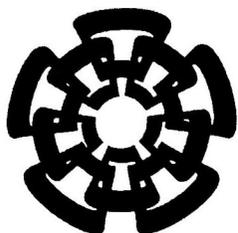


xx(124336,1)



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Unidad Guadalajara

Simulación de la Evolución Dinámica de Armónicos y su Estimación en Tiempo Real Utilizando un Filtro de Kalman

Tesis que presenta:

Dayan Giovanni Hernández Decanini

para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

en la especialidad de:

Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis

Dr. Amner Israel Ramírez Vázquez

Dr. José Alberto Gutiérrez Robles

CINVESTAV I.P.N.
**SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

Guadalajara, Jalisco, Septiembre de 2005.

CINVESTAV
IPN
**ADQUISICION
DE LIBROS**

*A mis padres, mi esposa Karla y
mis hijos,
Heidy e Isaac*

Agradecimientos

A DIOS todo poderoso, por darme la fuerza para dar cada paso de mi vida.

A mis hijos Heidy e Isaac, por ser mi fuente de inspiración, y por llenar mi vida de amor infinito y de felicidad inmensa.

A mi esposa Karla (quien ha sido siempre mi gran fuerza) y toda su familia, por su confianza y constante ánimo y apoyo para seguir adelante.

A mis hermanos, por su incondicional amor, amistad y apoyo.

A mi Madre, que es mi guía, por todo su amor y su entrega para dar a mis hermanos y a mí una maravillosa familia. Dios la llene de bendiciones.

En Especial a alguien, a quien le debo todo lo que soy y ha sido para mí más que un maestro, más que un amigo y más que un ejemplo de vida, mi Padre.

A mi tía Tencha, por su total apoyo en mis primeros días de esta etapa y su constante motivación en el resto de ella.

A mi asesor, el Dr. Amner Ramírez Vázquez, por su interés, su ética, sus consejos y todo el tiempo invertido para la culminación de esta tesis, pero sobretodo por su amistad.

A mis profesores en el CINVESTAV, principalmente a los doctores José Luis Naredo y Pablo Moreno, por transmitirme parte de sus conocimientos y experiencias durante sus clases, además, por su especial ayuda y sugerencias en la elaboración de esta tesis.

A mi coasesor, el Dr. José Alberto Gutiérrez Robles de la Universidad de Guadalajara.

Finalmente al CONACYT, por el soporte económico para obtener este grado de estudios.

Giovanni Hernández

Resumen

En esta tesis se presenta el análisis de la evolución dinámica de los armónicos utilizando una técnica matemática conocida como el Dominio Armónico Extendido (EHD). Esta metodología, basada en matrices operacionales y en las propiedades de las series ortogonales, es adecuada para calcular el comportamiento de los armónicos en condiciones transitorias y extender el análisis de los índices de calidad de energía al régimen transitorio.

Se describe la teoría general del dominio armónico (HD) y la representación de los dispositivos eléctricos lineales y no lineales en dicho dominio. Asimismo, se propone la utilización de métodos iterativos en el HD para encontrar la solución de estado estable de circuitos eléctricos con elementos no lineales. El HD se extiende para analizar el comportamiento dinámico de los armónicos. Para tal análisis, se desarrollan dos metodologías en el EHD. La primera involucra un proceso de linealización de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) que describen el sistema no lineal en el dominio del tiempo. La segunda, se basa en la aplicación directa del EHD al conjunto de EDOs, cuya solución involucra técnicas iterativas.

Además, se propone la estimación de dicha evolución a través de un sistema de medición en tiempo real basado en el algoritmo del filtro de Kalman, el cual es implementado en un Procesador Digital de Señales. Se muestran las ventajas de éste algoritmo: su facilidad de implementación, buena capacidad para seguir la evolución armónica ante transitorios lentos y aceptable ante transitorios rápidos. Tales características lo hacen sobresalir en comparación a las técnicas tradicionales para extraer y detectar armónicos en forma casi instantánea.

Se muestra la comparación entre los valores calculados (usando el EHD) y estimados (usando filtro de Kalman) del comportamiento dinámico de los armónicos a través de un ejemplo.

Índice

	Página	
Dedicatoria	i	
Agradecimientos	ii	
Resumen	iii	
Índice	iv	
Lista de Figuras	vi	
PRÓLOGO	viii	
Capítulo I	INTRODUCCIÓN	
1.1	Antecedentes	1
1.2	Técnicas y Herramientas para Análisis Armónico	1
1.2.1	Métodos y Herramientas de Software	1
1.2.2	Herramientas de Hardware	2
Capítulo II	DOMINIO ARMÓNICO	
2.1	Introducción	4
2.2	Evaluación Armónica de Funciones No Lineales	4
2.3	Representación de la Saturación Magnética	6
2.4	Linealización en el Dominio Armónico	7
2.4.1	Proceso de Linealización	7
2.4.2	Equivalente de Norton	9
2.5	Componentes Lineales en el Dominio Armónico	9
2.6	Métodos de Solución en Circuitos de Potencia con Componentes No Lineales	10
2.6.1	Solución Directa	10
2.6.2	Solución Iterativa usando el Método de Gauss	11
2.6.3	Solución Iterativa usando el Método de Newton-Raphson	13
2.7	Ejemplo 2.1	15
2.8	Conclusiones	18
Capítulo III	EVOLUCIÓN DINÁMICA DE ARMÓNICOS	
3.1	Introducción	19
3.2	Dominio Armónico Extendido y Linealización	19
3.3	Índices de Calidad de Energía en Estado Transitorio	22
3.4	Casos de Estudio	24
3.5	Conclusiones	29

Capítulo IV	MEDICIÓN DE ARMÓNICOS VARIANTES EN TIEMPO	
4.1	Introducción	30
4.2	Medición de Armónicos Variantes en Tiempo	30
4.3	Filtro de Kalman Discreto	31
4.4	Representación en Variable de Estado de una Señal Discreta con Componentes Armónicos Variantes en Tiempo	33
4.5	Algoritmo de la STFT	35
4.6	Ejemplo 4.1	35
4.7	Implementación del Filtro de Kalman en un DSP para la Estimación en Tiempo Real de la Dinámica de los Armónicos	38
	4.7.1 Descripción del Software y el Hardware	38
	4.7.2 Implementación (Ejemplo 4.2)	40
	4.7.3 Eficiencia del Esquema de Medición	42
4.8	Discusión	44
Capítulo V	CONCLUSIONES	
5.1	Comentarios Finales	45
5.2	Trabajos Futuros	46
Referencias		47

Lista de Figuras

Capítulo II

- 2.1 Aproximación polinomial de una función no lineal
- 2.2 Representación del equivalente de Norton armónico
- 2.3a Diagrama unifilar del sistema de transmisión
- 2.3b Circuito equivalente del sistema de transmisión
- 2.4 Circuito equivalente del sistema de transmisión considerando una fuente de corriente constante
- 2.5 Equivalente de Thevenin
- 2.6 Fuente dependiente en serie con equivalente de Thevenin para la solución de punto fijo
- 2.7 Equivalente del sistema transmisión en el dominio armónico
- 2.8a Formas de onda de voltaje y corriente en la rama magnética
- 2.8b Contenido armónico del voltaje y corriente en la rama magnética

Capítulo III

- 3.1a Disturbio en la fuente de voltaje, caso I
- 3.1b Disturbio en la fuente de voltaje, caso II
- 3.2 Evolución armónica en la corriente de la rama magnética, caso I
- 3.3 Corriente en la rama magnética usando EHD, caso I
- 3.4 Corriente en la rama magnética usando el dominio del tiempo, caso I
- 3.5 Cantidades eléctricas en terminales de la rama magnética, caso I
- 3.6 Evolución armónica en la corriente de la rama magnética, caso II
- 3.7 Corriente en la rama magnética usando EHD, caso II
- 3.8 Corriente en la rama magnética usando el dominio del tiempo, caso II
- 3.9 Cantidades eléctricas en terminales de la rama magnética, caso II

Capítulo IV

- 4.1 Completa operación del filtro de Kalman
- 4.2 Diagrama del filtro de Kalman en Simulink
- 4.3 Diagrama de la STFT en Simulink
- 4.4 Forma de onda de la señal $s(n)$ del Ejemplo 4.1
- 4.5 Comparación de la magnitud de la componente fundamental.
- 4.6 Comparación de las magnitudes de las componentes armónicas
- 4.7 Diagrama Funcional de Bloques del TMS320C6713
- 4.8 Proceso para implementar el filtro de Kalman en el DSP
- 4.9 Forma de onda de la señal $s(n)$ del Ejemplo 4.2
- 4.10 Magnitud estimada para la fundamental y 3^a componente
- 4.11 Magnitud estimada para el resto de las componentes armónicas
- 4.12 Magnitud estimada del THD
- 4.13 Comparación entre el filtro de Kalman y el EHD de la dinámica de los armónicos
- 4.14 Herramienta de Análisis de Tiempo Real (RTA) en el CCS
- 4.15 Reporte estadístico usando MATLAB

PRÓLOGO

En la actualidad el amplio uso de electrónica de potencia en los sistemas eléctricos plantea gran cantidad de problemas en su operación, diseño y planeación. Uno de estos problemas es el de la calidad de energía. Este problema concierne a la perturbación de las fuentes de energía y conlleva a una operación no óptima de las cargas y en general del sistema.

Uno de los fenómenos principales en el área de la calidad de energía es el de la distorsión de las formas de onda de corriente y voltaje. Este fenómeno, es conocido como “Distorsión Armónica” y es ocasionado por dispositivos electrónicos, dispositivos ferromagnéticos y dispositivos productores de arcos eléctricos. La distorsión armónica produce efectos adversos tales como: sobrecarga de capacitores, efectos de resonancia, disparo de protecciones y fusibles sin causa aparente y sobrecalentamiento en conductores y equipo eléctrico, entre otros.

El estudio, análisis y caracterización de armónicos en sistemas operando en estado estable ha sido tratado desde hace muchos años y se puede decir que es un problema totalmente cubierto; sin embargo, los aspectos relacionados con señales de amplitud o frecuencias variantes en tiempo no han sido cubiertos del todo, y, en esencia, es el tema central de esta tesis. Para analizar el estado estable y transitorio de circuitos eléctricos incluyendo armónicos, se propone utilizar el dominio armónico extendido (EHD, por sus siglas en Inglés). Este método, además de conducir a un estudio dinámico de la evolución de los armónicos, provee las bases para extender los índices de calidad de energía de estado estable al rango transitorio.

Por otro lado, la distorsión armónica requiere medios precisos para su caracterización. La mayoría de los analizadores actuales son basados en Procesadores Digitales de Señales (DSPs) y durante muchos años han sido programados para llevar a cabo el algoritmo de la Transformada Discreta de Fourier (DFT) y/o el de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Sin embargo, aunque la FFT sigue siendo atractiva por su estructura simple y eficiencia en condiciones estacionarias, su sensibilidad al ruido y la naturaleza variante en tiempo de los armónicos sobre líneas de potencia, la hacen perder exactitud y eficiencia conduciendo a resultados incorrectos en la detección y extracción de armónicos. Esto es debido principalmente a los efectos de aliasing, leakage y picket-fence.

Un número de algoritmos considerable han sido propuestos para detectar y extraer armónicos variantes en tiempo: técnicas de mínimos cuadrados, circuitos neuronales artificiales, relación de Parseval y conceptos de energía, PLL (phase-locked loop), y Filtrado de Kalman. Aunque cada uno exhibe ventajas y desventajas específicas, el esquema basado en la teoría del filtrado de Kalman es propuesto en esta tesis para obtener la estimación óptima de los parámetros armónicos variantes en tiempo. El algoritmo, como se demuestra aquí, al ser implementando sobre un DSP satisface los requerimientos de tiempo real de un sistema de medición.

I INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

El fenómeno de los armónicos en sistemas de potencia no es un problema nuevo, a finales del siglo XIX, los transformadores y máquinas rotatorias fueron identificados como las principales fuentes de distorsión armónica, y fue en esos tiempos cuando se reportaron los primeros estudios sobre el tema.

Aproximadamente de 1910 a 1960, las principales cargas no lineales eran unas cuantas industrias electrometalúrgicas y electroquímicas. Para tratar de reducir la distorsión armónica, una serie de prácticas tales como: mejoras en el diseño de transformadores, mejores métodos de aterrizamiento y adecuadas conexiones de transformadores trifásicos, se implementaron. Sin embargo, a lo largo de esas décadas no fue considerado como un problema importante y el fenómeno era generalmente ignorado; además, el análisis armónico era considerado como una complejidad teórica, más que una herramienta práctica de ingeniería.

Actualmente los dispositivos electrónicos, a pesar de inyectar armónicos, son parte fundamental en los sistemas eléctricos de potencia. Estos dispositivos, acoplados con las fuentes tradicionales de armónicos, tales como: transformadores saturados, generadores síncronos, y hornos de arco, hacen hoy en día que el contexto del problema armónico crezca en complejidad y plantee nuevos retos.

Afortunadamente en estos tiempos, se está mejor preparado para controlar este problema y en general mejorar la calidad de energía, con métodos avanzados de software y hardware, nueva instrumentación y nuevo equipo que, paradójicamente, está diseñado a base de electrónica de potencia.

1.2 Técnicas y Herramientas para Análisis Armónico

Una buena predicción de armónicos requiere un entendimiento claro de dos tópicos diferentes pero estrechamente relacionados. El primero, es la característica no lineal de algunos componentes de los sistemas de potencia y sus efectos relacionados. El segundo, es el desarrollo de un modelo armónico adecuado de los componentes del circuito y del flujo de armónicos resultante de su interconexión. Este trabajo no es fácil, pues existe un gran número de factores que hay que tomar en cuenta, por ejemplo la variación en el tiempo de los armónicos debido a disturbios continuos en la red eléctrica.

1.2.1 Métodos y Herramientas de Software

Sin duda alguna, en el análisis dinámico de sistemas de potencia el software para simulación juega un papel muy importante. Programas como el EMTP, PSCAD/EMTDC, Pspice, SABER y NETOMAC son ejemplos típicos de software de simulación. En estos programas, las ecuaciones diferenciales que representa al sistema de potencia (que generalmente incluye elementos no lineales), son resueltas simultáneamente en el dominio del tiempo usando integración numérica. El análisis armónico, a partir de la información derivada de dichos programas, involucra típicamente

encontrar la solución de estado estable y después aplicar transformadas de Fourier. Esto puede requerir considerable esfuerzo computacional, sobre todo cuando el circuito de potencia está débilmente amortiguado.

Para el análisis armónico de sistemas en estado estable se pueden emplear otros métodos. Por ejemplo, se puede obtener una solución directa representando la no linealidad como una inyección de corriente armónica constante. Sin embargo, esta solución sólo provee los efectos individuales de inyecciones específicas de armónicos, sin considerar la interacción armónica entre el circuito y los componentes no lineales. Bajo esta perspectiva, y puesto que cada una de las fuentes de inyección de armónicos va a ser en general función de otras fuentes y de los estados del sistema, pueden ser obtenidos buenos resultados resolviendo iterativamente las ecuaciones no lineales en el dominio armónico (HD). En éste dominio, han sobresalido dos metodologías: una donde la componente no lineal es representada por una fuente de corriente armónica dependiente de la fuente de voltaje y otra en donde es representada por un equivalente de Norton armónico [2].

El método convencional del HD, que está restringido a problemas de estado estable, ha sido extendido para permitir el cálculo directo tanto de la respuesta transitoria como de la respuesta de estado estable. Este nuevo método es conocido como el Dominio Armónico Extendido (EHD).

Investigaciones preliminares muestran que, durante el periodo transitorio, el EHD proporciona información armónica más clara y confiable que la obtenida combinando el dominio del tiempo y transformadas rápidas de Fourier o de técnicas tradicionales para analizar señales variantes en tiempo como la Transformada de Fourier con ventanas (STFT) [6].

En esta tesis se evalúa la característica natural del EHD para análisis de la evolución de los armónicos en circuitos que contienen no linealidades. Cabe mencionar que el método permite la inclusión de dispositivos electrónicos de potencia; sin embargo, tal tema está fuera del alcance de esta tesis, concentrándose en modelos de no linealidades originadas por saturación magnética.

1.2.2 Herramientas de Hardware

Hoy en día, existe instrumentación muy avanzada que puede monitorear un gran número de eventos de calidad de energía con gran eficiencia y en tiempo real [10]. La mayoría de los fenómenos que afectan la calidad de energía son de naturaleza transitoria, tales como: fluctuaciones de voltaje, variaciones de frecuencia, caídas de voltaje y descargas electroestáticas [7]. Estos fenómenos pueden suceder en un amplio rango de tiempo que va desde microsegundos hasta el orden de segundos, lo que impone requerimientos especiales para monitorear el equipo y crea la necesidad de utilizar software sofisticado para analizar la información obtenida.

En algunos casos, por ejemplo en la presencia de fluctuación armónica, el proceso de medición debe ser suficientemente rápido para medir el espectro instantáneamente, de tal modo que el contenido frecuencial sea calculado en forma dinámica. Tal proceso es importante durante la ocurrencia de un transitorio, para controlar filtros activos de supresión de armónicos o para monitorear la fluctuación de corriente armónica sobre variadores de velocidad. Los sistemas de monitoreo convencionales están enfocados a voltajes y corrientes en estado estable. De aquí la necesidad inminente de sistemas de monitoreo que puedan ser usados para llevar a cabo una rápida y confiable observación.

Las técnicas de procesamiento digital de señales han venido a revolucionar el mundo de la instrumentación. Estas consisten básicamente en operaciones matemáticas sobre señales físicas del mundo real representadas como muestras digitales. Muchos algoritmos de medición, como la DFT, filtros digitales y procesamiento adaptivo de señales, requieren el uso repetitivo de operaciones de sumas y multiplicaciones. Un procesador adecuado para esas aplicaciones es el Procesador Digital de Señales (DSP, por sus siglas en Inglés), su arquitectura especial y alta eficiencia lo hacen ideal para implementar estos algoritmos de medición, pues son capaces de ejecutar de forma más rápida esas operaciones de sumar y multiplicar conocidas como MAC (Multiply, Add y Accumulate). Las operaciones MAC pueden llevarse a cabo sobre un DSP en un solo ciclo de reloj, mientras que un procesador de propósito general requiere diez ciclos de reloj para una multiplicación [11, 12].

La instrumentación para medición y control de sistemas de potencia ya ha adoptado el uso de ésta tecnología. Sin embargo, aparte de la incapacidad de varios algoritmos de trabajar eficientemente ante cualquier situación o evento, existen limitaciones de hardware que han restringido sus aplicaciones. Por ejemplo, la que presentan los convertidores Analógico/Digital que no son diseñados para muestrear señales con frecuencias de potencia.

II DOMINIO ARMÓNICO

2.1 Introducción

El dominio armónico (HD) es un marco de referencia para el análisis de sistemas de potencia en estado estable, el cual es capaz de modelar el acoplamiento entre fases y entre armónicos y procesa simultáneamente la presencia de fuentes de voltajes y corrientes de diferentes frecuencias [1].

El modelado en el HD es acompañado por métodos de solución iterativos tipo Gauss-Seidel o Newton-Raphson, donde el dispositivo no lineal es remplazado en cada iteración por un equivalente de Norton, y es resuelto con el resto del sistema [5].

2.2 Evaluación Armónica de Funciones No Lineales

El fenómeno de la saturación es una clase importante de no linealidad exhibida por muchos componentes electromagnéticos operando por encima de sus valores de diseño. La característica no lineal de dichos elementos puede ser representada por ecuaciones polinomiales del tipo [9]

$$u = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (2.1)$$

La expresión (2.1) puede ser evaluada de dos formas; la primera es mediante sustitución directa, (adecuada sólo para casos simples); la segunda consiste en utilizar el dominio de la frecuencia vía convolución discreta. Por ejemplo, considere la siguiente relación no lineal:

$$u = x + x^3 \quad (2.2)$$

Evaluando (2.2) alrededor del punto de operación

$$x_0 = \text{sen}\omega_0 t, \quad (2.3)$$

donde $\omega_0 = 2\pi f_0$, resulta en

$$u_0 = \text{sen}\omega_0 t + \text{sen}^3 \omega_0 t. \quad (2.4)$$

Utilizando la identidad

$$\text{sen}\omega_0 t = \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right), \quad (2.5)$$

se puede obtener la siguiente serie compleja:

$$u_0 = \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right) + \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right)^3 = j\frac{1}{8}e^{j3\omega_0 t} - j\frac{7}{8}e^{j\omega_0 t} + j\frac{7}{8}e^{-j\omega_0 t} - j\frac{1}{8}e^{-j3\omega_0 t} \quad (2.6)$$

De (2.6) se pueden obtener fácilmente los coeficientes de la serie de Fourier compleja, dada por

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2.7)$$

Nótese la cantidad de operaciones requeridas para este simple caso. Obviamente el número de operaciones crecerá rápidamente con el grado del polinomio y el orden armónico de la excitación, lo cual puede resultar tedioso y poco práctico.

La convolución discreta también puede resolver el caso presentado, pero con la ventaja de ser adecuada para una eficiente implementación computacional [2]. Por ejemplo, de (2.3) y (2.5) notamos que x sólo contiene a la componente fundamental, por lo tanto, a partir de sus coeficientes armónicos tenemos

$$X_{-1} = -\frac{1}{j2}, \quad X_0 = 0, \quad \text{y} \quad X_1 = \frac{1}{j2},$$

entonces se puede calcular x^2 en el dominio armónico como sigue:

$$x^2(t) \Rightarrow \mathbf{X}^2 = \mathbf{X} \otimes \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{-1}X_{-1} \\ X_{-1}X_0 + X_0X_{-1} \\ X_1X_{-1} + X_0X_0 + X_{-1}X_1 \\ X_1X_0 + X_0X_1 \\ X_1X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4 \\ 0 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/4 \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

donde \mathbf{X}^2 representa la convolución de \mathbf{X} por sí misma. Si factorizamos la matriz en (2.8) se obtiene

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} X_0 & X_{-1} \\ X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & & X_1 & X_0 & X_1 \\ & & & X_1 & X_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Es importante notar que la matriz de (2.9) es hermitiana con estructura Toeplitz. Además, de acuerdo a (2.9) se puede ahora calcular fácilmente el término cúbico de (2.2) como

$$\mathbf{X}^3 = \mathbf{X} \otimes \mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} X_0 & X_{-1} \\ X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & & X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & & & X_{-1} & X_0 & X_{-1} \\ & & & & X_1 & X_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1}X_{-1} \\ X_{-1}X_0 + X_0X_{-1} \\ X_1X_{-1} + X_0X_0 + X_{-1}X_1 \\ X_1X_0 + X_0X_1 \\ X_1X_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j/8 \\ 0 \\ j3/8 \\ 0 \\ -j3/8 \\ 0 \\ j/8 \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Finalmente, la evaluación de la ecuación polinomial (2.2) en el HD resulta en

$$\begin{bmatrix} U_{-3} \\ U_{-2} \\ U_{-1} \\ U_0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j/2 \\ 0 \\ -j/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -j/8 \\ 0 \\ j3/8 \\ 0 \\ -j3/8 \\ 0 \\ j/8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j/8 \\ 0 \\ j7/8 \\ 0 \\ -j7/8 \\ 0 \\ j/8 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Nótese en (2.11) que se ha obtenido el mismo resultado que en (2.6). Cuando se implementa este método en un programa de computadora provee de un algoritmo eficiente para evaluar cualquier función polinomial general de la forma

$$p(x) = \sum_{i=0}^n b_i x_i^i \quad (2.12)$$

2.3 Representación de la Saturación Magnética

La saturación magnética es un fenómeno importante para propósitos de análisis de armónicos. Aunque la curva de magnetización puede ser almacenada como un conjunto de puntos, tal que cada uno de los valores del flujo conduzca a un valor correspondiente de corriente, es requerido un número de puntos significativo para una solución aceptable, aumentando el tiempo de cálculo. Alternativamente, la curva de magnetización puede ser aproximada analíticamente. Una cuantiosa variedad de métodos han sido utilizados para este propósito: aproximación piezo-lineal, aproximación por fracciones racionales, aproximación hiperbólica, interpolación con trazadores cúbicos, aproximación polinomial simple, etc. [2]. Sin embargo, por simplicidad aquí emplearemos éste último. Considere la aproximación polinomial de la curva mostrada en la Figura 2.1:

$$i = a\psi + b\psi^n \quad (2.13)$$

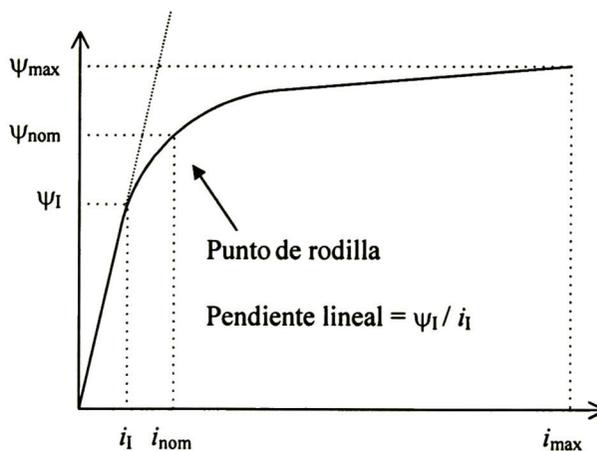


Figura 2.1 Aproximación polinomial de una función no lineal

Los coeficientes a , b y n en (2.13) se derivan de información propia de la misma curva. Estos coeficientes son obtenidos básicamente de las coordenadas del valor nominal (ψ_{nom}, i_{nom}) y las del punto máximo a considerar, (ψ_{max}, i_{max}) , además de la pendiente M de la parte lineal. Es decir, inicialmente con $a = 1/M$ y la sustitución de (ψ_{max}, i_{max}) en (2.13) obtenemos b

$$b = \frac{i_{max} - a\psi_{max}}{\psi_{max}^n} \quad (2.14)$$

Enseguida se inicia un proceso iterativo usando (2.14). Finalmente la aproximación que mejor acoople al par b , n y satisfaga (2.14) para (ψ_{nom}, i_{nom}) es seleccionada.

2.4 Linealización en el Dominio Armónico

En esta sección se considera el proceso de linealización en el HD de un elemento no lineal magnético caracterizado por

$$i = f(\psi), \quad (2.15)$$

$$v = \frac{d\psi}{dt} \quad (2.16)$$

2.4.1 Proceso de Linealización

Considere en (2.15) que i y ψ son variables periódicas con series de Fourier dadas por

$$\psi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Psi_m e^{jm\omega_0 t} \quad (2.17)$$

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2.18)$$

donde Ψ_m e I_m son los coeficientes armónicos de $\psi(t)$ e $i(t)$ respectivamente.

Linealizando alrededor del punto de operación (i_b, ψ_b) la siguiente relación es válida:

$$\Delta i = \frac{df(\psi_b)}{d\psi} \Delta \psi \quad (2.19)$$

donde:

$$\Delta i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta I_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2.20)$$

$$\Delta \psi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Delta \Psi_m e^{jm\omega_0 t} \quad (2.21)$$

$$\frac{df(\psi_b)}{d\psi} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \varepsilon_i e^{ji\omega_0 t} \quad (2.22)$$

Usando las propiedades de la convolución descritas en la Sección 2.2 la forma linealizada de (2.15) es

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{F} \Delta \Psi, \quad (2.23)$$

o en forma extendida:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{-2} \\ \Delta I_{-1} \\ \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 & \varepsilon_{-1} & \varepsilon_{-2} & \varepsilon_{-3} & & \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_0 & \varepsilon_{-1} & \varepsilon_{-2} & \varepsilon_{-3} & \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_0 & \varepsilon_{-1} & \varepsilon_{-2} & \\ \varepsilon_3 & \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_0 & \varepsilon_{-1} & \\ & \varepsilon_3 & \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_0 & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \Psi_{-2} \\ \Delta \Psi_{-1} \\ \Delta \Psi_0 \\ \Delta \Psi_1 \\ \Delta \Psi_2 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Nótese que la matriz \mathbf{F} tiene estructura Toeplitz y es hermitiana. Similarmente, considere ahora la relación dinámica (2.16) donde

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2.25)$$

Entonces se puede reescribir a (2.16) como

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{d}{dt} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Psi_m e^{jm\omega_0 t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} jm\omega_0 \Psi_m e^{jm\omega_0 t} \quad (2.26)$$

que para pequeños incrementos de ψ y v alrededor del punto de operación (ψ_b, v_b), y en términos de coeficientes armónicos resulta en

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta V_{-2} \\ \Delta V_{-1} \\ \Delta V_0 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j2\omega_0 & & & & & \\ & -j\omega_0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & j\omega_0 & & \\ & & & & j2\omega_0 & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \Psi_{-2} \\ \Delta \Psi_{-1} \\ \Delta \Psi_0 \\ \Delta \Psi_1 \\ \Delta \Psi_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

o en forma compacta

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{D}(jm\omega_0) \Delta \Psi, \quad (2.28)$$

donde a la matriz \mathbf{D} se le denomina la matriz de diferenciación [2]. Combinando (2.23) y (2.28) resulta en

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{F} \mathbf{D}^{-1}(jm\omega_0) \Delta \mathbf{V} = \mathbf{H}_v \Delta \mathbf{V}, \quad (2.29)$$

donde $\mathbf{H}_v = \mathbf{F} \mathbf{D}^{-1}(jm\omega_0)$ es una matriz de admitancias armónicas: $\Delta \mathbf{V}$ y $\Delta \mathbf{I}$ son los vectores armónicos de incrementos de voltaje y corriente, respectivamente.

2.4.2 Equivalente de Norton

Para propósitos de implementación, un equivalente de Norton puede ser obtenido utilizando el voltaje como la variable de interfaz con el circuito bajo las siguientes ecuaciones incrementales:

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{I} - \mathbf{I}_b, \quad (2.30)$$

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V} - \mathbf{V}_b, \quad (2.31)$$

La sustitución de (2.30) y (2.31) dentro de (2.29) produce

$$\mathbf{I} = \mathbf{H}_V \mathbf{V} + \mathbf{I}_N, \quad (2.32)$$

donde:

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_b - \mathbf{H}_V \mathbf{V}_b. \quad (2.33)$$

La ecuación linealizada (2.32) puede ser interpretada como un equivalente de Norton armónico como se muestra en la Figura 2.2.

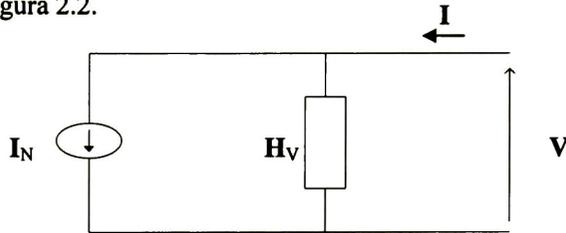


Figura 2.2 Representación del equivalente de Norton armónico

2.5 Componentes Lineales en el HD

Las relaciones voltaje/corriente del capacitor, inductor y resistor lineales están dadas por:

$$i_C = C \frac{dv}{dt}, \quad (2.34)$$

$$v = L \frac{di_L}{dt}. \quad (2.35)$$

$$i_R = \frac{1}{R} v. \quad (2.36)$$

Comparando (2.34) y (2.35) con (2.17), y (2.36) con (2.16), resultan las siguientes expresiones en el HD:

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{C} \mathbf{D} (j\omega_0) \mathbf{V} = \mathbf{Y}_C \mathbf{V} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{1}{L} \mathbf{D}^{-1} (j\omega_0) \mathbf{V} = \mathbf{Y}_L \mathbf{V} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{1}{R} \mathbf{U} \mathbf{V} = \mathbf{Y}_R \mathbf{V} \quad (2.39)$$

donde \mathbf{Y}_C y \mathbf{Y}_L y \mathbf{Y}_R son matrices de admitancias en el dominio armónico y \mathbf{U} es la matriz identidad.

2.6 Métodos de Solución en Circuitos de Potencia con Componentes No Lineales

Considere el sistema de transmisión mostrado en la Figura 2.3a. Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) que rigen su comportamiento en el dominio del tiempo pueden ser descritas en base al circuito equivalente mostrado en la Figura 2.3b. Considere $R_0 = R_g + R_r$ y $L_0 = L_g + L_r$, donde las impedancias Z_g del generador y Z_r transformador son

$$Z_g = R_g + jX_g, \quad (2.40a)$$

$$Z_r = R_r + jX_r. \quad (2.40b)$$

En (2.40a) R_g es el valor de la resistencia de los devanados y X_g es la reactancia subtransitoria de eje directo [4]. La línea eléctrica es representada por un elemento de parámetros concentrados mediante un equivalente π y el transformador se modela a partir de su impedancia serie (de corto circuito). Considerando que la corriente i_3 en la rama no lineal está relacionada con el flujo ψ por

$$i_3 = i_{mag} = \alpha\psi + \beta\psi'' \quad (2.41)$$

el conjunto de EDOs correspondientes a este circuito son

$$v_g = R_0 i_1 + L_0 \frac{di_1}{dt} + v_2, \quad (2.42a)$$

$$i_1 = C \frac{dv_2}{dt} + i_2, \quad (2.42b)$$

$$v_2 = R_1 i_2 + L_1 \frac{di_2}{dt} + v_1, \quad (2.42c)$$

$$i_2 = C \frac{dv_1}{dt} + \alpha\psi + \beta\psi'' \quad (2.42d)$$

$$v_1 = \frac{d\psi}{dt} \quad (2.42e)$$

La respuesta periódica del circuito no lineal puede ser determinada integrando las ecuaciones diferenciales que lo describen hasta que la respuesta transitoria desaparezca. Sin embargo, esto podría representar un largo tiempo de cómputo.

2.6.1 Solución Directa

Normalmente el análisis de armónicos a través de un circuito de potencia que incluye uno o más componentes no lineales, se lleva a cabo usando análisis nodal.

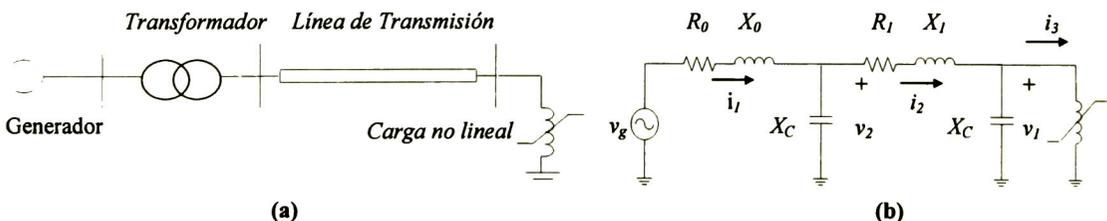


Figura 2.3 Sistema de transmisión: (a) diagrama unifilar, (b) circuito equivalente

En éste análisis, la matriz nodal de admitancias se obtiene a partir de las impedancias a distintas frecuencias de los elementos presentes en el sistema y cada uno de los componentes no lineales es representado por una fuente constante de corriente armónica [3].

Considere que en el sistema de transmisión considerado en la Figura 2.3 la carga no lineal es representada por una fuente de inyección de corriente constante. Desde el punto de vista de la carga no lineal la fuente de voltaje es vista como un corto circuito (puesto que la generación a frecuencias armónicas es despreciable). Entonces, el sistema puede ser representado por el circuito de la Figura 2.4. De esta forma, se puede obtener la solución del sistema por superposición de los efectos de las fuentes.

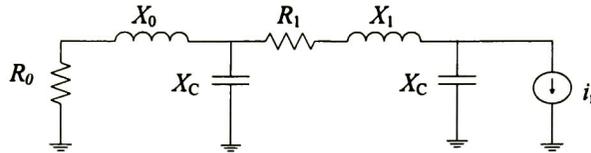


Figura 2.4 Circuito equivalente considerando una fuente de corriente constante

2.6.2 Solución Iterativa usando el Método de Gauss

La representación descrita anteriormente es demasiado simplificada. Esto se debe a que, generalmente, cuando una carga no lineal es conectada, absorbe corrientes que dependen de todas las componentes armónicas presentes en el voltaje en terminales como se expresa en (2.43). Además, el voltaje no está definido sino que es una consecuencia de la interacción armónica que se produce en la carga no lineal y la red [4].

(2.43)

$$I_K = I_K(V_1, \dots, V_K, \dots, V_h)$$

Esta interacción se puede ilustrar con ayuda de la Figura 2.5 donde la red lineal es representada por un equivalente de Thevenin. La carga absorbe una corriente armónica I_K que inyectada a la red provoca una caída de voltaje en la impedancia Z_{THk} . Esto origina una variación del voltaje armónico V_K que modifica a su vez, según se desprende de (2.43) todas las componentes armónicas de corriente. Este fenómeno de interacción armónica requiere para su solución la aplicación de algoritmos iterativos [3, 5].

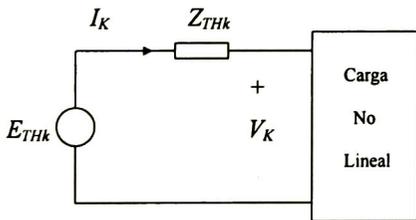


Figura 2.5 Equivalente de Thevenin

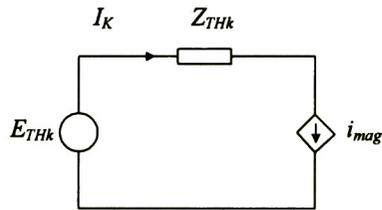


Figura 2.6 Fuente dependiente en serie con equivalente de Thevenin para la solución de punto fijo

El esquema iterativo más simple usado para simular interacciones armónicas se basa en el algoritmo de Gauss o de punto fijo. En este caso, la componente no lineal se modela con una fuente de corriente dependiente de voltaje que se considera fija en cada iteración.

Con referencia al circuito de la Figura 2.3b, obtenemos su equivalente de Thevenin y lo colocamos en serie con la fuente de corriente dependiente usada para modelar la no linealidad como se muestra en la Figura 2.6. De ésta forma, al sustituir \mathbf{E}_{TH} por \mathbf{V}_1 en las ecuaciones diferenciales descritas en (2.42), y con $i_3 = 0$ (fuente de corriente dependiente en circuito abierto) se puede encontrar el voltaje de Thevenin de la forma siguiente. Las ecuaciones (2.42a) y (2.42c) en el HD son

$$\mathbf{V}_g = (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D}) \mathbf{I}_1 + \mathbf{V}_2, \quad (2.44)$$

$$\mathbf{V}_2 = (R_1 \mathbf{U} + L_1 \mathbf{D}) \mathbf{I}_2 + \mathbf{E}_{TH}. \quad (2.45)$$

Ahora, sustituyendo (2.42d) en (2.42b) y después la ecuación resultante en el HD en (2.44), se obtiene

$$\mathbf{V}_g = (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D})(C \mathbf{D} \mathbf{V}_2 + C \mathbf{D} \mathbf{E}_{TH}) + \mathbf{V}_2. \quad (2.46)$$

De igual modo, (2.42d) en el HD puede ser sustituida en (2.45), resultando en

$$\mathbf{V}_2 = (R_1 \mathbf{U} + L_1 \mathbf{D})(C \mathbf{D} \mathbf{E}_{TH}) + \mathbf{E}_{TH}. \quad (2.47)$$

Entonces, (2.47) se sustituye en (2.46), resultando en

$$\mathbf{V}_g = [L_1 C^2 (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D}) \mathbf{D}^3 + R_1 C^2 (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D}) \mathbf{D}^2 + C((R_1 + 2R_0) \mathbf{U} + (L_1 + 2L_0) \mathbf{D}) + \mathbf{U}] \mathbf{E}_{TH}. \quad (2.48)$$

Finalmente, al despejar \mathbf{E}_{TH} de (2.48) resulta

$$\mathbf{E}_{TH} = [L_1 C^2 (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D}) \mathbf{D}^3 + R_1 C^2 (R_0 \mathbf{U} + L_0 \mathbf{D}) \mathbf{D}^2 + C((R_1 + 2R_0) \mathbf{U} + (L_1 + 2L_0) \mathbf{D}) + \mathbf{U}]^{-1} \mathbf{V}_g. \quad (2.49)$$

La impedancia de Thevenin desde el punto de vista de la carga no lineal la podemos encontrar a partir del circuito equivalente de la Figura 2.4, con $\mathbf{X}_0 = L_0 \mathbf{D}$, $\mathbf{X}_1 = L_1 \mathbf{D}$, $\mathbf{X}_C = (1/C) \mathbf{D}^{-1}$, $\mathbf{R}_0 = R_0 \mathbf{U}$ y $\mathbf{R}_1 = R_1 \mathbf{U}$

$$\mathbf{Z}_{TH} = (\mathbf{Z}_1 \mathbf{X}_C)(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{X}_C)^{-1} \quad (2.50)$$

donde:

$$\mathbf{Z}_1 = [(\mathbf{X}_0 + \mathbf{R}_0)(\mathbf{X}_C)][(\mathbf{X}_0 + \mathbf{R}_0) + \mathbf{X}_C]^{-1} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{X}_1. \quad (2.51)$$

Finalmente, podemos escribir que

$$\mathbf{E}_{TH} = \mathbf{Z}_{TH} \mathbf{I}_{mag} + \mathbf{V}_1. \quad (2.52)$$

El proceso iterativo (método de Gauss) es ilustrado por (2.53) - (2.55) en donde es requerido como dato inicial un estimado del voltaje \mathbf{V}_1^k . El proceso termina una vez que los cambios en la corriente o la diferencia existente entre voltajes de dos iteraciones consecutivas sean menores que una tolerancia fijada previamente.

$$\boldsymbol{\Psi}^k = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{V}_1^k \quad (2.53)$$

$$\mathbf{I}_{mag}^k = \alpha \boldsymbol{\Psi}^k + \beta (\boldsymbol{\Psi}^k)^n \quad (2.54)$$

$$\mathbf{V}_1^{k+1} = \mathbf{E}_{TH}^k - \mathbf{Z}_{TH}^k \mathbf{I}_{mag}^k. \quad (2.55)$$

Este método, aunque requiere un número de operaciones relativamente bajo en cada iteración, sólo es adecuado para circuitos con poco contenido armónico, pues para circuitos con alta distorsión armónica converge lentamente y puede incluso no converger.

2.6.3 Solución Iterativa usando el Método de Newton-Raphson

Otra alternativa se obtiene si usamos en lugar de una fuente de corriente dependiente, un equivalente de Norton y un procedimiento tipo Newton para llevar a cabo la actualización del equivalente Norton en cada iteración.

Como ilustración de este método considere de nuevo el sistema de la Figura 2.3a. Según lo establecido en la sección 2.4 el circuito equivalente de éste sistema sería como se muestra en la Figura 2.7 y su descripción matemática en base a un análisis nodal es

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I}_N \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_1 + \mathbf{H}_V & -\mathbf{Y}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{Y}_1 & \mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_0 & -\mathbf{Y}_0 \\ \mathbf{0} & -\mathbf{Y}_C & \mathbf{Y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{R}_0 + jh\mathbf{X}_0), \quad (2.57)$$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{R}_1 + jh\mathbf{X}_1), \quad (2.58)$$

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{D}(-jh\mathbf{X}_C). \quad (2.59)$$

La carga no lineal es representada por medio del equivalente de Norton armónico incorporando los puntos base de operación $\mathbf{I}^{(0)}$, $\mathbf{V}^{(0)}$, con lo que

$$\mathbf{I}_{mag} = \mathbf{H}_V \mathbf{V}_1 + \mathbf{I}_N, \quad (2.60)$$

donde $\mathbf{I}_N = \mathbf{I}^{(0)} - \mathbf{H}_V \mathbf{V}^{(0)}$ es la fuente de corriente del equivalente.

Una solución de la ecuación (2.60) puede ser producida cada paso de iteración vía Newton-Raphson, donde la sub-matriz de admitancias \mathbf{H}_V juega el papel de un Jacobiano y contiene las derivadas parciales en el dominio armónico de la función no lineal $i_{mag} = \alpha\psi + \beta\psi^2$ con respecto a ψ .

Tomando en cuenta que \mathbf{V}_g es una fuente de voltaje constante, la reducción de Kron puede ser usada para encontrar las variables desconocidas \mathbf{I}_g , \mathbf{V}_2 y \mathbf{V}_1 . En general, una representación nodal se puede particionar como sigue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{UU} & \mathbf{Y}_{UK} \\ \mathbf{Y}_{KU} & \mathbf{Y}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_U \\ \mathbf{V}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_U \\ \mathbf{I}_K \end{bmatrix}, \quad (2.61)$$

donde los subíndices U y K representan conexiones a nodos con voltajes desconocidos y conocidos respectivamente. Usando reducción de Kron los voltajes desconocidos se pueden obtener de

$$\mathbf{V}_U = (\mathbf{Y}_{UU})^{-1}(\mathbf{I}_U - \mathbf{Y}_{UK} \mathbf{V}_K), \quad (2.62)$$

y la corriente en la fuente puede ser calculada con

$$\mathbf{I}_K = \mathbf{Y}_{KU} \mathbf{V}_U + \mathbf{Y}_{KK} \mathbf{V}_K \quad (2.63)$$

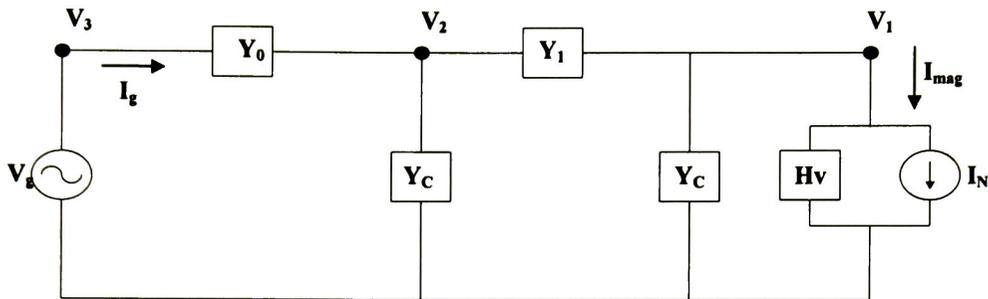


Figura 2.7 Equivalente del sistema transmisión en el dominio armónico

Los valores iniciales para evaluar el equivalente de Norton armónico se obtienen analizando el circuito sin la rama magnética. Usando esas condiciones iniciales (en este caso V_1^0) el procedimiento iterativo sería

$\psi^k = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{V}_1^k$	
$\mathbf{I}_{mag}^k = \alpha \psi^k + \beta (\psi^k)^n$	a) Evaluar polinomio vía convolución
$\mathbf{F}_V^k = \alpha + n\beta (\psi^k)^{n-1}$	b) Vector armónico obtenido de $di_{mag} / d\psi$
\mathbf{F}^k	c) Calcular matriz Hermitiana con estructura Toeplitz a partir de \mathbf{F}_V^k
$\mathbf{H}_V^k = \mathbf{F}^k \mathbf{D}^{-1}$	d) Actualizar Equivalente de Norton
$\mathbf{I}_N^k = \mathbf{I}_{mag}^k - \mathbf{H}_V^k \mathbf{V}_1^k$	

La matriz nodal en (2.56) es ensamblada en cada iteración y la reducción de Kron descrita anteriormente es usada para obtener V_1^{k+1} , el cual es usado como nueva entrada, el proceso termina una vez que el valor absoluto de la diferencia entre las normas del vector armónico ψ de dos iteraciones sea más pequeño que cierta tolerancia dada $\|\psi^{k+1}\| - \|\psi^k\| \leq \xi$.

En general para la representación armónica de circuitos completos los componentes lineales y linealizados son ensamblados juntos (para la solución completa del sistema) siguiendo las reglas del análisis nodal y el proceso de linealización descrito anteriormente, donde la matriz de admitancias hace la función de una matriz Jacobiana global [1, 5]. La ecuación en el dominio armónico para la representación total del circuito se expresa como

$$\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{J} \Delta \mathbf{X}, \quad (2.64)$$

donde $\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}$ y $\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^{(0)}$. Entonces (2.56) resulta en

$$\mathbf{Y} = \mathbf{J} \mathbf{X} + \mathbf{Y}_E, \quad (2.65)$$

donde $\mathbf{Y}_E = \mathbf{Y}^{(0)} - \mathbf{J}\mathbf{X}^{(0)}$, $\mathbf{X}^{(0)}$ es una entrada dada y \mathbf{X} es la nueva salida determinada.

La nueva salida se usa como el vector de entrada para obtener otra nueva solución, este patrón iterativo es repetido hasta que la diferencia absoluta de dos iteraciones consecutivas sea más pequeña que una tolerancia especificada.

2.7 Ejemplo 2.1

Considere el sistema representado en la Figura 2.3b con valores dados en por unidad: $\omega_0 = 1$, $R_0 = 0.05$, $L_0 = 0.0326$, $R_l = 0.0265$, $L_l = 0.0626$, $C = 0.2373$. La curva de saturación se representó con un polinomio de noveno orden con $\alpha = 0.2$ y $\beta = 0.9$.

El algoritmo de Newton-Raphson se usó para resolver (2.56). Con $V_{-1}^0 = 0.5671 + j0.0039$ y $V_1^0 = 0.5671 - j0.0039$ como valores iniciales obtenidos analizando el circuito sin la rama magnética, considerando 15 armónicos, $v_g = 1.1$ p.u. y una tolerancia de 10^{-5} . Los siguientes vectores se obtuvieron al final de la primera iteración utilizando esas condiciones:

$$\mathbf{V}_1^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0.0079 - j0.0618 \\ 0 \\ -0.0303 - j0.0170 \\ 0 \\ 0.0557 + j0.0118 \\ 0 \\ 0.5284 - j0.0117 \\ 0 \\ 0.5287 + j0.0128 \\ 0 \\ 0.0568 - j0.0122 \\ 0 \\ -0.0229 + j0.0171 \\ 0 \\ 0.0007 + j0.1065 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}_2^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0.0081 - j0.0277 \\ 0 \\ -0.0109 - j0.0089 \\ 0 \\ 0.0201 + j0.0094 \\ 0 \\ 0.5450 - j0.0059 \\ 0 \\ 0.5453 + j0.0064 \\ 0 \\ 0.0205 - j0.0097 \\ 0 \\ -0.080 + j0.0084 \\ 0 \\ 0.0080 + j0.0488 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}_g^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.55 \\ 0 \\ 0.55 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Cabe mencionar, que los resultados numéricos mostrados presentan solo los resultados más relevantes, y por cuestiones de espacio los vectores muestran los primeros 7 de los 15 armónicos considerados.

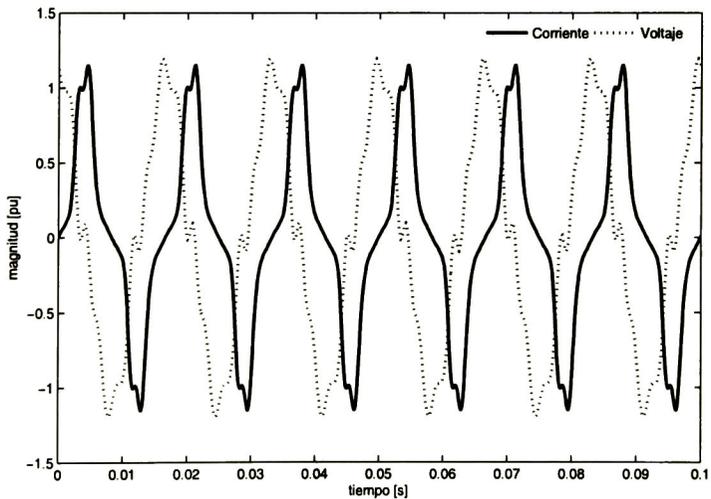
$$\mathbf{I}_g^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ -0.1234 - j0.0083 \\ 0 \\ -0.0312 + j0.0767 \\ 0 \\ -0.0070 - j0.2020 \\ 0 \\ 0.0154 + j0.1289 \\ 0 \\ 0.0073 - j0.1326 \\ 0 \\ -0.0065 + j0.2061 \\ 0 \\ -0.0334 - j0.0592 \\ 0 \\ -0.2113 - j0.0112 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_V^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ -0.2835 \\ 0 \\ 1.1113 \\ 0 \\ -2.4894 \\ 0 \\ 3.6841 \\ 0 \\ -3.1226 \\ 0 \\ 1.7487 \\ 0 \\ -0.5596 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_N^1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ j0.1418 \\ 0 \\ -j0.6350 \\ 0 \\ j1.6596 \\ 0 \\ -j2.7881 \\ 0 \\ j3.1226 \\ 0 \\ -j2.3316 \\ 0 \\ j1.1196 \\ 0 \\ -j0.3134 \\ \vdots \end{bmatrix},$$

donde \mathbf{F}_V es el vector armónico obtenido de $di_{mag}/d\psi$. Los vectores convergen a los siguientes resultados al final de la octava iteración.

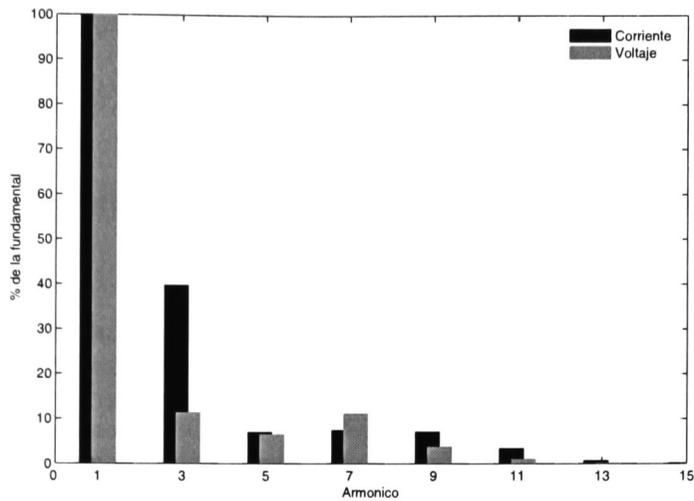
$$\mathbf{V}_1^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0.0137 - j0.0568 \\ 0 \\ 0.0329 - j0.0098 \\ 0 \\ 0.0586 + j0.0107 \\ 0 \\ 0.5276 - j0.0127 \\ 0 \\ 0.5276 + j0.0127 \\ 0 \\ 0.0586 - j0.0107 \\ 0 \\ 0.0329 + j0.0098 \\ 0 \\ 0.0137 + j0.0568 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}_2^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0.0104 - j0.0251 \\ 0 \\ -0.0125 - j0.0062 \\ 0 \\ 0.0213 + j0.0093 \\ 0 \\ 0.5448 - j0.0065 \\ 0 \\ 0.5448 + j0.0065 \\ 0 \\ 0.0213 - j0.0093 \\ 0 \\ -0.0125 + j0.0062 \\ 0 \\ 0.0104 + j0.0251 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}_g^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ -0.1443 - j0.0205 \\ 0 \\ -0.0132 + j0.0805 \\ 0 \\ -0.0132 - j0.2110 \\ 0 \\ 0.0137 + j0.1392 \\ 0 \\ 0.0137 - j0.1392 \\ 0 \\ -0.0132 + j0.2110 \\ 0 \\ -0.0132 - j0.0805 \\ 0 \\ -0.1443 + j0.0205 \\ \vdots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_V^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ 0.0953 - j0.0856 \\ 0 \\ 0.7033 - j0.1632 \\ 0 \\ -2.1238 + j0.2308 \\ 0 \\ 3.0882 \\ 0 \\ -2.1238 - j0.2308 \\ 0 \\ 0.7033 + j0.1632 \\ 0 \\ 0.0953 + j0.0856 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} ; \mathbf{I}_N^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ -0.1606 - j0.1534 \\ 0 \\ -0.0424 - j0.2242 \\ 0 \\ 0.2138 + j1.2640 \\ 0 \\ -0.1254 - j2.3053 \\ 0 \\ -0.1254 + j2.3053 \\ 0 \\ -0.2138 - j1.2640 \\ 0 \\ -0.0424 + j0.2242 \\ 0 \\ -0.1606 + j0.1534 \\ \vdots \end{bmatrix} ; \mathbf{I}_{mag}^8 = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0.0217 + j0.0196 \\ 0 \\ 0.0057 + j0.0267 \\ 0 \\ -0.0274 - j0.1541 \\ 0 \\ 0.0182 + j0.3937 \\ 0 \\ 0.0182 - j0.3937 \\ 0 \\ -0.0274 + j0.1541 \\ 0 \\ 0.0057 - j0.0267 \\ 0 \\ 0.0217 - j0.0196 \\ \vdots \end{bmatrix} .$$

Las formas de onda de i_{mag} y v_1 son mostradas en la Figura 2.8a; su contenido armónico se puede observar en la Figura 2.8b.



(a)



(b)

Figura 2.8 Voltaje y corriente en la rama magnética: (a) formas de onda (b) contenido armónico

2.8 Conclusiones

En este capítulo se ha ilustrado el proceso de linealización en el HD. Este ha sido usado para modelar los efectos de componentes no lineales caracterizados por saturación magnética. Además, se mostró la necesidad de soluciones iterativas para obtener el efecto total de los componentes no lineales en un circuito eléctrico. Se han utilizado dos métodos, Gauss-Seidel y Newton-Raphson, en el HD, donde las componentes no lineales se modelan dentro de una solución iterativa.

Se ha mostrado que, en general, ambos métodos conducen a los mismos resultados; sin embargo difieren en rapidez de convergencia. Por ejemplo, para llegar a los resultados mostrados en las Figuras 2.8a y 2.8b de la Sección 2.6, el método de Gauss-Seidel requiere 25 iteraciones, en cambio con el método de Newton-Raphson se necesitan solamente 5 iteraciones. Cabe mencionar, que otras simplificaciones son posibles usando Newton-Raphson, como mantener el Jacobiano constante después de la primera o segunda iteración para ahorrar cálculos por iteración; sin embargo, serían requeridas más iteraciones.

III EVOLUCIÓN DINÁMICA DE ARMÓNICOS

3.1 Introducción

Para calcular la evolución dinámica de los armónicos debida a disturbios ocasionados por fenómenos electromagnéticos y/o por cambios continuos en la configuración del sistema y condiciones de carga, se propone la utilización de un método directo basado en matrices operacionales y en las propiedades de las series ortogonales de Fourier. Estas herramientas matemáticas proporcionan los medios para transformar un sistema periódico variante en tiempo en uno invariante. Este método es conocido como el Dominio Armónico Extendido (EHD) y está formulado en espacio de estados donde los coeficientes de Fourier son las variables de estado. El EHD, además de permitir el cálculo de la evolución de los coeficientes armónicos, conduce convenientemente al cálculo de los índices de calidad de energía en estado transitorio.

3.2 Dominio Armónico Extendido y Linealización

Considere la función $x(\tau)$ dada por

$$x(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n(t) e^{-jn\omega_0\tau} \quad (3.1)$$

donde $\omega_0 = 2\pi/T$, $\tau \in [t, t+T]$, T es el periodo de $x(\tau)$ en estado estable y los coeficientes $X_n(t)$ son calculados con

$$X_n(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) e^{-jn\omega_0\tau} d\tau \quad (3.2)$$

La evolución en el tiempo de los armónicos se obtiene de (3.2) a medida que la ventana de longitud T se desliza sobre la $x(\tau)$. La función en (3.1) puede ser expresada por

$$x(\tau) = \mathbf{G}(\tau)\mathbf{X}, \quad (3.3)$$

donde

$$\mathbf{G}(\tau) = [e^{-jh\omega_0\tau} \quad \dots \quad e^{-j\omega_0\tau} \quad 1 \quad e^{j\omega_0\tau} \quad \dots \quad e^{jh\omega_0\tau}], \quad (3.4)$$

$$\mathbf{X} = [X_{-h}(t) \quad \dots \quad X_{-1}(t) \quad 1 \quad X_1 \quad \dots \quad X_h(t)]^T \quad (3.5)$$

Nótese que debido al truncamiento, (3.3) es una aproximación de (3.1). La derivada de (3.3) con respecto a τ está dada por

$$\dot{x}(\tau) = \dot{\mathbf{G}}(\tau)\mathbf{X} + \mathbf{G}(\tau)\dot{\mathbf{X}}, \quad (3.6)$$

donde $\dot{\mathbf{G}}(\tau)$ está relacionada con la matriz de diferenciación \mathbf{D} como sigue:

$$\dot{\mathbf{G}}(\tau) = \mathbf{G}(\tau)\mathbf{D}. \quad (3.7)$$

Tomando en cuenta (2.9) y (3.3), el producto de dos funciones se define como

$$a(\tau)x(\tau) = \mathbf{G}(\tau)\mathbf{A}_T\mathbf{X}, \quad (3.8)$$

donde \mathbf{A}_T es una matriz con estructura Toeplitz y está formada con el contenido armónico de $a(\tau)$.

Considere las siguientes ecuaciones diferenciales que describen el circuito de la Figura 2.3:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_1 \\ i_2 \\ V_1 \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(v_g - R_0 i_1 - v_2)}{L_0} \\ \frac{i_1 - i_2}{C} \\ \frac{(v_2 - R_1 i_2 - v_1)}{L_1} \\ \frac{(i_2 - \alpha\psi - \beta\psi^n)}{C} \\ v_1 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Para analizar la evolución dinámica de los armónicos del sistema descrito por (3.9) ante pequeños disturbios, se puede linealizar alrededor de un punto de operación y aplicar la metodología del EHD. En general, si la ecuación

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (3.10)$$

representa un sistema conteniendo tanto elementos lineales como no lineales con parámetros constantes o variantes en tiempo [9], y si \mathbf{x}_0 y \mathbf{u}_0 son los estados iniciales, se debe satisfacer que

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \mathbf{0}. \quad (3.11)$$

Considerando un disturbio pequeño en (3.11), tenemos que

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x} \quad \text{y} \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}.$$

El nuevo estado debe satisfacer (3.10), por lo tanto

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})]. \quad (3.11)$$

Expandiendo la i -ésima función no lineal de $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ en series de Taylor y despreciando los términos de segundo y más alto orden obtenemos

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_n} \Delta u_n \quad (3.12)$$

con $i = 1, 2, \dots, n$. Por lo tanto, la forma linealizada de (3.10) se puede escribir como:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}, \quad (3.13)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_n} \end{bmatrix}.$$

Por ejemplo, la linealización de (3.9) proporciona las siguientes matrices

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_0}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{(\alpha + n\beta\psi^{n-1})}{C} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

A partir del sistema linealizado, la teoría del EHD se emplea para obtener un sistema invariante en tiempo [6]. Aplicando el EHD a la primera ecuación de la versión linealizada del sistema (3.9) se obtiene

$$\dot{\mathbf{G}}(t) \Delta \mathbf{I}_1 + \mathbf{G}(t) \Delta \dot{\mathbf{I}}_1 = -\frac{R_0}{L_0} \mathbf{G}(t) \Delta \mathbf{I}_1 - \frac{1}{L_0} \mathbf{G}(t) \Delta \mathbf{V} + \frac{1}{L_0} \mathbf{G}(t) \Delta \mathbf{V}_g, \quad (3.15)$$

que al simplificar resulta en

$$\Delta \dot{\mathbf{I}}_1 = -\mathbf{D} \Delta \mathbf{I}_1 + \frac{1}{L_0} (\Delta \mathbf{V}_g - R_0 \Delta \mathbf{I}_1 - \Delta \mathbf{V}_2). \quad (3.16)$$

Siguiendo un proceso similar para el resto de las ecuaciones, se obtiene la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{I}}_1 \\ \Delta \dot{\mathbf{V}}_2 \\ \Delta \mathbf{I}_2 \\ \Delta \dot{\mathbf{V}}_1 \\ \Delta \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_0}{L_0} \mathbf{U} + \mathbf{D}\right) & -\frac{1}{L_0} \mathbf{U} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} \mathbf{U} & -\mathbf{D} & -\frac{1}{C} \mathbf{U} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} \mathbf{U} & -\left(\frac{R_1}{L_1} \mathbf{U} + \mathbf{D}\right) & -\frac{1}{L_1} \mathbf{U} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \mathbf{U} & -\mathbf{D} & -\frac{1}{C} \mathbf{A}_T \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{U} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_1 \\ \Delta \mathbf{V}_2 \\ \Delta \mathbf{I}_2 \\ \Delta \mathbf{V}_1 \\ \Delta \Psi \end{bmatrix} + \frac{1}{L_0} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Nótese que \mathbf{A}_T en (3.17) es una sub-matriz con estructura Toeplitz formada a partir de los valores del punto de operación (estado estable) de $\alpha + n\beta\Psi^{n-1}$ de acuerdo a (3.8). La forma compacta de (3.17) omitiendo la notación Δ es

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}_s. \quad (3.18)$$

El sistema linealizado (3.18) se puede resolver usando métodos tradicionales de integración, donde las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} y el vector de entradas \mathbf{U}_s son constantes en cada paso de integración, y el vector de solución \mathbf{X} es complejo y evoluciona con el tiempo.

Como segunda alternativa, el comportamiento dinámico de los armónicos del sistema descrito por (3.9) también puede ser analizado aplicando directamente el EHD, donde el siguiente sistema no lineal debe ser resuelto:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_1 \\ \dot{\mathbf{V}}_2 \\ \dot{\mathbf{I}}_2 \\ \dot{\mathbf{V}}_1 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_0}{L_0}\mathbf{U} + \mathbf{D}\right) & -\frac{1}{L_0}\mathbf{U} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{C}\mathbf{U} & -\mathbf{D} & -\frac{1}{C}\mathbf{U} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{L_1}\mathbf{U} & -\left(\frac{R_1}{L_1}\mathbf{U} + \mathbf{D}\right) & -\frac{1}{L_1}\mathbf{U} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{1}{C}\mathbf{U} & -\mathbf{D} & -\frac{1}{C}\mathbf{A}_T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_1 \\ \Psi \end{bmatrix} + \frac{1}{L_0} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_g \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Cabe notar que, aunque podemos obtener una matriz toeplitz \mathbf{A}_T con los coeficientes armónicos de $(\alpha + \beta\Psi^{n-1})$ el sistema sigue siendo no lineal. La solución generalmente se obtiene usando métodos iterativos en donde la matriz \mathbf{A}_T necesita ser actualizada en cada iteración. No obstante, aunque el caso no lineal implica un alto esfuerzo computacional y tiempo de cómputo en relación al caso linealizado, no involucra el error generado por la linealización alrededor de un punto de operación.

3.3 Índices de Calidad de Energía en Estado Transitorio

Las definiciones de potencia instantánea, potencia activa, valores RMS, potencia aparente y factor de potencia usadas en circuitos eléctricos operando en condiciones sinusoidales puras, se pueden extender en términos de coeficientes complejos de Fourier para tomar en cuenta formas de onda de voltaje y corriente periódicas no sinusoidales. La potencia instantánea está dada por la siguiente relación periódica:

$$p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_m I_n e^{j(m+n)\omega_0 t} \quad (3.20)$$

donde V_m e I_n son los coeficientes de Fourier de $v(t)$ e $i(t)$, respectivamente. La potencia activa está definida como la potencia instantánea consumida en un periodo, pero, como la operación de integración únicamente proporciona un valor diferente de cero cuando $m = -n$, la siguiente ecuación es válida:

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} p(t) dt = \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_m I_{-m} \quad (3.21)$$

El valor RMS de voltaje y corriente está dado por la integral de $v(t)^2$ e $i(t)^2$, respectivamente. Entonces, usando coeficientes armónicos se obtiene

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{m=-\infty}^{\infty} |V_m|^2} \quad (3.22)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{n=-\infty}^{\infty} |I_n|^2} \quad (3.23)$$

La definición de potencia aparente está dada por $S = V_{rms} I_{rms}$, por lo que al usar (3.21) y (3.22) resulta

$$S = \sqrt{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_m|^2 |I_n|^2} \quad (3.24)$$

Adicionalmente a la potencia activa, otras dos componentes ortogonales de la potencia aparente pueden ser derivadas usando los cuadrados de (3.20) y (3.23) con la siguiente relación [2]:

$$S^2 = P^2 + Q_H^2 + D_H^2 \quad (3.25)$$

La primera componente es conocida como potencia reactiva Q_H y está dada por la multiplicación de voltajes y corrientes de la misma frecuencia

$$Q_H^2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_m|^2 - V_m I_{-m} V_m I_m). \quad (3.26)$$

La segunda es conocida como potencia de distorsión D_H y está dada por la multiplicación de voltajes y corrientes de diferentes frecuencias.

$$D_H^2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty, |n| \neq |m|}^{\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}). \quad (3.27)$$

Por lo tanto, la siguiente igualdad de potencia debe ser cumplida en cualquier momento dado:

$$S^2 = P^2 + Q_H^2 + D_H^2, \quad (3.28)$$

donde S , P , Q_H , y D_H tienen unidades de VA, W, VAR y volt amperes de distorsión (VAD), respectivamente. El factor de potencia no difiere del conocido para circuitos con formas de onda puramente sinusoidales dado por $FP = P/S$.

La distorsión armónica total (THD) para el voltaje y corriente está dada por

$$THD_V = \sqrt{\frac{\sum_{m=2}^{\infty} |V_m|^2}{|V_1|^2}} \times 100\%, \quad (3.29)$$

$$THD_I = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} |I_n|^2}{|I_1|^2}} \times 100\%. \quad (3.30)$$

Puesto que la FFT se aplica únicamente a formas de onda periódicas, los índices de calidad de energía han sido usados con poca frecuencia bajo condiciones dinámicas. De hecho, algunas variaciones de la FFT se han empleado para derivar información armónica bajo estas condiciones, sin proporcionar información muy precisa, lo que dificulta el cálculo confiable de dichos parámetros [6]. El cálculo correcto de la evolución dinámica de los armónicos llevado a cabo por el EHD, permite que tales definiciones puedan ser aplicadas bajo condiciones transitorias en forma natural. Dicho análisis de índices armónicos transitorios puede ser aplicado por ejemplo, para mejorar el diseño de esquemas de protección y control basados en los parámetros de frecuencia fundamental.

3.4 Casos de Estudio

Los algoritmos de solución para los sistemas de ecuaciones lineales (3.17) y no lineales (3.19), fueron implementados en Matlab. La simulación fue llevada a cabo considerando quince armónicos, usando el HD para inicializar la solución y asumiendo los mismos parámetros de la Sección 2.6 en el Capítulo II. Se aplicaron Dos tipos de disturbios para observar el comportamiento dinámico de los armónicos. En el caso I, el voltaje de la fuente es reducido un 10% durante 8.3 ms después de 29.2 ms como se muestra en la Figura 3.1a.

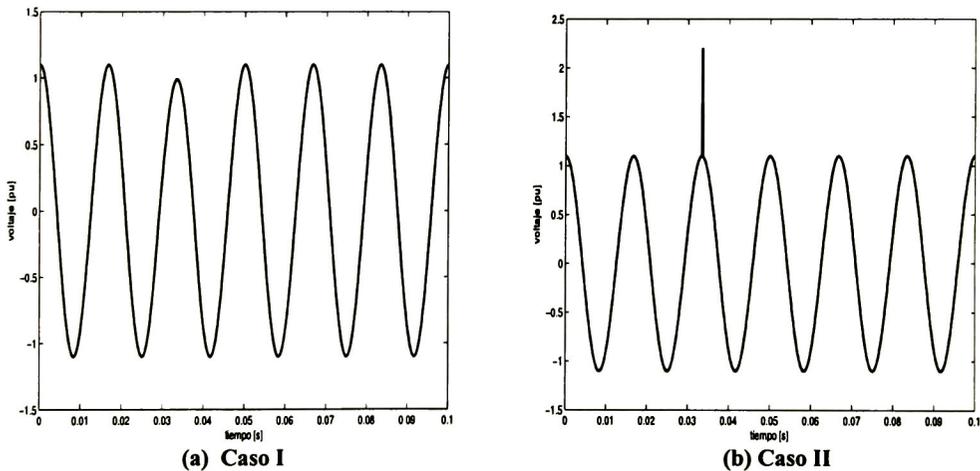


Figura 3.1 Disturbios en la fuente de voltaje

La Figura 3.2 muestra la magnitud en el tiempo de los coeficientes armónicos de la corriente en la rama magnética ante el disturbio del caso I, en donde una comparación entre la solución del EHD usando linealización y el EHD no lineal se llevo a cabo. La representación en el tiempo de la corriente a partir de ambos métodos se presenta en la Figura 3.3.

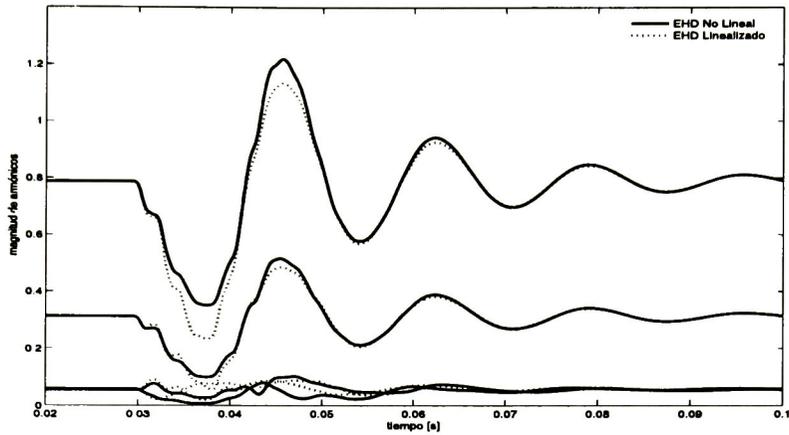


Figura 3.2 Evolución armónica de la corriente en la rama magnética, caso I.

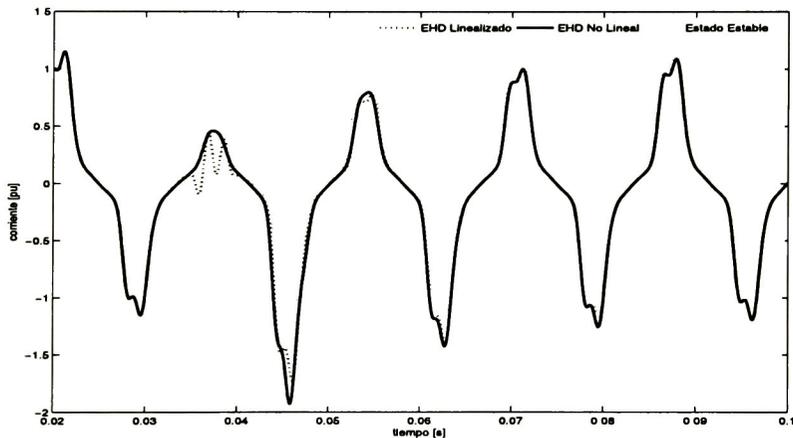


Figura 3.3 Corriente en la rama magnética usando EHD, caso I

De estos resultados se puede observar que ambos métodos muestran una clara variación armónica cuando el sistema es perturbado así como el instante exacto del inicio del disturbio. Sin embargo, como se aprecia en las Figuras 3.2 y 3.3, el modelo linealizado presenta errores notables ante disturbios moderadamente grandes, en relación al no lineal. Cabe mencionar que la solución en el dominio del tiempo, sistema 3.9, se utilizó como referencia para validar el EHD. Dicha solución se muestra en la Figura 3.4.

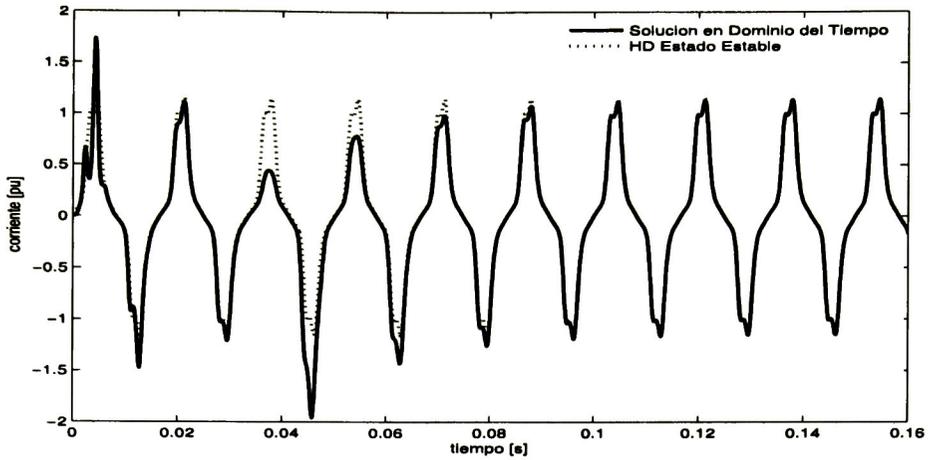
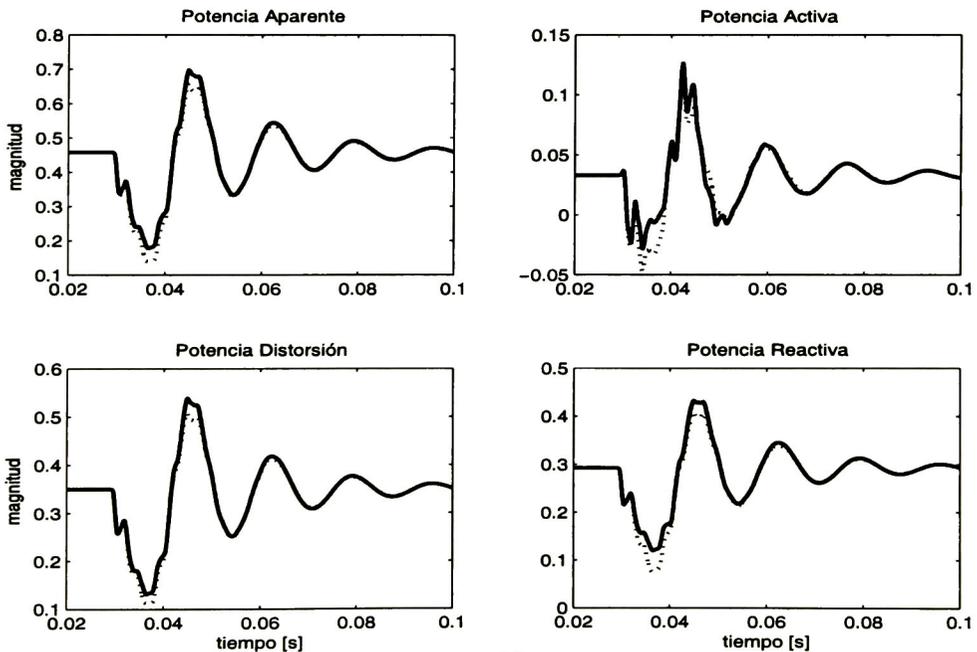


Figura 3.4 Corriente en la rama magnética usando el dominio del tiempo, caso I

El comportamiento dinámico de los índices eléctricos en terminales de la rama magnética para el caso I se muestra en las Figura 3.5-3.6. En éstas figuras se observa que los índices son constantes en la operación de estado estable, pero sufren cambios significantes durante condiciones transitorias.

En el caso II, el disturbio corresponde a un impulso de voltaje de dos veces la magnitud del voltaje fuente con duración de 0.81 ms y aplicado después de 33.3 ms como se muestra en la Figura 3.1b. Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 3.7-3.11 donde se nota que disturbios pequeños pueden ser fácilmente detectados usando el modelo linealizado.



(a)

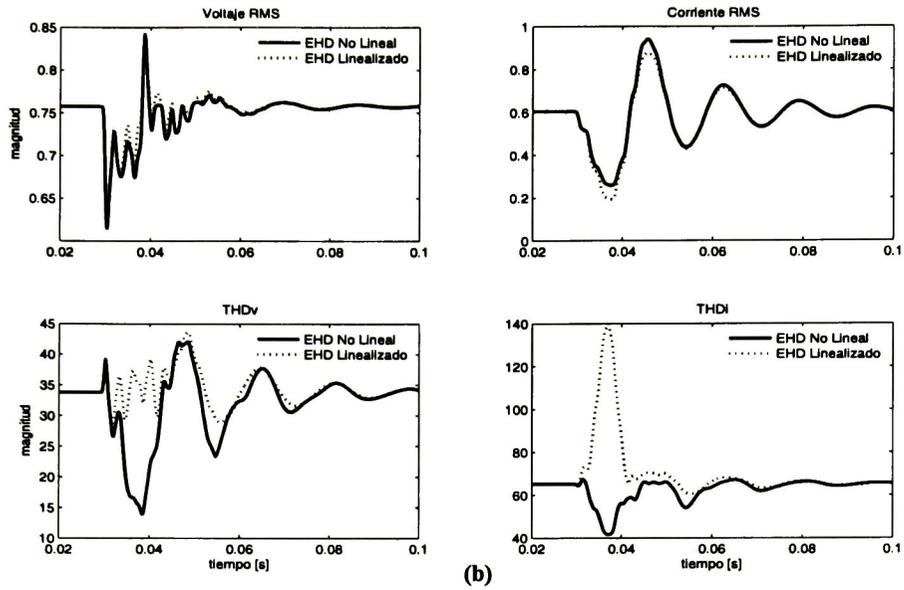


Figura 3.5 Cantidades eléctricas en terminales de la rama magnética, caso I.

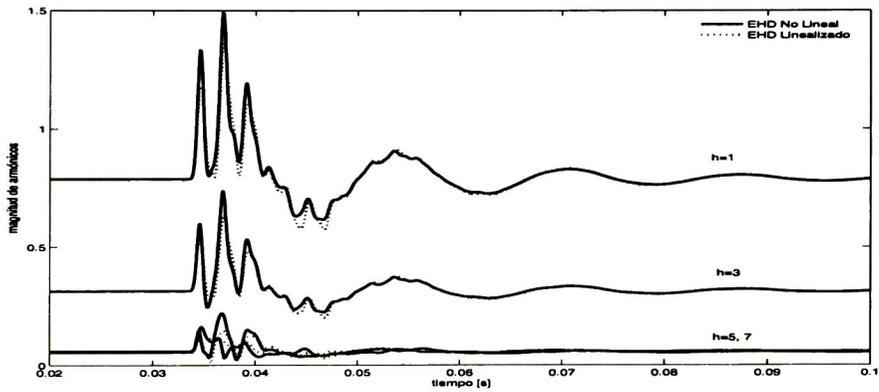


Figura 3.6 Evolución armónica de la corriente en la rama magnética, caso II

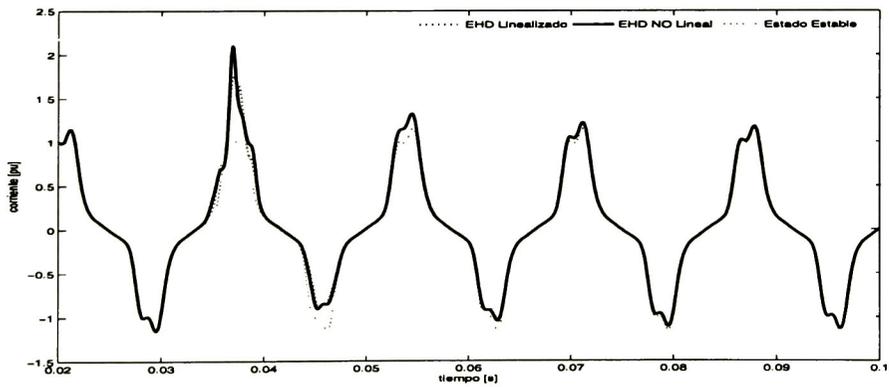


Figura 3.7 Corriente en la rama magnética usando EHD, caso II

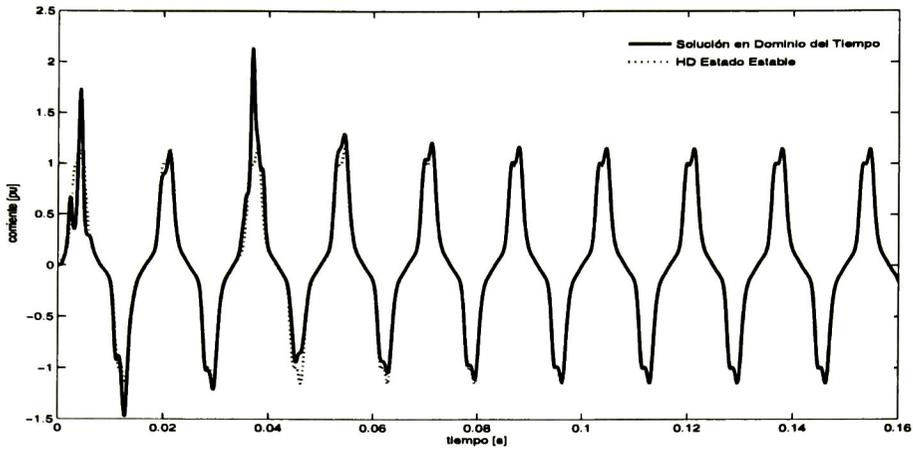
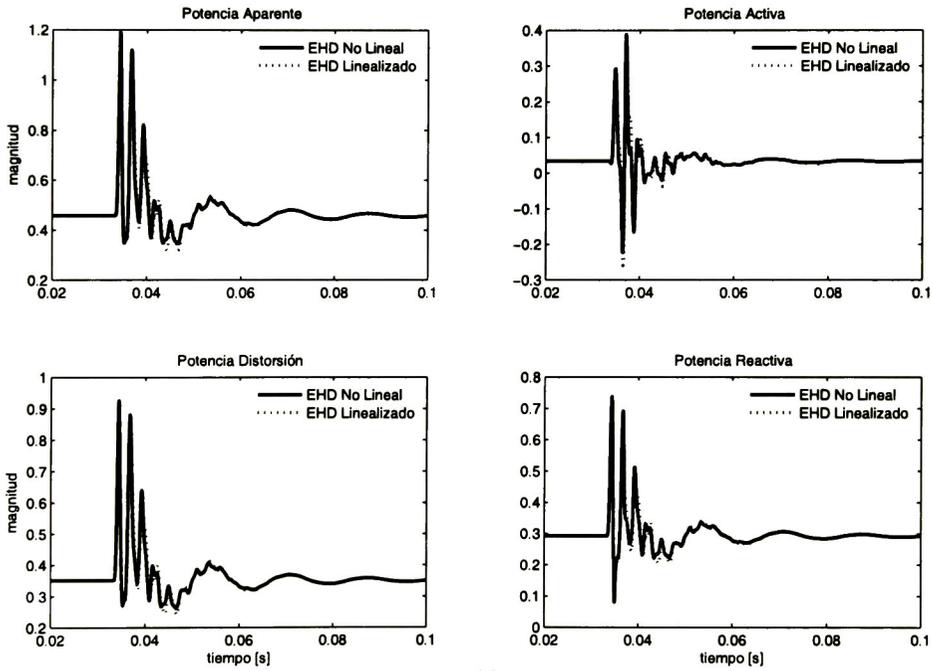


Figura 3.8 Corriente en la rama magnética usando el dominio del tiempo, caso II



(a)

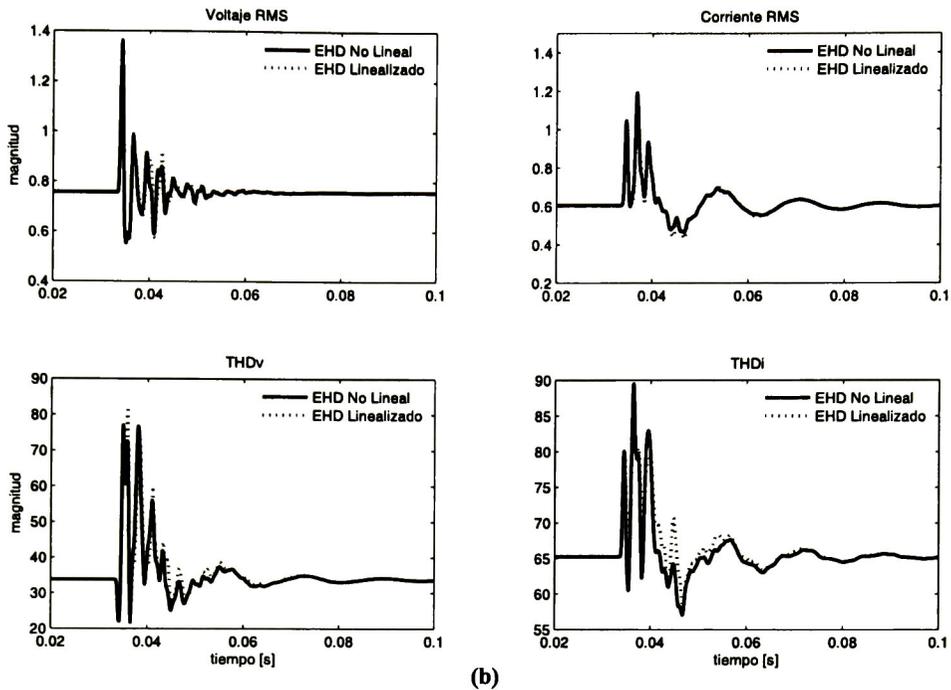


Figura 3.9 C cantidades eléctricas en terminales de la rama magnética. Caso II.

3.5 Conclusiones

En este Capítulo, la metodología del EHD se ha aplicado para obtener el comportamiento de la dinámica de los armónicos en sistemas eléctricos que incluyen componentes no lineales. Esta metodología fue utilizada bajo dos diferentes esquemas. En el primero, un proceso de linealización se llevo a cabo antes de aplicar el EHD, conduciendo a la obtención de un sistema lineal e invariante en tiempo que puede ser resuelto fácil y eficientemente. El segundo, es una aplicación directa del EHD, que conlleva a una implementación no lineal difícil e ineficiente, pero presenta mejores resultados.

En el ejemplo de aplicación, se han analizado dos casos usando ambos métodos. En el primero, el voltaje de alimentación fue reducido durante medio ciclo; en el segundo, el disturbio consistió en un impulso. Los resultados obtenidos muestran que el uso del modelo linealizado puede conducir a resultados inexactos cuando el sistema es afectado por disturbios relativamente grandes. Sin embargo, cuando es afectado por disturbios pequeños presenta resultados satisfactorios, tanto en la dinámica de los armónicos como en el cálculo de los parámetros de calidad de energía en condiciones transitorias.

La exactitud de las soluciones en ambos casos depende del número de armónicos considerados y del paso de integración. Es por esto que, en el análisis de disturbios pequeños el método linealizado muestra ventajas sobre el no lineal, pues un análisis más completo puede ser implementado eficientemente con un tiempo de cómputo mucho menor.

IV MEDICIÓN DE ARMÓNICOS VARIANTES EN TIEMPO

4.1 Introducción

La medición de armónicos es un tópico importante dentro del área de calidad de la energía. Aunque en las últimas décadas se ha incrementado el interés por generar mejores algoritmos para su detección y extracción, su naturaleza variante en tiempo dificulta este trabajo.

Los dispositivos de medición convencionales operan basados en la suposición de condiciones estacionarias y, generalmente hacen uso de la FFT. Sin embargo, la variedad de disturbios presentes en un sistema eléctrico puede afectar la variación de la amplitud y/o la frecuencia de las formas de onda de voltaje y corriente. Como consecuencia, bajo estas condiciones el uso de la FFT se ve limitada.

Actualmente, para mejorar la medición de armónicos variantes en tiempo, se emplean varios métodos que provienen principalmente del área de procesamiento digital de señales. Todos ellos presentan ventajas y desventajas [14]. En este capítulo se discute un esquema basado en la teoría del filtrado de Kalman; también se prueba su viabilidad de implementación en tiempo real usando un procesador digital de señales (DSP). Este esquema no requiere un número entero de muestras en un número entero de ciclos, ni de condiciones estacionarias para llevar a cabo una estimación óptima de los armónicos variantes en tiempo. Además, la implementación del filtro de Kalman lineal es un trabajo relativamente simple y su eficiencia depende de que las ecuaciones de estado, las ecuaciones de medición y las matrices de covariancia sean definidas correctamente [15, 16].

4.2 Medición de Armónicos Variantes en Tiempo

Cuando la técnica de la FFT se usa para calcular armónicos, sólo se obtienen resultados correctos bajo las siguientes condiciones: (i) la señal es estacionaria (constante en magnitud) y periódica, (ii) la frecuencia de muestreo es más grande que dos veces la frecuencia más alta contenida en la señal, (iii) el número de periodos muestreados es un entero, y (iv) las formas de onda no contienen frecuencias que no son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental [15].

En situaciones prácticas donde las componentes fundamentales y los niveles de distorsión de las señales están constantemente cambiando en tiempo, se ha hecho uso de la transformada de Fourier con ventanas (STFT) para calcular la variación en el tiempo de armónicos individuales [17]. La aplicación directa de la STFT introduce errores principalmente debidos a aliasing, leakage, y picket-fence [18, 19]. El fenómeno **Aliasing** se debe a una frecuencia baja de muestreo, y puede ser mitigado por filtros anti-aliasing o satisfaciendo el teorema de muestreo de Nyquist (la frecuencia de muestreo debe satisfacer la suposición (ii)). **Leakage** se refiere a una aparente propagación de energía de una frecuencia hacia las adyacentes, y va a ocurrir si el intervalo de truncamiento no es un múltiplo entero del periodo de la fundamental. El uso de diferentes ventanas (Hanning, Blackman, etc.) y/o técnicas de interpolación pueden ser empleadas para reducir este fenómeno [20,

21]. No obstante, esto requiere más esfuerzo y complejidad computacional. Instrumentos actuales hacen uso de un PLL hardware para variar el rango de muestreo y asegurarse que siempre se obtiene un número entero de ciclos en el intervalo de truncamiento. El fenómeno de **Picket-fence** ocurre si la forma de onda analizada incluye frecuencias que no son múltiplos enteros de la fundamental. Ya que la FFT es discreta, sólo las amplitudes de frecuencias que caen exactamente en esos puntos discretos en el dominio de la frecuencia son calculadas exactamente. Este efecto puede ser reducido usando ventanas o con manipulaciones de la FFT basadas en la Relación de Parseval y conceptos de energía [22].

En algunos casos, las técnicas empleadas para reducir los efectos anteriores no funcionan adecuadamente. De aquí la necesidad de desarrollar técnicas alternativas para la estimación óptima de armónicos con magnitudes variantes en tiempo.

4.3 Filtro de Kalman Discreto

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen un medio computacional eficiente (recursivo) para estimar los estados de un proceso de una forma que minimiza el error medio cuadrático. La derivación completa de las ecuaciones del filtro de Kalman se puede encontrar en [23]. En esta tesis se describen solo las ecuaciones básicas que permitan establecer un modelo de estados lineal para la estimación óptima de armónicos con magnitudes variantes en tiempo.

El problema general a resolver es el de estimar el estado $x \in \mathcal{R}^n$ de un sistema discreto en espacio de estados, gobernado por la siguiente ecuación en diferencias lineal estocástica:

$$x_{k+1} = \phi_k x_k + w_k, \quad (4.1)$$

con una medición $z \in \mathcal{R}^m$ en puntos discretos en el tiempo de la forma

$$z_k = H_k x_k + v_k. \quad (4.2)$$

En (4.1) y (4.2) $\phi \in \mathcal{R}^{n \times n}$ es la matriz de transición de estado y $H \in \mathcal{R}^{m \times n}$ es una matriz que permite la conexión entre las mediciones y el vector de estados; w_k y v_k son variables aleatorias y representan el ruido del proceso y de la medición, respectivamente. En estos últimos dos parámetros se asume una distribución normal y media cero, esto es:

$$E\{w_k\} = E\{v_k\} = 0; \quad (4.3)$$

además, si se asume que no presentan correlación en el tiempo, es decir que son ruido blanco, pueden ser descritas por matrices de covariancia o de niveles de ruido dadas por

$$E[w_k w_i^T] = \begin{cases} Q_k, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (4.4)$$

$$E[v_k v_i^T] = \begin{cases} R_k, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases}, \quad (4.5)$$

donde las matrices de covariancia Q y R son simétricas y positivas semidefinidas. Para iniciar el proceso recursivo del filtro de Kalman, definimos a $\hat{x}_k^- \in \mathcal{R}^n$ como un estimado a priori del estado en el paso k , y a la matriz de covariancia asociada con el error estimado a priori como

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] = E[(x_k - \hat{x}_k^-)(x_k - \hat{x}_k^-)^T]. \quad (4.6)$$

Si suponemos que ya tenemos un estimado para \hat{x}_k^- al momento de la medición y su matriz de covariancia asociada, P_k^- podemos mejorar óptimamente el estimado usando una combinación lineal del mismo y una diferencia ponderada entre la medición actual z_k y la predicción $H_k \hat{x}_k^-$ [23, 24] como lo muestra la siguiente relación:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-), \quad (4.7)$$

donde \hat{x}_k es el estimado actualizado y la diferencia $(z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ es llamada la medición de *innovación*. K es una matriz de $m \times n$ y es llamada la ganancia de Kalman. La idea es encontrar una K_k que minimice los elementos de la matriz de covariancia asociada con los estimados actualizados, dada por

$$P_k = E[e_k e_k^T] = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]. \quad (4.8)$$

Esta minimización puede ser realizada sustituyendo (4.7) en (4.8), llevando a acabo las expectativas indicadas, tomando la derivada del resultado con respecto a K , igualando a cero y despejando K [23]. Una forma de la K resultante es

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4.9)$$

La matriz de covariancia asociada con los estimados óptimos puede ser calculada por

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (4.10)$$

En el siguiente paso \hat{x}_k se utiliza para obtener \hat{x}_{k+1}^- , por lo tanto

$$\hat{x}_{k+1}^- = \phi_k \hat{x}_k. \quad (4.11)$$

La matriz de covariancia asociada con \hat{x}_{k+1}^- se obtiene entonces formando la expresión para el error a priori

$$e_{k+1}^- = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}^- = \phi_k e_k + w_k, \quad (4.12)$$

por lo tanto,

$$P_{k+1}^- = E[e_{k+1}^- e_{k+1}^{-T}] = \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k. \quad (4.13)$$

El proceso de estimación del filtro de Kalman tiene una forma de control retroalimentado: el filtro estima los estados del proceso en algún tiempo y después es retroalimentado en forma de mediciones. De tal manera que las ecuaciones del filtro de Kalman se dividen en dos grupos: ecuaciones de *actualización en tiempo* y las de *actualización por la medición*. El algoritmo de estimación final del filtro asemeja al algoritmo de un *predictor-corrector* para resolver problemas numéricos, donde las ecuaciones de actualización en tiempo pueden ser vistas como un *predictor* y las de actualización por la medición como un *corrector*. En base a lo anterior, la operación completa del filtro puede ser descrita como se muestra en la Figura 4.1.

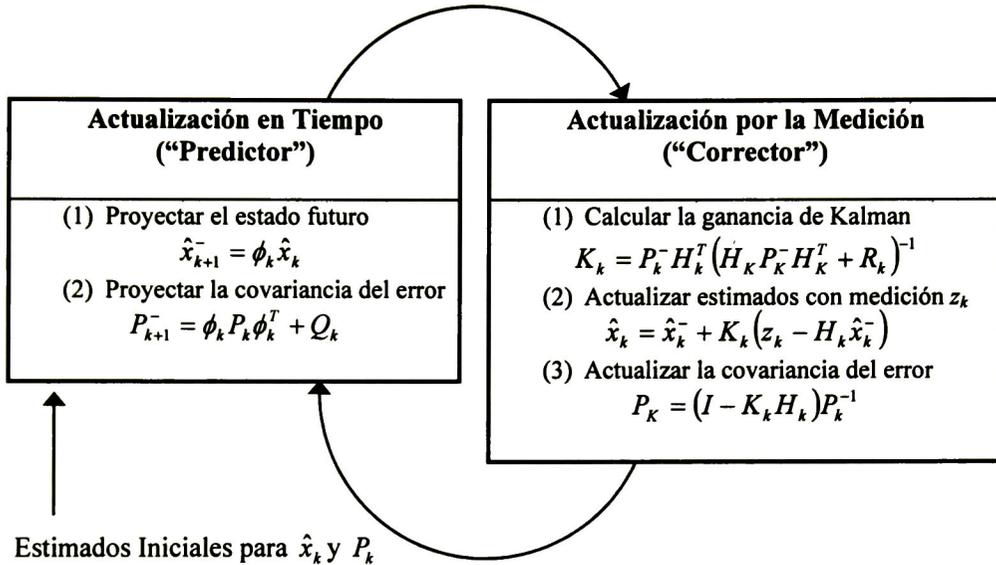


Figura 4.1 Operación completa del filtro de Kalman

4.4 Representación en Variable de Estado de una Señal Discreta con Componentes Armónicos Variantes en Tiempo

Considere la siguiente señal discreta que incluye M armónicos, libre de ruido y considerando una referencia rotacional

$$y_k = \sum_{m=1}^M A_m(t_k) \cos(m\omega_0 k + \phi_m), \quad (4.14)$$

donde:

- y_k valor de la señal en la k -ésima muestra,
- m orden del armónico,
- M componente de más alta frecuencia de la señal,
- $A_m(t_k)$ amplitud de la m -ésima armónica en el tiempo t_k ,
- ω_0 frecuencia angular normalizada dada por $2\pi f_0 = 2\pi f / f_s$,

f_s frecuencia de muestreo,
 k instante de muestreo,
 ϕ_m fase de la m -ésima armónica relativa a la referencia rotacional.

La señal (4.14) puede ser expresada como

$$\begin{aligned}
 y_k = & A_1(t_k)\cos(\phi_1)\cos(\omega_0 k) - A_1(t_k)\sen(\phi_1)\sen(\omega_0 k) + A_2(t_k)\cos(\phi_2)\cos(2\omega_0 k) \\
 & - A_2(t_k)\sen(\phi_1)\sen(2\omega_0 k) + \dots + A_M(t_k)\cos(\phi_M)\cos(M\omega_0 k) - A_M(t_k)\sen(\phi_M)\sen(M\omega_0 k).
 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Observamos de (4.14) que, de cada componente de frecuencia podemos tomar dos variables de estado definidas como

$$\begin{aligned}
 x_1(t_k) = A_1(t)\cos \phi_1, \quad x_2(t_k) = A_1(t)\sen \phi_1, \quad x_3(t) = A_2(t)\cos \phi_2, \quad x_4 = A_2(t)\sen \phi_2, \\
 \dots, \quad x_{2M-1} = A_m(t_k)\cos \phi_M, \quad x_{2M} = A_M(t_k)\sen \phi_M.
 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Cada par de variables de estado representa las componentes en fase y en cuadratura con respecto a la referencia de rotación [22], y su modelo en variable de estado puede ser expresado como

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2M-1} \\ x_M \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2M-1} \\ x_{2M} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{2M-1} \\ \alpha_{2M} \end{bmatrix} w_k, \quad (4.17)$$

donde el factor w_k permite la variación aleatoria de las variables de estado (variación en el tiempo).

Las ecuaciones de medición incluyen a la señal y al ruido y pueden ser expresadas por

$$z_k = H_k x_k + v_k = \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 k) & -\sen(\omega_0 k) & \dots & \cos(M\omega_0 k) & -\sen(M\omega_0 k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2M-1} \\ x_{2M} \end{bmatrix}_k + v_k, \quad (4.18)$$

donde v_k representa ruido de alta frecuencia. Nótese, que las ecuaciones descritas anteriormente son adecuadas para implementarse en el algoritmo del filtro de Kalman, y que H_k es un vector variante en tiempo, pero puede ser constante si utilizamos una referencia estacionaria en la representación de variables de estado [15].

4.5 Algoritmo de la STFT

El algoritmo de la STFT, que utiliza como base la FFT, se puede resumir en los siguientes cuatro pasos [17]:

1. Leer M muestras de la señal de entrada s , y almacenarlos en un buffer de longitud $N \geq M$ el cual está inicialmente con ceros

$$\tilde{s}_m(n) = s(n + mR), \quad n = -M_h, \dots, M_h$$

donde:

\tilde{s}_m = m -ésimo bloque de la señal de entrada,

$M = 2M_h + 1$ = longitud del bloque (impar por simplicidad),

R = tamaño de paso (en muestras) de un bloque al siguiente.

2. Multiplicar el bloque por una ventana w de longitud M

$$\tilde{s}_m^w(n) = \tilde{s}_m(n)w(n), \quad n = M_h, \dots, M_h$$

3. Rellenar con ceros para ajustar y aplicar la FFT

$$\tilde{s}_m^{w,c}(n) = \begin{cases} \tilde{s}_m^w(n), & |n| \leq M_h \\ 0, & M_h < n \leq \frac{N}{2} - 1 \\ 0, & -\frac{N}{2} \leq n < -M_h \end{cases}$$

donde N es una potencia de dos más grande que M .

4. Tomar la FFT de longitud N , de $\tilde{s}_m^{w,c}$ para obtener la STFT en un tiempo m

$$\tilde{S}_m^{w,c}(e^{j\omega_k}) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{s}_m^{w,c}(n)e^{-j\omega_k n \Delta t}$$

4.6 Ejemplo 4.1

Se considera un filtro de Kalman de 18 estados con la referencia rotacional descrita en las ecuaciones (4.14) - (4.18) para estimar el contenido armónico dinámico de una señal. Los resultados son comparados con los obtenidos usando el método de la STFT con una ventana rectangular. Ambos algoritmos fueron diseñados en *Simulink* usando la librería del *Signal Processing Blockset*. Los modelos se muestran en las Figuras 4.2 y 4.3.

La señal de prueba, además de la componente fundamental contiene las componentes 5ª, 7ª, y 11ª, con una amplitud variante en tiempo; la forma de onda de esta señal se muestra en la Figura 4.4 y es descrita por la siguiente ecuación discreta:

$$s(n) = (1 - 0.5e^{-20\Delta n})(\cos\omega_0 n + 0.3\cos(5\omega_0 n + 20) + 0.1\cos(7\omega_0 n + 30) + 0.05\cos(11\omega_0 n + 40)).$$

En los dos métodos se asumió una frecuencia fundamental de 60 Hz y una frecuencia de muestreo de 3.840 kHz (64 muestras por ciclo). Para el filtro de Kalman los elementos de la diagonal de la matriz de covariancia inicial (P_0^-) fueron seleccionados con un valor de 1.0 p.u.² y la covariancia del ruido de la señal (R_x) se asumió con un valor de 5×10^{-5} p.u.²; la matriz Q fue seleccionada con valores de 1.0 p.u.².

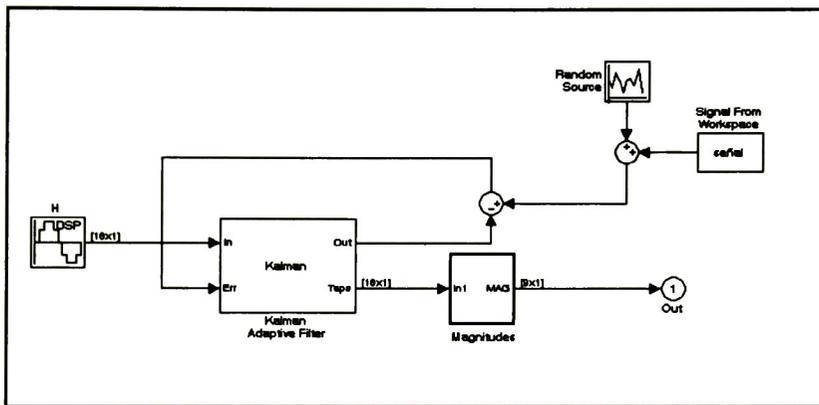


Figura 4.2 Diagrama del filtro de Kalman en Simulink

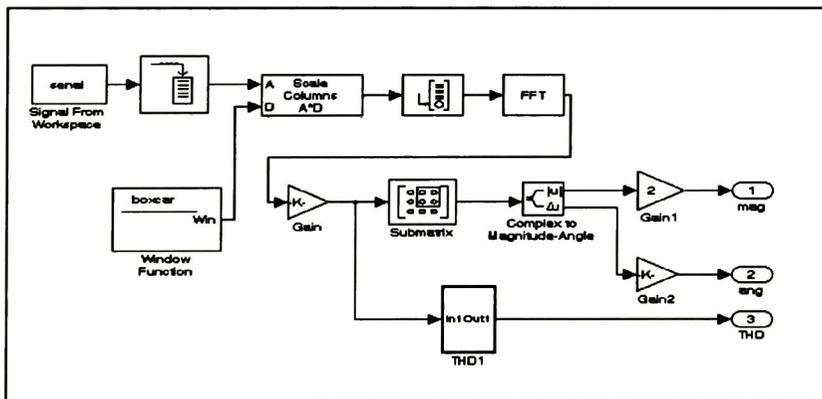


Figura 4.3 Diagrama de la STFT en Simulink

Las Figuras 4.5 y 4.6 muestran los resultados obtenidos para las magnitudes de cada una de las componentes, donde los estimados iniciales se han tomado igual a cero. Se puede observar que el

filtro de Kalman es capaz de ajustarse a la dinámica de las magnitudes después de medio ciclo (aproximadamente 10 ms), mientras que la STFT necesita un tiempo mayor.

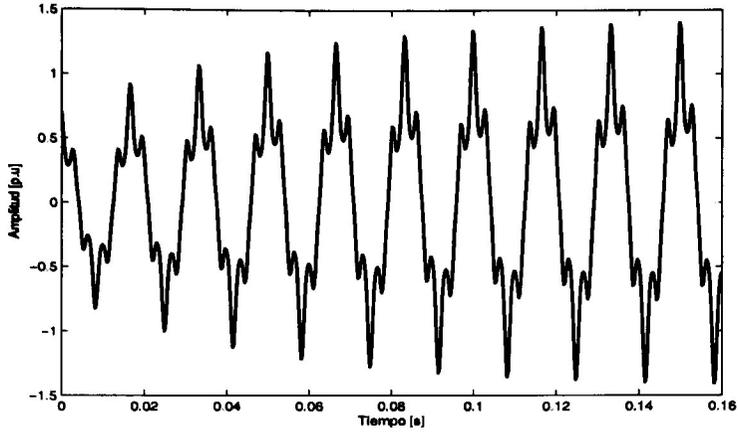


Figura 4.4 Forma de onda de la señal $s(n)$ del Ejemplo 4.1

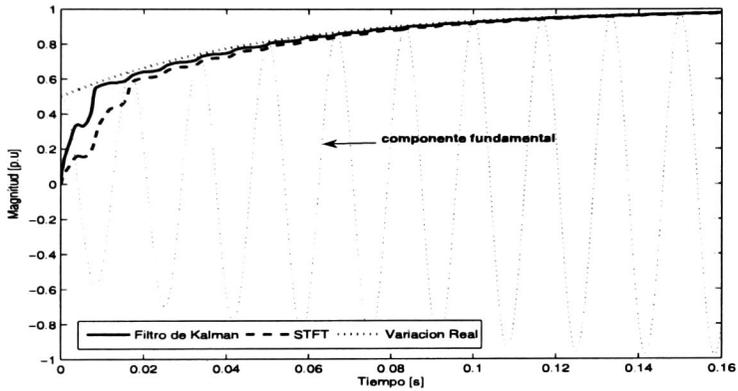


Figura 4.5 Comparación de la magnitud de la componente fundamental

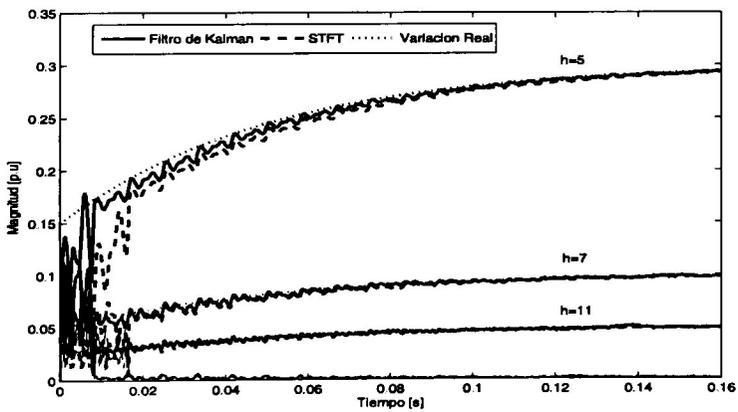


Figura 4.6 Comparación de las magnitudes de las componentes armónicas

Es importante notar que en el ejemplo 4.1, por cuestiones de comparación, las condiciones descritas en la sección 4.2 fueron satisfechas, y en este caso los dos algoritmos proporcionan resultados correctos y similares. Sin embargo, para poder usar la FFT en el algoritmo de la STFT el número de muestras en un ciclo necesita ser una potencia de 2, de otra forma el uso de la DFT es necesario (lo cual implica más esfuerzo computacional). No obstante, si el número de muestras en un ciclo no es un entero el uso de la DFT también se vería limitada. El filtro de Kalman resulta ser más exacto y no está sujeto a una frecuencia de muestreo, lo que le da aun más superioridad puesto que, en un sistema de potencia, siempre existe incertidumbre en la determinación de la frecuencia de la componente fundamental.

4.7 Implementación del Filtro de Kalman en un DSP para la Estimación en Tiempo Real de la Dinámica de los Armónicos.

Las características del DSP y sus innumerables ventajas en aplicaciones de tiempo real, lo hacen adecuado para implementar una amplia variedad de algoritmos de medición. La metodología del Filtro de Kalman descrita previamente ha sido implementada sobre un DSP para el análisis en tiempo real de la dinámica de los armónicos. El filtro es el mismo que se diseñó en la sección 4.4 usando *Simulink*, y es implementado en el DSP vía *Embedded target for TI DSP toolbox*, las señales de entrada fueron creadas en *MATLAB*, y las señales de salida fueron intercambiadas en tiempo real entre la PC y el DSP usando *MATLAB link for CCS (RTDX)*.

4.7.1 Descripción del Software y el Hardware

El DSP es un TMS320C6713 de punto flotante y 32 bit de *Texas Instrument*, con arquitectura de palabra de instrucción muy larga (VLIW, por sus siglas en Inglés) y con frecuencia de operación de 225 Mhz. El DSP consiste de tres principales partes: el CPU, periféricos, y memoria.

El CPU contiene ocho unidades funcionales operando en paralelo. Estas son divididas en dos secciones, A y B. Cada sección contiene una de las siguientes unidades:

- a. Unidad M (usada para operaciones de multiplicación)
- b. Unidad L (usada para operaciones lógicas y aritméticas)
- c. Unidad S (usada para operaciones aritméticas y manipulación de bits)
- d. Unidad D (usada para cargar y almacenar)

La Figura 4.7 muestra un diagrama funcional de bloques del TMS320C6713. La memoria de programa interna esta estructurada en espacios separados para instrucciones y para datos, lo que permite accesos múltiples a memoria en un solo ciclo de instrucción. Los principales periféricos incluyen un controlador de acceso directo a memoria (DMA), una interfase de memoria externa de 32-bit (EMIF), timers, un puerto de interfase al host (HPI), un puerto serial multicanal bi-direccional (McBSP). La descripción detallada de estos periféricos y los demás mostrados en la Figura 4.1 puede ser encontrada en [25] y en general una revisión completa de la arquitectura del TMS320C6713 se da en [24].

Cabe destacar que el DSP, con estas características y operando a una frecuencia de 225 MHz, puede idealmente llevar a cabo dos multiplicaciones y acumulaciones por ciclo. Esto significa un

total de 450 millones de multiplicaciones y acumulaciones (MACs) por segundo, y con seis de las ocho unidades capaces de manejar operaciones de punto flotante (excluyendo D en la Figura 4.1) es posible realizar 1350 millones de operaciones de punto flotante por segundo (MFLOPS). Esto se traslada a 1800 millones de instrucciones por segundo (MIPS) con un tiempo por ciclo de 4.4 ns (8 instrucciones de 32 bits por ciclo).

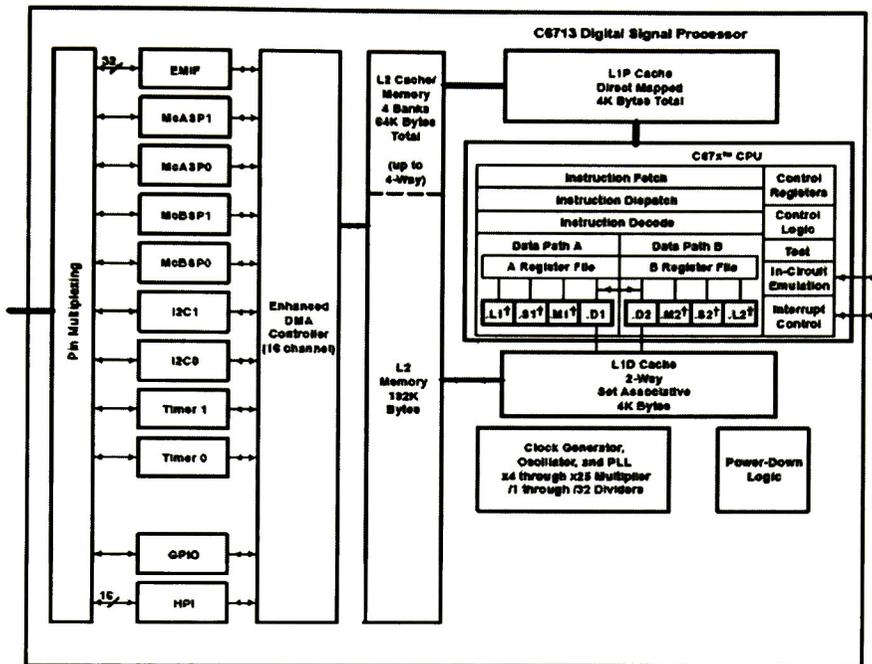


Figura 4.7 Diagrama funcional de bloques del TMS320C6713

El desarrollo del algoritmo fue programado en lenguaje "C", por medio de MATLAB RTW toolbox. La Figura 4.8 muestra el esquema de implementación del filtro y enseguida se describen brevemente las aportaciones de cada uno de los componentes allí mostrados.

Code Composer Studio (CCS). Provee de un ambiente de desarrollo integral (IDE) para incorporar las herramientas de software. Incluye herramientas para generación de código tales como un compilador de C, un ensamblador y un linker. Tiene capacidades gráficas y soporta debugging en tiempo real. Además, contiene herramientas de software para construcción y debugging de programas.

Simulink. Provee el uso de una interfaz gráfica para construir modelos como diagramas de bloques y de librerías como el DSP blockset, que ha sido diseñado específicamente para procesamiento digital de señales. Este último incluye operaciones tales como manipulación de matrices, Álgebra Lineal, Estadística, filtrado adaptivo, transformadas, entre otras.

MATLAB link for CCS. Provee las herramientas que usa MATLAB para comunicarse con el CCS y con la información almacenada en memoria y/o registros del DSP.

Embedded Target for TIC6000 DSP. Permite utilizar Real-Time Workshop para generar código C a DSPs de TI o al CCS desde algoritmos modelados en simulink a través de bloques del DSP blockset. Esta herramienta toma el código generado en C y usa herramientas de TI para construir código de máquina específico dependiendo del procesador utilizado. El proceso de construir consiste en descargar el código máquina y correr el ejecutable sobre el DSP.

Además para aplicaciones de tiempo real, *Texas Instrument* provee junto con el DSP un sistema operativo de tiempo real (RTOS) llamado DSP/BIOS. Las ventajas más importantes del uso del DSP/BIOS son:

- Provee de herramientas para configurar memoria, mecanismos de comunicación, establecer prioridades, y manejar interrupciones. Esto permite enfocarse en la aplicación y no en el hardware.
- El código puede fácilmente implementarse en otros DSPs con simples modificaciones del código fuente.
- El módulo de análisis de tiempo real (RTA) permite ver información detallada en tiempo real del programa que está corriendo.
- El módulo de intercambio de información en tiempo real (RTDX), permite transferir información en tiempo real entre el DSP y la PC.

Una lista completa de las características y ventajas del uso del DSP/BIOS se encuentra en [26].

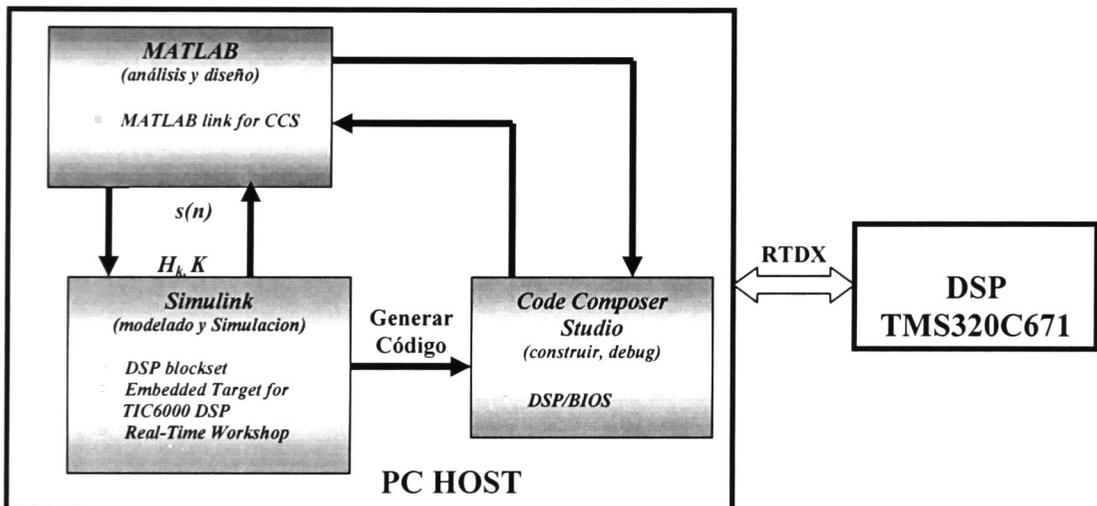


Figura 4.8 Proceso para implementar el filtro de Kalman en el DSP

4.7.2 Implementación (Ejemplo 4.2)

De la Figura 4.1 se observa que la ganancia de Kalman K y el vector de coeficientes H_k son independientes de la medición, y por lo tanto, pueden ser calculados fuera de línea y almacenados en memoria para reducir el tiempo de cálculo tomado por el filtro. K y H_k son calculados periódicamente, por lo que el número de valores que deben ser almacenados en memoria es igual al producto del número de muestras por ciclo y el número de variables de estado consideradas en el modelo.

Se analizaron algunas señales con diferente contenido armónico, estacionarias o variables en tiempo, y con diferentes niveles de ruido. Como ejemplo, se considera la respuesta del filtro de Kalman a una variación repentina en la magnitud y la fase de uno de los armónicos presente en una señal $s(n)$ que incluye a la 3ª, 5ª, 9ª, 11ª y 13ª armónica de 60 Hz, expresada por

$$s(n) = 1.0 \cos(\omega_0 n + 30) + 0.1 \cos(3\omega_0 n + 210) + 0.06 \cos(5\omega_0 n + 180) + 0.009 \cos(9\omega_0 n - 145) + 0.005 \cos(11\omega_0 n + 30) + 0.003 \cos(13\omega_0 n).$$

La variación consiste en cambiar la magnitud a 0.1 y la fase a $+90^\circ$ de la 5ª armónica después del segundo ciclo. La forma de onda de la señal resultante se muestra en la Figura 4.9.

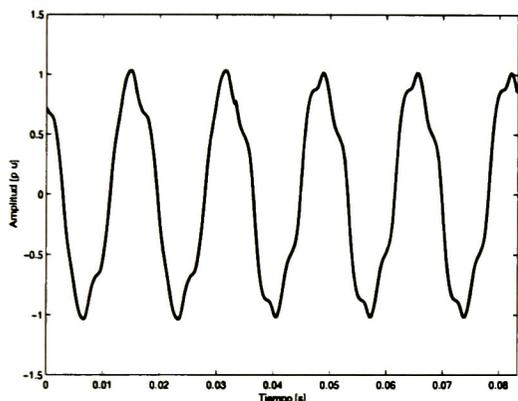


Figura 4.9 Forma de onda de la señal $s(n)$ del Ejemplo 4.2

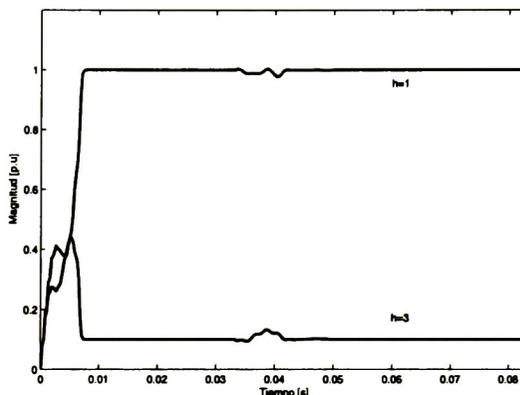


Figura 4.10 Magnitud estimada para la fundamental y 3ª componente

Las Figuras 4.10-4.12 muestran las magnitudes de las componentes armónicas y un estimado del THD al aplicar el filtro de Kalman con valores de 1 p.u.^2 para los elementos de la matriz de covariancia inicial y con una covariancia del ruido igual a 0.0005 p.u.^2 . Se aprecia en las figuras que el tiempo que toma el filtro en responder a un cambio repentino también es menor de medio ciclo de la fundamental. El cambio en magnitud de la 5ª armónica es detectado efectivamente como se aprecia en la Figura 4.11.

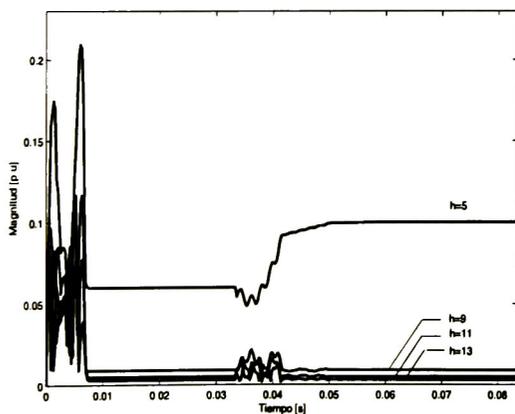


Figura 4.11 Magnitud estimada para el resto de las componentes armónicas

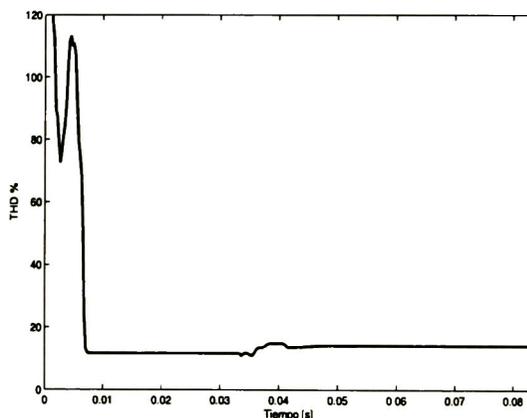


Figura 4.12 Magnitud estimada del THD

Con el objeto de probar las capacidades del filtro ante un caso más real, se considero la corriente a través de una carga no lineal obtenida de los resultados en Caso I de la Sección 3.4. La forma de onda de esta corriente es mostrada en la Figura 3.3 usando EHD con el modelo no lineal. La Figura 4.13 muestra la comparación entre los resultados obtenidos con el filtro de Kalman y los obtenidos con el EHD.

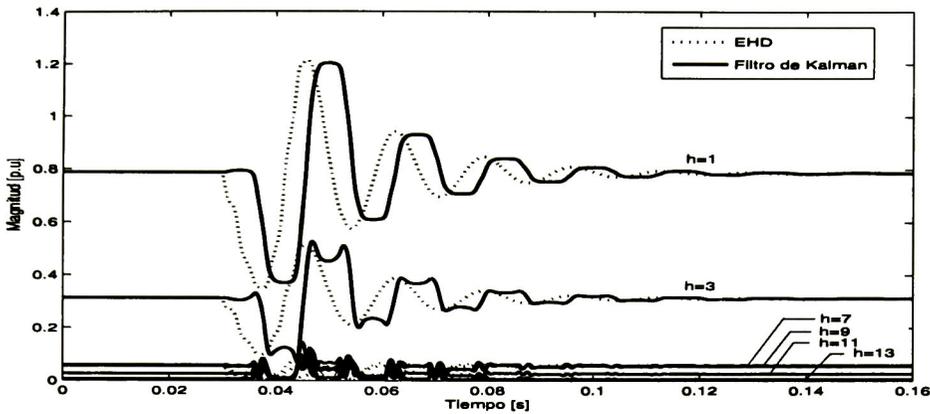


Figura 4.13 Comparación entre el Filtro de Kalman y el EHD de la dinámica de los armónicos.

4.7.3 Eficiencia del Esquema de Medición

La eficiencia del esquema de medición puede ser medida por medio de mecanismos que indiquen por ejemplo el uso del CPU o la cantidad de memoria utilizada. El uso del CPU puede ser estimado en términos de la carga del CPU, donde ésta es definida como el porcentaje de instrucción-ciclos que el CPU emplea haciendo trabajo de aplicación [26]. Esto puede ser medido usando la herramienta de Análisis de Tiempo Real (RTA) en el CCS. La parte inferior de la Figura 4.14 muestra éstas herramientas dentro del CCS.

Otra opción es usar *Embedded Target for TIC6000 DSP*, donde la eficiencia puede ser evaluada desde MATLAB configurando *Real-Time Workshop* para que inserte objetos de instrumentación estadísticos (STS) al principio y al final del código para cada subsistema del modelo en Simulink. Así, después de correr el código durante algunos segundos, un reporte en formato HTML que analiza y despliega resultados estadísticos puede ser obtenido a través del *Embedded Target for TIC6000 DSP*. La Figura 4.15 muestra un reporte generado para esta aplicación. Este reporte muestra la cantidad de tiempo de cálculo empleado por cada subsistema.

Se puede observar de las Figuras 4.14 y 4.15, que en este caso la carga del CPU al ejecutar el algoritmo del filtro de Kalman es del 20.88% y que el algoritmo puede ejecutarse en aproximadamente 30 μ s .

Los resultados obtenidos del DSP son almacenados en un buffer de 2304 bytes; una vez que el buffer está lleno, la información es transferida a la PC usando funciones RTDX en modo no continuo sin interferir con la aplicación. Esta información puede ser almacenada en un archivo sobre la PC y puede ser leída desde un software de aplicación como MATLAB o LabVIEW.

La velocidad de transferencia de RTDX, idealmente es de 39.06 kbytes/s, tomando en cuenta estos resultados y que Δt es igual a $260.416 \mu s$, 0.6498282 kbytes (también idealmente) pueden ser transferidos en modo continuo del DSP a la PC. No obstante, su visualización en tiempo real depende de las características de la PC y el software de aplicación.

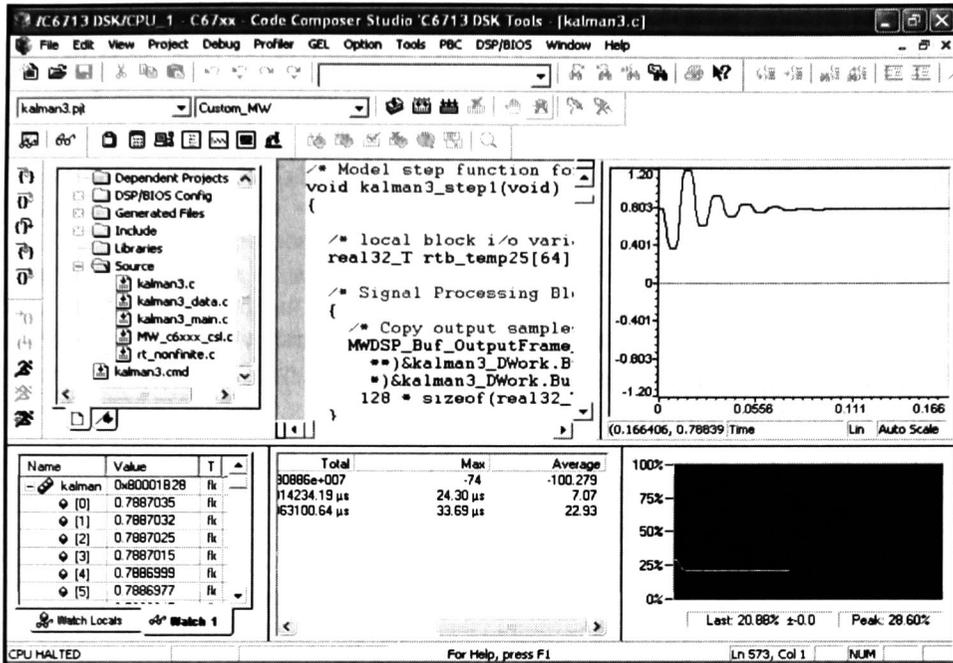


Figura 4.14 Herramienta de Análisis de Tiempo Real (RTA) en el CCS.

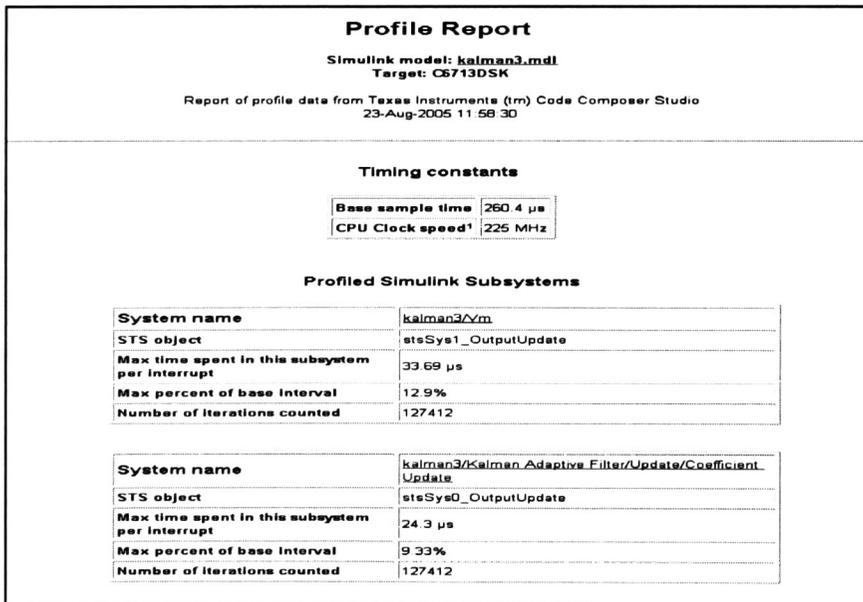


Figura 4.15 Reporte estadístico usando MATLAB

4.8 Discusión

En este Capítulo se ha analizado la capacidad del filtro de Kalman para estimar continuamente los armónicos después de un periodo de inicialización. Los resultados ilustraron que su respuesta a cambios repentinos en la magnitud y fase de los armónicos es menor de 10 ms. El algoritmo fue comparado con el de la STFT, presentando una clara superioridad, y aunque modificaciones en el uso de la SFTF pueden conducir a resultados más exactos que los mostrados aquí, implican grandes dificultades, las cuales han sido documentadas en [27].

Las ventajas que el filtro de Kalman presenta, lo hacen adecuado para estimar en tiempo real el contenido armónico de señales variantes en tiempo. Sin embargo, la eficiencia del algoritmo estándar de Kalman depende enormemente de información a priori del ruido del proceso y en la medición, tal información en situaciones prácticas es generalmente desconocida o aproximada. De ésta forma, el filtro de Kalman puede perder habilidad para ajustarse a la dinámica de las componentes armónicas ante cambios bruscos de los parámetros. Este problema ya ha sido detectado desde hace tiempo, y en [16, 28, 29] se pueden encontrar algunas técnicas propuestas para ayudar a mitigar este problema.

V CONCLUSIONES

5.1 Comentarios Finales

En esta tesis, la metodología del Dominio Armónico Extendido (EHD) se ha utilizado para analizar la dinámica de los armónicos en sistemas que contienen no linealidades magnéticas. Es importante remarcar que el EHD es una extensión del método del dominio armónico (HD) usado en el análisis armónico de estado estable en sistemas de potencia. Por lo tanto, el análisis transitorio de modelos en el HD puede ser llevado a cabo con algunas modificaciones simples, además otra ventaja es que el HD puede ser usado para inicializar el EHD.

Dos posibles opciones de solución utilizando el EHD se presentaron y compararon. La primera consiste en utilizar la linealización del conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento dinámico del sistema en el dominio del tiempo aplicando después el EHD para obtener un sistema lineal e invariante en tiempo. Como segunda opción, se propone la aplicación directa del EHD a dicho sistema no lineal, en donde la solución debe ser encontrada iterativamente.

Los resultados obtenidos en el Capítulo III han ilustrado las ventajas y desventajas de ambos métodos. El método no lineal muestra una mayor confiabilidad para analizar la dinámica de los armónicos. No obstante, el modelo linealizado muestra una superioridad en cuanto a la eficiencia computacional. Aunque aquí se ha usado un sistema simple como prueba, la metodología del EHD es adecuada para el análisis dinámico de grandes sistemas, incluyendo no linealidades y dispositivos electrónicos.

Se han calculado también los índices de calidad de energía utilizando el EHD. Los cuales claramente muestran ser constantes durante el estado estable y variables durante condiciones transitorias.

Por otra parte, en esta tesis se ha propuesto un algoritmo de medición basado en el filtro de Kalman implementado sobre un DSP para la estimación en tiempo real de la dinámica de los armónicos. Las características y capacidades del filtro han sido analizadas con varias señales dentro y fuera de línea, mostrando en general resultados satisfactorios. Los resultados fueron comparados con un algoritmo basado en transformadas de Fourier, el cual, como se describió, necesita cubrir una cantidad importante de condiciones (que son difíciles de satisfacer en la práctica) para arrojar buenos resultados.

La utilización de un DSP (TMS320C6713) hizo posible llevar fácilmente a cabo la estimación en tiempo real de la dinámica de los armónicos. Aunque, el filtro ha sido implementado para obtener en tiempo real el valor instantáneo de un conjunto de 9 armónicos (18 estados), la utilización de la capacidad total y recursos del DSP permite llevar a cabo la estimación de un número mayor de armónicos y/o la ejecución de otros algoritmos en paralelo, como medición de parámetros de calidad, detección de disturbios y control de potencia.

Por último, es importante mencionar que el uso de las herramientas adecuadas como Code Composer Studio y MATLAB permite reducir el tiempo y el trabajo de análisis e implementación, al proveer un enfoque en la aplicación y no en el hardware.

5.2 Trabajos Futuros

Se propone como trabajos futuros en la simulación de la dinámica de los armónicos usando el Dominio Armónico Extendido:

- Evaluar sus características matemáticas y computacionales ante técnicas distintas de integración en el caso linealizado y/o iterativas en el caso no lineal.

Comparar su eficiencia con ambos modelos, linealizado y no lineal, ante disturbios distintos a los presentados aquí.

El análisis de sistemas que incluyan además de no linealidades caracterizadas por saturación magnética, dispositivos electrónicos y otro tipo de no linealidades.

- El análisis de grandes sistemas no lineales utilizando técnicas de reducción que permitan el enfoque de la dinámica de los armónicos en un área específica.

En cuanto al algoritmo de Kalman y su implementación en un DSP para detección y estimación de armónicos variantes en tiempo en forma instantánea se propone:

Llevar a cabo los ajustes e incorporación de hardware necesarios para su validación en pruebas de campo.

Construcción de una interfase DSP-PC (HOST) para obtener fácilmente ajustes y visualizaciones, a través de ambientes de programación como LabVIEW o Microsoft Visual C++.

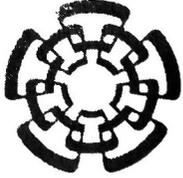
Incorporar al algoritmo las modificaciones y o técnicas propuestas para manejar información necesaria a priori (como la matriz Q) para tratar de obtener un mejor y más rápido ajuste en la estimación de la dinámica de los armónicos ante repentinos disturbios.

- Evaluar eficiencia y capacidades de tiempo real del DSP al incorporar otros algoritmos para su ejecución (como detección de disturbios) en paralelo con el filtro de Kalman.

REFERENCIAS

- [1] **J. Arrillaga, A. Medina, M. L. V. Lisboa, M. A. Cavia, and P. Sánchez,** “*The Harmonic Domain. A frame of Reference for Power System Harmonic Analysis,*” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 10, pp.433-440, Feb. 1995
- [2] **E. Acha, M. Madrigal,** “*Power System Sarmonic,*” Wiley & Sons, Chichester. 2001
- [3] **J. Arrillaga, B. Smith, N. Watson, A. Wood,** “*Power System Harmonic Analysis,*” Wiley & Sons, Chichester. 1997.
- [4] **A, Gómez Expósito,** “*Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica,*” Mc Graw Hill, Madrid 2002
- [5] **J. Arrillaga, B. Smith, N. Watson, A. Wood,** “*A review of iterative harmonic analysis for ac-dc power system,*” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, January 1998
- [6] **J. Rico, M. Madrigal, E. Acha,** “*Dynamic Harmonic Evolution using the Extended Harmonic Domain,*” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 18, April 2003
- [7] **Ghosh, G. Ledwich,** “*Power Quality Enhancement Using Custom Power Devices,*” Kuwer Academic Publisher, London 2002
- [8] **R. C. Dugan, M. McGranaghan, H. W. Beaty,** “*Electrical Power System Quality,*” Mc Graw Hill, New York 1996
- [9] **Ramirez, A. Semlyen, R. Iravani,** “*Order Reduction of the Dynamic Model of a Linear Weakly Periodic System-Part I: General Methodology*” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, No. 2, May 2004
- [10] **M. McGranaghan,** “*Trends in Power Quality Monitoring,*” IEEE Power Engineering Review, October 200
- [11] **J. Salazar,** “*Procesadores Digitales de Señales. Arquitecturas y criterios de selección,*” Universidad Politécnica de Cataluña
- [12] **S. W. Smith,** “*The Scientist and Engineer’s Guide to Digital Signal Processing,*” California Technical Publishing, San Diego, California
- [13] **T. Ortmeier, A. Medina,** “*Harmonic Simulation Techniques (Methods & Algorithms),*” IEEE PES General Meeting, Denver Co, USA, June 2004
- [14] **Task Force on Probabilistic Aspects of Harmonics (Y. Baghzouz, Chiar),** “*Time-Varying Harmonics: Part I-Characterizing Measured Data,*” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, pp 938-944, July 1998

- [15] **A.A Girgis, W.B Chang, and E. B. Makram**, "*A Digital Recursive Measurement Scheme for on Line Tracking of Power System Harmonics*," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 6, no. 3, July 1991
- [16] **Kent K. C. Yu, N. R. Watson, and J. Arrillaga**, "*An Adaptive Filter for Dynamic Harmonic State Estimation and Harmonic Injection Tracking*," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 20, no. 2, pp 1577-1584, April 2005
- [17] **S. Qian and D. Chen**, "*Joint time-frequency analysis*," IEEE Signal Processing Mag. Vol 16, pp. 51-56, 1999
- [18] **A.A. Girgis F. M. Ham**, "*A Qualitative Study of Pitfalls in FFT*," IEEE Trans. On Aerospace and Electronics System, vol. AES 16, PP. 434-439, July 1980
- [19] **T. A. George D. Bones**, "*Harmonic Power Flow Determination using the Fast Fourier Transform*," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 6, no.22, April 1991
- [20] **F. J. Harris**, "*On use of Windows for Harmonics Analysis with Discrete Fourier Transform*," Proc. IEEE, vol. 66, pp. 51-83, Jan. 1978
- [21] **G. Andria, M. Savino, A. Trotta**, "*Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy*," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 38, no. 4, August 1989
- [22] **Ch, S. Moo, Y. N. Chang, P. P. Mok**, "*A Digital Measurement for Time-Varying Transient Harmonics*," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 10, no.2, April 1995
- [23] **S. Haykin**, "*Adaptive Filter Theory*," 3ed ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996
- [24] **R. Chassaing**, "*Digital Signal Processing and Applications with the C6713 and C6416 DSK*," Wiley, New Jersey, 2005
- [25] "TMS320C6000 Peripherals, SPRU190D," Texas Instrument, Dallas, TX, 2000.
- [26] **D. Dart**, "*DSP/BIOS Kernel Technical Overview*," Texas Instrument, Application Report, Document SPRA780, Aug
- [27] **G. T. Heydt P.S Fjeld C.C. Liu, D. Pierce, L. Tu, G. Hensley**, "*Applications of the Windowed FFT to Electric Power Quality Assessment*," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 20, Oct. 1999
- [28] **Liu Steven**, "*An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals*," Proc. 8th Intern. Conf. On Harmonics and Quality Power System, Greece, October, 1998
- [29] **J. Chen, R. J. Patton**, "*Optimal Filtering and Robust Fault Diagnosis of Stochastic System with Unknown Disturbances*," IEE Prod. Control Theory Appl. Vol. 143, No. 1, 1996



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N. UNIDAD GUADALAJARA

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Simulación de la Evolución Dinámica de Armónicos y su Estimación
en Tiempo Real Utilizando un Filtro de Kalman

del (la) C.

Dayan Giovanni HERNÁNDEZ DECANINI

el día 23 de Septiembre de 2005.

Dr. Pablo Moreno Villalobos
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Luis Naredo Villagrán
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Amner Israel Ramírez Vázquez
Investigador CINVESTAV 2C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Alberto Gutiérrez Robles
Profesor Investigador Titular A
Universidad de Guadalajara



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000008261