CT-BII-551 DON: -7015



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Guadalajara

Expansión de Campos Electromagnéticos de Fuentes sobre Planos Perfectos en Términos de Funciones Vectoriales Esféricas y su Aplicación a la Caracterización Experimental de Antenas

> Tesis que presenta: José Rodrigo Camacho Pérez

para obtener el grado de: Doctor en Ciencias

en la especialidad de: Ingeniería Eléctrica

CINVESTAV IPN ADQUISICION LIEROS

Director de Tesis Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Jalisco, Marzo 2014.

CLASIF	CT-00715
ADQUIS	CT-811-551
FECHA:	28-01-2015
PROCED	DON-7015
\$	

Expansión de Campos Electromagnéticos de Fuentes sobre Planos Perfectos en Términos de Funciones Vectoriales Esféricas y su Aplicación a la Caracterización Experimental de Antenas

Tesis de Doctorado en Ciencias Ingeniería Eléctrica

Por: José Rodrigo Camacho Pérez Maestría en Ingeniería de Radio Frecuencia Instituto de Aviación de Moscú, 2004-2006

> Director de Tesis Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Jalisco, Marzo 2014.

Resumen

Esta tesis presenta un método nuevo para caracterizar antenas empleando una superficie de medición hemisférica. El método propuesto se basa en una extensión rigurosa de la teoría actual de Medición de Antenas en Campo Cercano con superficies de muestreo esféricas. Este método es en particular pertinente para la caracterización de antenas físicamente grandes o antenas montadas en estructuras grandes, como por ejemplo, las antenas instaladas en automóviles. El nuevo método permite la reducción del volumen de la cámara anecoica y la simplificación del sistema de posicionamiento. Ambos factores, entre otros, influyen en el costo total de esos sistemas de caracterización.

Summary

This thesis presents a new antenna measurement method that uses a hemispheric sampling surface. The method is based on the extension of the current Spherical Near-Field Antenna Measurements method. The proposal is particularly relevant for the characterization of physically large antennas or antennas located on physically large structures. Examples of this kind of antennas include automotive antennas. The new method proposed herein allows the reduction of the anechoic chamber volume required and the simplification of the antenna positioning system. Both these factors ultimately impact the cost of the antenna measurement setup.

Agradecimientos

Agradezco principalmente a mi esposa y a mi hija por su amor, paciencia y apoyo durante este proyecto. También a mi Madre por brindarme la oportunidad de asistir a la universidad con arduo trabajo y grandes sacrificios.

Especialmente agradezco al Dr. Pablo Moreno Villalobos por darme la oportunidad de trabajar en este proyecto bajo su dirección. De manera literal, su confianza en mi compromiso con el proyecto a pesar de estar empleado de tiempo completo en la industria logró que comenzara los estudios de Doctorado. Gracias a su guía técnica, su flexibilidad y apoyo me llevaron a la conclusión de este proyecto.

Finalmente quisiera también expresar gratitud con mis gerentes en Intel Corporation y en Continental Automotive durante los años que duró este proyecto. En particular, agradezco al Dr. Guy-Aymar Chakam, David Reimus y Jorge Vazquez de Continental Automotive y a Harry Skinner y Horacio Visairo de Intel Corporation por apoyarme en este proyecto al permitirme el uso de recursos de cómputo corporativos y también, de vez en cuando, del uso de mi tiempo laboral para este proyecto.

Definición de Acrónimos

- TM, TE Transversal Eléctrico, Transversal Magnético
- FVE Función Vectorial Esférica
- CEP Conductor Eléctrico Perfecto
- CMP Conductor Magnético Perfecto
- FAL Función Asociada de Legendre
- CSPEC Coeficientes Sobre-Plano Equivalentes Combinados

Contenido

1.	Introducción	1
	1.1 Motivación	1
	1.2 Objetivo	4
	1.3 Alcance	6
	1.4 Organización del Texto	6
2. Rev	visión del Método de Caracterización de Antenas con Superficie de Muestre	eo
Esféric	со	. 7
	2.1 Expansión del Campo Electromagnético en Términos de Funcion	es
	Vectoriales Esféricas	. 7
	2.2 Aplicación a la Caracterización de Antenas	. 9
3. Ca	mpos Electromagnéticos Radiados Por Antenas Localizadas Sobre Planos I)e
Image	n Ideales	11
	3.1 Expansión de las Funciones Vectoriales Esféricas en Términos de Ond	as
	Planas	12
	3.2 La Regla de Imagen	14
	3.3 La Expresión para el Campo Total	15
	3.3.1 Campo total para el caso en que la altura de la fuente sobre el plan	10
	es cero	16
	3.3.2 Campo total para el caso en que la altura de la fuente sobre el plan	no
	es diferente de cero	16
	3.4 Región de Validez de la Expresión de Campo Total	18
4. Vali	idación Analítica de la Expresión de Campo Total Radiado	21
	4.1 Validación de condiciones de Frontera	21
	4.2 Validación de Simetría	24
	4.2.1 Establecimiento de la Condición Simetría a partir del Principio	de
	Huygens	24

4.2.2 Establecimiento de la Condición Simetría a partir del Campo de
Dipolos Elementales
4.2.3 Verificación del Cumplimiento de la Condición de Simetría 29
5. Verificación Numérica de la Expresión de Campo Total
5.1 La Matriz de Imagen
5.2 Procedimiento para la Comparación de Ejemplos
5.3 Consideraciones sobre el Criterio de Comparación35
5.4 Consideraciones Sobre el Método de Solución Numérica
5.5 Resultados utilizando FEKO (Método de Momentos)
5.6 Resultados utilizando HFSS (Método de Elemento Finito) 49
6. Propuesta para un Nuevo Método de Caracterización de Antenas con Superficie
Hemisférica de Muestreo 53
6.1 La Matriz de Imagen y la Matriz de Imagen Combinada
6.2 Uso de la Matriz de Imagen Combinada para la Caracterización de Antenas
basadas en Superficie Hemisférica de Muestreo61
6.3 Ejemplos de Simulación
7. Conclusión
7.1 Méritos y Retos
7.1 Méritos y Retos777.2 Contribuciones Originales79
7.1 Méritos y Retos777.2 Contribuciones Originales797.3 Trabajo Futuro80
7.1 Méritos y Retos 77 7.2 Contribuciones Originales 79 7.3 Trabajo Futuro 80 Apéndice A 83
7.1 Méritos y Retos 77 7.2 Contribuciones Originales 79 7.3 Trabajo Futuro 80 Apéndice A 83 Apéndice B 84

Lista de Figuras

Figura 1 En el futuro, los autos deberán utilizar más accesos inalámbricos (imagen
tomada de [24])
Figura 2 Algunos ejemplos de sistemas de caracterización de antenas automotrices 5
Figura 3 Definición de los sistemas de coordenadas utilizados. a) para la antena en
espacio libre y la expansión en ondas planas, b) para la antena sobre un plano de
imagen y c)para el problema equivalente al reemplazar el plano de imagen con una
fuente equivalente
Figura 4 Ilustración del nuevo radio mínimo (a)vista de la fuente original sobre el plano
de imagen, (b)vista de la fuente de imagen reemplazando al plano y el nuevo radio
mínimo del problema equivalente18
Figura 5 Ilustración de los componentes de campo en el hemisferio superior y su imagen
en el hemisferio inferior
Figura 6 Ilustración de coordenadas para calcular el campo en el hemisferio superior e
inferior
Figura 7 Procedimiento para verificar (62) con ejemplos numéricos 35
Figura 8. Monopolo sobre CEP
Figura 9. Monopolo sobre CMP 40
Figura 10. Arreglo de Dipolos sobre CEP 41
Figura 11. Arreglo de Dipolos sobre CMP 42
Figura 12. Dipolo en Techo de Auto sobre CEP 43
Figura 13. Dipolo en Techo de Auto sobre CMP 44
Figura 14. Dipolo en Cabina de Auto sobre CEP 45
Figura 15. Dipolo en Cabina de Auto sobre CMP 46
Figura 16. Dipolo en Cajuela de Auto sobre CEP 47
Figura 17. Dipolo en Cajuela de Auto sobre CMP
Figura 18. Antena Microcinta simulada en HFSS. a) Espacio Libre, b) sobre plano finito
Figura 19 Comparación de (62) con HFSS. Desviación pico Δ =8.6%, y Δ =7.2% para CEP
y CMP respectivamente

Figura 20 Condición numérica de la Matriz de Imagen (66) con M=N, U=M, V=2N.
Calculada usando la función cond de Matlab 55
Figura 21 Ilustración del arreglo elegido para ordenar Matriz de Imagen (66). El arreglo
resulta en valores nulos fuera de los bloques de la diagonal ya que para $\mu \neq m$ el
coeficiente de traslación es nulo en esos casos
Figura 22 Ilustración del patrón de Matriz de Imagen (66) para kh=1, N=10, U=M, y
V=2N (cada marca indica una posición no-nula)
Figura 23 Ilustración del patrón de la Matriz de Imagen Combinada (71)60
Figura 24 Condición numérica de la Matriz de Imagen Combinada (71) con M=N, U=M,
V=2N. Calculada usando la función cond de Matlab60
Figura 25 Vista de la geometría del método propuesto
Figura 26 Procedimiento de caracterización propuesto en esta tesis
Figura 27 Procedimiento para evaluar el método propuesto
Figura 28 Comparación de Coeficientes – Monopolo 66
Figura 29. Comparación de Patrón en Campo Libre - Monopolo 67
Figura 30 Comparación de Coeficientes – Yagi
Figura 31. Comparación de Patrón en Campo Libre - Yagi
Figura 32 Comparación de Coeficientes – Dipolo en Techo de Auto 70
Figura 33. Comparación de Patrón en Campo Libre – Dipolo en Techo de Auto 71
Figura 34 Comparación de Coeficientes – Dipolo en cabina de auto
Figura 35. Comparación de Patrón en Campo Libre –Dipolo en cabina de Auto
Figura 36 Comparación de Coeficientes- Dipolo en cajuela de auto
Figura 37. Comparación de Patrón en Campo Libre – Dipolo en cajuela de auto

1. Introducción

Esta tesis propone un nuevo y riguroso método para la caracterización de antenas. En particular, el método es de mayor interés para la caracterización de sistemas de antenas físicamente grandes como, por ejemplo, antenas instaladas en automóviles. En este capítulo, se presenta una discusión sobre la motivación y la relevancia del tema así como sobre el alcance y la organización del texto.

1.1 Motivación

La simulación o análisis numérico de antenas presenta algunos retos y en muchos casos resulta de limitada utilidad a pesar de los avances sustanciales en la teoría y práctica de análisis numérico. Esto se debe a que, para lograr que el análisis numérico sea preciso, los modelos geométricos del sistema de antenas en estudio deben de ser lo más cercano a la realidad. Al mismo tiempo, mientras más detallados son los modelos geométricos, el tamaño de los sistemas de ecuaciones a resolver crece de manera importante. De tal suerte que, en particular para analizar antenas físicamente grandes y complejas en su forma física, se requiere de recursos de cómputo significativos.

Así, para algunos sistemas de antenas, la manera más precisa de conocer su desempeño sigue siendo la caracterización experimental directa de sus propiedades. Este es el caso, por ejemplo, para antenas instaladas en automóviles (en adelante llamadas "antenas automotrices" por brevedad), en barcos o aeronaves. El tamaño y nivel de detalles requeridos para generar modelos numéricos suficientemente exactos sigue siendo un reto. Por lo tanto, la caracterización experimental de este tipo de antenas sigue jugando un papel importante en el desarrollo y aplicación de estas antenas.

Además de esto, en particular, la caracterización del desempeño de las antenas automotrices debe abarcar o predecir dicho desempeño en diferentes condiciones de ambiente. La mejor manera de lograr esto es a través de la caracterización de antenas en lo que se denomina "espacio libre", es decir, en un ambiente libre de obstáculos. En estos casos, se obtiene lo que se denominan "parámetros de espacio libre" los cuales pueden ser usados para predecir el desempeño en diferentes ambientes (sobre asfalto, concreto, terracería, o en ambientes cerrados como en estacionamientos).

Sin embargo, para lograr la caracterización de antenas en espacio libre se necesita proveer un ambiente libre de reflexiones. Esto se consigue a través del uso de cámaras llamadas anecoicas, las cuáles consisten en habitaciones "herméticas", desde el punto de vista electromagnético, cuyas paredes internas están recubiertas por materiales especiales que absorben la energía electromagnética evitando así las reflexiones. Evidentemente, mientras más grandes físicamente sean las antenas a caracterizar, más grandes deben de ser las cámaras anecoicas, lo que hace necesario no sólo una mayor cantidad de material absorbente sino que además el recinto de albergue debe ser más grande. Por lo tanto, el costo de los sistemas de medición tiene una relación directa al tamaño de los sistemas a caracterizar.

Aunado a esto, las antenas automotrices, en contraste con otras antenas físicamente grandes como las antenas para barcos, aviones o para la exploración del espacio, son producidas en mayor volumen. Esto implica que el costo de la verificación de estas antenas cobra relevancia importante ya que siendo un producto demandado masivamente, las leyes de mercado imponen la reducción de los costos en todas las áreas incluyendo la caracterización o validación del desempeño.

Más allá de lo anterior, la llegada de tecnologías nuevas como la denominada "autos conectados" [24] (Figura 1), es decir autos con comunicación inalámbrica entre ellos y con la red de internet, implicará seguramente el crecimiento en el número promedio de antenas utilizadas en los automóviles. Y si se considera que el impacto de estas antenas muy probablemente esté ligado a la seguridad de los pasajeros, por ejemplo en funciones como el manejo autónomo, es evidente que la caracterización experimental adecuada y confiable del desempeño de antenas automotrices cobrará mayor relevancia. Esto resultará en la exigencia de mayor número y más exhaustivos requerimientos de caracterización.

Desafortunadamente, la tecnología actual para la caracterización de estas antenas no se presta para su aplicación en ambientes de producción en serie. Por un lado, se mencionó el tamaño de las cámaras anecoicas como un factor de costo importante. Pero por el otro, la teoría actual sólo permite la caracterización en espacio libre si se mide el campo electromagnético sobre una superficie cerrada que envuelva completamente a la antena, por ejemplo una superficie esférica¹. Esto implica que el automóvil debe ser elevado y colocado en el centro de una esfera para poder medir el campo alrededor de él (o alternativamente, tener el mecanismo para girar el automóvil en tres dimensiones) como se ve en la Figura 2d. Por consecuencia la complejidad y el costo de estos mecanismos de "posicionamiento" hacen todavía más impráctica la caracterización masiva de antenas automotrices.



Figura 1 En el futuro, los autos deberán utilizar más accesos inalámbricos (imagen tomada de [24])

Debido a esto, en el pasado ha habido propuestas para evadir la necesidad de medir el campo en una superficie esférica y reducirla a una superficie hemisférica para minimizar los retos mencionados (por ejemplo, [8]-[12]). Sin embargo, en todos estos casos, se ha

¹ Es posible en superficies diferentes como las elipsoidales. Además, es posible en superficies abiertas pero solo para el caso de antenas que emiten primordialmente en una sola dirección lo cual no es el caso de la mayoría de antenas automotrices.

recurrido a aproximaciones a la teoría actual para poder ignorar o compensar la falta de datos en la superficie esférica requerida.

Por ejemplo, en la Figura 2a, se muestra un ejemplo en el cual se ignora el campo radiado por el vehículo hacia abajo de él porque el arco de sensores (visible en la figura) sólo gira 90°, el vehículo sólo gira en una dimensión y el suelo está cubierto por material absorbente.

En los ejemplos mostrados en la Figura 2b-c también se realizan las mediciones solamente en el hemisferio superior. Se debe notar que la radiación hacia abajo del vehículo sí afecta las mediciones ya que éstas son reflejadas por el suelo conductor, libre de material absorbente. En estos casos, como el suelo conductor se considera ideal, se implementan aproximaciones que intentan completar la esfera de mediciones a través de consideraciones de imagen. Sin embargo, el método no se detalla, se acepta que es impreciso y que no puede determinar el desempeño en ambiente libre, de manera que la única información que otorga es válida sólo en los casos en que el suelo sea un conductor ideal lo cual limita considerablemente su utilidad.

Por lo tanto, es clara la necesidad de un método de caracterización de antenas automotrices que reduzca el volumen del sitio de mediciones ya que reduciría considerablemente los costos y abriría la posibilidad de su aplicación masiva.

1.2 Objetivo

De esta forma, se puede plantear el objetivo de esta tesis de la siguiente manera:

Establecer los fundamentos teóricos que permitan desarrollar un método para la determinación de parámetros de antena en espacio libre requiriendo un volumen del sitio de mediciones más reducido que los requeridos por métodos de espacio libre actuales así como proveer la validación analítica y numérica del método desarrollado.









(b) de [10]



Figura 2 Algunos ejemplos de sistemas de caracterización de antenas automotrices

1.3 Alcance

Esta tesis se enfoca solamente en el desarrollo analítico de una propuesta encaminada hacia el objetivo mencionado. Las limitaciones en tiempo y presupuesto hacen imposible pretender la implementación práctica de dicho objetivo. Por lo tanto, se omiten temas relacionados con la implementación práctica que sin duda son relevantes. Sin embargo, en la tesis se incluye una discusión sobre el trabajo futuro necesario para llevar la propuesta hacia una implementación práctica.

1.4 Organización del Texto

La tesis comienza en el siguiente capítulo a partir de un breve repaso de la teoría de expansión de campos de fuentes electromagnéticas en términos de funciones vectoriales esféricas, que es la base para la teoría estándar de caracterización de antenas basadas en medición de campos sobre superficies esféricas. Después, en el Capítulo 3, se desarrolla la expresión del campo electromagnético radiado por fuentes esféricas vectoriales colocadas sobre planos infinitos ideales. Esta expresión se verifica analíticamente en el Capítulo 4 y de manera numérica en el Capítulo 5. Esta verificación rigurosa de la expresión matemática propuesta, permite su aplicación al desarrollo del nuevo método de caracterización de antenas presentado en el Capítulo 6. Finalmente, en el Capítulo 7 se presenta una discusión sobre las ventajas y los contrapesos del método propuesto, así como sobre el trabajo requerido en el futuro y el señalamiento de las contribuciones originales específicas de esta tesis.

2. Revisión del Método de Caracterización de Antenas con Superficie de Muestreo Esférico

La propuesta de esta tesis es una extensión rigurosa de la teoría de expansión de campos electromagnéticos en términos de funciones vectoriales esféricas. Por ende, antes de comenzar a describir la propuesta que se presenta en este trabajo, es necesaria una revisión general de esta teoría que facilite la exposición de la propuesta en los siguientes capítulos.

Un tratamiento exhaustivo sobre la teoría de expansión de campos en términos de funciones vectoriales esféricas y su aplicación a la caracterización de antenas se presenta en [2]. Esta misma referencia es una de las más importantes en la comunidad de profesionales en diseño y medición de antenas². Por lo tanto, toda la discusión de este capítulo es basada casi exclusivamente en [2].

2.1 Expansión del Campo Electromagnético en Términos de Funciones Vectoriales Esféricas

El campo electromagnético radiado o recibido por una antena en el espacio libre se puede representar como una suma ponderada de funciones vectoriales esféricas de esta forma [2]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{csmn} Q_{smn}^{(c)} \vec{F}_{smn}^{(c)}(\vec{r}), \quad |\vec{r}| > r_0$$
(1)

$$\vec{H}(\vec{r}) = (i\omega\mu)^{-1}\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -ik\sqrt{\eta}\sum_{csmn} Q_{smn}^{(c)}\vec{F}_{3-smn}^{(c)}(\vec{r}), \quad |\vec{r}| > r_0$$
(2)

donde r_0 es el radio de la esfera mínima que envuelve la antena. Las constantes (k, η) son el número de onda y la admitancia del medio respectivamente. La definición de las funciones vectoriales esféricas $\vec{F}_{smn}^{(c)}$ se incluye en el Apéndice A. Los coeficientes de ponderación $Q_{smn}^{(c)}$ comúnmente se denominan "coeficientes de antena."

² Una búsqueda en Google Scholar de los términos "Antenna Measurements" en el título arroja 2,340 publicaciones hasta el 2 de febrero de 2014. Al mismo tiempo, Google Scholar indica que [2] ha sido citado 616 veces. De esta forma, se puede argumentar que aproximadamente ¼ de todas las publicaciones sobre caracterización de antenas ha citado a [2].

El índice c toma los valores 3 and 4 para el caso de ondas que se alejan del origen y que viajan hacia él respectivamente [2](pp. 14). Esto implica que se puede utilizar esta teoría para representar antenas en modos de recepción y de transmisión.

Por su lado, el índice s está asociado a los modos de propagación de onda[2](pp. 14-15). En este sentido, existen dos modos de propagación, el primero llamado modo transversal eléctrico (TE) y el segundo, el modo transversal magnético (TM). El índice s = 1 es utilizado para el modo TE y s = 2 para el modo TM. Sin embargo, se debe tener cuidado al interpretar el significado específico de este índice ya que varía ligeramente si está asociado a los coeficientes de antena $Q_{smn}^{(c)}$ o a las funciones vectoriales esféricas $\vec{F}_{smn}^{(c)}$. En el primer caso, el índice literalmente significa que el coeficiente de antena pondera ondas TE o TM respectivamente. En el segundo caso, el índice indica si la función vectorial esférica tiene componente radial o no respectivamente.

A los índices (m, n) se les denomina el orden y el grado de la función vectorial esférica. Estos índices están relacionados con las variaciones en el sentido del ángulo azimutal φ y el ángulo polar ϑ [2](pp. 21-22), [3](pp. 402). La variación en φ depende directamente del índice m. Por ejemplo, si $m \neq 0$ entonces, el campo asociado al modo gira con el tiempo alrededor del eje z. La variación en el sentido polar ϑ depende de ambos índices (m, n). En este caso, la variación en el sentido polar toma la forma de una onda estacionaria (es decir, independiente del tiempo).

Al mismo tiempo, los índices (m, n) aparecen en las funciones vectoriales esféricas a través de las Funciones Asociadas de Legendre (FAL) sobre las cuales las funciones vectoriales esféricas están definidas. Así, dado que las FAL se nulifican para los casos en que $m \ge n$, entonces, la suma indicada en (1)-(2) se puede truncar para valores $-n \le$ $m \le n$. Entonces, esta suma se puede especificar de la siguiente manera [2] (pp. 14):

$$\sum_{csmn} = \sum_{c=3}^{4} \sum_{s=1}^{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n}$$
(3)

Sin embargo, en la práctica se puede truncar la sumatoria en (m, n) a valores (M, N)en donde $M \le N$ con un impacto mínimo en la exactitud del resultado final. También, se ha determinado empíricamente, a través de la práctica, que N está de alguna manera relacionada con el tamaño de la antena. En este sentido se ha sugerido la siguiente relación [2] (pp. 17):

$$N = kr_0 + n_1 \tag{4}$$

en donde n_1 depende de la localización de la antena y del punto en donde se desea determinar el campo radiado por ella así como de la exactitud deseada. Mientras más cercana esté la antena al origen de coordenadas, tanto más pequeño puede ser el valor de n_1 . De manera similar, mientras más alejada se encuentre el punto donde se desea conocer el valor del campo, tanto más pequeño será el valor de n_1 . Así, para minimizar el número de factores en la sumatoria, la antena debe de ser colocada lo más cercana al origen y hacer que el radio de la superficie esférica de muestreo sea lo suficientemente grande. En la práctica, se sugiere que $n_1 = 10$ [2] (pp. 89)

2.2 Aplicación a la Caracterización de Antenas

Los coeficientes de antena $Q_{smn}^{(c)}$ en (1) caracterizan de manera completa las propiedades de una antena. Así que, una de las maneras de caracterizar una antena, consiste en determinar sus coeficientes de antena. Esto se logra a partir de la determinación experimental del campo eléctrico (campo-E) radiado en una superficie esférica que encierre a la antena. En seguida, se invierte la ecuación (1) para poder determinar los coeficientes de antena. Sin embargo, la inversión numérica directa de la ecuación (1) es complicada debido a que la matriz resultante se encuentra mal condicionada numéricamente [2] (pp. 90).

Existe un método eficiente para resolver (1) y determinar los coeficientes de antena que se puede considerar la norma en la práctica actual. El método evita la inversión directa al transformar (1) en una serie de integrales que son esencialmente relaciones de Fourier. A partir de dicha transformación, la ecuación (1) se puede resolver a través de algoritmos de Transformadas Rápidas de Fourier. Además de esto, el método permite la utilización de sensores de campo no ideales porque permite que los resultados puedan ser corregidos para remover su influencia. Este método se detalla de manera completa en [2]. Como en cualquier método de mediciones de campo, la superficie deseada se debe muestrear en un número mínimo de posiciones discretas. Este número mínimo está relacionado con el número de modos estimulados por la antena y por ende, a partir de (4) y lo mencionado en párrafos anteriores, con el tamaño de la antena. Una guía práctica es la siguiente [2](pp. 128):

$$J_{\omega,\theta} = 2N + 1 \tag{5}$$

Además, es necesario enfatizar que el método estándar aplicado a la caracterización de antenas en [2] considera sólo el caso de espacio libre de reflexiones, es decir, sólo se consideran los modos c = 3 o c = 4 para antenas en modo de transmisión o de recepción, respectivamente. Esto implica que para poder aplicar el método en la práctica, es necesario implementar un ambiente libre de reflexiones, es decir, anecoico. Y no sólo esto, el método requiere de una superficie esférica de muestreo completa, esto es, no permite que la superficie se reduzca por ejemplo a un sólo hemisferio.

Lo anterior incide en que el tamaño y costo total de un sitio de caracterización de antenas es proporcional al tamaño de la antena a caracterizar. Para antenas grandes, el costo se incrementa por el incremento del volumen requerido pero también por la complejidad del sistema de posicionamiento de la antena. Estos sistemas de posicionamiento presentan retos no sólo por la necesidad de mover de manera precisa estructuras grandes (como un carro) sino porque su presencia puede llegar a alterar el resultado de las mediciones como es señalado en [14].

Por último, en esta tesis será de utilidad la relación entre la potencia total radiada por una antena y sus coeficientes de espacio-libre dada por [2] (p. 14):

$$P = \frac{1}{2} \sum_{smn} \left| Q_{smn}^{(3)} \right|^2 \tag{6}$$

3. Campos Electromagnéticos Radiados Por Antenas Localizadas Sobre Planos De Imagen Ideales.

Como se ha mencionado, esta tesis presenta un método nuevo de caracterización de antenas que consiste en la localización de la antena a cierta altura sobre un plano de imagen ideal y tomar medidas de campo solamente sobre la superficie hemisférica superior.

El método está basado en la expresión analítica de los campos radiados. Por lo tanto, este capítulo presenta la derivación de dicha expresión para lo cual se consideran sólo planos ideales. En capítulos posteriores, se demuestra que los planos ideales son suficientes para lograr una caracterización completa de antenas arbitrarias y además en la práctica son más fáciles de aproximar.

De esta forma, el capítulo comienza introduciendo la Regla de Imagen y su derivación para funciones vectoriales esféricas. El tratamiento se concentra en antenas en modo de transmisión, es decir considera sólo modos de propagación alejándose del origen (c = 3) pero se puede extender de manera similar para antenas receptoras.

La Regla de Imagen que se presenta ha sido reportada en la literatura por varios autores [16]-[18]. Sin embargo, en cada uno de estos trabajos, el área de aplicación es distinta, algunos de ellos centrándose en el área de óptica por ejemplo. Esto ha implicado que la notación y las convenciones de signos utilizada difiere entre unos y otros. Como resultado, a pesar de la simplicidad de la Regla de Imagen para planos ideales, su aplicación en la caracterización de antenas no es directa y requiere de esfuerzo para unificar estas notaciones y convenciones diferentes. Por consiguiente, en este trabajo, se ha optado por re-expresar la Regla de Imagen en la notación y convenciones de [2] con lo cual, de ahora en adelante, la Regla de Imagen estará disponible de manera sencilla para la comunidad de profesionales en el diseño y caracterización de antenas, lo cual se puede considerar una contribución original de este trabajo, que si bien es modesta, es también de utilidad práctica.

Por su lado, la derivación de la expresión del campo radiado total es una contribución general importante. Más aún, su aplicación en el nuevo método de caracterización de antenas es también una contribución original de esta Tesis y quizá la de mayor alcance.

El desarrollo comienza con la expansión de funciones vectoriales esféricas (FVE) en términos de ondas planas. Este paso es necesario para poder acoplar los campos con las condiciones de frontera en el plano de imagen. En seguida, la expresión de radiación total es derivada. El capítulo concluye con una discusión breve del rango de validez de la expresión recién derivada y de los requerimientos de la densidad de muestreo.

3.1 Expansión de las Funciones Vectoriales Esféricas en Términos de Ondas Planas

El paso inicial para llegar a la expresión de campos radiados por antenas colocadas sobre planos ideales es la expansión de las FVE en términos de ondas planas [15]. En contraste con [15], en este capítulo la expansión se deriva siguiendo la convención de signos y notación de [2], en base a los sistemas de coordenadas mostrados en la Figura 3.



Figura 3 Definición de los sistemas de coordenadas utilizados. a) para la antena en espacio libre y la expansión en ondas planas, b) para la antena sobre un plano de imagen y c)para el problema equivalente al reemplazar el plano de imagen con una fuente equivalente.

Haciendo referencia a la Figura 3a, se presenta la definición de las FVE en sentido de alejamiento [2] en su propio sistema de coordenadas (marcado con apóstrofo sencillo):

$$\vec{F}_{1mn}^{(3)}(\vec{r}') = \nabla \times r F_{mn}^{(3)}(\vec{r}') \,\hat{r} \tag{7}$$

$$\vec{F}_{2mn}^{(3)}(\vec{r}') = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{F}_{1mn}^{(3)}(\vec{r}')$$
(8)

donde:

$$F_{mn}^{(3)}(\vec{r}') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(-\frac{m}{|m|}\right)^m h_n^{(1)}(kr) Y_{mn}(\theta,\varphi) \tag{9}$$

COD:

$$Y_{mn}(\theta, \varphi) = \tilde{P}_n^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi}$$
(10)

donde Y_{mn} es el armónico esférico de grado *n* y orden *m*. $\bar{P}_n^{[m]}$ es la función normalizada asociada de Legendre, también de grado *n* y orden *m*, y $h_n^{(1)}$ es la función esférica de Hankel de primer grado (ver [2], [3] y [5] para mayor detalle de cada una de estas funciones).

En el espacio fuera de un volumen esférico de radio r_0 que encierra a la antena, (7) puede expandirse de la siguiente forma [15] :

$$\vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}') = \epsilon_{mn} \frac{(-i)^n}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\beta \int_{C\pm} \vec{Y}_{smn}(\alpha,\beta) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}'} \sin\alpha \,d\alpha \tag{11}$$

donde

$$\epsilon_{mn} = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \tag{12}$$

$$\vec{Y}_{smn}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = (-i)^{s+1} \left(iY_{smn} \, \widehat{\boldsymbol{\beta}} + Y_{3-smn} \, \widehat{\boldsymbol{\alpha}} \right) \tag{13}$$

$$Y_{1mn}(\alpha,\beta) = \frac{\partial}{\partial \alpha} Y_{mn}(\alpha,\beta)$$
(14)

$$Y_{2mn}(\alpha,\beta) = \frac{m}{\sin\alpha} Y_{mn}(\alpha,\beta)$$
(15)

La naturaleza compleja del *a*-contorno $C \pm$ (ver [15] para su definición detallada), captura las ondas planas tanto homogéneas como no-homogéneas o evanescentes.

3.2 La Regla de Imagen

A partir de (11), se está en posición de calcular la reflexión de cada onda plana debido a la superficie de imagen. Para esto, es necesario re-expresar los componentes de (11) de manera explícita:

$$\vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}') = \epsilon_{mn} \frac{(-i)^{s+n+1}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\beta \int_{C_{\pm}} \left[iY_{smn}(\alpha,\beta) \hat{\beta} + Y_{3-smn}(\alpha,\beta) \hat{\alpha} \right] e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}'} \sin \alpha \, d\alpha$$
(16)

De esta manera los campos reflejados se pueden tomar en cuenta si se reemplaza el plano de imagen por una antena, o fuente equivalente, colocada en la posición de reflejo de espejo $\alpha' = 180 - \alpha$ y ponderada por los coeficientes de Fresnel correspondientes R_{\perp}, R_{\parallel} [16].

Para determinar la FVE de imagen es necesario recordar las siguientes propiedades de las funciones asociadas de Legendre:

$$\overline{P}_n^{|m|}(\alpha') = (-1)^{n+m} \overline{P}_n^{|m|}(\alpha)$$
⁽¹⁷⁾

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \overline{P}_n^{|m|}(\alpha') = (-1)^{n+m+1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \overline{P}_n^{|m|}(\alpha)$$
(18)

donde (17) aparece en [5](pp. 96) y (18) resulta de insertar (17) en la ecuación A1.34b de [2]. Por lo tanto, después de sustituir (17)-(18) en (16), la FVE de imagen se expresa en su propio sistema de coordenadas (apóstrofos dobles) como:

$$\vec{G}_{smn}^{(3)}(\vec{r}^{\prime\prime}) = (-1)^{n+m+s} \epsilon_{mn} \frac{(-i)^{s+n+1}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\beta \int_{C\pm} [iY_{smn}(\alpha,\beta)R_{\perp}\hat{\beta} + Y_{3-smn}(\alpha,\beta)R_{\parallel}\hat{\alpha}] e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}^{\prime\prime}} \sin\alpha\,d\alpha$$
(19)

La solución a esta ecuación es complicada para el caso de planos de imagen arbitrarios y frecuentemente requiere de una solución numérica [16]-[18]. Sin embargo, en el caso de planos ideales de imagen, la solución se simplifica gracias a la simplicidad de los coeficientes de Fresnel para planos de imagen de material Conductor Eléctrico Perfecto (CEP) y Conductor Magnético Perfecto (CMP):

$$R_{\perp} = R_{\parallel} = -1 \quad \text{para CEP} \tag{20}$$

1200

$$R_{\perp} = R_{\parallel} = 1$$
, para CMP

Por lo tanto se evita la necesidad de integrar y la FVE de imagen resulta dada simplemente por:

$$\vec{G}_{smn}^{(3)}(\vec{r}^{\,\prime\prime}) = (-1)^{n+m+s+\gamma} \vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}^{\,\prime}) \tag{21}$$

En donde por conveniencia en este trabajo se utiliza $\gamma = 1$ para CEP y $\gamma = 2$ para CMP.

3.3 La Expresión para el Campo Total

A partir de (21), la expresión de campo total radiado que se busca se puede encontrar como la superposición del campo de la antena en espacio libre o fuente original y el campo de la fuente de imagen. Para esto, es necesario re-expresar ambas fuentes en términos de un sistema de coordenadas común.

Aquí se elige colocar el origen global del sistema de coordenadas para que coincida con el plano de imagen, como se ilustra en la Figura 3b-c, donde se indica el sistema global sin apóstrofo, el sistema de la antena original con apóstrofo simple y el sistema de la imagen en apóstrofo doble.

De esta forma, el campo total referenciado al sistema global de coordenadas se puede expresar como:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \left[\vec{E}^{o}(\vec{r}' \to \vec{r}) + \vec{E}^{i}(\vec{r}'' \to \vec{r}) \right]$$
(22)

Donde el campo radiado por la antena o fuente original es:

$$\vec{E}^{o}(\vec{r}') = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{smn} Q_{smn}^{(3)} \vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}')$$
(23)

Y a la vista de (21) el campo de imagen está dado por:

$$\vec{E}^{i}(\vec{r}^{\prime\prime}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{smn} (-1)^{n+m+s+\gamma} Q_{smn}^{(3)} \vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}^{\prime\prime})$$
(24)

3.3.1 Campo total para el caso en que la altura de la fuente sobre el plano es cero

El caso más simple es en el que la fuente se coloca directamente sobre el plano, es decir, el caso en el que h=0. Como la expresión total es simplemente la superposición directa de (23) y (24) se puede escribir en este caso:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{smn} \dot{Q}_{smn}^{\gamma} \vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}), \qquad |\vec{r}| > r_{0}, \qquad h = 0$$
(25)

donde:

$$\dot{Q}_{smn}^{\gamma} = S_{smn} Q_{smn}^{(3)} \tag{26}$$

$$S_{smn} = [1 + (-1)^{n+m+s+\gamma}]$$
(27)

Así que el problema evidentemente se reduce a un problema de campo libre ya que (25) es análoga a (1) con la excepción de que los coeficientes de campo libre se reemplazan por los coeficientes equivalentes dados por (26) y que se denominarán "coeficientes sobre-plano equivalentes" en este trabajo.

3.3.2 Campo total para el caso en que la altura de la fuente sobre el plano es diferente de cero

En el caso en el que h > 0 es necesario ejecutar una traslación para lo cual se hace uso de las siguientes expresiones de traslación sobre el eje z [2](pp. 355):

$$\vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}^{\,\prime\prime}) = \sum_{\sigma\nu} C_{\sigma m\nu}^{sn(1)}(kh) \vec{F}_{\sigma m\nu}^{(3)}(\vec{r})$$
(28)

$$\vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}') = \sum_{\sigma v} (-1)^{s+\sigma+n+v} C_{\sigma m v}^{sn(1)}(kh) \vec{F}_{\sigma m v}^{(3)}(\vec{r})$$
(29)

donde $C_{\sigma mv}^{sn(1)}$ son los coeficientes de traslación [2] y h es la distancia respecto al origen global a la que se encuentran la antena y su imagen. La nueva tripleta de índices (σmv) indica el modo de propagación, orden y grado de la función trasladada. Se puede notar que el índice orden no se altera, lo cual ocurre sólo para el caso de traslación sobre el eje z como es el caso presente.

Así, después de efectuada la traslación de las FVE al sistema global, los campos radiados por la antena o fuente original y su imagen respectivamente están dados por:

$$\vec{E}^{o}(\vec{r}' \to \vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{smn} Q_{smn}^{(3)} \left[\sum_{\sigma \nu} (-1)^{s+\sigma+n+\nu} C_{\sigma m\nu}^{sn(1)}(kh) \vec{F}_{\sigma m\nu}^{(3)}(\vec{r}) \right]$$
(30)

$$\vec{E}^{i}(\vec{r}^{\prime\prime} \to \vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{smn} Q_{smn}^{(3)} \left[\sum_{\sigma \nu} (-1)^{n+m+s+\gamma} C_{\sigma m \nu}^{sn(1)}(kh) \vec{F}_{\sigma m \nu}^{(3)}(\vec{r}) \right]$$
(31)

Por lo cual, se puede ver que la expresión de campo total radiado es:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{\sigma m \nu} \left[\sum_{sn} Q_{smn}^{(3)} [(-1)^{s+n+m+\gamma} + (-1)^{s+\sigma+n+\nu}] C_{\sigma m \nu}^{sn(1)}(kh) \right] \vec{F}_{\sigma m \nu}^{(3)}(\vec{r})$$
(32)

O de manera más sintetizada, (32) se puede escribir como:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{\sigma m \nu} \dot{Q}_{\sigma m \nu}^{s n \gamma} \vec{F}_{\sigma m \nu}^{(3)}(\vec{r}), \qquad |\vec{r}| > (r_{0} + h), \ h > 0$$
(33)

En donde el concepto de una antena o fuente total equivalente se ha introducido:

$$\dot{Q}_{\sigma m \nu}^{sn \gamma} = \sum_{sn} Q_{smn}^{(3)} S_{smn}^{\sigma \nu \gamma} C_{\sigma m \nu}^{sn(1)}(kh)$$
(34)

donde:

$$S_{smn}^{\sigma\nu\gamma} = [(-1)^{s+n+m+\gamma} + (-1)^{s+\sigma+n+\nu}]$$
(35)

En consecuencia, ya que (33) es de la misma forma que (1), el problema de una antena o fuente colocada sobre un plano de imagen ideal a una altura diferente de cero es también equivalente a un problema en el espacio libre. En este problema equivalente, los coeficientes de antena equivalentes $\dot{Q}_{\sigma mv}^{sn\gamma}$ dados por (34), reemplazan a los coeficientes de la antena original y dependen de estos con un factor de ponderación, los coeficientes de traslación y la naturaleza del plano de imagen (CEP o CMP).

Por lo tanto, de manera general, se puede expresar el campo total como:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \begin{cases} \sum_{smn} \dot{Q}_{sm}^{\gamma} \vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}), & |\vec{r}| > r_{0}, \ h = 0 \\ \sum_{\sigmam\nu} \dot{Q}_{\sigmam\nu}^{sn\gamma} \vec{F}_{\sigmam\nu}^{(3)}(\vec{r}), & |\vec{r}| > (r_{0} + h), \ h > 0 \end{cases}$$
(36)

donde:

$$\dot{Q} = \begin{cases} SQ_{smn}^{(3)}, & h = 0\\ \sum_{sn} Q_{smn}^{(3)} SC_{\sigma m \nu}^{sn(1)}(kh), & h > 0 \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} [1 + (-1)^{n+m+s+\gamma}], & h = 0\\ [(-1)^{s+n+m+\gamma} + (-1)^{s+\sigma+n+\nu}], & h > 0 \end{cases}$$
(38)

3.4 Región de Validez de la Expresión de Campo Total

La región de validez de (36) se puede ilustrar a partir de la Figura 4. Debido a que (36) es de la misma forma que (1), entonces, como se indicó para (1), la expresión (36) debe ser válida sólo fuera del volumen de una esfera que encierre todas las antenas o fuentes. En el caso de (36), la estructura mostrada en la Figura 4a se sustituye por la de la Figura 4b, donde existen dos antenas, la original y la imagen; de tal manera que el radio de la esfera mínima que encierra a ambas es $r'_0 = r_0 + h$.



Figura 4 Ilustración del nuevo radio mínimo (a)vista de la fuente original sobre el plano de imagen, (b)vista de la fuente de imagen reemplazando al plano y el nuevo radio mínimo del problema equivalente

Evidentemente, el radio de la esfera mínima para el caso de una antena sobre un plano es mayor que para la misma antena en el espacio libre, ya que se tiene que encerrar a ambas antenas, original e imagen. Esto implica necesariamente que el número de modos requeridos para representar esta combinación de antenas es necesariamente mayor tanto mayor sea la altura h, ya que el radio de la esfera mínima es a su vez mayor como se indicó en el Capítulo 2. De esta forma, el número total de índices de grado a considerar se puede expresar de manera análoga a (4) como:

$$V = k(r_0 + h) + n_2 \tag{39}$$

Del mismo modo, el número mínimo de muestras a tomar viene dado de manera análoga a (5) por:

$$J_{\varphi,\theta} = 2V + 1 \tag{40}$$

Por lo tanto, reducir la altura h sobre el plano de imagen es importante porque minimiza el número total de modos a considerar y por ende el número de muestras a tomar en las mediciones prácticas lo cual tiene un impacto directo en el tiempo y de ahí, en el costo de las mediciones.

4. Validación Analítica de la Expresión de Campo Total Radiado

Como preludio a la aplicación de la expresión de campo (36) es necesario tener la certeza de que es válida. Una de las formas de comprobar la validez de resultados en el área de electromagnetismo es la verificación de las condiciones de frontera. Además, en el caso de la presencia de planos de imagen ideales, existen condiciones de simetría que también pueden ser usadas para verificar los resultados. En este capítulo, se demuestra que (36) cumple con ambos criterios, las condiciones de frontera y las de simetría.

4.1 Validación de condiciones de Frontera

Para efectos de demostrar que (36) efectivamente cumple con las condiciones de frontera en los planos de imagen, se debe mostrar que sobre el plano, sus componentes direccionales permanecen perpendiculares al plano para el caso CEP y paralelas al plano para el caso CMP [3]-[4].

Se comienza entonces a partir de retomar la forma en que las FVE dependen de la FAL. Para ello, la Tabla 1 muestra la proporcionalidad de las FVE con respecto a la FAL y su derivada para cada componente direccional (la definición exacta de las FVE se incluye en el Apéndice A). De esta manera puede verse que la dependencia angular solamente existe sobre el ángulo de elevación θ para todos los componentes.

Entonces, es necesario tomar los valores de la FAL y su derivada para $\theta = \pi/2$ que es la elevación a la que se encuentra el plano de imagen, el cual se hizo coincidir con el plano x-y como se ve en la Figura 3b. La Tabla 2 muestra que ambas, la FAL y su derivada se desvanecen dependiendo de la paridad de la suma de los índices de grado y orden (n + m). Puede observarse además que la FAL se hace cero cuando dicha suma es impar y su derivada se hace cero cuando es par.

Por lo tanto, sobre el plano de imagen, las FVE presentan sólo componentes paralelos o perpendiculares al plano dependiendo también de la paridad de la suma (n + m). Así, la Tabla 3 muestra que la FVE de modo de propagación s=1 es paralela al plano cuando la suma es impar y es perpendicular cuando la suma es par. Por el contrario, puede verse que para las FVE de modo de propagación s=2 esto se invierte. Es decir, en este caso la FVE con s=2 es paralela al plano cuando la suma es par y, por el contrario es perpendicular cuando la suma es impar.

Por otro lado, es necesario observar que la expresión de campo (36) depende también del factor S y que este factor también se desvanece dependiendo de la paridad de la suma del orden y el grado. Para h=0, la Tabla 4 muestra que, en el caso de CEP, cuando (n + m) es impar, efectivamente el factor $S = S_{smn}^{\gamma}$ se hace cero para los modos de propagación s = 1. Por otro lado, $S =_{smn}^{\gamma}$ se hace cero para los modos de propagación s = 2 si (n + m) es par. Lo contrario sucede para el caso de CMP como se ve en la Tabla 4.

De manera similar, para h>0 la Tabla 5 muestra que, en el caso de CEP, cuando (v+m) es impar, efectivamente el factor $S = S_{smn}^{\sigma v \gamma}$ se hace cero para los modos de propagación $\sigma = 1$. Por otro lado, $S = S_{smn}^{\sigma v \gamma}$ se hace cero para los modos de propagación $\sigma = 2$ si (v+m) es par. De nuevo, lo contrario sucede para el caso de CMP.

Por lo tanto, debido a que la expresión (36) resulta del producto de S y de las FVE, a partir de la Tabla 3 a la Tabla 5, se puede concluir que, para el caso CEP, la expresión (36) presenta sólo componentes perpendiculares al plano mientras que para el caso CMP, la expresión (36) presenta sólo componentes paralelos al plano y por ende satisface las condiciones de frontera para CEP y CMP.

	θ	Ŷ	Ŷ
$\vec{F}_{1mn}^{(c)}(\vec{r}) \propto$	$ ilde{P}_n^{ m }(heta)$	$\frac{\partial}{\partial\theta}\tilde{P}_{n}^{ m }(\theta)$	0
$\vec{F}_{2mn}^{(c)}(\vec{r}) \propto$	$rac{\partial}{\partial heta} ilde{P}_n^{ m }(heta)$	$ ilde{P}_n^{ m }(heta)$	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$

Tabla 1 Las FVE y su proporcionalidad con la FAL

Tabla 2 FAL en el plano x-y dependiendo de (n + m) [2](pp. 320).

n + m	
odd	$\overline{P}_n^{ m }\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = 0$
even	$\frac{\partial}{\partial \theta} \overline{P}_n^{ m } \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) = 0$

Tabla 3 Orientación de las FVE dependiendo de (n + m)

n + m	$\vec{F}_{1mn}^{(c)}\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)$	$\vec{F}_{2mn}^{(c)}\left(oldsymbol{ heta}=rac{\pi}{2} ight)$	
odd	al plano xy	⊥ al plano xy	
even	⊥ al plano xy	al plano xy	

Tabla 4 Valor del Factor S_{smn}^{γ} dependiendo de (n + m)

	h = 0			
n + m	$CEP (\gamma = 1)$		$CMP (\gamma = 2)$	
	<i>s</i> = 1	<i>s</i> = 2	<i>s</i> = 1	<i>s</i> = 2
odd	0	2	2	0
even	2	0	0	2

Tabla 5 Valor del Factor $S_{smn}^{\sigma\nu\gamma}$ dependiendo de (v + m)

v + m	h > 0				
	$CEP (\gamma = 1)$		$\mathbf{CMP} \ (\boldsymbol{\gamma} = 2)$		
	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	$\sigma = 1$	$\sigma = 2$	
odd	0	$2(-1)^{s+n+m+1}$	$2(-1)^{s+n+m}$	0	
even	$2(-1)^{s+n+m+1}$	0	0	$2(-1)^{s+n+m}$	
4.2 Validación de Simetría

En contraste con las condiciones de frontera para los planos ideales que se pueden encontrar prácticamente en cualquier libro de texto sobre electromagnetismo (por ejemplo [3]-[4]), la condición de simetría en estos casos no se encuentra de manera explícita tan comúnmente. De hecho, de los textos que se revisaron para este trabajo, ninguno la incluye.

Esto se debe probablemente a que físicamente, el campo electromagnético existe sólo por encima del plano de imagen ya que el campo es cero dentro de cualquier material conductor ideal y por lo tanto, generalmente, las expresiones que se encuentran para el campo total se fuerzan a cero en el hemisferio inferior. Es decir, la condición de simetría de los campos del hemisferio superior con el hemisferio inferior había sido de poco interés práctico.

En el caso de esta tesis, la condición de simetría es crítica. Por un lado, es necesaria para establecer la validez de (36) sin lugar a dudas. Por otro lado, es de sumo interés práctico, ya que es utilizada directamente para formar una superficie esférica de mediciones completa a partir de mediciones reales sobre el hemisferio superior solamente, como se discutirá en el siguiente capítulo. Por lo tanto, en primer lugar es necesario establecer exactamente esta condición de simetría antes de proceder a validar si (36) la cumple o no y de poder aplicarla en la propuesta del Capítulo 5.

El establecimiento de la condición de simetría se hace en esta sección de dos maneras diferentes para enfatizar la validez de la condición. En ambos casos, se utiliza la regla de imagen que está bien establecida en los libros de texto para fuentes dipolares elementales [4](pp.187). Sin embargo, en el primer caso, antes de aplicar la regla de imagen, se utiliza el Principio de Huygens [4](pp. 653) mientras que en el segundo se utilizan directamente las expresiones de campo de dipolos elementales.

4.2.1 Establecimiento de la Condición Simetría a partir del Principio de Huygens

El Principio de Huygens [4](pp. 653) establece que en cualquier punto, el campo se puede tratar como una fuente secundaria que da origen a otro campo que interactúa con las demás fuentes secundarias. Es decir, se puede tratar cada componente del campo en cada punto del espacio como una fuente dipolar elemental. Por lo tanto, cada componente del campo en las posiciones de imagen de espejo deben de obedecer la regla de imagen bien establecida para fuentes elementales [4](pp.187).



Figura 5 Ilustración de los componentes de campo en el hemisferio superior y su imagen en el hemisferio inferior.

Se empieza entonces por mostrar explícitamente los componentes del campo de la siguiente manera (ver también la Figura 5):

$$\vec{E} = E_r(\theta, \varphi)\hat{r} + E_\theta(\theta, \varphi)\hat{\theta} + E_\varphi(\theta, \varphi)\hat{\varphi}$$
(41)

El siguiente paso es re-expresar cada componente en términos de sus proyecciones en coordenadas rectangulares. Por ejemplo, la representación rectangular del componente en θ viene dado por [6](pp. 162):

$$E_{\theta}^{CEP/CMP}(\theta,\varphi)\hat{\theta} = E_{\theta}^{CEP/CMP}(\theta,\varphi)(\cos\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \cos\theta\sin\varphi\,\hat{y} - \sin\theta\,\hat{z})$$
(42)

Entonces, se recuerda que la regla de imagen para CEP indica que para las fuentes eléctricas perpendiculares al plano de imagen se reemplaza el plano de imagen por una fuente imagen idéntica a la fuente original localizada en la posición de imagen de espejo dada por $\theta' = (180 - \theta)$. Por el contrario, para fuentes paralelas al plano, se reemplaza el plano por una fuente imagen con amplitud igual a la fuente original pero con un cambio de signo y también en la posición de imagen de espejo.

Por lo tanto, al aplicar esta regla a cada componente rectangular se tiene:

$$E_{a}^{CEP}(\theta',\varphi)\hat{\theta} = E_{a}^{CEP}(\theta,\varphi)(-\cos\theta'\cos\varphi\,\hat{x} - \cos\theta'\sin\varphi\,\hat{y} - \sin\theta'\,\hat{z})$$
⁽⁴³⁾

$$E_{\theta}^{CMP}(\theta',\varphi)\hat{\theta} = E_{\theta}^{CMP}(\theta,\varphi)(\cos\theta'\cos\varphi\,\hat{x} + \cos\theta'\sin\varphi\,\hat{y} + \sin\theta'\,\hat{z})$$
⁽⁴⁴⁾

Al recordar que $\cos(180 - \theta) = -\cos(\theta)$ y que $\sin(180 - \theta) = \sin(\theta)$ se tiene finalmente que los componentes del campo en el hemisferio inferior están dados por:

$$E_{\theta}^{CEP}(\theta',\varphi)\hat{\theta} = E_{\theta}^{CEP}(\theta,\varphi)(\cos\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \cos\theta\sin\varphi\,\hat{y} - \sin\theta\,\hat{z})$$
⁽⁴⁵⁾

$$E_{\theta}^{CMP}(\theta',\varphi)\hat{\theta} = E_{\theta}^{CMP}(\theta,\varphi)(-\cos\theta\cos\varphi\,\hat{x} - \cos\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \sin\theta\,\hat{z}) \tag{40}$$

Es decir, la componente θ del campo en el hemisferio inferior depende de los componentes en el hemisferio superior de la siguiente forma:

$$E_{\theta} \left(\theta', \varphi\right) \hat{\theta} = (-1)^{\gamma+1} E_{\theta} \left(\theta, \varphi\right) \hat{\theta}$$
⁽⁴⁷⁾

(12)

....

110

110

Donde se recuerda que $\gamma = 1$ para el caso CEP y $\gamma = 2$ para el caso CMP. De manera similar, re-expresando la componente radial de (41) en componentes rectangulares:

$$E_{\tau}^{CEP/CMP}(\theta,\varphi)\hat{\tau} = E_{\tau}^{CEP/CMP}(\theta,\varphi)(\sin\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z})$$
(48)

Se tiene que,

$$E_{r} (\theta', \varphi)\hat{\theta} = (-1)^{\gamma} E_{r} (\theta, \varphi)\hat{r}$$
⁽⁴⁹⁾

Finalmente, el caso de la componente φ es trivial porque evidentemente siempre está orientada paralela al plano de imagen, o sea el plano x-y. Por lo tanto, obviando los pasos intermedios se tiene:

$$E_{\varphi}\left(\theta',\varphi\right)\hat{\varphi} = (-1)^{\gamma}E_{\varphi}\left(\theta,\varphi\right)\hat{\varphi}$$
⁽⁵⁰⁾

Es decir, se ha demostrado que, en presencia de un plano de imagen ideal, el campo en el hemisferio inferior es de la misma amplitud que el campo en el hemisferio superior pero con un cambio de signo. Es decir, el campo en coordenadas esféricas presenta la siguiente condición de simetría :

$$E(\theta',\varphi) = (-1)^{\gamma} E_{\tau} (\theta,\varphi) \hat{\tau} + (-1)^{\gamma+1} E_{\theta} (\theta,\varphi) \hat{\theta} + (-1)^{\gamma} E_{\varphi} (\theta,\varphi) \hat{\varphi}$$
(51)

4.2.2 Establecimiento de la Condición Simetría a partir del Campo de Dipolos Elementales

En teoría electromagnética, y en particular en la Ingeniería de Antenas, es bien conocido que cualquier antena puede ser representada por una serie ponderada de dipolos elementales (dipolos infinitamente pequeños) [5] (pp. 583). En base a esto, la condición de simetría puede establecerse a partir del análisis de la expresión de campo radiado para dipolos elementales sobre planos ideales siguiendo una serie de consideraciones geométricas simples como se verá. El resultado podrá generalizarse por analogía a cualquier tipo de fuente ya que la superposición de dipolos elementales no cambia la forma general de la dependencia con el ángulo de elevación.

Como primer paso se retoman las expresiones de campo radiado por dipolos elementales en la Tabla 6. Como puede verse, para ambos casos, dipolo eléctrico y magnético, la dependencia con el ángulo de elevación θ es simple. Además, puede verse que ambas expresiones se complementan en el sentido de que no contienen componentes direccionales comunes.

Tabla 6 Campo de Fuentes Elementales

Dipolo Elemental Eléctrico Vertical [4](pp. 154)	Dipolo Elemental Magnético Vertical [4](pp. 237)
$E_r^e = A(r)\cos\theta$	$E_r^m = 0$
$E_{\theta}^{e} = B(r) \sin \theta$	$E_{\theta}^{m}=0$
$E_{\varphi}^{e}=0$	$E_{\varphi}^{m}=C(r)\sin\theta$

Si se considera una fuente dada por la superposición de un dipolo elemental eléctrico y uno magnético, la expresión de campo total radiada por esta fuente compuesta es la superposición de los campos individuales:

$$\vec{E}^{O} = \vec{E}^{e} + \vec{E}^{m} \tag{52}$$

De manera explícita, tomando en cuenta la Tabla 6:

$$\vec{E}^{O}(\vec{r}_{OP}) = A(r_{OP})\cos\theta_{OP} \,\hat{r} + B(r_{OP})\sin\theta_{OP} \,\hat{\theta} + C(r_{OP})\sin\theta_{OP} \,\hat{\varphi} \, + \tag{53}$$

Al colocar esta fuente sobre un plano de imagen ideal, el plano puede ser reemplazado por fuentes ficticias de imagen colocadas en $-z_0$ (como se muestra en la Figura 6), con el correspondiente cambio de signo dependiendo de la naturaleza del plano y de la fuente [4](pp.187). Por lo tanto el campo total está dado por la superposición de los campos de la fuente original y su imagen en cualquier punto P (Figura 6a):

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}_{P}) = \vec{E}^{0}(\vec{r}_{OP}) + \vec{E}^{I}(\vec{r}_{IP})$$
(54)

El cambio de signo impuesto por la regla de imagen implica entonces, para la fuente dada por (52) que el campo del dipolo de imagen en el mismo punto P es (Figura 6a):

$$\vec{E}^{I}(\vec{r}_{IP}) = (-1)^{\gamma+1} \vec{E}^{e}(\vec{r}_{IP}) + (-1)^{\gamma} \vec{E}^{m}(\vec{r}_{IP})$$
(55)

Entonces, en base a la Tabla 6, los componentes direccionales del campo de imagen son, de manera explícita:

$$\vec{E}^{I}(\vec{r}_{IP}) = (-1)^{\gamma+1} A(r_{IP}) \cos \theta_{IP} \ \hat{r} + (-1)^{\gamma+1} B(r_{IP}) \sin \theta_{IP} \ \hat{\theta} + (-1)^{\gamma} C(r_{IP}) \sin \theta_{IP} \ \hat{\varphi}$$
(56)



Figura 6 Ilustración de coordenadas para calcular el campo en el hemisferio superior e inferior

Por consiguiente, sustituyendo (65) y (56) en (54), la expresión del campo total en cualquier punto P es (Figura 6a):

$$\vec{E}^T(\vec{r}_P) =$$

$$\{A(r_{OP})\cos\theta_{OP} + (-1)^{\gamma+1}A(r_{IP})\cos\theta_{IP}\}\hat{r} + \{B(r_{OP})\sin\theta_{OP} + (-1)^{\gamma+1}B(r_{IP})\sin\theta_{IP}\}\hat{\theta} + \{C(r_{OP})\sin\theta_{OP} + (-1)^{\gamma}C(r_{IP})\sin\theta_{IP}\}\hat{\varphi}$$
(57)

Entonces, es cuestión de verificar el valor del campo en las posiciones de imagen P' Como puede verse en la Figura 6b, por simple simetría geométrica, las coordenadas de imagen son:

$$\mathbf{r}_{OP'} = \mathbf{r}_{IP}, \ \theta_{OP'} = 180 \cdot \theta_{IP} \tag{58}$$

$$\mathbf{r}_{IP'} = \mathbf{r}_{OP} , \ \theta_{IP'} = 180 - \theta_{OP} \tag{59}$$

Por lo que, sustituyendo (58)-(59) en (57) se tiene que el campo en los puntos de imagen P' del hemisferio inferior están dados por:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}_{P'}) = (-1)^{\gamma} \{A(r_{OP}) \cos \theta_{OP} + (-1)^{\gamma+1} A(r_{IP}) \cos \theta_{IP}\} \hat{r} + (-1)^{\gamma+1} \{B(r_{OP}) \sin \theta_{OP} + (-1)^{\gamma+1} B(r_{IP}) \sin \theta_{IP}\} \hat{\theta} + (-1)^{\gamma} \{C(r_{OP}) \sin \theta_{OP} + (-1)^{\gamma} C(r_{IP}) \sin \theta_{IP}\} \hat{\varphi}$$
(60)

Por lo tanto se concluye que el campo en el hemisferio inferior tiene la misma magnitud que el campo en el hemisferio superior pero con un cambio de signo:

$$\vec{E}^{T}(\vec{r}_{P'}) = (-1)^{\gamma} \vec{E}_{r}^{T}(\vec{r}_{P}) \,\hat{r} + \, (-1)^{\gamma+1} \vec{E}_{\theta}^{T}(\vec{r}_{P}) \,\hat{\theta} + \, (-1)^{\gamma} \vec{E}_{\varphi}^{T}(\vec{r}_{P}) \,\hat{\varphi} \tag{61}$$

De (61) es evidente que se ha llegado a la misma condición de simetría que (51).

4.2.3 Verificación del Cumplimiento de la Condición de Simetría

Una vez establecida firmemente la condición de simetría (51), se procede a demostrar que la expresión de campo total (36), derivada en el capítulo 3, efectivamente cumple con (51).

Para esto se recuerda que los componentes direccionales de las FVE dependen de la FAL y su derivada como lo muestra la Tabla 1. Al mismo tiempo, a partir de la Tabla 4 y la Tabla 5 se puede ver que (36) solamente contiene un modo de propagación dependiendo de la paridad de la suma del grado (indicado por v para h=0 y n para h>0) y

el orden *m*. En consecuencia, la Tabla 7 y la Tabla 8 muestran específicamente la proporcionalidad de (36) respecto a las FAL para CEP y CMP. En estas tablas es necesario reemplazar v por *n* dependiendo de *h*.

Por otro lado, retomando las propiedades de la FAL y su derivada expresadas en (17)-(18) y utilizándolas en la Tabla 7 y la Tabla 8, se tiene que el campo en el hemisferio inferior dado por (36) sufre un cambio de signo, como lo resume la Tabla 9 y la Tabla 10. De nuevo, en estas tablas es necesario reemplazar v por n dependiendo de h.

Por lo tanto, de la Tabla 9 y la Tabla 10 se ve claramente que *la expresión de campo* (36) sigue la condición de simetría establecida por (51).

Tabla 7 Proporcionalidad de (36) respecto a la FAL (CEP).

(<i>n</i> + <i>m</i>)	Ð	Ŷ	ŕ
even	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	$\frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	0
odd	$\frac{\partial}{\partial\theta}\tilde{P}_{n}^{ m }(\theta)$	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$

Tabla 8 Proporcionalidad de (36) respecto a la FAL (CMP).

(<i>n+m</i>)	Ô	Ŷ	<u> </u>
even	$\frac{\partial}{\partial\theta}\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	$\tilde{P}_n^{ m }(\theta)$
odd	$ ilde{P}_n^{ m }(heta)$	$\frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_n^{ m }(\theta)$	0

Tabla 9 Proporcionalidad de la expresión de campo (36) con las FAL (CEP)

	(v+m)													
	even	odd												
Û	$\propto \tilde{P}_v^{ m }(\theta') = \tilde{P}_v^{ m }(\theta)$	$\propto \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$												
Ŷ	$\propto \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = -\frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$	$\propto \tilde{P}_v^{ m }(\theta') = -\tilde{P}_v^{ m }(\theta)$												
Ŷ	0	$\propto \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = -\tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$												

Tubla it i topol do la de la capitolo a de campo (et) toa mo i ind	Tabla 10 Pro	porcionalidad d	e la ex	presión de	e campo	(36)	con l	as FAL	CMP
--	--------------	-----------------	---------	------------	---------	------	-------	--------	-----

	(v+m)												
· · · · · · · ·	even	odd											
Û	$\propto \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = -\frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$	$\propto \tilde{P}_v^{ m }(\theta') = -\tilde{P}_v^{ m }(\theta)$											
Ŷ	$\propto \tilde{P}_v^{ m }(\theta') = \tilde{P}_v^{ m }(\theta)$	$\propto \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = \frac{\partial}{\partial \theta} \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$											
Ŷ	$\propto \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta') = \tilde{P}_{v}^{ m }(\theta)$	0											

5. Verificación Numérica de la Expresión de Campo Total

El objetivo de este capítulo es complementar la validación analítica de la expresión de campo total (36) mediante ejemplos de simulación de seis antenas. Los ejemplos van desde dipolos simples hasta antenas cuyos efectos son más complejos como las antenas instaladas en automóviles.

Se utilizaron para los ejemplos dos programas de simulación comerciales. Estas simulaciones se tomaron como referencia contra las cuales comparar el campo estimado por (36). Esta comparación se hizo en base a un criterio de comparación simple que indica la diferencia pico entre dos superficies de campo. La elección de este criterio está influenciada por el hecho de que no existe una medida aceptada de manera general para comparar estos datos. Así que el criterio de diferencia pico, a pesar de estar limitado porque sólo da información local y no global de la similitud de resultados, fue escogido debido a la simplicidad en su interpretación. Aunado a esto, se presentan gráficas de resultados de los campos de los cuales se puede obtener una visión global aunque subjetiva del grado de similitud. Al analizar ambos aspectos, puede verse en los ejemplos mostrados que la expresión (36) efectivamente otorga resultados muy cercanos a los dados por los paquetes de simulación comercial, lo cual apoya todavía más la validez de (36).

5.1 La Matriz de Imagen

Por conveniencia, el sistema de ecuaciones formado por (36) se puede re-expresar en términos matriciales de la siguiente manera:

$$\overline{\mathbf{E}}_{e}^{GND}(\vec{r}) = \begin{cases} \overline{\mathbf{F}}_{1\times j}^{e}(\vec{r}) \cdot \overline{\mathbf{Q}}_{j\times 1}^{Y}, & |\vec{r}| > (r_{0}), \ h = 0\\ \overline{\mathbf{F}}_{1\times j'}^{e}(\vec{r}) \cdot \overline{\mathbf{Q}}_{j'\times 1}^{Y}(kh), & |\vec{r}| > (r_{0}+h), \ h > 0 \end{cases}$$
(62)

Donde

$$\overline{\overline{Q}}_{J\times1}^{\gamma} = \overline{S}_{J\times1}^{\gamma} \odot \overline{Q}_{J\times1}^{(3)}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1$$

$$s_j^{\gamma} = [1 + (-1)^{n+m+s+\gamma}],$$
 (64)

y además

$$\frac{\overline{\mathbf{Q}}_{J'\times 1}}{\overline{\mathbf{Q}}_{J'\times 1}} = \overline{\mathrm{IM}}(kh)_{J'\times J}^{\gamma} \cdot \overline{\mathbf{Q}}_{J\times 1}^{(3)}$$
(65)

$$\overline{\mathrm{IM}}(kh)_{j'\times J}^{\gamma} = \overline{\mathrm{S}}_{j'\times J}^{\prime} \odot \overline{\mathrm{C}}(kh)_{j'\times J}^{(1)}$$
(66)

$$s_{j'\times j}^{\gamma} = [(-1)^{s+n+m+\gamma} + (-1)^{s+\sigma+n+\nu}]$$
(67)

Aquí, el símbolo \bigcirc representa el producto matricial elemento por elemento (producto de Hadamard). Además, a la matriz $\overline{IM}(kh)^{\gamma}$ se le denomina de aquí en adelante como "Matriz de Imagen". El número total de modos en J y J' dependen de N y V respectivamente. Así, se tiene que J' > J porque V > N como se discutió en la sección 3.4.

5.2 Procedimiento para la Comparación de Ejemplos

El procedimiento que se sigue para verificar (33), o de manera equivalente (62), asume que se conocen los coeficientes de antena en espacio libre de la antena a evaluar. Estos coeficientes se determinaron con la implementación del método estándar en [2] en Matlab para lo cual es necesario simular el campo de la antena en el espacio libre.

Una vez que se han obtenido estos coeficientes de antena en espacio libre, se utilizan para calcular el campo radiado sobre el plano ideal en cuestión utilizando la ecuación (62). Finalmente, este campo se compara con una simulación directa de la antena cuando se encuentra colocada sobre el plano empleando un paquete de simulación comercial. Aquí se consideran los paquetes FEKO y HFSS como se comenta en la sección 5.5.

El procedimiento se resume de manera ilustrada en la Figura 7 en donde se obvia la obtención de los parámetros de antena en espacio libre.



Figura 7 Procedimiento para verificar (62) con ejemplos numéricos

5.3 Consideraciones sobre el Criterio de Comparación

Comparar dos conjuntos de patrones de radiación para determinar qué tan exacta es una estimación tomando uno de ellos como referencia no es una tarea trivial. De hecho, no existe un criterio aceptado generalmente para realizar esta comparación. Principalmente, el problema consiste en que la mayoría de los criterios utilizados comúnmente tienden a enfatizar una característica local y por ende no son representativos a nivel global de la "cercanía" entre dos patrones como se discute en [7](ch. 8.4-8.5). En esa misma referencia se proponen criterios alternativos que sin embargo no logran resolver por completo la cuestión ya que invariablemente, cualquier criterio involucra cierto grado de pérdida de información [7](pp. 282) pero que agregan complejidad en el cómputo del criterio y en su interpretación.

Por lo tanto, aquí se propone utilizar solamente el criterio que calcula la diferencia punto por punto en los patrones de radiación, normalizadas al valor pico del campo en toda la superficie de referencia. Por supuesto, este criterio es completamente local, ya que una diferencia significativa en sólo un punto de toda la superficie muestreada dará un valor de error significativo que puede no representar a nivel global la cercanía de ambos conjuntos de datos. Sin embargo, es un criterio suficientemente simple de implementar y de interpretar, de manera que esta simplicidad supera la desventaja mencionada siempre y cuando no se le considere en aislamiento.

Por esto, en los resultados reportados aquí, se incluyen además graficas completas del patrón de radiación en el hemisferio superior que permiten poner el criterio de diferencia pico en perspectiva.

5.4 Consideraciones Sobre el Método de Solución Numérica

El uso de simulaciones numéricas requiere de una cuidadosa consideración de las ventajas y desventajas de cada método numérico. En particular, para este trabajo de tesis se tuvo acceso a dos paquetes comerciales de simulación electromagnética que implementan dos métodos diferentes. Primero, el programa llamado FEKO fue utilizado únicamente bajo el Método de Momentos [26]. En segundo lugar, el programa HFSS fue utilizado únicamente bajo el Método de Elemento Finito [27]. Ambos programas son capaces de implementar métodos numéricos diferentes pero fueron utilizados los métodos por los cuales son más reconocidos respectivamente.

En este sentido, es necesario tomar en cuenta, por un lado, la naturaleza "abierta" del problema que concierne a esta tesis. Es decir, son de interés primordial los campos radiados de manera ilimitada en el espacio. Por el otro, es necesario reconocer que el Método de Momentos presenta cierta ventaja en este tipo de problemas, ya que no separa un volumen de espacio en elementos discretos sino que lo hace sólo para la geometría de las antenas. En cambio, el método de Elemento Finito sí requiere de la separación de cierto volumen de espacio que encierra a la antena en elementos discretos. Por lo tanto, para antenas físicamente grandes, el Método de Momentos es generalmente preferido porque puede resultar en un número menor de variables a resolver.

Por esto, se eligió realizar la mayoría de los ejemplos en el programa FEKO. Sin embargo, para tener más certeza de los resultados, también se incluye un ejemplo en HFSS. Sin embargo, la interpretación de los resultados debe realizarse con cuidado en este segundo caso porque se utilizan planos finitos en vez de infinitos lo cual introduce errores en los resultados. En FEKO en cambio, sí es posible simular en planos de imagen infinitos.

5.5 Resultados utilizando FEKO (Método de Momentos).

En total, se simularon cinco ejemplos en FEKO sobre plano infinito CEP y CMP, de los cuales, dos son antenas simples (un monopolo y una Yagi) y cuatro son antenas colocadas en un automóvil en diferentes partes de la carrocería. La descripción de los ejemplos y el valor obtenido de la diferencia pico Δ para cada caso se resumen en la Tabla 11. Las gráficas de campo se muestran en la Figura 8 a la Figura 17. En ellas se muestran los campos calculados en FEKO y empleando (62), así como la diferencia punto a punto Δ entre ellas.

Como puede verse en la Tabla 11, la mayor diferencia pico se encontró en los casos de las antenas colocadas en el techo y en la cajuela del automóvil. Sin embargo, como se mencionó antes, la diferencia pico no ilustra de manera global el resultado. De la Figura 8 a la Figura 17 puede verse que en todos los casos el patrón de radiación es similar y que las diferencias pico se concentran en algunas zonas sin repercusión mayor sobre la calidad del patrón. En especial, para los casos de las antenas en automóviles, es notoria la poca cantidad de puntos en donde la diferencia pico se concentra.

Adicionalmente, es necesario notar que en los casos de antenas en automóvil los patrones sobre CEP y CMP son muy similares. Esto indica que para antenas cuyo contenido modal es mayor, el efecto total del plano de imagen es similar en ambos tipos de plano.

	Descripción	Δ_{max} [%] CEP	Δ_{max} [%] CMP
		4.65	5.2
29	Yagi $h=\lambda$ N=8, M=N, V=2N, U=M	4.19	4.9
	Monopolo en techo de auto h=0 N=24, M=N, V=N, U=M	12.7	7
	Dipolo en cabina h=0 N=24, M=N, V=N, U=M	4.7	7.2
	Dipolo en esquina trasera h=0 N=30, M=N, V=N, U=M	11.6	11.2

Tabla 11 Comparación de resultados Δ_{max} [%] de (62) respecto a FEKO







Figura 8. Monopolo sobre CEP

















(] 4

56-













Figura 15. Dipolo en Cabina de Auto sobre CMP









5.6 Resultados utilizando HFSS (Método de Elemento Finito).

Un ejemplo adicional fue simulado en HFSS [27] con el método de Elemento Finito. En este caso, la simulación se llevó a cabo con planos de imagen de dimensión finita ya que este programa sólo incluye una opción de plano infinito para planos CEP. Por ello, para poder hacer una comparación bajo las mismas condiciones se utilizó un plano finito en ambos casos.

La Figura 18 muestra la descripción de la antena en espacio libre y colocada sobre el plano de imagen. Se puede ver que en el caso del método de elemento finito se tiene que definir un volumen de solución que encierre a la antena (se muestra sólo para la antena sobre el plano pero se define también en el caso de espacio libre). Las paredes de este volumen deben estar separadas de la antena a cierta distancia mínima (alrededor de ¹/₄ de longitud de onda).

Por su parte, la Figura 19 muestra superficies de campo eléctrico calculadas con (62) y con HFSS. La diferencia pico encontrada fue de 8.6% y 7.2% para los planos CEP y CMP, respectivamente. En este caso, también se puede observar una similitud global en los patrones del campo.



Figura 18. Antena Microcinta simulada en HFSS. a) Espacio Libre, b) sobre plano finito



Figura 19 Comparación de (62) con HFSS. Desviación pico \triangle =8.6%, y \triangle =7.2% para CEP y CMP respectivamente

6. Propuesta para un Nuevo Método de Caracterización de Antenas con Superficie Hemisférica de Muestreo

En este capítulo, se presenta un método nuevo para llevar al cabo la caracterización de antenas utilizando una superficie hemisférica de muestreo. La propuesta está basada en la inversión de la Matriz de Imagen (66). Así, se presenta inicialmente una discusión sobre la condición numérica de dicha matriz. Como se verá, la Matriz de Imagen se encuentra mal-condicionada salvo en casos muy específicos, por lo cual, no puede ser utilizada de manera directa en el método de caracterización propuesto. Por ello se presenta el desarrollo de una Matriz de Imagen Combinada que está bien-condicionada, de tal manera que sea posible su utilización en el método propuesto en este trabajo.

Después de presentar la Matriz de Imagen Combinada, se describe el método propuesto y se procede a presentar ejemplos de simulación que muestran su validez. Como se verá, los resultados son alentadores, ya que las simulaciones de los casos analizados muestran que el error del método es tolerable para fines prácticos. Esto por supuesto no se puede interpretar como que la propuesta arrojará un método perfecto, o que los resultados de las simulaciones se pueden extender para predecir un error global en un sistema de caracterización de antenas real. Sin embargo, sí sugieren que en la práctica, el error global de caracterización dependerá más fuertemente de la capacidad para controlar los errores experimentales que de errores por aproximaciones en el modelo teórico.

6.1 La Matriz de Imagen y la Matriz de Imagen Combinada

A partir de la expressión de campo total derivada en el capítulo 3, se puede intuir que una antena sobre un plano de imagen ideal puede ser caracterizada a partir de los campos radiados. Efectivamente, las ecuaciónes (63) y (65) implican que si se conocen los coeficientes sobre-plano equivalentes \overline{Q}^{γ} , entonces se puede, en principio, invertir (63) o (65) para obtener los coeficientes de espacio-libre deseados $\overline{Q}^{(3)}$ Sin embargo para el caso h=0, donde (63) se hace cero para la mitad de los modos (ver capítulo 4), no es posible la inversión directa. Por otro lado, para h>0 tampoco es claro si la Matriz de Imagen es invertible o no.

En esta sección se discute la condición numérica de la Matriz de Imagen. Para esto, se calculó el valor de condición numérica dada por la función **cond()** de Matlab [28] para diferentes contenidos modales y diferentes alturas sobre el plano de imagen. La Figura 20 muestra la gráfica del valor de condición de las matrices $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$, en escala logarítmica para valores de N desde 4 hasta 30 y alturas desde 0.1 hasta 10 en múltiplos de la longitud de onda λ . La función cond indica mejor condición para valores calculados cercanos a 1 y peor condición mientras más se aleja de este valor.

Por lo tanto, puede verse que la condición de la Matriz de Imagen en ambos casos CEP y CMP es aceptable (cond<100) sólo para antenas pequeñas (N<10) a alturas entre 1λ y 2λ . Esto no es aceptable para los propósitos de esta tesis porque el mayor interés lo tienen las antenas físicamente grandes (N>20). Además, sería impráctico fijar la altura en un sitio de caracterización experimental ya que estos sitios son construidos para aceptar diversos tipos de antenas debido a la inversión económica que representan.

La pobre condición numérica de $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ puede ser explicada, en parte, por el hecho de que se hace nula en diferentes regiones. Para ilustrar esto, la Figura 21 muestra el arreglo que se eligió para representar la estructura de la matriz; cada columna corresponde a una tripleta (m, n, s) mientras que cada renglón corresponde a una tripleta (μ, ν, σ) .



Figura 20 Condición numérica de la Matriz de Imagen (66) con M=N, U=M, V=2N. Calculada usando la función cond de Matlab

Así, en la figura Figura 21 se iluminan de amarillo los bloques en donde puede ser diferente de cero la Matriz de Imagen. Esto es debido a que la traslación en el eje z implica que el coeficiente de traslación sólo es diferente de cero para $\mu=m$ (Capítulo 3). De la misma forma, la Tabla 4 y Tabla 5 implican que la $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ contiene renglones completos con elementos nulos dependiendo de la paridad de $(\nu+m)$. Es decir, se puede esperar que $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ se nulifique por pares de renglones dentro de las áreas sombreadas en amarillo y resulta por ende que $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ tiene renglones completos iguales a cero.

Por otro lado, la Figura 22 presenta gráficas en donde se marca con un símbolo las posiciones no nulas de la matriz $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ y se deja en blanco las posiciones que sí lo son³ para ambos casos CEP y CMP. En estos casos, la etiqueta de los ejes sólo indica el número de renglón y columna y no el valor de las tripletas para ahorrar espacio. Es claro de la Figura 22a y Figura 22c que $\overline{IM}^{\gamma}(kh)$ contiene elementos diferentes de cero sólo en bloques a lo largo de la diagonal como lo indica la Figura 21. Más aún, los acercamientos presentados en Figura 22b y Figura 22d muestran que, como se indicó tentativamente en el párrafo anterior, existen pares de renglones iguales a cero. Más aún, puede verse de Figura 22b y Figura 22d que para ambos casos CEP y CMP, los renglones y columnas nulificadas son complementarios como se enfatiza al combinar estas figuras en la Figura 22e.

Lo anterior sugiere que una matriz resultante de la combinación de las matrices de imagen para CEP y CMP presentará una condición numérica diferente. Para investigar esto, se sugiere entonces considerar explícitamente ambas ecuaciones de (65) por separado:

$$\frac{\overline{Q}_{j'\times 1}}{\overline{Q}_{j'\times 1}} = \overline{\mathrm{IM}}(kh)_{j'\times j}^{\gamma=1} \cdot \overline{Q}_{J\times 1}^{(3)}$$
(68)

$$\frac{d}{Q}_{j'\times 1}^{\gamma=2} = \overline{\mathrm{IM}}(kh)_{j'\times j}^{\gamma=2} \cdot \overline{Q}_{j\times 1}^{(3)}$$
(69)

³ Las gráficas fueron generadas con la función **spy()** de Matlab

								-1 +					MC3 . 0							1							M												
		5-	7	1	1	M	+1	1		N			1	-	2	e .	31	N.		1	Ċ,	2:	Π		N	1		2	Т	Т	N	1_	h	M	M	+1		1	-
μ, ν, α	_		Y	1	2	1	2		1	2	AND T	1	2	1	2		1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1 2	-	1	2		1	2	1	2	-	1	2
			1									0	0	0	0	-	0	0	ō	0	0	0	Ć	0	0	0	0	0 0		lo	lo	T	0	0	o	0		0	0
	1	U	2	- 2		H						0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		ō	0	ō	0	0 0		6	ō		ō	ō	Ō	0		0	0
			1									ō	0	0	0		0	0	0	0	0	0		6	0	0	0	0 0		To	To		ō	ō	Ō	0		0	0
	-U	U+1	2									0	0	0	0		0	0	0	ō	0	0	8	6	0	ō	0	0 0		ō	ō		ō	ō	Ō	0		0	0
		_		_	_		alan ta				•••	Ē	-	-	-		-	-	-	-	-	-		<u> </u>	-		-		1	۴		ť	F			-		-	-
			1				-					0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	oT	0	0 0		Б	lo		0	0	0	0		0	0
		v	2	-								0	0	0	0		0	ō	0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		6	0		0	0	0	0		0	0
			-	-	-	_						ř	v			8			-	U		-	-		Ľ					-	-	t	Ĕ	-	-		-	-	-
		-									•••			-					:									:	_			••	:						_
			1	0	0	0	0		0	0									0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
		-	2	0	0	0	0		0	0									0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
		2	1	0	0	0	0		0	0									0	0	0	0		0	0	0	0	0 (2	0	0		0	0	0	0		0	0
	-1	_	2	0	0	0	0	-	0	0		_		_					0	0	0	0	-	0	0	0	0	0 0	-	<u>0</u>	0		0	0	0	0	-	0	0
					-	-	_					_				-					-	_			_		_	-		L			_		-	_			_
		V	1	0	0	0	0		0	0									0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
	_	_	2	0	0	0	0	_	0	0									0	0	0	0	_	0	0	0	0	0 0	4	10	0		0	0	0	0		0	0
		1	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0								0	0	0 0		2	10		0	0	0	0		0	0
			2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0				_				0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
		2	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0								0	0	0	2	0	0		0	0	0	0		0	0
	0	•	2	0	0	0	0	-	0	0		0	0	0	0	-	0	0								0	0	0 0	-	0	0		0	0	0	0		0	0
		i												•							-		8							Γ			Γ						
	. 1	v	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0								0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
		•	2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0			1000					0	0	0 0		0	0		0	0	0	0		0	0
			1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0				T			Γ	0	0	0	0		0	0
			2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0				1		Г	1	0	0	0	0		0	0
		-	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0				1		Т	1	0	0	0	0		0	0
	1	4	2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0				٦.		Г	1.	0	0	0	0		0	0
		i				-								-																	Γ	ľ							
		v	1	0	0	0	0		0	0	1	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0					L	Γ		0	0	0	0		0	0
			2	0	0	0	0		0	0	8	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0						Γ		0	0	0	0		0	0
														-														:				Г	Г			:			٦
											•••	_							_					-	_	_	_	•	-		τ.	ŀ	1	_	_	•			
		U	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0		L						
			2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0	1	L						
		U+1	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0 (2	0	0				L				
	U		2	0	0	0	0		0	0	•••	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0 0	4-	0	0	Ļ.							
		i	-		-							_		-						-	-					L-,	-	-		L		1	L						
		v	1	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0 0		0	0		L						
			2	0	0	0	0		0	0		0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	lo i	0	0 0		0	0	1							

Figura 21 Ilustración del arreglo elegido para ordenar Matriz de Imagen (66). El arreglo resulta en valores nulos fuera de los bloques de la diagonal ya que para $\mu \neq m$ el coeficiente de traslación es nulo en esos casos.



Figura 22 Ilustración del patrón de Matriz de Imagen (66) para kh=1, N=10, U=M, y V=2N (cada marca indica una posición no-nula)

Por lo tanto, sumando ambas ecuaciones se tiene:

$$\frac{\overline{\mathbf{Q}}_{j'\times 1}^{\gamma=1}}{\overline{\mathbf{Q}}_{j'\times 1}} + \overline{\overline{\mathbf{Q}}}_{j'\times 1}^{\gamma=2} = \left(\overline{\mathrm{IM}}(kh)_{j'\times j}^{\gamma=1} + \overline{\mathrm{IM}}(kh)_{j'\times j}^{\gamma=2}\right) \cdot \overline{\mathbf{Q}}_{j\times 1}^{(3)}$$
(70)

O simplemente:

$$\overline{\overline{CQ}}_{J'\times 1} = \overline{CIM}(kh)_{J'\times J} \cdot \overline{Q}_{J\times 1}^{(3)}$$
(71)

Donde $\overline{\text{CIM}}(kh)_{J'\times J}$ y $\overline{\text{CQ}}$ serán denominadas la Matriz de Imagen Combinada y los Coeficientes Sobre-Plano Equivalentes Combinados (CSPEC), respectivamente. La Figura 23 muestra para este caso el patrón de valores no-nulos de la Matriz de Imagen Combinada y un acercamiento donde se puede apreciar que se eliminan los renglones nulos que aparecen en la Matriz de Imagen simple (Figura 22b y Figura 22d). Por su parte, la Figura 24 muestra que la Matriz de Imagen Combinada está bien condicionada (cond<100) para antenas pequeñas y para antenas grandes (N>20). Pero igualmente importante, está bien condicionada para alturas muy pequeñas (sólo se probaron datos a partir de 0.1 λ) lo cual la convierte en una excelente candidata para su aplicación en la práctica.

De manera similar, para h=0 se puede hacer:

$$\frac{\dot{Q}_{J\times 1}}{\dot{Q}_{J\times 1}} = [1 + (-1)^{n+m+s+1}] \cdot \overline{Q}_{J\times 1}^{(3)}$$
(72)

$$\frac{1}{\overline{Q}}_{J\times 1}^{\gamma=2} = [1 + (-1)^{n+m+s}] \cdot \overline{Q}_{J\times 1}^{(3)}$$
(73)

Y por lo tanto se tiene que

$$\frac{\dot{Q}_{j\times 1}}{\dot{Q}_{j\times 1}} + \frac{\dot{Q}_{j\times 1}}{\dot{Q}_{j\times 1}} = 2 \cdot \overline{Q}_{j\times 1}^{(3)}$$
(74)

o bien,

$$\dot{\overline{\mathbf{Q}}}_{J\times 1}^{T} = 2 \cdot \overline{\mathbf{Q}}_{J\times 1}^{(3)} \tag{75}$$

De donde se ve que para h=0 el problema resulta trivial de resolver.


Figura 23 Ilustración del patrón de la Matriz de Imagen Combinada (71)



Figura 24 Condición numérica de la Matriz de Imagen Combinada (71) con M=N, U=M, V=2N. Calculada usando la función cond de Matlab

6.2 Uso de la Matriz de Imagen Combinada para la Caracterización de Antenas basadas en Superficie Hemisférica de Muestreo.

A partir de la Matriz de Imagen Combinada $\overline{\text{CIM}}(kh)$ se puede ver que es necesario determinar los coeficientes sobre-plano equivalentes \overline{Q}^{γ} para a su vez poder determinar, a partir de la inversión directa de $\overline{\text{CIM}}(kh)$ los coeficientes de antena en espacio libre.

La estimación de los coeficientes sobre-plano equivalentes \dot{Q}^{Y} se puede realizar si se conoce el campo sobre el hemisferio superior. Sin embargo, si se examina (33) y su equivalente (62) se puede ver que la inversión directa no es una opción práctica ya que la matriz de FVE resultante no está bien-condicionada, como se discutió en el Capítulo 2.

No obstante, la existencia de la condición de simetría permite sintetizar una esfera completa de datos con lo cual se puede utilizar el método estándar en [2] para resolver (33) y su equivalente (62) para $\dot{\overline{Q}}^{\gamma}$. Así, una vez obtenidos estos coeficientes sobre-plano equivalentes para ambos casos CEP y CMP, los coeficientes en espacio libre se determinan directamente de la inversión de (70).

Aunado a esto, la Matriz de Imagen Combinada $\overline{CIM}(kh)$ presenta la característica de que la altura con respecto al plano de imagen puede ser muy pequeña lo cual implica dos ventajas importantes. Primero, antenas grandes podrían en principio colocarse directamente sobre el suelo de la cámara con lo cual se simplifica el sistema de posicionamiento. Y segundo, el radio de la esfera equivalente se minimiza, con lo que el número de muestras también es mínimo como se indica en la ecuación (40).

Por lo tanto, se puede resumir el método propuesto en cuatro pasos generales. Primero, se debe colocar la antena a una altura h sobre el plano de imagen (CEP o CMP) y tomar muestras del campo en el hemisferio superior, como se muestra en la Figura 25a. Enseguida, se completa una esfera de datos a partir de la condición de simetría (51) para cada tipo de plano, como se ilustra la Figura 25b. Esta esfera sintetizada se usa entonces en el siguiente paso para determinar los coeficientes sobre-plano equivalente utilizando el algoritmo estándar de [2]. Finalmente, se ensambla y se invierte la ecuación (71) para

obtener los coeficientes de espacio libre que se buscan. La Figura 26 ilustra de manera sintética estos pasos.



Figura 25 Vista de la geometría del método propuesto



Figura 26 Procedimiento de caracterización propuesto en esta tesis

6.3 Ejemplos de Simulación

Para ilustrar el método propuesto, se preparó un conjunto de simulaciones numéricas. En este caso todos los ejemplos se simularon solamente en FEKO para poder utilizar planos infinitos. Consecuentemente, para todos los casos, se simuló en FEKO cada antena en tres condiciones diferentes: primero, en espacio libre para obtener los coeficientes de la antena de referencia, segundo, sobre plano CEP para obtener el primer conjunto de datos hemisféricos y por último sobre CMP para obtener el segundo conjunto de datos hemisféricos.

En la Figura 27 se muestra el procedimiento detallado que se siguió para realizar las comparaciones. El criterio de comparación fue dual, la diferencia punto a punto descrita anteriormente, aplicada en este caso a los coeficientes estimados de espacio-libre y la potencia total radiada calculada a partir de ellos con (6). En la Tabla 12 se presenta una descripción de los ejemplos considerados así como el valor de diferencia pico calculado en los coeficientes de campo-libre. Por su parte, de la Figura 28 a la Figura 37 se muestran gráficas simultáneas de los coeficientes de referencia y los calculados, así como los patrones en campo libre calculados directamente por FEKO y por la ecuación (71) o (75) y su diferencia. En las gráficas de coeficientes de campo libre, se utiliza el índice único *j* definido en el Apéndice A.

De la tabla 12 y las figuras 28-37 es evidente que la diferencia pico en los coeficientes de campo-libre es despreciable en cuatro de los cinco ejemplos considerados. Para uno de los casos, esta diferencia alcanza el 12% pico. Sin embargo, al examinar los patrones de radiación en campo-libre dados por FEKO y por los coeficientes de espacio-libre estimados se puede ver que esta diferencia pico ocurre tan sólo en algunos puntos del patrón mientras que de manera global es evidente su proximidad. Esto es reforzado por el hecho de que la diferencia pico en la potencia total radiada no excede del 0.4%.

Por lo tanto puede decirse que la estimación de los coeficientes por el método propuesto es efectiva. Esto es particularmente relevante para los casos de las antenas en automóviles ya que es evidente que el contenido modal y los patrones de radiación son significativamente más complejos que los de las antenas más simples consideradas.



Figura 27 Procedimiento para evaluar el método propuesto

El hecho de que la diferencia pico ΔQ sea tolerable en los casos expuestos es debido al excelente grado de condición de la Matriz de Imagen Combinada. En todos los casos expuestos, el número de condición es prácticamente 1 mientras que bajo las mismas condiciones, el número de condición para la Matriz de Imagen CEP o CMP es mayor a 10^{10} . Además se debe también a que el método no recurre a ninguna aproximación y el procedimiento es basado en una rigurosa extensión de la teoría convencional.

Por lo tanto, es viable concluir que, a partir de los resultados de simulaciones, el método propuesto en esta tesis es prometedor para implementar sistemas de caracterización experimental de antenas requiriendo una superficie de muestreo hemisférica.

Descripción	ΔQ_{\max} [%]	∆ ₽ [%]
Monopolo $\lambda/4 \operatorname{con}$ plano de $\lambda \times \lambda$ $h=\lambda$ N=8, M=N, V=2N, U=M	3.57	0.36
Yagi h= λ N=8, M=N, V=2N, U=M	1.91	0
Monopolo en techo de auto h=0 N=24, M=N, V=N, U=M	4.65	0.017
Dipolo en cabina h=0 N=24, M=N, V=N, U=M	7.22	0.0125
Dipolo en esquina trasera h=0 N=30, M=N, V=N, U=M	12.38	0.0125

Tabla 12 Estimación de Coeficientes de espacio libre Q a partir de mediciones sobre planos CEP and CMP



































Figura 35. Comparación de Patrón en Campo Libre -Dipolo en cabina de Auto









7. Conclusión

En esta tesis se propone un nuevo método para caracterizar antenas basado en una superficie hemisférica de muestreo. Para llegar a la propuesta, se realizó la derivación y verificación analítica de la expresión de campos de fuentes o antenas expresadas en términos de la expansión en ondas vectoriales esféricas sobre planos de imagen ideales. En base a ella se introdujo el concepto de Matriz de Imagen Combinada y de Coeficientes sobre-plano equivalentes que cimientan el método propuesto. Así mismo, se presentaron ejemplos simulados que ilustran la validez de la expresión de campo derivada y de su uso para la caracterización de antenas. Sin embargo, no fue posible demostrar experimentalmente el método propuesto debido a limitaciones de tiempo y presupuesto.

Para concluir este trabajo, se discuten los méritos y los retos del método propuesto. Al mismo tiempo, se hacen algunas observaciones sobre las contribuciones originales de esta tesis. Finalmente, se reconoce que el alcance de esta tesis no incluía presentar una propuesta lista para su implementación comercial sino la presentación de los fundamentos teóricos que eventualmente lleven a una implementación práctica. En este sentido, se incluye aquí también una discusión breve sobre el trabajo necesario en el futuro para seguir el camino hacia una eventual implementación práctica.

7.1 Méritos y Retos

Como en casi cualquier área, es complicado encontrar la solución ideal para un problema. Evidentemente, el caso de esta tesis no es la excepción ya que ésta implica ciertas ventajas pero también desventajas claras que requieren revisión. En cuanto a ventajas se puede resaltar la posibilidad de reducir el volumen del espacio requerido para implementar el sistema de caracterización y la posibilidad de simplificar el sistema de posicionamiento. Como desventajas o retos, evidentemente está la necesidad de realizar las mediciones sobre dos planos de imagen diferentes.

En lo que concierne a la caracterización de antenas físicamente grandes como las antenas automotrices, la propuesta de esta tesis presenta las ventajas principales de otras propuestas similares (por ejemplo, [8]-[12]). Sin embargo, la propuesta de esta tesis no requiere de ningún tipo de aproximación analítica. Adicionalmente con el método propuesto el costo de la cámara anecóica se reduce, debido a que el volumen de la cámara puede ser reducido en prácticamente la mitad y se convierte en semi-anecoica, es decir, se evita el uso de material absorbente en el piso. Adicionalmente, el diseño del sistema de posicionamiento se simplifica ya que la antena puede ser colocada directamente sobre el suelo de la cámara manteniéndola incluso estática.

Esto es importante de manera especial con la llegada de la tecnología conocida como "autos conectados" [24] ya que suponen un uso mayor de antenas en los automóviles y por ende un incremento en las necesidades de sistemas de caracterización de antenas adecuado para esta industria. Más aún, muchas de estas antenas estarán ligadas en mayor o menor medida a cuestiones de seguridad de pasajeros y peatones. De tal suerte que no sólo un mayor volumen de caracterización será necesario sino que el nivel de exactitud de la caracterización será crítica para garantizar la seguridad de pasajeros y transeúntes. Por lo tanto, esta tesis abre la puerta hacia la posibilidad de implementar sistemas de caracterización con la suficiente exactitud e incluso el enfoque y costo adecuado para su uso en ambientes de producción automotriz masivo.

Empero, a pesar de que esta tesis demuestra que es teóricamente factible determinar los coeficientes de antena a partir de mediciones hemisféricas solamente y sin aproximaciones, también requiere que la medición se realice dos veces, una sobre planos de CEP y otra sobre CMP. Esto parece indicar que el número total de mediciones se incrementa al doble comparado con los sistemas tradicionales. Pero esto es sólo aparente porque la medición es en sólo un hemisferio por lo que el número total de puntos a medir debería ser el mismo al final. Sin embargo, sí existe un incremento en el número de puntos ya que la altura sobre el plano implica una antena equivalente con un tamaño mayor y por ende mayor número total de puntos de medición. Afortunadamente, la propuesta presentada permite el uso de alturas muy pequeñas de manera que el sobremuestreo del campo puede ser mantenido convenientemente bajo.

Adicionalmente al sobre-muestreo, existe la cuestión de cómo implementar en la práctica este cambio de plano CEP a CMP de manera eficiente. Esto se prevé que no sólo presentará retos técnicos sino que incrementará la complejidad en la implementación de

esta propuesta, lo cual se volverá a mencionar en un apartado más adelante sobre trabajo futuro.

A pesar de estos retos, dado el estado del arte actual en la caracterización de antenas automotrices, las ventajas mencionadas parecen hacer un contrapeso adecuado a las desventajas ya que sin la propuesta de esta tesis, la industria automotriz seguiría sin contar con una posibilidad realmente factible para satisfacer sus necesidades de caracterización de antenas.

7.2 Contribuciones Originales

Se puede decir que la propuesta global del nuevo método de caracterización de antenas (Capítulo 6) es la contribución original más importante de esta tesis. La propuesta otorga el rigor que hacía falta a los sistemas de caracterización hemisféricos propuestos anteriormente (por ejemplo, [8]-[12]). Este método se ha sometido a publicación en [32] y está en proceso de revisión.

Por otro lado, la derivación y validación analítica de la ecuación de campo total, la ecuación (33) en el Capítulo 3 es también una contribución original y forma la base sobre la cual se construye la propuesta. Como parte del trabajo de tesis, ésta ecuación, su derivación y validación analítica fueron presentadas para el caso particular de CEP en [30], generalizada a CMP en este reporte final en el capítulo 4 e incluida también en [32] para su publicación.

En relación a esto, también el establecimiento de la condición de simetría (51) puede considerarse una contribución original. Ésta se reportó como parte de este proyecto en [29] para el caso particular de CEP y fue generalizada en este reporte final y en [32] al caso CMP. Si bien ésta puede ser considerada una contribución menor ya que resulta de una aplicación simple de la Regla de Imagen muy bien establecida para fuentes elementales, no se puede dejar de observar que es de crucial importancia porque juega un papel clave en el método propuesto (sin esta condición no se podría completar una esfera sintética y por lo tanto no se podría utilizar mediciones hemisféricas solamente). Para enfatizar más ésta importancia práctica, se puede considerar por ejemplo que en [9] precisamente se habla de sintetizar dicha superficie esférica de datos utilizando reglas de imagen empíricas que sin embargo, no dieron los resultados esperados. Además, en la investigación literaria realizada, no se encontró esta condición expresada de manera explícita en ninguna referencia. De tal suerte que esta tesis la hace disponible de ahora en adelante.

Asimismo, en este trabajo se introduce por primera vez de manera explícita la forma de la Matriz de Imagen para planos CEP y CMP. Ya en [16]-[18] se habla de una Matriz de Imagen pero se usa el término en un contexto ligeramente distinto y su definición no aplica exactamente a la de esta tesis. Pero más importante, en esta tesis se introduce también el concepto de Matriz de Imagen Combinada la cual posee características numéricas importantes para la habilitación de la propuesta de esta tesis. La introducción de este concepto aunado a la exploración que se hizo de la condición numérica de la Matriz de Imagen y de la Matriz de Imagen Combinada son, por ende, una contribución original de este trabajo.

Finalmente, se debe reconocer que la expresión de campo total (33) derivada en esta tesis depende fuertemente de la Regla de Imagen para fuentes vectoriales esféricas que había sido publicada con anterioridad en [16]-[18]. Sin embargo, estos trabajos están orientados principalmente al área de óptica por lo que las notaciones y convenciones de signos son diferentes de los utilizados por la Comunidad de Antenas. Así que se puede considerar también una contribución modesta de esta tesis el haber unificado la demostración de la Regla de Imagen mencionada y hacerla disponible directamente para la Comunidad de Antenas. De nuevo, su relevancia puede ser más práctica que teórica ya que esta unificación de notación y convención de signos permite su aplicación directa en la teoría estándar incluida en [2] y que es de amplio uso en dicha comunidad.

7.3 Trabajo Futuro

Como se ha mencionado, para poder llevar esta propuesta a una implementación comercial, es necesaria una cantidad significativa de trabajo e investigación adicionales. Se debe reconocer que de hecho esta tesis se detiene justo en el comienzo de la etapa rumbo a la implementación. Aun así, la importancia de esta tesis radica en que provee un

método analítico riguroso sobre el cual construir la implementación experimental sin introducir errores adicionales de aproximación.

En particular, hay una cuestión importante a considerar como trabajo futuro que no tiene que ver directamente con la propuesta sino con la aplicación final. Es decir, ya que la principal motivación de este trabajo son antenas automotrices, es necesario reconocer que la medición en una superficie esférica o hemisférica no es necesariamente la mejor ya que desperdicia parte del volumen requerido. Esto es porque los automóviles tienen mayor tamaño en una dimensión mientras es relativamente menor en las otras dos dimensiones. Por esto, una superficie esferoidal o cilíndrica sería más efectiva en términos del uso eficiente del espacio disponible. Así que es pertinente preguntar, ¿será posible desarrollar un enfoque igualmente riguroso para caracterizar antenas con una superficie de muestreo semi-esferoidal? Una respuesta positiva tendría una ventaja superior a la otorgada por esta tesis ya que permitiría una reducción todavía mayor en el volumen de la cámara requerida (se reducirían dos dimensiones en vez de una).

Tal vez igualmente importante es la cuestión de evitar la necesidad de realizar dos veces las mediciones ya que esto evidentemente incrementa el tiempo y costo de la propuesta. En este sentido, una avenida de interés a explorar es el uso del plano llamado "Conductores Electromagnéticos Perfectos" (CEMP) el cual es una generalización de los planos CEP y CMP introducida recientemente en [19]-[22] y analizada aún más recientemente en [23]. De manera que se puede preguntar: ¿podría el uso de planos CEMP evitar el requerimiento de realizar dos conjuntos de mediciones?

Además, está la cuestión de la implementación práctica de ambos planos CEP y CMP de manera concurrente y eficiente como lo pide el método propuesto en esta tesis. La implementación de un plano que pueda cambiar de CEP a CMP de manera rápida presenta retos de ingeniería importantes. Una salida tal vez sería la utilización de una superficie formada por mosaicos de doble cara que girasen para elegir CEP o CMP. Sin embargo, de mayor interés sería preguntarse: ¿es posible diseñar una superficie que permita este cambio de manera electrónica a través del uso de materiales artificiales (meta-materiales) sintonizables evitando así los inconvenientes de la solución mecánica como la rapidez del cambio? También puede mencionarse como trabajo futuro la necesidad de analizar de manera más rigurosa las propiedades matemáticas de la Matriz de Imagen para determinar analíticamente las razones del pobre condicionamiento, analizadas en esta tesis a partir de experimentos numéricos solamente. Sería importante contestar la pregunta *¿es posible resolver la ecuación (33) sin recurrir a la inversión directa?* Hay que recordar que en esta tesis se evitó la inversión directa a partir de la combinación de la Matriz de Imagen para ambos CEP y CMP, lo cual tuvo la desventaja mencionada de requerir el doble de mediciones.

Otra área de trabajo futuro es la necesidad de *corrección de la influencia de sensores*. Este trabajo ha asumido que el campo se puede medir sin errores y de manera directa. Esto no es completamente válido en la práctica ya que el uso de cualquier tipo de sensor altera la distribución de campo y además no existen sensores que den directamente el campo, sino que sólo arrojan una medición indirecta ponderada por las características mismas del sensor. Afortunadamente, en la teoría estándar de [2] esto es posible así que se puede esperar que esto se pueda lograr también en el método propuesto en esta tesis ya que es una extensión de la teoría estándar.

Finalmente, se puede pensar en todo un rango de temas de implementación sobre los cuales hay que trabajar en el futuro. Por ejemplo, el diseño del sistema de posicionamiento y de la cámara depende del tipo específico de antenas a considerar. Por ejemplo, el posicionador será influenciado por la forma y peso de las antenas a caracterizar. El rango de frecuencias de dichas antenas influenciará fuertemente en la selección de los materiales absorbentes y en el diseño de los sensores. También, se espera que el uso de planos finitos en la práctica y la minimización de su impacto presenten retos técnicos de consideración.

De esta manera, es evidente la necesidad de una cantidad significativa de trabajo e investigación adicional. Empero, varias de las líneas mencionadas tienen mérito e interés suficiente por sí mismas ya que pueden proveer resultados de aplicación más allá de la caracterización de antenas.

Apéndice A

Las funciones vectoriales esféricas son explícitamente [2]:

$$\vec{F}_{1mn}^{(c)}(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(-\frac{m}{|m|} \right)^m z_n^{(c)}(kr) \cdot \left\{ \frac{im \,\overline{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta} e^{im\varphi} \,\hat{\theta} - \frac{d \,\overline{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{d\theta} e^{im\varphi} \,\hat{\varphi} \right\}$$
(A1)

$$\vec{F}_{2mn}^{(c)}(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(-\frac{m}{|m|}\right)^m \left\{\frac{n(n+1)}{kr} z_n^{(c)}(kr) \overline{P}_n^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi} \hat{r} + \frac{1}{kr} \frac{d\left[kr z_n^{(c)}(kr)\right]}{d(kr)} \frac{d\overline{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{d\theta} e^{im\varphi} \hat{\theta} + \frac{1}{kr} \frac{d\left[kr z_n^{(c)}(kr)\right]}{d(kr)} \frac{im\overline{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta} e^{im\varphi} \hat{\varphi}$$
(A2)

donde $\overline{P}_n^{[m]}(\cos\theta)$ es la function asociada normalizada de Legendre de grado n y orden m y $Z_n^{(c)}(kr)$ - puede ser la función esférica de Bessel o Hankel dependiendo del valor de c.

El número total de modos a considerer es:

$$J = 2N(N+2) \tag{A3}$$

Típicamente, para M=N se define un índice único de la siguiente forma:

$$j = 2\{n(n+1) + m - 1\} + s$$
(A4)

Apéndice B

Traslación de las Funciones Vectoriales Esféricas (FVE)

Las FVE definidas en un sistema de coordenadas (apóstrofo simple) se pueden expresar en términos de las FVE en el sistema de otro sistema de coordenadas (sin apóstrofo) trasladado una distancia kh a lo largo del eje z de la siguiente manera [2](pp.355):

$$\vec{F}_{smn}^{(3)}(\vec{r}') = \sum_{\sigma v} C_{\sigma m v}^{sn(1)}(kh) \vec{F}_{\sigma m v}^{(3)}(\vec{r})$$
(B1)

Donde $C_{\sigma m \nu}^{sn(1)}$ son los coeficientes de traslación definidos en [2]. Los índices (σ, μ, ν) expresan los modos en el sistema trasladado con $\mu = m$ demostrando así que este tipo de traslación preserva la dependencia azimutal.

Los coeficientes de traslación tienen las siguientes propiedades [2] que se usan en este trabajo de tesis:

$$C_{\sigma\mu\nu}^{sn(c)}(-kh) = (-1)^{s+\sigma} (-1)^{n+\nu} C_{\sigma\mu\nu}^{sn(c)}(kh)$$
(B2)

$$C_{1\mu\nu}^{1n(c)}(kh) = C_{2\mu\nu}^{2n(c)}(kh)$$
(B3)

$$C_{2\mu\nu}^{\ln(c)}(kh) = C_{1\mu\nu}^{2n(c)}(kh)$$
(B4)

$$C_{\sigma 0\nu}^{sn(c)}(kh) = 0, \qquad s \neq \sigma \tag{B5}$$

$$C_{\sigma\mu\nu}^{sn(c)}(kh) = (-1)^{n+\nu} C_{s\mu n}^{\sigma\nu(c)}(kh)$$
(B6)

$$C_{\sigma\mu\nu}^{sn(c)}(kh) = (-1)^{s+\sigma} C_{\sigma-\mu\nu}^{sn(c)}(kh)$$
(B7)

Referencias

Libros y Estándares

- [1] IEEE Standard Test Procedures for Antennas, ANSI/IEEE 149-1979, 1979.
- [2] J.E. Hansen, Ed., Spherical Near-Field Antenna Measurements (IEE Electromagnetic Waves Series 26), London, UK: Peter Peregrinus, 1988.
- [3] J.A. Stratton, Electromagnetic Theory, New York: McGraw-Hill, 1949.
- [4] C.A. Balanis, Antenna Theory. Analysis and Design, 3d. Ed., New York: Wiley, 2005.
- [5] E. W. Hobson, *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics*, New York: Chelsea Publishing Co., 1955.
- [6] Chen-To Tai, "Generalized Vector and Dyadic Analysis: Applied Mathematics in Field theory", 2nd edition, New York: Wiley-Intersciene and IEEE Press, 1997.
- [7] S. Gregson, J. McCormick, C. Parini, *Principles of Planar Near-Field Antenna Measurements* (Electromagnetic Waves Series 53), Stevenage, Hertfordshire, UK: The Institution of Electrical Engineers, 2007.

Artículos

- [8] A.R. Howland, C.W. Sirles, M.H. Sewell, "Novel Spherical Near-field Antenna Measurement Techniques Advance State-Of-The-Art," en Proc. Annual Meeting Symp. Antenna Measurement Techniques Assoc., Oct. 2001.
- [9] D.W. Hess, D.G. Bodnar, "Ground Plane Simulation and Spherical Near-Field Scanning for Telematic Antenna Testing," en Proc. 26th Annual Meeting Symp. Antenna Measurement Techniques Assoc., Atlanta, GA, 17-22 Oct. 2004.
- [10] P.N. Betjes, D.P. Pototzki, D.J van Rensburg, "A Hemi-Spherical Near-Field System for Automotive Antenna Testing," en Proc. 27th Annual Meeting Symp. Antenna Measurement Techniques Assoc., Newport, RI, 30Oct.-4Nov, 2005.
- [11] J.A. Graham, P. O. Iversen, "Rapid Spherical Near-field antenna test system for vehicle mounted antennas," en Proc. 26th Annual Meeting Symp. Antenna Measurement Techniques Assoc., Atlanta, GA, 17-22 Oct. 2004.
- [12] P. Noren, L.J. Foged, Ph. Garreau, "State of the Art Spherical Near-Field Antenna Test Systems for Full Vehicle Testing," en Proc. 6th European Conf. Antennas and Propag., Praga, Rep. Checa, 26-30 Mar, 2012, pp. 2244-2248.

- [13] T. Schipper, J. Fortuny-Guasch, D. Tarchi, L. Reichardt, T. Zwick, "RCS Measurement Results for Automotive Related Objects at 23-27GHz," en Proc. 5th European Conf. Ant. And Propag., Roma, 11-15 April 2011, pp. 683-686.
- [14] Pengfei Chen, S. Meric, R. El-Makhour, O. Lafond, M. Himdi, "Investigating the Influence of Rotating Steel Platform en the RCS Measurement of Vehicles at 22-26 GHz for Automotive Radar Application," en Proc. 7th European Conf. Ant. And Propag., Gothenburg, 8-12 April 2013, pp. 3606-3610.
- [15] A.J. Devaney, E. Wolf, "Multipole Expansions and Plane Wave Representations of the Electromagnetic Field," J. Math. Phys, vol. 15, no. 2, Feb. 1974.
- [16] D.W. Mackowski, "A Generalization of Image Theory to Predict the Interaction of Multipole Fields with Plane Surfaces," J. Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer, vol. 111, no. 5, pp. 802-809, Mar. 2010.
- [17] E. Fucile, et.al., "General Reflection Rule for Electromagnetic Multipole Fields on a Plane Interface," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 45, no. 5, May 1997.
- [18] T. Wriedt, A. Doicu, "Light Scattering From a Particle on or Near a Surface," Optics Commun., vol. 152, no. 4-6, July 1998, pp. 376-384.
- [19] F. D'Agostino, et.al., "The Unified Theory of Near-Field-Far-Field-Transformations with Spiral Scannings for Nonspherical Antennas," *Progress Electromagnetics Research*, vol. 14, pp. 449-477, 2009.
- [20] G.F. Ricciardi, W.L. Stutzman, "A Near-Field to Far-Field Transformation for Spheroidal Geometry Utilizing an Eigenfunction Expansion," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, no. 12, Dec. 2004
- [21] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, "Transformation Method for Problems Involving Perfect Electromagnetic Conductor (PEMC) Structures," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 9, pp. 3005-3011, Sep 2005.
- [22] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, "Realization of the PEMC Boundary," *IEEE Trans.* Antennas Propag., vol. 53, no. 9, pp. 3012-3018, Sep 2005.
- [23] C.R. Paiva, S.A. Matos, "Minkowskian Isotropic Media and the Perfect Electromagnetic Conductor," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 7, pp. 3231-3245, Sep 2005.

Referencias de Internet

- [24] D. Lavrinc, "Feds Will Require All New Vehicles to Talk to Each Other," Wired Magazine, Feb. 3, 2014, Disponible: http://www.wired.com/autopia/2014/02/fedsv2v/
- [25] A.R. Howland, C.W. Sirles, M.H. Sewell, "Novel Spherical Near-field Antenna Measurement Techniques Advance State-Of-The-Art," Presentación en Antenna Measurement Techniques Association Conference, 2001. Disponible: http://www.nearfield.com/aboutus/TechnicalPapers.aspx#75
- [26] www.feko.info
- [27] www.ansys.com
- [28] Descripción de la función cond, Matlab Documentation Center, Disponible: http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/cond.html

Artículos publicados a partir de esta tesis

- [29] J.R. Camacho-Perez, P. Moreno-Villalobos, "Spherical Near-Field to Far-Field Transformations for the Half-Space Problem with a PEC Boundary," en Proc. 2009 IEEE Int. Microwave Workshop Series Signal Integrity High-Speed Interconnects, Guadalajara, Mexico, Feb. 19-20. 2009, pp. 105-109.
- [30] J. R. Camacho-Perez, P. Moreno-Villalobos, "Verification of an Image Rule for Electromagnetic Spherical Wave Sources above a PEC Interface," en Proc. Antennas Propag. Soc. Int Symp., Toronto, Canada, 2010.
- [31] J.R. Camacho-Perez, P. Moreno-Villalobos, "A Practical Formulation of the Image Rule for Electromagnetic Spherical Wave Sources Above a PEC or PMC Plane Interface," en Proc. Antennas Propag. Soc. Int. Symp.,, Orlando, FL, 7-13 Jul, 2013, pp. 1766-1767
- [32] J. R. Camacho-Perez, P. Moreno-Villalobos, "Initial Considerations Toward Hemispherical Near-Field Antenna Measurements," Submitted to *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Feb., 2013.



El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Expansión de campos electromagnéticos de fuentes sobre planos perfectos en términos de funciones vectoriales esféricas y su aplicación a la caracterización experimental de antenas

del (la) C.

José Rodrigo CAMACHO PÉREZ

el día 28 de Marzo de 2014.

Dr. Pablo Moreno Villalobos Investigador CINVESTAV 3C CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Raul Loo Yau Investigador CINVESTAV 3A CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dra. Susana Ortega Cisneros Investigador CINVESTAV 2C CINVESTAV Unidad Guadalajara

arturo Velos

Dr. Arturo Veloz Guerrero Gerente de Diseño Electrónico Intel

Alberto Alucce Ochog

Dr. Alberto Alcocer Ochoa Hardware Engineering Intel de México

