

BC-670
Dec-2012

xx (182700.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Guadalajara

**Análisis de Transitorios
Electromagnéticos en Cables
Subterráneos empleando la Transformada
Numérica de Laplace**

Tesis que presenta:
Cipriano Villanueva Pardo

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis
Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, Agosto de 2011.



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

CLASS:	BC-670
ADDRES:	30 Fall 2012
FROM:	30 Fall 2012
PROCES:	Over 2012
	\$

FD 181229-1001

**Análisis de Transitorios
Electromagnéticos en Cables
Subterráneos empleando la Transformada
Numérica de Laplace**

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Cipriano Villanueva Pardo
Ingeniero Mecánico Electricista
Universidad Veracruzana 2004-2009

Becario de conacyt, expediente no. 234701

Director de Tesis
Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto de 2011.

Agradecimientos

A mi madre María del Pilar Teresa de Jesús Pardo Ruiz por haberme dado la vida y guiarme en cada paso que doy. Por tu cariño y confianza que me estimulan para salir adelante, gracias.

A mi tía María de Jesús Pardo de Rodríguez, porque sin el apoyo y cariño que me has brindado todos estos años, este momento no sería posible.

A mis hermanas María del Pilar y María Teresa, por el cariño, confianza, amistad y apoyo que me han dado siempre.

En memoria a mi Abuelita María Ruiz Bello viuda de Pardo

Al Dr. Pablo Moreno Villalobos por la paciencia, el tiempo dedicado y compartir sus conocimientos para la dirección de esta tesis.

Agradezco de igual forma a los profesores del área de sistemas de potencia del CINVESTAV Guadalajara por su participación en mi formación durante los estudios de maestría.

Agradezco a mis compañeros y amigos del CINVESTAV por su apoyo y consejos en la realización de éste trabajo.

Agradezco al CONACYT por la beca brindada durante los estudios de maestría, así como también agradezco al CINVESTAV la oportunidad de realizar tales estudios en este centro de investigación.

Resumen

En esta tesis se desarrollan modelos para el análisis de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas subterráneas empleando la transformada numérica de Laplace.

El tipo de cable considerado en este trabajo está formado por el núcleo o conductor central, una funda metálica y un armazón metálico. Para el cálculo de los parámetros eléctricos se emplean y evalúan dos conjuntos de fórmulas, las propuestas por Schelkunoff [1] y las propuestas por Wedepohl-Wilcox [2], estas últimas son una aproximación de las formulas propuestas por Schelkunoff.

Se describe el procedimiento para llevar a cabo la incorporación de interruptores eléctricos en la red y se analizan los transitorios electromagnéticos creados por cierres y aperturas. Para validar los resultados se realizan comparaciones con el software comercial PSCAD/EMTDC

Para incluir elementos no lineales en el análisis de transitorios se presentan dos metodologías. La primera se basa en aproximar la característica del elemento no lineal en una serie de segmentos lineales, esto reduce el procedimiento a operaciones secuenciales de interruptores. La segunda propone separar la red en una parte lineal y otra no lineal, para resolver el problema de una manera recursiva

Se presenta una metodología para modelar transposiciones en las fundas de los cables subterráneos. Esta metodología utiliza un modelo de dos puertos ABCD y matrices de transposición.

Finalmente, con los modelos y procedimientos desarrollados se realizan estudios de transitorios originados por fallas en las fundas. Los resultados se comparan con los que se obtienen de simulaciones realizadas empleando el programa comercial PSCAD/EMTDC.

Abstract

In this thesis models for electromagnetic transients analysis in underground electric networks employing the Numerical Laplace Transform are developed.

The kind of cables considered in this work consists of nucleus or central conductor, metallic sheath and metallic armor. For the electrical parameter calculation two sets of formulas are used and assessed, the proposed by Schelkunoff [1] and the proposed by Wedepohl-Wilcox [2], the latter are an approximation of the formulas proposed by Schelkunoff.

The procedure for incorporating electric switches in the network is described and electromagnetic transients created by closings and openings are analyzed. To validate the results comparisons with the commercial software PSCAD/EMTDC are carried out.

To include non-linear elements in transient analysis two methodologies are presented. The first one is based on representing the non-linear characteristic of the element by means of several linear segments; this reduces the problem to a switches operation sequence. The second one consists in separating the network in the linear part and the non-linear one; afterwards, the problem is solved in a recursive way.

A methodology for modeling cable sheaths or armor transpositions is presented. This methodology utilizes the ABCD two ports model of the transmission line and transposition matrices.

Finally, with the developed models and procedures transient studies due to sheath faults are performed. The results are compared with those from the commercial program PSCAD/EMTDC.

Índice General

Agradecimientos.....	i
Resumen	ii
Abstract.....	iii
Índice General.....	iv
Indicé de Figuras	vii
Índice de Tablas.....	ix

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.1 Justificación de la Tesis.....	1
1.2 Objetivos de la Tesis	1

CAPITULO II

TRANSFORMADA NUMERICA DE LAPLACE

2.1 Introducción.....	2
2.2 Transformada de Laplace	2
2.3 Errores en la Transformada Numérica de Laplace	3
2.4 Implementación de la Transformada Numérica Inversa de Laplace	4
2.4.1 Muestreo Regular	4
2.4.1 Muestreo Impar	5
2.5 Implementación de la Transformada Numérica Directa de Laplace	6
2.5.1 Muestreo Regular	6
2.5.2 Muestreo Impar	6
2.6 Implementación de la Transformada Numérica de Laplace Piezolineal	7
2.7 Comparación Entre Métodos	9

CAPITULO III

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN SUBTERRÁNEAS

3.1 Introducción.....	11
3.2 Calculo de Parámetros Eléctricos de Cables Subterráneos	11
3.2.1 Matriz de Impedancia en Serie.....	12
3.2.2 Matriz de Admitancia Transversal	15
3.2.3 Cables Coaxiales en Paralelo	16
3.2.4 Impedancia de Retorno por Tierra	18
3.3 Cálculo Aproximado de Parámetros.....	18
3.4 Análisis de Transitorios en Cables Subterráneos	20

CAPITULO IV

MANIOBRAS DE INTERRUPTORES EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

4.1 Introducción.....	24
4.2 Cierre de Interruptores.....	24
4.3 Apertura de Interruptores	24
4.4 Incorporación de Interruptores en una Red	25
4.6 Apertura y Cierre de Interruptores en una Línea de Trasmisión Trifásica.....	27

CAPITULO V

CARGAS NO LINEALES

5.1 Introducción.....	33
5.2 Modelo Piezo-Lineal de Elementos no Lineales.	33
5.2.1 Ejemplo de Aplicación	38
5.2.2 Ejemplo de Aplicación	40
5.3 Cargas no lineales representadas por medio de un polinomio.....	42
5.3.1 Ejemplo de Aplicación	44
5.4 Comparación entre métodos	46

CAPITULO VI

ANALISIS DE TRANSITORIOS EN SISTEMAS DE CABLES SUBTERRANEOS CON FUNDAS TRANSPUESTAS

6.1 Introducción.....	49
6.1 Transposición de Fundas en Cables Subterráneos.....	49
6.2 Fallas a Tierra en las Fundas de los Cables Subterráneos	53

CAPITULO VII

CONCLUSIONES

7.1 Comentarios Finales	56
7.2 Trabajos Futuros	57
Referencias	58

Indicé de Figuras

Figura 2. 1 Segmento lineal de f	7
Figura 2. 2 Error en la transformada numérica inversa de Laplace.....	10
Figura 2. 3 Error en la transformada numérica directa de Laplace	10
Figura 3. 1 Sección transversal de un conductor cilíndrico.....	12
Figura 3. 2 Capa aislante entre dos conductores huecos	13
Figura 3. 3 Estructura de un conductor coaxial (tomado de [22]).....	13
Figura 3. 4 Línea de transmisión trifásica usando cables coaxiales (tomada de [22])	16
Figura 3. 5 Línea de transmisión subterránea.....	20
Figura 3. 6 Parámetros de la línea	20
Figura 3. 7 Modelo de dos puertos	21
Figura 3. 8 Forma de onda del voltaje al final de la línea en la fase a	21
Figura 3. 9 Forma de onda del voltaje en la funda al final de la línea en la fase a.....	22
Figura 3.10 Comparación en el cálculo de la impedancia del retorno por tierra.....	23
Figura 4. 1 Maniobra de cierre de interruptor	24
Figura 4. 2 Maniobra de apertura de interruptor	25
Figura 4. 3 Equivalente de Norton para cierre de interruptores	25
Figura 4. 4 Equivalente de Norton para apertura de interruptores	26
Figura 4. 5 Diagrama de conexión	27
Figura 4. 6 Parámetros de la línea	27
Figura 4. 7 Modelo de la línea de transmisión	28
Figura 4. 8 Modelo de la línea de transmisión en forma nodal	28
Figura 4. 9 Voltaje en el núcleo al final de la línea en la fase b.....	30
Figura 4. 10 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase b	30
Figura 4. 11 Voltaje en el núcleo al final de la línea en la fase c	32
Figura 4. 12 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase c.....	32
Figura 5. 1 Aproximación piezolineal de una resistencia no lineal.....	34
Figura 5. 2 Equivalente de Thevenin a) Zona 1 b) Zona n.....	34
Figura 5. 3 Representación de una resistencia no lineal.....	35
Figura 5. 4 a) Conexión en paralelo de las resistencias $R1$ y $Rx2$	35
Figura 5. 5 a) Conexión en paralelo de las resistencias $R1$, $Rx2$ y $Rx3$	36
Figura 5. 6 red no lineal.....	36

Figura 5. 7 Forma de onda de $f(t)$	37
Figura 5. 8 Voltaje resultante a la primera maniobra de interruptor	37
Figura 5. 9 Voltaje resultante a la segunda maniobra de interruptor.....	38
Figura 5. 10 Circuito RLC.....	38
Figura 5. 11 Equivalente nodal.....	39
Figura 5. 12 Voltaje al final de la línea	39
Figura 5. 13 Diagrama de conexión.....	40
Figura 5. 14 Forma de onda del voltaje al final de la línea en la fase b	41
Figura 5. 15 Voltaje al final de la línea en la Funda de la fase b.....	41
Figura 5. 16 Representación completa de la red.....	42
Figura 5. 20 Comparación del voltaje al final de la línea entre diferentes métodos	47
Figura 5. 21 Voltaje al final de la línea para un valor de $L_0 = 0.2H$	48
Figura 6. 1 Transposición de fundas.....	49
Figura 6. 2 Modelo ABCD	50
Figura 6. 3 Circuito equivalente de la red mostrada en la figura 6.2.....	51
Figura 6. 4 Voltaje en el núcleo al final de la línea de la fase a	52
Figura 6. 5 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase a.....	52
Figura 6. 7 Modelo ABCD con fallas en las fundas.....	53
Figura 6. 8 Modelo ABCD simplificado	53
Figura 6. 9 Voltaje en el núcleo del nodo 2 en la fase a.....	55
Figura 6. 10 Voltaje en la funda del nodo dos en la fase a	55

Índice de Tablas

Tabla 5. 1 Características V-I del pararrayos	39
Tabla 5. 2 Características V-I del pararrayos	40
Tabla 5. 3 Valores perturbación-muestras	46
Tabla 5. 4 Valores perturbación-inductancia.....	47

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Justificación de la Tesis

El análisis de transitorios electromagnéticos en los sistemas de energía eléctrica es de gran importancia para el diseño adecuado de los elementos que la conforman, tales como líneas aéreas, cables subterráneos, protecciones, interruptores, etc. A medida que el análisis de transitorios es más exacto es posible diseñar sistemas de energía menos costosos y más confiables.

Un aspecto importante en el diseño de los elementos de sistemas de potencia y que se relaciona directamente con el análisis de transitorios electromagnéticos, es el diseño de aislamientos.

Sin duda alguna el análisis transitorio en cables subterráneos es de gran importancia debido a la gran cantidad de aislantes que lo conforman, así como también los sistemas de protección y control que conforman una red subterránea.

A pesar de que los costos de una línea de transmisión aérea es mucho menor que el de una línea subterránea, existen muchas causas que justifican el uso de estas últimas. Algunas razones pueden ser por seguridad al pasar por una zona habitacional, ambiental o simplemente por estética. También existen situaciones en las cuales solo es posible conectar dos regiones por este medio como es el caso de islas o penínsulas; de aquí que se justifique el hecho de su estudio.

1.2 Objetivos de la Tesis

Esta tesis tiene los siguientes objetivos:

- a) Desarrollo de procedimientos y modelos para el análisis de transitorios electromagnéticos en sistemas subterráneos de transmisión de energía eléctrica, utilizando la transformada numérica de Laplace e incorporando interruptores y cargas no lineales.
- b) Realizar estudios de transitorios electromagnéticos originados por fallas a tierra en las fundas de los cables subterráneos.

CAPITULO II

TRANSFORMADA NUMERICA DE LAPLACE

2.1 Introducción

Cuando se trabaja en el análisis y resolución de circuitos eléctricos con frecuencia nos encontramos con ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo. Una manera de tratar con ellas es el uso de la transformada de Laplace, la cual convierte a dichas ecuaciones en ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia.

A menudo, cuando se desea aplicar la transformada de Laplace nos encontramos con ecuaciones que son muy complejas y difíciles de transformar de forma analítica al dominio del tiempo por lo cual es preferente trabajar con una aproximación numérica que facilite y agilice la transformación.

En este capítulo se expondrá la formulación para el cálculo de la transformada numérica de Laplace con una forma de muestreo impar y regular, así como la transformada numérica de Laplace piezolineal.

2.2 Transformada de Laplace

Sea $f(t)$ una forma de onda en el tiempo y $F(s)$ su imagen en el dominio de la frecuencia. Estas dos funciones se pueden relacionar por medio de la transformada directa de Laplace

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (2.1a)$$

y la transformada inversa [3]

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (2.1b)$$

donde $s = c + j\omega$ es la frecuencia compleja. La variable ω corresponde a la frecuencia angular y c es una constante real positiva. Las ecuaciones (2.1a) y (2.1b) pueden ser expresadas como:

$$F(s) = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-ct}] e^{-j\omega t} dt \quad (2.1c)$$

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.1d)$$

Nótese que las ecuaciones (2.1c) y (2.1d) cuando $c = 0$ corresponden a la transformada de Fourier:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.2a)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.2b)$$

Comparando la ecuación (2.1c) y (2.2a) se muestra que la transformada de Laplace puede ser obtenida aplicando la integral de Fourier a $f(t)e^{-ct}$, que es una versión amortiguada de $f(t)$.

Esta señal amortiguada $f(t)e^{-ct}$ es la que hace posible tratar con componentes de corriente directa cuando se usa la transformada de Fourier en lugar de la transformada de Laplace. [4-7]

Ahora si $f(t)$ es una función real y causal, la transformada inversa de Laplace puede ser escrita como:

$$f(t) = Re \left\{ \frac{e^{ct}}{\pi} \int_0^{\infty} F(s) e^{j\omega t} d\omega \right\} \quad (2.3)$$

2.3 Errores en la Transformada Numérica de Laplace

La evaluación numérica de la transformada inversa de Laplace introduce dos tipos de errores: los debidos al truncamiento de la región de integración y los debidos a la discretización de la variable continua ω [8].

El error de truncamiento se puede reducir introduciendo una función ventana $\sigma(\omega)$, tales como la de Lanczos, Hanning y Blackman, dando todas muy buenos resultados. Para este trabajo se decidió trabajar con la ventana de Hanning debido a que mantiene un nivel muy bajo de error durante todo el tiempo de observación. [9]

El error de discretización se minimiza multiplicando la señal $f(t)$ por el factor de amortiguamiento e^{-ct} [9] para lo cual se debe escoger un valor apropiado de c . Las fórmulas conocidas para determinar este factor se basan en pruebas empíricas, las dos más usadas son, la propuesta por D.J. Wilcox [10]

$$c = 2\Delta\omega$$

y la propuesta por L.M. Wedepohl [11]

$$c = \ln(N^2) / T$$

Esta última es la que se utiliza en esta tesis pues con ella se obtienen los mejores resultados en el caso de estudios en sistema de potencia [9].

2.4 Implementación de la Transformada Numérica Inversa de Laplace

2.4.1 Muestreo Regular

Para resolver numéricamente la integral (2.1d) es necesario primero muestrear la función $F(s)$ y discretizar a $f(t)$ y en segundo término truncar el rango de integración en los límites $\pm\Omega$.

La formulación numérica que se muestra en esta sección emplea muestreo en la frecuencia $\Delta\omega$, y discretización en el tiempo de Δt , de tal manera que se puede definir:

$$f_n \equiv f(n\Delta t) \text{ para } n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.4a)$$

$$F_k \equiv \begin{cases} F(c + jk\Delta\omega) \text{ para } k = 0, 1, \dots, N/2 \\ F[c + j(k - N)\Delta\omega] \text{ para } k = N/2 + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (2.4b)$$

Nótese que en la ecuación (2.4b) las muestras del lado izquierdo del eje imaginario se conjugan y se pasan al lado derecho. Para este caso se tiene que Δt se define como:

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (2.5a)$$

Siendo T el tiempo de observación y corresponde al periodo de la función periódica que resulta del muestreo en la frecuencia, esto es

$$T = P_o = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad (2.5b)$$

por lo tanto:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\Omega}{N} \quad (2.5c)$$

Usando el esquema de muestreo de la formula (2.4) e incluyendo una función ventana para minimizar el error de truncamiento, la ecuación (2.1d) puede ser aproximada numéricamente como:

$$f_n = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \sigma_k e^{2\pi jkn/N} \right\} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.6)$$

La parte encerrada en llaves en la ecuación (2.6) permite usar el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) [8] la cual calcula de manera muy eficiente f_n cuando N esta dado en base a una potencia de dos.

2.4.1 Muestreo Impar

La formulación numérica que se muestra a continuación usa discretización impar en el dominio de la frecuencia con espaciamento de $2\Delta\omega$, y pasos de tiempo de Δt , esto es:

$$f_n \equiv f(n\Delta t) \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.7a)$$

$$F_{2k+1} \equiv F(c + j(2k+1)\Delta\omega) \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.7b)$$

En este caso el tiempo de observación se puede expresar como:

$$T = P_o = \frac{2\pi}{2\Delta\omega} = \frac{\pi}{\Delta\omega} \quad (2.7c)$$

Con lo anterior se puede establecer las siguientes relaciones [11]:

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (2.8a)$$

$$\Delta\omega = \frac{\Omega}{2N} = \frac{\pi}{T} \quad (2.8b)$$

Usando el esquema de muestreo de la formula (2.7) e incluyendo la función ventana para minimizar el error de truncamiento, la ecuación (2.3) puede ser aproximada numéricamente como:

$$f_n = \frac{e^{cn\Delta t}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ 2 \sum_{k=0}^{N-1} F_{2k-1} \sigma_{2k-1} e^{j(2k+1)n\Delta\omega\Delta t} \Delta\omega \right\} \quad (2.9a)$$

Sustituyendo las definiciones (2.7) y (2.8) dentro de (2.9a) tenemos:

$$f_n = \operatorname{Re} \left\{ C_n \left[\sum_{k=0}^{N-1} F_{2k-1} \sigma_{2k-1} e^{j2\pi kn/N} \right] \right\} \quad (2.9b)$$

donde

$$C_n = \frac{2}{\Delta t} e^{(cn\Delta t + \frac{j\pi n}{N})} \quad (2.9c)$$

La parte encerrada en corchetes en la ecuación (2.9b) indica la expresión donde se usa la transformada rápida de Fourier (FFT).

2.5 Implementación de la Transformada Numérica Directa de Laplace

2.5.1 Muestreo Regular

La integral de la (2.1d) puede dividirse en N integrales, cada una de ellas sobre el pequeño intervalo Δt :

$$F_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} e^{-ct} e^{-j\Delta\omega t} dt \quad (2.10a)$$

Como el comportamiento entre muestras es desconocido es suficiente asumir que el punto t_n define un rectángulo de magnitud f_n desde $n\Delta t$ hasta $(n+1)\Delta t$. Resolviendo la integral en la ecuación (2.10a) aplicando la regla rectangular de integración, da la siguiente fórmula que permite el uso del algoritmo de la transformada rápida de Fourier

$$F_k = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-cTn/N} e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.10b)$$

donde f_n y F_k están dados por (2.4a) y (2.4b), respectivamente.

2.5.2 Muestreo Impar

Para el caso del muestreo Impar en la frecuencia, la ecuación (1c) se puede expresar como:

$$F_{2k+1} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} e^{-ct} e^{-j(2k+1)\Delta\omega t} dt \quad (2.11a)$$

Aplicando la regla rectangular de integración se obtiene la siguiente fórmula:

$$F_{2k+1} = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-(cT+j\pi)n/N} e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.11b)$$

donde f_n y F_{2k+1} están dados por (2.7a), (2.7b), respectivamente.

2.6 Implementación de la Transformada Numérica de Laplace Piezolineal

En el capítulo VI se describe el procedimiento para simular maniobras de interruptores. En el caso de aperturas la maniobra debe realizarse al cruzar la corriente por cero; en general este cruce no coincide con la posición de las muestras lo que en ciertos casos puede originar un error numérico inaceptable. En algunos casos tal error se puede disminuir empleando un algoritmo piezolineal.

En este algoritmo se asume que la versión discretizada de una función en el tiempo $h(t)$ tiene variación lineal entre muestras [12-20]. De acuerdo con esto, la función definida por dos muestras consecutivas de $h(t)$, $t = n\Delta t$ con amplitud h_n y $t = (n - 1)\Delta t$ con amplitud h_{n+1} , es un trapecio formado por dos funciones rampa y dos funciones escalón, como se muestra en la Figura 2.1.

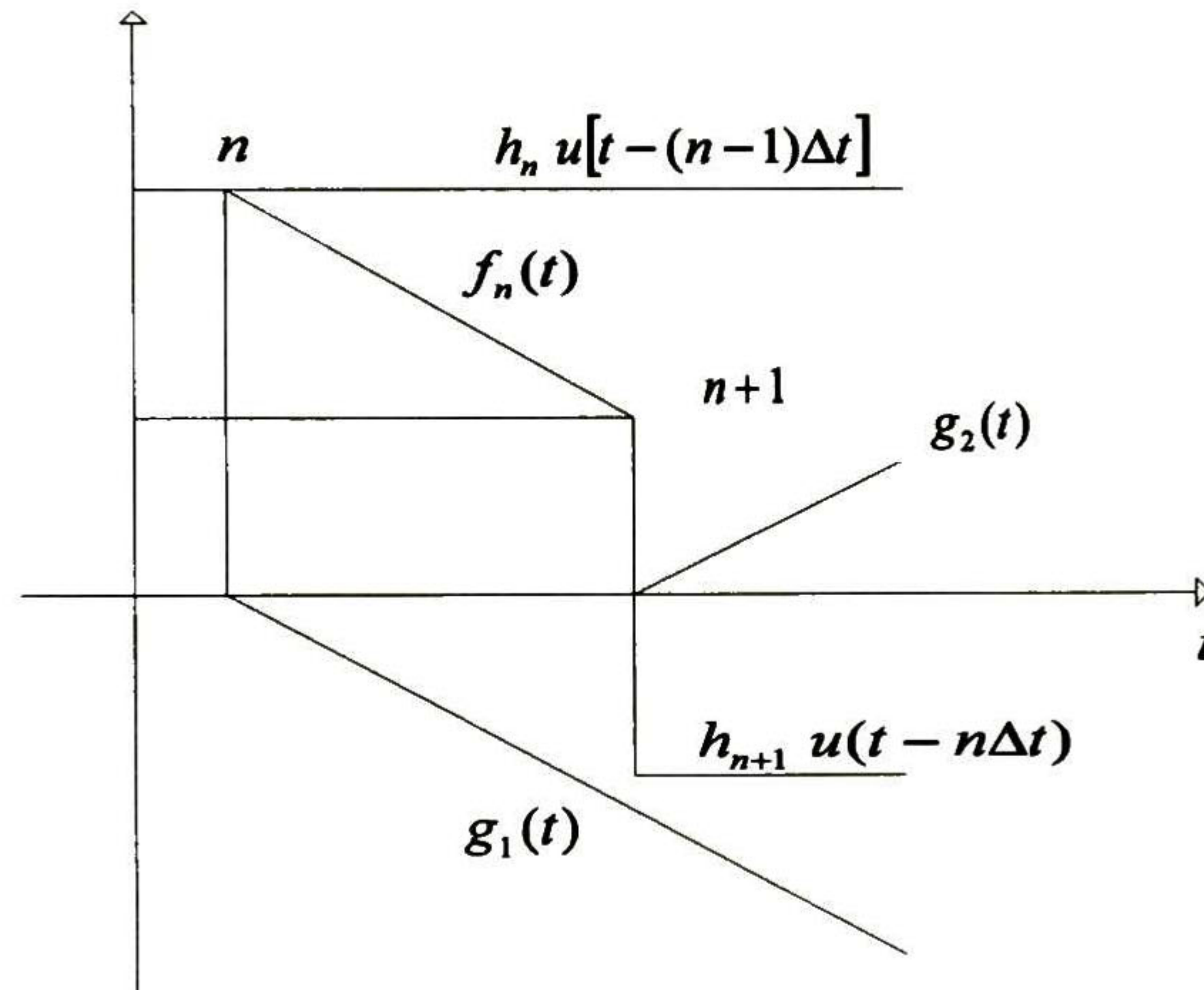


Figura 2. 1 Segmento lineal de f

La función trapezoidal $f_n(t)$ definida entre las muestras n y $n+1$ se puede expresar como:

$$f_n(t) = f_{en}(t) + f_{rn}(t) \quad (2.12)$$

donde $f_{en}(t)$ representa la suma de los dos escalones y $f_{rn}(t)$ la suma de las dos rampas:

$$f_{en} = h_n u[t - (n - 1)\Delta t] - h_{n+1} u(t - n\Delta t) \quad (2.13a)$$

$$f_{rn} = g_1(t) - g_2(t) \quad (2.13b)$$

Con $g_1(t)$ y $g_2(t)$ definidas como:

$$g_1(t) = \frac{h_{n+1} - h_n}{\Delta t} [t - (n - 1)\Delta t] u[t - (n - 1)\Delta t] \quad (2.14a)$$

$$g_2(t) = \frac{h_{n+1} - h_n}{\Delta t} (t - n\Delta t)u(t - n\Delta t) \quad (2.14b)$$

La transformada de Laplace de $f_n(t)$ es una expresión analítica dada por:

$$F_n(s) = \left(\frac{h_n}{s} + \frac{\Delta h_n}{s^2 \Delta t} \right) \exp[-(n-1)s\Delta t] - \left(\frac{h_{n+1}}{s} - \frac{\Delta h_n}{s^2 \Delta t} \right) \exp(-ns\Delta t) \quad (2.15)$$

donde

$$\Delta h_n = h_{n+1} - h_n \quad (2.16)$$

La transformada de Laplace piezolineal de $h(t)$ se obtiene sumando las transformadas de $N - 1$ segmentos lineales

$$H(s) = \sum_{n=1}^{N-1} F_n(s) \quad (2.17)$$

Expandiendo los términos de la sumatoria del lado derecho acorde a (2.15)

$$H_m = \frac{h_1}{s_m} - \frac{h_N}{s_m} \exp[-(N-1)s_m \Delta t] + \frac{1}{s_m^2 \Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} b(n) \exp\left(-\frac{j2\pi mn}{N}\right) \quad (2.18)$$

donde

$$H_m = H(s_m) \quad (2.19a)$$

$$s_m = c + j(2m+1)\Delta\omega \quad (2.19b)$$

$$b(n) = g_{n+1} \exp\left[-n\left(c\Delta t + j\frac{\pi}{N}\right)\right] \quad (2.20)$$

Además

$$\begin{aligned} g_1 &= \Delta h_1 = h_2 - h_1 \\ g_2 &= \Delta h_1 - \Delta h_2 = h_1 - 2h_2 + h_3 \\ &\vdots \\ g_{N-1} &= -\Delta h_{N-2} + \Delta h_{N-1} = h_{N-2} - 2h_{N-1} + h_N \\ g_N &= -\Delta h_{N-1} = -h_N + h_{N-1} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Se puede notar que el término de sumatoria en (2.18) corresponde al algoritmo de DFT.

2.7 Comparación Entre Métodos

Para hacer una comparación entre los diferentes métodos para obtener la transformada numérica inversa y directa de Laplace considérese la siguiente función en el dominio del tiempo

$$f(t) = \cos(\omega t) \quad (2.22a)$$

Y su transformada de Laplace

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad (2.22b)$$

Se desea calcular el error para lo cual usamos la siguiente expresión:

$$error = abs \left| \frac{f_{aproximada}(x) - f_{analitica}(x)}{\max[f_{analitica}(x)]} \right| \quad (2.23)$$

Utilizando un tiempo de muestreo de 0.033, un número de muestras de 1024, la función ventana de Hanning y el factor de amortiguamiento de L.M. Wedepohl, se obtienen los resultados mostrados en las figuras 2.2 y 2.3. La figura 2.2 muestra el error de los métodos.

Para obtener la transformada inversa de Laplace. Como se puede observar el muestreo impar presenta un menor error comparado con el muestreo regular que no solo presenta un mayor error sino además un número mayor de oscilaciones a lo largo de todo el tiempo de observación.

La figura 2.3 muestra el error en la transformada directa de Laplace, a simple vista se logra distinguir la gran diferencia del error que existe entre la transformada de Laplace par y regular en comparación con la transformada piezolineal la cual presenta una excelente aproximación en todo el tiempo de observación.

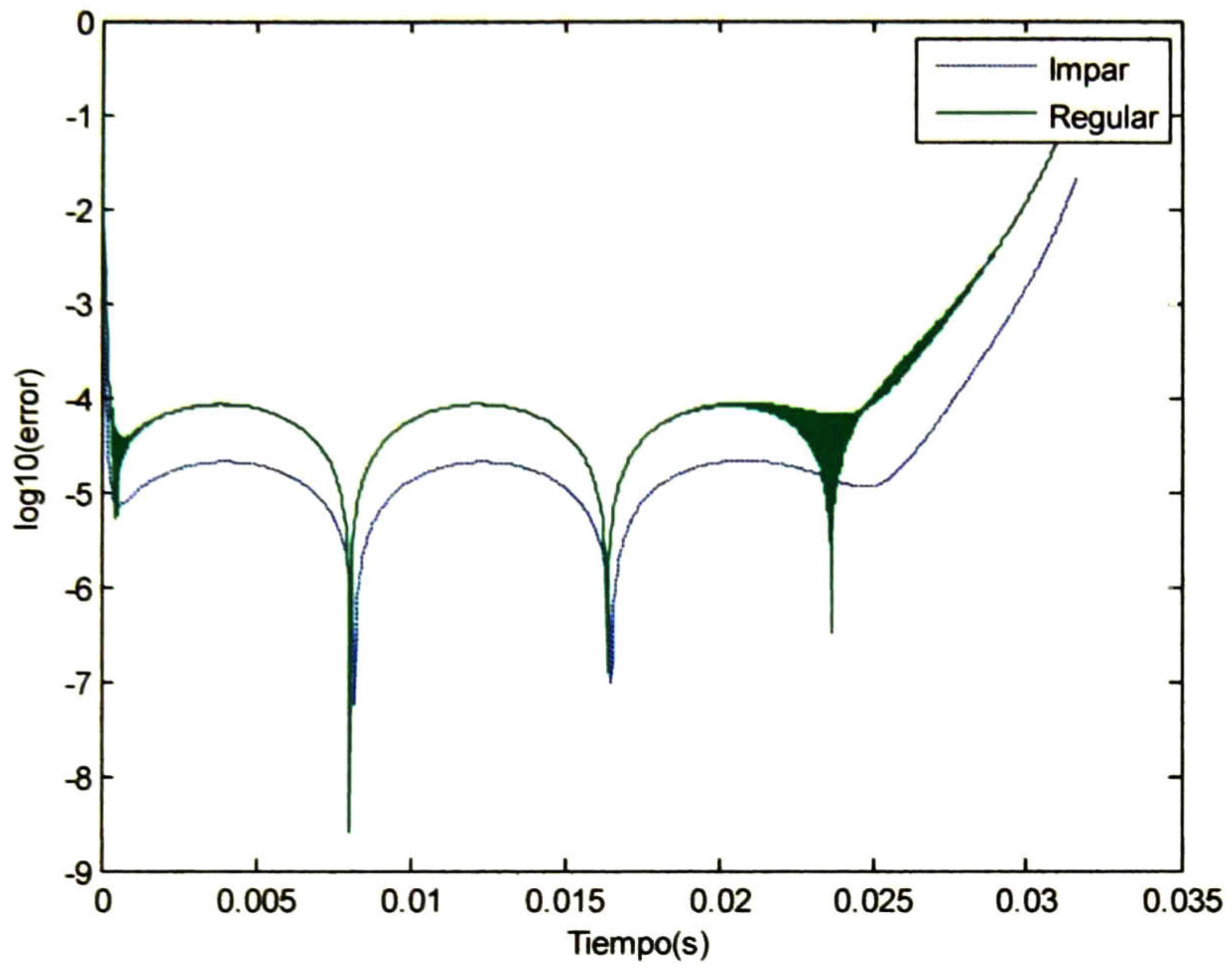


Figura 2. 2 Error en la transformada numérica inversa de Laplace

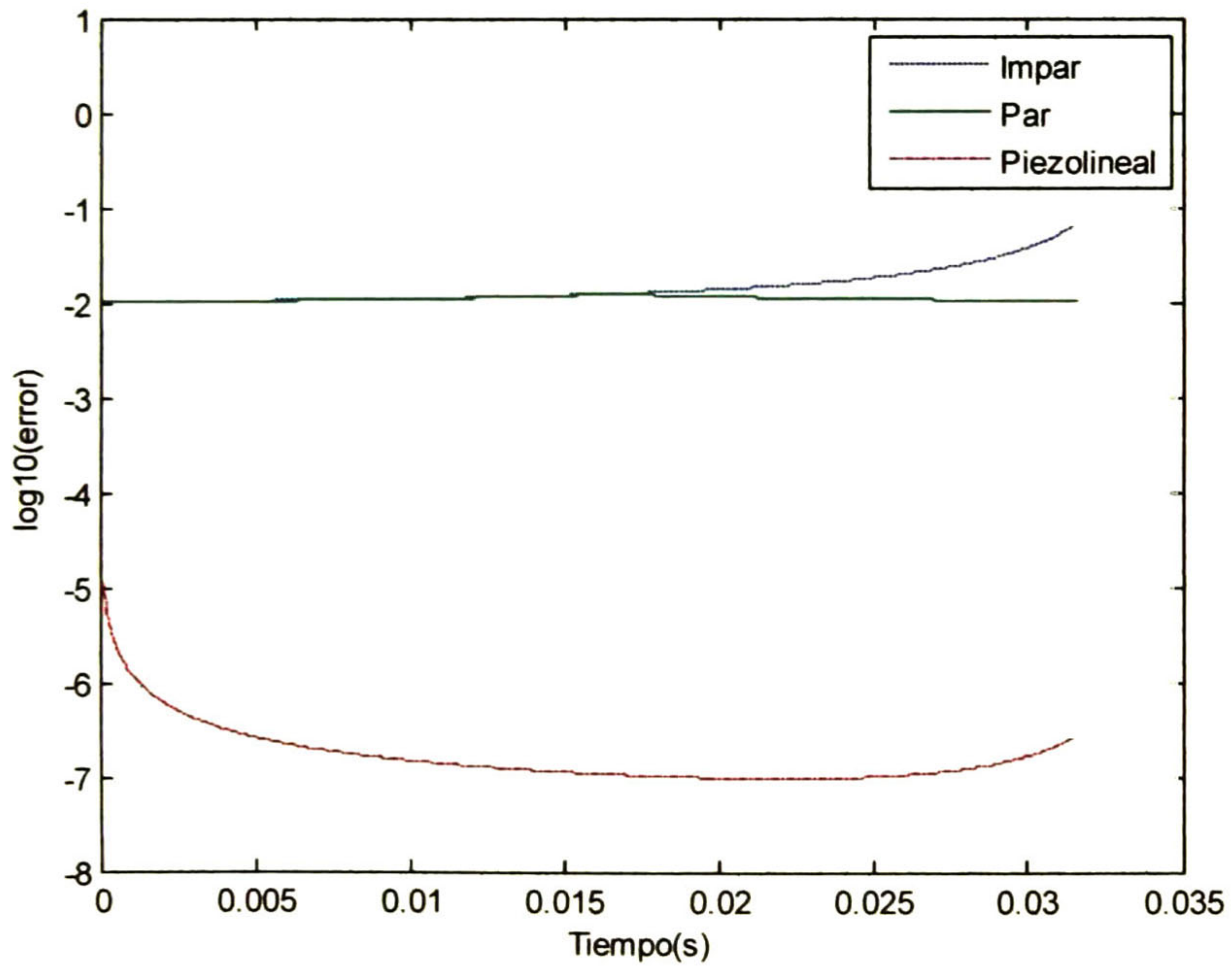


Figura 2. 3 Error en la transformada numérica directa de Laplace

CAPITULO III

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN SUBTERRÁNEAS

3.1 Introducción

La creciente demanda de energía eléctrica, ligada al aumento cada día mayor de las zonas urbanizadas, está llevando a la utilización de circuitos relativamente largos de cable que operan a alta tensión. Estos cables se ven afectados por las sobretensiones transitorias que se originan cuando las redes sufren cambios repentinos en su punto de operación, ya sea por maniobras de interruptores, fallas o descargas atmosféricas. Un aspecto importante en el diseño de estos elementos y que se relaciona directamente con las sobretensiones transitorias, es el diseño de aislamientos.

En este capítulo se hace una revisión de las fórmulas para calcular los parámetros eléctricos de cables subterráneos utilizando dos tipos de fórmulas, las propuestas por Schelkunoff [1] y las propuestas por Wedepohl-Wilcox [2], estas últimas son una aproximación de las formulas propuestas por Schelkunoff.

3.2 Calculo de Parámetros Eléctricos de Cables Subterráneos

El cálculo de parámetros eléctricos en cables subterráneos comprende el cálculo de la matriz de impedancia en serie Z y la admitancia transversal Y :

$$Z(s) = R + sL \quad (3.1a)$$

$$Y(s) = G + sC \quad (3.1b)$$

donde R , L , G , Y C son la resistencia en serie, la inductancia en serie, conductancia en derivación y capacitancia en derivación, todas en por unidad de longitud. Estas cantidades son matrices de $(n \times n)$, donde n es el número de conductores paralelos del sistema de cables. La variable s hace referencia a que estas cantidades son calculadas en el dominio de Laplace, donde $s = c + j\omega$.

Los factores importantes en el cálculo de los parámetros eléctricos son:

1.- Geometría

- La localización de cada conductor (coordenadas x - y).

- El radio interior y exterior de cada conductor.
- Profundidad a la que se encuentra enterrado el cable.

2.- Propiedades de los materiales

- Resistividad (ρ) y permeabilidad relativa (μ_r) de todos los conductores.
- Resistividad (ρ) y permeabilidad relativa (μ_r) del medio que los rodea.
- Permitividad relativa (ϵ) de cada material aislante.

3.2.1 Matriz de Impedancia en Serie

Considere un conductor cilíndrico cuyo radio interior y exterior son a y b respectivamente, con valores de resistividad igual a ρ y de permeabilidad igual a μ .

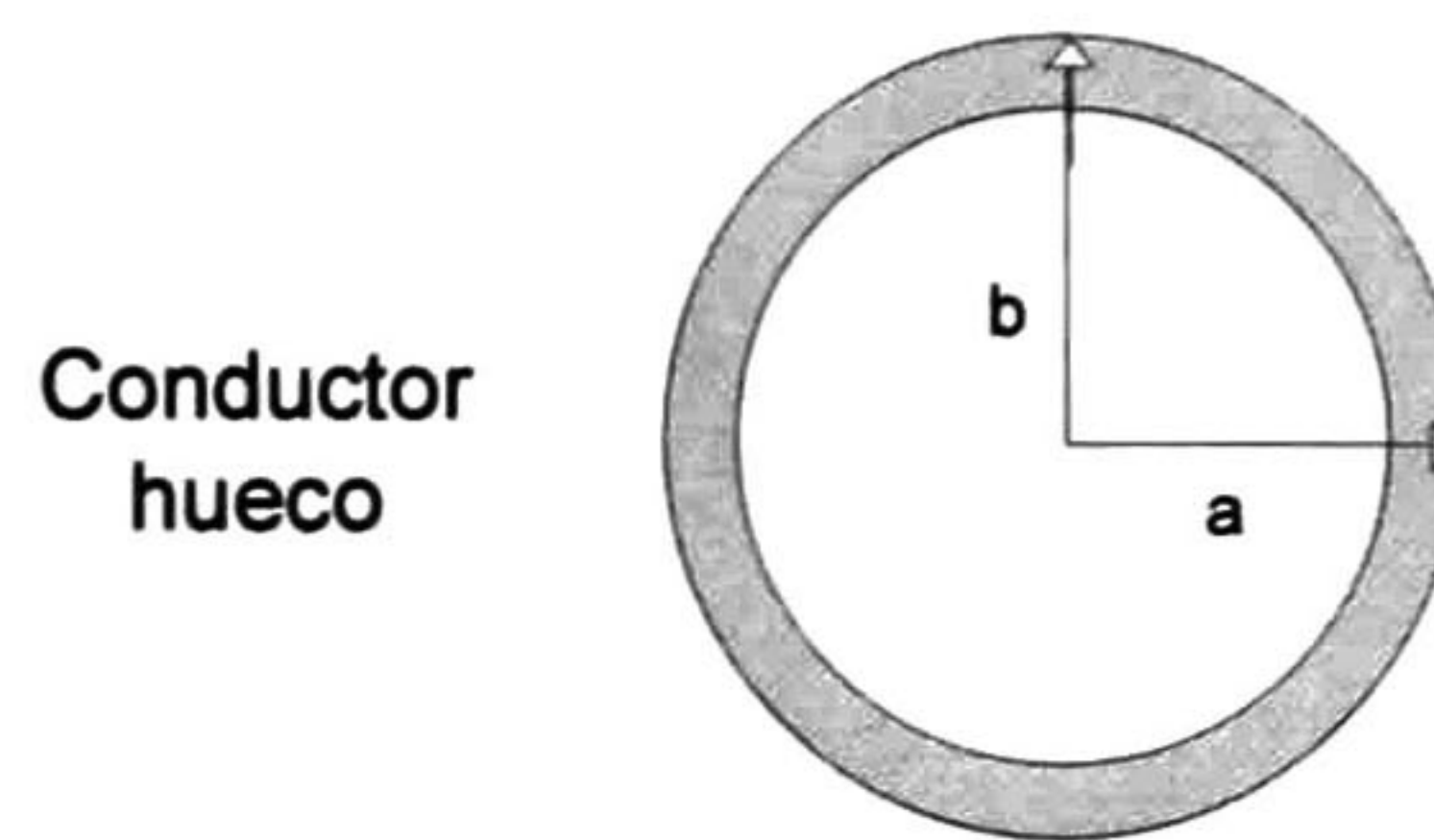


Figura 3. 1 Sección transversal de un conductor cilíndrico

Se define a $Z_{aa(\text{conductor})}$ como la impedancia de la superficie interna del conductor, a $Z_{bb(\text{conductor})}$ como la impedancia de la superficie externa del conductor y a $Z_{ab(\text{conductor})}$ como la impedancia entre las superficies exterior e interior del conductor. Estas impedancias están dadas por [1]:

$$Z_{aa} = \frac{pm I_0(ma)K_1(mb) + K_0(ma)I_1(mb)}{2\pi a I_1(mb)K_1(ma) - K_1(mb)I_1(ma)} \quad (3.2a)$$

$$Z_{bb} = \frac{pm I_0(mb)K_1(ma) + K_0(mb)I_1(ma)}{2\pi b I_1(mb)K_1(ma) - K_1(mb)I_1(ma)} \quad (3.2b)$$

$$Z_{ab} = \frac{p}{2\pi ab} \frac{1}{I_1(mb)K_1(ma) - K_1(mb)I_1(ma)} \quad (3.2c)$$

donde

$$m = \sqrt{s\mu/\rho} \quad (3.2d)$$

ρ y μ son la resistividad y la permeabilidad del conductor. $I_n(\cdot)$ y $K_n(\cdot)$ son las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especie de orden n .

En el caso en el que el núcleo del conductor no sea hueco, solo se necesita la impedancia exterior de conductor [1].

$$Z_{\text{nucleo}} = \frac{pm I_0(mb)}{2\pi b I_1(mb)} \quad (3.3)$$

La impedancia de la capa aislante entre dos conductores (figura 3.2) cuyo radio interior y exterior son c y d respectivamente está dada por la siguiente expresión [21]:

$$Z_i = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{c}\right) \quad (3.4)$$

donde μ es la permeabilidad del aislante.

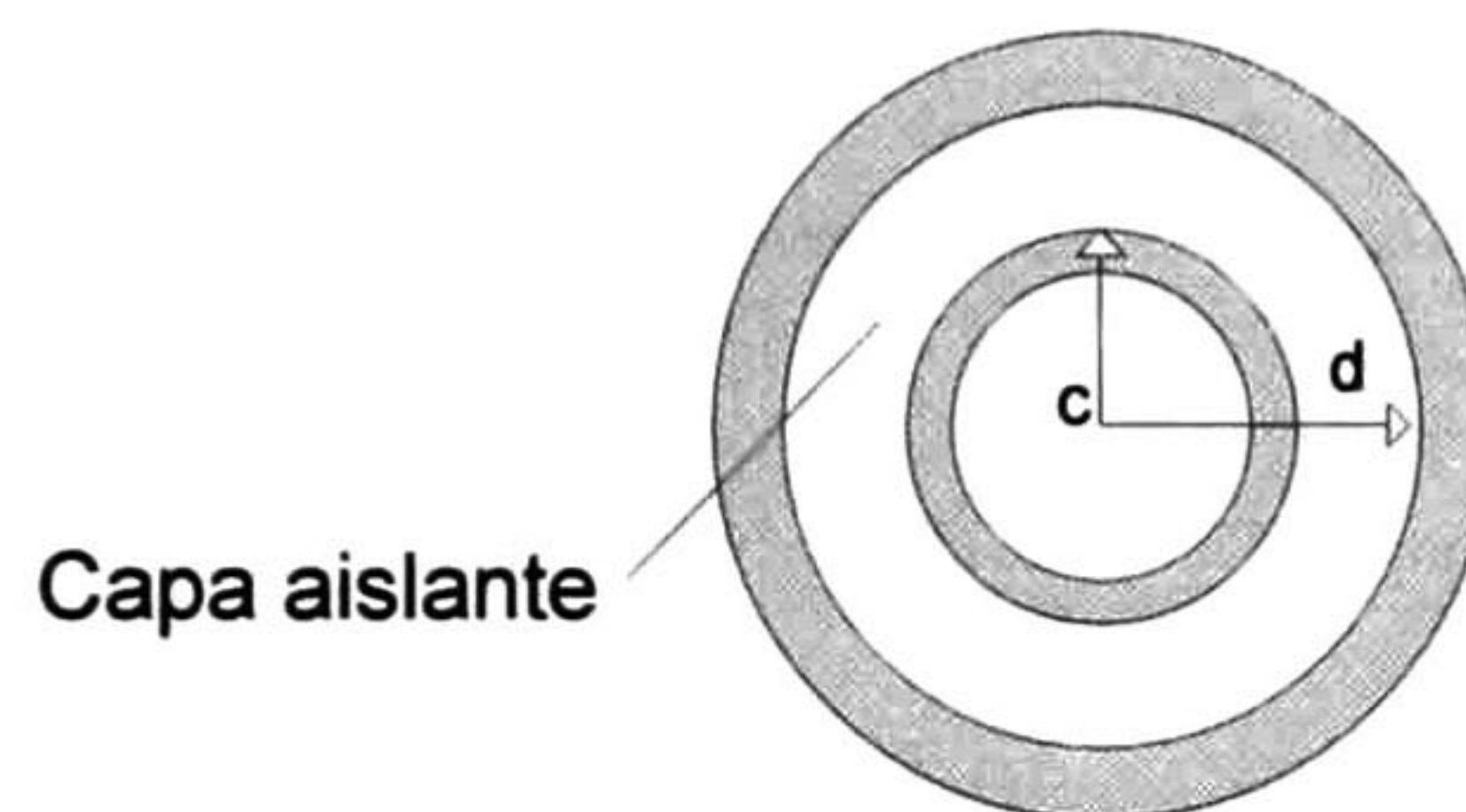


Figura 3. 2 Capa aislante entre dos conductores huecos

Ahora considere el cable mostrado en la figura 3.3, asuma que I_1 es la corriente que fluye del núcleo hacia la funda (N-F separados por el aislante B1), I_2 es la corriente que fluye de la funda hacia el armazón (F-A separados por el aislante B2) e I_3 es la corriente que fluye del armazón hacia la tierra (A-T separados por el aislante P).

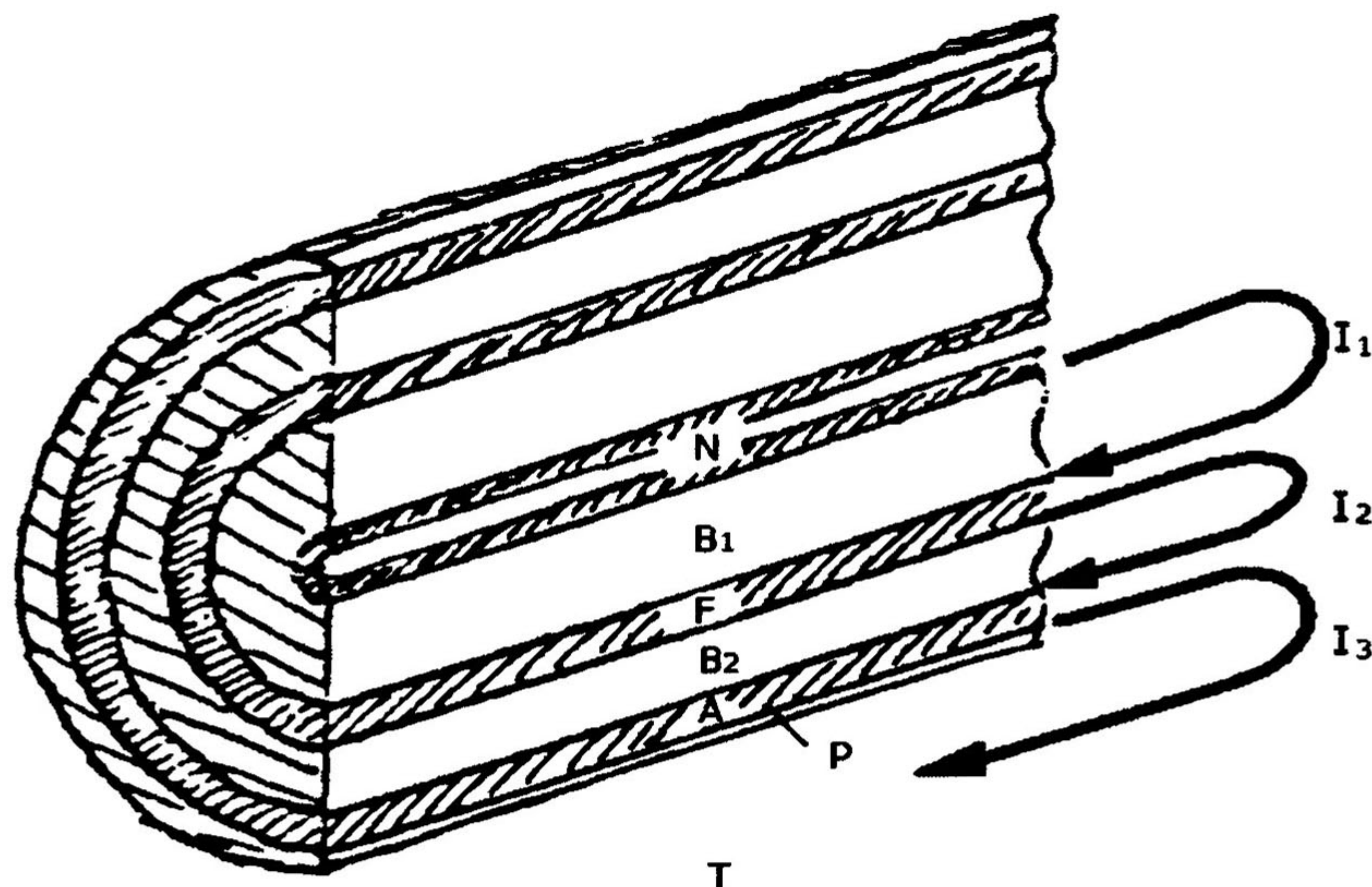


Figura 3. 3 Estructura de un conductor coaxial (tomado de [22])

Los voltajes V_1 , V_2 y V_3 son respectivamente la diferencia de voltaje entre el núcleo y la funda (N-F), entre la funda y el armazón (F-A) y entre el armazón y la tierra (A-T).

Estas relaciones pueden ser expresadas como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & 0 \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} \\ 0 & Z_{23} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

donde

$$Z_{11} = Z_{bb(\text{nucleo})} + Z_{i(\text{nucleo-funda})} + Z_{aa(\text{funda})}$$

$$Z_{22} = Z_{bb(\text{funda})} + Z_{i(\text{funda-armazon})} + Z_{aa(\text{armazon})}$$

$$Z_{33} = Z_{bb(\text{armazon})} + Z_{i(\text{armazon-tierra})} + Z_{G(\text{tierra})}$$

$$Z_{12} = -Z_{ab(\text{funda})}$$

$$Z_{23} = -Z_{ab(\text{armazon})} \quad (3.6)$$

$Z_{aa(\text{conductor})}$, $Z_{bb(\text{conductor})}$, y $Z_{ab(\text{conductor})}$ se calculan sustituyendo el radio interior y exterior del conductor dentro de las ecuaciones 3.2a, 3.2b y 2.2c; $Z_{i(\text{aislante})}$ es calculada sustituyendo el radio interior y exterior de la correspondiente capa aislante dentro de la ecuación 3.4; $Z_{G(\text{tierra})}$ es la impedancia propia del retorno por tierra del armazón, la cual es calculada con la ecuación 3.18 descrita en la sección 3.2.4

Como lo que se desea es conocer los voltajes y corrientes del núcleo, la funda y el armazón con respecto a tierra se tiene que:

$$V_1 = V_{\text{nucleo}} - V_{\text{funda}}$$

$$V_2 = V_{\text{funda}} - V_{\text{armazon}}$$

$$V_1 = V_{\text{armazon}} \quad (3.7a)$$

$$I_1 = I_{\text{nucleo}}$$

$$I_2 = I_{\text{funda}} + I_{\text{nucleo}}$$

$$I_3 = I_{\text{armazon}} + I_{\text{funda}} + I_{\text{nucleo}} \quad (3.7b)$$

Usando estas expresiones la ecuación (3.5) ahora puede expresarse como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} V_N \\ V_F \\ V_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11p} & Z_{12p} & Z_{13p} \\ Z_{12p} & Z_{22p} & Z_{13p} \\ Z_{13p} & Z_{13p} & Z_{33p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_N \\ I_F \\ I_A \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde

$$Z_{11p} = Z_{11} + 2Z_{12} + Z_{22} + 2Z_{23} + Z_{33}$$

$$Z_{22p} = Z_{22} + 2Z_{23} + Z_{33}$$

$$Z_{33p} = Z_{33}$$

$$Z_{12p} = Z_{12} + Z_{22} + 2Z_{23} + Z_{33}$$

$$Z_{13p} = Z_{23} + Z_{33} \quad (3.9)$$

3.2.2 Matriz de Admitancia Transversal

De la figura 3.3 se tiene que:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 \\ 0 & 0 & Y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

donde $Y_i = G_i + j\omega C_i$.

Nótese que las ecuaciones no se encuentran acopladas, G_i y C_i son la conductancia y capacitancia transversal por unidad de longitud para cada capa aislante.

La capacitancia en derivación de un capacitor tubular con radio interior q y radio exterior r está dada por:

$$C_i = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{r}{q}\right)} \quad (3.11)$$

donde ϵ es la permitividad absoluta del material aislante. La conductancia transversal que define por medio de la siguiente ecuación:

$$G_i = C_i \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \quad (3.12)$$

Usando las ecuaciones (3.7a) y (3.7b) podemos expresar la ecuación (3.10) como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} I_N \\ I_F \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 & 0 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ 0 & -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_N \\ V_F \\ V_A \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.2.3 Cables Coaxiales en Paralelo

Cuando más de dos cables coaxiales en paralelo son enterrados juntos, se debe de considerar el acoplamiento mutuo entre ellos. Considérese el caso de una línea de transmisión trifásica conformada por tres cables coaxiales individuales como muestra la figura 3.4

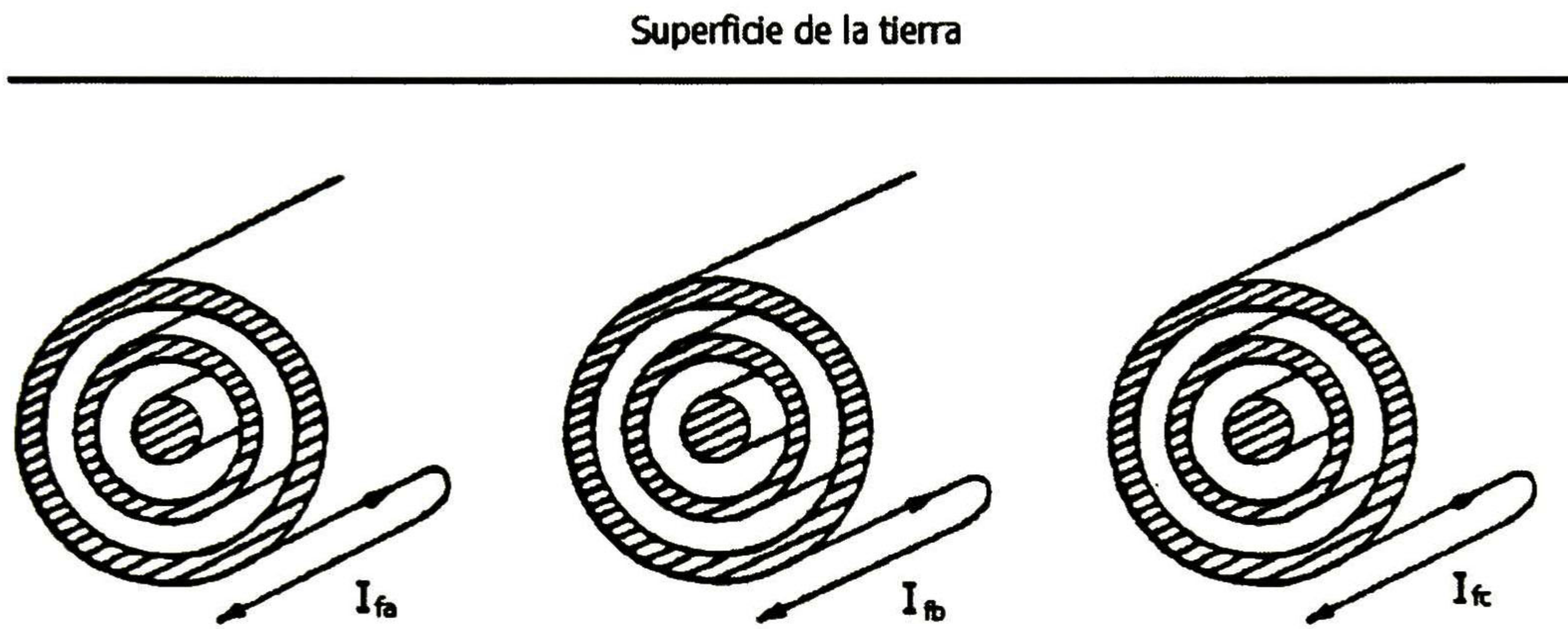


Figura 3. 4 Línea de transmisión trifásica usando cables coaxiales (tomada de [22])

De las corrientes I_1 , I_2 e I_3 mostradas en la figura 3.3 solo la corriente I_3 tiene un acoplamiento con los otros dos cables. Usando las letras a , b y c para denotar las fases la ecuación 3.5 puede ser escrita ahora como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \\ V_{3a} \\ V_{1b} \\ V_{2b} \\ V_{3b} \\ V_{1c} \\ V_{2c} \\ V_{3c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11a} & Z_{12a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{12a} & Z_{22a} & Z_{23a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{23a} & Z_{33a} & 0 & 0 & Z_{gab} & 0 & 0 & Z_{gac} \\ 0 & 0 & 0 & Z_{11b} & Z_{12b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{12b} & Z_{22b} & Z_{23b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{gab} & 0 & Z_{23b} & Z_{33b} & 0 & 0 & Z_{gbc} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{11c} & Z_{12c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{12c} & Z_{22c} & Z_{23c} \\ 0 & 0 & Z_{gac} & 0 & 0 & Z_{gbc} & 0 & Z_{23c} & Z_{33c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \\ I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \\ I_{1c} \\ I_{2c} \\ I_{3c} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde

Z_{gab} es la impedancia mutua del retorno por tierra entre los armazones de la fase a y b.
 Z_{gac} es la impedancia mutua del retorno por tierra entre los armazones de la fase a y c.
 Z_{gbc} es la impedancia mutua del retorno por tierra entre los armazones de la fase b y c.

Utilizando las ecuaciones 3.7(a-b) y haciendo uso del algebra la ecuación 3.14 puede ser expresada como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} V_{1Na} \\ V_{2Fa} \\ V_{3Aa} \\ V_{1Nb} \\ V_{2Fb} \\ V_{3Ab} \\ V_{1Nc} \\ V_{2Fc} \\ V_{3Ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11pa} & Z_{12pa} & Z_{13pa} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} \\ Z_{12pa} & Z_{22pa} & Z_{13pa} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} \\ Z_{13pa} & Z_{13pa} & Z_{33pa} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} \\ Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{11pb} & Z_{12pb} & Z_{13pb} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} \\ Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{12pb} & Z_{22pb} & Z_{13pb} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} \\ Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{gab} & Z_{13pb} & Z_{13pb} & Z_{33pb} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} \\ Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{11pc} & Z_{12pc} & Z_{13pc} \\ Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{12pc} & Z_{22pc} & Z_{13pc} \\ Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gac} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{gbc} & Z_{13pc} & Z_{13pc} & Z_{33pc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1Na} \\ I_{2Fa} \\ I_{3Aa} \\ I_{1Nb} \\ I_{2Fb} \\ I_{3Ab} \\ I_{1Nc} \\ I_{2Fc} \\ I_{3Ac} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

El cálculo de los elementos Z_{gab} , Z_{gac} y Z_{gbc} se hace por medio de la ecuación 3.18 descrita en la sección 3.2.4.

Para la admitancia en derivación no existe acoplamiento entre las tres fases de tal manera que la ecuación 3.10 se puede describir simplemente de la siguiente forma:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \\ I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \\ I_{1c} \\ I_{2c} \\ I_{3c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{2a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{3a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{1b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{2b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{3b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{1c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{2c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{3c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \\ V_{3a} \\ V_{1b} \\ V_{2b} \\ V_{3b} \\ V_{1c} \\ V_{2c} \\ V_{3c} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Utilizando las ecuaciones 3.7(a-b) y haciendo uso del algebra la ecuación 3.16 puede ser expresada como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} I_{1Na} \\ I_{2Fa} \\ I_{3Aa} \\ I_{1Nb} \\ I_{2Fb} \\ I_{3Ab} \\ I_{1Nc} \\ I_{2Fc} \\ I_{3Ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1a} & -Y_{1a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_{1a} & Y_{1a} + Y_{2a} & -Y_{2a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{2a} & Y_{2a} + Y_{3a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{1b} & -Y_{1b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{1b} & Y_{1b} + Y_{2b} & -Y_{2b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{2b} & Y_{2b} + Y_{3b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{1c} & -Y_{1c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{1c} & Y_{1c} + Y_{2c} & -Y_{2c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{2c} & Y_{2c} + Y_{3c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1Na} \\ V_{2Fa} \\ V_{3Aa} \\ V_{1Nb} \\ V_{2Fb} \\ V_{3Ab} \\ V_{1Nc} \\ V_{2Fc} \\ V_{3Ac} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.2.4 Impedancia de Retorno por Tierra

La impedancia del retorno por tierra para un cable subterráneo puede ser calculada por medio de la siguiente expresión general [23]:

$$Z_g = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left[K_0(mD_1) - K_0(mD_2) + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-Y\sqrt{\lambda^2+m^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2+m^2}} e^{j\lambda x} d\lambda \right] \quad (3.18)$$

Para obtener la impedancia mutua de dos conductores enterrados a una profundidad y_i y y_j y una separación horizontal entre ellos de x_{ij} sustituimos:

$$D_1 = \sqrt{x^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad D_2 = \sqrt{x^2 + Y^2}, \quad x = x_{ij}, \quad Y = y_i + y_j \quad (3.19)$$

La impedancia propia de un conductor enterrado a una profundidad de y , con radio r , es obtenida sustituyendo:

$$D_1 = r, \quad D_2 = \sqrt{r^2 + Y^2}, \quad x = r, \quad Y = 2y \quad (3.20)$$

Nótese que la expresión 3.18 encierra tres términos, los primeros dos requieren la evaluación de la función de Bessel modificada $K_0()$ y el tercer término es una integral que no tiene una solución analítica, llamada la integral de Pollaczek.

Debido a la dificultad para resolver la integral de Pollaczek se recurre a formulaciones para aproximarla, entre las más usadas se encuentran [22, 21]: el Modelo de Tierra Infinita, la aproximación de Wedepohl-Wilcox y la aproximación de Saad-Gaba-Giroux las cuales se verán con más detalle en la siguiente sección.

3.3 Cálculo Aproximado de Parámetros

Una manera aproximada de calcular las ecuaciones 3.2a, 3.2b, 3.2c y 3.3 ha sido propuesta en [2]:

$$Z_{aa} = \frac{\rho m}{2\pi a} \coth[m(b-a)] - \frac{\rho}{2\pi a(a+b)} \quad (3.21a)$$

$$Z_{bb} = \frac{\rho m}{2\pi b} \coth[m(b-a)] - \frac{\rho}{2\pi b(a+b)} \quad (3.21b)$$

$$Z_{ab} = \frac{\rho m}{\pi(a+b)} \operatorname{cosech}[m(b-a)] \quad (3.21c)$$

$$Z_{nucleo} = \frac{\rho m}{2\pi b} \coth(0.777mb) + \frac{0.356\rho}{\pi b^2} \quad (3.21d)$$

Las ecuaciones 3.21a, 3.21b y 3.21c proveen un muy buen resultado para el siguiente rango de valores de a y b :

$$\frac{(b-a)}{(b+a)} < \frac{1}{8}$$

Para la ecuación 3.21d se tiene un error máximo de 4% para [2]:

$$b = \frac{5}{|m|}$$

Como ya se había mencionado en la sección anterior el cálculo de la impedancia del retorno por tierra se lleva a cabo por medio de métodos aproximados, uno de ellos es el propuesto por Wedepohl-Wilcox [2]

$$Z_g = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left[-\log\left(\frac{\gamma D_1}{2p}\right) + 0.5 - \frac{2Y}{3p} \right] \quad (3.22)$$

Donde γ es la constante de Euler, la impedancia mutua y la impedancia propia se obtienen al sustituir las ecuaciones 3.19 y 3.20 respectivamente dentro de la ecuación 3.22.

Otro método para obtener la impedancia del retorno por tierra es el modelo de tierra infinita, el cual es obtenido al considerar la tierra como un cilindro hueco con un radio externo infinito. Para la impedancia propia se tiene la siguiente expresión [22]:

$$Z_g = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{K_0(mr)}{K_1(mr)} \quad (3.23)$$

La expresión correspondiente a la impedancia mutua está dada por [22]:

$$Z_g = \frac{\rho}{2\pi r^2} \frac{K_0(mD_1)}{[K_1(mr)]^2} \quad (3.24)$$

donde D_1 esta dado por la ecuación 3.20.

Un tercer método para calcular la impedancia del retorno por tierra es el propuesto por Saad-Gaba-Giroux [24]:

$$Z_g = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left[K_0(mD_1) + \frac{2}{4 + (xm)^2} e^{\gamma m} \right] \quad (3.25)$$

Así mismo la impedancia mutua y la impedancia propia se obtienen al sustituir las ecuaciones 3.19 y 3.20 respectivamente dentro de la ecuación 3.25.

3.4 Análisis de Transitorios en Cables Subterráneos

Considere la siguiente línea de transmisión subterránea mostrada en la figura 3.5.

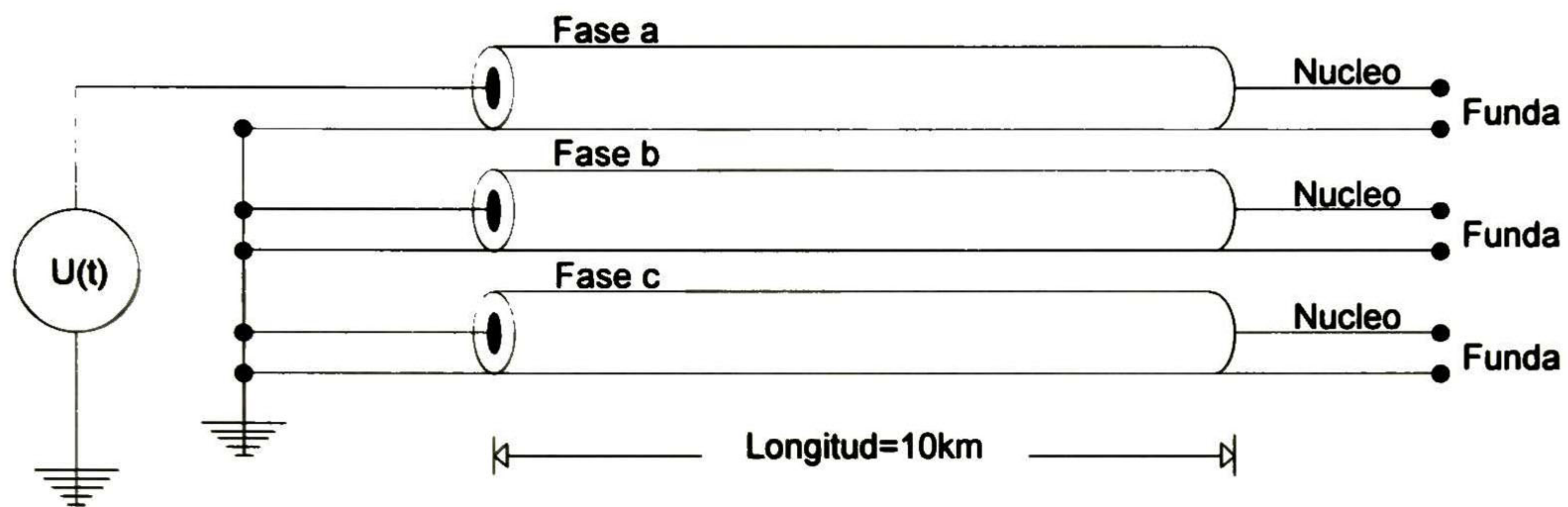


Figura 3. 5 Línea de transmisión subterránea

Como se puede ver en la figura 3.5, en el nodo de envío solo el núcleo de la fase a es energizado con un escalón unitario de voltaje mientras que las tres fundas y los núcleos de las fases b y c se encuentran conectados a tierra. La longitud de la línea es de 10 km y el valor de $R_s = 0.1\Omega$, las especificaciones de los cables se muestran en la figura 3.6.

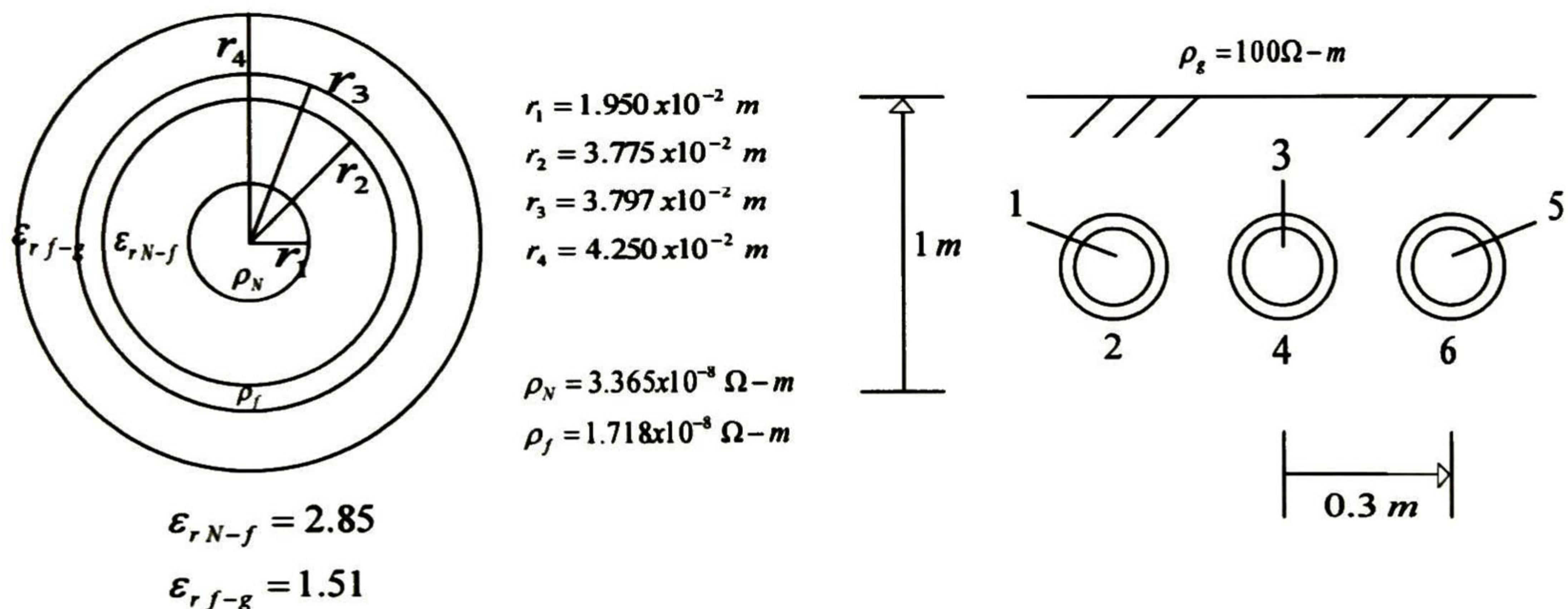


Figura 3. 6 Parámetros de la línea

Para hacer el análisis se representa la línea de transmisión por medio de un modelo de dos puertos y se acomoda los elementos de forma nodal.

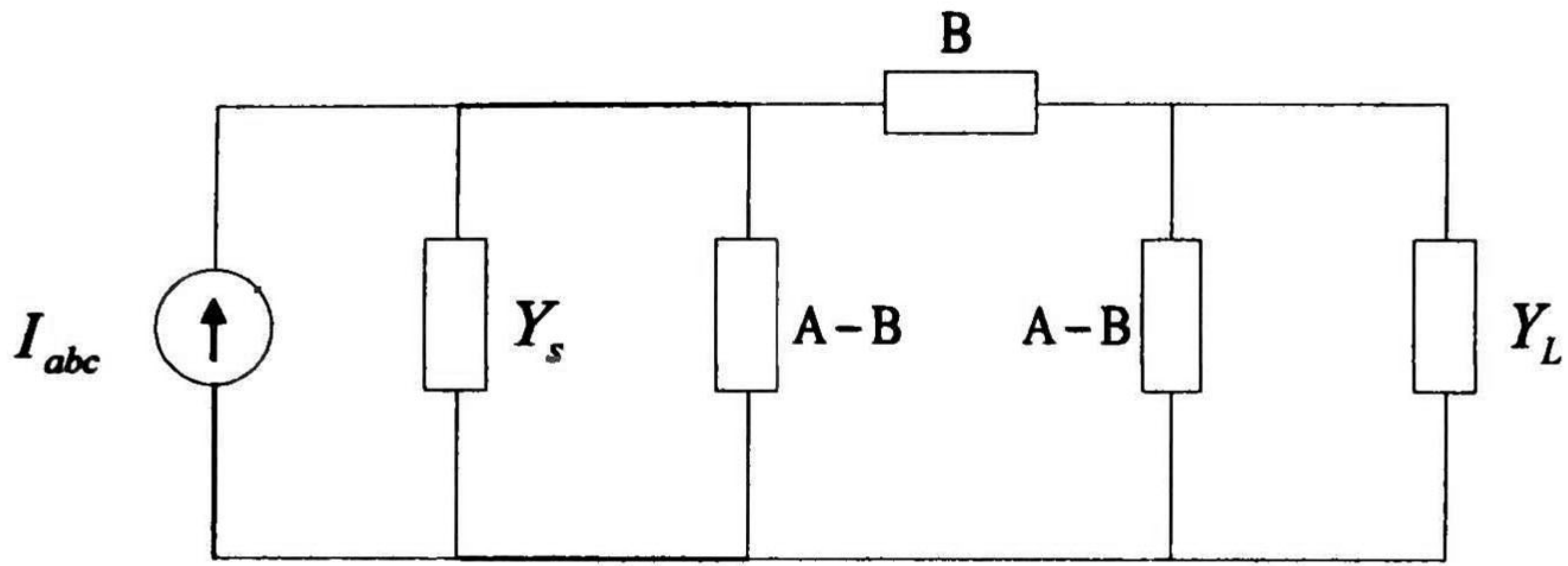


Figura 3. 7 Modelo de dos puertos

donde A y B corresponden a los parámetros de admitancias de dos puertos de la línea y son iguales a $A = Y_c \coth(\Gamma l)$ y $B = Y_c \operatorname{cosech}(\Gamma l)$ con admitancia característica Y_c , matriz de propagación Γ y longitud de la línea l .

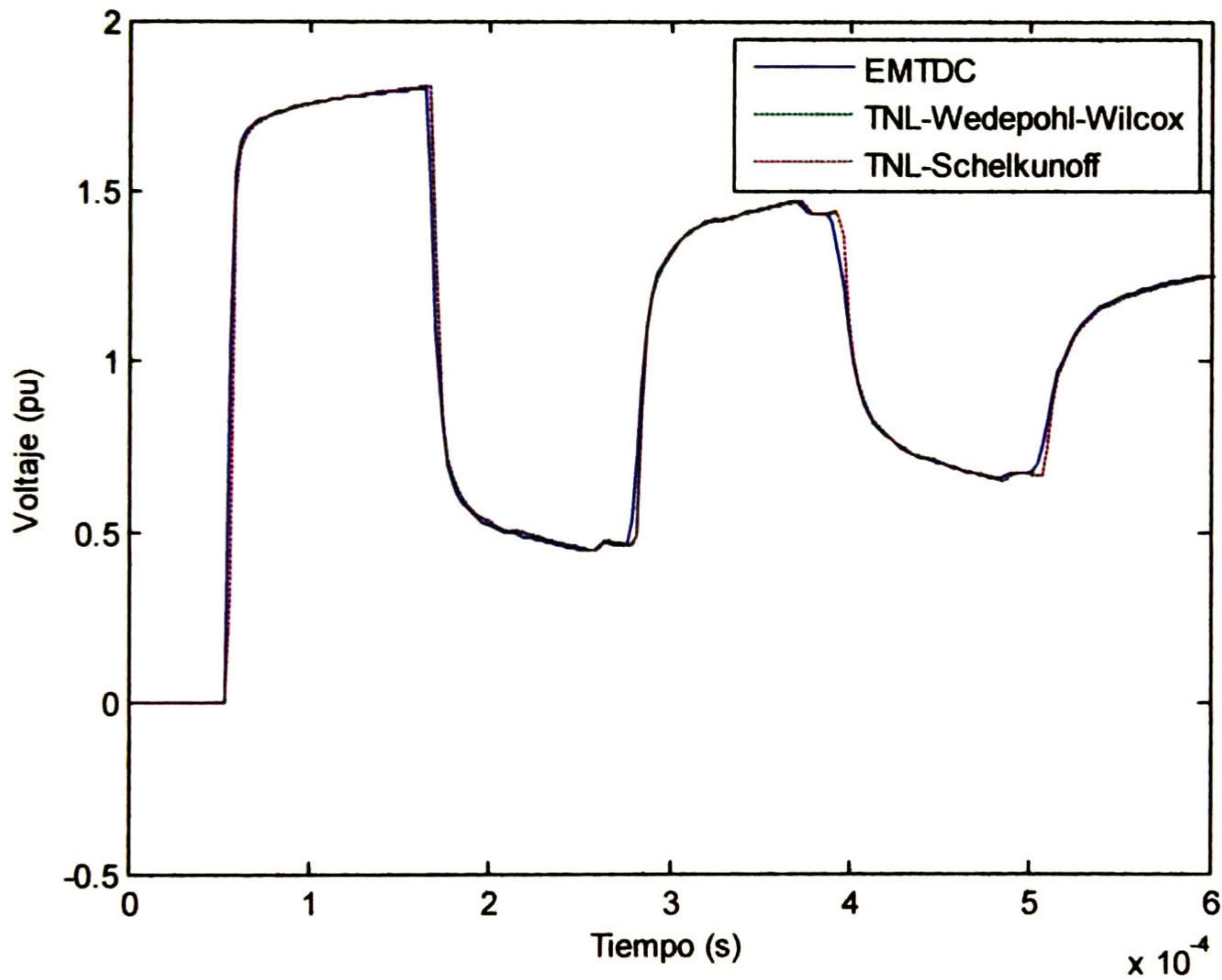


Figura 3. 8 Forma de onda del voltaje al final de la línea en la fase a

Las graficas de las figuras 3.8 y 3.9 muestran la comparación entre el programa comercial PSCAD/EMTDC, la transformada numerica de Laplace utilizando las ecuaciones propuestas por Shelkunoff para el calculo de parametros de cables subterraneos y la transformada numerica de Laplace utilizando las formulas propuestas por Wedepohl-Wilcox parametros de cables subterraneos.

El calculo de la impedancia del retorno por tierra se hace utilizando el modelo de tierra infinita. La transformada numerica de Laplace en este ejemplo emplea un tiempo de simulación de 0.6 ms y un numero de muestras de 1024.

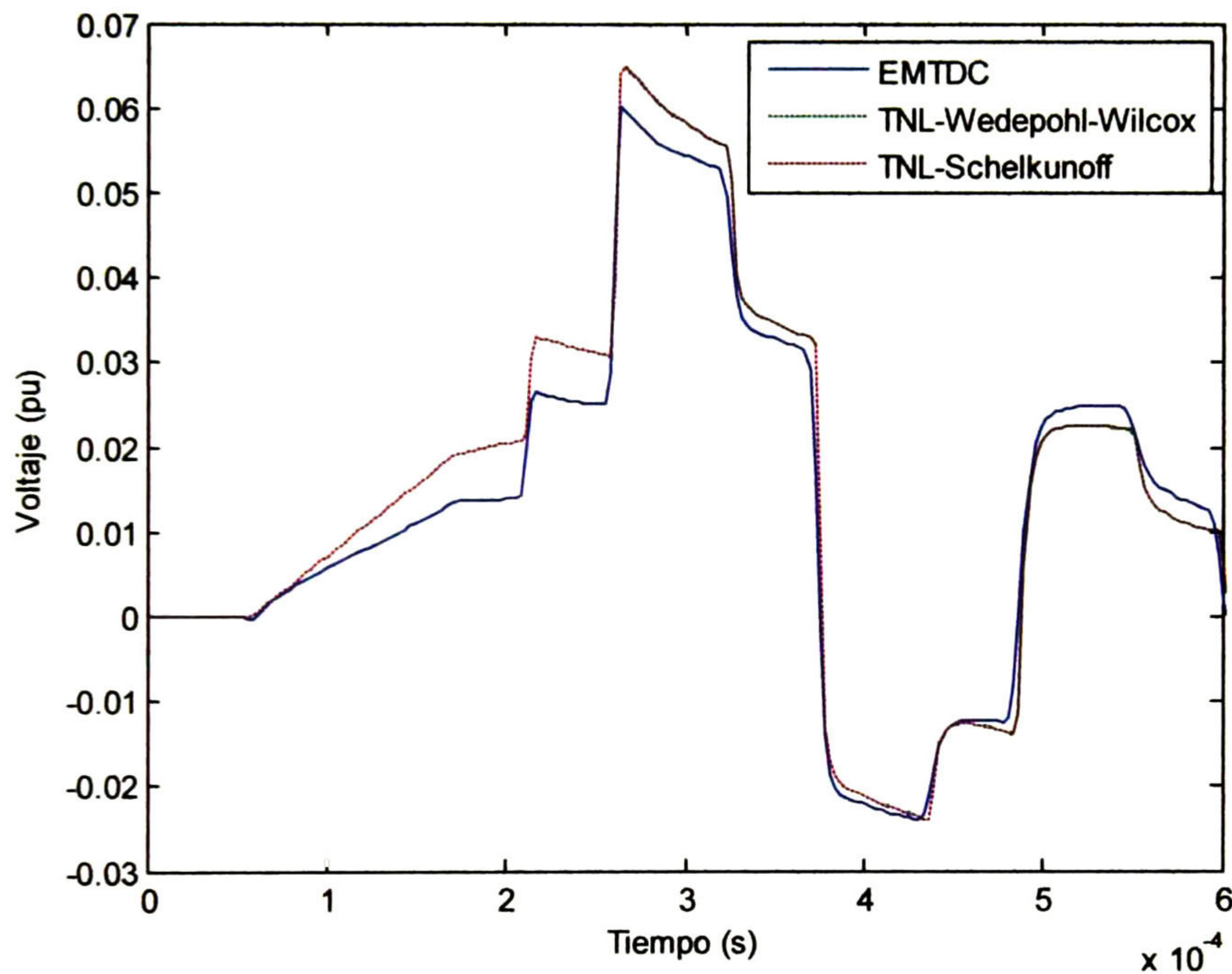


Figura 3. 9 Forma de onda del voltaje en la funda al final de la línea en la fase a

Para la figura 3.8 podemos notar a simple vista que se obtiene una muy buena concordancia entre los resultados de la TNL y los del Pscad/EMTDC. Sin embargo no ocurre lo mismo para los resultados mostrados en la Figura 3.9, donde la discordancia es evidente. Se realizaron pruebas con la TNL con un número de muestras iguales a $2 \cdot (1024)$ y $4 \cdot (1024)$ arrojando los mismos resultados, con lo cual podemos llegar a la conclusión de que dicha diferencia se debe a variaciones en el calculo de parametros entre métodos.

La figura 3.10 muestra una comparación entre los diferentes métodos para el cálculo de la impedancia del retorno por tierra, utilizando las formulas propuestas por Shelkunoff para el calculo de parametros de cables subterranos. Se utiliza un número de muestras de 1024 y un tiempo de simulación de 0.6 ms para la transformada numerica de Laplace.

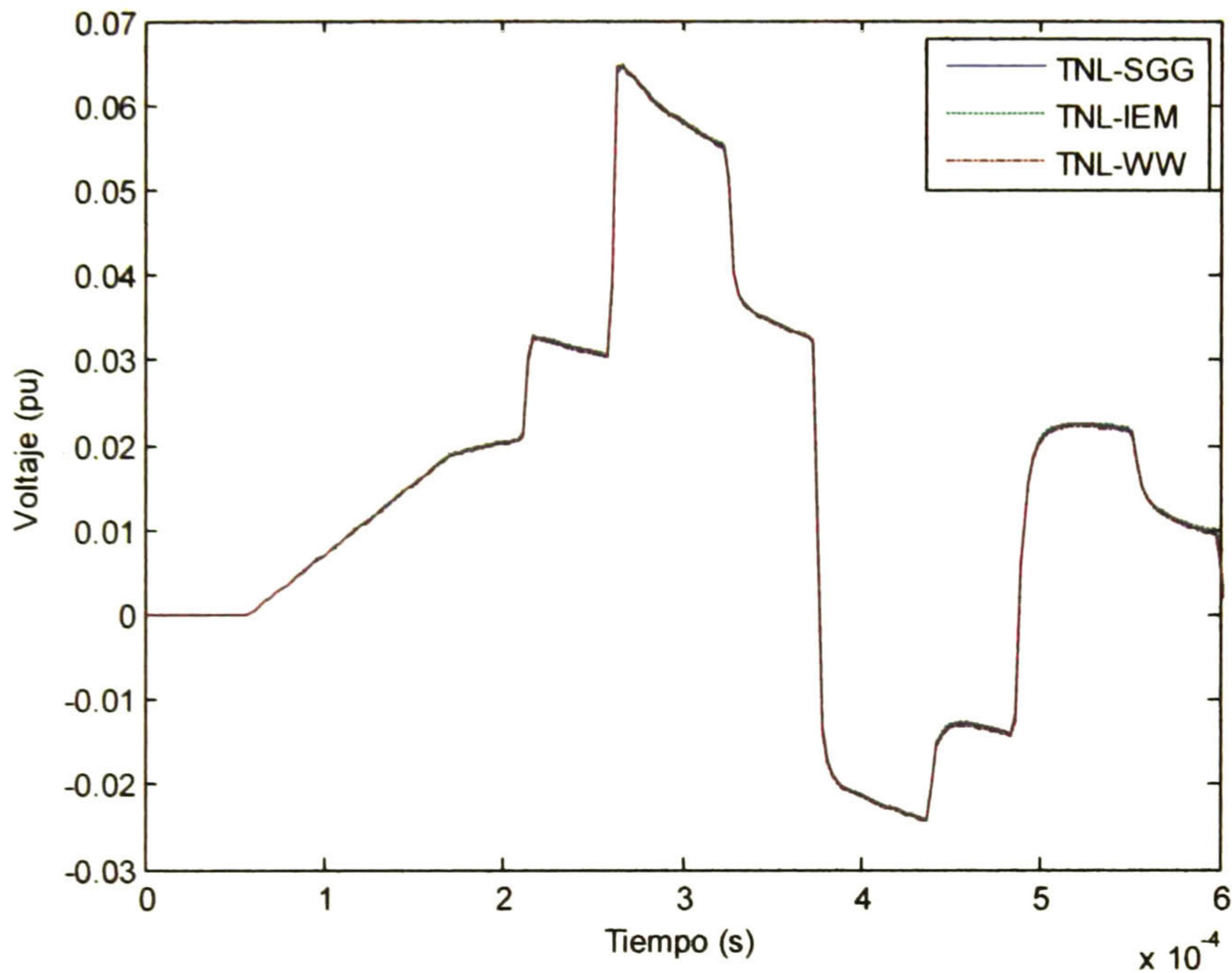


Figura 3.10 Comparación en el cálculo de la impedancia del retorno por tierra

Se puede observar en la figura 3.10 que la diferencia entre los métodos para calcular la impedancia del retorno por tierra es casi imperceptible a la vista, lo cual sugiere que se puede usar cualquiera de las formulaciones antes mencionadas sin existir una diferencia significativa en los resultados.

CAPITULO IV

MANIOBRAS DE INTERRUPTORES EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

4.1 Introducción

El uso del dominio de la frecuencia para el análisis de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas es muy ventajoso, sin embargo, estas técnicas requieren que el sistema de transmisión sea lineal e invariante en el tiempo, por lo que se presentan problemas para incluir en los estudios las maniobras de interruptores. Sin embargo, utilizando el método de superposición se pueden representar los cambios en la topología de la red a través del tiempo y así utilizar la transformada numérica de Laplace [13, 25]; dicho procedimiento es descrito a detalle en la siguiente sección.

4.2 Cierre de Interruptores

Un interruptor puede ser representado por una fuente de voltaje $v_{sw}(t)$ igual a la diferencia de potencial entre sus terminales. El cierre del interruptor se realiza conectando una fuente de voltaje $e_{sw}(t)$ en serie con $v_{sw}(t)$, de igual magnitud pero con polarización opuesta, de tal manera que $v_{sw}(t) + e_{sw}(t) = 0$.

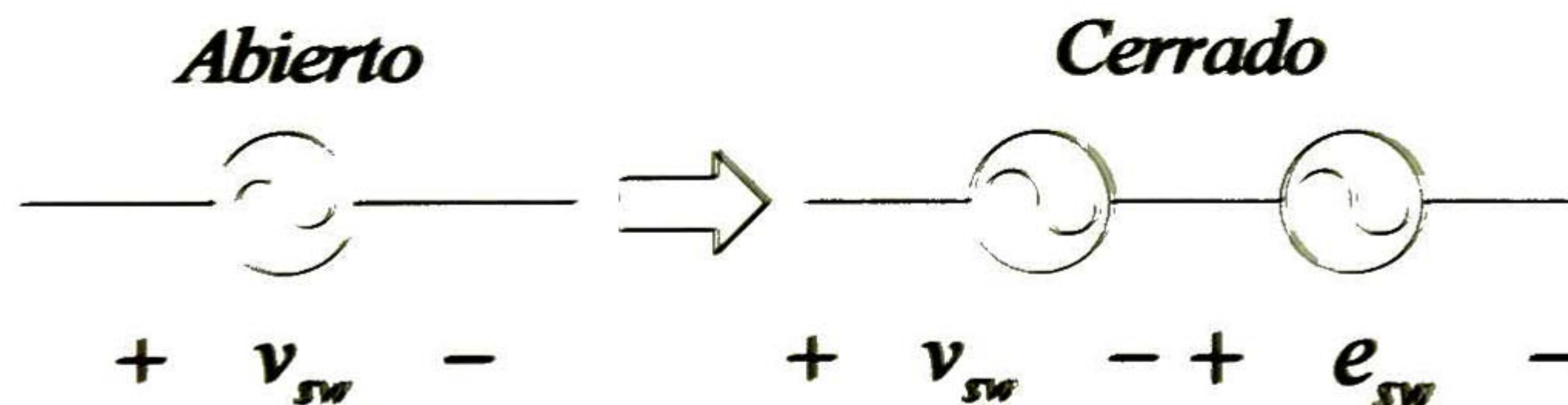


Figura 4. 1 Maniobra de cierre de interruptor

Si el interruptor requiere ser cerrado en $t_c > 0$, en el dominio de la frecuencia se tiene:

$$E_{sw}(s) = L\{-v_{sw}(t)u(t - t_c)\} \quad (4.1)$$

donde $v_{sw}(t)$ es el voltaje entre las terminales del interruptor en el dominio del tiempo durante todo el tiempo de observación y L indica la transformada de Laplace.

4.3 Apertura de Interruptores

Un interruptor cerrado se representa por una fuente de corriente $i_{sw}(t)$ igual a la corriente que fluye a través del interruptor. La apertura del interruptor es realizada

conectando en paralelo $i_{sw}(t)$ una fuente de corriente $j_{sw}(t)$ de igual magnitud pero de polaridad opuesta, de tal manera que $i_{sw}(t) + j_{sw}(t) = 0$.

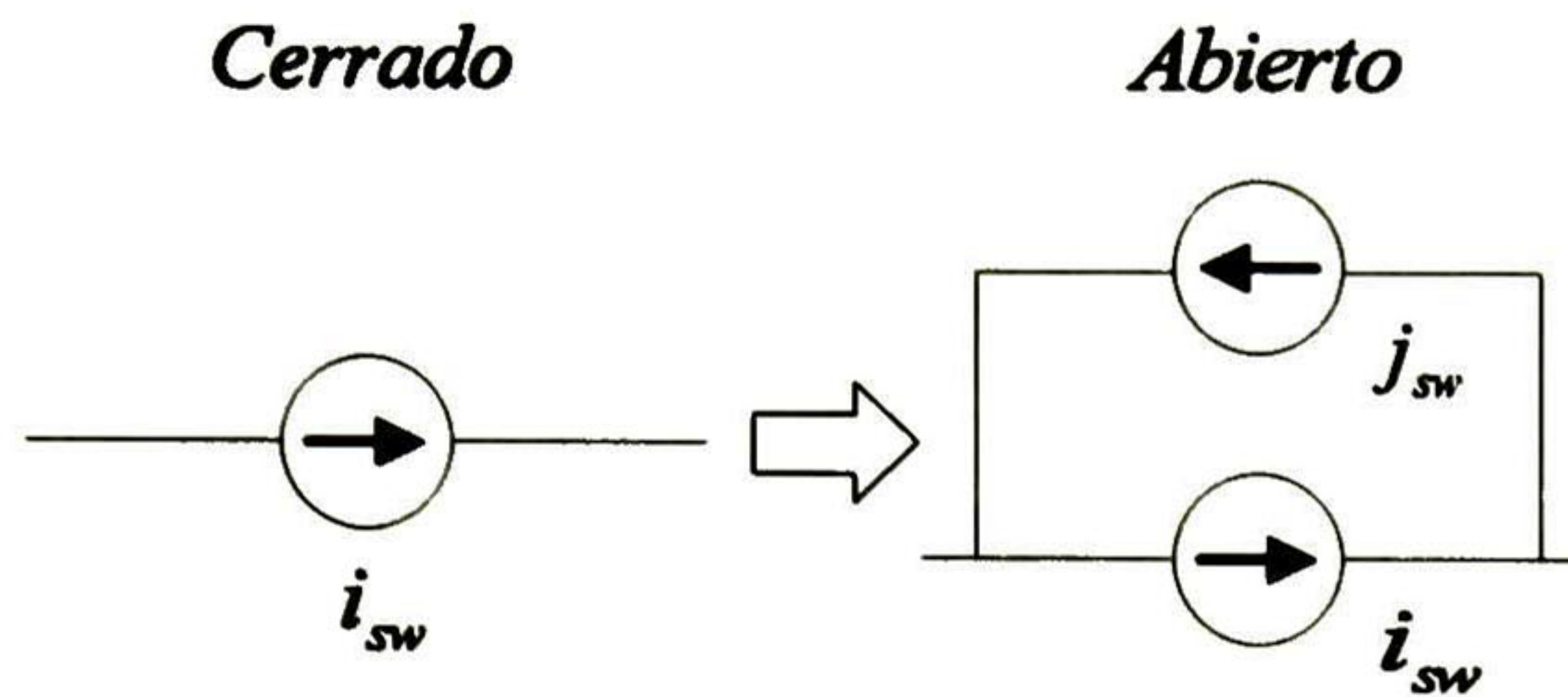


Figura 4. 2 Maniobra de apertura de interruptor

En general, se considera que el interruptor debe de abrir cuando la corriente cruza por cero después del tiempo especificado de apertura. En el dominio de la frecuencia se tiene:

$$J_{sw}(s) = L\{-i_{sw}(t)u(t - t_{zc})\} \quad (4.2)$$

donde t_{zc} es el tiempo en el cual la corriente cruza por cero, $i_{sw}(t)$ es la corriente que cruza a través del interruptor en el dominio del tiempo durante todo el tiempo de observación.

4.4 Incorporación de Interruptores en una Red

Para poder trabajar con una formulación nodal las maniobras con interruptores deben realizarse por medio de fuentes de corrientes. En el caso de cierres, la fuente de voltaje se tiene que transformar a una fuente de corriente. Para poder llevar a cabo esta transformación se agrega una pequeña resistencia R_{sw} en serie al voltaje $e_{sw}(t)$ o, alternativamente, se puede emplear un valor estimado de la resistencia real del interruptor, como se muestra en la Fig. 4.3; en esta figura $j_{ews}(s) = e_{sw}/R_{sw}$ y $G_{sw} = 1/R_{sw}$. En el caso del cierre la conductancia G_{sw} debe conectarse entre los dos polos del interruptor para indicar topológicamente la operación.

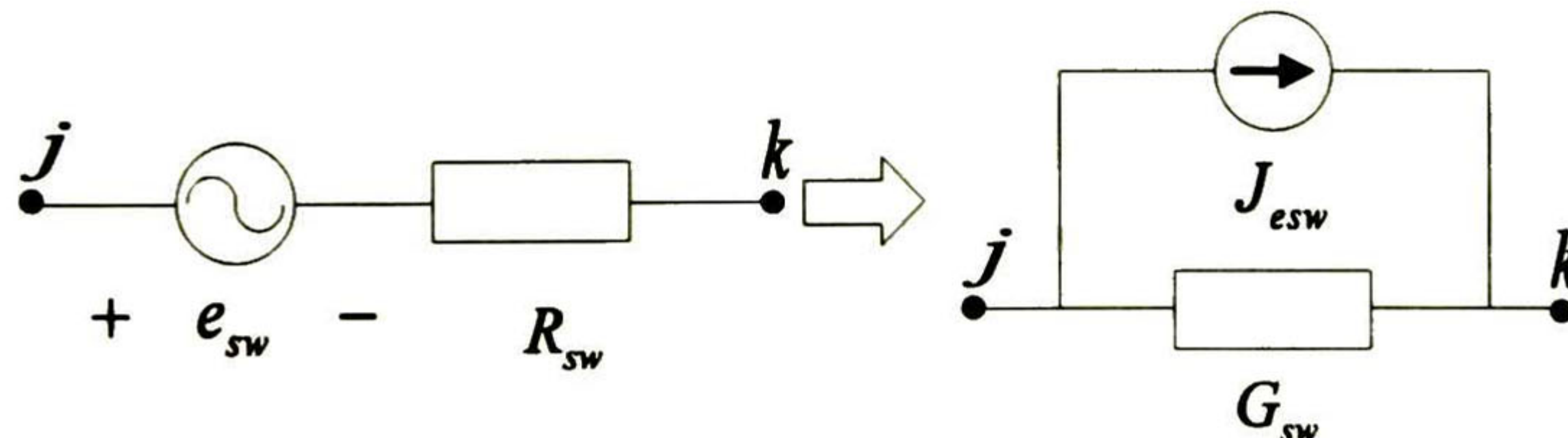


Figura 4. 3 Equivalente de Norton para cierre de interruptores

En el caso de la apertura del interruptor no es necesario realizar una transformación de fuentes, de tal manera que la conductancia G_{sw} no es necesaria. En el caso de tener interruptores que fueron cerrados y se les asigno un valor de $G_{sw} = 1/R_{sw}$ este valor debe ser extraído de la matriz de admitancias, esto se logra asignando un valor de $G_{sw} = 0$

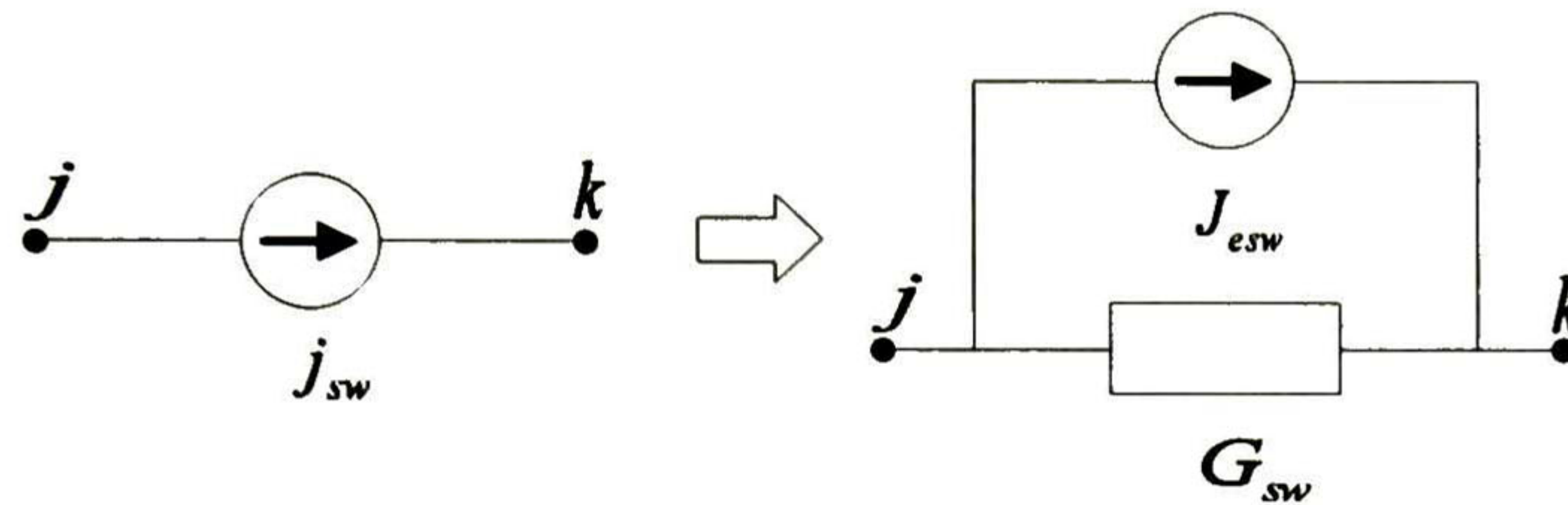


Figura 4. 4 Equivalente de Norton para apertura de interruptores

Supóngase que se tiene una red con un número N de nodos y se desea realizar una operación en un interruptor conectado entre los nodos j y k , antes de inyectar las corrientes correspondientes, la matriz de admitancias de la red Y_{bus} se modificada de la siguiente manera para realizar la operación topológica:

$$\begin{bmatrix} y_{jj} & \cdots & y_{jk} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{kj} & \cdots & y_{kk} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} y_{jj} + G_{sw} & \cdots & y_{jk} - G_{sw} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{kj} - G_{sw} & \cdots & y_{kk} + G_{sw} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Para un interruptor que se encuentra abierto se considera una condición inicial de $G_{sw} = 0$ y mientras que para un interruptor que se encuentra cerrado se considera una condición inicial de $G_{sw} = 1/R_{sw}$

La respuesta completa del sistema se obtiene sumando la respuesta del sistema a las excitaciones existentes antes de la maniobra del interruptor y la respuesta resultante debida a la fuente de corriente introducida por la maniobra del interruptor, esto se puede expresar como:

$$V = V^{(0)} + \left(Y_{bus}^{(1)} \right)^{-1} I^{(1)} \quad (4.4)$$

donde $V^{(0)}$ son los voltajes nodales antes de la maniobra del interruptor, $Y_{bus}^{(1)}$ la matriz de admitancias modificada de la red e $I^{(1)}$ es el vector de corrientes nodales en el cual está la fuente de corriente introducida por la maniobra del interruptor.

$$I^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & J_{sw} & \cdots & -J_{sw} & \cdots & 0 \\ 1 & \cdots & j & \cdots & k & \cdots & N \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

4.6 Apertura y Cierre de Interruptores en una Línea de Trasmisión Trifásica

Considérese la línea de transmisión subterránea trifásica mostrada en la figura 4.5, la cual consta de tres cables subterráneos conectados a una fuente trifásica cosenoidal dada por $V_{Sa} = 400kV \angle 0^\circ$, $V_{Sb} = 400kV \angle 120^\circ$ y $V_{Sc} = 400kV \angle -120^\circ$

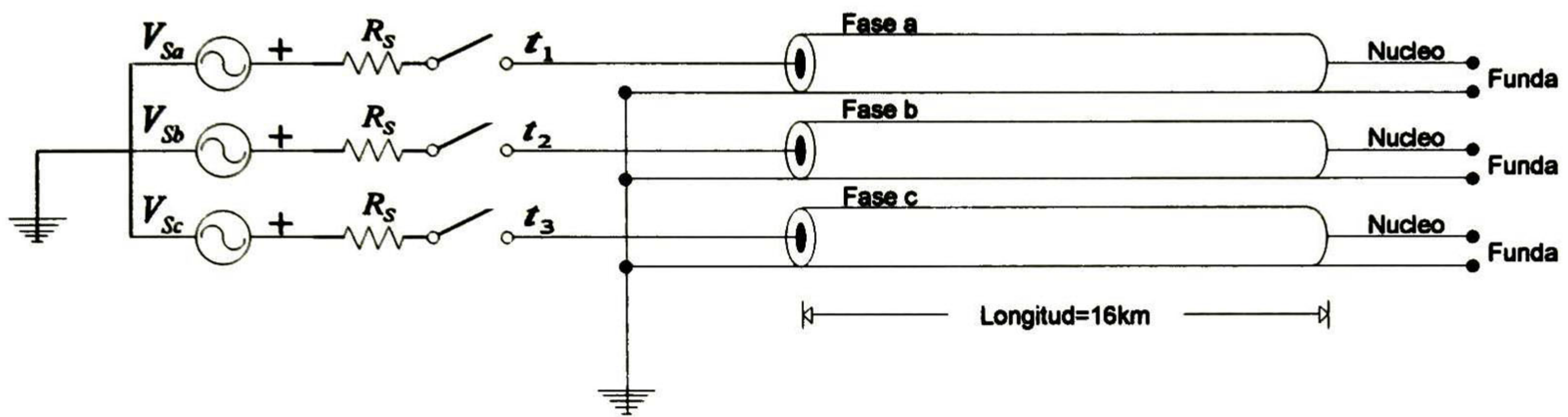


Figura 4. 5 Diagrama de conexión

Los datos y geometría de la red están dados en la figura 4.6

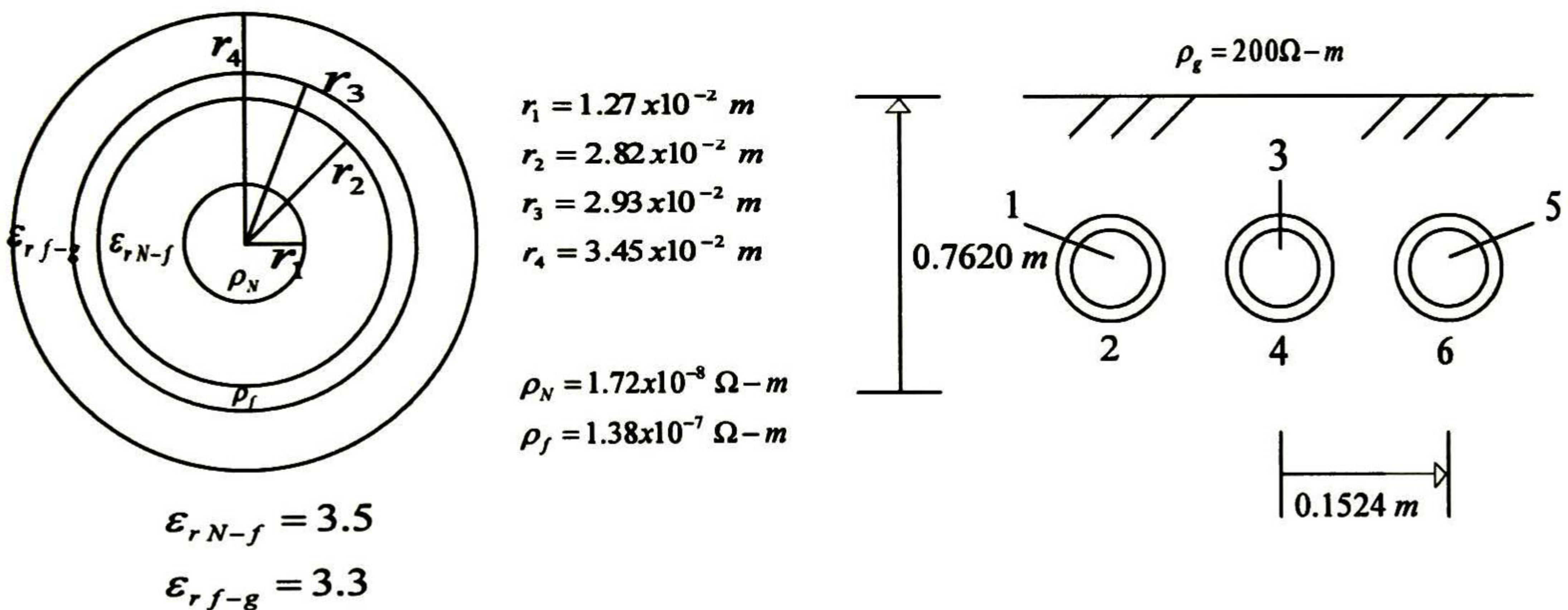


Figura 4. 6 Parámetros de la línea

Se desea cerrar los interruptores secuencialmente en los tiempos $t_a = 3 \text{ s}$, $t_b = 5 \text{ s}$ y $t_c = 8 \text{ s}$. Los valores de las resistencias de las tres fases son $R_s = 0.1 \Omega$ y los valores de resistencia de los interruptores son $R_{sw} = 0.1 \Omega$. Se considera que los núcleos y fundas al final de la línea se encuentra abierta. Para representar la línea de transmisión se usa el modelo de dos puertos mostrado en la siguiente figura

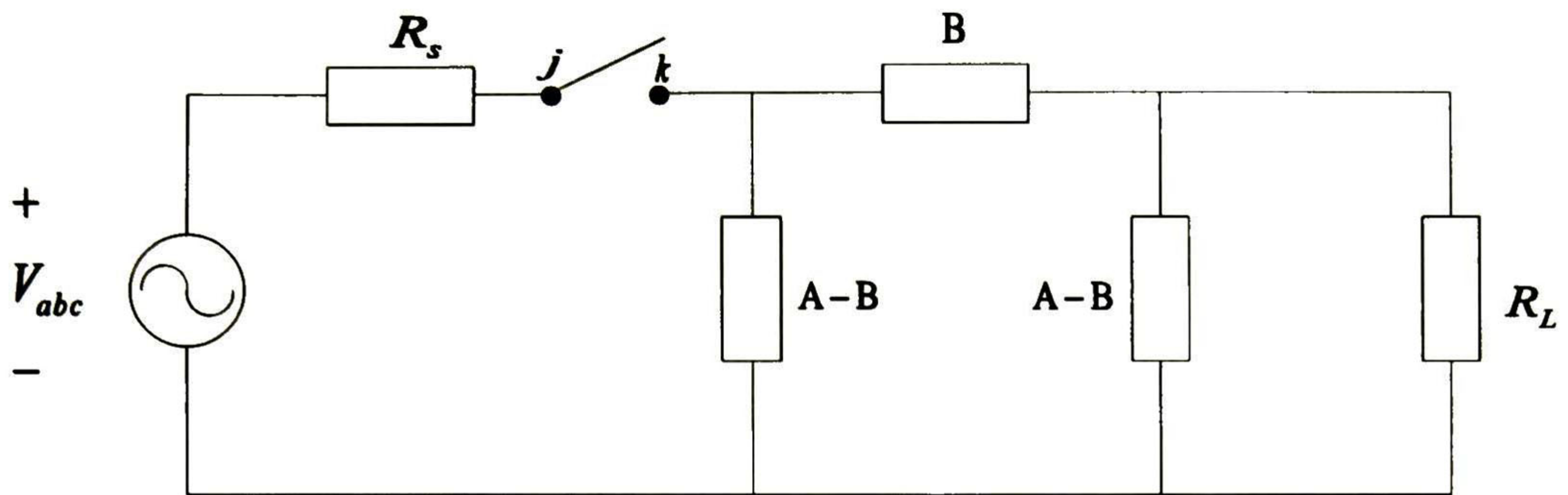


Figura 4. 7 Modelo de la línea de transmisión

donde A y B corresponden a los parámetros de admitancias de dos puertos de la línea y son iguales a $A = Y_c \coth(\Gamma l)$ y $B = Y_c \operatorname{cosech}(\Gamma l)$ con admitancia característica Y_c , matriz de propagación Γ y longitud de la línea l .

Usando el modelo de la figura 4.2 para representar el interruptor entre los nodos $j-k$ en la figura 4.3 y acomodando todo de una forma nodal, nuestra red nos queda

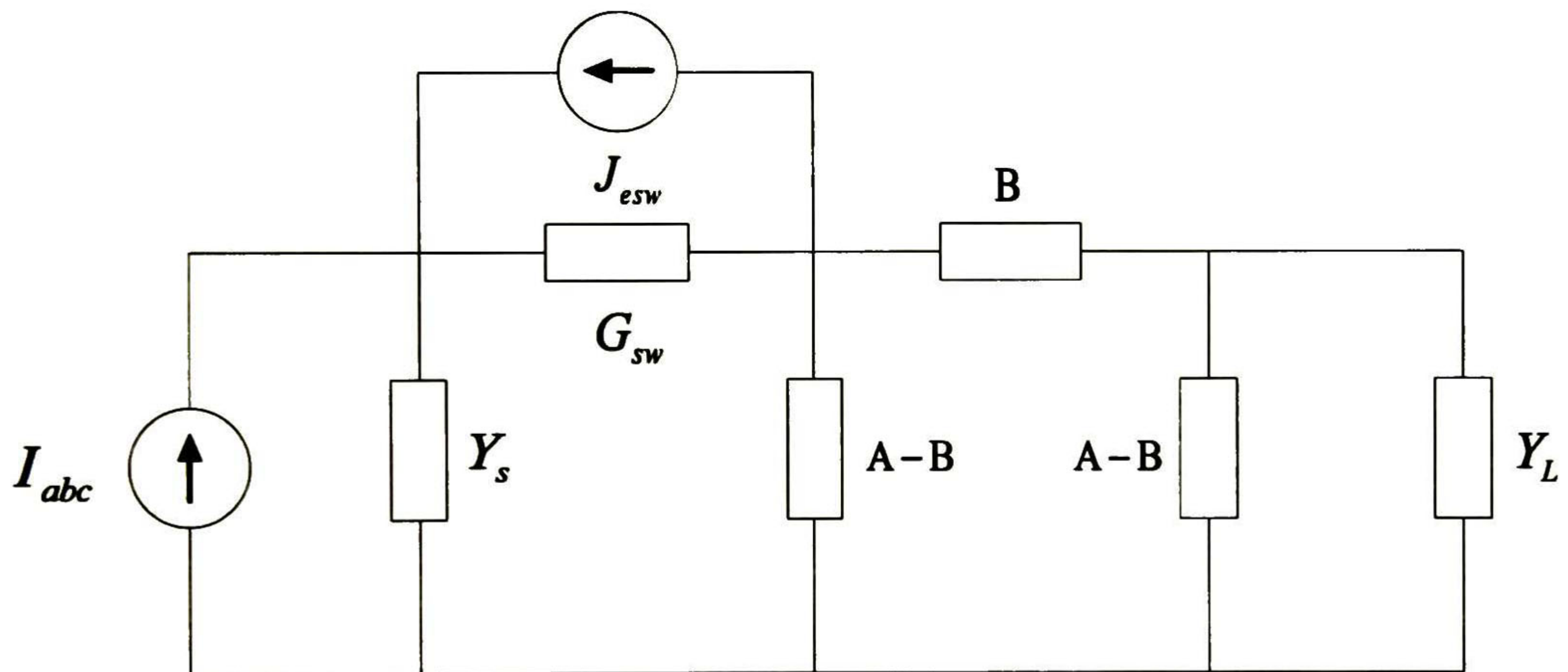


Figura 4. 8 Modelo de la línea de transmisión en forma nodal

I_{abc} es el vector de corrientes del equivalente de Norton y G_{sw} es la matriz diagonal de conductancias que representa las tres fases de los interruptores, Y_s es una matriz diagonal con elementos $1/R_s$ y Y_L es la admitancia de la carga.

Expresando todo el sistema en forma matricial de la forma $I = Y_{bus} V$ tenemos:

$$\begin{bmatrix} I_{abc} + J_s \\ -J_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_s + G_{sw} & -G_{sw} & 0 \\ -G_{sw} & A + G_{sw} & -B \\ 0 & -B & A + Y_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{SS} \\ V_{SE} \\ V_L \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Para obtener la respuesta total se necesita sumar la respuesta del sistema a la excitación existente antes de la maniobra del interruptor $J_s = 0$ y $G_{ws} = 0$, y la respuesta resultante debida a la fuente de corriente introducida por la maniobra del interruptor $I_{abc} = 0$.

El cierre de la fase a del interruptor se realiza inyectando la siguiente corriente:

$$J_s = L \begin{bmatrix} j_{eswa} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

El cambio en la topología de la red se realiza empleando una matriz de conductancia del interruptor:

$$G_{sw} = \begin{bmatrix} 1/R_{sw} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

La respuesta completa del sistema para el cierre de la fase a queda como:

$$V = V^{(0)} + (Y_{bus}^{(1)})^{-1} I^{(1)} \quad (4.9)$$

En forma similar para la fase b se tiene que:

$$J_s = L \begin{bmatrix} 0 \\ j_{eswb} \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_{sw} = \begin{bmatrix} 1/R_{swa} & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_{swb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

y para la fase c

$$J_s = L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j_{eswc} \end{bmatrix} \quad G_{sw} = \begin{bmatrix} 1/R_{swa} & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_{swb} & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_{swc} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Las figuras 4.9 y 4.10 muestran las gráficas del voltaje del núcleo y el voltaje de la funda al final de la línea de transmisión simulada por el programa comercial PSCAD/EMTDC y la transformada numérica de Laplace. Para esta última se utilizó un tiempo de simulación de 10ms y un número de muestras igual a 1024.

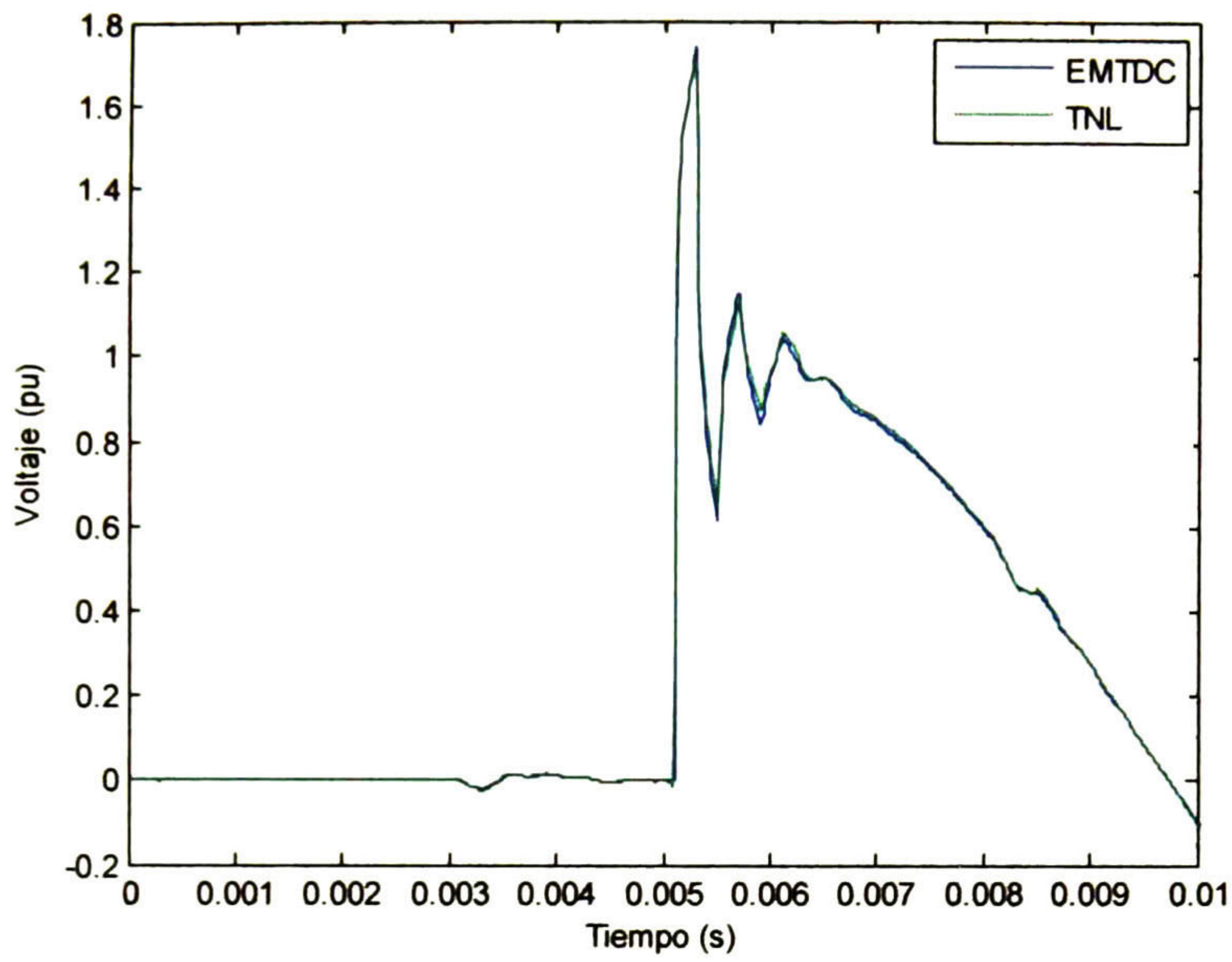


Figura 4. 9 Voltaje en el núcleo al final de la línea en la fase b

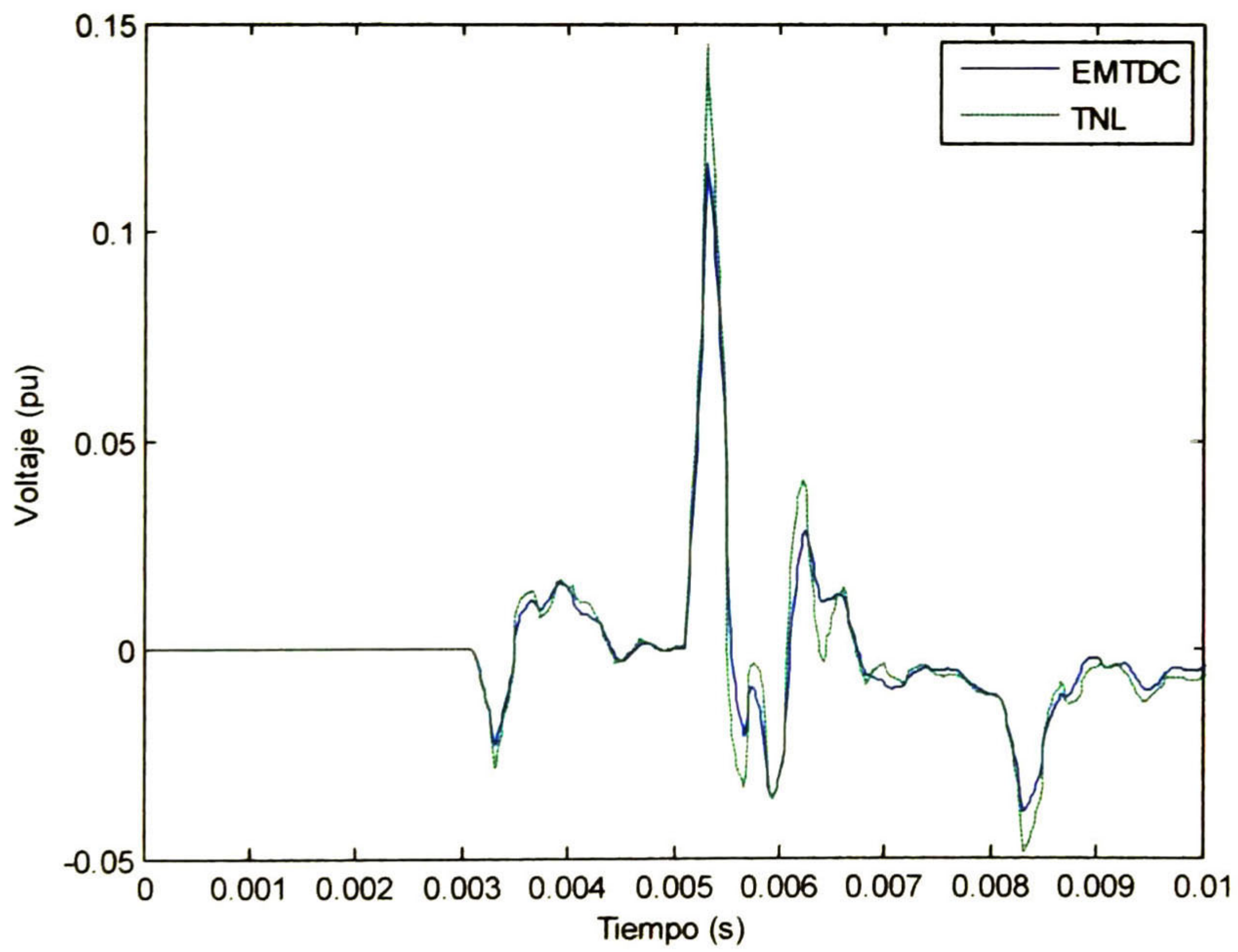


Figura 4. 10 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase b

Ahora para ejemplificar el procedimiento de aperturas de interruptores, considere que se desea abrir los tres interruptores del ejemplo anterior en los tiempos $t_a = 11 s$, $t_b = 9 s$ y $t_c = 13 s$.

Para abrir primero el interruptor de la fase a se debe inyectar una corriente de igual magnitud pero de polaridad opuesta a la corriente que fluye a través del interruptor a

$$J_s = L \left\{ \begin{bmatrix} J_{swa} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.12)$$

El cambio en la topología de la red ahora se realiza extrayendo de la matriz de conductancia de los interruptores el término correspondiente al interruptor a :

$$G_{sw} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_{swb} & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_{swc} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

La respuesta completa del sistema para la apertura del interruptor a se obtiene aplicando la ecuación 4.9.

De forma similar para abrir el interruptor b se tiene:

$$J_s = L \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ J_{swb} \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad G_{sw} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_{swc} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

y para la fase c :

$$J_s = L \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{swc} \end{bmatrix} \right\} \quad G_{sw} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

En las figuras 4.11 y 4.12 nuevamente se presenta una comparación entre el programa comercial PSCAD/EMTDC y la transformada numérica de Laplace con un tiempo de simulación de 40 ms y un número de muestras igual a $N=1024$.

Como se puede notar tanto para el cierre y como la apertura de interruptores se tiene un procedimiento muy similar y sistemático, que permite introducir cualquier número de interruptores y cualquier número de maniobras. Se puede observar también que el método de la Transformada Numérica de Laplace combinado con superposición arroja muy buenos resultados.

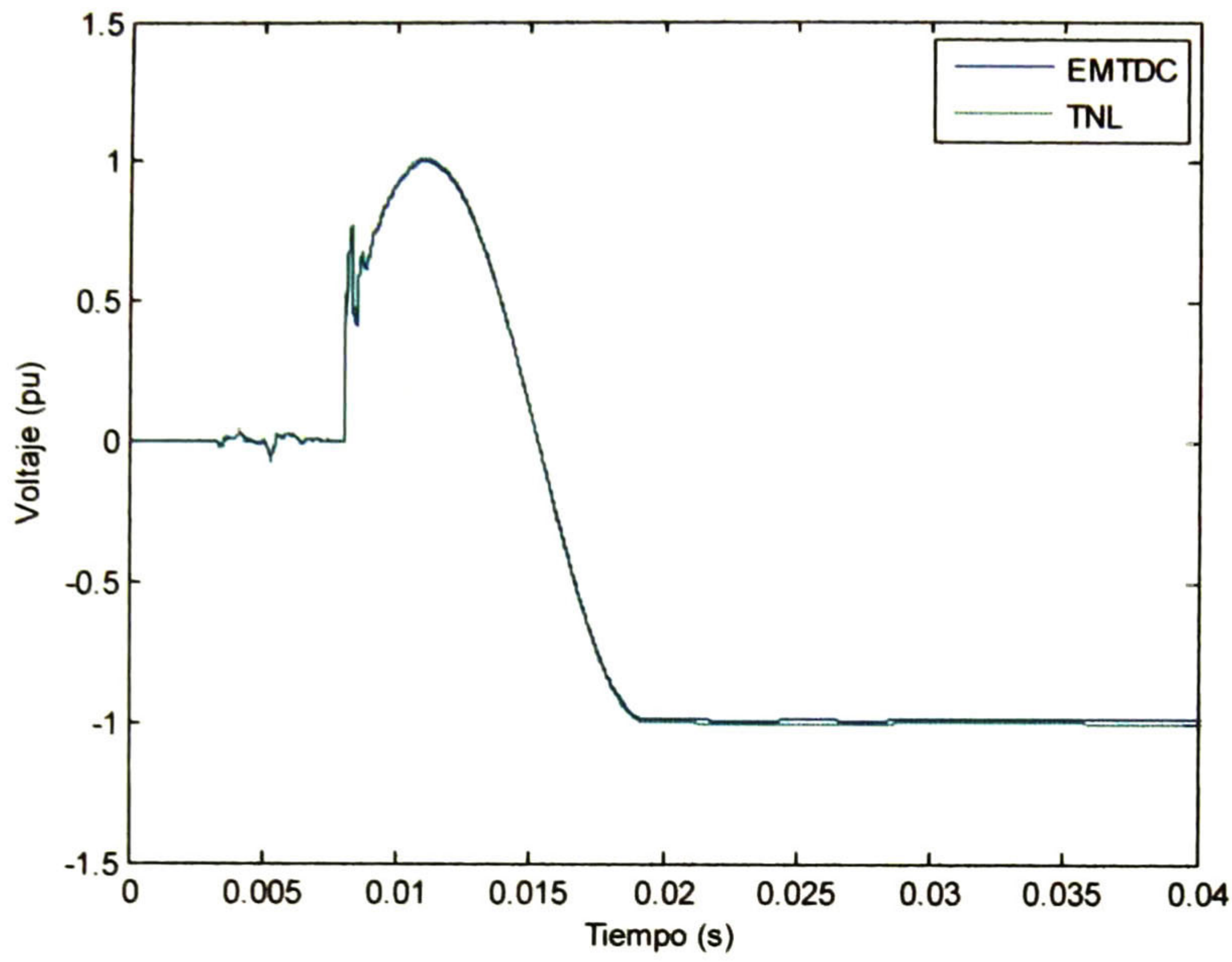


Figura 4. 11 Voltaje en el núcleo al final de la línea en la fase c

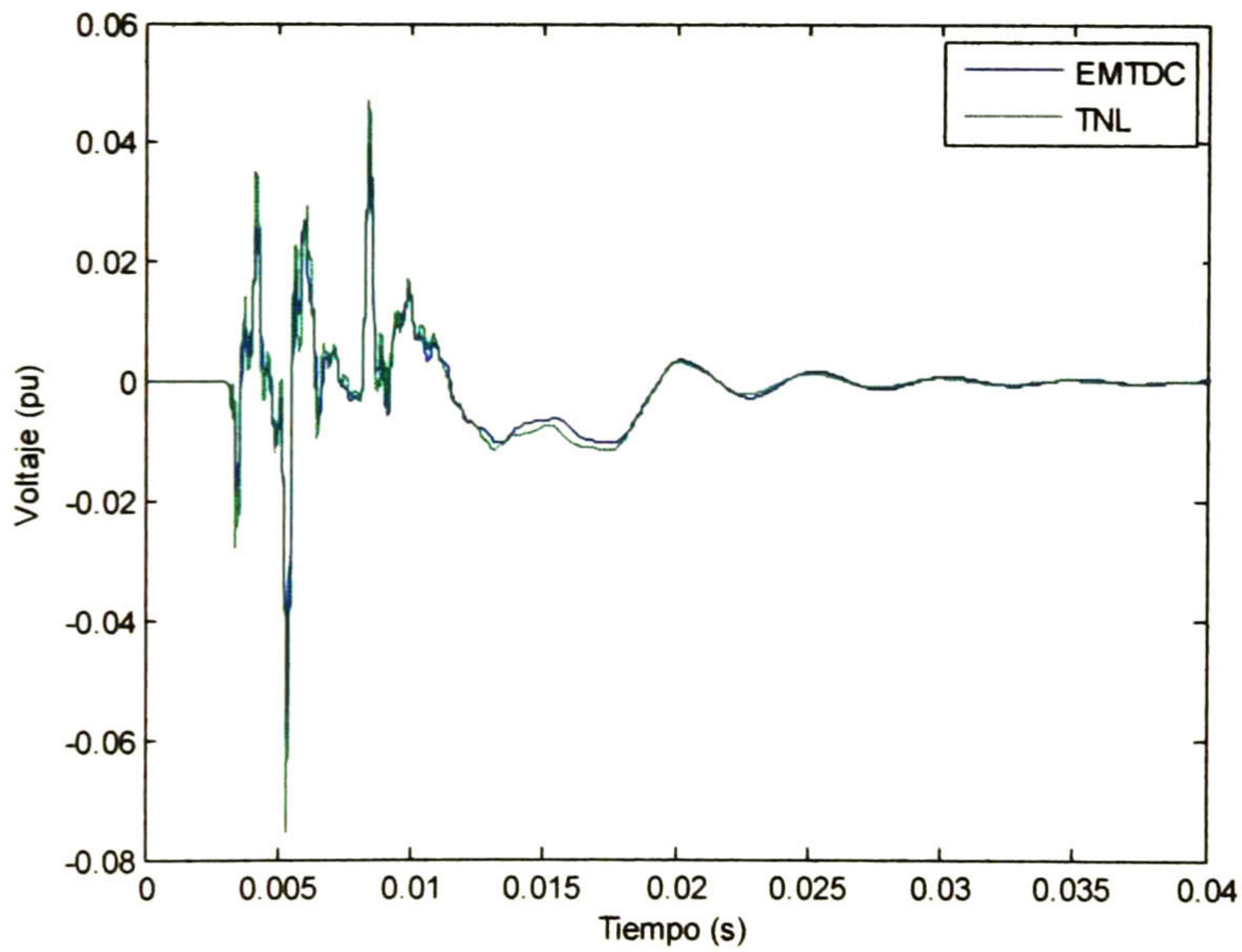


Figura 4. 12 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase c

CAPITULO V

CARGAS NO LINEALES

5.1 Introducción

La simulación de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas, incluyendo elementos no lineales puede ser realizada resolviendo numéricamente las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales (ODEs) que modelan el sistema. Una manera alternativa para incluir elementos no lineales en nuestros análisis de transitorios usando técnicas en dominio de la frecuencia, es aproximar las características del elemento no lineal en segmentos lineales. Cuando se hacen estas aproximaciones el procedimiento de simulación se reduce a operaciones secuenciales de interruptores, que dan como resultado una excelente aproximación a los resultados obtenidos resolviendo las ODEs. [2, 13, 25, 26].

Una manera alternativa a estos dos métodos antes mencionados es propuesto en [27]. Este método consiste en separar una red en su parte lineal y no lineal, la parte no lineal se representa por medio de un polinomio de orden p y la solución se encuentra por medio de un proceso recursivo.

5.2 Modelo Piezo-Lineal de Elementos no Lineales.

Una forma de modelar una carga no lineal, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, es representar su curva $v - i$ por medio de segmentos de recta. Considérese la gráfica de la figura 5.1, en ella se ha aproximado la curva característica $v - i$ de una resistencia no lineal empleando N segmentos rectos con pendientes iguales a $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$ y ordenadas al origen $0, V_2, V_3, \dots, V_N$.

La relación $v - i$ para el primer segmento puede considerarse constante e igual a R_1 mientras la magnitud del voltaje sea $0 < v < v_2$ en esta zona de operación, el equivalente de Thevenin que el sistema ve hacia el elemento no lineal es simplemente la resistencia R_1 , como se muestra en la Fig. 5.2a.

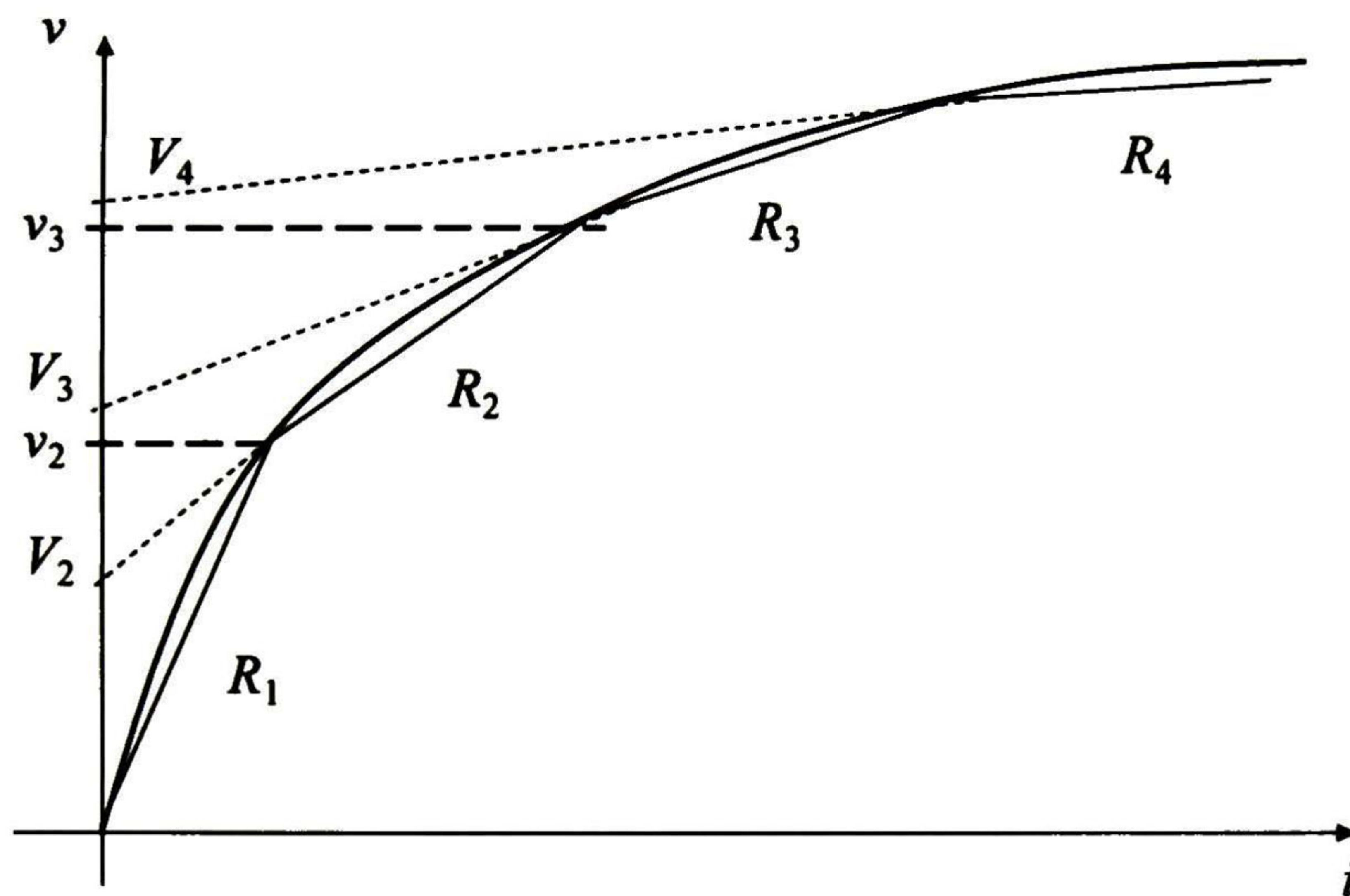


Figura 5. 1 Aproximación piezolineal de una resistencia no lineal

Para los demás segmentos se tiene que cuando $v > v_n$, la relación entre el voltaje y la corriente está dada por:

$$v = V_n + R_n i \text{ para } n = 2, 3, \dots, N \quad (5.1)$$

Para esta zona de operación el equivalente de Thevenin del elemento no lineal es una resistencia con valor R_n en serie con un voltaje V_n (ver la Fig.5.2.b)

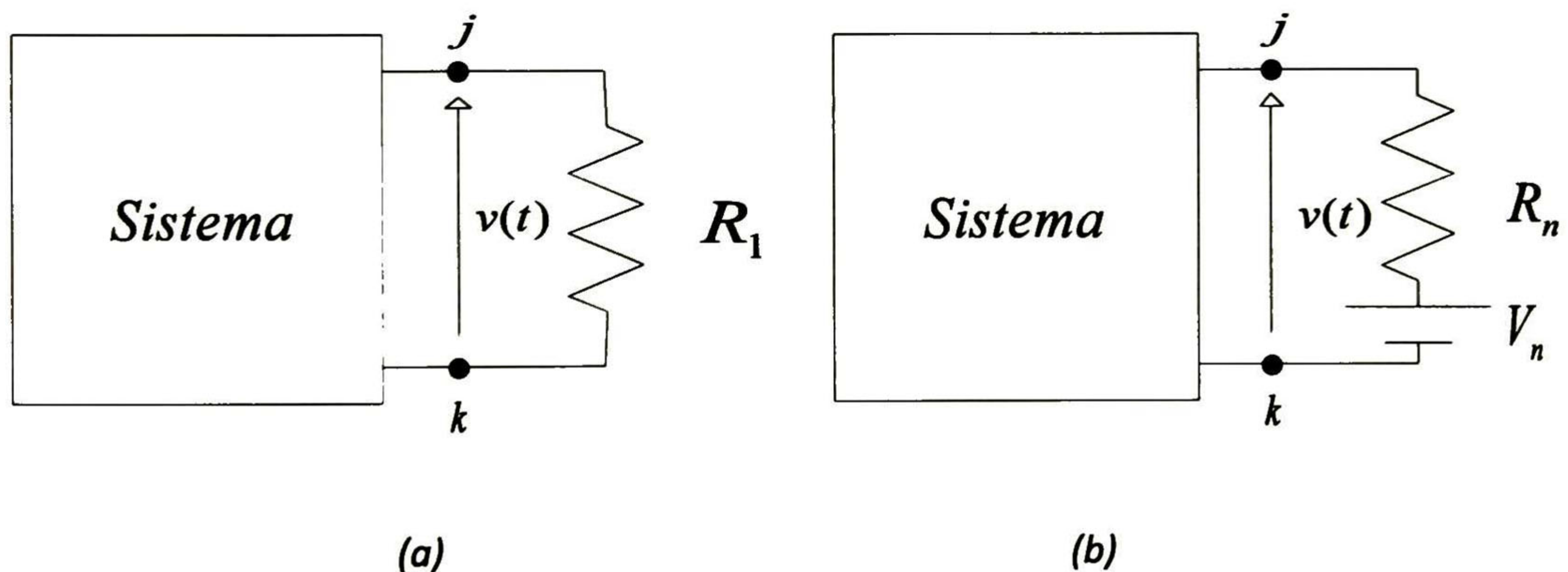


Figura 5. 2 Equivalente de Thevenin a) Zona 1 b) Zona n

Durante un transitorio, la diferencia de voltaje entre las terminales del elemento no lineal tomará valores que pueden hacer que se opere en cualquiera de las zonas. En métodos en el dominio del tiempo es relativamente simple la implementación de modelos piezolineales, ya que solo es necesario modificar los valores de los parámetros del equivalente de Thevenin en el instante de tiempo que se requiera. En los métodos en el

dominio de la frecuencia esto es un poco más complicado, pues un modelo no lineal representado como piezolineal se convierte en un elemento variante en el tiempo. La forma de resolver esto es emplear interruptores que conectan y desconectan las ramas que se requieran, como se muestra en la Fig. 5.3.

En este procedimiento se considera que la resistencia R_1 permanece siempre conectada entre los nodos j y k , mientras que las otras ramas se conectarán o desconectarán dependiendo de la magnitud del voltaje $v_j - v_k$. En la Fig. 5.3 R_{xj} y v_{xj} no corresponden a los valores de la aproximación piezolineal de la curva $v-i$, sino a los valores que se requieren para que junto con R_1 el equivalente de Thevenin entre los nodos j y k corresponda a los valores mostrados en la Fig. 5.2.

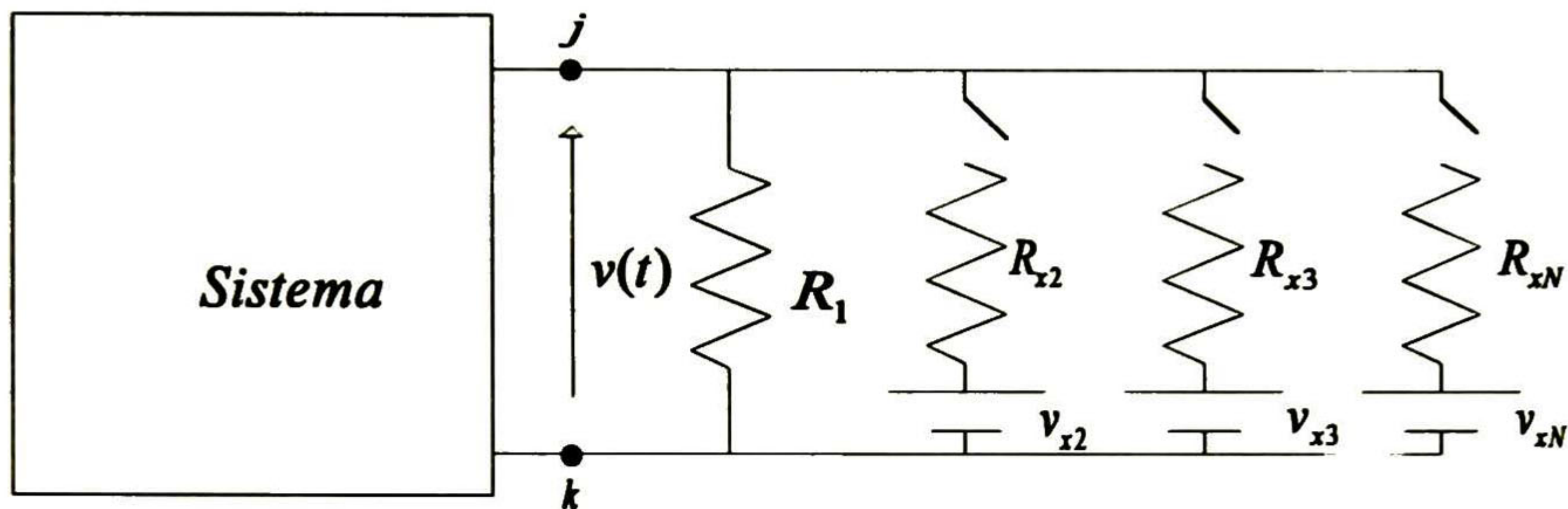


Figura 5. 3 Representación de una resistencia no lineal por medio de N segmentos lineales

Con la finalidad de encontrar los valores de las fuentes de voltaje v_{xn} y las resistencias R_{xn} , para $n= 2,3,\dots,N$, considere la Fig.5.4, la cual muestra la conexión en paralelo de las resistencias R_1 y R_{x2} cuando se cierra el interruptor (Fig.5.4a) y el equivalente de Norton que se debe obtener para proporcionar la zona de operación requerida del elemento no lineal (Fig. 5.4b). Igualando los elementos del circuito de la Fig. 5.4a con los elementos del equivalente de Norton de la Fig. 5.4b se tiene que:

$$R_{x2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \tag{5.2a}$$

$$v_{x2} = \frac{V_2}{R_2} R_{x2} \tag{5.2b}$$

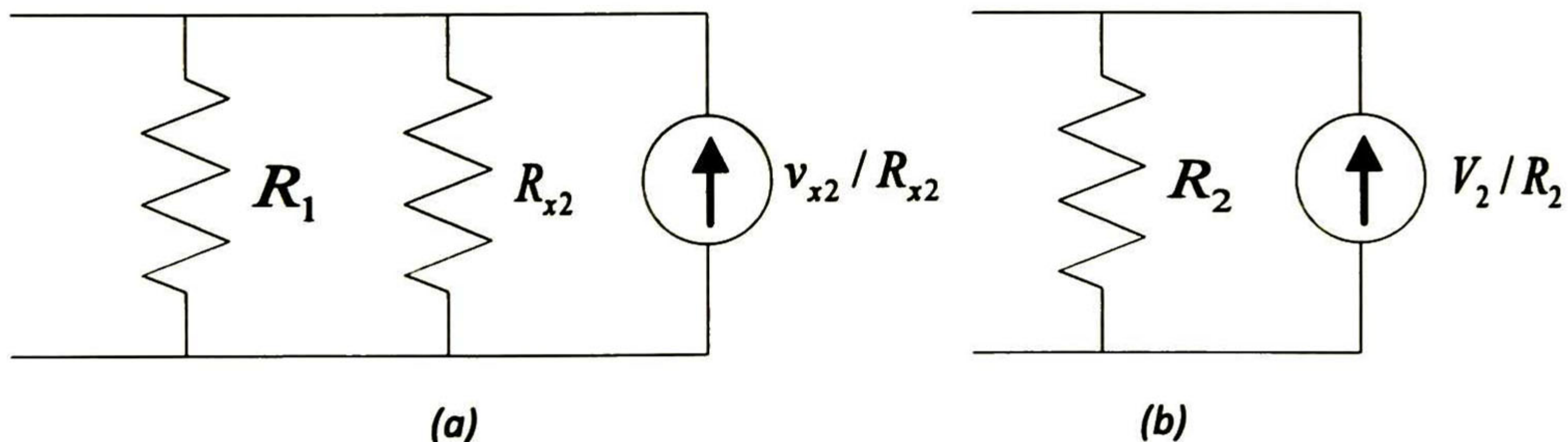


Figura 5. 4 a) Conexión en paralelo de las resistencias R_1 y R_{x2} b) Equivalente de Norton Zona no lineal

Para la siguiente zona de operación seguimos el mismo procedimiento, igualando los elementos de la figura 5.5a con los elementos de la figura 5.5b

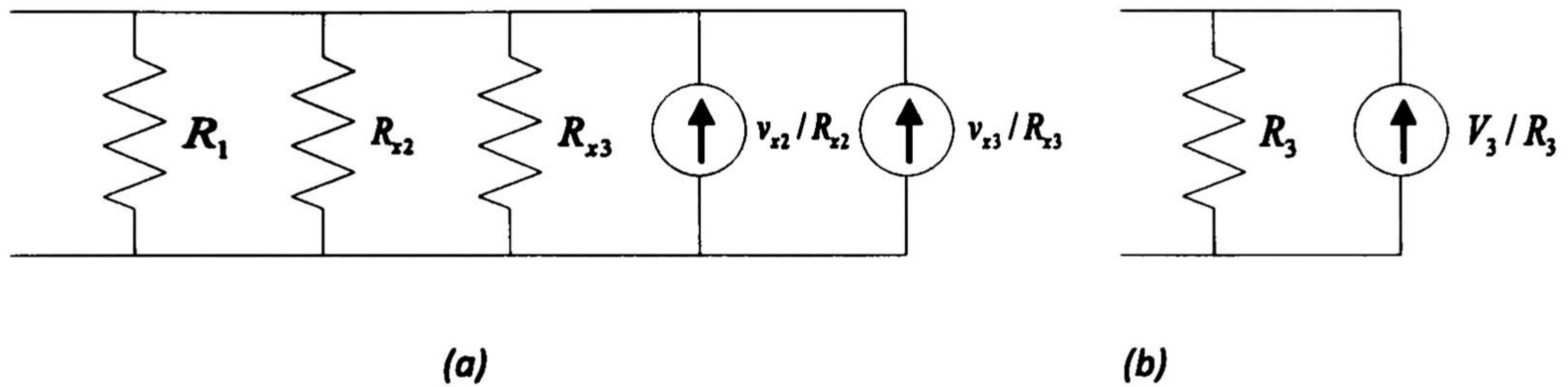


Figura 5. 5 a) Conexión en paralelo de las resistencias R_1 , R_{x2} y R_{x3} b) Equivalente de Norton Zona no lineal

Aplicando un poco de algebra y utilizando las ecuaciones 5.2a y 5.2b, podemos obtener

$$R_{x3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 - R_3} \quad (5.2a)$$

$$v_{x3} = \left(\frac{V_3}{R_3} - \frac{V_2}{R_2} \right) R_{x3} \quad (5.2b)$$

Y así para el segmento N se tiene que:

$$R_{xn} = \frac{R_{n-1} R_n}{R_{n-1} - R_n} \quad (5.3a)$$

$$v_{xn} = \left(\frac{V_n}{R_n} - \frac{V_{n-1}}{R_{n-1}} \right) R_{xn} \quad (5.3b)$$

Para realizar el análisis transitorio de una red que incluye una resistencia no lineal primeramente se sustituye esta última por la resistencia R_1 la cual representa el primer segmento de la curva mostrada en la figura 5.1 y se determina el voltaje $v(t)$ en sus terminales. A manera de ejemplo considere el circuito de la Figura 5.6 y supóngase que $v(t)$ tiene la forma de onda mostrada en la Fig. 5.7. Considere también que es en la n -ésima muestra donde se detecta por primera vez que la tensión ha rebasado el valor v_{ref} .

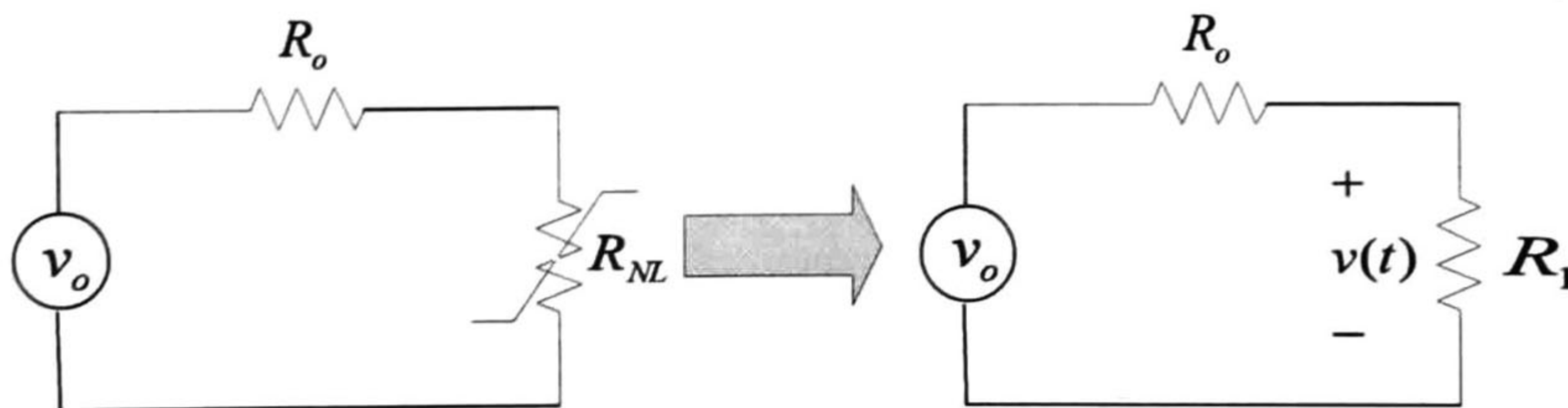


Figura 5. 6 red no lineal

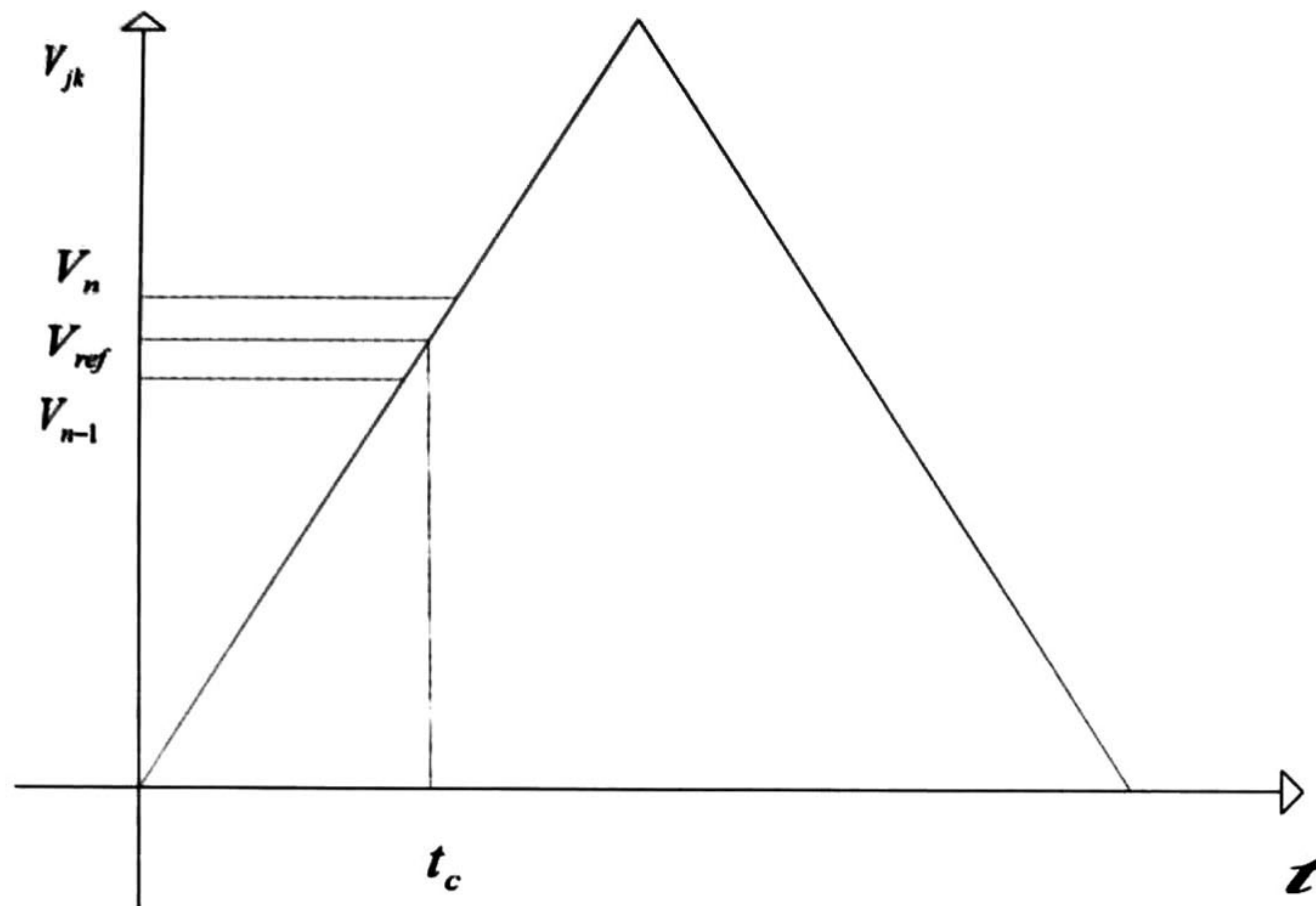


Figura 5. 7 Forma de onda de $f(t)$

El tiempo t_c en el que el voltaje vale v_{ref} se obtiene mediante interpolación lineal:

$$t_c = \left(n - \frac{v_n - v_{ref}}{v_n - v_{n-1}} \right) \Delta t \quad (5.4)$$

Una vez determinado t_c se calcula la respuesta de la red a la siguiente excitación colocada en el lugar del interruptor:

$$E(s) = L\{u(t - t_c)[v_{x2} - v(t)]\} \quad (5.5)$$

Además se debe incluir la resistencia R_{x2} en la matriz de admitancias del sistema. Una vez calculada esta respuesta se superpone a la del estado anterior. El resultado se ilustra en la figura 5.8.

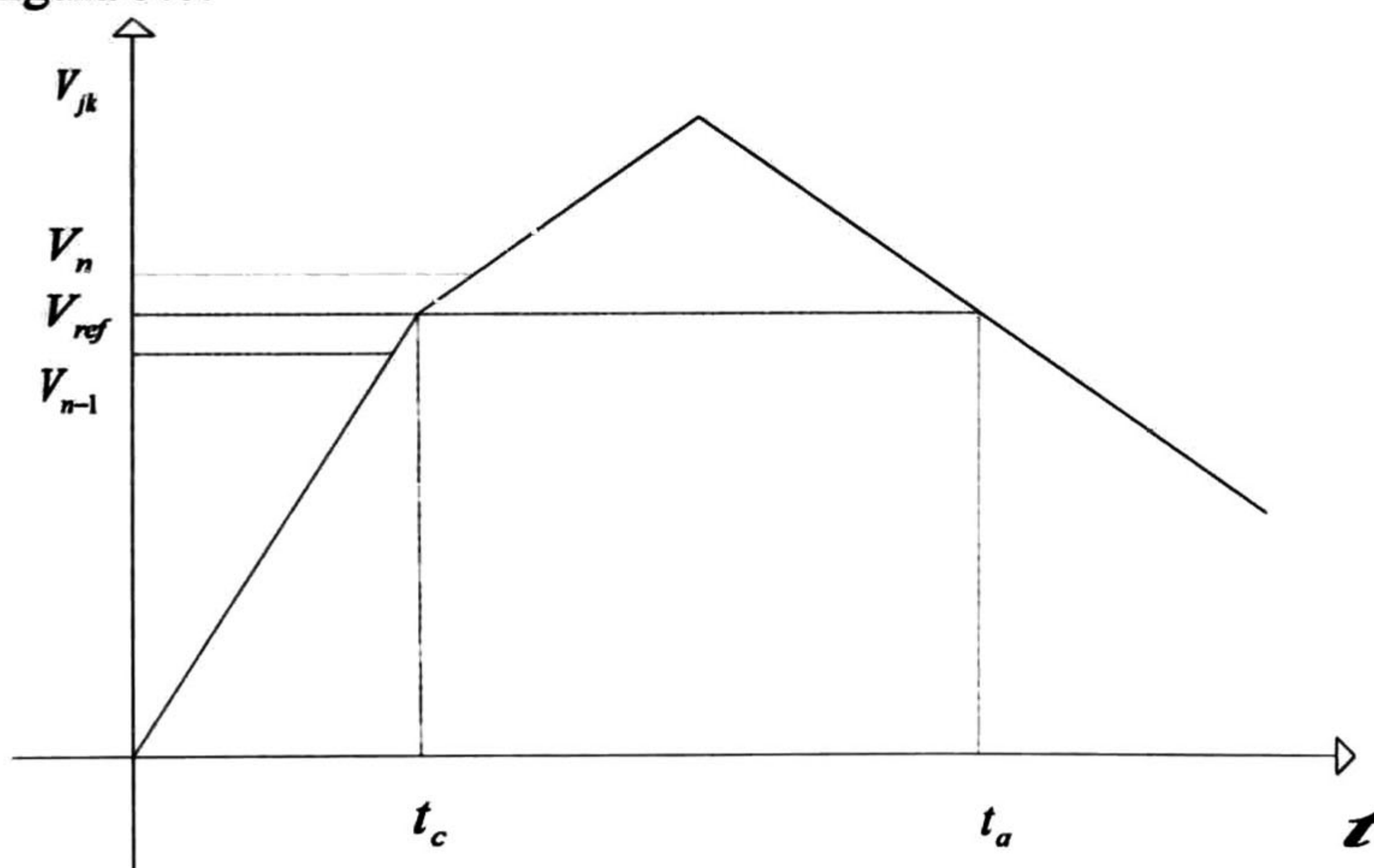


Figura 5. 8 Voltaje resultante a la primera maniobra de interruptor

En la fig.5.8 se muestra que para tiempos mayores a t_a la resistencia del elemento no lineal debe tomar nuevamente el valor R_1 , esto se logra abriendo el interruptor. Para realizar esto se debe de inyectar una corriente dada por:

$$I(s) = L\{u(t - t_a)[-i(t)]\} \tag{5.6}$$

donde $i(t)$ se calcula de la siguiente forma:

$$i(t) = \frac{v(t) - v_{x2}}{R_{x2}} \tag{5.7}$$

La forma de onda resultante se ilustra en la fig. 5.9

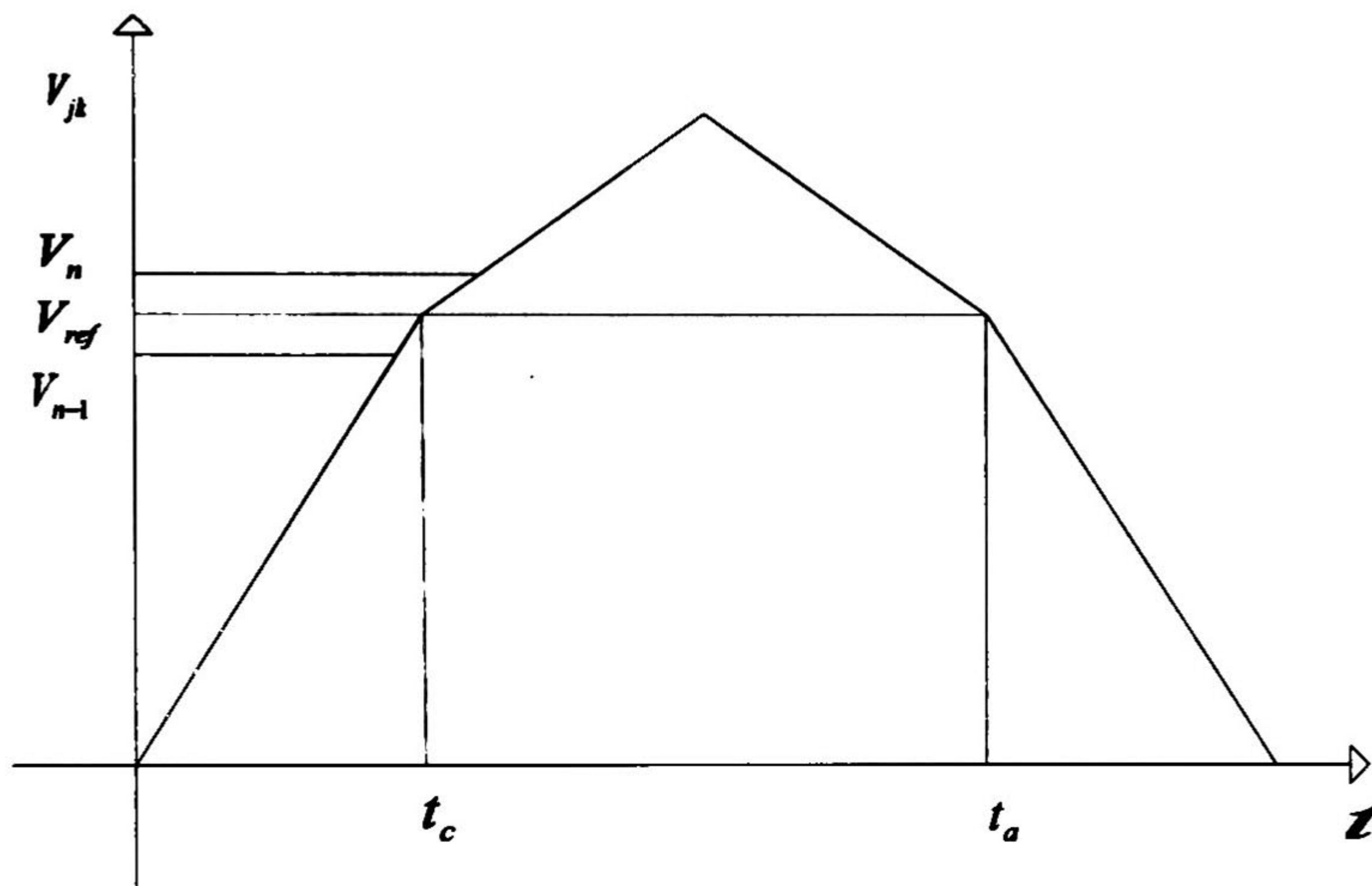


Figura 5. 9 Voltaje resultante a la segunda maniobra de interruptor

5.2.1 Ejemplo de Aplicación

Para este ejemplo considere el circuito mostrado en la figura 5.10. Los valores de los elementos del circuito son $R_o = 0.1\Omega$, $L_o = 0.3H$, $R = 0.2\Omega$, $L = 0.2H$, $C = 0.6\mu f$; la característica de la resistencia no lineal es mostrada en la Tabla 5.1, la cual contiene los voltajes en los puntos de quiebre de la curva no lineal como los mostrados en la figura 5.1.

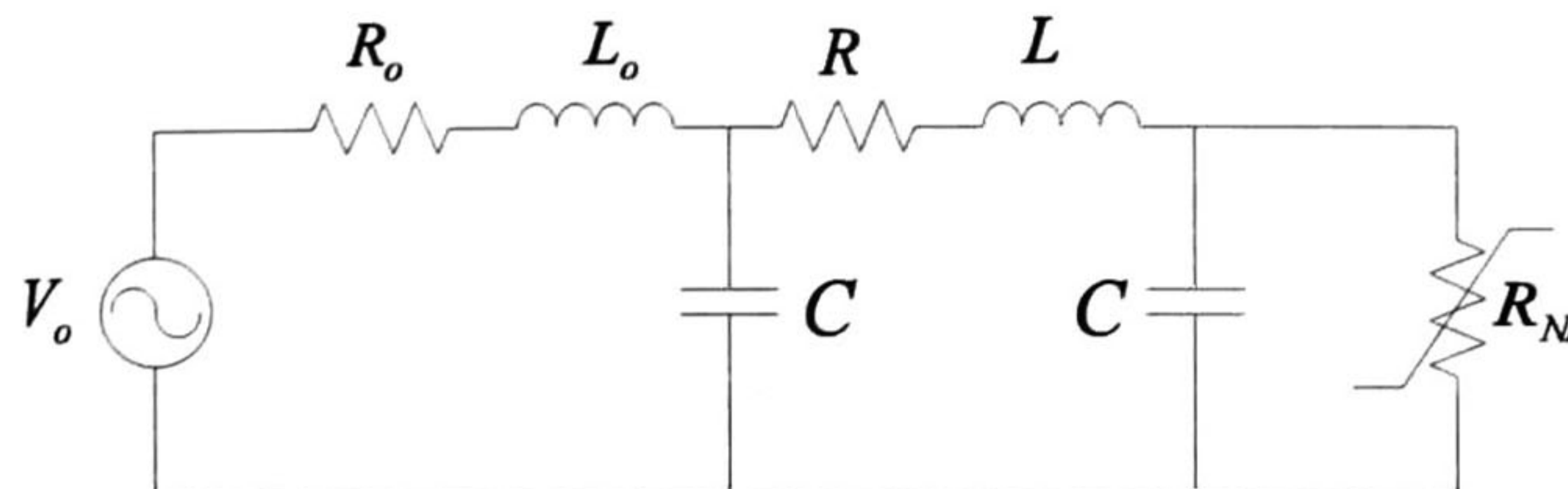


Figura 5. 10 Circuito RLC

Tabla 5. 1 Características V-I del pararrayos

Voltaje (V)	Corriente(A)
1.2	0.00047095
1.3	0.00074540
1.4	0.00250000
1.5	0.01340000
1.55	0.03160000

El valor del voltaje de la fuente es $V_o = \cos(\omega t)$ con una frecuencia igual a $f = 60 \text{ Hz}$, en la Figura 5.11 se presenta la representación nodal del circuito de la Figura 5.10.

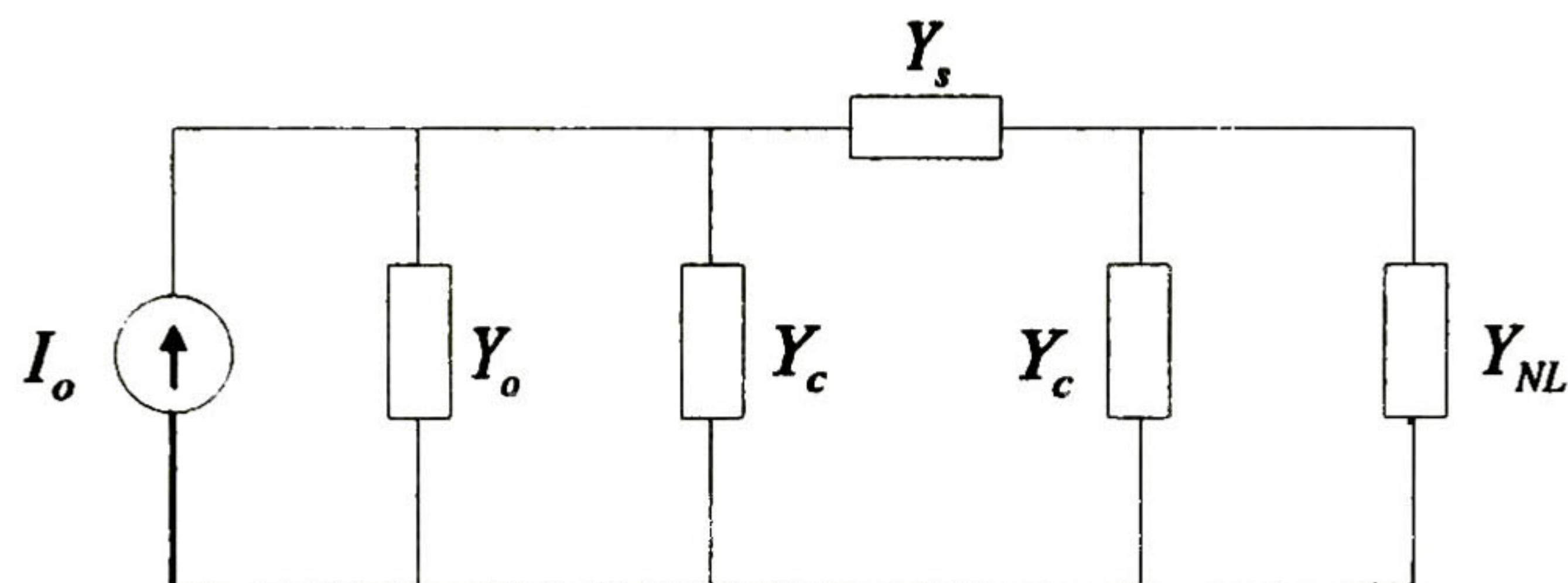


Figura 5. 11 Equivalente nodal

Para este ejemplo se utiliza un numero de muestras de $N=1024$ y un tiempo de simulación de 20 ms y los resultados son mostrados en la Figura 5.12.

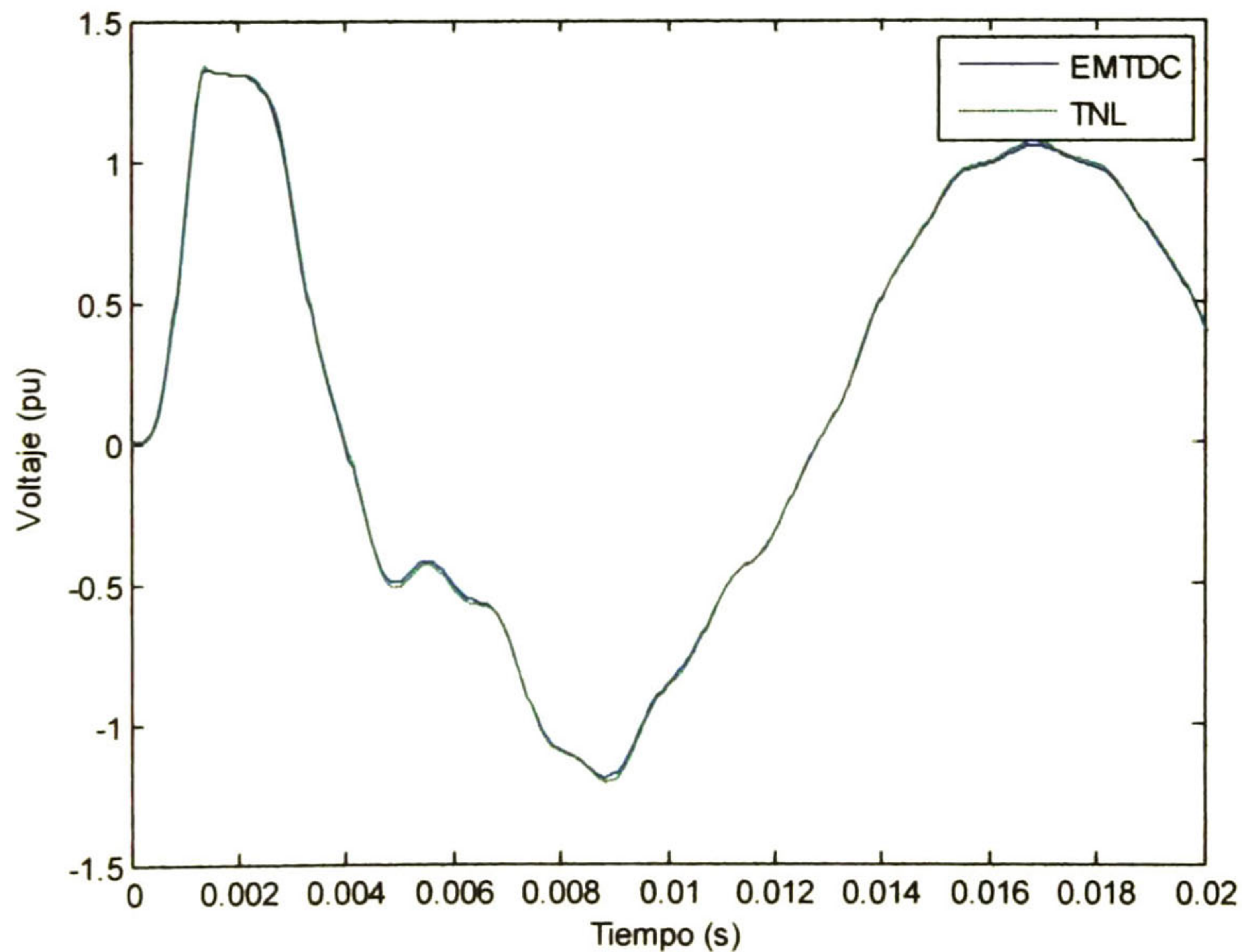


Figura 5. 12 Voltaje al final de la línea

Como se puede observar en la gráfica de la Figura 5.12 el método antes descrito tiene una excelente aproximación a los resultados obtenidos con el programa comercial PSCAD /EMTDC.

5.2.2 Ejemplo de Aplicación

En este ejemplo se energiza secuencialmente nuestro sistema de transmisión trifásico mostrado en la Figura 5.13, el cual está excitado por una fuente cosenoidal trifásica dada por $V_{Sa} = 400kV \angle 0^\circ$, $V_{Sb} = 400kV \angle 120^\circ$ y $V_{Sc} = 400kV \angle -120^\circ$. Se conecta un apartarrayos al final de la línea para cada fase, los parámetros de los conductores se muestran en la Figura 4.6 de la sección 4.6, los valores de los demás componentes que integran el circuito son $R_{sw} = 0.1 \Omega$, $R_s = 0.1 \Omega$ y $H_s = 0.1 H$.

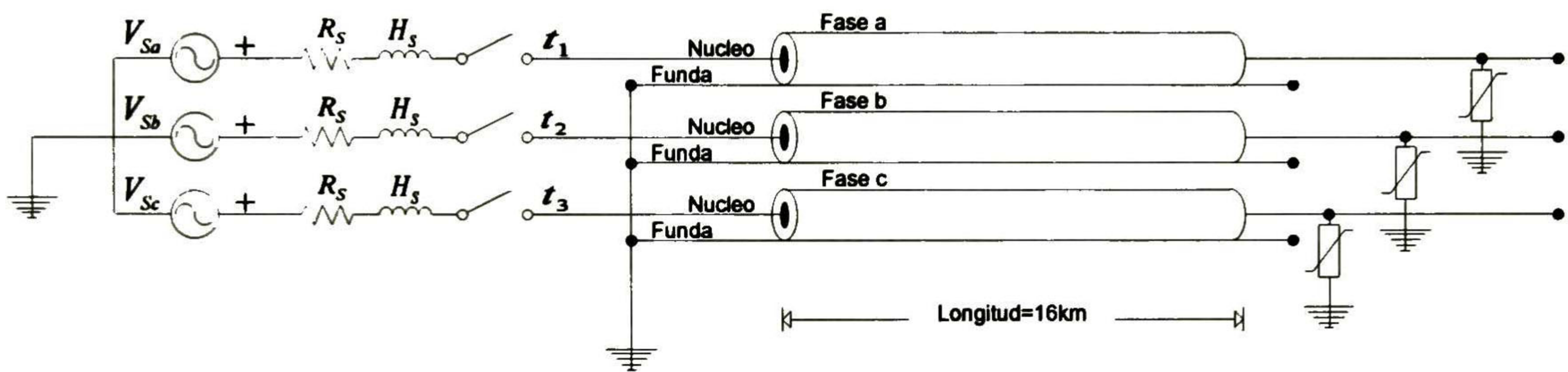


Figura 5. 13 Diagrama de conexión

El apartarrayos es representado como una resistencia no lineal con una curva característica aproximada por 5 segmentos lineales cuyos valores se muestran en la Tabla 5.2. El tiempo de cierre de los interruptores son $t_a = 3 s$, $t_b = 6 s$ y $t_c = 9 s$.

Tabla 5. 2 Características V-I del pararrayos

Voltaje (kV)	Corriente(kA)
480	0.1760
520	0.3226
560	0.7626
600	1.6426
620	12.6426

La grafica de la Figura 5.14 muestra una comparación entre el programa comercial PSCAD/EMTDC y la transformada numérica de Laplace para el voltaje en el conductor central de la fase b. En la Figura 5.15 se muestra el voltaje al final de la línea en la funda de la fase b. Se utilizó un tiempo de simulación de 15 ms y un número de muestras igual a N=1024.

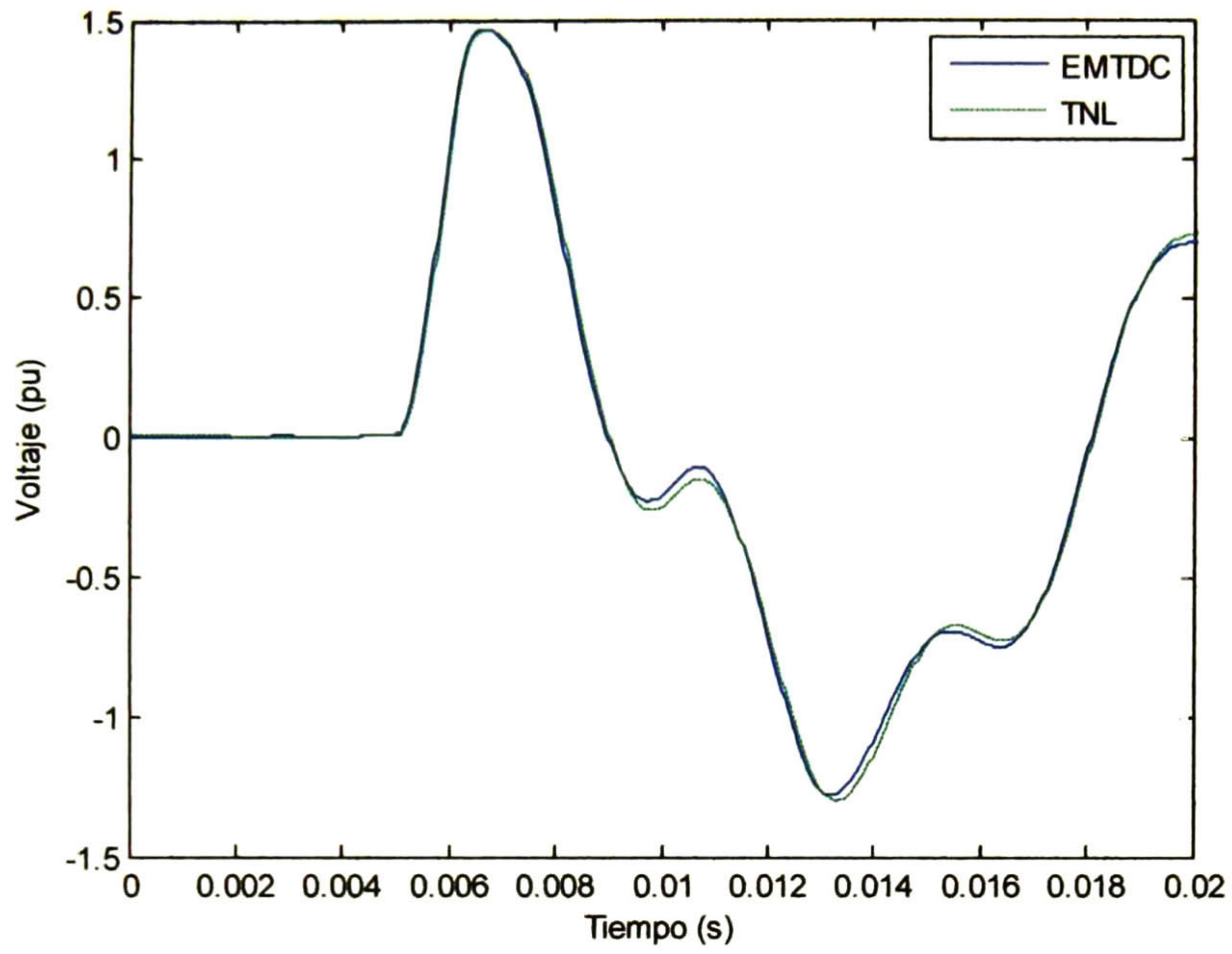


Figura 5. 14 Forma de onda del voltaje al final de la línea en la fase b

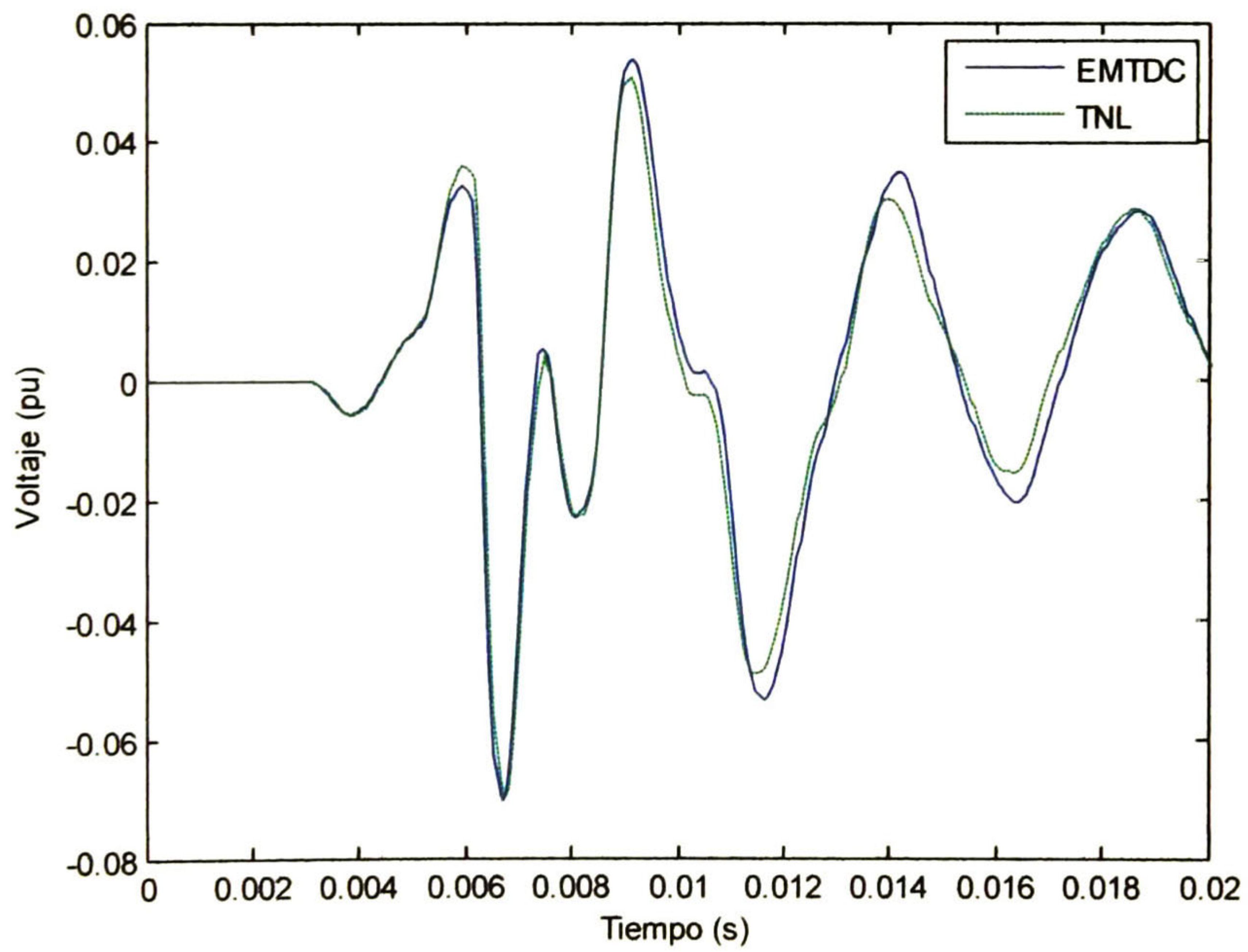


Figura 5. 15 Voltaje al final de la línea en la Funda de la fase b

Como se puede observar a simple vista los resultados para el voltaje en el conductor central obtenidos con la transformada numérica de Laplace son muy cercanos a los obtenidos con el programa comercial, sin embargo esto no ocurre para el voltaje de la funda de la misma fase lo cual se puede deber a diferencias en el cálculo de parámetros.

5.3 Cargas no lineales representadas por medio de un polinomio

Como ya se había mencionado anteriormente este método consiste en representar la característica $v-i$ no lineal con un polinomio y separar el circuito en sus partes lineal y no lineal. Para describir el procedimiento de este método con más detalle considérese el circuito mostrado en la figura 5.16

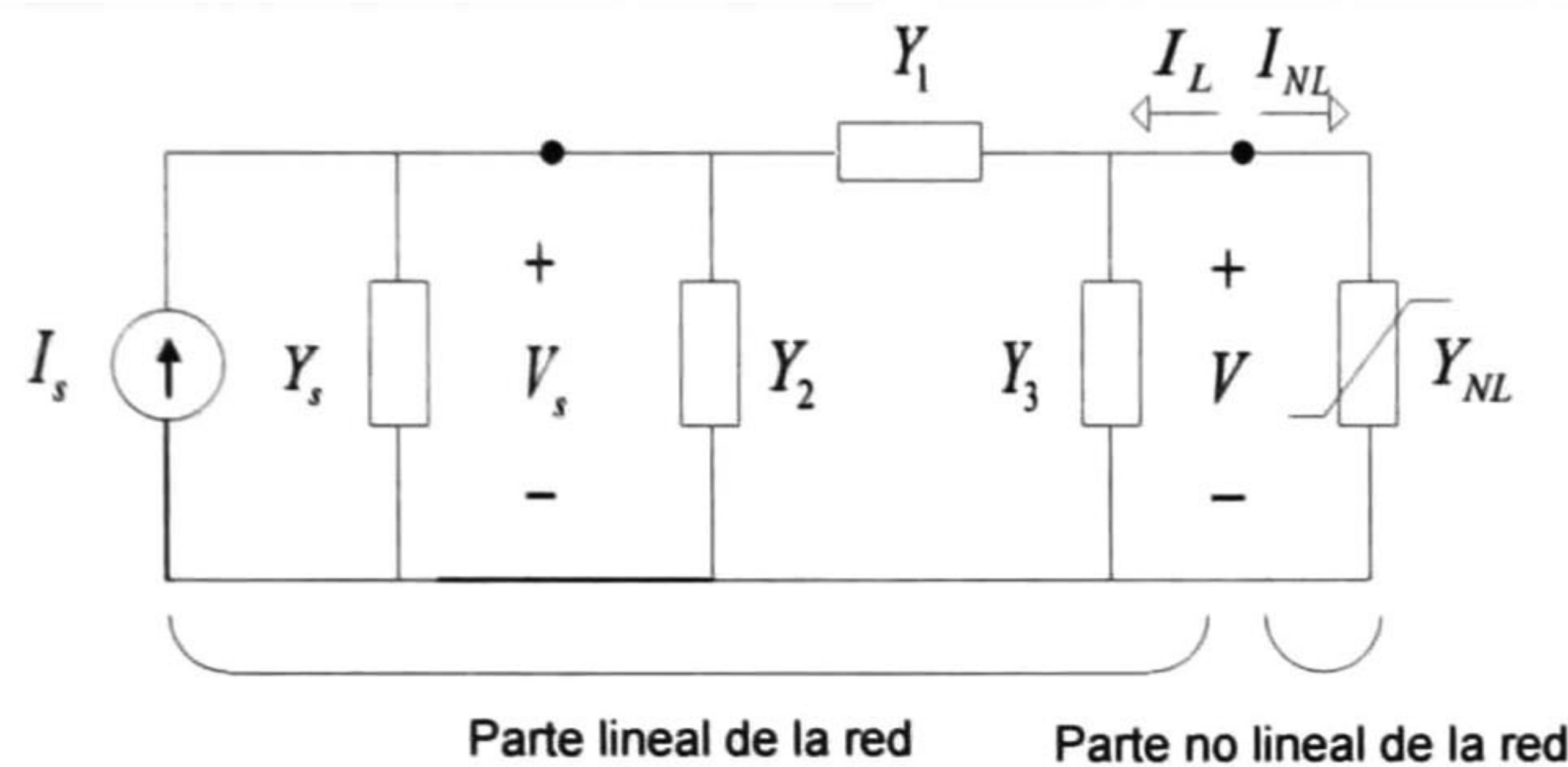


Figura 5. 16 Representación completa de la red

La parte lineal de la red se puede representar matricialmente por medio de:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ V_S \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

donde I_L corresponden a la corriente entrante a la parte lineal e I_S a la corriente nodal dentro de la parte lineal de la red. El voltaje V corresponde al voltaje en el punto de acoplamiento y V_S al voltaje nodal dentro de la parte lineal de la red.

Manipulando la ecuación 5.8 algebraicamente, podemos obtener la siguiente relación:

$$I_L = (Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21})V + (Y_{12}Y_{22}^{-1})I_S \quad (5.9)$$

donde los elementos entre paréntesis son matrices constantes formadas por elementos lineales y evaluados a la frecuencia compleja $s = c + jw$.

Para resolver la parte no lineal, consideremos una carga no lineal con relación corriente-voltaje representada como un polinomio de orden p [28]

$$i_{NL} = \alpha v + \beta v^p \quad (5.10)$$

La relación corriente-voltaje del polinomio es evaluada en el dominio del tiempo y después transformada al dominio de la frecuencia por medio de la transformada numérica de Laplace directa *TNLD*.

$$I_{NL} = TNLD\{i_{NL}\} \quad (5.11)$$

Para encontrar el jacobiano de nuestra red primero definimos I_m como el vector de suma de corrientes en el nodo no lineal:

$$I_m = I_L + I_{NL} \quad (5.12)$$

Sustituyendo tenemos:

$$I_m = (Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21})V + (Y_{12}Y_{22}^{-1})I_S + Y_{NL}V \quad (5.13)$$

Linealizando alrededor de un punto base:

$$\Delta I_m = \{(Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21}) + J_{NL}\}\Delta V \quad (5.14)$$

donde la parte encerrada entre paréntesis es al jacobiano lineal J_L y J_{NL} es al jacobiano no lineal de la red. Finalmente sustituyendo ΔI_m por $(I_{esp} - I_{nue})$ y ΔV por $(V_{nue} - V_{vie})$ dentro de 5.14 obtenemos:

$$V_{nue} = (J_{NL} + J_{NL})^{-1}(I_{esp} - I_{nue}) + V_{vie} \quad (5.15)$$

donde I_{nue} es el vector de corrientes que se obtiene con la ecuación 5.13, I_{esp} es el vector de corrientes especificada en el nodo no lineal, que por ley de corrientes de Kirchhoff es cero. V_{vie} es el voltaje propuesto inicialmente en el nodo no lineal y V_{nue} es el voltaje que se obtiene después de cada iteración.

El cálculo del Jacobiano no lineal se determina vía perturbaciones para lo cual primeramente considere un vector de voltajes V_0 en el dominio de la frecuencia, al cual se le suma una pequeña perturbación ε de la siguiente manera [27]:

$$V_0 = \begin{bmatrix} V_{0,1} \\ V_{0,2} \\ \vdots \\ V_{0,N} \end{bmatrix}, \quad V_1 = \begin{bmatrix} V_{0,1} + \varepsilon \\ V_{0,2} \\ \vdots \\ V_{0,N} \end{bmatrix}, \quad \dots \quad V_N = \begin{bmatrix} V_{0,1} \\ V_{0,2} \\ \vdots \\ V_{0,N} + \varepsilon \end{bmatrix} \quad (5.16a)$$

donde N es el número de muestras. De la ecuación 5.16a podemos obtener:

$$\Delta V = [\Delta V_1 \quad \Delta V_2 \quad \dots \quad \Delta V_N] = \varepsilon I_d \quad (5.16b)$$

donde $\Delta V_i = V_i - V_0$ para $i = 1, 2, \dots, N$ e I_d es una matriz identidad de $N \times N$

Ahora cada entrada V_k de la ecuación 5.16a, por medio de la ecuación 5.10 tendrá una salida I_k , acomodando esta última de forma similar a 5.16b tenemos:

$$\Delta I = [\Delta I_1 \quad \Delta I_2 \quad \dots \quad \Delta I_N] \quad (5.17)$$

donde $\Delta I_i = I_i - I_o$ para $i = 1, 2, \dots, N$

Finalmente el jacobiano no lineal es calculado como:

$$J_{NL} = \varepsilon^{-1} \Delta I \quad (5.18)$$

5.3.1 Ejemplo de Aplicación

Para ejemplificar el procedimiento anteriormente descrito, considérese el circuito de la figura 5.10 del ejemplo 5.2.1 así como los datos utilizados en dicho ejemplo.

La tabla 5.1 es ahora aproximada por el polinomio de la ecuación 5.10 con los valores de $\alpha = 3.6667e - 3$, $\beta = 2.2535e - 7$, la potencia del polinomio es $p = 27$ y la fuente de voltaje es $V_o = \cos(\omega t)$ con una frecuencia igual a $f = 60 \text{ Hz}$. La figura 5.18 muestra el equivalente nodal del circuito, note que este se divide en su parte lineal y no lineal.

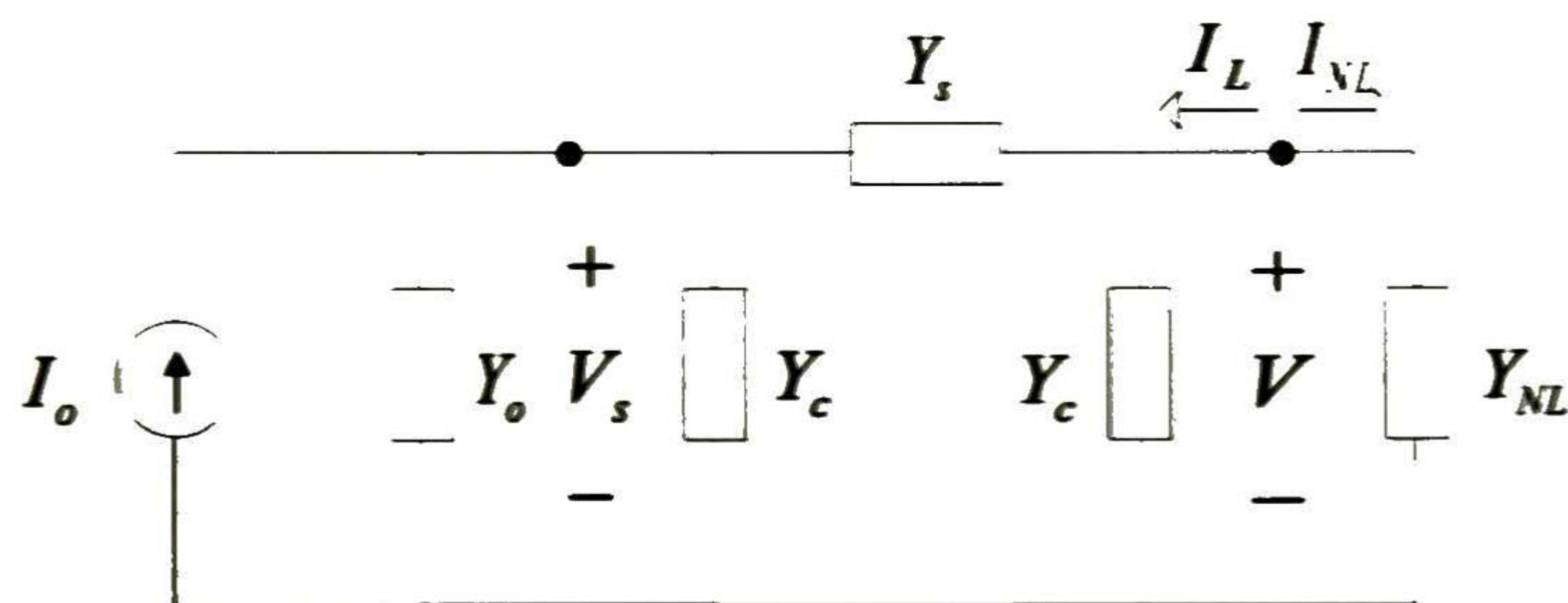


Figura 5. 18 Equivalente nodal

Del circuito de la figura 5.18, trabajando solamente con la parte lineal se puede obtener:

$$\begin{bmatrix} I_o \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_s + Y_c + Y_o & -Y_s \\ -Y_s & Y_s + Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Despejando para obtener la corriente lineal tenemos que:

$$I_L = (Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21})V + Y_{12}Y_{22}^{-1}I_o \quad (5.21)$$

De la ecuación 5.21 se tiene que el Jacobiano lineal es igual a la parte entre paréntesis

$$J_L = Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21} \quad (5.22)$$

Ahora para trabajar con la parte no lineal primero asumimos un valor para V (se recomienda hacer un par de iteraciones asumiendo a V con el valor de la fuente y haciendo $\beta = 0$ para obtener una mejor aproximación inicial del voltaje en el nodo no lineal), luego se calcula la corriente no lineal en el tiempo y después por medio de la TNLD se pasa al dominio de la frecuencia

$$I_{NL} = TNLD\{i_{NL} = (3.6667e - 3)v + (2.2535e - 7)v^{27}\} \quad (5.23)$$

Para el jacobiano no lineal seguimos el procedimiento descrito anteriormente definiendo a $V_0 = TNLD(v)$ y utilizando la ecuación 5.18. Una vez calculados estos términos podemos calcular la primera iteración por medio de la ecuación 5.15 y seguir el mismo procedimiento para todas las iteraciones.

Para este ejemplo se utiliza un número de muestras de 1024, una perturbación de 2.144×10^{-8} y un tiempo de observación igual a $1/60$ s, el criterio de error es de 1×10^{-9} y toma un número de 214 iteraciones en alcanzarlo.

En la figura 5.19 tenemos la forma de onda del voltaje en las terminales del elemento no lineal. Como se puede observar, la aproximación obtenida por el método descrito en esta sección es muy cercano al que se obtiene con el programa comercial PSCAD/EMTDC para todo el tiempo de observación.

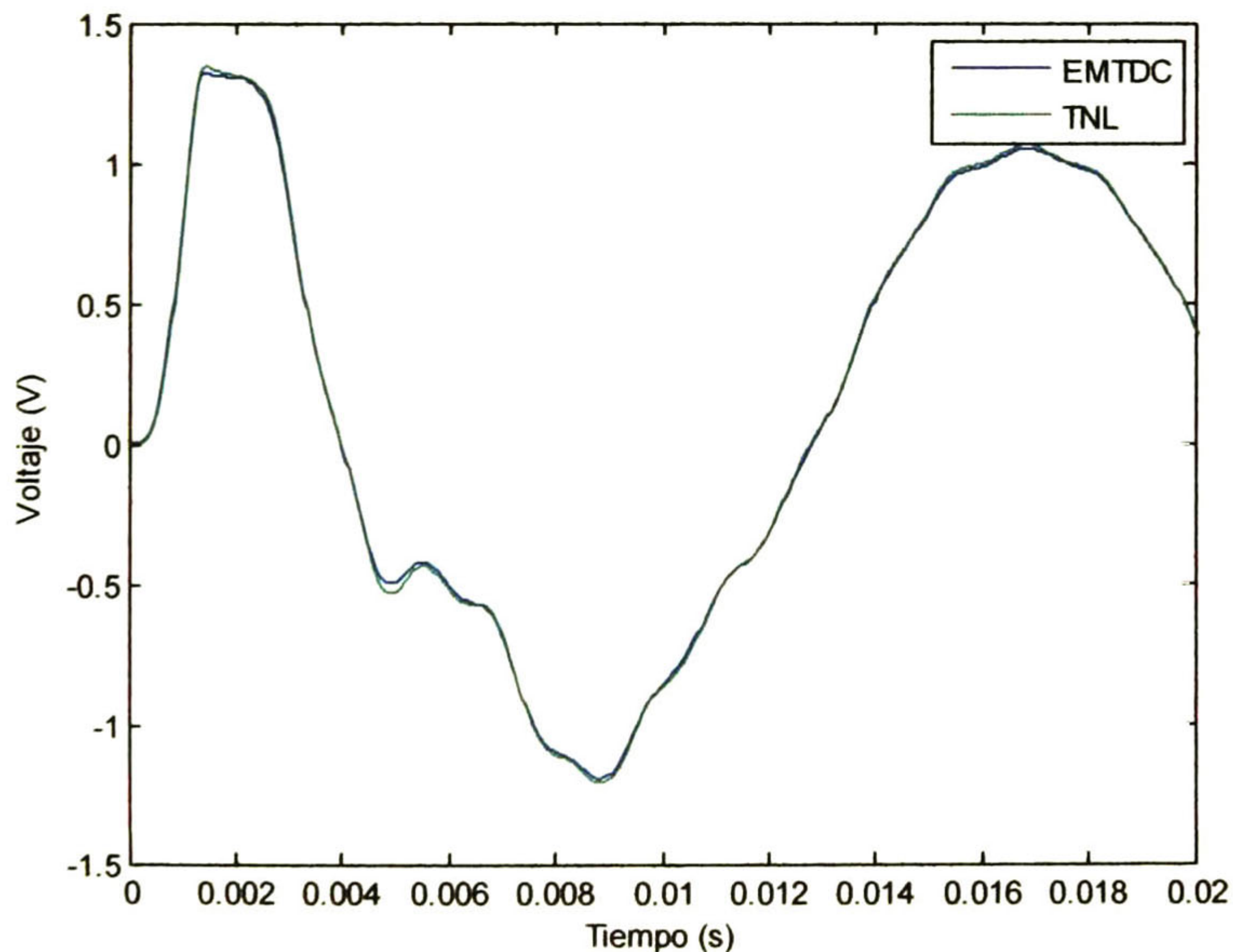


Figura 5. 19 Voltaje al final de la línea

5.4 Comparación entre métodos

El ejemplo 5.2.1 y el ejemplo 5.3.1 son exactamente idénticos con la diferencia que se utilizaron diferentes métodos para simular el elemento no lineal. El ejemplo 5.2.1 fue realizado por el método piezolineal y el ejemplo 5.3.1 por el método polinomial.

Uno de los grandes inconvenientes encontrados en el método polinomial es que, según el número de muestras que se desee utilizar se requiere un valor distinto de perturbación tal y como indica la tabla 5.3 obtenida del ejemplo 5.3.1.

Tabla 5. 3 Valores perturbación-muestras

Numero de muestras	Perturbación	Tiempo de observación
256	2.144e-8	3/60s
2*(256)	1e-9	3/60s
3*(256)	3e-9	3/60s
4*(256)	1e-10	3/60s
5*(256)	5e-11	3/60s
6*(256)	3e-11	3/60s
7*(256)	2e-11	3/60s
8*(256)	1.2e-11	3/60s
9*(256)	9e-12	3/60s
10*(256)	6e-12	3/60s
20*(256)	1.06e-12	3/60s

La figura 5.20 nos muestra la forma de onda del voltaje al final de la línea π calculada usando el método polinomial y piezolineal y comparada con el programa comercial PSCAD/EMTDC, como se puede notar a simple vista, los dos métodos dan una excelente aproximación al compararlos con el programa comercial.

El tiempo de simulación utilizando Matlab® V.7.10.0.499, un procesador AMD Turion 2x a 2.0 GHz y 3GB RAM fue para el método polinomial de 2.478223s, mientras que el tiempo para el método piezolineal fue de 1.426877s. Con esto podemos observar que el método piezolineal tarda casi la mitad del tiempo en comparación con el modelo polinomial lo cual para redes muy grandes puede representar una gran diferencia.

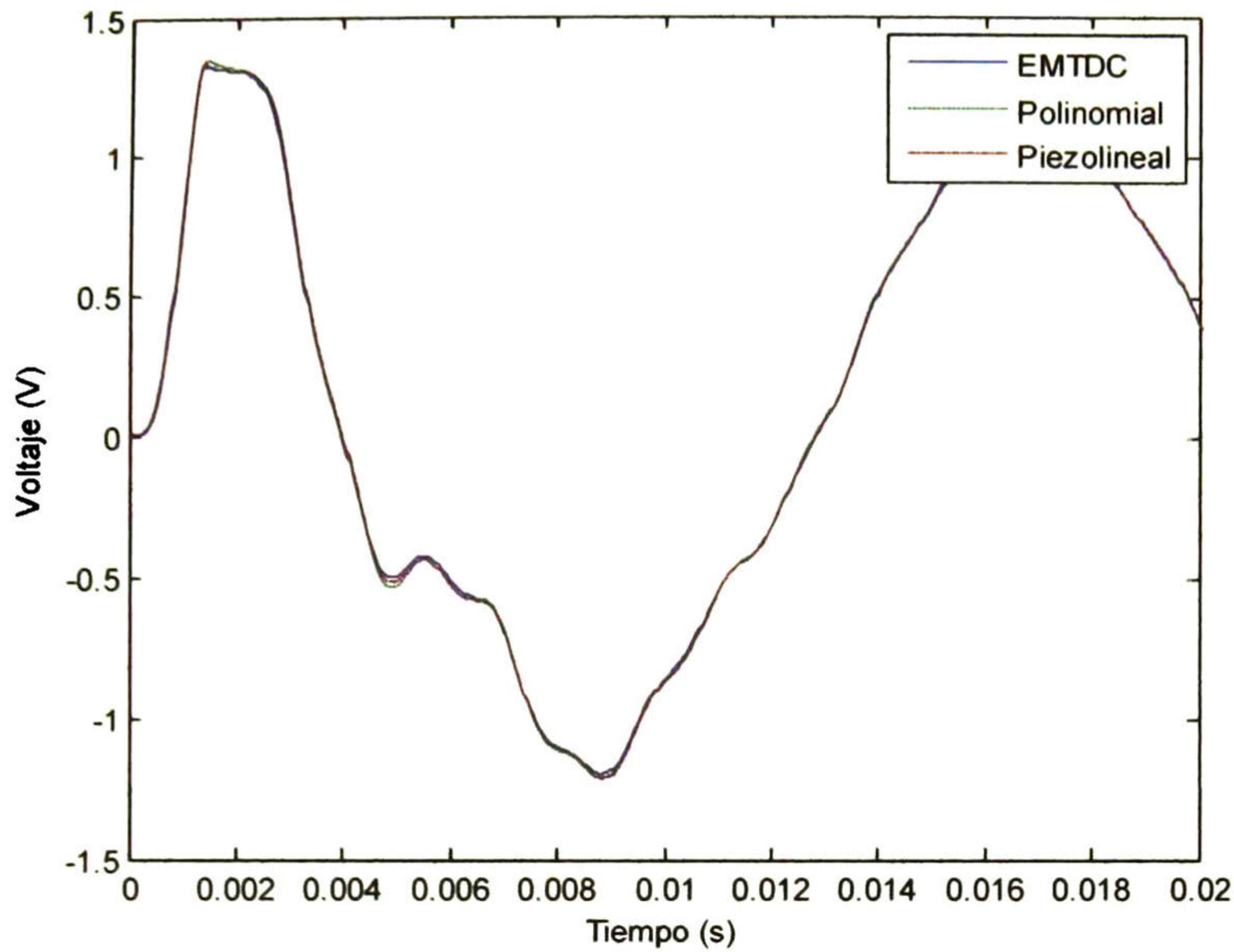


Figura 5. 17 Comparación del voltaje al final de la línea entre diferentes métodos

Otro aspecto a mencionar es, si en el ejemplo 5.3.1 deseáramos cambiar los valores de la inductancia $L_o = 0.3H$ a $L_o = 0.2H$ y utilizar 1024 muestras, se esperaría que de la tabla 5.3 tomáramos el valor de perturbación correspondiente a 1024 muestras, sin embargo al realizar diferentes corridas se observó que el método no convergía, para lo cual fue necesario utilizar un valor diferente de perturbación al de la tabla 3.3. La tabla 3.4 muestra los diferentes valores de perturbación para los cuales el método converge para diferentes valores de L_o .

Tabla 5. 4 Valores perturbación-inductancia

Valor de L_o	Numero de muestras	Perturbación	Tiempo de observación
$L_o = 0.30H$	1024	1.00e-10	3/60
$L_o = 0.25H$	1024	1.30e-10	3/60
$L_o = 0.20H$	1024	1.42e-10	3/60

La figura 5.21 muestra el voltaje al final de la línea π para el ejemplo 5.3.1 pero utilizando un valor de $L_o = 0.2H$, para el cual se obtiene una muy buena aproximación en comparación con el programa comercial PSCAD/EMTDC.

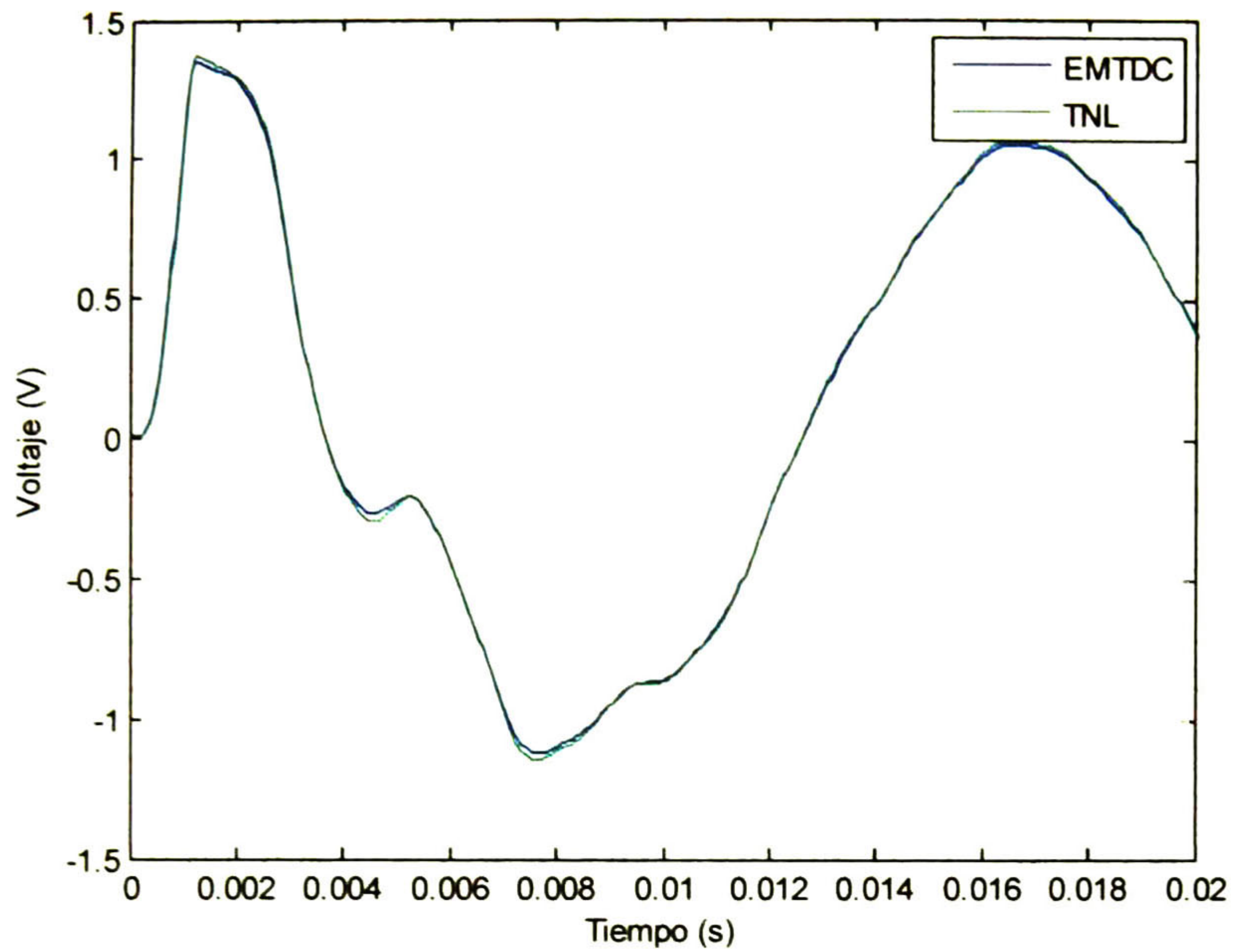


Figura 5. 18 Voltaje al final de la línea del ejemplo 5.3.1 para un valor de $L_0 = 0.2H$

Con todo lo mencionado anterior podemos llegar a la conclusión que el método polinomial da buenas aproximaciones y siempre converge, siempre y cuando se encuentre una relación optima entre los valores de la red, el orden del polinomio y del número de muestras a utilizar, para lo cual se requiere un gran conocimiento del método que a comparación con el método piezolineal no es necesario.

CAPITULO VI

ANALISIS DE TRANSITORIOS EN SISTEMAS DE CABLES SUBTERRANEOS CON FUNDAS TRANSPUESTAS

6.1 Introducción

A lo largo de esta tesis se han desarrollado técnicas en el dominio de la frecuencia para analizar transitorios en líneas de transmisión subterráneas, modelar aperturas y cierres de interruptores y elementos no lineales. En este capítulo se presentan ejemplos en los cuales pueden ser aplicadas dichas metodologías.

6.1 Transposición de Fundas en Cables Subterráneos

La cercanía de las fundas a los conductores de fase origina corrientes y voltajes inducidos sobre ellas que pueden llegar a ser peligrosos o aumentar la corrosión. Para disminuir estos efectos suele dividirse la longitud total del cable en varias secciones y en las uniones se transponen las fundas. Para modelar las transposiciones de las fundas considérese el circuito mostrado en la Figura 6.1.

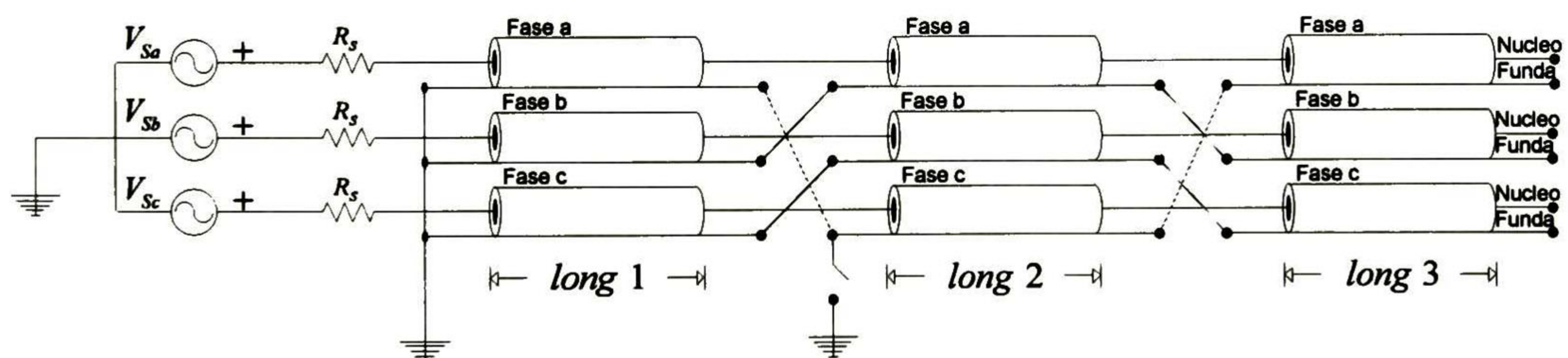


Figura 6. 1 Transposición de fundas

El sistema consta de una fuente de voltaje trifásica, cada fase es conectada a un cable dividido en tres segmentos. Se transponen las fundas en una secuencia entre el primer y segundo segmento de $a \rightarrow c$, $b \rightarrow a$, $c \rightarrow b$ y con una secuencia entre el segundo y tercer segmento de $a \rightarrow b$, $b \rightarrow c$ y $c \rightarrow a$.

Para poder realizar el análisis de voltaje en las fundas se representan las tres secciones de cable por su modelo ABCD, como se muestra en la figura 6.2.

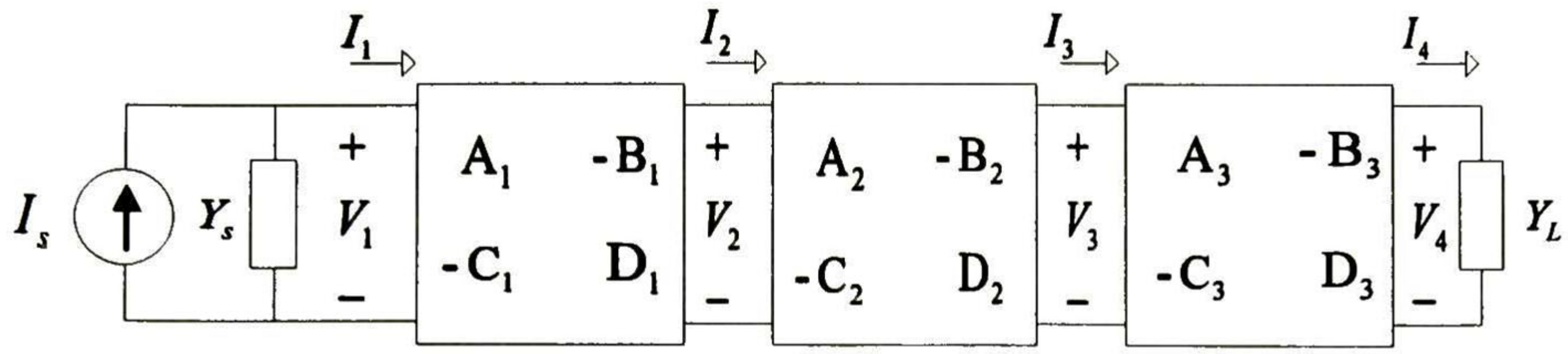


Figura 6. 2 Modelo ABCD

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 \\ -C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.1a)$$

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.1b)$$

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & -B_3 \\ -C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (6.1c)$$

donde los términos A_n, B_n, C_n y D_n están dados por:

$$A = \cosh(\Psi L) \quad (6.2a)$$

$$B = \sinh(\Psi L) Z_0 \quad (6.2b)$$

$$C = Y_0 \sinh(\Psi L) \quad (6.2c)$$

$$D = \cosh^T(\Psi L) \quad (6.2d)$$

Relacionando estas ecuaciones algebraicamente e incorporando las matrices de transposición T_1 y T_2 , se puede encontrar una expresión que relaciona I_1 y V_1 con I_4 y V_4 .

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 \\ -C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & -B_3 \\ -C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 \\ -C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Las matrices T_1 y T_2 están dadas por:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Reduciendo términos en la expresión 6.4 y reacomodando tenemos:

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

La ec. (6.5) corresponde al circuito equivalente de la figura 6.3

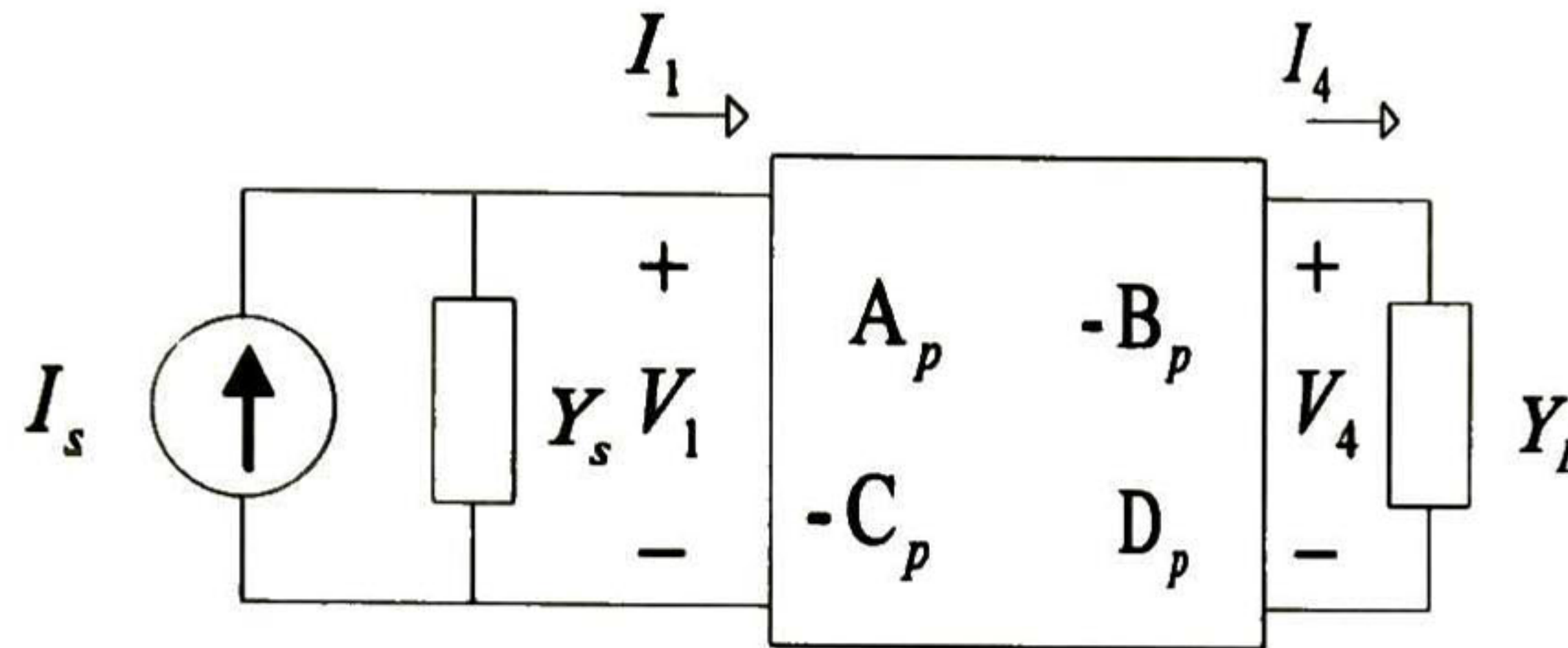


Figura 6. 3 Circuito equivalente de la red mostrada en la Figura 6.2

Ahora separando las ecuaciones de la expresión 6.5 y haciendo un análisis en el circuito reducido de la figura 6.3 podemos obtener las siguientes ecuaciones:

$$I_4 = V_4 Y_L \quad (6.6)$$

$$I_s = Y_s V_1 + I_1 \quad (6.7)$$

$$V_4 = A_p V_1 + B_p I_1 \quad (6.8)$$

$$I_4 = C_p V_1 + D_p I_1 \quad (6.9)$$

Relacionando algebraicamente estas cuatro ecuaciones tenemos:

$$I_s = Y_s V_1 + I_1 \quad (6.10)$$

$$0 = (C_p - Y_L A_p) V_1 + (D_p - Y_L B_p) I_1 \quad (6.11)$$

Expresando estas dos últimas ecuaciones de manera matricial y despejando para encontrar I_1 y V_1 se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_s & 1 \\ C_p - Y_L A_p & D_p - Y_L B_p \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_s \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Con el uso de la expresión 6.12 se pueden encontrar los voltajes en el nodo uno y utilizando las expresiones 6.1 a-c todas las demás variables del sistema.

Las figuras 6.4 y 6.5 muestran el voltaje en el núcleo y el voltaje en la funda al final de la línea de transmisión empleando el programa comercial PSCAD/EMTDC y la transformada numérica de Laplace, para un tiempo de observación de 10 ms y un número de muestras igual a N=1024. Los datos para cada sección de cable en este ejemplo son iguales al ejemplo de la sección 4.6

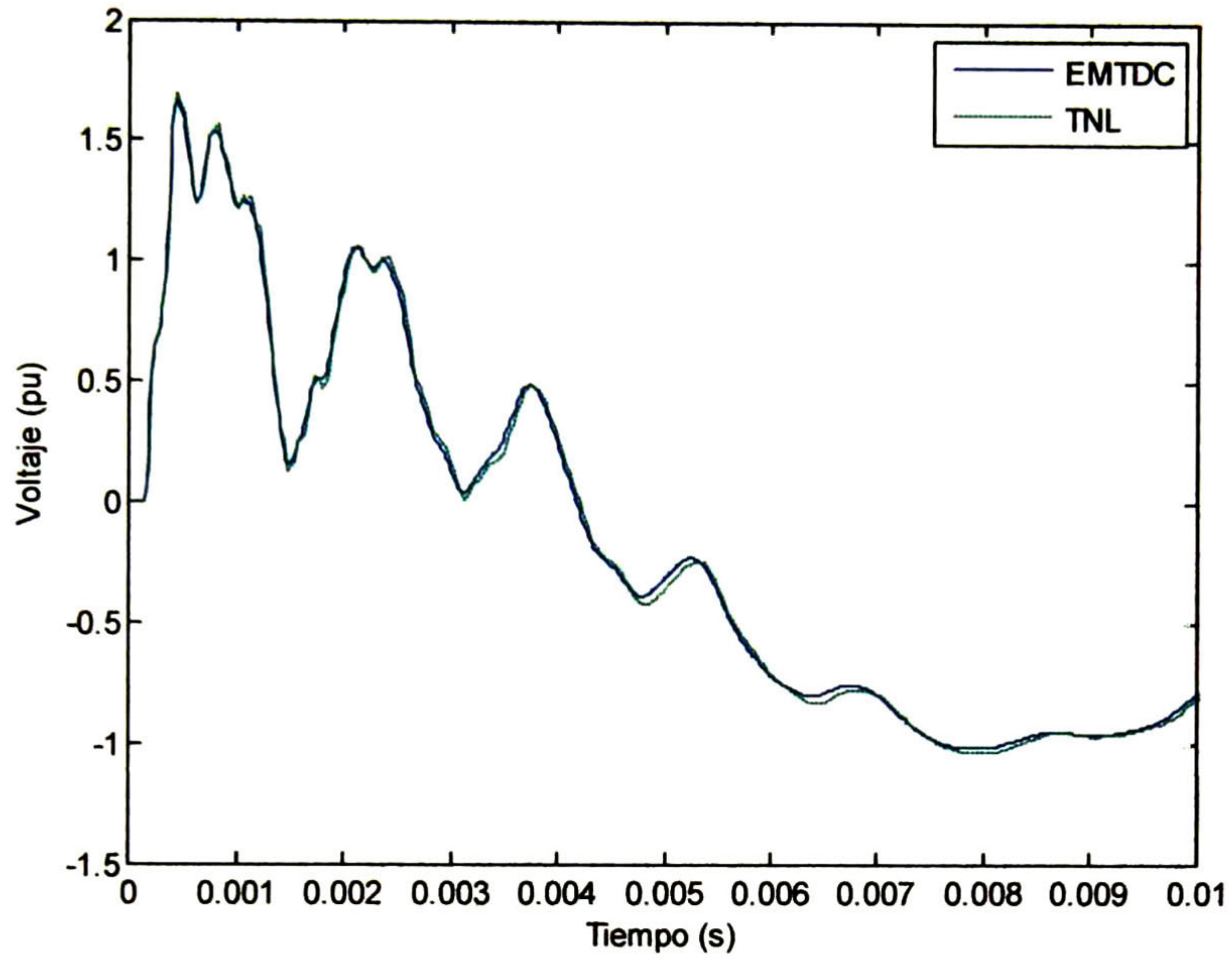


Figura 6. 4 Voltaje en el núcleo al final de la línea de la fase a

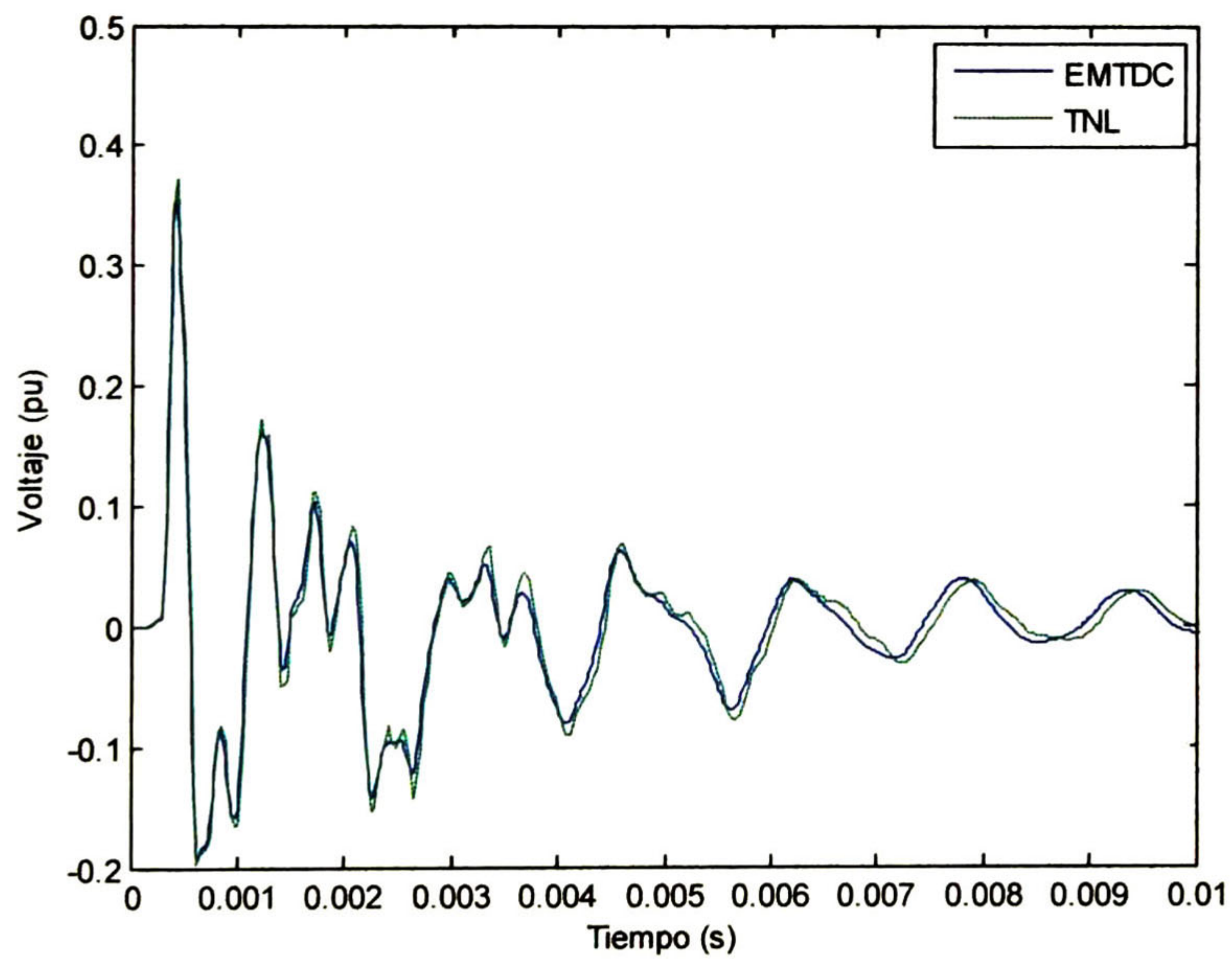


Figura 6. 5 Voltaje en la funda al final de la línea en la fase a

6.2 Fallas a Tierra en las Fundas de los Cables Subterráneos

Ahora se desea analizar una falla franca en la funda en la transposición $a-c$ entre el primero y segundo segmento de cable de la línea de transmisión, tal como lo muestra la figura 6.1.

La simulación de la falla a tierra se lleva a cabo agregando el modelo de un interruptor entre los nodos correspondientes, como se muestra en la figura 6.7.

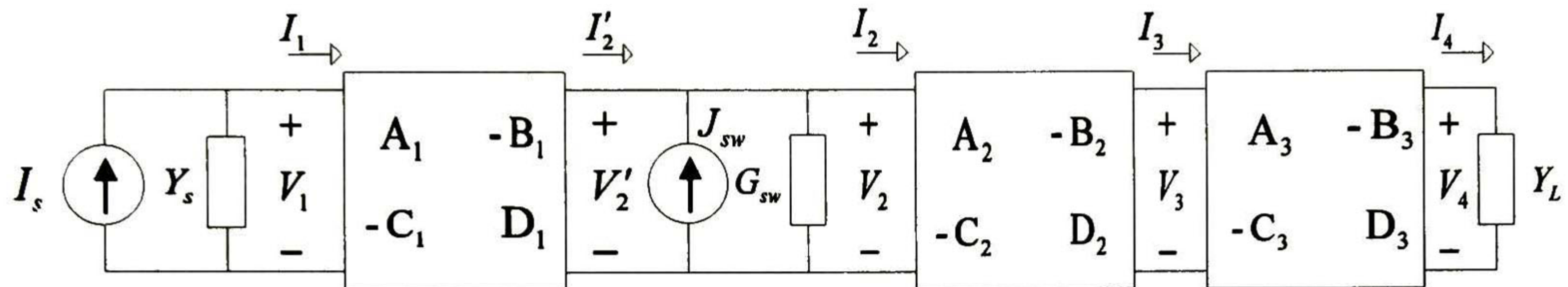


Figura 6. 6 Modelo ABCD con fallas en las fundas

Debido a que ya se conoce la respuesta a la excitación I_s , solo necesitamos calcular la respuesta debida a J_s , suprimiendo I_s , como muestra el modelo de la figura 6.8

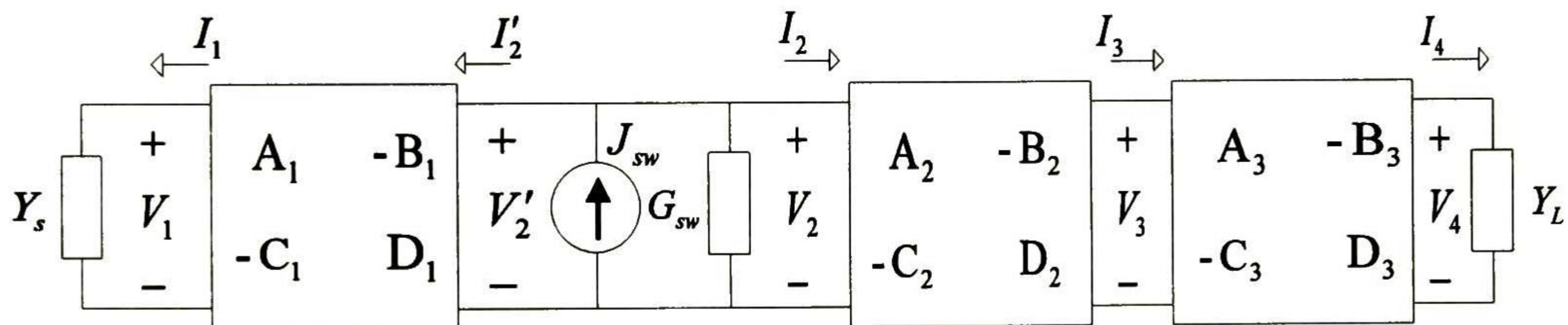


Figura 6. 7 Modelo ABCD simplificado

De la figura 6.8 se pueden escribir las siguientes relaciones concernientes a las redes de dos puertos:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 \\ -C_1 & D_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.13a)$$

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (6.13b)$$

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & -B_3 \\ -C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (6.13c)$$

además de las condiciones de terminación:

$$V_2' = V_2 \quad (6.14)$$

$$I_2 = J_{sw} + I_2 - V_2 G_{sw} \quad (6.15)$$

Relacionando las ecuaciones 6.14 y 6.15 con la ecuación 6.13b y acomodando todo de forma matricial nos queda que:

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -G_{sw} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J_{sw} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Una vez obtenida esta expresión podemos relacionar las ecuaciones 6.13a, 6.13c y 6.16:

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & -B_3 \\ -C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -G_{sw} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 \\ -C_1 & D_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_3 & -B_3 \\ -C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & -B_2 \\ -C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ J_{sw} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Reduciendo términos obtenemos que:

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{p1} & B_{p1} \\ C_{p1} & D_{p1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{p2} & B_{p2} \\ C_{p2} & D_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ J_{sw} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Ahora separando las ecuaciones de la expresión 6.18 y haciendo un análisis en el circuito de la figura 6.8 podemos obtener las siguientes ecuaciones:

$$I_4 = Y_L V_4 \quad (6.19)$$

$$I_1 = Y_s V_1 \quad (6.20)$$

$$V_4 = A_{p1} V_1 + B_{p1} I_1 + B_{p2} J_{sw} \quad (6.21)$$

$$I_4 = C_{p1} V_1 + D_{p1} I_1 + D_{p2} J_{sw} \quad (6.22)$$

Relacionando algebraicamente estas cuatro ecuaciones tenemos:

$$I_s = Y_s V_1 \quad (6.23)$$

$$(Y_L B_{p2} - D_{p2}) J_{sw} = (C_{p1} - Y_L A_{p1}) V_1 + (D_{p1} - Y_L B_{p1}) I_1 \quad (6.24)$$

Expresando estas dos últimas ecuaciones de manera matricial y despejando para encontrar I_1 y V_1 tenemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_s & 0 \\ C_{p1} - Y_L A_{p1} & D_{p1} - Y_L B_{p1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ (Y_L B_{p2} - D_{p2}) J_{sw} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Las figuras 6.9 y 6.10 muestran el voltaje en el núcleo y el voltaje en la funda de la fase a en el nodo 2, donde se simuló la falla a tierra usando la transformada de Laplace para un tiempo de observación de 7 ms y un número de muestras igual a N=1024, y el programa comercial PSCAD/EMTDC. Los datos para cada sección de cable en este ejemplo son iguales al ejemplo de la sección 4.6 y mostrados en la Figura 4.6.

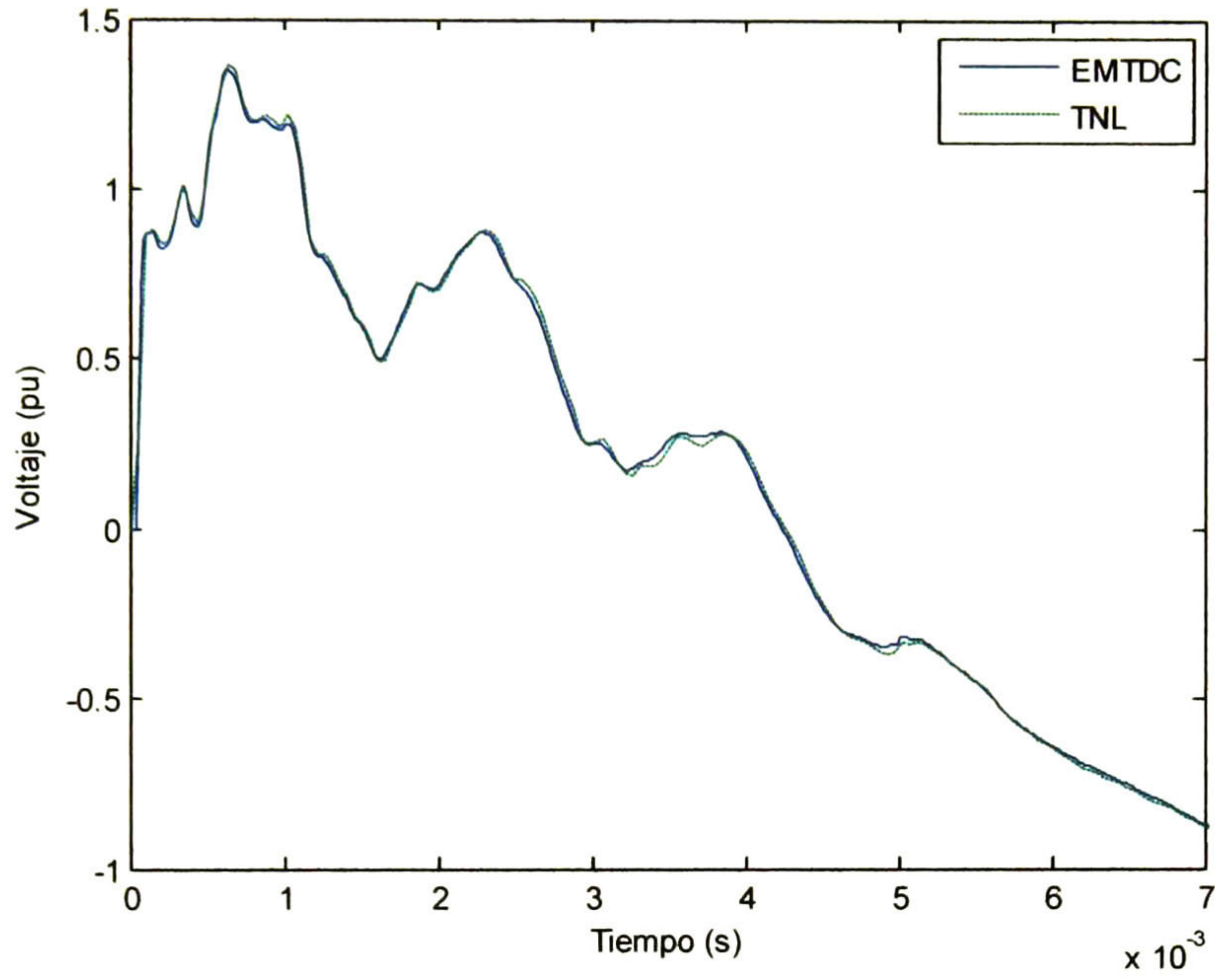


Figura 6. 8 Voltaje en el núcleo del nodo 2 en la fase a

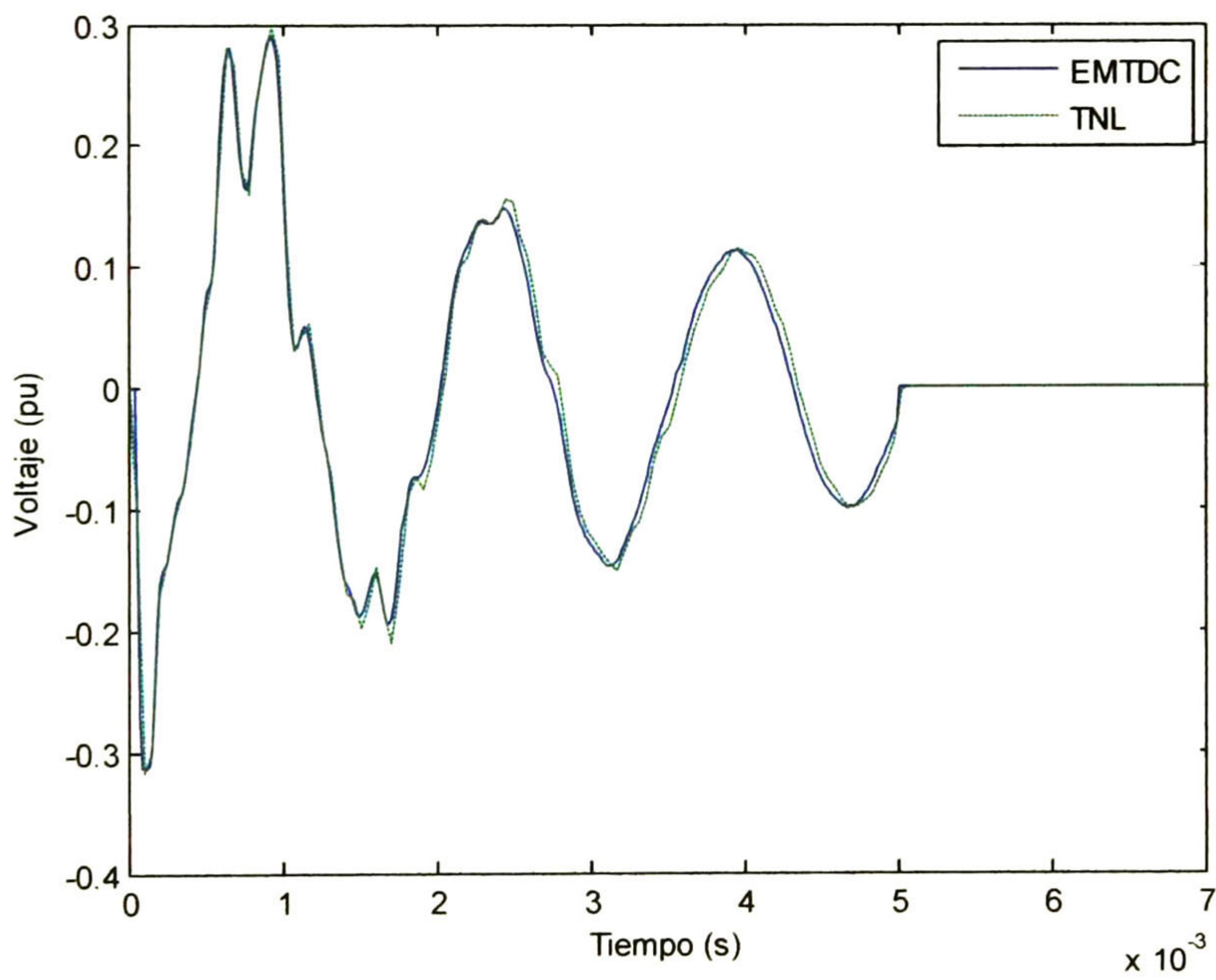


Figura 6. 9 Voltaje en la funda del nodo dos en la fase a

CAPITULO VII

CONCLUSIONES

7.1 Comentarios Finales

A pesar del desarrollo que se tiene en los procedimientos de simulación de transitorios electromagnéticos en el dominio del tiempo, aún existen problemas en donde no se obtienen resultados satisfactorios en las simulaciones. Esto ocurre generalmente cuando en la red existen elementos o dispositivos cuyos parámetros eléctricos son altamente dependientes de la frecuencia, como es el caso de los cables subterráneos. En tales casos es necesario emplear métodos en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, los métodos en el dominio de la frecuencia no se emplean extensivamente debido a las restricciones que imponen en cuanto a la linealidad y la invariancia en el tiempo de los sistemas.

En este trabajo se han desarrollado procedimientos y modelos para el análisis de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas subterráneas utilizando la transformada numérica de Laplace.

Se llevó a cabo el modelado de interruptores eléctricos y se analizaron los transitorios electromagnéticos creados por aperturas y cierres utilizando el principio de superposición.

Se realizó la incorporación de cargas no lineales, como lo son los apartarrayos, empleando dos métodos: (a) por medio de una representación piezolineal y (b) aproximando la curva del elemento empleando un polinomio. El primer procedimiento demostró ser el más práctico y confiable de los dos.

Finalmente se realizó el modelado de sistemas de cables con fundas transpuestas. Se empleó una representación de dos puertos ABCD y matrices de transposiciones. Se presentaron ejemplos de aplicación de todos los métodos y modelos desarrollados y los resultados se compararon con los del programa comercial PSCAD/EMTDC.

7.2 Trabajos Futuros

Se proponen como trabajos futuros los siguientes:

- **Desarrollar modelos para los diferentes elementos que conforman una red eléctrica utilizando la transformada numérica de Laplace así como los procedimientos para incorporarlos a una red.**
- **Encontrar nuevos procedimientos para la representación de elementos no lineales**
- **Desarrollar procedimientos más eficientes para el cálculo de los parámetros eléctricos de cables subterráneos.**

Referencias

- [1] Schelkunoff SA. The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields. *Bell System Technical Journal* 1934;13(4):532–579.
- [2] Wedepohl LM, Wilcox DJ. Transient analysis of underground power transmission systems. System-model and wave-propagation characteristics. *Proceedings of the IEEE* 1973;120(2):253–260.
- [3] Lathi BP. *Linear systems and signals*. Berkeley-Cambridge Press 1992.
- [4] Day SJ, Mullineux N, Reed JR. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part I: Gibbs phenomena and Fourier integrals. *Int J Electr Eng Educ* 1965; 3:501-506.
- [5] Day SJ, Mullineux N, Reed JR. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part II: Use of the modified Fourier transform. *Int J Electr Eng Educ* 1966;4:31-40.
- [6] Day SJ, Battison MJ, Mullineux N, Reed JR. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part III: Global response. *Int J Electr Eng Educ* 1968;6:259-265.
- [7] Mullineux N, Reed JR. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms: Part IV-Survey of the theory. *Int J Electr Eng Educ* 1973;10:259-265.
- [8] Proakis JG, Manolakis DG. *Digital signal processing, principles, algorithms and applications*. Prentice-Hall 3rd Edition 1996.
- [9] Moreno P, Ramirez A. Implementation of the numerical Laplace transform: a review *IEEE Trans Power Del* 2008.
- [10] Wilcox DJ. Numerical Laplace transformation and inversion. *Int J Electr Eng Educ* 1978;15:247-265.
- [11] Wedepohl LM. *The theory of natural modes in multiconductor transmission systems*. University of British Columbia Graduate Course 1987.
- [12] Nagaoka N, Ametani A. A development of a generalized frequency domain transient program. *IEEE Trans Power Del* 1988;3(4):1996–2004.
- [13] Moreno P, De la Rosa R, Naredo JL. Frequency domain computation on transmission line closing transients. *IEEE Trans Power Del* 1991;6(1): 275–81.

- [14] Mamis MS, Köksal M. Lightning surge analysis using nonuniform, single phase line model. *IEE Proc Gener Transm Distrib* 2001;148(1):85–90.
- [15] Gómez P, Moreno P, Naredo JL. Frequency domain transient analysis of nonuniform lines with incident field excitation. *IEEE Trans Power Del* 2005;20(3):2273–80.
- [16] Uribe FA, Naredo JL, Moreno P, Guardado L. Electromagnetic transients in underground transmission systems through the numerical Laplace transform. *Int J Electrical Power and Energy Syst* 2002;24(3):215–21.
- [17] Saied MM, Al-Fuhaid A. Electromagnetic transients in a line-transformer cascade by a numerical Laplace transform technique. *IEEE Trans Power Apparatus Syst* 1985;PAS-104(10):2901–9.
- [18] Guardado JL, Carrillo V, Cornick KJ. Calculation of interturn voltages in machine windings during switching transients measured on terminals. *IEEE Trans Energy Convers* 1995;10(1):87–94.
- [19] Wedepohl LM. Power system transients: errors incurred in the numerical inversion of the Laplace transform. *Proceeding of the 26th Midwest symposium on circuits and systems* 1983.
- [20] Wedepohl M, Mohamed SET. Transient analysis of multiconductor transmission lines with special reference to nonlinear problems. *Proc IEE* 1970;117(5):979–88.
- [21] Martinez JA. Power system transients: parameter determination. CRC Press Taylor & Francis Group 2010.
- [22] Dommel HW. Electromagnetic transients program. Reference manual (EMTP Theory Book). Portland USA: Bonneville Power Administration;1986.
- [23] Uribe FA. Algorithmic Evaluation of Pollaczek Integral and its Applications to Electromagnetic Transient Analysis of Underground Transmission Systems. MSc thesis Research and Advanced Studies Center of the National Polytechnic Institute of Mexico 2002.
- [24] Saad O, Gaba G, Giroux M. A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables. *IEEE Trans Power Del* 1996;11(3):1536-1545.
- [25] Wilcox DJ, Gibson IS. Numerical Laplace transformation and inversion in the analysis of physical systems. *Int J for Num Met in Eng* 1984;20:1507-1519.
- [26] Nagaoka N, Ametani A. A development of a generalized frequency domain transient program. *IEEE Trans Power Del* 1988;3(4):1996–2004.

[27] Ramirez, A. Frequency-Domain Computation of Steady and Dynamic States Including Nonlinear Elements. IEEE Trans Power Del 2009.

[28] Ramirez A, Semlyen A, Iravani R. Order Reduction of the Dynamic Model of a linear Weakly Periodic System-Part I: General Methodology. IEEE Trans. on Power Systems 2004;19(2):857-865.



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.
UNIDAD GUADALAJARA**

"2011, Año del Turismo en México"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

**Análisis de Transitorios Electromagnéticos en Cables Subterráneos
empleando la Transformada Numérica de Laplace**

del (la) C.

Cipriano VILLANUEVA PARDO

el día 25 de Agosto de 2011.

**Dr. Pablo Moreno Villalobos
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara**

**Dr. José Luis Alejandro Naredo
Villagrán
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara**

**Dr. Amner Israel Ramírez Vázquez
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara**



CINVESTAV - IPN
Biblioteca Central



SSIT0010409