



XX (113577.1)



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Unidad Guadalajara

Modelado de devanados de transformadores para el análisis de transitorios electromagnéticos en el dominio del tiempo

Tesis que presenta:
Francisco Javier Quiñonez Garcia

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis
Dr. Pablo Moreno Villalobos

**CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS**

Guadalajara, Jal., Diciembre del 2003.

**CINVESTAV I. P. N.
SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

CLASIF.: TK165.58 Q56 2003
ADQUIS.: 521-20?
FECHA: 28-VI-2024
PROCED.: Con. - 2004
\$ _____

ID: 113638-2001

Modelado de devanados de transformadores para el análisis de transitorios electromagnéticos en el dominio del tiempo

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Francisco Javier Quiñonez Garcia

Ingeniero Electricista

Instituto Tecnológico de Sonora 1993-1998

Becario del CONACyT, expediente no. **143915**

Directores de Tesis

Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Diciembre del 2003.

ÍNDICE

	Página
RESUMEN	I
LISTA DE FIGURAS	II
LISTA DE TABLAS	VI
I INTRODUCCIÓN	
1.1 Planteamiento del problema y Motivación	1
1.2 Antecedentes	3
1.3 Objetivo	6
II PARÁMETROS ELÉCTRICOS DEL TRANSFORMADOR	
2.1 Introducción	7
2.2 Matriz de Capacitancia	8
2.3 Matriz de Resistencia	12
2.4 Matriz de Inductancia	13
2.5 Matriz de Conductancia	14
III MODELO DEL DEVANADO PARA ANÁLISIS TRANSITORIOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA	
3.1 Solución de las ecuaciones de LTM en el dominio de la Frecuencia	15
3.2 Representación de la LTM como Red de Dos Puertos	19
3.2.1 Matriz de Transferencia	19
3.2.2 Matriz de Admitancias	20
3.3 Modelo del Devanado del Transformador Mediante Red de Dos Puertos de Admitancia	21
3.4 Simulación del Devanado del Transformador mediante la TNL	23
IV MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS	
4.1 Introducción	27
4.2 Transformación de las EDP's de la Línea de Transmisión en EDO's	28
4.3 Aproximación Numérica de las Características	31
4.4 Modelos de Norton para las Fronteras	34
4.4.1 Frontera Emisora	34
4.4.2 Frontera Receptora	36
V MODELO DEL DEVANADO PARA ANÁLISIS TRANSITORIOS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO	
5.1 Introducción	39
5.2 Modelo del Devanado como LTM	40
5.3 Validación del Modelo	42

VI ANÁLISIS DE TRANSITORIOS RÁPIDOS EN DEVANADOS PROTEGIDOS CON APARTARRAYOS	
6.1 Introducción	47
6.2 Modelado de Resistencias No Lineales	48
6.3 Validación del Modelo	50
6.4 Simulación del Devanado con la Inclusión del Apartarrayos	56
VII CONCLUSIONES	
7.1 Observaciones Finales	59
7.2 Recomendaciones para Trabajos Futuros	60
7.3 Bibliografía	61

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 2.1	Representación del devanado tipo disco de un transformador, donde cada bloque rectangular representa la sección transversal de cada vuelta. 8
Figura 2.2	Capacitor de placas paralelas. a) Capacitor de placas paralelas, b) Capacitor con medio conductor entre placas paralelas. 10
Figura 2.3	Circuito G-C paralelo. 14
Figura 3.1	Representación de la LTM como red de dos puertos 20
Figura 3.2	Representación de la LTM como red de dos puertos de admitancias 21
Figura 3.3	Modelo de LTM para un devanado de transformador con cuatro conductores (vueltas) y una impedancia equivalente Z_r . 22
Figura 3.4	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco 24
Figura 3.5	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco mediante la TNL. 24
Figura 3.6	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco 24
Figura 3.7	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco mediante la TNL. 24
Figura 3.8	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco 24
Figura 3.9	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco mediante la TNL. 24
Figura 3.10	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco 25
Figura 3.11	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco mediante la TNL. 25
Figura 3.12	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco 25
Figura 3.13	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la 25

vuelta 9 del primer disco mediante la TNL.

Figura 3.14	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco	25
Figura 3.15	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco mediante la TNL.	25
Figura 3.16	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco	25
Figura 3.17	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco mediante la TNL.	25
Figura 4.1	Curvas características sobre el plano " $x-t$ " para un sistema hiperbólico de $2n$ ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. Relación $V_m^{F122\dots n}$, $V_m^{D122\dots n}$ con V_m^G	31
Figura 4.2	Curvas características sobre el plano " $x-t$ " para un sistema hiperbólico de $2n$ ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. Relación $V_m^{F122\dots n}$, $V_m^{D122\dots n}$ con V_m^G	35
Figura 4.3	Circuito equivalente de Thevenin correspondiente a la frontera emisora de la LTM.	35
Figura 4.4	Circuito equivalente de Norton correspondiente a la frontera emisora de la LTM.	36
Figura 4.5	Circuito equivalente de Thevenin correspondiente a la frontera receptora de la LTM.	37
Figura 4.6	Circuito equivalente de Norton correspondiente a la frontera receptora de la LTM.	37
Figura 5.1	Sistema multiconductor para un devanado con cuatro vueltas.	40
Figura 5.2	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco.	42
Figura 5.3	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco mediante el método de las características.	42
Figura 5.4	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco.	42
Figura 5.5	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la	42

vuelta 3 del primer disco mediante el método de las características.

Figura 5.6	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco.	43
Figura 5.7	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco mediante el método de las características.	43
Figura 5.8	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco.	43
Figura 5.9	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco mediante el método de las características.	43
Figura 5.10	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco.	43
Figura 5.11	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco mediante el método de las características.	43
Figura 5.12	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco.	44
Figura 5.13	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco mediante el método de las características.	44
Figura 5.14	Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco.	44
Figura 5.15	Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco mediante el método de las características.	44
Figura 5.16	Gráfica de Voltaje vs Tiempo en la tercer vuelta del primer disco; haciendo comparación entre el análisis en el dominio de la frecuencia por medio de la TNL y el análisis en el dominio del tiempo por medio del método de las características.	45
Figura 6.1	Aproximación Piezo-Lineal de la curva característica V-I del apartarrayo Oxido de Zinc.	48
Figura 6.2	Circuito equivalente de Thevenin correspondiente al apartarrayo.	49

Figura 6.3	Circuito equivalente de Norton correspondiente al apartarrayo.	50
Figura 6.4	Representación circuital de una línea de transmisión monofásica, fuente y carga.	51
Figura 6.5	Gráfica de Impulso de Corriente vs Tiempo, Doble exponencial de 8/20 μ s.	51
Figura 6.6	Gráfica de Voltaje vs Tiempo del extremo emisor de la línea mostrada en la figura 7.4.	52
Figura 6.7	Gráfica de Voltaje vs Tiempo del extremo receptor de la línea mostrada en la figura 7.4.	52
Figura 6.8	Representación circuital de una fuente de corriente, apartarrayo, línea de transmisión monofásica y carga.	53
Figura 6.9	Gráfica de Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la línea mostrada en la figura 7.8.	54
Figura 6.10	Gráfica de Voltaje vs Tiempo en el extremo receptor de la línea mostrada en la figura 7.8.	55
Figura 6.11	Gráfica de Corriente vs Tiempo en el apartarrayo mostrado en el circuito de la figura 7.8.	55
Figura 6.12	Circuito equivalente de Norton del devanado del transformador como LTM, sin la inclusión del apartarrayo.	56
Figura 6.13	Circuito equivalente de Norton del devanado del transformador como LTM, con fuente ideal y con apartarrayo.	56
Figura 6.14	Impulso de Corriente vs Tiempo. Doble exponencial de 1.2/50 μ s.	57
Figura 6.15	Gráfica de comportamiento en tiempo del voltaje de extremo emisor del devanado del transformador sin la inclusión del apartarrayo.	57
Figura 6.16	Gráfica de comportamiento en tiempo del voltaje de extremo emisor del devanado del transformador con la inclusión del apartarrayo.	58

LISTA DE TABLAS

	Pag.
Tabla 1.1 Características de las fuentes de impulso	3
Tabla 6.1 Datos del circuito a simular	50
Tabla 6.2 Curva característica V-I	53

DEDICATORIA

Este trabajo de tesis se lo dedico a mis padres, Maura y Antonio, a mis hermanos Leonardo, Adolfo, Isabel, Julio y Susana, a mi esposa Fabiola, a mi hija Alejandra y a mi hijo Javier, quienes siempre me apoyan incondicionalmente.

AGRADECIMIENTO

A Dios que me permitió convivir con mis compañeros de maestría, Ixtla, Enrique, Pavel, Iván, Lalo, Héctor, Jaime, Ramón, Memo, Marisol, Adolfo y Alex. Agradezco a los doctores José Luis Naredo, Roman Messina, Jose L. Ramírez, Jose Manuel Cañedo, Pablo Moreno su aportación académica. Al Dr. Pablo Moreno y al Dr. Jose Luis Naredo que me asesoraron en el desarrollo de la tesis de quienes reconozco su gran capacidad de asesoramiento y como investigadores.

RESUMEN

En esta tesis se desarrolla un modelo de devanados de transformadores para el análisis de transitorios electromagnéticos rápidos en el dominio del tiempo. El modelo se basa en la representación del devanado como una línea de transmisión multiconductora. La solución de las ecuaciones de la línea de transmisión se realiza empleando el método de las características. El enfoque del método de las características empleado en este trabajo lleva al desarrollo de modelos tipo Norton o Thevenin que permiten introducir los modelos de líneas de transmisión a programas de propósitos generales.

Los resultados obtenidos con el modelo del devanado basado en el método de las características se comparan con mediciones experimentales publicadas en la literatura especializada y con resultados obtenidos con el método de la Transformada Numérica de Laplace.

Finalmente se presenta también un modelo piezo-lineal de resistencias no lineales con el objeto de realizar estudios en devanados protegidos con apartarrayos. Los resultados que se obtienen con este modelo se comparan con simulaciones realizadas empleando el programa **PSCAD-V3**.

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y MOTIVACIÓN

Un transformador es un dispositivo que transfiere energía eléctrica de un circuito a otro por medio de un campo magnético común. En todos los casos, excepto para el autotransformador, no existe una conexión eléctrica directa de un circuito al otro. La utilidad de un transformador, en un sistema eléctrico de potencia, está dada por la gran variedad de voltajes de transmisión y distribución que se emplean; ya que los transformadores deben ser utilizados en cada uno de los puntos donde hay una transición de voltaje.

El mayor número de fallas, (53 % del total) en un transformador, ocurren en el aislamiento de los devanados [26,33]. Por lo que es de sumo interés investigar las condiciones de operación que las provocan. El aislamiento del transformador está expuesto a todo tipo de esfuerzos eléctricos y mecánicos, y entre los factores más importantes que provocan su degradación, se pueden mencionar los siguientes:

- ♦ Sobrevoltajes transitorios

- ♦ Sobrecalentamientos temporales.
- ♦ Envejecimiento térmico normal.
- ♦ Daños físicos (Vibración, impactos, etc.).

Cuando un transformador se ve sometido a un voltaje transitorio, se produce una distribución no uniforme de voltajes a lo largo de los devanados. Estos sobrevoltajes tienen como característica, que las mayores amplitudes aparecen al inicio de los devanados.

Para evitar daños al aislamiento de los transformadores al estar expuestos a sobrevoltajes transitorios, se puede realizar lo siguiente:

1. Instalación externa de dispositivos de protección que se diseñan para evitar que los disturbios de las líneas lleguen al transformador.
2. Realizar un diseño adecuado del aislamiento para que pueda resistir los sobrevoltajes transitorios.
3. Diseñar el transformador de tal forma que los disturbios de voltaje que incidan en el devanado, no originen distribuciones de voltaje no uniformes que deriven en una excesiva concentración de voltaje en algún punto. Esto se puede realizar al intercalar en el devanado pantallas electrostáticas conectadas entre sí, de tal forma que uniformicen la distribución del voltaje en el devanado [14].

Para diseñar un aislamiento es necesario conocer dos parámetros: el voltaje a través del tiempo que aparece en el devanado y el esfuerzo dieléctrico del aislamiento para la forma de onda aplicada. El diseñador necesita conocer el voltaje máximo y también la forma de onda en un gran número de puntos y para un amplio rango de ondas aplicadas, conexión de devanados y terminaciones, siendo más importante la exactitud en el valor máximo de voltaje que en la forma de onda [3].

Los sobrevoltajes transitorios a los que se ven sujetos los transformadores pueden ser originados por [13]:

- ♦ Descargas atmosféricas.
- ♦ Transitorios generados por el sistema: Recierre de interruptores y reigniciones, fallas de circuito, avería en dieléctricos de cables y flameo inverso.
- ♦ Explosiones nucleares.

Las características típicas de los impulsos generados por los fenómenos mencionados anteriormente se muestran en la tabla 1.1.

**TABLA 1.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS
FUENTES DE IMPULSO**

	Descargas atmosféricas	Generados por el sistema	Nuclear
INTENSIDAD DE CAMPO			
Eléctrico: E	<40 kV/m	<10 kV/m	<50 kV/m
Magnético: H	<160 A/m	<300 A/m	<1000 A/m
FORMA DE IMPULSO			
Tiempo de subida	20-500 ns	<10 ns	<10 ns
Tiempo a la mitad del valor	5-20 μ s	1-5 μ s	10-200 ns
Corriente pico	<200 kA	--	10 kA
Voltaje pico	--	2-3 x Voltaje del sistema	2000 kV

En el presente estudio se desarrolla un modelo para calcular los voltajes transitorios en devanados de transformadores en el dominio del tiempo por medio del método de las características. Este modelo está basado en la teoría de líneas de transmisión multiconductoras (LTM) como en [24-27,33,36] a diferencia de modelos que están representados por redes de escalera RLC [2,4-8,10-12,14-16,18 y 20].

1.2 ANTECEDENTES

El problema de no-uniformidad de los voltajes transitorios en devanados de transformadores se conoce desde principios del siglo XX. En 1915, Wagner [1] dividió el comportamiento transitorio de un transformador en tres periodos:

Periodo Inicial: Es el periodo desde el inicio de la perturbación, hasta el tiempo en que se aplica la amplitud máxima del disturbio. El tiempo involucrado es de tal manera

que no existe crecimiento apreciable de flujo magnético y por lo tanto el fenómeno puede ser considerado enteramente electrostático sin incurrir en errores excesivos.

Periodo transitorio: Este periodo es posterior al periodo inicial, y en él existe un intercambio continuo de energía entre campos electrostáticos y magnéticos. El intercambio de energía usualmente toma la forma de oscilaciones de voltaje y corriente altamente amortiguadas.

Periodo final: Este último periodo tiende a ser alcanzado cuando las oscilaciones se convierten en despreciables y el devanado obtiene de nuevo una condición permanente de equilibrio.

En 1919, Blume & Boyajian [2] consideraron que ante un sobrevoltaje transitorio el transformador reaccionaba como un condensador debido a la combinación de capacitancias entre devanados y tierra. Realizaron simulaciones representando el devanado del transformador como una red de escalera. Debido a la distribución no uniforme del voltaje a lo largo del devanado, sugirieron una medida correctiva para proteger las vueltas iniciales (que es donde se concentran los voltajes transitorios de mayor amplitud), la cual consiste en colocar un extra aislamiento. Esta medida ocasiona que existan menos vueltas por unidad de longitud en las bobinas en el inicio del devanado. Esta diferencia en el número de vueltas ocasiona a su vez una concentración de voltaje ligeramente más grande en el inicio del devanado; haciendo poco efectiva tal solución.

En 1953, Abetti [3] consideró que el transformador responde a un impulso de voltaje como una red complicada de capacitancias, resistencias, inductancias propias y mutuas. Con este modelo no resultó práctico calcular con medios puramente analíticos los voltajes transitorios; debido a que las soluciones matemáticas se obtienen por medio de series infinitas de lenta convergencia. Por esta razón propusieron un modelo electromagnético que consiste de dos partes:

1.- Un circuito equivalente de capacitancias: consiste de una red de capacitancias las cuales se seleccionan para simular la capacitancia en serie y a tierra del devanado del transformador.

2.- Un modelo geométrico: Este modelo consiste de un transformador hecho a escala para representar las inductancias propia y mutua.

Con este modelo experimental se obtuvieron resultados con suficiente exactitud para propósitos de diseño. Este método sufre la desventaja de que se requiere de un modelo especial para cada transformador, junto con el cálculo de factores de escala y valores efectivos de capacitancias.

En 1954, Lewis [4] consideró el devanado del transformador como una red de escalera, con un número infinito de secciones uniformes. Este modelo incluye la resistencia, conductancia, inductancia propia y mutua en la red de escalera a diferencia de las redes puramente capacitivas.

En 1957, McWhirter [5] descubrió experimentalmente que la distribución de voltaje era aproximadamente la misma sí, se incluía o no el núcleo de hierro en la medición. Por esta razón el parámetro inductancia se calculo sobre la base de un núcleo de aire. De sus experimentos concluyó que la distribución de voltaje debido a un impulso es generalmente un problema que depende más de la construcción de la estructura que de la forma del núcleo.

En 1958, Dent & Hartill [6] presentaron un método de cálculo de voltajes transitorios usando una computadora digital. El método utiliza un circuito equivalente en la misma forma general que el empleado por Lewis, pero con ciertas diferencias tales como la inclusión de no uniformidades en el devanado. Este trabajo trata solamente con el desarrollo del método y su aplicación a un transformador experimental con un devanado casi uniforme.

En 1973, Fergestad [8] realizó el modelado del devanado del transformador por medio de redes de escalera y, a diferencia de los anteriores, realizó la conexión de las redes para representar un transformador de múltiples devanados y la inclusión del efecto del núcleo de hierro; en un rango de frecuencias apropiado.

En 1977, Miki, Hosoya & Okuyama [10] presentaron un método para calcular la distribución de sobretensiones; el cual toma en consideración la combinación electrostática y electromagnética de los devanados y la transferencia de voltajes a los devanados, donde no es aplicado el impulso. Desarrolló una red de escalera de parámetros concentrados con inductancias mutua y propia, capacitancia en serie y capacitancia a tierra. En esta red, el amortiguamiento de oscilaciones causado por las pérdidas en el cobre, en el núcleo y dieléctricas no fue tomado en consideración.

En 1981, Salama [11] simuló el devanado de un reactor de potencia con núcleo de aire, mediante una red de escalera tipo RLC. Calculó la capacitancia a tierra como la suma de la capacitancia de una esfera aislada en el espacio libre y la capacitancia de un toroide horizontal, teniendo la misma altura a tierra como la del devanado.

En 1989, Dugan et al [15] representaron el devanado del transformador como una red de escalera RLC y, empleando la regla trapezoidal para discretizar las ecuaciones diferenciales, obtuvieron circuitos de Norton de los elementos. Encontraron, que para excitaciones tipo impulso, el modelo era muy sensitivo a la resistencia en derivación y no muy sensitivo a la resistencia en serie. Mediante el análisis de varios transformadores se determinó que las pérdidas representadas por la resistencia en derivación pueden ser satisfactoriamente estimadas de las pérdidas "*Stray*" calculadas en diseño.

En 1994, Francisco de Leon & Semlyen [22] presentaron un modelo que consiste de un conjunto de ecuaciones de estado, que se resuelven por la regla de integración trapezoidal, para obtener un circuito equivalente de Norton para las terminales. También se incluyen circuitos equivalentes con dependencia frecuencial para representar las pérdidas por corrientes de Eddy en el núcleo y el devanado. Se realizaron validaciones para transformadores de 2 KVA, 75 KVA y 93 MVA.

En 1997, Shibuya et. al. [27] basados en la teoría de líneas de transmisión multiconductora, derivaron dos modelos de línea de transmisión aplicable a las bobinas de transformadores tipo acorazado. Se realizaron mediciones a un autotransformador de 525 KV, 900 MVA al aplicar un impulso senoidal de frecuencia 1.6 MHz con duración de 25 μ s. Para las simulaciones se asumió que la penetración del flujo a altas frecuencias en el núcleo era nula por lo que se considero un núcleo de aire. Las comparaciones de las simulaciones con las mediciones demostraron que el modelo proporcionaba resultados satisfactorios.

1.3 OBJETIVO

Como se mencionó anteriormente, las fallas más comunes en un transformador se originan en el aislamiento de los devanados; por lo que es de suma importancia realizar un buen diseño de aislamiento. En el diseño del aislamiento es necesario conocer el voltaje en función del tiempo que aparece a lo largo de los devanados. En esta tesis se tiene como primer objetivo el desarrollar un modelo equivalente de Norton o de Thevenin para el cálculo de voltajes transitorios en devanados de transformadores en el dominio del tiempo por medio del método de las características. El segundo objetivo es el desarrollo de un modelo para resistencias no lineales que permita la simulación de transitorios en devanados protegidos con apartarrayos.

CAPÍTULO II: PARÁMETROS ELÉCTRICOS DEL TRANSFORMADOR

2.1 INTRODUCCIÓN

Un transformador actúa como una red de capacitancias, inductancias, resistencias y conductancias y la obtención de estos parámetros es de suma importancia ya que de estos depende el comportamiento electromagnético del transformador. Inicialmente se consideraba que solamente la capacitancia (despreciándose por lo tanto la resistencia y la inductancia) era el factor determinante en la obtención de los voltajes transitorios en el devanado de un transformador. Esto bajo el argumento de que el flujo magnético no tenía penetración en el núcleo del transformador y se consideraba como un devanado de núcleo de aire, por lo cual solo se modelaba como una red de escalera con capacitancias serie-paralelo. Con este tipo de modelos se puede obtener la distribución no uniforme de voltajes transitorios a lo largo del devanado, ya que el diseñador requiere menos exactitud para la forma de onda que para el máximo voltaje. Sin embargo, en ciertos casos, el diseñador necesita conocer no solo el máximo voltaje sino también la forma de onda en diversos puntos dentro del devanado, para una diversidad de estructuras, conexión de devanados y para un amplio rango de ondas aplicadas [3]. En este capítulo se obtienen además de la capacitancia, la inductancia, resistencia y conductancia. La

obtención de parámetros se hace en base a un transformador monofásico al cual se le hicieron mediciones las cuales fueron reportadas en las referencias [24] y [25] por Cornick. Este transformador consiste de un devanado en alta tensión tipo disco, con 22 discos y trece vueltas por disco, y un devanado tipo capa en baja tensión. Las dimensiones y constantes de los materiales del transformador fueron tomadas de las referencias [24], [26] y [33]. Debido a la dimensión del sistema que resultaría al modelar todos los discos, en este trabajo solo los dos primeros discos del devanado de alta tensión son modelados como línea de transmisión multiconductora (LTM). El resto del devanado es representado en forma concentrada como una impedancia equivalente Z_r . Los parámetros se obtienen en forma analítica basándose en la geometría del transformador y solo algunas propiedades de los materiales, tales como las permitividades, se obtuvieron por medición [24, 25].

2.2 MATRIZ DE CAPACITANCIA

En esta sección se presenta el procedimiento para formar la matriz de capacitancia. Esta matriz se obtiene basándose en la representación esquemática que se muestra en la figura 2.1, donde se muestran solo los dos primeros discos del devanado de alta tensión del transformador.

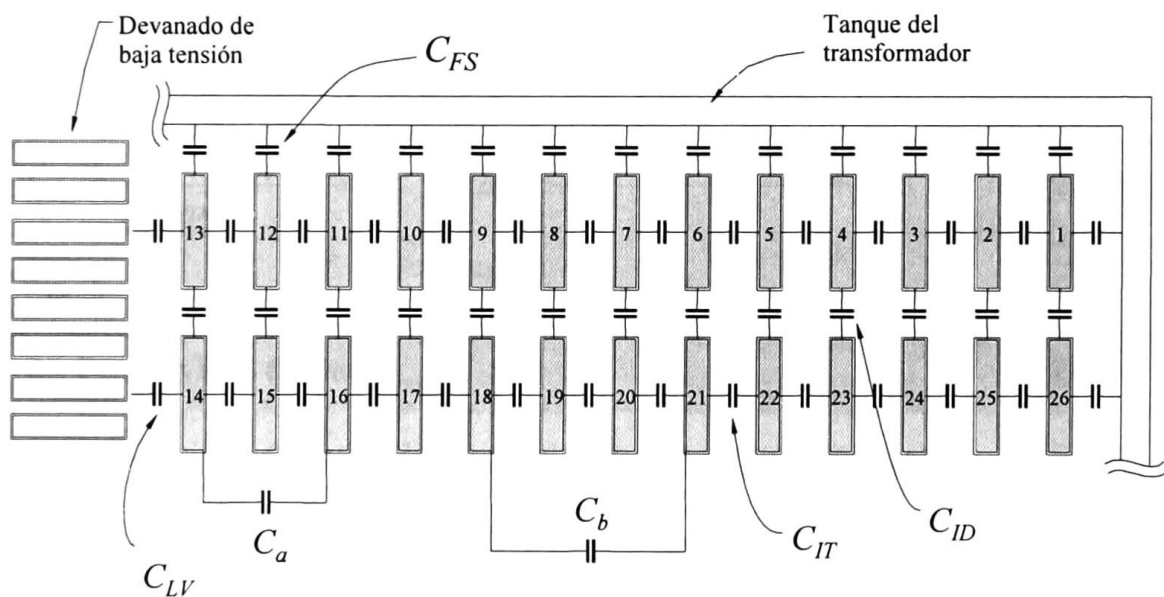


Fig. 2.1. Representación del devanado tipo disco de un transformador, donde cada bloque rectangular representa la sección transversal de cada vuelta.

Obsérvese la gran diversidad de puntos donde se presentan capacitancias parásitas, las cuales afectan en menor o mayor grado el comportamiento electromagnético del transformador.

En la figura 2.1:

C_{IT} : Capacitancia entre vueltas.

[F/m]

C_a : Capacitancia entre dos vueltas separadas por una vuelta. [F/m]

C_b : Capacitancia entre dos vueltas separada por dos vueltas. [F/m]

C_{ID} : Capacitancia entre discos adyacentes. [F/m]

C_{FS} : Capacitancia entre vuelta y tierra. [F/m]

C_{LV} : Capacitancia entre los devanados de baja y alta tensión. [F/m]

Las capacitancias anteriores se obtienen de forma aproximada a través de las siguientes formulas [11,15,24,25]:

$$C_{IT} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \text{ altura}}{d_{IT}} \quad C_{\infty} = 2\pi\epsilon_0 Le \quad (2.1a,b)$$

$$C_a = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{rIT} \text{ altura}}{d_a} \quad C_b = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{rIT} \text{ altura}}{d_b} \quad (2.2a,b)$$

$$C_{ID} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{rID} \text{ ancho}}{d_{ID}} \quad C_{LV} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{LV} \text{ altura}}{d_{LV}} \quad (2.3a,b)$$

$$C_{FS} = \frac{C_{\infty}}{Largo} + \frac{\epsilon_0 \text{ ancho}}{d_{FS}} \quad Le = \frac{\text{ancho} + Largo + altura}{3} \quad (2.4a,b)$$

Donde:

ϵ_0 : Permitividad del vacío [F/m]

ϵ_{rIT} : Permitividad relativa del material entre dos vueltas adyacentes [F/m]

ϵ_{rID} : Permitividad relativa del material entre discos [F/m]

ϵ_{rLV} : Permitividad relativa del material entre el devanado de alta tensión y el devanado de baja tensión [F/m]

d_{IT} : Distancia entre dos vueltas adyacentes [m]

d_{FS} : Distancia entre vuelta y tierra [m]

d_a : Distancia entre dos vueltas separadas por una vuelta [m]

d_b : Distancia entre dos vueltas separadas por dos vueltas [m]

d_{ID} : Distancia entre discos [m]

d_{LV} : Distancia entre el devanado de alta y baja tensión [m]

Largo : Distancia promedio de la longitud por vuelta [m]

ancho : Ancho del conductor rectangular [m]

altura : Altura del conductor rectangular [m]

La capacitancia entre el devanado de alta y baja tensión C_{LV} , la capacitancia entre vueltas C_{IT} y la capacitancia entre discos C_{ID} se calculan por medio de la expresión para obtener la capacitancia de un capacitor de placas paralelas:

$$C = \frac{\epsilon_o \epsilon_r A}{d} \quad (2.4c)$$

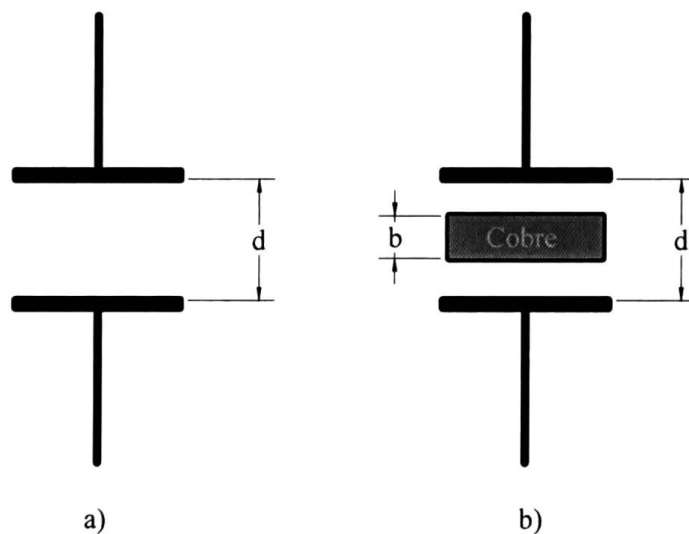


Fig. 2.2. Capacitor de placas paralelas. a) Capacitor de placas paralelas, b) capacitor con medio conductor entre placas paralelas.

Las capacitancias C_a y C_b se calculan por medio de la ecuación 2.2a,b, tomando en consideración la expresión que determina la capacitancia cuando entre las placas se encuentra un medio conductor (obsérvese la fig. 2.2 b):

$$C = \frac{\epsilon_o \epsilon_r A}{d - b} \quad (2.4d)$$

La capacitancia a tierra C_{FS} , se calcula como la suma de la capacitancia de una esfera aislada en el espacio libre y la capacitancia entre placas paralelas dada entre el tanque y el devanado [11,24-26,33,37].

La incorporación de cada una de las capacitancias en la matriz de capacitancia \mathbf{C} , se realiza de la misma manera en que se forma una matriz de admitancia nodal. Por lo tanto los elementos de \mathbf{C} están dados por:

Elementos en la diagonal:

C_{ii} : Suma de todas las capacitancias conectadas al nodo i .

Elementos fuera de la diagonal:

C_{ij} : El negativo de la capacitancia entre el nodo i y el nodo j .

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & -C_{1,2} & \cdots & -C_{1,n} \\ -C_{2,1} & C_{2,2} & \cdots & -C_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -C_{n,1} & -C_{n,2} & \cdots & C_{n,n} \end{bmatrix}$$

Los elementos de la matriz de capacitancia \mathbf{C} quedan expresados de la siguiente manera:

$$C_{1,1} = 2C_{FS} + C_a + C_b + C_{ID} + C_{IT} \quad (2.5a)$$

$$C_{2,2} = C_{12,12} = C_{15,15} = C_{25,25} = C_{FS} + C_a + C_b + C_{ID} + 2C_{IT} \quad (2.5b)$$

$$C_{3,3} = C_{11,11} = C_{16,16} = C_{24,24} = C_{2,2} - C_b \quad (2.5c)$$

$$C_{4,4} = C_{5,5} = \dots = C_{10,10} = C_{FS} + 2C_a + 2C_b + C_{ID} + 2C_{IT} \quad (2.5d)$$

$$C_{17,17} = C_{18,18} = \dots = C_{23,23} = C_{FS} + 2C_a + 2C_b + C_{ID} + 2C_{IT} \quad (2.5f)$$

$$C_{1,2} = C_{2,3} = \dots = C_{25,26} = C_{IT} \quad (2.5f)$$

$$C_{1,3} = C_{2,4} = \dots = C_{24,26} = C_a \quad (2.5h)$$

$$C_{1,4} = C_{2,5} = \dots = C_{10,13} = C_b \quad (2.5i)$$

$$C_{1,26} = C_{2,25} = \dots = C_{26,1} = C_{ID} \quad (2.5j)$$

$$C_{12,14} = C_{11,14} = C_{13,15} = C_{13,16} = 0 \quad (2.5k)$$

$$C_{26,26} = C_{FS} + C_a + C_b + C_{ID} + C_{IT} \quad (2.5m)$$

2.3 MATRIZ DE RESISTENCIA

La matriz de resistencia por unidad de longitud representa las pérdidas óhmicas en el conductor y se calcula de manera similar a la utilizada para líneas de transmisión [33]. La matriz de resistencia \mathbf{R} está dada por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{fw} + \mathbf{R}_{bw} \quad (2.6a)$$

Donde la resistencia hacia delante \mathbf{R}_{fw} es la parte real de la impedancia de conductor (\mathbf{Z}_{cond}) y \mathbf{R}_{bw} es la resistencia de retorno. La resistencia de retorno es difícil de calcular debido a las laminaciones del núcleo y la configuración de la estructura del tanque del transformador; por lo que la expresión (2.6a) se puede aproximar como sigue:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{fw} + \mathbf{R}_{bw} = 2\mathbf{R}_{fw} \quad (2.6b)$$

La resistencia \mathbf{R}_{fw} es la parte real de la impedancia de conductor \mathbf{Z}_{cond} , esto es:

$$\mathbf{R}_{fw} = \text{real}(\mathbf{Z}_{cond}) \quad (2.7a)$$

donde

$$\mathbf{Z}_{cond} = \frac{1}{ap\sigma_{cu}} \mathbf{U} \quad (2.7b)$$

con

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_{cu}}} \quad a = 2\text{altura} + 2\text{ancho} \quad (2.8a,b)$$

\mathbf{U} : Matriz identidad de dimensión $n \times n$

p : Profundidad compleja de penetración [m]

a : Perímetro transversal del conductor rectangular [m]

σ_{cu} : Conductividad del cobre [S/m]

μ_0 : Permeabilidad del espacio vacío [H/m]

ω : Frecuencia angular [rad/seg.]

2.4 MATRIZ DE INDUCTANCIA

En la literatura se ha encontrado que existen dos formas para obtener la matriz de inductancia L [15]:

- Directamente de la geometría.
- De forma empírica a partir de la impedancia de dispersión.

La matriz de inductancia se obtendrá en función de la geometría del transformador, despreciando el efecto de la penetración del flujo magnético en las laminaciones del núcleo y el tanque del transformador. De lo antes mencionado, la matriz de inductancia L se obtiene de la siguiente manera [26,33]:

$$L = L_g + L_{con} \quad (2.9)$$

Donde:

$$L_g = \left(\frac{1}{v_0} \right)^2 C^{-1} \quad v_0 = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (2.10a,b)$$

$$L_{con} = \frac{2 \text{ imag}(Z_{cond})}{\omega} \quad (2.11)$$

L_g : Matriz de inductancia geométrica de dimensión nxn [H/m]

L_{con} : Matriz de inductancia serie de conductor de dimensión nxn [H/m]

v_0 : Velocidad de propagación de la onda electromagnética [m/seg.]

c : Velocidad de la luz [m/seg.]

μ_r : Permeabilidad relativa del medio aislante

ϵ_r : Permitividad relativa del medio aislante

2.5 MATRIZ DE CONDUCTANCIA

La matriz de conductancia G representa las pérdidas dieléctricas debidas a las corrientes circulantes por el medio aislante. Para la obtención de esta matriz se analizará el circuito mostrado en la Fig. 2.2.

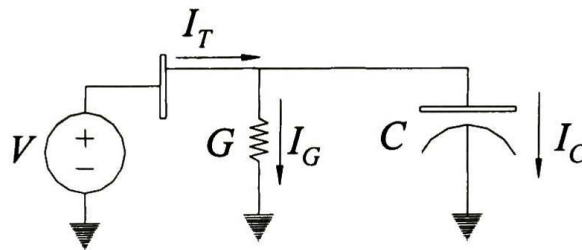


Fig. 2.3. Circuito G-C paralelo.

Si se realiza un análisis de nodos para el circuito de la Fig. 2.2, resulta:

$$I_T = I_G + I_C \quad (2.12)$$

Donde:

$$I_G = GV \quad I_C = \omega CV \quad (2.13a,b)$$

La relación $\frac{I_G}{I_C}$ es conocida como el factor de pérdidas o tangente de pérdidas $\tan(\delta)$ [27]:

$$\tan(\delta) = \frac{G}{\omega C} \quad (2.14)$$

De (2.14) se puede obtener la expresión que define la matriz de conductancia, como:

$$G = \omega \tan(\delta) C \quad (2.15)$$

De la expresión (2.15) se observa que la matriz de conductancia G tiene la misma forma que la matriz de capacitancia C afectada por el factor $\omega \tan(\delta)$.

CAPÍTULO III: MODELO DEL DEVANADO PARA ANÁLISIS DE TRANSITORIOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

En este capítulo se presenta el desarrollo de un modelo del devanado del transformador en el dominio de la frecuencia. Se emplea la Transformada Numérica de Laplace (TNL) para obtener los sobrevoltajes transitorios en el devanado del transformador. Este modelo se desarrolla con la intención de que, una vez que se obtienen los resultados en el dominio de la frecuencia, se comparen con el modelo desarrollado posteriormente por medio del método de las características en el dominio del tiempo.

3.1 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LTM EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Las ecuaciones para una Línea de Transmisión Multiconductora (LTM) uniforme en el dominio de la frecuencia se expresan de la siguiente manera [39]:

$$-\frac{d}{dx} \mathbf{V}(x) = \mathbf{Z} \mathbf{I}(x) \quad (3.1a)$$

$$-\frac{d}{dx} \mathbf{I}(x) = \mathbf{Y} \mathbf{V}(x) \quad (3.1b)$$

donde:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + s\mathbf{L} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + s\mathbf{C} \quad (3.3)$$

$$s = c + j\omega \quad (3.4)$$

Donde \mathbf{R} , \mathbf{L} , \mathbf{C} y \mathbf{G} son las matrices de resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia respectivamente. \mathbf{V} e \mathbf{I} son el vector de voltajes y el vector de corrientes, respectivamente.

En la ecuación (3.4), c es una constante de amortiguamiento auxiliar y ω es la variable de frecuencia angular. Si se deriva la ecuación (3.1a) con respecto a la distancia y substituyendo la ecuación (3.1b), resulta:

$$\frac{d^2}{dx^2} \mathbf{V} = \mathbf{Z} \mathbf{Y} \mathbf{V} \quad (3.5a)$$

Se deriva ahora, la ecuación (3.1b) con respecto a la distancia y substituyendo la ecuación (3.1a), se obtiene:

$$\frac{d^2}{dx^2} \mathbf{I} = \mathbf{Y} \mathbf{Z} \mathbf{I} \quad (3.5b)$$

Obsérvese que cada una de las ecuaciones (3.5) representan un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden acopladas.

Si el producto $\mathbf{Z} \mathbf{Y}$ y el producto $\mathbf{Y} \mathbf{Z}$ son diagonalizables, entonces:

$$\mathbf{Z} \mathbf{Y} = \mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{Y} \mathbf{Z} = \mathbf{N} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{N}^{-1} \quad (3.7)$$

donde

M : Matriz cuyas columnas son los modos de propagación de voltaje

N : Matriz cuyas columnas son los modos de propagación de corriente

λ : Matriz diagonal de eigenvalores

Sustituyendo (3.6) en (3.5a) y premultiplicando por \mathbf{M}^{-1} , se tiene:

$$\frac{d^2}{dx^2} (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{V}) = \lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \quad (3.8)$$

Si se define ahora, un vector de voltajes modales \mathbf{V}_m y un vector de corrientes modales \mathbf{I}_m , dados por

$$\mathbf{V}_m = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \quad \mathbf{I}_m = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{I} \quad (3.9a,b)$$

la expresión (3.8) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{d^2}{dx^2} \mathbf{V}_m = \lambda \mathbf{V}_m \quad (3.10)$$

La expresión (3.10) representa un sistema de n ecuaciones desacopladas de la forma:

$$\frac{d^2}{dx^2} V_{m_i} = \lambda_i V_{m_i} \quad (3.11)$$

cuya solución general esta dada por:

$$V_{m_i} = \exp(-\sqrt{\lambda_i} x) C_{m_{1i}} + \exp(\sqrt{\lambda_i} x) C_{m_{2i}} \quad (3.12)$$

donde:

$$\sqrt{\lambda_i} = \alpha_i + j\beta_i : \text{Constante de propagación del modo de voltaje } i \quad (3.13)$$

$$\alpha_i : \text{Constante de atenuación del modo de voltaje } i \quad [\text{np/m}]$$

$$\beta_i : \text{Constante de fase del modo de voltaje } i \quad [\text{rad/m}]$$

$C_{m_{1i}}$ y $C_{m_{2i}}$: Constantes de integración indeterminadas

Si se agrupan las n soluciones de la forma (3.12), se tiene:

$$\mathbf{V}_m = \exp(-\gamma x)\mathbf{C}\mathbf{m}_1 + \exp(\gamma x)\mathbf{C}\mathbf{m}_2 \quad (3.14)$$

donde $\exp(\pm\gamma x)$ es una matriz diagonal cuyo i -ésimo elemento es $\exp(\pm\sqrt{\lambda_i}x)$; $\mathbf{C}\mathbf{m}_1$ y $\mathbf{C}\mathbf{m}_2$ son vectores de constantes de integración modales y

$$\gamma_i = \sqrt{\lambda_i} = \alpha_i + j\beta_i \quad (3.15)$$

Si se definen los siguientes vectores de constantes de integración :

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{m}_1 \quad \mathbf{C}_2 = \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{m}_2 \quad (3.16a,b)$$

y se emplea la definición de (3.9a) en (3.14), resulta:

$$\mathbf{V} = \exp(-\Psi x)\mathbf{C}_1 + \exp(\Psi x)\mathbf{C}_2 \quad (3.17)$$

donde:

$$\exp(\pm\Psi x) = \mathbf{M}\exp(\pm\gamma x)\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_1 \quad (3.18)$$

$$\Psi = \mathbf{M}\gamma\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}\sqrt{\lambda}\mathbf{M}^{-1} \quad (3.19)$$

De la expresión (3.1a) se puede obtener la expresión para corrientes \mathbf{I} , de la siguiente manera:

$$\mathbf{I} = -\mathbf{Z}^{-1} \frac{d}{dx} \mathbf{V} \quad (3.20)$$

Si se substituye la ecuación (3.18) en (3.20), resulta:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{c}\{\exp(-\Psi x)\mathbf{C}_1 - \exp(\Psi x)\mathbf{C}_2\} \quad (3.21)$$

Donde $\mathbf{Y}\mathbf{c} = \mathbf{Z}^{-1}\Psi$ es la admitancia característica.

Las expresiones (3.18) y (3.21) son las soluciones respectivas a los voltajes y corrientes de la línea en el dominio de fases.

Para determinar las constantes de integración mostradas en (3.18) y (3.21) se necesita conocer los voltajes y las corrientes en los extremos de la línea. Evaluando la ecuación (3.18) y (3.21) en $x = 0$, se obtiene:

$$\mathbf{C}_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{V}_0 + \mathbf{Z}\mathbf{c}\mathbf{I}_0) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{C}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{V}_0 - \mathbf{Z}\mathbf{c}\mathbf{I}_0) \quad (3.23)$$

Si ahora se evalúan las ecuaciones (3.18) y (3.21), en $x = long$, donde $long$ es la longitud de la línea, se obtiene:

$$\mathbf{V}_{long} = \mathbf{V}(long) = \exp(-\Psi long)\mathbf{C}_1 + \exp(\Psi long)\mathbf{C}_2 \quad (3.24)$$

$$-\mathbf{I}_{long} = \mathbf{I}(long) = \mathbf{Yc}\{\exp(-\Psi long)\mathbf{C}_1 - \exp(\Psi long)\mathbf{C}_2\} \quad (3.25)$$

donde

$long$: Longitud de la LTM [m]

\mathbf{V}_0 : Vector de voltajes nodales en extremo inicial [V]

\mathbf{V}_{long} : Vector de voltajes nodales en extremo final [V]

\mathbf{I}_0 : Vector de corrientes nodales en extremo inicial [A]

\mathbf{I}_{long} : Vector de corrientes nodales en extremo final [A]

Substituyendo (3.22) y (3.23) en (3.24) y (3.25), y agrupando los términos exponenciales:

$$\mathbf{V}_{long} = \cosh(\Psi long)\mathbf{V}_0 - \sinh(\Psi long)\mathbf{ZcI}_0 \quad (3.26)$$

$$\mathbf{I}_{long} = \mathbf{Yc} \sinh(\Psi long)\mathbf{V}_0 - \mathbf{Yc} \cosh(\Psi long)\mathbf{ZcI}_0 \quad (3.27)$$

Donde,

$$\cosh(\Psi long) = \frac{1}{2} \{\exp(\Psi long) + \exp(-\Psi long)\} \quad (3.28)$$

$$\sinh(\Psi long) = \frac{1}{2} \{\exp(\Psi long) - \exp(-\Psi long)\} \quad (3.29)$$

3.2 REPRESENTACIÓN DE LA LTM COMO RED DE DOS PUERTOS

3.2.1. Matriz de Transferencia.

Mediante la representación en red de dos puertos se pueden obtener voltajes y corrientes en un extremo de la línea si en el otro extremo se especifican los voltajes y corrientes. Expresando (3.26) y (3.27) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{long}} \\ I_{\text{long}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o \\ I_o \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Donde:

$$A = \cosh(\Psi \text{long}) \quad B = -\sinh(\Psi \text{long}) Z_c \quad (3.31a,b)$$

$$C = Y_c \sinh(\Psi \text{long}) \quad D = -Y_c \sinh(\Psi \text{long}) Z_c \quad (3.32a,b)$$

La expresión (3.30) representa el modelo de red de dos puertos como se muestra en la figura 3.1.

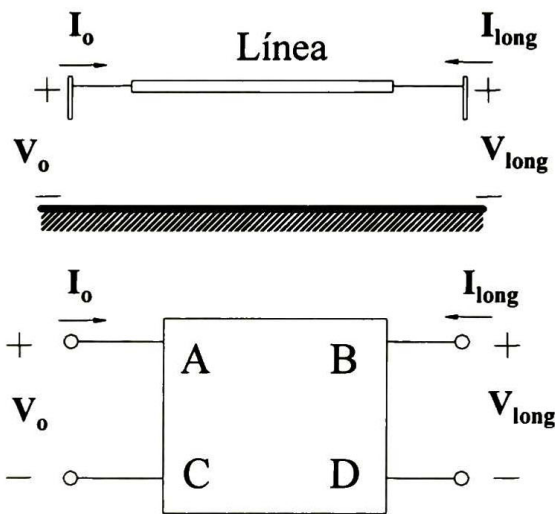


Figura 3.1. Representación de la LTM como red de dos puertos.

3.2.2. Matriz de Admitancias.

Mediante la representación de la LTM en red de dos puertos de admitancia se pueden obtener los voltajes en los extremos de la línea si, las corrientes en los extremos son especificadas; y las corrientes en los extremos se pueden obtener si los voltajes son especificados en las terminales de la línea.

La expresión que representa la LTM en red de dos puertos de admitancia es obtenida primeramente considerando la ecuación (3.27) y despejando de ésta I_o ; de lo cual resulta:

$$I_o = Y_c \operatorname{csch}(\Psi \text{long}) \cosh(\Psi \text{long}) V_o - Y_c \operatorname{csch}(\Psi \text{long}) V_{\text{long}} \quad (3.33)$$

Al sustituir (3.33) en (3.26) se obtiene:

$$I_{\text{long}} = -Y_c \operatorname{csch}(\Psi \text{long}) V_o + Y_c \operatorname{coth}(\Psi \text{long}) V_{\text{long}} \quad (3.34)$$

Agrupando (3.33) y (3.34) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_o \\ \mathbf{I}_{\text{long}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ -\mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_o \\ \mathbf{V}_{\text{long}} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

La ecuación (3.35) es un sistema de $2n$ ecuaciones algebraicas con $2n$ incógnitas, el cual representa la red de dos puertos de admitancias para LTM. Esta representación es mostrada en forma circuital en la figura 3.2.

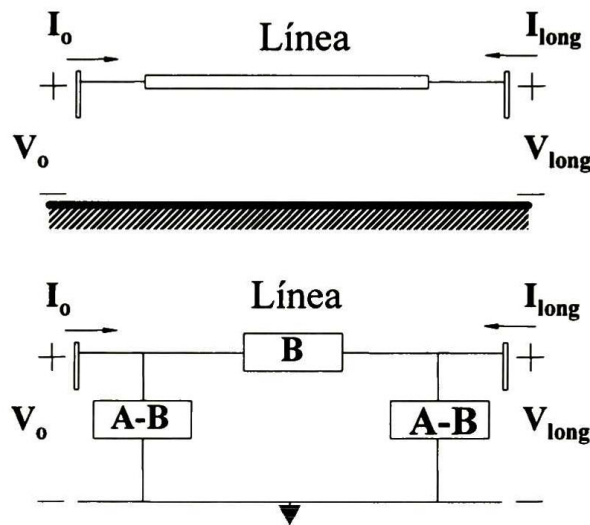


Figura 3.2. Representación de la LTM en red de dos puertos de admitancias.

3.3 MODELO DEL DEVANADO DEL TRANSFORMADOR MEDIANTE RED DE DOS PUERTOS DE ADMITANCIA

El devanado del transformador se modela como una LTM y una impedancia concentrada Z_r , que representa la impedancia vista hacia el resto del devanado; como se muestra en la figura 3.3.

Para simplificar el desarrollo, considere un devanado de cuatro vueltas en serie con una impedancia Z_r , tal como se muestra en la figura 3.3. Esta impedancia equivalente origina una discontinuidad en la representación del fenómeno electromagnético a través del devanado; por lo que la simulación es solo correcta para el tiempo en que la onda de propagación electromagnética incidente alcance el punto de discontinuidad [24-26].

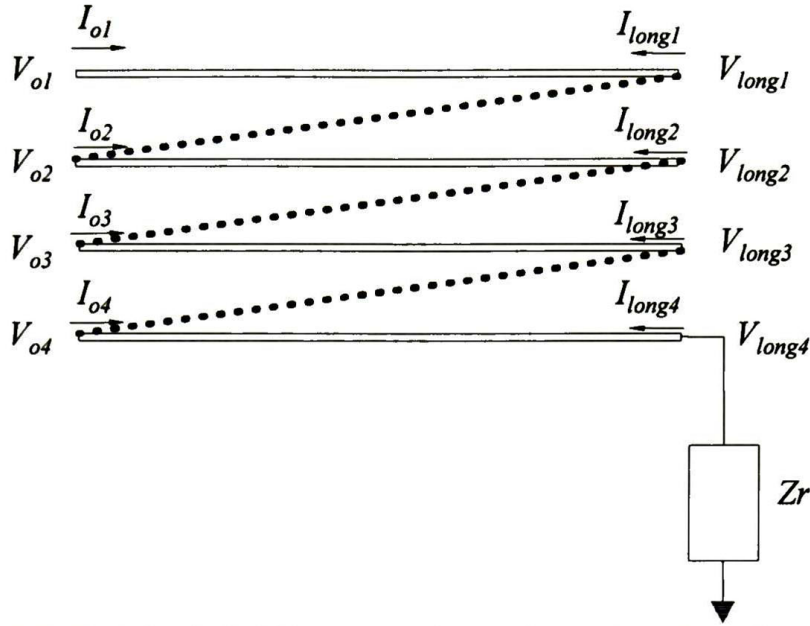


Figura 3.3. Modelo de LTM para un devanado de transformador con cuatro conductores (vueltas) y una impedancia equivalente Z_r

Si se obtiene la expresión correspondiente, como red de dos puertos de admitancias, para el caso mostrado en la figura 3.3 resulta:

$$\begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \\ I_{o4} \\ I_{long1} \\ I_{long2} \\ I_{long3} \\ I_{long4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} & Y_{37} & Y_{38} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} & Y_{47} & Y_{48} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} & Y_{57} & Y_{58} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} & Y_{67} & Y_{68} \\ Y_{71} & Y_{72} & Y_{73} & Y_{74} & Y_{75} & Y_{76} & Y_{77} & Y_{78} \\ Y_{81} & Y_{82} & Y_{83} & Y_{84} & Y_{85} & Y_{86} & Y_{87} & Y_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{o1} \\ V_{o2} \\ V_{o3} \\ V_{o4} \\ V_{long1} \\ V_{long2} \\ V_{long3} \\ V_{long4} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

La expresión (3.36) puede ser expresada en forma compacta como:

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{Y}_N \mathbf{V}_N \quad (3.37)$$

Para el caso del devanado se deben considerar los siguientes puntos:

- El voltaje del i -ésimo nodo en el extremo receptor es igual al voltaje del $i+1$ -ésimo nodo del extremo emisor.
- La corriente del i -ésimo nodo en el extremo receptor es la negativa del $i+1$ -ésimo nodo en el extremo emisor.

$$\text{c) } I_{longn} = \frac{V_{longn}}{Z_r}$$

Bajo estas consideraciones, la expresión (3.37) se reduce a:

$$\mathbf{V}_{N_r} = \mathbf{Y}_{N_r}^{-1} \mathbf{I}_{N_r} \quad (3.38)$$

Donde:

$$\mathbf{Y}_{N_r} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12}+Y_{15} & Y_{12}+Y_{15} & Y_{12}+Y_{15} & Y_{18} \\ Y_{21}+Y_{51} & Y_{22}+Y_{25}+Y_{25}+Y_{55} & Y_{23}+Y_{26}+Y_{53}+Y_{56} & Y_{24}+Y_{27}+Y_{54}+Y_{57} & Y_{28}+Y_{58} \\ Y_{31}+Y_{61} & Y_{32}+Y_{35}+Y_{65}+Y_{65} & Y_{33}+Y_{36}+Y_{63}+Y_{66} & Y_{34}+Y_{37}+Y_{64}+Y_{67} & Y_{38}+Y_{68} \\ Y_{41}+Y_{71} & Y_{42}+Y_{45}+Y_{75}+Y_{75} & Y_{43}+Y_{46}+Y_{73}+Y_{76} & Y_{44}+Y_{47}+Y_{74}+Y_{77} & Y_{48}+Y_{78} \\ Y_{81} & Y_{82}+Y_{85} & Y_{83}+Y_{86} & Y_{84}+Y_{87} & Y_{88} + \frac{1}{Z_r} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_{N_r} = \begin{bmatrix} V_{01} \\ V_{02} \\ V_{03} \\ V_{04} \\ V_{long1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_{N_r} = \begin{bmatrix} I_{01} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.39a,b,c)$$

De la expresión (3.38) se observa que $\mathbf{Y}_{N_r}^{-1}$ solo se ve afectada en su primer columna por I_{01} ; por lo que se puede escribir:

$$\mathbf{V}_{N_r} = \mathbf{Z}_1 I_{01} \quad (3.40)$$

donde:

$$\mathbf{Z}_1 = [Z_{11} \quad Z_{21} \quad Z_{31} \quad Z_{41} \quad Z_{51}]^t : \text{primer columna de } \mathbf{Y}_{N_r}^{-1}.$$

Por medio de la ecuación (3.40) se pueden obtener los voltajes en la frontera emisora y los voltajes en la frontera receptora.

3.4 SIMULACIÓN DEL DEVANADO DEL TRANSFORMADOR MEDIANTE LA TNL

En esta sección se presentan los resultados de la simulación del devanado del transformador en el dominio de la frecuencia mediante la TNL. Estos resultados se comparan con las mediciones hechas por Cornick [24-25].

Esta simulación se desarrolla con un número de muestras discretas en la frecuencia $Np = 2^{12}$ y un tiempo de observación $T = 4 \mu s$. En las figuras 3.4, 3.6, 3.8, 3.10, 3.12,

3.14 y 3.16 se presentan las formas de onda de las mediciones y en las figuras 3.5, 3.7, 3.9, 3.11, 3.13, 3.15 y 3.17 se presentan el resultado de las simulaciones obtenidas.

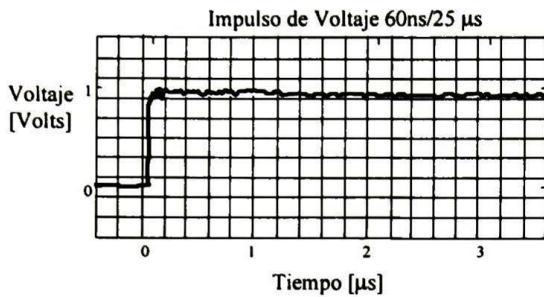


Figura 3.4. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco.

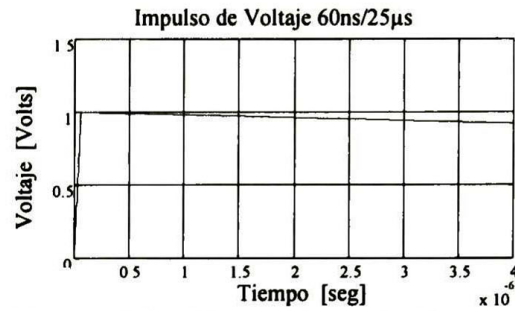


Figura 3.5. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco mediante la TNL.

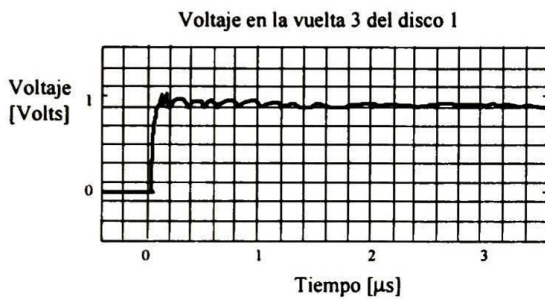


Figura 3.6. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco.

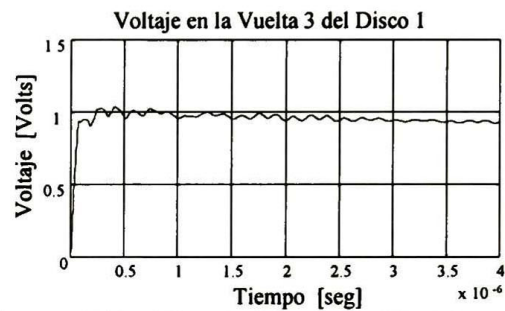


Figura 3.7. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco mediante la TNL.

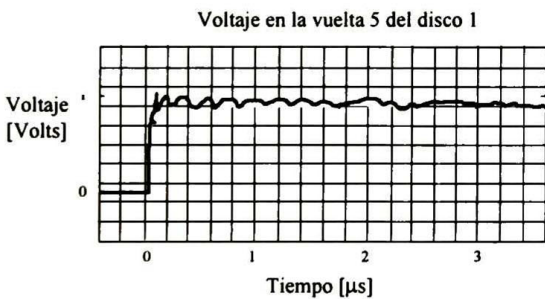


Figura 3.8. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco.

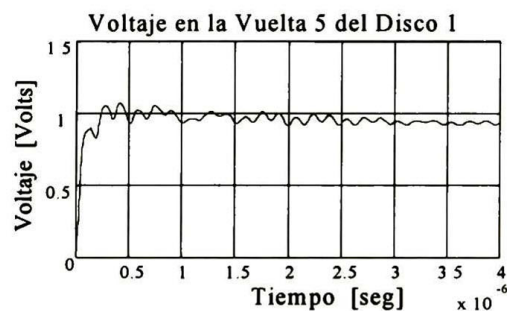


Figura 3.9. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco mediante la TNL.

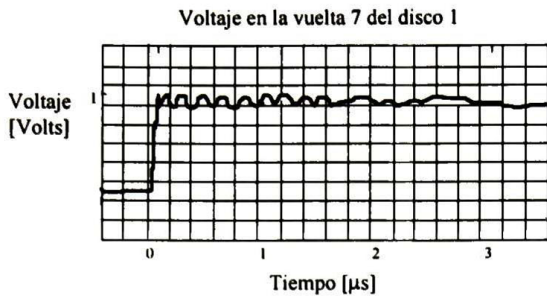


Figura 3.10. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco.

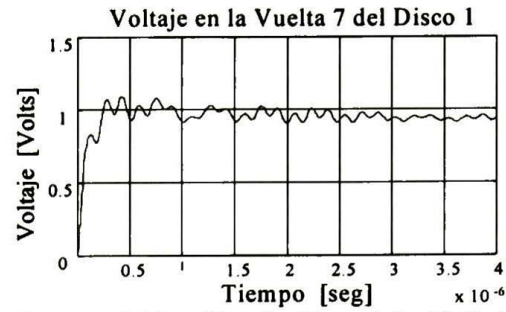


Figura 3.11. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco mediante la TNL.

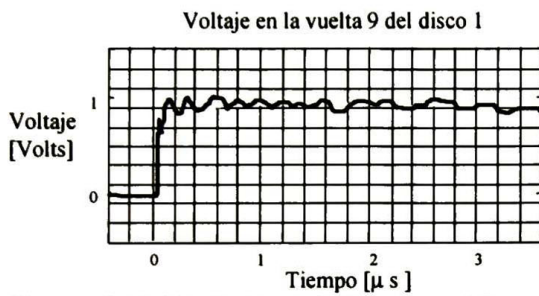


Figura 3.12. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco.

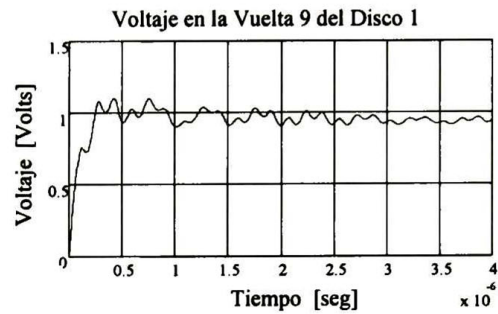


Figura 3.13. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco mediante la TNL.

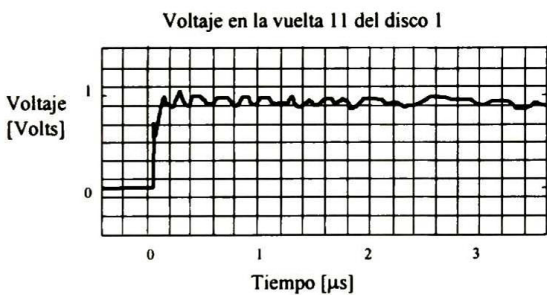


Figura 3.14. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco.

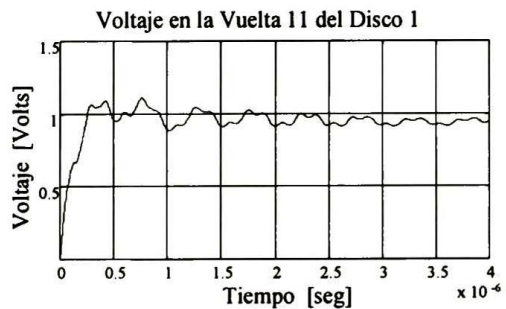


Figura 3.15. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco mediante la TNL.

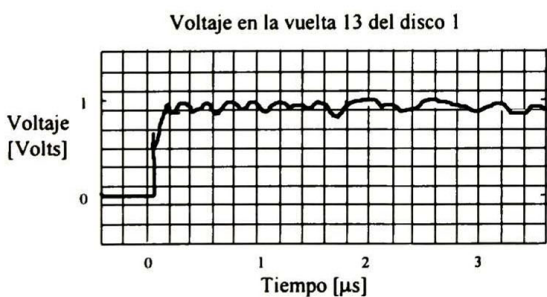


Figura 3.16. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco.

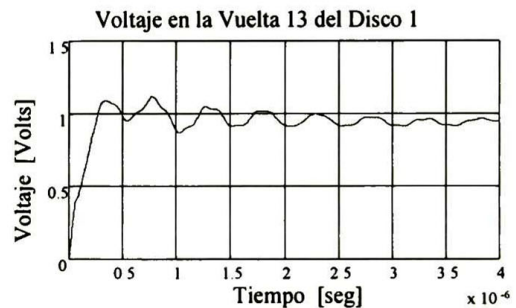


Fig. 3.17. Simulación del Voltaje vs Tiempo en la vuelta 13 del primer disco mediante la TNL.

Como se puede observar, los resultados obtenidos por medio de la simulación utilizando la TNL son similares a los resultados obtenidos por medio de las mediciones hechas por Cornick. Sin embargo, también es evidente que se presentan diferencias en las formas de onda; por lo que la simulación revela que es necesario realizar más estudios que permitan obtener un mejor modelo del devanado.

CAPÍTULO IV: MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

4.1 INTRODUCCION

En esta sección se presenta una revisión del método de las características de las ecuaciones diferenciales parciales. Este método permite transformar las EDP's de la línea de transmisión en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO's), que son válidas sobre trayectorias en el plano $x-t$ las cuáles se denominan *características*. Una vez que se ha realizado esta transformación, las ecuaciones resultantes se pueden resolver empleando diferencias finitas. En particular, en este trabajo, se utilizan diferencias centrales para las derivadas y promedios para aproximar las cantidades que no se encuentren afectadas por derivadas.

4.2 TRANSFORMACIÓN DE LAS EDP'S DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN EN EDO'S

El comportamiento electromagnético de una línea de transmisión aérea, cuyos parámetros no dependen de la frecuencia, se describe por las ecuaciones del Telegrafista. Éstas pueden agruparse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{W} + \mathbf{A} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{W} + \mathbf{B} \mathbf{W} = \mathbf{O} \quad (4.1)$$

con

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{C}^{-1} \\ \mathbf{L}^{-1} & \mathbf{O} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{L}^{-1} \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (4.2a,b,c)$$

donde, \mathbf{V} e \mathbf{I} corresponden al vector de voltajes y al vector de corrientes respectivamente, en cualquier punto "x" a lo largo de la línea. \mathbf{L} , \mathbf{R} , \mathbf{C} y \mathbf{G} son matrices de orden $n \times n$ y representan los parámetros de la LTM.

La discusión del método de las características que se presenta aquí, sigue el desarrollo efectuado por J. L. Naredo en [19]. La expresión (4.1) constituye un sistema de $2n$ EDP's de primer orden, con x y t como variables independientes. Los $2n$ eigenvalores de \mathbf{A} se pueden expresar como n ecuaciones de la siguiente forma:

$$\frac{dx_j}{dt} = \pm \xi_j \quad (4.3)$$

Donde, ξ_j es el eigenvalor correspondiente al j -ésimo modo y es igual a la velocidad de propagación del modo. La ecuación (4.3) define $2n$ familias de rectas en el plano " $x-t$ " (obsérvese la fig. 4.1), las cuáles se conocen como características. Si la solución al sistema (4.1) se restringe a las soluciones que solo son válidas sobre las rectas características, las EDP's se convierten en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO's) en el dominio modal. Esto se demuestra de la siguiente manera:

Sí la matriz \mathbf{A} es diagonalizable, entonces existe una matriz \mathbf{E}_L no singular tal que $\mathbf{E}_L \mathbf{A} \mathbf{E}_L^{-1}$ es una matriz diagonal. De [19,37] se tiene que:

$$\mathbf{E}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_v^{-1} & \mathbf{Z} \mathbf{w} \mathbf{T}_i^{-1} \\ \mathbf{T}_v^{-1} & -\mathbf{Z} \mathbf{w} \mathbf{T}_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Donde, \mathbf{E}_L es la matriz de eigenvectores izquierdos, \mathbf{T}_v es la matriz cuyas columnas son los modos de voltaje y \mathbf{T}_i es la matriz cuyas columnas son los modos de corriente. Ambas para una línea de transmisión sin pérdidas resistivas y $\mathbf{Zw} = \sqrt{\mathbf{L}'\mathbf{C}'^{-1}}$ es la matriz de impedancia de onda en el dominio modal.

Sí se premultiplica la expresión (4.1) por (4.4):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_v^{-1} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} & \mathbf{ZwT}_i^{-1} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} \\ \mathbf{T}_v^{-1} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} & -\mathbf{ZwT}_i^{-1} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{ZwT}_i^{-1} \mathbf{L}^{-1} & \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{C}^{-1} \\ -\mathbf{ZwT}_i^{-1} \mathbf{L}^{-1} & \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{C}^{-1} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{ZwT}_i^{-1} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{R} \\ \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G} & -\mathbf{ZwT}_i^{-1} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

La anterior expresión puede ser simplificada al definir las siguientes identidades:

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{I} \quad (4.6) \quad \mathbf{V}_m = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{V} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{L}' = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{L} \mathbf{T}_i \quad (4.8) \quad \mathbf{C}' = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{C} \mathbf{T}_v \quad (4.9)$$

$$\mathbf{L}'^{-1} = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{T}_v \quad (4.10) \quad \mathbf{C}'^{-1} = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{T}_i \quad (4.11)$$

$$\mathbf{R}'' = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{R} \mathbf{T}_i \quad (4.12) \quad \mathbf{G}'' = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{G} \mathbf{T}_v \quad (4.13)$$

$$\xi = \mathbf{ZwL}'^{-1} = \sqrt{\zeta^{-1}} \quad (4.14) \quad \zeta = \mathbf{L}'\mathbf{C}' \quad (4.15)$$

Los elementos en la matriz diagonal ζ son los inversos de la velocidad al cuadrado de los modos correspondientes.

Con estas definiciones (4.6)-(4.15) se puede expresar la ecuación (4.5), como:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial t} + \xi \frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial x} + \mathbf{Zw} \left(\frac{\partial \mathbf{I}_m}{\partial t} + \xi \frac{\partial \mathbf{I}_m}{\partial t} \right) + \mathbf{Zw} \xi \mathbf{G}'' \mathbf{V}_m + \xi \mathbf{R}'' \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial t} - \xi \frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial x} - \mathbf{Zw} \left(\frac{\partial \mathbf{I}_m}{\partial t} - \xi \frac{\partial \mathbf{I}_m}{\partial t} \right) + \mathbf{Zw} \xi \mathbf{G}'' \mathbf{V}_m - \xi \mathbf{R}'' \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (4.17)$$

Las expresiones (4.16) y (4.17) definen $2n$ pares de ecuaciones de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial V_{mj}}{\partial t} \pm \frac{\partial V_{mj}}{\partial x} \right) \pm Z w_{jj} \left(\frac{\partial I_{mj}}{\partial t} \pm \frac{\partial I_{mj}}{\partial x} \right) \\ & + Z w_{jj} \left(\sum_{i=1}^n G''_{ji} V_{mi} \right) \pm \left(\sum_{i=1}^n R''_{ji} I_{mi} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Al sustituir la expresión (4.3) en (4.18) resulta un sistema de $2n$ ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\frac{d}{dt} V_{mj} \pm Z w_{jj} \frac{d}{dt} I_{mj} + Z w_{jj} \left(\sum_{i=1}^n G''_{ji} V_{mi} \right) \pm \left(\sum_{i=1}^n R''_{ji} I_{mi} \right) = 0 \quad (4.19)$$

En forma matricial:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{V}_m + \mathbf{Zw} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_m + \mathbf{Zw} \xi \mathbf{G}'' \mathbf{V}_m + \xi \mathbf{R}'' \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (4.20)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{V}_m - \mathbf{Zw} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_m - \mathbf{Zw} \xi \mathbf{G}'' \mathbf{V}_m + \xi \mathbf{R}'' \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (4.21)$$

Las ecuaciones (4.20) y (4.21) junto con (4.3) representan un sistema equivalente a las EDP's, las cuáles se muestran por (4.1).

4.3 APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE LAS CARACTERÍSTICAS

Si se aproxima V_m e I_m por sus valores promedios y las diferenciales por diferencias finitas se pueden obtener expresiones explícitas de las EDO's, las cuáles se expresan por (4.20) y (4.21), para extender una solución conocida de un tiempo τ a un tiempo $\tau + \Delta t$ (véase Fig. 4.1):

$$\begin{aligned} & \left(V_{m_i}^G - V_{m_j}^{Dj} \right) + ZW_{jj} \left(I_{m_i}^G - I_{m_j}^{Dj} \right) + \frac{1}{2} ZW_{jj} x_j \left(\sum_{i=1}^n G''_{ji} \left(V_{m_i}^G + V_{m_i}^{Di} \right) \right) \\ & + \frac{1}{2} x_j \left(\sum_{i=1}^n R''_{ji} \left(I_{m_i}^G + I_{m_i}^{Di} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} & \left(V_{m_i}^G - V_{m_j}^{Fj} \right) - ZW_{jj} \left(I_{m_i}^G - I_{m_j}^{Fj} \right) + \frac{1}{2} ZW_{jj} x_j \left(\sum_{i=1}^n G''_{ji} \left(V_{m_i}^G + V_{m_i}^{Fi} \right) \right) \\ & - \frac{1}{2} x_j \left(\sum_{i=1}^n R''_{ji} \left(I_{m_i}^G + I_{m_i}^{Fi} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

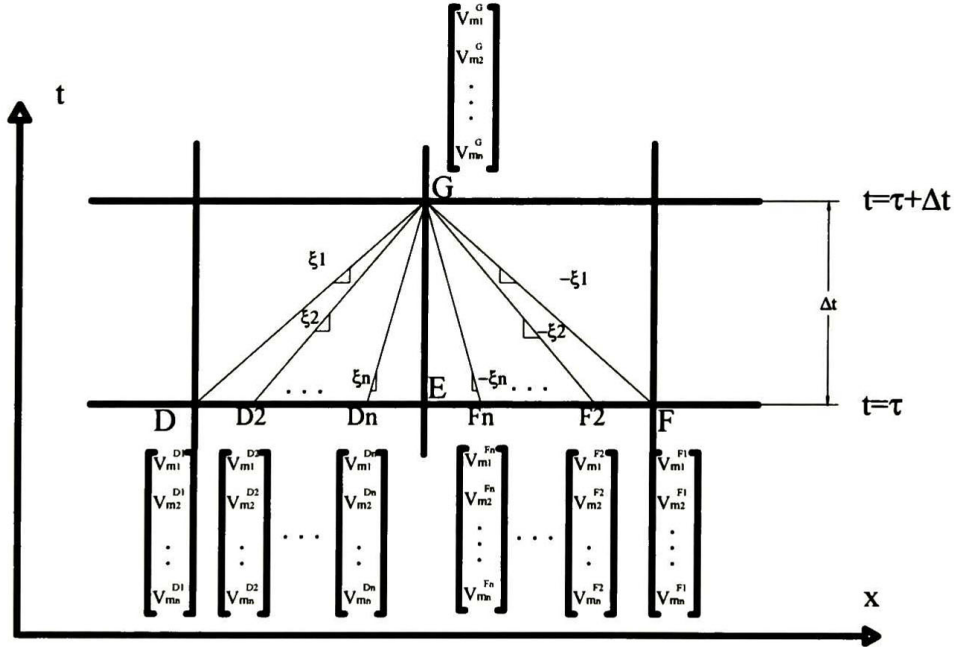


Fig. 4.1. Curvas características sobre el plano "x - t" para un sistema hiperbólico de 2n ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. Relación $V_m^{F12\dots n}$, $V_m^{D12\dots n}$ con V_m^G

Con la finalidad de garantizar la estabilidad del método, se necesita diseñar el mallado de la discretización en tiempo y espacio cumpliendo con el criterio de Courant; el cuál se representa por:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq \xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_n > 0 \quad (4.24)$$

Si se reagrupan términos en las expresiones (4.22) y (4.23), se puede escribir en forma matricial:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^G + \left(\mathbf{Zw} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^G \\ &= \left(\mathbf{U} - \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^{D12\dots n} + \left(\mathbf{Zw} - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^{D12\dots n} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^G - \left(\mathbf{Zw} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^G \\ &= \left(\mathbf{U} - \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^{F12\dots n} - \left(\mathbf{Zw} - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^{F12\dots n} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Donde,

$$\Delta \mathbf{x} = \text{diag}(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n).$$

Los vectores $\mathbf{I}_m^{F12\dots n}$ y $\mathbf{I}_m^{D12\dots n}$ se obtienen por medio de interpolación lineal y éstos están conformados de la siguiente manera:

$$\mathbf{I}_m^{D12\dots n} = \begin{bmatrix} I_{m1}^{D1} \\ I_{m2}^{D2} \\ \vdots \\ I_{mn}^{Dn} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} I_{m1}^D \\ I_{m2}^D \\ \vdots \\ I_{mn}^D \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} I_{m1}^E \\ I_{m2}^E \\ \vdots \\ I_{mn}^E \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{I}_m^{F12\dots n} = \begin{bmatrix} I_{m1}^{F1} \\ I_{m2}^{F2} \\ \vdots \\ I_{m n}^{Fn} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} I_{m1}^F \\ I_{m2}^F \\ \vdots \\ I_{m n}^F \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} I_{m1}^E \\ I_{m2}^E \\ \vdots \\ I_{m n}^E \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

En el caso de los voltajes se realiza la misma operación:

$$\mathbf{V}_m^{D12..n} = \begin{bmatrix} V_{m1}^{D1} \\ V_{m2}^{D2} \\ \vdots \\ V_{mn}^{Dn} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} V_{m1}^D \\ V_{m2}^D \\ \vdots \\ V_{mn}^D \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} V_{m1}^E \\ V_{m2}^E \\ \vdots \\ V_{mn}^E \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{V}_m^{F12..n} = \begin{bmatrix} V_{m1}^{F1} \\ V_{m2}^{F2} \\ \vdots \\ V_{mn}^{Fn} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} V_{m1}^F \\ V_{m2}^F \\ \vdots \\ V_{mn}^F \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} V_{m1}^E \\ V_{m2}^E \\ \vdots \\ V_{mn}^E \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Donde,

$$\alpha_1 = \text{diag}(1, r_2, \dots, r_n) \quad (4.31)$$

$$\alpha_2 = \text{diag}(0, 1 - r_2, \dots, 1 - r_n) \quad (4.32)$$

$$r_j = \frac{\Delta x_j}{\Delta x_1} \quad (4.33)$$

Si ahora se sustituye (4.27)-(4.30) en (4.25) y (4.26):

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^G + \left(\mathbf{Zw} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^G \\ &= \left(\mathbf{U} - \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) (\alpha_1 \mathbf{V}_m^D + \alpha_2 \mathbf{V}_m^E) + \left(\mathbf{Zw} - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) (\alpha_1 \mathbf{I}_m^D + \alpha_2 \mathbf{I}_m^E) \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) \mathbf{V}_m^G - \left(\mathbf{Zw} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) \mathbf{I}_m^G \\ &= \left(\mathbf{U} - \frac{1}{2} \mathbf{Zw} \Delta \mathbf{xG}'' \right) (\alpha_1 \mathbf{V}_m^F + \alpha_2 \mathbf{V}_m^E) - \left(\mathbf{Zw} - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{xR}'' \right) (\alpha_1 \mathbf{I}_m^F + \alpha_2 \mathbf{I}_m^E) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Si se suma la expresión (4.34) y (4.35) resulta:

$$\mathbf{V}_m^G = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{v3} \left\{ \mathbf{Z}_{v2} \alpha_1 (\mathbf{V}_m^D + \mathbf{V}_m^F) + 2 \mathbf{Z}_{v2} \alpha_2 \mathbf{V}_m^E + \mathbf{Z}_{i2} \alpha_1 (\mathbf{I}_m^D - \mathbf{I}_m^F) \right\} \quad (4.36)$$

Al multiplicar la expresión (4.35) por -1 y sumar el resultado con la expresión (4.34) resulta:

$$\mathbf{I}_m^G = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{i3} \left\{ \mathbf{Z}_{v2} \alpha_1 (\mathbf{V}_m^D - \mathbf{V}_m^F) + 2\mathbf{Z}_{i2} \alpha_2 \mathbf{I}_m^E + \mathbf{Z}_{i2} \alpha_1 (\mathbf{I}_m^D + \mathbf{I}_m^F) \right\} \quad (4.37)$$

Donde,

$$\mathbf{Z}_{v1} = \left(\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_w \Delta x \mathbf{G}'' \right) \quad \mathbf{Z}_{v2} = \left(\mathbf{U} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_w \Delta x \mathbf{G}'' \right) \quad (4.38a,b)$$

$$\mathbf{Z}_{v3} = \mathbf{Z}_{v1}^{-1} \quad \mathbf{Z}_{i1} = \left(\mathbf{Z}_w + \frac{1}{2} \Delta x \mathbf{R}'' \right) \quad (4.39a,b)$$

$$\mathbf{Z}_{i2} = \left(\mathbf{Z}_w - \frac{1}{2} \Delta x \mathbf{R}'' \right) \quad \mathbf{Z}_{i3} = \mathbf{Z}_{i1}^{-1} \quad (4.40a,b)$$

Las expresiones (4.36) y (4.37) determinan los voltajes y corrientes modales en puntos intermedios de la LTM, los cuáles están en función de voltajes y corrientes un Δx atrás de la línea y también un Δx adelante, donde, los voltajes y corrientes se conocen por estar estos puntos posicionados un Δt atrás en el tiempo.

4.4 MODELOS DE NORTON PARA LAS FRONTERAS

En cada frontera solo se tiene una familia de curvas características, esto es, en la frontera emisora solamente se tienen características con pendiente negativa y en la frontera receptora características con pendiente positiva. Para encontrar la solución para los voltajes y corrientes en estos puntos se necesita introducir las condiciones de frontera. Con expresiones para las condiciones de frontera y con las ecuaciones (4.20) y (4.21) se puede encontrar fórmulas explícitas para los voltajes y corrientes en los extremos emisor y receptor en la línea de transmisión. Sin embargo, tal procedimiento es poco flexible pues obliga a proporcionar formulas diferentes para diferentes condiciones de frontera. Para resolver este problema en esta sección se desarrollan modelos en forma de circuitos de Thevenin y de Norton. Estos modelos hacen posible incluir el método de las características en procedimientos generales de solución de circuitos.

4.4.1 Frontera Emisora.

La expresión (4.21) representa la característica de pendiente negativa para el caso de la frontera emisora. Al aplicar diferencias finitas a la ecuación (4.21) (obsérvese Fig. 4.2) se puede escribir:

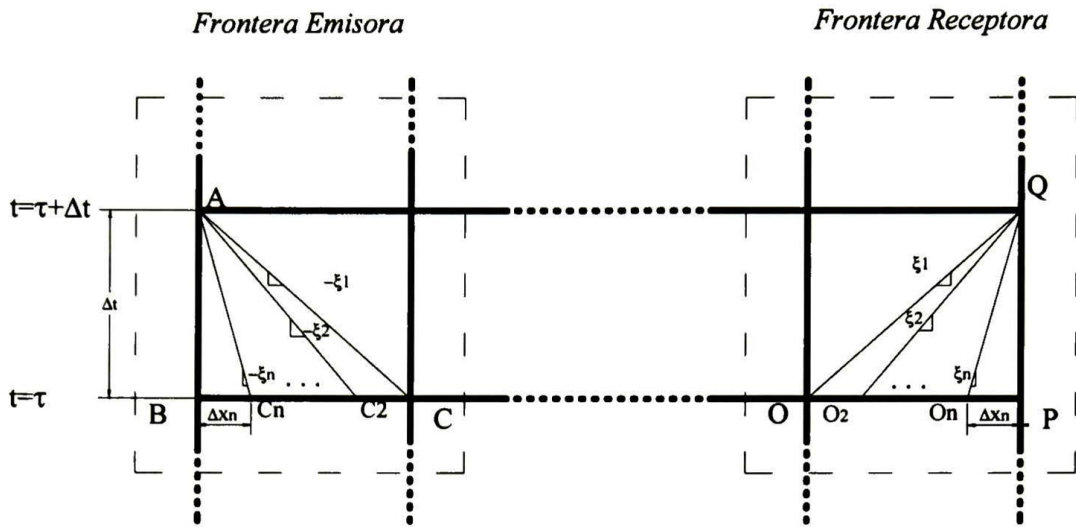


Fig. 4.2. Curvas características sobre el plano " $x - t$ " en las fronteras de la LTM.

$$V_m^A = Z_{th} I_m^A + V_{hist1} \quad (4.41)$$

Donde,

$$Z_{th} = Z_{v3} Z_{v1} \quad (4.42)$$

$$V_{hist1} = Z_{v3} \left\{ Z_{v2} (\alpha_1 V_m^C + \alpha_2 V_m^B) - Z_{i2} (\alpha_1 I_m^C + \alpha_2 I_m^B) \right\} \quad (4.43)$$

De la ecuación (4.41) se puede derivar el siguiente circuito:

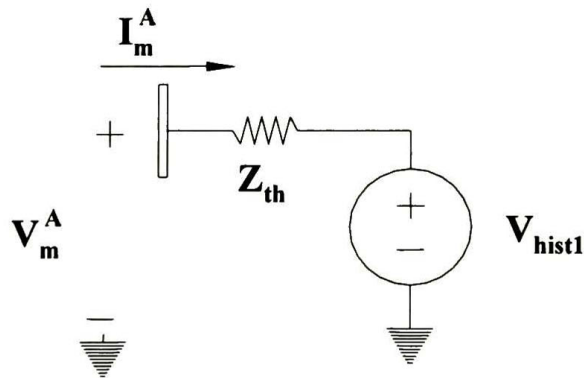


Fig. 4.3. Circuito equivalente de Thevenin correspondiente a la frontera emisora de la LTM.

El circuito mostrado en la figura 4.3 corresponde al circuito equivalente de Thevenin de la frontera emisora de la LTM, derivado a partir de la expresión (4.41). Este circuito prestará la flexibilidad para poder realizar la conexión con diferentes situaciones de frontera y no tener que desarrollar un modelo específico para cada caso.

Al premultiplicar la expresión (4.41) por Z_{th}^{-1} , resulta:

$$\mathbf{I}_m^A = \mathbf{Y}_{Norton} \mathbf{V}_m^A - \mathbf{I}_{hist1} \quad (4.44)$$

Donde,

$$\mathbf{Y}_{Norton} = \mathbf{Z}_{th}^{-1} \quad \mathbf{I}_{hist1} = \mathbf{Y}_{Norton} \mathbf{V}_{hist1} \quad (4.45a,b)$$

La ecuación (4.44) representa el circuito equivalente de Norton para la frontera emisora de la LTM.

Se puede observar que en las ecuaciones (4.41) y (4.44), se tienen voltajes y corrientes modales; lo cuál representa un problema para la conexión de las fuentes y cargas ya que éstas están en el dominio de fases. Por esta razón se necesita hacer una transformación en las fronteras del dominio modal al dominio de fases. Al sustituir las expresiones (4.6) y (4.7) en (4.44), se obtiene:

$$\mathbf{I}^A = \mathbf{Y}_{Norton_ph} \mathbf{V}^A - \mathbf{I}_{hist1_ph} \quad (4.46)$$

Donde,

$$\mathbf{I}_{hist2_ph} = \mathbf{T}_i \mathbf{I}_{hist1} \quad \mathbf{Y}_{Norton_ph} = \mathbf{T}_i \mathbf{Y}_{Norton} \mathbf{T}_v^{-1} \quad (4.47a,b)$$

El circuito equivalente de Norton que corresponde a la expresión (4.46) se muestra en la Fig. 4.4. Este circuito equivalente de Norton correspondiente a la frontera emisora reducirá, al igual que el circuito equivalente de Thevenin, las operaciones para incluir cualquier tipo de carga o fuente a conectar en terminales de la LTM. Además, el hecho de no estar en el dominio modal presenta la facilidad para conectar los elementos en terminales.

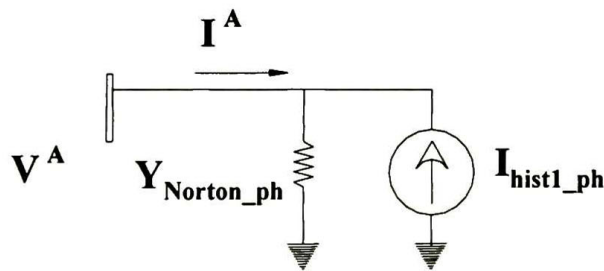


Fig. 4.4. Circuito equivalente de Norton correspondiente a la frontera emisora de la LTM.

4.4.2 Frontera Receptora.

La expresión que representa la característica de pendiente positiva para el caso de la frontera receptora se obtiene al aplicar diferencias finitas a la ecuación (4.20) y se representa por la siguiente expresión (obsérvese Fig. 4.2):

$$V_m^Q = -Z_{th} I_m^Q + V_{hist2} \quad (4.48)$$

Donde,

$$V_{hist2} = Z_{v3} \left\{ Z_{v2} (\alpha_1 V_m^O + \alpha_2 V_m^P) + Z_{i2} (\alpha_1 I_m^O + \alpha_2 I_m^P) \right\} \quad (4.49)$$

De la ecuación (4.48) se puede observar que esta expresión representa un circuito equivalente de Thevenin para el extremo receptor, el cuál se muestra en la Fig. 4.5:

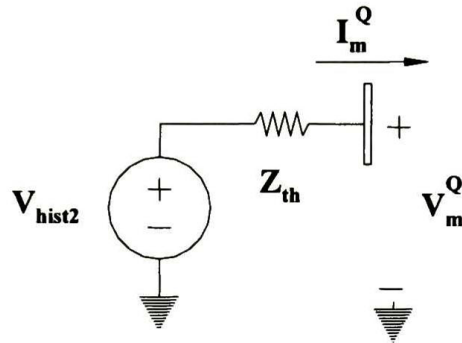


Fig. 4.5. Circuito equivalente de Thevenin correspondiente a la frontera receptora de LTM.

Al premultiplicar la expresión (4.48) por $-Z_{th}^{-1}$, resulta:

$$I_m^Q = -Y_{Norton} V_m^Q + I_{hist2} \quad (4.50)$$

Donde,

$$I_{hist2} = Y_{Norton} V_{hist2} \quad (4.51)$$

Al igual que en la frontera emisora se pasa del dominio modal al de fases sustituyendo las expresiones (4.7) y (4.8), para obtener:

$$I^Q = Y_{Norton_ph} V^Q - I_{hist2_ph} \quad (4.52)$$

Donde,

$$I^Q = -T_i I_m^Q \quad I_{hist2_ph} = T_i I_{hist2} \quad (4.53a,b)$$

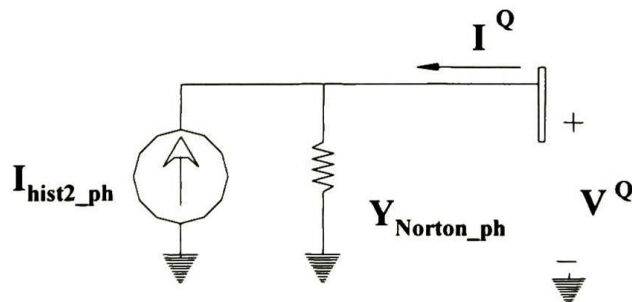


Fig. 4.6. Circuito equivalente de Norton correspondiente a la frontera receptora de LTM.

El circuito equivalente de Norton que corresponde a la expresión (4.52) se muestra en la Fig. 4.6; el cuál ya no se encuentra en el dominio modal.

CAPÍTULO V: MODELO DEL DEVANADO PARA ANÁLISIS DE TRANSITORIOS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

5.1 INTRODUCCIÓN

Como ya se hizo en el Capítulo 3, el devanado del transformador se modela como una LTM cuyos conductores deben conectarse de tal manera que se restablezca la continuidad de las vueltas del devanado. Para reproducir la conexión eléctrica entre cada vuelta del devanado se debe efectuar una conexión en zig-zag de los conductores del modelo, esto se facilita al emplear los modelos de Norton de las fronteras desarrollados en el capítulo 4. Los resultados del cálculo de voltajes transitorios en el dominio del tiempo por medio de los modelos desarrollados se comparan con las mediciones realizadas por Cornick [24-25] y con las simulaciones realizadas en el capítulo 3 en el dominio de la frecuencia.

5.2 MODELO DEL DEVANADO COMO LTM

Una vez que se han determinado los circuitos equivalentes de Norton para los extremos del sistema multiconductor se puede realizar la conexión en zig-zag de los extremos de los conductores para restaurar la conexión del devanado. Para simplificar la explicación, considere un sistema de cuatro conductores (vuelatas) como el que se muestra en la figura 5.1.

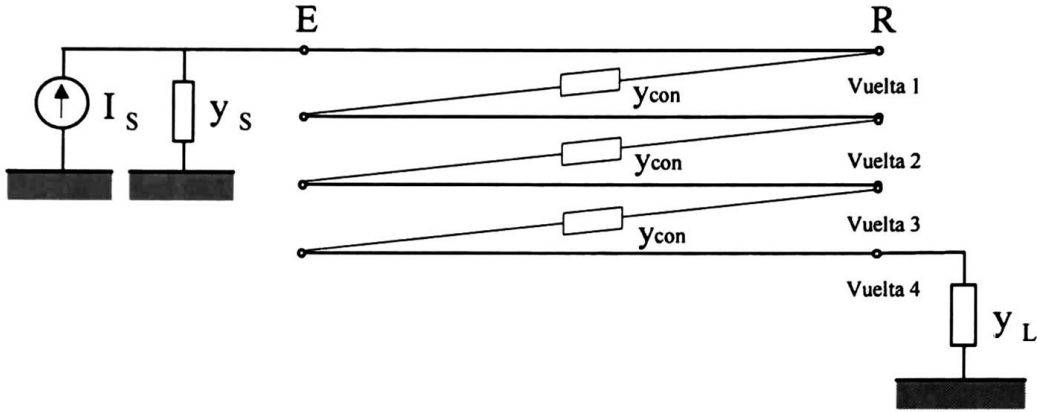


Fig. 5.1. Sistema multiconductor para un devanado con cuatro vuelatas.

La conexión entre las vuelatas se realiza al formar, simplemente, la matriz de admitancia nodal con los circuitos de Norton de los extremos de la línea y conectando las admitancias y_{con} como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_s + \mathbf{I}_{histE} \\ \mathbf{I}_{histR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s + \mathbf{Y}_{Norton_ph} + \mathbf{Y}_{coni} & \mathbf{Y}_{cone} \\ \mathbf{Y}_{conr} & \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_{Norton_ph} + \mathbf{Y}_{conf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^E \\ \mathbf{V}^R \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

donde,

$$\mathbf{Y}_{cone} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_{con} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_{con} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{con} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{Y}_{conr} = \begin{bmatrix} 0 & -y_{con} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{con} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y_{con} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{Y}_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z_r} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{Y}_s = \begin{bmatrix} y_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{coni}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{\text{con}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{\text{con}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_{\text{con}} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{conf}} = \begin{bmatrix} y_{\text{con}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{\text{con}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{\text{con}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

\mathbf{Y}_s es la matriz de admitancia de fuente y \mathbf{Y}_L es la matriz de admitancia de carga; que en este caso podría ser la admitancia de entrada al resto del devanado.

De la expresión (5.1) se pueden obtener los voltajes en las fronteras para después calcular las corrientes de entrada en los extremos de la línea como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}^E \\ \mathbf{I}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\text{Norton_ph}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{\text{Norton_ph}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^E \\ \mathbf{V}^R \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{\text{histE}} \\ \mathbf{I}^{\text{histR}} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

La solución de los voltajes y de las corrientes en las fronteras está dada por las expresiones (5.1) y (5.8), respectivamente. La solución para los puntos intermedios a lo largo del devanado está dada por las expresiones (4.36) y (4.37).

5.3 VALIDACIÓN DEL MODELO

En esta sección se muestran los resultados obtenidos al realizar la simulación del devanado del transformador en el dominio del tiempo por medio del método de las características. Estos resultados se comparan con las mediciones realizadas por Cornick[24-25] y con el cálculo realizado en el dominio de la frecuencia mediante la TNL. En las figuras 5.2, 5.4, 5.6, 5.8, 5.10, 5.12 y 5.14 se presentan las formas de onda de las mediciones y en las figuras 5.3, 5.5, 5.7, 5.9, 5.11, 5.13 y 5.15 se presentan los resultados de las simulaciones.

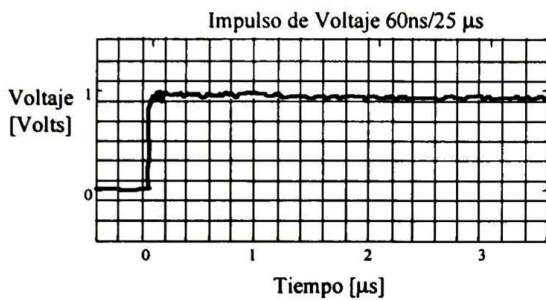


Fig. 5.2. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco.

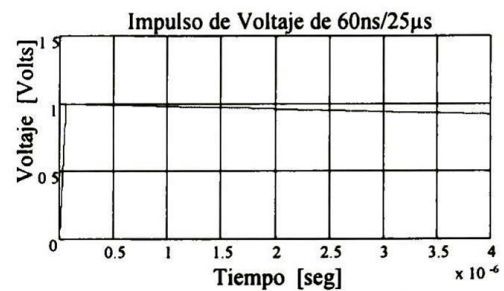


Fig. 5.3. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 1 del primer disco mediante el método de las características.

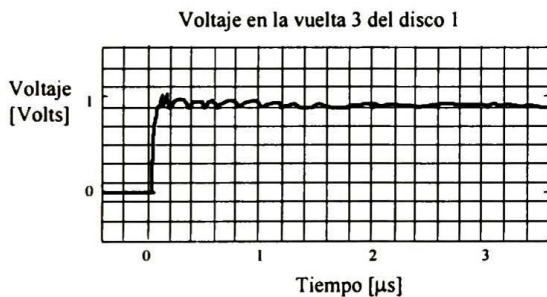


Fig. 5.4. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco.

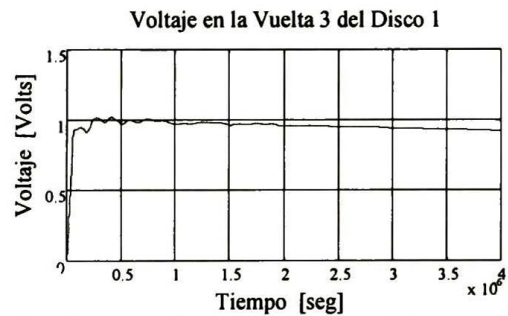


Fig. 5.5. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 3 del primer disco mediante el método de las características.

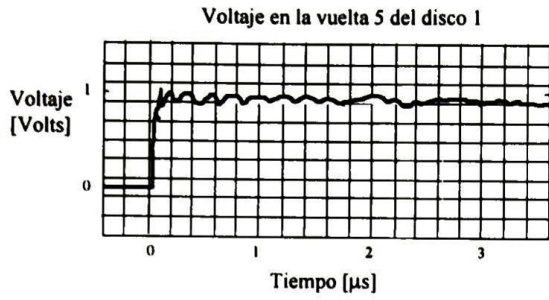


Fig. 5.6. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco

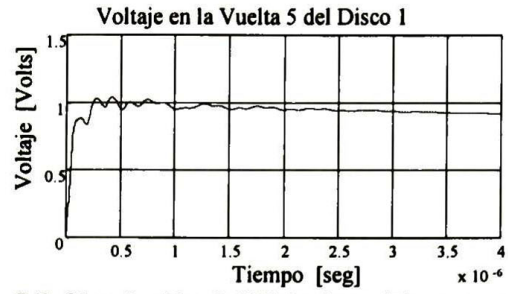


Fig. 5.7. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 5 del primer disco mediante el método de las características.

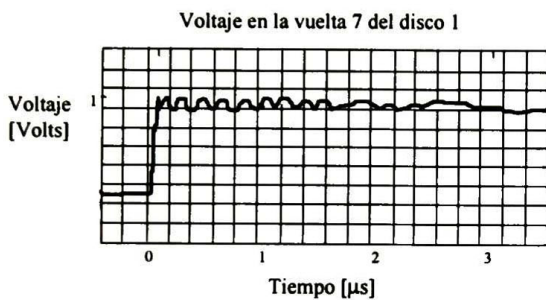


Fig. 5.8. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco.

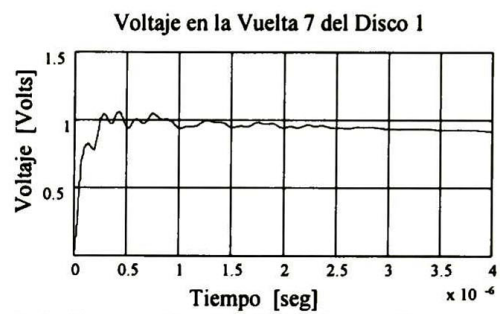


Fig. 5.9. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 7 del primer disco mediante el método de las características.

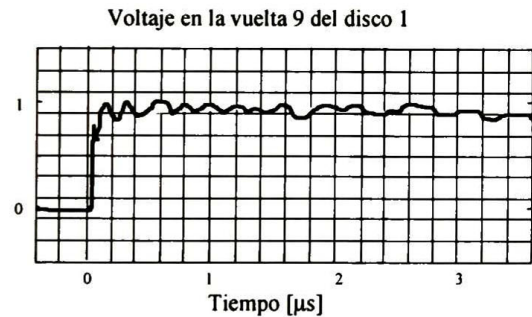


Fig. 5.10. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco.

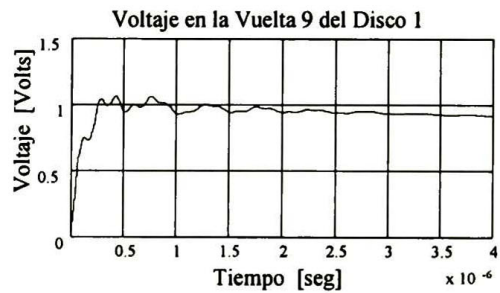


Fig. 5.11. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 9 del primer disco mediante el método de las características.

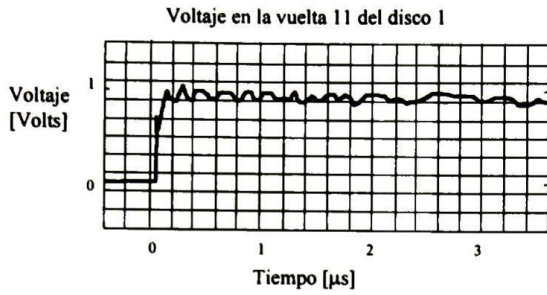


Fig. 5.12. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco.

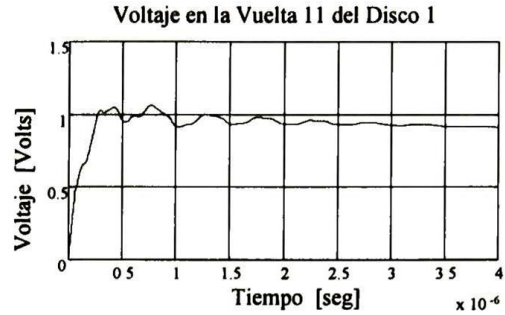


Fig. 5.13. Simulación del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 11 del primer disco mediante el método de las características.

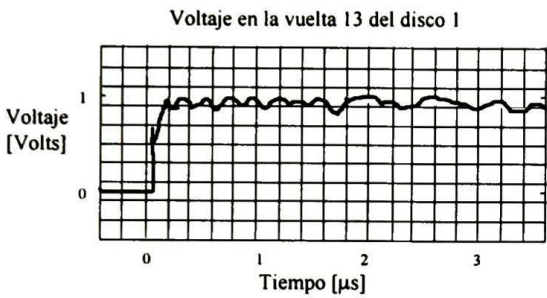


Fig. 5.14. Medición del Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la vuelta 13 del primer disco.

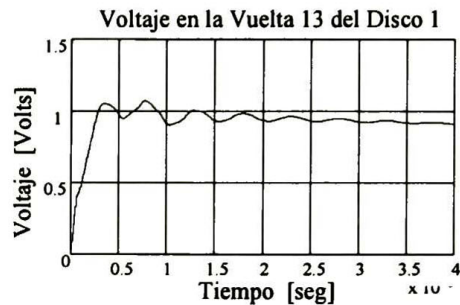


Fig. 5.15. Simulación del Voltaje vs Tiempo en la vuelta 13 del primer disco mediante el método de las características.

Los resultados que se obtienen empleando del método de las características son similares a los que se obtuvieron por medio de las mediciones hechas por Cornick.

En la validación de los resultados que se obtuvieron con el método de las características, se optó por hacer una comparación con el método en el dominio de la frecuencia descrito en el capítulo 3. Los resultados que se obtuvieron por medio de la TNL, son muy similares a los que se obtuvieron por medio del método de las características, como se observa en la Fig. 5.16 para el voltaje en la frontera emisora de la tercer vuelta del primer disco.

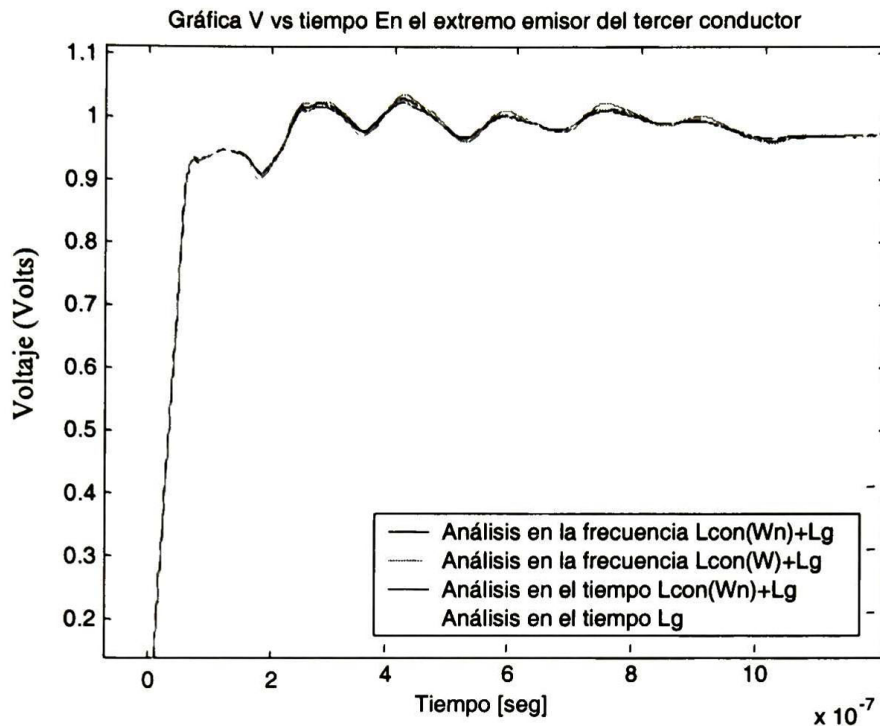


Fig. 5.16. Gráfica de V vs Tiempo en la tercer vuelta del primer disco; haciendo comparación entre el análisis en el dominio de la frecuencia por medio de TNL y análisis en el dominio del tiempo por medio del método de las características.

En la Fig. 5.16 se presenta la diferencia que existe al considerar los siguientes casos:

- ♦ Análisis en el dominio de la frecuencia por medio de la TNL considerando la matriz de inductancia como $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{con}(\omega_n) + \mathbf{L}_g$, para un tiempo de observación $T = 4 \mu s$ y un número de muestras discretas en la frecuencia $Np = 2^{12}$. En este análisis se calcularon los parámetros dependientes de la frecuencia \mathbf{R} , \mathbf{G} y \mathbf{L} , a la frecuencia natural del sistema $\omega_n = \frac{2\pi}{4\tau_o}$, donde τ_o es el tiempo de viaje de la línea.
- ♦ Análisis en el dominio de la frecuencia por medio de la TNL considerando la matriz de inductancia como $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{con}(\omega) + \mathbf{L}_g$, para un tiempo de observación $T = 4 \mu s$ y un número de muestras discretas en la frecuencia $Np = 2^{12}$. En este análisis se incluye la dependencia frecuencial de los parámetros.
- ♦ Análisis en el dominio del tiempo por medio del método de las características considerando la matriz de inductancia como $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{con}(\omega_n) + \mathbf{L}_g$, para un tiempo de observación $T = 4 \mu s$ y un número de incrementos en la distancia $NDX = 10$.

En este análisis se calcularon los parámetros dependientes de la frecuencia \mathbf{R} , \mathbf{G} y \mathbf{L} , a la frecuencia natural del sistema $\omega_n = \frac{2\pi}{4\tau_o}$

- Análisis en el dominio del tiempo por medio del método de las características considerando la matriz de inductancia como $\mathbf{L} = \mathbf{L}_g$, para un tiempo de observación $T = 4 \mu\text{s}$ y un número de incrementos en la distancia $NDX = 2$ (resultado obtenido por [33]).

Obsérvese en la Fig. 6.16 que el método de las características proporciona los mismos resultados que la TNL.

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS DE TRANSITORIOS RÁPIDOS EN DEVANADOS PROTEGIDOS POR APARTARRAYOS

6.1 INTRODUCCIÓN

El apartarrayos es un dispositivo de protección contra sobrevoltajes transitorios el cual tiene la finalidad de limitar estos voltajes a niveles tales que el equipo a proteger no se vea dañado. Para cumplir con esta finalidad las funciones de un apartarrayos son [23]:

1. Actuar como un circuito abierto durante la operación normal del sistema.
2. Limitar el voltaje transitorio a un nivel de seguridad con el mínimo retardo.
3. Llevar el sistema a su estado de operación normal tan pronto como el voltaje transitorio es suprimido.

En este capítulo se modela el apartarrayos como una resistencia no lineal y los resultados que se obtienen se comparan con simulaciones por medio del **PSCAD-V3**. Una vez probada la validez del modelo desarrollado, se realiza la simulación del

devanado del transformador en el dominio del tiempo, empleando del método de las características e incluyendo el modelo del apartarrayos.

6.2 MODELADO DE RESISTENCIAS NO LINEALES

Un apartarrayo conduce la corriente suficiente para que el voltaje transitorio se reduzca al nivel de voltaje límite de protección y el equipo a proteger no se vea afectado. Para lograr esto el apartarrayos responde como una resistencia no lineal, cuyo comportamiento esta dado por una curva característica V-I. En este trabajo, para desarrollar el modelo del apartarrayos la curva V-I se aproxima en forma piezo-lineal, como se muestra en la figura 6.1.

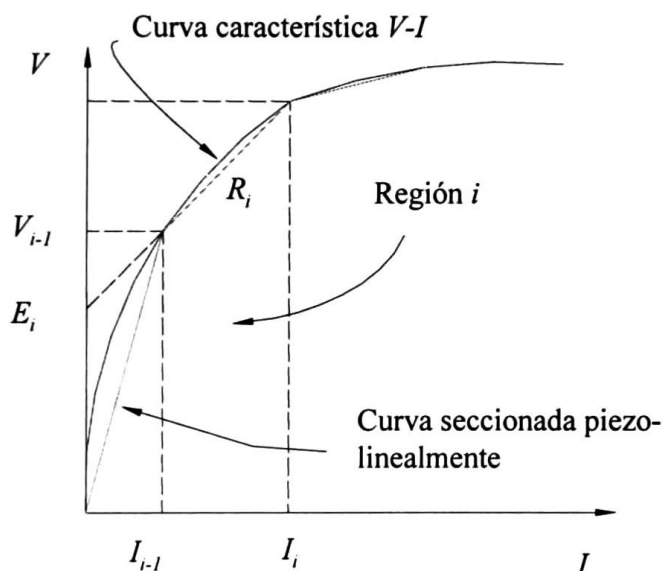


Fig 6.1. Aproximación piezo-lineal de la curva característica V-I del Apartarrayos Oxido de Zinc.

En la aproximación piezo-lineal la curva V-I se divide en secciones y dentro de cada una de ellas se asume que el apartarrayos se comporta de forma lineal. Bajo esta consideración el apartarrayos puede ser modelado en cada sección por una resistencia en serie con una fuente de voltaje. Las resistencias corresponderán a las pendientes de las rectas de cada sección y las fuentes de voltaje a las ordenadas al origen correspondientes. Por lo tanto para la i -ésima sección recta se tiene que:

$$Vsa = R_i I_{sa} + E_i \quad (6.1)$$

donde Vsa es el voltaje en terminales del apartarrayos, I_{sa} es la corriente del apartarrayos y

$$R_i = \frac{V_i - V_{i-1}}{I_i - I_{i-1}} \quad (6.2)$$

$$E_i = V_{i-1} - R_i I_{i-1} \quad (6.3)$$

De la ecuación (6.1) se puede derivar el circuito equivalente mostrado en la Figura 6.2 para cada sección. Empleando el circuito mostrado, se puede introducir el apartarrayos al modelo del devanado del método de las características.

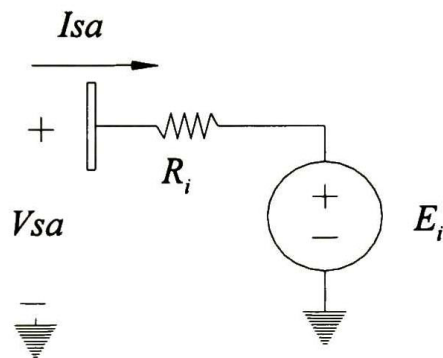


Fig. 6.2. Circuito equivalente de Thevenin correspondiente al apartarrayos.

El circuito equivalente de Norton se puede obtener al multiplicar la ecuación (6.1) por

$$G_i = \frac{1}{R_i} :$$

$$I_{sa} = G_i Vsa - I_{ssa} \quad (6.4)$$

donde:

$$I_{ssa} = G_i E_i \quad (6.5)$$

La ecuación (6.4) representa un circuito equivalente de Norton como el mostrado en la Figura 6.3, para cada sección de línea recta del modelo piezo-lineal de una resistencia no lineal.

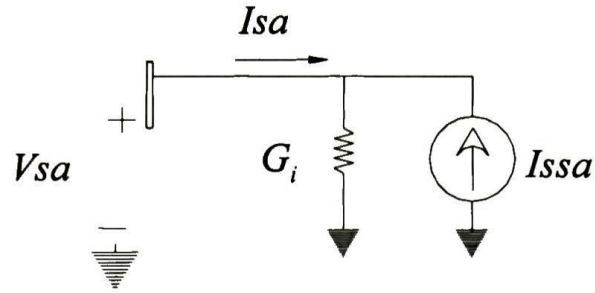


Figura 6.3. Circuito equivalente de Norton correspondiente al apartarrayos.

6.3 VALIDACIÓN DEL MODELO

Para validar el modelo se realizaron comparaciones con el programa **PSCAD-V3** y el programa desarrollado en **Matlab**. El primer caso de prueba, consiste de una fuente de corriente ideal conectada a una línea de transmisión monofásica que tiene conectada en su extremo final una resistencia de carga. Este circuito de prueba se muestra en la figura 6.4. En este caso no se tiene conectado el apartarrayos con el proposito de obtener un ejemplo que sirva como base de comparación. En la tabla 6.1 se muestran los datos del circuito a simular y en la Figura 6.2 un esquema del modelo de características.

TABLA 6.1. DATOS DEL CIRCUITO A SIMULAR

Parámetro	Cantidad	Unidad
Resistencia de carga	1×10^8	Ohms
Resistencia de fuente	0	Ohms
Longitud	3000	Metros
Amplitud máxima de fuente de corriente 8/20 μ s.	10	Amp.
Inductancia de línea	1.4285	μ H
Capacitancia de línea	7.7886	pF

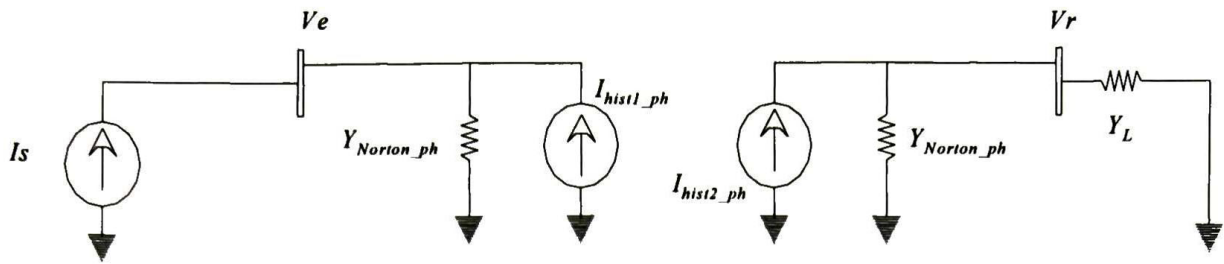


Fig. 6.4. Representación circuital de una línea de transmisión monofásica, fuente y carga.

En la figura 6.5 se muestra la onda doble exponencial $8/20 \mu s$. suministrada por la fuente ideal de voltaje. En la figura 6.6 se muestra la forma de onda del voltaje en el extremo emisor de la línea y en la figura 6.7 la forma de onda en el extremo receptor. El tiempo de viaje de la línea es de $10 \mu s$ y el tiempo de observación es de $100 \mu s$. Esto permite observar los diferentes tiempos en los que la onda regresa al extremo emisor después de viajar al extremo receptor y reflejarse en este punto. Puede observarse que los resultados de las simulaciones obtenidas por medio del método de las características y el programa PSCAD-V3 son prácticamente iguales.

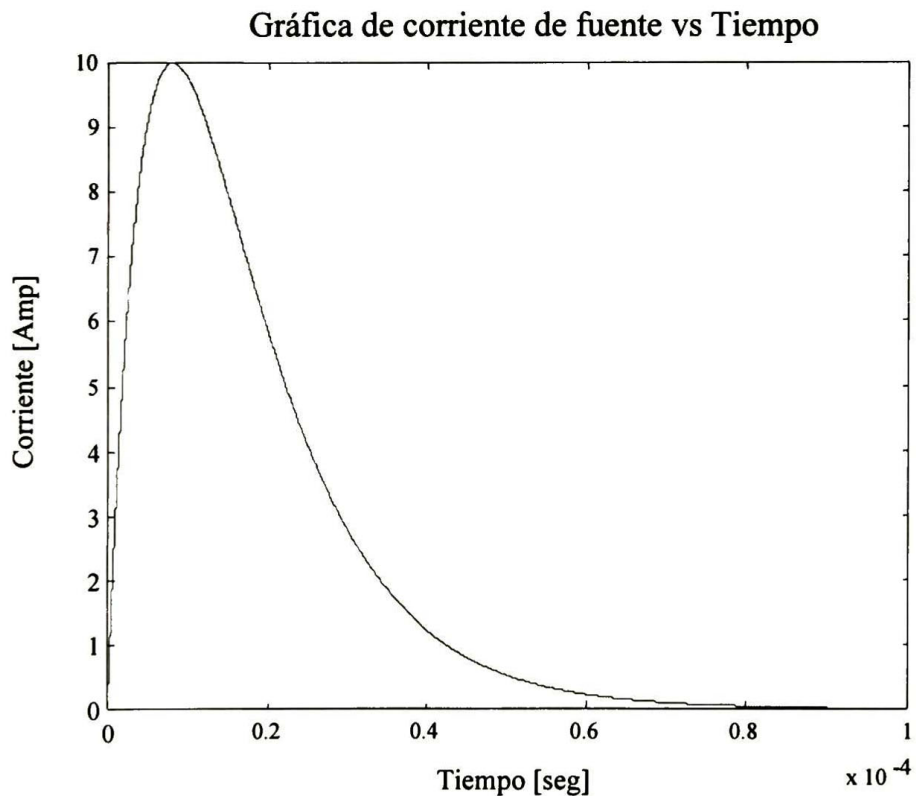


Fig 6.5. Gráfica de Impulso de corriente vs Tiempo, Doble exponencial de $8/20 \mu s$.

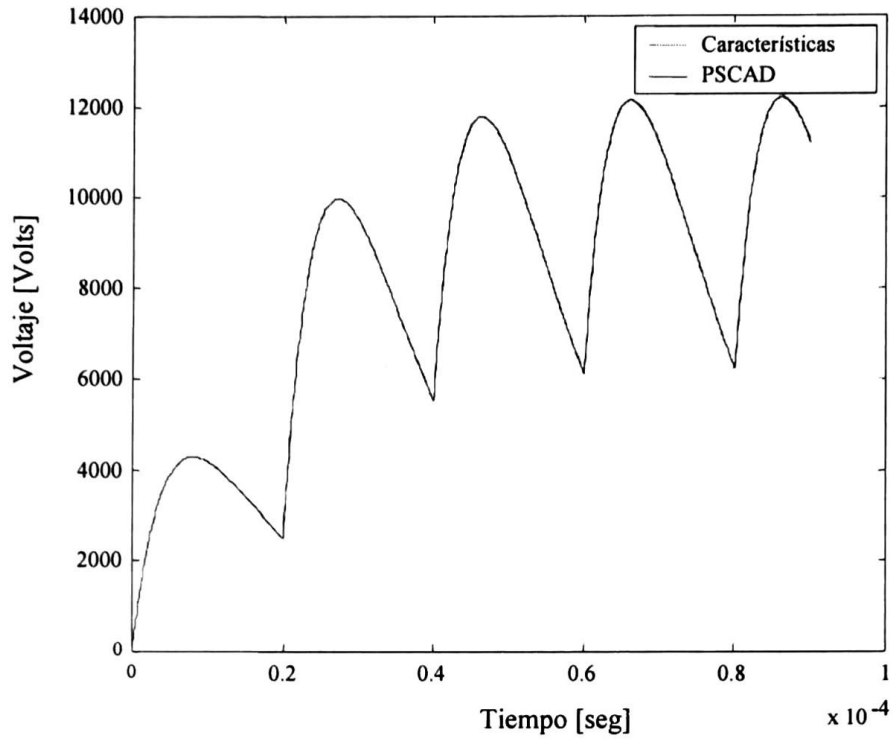


Fig. 6.6. Gráfica de Voltaje vs Tiempo del extremo emisor de la línea mostrada en la Fig. 6.4.

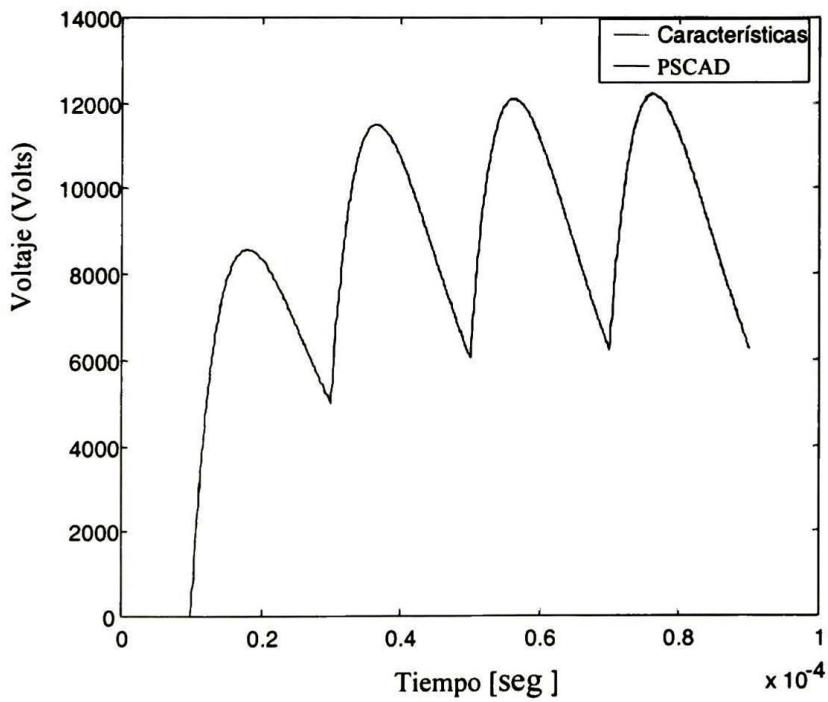


Fig 6.7. Gráfica de Voltaje vs Tiempo del extremo receptor de la línea mosatrada en la Figura 6.4.

Considérese ahora la conexión de un apartarrayos en el extremo emisor de la línea, como se muestra en la figura 6.8. En la Tabla 6.2 se presentan once valores de la curva característica $V - I$

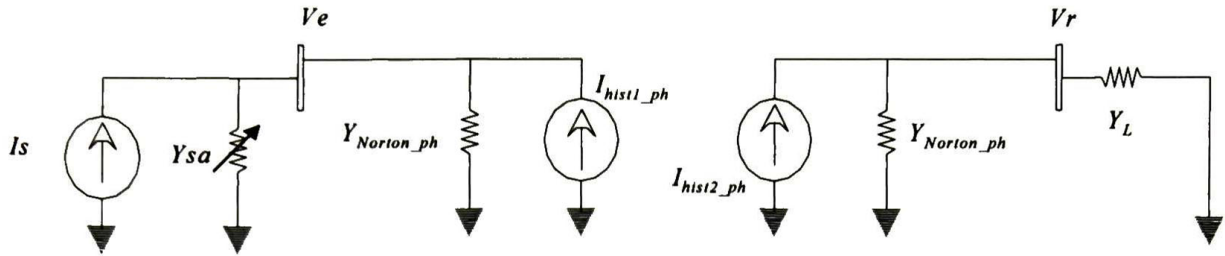


Fig. 6.8. Representación circuital de una fuente de corriente, apartarrayos, línea de transmisión monofásica y carga.

Tabla 6.2. Curva característica $V - I$

Corriente [Amp]	Voltaje [Volts]
X1=0.001	Y1=176
X2=0.01	Y2=256
X3=0.1	Y3=272
X4=0.2	Y4=278.24
X5=0.38	Y5=284.32
X6=0.65	Y6=290.4
X7=1.11	Y7=296.48
X8=1.5	Y8=300.96
X9=2	Y9=305.6
X10=2.8	Y10=311.68
X11=200	Y11=512

En las figuras 6.9 y 6.10 se muestra el comportamiento del voltaje en el extremo emisor y receptor, respectivamente, del circuito mostrado en la figura 6.8. Obsérvese que el nivel máximo de voltaje sin el apartarrayos es de poco más de 12000 volts y una vez que se incluye el apartarrayos el nivel máximo de voltaje es de poco más de 300 volts para el extremo emisor y poco más de 600 volts para el extremo receptor, que es el comportamiento esperado según se observa en la tabla 6.2.

En la figura 6.11 se muestra el comportamiento de la corriente del apartarrayos, donde se hace la comparación entre los resultados obtenidos por medio de **PSCAD-V3** y el programa desarrollado en **Matlab**. En esta gráfica se puede ver que a medida que aumenta el nivel de voltaje en terminales de la línea aumenta la corriente que se drena por el apartarrayos como era de esperarse según la curva característica V-I.

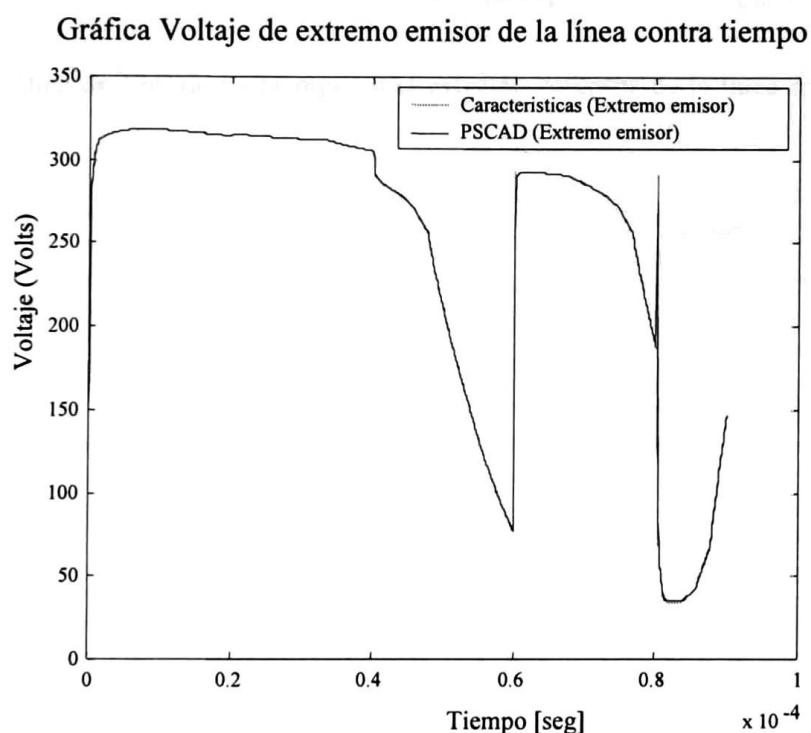


Fig 6.9. Gráfica de Voltaje vs Tiempo en el extremo emisor de la línea mostrada en la figura 6.8.

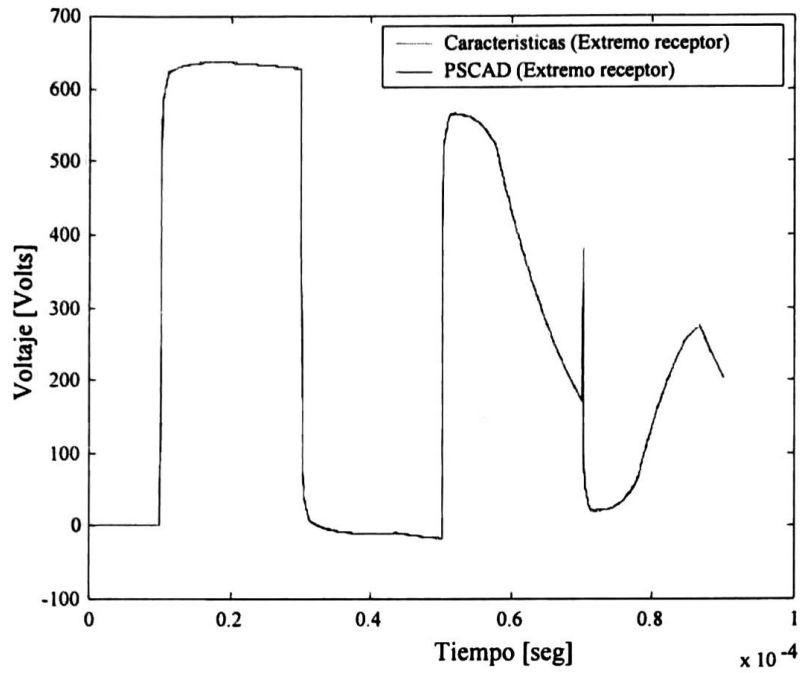


Fig 6.10. Gráfica de Voltaje vs Tiempo en el extremo receptor de la línea mostrada en la figura 6.8.

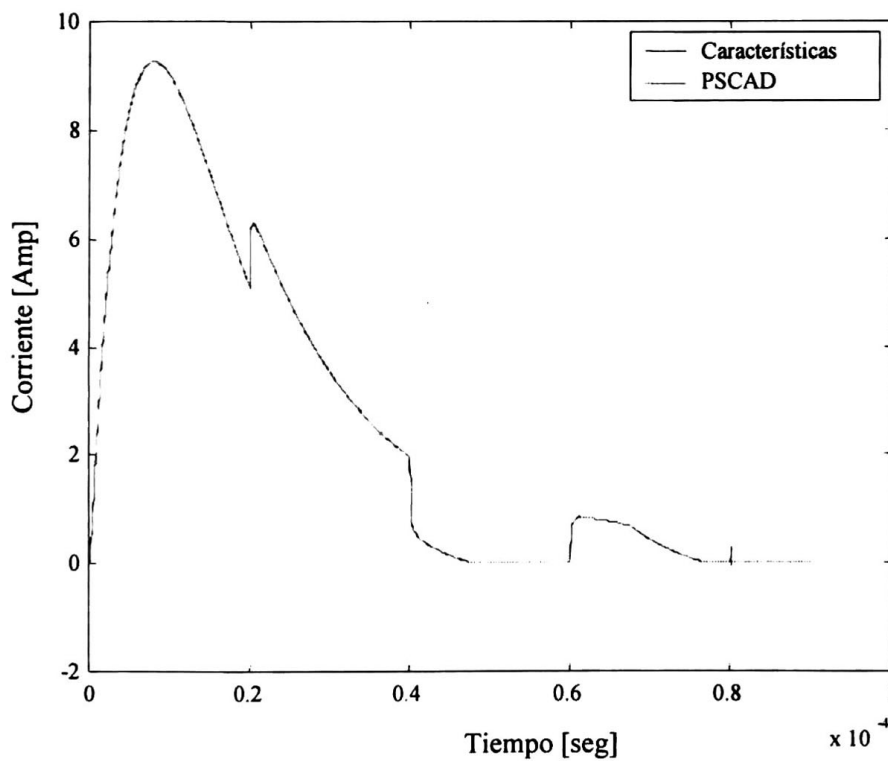


Fig 6.11. Gráfica de Corriente vs Tiempo en el apartarrayos mostrado en el circuito de la figura 6.8.

6.4 SIMULACIÓN DEL DEVANADO CON LA INCLUSIÓN DEL APARTARRAYOS

Una vez realizada la validación del modelo de Norton del apartarrayos, se realizará la simulación del devanado del transformador por medio del método de las características, primero sin el apartarrayos y posteriormente incluyendo el circuito equivalente de Norton del apartarrayos.

En las figuras 6.12 y 6.13 se presenta el circuito equivalente de Norton correspondiente al devanado del transformador como LTM, sin la inclusión del apartarrayos y con la inclusión del apartarrayos, respectivamente.

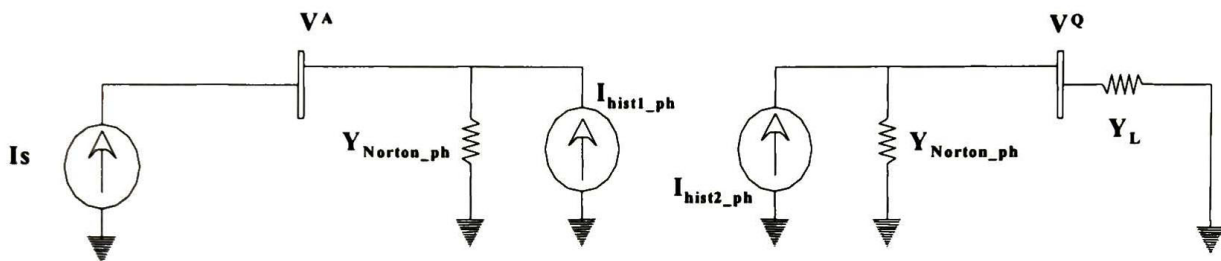


Fig. 6.12. Circuito equivalente de Norton del devando del transformador como LTM, sin la inclusión de apartarrayos.

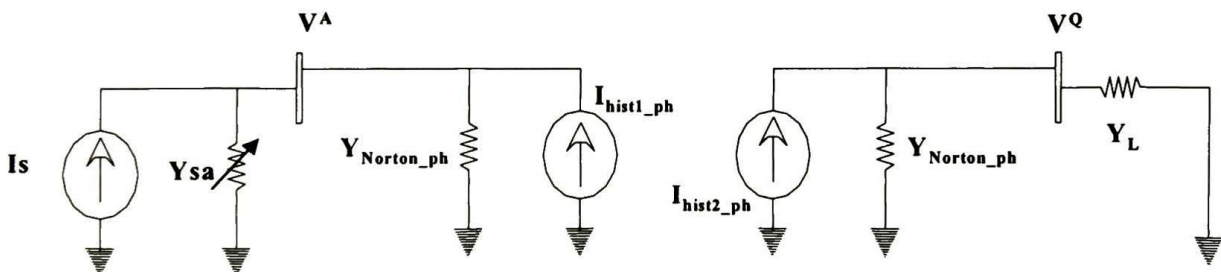


Fig. 6.13. Circuito equivalente de Norton del devanado del transformador como LTM, con fuente ideal y con apartarrayos.

La figura 6.14 muestra la forma de onda (doble exponencial 1.2/50 μ s) suministrada por la fuente de voltaje al devanado del transformador. En la figura 6.15 se presentan los voltajes resultantes en las vueltas 1-3 del devanado cuando no se incluye el apartarrayos. En la figura 6.16. se muestran los voltajes resultantes en las vueltas 1-3 cuando se incluye el apartarrayos. De la Figura 6.15 se puede apreciar que el voltaje alcanza valores arriba de los 2500 volts sin el apartarrayos, y de la Figura 6.16, se observa que cuando se incluye el apartarrayos el voltaje no sobrepasa el valor de 350 volts.

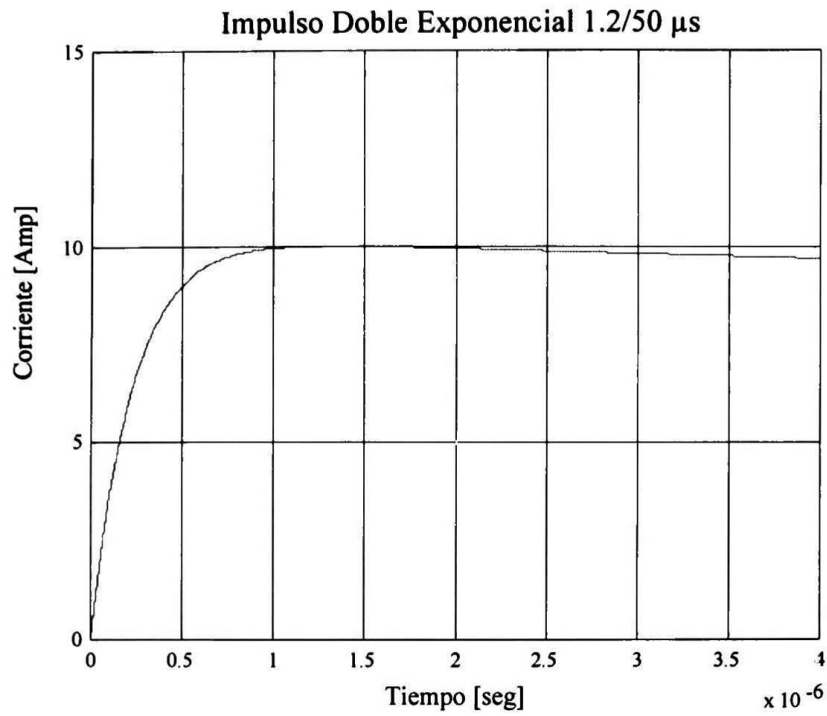


Fig. 6.14. Impulso de corriente vs Tiempo, Doble exponencial 1.2/50 μ s.

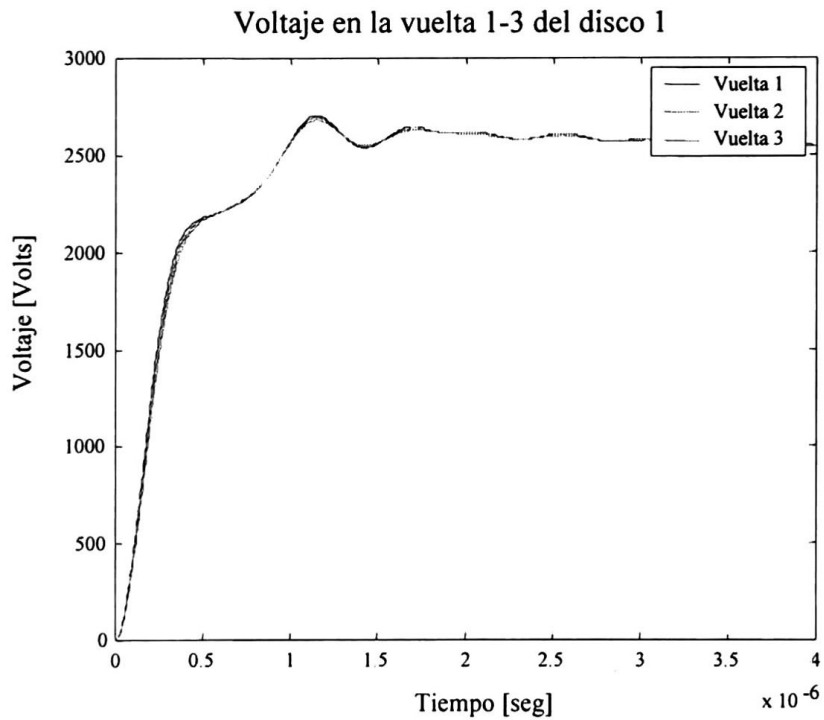


Fig. 6.15. Gráfica de comportamiento en tiempo del voltaje de extremo emisor del devanado del transformador sin la inclusión del apartarrayos.

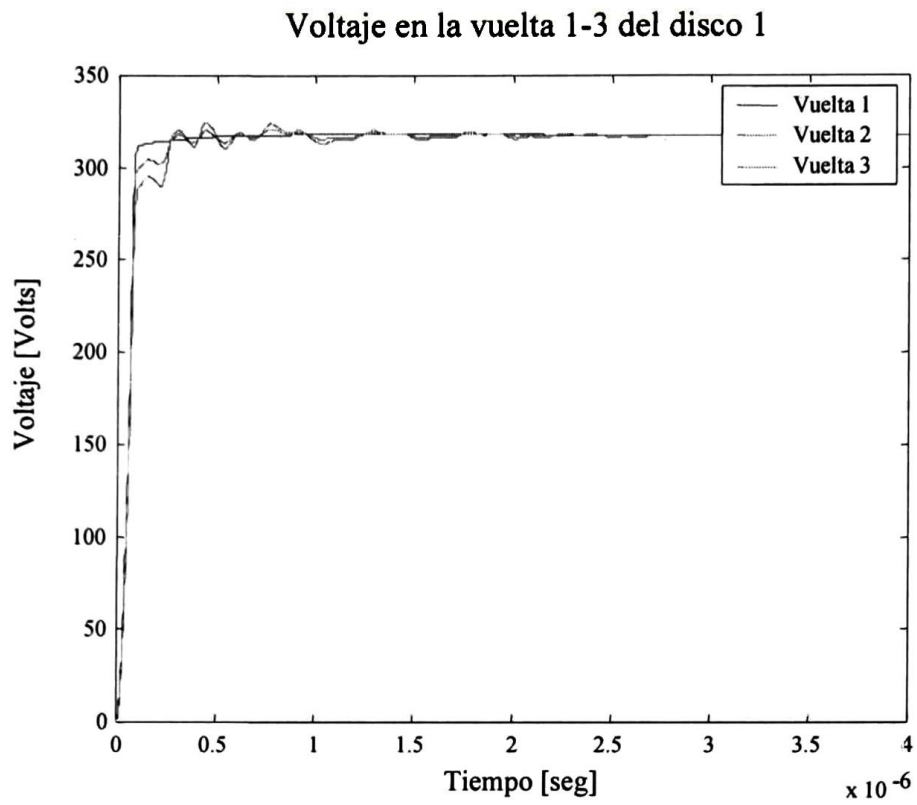


Fig. 6.16. Gráfica de comportamiento en tiempo del voltaje de extremo emisor del devanado del transformador con la inclusión del apartarrayos.

CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES

7.1 OBSERVACIONES FINALES

En esta tesis se ha desarrollado un modelo de línea de transmisión multiconductora para devanados de transformadores para el análisis de transitorios electromagnéticos rápidos. También se desarrolló un modelo piezo-lineal de resistencias no lineales con el objeto de realizar estudios en devanados protegidos con apartarrayos.

El cálculo de los parámetros eléctricos de los devanados es realizado en forma analítica y a diferencia de otros estudios se incluye la inductancia interna de los conductores. Al incluir esta inductancia las velocidades de los modos de propagación son en general diferentes y por consiguiente la matriz de transformación es diferente a la matriz identidad. Esto hace necesario el empleo del método de las características en el dominio modal.

El modelado del devanado del transformador se realiza mediante una conexión en zig-zag de los conductores que forman la línea de transmisión multiconductora. Para evaluar el efecto de las resistencias de conexión entre vueltas, los resultados con el método de las características se compararon con los que se obtienen con el método en el dominio de la frecuencia, ya que en este último método la conexión entre vueltas se realiza en forma analítica sin emplear las resistencias de conexión.

Los resultados obtenidos muestran que el método de las características proporciona resultados que siguen el comportamiento general de las formas de onda obtenidas por medio de mediciones, por lo que se puede decir que el método es adecuado para fines prácticos.

Una de las aportaciones importantes que presenta este trabajo es el modelado de circuitos equivalentes de Norton y de Thevenin para las fronteras en el método de las características con lo cual se logra tener gran flexibilidad para cambiar las condiciones de frontera.

Se ha mostrado que cuando se incluye el modelo del apartarrayos desarrollado en el presente trabajo se obtienen resultados muy similares a los que arroja el programa **PSCAD-V3**. Finalmente se debe señalar que la ventaja del método de las características es que al tratarse de un método en el dominio del tiempo se abre la posibilidad de poder simular condiciones no lineales, ya sea en el núcleo del devanado o de elementos conectados a los devanados.

7.2 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

Diversos tópicos para investigaciones futuras se han hecho evidentes durante el desarrollo de este trabajo. Estos tópicos surgen tanto del modelado electromagnético de los devanados como de la técnica de solución empleada.

Al efectuar la comparación entre el método en el dominio de la frecuencia y el método de las características, se encontró que no existe diferencia apreciable entre ellos. Sin embargo si existe diferencia con respecto a las mediciones experimentales. Como ambos métodos de simulación emplean como base el mismo procedimiento de cálculo de parámetros eléctricos, se hace evidente que para lograr mejores resultados es necesario desarrollar procedimientos más confiables para el cálculo de estos parámetros.

En esta tesis se desarrolló el modelo de un devanado tipo disco el cual tiene vueltas de diferente longitud por disco. Ésto introduce errores de modelado por lo que se recomienda extender el modelo para tomar en cuenta tales diferencias de longitud.

En la parte final de este trabajo se desarrolló un modelo para resistencias no lineales que pueden conectarse a la entrada del devanado. Este procedimiento podría extenderse al modelado de la característica de saturación del núcleo.

7.3 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Willy W., Karl, "Progress of Wave in Windings", *Electrotechnik und Maschinenbau*. Feb. 21 and 28th, 1915.
- [2] Blume, L. F. and Boyajian, A., "Abnormal Voltages within Transformers", *American Institute of Electrical of Engineers*, Vol. 38, pp. 577-620, Feb. 21, 1919.
- [3] Abetti P. A., "Transformer Models for the Determination of Transient Voltages", *AIEE Transactions*, Vol PAS-77, pp. 468-475, June 1953.
- [4] Lewis T. J., "The Transient Behaviour of Ladder Networks of the Type Representing Transformer and Machine Windings", *Proceedings IEE*, paper 1691, pp. 541-553, April 1954.
- [5] McWhirter J. H., Fahrnkopf C. D. and Steele J. H., "Determination of Impulse Stresses within Transformer Windings by Computers", *AIEE Transactions*, pp. 1267-1274, February 1957.
- [6] Dent B. M. and Hartill E. R., "A Method of Analysis of Transformer Impulse Voltage Distribution Using a Digital Computer", *Proceedings of IEE*, Vol. 105, pp. 445-460, October 1958.
- [7] McNutt W. J., Blalock T. J. And Hinton R., "Response of Transformer Winding to System Transient Voltages", *IEEE PES Summer Meeting EHV/UHV conference*, pp. 457-467, July 1973.
- [8] Fergestad P. I. and Henriksen T., "Transient Oscillations in Multiwinding Transformers", *IEEE PES Summer Meeting EHV/UHV conference*, pp. 500-509, July 1973.
- [9] Leon O. Chua and Pen-Min Lin, "Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits", *Prentice Hall*, INC, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- [10] Miki A., Hosoya T. and Okuyama K., "A Calculation Method for Impulse Voltage Distribution and Transferred Voltage in Transformer Windings", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-97, No. 3, pp. 930-939, June 1978.
- [11] Salama M. M. A., "A Calculation Method for Voltage Distribution in a Large Air Core Power Reactor", *Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 4, pp. 1752-1758, April 1981.

- [12] Chowduri P., "Calculation of Series Capacitance for Transient Analysis of Windings", *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-2, No. 1, January 1987.
- [13] Burrage L. M., Veverka E. F. and McConell B. W., "Steep Front Short Duration Low Voltage Impulse Performance of Distribution Transformers" *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. PWRD-2, No. 4, October 1987.
- [14] Cornick K. J., "Surge Voltages in Transformers and Reactors", Notas de curso UMIST, 1987.
- [15] Dugan R. C., Gabrick R., Wright J. C. And Pattern K. W., "Validated Techniques for Modeling Shell-Form EHV Transformers", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol 4, No. 2, pp. 1070-1078, April 1989.
- [16] Honorati O., "New Approach to the Analysis of Impulse Voltage Distribution in Transformer Windings", *IEE Proceedings*, Vol 137, Pt. C, No. 4, July 1990.
- [17] Burrage L. M., Shaw J. H. and McConell B. W., "Distribution Transformer Performance when Subjected to Steep Front Impulses", *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, April 1990.
- [18] Wilcox D. J., "Theory of Transformer modelling Using Modal Analysis", *IEE Proceedings-C*, Vol. 138, No. 2, March 1991.
- [19] Naredo V. Jose L., "The Effect of Corona on wave Propagation on Transmission Lines ", **Thesis of Doctor on Philosophy**, The University of British Columbia, August 1992.
- [20] Wilcox D. J., Hurley W. G. And Conlon M., "Application of Modified Modal Theory in the Modelling of Practical Transformers", *IEE Proceedings-C*, Vol. 139, No. 6, pp. 513-519, November 1992.
- [21] Leon Fco. De, Semlyen A., "Time Domain Modeling of Eddy Current Effects for Transformer Transients", *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 1, January 1993.
- [22] Leon Fco. De, Semlyen A., "Complete Transformer Model for Electromagnetic Transients", *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 1, January 1994.
- [23] Chowdhuri P., "Electromagnetic Transients in Power Systems", *Ed. Jhon Wiley & Sons Inc*, 1996.
- [24] Cornick K. "An Efficient Model for Simulating Fast Transient Voltage Distribution in Transformer Windings", Part I: Model Description and Applications, a publicarse, 1996.

- [25] Cornick K. "An Efficient Model for Simulating Fast Transient Voltage Distribution in Transformer Windings", Part II: Study on the Calculations of the Model Parameters, a publicarse, 1996.
- [26] Olivares J.C., "Modelado de la Distribución de Sobrevoltajes Transitorios en Devanados de Transformadores", **Tesis de Maestría**, Instituto Tecnológico de Morelia, Mayo de 1997.
- [27] Shibuya Y., Fujita S. and Hosokawa N., "Analysis of Very Fast Transient Overvoltage in Transformer Winding", *IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 144, No. 5, pp. 461-468, September 1997.
- [28] Ramírez V. Amner I., "Transitorios Electromagnéticos en Líneas de Transmisión Considerando Parámetros Dependientes de la Frecuencia y Efecto Corona", **Tesis de Maestría**, Universidad de Guadalajara, 1998.
- [29] Del Vecchio R. M., Poulin B. and Ahuja R., "Calculation and Measurement of Winding Disk Capacitances with Wound-in-Shields", *IEEE , Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, No. 2, April 1998.
- [30] Gutierrez R. Jose A., "Desarrollo de un Método para el Análisis de Líneas de Transmisión No Uniformes y su Aplicación al Estudio del Flameo Inverso", **Tesis de Maestría**, Universidad de Guadalajara, Junio de 1998.
- [31] Prikler L., "ATPDraw for Windows 3.1x/95/NT Version 1.0", *SINTEF Energy Research*, November 1998.
- [32] Gutiérrez V. Juan C., "Modelado de líneas de Transmisión Monofásicas con Parámetros Dependientes de la Distancia y Condiciones Arbitrarias en los Extremos para el Análisis de Transitorios Electromagnéticos", **Tesis de Maestría**, CINVESTAV-IPN Unidad Guadalajara, Octubre de 2000.
- [33] Coreño A. Sergio, "Desarrollo de un Método en el Dominio del Tiempo para Obtener la Propagación de Sobrevoltajes Transitorios en Devanados de Transformadores", **Tesis de Maestría**, CINVESTAV-IPN unidad Guadalajara, Enero de 2001.
- [34] Woodford D., "Introduction to PSCAD V3", *Manitoba HVDC Research Centre Inc.* January 2001. Email: pscad@hvdc.ca
- [35] Harlow James H., "The Electric Power Engineering Handbook", Ed. L. L. Grigsby, Boca Raton: CRC Press LLC, 2001.

- [36] Guardado J. L: & Cornick K.J., "Calculation of Machine Winding Electrical Parameters at High Frequencies for Switching Transient Studies", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, pp. 33-40, March 1996.
- [37] Maruvada P. S. & Hylten-Cavallius N., "Capacitance calculations for some Basic High Voltage Electrode Configurations", *IEEE on Power Apparatus and Systems*, Vol-PAS-94, No. 5, pp. 1708-1713, september/October 1975.
- [38] Naredo J. L., Moreno P., Soudack A. C. & Martí J. R., "frequency Independent Representation of Transmission Lines for Transient Analysis Through the Method of Characteristics", *IEEE Joint International Power Conference*, September 5-8, 1993.
- [39] Clayton R. Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", *JHON WILEY AND SONS*, 1994.



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del IPN
Unidad Guadalajara**

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis:

**MODELADO DE DEVANADOS DE TRANSFORMADORES PARA EL ANÁLISIS DE
TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO**

del (la) C.

Francisco Javier QUIÑONEZ GARCIA

el día 15 de Diciembre de 2003.

Dr. José Luis Alejandro NAREDO
VILLAGRÁN
Investigador Cinvestav 3B
CINVESTAV GDL
Jalisco

Dr. Pablo MORENO VILLALOBOS
Investigador Cinvestav 3B
CINVESTAV GDL
Jalisco

Dr. José Alberto GUTIERREZ
ROBLES
Profesor Investigador Titular A
Universidad de Guadalajara
Jalisco



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SS1T000007283