultado con el modelo pasivo, sin embargo este procedimiento para forzar la pasividad consumió un tiempo de cómputo excesivo. Esto debido a que los cálculos se hicieron usando la rutina de Matlab 'quadprog' para resolver el problema de optimización cuadrático (5.26).

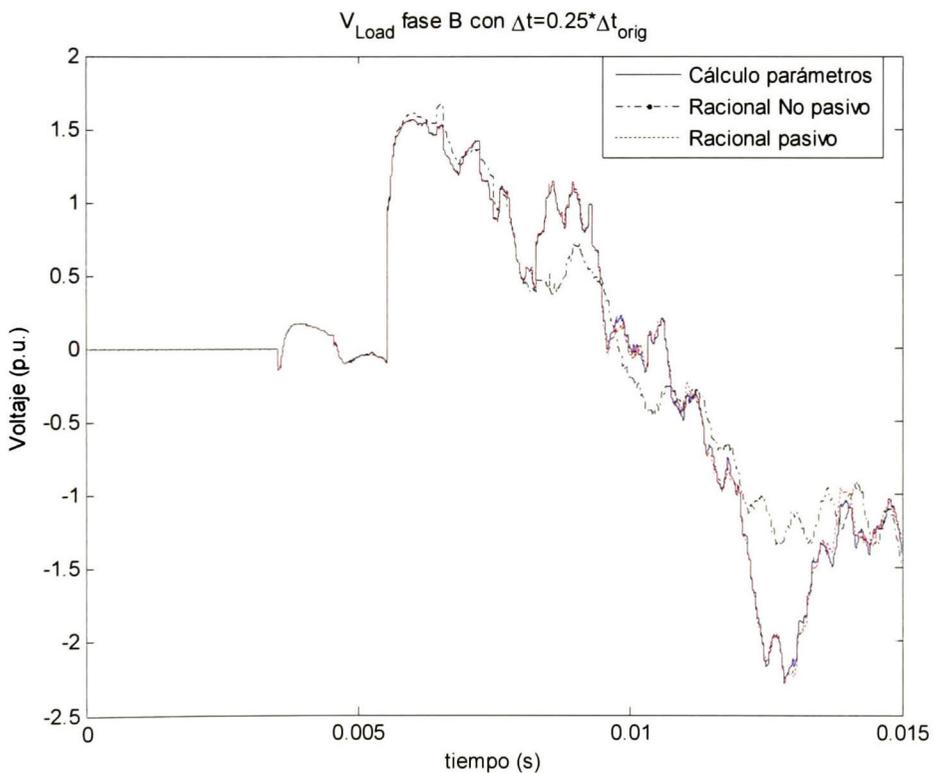


Figura 5.5. Voltaje fase B con el modelo pasivo y con $\Delta t=4.069 \times 10^{-6}$

La rutina *quadprog* no esta diseñada para tomar ventaja de la dispersidad de $M^T M$ en (5.29) y por lo tanto requiere de mucho tiempo para sistemas con muchos puertos. La matriz $M^T M$ es diagonal a bloques y la dimensión de cada bloque es igual al orden de la aproximación mas 1 (por el termino d), para este caso $M^T M$ es de dimensión 1803x1803, es decir que también existe esa misma cantidad de variables en el vector Δx .

El problema relacionado con el enorme tiempo de cómputo requerido se puede solucionar empleando un programa que maneje las matrices dispersas. Por consiguiente se emplearon dos rutinas extras para solucionar el problema (5.26). La primera *cplex* de Tomlab's compatible con Matlab y diseñada para problemas dispersos de gran escala y de distribución comercial, disponible en [26]. Y la segunda *qpas*, una rutina escrita en C que se puede llamar desde Matlab, de distribución gratuita y disponible en [25].

En la tabla 5.1 se muestran los tiempos de cómputo obtenidos al someter el modelo original al procedimiento para lograr su pasividad empleando las tres diferentes rutinas de programación cuadrática, así mismo el tiempo que se demoró en la simulación del transitorio con los modelos pasivos.

Tabla 5.1. Tiempos de cómputo para alcanzar la pasividad.

| Rutina | Iteraciones totales | TIEMPOS DE CÓMPUTO (s) | | | |
|-----------------|---------------------|------------------------|--------------|--------------|-------------|
| | | Formación de (5.22) | Optimización | Total | Transitorio |
| <i>quadprog</i> | 35 | 1115.7 | 18480.3 | 19596 | 9.242 |
| <i>Cplex</i> | 41 | 1326.8 | 580.2 | 1907 | 9.532 |
| <i>QPC-qpas</i> | 43 | 1381.2 | 262.8 | 1644 | 9.422 |

De la tabla anterior se observa claramente la ventaja de utilizar los métodos que manejan la dispersidad de las matrices, reduciéndose el tiempo de cómputo más de 10 veces en comparación con *quadprog*. Así mismo, se destaca en la tabla el elevado tiempo de cómputo necesario para realizar las operaciones descritas en la sección 5.3 con el fin de establecer la ecuación (5.26).

En la tabla 5.2 se registran los errores que existen entre el modelo pasivo y el modelo original (no pasivo) obtenido con Vector Fitting, observándose que el modelo no sufrió grandes modificaciones, tal como se estableció en (5.27).

Se realizó la simulación del transitorio utilizando el modelo pasivo y se comparó con el transitorio que resulta empleando los parámetros de todas las líneas de la

red de la figura 4.6 calculados en forma detallada. El error existente se muestra también en la tabla 5.2.

Tabla 5.2. Errores máximos del modelo pasivo.

| MODELO | ERRORES EN EL MODELO | | ERRORES EN EL TRANSITORIO | | |
|-----------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|--------|------|
| | Absoluto | rms | Absoluto | rms | fase |
| No pasivo | | | 1.0913 | 0.2685 | B |
| <i>quadprog</i> | 2.1593×10^{-4} | 1.3646×10^{-5} | 0.1644 | 0.0404 | A |
| <i>cplex</i> | 2.3170×10^{-4} | 1.4145×10^{-5} | 0.1634 | 0.0377 | A |
| <i>QPC-qpas</i> | 2.1595×10^{-4} | 1.3699×10^{-5} | 0.1644 | 0.0404 | A |

En las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 se comparan los voltajes de las fases A, B y C respectivamente, de los modelos pasivos obtenidos con los diferentes programas de optimización, con respecto al voltaje conseguido con el modelo detallado de los parámetros de las líneas de la red. En la figura 5.9 se grafica el elemento (2,2) de la matriz Y , tanto del modelo original como del modelo pasivo, y se grafica también el error absoluto entre ambos.

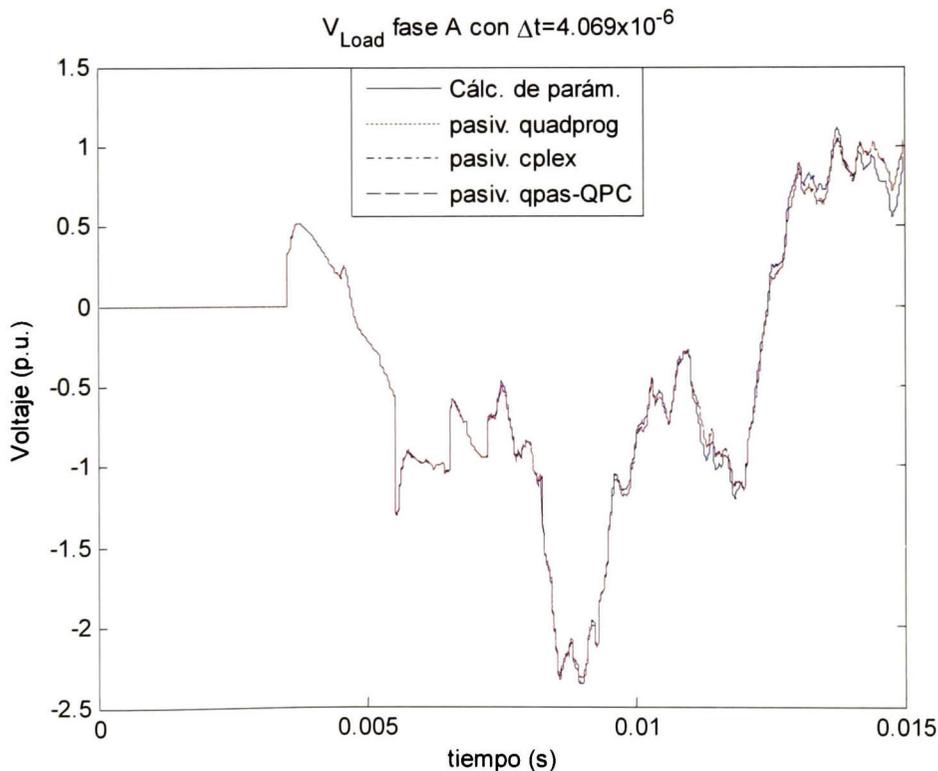


Figura 5.6. Voltaje fase A con el modelo pasivo.

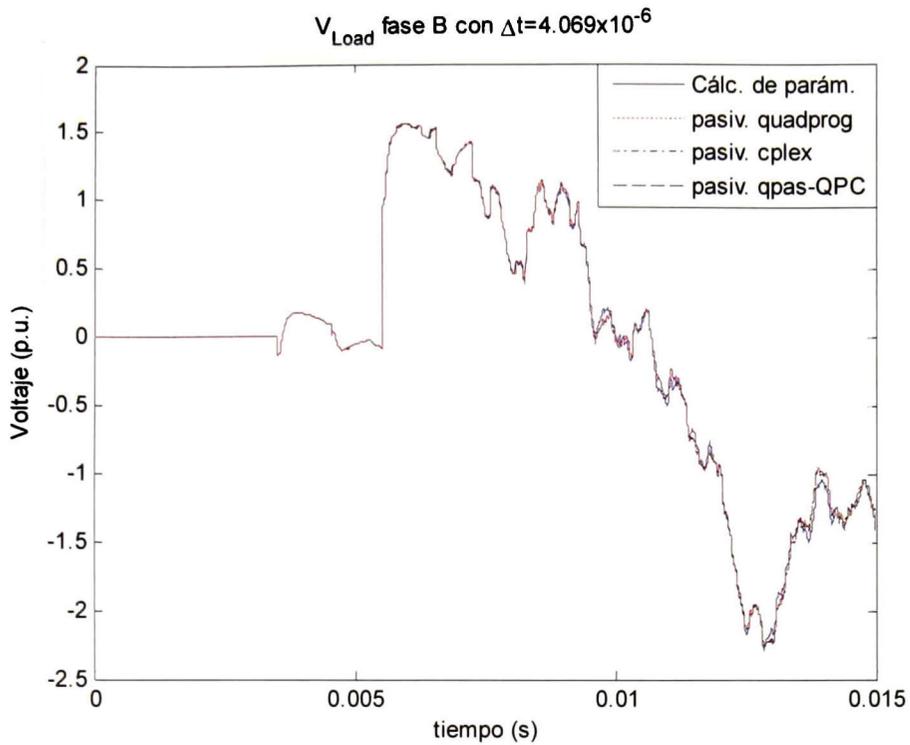


Figura 5.7. Voltaje fase B con el modelo pasivo.

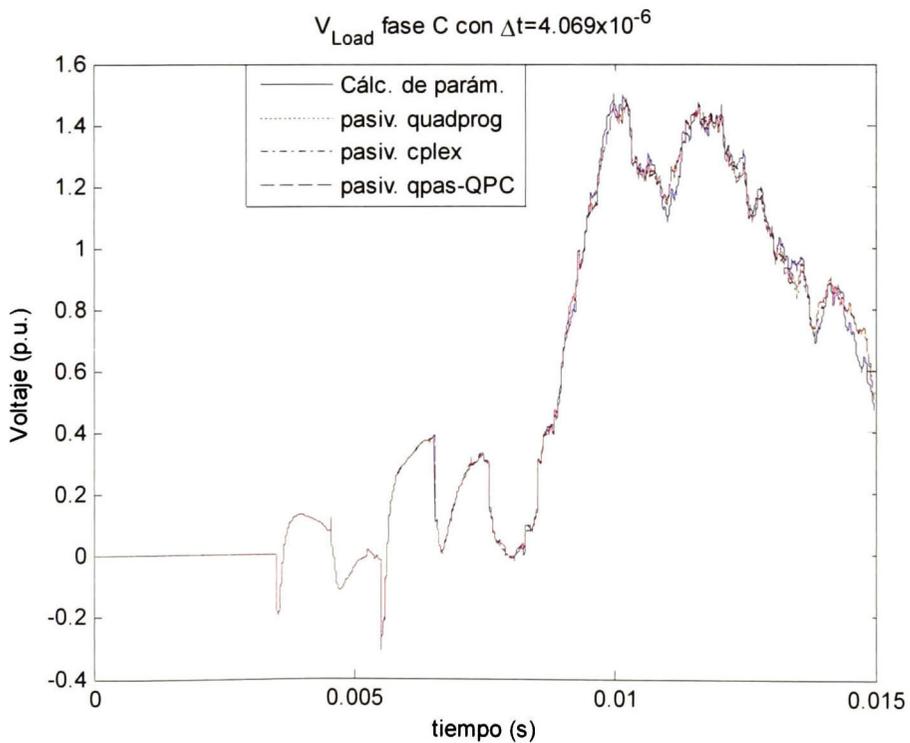


Figura 5.8. Voltaje fase C con el modelo pasivo.

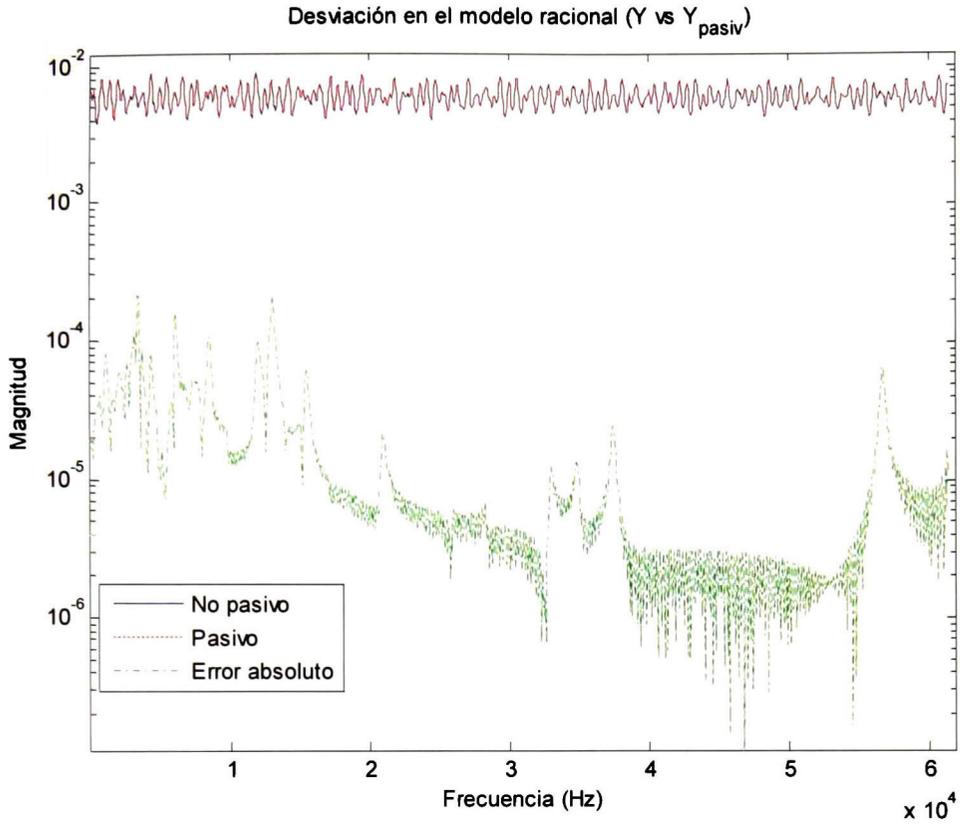


Figura 5.9. Elemento (2,2) del modelo pasivo vs modelo no pasivo, qpas.

CAPÍTULO VI.- CONCLUSIONES

6.1. Conclusiones.

En esta tesis se describió el uso de redes equivalentes sintetizadas en términos de funciones racionales para la simulación de transitorios electromagnéticos en el dominio de la frecuencia, con el objetivo de reducir tiempos de análisis en redes de gran tamaño.

Se mostró que un modelo equivalente de una red obtenido con determinados parámetros de simulación (T , Δt , N_s) puede utilizarse con parámetros diferentes.

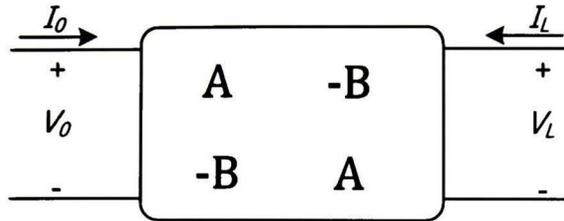
Los elementos de la red que se encuentren en la zona de estudio se deberán modelar a detalle, mientras que las redes lejanas o de poco interés se podrán aproximar por equivalentes. Para esto será necesario realizar la síntesis de estos equivalentes con un buen orden de precisión para todo el rango de frecuencias.

En base a los resultados de los casos de estudio se puede establecer algunas conclusiones:

- El orden de aproximación para una línea de transmisión aumenta conforme la línea es de mayor longitud o de acuerdo a la complejidad de la red.
- Se observa una disminución en el tiempo de simulación empleando las admitancias equivalentes sintetizadas en comparación con el cálculo de los parámetros exactos, y se hace más notoria la diferencia cuando se trata de redes de gran tamaño.
- Si se amplía el tiempo de análisis del transitorio, se logra obtener un error más pequeño, si embargo al disminuir el paso de tiempo el error se incrementa considerablemente, y en ambos casos el tiempo de cómputo es menor para caso de redes equivalentes aproximadas racionalmente.

APÉNDICE A.-

MODELO DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN.



$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}_0 \cot h(\Psi L) \quad (\text{A. 1})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{Y}_0 \operatorname{cosec} h(\Psi L) \quad (\text{A. 2})$$

Donde \mathbf{Y}_0 es la admitancia característica dada por:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}^{-1} \Psi \quad (\text{A. 3})$$

$$\Psi = \mathbf{M} \Gamma \mathbf{M}^{-1} \quad (\text{A. 4})$$

$$\Gamma = \sqrt{\lambda} \quad (\text{A. 5})$$

\mathbf{M} y λ son la matriz de vectores característicos y matriz de valores característicos respectivamente, de la matriz $\mathbf{Z}^* \mathbf{Y}$, la cual se obtiene de combinar las dos ecuaciones del telegrafista expresadas en forma de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$-\frac{d\mathbf{V}}{dz} = \mathbf{Z} \mathbf{I} \quad , \quad -\frac{d\mathbf{I}}{dz} = \mathbf{Y} \mathbf{V} \quad (\text{A. 6})$$

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{dz^2} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \mathbf{V} \quad (\text{A. 7})$$

Donde:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_G + \mathbf{Z}_T \quad y \quad \mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega \mathbf{C}$$

\mathbf{Z}_c – Matriz diagonal de impedancias internas

\mathbf{Z}_G – Matriz de impedancia geométrica

Z_T – Matriz de impedancia de retorno por tierra.

$G = (\sigma/\varepsilon)C$ Matriz de conductancias.

C – Matriz de capacitancias.

APÉNDICE B.-

TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

➤ **Transformada Inversa de Laplace.**

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{st} F(s) ds \quad (B.1)$$

Donde: $s = c + j\omega$

$$ds = j d\omega$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} F(s) e^{ct} e^{j\omega t} j d\omega = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(s) e^{j\omega t} d\omega$$

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{\pi} \int_0^{+\infty} F(s) e^{j\omega t} d\omega \quad (B.2)$$

Si aplicamos un muestreo impar en la frecuencia tenemos las siguientes relaciones:

$$t = n \Delta t, \quad \Delta t = \frac{T}{N}, \quad \text{para: } n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (B.3)$$

$$\omega = (2k + 1)\Delta\omega, \quad \Delta\omega = \frac{\Omega}{2N} = \frac{\pi}{T}, \quad \text{para: } k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (B.4)$$

Donde T es el tiempo de observación, N es el número de muestras, Δt el paso de tiempo, Ω la frecuencia máxima y $\Delta\omega$ el paso en frecuencia.

Aplicando la regla de integración rectangular y reemplazando las relaciones anteriores en (B.2), tenemos:

$$f_n(t) = \text{Re} \left\{ \frac{e^{c \cdot n \cdot \Delta t}}{\pi} \sum_{k=0}^{N-1} F_{2k+1} \sigma_{2k+1} e^{j(2k+1) \frac{\pi n T}{N} 2\Delta\omega} \right\}$$

$$f_n(t) = \text{Re} \left\{ \frac{2\Delta\omega \cdot e^{c \cdot n \cdot \Delta t}}{\pi} \sum_{k=0}^{N-1} F_{2k+1} \sigma_{2k+1} e^{j2k\pi n/N} e^{j\pi n/N} \right\}$$

$$f_n(t) = \text{Re} \left\{ C_n \sum_{k=0}^{N-1} F_{2k+1} \sigma_{2k+1} e^{j2k\pi n/N} \right\} \quad (B.5)$$

Donde: $C_n = \frac{2Ne^{cn \cdot \Delta t} e^{j\pi n/N \Delta \omega}}{\pi}$, y N proviene del algoritmo de la ifft de Matlab.

Para determinar el valor del parámetro c de la variable s , se han propuesto a través del tiempo diversas fórmulas empíricas, la que se emplea en este trabajo es

$$c = \ln(N_s^2)/T \quad (B.6)$$

En un estudio de transitorios generalmente se puede establecer el tiempo de observación T a nuestro gusto, y por ende $\Delta \omega$ queda definida mediante (B.4). Podemos elegir entre definir la frecuencia máxima Ω o el número de muestras N Δt lo obtenemos mediante (B.3). [13]

➤ Transformada Directa de Laplace.

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-ct} e^{-j\omega t} dt \quad (B.7)$$

Aplicando la regla rectangular de integración:

$$F(s) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-cn \cdot \Delta t} e^{-j\omega n \Delta t} \Delta t \quad (B.8)$$

Si muestreamos las frecuencias impares, y reemplazamos las relaciones (B.3) y (B.4) en (B.8), tenemos:

$$F_{2k+1} = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{cnT}{N}} e^{-j(2k+1)\frac{\pi}{T} n \frac{T}{N}}$$

$$F_{2k+1} = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{j2k\pi n}{N}} e^{-\frac{cnT}{N}} e^{-\frac{j\pi n}{N}}$$

$$F_{2k+1} = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-j2k\pi n/N} e^{-(c\Delta t + \frac{j\pi}{N})n} \quad (B.9)$$

La cual permite emplear el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT)

APÉNDICE C.-

PARÁMETROS DE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.

Tabla C.1. Parámetros de las líneas de transmisión.

| Longitud (km) | Altura (m) | | | Horizontal (m) | | | Conductores por fase | Separación (cm) |
|---------------|------------|------|------|----------------|---|----|----------------------|-----------------|
| | A | B | C | A | B | C | | |
| 58 | 22.5 | 26.1 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 72 | 22.5 | 26.1 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 85 | 30 | 30 | 30 | -7 | 0 | 7 | 2 | 45 |
| 93 | 22.5 | 26.1 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 100 | 30 | 30 | 30 | -7 | 0 | 7 | 2 | 45 |
| 107 | 22.5 | 22.5 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 110 | 22.5 | 26.1 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 115 | 30 | 30 | 30 | -7 | 0 | 7 | 2 | 45 |
| 123 | 30 | 30 | 30 | -7 | 0 | 7 | 2 | 45 |
| 129 | 22.5 | 22.5 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 138 | 37.6 | 29.8 | 22.0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 40 |
| 147 | 30 | 30 | 30 | -7 | 0 | 7 | 2 | 45 |
| 154 | 22.5 | 22.5 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |
| 177 | 37.6 | 29.8 | 22.0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 40 |
| 200 | 30 | 30 | 30 | -10 | 0 | 10 | 2 | 45 |
| 300,400,500 | 22.5 | 22.5 | 22.5 | -10 | 0 | 10 | 2 | 40 |

REFERENCIAS:

- [1]** B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, pp. 1052-1061, July 1999.
- [2]** B. Gustavsen, "Improving the poles relocating properties of vector fitting," IEEE Trans. On Power Delivery, vol. 21, No. 3, July 2006.
- [3]** B. Gustavsen and A. Semlyen, "Simulation of transmission line transients using Vector Fitting and modal decomposition", IEEE Trans. On Power Delivery, vol.3, No. 2, April 1998.
- [4]** The Vector Fitting website. [Online] Available:
<http://www.energy.sintef.no/Produkt/VECTFIT/index.asp>
- [5]** Babak Porkar, Mehdi Vakilian, Rene Feuillet, "Multi-Port Frequency-Dependent Network Equivalent for Electromagnetic Transient Studies", IEEE, 2005
- [6]** A.S. Morched, V. Brandwajn, "Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transients Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 9, September 1983
- [7]** J. H. Hong and J. K. Park, "A time-domain approach to transmission network equivalents via prony analysis of power system transients", IEEE Trans. on Power System, Vol. 10, No. 4, pp. 1789-1797, November 1995.
- [8]** W. C. Boaventura, A. Semlyen, M. R. Iravani, A. Lopes, "Sparse Network Equivalent Based on Time-Domain Fitting", IEEE Transactions on power delivery, vol. 17, No. 1, pp. 182-189, January 2002.
- [9]** H. Singh, A. Abur, "Multi-Port Equivalentencing of External Systems for Simulation of Switching Transients", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 1, pp. 374-382, January 1995.
- [10]** V. Q. Do and M. M. Gavrilovic, "A Synthesis Method for One-Port and Multi-Port Equivalent Network for Analysis of Power System Transients", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRD-1, No. 2, pp. 103-113, April 1986.

- [11]** A. S. Morched, J. H. Ottevangers and L. Marti, "Multi Port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 3, pp. 402-412, July 1993.
- [12]** N. D. Tleis, "Power systems modeling and fault analysis. Theory and Practice", Newnes, 2008
- [13]** P. Moreno, A. Ramirez, "Implementation of the Numerical Laplace Transform: a Review", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 23, No. 4, October 2008
- [14]** J. C. Das, "Power System Analysis: Short circuit, Load flow and Harmonics", Taylor & Francis Ltd, 2002
- [15]** C. Desoer, E. S. Kuh, "Basic Circuit Theory", McGraw-Hill, 1969.
- [16]** B. Porkar, M. Vakilian, S. M. Shahrtash and M. R. Iravani, "Passivity Enforcement Via Residues Perturbation For Admittance Representation of Power System Components", Iranian Journal of Science & Technology, Trans. B, Engineering, Vol. 31, No. B3, pp. 273-288, 2007.
- [17]** R. A. Rohrer, "Lumped Network Passivity Criteria", IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-15, No. 1, pp. 24-30, March 1968.
- [18]** B. Gustavsen, A. Semlyen, "Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16, No. 1, February 2001.
- [19]** A. Semlyen, B. Gustavsen, "A Half-Size Singularity Test Matrix for Fast and Reliable Passivity Assessment of Rational Models", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 24, No. 1, pp. 345-351, January 2009.
- [20]** B. Gustavsen, "Computer Code for Passivity Enforcement of Rational Macromodels by Residue Perturbation", IEEE Trans. on Advanced Packaging, Vol. 30, No. 2, May 2007.
- [21]** S. Grivet-Tolacia, "Passivity Enforcement via Perturbation of Hamiltonian Matrices", IEEE Trans. on Circuit and Systems, Vol. 51, No. 9, pp. 1755-1769, September 2004.
- [22]** B. Gustavsen, "Relaxed vector Fitting Algorithm for Rational Approximation of Frequency Domain Responses", IEEE, pp. 97-100, 2006.
- [23]** D. Deschrijver, M. Mrozowski, T. Dhaene, and D. De Zutter, "Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 18, No. 6, pp. 383-385, June 2008.

- [24]** B. Gustavsen, "Fast Passivity Enforcement for Pole-Residue Models by Perturbation of Residue Matrix Eigenvalues", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 23, No. 4, pp. 2278-2285, October 2008.
- [25]** Quadratic Program in C (QPC), Newcastle, AU. Website: <http://sigpromu.org/quadprog/>
- [26]** Optimization Toolbox. Tomlab Optimization Inc., San Diego, CA. Website: <http://tomopt.com/>
- [27]** D. Saraswat, R. Achar and M. Nakhla, "A Fast Algorithm and Practical Considerations for Passive Macromodeling of Measured/Simulated Data", IEEE Trans. on Advanced Packaging, Vol. 27, No.1, pp. 57-70, February 2004.
- [28]** The ATP website. [Online] Available: <http://www.emtp.org/>



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.
UNIDAD GUADALAJARA**

"2011, Año del Turismo en México"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Estudios de Redes Equivalentes para el Análisis de Transitorios
Electromagnéticos

del (la) C.

Ramiro de Jesus VALDEZ MORALES

el día 23 de Septiembre de 2011.

Dr. Pablo Moreno Villalobos
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Luis Alejandro Naredo
Villagrán
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Amner Israel Ramírez Vázquez
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara



CINVESTAV - IPN
Biblioteca Central



SSIT0010411