



x(86708.1)



# CINVESTAV-IPN

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN  
Unidad Guadalajara

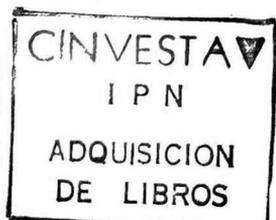
---

## MODELADO Y ANÁLISIS DINÁMICO DEL TCSC Y SU APLICACIÓN PARA MEJORAR EL COMPORTAMIENTO ELECTROMECAÁNICO EN REDES ELÉCTRICAS

TESIS QUE PRESENTA  
RICARDO JORGE DÁVALOS MARÍN

PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA



Guadalajara, Jal., Agosto de 2000

CLASIF. \_\_\_\_\_  
ADQUIS. Teses, 2001  
FECHA: 29-11-01  
PROCEB: Dep. Serv. Bibliográficos

**MODELADO Y ANÁLISIS DINÁMICO DEL TCSC Y SU  
APLICACIÓN PARA MEJORAR EL  
COMPORTAMIENTO ELECTROMECAÁNICO EN REDES  
ELÉCTRICAS**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

**Por:**

**Ricardo Jorge Dávalos Marín**

**Ingeniero en Electrónica**

**Universidad Autónoma de Guadalajara, 1994-1998**

**Director de Tesis:**

**Dr. Juan Manuel Ramírez Arredondo**

**CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto del 2000**

---

## RESUMEN

---

En esta tesis se presenta el estudio y aplicación de un sistema flexible de transmisión de c.a (FACTS por sus siglas en inglés) que mayor impacto ha tenido en los últimos años. El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC por sus siglas en inglés). Este es un dispositivo que ha surgido para enfrentar problemas que actualmente los grandes sistemas de potencia sufren, tales como oscilaciones de potencia, estabilidad de voltaje y resonancia subsíncrona por mencionar algunos.

En este trabajo se presentan un análisis del dispositivo como tal, es decir, sin incluirlo en un sistema de potencia. En esta parte de la tesis se analizan sus diferentes modos de operación, se efectuará un estudio de estabilidad y se obtendrán modelos para estudio de estabilidad transitoria. En la siguiente parte del trabajo se mostrará la aplicación del dispositivo para el amortiguamiento de oscilaciones de potencia en diferentes redes.

En la primera parte se hace un estudio de los diferentes modos de operación que presenta el TCSC, así como una análisis dinámico utilizando una aproximación periódica en el espacio de estados. Utilizando esta misma aproximación para modelar el dispositivo y mostrando su estructura no-lineal se clarificara una herramienta que nos permite analizar la estabilidad de un sistema que cuenta con comportamiento periódico; el denominado mapa de Poincaré. Se verá como al aplicar el mapa a un sistema no-lineal se obtiene un sistema en tiempo discreto no-lineal, por lo que para efectuar un análisis de estabilidad del dispositivo, se propone evaluar el Jacobiano del mapa en el punto de equilibrio.

Se clarifican dos de los modelos utilizados para el TCSC. El primero de ellos el modelo quasi-estático, que representa al TCSC como una reactancia variable, y el modelo dinámico fasorial basado en la variación de los coeficientes de Fourier. Para mostrar el desempeño de cada uno de los modelos, se incluyen los modelos ante cambios en el ángulo de disparo dentro del problema máquina-barra infinita.

En la última parte de esta tesis el TCSC se aplico en un sistema de potencia en conjunto con múltiples PSS con el objetivo de amortiguar oscilaciones de potencia inter-área y así incrementar la estabilidad transitoria del sistema en estudio. Para esta parte se propone una metodología para sintonizar controladores diseñados para proporcionar amortiguamiento a las oscilaciones del tipo electromecánico en un sistema de potencia. La metodología se aplica a un sistema de 3 máquinas y 9 nodos, así como un equivalente de la red nacional compuesta por 46 máquinas y 190 nodos.

---

## AGRADECIMIENTOS

---

Primeramente quisiera agradecer a Diós por haberme permitido realizar este trabajo, pero sobre todo por haberme dado a mis padres ya que sin su apoyo y comprensión, este trabajo no hubiera sido posible. Principalmente quisiera agradecerles por haberme brindado la oportunidad de realizar mis estudios.

Quisiera agradecer a todos mis profesores los cuales de una manera desinteresada me brindaron sus conocimientos. Agradezco principalmente y de una forma muy especial a mi director de tesis el Dr. Juan Manuel Ramírez Arredondo por todo su apoyo y paciencia en la elaboración de esta tesis pero sobre todo quiero darle las gracias por su gran amistad.

También doy un agradecimiento a mis profesores de licenciatura ya que sus enseñanzas fueron de gran utilidad en mi paso por la maestría. Doy un agradecimiento principalmente al Ing. Luís Jorge Aguilera Casillas y al Ing. Joel García Órnelas.

Por último agradezco a mis compañeros por su amistad y apoyo, principalmente a los Ings. Moisés Ochoa, Ignacio Luna, Abraham Valenzuela, Juan Carlos Gutiérrez y al M. C Emilio Barocio.

---

## LISTA DE FIGURAS

---

1.1	Red con transmisión en rutas paralelas.....	3
1.2	Controladores FACTS serie instalados en la línea.....	3
1.3	Red de transmisión mallada.....	4
1.4	(a) Sistema con un capacitor variable; (b) Sistema con un regulador de ángulo de fase...	5
1.5	Modulo básico de un TCSC.....	6
1.6	Diagrama unifilar para una fase del TCSC de la subestación de Slatt.....	7
1.7	Diagrama simplificado para una fase del TCSC en la subestación de Kayenta.....	8
2.1	Sistema de potencia con un TCSC.....	11
2.2	Sistema en modo de bloqueo.....	11
2.3	Sistema en modo de conducción.....	12
2.4	Sistema sin conducción de tiristores.....	14
2.5	Formas de onda al momento de insertar el TCSC.....	20
2.6a	Formas de onda para $R_t = 0 \Omega$ .....	20
2.6b	Formas de onda con $R_t = 1\Omega$ .....	21
2.6c	Formas de onda con $R_t = 10 \Omega$ .....	22
2.7	Ciclo de trabajo del TCSC.....	22
2.8	Respuesta del TCSC operando en modo vernier.....	24
3.1	Sistema de compensación en una sola fase.....	26
3.2	Comportamiento del TCSC en el espacio de estados.....	27
3.3	(a) Comportamiento en el espacio de estados; (b) Plano $\Sigma$ .....	28
3.4	Dinámica del TCSC sobre un período.....	29
3.5	Sistema de Kayenta.....	36
3.6	Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z.....	37
3.7	Valores propios con $T = 1/30$ en el plano z.....	37
3.8	Plano de estados y puntos de Poincaré para el caso 2.....	38
3.9	Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z.....	38
3.10	Valores propios para el sistema de Kayenta en el plano z.....	39
4.1	Circuito del TCSC en un sistema de potencia.....	41
4.2	Período transitorio del TCSC.....	45
4.3	Estado estacionario del TCSC.....	46
4.4	Voltaje y corriente en el capacitor.....	50
4.5	Voltaje y corriente en el TCR.....	50
4.6	Voltaje del capacitor y corriente de tiristores en la región inductiva.....	51
4.7	Voltaje del capacitor y corriente de tiristores en la región capacitiva.....	52
4.8	Corriente del capacitor.....	52
4.9	Reactancia y Susceptancia fundamental del TCSC.....	55
4.10	Sistema máquina-barra infinita con TCSC.....	56
4.11	Velocidad angular ( $\omega$ ).....	57
4.12	Ángulo ( $\delta$ ).....	58
4.13	Principales ángulos definidos para el modelo fasorial.....	62
4.14	Contenido armónico en el voltaje del capacitor $ p_n(\alpha) $ .....	64
4.15	Voltaje del capacitor aproximado hasta con la 5ta armónica.....	66

4.16	Respuesta a cambios escalón en el ángulo de disparo.....	71
4.17	Respuesta a cambios en la magnitud de la corriente y ángulo de disparo.....	72
4.18	Velocidad angular ( $\omega$ ).....	73
4.19	Angulo ( $\delta$ ).....	74
4.20	Voltaje del capacitor $v_c(t)$ .....	74
4.21	Angulo ( $\delta$ ).....	75
5.1	Sistema de dos áreas.....	78
5.2	Sistema de excitación.....	78
5.3	Diagrama de bloques de un PSS con dos bloques de atraso-adelanto.....	79
5.4	Sistema en lazo cerrado.....	80
5.5	Algoritmo para coordinar estabilizadores.....	83
5.6	Control para modificar $X_{TCSC}$ .....	84
5.7	Sistema de 3 máquinas y 9 nodos de la WSCC.....	85
5.8	Factores de participación para el modo de 8.8417 rad/s.....	87
5.9	Factores de participación para el modo de 13.5089 rad/s.....	87
5.10	Velocidad de la máquina 1.....	90
5.11	Velocidad de la máquina 2.....	91
5.12	Velocidad en la máquina 3.....	91
5.13	Flujo de potencia activa en la línea 9-6.....	92
5.14	Velocidad máquina 1.....	92
5.15	Velocidad máquina 2.....	93
5.16	Velocidad máquina 3.....	93
5.17	Flujo de potencia activa en la línea 9-6.....	94
5.18	Velocidad máquina 1.....	94
5.19	Velocidad máquina 2.....	95
5.20	Velocidad máquina 3.....	95
5.21	Flujo de potencia activa en la línea 9-6.....	96
5.22	Velocidad máquina 1 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5.....	97
5.23	Velocidad máquina 2 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5.....	98
5.24	Velocidad máquina 3 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5.....	98
5.25	Flujo de potencia activa en la línea 9 - 6 ante la falla de cortocircuito.....	99
5.26	Sistema de 46 máquinas 190 nodos.....	100
5.27	Velocidad y ángulo de la máquina 1.....	102
5.28	Velocidad y ángulo relativo de la máquina 3.....	103
5.29	Velocidad relativa y ángulo relativo, máquina 33.....	103
5.30	Potencia eléctrica en la máquina 32 y flujo de potencia activa en la línea 75-84.....	104
5.31	Variación de $X_{TCSC}$ .....	104
5.32	Velocidad relativa y ángulo relativo de la maq. 5 con falla en el nodo 75.....	105
5.33	Velocidad relativa y ángulo relativo de la maq. 33 con falla en el nodo 75.....	105
5.34	Flujo de potencia activa en la línea 75-84.....	106
5.35	Velocidad y potencia de la máquina 2.....	106
5.36	Velocidad y potencia de la máquina 32.....	107
5.37	Ángulo relativo de la máquina 19 y flujo eléctrico en la línea 75-84.....	107
5.38	Velocidad y potencia eléctrica de la máquina 2.....	108
5.39	Velocidad y ángulo relativo de la máquina 5.....	108
5.40	a) Flujo eléctrico en la línea 75-84; b) Variación de $X_{TCSC}$ .....	109

---

# ÍNDICE

---

<b>RESUMEN.....</b>	<b>I</b>
<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>II</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>III</b>
<b>Capítulo 1: INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Flujo de Potencia en rutas paralelas.....	2
1.2 Flujo de Potencia en un sistema mallado.....	3
1.3 Introducción y típica estructura del TCSC.....	5
1.3.1 Reactor controlado por tiristores.....	6
1.4 Estructura de la tesis.....	7
<b>Capítulo 2: MODOS DE OPERACIÓN DEL TCSC</b>	
2.1 Introducción.....	10
2.2 Características de estado estacionario.....	10
2.2.1 Modo de bloqueo.....	11
2.2.2 Modo de conducción.....	12
2.3 Características en modo Vernier.....	14
2.3.1 No-conducción.....	14
2.3.2 Conducción.....	15
2.4 Análisis del TCSC en sus diferentes modos de operación.....	19
2.4.1 Modo de Bloqueo.....	19
2.4.2 Modo de conducción.....	19
2.4.3 Modo Vernier.....	22
2.5 Conclusiones.....	24
<b>Capítulo 3: ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL TCSC MEDIANTE EL MAPA DE POINCARÉ</b>	
3.1 Introducción.....	26
3.2 Mapa de Poincaré.....	27
3.3 Modelado del sistema.....	28
3.4 Cálculo del mapa de Poincaré.....	29
3.5 Estabilidad de un sistema periódico.....	30
3.6 Estabilidad de un sistema discreto.....	33
3.7 Ejemplos de aplicación.....	34
3.8 Conclusiones.....	36
<b>Capítulo 4: MODELADO DEL TCSC PARA ESTADO ESTACIONARIO Y DINÁMICO</b>	
4.1 Voltaje y Corriente en el TCSC.....	40
4.1.1 Período de Conducción.....	40
4.1.2 Período de no-conducción.....	43
4.2 Voltaje y corriente del TCSC en estado estacionario.....	45
4.2.1 Período de Conducción.....	45

4.2.2	Período de no-conducción.....	47
4.3	Modelo Quasi-Estático del TCSC.....	51
4.3.1	Impedancia fundamental del TCSC.....	53
4.4	Modelo fasorial del TCSC.....	56
4.4.1	Modelo Fasorial .....	58
4.4.2	Modelo Simplificado.....	69
4.5	Conclusiones.....	73
<b>Capítulo 5:</b>	<b>DISEÑO Y SINTONIZACIÓN DE CONTROLES PARA EL AMORTIGUAMIENTO DE OSCILACIONES DE POTENCIA</b>	
5.1	Introducción.....	76
5.2	Estabilizadores de Potencia (PSS).....	77
5.3	Sintonización de múltiples controles.....	79
5.3.1	Implementación del algoritmo.....	82
5.4	Aplicación de la técnica de sintonización.....	82
5.4.1	Modelado de la planta.....	82
5.4.2	Sistema de 3 máquinas y 9 nodos.....	84
5.4.3	Simulaciones en el tiempo.....	90
5.4.4	Sistema de 46 máquinas y 190 nodos.....	97
5.4.5	Simulaciones en el tiempo.....	102
5.5	Conclusiones.....	109
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>111</b>
<b>TRABAJOS FUTUROS.....</b>		<b>113</b>
<b>PUBLICACIONES.....</b>		<b>114</b>

---

# CAPÍTULO

# 1

---

## INTRODUCCIÓN

Actualmente los sistemas de potencia constan de una gran cantidad de interconexiones, no sólo entre compañías prestadoras de servicio eléctrico pertenecientes a un país, sino también entre sistemas de diferentes países; esto obedece principalmente a cuestiones de carácter económico y de seguridad en la operación del sistema. Esto condujo a explotar los beneficios de trabajar interconectados: a) la posibilidad de compartir la carga entre los diferentes miembros, y tener asistencia mutua en emergencias; b) la coordinación de la operación de todas las unidades generadoras participantes. Todo con el fin de tener un sistema confiable y económicamente más eficiente.

Pese a las ventajas de las interconexiones, éstas traen consigo serios problemas operativos y de control. Por ejemplo, cuando ocurre un disturbio en cualquier parte del sistema, éste se hace sentir en todo el resto, en mayor o menor grado dependiendo de la distancia eléctrica. Al contar con un buen sistema de protecciones estas contingencias son aisladas apropiadamente y todo el sistema puede volver a la normalidad en unos cuantos segundos; de lo contrario, es posible que se pueda desencadenar una serie de eventos que pueden provocar el colapso total del sistema dando como resultado un “apagón”

En los últimos años la demanda en los sistemas de potencia ha crecido considerablemente así como la extensión territorial de los mismos, esto a llevado a una serie de problemas como sobrecarga, la presencia de grandes flujos de potencia en líneas sin un control adecuado y la aparición de oscilaciones de potencia.

Mientras que las interconexiones resultan en una operación económica y en una gran confiabilidad superior a través de la asistencia mutua, contribuyen a incrementar la complejidad de los problemas de estabilidad e incrementar la posibilidad de inestabilidades.

Hasta hace unos pocos años, el mayor interés y esfuerzo se había concentrado en el área de la estabilidad de la posición angular del rotor conocida como estabilidad transitoria. Sin embargo, la evolución de los sistemas de potencia ha resultado en la aparición de otros fenómenos de estabilidad que pueden limitar la operación del sistema, tales como requerimientos de potencia reactiva y control de voltaje.

Claramente, la evolución de los sistemas de potencia ha resultado en condiciones de operación más complejas; en particular, condiciones que pueden llevar a problemas de estabilidad de voltaje [5] y de oscilaciones inter-área de baja frecuencia han sido motivo de mucho interés en los últimos años.

Podemos decir que en la actualidad las compañías eléctricas tratan de suministrar energía eléctrica a los centros de carga con mínimo costo y con la confiabilidad requerida. Sin embargo, las líneas de transmisión de c.a. están cada vez más cerca de su límite de transmisión de energía, y por el momento no parece posible detener el aumento en la demanda de energía eléctrica. Aunado a esto, el costo de las líneas de transmisión, así como las dificultades que representan su construcción, limitan la disponibilidad y el crecimiento de la capacidad de generación. Además, en un sistema de transmisión complejo, la potencia entre una estación generadora y los centros de carga fluye a través de numerosas líneas. En un mercado de servicio eléctrico desregulado, éste fenómeno causa problemas en las empresas eléctricas ya que la energía eléctrica no fluye basada en leyes económicas, por lo tanto, la

transmisión es el principal interés para el establecimiento de una competencia real en el mercado eléctrico.

Tradicionalmente los principales controles de acción en los sistemas de potencia tales como los cambiadores de taps en los transformadores y algunos compensadores serie y paralelo son en gran parte dispositivos electromecánicos. Estos dispositivos por ser de conmutación mecánica son de acción lenta además de tienen una mayor probabilidad de fallar, ya que estos tienden a desgastarse con rapidez comparados con los dispositivos estáticos. Así, desde un punto de vista de operación dinámica y de estado estacionario, el sistema puede tornarse incontrolable.

El gran auge de la electrónica de potencia ha permitido el desarrollo e implementación de dispositivos que han ayudado a mitigar algunos de los problemas a los que se enfrenta el sector eléctrico. Estos dispositivos se conocen como *Sistemas de Transmisión Flexibles de C.A.* (FACTS por sus siglas en inglés), y de acuerdo al IEEE la definición de estos dispositivos es la siguiente [4]: *Sistema de transmisión de corriente alterna que incorpora controladores basados en electrónica de potencia estáticos para mejorar la controlabilidad e incrementar la capacidad de transferencia de potencia.*

La cualidad fundamental de los FACTS es que pueden contribuir a controlar las principales variables de los sistemas de potencia: perfiles de voltaje, flujos en las líneas, impedancia serie, impedancia paralelo y la topología de la red. Esto permite operar el sistema en una forma más eficiente desde el punto de vista operativo, ya que ésta capacidad permite operar las líneas de transmisión cerca de sus límites térmicos [3].

Una característica que hace que los dispositivos FACTS sean atractivos es que son efectivos en los tres estados de operación de un sistema: prefalla, transitorio y postfalla. La habilidad que presentan estos dispositivos para controlar transitorios y de afectar rápida y significativamente el estado siguiente inmediato a una falla, con frecuencia significa que el impacto que tienen en el estado de postfalla pueden minimizar las operaciones de prefalla, dejando así un margen de operación de prefalla mayor para optimizar aspectos económicos. Así, un sistema que se diseña adecuadamente con un margen de operación suficiente, hace posible satisfacer los aspectos de seguridad y economía durante su operación [2].

Como ya se mencionó, uno de los problemas que enfrentan actualmente los grandes sistemas de potencia es la presencia de oscilaciones inter-área. Éstas son usualmente espontáneas, es decir, pueden ser provocadas por pequeñas perturbaciones, tales como cambios de carga en el sistema. Estas oscilaciones son indeseables y pueden provocar un colapso en zonas débiles del sistema. Una de las primeras soluciones para este problema fué el uso de estabilizadores de potencia (PSS), que actúan a través del sistema de excitación [7].

Recientemente los dispositivos FACTS han abierto nuevas alternativas para la solución de éste problema, tales como el empleo de los dispositivos compensador estático de reactivos (SVC), el capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) y el controlador unificado de flujos de potencia (UPFC). Este tipo de dispositivos puede ayudar considerablemente a incrementar el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia, y pueden proporcionar una flexibilidad operativa muy importante, sobre todo cuando se logran coordinar apropiadamente.

## 1.1 Flujo de potencia en rutas paralelas

A manera de motivación y para ilustrar las bondades que presentan los dispositivos FACTS se considera el siguiente ejemplo. En la Fig. 1.1 se muestra un área de gran generación representada por el generador 1 que suministra potencia hacia un área con déficit de generación representada por el generador 2 a través de dos rutas paralelas. Si no se aplica ningún control, la transferencia de potencia es inversamente proporcional a las impedancias de las líneas de transmisión. Esto significa que la línea de menor impedancia transportará el doble de potencia que la otra línea.

Una de las alternativas que existen para remediar este problema es la utilización de un controlador FACTS en la línea de transmisión como se muestra en la Fig. 1.2, donde también se muestran dos de los diferentes tipos de controladores que actúan en serie.

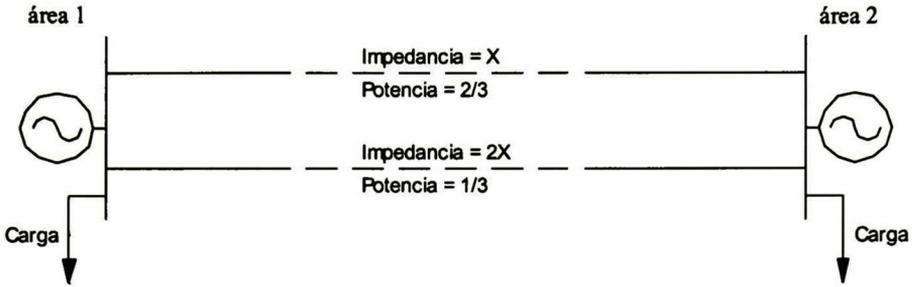


Fig. 1.1 Red con transmisión en rutas paralelas

Al controlar la impedancia, Fig. 1.2a, o el ángulo de fase, Fig. 1.2b, un dispositivo FACTS puede llegar a controlar el flujo de potencia a través de la línea. El flujo máximo que puede transportar la línea está restringido por el límite térmico de la línea.

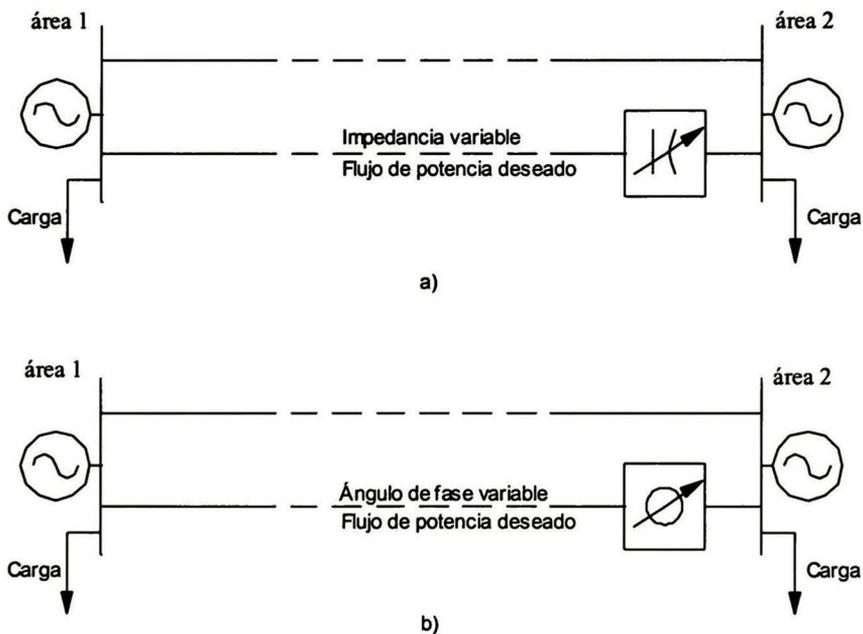


Fig. 1.2 Controladores FACTS serie instalados en la línea

## 1.2 Flujo de potencia en un sistema mallado

Para este caso se considera un esquema simplificado en el que dos generadores ubicados en zonas distintas envían energía a una carga a través de una red que consiste de tres líneas de transmisión en una conexión mallada como se muestra en la Fig. 1.3. Para este ejemplo las líneas AC, BC y AB tienen un límite continuo de carga de 2000, 1250 y 1000 MW respectivamente. Los límites de emergencia son del doble para cada una de las líneas, y pueden soportarlos por un período de tiempo que permita

redistribuir la potencia en caso de que ocurra la pérdida de una de las líneas. Sabemos que la transferencia de potencia se rige de acuerdo a la impedancia serie de la línea que es alrededor de un 90% inductiva.

Si el generador A cuenta con un nivel de generación de 2000 MW y el generador B de 1000 MW, se está entregando a la carga un total de 3000 MW.

Las impedancias para cada línea se muestran en la Fig. 1.3, así como el flujo de potencia transmitido por cada una. Como puede observarse, estos niveles de transferencia de potencia sobrecargan la línea BC. Para corregir este problema se podría disminuir la generación en B y aumentarla en A, y de esta manera alimentar la carga sin sobrecargar la línea BC.

Si se inserta un capacitor con una reactancia a frecuencia fundamental de  $5 \Omega$  como se muestra en la Fig. 1.4a, la impedancia total de la línea AC se reduce de  $10 \Omega$  a  $5 \Omega$ , de esta manera el flujo de potencia a través de las líneas AB, BC y AC serán de 250, 1250, 1750 MW respectivamente. Es claro que si el capacitor es ajustable, el flujo de potencia puede ser ajustado de acuerdo a las necesidades de carga y generación.

Si el capacitor es de conmutación mecánica se verá limitado en términos de frecuencia de operación ya que los componentes mecánicos tienden a desgastarse, de esta manera el dispositivo no podrá cubrir los requerimientos de carga en las líneas ya que estos cambian de manera continua con las condiciones operativas, pronósticos de generación y salida de líneas.

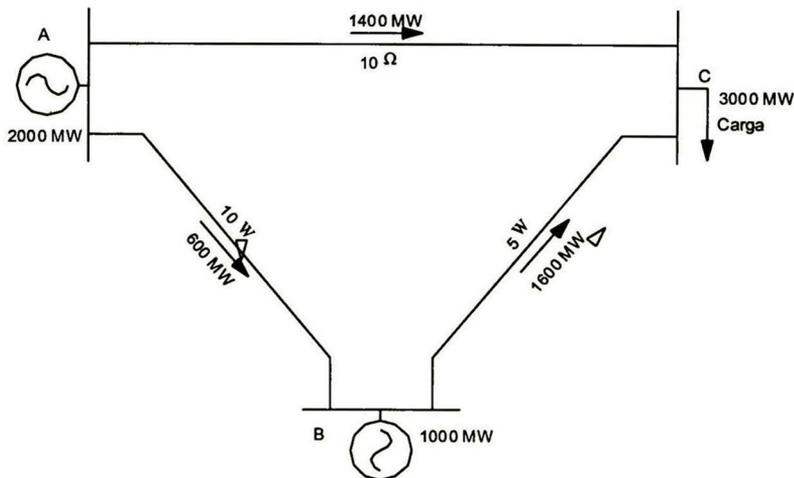


Fig. 1.3 Red de transmisión malla

Uno de los problemas que puede provocar la compensación serie fija es el de resonancia subsíncrona, que presenta valores típicos de 10 a 50 Hertz (Hz) para un sistema de 60 Hz. Este fenómeno se presenta cuando una de las frecuencias de resonancia mecánica de la flecha de un generador multiturbina coincide con la frecuencia síncrona (60 Hz) menos la frecuencia de resonancia eléctrica del capacitor y la impedancia inductiva de la línea. La resonancia subsíncrona puede llegar a dañar la flecha de la turbina si no se corrige el fenómeno a tiempo.

Por otra parte si el capacitor es controlado parcial o totalmente por tiristores puede operarse tan frecuentemente como se requiera, y así modularse para amortiguar cualquier condición de resonancia subsíncrona; esta característica permite al sistema pasar de una condición de operación en estado

estacionario a otra sin el riesgo de daño a la flecha del generador. De esta manera un capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) puede corregir el problema de la resonancia subsíncrona .

Otras de las opciones para el problema descrito es instalar un regulador de ángulo de fase controlado por tiristores, éste puede colocarse en cualquiera de las tres líneas y obtener resultados similares. En la Fig. 1.4b el regulador se instala en la línea AC para reducir la diferencia de ángulo de fase entre ambas barras.

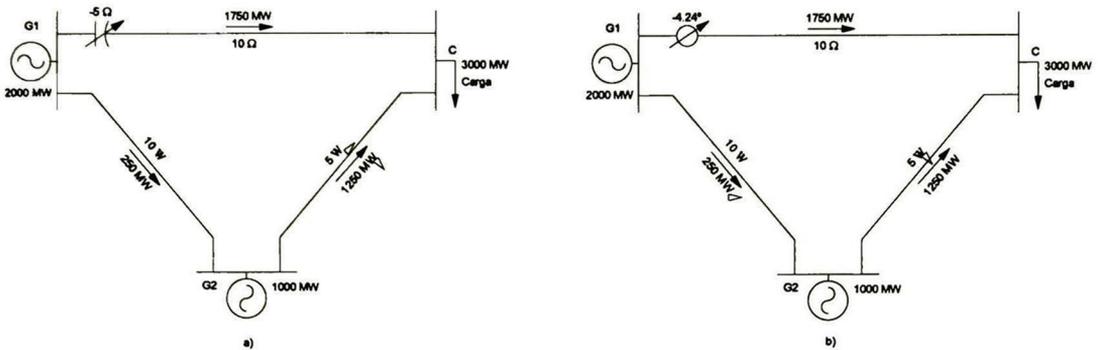


Fig. 1.4 (a) Sistema con un capacitor variable; (b) Sistema con un regulador de ángulo de fase

En estos dos ejemplos se han mostrado algunos beneficios que proporciona el uso de dispositivos FACTS. Algunos otros son los siguientes:

- Incremento de la capacidad de carga de la línea hasta su límite térmico.
- Incremento en la seguridad del sistema a través del aumento de la estabilidad transitoria.
- Reducción de flujos de potencia reactiva para permitir un mayor flujo de potencia activa [1].
- Limitar los efectos de fallas en el sistema y fallas en equipos previniendo salidas en cascada.
- Proporcionar flexibilidad al sistema.

Hay que hacer notar que los dispositivos FACTS actúan para cambiar la distribución de la potencia transferida en un sistema eléctrico determinado, pero no pueden suministrar o remover potencia al sistema; además, los dispositivos FACTS, pueden tener diferentes impactos en el sistema de potencia activa, por lo que es importante maximizar su uso, para lo cual se debe considerar cuidadosamente la localización geográfica junto con su impacto económico con el fin de obtener los mejores resultados.

Algunos dispositivos FACTS son los siguientes:

- Compensador estático de reactivos (SVC por sus siglas en inglés).
- Compensador estático (STATCOM).
- Capacitor serie controlado por tiristores (TCSC).
- Controlador unificado de flujo de potencia (UPFC).
- Transmisión de corriente directa de alto voltaje (HVDC).

En esta trabajo nos centraremos en el estudio del TCSC.

\* Para mayor detalle sobre el tema consulte [8]

## 1.3 Estructura del TCSC

El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) es un dispositivo FACTS que se utiliza como compensador serie.

Es bien sabido que la transmisión de potencia de CA a través de grandes líneas de transmisión está limitada principalmente por la impedancia serie de la línea. La compensación por medio de capacitores serie fijos es un recurso usado desde décadas atrás para tratar de reducir la impedancia de las líneas y así incrementar la transmisión de potencia a través de ellas. Con el desarrollo de los dispositivos FACTS se ha demostrado que la compensación variable serie es más efectiva, tanto para el control del flujo de potencia en las líneas como para el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

Con el desarrollo del TCSC se ha logrado obtener una compensación variable, que ayuda a resolver problemas de estabilidad de voltaje, mejoramiento de la estabilidad transitoria, amortiguamiento de oscilaciones de potencia y el incremento del flujo de potencia a través de las líneas de transmisión

Este dispositivo está caracterizado por una rápida respuesta, un amplio rango de operación y una alta confiabilidad. Es un dispositivo basado en tiristores en conjunto con un banco de capacitores y reactores (inductores). La configuración más popular para este dispositivo es un capacitor fijo en paralelo con un reactor controlado por tiristores (TCR), Fig. 1.5.

### 1.3.1 Reactor controlado por tiristores (TCR)

El reactor controlado por tiristores (TCR) consiste de un reactor o inductancia  $L$  y dos tiristores en antiparalelo. En la práctica, se conectan un conjunto de tiristores (típicamente entre 10 y 40) en serie para así alcanzar los niveles de voltaje requeridos. Aplicando simultáneamente un pulso de disparo a las compuertas de los tiristores, éstos entran en conducción. Los tiristores automáticamente conmutan cuando la corriente que circula por ellos cae por debajo de una corriente mínima de conducción (idealmente esta corriente es cero). Por lo tanto la forma de controlar este dispositivo es variando el ángulo de disparo de los tiristores.

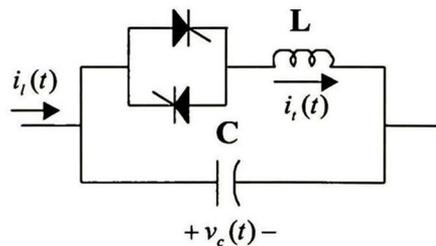


Fig. 1.5 Módulo básico de un TCSC

La corriente del TCR es esencialmente reactiva atrasada  $90^\circ$  con respecto al voltaje. La componente activa de la corriente es muy pequeña y por lo tanto las pérdidas del dispositivo son despreciables; éstas se encuentran en el rango de  $0.5 - 2\%$  de la potencia reactiva. Por lo tanto, una de las suposiciones que se harán en este trabajo será despreciar la resistencia del inductor.

El ángulo de disparo  $\alpha$  se define como el ángulo en grados eléctrico tomando como referencia el cruce por cero de la señal de sincronización, ésta señal puede ser ya sea el voltaje a través del TCR o la corriente de la línea. Los tiristores son disparados en forma simétrica. El rango de control se encuentra entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Se mostrará en capítulos posteriores que se obtiene conducción total al aplicar un ángulo de disparo de  $90^\circ$  y conducción parcial para ángulos de disparo entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . La componente fundamental de la corriente se reduce conforme el ángulo de disparo se incrementa. Esto es equivalente

a incrementar la reactancia inductiva del TCR, por lo tanto podemos decir, y se demostrará en capítulos posteriores, que el TCR se comporta como una reactancia inductiva variable a frecuencia fundamental.

En la actualidad se encuentran en operación dos TCSC en los Estados Unidos. El primero de ellos el TCSC de 500 kV en la subestación C.J. Slatt de la BPA (Bonneville Power Administration) en el estado de Oregon, manufacturado por General Electric (GE) [6]; y el segundo en la subestación de Kayenta de la WSCC de 230 kV, ubicada en el estado de Arizona. Éste manufacturado por Siemens AG [1].

El TCSC de la subestación Slatt consiste de seis módulos idénticos de tiristores en serie en cada una de las fases. Cada módulo incluye un capacitor, un varistor, y un reactor controlado por tiristores (TCR). El principal objetivo de éste dispositivo es el amortiguamiento de resonancia subsíncrona, soporte de voltaje y el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

En la Fig. 1.7 se muestra un diagrama simplificado para una fase del TCSC instalado en la subestación de Kayenta. Consiste de dos bancos de capacitores serie de  $55 \Omega$  cada uno de 165 Mvar y 1000 amperes. Uno de los bancos es operado como compensador fijo y el segundo banco es dividido de tal forma que se obtenga una compensación fija de  $40 \Omega$  a 120 Mvar, mientras el segundo segmento está en configuración TCSC de 45 Mvar. Este TCSC fué instalado para incrementar el nivel de transmisión de la línea de 230 kV entre Glen Canyon and Shiprock.

## 1.4 Estructura de la tesis

En este trabajo nos centraremos en el estudio del TCSC y sus aplicaciones en un sistema de potencia para el mejoramiento de la estabilidad transitoria y el amortiguamiento de oscilaciones de potencia.

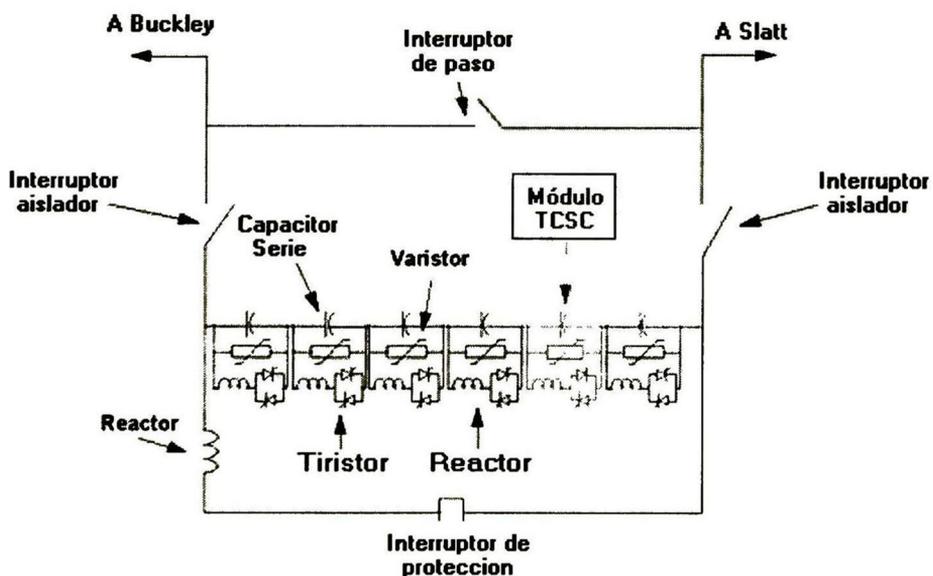


Fig. 1.6 Diagrama unifilar para una fase del TCSC de la subestación de Slatt

El trabajo se divide en dos partes: en la primera (Cap. 2, 3 y 4) se analiza el comportamiento del TCSC como tal, es decir, se estudian las principales características del dispositivo sin estar conectado a

ningún sistema de potencia; y en la segunda parte se muestra la aplicación del dispositivo para el amortiguamiento de oscilaciones de potencia (Cap. 5).

En el capítulo uno se hace una introducción a los problemas que actualmente enfrentan los sistemas de potencia y se hace una introducción a los dispositivos FACTS y los beneficios que ésta nueva tecnología proporciona para enfrentar éstos problemas. En el capítulo dos se presenta un estudio detallado de los diferentes modos de operación que exhibe el TCSC según el estado de los tiristores por medio de una aproximación periódica en variables de estado. En el capítulo tres se presenta y clarifica la aplicación del mapa de Poincaré para el estudio de estabilidad de pequeñas señales del dispositivo. En éste capítulo se presentará el concepto del mapa de Poincaré y se mostrará que al aplicar el mapa a un sistema no-lineal, se obtiene un sistema en tiempo discreto no-lineal, por lo que para efectuar un análisis de estabilidad del dispositivo, se propone evaluar el Jacobiano del mapa en el punto de equilibrio, por último se ejemplifica el estudio de estabilidad empleando casos de los sistemas actualmente en operación.

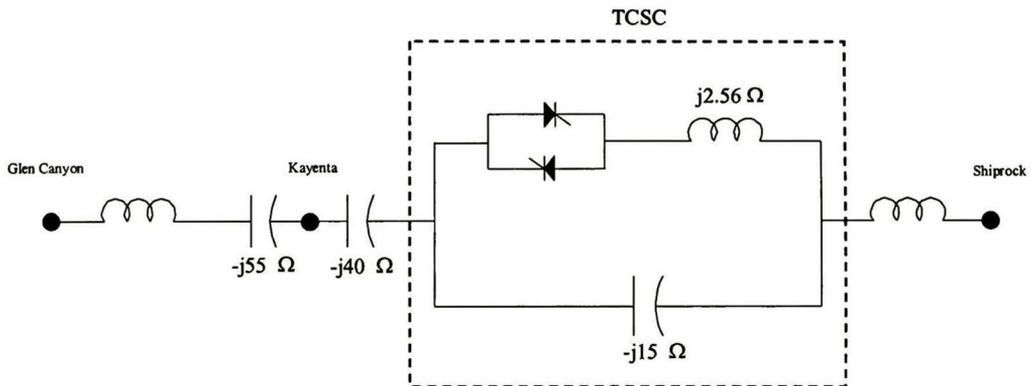


Fig. 1.7 Diagrama simplificado para una fase del TCSC en la subestación de Kayenta

El capítulo cuatro clarifica dos de los modelos más utilizados para modelar al TCSC. El primero de ellos denominado modelo quasi-estático representa al dispositivo como una reactancia variable a frecuencia fundamental que depende del ángulo de disparo de los tiristores; y el segundo de ellos el modelo dinámico fasorial, que es un modelo dinámico continuo en el tiempo capaz de evaluar la envolvente de las señales del dispositivo en el tiempo. Es un modelo basado en la variación de los coeficientes de Fourier. Este capítulo finaliza con una comparación entre los dos modelos.

En el capítulo cinco se presenta la aplicación del TCSC al insertarlo en un sistema eléctrico de potencia. Ahí se propone una metodología para coordinar estabilizadores, utilizados como PSS en máquinas síncronas, y para el control de dispositivos FACTS. En éste capítulo se muestra la aplicación de PSS y del TCSC para el mejoramiento del amortiguamiento de oscilaciones de potencia en el sistema de 3 máquinas y 9 nodos de la WSCC, y en un equivalente de la red troncal de CFE que consta de 46 máquinas y 190 nodos.

## Referencias

- [1] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC transmission System, primera edición, IEEE Press 2000.
- [2] B. Avramovic, L. H. Fink, "Energy management systems and control of FACTS", Electrical Power & Energy Systems, vol. 17, no. 3, pp. 195-198, 1995.

- [3] S. L. Nilsson, "Security aspects of flexible AC transmission system controller applications", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 173-179, 1995.
- [4] Edris A., Adapa, R. Baker, M. H., Bohmann, L., Clark, K., Habashi, K., Gyugui, L., Lemay, J., Mehraban, A. S., Meyers, A. K., Reeve, J., Sener, F., Torgerson, D. R. and Wood, R. R., "Proposed Terms and Definitions for Flexible AC Transmission System (FACTS)", *IEEE Trans on Power Delivery*, vol 12, no. 4, October 1997, pp. 1848-1853.
- [5] Zeno T. Faur, *Effects of FACTS devices on Static Voltage Collapse Phenomena*, tesis de maestria (M. C), Universidad de Waterloo, Ontario Canada 1996.
- [6] D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, J. F. Hauer, "Estimating damping effectiveness of BPA's thyristor controlled series capacitor by applying time and frequency domain methods to measured response", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol 11, no. 2, mayo 1996, pp. 761-766.
- [7] G.J. Li, T. T. Lie, G. B. Shrestha, K. L. Lo, "Implementation of coordinated multiple FACTS controllers for damping oscillations", *Electrical power & energy systems*, 22(2000), pp. 79-92.
- [8] Rajesh "Rajaraman, Ian Dobson, Robert H. Lasseter, Yihchih Sherm, "Computing the damping of subsynchronous oscillations due to a thyristor controlled series capacitor", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 11, no. 2, Abril 1996, pp. 1120-1127.

---

# CAPÍTULO

## 2

---

### MODOS DE OPERACIÓN DEL TCSC

En este capítulo se estudiará el TCSC en sus diferentes modos de operación, los cuales dependen del estado de los tiristores. Debido a la acción de conmutación, el estudio del TCSC se lleva a cabo dividiendo su ciclo de operación en secciones: a) cuando los tiristores se encuentran en conducción y; b) cuando se encuentran bloqueados. El análisis se efectúa por medio de una aproximación periódica en variables de estado.

#### 2.1 Introducción

El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) es un dispositivo FACTS que se utiliza como compensador serie. Un modelo básico de TCSC consiste de un capacitor fijo conectado en paralelo con un reactor (inductor) controlado por tiristores (TCR). El dispositivo opera básicamente en tres modos:

- Modo de bloqueo o no-conducción.
- Modo de conducción.
- Modo vernier.

Para el modo de bloqueo o no-conducción por los tiristores no circula corriente, y podemos decir que para este caso los tiristores se comportan como un interruptor abierto. Si los tiristores se encuentran conduciendo en todo momento decimos que el dispositivo está operando en modo de conducción; para este caso los tiristores se comportan como un interruptor cerrado. El modo de operación donde normalmente opera el dispositivo se denomina modo vernier. En este caso los tiristores conducen de forma parcial formando un ciclo sucesivo de encendido/apagado.

Se analizará cada uno de estos modos operativos, iniciando por las características de estado estacionario del TCSC, que son similares a un circuito RLC en paralelo con inductancia variable.

#### 2.2 Características de estado estacionario

El sistema de la Fig. 2.1 representa un sistema máquina barra-infinita, en el cual está insertado un TCSC. Se asume que el generador mantiene un voltaje en terminales  $E_s(t)$  y en la barra-infinita se tiene  $E_r(t)$ , donde:

$$E_s(t) = E_m \sin(\omega t + \delta)$$

$$E_r(t) = E_m \sin(\omega t)$$

Se define un voltaje  $E_d(t)$  como la diferencia de voltajes

$$E_d(t) = E_s(t) - E_r(t)$$

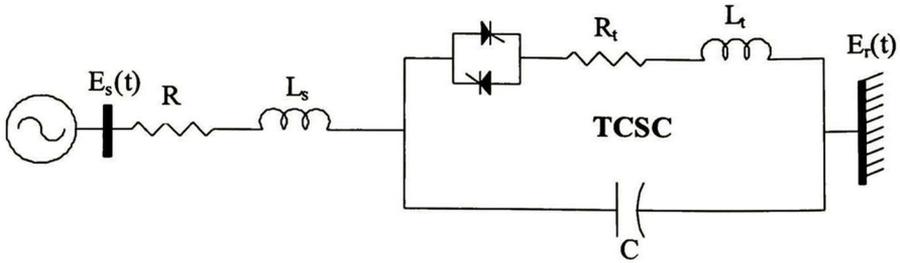


Fig. 2.1 Sistema de potencia con un TCSC.

$$E_d(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m (\sin(\omega t) \cos(\delta) + \sin(\delta) \cos(\omega t)) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m \sin(\delta) \cos(\omega t) + E_m (\cos(\delta) - 1) \sin(\omega t)$$

Si  $A = E_m \sin(\delta)$  y  $B = E_m (\cos(\delta) - 1)$ , aplicando la igualdad

$$A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(\omega t + \arctan\left(-\frac{B}{A}\right)\right)$$

resulta

$$E_d(t) = E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d) \tag{2.1}$$

donde:

$$E_{dm} = 2E_m \sin(\delta_d)$$

$$\delta_d = \frac{\delta}{2}$$

### 2.2.1 Modo de bloqueo

Para el modo operativo donde los tiristores no conducen,  $i_t(t) = 0$ , el dispositivo se comporta como un capacitor fijo, por lo tanto, el sistema de potencia mostrado en la Fig. 2.1 se reduce al de la Fig. 2.2.

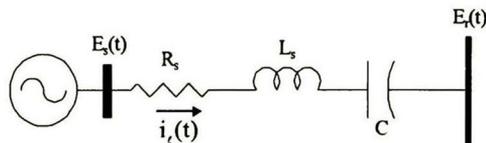


Fig. 2.2 Sistema en modo de bloqueo.

Usando análisis fasorial se calculan la corriente de línea  $i_t(t)$ , y el voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ .

$$E_{dm} \angle \delta_d = \left[ R_s + j \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I_t$$

$$I_t = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle (\delta_d - \varphi) \quad (2.2)$$

$$V_c = I_t X_C$$

$$V_c = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle \left( \delta_d - \varphi - \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.3)$$

En el dominio del tiempo,

$$v_c(t) = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \sin(\omega t + \delta_d - \varphi) \quad (2.4)$$

$$i_t(t) = 0 \quad (2.5)$$

$$i_r(t) = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cos(\omega t + \delta_d - \varphi) \quad (2.6)$$

donde:

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\omega L_s - \frac{1}{\omega C}}{R_s} \right)$$

### 2.2.2 Modo de conducción

Para el modo de conducción el circuito a analizar es el que se presenta en la Fig. 2.3.

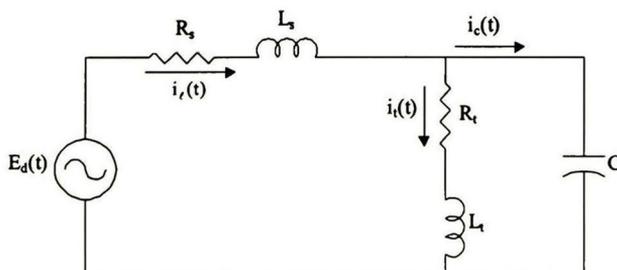


Fig. 2.3 Sistema en modo de conducción.

Usando análisis fasorial se obtiene el estado estacionario del voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , la corriente en los tiristores  $i_t(t)$ , la corriente en el capacitor  $i_c(t)$ , y la corriente en la línea  $i_\ell(t)$ .

Definiendo:

$$Z_t = R_t + j\omega L_t$$

$$Z_\ell = R_s + j\omega L_s$$

se plantean las siguientes ecuaciones de malla:

$$E_{dm} \angle \delta_d - Z_\ell I_\ell = V_c \quad (2.7)$$

$$I_\ell = I_c + I_t \quad (2.8)$$

Resolviendo para  $V_c$ ,  $I_c$ ,  $I_t$  e  $I_\ell$ , se obtienen las siguientes expresiones:

$$V_c = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (2.9)$$

$$I_c = \frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle \left( \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.10)$$

$$I_t = \frac{1}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d - \varphi_\Delta) \quad (2.11)$$

$$I_\ell = V_c \left( \frac{1}{Z_t} + \frac{1}{X_C} \right) \quad (2.12)$$

en el dominio del tiempo:

$$v_c(t) = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (2.13)$$

$$i_c(t) = -\frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (2.14)$$

$$i_t(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} \cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) \quad (2.15)$$

$$i_\ell(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} \left[ \cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) - \omega C |Z_t| \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \right] \quad (2.16)$$

donde:

$$|Z_t| = \sqrt{R_t^2 + (\omega L_t)^2}$$

$$\varphi_t = \arctan\left(\frac{\omega L_t}{R_t}\right)$$

$$Z_\Delta = |Z_\Delta| \angle \varphi_\Delta$$

$$|Z_{\Delta}| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$$

$$\varphi_{\Delta} = \arctan\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

$$Z_1 = R_s + R_t - \omega^2 C(R_s L_t + R_t L_s)$$

$$Z_2 = \omega(R_s R_t C + L_t + L_s) - \omega^3 L_s L_t C$$

## 2.3 Características en modo vernier

El modo vernier es el principal modo de operación del TCSC, en el que el comportamiento del TCSC se controla mediante el ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha$ , obteniendo así una conducción parcial por parte de los tiristores. El ángulo de disparo puede considerarse como referencia ya sea el cruce por cero del voltaje en el capacitor ó el de la corriente que circula por la línea.

Para obtener las características del dispositivo en este modo de operación el sistema de potencia mostrado en la Fig. 2.1 se tratará tomando en cuenta dos representaciones en el espacio de estados, de acuerdo al estado de los tiristores: cuando no hay conducción por ellos y cuando se encuentran en conducción. Por lo que su análisis se realizará por medio de una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable.

### 2.3.1 No-conducción

El sistema durante el intervalo de no-conducción se muestra en la Fig. 2.4. En este modo de operación sólo existen dos variables de estado: el voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , y la corriente de la línea  $i_l(t)$ .

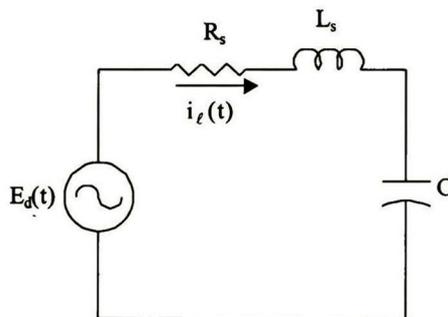


Fig. 2.4 Sistema sin conducción de tiristores.

Aplicando leyes de Kirchhoff

$$E_d(t) = R_s i_l(t) + L_s \frac{d}{dt} i_l(t) + v_c(t)$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i_l(t) dt$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} v_c(t) &= \frac{1}{C} i_\ell(t) \\ \frac{d}{dt} i_\ell(t) &= -\frac{R_s}{L_s} i_\ell(t) - \frac{1}{L_s} v_c(t) + \frac{1}{L_s} E_d(t)\end{aligned}$$

en forma de variables de estado,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (2.17)$$

### 2.3.2 Conducción

Cuando los tiristores conducen el sistema analizado es el que se muestra en la Fig. 2.3. En este modo de operación las variables de estado son: voltaje en el capacitor  $v_c(t)$ , corriente en los tiristores  $i_t(t)$ , y la corriente en la línea  $i_\ell(t)$ .

Aplicando leyes de Kirchhoff se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} v_c &= \frac{1}{C} i_\ell(t) - \frac{1}{C} i_t(t) \\ \frac{d}{dt} i_\ell(t) &= -\frac{R_s}{L_s} i_\ell(t) - \frac{1}{L_s} v_c(t) + \frac{1}{L_s} E_d(t) \\ \frac{d}{dt} i_t(t) &= -\frac{R_t}{L_t} i_t(t) + \frac{1}{L_t} v_c(t)\end{aligned}$$

En forma de variables de estado se tiene

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (2.18)$$

Debido al cambio en el modo de operación provocado por la conmutación de los tiristores, el sistema experimenta un cambio de dimensiones, pasando de un sistema de  $n-1$  variables de estado a uno de  $n$  variables de estado y viceversa. Para evitar este cambio de dimensiones el TCSC se modela como una ecuación de estados periódica no homogénea, considerando la conmutación de los tiristores mediante la función de conmutación  $s(t)$  [1].

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{s(t)}{L_t} & 0 \\ -\frac{s(t)}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (2.19)$$

Donde:  $s(t) = 1$  : Tiristores conduciendo

$s(t) = 0$  : Tiristores bloqueados (no-conducción).

De acuerdo al valor de  $s(t)$  la matriz de estados **A** será de dos formas:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Donde  $A_1$  denota al sistema cuando no conducen los tiristores y,  $A_2$  denota al sistema con los tiristores en conducción. Ya que la matriz  $A_1$  se usa para el caso donde los tiristores no están en conducción, entonces se asume que  $i_r(t_0) = 0$ ;

Se sabe que la solución general a la ecuación de estado no homogénea [3]

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.22)$$

está dada por:

$$x(t) = \phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau \quad (2.23)$$

Donde  $\phi(t, t_0)$  es la matriz de transición de estado.

$$\phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau)d\tau} \quad (2.24)$$

Sustituyendo (2.24) en (2.23),

$$\begin{aligned}
x(t) &= e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_{t_0}^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \\
x(t) &= e^{\int_0^t A(\tau) d\tau - \int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_0^{\tau} A(\beta) d\beta - \int_0^{t_0} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \\
x(t) &= e^{\int_0^t A(\tau) d\tau} \left[ e^{-\int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\int_0^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \right] \tag{2.25}
\end{aligned}$$

La ecuación (2.25) es la solución general para un sistema lineal variante en el tiempo descrito por la ecuación (2.22). Ya que las matrices  $A_1$  y  $A_2$  son matrices que contienen elementos invariantes en el tiempo (el sistema en análisis, realmente es un sistema no lineal variante en el tiempo, pero al utilizar la función de conmutación se convierte en un sistema lineal invariante en el tiempo por secciones), la ecuación (2.25) se reduce a:

$$\begin{aligned}
x(t) &= e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \\
x(t) &= e^{At} \left[ e^{-At_0} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau \right] \tag{2.26}
\end{aligned}$$

Para obtener  $x(t)$  de la ecuación (2.26) se hace uso de la descomposición modal [2]. Así, se asume que  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$  son valores propios distintos de la matriz  $A$ , y  $\xi_1, \xi_2$  y  $\xi_3$  son los vectores propios asociados. La matriz modal  $M$  consta de los vectores propios, y la matriz diagonal  $J$  consta de los valores propios. Esto es:

$$e^{At} = M e^{Jt} M^{-1} \tag{2.27}$$

donde:

$$\begin{aligned}
J &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \\
M &= [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$e^{At} = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 t} \end{bmatrix} [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]^{-1} \tag{2.28}$$

La dinámica detallada del sistema se analiza al reescribir la ecuación (2.26)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[ e^{-At_0} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_\ell(t_0) \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t M e^{-J\tau} M^{-1} B u(\tau) d\tau \right]$$

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[ e^{-At_0} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_\ell(t_0) \end{bmatrix} + M \int_{t_0}^t Z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ L_s \end{bmatrix} E_{dm} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau \right]$$

Donde:  $Z = e^{-J\tau} M^{-1}$

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[ e^{-At_0} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_\ell(t_0) \end{bmatrix} + \frac{E_{dm}}{L_s} M \int_{t_0}^t \begin{bmatrix} m_{13} e^{-\lambda_1\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{23} e^{-\lambda_2\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{33} e^{-\lambda_3\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \end{bmatrix} d\tau \right] \quad (2.29)$$

Efectuando la integral del  $i$ -ésimo elemento

$$\int_{t_0}^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau = \int_0^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau - \int_0^{t_0} e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau$$

$$\int_{t_0}^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau = I\lambda_i(t) - I\lambda_i(t_0) \quad (2.30)$$

Sustituyendo (2.30) en (2.29)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[ e^{-At_0} \begin{bmatrix} i_t(t_0) \\ v_c(t_0) \\ i_\ell(t_0) \end{bmatrix} + k_f M \begin{bmatrix} m_{13} (I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_0)) \\ m_{23} (I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_0)) \\ m_{33} (I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_0)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.31)$$

Donde:

$$k_f = \frac{2E_m \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}{L_s}$$

$$I\lambda_i(t) = -\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[ e^{-\lambda_i t} \cos\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \right] + \frac{\omega}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[ e^{-\lambda_i t} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \right]$$

$m_{ij}$  es la  $i, j$ -ésima entrada de la matriz modal inversa  $M^{-1}$

$M$ : Matriz modal de  $A$  o matriz de vectores propios de  $A$

$\lambda_i$ :  $i$ -ésimo valor propio de  $A$

## 2.4 Análisis del TCSC en sus diferentes modos de operación

Con las ecuaciones obtenidas anteriormente se efectuará el análisis del sistema en sus diferentes modos de operación: bloqueado, conducción y vernier.

El sistema en estudio mostrado en la Fig. 2.1 es del tipo máquina barra-infinita, donde se asume un generador trifásico de 345 kV, 300 Mvar (60 Hz) y una línea de transmisión de 200 km. El capacitor fijo del TCSC representa una reactancia del 30% de la impedancia de la línea [1]. Los parámetros se muestran en la Tabla 2.1.

$E_m$	$345\sqrt{2/3}$ kV
$\delta$	$14.2^\circ$
$L_s$	260 mH
$R_s$	$10 \Omega$
$C$	$90 \mu\text{F}$
$R_t$	$0 \Omega$
$L_t$	23.5 mH
$\omega$	$120\pi$ rad/s

### 2.4.1 Modo de Bloqueo

En este modo, la función de conmutación,  $s(t) = 0$ , y se hace uso de la matriz  $A_1$ . Se asume que el capacitor fijo del TCSC se inserta en la línea cuando el sistema de potencia se encuentra en estado estacionario y la corriente que circula por la línea (para este caso, ésta es tomada como referencia para el disparo de los tiristores) cruza por cero ( $t = 32.7349$  ms). Las condiciones de estado estacionario antes de que se inserte el TCSC son las siguientes:

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 0 \\ i_t(t) &= 0 \\ i_l(t) &= 0.7068 \cos(\omega t - 77.0747^\circ) \text{ kA} \end{aligned}$$

En la Fig. 2.5 se ilustra la respuesta transitoria del voltaje en el capacitor y la corriente de la línea. Ésta muestra que ambas señales alcanzan su punto de estado estacionario en aproximadamente diez ciclos. También se puede observar que al momento de compensar la línea, ésta aumenta su capacidad de transmisión, aumentando la potencia y la corriente que circula por ella.

Las nuevas condiciones de estado estacionario alcanzados son las siguientes:

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 29.6283 \cos(\omega t - 164.5996^\circ) \text{ kV} \\ i_t(t) &= 0 \\ i_l(t) &= 1.0053 \cos(\omega t - 74.5997^\circ) \text{ kA} \end{aligned}$$

### 2.4.2 Modo de conducción

Para este modo de operación la función de conmutación,  $s(t) = 1$ , y se usa la matriz  $A_2$ . Se asume que el sistema está operando en estado estacionario en modo de bloqueo y en el momento de que la corriente de la línea cruce por cero ( $t = 32.6204$  ms) se conmuta al modo de conducción.

De las Figs. 2.6(a)-2.6(c) se observa la respuesta transitoria para diferentes valores de  $R_t$ . En la primera de ellas (Fig. 2.6(a)) para  $R_t = 0 \Omega$ , tanto el voltaje del capacitor como la corriente en la línea no han alcanzado su punto de estado estacionario después de 16 ciclos de operación. En cambio para el caso donde  $R_t = 1 \Omega$  (Fig. 2.6(b)), el punto de estabilidad se alcanza en aproximadamente 10 ciclos. Con los resultados en la Fig. 2.6(c),  $R_t = 10 \Omega$  se puede observar que el voltaje y la corriente convergen a su punto de estado estacionario mucho más rápido entre mayor sea el valor de  $R_t$ . Debido a esto  $R_t$  se considera como un elemento de amortiguamiento, aunque la presencia de esta resistencia incrementa las pérdidas del dispositivo.

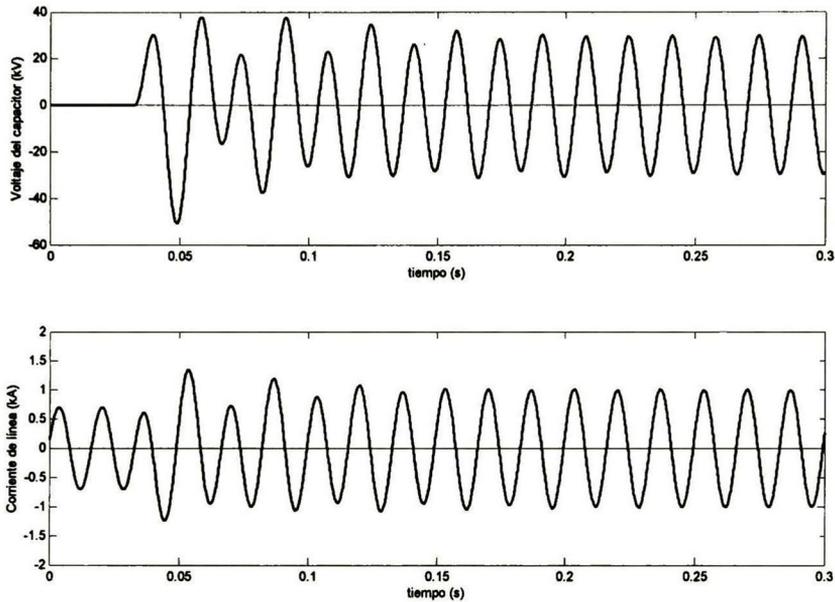


Fig. 2.5 Formas de onda al momento de insertar el TCSC

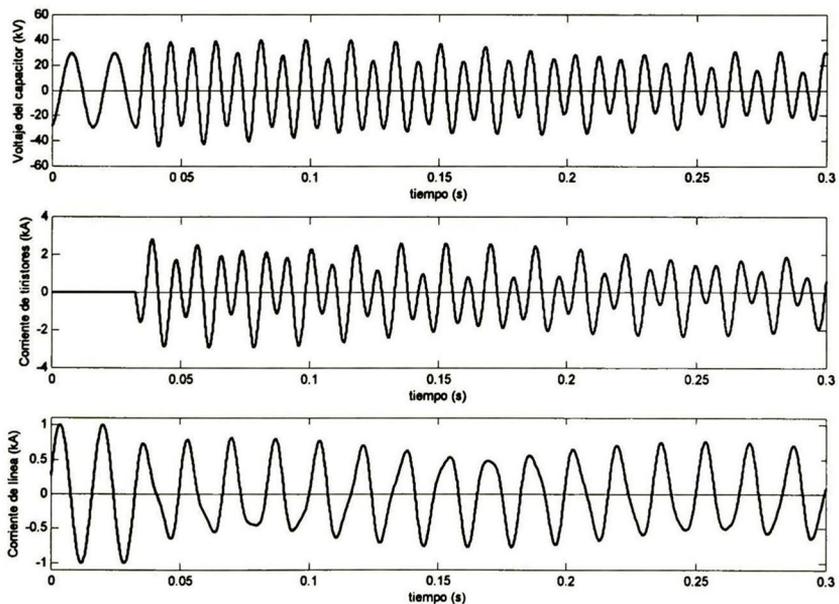


Fig. 2.6(a) Formas de onda para  $R_t = 0 \Omega$

Las condiciones de estado estacionario  $v_c(t)$ ,  $i_t(t)$  e  $i_\ell(t)$  en el modo de conducción se calculan con las ecuaciones (2.13), (2.15) y (2.16).

1) Para  $R_t = 0 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9367 \cos(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 895.8648 \cos(\omega t - 77.7375^\circ) \text{ A}$$

$$i_\ell(t) = 626.6574 \sin(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ A}$$

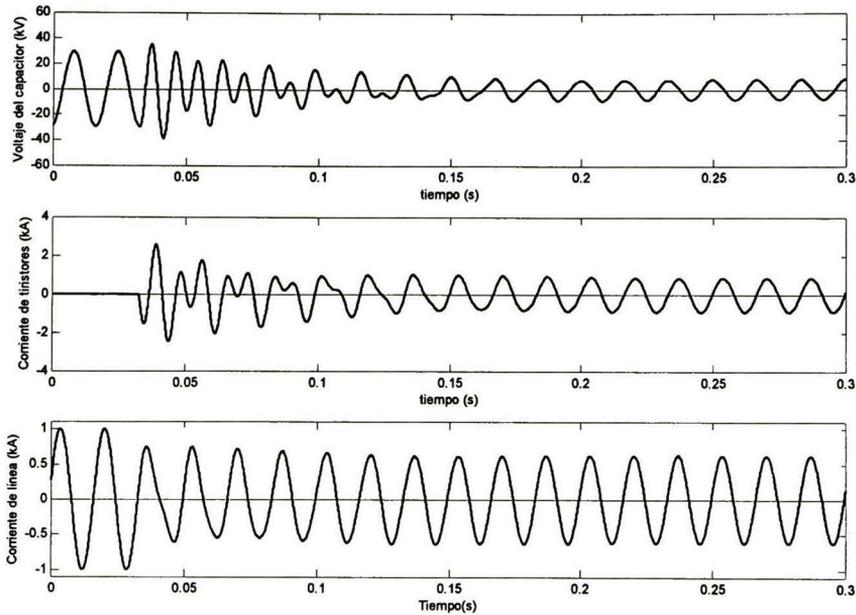


Fig. 2.6(b) Formas de onda con  $R_t = 1 \Omega$ .

2) Para  $R_t = 1 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9703 \cos(\omega t + 4.0960^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 893.9785 \cos(\omega t - 79.4640^\circ) \text{ A}$$

$$i_\ell(t) = 893.9785 [\cos(\omega t - 79.4640^\circ) - 0.3025 \sin(\omega t + 4.096^\circ)] \text{ A}$$

3) Para  $R_t = 10 \Omega$

$$v_c(t) = 11.2865 \cos(\omega t + 127.2598^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 844.8064 \cos(\omega t + 85.7211^\circ) \text{ A}$$

$$i_\ell(t) = 844.8064 [\cos(\omega t + 85.7211^\circ) - 0.4533 \sin(\omega t + 127.259^\circ)] \text{ A}$$

### 2.4.3 Modo Vernier

La operación del TCSC en modo vernier se puede ejemplificar con la Fig. 2.7, la cual muestra el ciclo de trabajo del dispositivo.

En la Fig. 2.7,  $t_0$  representa el cruce por cero de la corriente de la línea, el cual se toma como referencia para las señales de disparo de los tiristores. Los instantes  $t_1$  y  $t_3$  son el inicio de la conducción de los tiristores y son determinados por los ángulos de disparo  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  ( $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$ ).

Los tiristores estarán en conducción mientras la corriente que circula por ellos sea diferente de cero provocando una conmutación natural en los instantes  $t_2$  y  $t_4$ . Al tiempo de conducción de los tiristores, esto es, al intervalo de tiempo que existe entre  $t_2$ ,  $t_1$  y  $t_4$ ,  $t_3$  normalmente se le hace referencia como ángulo de conducción, simbolizado por  $\sigma$ .

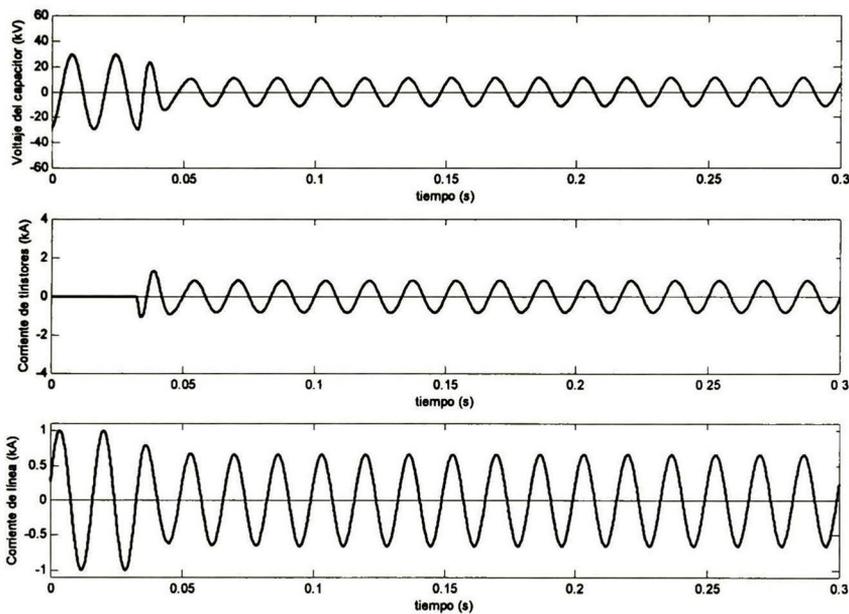


Fig. 2.6(c) Formas de onda con  $R_f = 10 \Omega$ .

El ciclo de operación del dispositivo termina en el instante  $t_5$ , el cual también es el inicio del próximo ciclo, este punto es el siguiente cruce por cero de la corriente de línea.

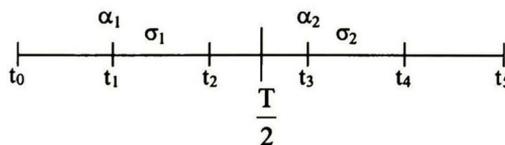


Fig. 2.7 Ciclo de trabajo del TCSC

El TCSC en modo vernier se modela considerando cinco secciones, como se muestra en la Fig. 2.7; de acuerdo al intervalo de operación es el valor de la función de conmutación  $s(t)$ . Cuando hay conducción  $s(t) = 1$  y se aplica la matriz  $A_2$ ; cuando no existe conducción  $s(t) = 0$ , y se aplica la matriz

$A_1$ . El modelo en el espacio de estados para un ciclo de trabajo está dado por las ecuaciones (2.32) a (2.36).

1) Primer intervalo ( $t_0+nT \leq t \leq t_1+nT$ )

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[ e^{-A_1(t_0+nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_0+nT) \\ v_c(t_0+nT) \\ i_\ell(t_0+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_0+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_0+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_0+nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.32)$$

2) Segundo intervalo ( $t_1+nT \leq t \leq t_2+nT$ )

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \left[ e^{-A_2(t_1+nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_1+nT) \\ v_c(t_1+nT) \\ i_\ell(t_1+nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_1+nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_1+nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_1+nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.33)$$

3) Tercer intervalo ( $t_2+nT \leq t \leq t_3+nT$ )

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[ e^{-A_1(t_2+nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_2+nT) \\ v_c(t_2+nT) \\ i_\ell(t_2+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_2+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_2+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_2+nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.34)$$

4) Cuarto intervalo ( $t_3+nT \leq t \leq t_4+nT$ )

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \left[ e^{-A_2(t_3+nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_3+nT) \\ v_c(t_3+nT) \\ i_\ell(t_3+nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_3+nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_3+nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_3+nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.35)$$

5) Quinto intervalo ( $t_4+nT \leq t \leq t_5+nT$ )

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_\ell(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[ e^{-A_1(t_4+nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_4+nT) \\ v_c(t_4+nT) \\ i_\ell(t_4+nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_4+nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_4+nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_4+nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (2.36)$$

Donde:  $n = 0, 1, \dots$

$T$  : Periodo.

$M_1$  : Matriz modal de  $A_1$ (no-conducción)

$M_2$  : Matriz modal de  $A_2$ (conducción)

$m_{i,j}(M_1)$  : La  $i,j$ -ésima entrada de la matriz modal inversa  $M_1^{-1}$

$m_{i,j}(M_2)$  : La  $i,j$ -ésima entrada de la matriz modal inversa  $M_2^{-1}$

En la Fig. 2.8 se muestra la respuesta transitoria operando en modo vernier con  $\alpha = 60^\circ$ . La simulación se realizó pasando del estado estacionario en modo de bloqueo al modo vernier, cuando la corriente de la línea cruza por cero ( $t = 32.6204$  ms).

Analizando la Fig. 2.8 se observa que tanto el voltaje del capacitor como la corriente de la línea aumentan conforme la corriente de los tiristores alcanza su punto de estabilidad, la variación en el voltaje del capacitor y corriente en línea dependen directamente del ángulo de disparo de los tiristores. Debe notarse que en el estado transitorio el ángulo de conducción es asimétrico y simétrico en el estado estacionario (cuarto ciclo para el sistema en estudio).

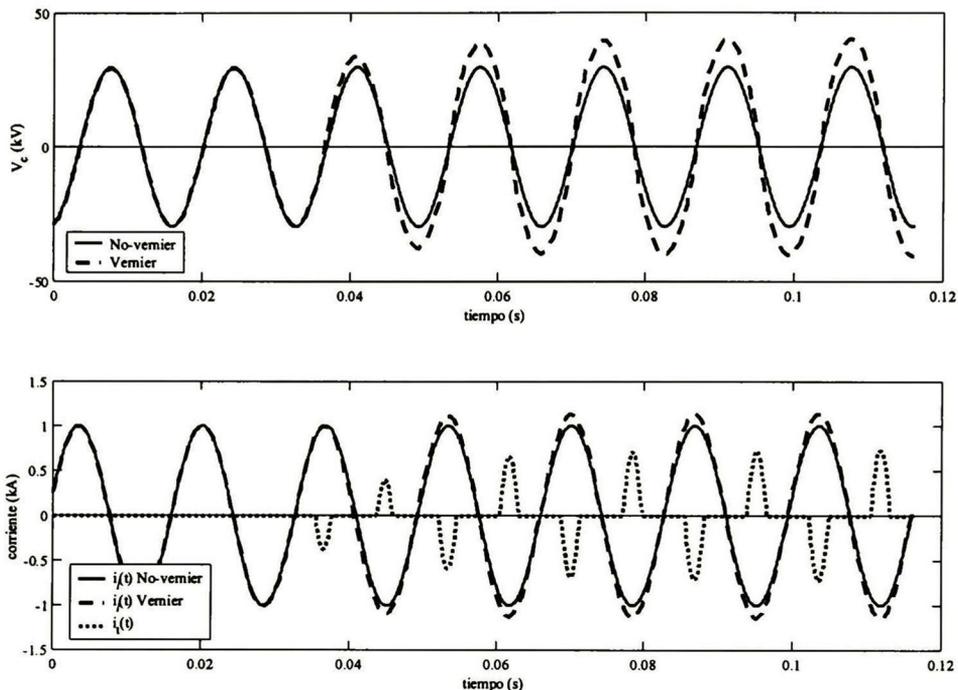


Fig. 2.8 Respuesta del TCSC operando en modo vernier

## 2.5 Conclusiones

En éste capítulo se estudiaron los diferentes modos de operación del TCSC. El principal modo de operación donde el dispositivo opera es el modo vernier. Para estudiar las características en éste modo operativo se plantea un método bastante poderoso para el estudio dinámico del TCSC.

El TCSC se modela por secciones como lo ilustra la Fig. 2.7, según el estado de los tiristores. El dispositivo en cada una de estas secciones se puede considerar como un sistema lineal con condiciones iniciales que dependen del ángulo de disparo y el tiempo de apagado, es en estos tiempos donde se cambio de un sistema lineal a otro.

La principal ventaja de analizar el TCSC por medio de la aproximación periódica en variables de estado es que incluye el impacto que provoca la acción de los tiristores en la corriente de línea, esto lo apreciamos en la Fig. 2.8 donde se observa que la acción de los tiristores provoca un aumento de amplitud en la corriente de la línea así como la inyección de armónicos. Esto implica una diferencia con otros modelos donde se considera que la corriente de línea se mantiene constante, aunque como se verá en capítulos siguientes tales modelos son los normalmente aceptados para estudios de estabilidad transitoria donde sólo se considera señales fundamentales de 60 Hz.

## Referencias

- [1] Hak-Guhn Han, Jong-Keun Park, Byung-Ha Lee, "Analysis of thyristor controlled series compensator dynamics using the state variable approach of a periodic system model", IEEE Trans. Power Delivery. Vol. 12, No. 4, October 1997.
- [2] Wilson J. Rugh. Linear System Theory, second edition. *Prentice Hall*, 1996.
- [3] Chi -Tsong Chen. Linear System Theory and Design. *Saunders Collage Publishing*, 1996.

---

# CAPÍTULO

## 3

---

### ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL TCSC MEDIANTE EL MAPA DE POINCARÉ

En este capítulo se estudiará la estabilidad del TCSC mediante el mapa de Poincaré. Se comenzará por introducir este concepto de una forma sencilla para posteriormente aplicarlo al estudio de estabilidad del TCSC. Ya que el TCSC se modela por un sistema no-lineal se obtendrá un mapa de Poincaré no-lineal por lo que para realizar el análisis de estabilidad mediante valores propios será necesario linealizar el sistema, esto es, obtener el Jacobiano del mapa. En este mismo capítulo se obtendrán paso a paso las expresiones para el mapa y el Jacobiano, para finalizar con ejemplos de aplicación.

#### 3.1 Introducción

El TCSC se representa por un circuito no-lineal, Fig. 3.1, cuyo análisis puede ser realizado como una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable, el primero de ellos cuando alguno de los tiristores está en conducción y el segundo cuando ambos tiristores están bloqueados (no-conducción). Sabemos que el TCSC tiene una operación periódica de apagado y encendido de modo que su operación en estado estacionario corresponde a una órbita periódica en el espacio de estados, Fig. 3.2. La naturaleza no-lineal del modelo del TCSC se debe a la dependencia del tiempo de apagado de los tiristores con los estados del sistema.

La dinámica de cualquier sistema con comportamiento periódico puede ser estudiada tomando muestras de los estados cada período. Si el valor de los estados en la muestra actual es igual a los de la muestra anterior decimos que el sistema está en estado estacionario. Por lo tanto, el sistema dinámico se describe como el cambio de los estados de un período a otro. Este concepto es formalizado en el *mapa de Poincaré*,  $F(x_0)$ , que toma en cuenta la dependencia de los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. Para obtener el mapa de Poincaré se usará una aproximación periódica en el espacio de estados [3].

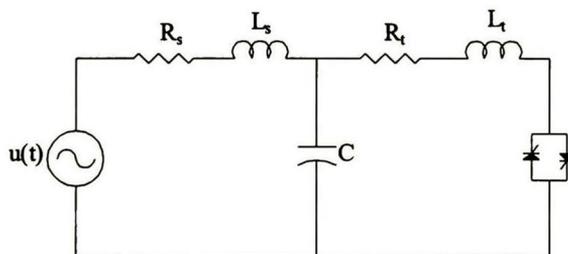


Fig. 3.1 Sistema de compensación en una sola fase

### 3.2 Mapa de Poincaré

La idea en que se basa el mapa de Poincaré es la siguiente. Sea  $\Gamma$  una órbita periódica del sistema,

$$\frac{d}{dt}x = f(x) \tag{3.1}$$

con una condición inicial  $x(\alpha_0) = x_0$ , y sea  $\Sigma$  un hiperplano perpendicular (también lo llamaremos plano de Poincaré) a  $\Gamma$  en el punto  $x_0$ , entonces para cualquier punto  $x \in \Sigma$  suficientemente cercano a  $x_0$ , la solución de (3.1) a través de  $x$  en  $t = \alpha_0 + T_s$ , cruzará al hiperplano  $\Sigma$  en el punto  $P(x)$  cercano a  $x_0$  (ver Fig. 3.2). El mapeo de  $x \rightarrow P(x)$  se denomina *mapa de Poincaré* ([5], [7]).

El mapa de Poincaré también puede ser definido cuando  $\Sigma$  es una superficie a través del punto  $x_0 \in \Gamma$  la cual no necesariamente es tangente a  $\Gamma$  en  $x_0$ . En este caso, se dice que la superficie  $\Sigma$  intercepta a la órbita  $\Gamma$  en  $x_0$ .

El mapa de Poincaré se define localmente; esto es, es local ya que proporciona el comportamiento del sistema en un determinado punto de la órbita y no en toda la órbita, por lo que sólo proporciona el comportamiento del sistema sobre el plano  $\Sigma$  y no en todo el espacio de estados. Esta es la principal razón por lo que se utiliza para el estudio de sistemas con comportamiento periódico, ya que sólo interesa la muestra de los estados del sistema en cada período.

Tratando de clarificar este concepto se proponen las figuras 3.3(a) y 3.3(b). En la primera de ellas se muestra el comportamiento periódico del sistema de la Fig. 3.1 en el espacio de estados. La órbita  $\Lambda$  representa el comportamiento cuando el dispositivo está operando en el modo bloqueo. En el punto  $x_0$  el dispositivo comienza a operar en modo vernier iniciando un comportamiento periódico de encendido/apagado. Éste comportamiento periódico está dado por la serie de órbitas  $\Gamma$  que convergen a una sola conforme el dispositivo alcanza su punto de estado estacionario

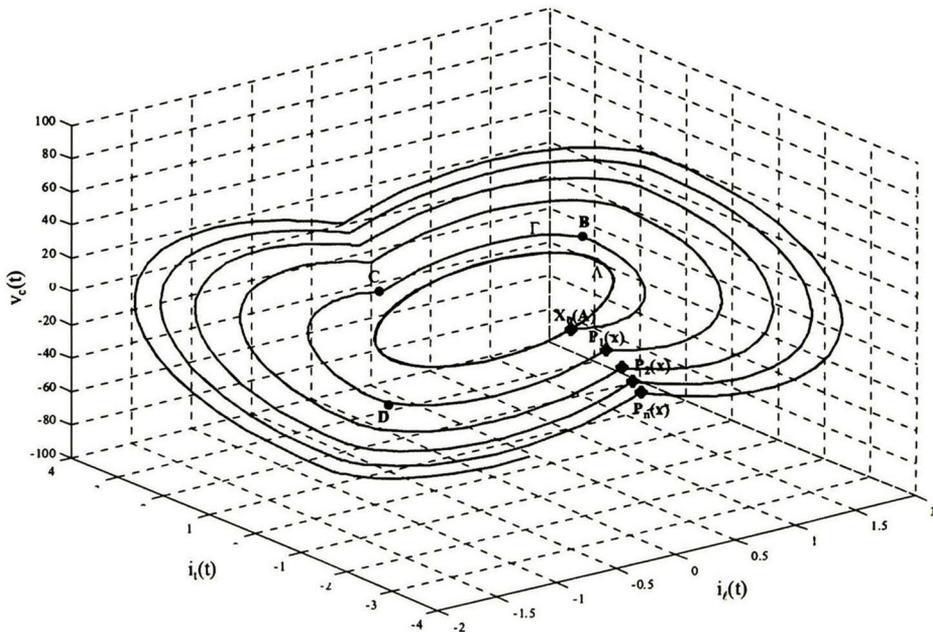


Fig. 3.2 Comportamiento del TCSC en el espacio de estados.

El punto  $x_0(A)$  es la condición inicial o la primera muestra del plano de Poincaré (las tomas se muestran al momento de la activación de los tiristores,  $t = \alpha/\omega$ ) este es el inicio del período de conducción que termina con la conmutación de los tiristores en el punto B. En el intervalo B-C, el dispositivo opera en el modo bloqueo hasta el próximo disparo de los tiristores en el punto C, que comienza un nuevo período de conducción hasta el punto D, donde nuevamente se entra al modo de bloqueo hasta el punto  $P_1(x)$  que inicia otro ciclo de operación. Para la formación del mapa de Poincaré se muestran los puntos  $P(x)$  cada periodo. Ésta serie de puntos caen dentro del plano  $\Sigma$  mostrado en la Fig. 3.3(b). Esta figura nos ayuda a afirmar que el mapa de Poincaré reemplaza un sistema continuo en el tiempo de orden  $n$  en un sistema discreto de orden  $n-1$ [7].

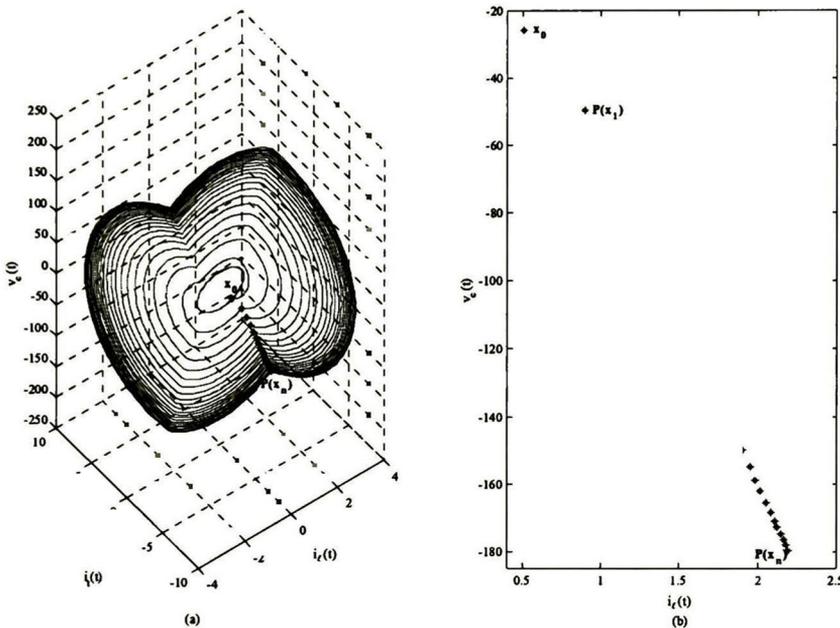


Fig. 3.3 (a) Comportamiento en el espacio de estados; (b) Plano  $\Sigma$

### 3.3 Modelado del sistema

El mapa de Poincaré para el circuito de la Fig. 3.1 se obtiene integrando el sistema lineal que describe el comportamiento del circuito. Debido a la acción de conmutación de los tiristores el modelo del TCSC en el espacio de estados cambia de dimensiones por lo que es necesario tomar en cuenta un cambio de coordenadas cuando ocurre la conmutación.

Durante el intervalo de conducción el vector de estados del sistema es  $x(t)$ , que incluye la corriente de los tiristores  $i_c(t)$ , el voltaje del capacitor controlado  $v_c(t)$ , y la corriente de línea. La dinámica del sistema en este intervalo se describe por la ecuación diferencial lineal (3.2).

$$\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.2)$$

Durante el intervalo de no-conducción el vector de estados del circuito disminuye sus dimensiones para caer en el plano  $i_c(t) = 0$ . En esta condición, el vector de estados del circuito es  $y(t)$  compuesto por el voltaje del capacitor controlado y la corriente de línea. El sistema dinámico para este intervalo es:

$$\frac{d}{dt} y(t) = PAP^T y(t) + PBu(t) \quad (3.3)$$

donde la matriz  $P$  es una transformación lineal que proyecta el vector de estados  $x(t)$  en el plano  $i_i(t) = 0$ .

La Fig. 3.4 describe esquemáticamente las diversas condiciones operativas de los tiristores durante un período  $T_s$ . El tiristor empieza a conducir en el tiempo  $\alpha_0$ . Ese modo operativo se describe por (3.2) y termina cuando la corriente del tiristor cruza por cero en el tiempo  $\tau_0$ . El modo de no-conducción se describe por (3.3) y continúa hasta el pulso de encendido del otro tiristor en el tiempo  $\alpha_{1/2}$ . Esto comienza un ciclo similar de conducción/no-conducción, hasta el inicio del siguiente periodo en  $\alpha_0 + T_s$ .

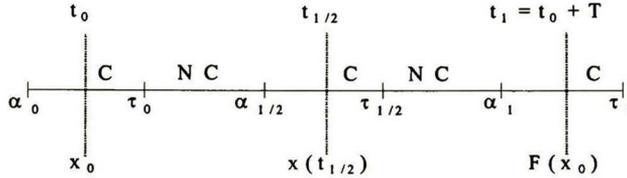


Fig. 3.4 Dinámica del TCSC sobre un periodo

Los estados al momento de la conmutación  $\alpha_0$ , pueden ser denotados por cualquiera de los vectores de estado  $y(\alpha_0)$  o  $x(\alpha_0)$ . Los vectores de estado en el tiempo  $\alpha_0$  están relacionados mediante:

$$x(\alpha_0) = P^T y(\alpha_0) \quad (3.4)$$

La ecuación (3.4) expresa que el vector de estados  $x(t)$  al momento de la conmutación se puede obtener a partir del vector de estados  $y(t)$  agregando una nueva componente que tiene valor cero.

Los estados al momento del apagado igualmente pueden ser denotados por  $x(\tau_0)$  o por  $y(\tau_0)$ , relacionados mediante:

$$y(\tau_0) = Px(\tau_0) \quad (3.5)$$

### 3.4 Cálculo del mapa de Poincaré

En esta sección se construirá el mapa de Poincaré para el sistema de la Fig. 3.4. Dado un intervalo de tiempo  $[t_1, t_2]$  se escribirá  $f(\cdot, t_1, t_2)$  para el mapa que lleva los estados del tiempo  $t_1$  al tiempo  $t_2$ . El mapa de Poincaré que traslada los estados un periodo de tiempo  $T_s$  con una condición inicial  $x_0$  en el tiempo  $t_0$  se denota como  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$ . (Se adopta la convención de  $f(x(t_1), t_1, t_2)$  evalúa a  $x(t_2)$  y  $f(y(t_1), t_1, t_2)$  evalúa a  $y(t_2)$ ). Por lo tanto el mapa de Poincaré  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$  evalúa a  $x(t_0 + T_s)$ ). Si cualquiera de los tiristores está en conducción durante el intervalo se escribirá  $f(x(t_1), t_1, t_2)$  como  $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$  y si los tiristores no se encuentran en conducción  $f(y(t_1), t_1, t_2)$ , como  $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$ .  $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$  y  $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$  se calculan integrando el correspondiente sistema lineal (3.2) ó (3.3) sobre el intervalo  $[t_1, t_2]$ .

Ahora se construye el mapa de Poincaré  $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$  en términos de  $f_c$  y  $f_{nc}$  y el cambio de coordenadas (3.4) y (3.5). El estado  $x(\tau_0)$  se obtiene integrando la ecuación diferencial (3.2) con condición inicial  $x_0$  en el intervalo de tiempo  $[t_0, \tau_0]$ .

$$x(\tau_0) = f_c(x_0, t_0, \tau_0)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\tau_0) &= e^{A(\tau_0-t_0)}\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(\tau_0-s)}\mathbf{B}u(s)ds \\ \mathbf{x}(\tau_0) &= e^{A(\tau_0-t_0)} \left[ \mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(t_0-s)}\mathbf{B}u(s)ds \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Usando el cambio de coordenadas (3.5) e integrando el sistema lineal (3.3) en el intervalo  $[\tau_0, \alpha_{1/2}]$  se obtiene el estado  $y(\alpha_{1/2})$ .

$$y(\alpha_{1/2}) = f_{NC}(P\mathbf{x}(\tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) = f_{NC}(Pf_C(\mathbf{x}_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) \quad (3.7)$$

$$y(\alpha_{1/2}) = e^{PAP^T(\alpha_{1/2}-\tau_0)}P\mathbf{x}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\alpha_{1/2}} e^{PAP^T(\alpha_{1/2}-s)}P\mathbf{B}u(s)ds \quad (3.8)$$

El mapa de medio ciclo  $f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2})$  se obtiene combinando (3.6), (3.7) y la transformación de coordenadas (3.4).

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) = \mathbf{x}(t_{1/2}) \\ f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T f_{NC}(Pf_C(\mathbf{x}_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

De forma similar se obtiene la expresión del siguiente medio ciclo.

$$f(\mathbf{x}(t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) = f_C(P^T f_{NC}(Pf_C(\mathbf{x}(t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1), \alpha_1, t_1) \quad (3.10)$$

El mapa de Poincaré se obtiene por una composición de dos mapas de medio ciclo sucesivos, es decir, una combinación de (3.9) y (3.10).

$$F(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_0, t_0, t_1) = f(f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1)$$

Sin considerar los argumentos del tiempo, el mapa de Poincaré está dado por (3.11).

$$F(\mathbf{x}_0) = f_C P^T f_{NC} P f_C P^T f_{NC} P f_C(\mathbf{x}_0) \quad (3.11)$$

### 3.5 Estabilidad de un sistema periódico

Si un sistema con comportamiento periódico de periodo  $T_s$  en estado estacionario pasa por el punto  $\mathbf{x}_0$ , entonces el punto  $\mathbf{x}_0$  es un punto de equilibrio del mapa de Poincaré, esto es

$$f(\mathbf{x}_0, t_0, t_1) = \mathbf{x}_0 \quad (3.12)$$

Al aplicar el mapa de Poincaré a un sistema no-lineal se obtiene un sistema en tiempo discreto no-lineal por lo que la estabilidad local de un sistema periódico se puede evaluar empleando el Jacobiano del mapa de Poincaré en el punto de equilibrio. La órbita periódica es exponencialmente estable si los valores propios del Jacobiano caen dentro del círculo unitario [4]. El mapa de Poincaré es discontinuo en las bifurcaciones de conmutación por lo que para calcular el Jacobiano se asume que el sistema no se encuentra exactamente en una bifurcación de conmutación. Una bifurcación de conmutación (estas también son llamadas bifurcaciones silla) es provocada por conmutaciones fuera de tiempo, las cuales pueden provocar la existencia de un desfase en el tiempo de apagado o encendido de los tiristores. Estos

desfases pueden ser provocados por la distorsión armónica, que puede provocar que la corriente de los tiristores se deforme creando nuevos cruces por cero o que desaparezca el cruce por cero [1].

Para predecir la estabilidad del dispositivo el primer paso es calcular el Jacobiano del mapa de medio ciclo  $f(x_0, t_0, t_{1/2})$  que es una función del punto de equilibrio y los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. El medio mapa lo expresaremos por  $H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0))$ .  $H_0$  expresa a  $x(t_{1/2})$  como una función de  $x_0$ , el tiempo de apagado  $\tau_0$  y el tiempo de encendido  $\alpha_{1/2}$ .  $\tau_0$  es una función de  $x_0$ , ya que el tiempo de apagado  $\tau_0$  depende de los estados. El tiempo de encendido  $\alpha_{1/2}$  depende de  $x_0$  a través del esquema de sincronización. Recuerde que el pulso de disparo puede tomar como referencia el cruce por cero de la corriente de línea o el cruce por cero del voltaje en el capacitor controlado. El mapa de medio ciclo lo escribiremos como:

$$f(x_0, t_0, t_{1/2}) = H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0)) \quad (3.13)$$

Diferenciando (3.13) se obtiene el Jacobiano del medio ciclo dado por (3.14).

$$Df(x_0, t_0, t_{1/2}) = \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 + \frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 D\tau_0 + \frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 D\alpha_{1/2} \quad (3.14)$$

donde  $D\alpha_{1/2}$  y  $D\tau_0$  es el gradiente de los estados respecto a  $x_0$  al momento del encendido y apagado de los tiristores.

Para obtener el Jacobiano emplearemos la función  $f(x_0, t_0, t_{1/2})$  definida en (3.9) y que puede reescribirse como,

$$\begin{aligned} f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_C(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(t_{1/2}-s)} B u(s) ds \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} \left[ P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(\alpha_{1/2}-s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

La evaluación del segundo y tercer término de (3.14) presenta el problema de derivar una integral donde los límites de ésta dependen de la variable con respecto a la cual se está derivando. Para efectuar ésta derivada se hace uso de la llamada integral de Leibniz (3.16).

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{a(x)}^{b(x)} f(t, x) dt = f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} b(x) - f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} a(x) + \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(t, x) dt \quad (3.16)$$

Con un poco de álgebra y con la integral de Leibniz se demuestra que las derivadas parciales de  $H_0$  están dadas por las siguientes expresiones.

$$\frac{\partial}{\partial x_0} H_0 = e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T e^{P A P^T (\alpha_{1/2}-\tau_0)} P e^{A(\tau_0-t_0)} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} \left( P^T \frac{d}{dt} y(\alpha_{1/2}-) - \frac{d}{dt} (\alpha_{1/2}+) \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 = 0 \quad (3.19)$$

Donde  $y(\alpha_{1/2}^-)$  representa el límite de  $y(t)$  conforme  $t$  se aproxima a  $\alpha_{1/2}$  estando en el período de no-conducción, y  $x(\alpha_{1/2}^+)$  representa el límite de  $x(t)$  conforme  $t$  se aproxima a  $\alpha_{1/2}$  estando en el período de conducción.

Ya que para obtener el mapa de Poincaré se asumió que el dispositivo se encuentra en estado estacionario, entonces las derivadas de los estados bajo esta condición son cero por lo que (3.18) es igual a cero.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = 0 \quad (3.20)$$

De las ecuaciones (3.19) y (3.20) se observa que al momento de derivar (3.15),  $\alpha_{1/2}$  y  $\tau_0$  pueden considerarse como constantes. Esto se debe a que en estado estacionario  $\alpha_{1/2}$  y  $\tau_0$  son constantes. Por lo tanto el Jacobiano de medio ciclo resulta:

$$\begin{aligned} Df(x_0, t_0, t_{1/2}) &= \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 \\ Df(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2}-\tau_0)} P e^{A(\tau_0-t_0)} \end{aligned} \quad (3.21)$$

La expresión para el Jacobiano del siguiente medio ciclo se obtiene cambiando el subíndice  $\frac{1}{2}$  por 1 y 0 por  $\frac{1}{2}$  en (3.21).

$$Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) = e^{A(t_1-\alpha_1)} P^T e^{PAP^T(\alpha_1-\tau_{1/2})} P e^{A(\tau_{1/2}-t_{1/2})} \quad (3.22)$$

Desarrollando (3.11) para obtener una expresión para el mapa del ciclo completo  $F(x_0)$  tenemos:

$$\begin{aligned} F(x_0) &= f_C(P^T y(\alpha_1), \alpha_1, t_1) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) \\ F(x_0) &= e^{A(t_1-\alpha_1)} P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(t_1-s)} B u(s) ds \\ F(x_0) &= e^{A(t_1-\alpha_1)} \left[ P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(\alpha_1-s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

si,

$$\begin{aligned} y(\alpha_1) &= f(Px(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1) = f_{NC}(Px(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1) \\ y(\alpha_1) &= e^{PAP^T(\alpha_1-\tau_{1/2})} Px(\tau_{1/2}) + \int_{\tau_{1/2}}^{\alpha_1} e^{PAP^T(\alpha_1-s)} P B u(s) ds \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} x(\tau_{1/2}) &= f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}) = f_C(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}) \\ x(\tau_{1/2}) &= e^{A(\tau_{1/2}-t_{1/2})} f(x_0, t_0, t_{1/2}) + \int_{t_{1/2}}^{\tau_{1/2}} e^{A(\tau_{1/2}-s)} B u(s) ds \end{aligned} \quad (3.25)$$

Entonces sustituyendo (3.24) y (3.25) en (3.23), resulta,

$$F(x_0) = e^{A(t_1 - \alpha_1)} P^T e^{PAP^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} P e^{A(\tau_{1/2} - t_{1/2})} f(x_0, t_0, t_{1/2}) + g(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \quad (3.26)$$

donde  $g$  es una función que depende de  $\alpha_1$ ,  $\tau_{1/2}$  y  $t_1$ . Sustituyendo (3.22) en (3.26), obtenemos,

$$F(x_0) = Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) f(x_0, t_0, t_{1/2}) + g(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \quad (3.27)$$

El Jacobiano en todo el período se obtiene derivando (3.27) respecto a  $x_0$ .

$$DF(x_0) = Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) Df(x_0, t_0, t_{1/2}) \quad (3.28)$$

Cuando los pulsos de encendido que se aplican a los tiristores son simétricos, el comportamiento del TCSC presenta una simetría de media onda, ésto implica que los tiempos de conducción sean iguales y que los estados del sistema a la mitad del periodo son iguales en magnitud pero de signo opuesto a los estados al inicio del periodo. Aplicando esta simetría de media onda el Jacobiano del mapa de Poincaré se simplifica a:

$$DF(x_0) = \left( \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 \right)^2 \quad (3.29)$$

en forma detallada,

$$DF(x_0) = \left( e^{A(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} P e^{A(\tau_0 - t_0)} \right)^2 \quad (3.30)$$

De (3.30) se ve que el Jacobiano sólo depende del ángulo de conducción  $\sigma$  ((3.30) puede ser puesta en función de  $\sigma$ , tomando en cuenta que  $\alpha_0 = (\pi - \sigma)/2$  y  $\alpha_{1/2} = \alpha_0 + \pi$ , estos valores se encuentran dados en radianes, mientras que para evaluar (3.30) deben ser dados en segundos.). Por lo tanto para determinar la estabilidad del TCSC sólo es necesario probar la estabilidad del Jacobiano del mapa de Poincaré (3.30) evaluado en el punto de equilibrio conforme  $\sigma$  varía en un rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$

Si  $t_0$  se hace coincidir con  $\alpha_0$ , donde  $\alpha_0$  es el ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha$ , entonces se obtiene la siguiente expresión para el Jacobiano del mapa de Poincaré (recuerde que los parámetros para (3.30) y (3.30a) están dados en segundos y no en radianes).

$$DF(x_0) = \left( P^T e^{PAP^T\left(\frac{T_s}{2} - \sigma\right)} P e^{A\sigma} \right)^2 \quad (3.30a)$$

El Jacobiano del mapa de Poincaré describe la estabilidad de la órbita periódica bajo pequeñas perturbaciones, esto debido a que es local y no determina la estabilidad en forma global.

### 3.6 Estabilidad de un sistema discreto

Dado que la formulación original se ha discretizado y linealizado, revisemos el concepto de la estabilidad mediante valores propios en el plano discreto complejo  $z$ .

La estabilidad de un sistema lineal en tiempo continuo está determinada por la localización de los valores propios en el plano complejo  $s$ , mientras que para un sistema discreto se determina por la localización de los valores propios en el plano complejo  $z$  [6]. El comportamiento dinámico en tiempo

discreto depende del período de muestreo  $T_s$ , por lo que la localización de los valores propios en el plano complejo  $z$  dependen del período de muestreo  $T_s$  [6]. Un cambio en el período de muestreo  $T_s$  modifica el comportamiento del sistema.

Cuando se realiza un muestreo por impulsos, las variables complejas  $z$  y  $s$  quedan relacionadas mediante la ecuación

$$z = e^{T_s s} \quad (3.31)$$

donde la variable compleja  $s$  está formada por una parte real  $\beta$  y una parte imaginaria  $j\omega$

$$s = \beta + j\omega$$

sustituyendo en (3.31)

$$z = e^{T_s(\beta + j\omega)} = e^{T_s\beta} e^{jT_s\omega}$$

Para que un sistema lineal en el tiempo continuo sea estable los valores propios deben estar localizados en el semiplano izquierdo del plano  $s$ , y dado que  $\beta$  es negativo en el semiplano izquierdo, la correspondencia de éste con el plano complejo  $z$  es,

$$|z| = e^{T_s\beta} < 1$$

El eje  $j\omega$  en el plano  $s$  corresponde a  $|z| = 1$ . Por lo tanto, el eje imaginario en el plano  $s$  corresponde al círculo unitario en el plano  $z$ , y el interior del círculo corresponde al semiplano izquierdo del plano  $s$ , por lo tanto la totalidad del semiplano derecho del plano  $s$  corresponde al exterior del círculo unitario en el plano  $z$ .

De lo anterior se concluye lo siguiente: si los valores propios se localizan estrictamente dentro del círculo unitario entonces la órbita periódica es exponencialmente estable. Si algunos valores propios se localizan sobre el círculo unitario la estabilidad de la órbita periódica no puede ser determinada por el Jacobiano del mapa de Poincaré (3.30) ya que el sistema se vuelve críticamente estable, y si algunos valores propios se encuentran fuera del círculo unitario la órbita periódica es inestable bajo cualquier perturbación.

Ya que las bifurcaciones de conmutación no son bifurcaciones convencionales éstas no son detectadas por los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré de la órbita periódica. por lo que en una órbita asintóticamente estable con valores propios estrictamente dentro del círculo unitario puede ocurrir una bifurcación de conmutación y la órbita puede perder estabilidad. Los valores propios que más se acerquen a la periferia del círculo unitario están asociados con efectos de resonancia[1].

### 3.7 Ejemplos de aplicación

Para demostrar la utilidad del mapa de Poincaré, se realizó un análisis de valores propios para tres casos diferentes. Los dos primeros para un sistema con la configuración de la Fig. 3.1 y el tercero para el sistema de Kayenta [2], Fig. 3.5.

Para los dos primeros sistemas durante el tiempo de conducción de los tiristores el vector de estados es  $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_s(t)]^T$ , donde  $i_t(t)$  es la corriente a través de los tiristores,  $v_c(t)$  es el voltaje del capacitor controlado e  $i_s(t)$  es la corriente de la línea. Las matrices **A**, **B** y **P** son las siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Durante el tiempo de no-conducción la corriente de los tiristores es cero y el vector de estados está dado por  $y(t) = [v_c(t), i_s(t)]^T$

Para el primer caso en estudio los parámetros son los siguientes [1]:  $L_s=0.195\text{mH}$ ,  $R_s=0.9\text{m}\Omega$ ,  $L_t=1.66\text{mH}$ ,  $R_t=31.3\text{m}\Omega$  y  $C=1.5\text{mF}$ . En la Fig. 3.6 se muestra la localización de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano complejo  $z$  conforme  $\sigma$  varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ . Ya que éstos se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.

En la Fig. 3.7 se observa el mismo sistema, pero ahora con un período  $T_s=1/30$ , obsérvese cómo varía la posición de los valores propios con respecto a la Fig. 3.6, esto demuestra que la dinámica del sistema depende del período de muestreo  $T_s$ . De esta figura podemos decir que el sistema es exponencialmente estable si opera a 30 Hz.

Continuando con este mismo sistema se analiza ahora la estabilidad del circuito de la Fig. 3.1 pero considerando los siguientes parámetros [3]:  $L_s=260\text{mH}$ ,  $R_s=10 \Omega$ ,  $L_t=23.5\text{mH}$ ,  $R_t=0 \Omega$ ,  $C=90\mu\text{F}$

En la Fig. 3.8 se muestra el comportamiento en el plano de estados, cuando el ángulo de disparo  $\alpha = 60^\circ$  así como la localización de los puntos de Poincaré en el mismo plano. Como se puede apreciar, es un sistema que alcanza su punto de estado estacionario en aproximadamente cuatro periodos.

Ya que los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en la Fig. 3.9 se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario, el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.

Para este segundo caso encontramos que los valores propios se encuentran más al interior del círculo unitario, lo que indica que es un sistema que presenta un alto nivel de amortiguamiento. Para el caso mostrado se usó un ángulo de conducción de  $60^\circ$ , al que le corresponde un valor propio que se encuentra muy cercano al centro del círculo, por lo tanto es un valor propio con un fuerte nivel de amortiguamiento. Esto se ve reflejado en la Fig. 3.8.

El sistema de Kayenta agrega un capacitor fijo en la parte de la línea  $C_s$ , Fig. 3.5. El vector de estados de conducción y no-conducción es;  $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$  e  $y(t) = [v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$  respectivamente, donde  $v_s(t)$  es el voltaje del capacitor fijo de la línea. Las matrices **A**, **B** y **P** son las siguientes [2]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_t} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_t} & 0 & \frac{1}{C_t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde  $L_s=406\text{mH}$ ,  $R_s=19.89\ \Omega$ ,  $C_s=27.9\mu\text{F}$ ,  $L_t=6.8\text{mH}$ ,  $C_t=177\mu\text{F}$  y  $R_t=0\ \Omega$ .

En la Fig. 3.10 se muestran los valores propios. En ella se puede apreciar cómo los valores propios caen fuera del círculo unitario cuando el ángulo de conducción varía entre  $46^\circ - 57^\circ$  y  $66^\circ - 93^\circ$ . Esto quiere decir que para ángulos de conducción que se encuentren dentro de estos rangos el sistema será inestable bajo cualquier perturbación, por lo que los controladores deben evitar la operación del dispositivo para estos ángulos de conducción.

### 3.8 Conclusiones

Debido a la compleja dinámica que presenta el TCSC al combinar tanto dinámica continua en el tiempo debida al voltaje en el capacitor controlado y la corriente en la inductancia del TCR, y dinámica discreta debida a la conmutación de los tiristores, el concepto del mapa de Poincaré es una herramienta que facilita el análisis, ya que sólo es necesario el muestreo de los estados en cada periodo, dando como resultado trasladarnos totalmente a un plano.

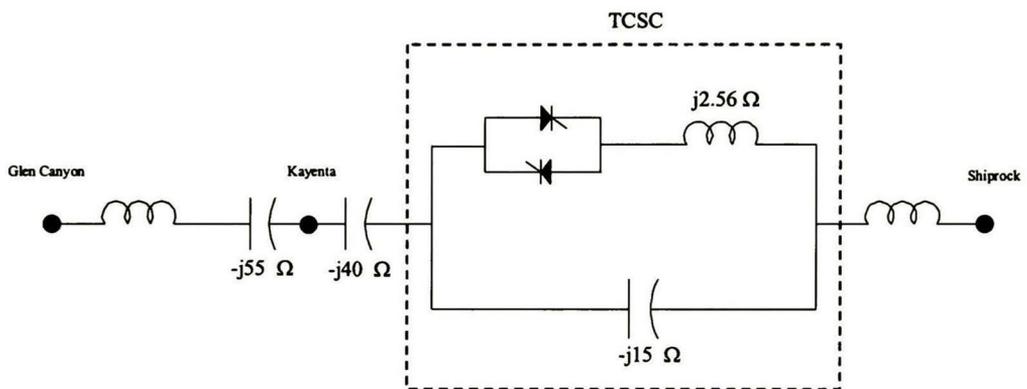


Fig. 3.5 Sistema de Kayenta

Debido a la dinámica combinada del TCSC sería muy complicado obtener modelos que describieran éste comportamiento. Una de las soluciones que se han tomado es el desarrollo de modelos completamente continuos en el tiempo, tales como modelos promedio o modelos completamente discretos algunos de ellos basados en el mapa de Poincaré.

El estudio de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré proporciona información sobre la estabilidad del dispositivo bajo pequeñas perturbaciones conforme su ángulo de conducción varía. Esta es una información importante ya que se localizan ángulos de disparo que los controladores deben evitar, además de que se pueden localizar los posibles puntos de resonancia.

### Referencias

- [1] Sasan Jalali, Ian, Dobson, Robert H. Lasseter, Giri Venkataramanan, "Switching time bifurcations in a thyristor controlled reactor," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 43, no. 3, Marzo 1996, pp. 209-217.
- [2] Sasan G. Jalali, Robert H. Lasseter, Ian Dobson, "Dynamic response of a thyristor controlled switched capacitor," IEEE Trans on Power Delivery, vol. 9, no.3, Julio 1994, pp. 1609-1615.

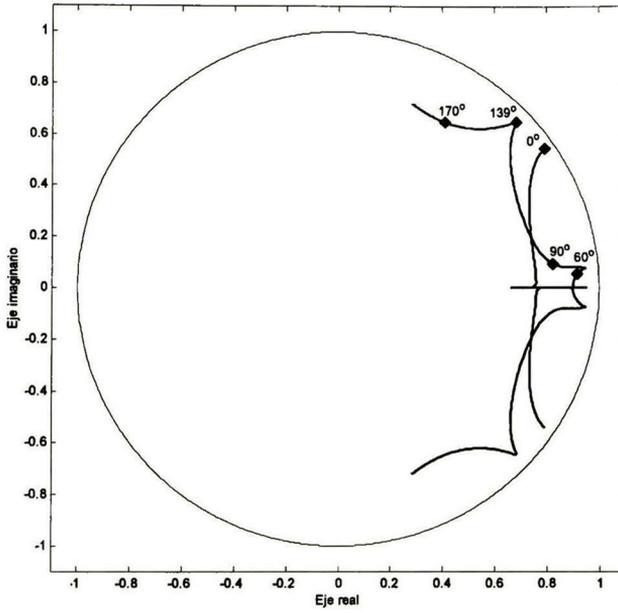


Fig. 3.6 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano  $z$ .

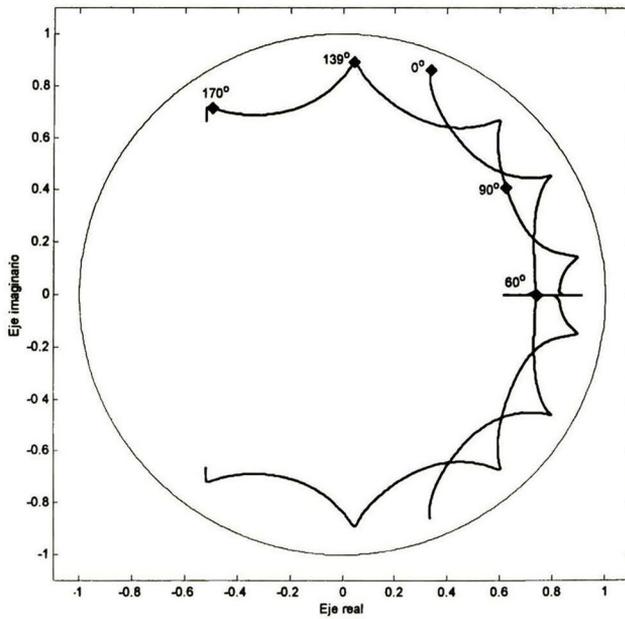


Fig. 3.7 Valores propios con  $T = 1/30$  en el plano  $z$ .

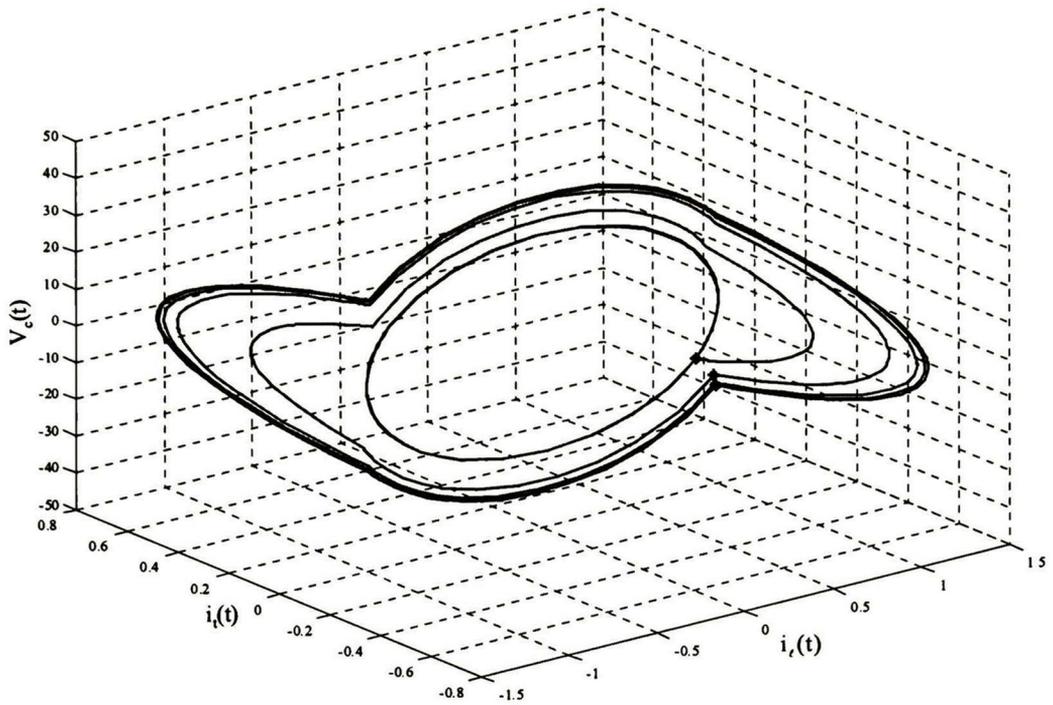


Fig. 3.8 Plano de estados y puntos de Poincaré para el caso 2

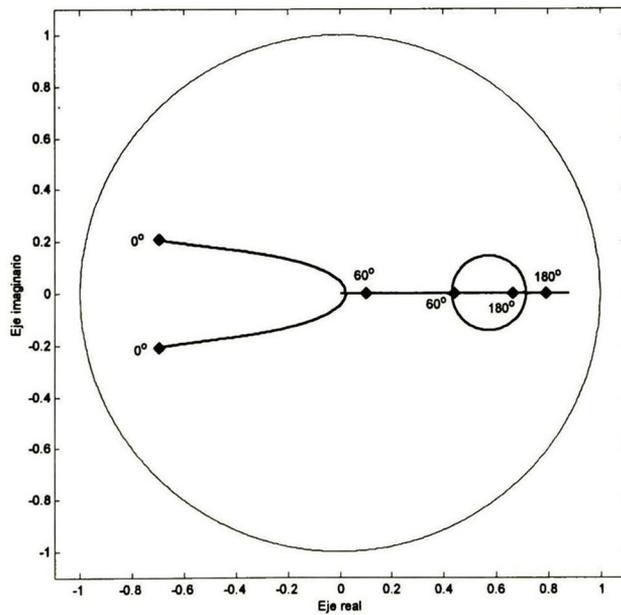


Fig. 3.9 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z.

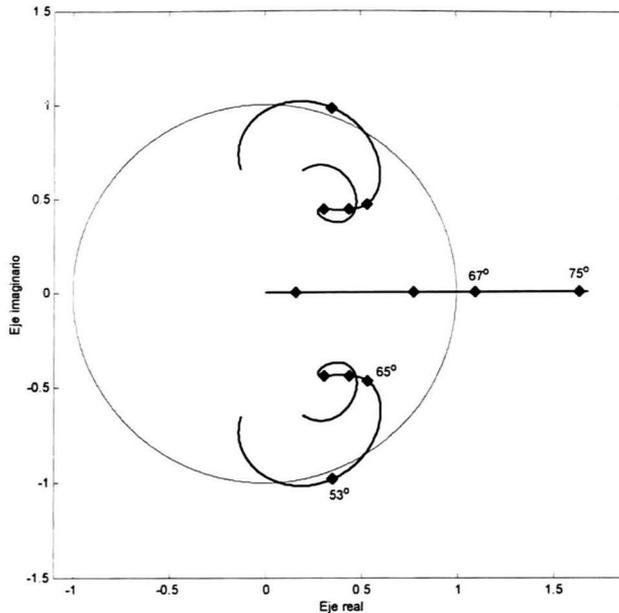


Fig. 3.10 Valores propios para el sistema de Kayenta en el plano  $z$

- [3] Hak-Guhn Han, Jong-Keun Park, Byung-Ha Lee. "Analysis of thyristor controlled series compensator dynamics using the state variable approach of a periodic system model," IEEE Trans Power Delivery, vol. 12, no. 4, Octubre 1997, pp. 1744-1750.
- [4] Ian Dobson, "Stability of ideal thyristor and diode switching circuits," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 42, no. 12, Septiembre 1995, pp 517-529.
- [5] Lawrence Perko. Differential equations and dynamics systems, Springer Verlag, 1994.
- [6] Katsuhiko Ogata. Sistemas de control en tiempo discreto, segunda edición, Prentice Hall, 1996.
- [7] Hassan K. Khalil. Nonlinear systems, segunda edición, Prentice Hall, 1996.
- [8] Paolo Matavelli, George Verghese, Aleksander M. Stankovic, "Phasor dynamics of thyristor – controlled series capacitor systems," IEEE Trans. Power Systems, vol. 12, no. 3, Agosto 1997, pp. 1259-1267.
- [9] Brian K. Perkins, M. R. Iravani, "Dynamic modeling of high power static switching circuits in the dq-frame," IEEE Trans. Power Systems, vol. 14, no. 2, Mayo 1999, pp. 678-684.

---

# CAPÍTULO

## 4

---

### MODELADO DEL TCSC PARA ESTADO ESTACIONARIO Y DINÁMICO

En este capítulo se presentan dos de los modelos del TCSC más ampliamente aceptados en la actualidad, clarificando algunos aspectos del modelado y proponiendo desarrollos y expresiones propias, equivalentes a las presentadas en la literatura. Comenzaremos por obtener las ecuaciones que describen el comportamiento general de voltaje y corriente en el dispositivo. Para esto se toman en cuenta dos casos: cuando los tiristores están en conducción y cuando ninguno de los tiristores conducen. A partir de estas consideraciones se obtendrán las expresiones en estado estacionario, que se aplican en el desarrollo de los modelos.

Los modelos a desarrollar son: (a) el modelo quasi-estático, que es un modelo que representa al TCSC como una reactancia variable dependiente del ángulo de disparo; (b) el modelo fasorial basado en la variación en el tiempo de los coeficientes de Fourier que capturan la dinámica fasorial del TCSC. Para finalizar, se incluyen los modelos dentro del problema máquina-barra infinita, y se comparan sus comportamientos ante cambios del ángulo de disparo.

#### 4.1 Voltaje y Corriente en el TCSC

Para obtener las ecuaciones de voltaje y corriente en el TCSC se propone un desarrollo basado en la transformada de Laplace para dos estados diferentes del sistema, cuando los tiristores están en conducción y cuando no hay conducción por ellos. Esto se representa mediante el interruptor abierto o cerrado en el circuito de la Fig. 4.1.

Las ecuaciones de voltaje y corriente en el TCSC se derivan del análisis en paralelo de un circuito LC con inductancia variable. Primero se asume que la corriente de línea  $i_l(t)$  es senoidal, y se toma como referencia para el disparo de los tiristores. Sincronizar el disparo de los tiristores con el cruce por cero de la corriente de línea se utiliza con mayor frecuencia, ya que minimiza la generación de armónicas [1]. Otra alternativa es tomar como referencia el voltaje del capacitor.

Se asume

$$i_l(t) = I_m \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

##### 4.1.1 Período de Conducción

Si el primer tiristor (simbolizado por el interruptor del circuito de la Fig. 4.1) se enciende en un tiempo  $t = t_1$ , aplicando leyes de Kirchoff se tiene que,

$$i_l(t) = i_c(t) + i_1(t) \quad (4.2)$$

durante el período de conducción el voltaje a través del inductor y el capacitor son iguales, esto es,

$$v_t(t) = v_c(t)$$

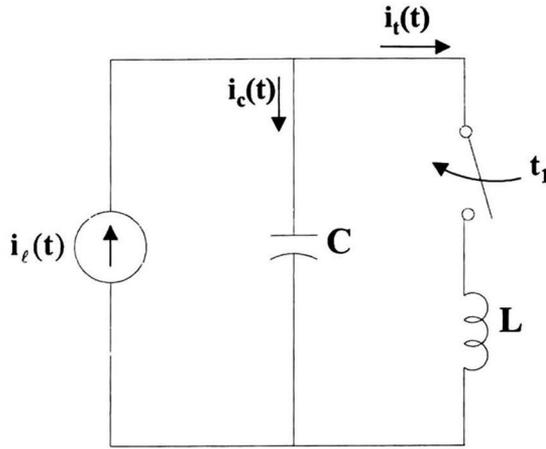


Fig. 4.1 Circuito del TCSC en un sistema de potencia.

$$L \frac{d}{dt} i_l(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1} i_c(t) dt + v_c(t_1) u(t - t_1) \quad (4.3)$$

donde  $v_c(t_1)$  es el voltaje del capacitor al momento del encendido del primer tiristor y  $u(t - t_1)$  el operador retardo.

Las ecuaciones que se desarrollan se obtienen a partir de la solución a la ecuación diferencial (4.3), que se resolverá usando la transformada de Laplace. Expresando las ecuaciones (4.2) y (4.3) en el dominio de Laplace,

$$I_l(s) = I_c(s) + I_t(s) \quad (4.4)$$

$$sLI_t(s) = \frac{I_c(s)}{sC} + \frac{1}{s} e^{-st_1} v_c(t_1) \quad (4.5)$$

ya que el período de conducción inicia a partir del tiempo  $t_1$  se debe obtener  $I_l(s)$  a partir de  $t_1$ , por lo que  $I_l(s)$  está dada por:

$$I_l(s) = \mathcal{L}\{i_l(t)u(t - t_1)\}$$

resultando,

$$I_l(s) = I_m e^{-st_1} \frac{1}{s^2 + \omega^2} [\sin(\omega t_1)s + \omega \cos(\omega t_1)] \quad (4.6)$$

Despejando  $I_c(s)$  de (4.5),

$$I_c(s) = s^2 LCI_t(s) - Ce^{-st_1} v_c(t_1) \quad (4.7)$$

sustituyendo (4.7) y (4.6) en (4.4) y resolviendo para  $I_t(s)$ , resulta,

$$I_t(s) = \omega_0^2 I_m \sin(\omega t_1) e^{-st_1} \frac{s}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + \omega_0^2)} + \omega_0^2 \omega I_m \cos(\omega t_1) e^{-st_1} \frac{1}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + \omega_0^2)} + \omega_0^2 C v_c(t_1) e^{-st_1} \frac{1}{(s^2 + \omega_0^2)} \quad (4.8)$$

donde:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La expresión en el tiempo para la corriente del inductor  $i_t(t)$  se obtiene aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación (4.8).

$$\begin{aligned} \ell^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} e^{-st_1} \right\} &= \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t - \omega_0 t_1) \\ \ell^{-1} \left\{ \frac{s}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + \omega_0^2)} e^{-st_1} \right\} &= \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} (\cos(\omega t - \omega t_1) - \cos(\omega_0 t - \omega_0 t_1)) \\ \ell^{-1} \left\{ \frac{1}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + \omega_0^2)} e^{-st_1} \right\} &= \frac{1}{\omega_0 \omega (\omega_0^2 - \omega^2)} [\omega_0 \sin(\omega t - \omega t_1) - \omega \sin(\omega_0 t - \omega_0 t_1)] \end{aligned}$$

$$i_t(t) = A [\sin(\omega t_1) \cos(\omega(t - t_1)) + \cos(\omega t_1) \sin(\omega(t - t_1))] - A \sin(\omega t_1) \cos(\omega_0(t - t_1)) - B \cos(\omega t_1) \sin(\omega_0(t - t_1)) + D v_c(t_1) \sin(\omega_0(t - t_1))$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} I_m \\ B &= \frac{\omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} I_m \\ D &= \omega_0 C \end{aligned}$$

reordenando,

$$i_t(t) = A \sin(\omega t) - A \sin(\omega t_1) \cos(\omega_0(t - t_1)) - B \cos(\omega t_1) \sin(\omega_0(t - t_1)) + D v_c(t_1) \sin(\omega_0(t - t_1)) \quad (4.9)$$

agrupando (4.9) obtenemos (4.10)

$$i_t(t) = A \sin(\omega t) + K_1 \cos(\omega_0 t) + K_2 \sin(\omega_0 t) \quad (4.10)$$

donde:

$$K_1 = B \cos(\alpha) \sin(k\alpha) - A \sin(\alpha) \cos(k\alpha) - D v_c(t_1) \sin(k\alpha)$$

$$K_2 = Dv_c(t_1) \cos(k\alpha) - A \sin(\alpha) \sin(k\alpha) - B \cos(\alpha) \cos(k\alpha)$$

$$k = \frac{\omega_0}{\omega}$$

$\alpha = \omega t_1$ , es el ángulo de disparo del tiristor.

Esta es la ecuación general para la corriente de los tiristores. El voltaje del capacitor durante el periodo de conducción se obtiene sustituyendo (4.10) en (4.11).

$$v_c(t) = L \frac{d}{dt} i_t(t) \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} v_c(t) = & AX_L \cos(\omega t) + AkX_L \sin(\alpha) \sin(\omega_0 t - k\alpha) - BkX_L \cos(\alpha) \cos(\omega_0 t - k\alpha) \\ & + DkX_L v_c(t_1) \cos(\omega_0 t - k\alpha) \\ v_c(t) = & AX_L \cos(\omega t) - kX_L K_1 \sin(\omega_0 t) + kX_L K_2 \cos(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde:  $X_L = \omega L$

Las ecuaciones (4.10) y (4.12) son las ecuaciones generales para la corriente en los tiristores y el voltaje en el capacitor en el primer periodo de conducción, esto es, a partir del cierre del interruptor del circuito de la Fig. 4.1 en  $t = t_1$ . Por lo tanto serán válidas en el intervalo  $t \in [t_1, t_{off}^1]$ . Las ecuaciones para el segundo intervalo de conducción estarán dadas de igual forma por (4.10) y (4.12) sólo que en ese caso el cierre del interruptor será en un tiempo  $t = t_2 = t_1 + \pi/\omega$ . Por lo tanto el segundo periodo de conducción se define para el intervalo  $t \in [t_2, t_{off}^2]$ . Donde  $t_{off}^1$  y  $t_{off}^2$  son el tiempo de apagado del primer y segundo tiristor respectivamente.

#### 4.1.2 Período de no-conducción

Para el periodo durante el cual los tiristores no están en conducción, el circuito equivalente del TCSC es simplemente un capacitor en serie con una fuente de voltaje de corriente directa, representando el voltaje del capacitor al momento de la conmutación. Para este caso la corriente del inductor es cero y la corriente del capacitor es igual a la corriente de línea.

$$i_c(t) = i_l(t) = I_m \sin(\omega t) \quad (4.13)$$

El voltaje del capacitor cuando los tiristores no están en conducción está dado por:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I_m \sin(\omega t) dt + v_c(0) \quad (4.14)$$

donde  $v_c(0)$  es la condición inicial para el voltaje del capacitor. Se supone un tiempo de inicio en  $t = 0$ . Resolviendo (4.14) resulta,

$$\begin{aligned} v_c(t) = & -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t) \Big|_0^t + v_c(0) \\ v_c(t) = & -I_m X_C [\cos(\omega t) - 1] + v_c(0) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$\omega t \in [0, \alpha]$

Para el período  $\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^1, \alpha + \pi]$ ,

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{\text{off}}^1}^t I_m \sin(\omega t) dt + v_c(t_{\text{off}}^1)$$

$$v_c(t) = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t) \Big|_{t_{\text{off}}^1}^t + v_c(t_{\text{off}}^1) \quad (4.16)$$

donde  $v_c(t_{\text{off}}^1)$  se calcula a partir de (4.12) evaluando  $t = t_{\text{off}}^1$ . De (4.16) se obtiene

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\omega t_{\text{off}}^1)] + v_c(t_{\text{off}}^1) \quad (4.17)$$

$$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^1, \pi + \alpha]$$

de forma similar se obtiene la expresión para el período  $\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^2, 2\pi]$ ,

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\omega t_{\text{off}}^2)] + v_c(t_{\text{off}}^2) \quad (4.18)$$

$$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^2, 2\pi]$$

donde  $v_c(t_{\text{off}}^2)$  se calcula a partir de (4.12) evaluando  $t = t_{\text{off}}^2$  y cambiando  $t_1$  por  $t_2$ .

Las ecuaciones desarrolladas anteriormente determinan el comportamiento transitorio del TCSC durante un ciclo. Esta información se resume en la Tabla 4.1 y 4.2.

**TABLA 4.1: CORRIENTE DEL TCSC EN UN CICLO**

$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [0, \alpha)$
$i_t(t) = A \sin(\omega t) + K_1 \cos(\omega_0 t) + K_2 \sin(\omega_0 t)$	$\omega t \in [\alpha, \omega t_{\text{off}}^1)$ con cierre en $t_1$
$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^1, \alpha + \pi)$
$i_t(t) = A \sin(\omega t) + K_1 \cos(\omega_0 t) + K_2 \sin(\omega_0 t)$	$\omega t \in [\alpha + \pi, \omega t_{\text{off}}^2)$ con cierre en $t_2$
$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^2, 2\pi)$

**TABLA 4.2: VOLTAJE DEL TCSC EN UN CICLO**

$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - 1] + v_c(0)$	$\omega t \in [0, \alpha)$
$v_c(t) = A X_L \cos(\omega t) - k X_L K_1 \sin(\omega_0 t) + k X_L K_2 \cos(\omega_0 t)$	$\omega t \in [\alpha, \omega t_{\text{off}}^1)$ con cierre en $t_1$
$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\omega t_{\text{off}}^1)] + v_c(t_{\text{off}}^1)$	$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^1, \pi + \alpha)$
$v_c(t) = A X_L \cos(\omega t) - k X_L K_1 \sin(\omega_0 t) + k X_L K_2 \cos(\omega_0 t)$	$\omega t \in [\alpha + \pi, \omega t_{\text{off}}^2)$ con cierre en $t_2$
$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\omega t_{\text{off}}^2)] + v_c(t_{\text{off}}^2)$	$\omega t \in [\omega t_{\text{off}}^2, 2\pi)$

## 4.2 Voltaje y corriente del TCSC en estado estacionario

De igual forma que en la sección anterior el análisis se lleva a cabo para el período de conducción y el de no-conducción.

### 4.2.1 Período de Conducción

El dispositivo alcanza su estado estacionario cuando el pico máximo de la corriente de línea coincide con el pico mínimo de la corriente que circula por los tiristores. Esta también es simétrica con respecto al cruce por cero del voltaje del capacitor. En la Fig. 4.2 se muestra el comportamiento transitorio del voltaje en el capacitor y la corriente en los tiristores, donde se observa el desfase que hay entre los máximos de las corrientes y la asimetría con respecto al cruce por cero del voltaje del capacitor, mientras que en la Fig. 4.3 se muestra el comportamiento en estado estacionario. Con ésta característica se puede calcular el voltaje del capacitor en estado estacionario al momento del disparo,  $v_c(t_1)$ , evaluando  $\omega t = \pi/2$  en (4.12),

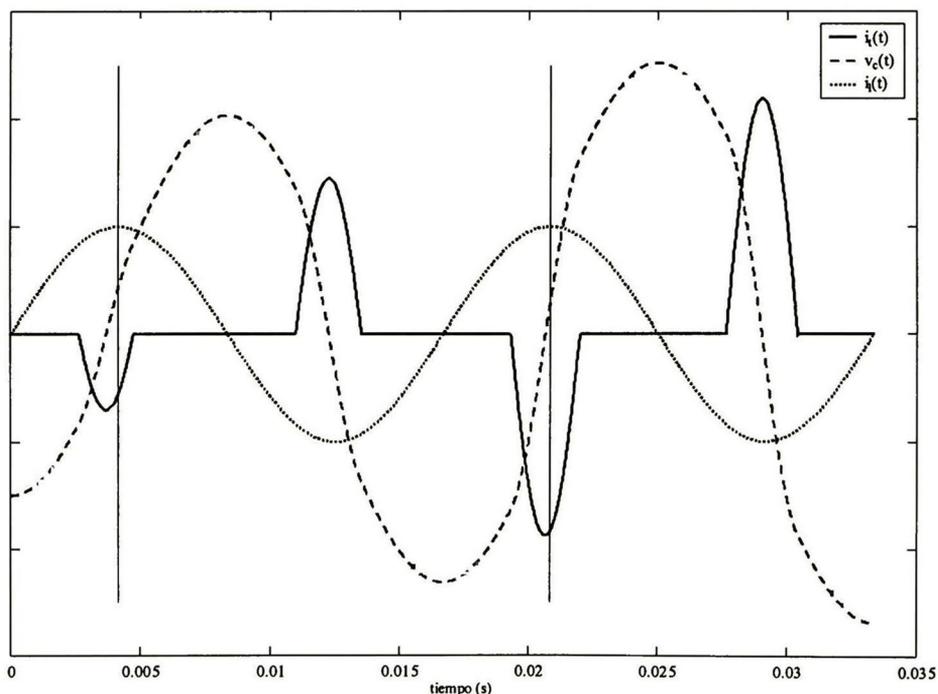


Fig. 4.2 Período transitorio del TCSC

$$v_c\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = AX_L \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - kX_L K_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right) + kX_L K_2 \cos\left(\frac{\pi}{2}k\right) = 0 \quad (4.19)$$

Despejando  $v_c(t_1)$  ( $v_c(t_1)$  está contenido tanto en  $K_1$  como en  $K_2$  de (4.19)) se obtiene el voltaje del capacitor en estado estacionario al momento del disparo dado por (4.20).

$$v_c(t_1) = \frac{B}{D} \cos(\alpha) - \frac{A}{D} \sin(\alpha) \tan\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) \quad (4.20)$$

Sustituyendo (4.20) en (4.10) se obtiene la corriente de los tiristores en estado estacionario

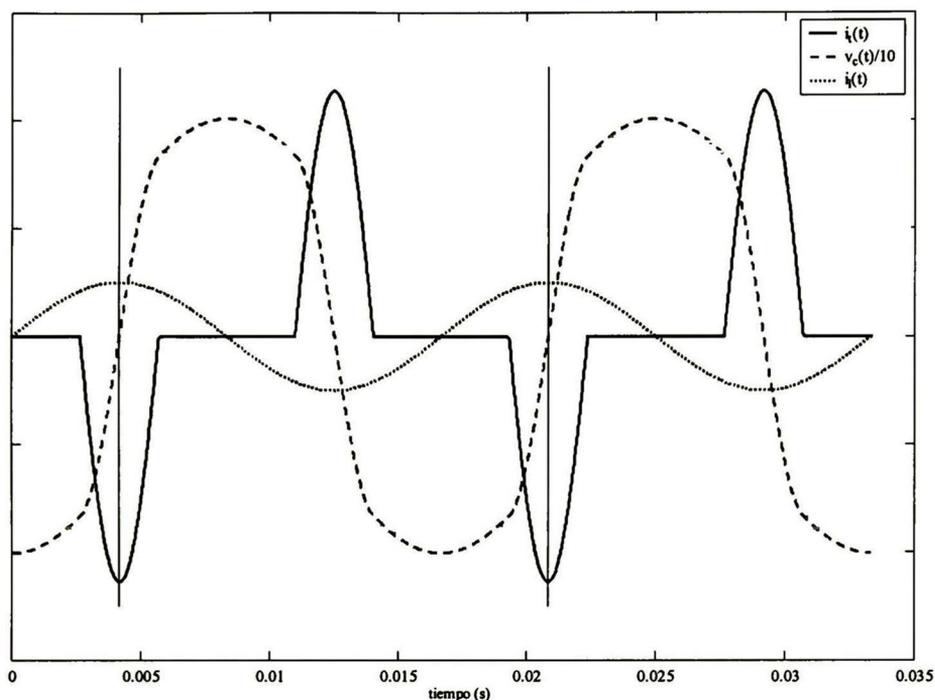


Fig. 4.3 Estado estacionario del TCSC

$$i_t(t) = A \sin(\omega t) - A \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} k\right) \quad (4.21)$$

$$\omega t \in [\alpha, \pi - \alpha]$$

La ecuación (4.21) es válida en el intervalo  $t \in [t_1, t_1 + t_\sigma]$ , donde  $t_\sigma$  es el tiempo de conducción del primer tiristor en estado estacionario. El segundo pulso de disparo se da  $180^\circ$  después del primer pulso de disparo produciendo un flujo de corriente en el segundo tiristor con polaridad opuesta a la de (4.21). La corriente del segundo tiristor está dada por (4.22).

$$i_t(t) = A \sin(\omega t) + A \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \cos\left(\omega_0 t - \frac{3\pi}{2} k\right) \quad (4.22)$$

$$\omega t \in [\alpha + \pi, 2\pi - \alpha]$$

Las expresiones en estado estacionario para el voltaje del capacitor se obtienen sustituyendo las ecuaciones (4.21) y (4.22) en (4.11),

$$v_c(t) = AX_L \cos(\omega t) + AkX_L \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} k\right) \quad (4.23)$$

$$\omega t \in [\alpha, \pi - \alpha]$$

$$v_c(t) = AX_L \cos(\omega t) - AkX_L \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \sin\left(\omega_0 t - \frac{3\pi}{2} k\right) \quad (4.24)$$

$$\omega t \in [\alpha + \pi, 2\pi - \alpha]$$

la corriente en el capacitor se obtiene de (4.2).

$$i_c(t) = i_t(t) - i_l(t) \quad (4.25)$$

Las expresiones desarrolladas describen el comportamiento en estado estacionario del TCSC en el intervalo donde hay conducción por parte de alguno de los tiristores. Las expresiones para el período de no-conducción se desarrollan en la siguiente sección.

#### 4.2.2 Período de no-conducción

El voltaje del capacitor en estado estacionario cuando los tiristores no están en conducción está dado por:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{\frac{2\pi-\alpha}{\omega}}^t I_m \sin(\omega t) dt + v_c(t_{\text{off}}) \quad (4.26)$$

donde  $v_c(t_{\text{off}})$  es el voltaje del capacitor al momento de la conmutación de los tiristores.  $v_c(t_{\text{off}})$  se calcula a partir de (4.24),

$$v_c(t_{\text{off}}) = v_c\left(\frac{2\pi - \alpha}{\omega}\right)$$

$$v_c(t_{\text{off}}) = AX_L \cos(\alpha) - AkX_L \sin(\alpha) \tan\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) \quad (4.27)$$

sustituyendo (4.27) en (4.26) y resolviendo para  $v_c(t)$  obtenemos,

$$v_c(t) = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t) \Big|_{\frac{2\pi-\alpha}{\omega}}^t + v_c(t_{\text{off}})$$

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\alpha)] + v_c(t_{\text{off}}) \quad (4.28)$$

$$\omega t \in [0, \alpha] \text{ y } \omega t \in [2\pi - \alpha, 2\pi]$$

Para el período  $\omega t \in [\pi - \alpha, \pi + \alpha]$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{\frac{\pi-\alpha}{\omega}}^t I_m \sin(\omega t) dt + v_c'(t_{\text{off}}) \quad (4.29)$$

donde  $v_c'(t_{\text{off}})$  se calcula a partir de (4.23) y está dado por (4.30),

$$v_c'(t_{\text{off}}) = v_c\left(\frac{\pi - \alpha}{\omega}\right)$$

$$v_c'(t_{\text{off}}) = -AX_L \cos(\alpha) + AkX_L \sin(\alpha) \tan\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) \quad (4.30)$$

de (4.29) se obtiene,

$$v_c(t) = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t) \Big|_{\frac{\pi-\alpha}{\omega}}^t + v_c'(t_{\text{off}})$$

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) + \cos(\alpha)] + v_c'(t_{\text{off}}) \quad (4.31)$$

$$\omega t \in [\pi - \alpha, \pi + \alpha]$$

definiendo  $V_0 = v_c(t_{\text{off}})$  y comparando (4.27) con (4.30) se observa que,

$$v_c(t_{\text{off}}) = -v_c'(t_{\text{off}}) = V_0$$

Las ecuaciones del voltaje en el capacitor en estado estacionario durante los períodos de no-conducción están dadas por las ecuaciones (4.32) y (4.33).

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\alpha)] + V_0 \quad (4.32)$$

$$\omega t \in [0, \alpha] \text{ y } \omega t \in [2\pi - \alpha, 2\pi]$$

$$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) + \cos(\alpha)] - V_0 \quad (4.33)$$

$$\omega t \in [\pi - \alpha, \pi + \alpha]$$

Formas de onda típicas en estado estacionario del voltaje y corriente a través de los componentes del TCSC se muestran en las figuras 4.4 y 4.5 para un ángulo de disparo  $\alpha = 57^\circ$ . Las reactancias capacitiva e inductiva consideradas en todo el presente capítulo son las siguientes,  $X_C = 15 \Omega$  y  $X_L = 2.56 \Omega$ .

Las ecuaciones desarrolladas en esta sección describen el comportamiento del TCSC en estado estacionario durante un ciclo completo de operación, y se presentan en forma resumida en las Tablas 4.3 y 4.4.

**TABLA 4.3: CORRIENTE DE LOS TIRISTORES EN ESTADO ESTACIONARIO DURANTE UN CICLO**

$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [0, \alpha)$
$i_t(t) = A \sin(\omega t) - A \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} k\right)$	$\omega t \in [\alpha, \pi - \alpha)$
$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [\pi - \alpha, \pi + \alpha)$
$i_t(t) = A \sin(\omega t) + A \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \cos\left(\omega_0 t - \frac{3\pi}{2} k\right)$	$\omega t \in [\pi + \alpha, 2\pi - \alpha)$
$i_t(t) = 0$	$\omega t \in [2\pi - \alpha, 2\pi)$

**TABLA 4.4: VOLTAJE DEL CAPACITOR EN ESTADO ESTACIONARIO DURANTE UN CICLO**

$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\alpha)] + V_0$	$\omega t \in [0, \alpha)$
$v_c(t) = A X_L \cos(\omega t) + A k X_L \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} k\right)$	$\omega t \in [\alpha, \pi - \alpha)$
$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) + \cos(\alpha)] - V_0$	$\omega t \in [\pi - \alpha, \pi + \alpha)$
$v_c(t) = A X_L \cos(\omega t) - A k X_L \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \sin\left(\omega_0 t - \frac{3\pi}{2} k\right)$	$\omega t \in [\pi + \alpha, 2\pi - \alpha)$
$v_c(t) = -I_m X_C [\cos(\omega t) - \cos(\alpha)] + V_0$	$\omega t \in [2\pi - \alpha, 2\pi)$

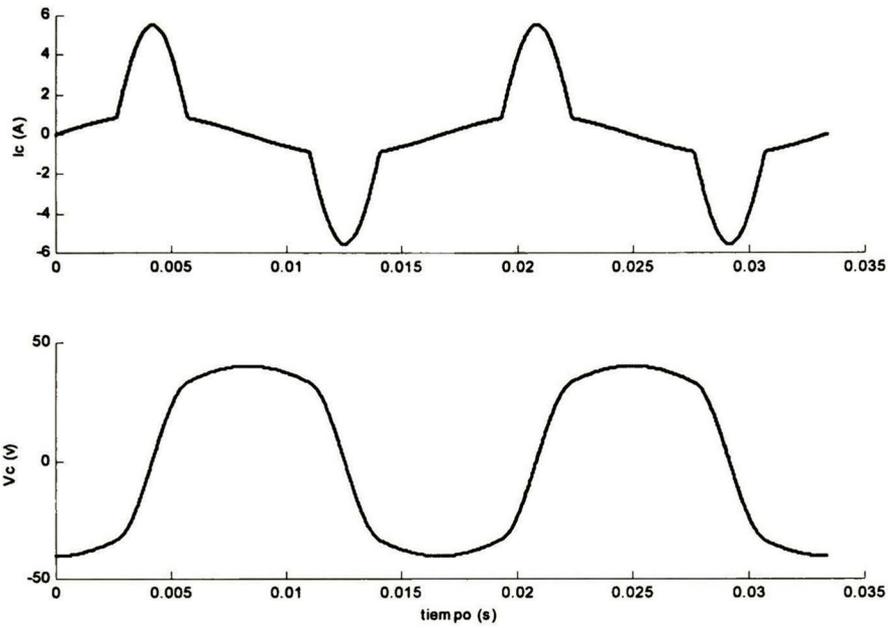


Fig. 4.4 Voltaje y corriente en el capacitor

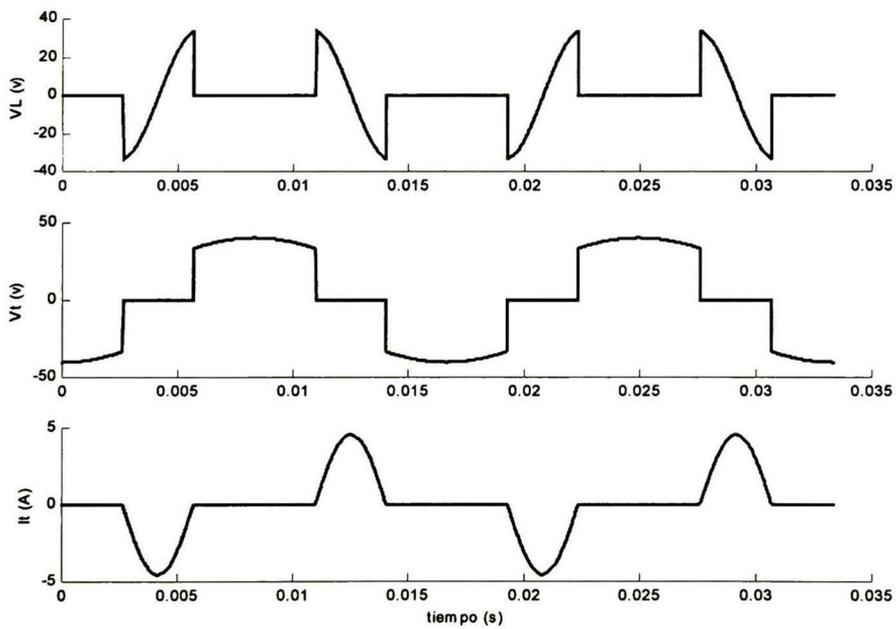


Fig. 4.5 Voltaje y corriente en el TCR.

En las Figuras 4.6 y 4.7 se muestra el voltaje del capacitor para diferentes ángulos de disparo. En la Fig. 4.6 para valores que se encuentran dentro de la zona inductiva y en la Fig. 4.7 para valores que se encuentran dentro de la zona capacitiva. Se observa que el grado de distorsión en la onda del voltaje es mayor cuando el dispositivo opera dentro de la zona inductiva. Ambas gráficas también muestran cómo la amplitud del voltaje del capacitor se incrementa conforme el ángulo de disparo se acerca al punto de resonancia (para éste caso el punto de resonancia se encuentra en  $\alpha = 52.82^\circ$ ). En estas mismas gráficas se observa como era de esperarse que el voltaje del capacitor es senoidal cuando el TCSC opera en modo bloqueado, esto es,  $\alpha = 0^\circ$  y en modo de conducción total,  $\alpha = 90^\circ$ . La polaridad del voltaje en el capacitor depende de la zona de operación.

El comportamiento de las corrientes se muestra en las Figuras 4.6, 4.7 y 4.8, donde se puede observar algo similar a lo ocurrido con el voltaje del capacitor. El valor del ángulo de disparo determina la dirección de la corriente a través del TCR y del capacitor, las cuales son opuestas y la magnitud de las corrientes se incrementa conforme la operación del dispositivo se acerca al punto de resonancia.

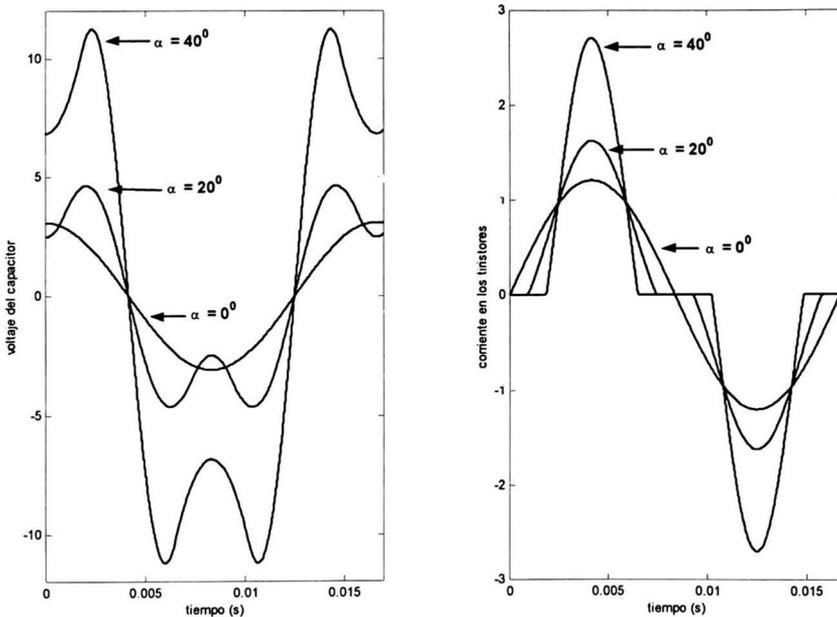


Fig. 4.6 Voltaje del capacitor y corriente de tiristores en la región inductiva.

### 4.3 Modelo Quasi-Estático del TCSC

El modelo quasi-estático representa al TCSC como una reactancia variable a frecuencia fundamental la cual depende del ángulo de disparo  $\alpha$ . Según sea el valor de  $\alpha$ , ésta reactancia puede ser inductiva o capacitiva. Este modelo es esencialmente la solución a la ecuación diferencial que describe el circuito del TCSC. En otras palabras podemos decir que es la aproximación a la respuesta en estado estacionario a frecuencia fundamental. Este es un modelo sencillo ampliamente utilizado en estudios de estabilidad transitoria, estudios de colapso de voltaje y estudios de flujos de potencia. El modelo además permite la incorporación directa de cualquier algoritmo de control. La principal desventaja de éste es que no modela la dinámica que existe al cambiar de un punto de operación a otro.

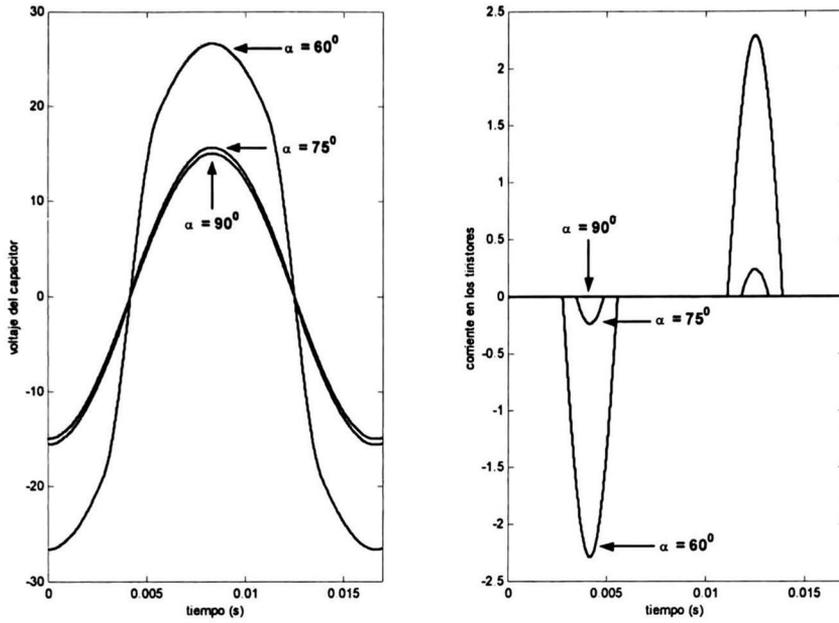


Fig. 4.7 Voltaje del capacitor y corriente de tiristores en la región capacitiva.

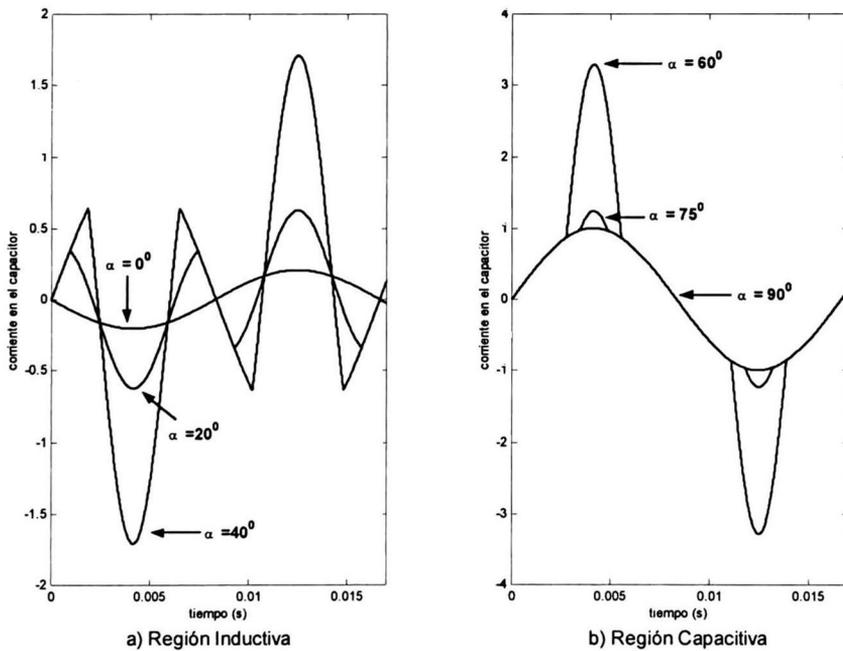


Fig. 4.8 Corriente del capacitor.

Como se aprecia en las Figuras 4.4 y 4.5 los voltajes y corrientes en el TCSC contienen frecuencias armónicas, por lo que para obtener la reactancia equivalente del TCSC es necesario realizar análisis de Fourier sobre las expresiones de voltaje y corriente, para así obtener el voltaje del capacitor y corriente en los tiristores a frecuencia fundamental, y de esa forma obtener una reactancia equivalente que dependerá del ángulo de disparo.

### 4.3.1 Impedancia fundamental del TCSC

En esta sección se proponen expresiones propias desarrolladas para el cálculo de la impedancia a frecuencia fundamental del TCSC.

Ya que la corriente que circula por los tiristores contiene distorsión armónica es necesario aplicar análisis de Fourier para obtener una expresión a frecuencia fundamental.

$$i_t^0(t) = I_t^0 \sin(\omega t) \tag{4.34}$$

donde:  $i_t^0(t)$  es la corriente de los tiristores a frecuencia fundamental.

$I_t^0$  es el coeficiente de Fourier a frecuencia fundamental.

En la Fig. 4.5 se ve claramente que la onda de corriente de los tiristores  $i_t(t)$  cuenta con simetría de media onda impar, por lo tanto la componente fundamental se obtiene evaluando (4.35) a partir de (4.21).  $I_t^0$  está dado por (4.36).

$$I_t^0 = \frac{4}{T} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} i_t(t) \sin(\omega t) d\omega t \tag{4.35}$$

donde:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$I_t^0 = \frac{4}{T} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \left( A \sin(\omega t) - A \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} k\right) \right) \sin(\omega t) d\omega t$$

$$I_t^0 = A \left( \frac{\pi - 2\alpha}{\pi} \right) + \frac{A}{k^2 - 1} \left( \frac{4k \tan\left(k\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right) \sin^2(\alpha) + (k^2 + 1) \sin(2\alpha)}{\pi} \right) \tag{4.36}$$

La impedancia fundamental del TCSC a frecuencia fundamental está definida mediante:

$$Z_{TCSC}^0 = R_{TCSC}^0 + jX_{TCSC}^0 = \frac{V_{TCSC}^0}{I_t^0} \tag{4.37}$$

donde:  $\vec{V}_{\text{TCSC}}^0$  es el voltaje fasorial del TCSC a frecuencia fundamental.

$\vec{I}_\ell$  es la corriente fasorial de línea.

Ya que el voltaje a través del TCSC es igual al voltaje del capacitor, la ecuación (4.37) puede escribirse mediante:

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = \frac{-jX_C \vec{I}_c^0}{\vec{I}_\ell} \quad (4.38)$$

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = \frac{-jX_C (\vec{I}_\ell - \vec{I}_t^0)}{\vec{I}_\ell}$$

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = -jX_C + jX_C \frac{\vec{I}_t^0}{\vec{I}_\ell}$$

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = -jX_C + jX_C \frac{I_t^0}{I_m} \quad (4.39)$$

donde:  $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$\vec{I}_c^0$  es la corriente fasorial del capacitor a frecuencia fundamental.

$\vec{I}_t^0$  es la corriente fasorial de los tiristores a frecuencia fundamental.

Sustituyendo (4.36) en (4.39) resulta la impedancia propuesta para el TCSC a frecuencia fundamental en estado estacionario. La impedancia sólo consta de la parte reactiva que depende del ángulo de disparo,  $\alpha$ , y las reactancias capacitiva ( $X_C$ ) e inductiva ( $X_L$ ) del dispositivo:

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = -jX_C + jX_C \left[ \frac{A}{I_m} \left( \frac{\pi - 2\alpha}{\pi} \right) + \frac{A}{I_m (k^2 - 1)} \left( \frac{4k \tan \left( k \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \right) \sin^2(\alpha) + (k^2 + 1) \sin(2\alpha)}{\pi} \right) \right]$$

$$Z_{\text{TCSC}}^0 = -jX_C + j(X_C + X_{LC}) \left( \frac{\pi - 2\alpha}{\pi} \right) + j \frac{X_{LC}^2}{X_L} \left( \frac{4k \tan \left( k \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \right) \sin^2(\alpha) + (k^2 + 1) \sin(2\alpha)}{\pi} \right) \quad (4.40)$$

donde:

$$X_C \frac{A}{I_m} = X_C + X_{LC}$$

$$X_C \frac{A}{I_m(k^2 - 1)} = \frac{X_{LC}^2}{X_L}$$

$$X_{LC} = \frac{X_C X_L}{X_C - X_L}$$

Esta expresión es equivalente a la que se presenta en [2]. En la Fig. 4.9 se muestra una variación típica de la impedancia y susceptancia a frecuencia fundamental del TCSC como una función del ángulo de disparo (los valores de  $X_C$  y  $X_L$  son los referidos anteriormente). Observe que  $B_{TCSC}^0$  tiene un mejor comportamiento numérico que  $X_{TCSC}^0$ , esto debido a que  $B_{TCSC}^0$  varía suavemente con respecto a  $\alpha$  y no presenta discontinuidades. Debido a esto en algunas aplicaciones se prefiere implementar la ecuación de la susceptancia en lugar de la ecuación de la reactancia [3].

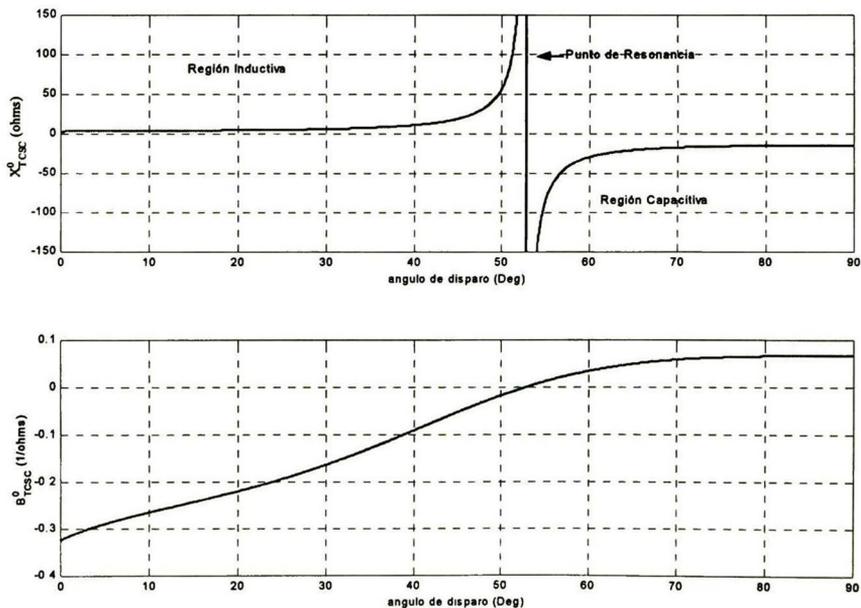


Fig. 4.9 Reactancia y Susceptancia fundamental del TCSC

Con objeto de observar la respuesta del modelo en un estudio de estabilidad, el modelo se implementó en un sistema máquina-barra infinita, Fig. 4.10. Se utilizó el modelo clásico para el generador con par mecánico constante.

En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran la respuesta transitoria de la velocidad y el ángulo del rotor del generador cuando se modifica el ángulo de disparo. El sistema está inicialmente en estado estacionario con  $\alpha = 57^\circ$  (para esta condición de operación la reactancia equivalente del TCSC es de  $46.1512 \Omega$  capacitiva) y posteriormente se consideran escalones en el ángulo de disparo de  $60^\circ - 70^\circ - 60^\circ$  y  $57^\circ$  en  $t = 2, 6, 10$  y  $14$  s respectivamente. Los parámetros del sistema son los siguientes:

$H = 3 \text{ p.u}$   
 $D = 18 \text{ p.u}$   
 $Z_{\text{base}} = 132.25 \Omega$   
 $S_{\text{base}} = 400 \text{ MVA}$   
 $V_{\text{base}} = 230 \text{ kV}$   
 $\omega_S = 120\pi \text{ rad/s} = 1.0 \text{ p.u.}$   
 $X'_d = X'_q = 0.1285 \text{ p.u}$   
 $X_l = 82 \Omega = 0.62 \text{ p.u}$   
 $X_L = 2.56 \Omega = 0.0194 \text{ p.u}$   
 $X_C = 15 \Omega = 0.1134 \text{ p.u}$   
 $V_\infty = 1.0 \text{ p.u}$   
 $P+jQ = 0.51+j0.71 \text{ p.u}$

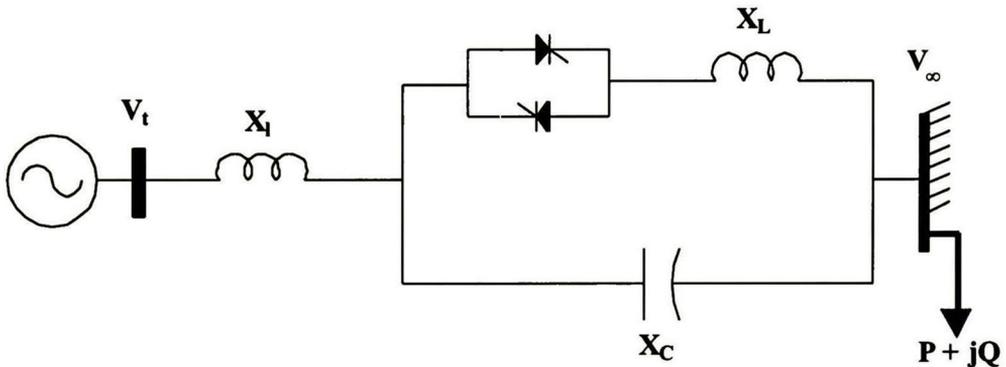


Fig. 4.10 Sistema máquina-barra infinita con TCSC

Las condiciones de operación en estado estacionario resultantes son:

$E'_q = 1.2930$   
 $T_m = T_e^0 = 0.51 \text{ p.u}$   
 $\delta^0 = 9.0186^\circ = 0.1574 \text{ rad}$   
 $\omega^0 = 120\pi \text{ rad/s} = 1.0 \text{ p.u}$   
 $\alpha^0 = 57^\circ$   
 $X_{\text{TCSC}}^0 = 46.1512 \Omega = 0.3490 \text{ p.u (Capacitiva)}$ .

Enfatizamos las posibilidades del TCSC en la modificación de las posiciones angulares al variar el ángulo de disparo de los tiristores.

#### 4.4 Modelo fasorial del TCSC

En esta sección se clarifica el modelo fasorial del TCSC y se propone una expresión para la corrección por contenido armónico que no coincide con la presentada en la literatura [4], obteniendo resultados comparables.

El análisis dinámico del TCSC presenta dificultades ya que es un dispositivo que incorpora tanto comportamiento dinámico continuo en el tiempo (asociado con los voltajes y corrientes en el capacitor e inductor), como discreto asociado a la conmutación de los tiristores.

En esta sección se desarrolla un modelo dinámico continuo en el tiempo para el capacitor serie controlado por tiristores. El modelo tiene como propósito representar de una forma adecuada el voltaje del capacitor a frecuencia fundamental para cambios en la corriente de línea y en la variable de control  $\alpha$ .

Para mostrar su aplicabilidad en un estudio de estabilidad el modelo desarrollado se utiliza en el mismo sistema de la Fig. 4.10.

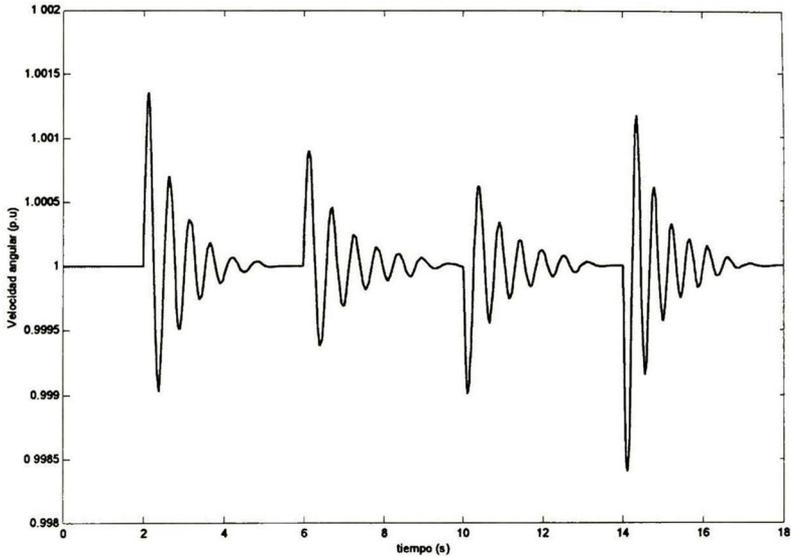


Fig. 4.11 Velocidad angular ( $\omega$ )

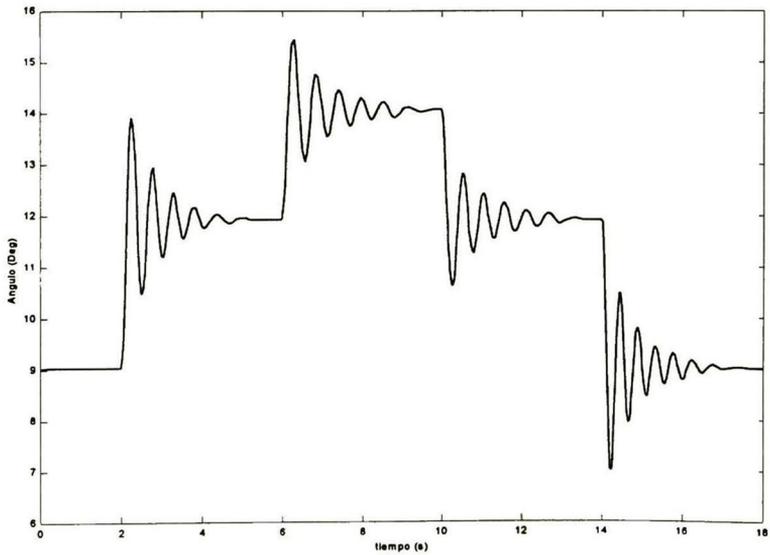


Fig. 4.12 Angulo ( $\delta$ )

El modelo fasorial del TCSC está basado en el hecho de que cualquier señal  $f(\cdot)$  puede ser representada sobre un intervalo  $(t-T, t]$  usando una serie de Fourier de la forma [5],

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{jn\omega_s t} \quad (4.41)$$

Ya que las frecuencias negativas no tienen una interpretación física (4.41) puede ser escrita como:

$$f(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{n=\infty} C_n e^{jn\omega_s t} \right\} \quad (4.42)$$

donde  $\text{Re}$  denota la parte real y  $\omega_s = 2\pi/T$ . El término  $C_n$  es el coeficiente complejo de Fourier, al cual se le llamará fasor. El  $n$ -ésimo coeficiente de Fourier (o  $n$ -ésimo fasor) está definido por:

$$C_n = \frac{z}{T} \int_{t_p-T}^T f(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \langle f(t) \rangle_n \quad (4.43)$$

donde  $z = 1$  para  $n = 0$  y  $z = 2$  para  $n > 0$ . La notación  $\langle f(t) \rangle_n$  se usará para denotar la operación efectuada en (4.43). El análisis que se realiza proporciona un modelo para los coeficientes dominantes de Fourier; más específicamente, se derivará un modelo en el espacio de estados para el cual los coeficientes en (4.43) serán las variables de estado.

La dinámica fasorial está dada por la derivada del  $n$ -ésimo coeficiente de Fourier. Obteniendo la derivada de (4.43),

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} C_n &= \frac{z}{T} \int_{t_p-T}^T \frac{d}{dt} f(t) e^{-jn\omega_s t} dt \\ \frac{d}{dt} C_n &= -jn\omega_s C_n + \frac{z}{T} \int_{t_p-T}^T \frac{d}{dt} f(t) e^{-jn\omega_s t} dt \end{aligned} \quad (4.44)$$

reescribiendo (4.44) utilizando la notación definida en (4.43) se obtiene la expresión para la derivada del  $n$ -ésimo coeficiente complejo de Fourier.

$$\frac{d}{dt} C_n = \left\langle \frac{d}{dt} f(t) \right\rangle_n - jn\omega_s C_n \quad (4.45)$$

#### 4.4.1 Modelo Fasorial

El modelo fasorial es un modelo continuo en el tiempo que no presenta conmutaciones y está diseñado para representar la envolvente de las formas de onda en el tiempo. Para obtener el modelo se asume que la corriente de línea es completamente senoidal y ésta además es tomada como referencia para la sincronización de los pulsos de disparo.

Las variables de estado del TCSC son: el voltaje del capacitor  $v_c(t)$  y la corriente del inductor o tiristores  $i_t(t)$ . El modelo en el tiempo está dado por (4.46),

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} v_c(t) &= i_\ell(t) - i_t(t) \\ L \frac{d}{dt} i_t(t) &= q v_c(t) \end{aligned} \quad (4.46)$$

donde  $q$  es una función de conmutación. La función de conmutación  $q$ , denota el comportamiento de los tiristores:  $q = 1$  cuando alguno de los tiristores está en conducción, y  $q = 0$  cuando ninguno de los tiristores está en conducción. Ya que se asume que la corriente de línea es esencialmente senoidal  $i_\ell(t)$  se puede escribir como:

$$i_\ell(t) = |I_\ell| \sin(\omega_s t) \quad (4.47)$$

donde  $I_\ell$  es el coeficiente complejo de Fourier a frecuencia fundamental de la corriente de línea ( $|I_\ell|$  representa la amplitud de  $I_\ell$ ).

Sean  $V_1$  e  $I_1$  los coeficientes complejos de Fourier a frecuencia fundamental ( $n = 1$  en (4.43)) para  $v_c(t)$  e  $i_t(t)$  respectivamente, y  $V_{1c}$ ,  $V_{1s}$ ,  $I_{1c}$  y  $I_{1s}$  denotan la parte real (coseno) e imaginaria (seno) de estos coeficientes. Esto es,

$$\begin{aligned} V_1 &= V e^{-j\varphi} \\ V_1 &= V \cos(\varphi) - jV \sin(\varphi) \end{aligned}$$

de igual forma para la corriente se obtiene

$$I_1 = I \cos(\zeta) - jI \sin(\zeta)$$

por lo tanto podemos escribir

$$V_1 = V_{1c} - jV_{1s} \quad (4.48a)$$

$$I_1 = I_{1c} - jI_{1s} \quad (4.48b)$$

de (4.42) se obtiene el voltaje del capacitor  $v_c(t)$  a frecuencia fundamental, esto es,

$$v_1(t) = \text{Re}\{V_1 e^{j\omega_s t}\} \quad (4.49)$$

sustituyendo (4.48a) en (4.49) se obtiene la contribución del fasor  $V_1$  a  $v_c(t)$ , dada por (4.50),

$$v_1(t) = V_{1c} \cos(\omega_s t) + V_{1s} \sin(\omega_s t) \quad (4.50)$$

de forma similar se obtiene una expresión para  $i_t(t)$ , que tiene la misma forma que (4.50).

Para obtener el modelo fasorial a frecuencia fundamental el modelo en el espacio de estados (4.46) se pasa al dominio de la frecuencia. Esto se realiza aplicando la operación promedio (4.43) con  $n = 1$ , en ambos lados del modelo de estados (4.46), y posteriormente obtener la dinámica fasorial con (4.45). Al aplicar (4.43) con  $n = 1$  a las variables de estado se obtienen los fasores de éstas a frecuencia fundamental,

$$v_c(t) = \text{Re}\{V_1 e^{j\omega_s t}\} \quad (4.51)$$

$$i_l(t) = \text{Re}\{I_1 e^{j\omega_s t}\} \quad (4.52)$$

sustituyendo (4.51) y (4.52) en (4.46) y aplicando la operación (4.45) se tiene,

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} V_1 &= I_\ell - I_1 - j\omega_s C V_1 \\ L \frac{d}{dt} I_1 &= q V_1 - j\omega_s L I_1 \end{aligned} \quad (4.53)$$

por lo tanto el modelo del TCSC en el dominio de la frecuencia o modelo fasorial está descrito por (4.54)

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} V_1 &= I_\ell - I_1 - j\omega_s C V_1 \\ L \frac{d}{dt} I_1 &= \langle q v_c(t) \rangle_1 - j\omega_s L I_1 \end{aligned} \quad (4.54)$$

donde:

$$\langle q v_c(t) \rangle_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\tau} v_c(t) e^{-j\omega_s t} d\omega_s t \quad (4.55)$$

Ya que  $\langle q v_c(t) \rangle_1$  es el voltaje del capacitor en el período de conducción, de la Fig. 4.3 se observa que  $q = 1$  sólo entre  $\alpha$  y  $\tau$ .

Si el término  $\langle q v_c(t) \rangle_1$  depende solamente de los valores instantáneos de  $V_1$ ,  $I_1$  y la variable de control  $\alpha$ , entonces (4.54) se encuentra en el espacio de estados, siendo un modelo válido. Por otra parte para la evaluación de (4.55) se requiere de una expresión para  $\alpha$ ,  $\tau$  y  $v_c(t)$ .

El circuito alcanza su punto de estado estacionario cuando el medio ciclo de la corriente del inductor es exactamente simétrico con respecto al cruce por cero del voltaje del capacitor. Esta característica permite obtener una expresión que relaciona el ángulo de conducción para cada uno de los tiristores con el ángulo de disparo,

$$2\alpha + \sigma^* = \pi \quad (4.56)$$

donde:  $\alpha$ : Ángulo de disparo.

$\sigma^*$ : Ángulo de conducción en estado estacionario.

despejando  $\alpha$  de (4.56) se obtiene

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\sigma^*}{2} \quad (4.57)$$

La variable  $\tau$  representa el ángulo de apagado de los tiristores. Es una variable que depende del cruce por cero de la corriente del inductor, esto es, es una variable que depende de los estados del modelo (4.46),  $v_c(t)$ ,  $i_l(t)$  y de la corriente de línea  $i_\ell(t)$ ; lo mismo sucede con  $\langle q v_c(t) \rangle_1$ , por lo tanto el modelo (4.54) falla como un modelo en el espacio de estados.

Bajo una serie de aproximaciones el modelo (4.54) puede convertirse en un modelo válido. Primero se asume que la componente fundamental de la corriente del inductor es simétrica con respecto al pico de la corriente actual del inductor. Se utiliza el ángulo  $\phi$  como el defasamiento existente entre el pico máximo de la corriente de línea y el pico negativo de la corriente del inductor (conforme el sistema alcanza su punto de estado estacionario  $\phi$  va tendiendo a cero), Fig. 4.13. Bajo esta consideración se expresa  $\phi$  y  $\tau$  en función de  $I_\ell$  e  $I_1$ .

$$I_\ell = I_{\ell m} e^{-j\xi}$$

$$I_1 = I_{1m} e^{-j\zeta}$$

estas expresiones se obtienen de (4.43) haciendo  $n = 1$

$$-I_\ell = -I_{\ell m} e^{-j\xi}$$

$$I_1^* = I_{1m} e^{j\zeta}$$

$$-I_\ell \cdot I_1^* = -I_{\ell m} \cdot I_{1m} e^{-j(\xi-\zeta)}$$

la extracción del ángulo se realiza por la operación denotada como *arg*, por lo tanto  $\phi$  está dado por la expresión

$$\phi = \arg\left((-I_\ell \cdot I_1^*)\right) \tag{4.58}$$

donde  $I_1^*$  es el complejo conjugado<sup>1</sup> de  $I_1$ . De la Fig. 4.13 se observa que,

$$\alpha_v + \frac{\sigma}{2} = \xi - \phi \tag{4.59}$$

ya que en estado estable  $\phi = 0$  entonces definiremos a  $\alpha_v$  como:

$$\alpha_v = \xi - \frac{\sigma^*}{2} \tag{4.60}$$

donde  $\alpha_v$  es el ángulo que hay entre el eje de las abscisas y el encendido de los tiristores (no confundir con  $\alpha$  que es el ángulo que hay entre el cruce por cero de la corriente de línea y el encendido de los tiristores). Despejando  $\sigma$  de (4.59) y sustituyendo (4.60) se obtiene

$$\sigma = \sigma^* - 2\phi \tag{4.61}$$

El tiempo  $\tau$  está expresado mediante

$$\tau = \sigma + \alpha_v \tag{4.62}$$

sustituyendo (4.60) y (4.61) en (4.62) resulta,

$$\tau = \xi + \frac{\sigma^*}{2} - 2\phi \tag{4.63}$$

<sup>1</sup> Donde \* denota el complejo conjugado.

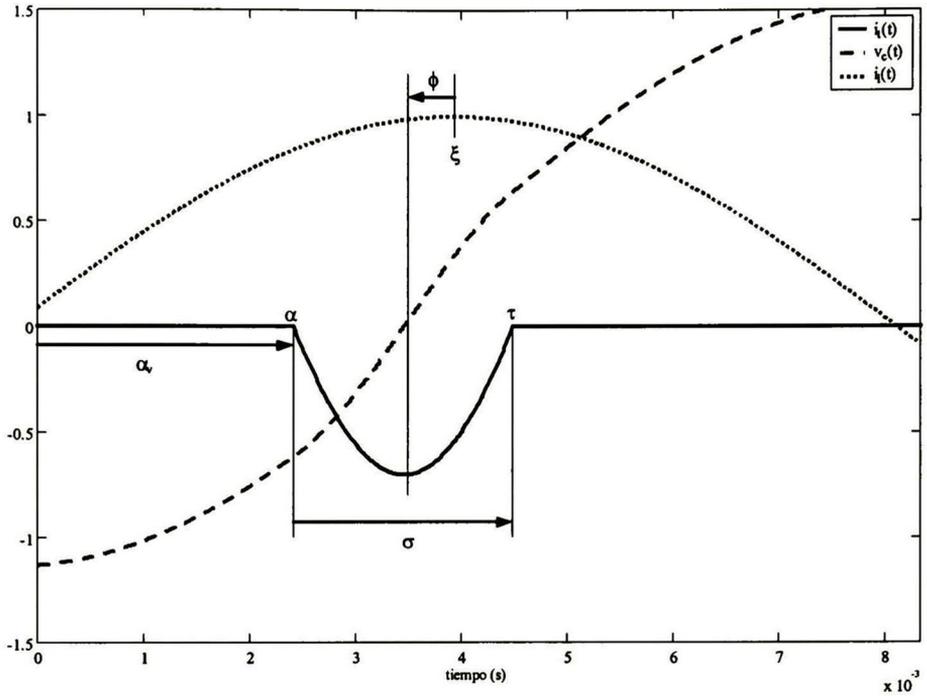


Fig. 4.13 Principales ángulos definidos para el modelo fasorial

En la Tabla 4.5 se resumen las expresiones obtenidas.

<p><b>TABLA 4.5: PRINCIPALES ANGULOS EN EL MODELO FASORIAL</b></p>
$\phi = \arg\left((-I_t \cdot I_1^*)^*\right)$
$\tau = \xi + \frac{\sigma^*}{2} - 2\phi$
$\sigma = \sigma' - 2\phi$

Como segunda suposición se considera que  $v_c(t)$  en (4.55) puede ser suficientemente aproximado solo por su componente fundamental (4.50). Con estas consideraciones ahora es posible evaluar (4.55).

$$\langle qv_c(t) \rangle_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_v}^{\tau} (V_{1c} \cos(\omega_s t) + V_{1s} \sin(\omega_s t)) e^{-j\omega_s t} d\omega_s t \quad (4.64)$$

sustituyendo  $\alpha_v$  y  $\tau$  por (4.59) y (4.63) respectivamente y realizando operaciones algebraicas para simplificar se obtiene la siguiente expresión

$$\langle qv_c(t) \rangle_1 = \frac{1}{\pi} \left( V_1 \sigma + V_1^- \sin(\sigma) e^{-j2(\xi+\phi)} \right) \quad (4.65)$$

$$\langle qv_c(t) \rangle_1 = \frac{1}{\pi} \left( V_{1c} (\sigma + \sin(\sigma) \cos(\gamma)) + V_{1s} \sin(\sigma) \sin(\gamma) \right) - j \frac{1}{\pi} \left( V_{1s} (\sigma - \sin(\sigma) \cos(\gamma)) + V_{1c} \sin(\sigma) \sin(\gamma) \right)$$

Sustituyendo (4.65) en (4.54) se obtiene un modelo de segundo orden complejo. Separando sus partes reales e imaginarias, se obtiene un modelo de cuarto orden con variables reales:  $V_{1c}$ ,  $V_{1s}$ ,  $I_{1c}$  e  $I_{1s}$ .

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} V_{1c} &= I_{1c} - I_{1c} - \omega_s C V_{1s} \\ C \frac{d}{dt} V_{1s} &= I_{1s} - I_{1s} + \omega_s C V_{1c} \\ L \frac{d}{dt} I_{1c} &= \frac{1}{\pi} \left( V_{1c} \sigma + \sin(\sigma) (V_{1c} \cos(\gamma) + V_{1s} \sin(\gamma)) \right) - \omega_s L I_{1s} \\ L \frac{d}{dt} I_{1s} &= \frac{1}{\pi} \left( V_{1s} \sigma + \sin(\sigma) (V_{1c} \sin(\gamma) - V_{1s} \cos(\gamma)) \right) + \omega_s L I_{1c} \end{aligned} \quad (4.66)$$

donde:  $\gamma = 2(\xi + \phi)$

El estado estable senoidal del sistema (4.66) se calcula haciendo las derivadas iguales a cero. Al igualar las derivadas de (4.54) a cero se obtiene una solución donde el TCR se representa por una inductancia equivalente  $L_{eq}$  a voltaje senoidal, con  $i_\ell(t)$  como en (4.47) se tiene ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\xi = \pi/2$ ):

$$\begin{aligned} 0 &= I_\ell - I_1 - j\omega_s C V_1 \\ 0 &= \frac{1}{\pi} \left( V_1 \sigma - V_1^- \sin(\sigma) \right) - j\omega_s L I_1 \end{aligned} \quad (4.67)$$

ya que  $V_1 = V_{1c}$ , entonces  $V_1^- = V_1 = V_{1c}$ . Reescribiendo (4.67),

$$\begin{aligned} 0 &= I_\ell - I_1 - j\omega_s C V_1 \\ 0 &= \left( \frac{\sigma - \sin(\sigma)}{\pi} \right) V_{1c} - j\omega_s L I_1 \end{aligned} \quad (4.68)$$

desarrollando (4.68)

$$\begin{aligned} j\omega_s L I_1 &= \frac{\sigma - \sin(\sigma)}{\pi} V_{1c} \\ \frac{V_{1c}}{I_1} &= j\omega_s \frac{\pi L}{\sigma - \sin(\sigma)} = j\omega_s L_{eq} \end{aligned} \quad (4.69)$$

donde:

$$L_{eq} = \frac{\pi L}{\sigma - \sin(\sigma)} \quad (4.70)$$

La ecuación (4.65) representa una buena aproximación cuando el TCSC opera en la región capacitiva y lejos del punto de resonancia, esto debido a que para calcular (4.65) se asumió un voltaje puramente senoidal a través del capacitor. Cuando el TCSC opera cerca del punto de resonancia o dentro de la región inductiva el contenido armónico en  $v_c(t)$  es significativo y (4.65) pierde precisión. Esto se puede observar en la Fig. 4.14 donde se muestran las magnitudes de los voltajes armónicos respecto a la magnitud del voltaje fundamental en estado estacionario contra el ángulo de disparo  $\alpha$ , usando los parámetros de la subestación de Kayenta ( $X_C = 15 \Omega$  y  $X_L = 2.56 \Omega$ ). Se observa que aún en la región capacitiva la tercera armónica alcanza un 20% del valor de la fundamental.

Para obtener una mejor aproximación y así tener un modelo más preciso se plantea una modificación en la evaluación de  $\langle qv_c(t) \rangle_1$ . En lugar de utilizar solamente la componente fundamental (4.50) para representar a  $v_c(t)$  se incluirán componentes armónicas. Esta inclusión de armónicas se realizará por medio de una corrección quasi-estática, que no incluye la dinámica de los fasores de mayor orden al fundamental.

Sea  $V_n$  el coeficiente de Fourier del  $n$ -ésimo armónico para  $v_c(t)$ , y  $V_{nc}$  y  $V_{ns}$  denoten la parte real (coseno) e imaginaria (seno) de este coeficiente. Esto es,

$$V_n = V_{nm} e^{-j\theta}$$

$$V_n = V_{nm} \cos(\theta) - jV_{nm} \sin(\theta)$$

por lo tanto se puede escribir

$$V_n = V_{nc} - jV_{ns} \tag{4.71}$$

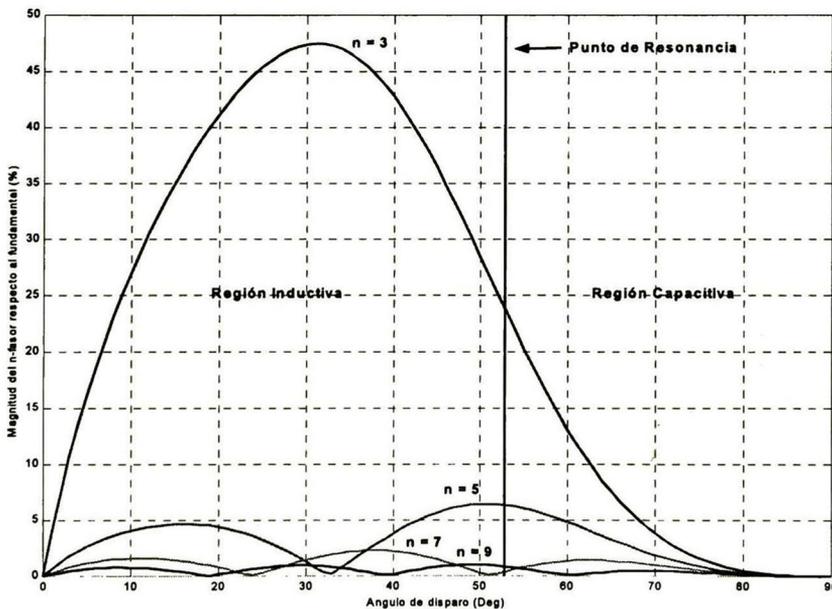


Fig. 4.14 Contenido armónico en el voltaje del capacitor,  $|\rho_n(\alpha)|$ .

De (4.42) se obtiene el  $n$ -ésimo armónico, esto es,

$$v_n(t) = \text{Re}\{V_n e^{jn\omega_s t}\} \quad (4.72)$$

sustituyendo (4.71) en (4.72) se obtiene la contribución del n-ésimo armónico en  $v_c(t)$ , dada por (4.73),

$$v_n(t) = V_{nc} \cos(n\omega_s t) + V_{ns} \sin(n\omega_s t) \quad (4.73)$$

(4.73) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} v_n(t) &= \sqrt{V_{nc}^2 + V_{ns}^2} \cos\left(n\omega_s t + \arctan\left(-\frac{V_{ns}}{V_{nc}}\right)\right) \\ v_n(t) &= |V_n| \cos(n\omega_s t - n\phi) \\ v_n(t) &= |V_n| (\cos(n\omega_s t) \cos(n\phi) + \sin(n\omega_s t) \sin(n\phi)) \end{aligned} \quad (4.74)$$

Por lo tanto para representar a  $\langle qv_c(t) \rangle_I$  con la inclusión de armónicas se usa la expresión extendida

$$v_c(t) = V_{1c} \cos(\omega_s t) + V_{1s} \sin(\omega_s t) + \sum_{n>1} |V_n| (\cos(n\omega_s t) \cos(n\phi) + \sin(n\omega_s t) \sin(n\phi)) \quad (4.75)$$

Si se define,

$$\rho_n(\alpha) = \frac{|V_n|}{|V_1|}$$

entonces (4.75) se puede representar en función de  $V_1$  y (4.54) sigue cumpliendo como un modelo en variables de estado. Reescribiendo (4.75),

$$v_c(t) = V_{1c} \cos(\omega_s t) + V_{1s} \sin(\omega_s t) + \sum_{n>1} |V_1| \rho_n(\alpha) (\cos(n\omega_s t) \cos(n\phi) + \sin(n\omega_s t) \sin(n\phi)) \quad (4.76)$$

donde:

$$\phi = \arg(V_1^*) \quad (4.77)$$

y  $\rho_n(\alpha)$  es el valor del n-ésimo fasor relativo al fasor a frecuencia fundamental.  $\rho_n(\alpha)$  es real y diferente de cero para n impar, esto debido a la simetría que tiene  $v_c(t)$  en estado estacionario. En el término de la sumatoria en (4.76) se pueden incluir tantos términos como se deseen. De acuerdo a la Fig. 4.14 se observa que con la inclusión de la 3ra y 5ta armónica se tiene una buena aproximación, esto se puede observar en la Fig. 4.15 donde se muestra el voltaje del capacitor: en (a) el voltaje del capacitor en la región inductiva con  $\alpha = 40^\circ$ ; (b) voltaje del capacitor con  $\alpha = 40^\circ$  aproximado hasta con la 5ta armónica; (c) voltaje del capacitor en la región capacitiva con  $\alpha = 57^\circ$ ; (d) voltaje del capacitor con  $\alpha = 57^\circ$  aproximado hasta con la 5ta armónica.

El calculo de  $\rho_n(\alpha)$  se realiza aplicando análisis de Fourier sobre el voltaje del capacitor. Esto es,

$$|V_1| = \frac{4}{T} \int_0^T v_c(t) \cos(\omega_s t) dt \quad (4.78)$$

$$|V_n| = \frac{4}{T} \int_0^T v_c(t) \cos(n\omega_s t) dt \quad (4.79)$$

donde  $v_c(t)$  durante un periodo  $T$  se encuentra dado por las expresiones de la Tabla 4.4. Sustituyendo éstas en (4.78) y (4.79) obtenemos las expresiones para calcular  $|V_1|$  y  $|V_n|$ .

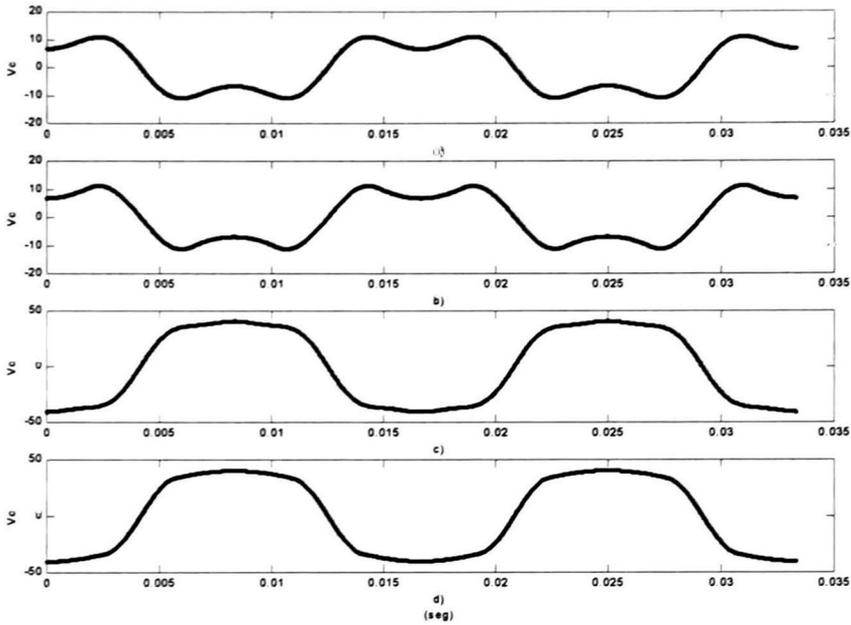


Fig. 4.15 Voltaje del capacitor aproximado hasta con la 5ta armónica.

Definiendo:

$$a_1(t) = -I_m X_C (\cos(\omega_s t) - \cos(\alpha)) + V_0$$

$$a_2(t) = A X_L \cos(\omega_s t) + A k X_L \frac{\sin(\alpha)}{\cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)k\right)} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}k\right)$$

$$a_3(t) = -I_m X_C (\cos(\omega_s t) - \cos(\alpha)) - V_0$$

$$|V_1| = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^\alpha a_1(t) \cos(\omega_s t) d\omega_s t + \int_\alpha^{\pi-\alpha} a_2(t) \cos(\omega_s t) d\omega_s t + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} a_3(t) \cos(\omega_s t) d\omega_s t \right) \quad (4.80)$$

$$|V_n| = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^\alpha a_1(t) \cos(n\omega_s t) d\omega_s t + \int_\alpha^{\pi-\alpha} a_2(t) \cos(n\omega_s t) d\omega_s t + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} a_3(t) \cos(n\omega_s t) d\omega_s t \right) \quad (4.81)$$

Utilizando (4.57) podemos expresar a  $\rho_n(\alpha)$  como una función de  $\sigma$ ,  $\rho_n(\sigma)$ , por lo tanto la expresión (4.76) se reescribe como:

$$v_c(t) = V_{1c} \cos(\omega_s t) + V_{1s} \sin(\omega_s t) + \sum_{n>1} |V_n| \rho_n(\sigma) (\cos(n\omega_s t) \cos(n\varphi) + \sin(n\omega_s t) \sin(n\varphi)) \quad (4.82)$$

La razón por lo que se necesita expresar  $\rho_n(\alpha)$  como una función de  $\sigma$  se debe a que  $\sigma$  incorpora un comportamiento dinámico debido a  $\phi$ , mientras que  $\alpha$  es un valor constante. Cabe mencionar que la expresión que se obtuvo para  $\rho_n(\sigma)$  con el desarrollo descrito anteriormente no concuerda con la que proponen los autores en [4]. En este trabajo se probó la expresión presentada en [4] sin obtener los resultados esperados por lo que para los resultados que se muestran aquí se utilizó la expresión obtenida con el procedimiento descrito anteriormente exhibiendo resultados bastante satisfactorios, lo que nos confirma que la expresión desarrollada es correcta.

La evaluación de  $\langle qv_c(t) \rangle_1$  se realiza sustituyendo (4.82) en (4.55). La expresión que se obtiene es (4.65) más un término adicional que resulta de evaluar el segundo término de (4.82) en (4.55). Esto es,

$$\langle qv_c(t) \rangle_1 = \frac{1}{\pi} \left( V_1 \sigma + V_1^- \sin(\sigma) e^{-j2(\xi+\phi)} \right) + \sum_{n>1} \Gamma_n(\alpha_v, \tau) \quad (4.83)$$

La parte que se adiciona es:

$$\Gamma_n(\alpha_v, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_v}^{\tau} |V_1| \rho_n(\sigma) (\cos(n\omega_s t) \cos(n\varphi) + \sin(n\omega_s t) \sin(n\varphi)) e^{-j\omega_s t} d\omega_s t \quad (4.84)$$

$$\Gamma_n(\alpha_v, \tau) = k_3 \int_{\alpha_v}^{\tau} \cos(n\omega_s t) e^{-j\omega_s t} d\omega_s t + k_4 \int_{\alpha_v}^{\tau} \sin(n\omega_s t) e^{-j\omega_s t} d\omega_s t \quad (4.85)$$

donde:

$$k_1 = \cos(n\varphi)$$

$$k_2 = \sin(n\varphi)$$

$$k_3 = \frac{2}{\pi} |V_1| \rho_n(\sigma) k_1$$

$$k_4 = \frac{2}{\pi} |V_1| \rho_n(\sigma) k_2$$

$$\begin{aligned} \Gamma_n(\alpha_v, \tau) = & -\frac{k_3}{n^2-1} \left( -n \cos(\tau) \sin(n\tau) + \sin(\tau) \cos(n\tau) + n \cos(\alpha_v) \sin(n\alpha_v) - \sin(\alpha_v) \cos(n\alpha_v) \right) \\ & + \frac{k_4}{n^2-1} \left( -n \cos(\tau) \cos(n\tau) - \sin(\tau) \sin(n\tau) + n \cos(\alpha_v) \cos(n\alpha_v) + \sin(\alpha_v) \sin(n\alpha_v) \right) \\ & + j \left( -\frac{k_3}{n^2-1} \left( \cos(\tau) \cos(n\tau) + n \sin(\tau) \sin(n\tau) - \cos(\alpha_v) \cos(n\alpha_v) - n \sin(\alpha_v) \sin(n\alpha_v) \right) \right. \\ & \left. + \frac{k_4}{n^2-1} \left( -\cos(\tau) \sin(n\tau) + n \sin(\tau) \cos(n\tau) + \cos(\alpha_v) \sin(n\alpha_v) - n \sin(\alpha_v) \cos(n\alpha_v) \right) \right) \quad (4.86) \end{aligned}$$

Así que  $\Gamma_n(\alpha_v, \tau)$  para la 3ra y 5ta armónica está dada por (4.87) y (4.88),

$$\begin{aligned}
\Gamma_3(\alpha_v, \tau) = & -\frac{k_{33}}{8} (-3 \cos(\tau) \sin(3\tau) + \sin(\tau) \cos(3\tau) + 3 \cos(\alpha_v) \sin(3\alpha_v) - \sin(\alpha_v) \cos(3\alpha_v)) \\
& + \frac{k_{43}}{8} (-3 \cos(\tau) \cos(3\tau) - \sin(\tau) \sin(3\tau) + 3 \cos(\alpha_v) \cos(3\alpha_v) + \sin(\alpha_v) \sin(3\alpha_v)) \\
& + j \left( -\frac{k_{33}}{8} (\cos(\tau) \cos(3\tau) + 3 \sin(\tau) \sin(3\tau) - \cos(\alpha_v) \cos(3\alpha_v) - 3 \sin(\alpha_v) \sin(3\alpha_v)) \right. \\
& \left. + \frac{k_{43}}{8} (-\cos(\tau) \sin(3\tau) + 3 \sin(\tau) \cos(3\tau) + \cos(\alpha_v) \sin(3\alpha_v) - 3 \sin(\alpha_v) \cos(3\alpha_v)) \right) \quad (4.87)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_5(\alpha_v, \tau) = & -\frac{k_{35}}{24} (-5 \cos(\tau) \sin(5\tau) + \sin(\tau) \cos(5\tau) + 5 \cos(\alpha_v) \sin(5\alpha_v) - \sin(\alpha_v) \cos(5\alpha_v)) \\
& + \frac{k_{45}}{24} (-5 \cos(\tau) \cos(5\tau) - \sin(\tau) \sin(5\tau) + 5 \cos(\alpha_v) \cos(5\alpha_v) + \sin(\alpha_v) \sin(5\alpha_v)) \\
& + j \left( -\frac{k_{35}}{24} (\cos(\tau) \cos(5\tau) + 5 \sin(\tau) \sin(5\tau) - \cos(\alpha_v) \cos(5\alpha_v) - 5 \sin(\alpha_v) \sin(5\alpha_v)) \right. \\
& \left. + \frac{k_{45}}{24} (-\cos(\tau) \sin(5\tau) + 5 \sin(\tau) \cos(5\tau) + \cos(\alpha_v) \sin(5\alpha_v) - 5 \sin(\alpha_v) \cos(5\alpha_v)) \right) \quad (4.88)
\end{aligned}$$

donde:

- $k_{33}$ : Parámetro  $k_3$  calculado para la tercera armónica,  $n = 3$ .
- $k_{35}$ : Parámetro  $k_3$  calculado para la quinta armónica,  $n = 5$ .
- $k_{43}$ : Parámetro  $k_4$  calculado para la tercera armónica,  $n = 3$ .
- $k_{45}$ : Parámetro  $k_4$  calculado para la quinta armónica,  $n = 5$ .

Definiendo

$$\begin{aligned}
\eta_n(\alpha_v, \tau) &= \text{Re}\{\Gamma_n(\alpha_v, \tau)\} \\
\delta_n(\alpha_v, \tau) &= \text{Im}\{\Gamma_n(\alpha_v, \tau)\}
\end{aligned}$$

podemos escribir

$$\begin{aligned}
\Gamma_3(\alpha_v, \tau) &= \eta_3(\alpha_v, \tau) + j\delta_3(\alpha_v, \tau) \\
\Gamma_5(\alpha_v, \tau) &= \eta_5(\alpha_v, \tau) + j\delta_5(\alpha_v, \tau)
\end{aligned}$$

La expresión detallada para  $\langle qv_c(t) \rangle_1$  está dada por (4.89).

$$\begin{aligned}
\langle qv_c(t) \rangle_1 = & \frac{1}{\pi} (V_{1c}(\sigma + \sin(\sigma) \cos(\gamma)) + V_{1s} \sin(\sigma) \sin(\gamma)) + \eta_3(\alpha_v, \tau) + \eta_5(\alpha_v, \tau) \\
& - j \left( \frac{1}{\pi} (V_{1s}(\sigma - \sin(\sigma) \cos(\gamma)) + V_{1c} \sin(\sigma) \sin(\gamma)) - \delta_3(\alpha_v, \tau) - \delta_5(\alpha_v, \tau) \right) \quad (4.89)
\end{aligned}$$

#### 4.4.2 Modelo Simplificado

Basados en que el fasor  $I_1$ , asociado con la corriente del TCR se estabiliza mucho más rápido que el fasor  $V_1$  del voltaje del capacitor  $v_c(t)$  para parámetros y condiciones de operación típicas, el orden del modelo (4.54) puede ser reducido.

Esto puede comprobarse al realizar un análisis de valores propios linealizando el modelo de cuarto orden (4.76). La linealización muestra unos modos mucho más rápidos que otros. Se encuentra que  $I_{1c}$  e  $I_{1s}$  participan muy poco en los modos lentos por lo que se les puede considerar como variables rápidas [4]. Se puede entonces despreciar la dinámica de  $I_1$ , esto es, se puede considerar la siguiente aproximación,

$$L \frac{d}{dt} I_1 = \langle qv_c(t) \rangle_1 - j\omega_s L I_1 \approx 0 \quad (4.90)$$

Al utilizar la aproximación (4.90) se desprecia el transitorio rápido y se obtiene un modelo reducido que describe el comportamiento lento del modelo (4.54). El modelo simplificado está dado por (4.91).

$$C \frac{d}{dt} V_1 = I_\ell - I_1 - j\omega_s C V_1 \quad (4.91)$$

separando (4.91) en su parte real e imaginaria obtenemos un modelo real de segundo orden cuyas variables de estado son  $V_{1c}$  y  $V_{1s}$ ,

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} V_{1c} &= I_{\ell c} - I_{1c} - \omega_s C V_{1s} \\ C \frac{d}{dt} V_{1s} &= I_{\ell s} - I_{1s} + \omega_s C V_{1c} \end{aligned} \quad (4.92)$$

los términos  $I_{1c}$  e  $I_{1s}$  se obtienen a partir (4.90), esto es,

$$I_1 = \frac{\langle qv_c(t) \rangle_1}{j\omega_s L} = -j \frac{1}{X_L} \langle qv_c(t) \rangle_1 = I_{1c} - jI_{1s}$$

$$I_{1c} = \text{Re} \left\{ -j \frac{1}{X_L} \langle qv_c(t) \rangle_1 \right\} \quad (4.93)$$

$$I_{1s} = -\text{Im} \left\{ -j \frac{1}{X_L} \langle qv_c(t) \rangle_1 \right\} \quad (4.94)$$

sustituyendo (4.93) y (4.94) en (4.92),

$$\begin{aligned} C \frac{d}{dt} V_{1c} &= I_{\ell c} - \omega_s C V_{1s} - \text{Re} \left\{ -j \frac{1}{X_L} \langle qv_c(t) \rangle_1 \right\} \\ C \frac{d}{dt} V_{1s} &= I_{\ell s} + \omega_s C V_{1c} + \text{Im} \left\{ -j \frac{1}{X_L} \langle qv_c(t) \rangle_1 \right\} \end{aligned} \quad (4.95)$$

donde:

$$\operatorname{Re}\left\{-j\frac{1}{X_L}\langle qv_c(t)\rangle_1\right\} = -\frac{1}{\pi X_L}(V_{1s}(\sigma - \sin(\sigma)\cos(\gamma)) + V_{1c}\sin(\sigma)\sin(\gamma)) + \frac{1}{X_L}(\delta_3(\alpha_v, \tau) + \delta_5(\alpha_v, \tau)) \quad (4.96)$$

$$\operatorname{Im}\left\{-j\frac{1}{X_L}\langle qv_c(t)\rangle_1\right\} = -\frac{1}{\pi X_L}(V_{1c}(\sigma + \sin(\sigma)\cos(\gamma)) + V_{1s}\sin(\sigma)\sin(\gamma)) - \frac{1}{X_L}(\eta_3(\alpha_v, \tau) + \eta_5(\alpha_v, \tau)) \quad (4.97)$$

El modelo reducido con las correcciones de 3ra y 5ta armónica está dado por (4.98),

$$\begin{aligned} C\frac{d}{dt}V_{1c} &= I_{1c} + \left(\frac{1}{\pi X_L}(\sigma - \sin(\sigma)\cos(\gamma)) - \omega_s C\right)V_{1s} + \frac{\sin(\sigma)\sin(\gamma)}{\pi X_L}V_{1c} - \frac{1}{X_L}(\delta_3(\alpha_v, \tau) + \delta_5(\alpha_v, \tau)) \\ C\frac{d}{dt}V_{1s} &= I_{1s} - \left(\frac{1}{\pi X_L}(\sigma + \sin(\sigma)\cos(\gamma)) - \omega_s C\right)V_{1c} - \frac{\sin(\sigma)\sin(\gamma)}{\pi X_L}V_{1s} - \frac{1}{X_L}(\eta_3(\alpha_v, \tau) + \eta_5(\alpha_v, \tau)) \end{aligned} \quad (4.98)$$

Cuando se utiliza el modelo reducido,  $\sigma$  y  $\tau$  se evalúan según (4.61) y (4.63), en cambio el ángulo  $\phi$  no puede ser evaluado según (4.58) si se quiere que (4.98) esté en el espacio de estados, ya que se requiere que la derivada de  $V_1$  esté totalmente expresada como una función de  $V_1$ ,  $I_1$  y la variable de control. Tomando el hecho de que la corriente  $I_1$  rápidamente alcanza su estado estacionario se puede escribir,

$$\phi = \arg\left[\left(-I_1 \cdot \left(\frac{V_1}{j\omega_s L}\right)^*\right)^*\right] \quad (4.99)$$

Para ilustrar el comportamiento del modelo se implementó tanto el modelo que incluye sólo señales fundamentales como el modelo con las correcciones de 3ra y 5ta armónica.

Los parámetros del sistema considerado son los de la subestación Kayenta. La corriente de línea del TCSC se representó como una fuente de corriente senoidal como en (4.47). La Fig. 4.16 presenta el comportamiento del voltaje del capacitor ante cambios del tipo escalón en el ángulo de disparo. El sistema está inicialmente en estado estacionario, operando con un ángulo de disparo de  $75^\circ$  ( $\sigma = 30^\circ$ ), con  $|I_\ell| = 1$  KA. En  $t = 0.5$  s hay un cambio escalón del ángulo de disparo a  $57.5^\circ$  ( $\sigma = 65^\circ$ ) y en  $t = 2.5$  s el ángulo de disparo regresa a su estado inicial. En esta figura se presentan diferentes gráficas, en (a) se presenta el voltaje instantáneo del capacitor. Esta gráfica se obtuvo aplicando las ecuaciones de la Tabla 4.2; (b) representa  $|V_1|$ , que se obtiene del modelo simplificado (4.95) cuando se utiliza sólo la componente fundamental (4.50) para evaluar a  $\langle qv_c(t)\rangle_1$ . Note que en este caso el transitorio es muy corto y el estado estacionario no es el correcto. Estos errores se hacen más evidentes cuando se opera con puntos cercanos al punto de resonancia, ya que en estas condiciones de operación el contenido armónico en el voltaje del capacitor es muy significativo como se puede apreciar en la Fig.4.14.

Las otras dos gráficas de la Fig. 4.16 muestran el comportamiento del modelo simplificado (4.95) después de aplicar la corrección quasi-estática (4.82) con la inclusión de la 3ra y 5ta armónica en la evaluación de  $\langle qv_c(t)\rangle_1$ . La gráfica superior (c) se obtiene de  $|V_1|$ . Note que en este caso el

comportamiento transitorio es muy similar al que se observa en (a) con una diferencia de amplitud, ésta es provocada por el alto contenido armónico en el voltaje del capacitor. Para tomar en cuenta éste contenido armónico se hace uso de (4.82) graficando  $|V_1| \left( 1 + \sum_n \rho_n(\sigma) \right)$ , con lo que resulta (d).

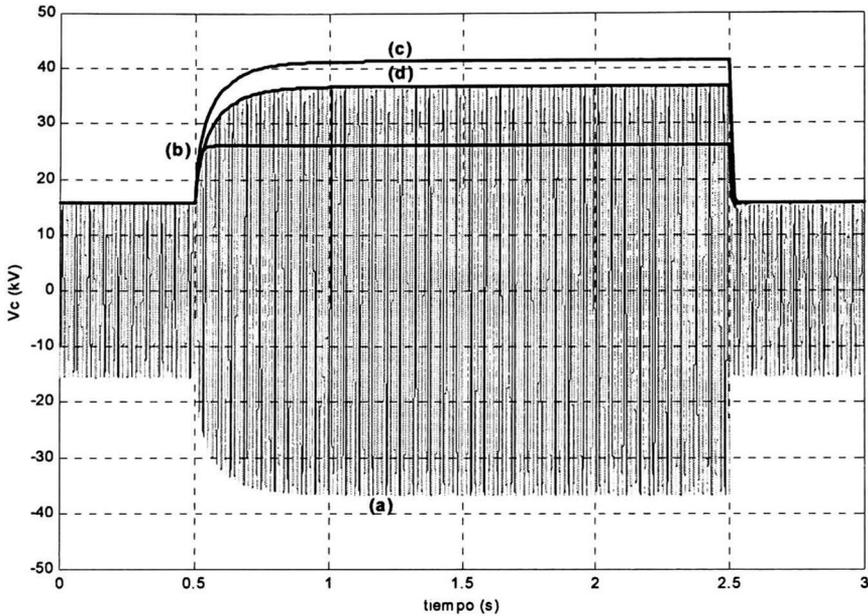


Fig. 4.16 Respuesta a cambios escalón en el ángulo de disparo.

En la Fig. 4.17 se muestra la respuesta del voltaje del capacitor para cambios en la magnitud de la corriente y el ángulo de disparo. Esta gráfica se obtuvo de igual forma que (d) en la Fig. 4.16. El sistema está inicialmente en estado estacionario con  $|I_\ell| = 1 \text{ kA}$  y  $\alpha = 57^\circ$ . En  $t = 0.5 \text{ s}$  se introduce un cambio escalón en la magnitud de la corriente a  $|I_\ell| = 1.25 \text{ kA}$ , la cual regresa a  $|I_\ell| = 1 \text{ kA}$  en  $t = 1.0 \text{ s}$ . En  $t = 1.5 \text{ s}$ . se introduce un cambio escalón en el ángulo de disparo de  $\alpha = 57^\circ$  a  $\alpha = 70^\circ$  y regresa en  $t = 2.0 \text{ s}$ .

Tanto en la Fig. 4.16 como en la Fig. 4.17 se observan los resultados satisfactorios que éste modelo proporciona tanto en la parte transitoria como en estado estacionario.

Para mostrar la aplicación del modelo fasorial en un estudio de estabilidad transitoria, éste será utilizado en la red de la Fig. 4.10. Se realizaron dos diferentes estudios: el primero de ellos utilizando el modelo reducido considerando sólo las señales fundamentales y el segundo utilizando el modelo reducido con las correcciones armónicas.

Al aplicar el modelo fasorial se tiene un sistema compuesto por cuatro ecuaciones diferenciales, dos de ellas pertenecen al modelo de la máquina ( $\delta$  y  $\omega$ ) y las restantes al modelo fasorial reducido (4.92), ( $V_{1c}$  y  $V_{1s}$ ).

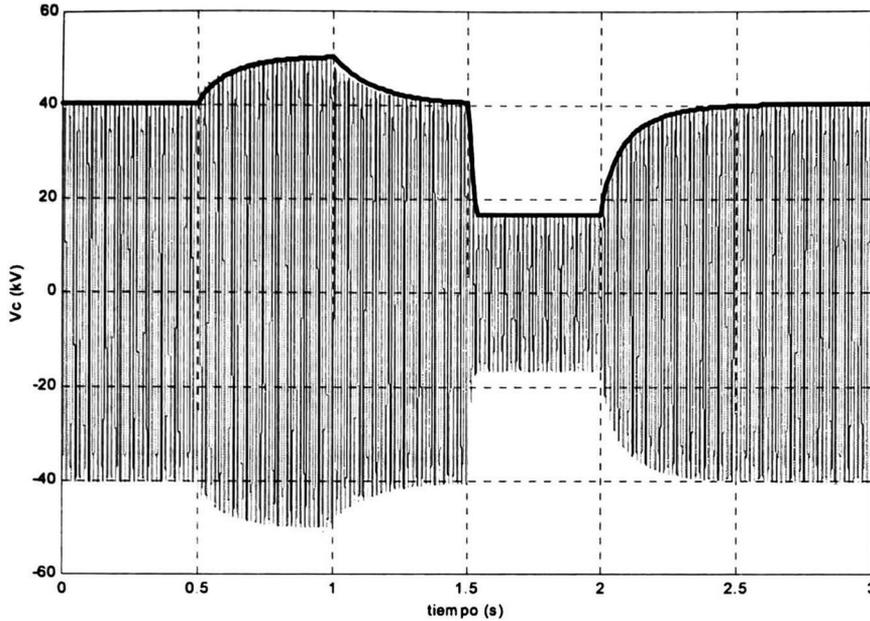


Fig. 4.17 Respuesta a cambios en la magnitud de la corriente y ángulo de disparo.

En la Fig. 4.18 y 4.19 se muestra la respuesta transitoria del generador conforme el ángulo de disparo varía en una forma escalón. El sistema está inicialmente en estado estacionario con  $\alpha = 57^\circ$  y posteriormente se consideran escalones en el ángulo de disparo de  $60^\circ - 70^\circ - 60^\circ$  y  $57^\circ$  en  $t = 2, 6, 10$  y  $14$  s respectivamente.

En la Fig. 4.20 se presenta el voltaje del capacitor. Esta figura nuevamente muestra que el modelo con señales fundamentales no representa correctamente el voltaje del capacitor tanto en su parte transitoria como en estado estacionario, sobre todo para ángulos de disparo que se encuentran cerca del punto de resonancia.

Las condiciones de estado estacionario cuando se utiliza el modelo fasorial empleando sólo señales fundamentales son las siguientes (en p.u):

$$\begin{aligned}
 E'_q &= 1.4141 \\
 T_m &= 0.51 \\
 \delta^0 &= 11.3230^\circ = 0.1976 \text{ r} \\
 \omega^0 &= 120\pi \\
 V_{1c}^0 &= -0.1449 \\
 V_{1s}^0 &= 0.1041
 \end{aligned}$$

Las condiciones de estado estacionario cuando se utiliza el modelo fasorial con la corrección armónica son las siguientes (en p.u):

$$\begin{aligned}
 E'_q &= 1.3030 \\
 T_m &= 0.51 \\
 \delta^0 &= 9.0935^\circ = 0.1587 \text{ r} \\
 \omega^0 &= 120\pi \\
 V_{1c}^0 &= -0.2448 \\
 V_{1s}^0 &= 0.1758
 \end{aligned}$$

Para finalizar, en la Fig. 4.21 se reproduce el análisis de la Fig. 4.12 mostrando una comparación entre los dos modelos analizados (para el modelo fasorial se utilizó el modelo reducido corregido). Podemos visualizar que, en promedio, el comportamiento de ambos modelos es comparable, por lo que el modelo quasi-estático ofrece una buena aproximación para estudios de estabilidad. Aquí es donde se aprecia la precisión y complejidad de uno contra la sencillez del otro.

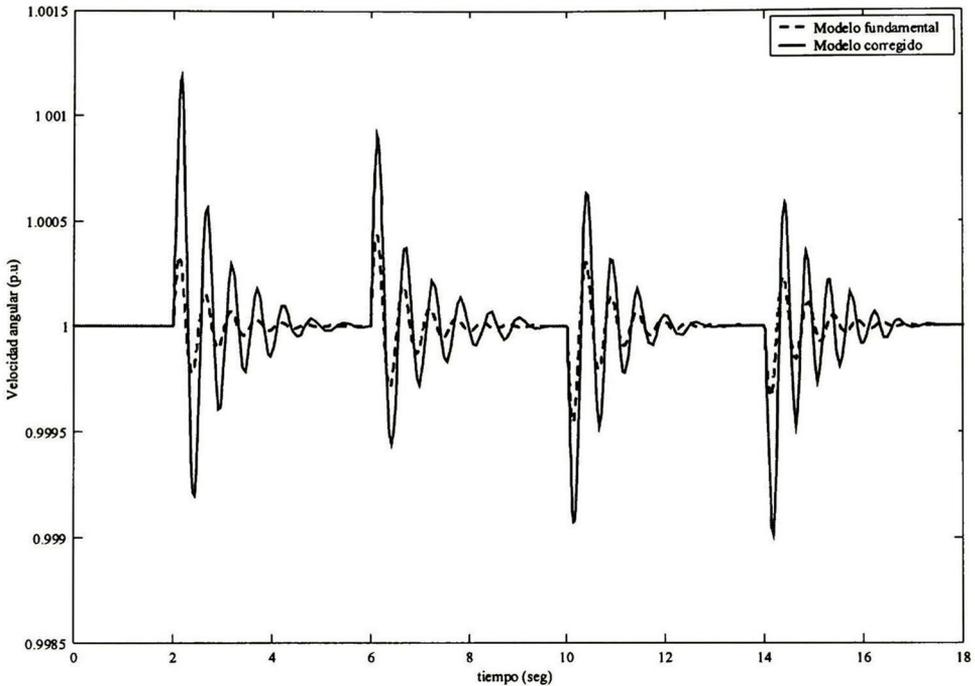


Fig. 4.18 Velocidad angular ( $\omega$ )

## 4.5 Conclusiones

En este capítulo se clarifican dos modelos para el capacitor serie controlado por tiristores proponiendo en ambos expresiones propias que no coinciden exactamente con las presentadas en la literatura. El primero de ellos modela al dispositivo como una reactancia equivalente. Este modelo se obtiene a partir de las ecuaciones de estado estacionario a frecuencia fundamental, entre las ventajas que ofrece este modelo encontramos su simplicidad, además de que permite la incorporación de cualquier algoritmo de control.

El segundo de ellos es el modelo fasorial que está basado en la dinámica de los coeficientes complejos de Fourier. Este modelo ofrece buenos resultados tanto en la parte transitoria como en estado estacionario, a diferencia del quasi-estático que sólo representa los cambios en el punto de operación y no el transitorio que existe entre cada cambio. Por lo tanto este modelo es de gran utilidad cuando es importante observar la dinámica interna del dispositivo.

La principal ventaja de estos modelos es que son continuos en el tiempo y no presentan conmutaciones.

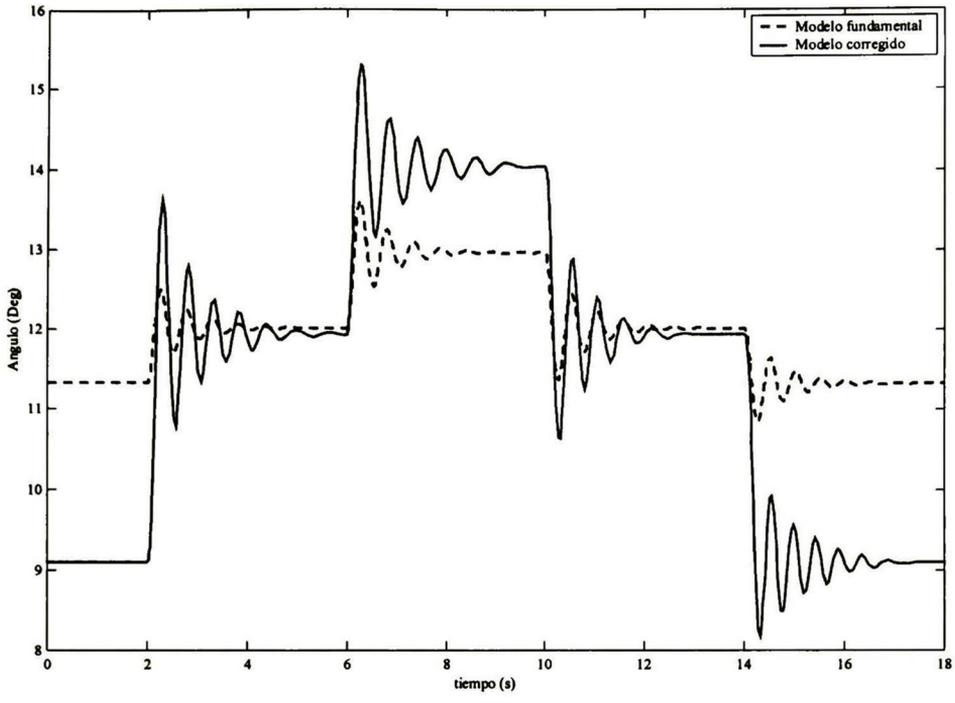


Fig. 4.19 Angulo ( $\delta$ )

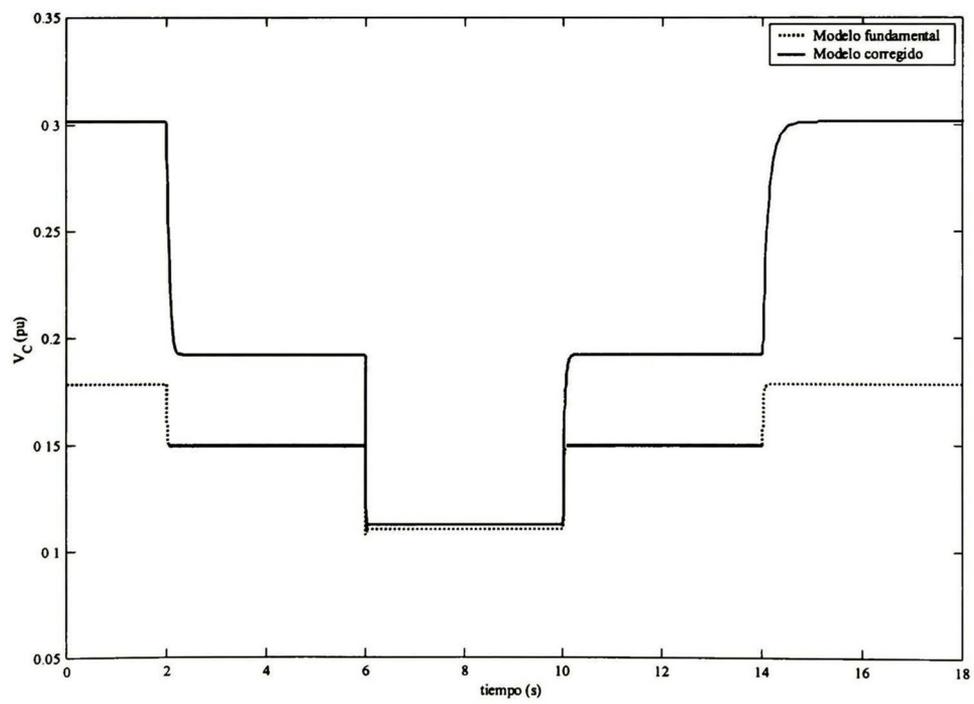


Fig. 4.20 Voltaje del capacitor  $v_c(t)$

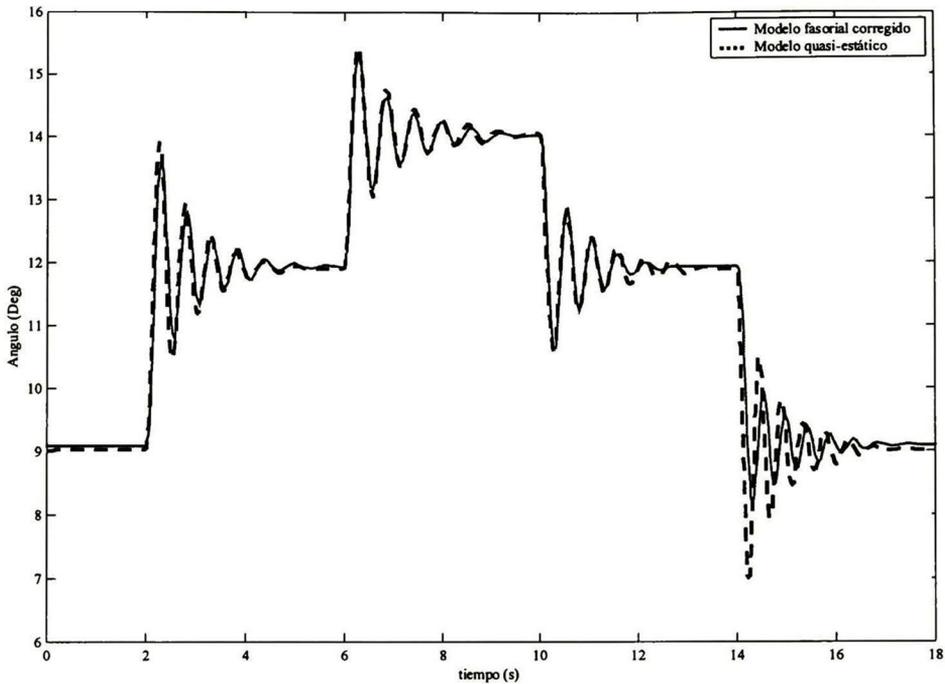


Fig. 4.21 Angulo ( $\delta$ )

Ya que en estudios de estabilidad la corriente de línea generalmente es una variable por determinar, el modelo fasorial presenta el inconveniente de la dependencia de ésta, por lo que es necesario implementar un proceso iterativo para poder obtener la corriente de línea correcta. Debido a esta razón, y ya que el modelo quasi-estático es independiente de la corriente de línea, y dados los resultados que se muestran en la Fig. 4.21, el modelo de reactancia variable es ampliamente utilizado en estudios de este tipo. Será el modelo que se empleará en el siguiente capítulo.

## Referencias

- [1] Scott G. Helbing, G. G. Karady. "Investigations of an advanced form of series compensation" IEEE Trans. Power Delivery, vol 9, no. 2, Abril 1994, pp. 939–945.
- [2] Sasan G. Jalali, Ron A. Hedin, Marcos Pereira, Kadry Sadek. "A stability Model for the advance series compensator (ASC)". IEEE Trans. Power Delivery, vol 11, no. 2, Abril 1996, pp. 1128–1137.
- [3] Claudio A. Cañizares. Zeno T. Four. "Analysis for SVC and TCSC controllers in voltage collapse", IEEE Trans. Power Systems, vol 14, no. 1, Febredo 1999, pp. 158–165.
- [4] Paolo Mattavelli, George Verghese, Aleksander M. Stankovic. "Phasor dynamics of thyristor-controlled series capacitor systems", IEEE Trans. Power Systems, vol.12, no. 3, Agostos 1997, pp. 1259–1267.
- [5] David K. Cheng, *Analysis of linear systems*, Addison – Wesley 1972.

---

# CAPÍTULO

## 5

---

### DISEÑO Y SINTONIZACIÓN DE CONTROLES PARA EL AMORTIGUAMIENTO DE OSCILACIONES DE POTENCIA

En este capítulo se mostrará la aplicación del TCSC en el amortiguamiento de oscilaciones de potencia en conjunto con estabilizadores de potencia (PSS). Se propone una metodología para la sintonización de los diferentes controladores basada en la localización de las raíces de la ecuación característica de lazo cerrado con el propósito de proporcionar amortiguamiento a las oscilaciones de naturaleza electromecánica. Se mostrará que la metodología propuesta cumple además con uno de los factores más importantes que las técnicas para la sintonización de estos controles deben exhibir: la robustez. Para demostrar que la técnica es aplicable a sistemas multimáquinas se presentan resultados en el sistema de 3 máquinas y 9 nodos de la WSCC, así como en un equivalente de la red troncal de CFE.

#### 5.1 Introducción

A finales de los años 50's y principios de los 60's, la mayoría de las nuevas unidades generadoras fueron equipadas con reguladores de voltaje de acción continua. Conforme estas unidades llegaron a representar un porcentaje importante de la capacidad de generación, la acción de los reguladores tuvo un impacto en detrimento de la estabilidad del sistema de potencia, esto debido a la alta ganancia de los reguladores automáticos de voltaje (AVR) y la alta velocidad de respuesta de los sistemas de excitación ([4], [5]). Comenzaron a aparecer oscilaciones de baja frecuencia y magnitud pequeña, que podían persistir por largos períodos de tiempo, y en muchos casos esto imponía limitaciones en la transferencia de potencia. Se reconoció entonces que se requería amortiguamiento para esas oscilaciones. El primer controlador desarrollado para tales efectos que actúa modulando la excitación del generador, fué el estabilizador de sistemas de potencia (PSS por sus siglas en inglés).

El diseño de los PSS tradicionales normalmente está basado en la combinación de análisis modal, lugar de las raíces, y sensibilidades. Generalmente, la estructura del controlador es simple, consiste de una cascada de componentes PID, y filtros del tipo adelanto-atraso.

Con el paso del tiempo, no sólo los PSS, sino también los compensadores estáticos de VARS (SVC) y la modulación de enlaces de HVDC, se han utilizado como medio para proporcionar amortiguamiento adicional a los modos electromecánicos. Más recientemente con el advenimiento de la tecnología de la electrónica de potencia, se han introducido los sistemas de transmisión flexibles (FACTS). Estos han superado las limitaciones de tener sistemas de transmisión controlados mecánicamente. Mediante el uso de controladores confiables y de alta velocidad, la tecnología de FACTS ofrece mejoras en la operación de los sistemas de potencia, tales como:

- Un mayor control de potencia, de modo que pueda fluir en rutas prescritas de transmisión.
- Cargar las líneas de transmisión en niveles más cercanos a sus límites térmicos.
- Mayor facilidad para transferir potencia entre áreas controladas, de modo que puedan reducirse los márgenes de reserva de generación.

- La capacidad de incrementar los límites de transferencia de potencia, debido al incremento del amortiguamiento. Este aspecto es el que se enfatiza en el presente capítulo.

Los sistemas de potencia experimentan diariamente variaciones amplias de sus condiciones operativas, por lo tanto, el diseño de los controladores debe tomar en cuenta esta característica. Conforme los sistemas de potencia son más grandes y complejos de operar, el uso de controladores robustos es crucial para su funcionamiento. La robustez implica la operación con márgenes adecuados de estabilidad y niveles de desempeño, a pesar de las incertidumbres del modelo y cambios operativos.

Así como los PSS, los dispositivos FACTS también pueden afectar, simultáneamente, varios modos locales e inter-área. La naturaleza de estos modos puede cambiar dependiendo de las condiciones de operación, tal como la cantidad de potencia de transferencia entre áreas y la conmutación de líneas de transmisión. Un dispositivo FACTS puede afectar los modos dominantes de manera diferente para distintas condiciones operativas, lo que resulta en la controlabilidad. El atributo de robustez refleja el hecho de que el desempeño de un controlador de amortiguamiento debe preservarse aún en sistemas con modos que tienen requerimientos de compensación conflictivos.

A diferencia de los PSS, los dispositivos FACTS no están, en general, localizados cerca de los generadores. Como resultado, las mediciones de la velocidad de la máquina y la potencia, que son críticas en el diseño del PSS, normalmente no están disponibles para los dispositivos FACTS, a menos que se instalen lazos de comunicación. Así que estos dispositivos dependen de mediciones locales para obtener las señales que sean útiles para el amortiguamiento de los modos deseados.

## 5.2 Estabilizadores de Potencia (PSS)

Existen diferentes tipos de oscilaciones que pueden presentar problemas en sistemas de potencia, éstas oscilaciones o modos de oscilación se clasifican de la siguiente forma [4], [5]:

- *Modo Inter-planta:* Las oscilaciones del tipo inter-planta son aquellas que se presentan cuando sólo los generadores de una planta participan. La frecuencia de oscilación de estos modos es generalmente alta y se encuentra en el rango de 1.5 a 3.0 Hz.
- *Modo local:* Las oscilaciones del tipo local se presentan cuando sólo los generadores de un área participan. La frecuencia de oscilación se encuentra en el rango de 0.8 a 1.8 Hz.
- *Modo Inter-área:* Las oscilaciones inter-área involucran combinaciones de varias máquinas en una parte del sistema oscilando contra grupos de máquinas en otra parte del sistema. La frecuencia característica de los modos de oscilación inter-área en sistemas de potencia robustos es generalmente de 0.1 a 0.6 Hz.

La clasificación anterior se ilustra con la Fig. 5.1 que muestra un sistema de potencia formada por dos áreas unidas por medio de una línea de transmisión. El área 2 está representada por un solo generador G4 y el área 1 por los generadores G1, G2 y G3. Si sólo los generadores G1 y G2 participan oscilando entre sí decimos que existe un modo inter-planta. En un modo local los generadores G1 y G2 oscilan juntos contra G3. En un modo inter-área todos los generadores participan.

Debido a la rápida acción y la alta ganancia de los reguladores automáticos de voltaje (AVR), estos pueden introducir amortiguamiento negativo en el sistema de control de la excitación, que puede resultar en modos de oscilación no amortiguados. Para corregir esta acción los sistemas de excitación son equipados con controles suplementarios llamados *estabilizadores de potencia* que pueden no solo cancelar el efecto de amortiguamiento negativo del control del regulador de voltaje, sino también pueden funcionar para incrementarlo.

Los estabilizadores de potencia son controles suplementarios que actúan a través de los sistemas de excitación. La función del estabilizador es agregar amortiguamiento a los modos electromecánicos. Esto se logra modulando la excitación del generador para desarrollar una componente

del par eléctrico en fase con las desviaciones de la velocidad del rotor. De acuerdo a su diseño estos pueden utilizarse para estabilizar tanto modos locales como inter-área.

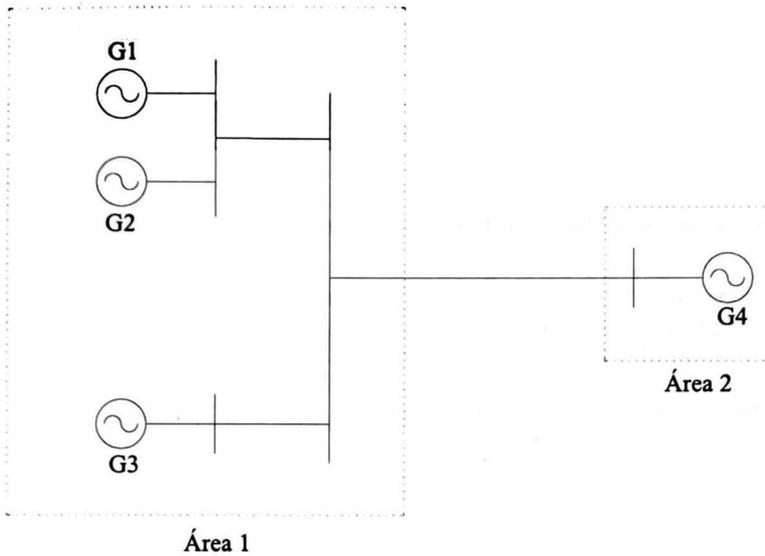


Fig. 5.1 Sistema de dos áreas.

En la Fig. 5.2 se muestra el diagrama de bloques de un sistema de excitación estático, donde  $V_s$  es la señal de modulación proveniente del estabilizador de potencia (PSS). Las señales de entrada  $u(t)$  más comunes para el estabilizador son la variación en la velocidad del rotor, potencia eléctrica y frecuencia. En este capítulo se tomará la velocidad angular como entrada.

La estructura general de un PSS se muestra en la Fig. 5.3. El primer bloque se denomina *washout*, y sirve para filtrar las señales de baja frecuencia, para permitir que las señales relacionadas con las oscilaciones de la velocidad angular,  $\omega$ , pasen sin cambio. Sin él, se tendría un error en estado estacionario que modificaría el voltaje en terminales. Este bloque permite que el PSS sólo actúe al ocurrir cambios en su señal de entrada.

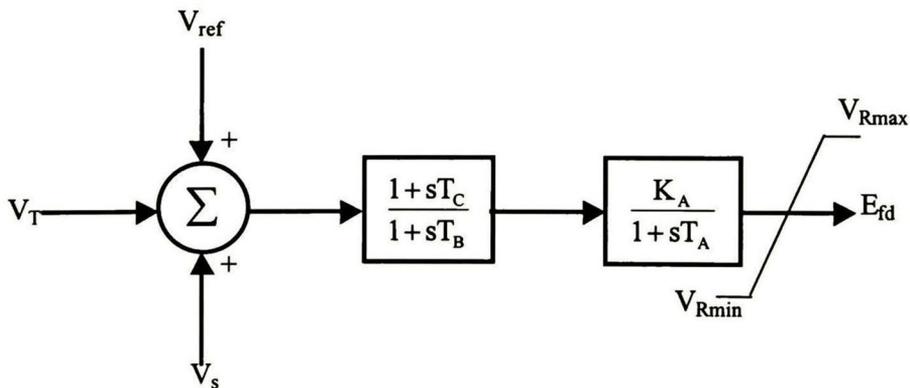


Fig. 5.2 Sistema de excitación estático

Los siguientes bloques se denominan de atraso-adelanto, y proporcionan la compensación de fase requerida en el intervalo de frecuencia de interés.

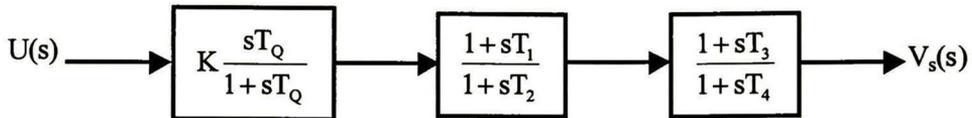


Fig. 5.3 Diagrama de bloques de un PSS con dos bloques de atraso-adelanto

### 5.3 Sintonización de múltiples controles

En esta sección se propone una metodología para calcular los parámetros de múltiples controles basada en la colocación de las raíces del polinomio característico utilizando un criterio de optimización, con el propósito de mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones electromecánicas.

Considérese un sistema lineal invariante en el tiempo,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  y  $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$

Se aplican controladores  $H(s)$  para retroalimentar las salidas de la planta (5.1). El problema consiste en determinar los parámetros ajustables de  $H_i(s)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , de modo que el sistema en lazo cerrado asigne un conjunto de valores propios  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ . Se asume que  $\lambda_j$  no incluye ningún valor propio de lazo abierto.

La relación entrada-salida del sistema (5.1) se describe mediante la matriz función de transferencia,  $G_o(s)$ ,

$$Y(s) = G_o(s)U(s) \quad (5.2)$$

donde

$$G_o(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (5.3)$$

La ec. (5.3) puede expresarse también mediante la relación,

$$G_o(s) = C \frac{\text{adj}[sI - A]}{\det[sI - A]} B + D \quad (5.4)$$

donde  $\det[sI - A] = 0$  es el polinomio característico de lazo abierto. Sus raíces son los polos de la función de transferencia, los cuales son iguales a los valores propios cuando se tiene observabilidad y controlabilidad plena.

Al agregar el control a la planta o sistema base (5.1), éste se convierte en un sistema de lazo cerrado representado por la Fig. 5.4.

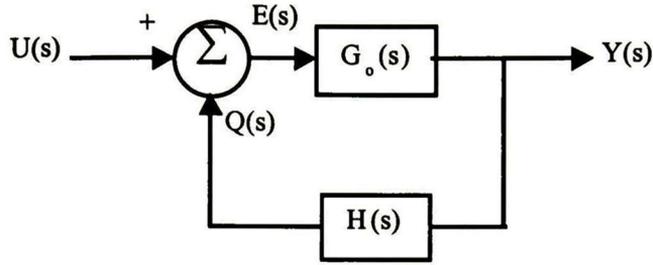


Fig. 5.4 Sistema en lazo cerrado

donde:

$$E(s) = U(s) - Q(s) \quad (5.5)$$

$$Y(s) = G_o(s)E(s) \quad (5.6)$$

$$Q(s) = H(s)Y(s) \quad (5.7)$$

Sustituyendo (5.5) y (5.7) en (5.6) resulta,

$$Y(s) = (I + G_o(s)H(s))^{-1} G_o(s)U(s) \quad (5.8)$$

De (5.8) se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado, que relaciona la entrada con la salida después de instalar el controlador  $H(s)$ .

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

$$G(s) = (I + G_o(s)H(s))^{-1} G_o(s)$$

Expresándola en otra forma,

$$G(s) = \frac{\text{adj}[I + G_o(s)H(s)]}{\det[I + G_o(s)H(s)]} G_o(s) \quad (5.9)$$

El polinomio característico de lazo cerrado se puede expresar mediante:

$$\Delta_c(s) = \det[I + G_o(s)H(s)] \Delta_o(s) \quad (5.10)$$

donde  $\Delta_o(s)$  es el polinomio característico en lazo abierto.

$$\Delta_o(s) = \det[sI - A] \quad (5.11)$$

Así, si  $\lambda$  es el valor propio deseado para el sistema de lazo cerrado se debe cumplir que,

$$\det[I + G(\lambda)H(\lambda)] = 0 \quad (5.12)$$

ya que se asume que  $\lambda$  no es un valor propio de lazo abierto, entonces,  $\lambda$  no hace cero el polinomio de lazo abierto.

El objetivo central es lograr que (5.12) se satisfaga para el valor propio deseado. Para lograr esto, aquí se propone implementar un algoritmo de optimización cuyo propósito sea minimizar la siguiente función objetivo,

$$\min\{\det[\mathbf{I} + \mathbf{G}(\lambda)\mathbf{H}(\lambda)]\} \quad (5.13)$$

En este trabajo se emplearon controladores  $\mathbf{H}(s)$  como el mostrado en la Fig. 5.3. Por simplicidad se hace  $T_1 = T_3$  y  $T_2 = T_4$ . Por lo tanto su función de transferencia viene dada por:

$$\mathbf{H}(\lambda) = K_Q \frac{\lambda T_{Qi}}{1 + \lambda T_{Qi}} \left[ \frac{1 + \lambda T_{Ii}}{1 + \lambda T_{2i}} \right]^2 \quad (5.14)$$

Como resultado de minimizar (5.12) se obtienen los diferentes parámetros del controlador considerado.

Para agilizar el procedimiento de convergencia se hace la siguiente consideración:

- Se asignan de antemano valores típicos para  $T_{Qi}$  y  $T_{2i}$ , de modo que, para cada compensador, sólo hay dos parámetros por determinar,  $T_{Ii}$  y  $K_Q$ . Se elige un valor grande para  $T_{Qi}$ , para asegurar que sea despreciable la contribución del bloque washout al cambio de fase y ganancia, para el rango de frecuencias de oscilación de interés.  $T_{Qi}$  se encuentra entre 10 - 15 s. Se elige un valor bajo de  $T_{2i} \approx 0.02 - 0.1$  s, por limitaciones de tipo práctico [3].

Debido a que los sistemas de potencia son sistemas que no tienen un punto de operación fijo, un buen diseño de PSS y controles auxiliares requiere que estos proporcionen amortiguamiento para diferentes condiciones de operación. Si el amortiguamiento proporcionado por ellos varía significativamente con un cambio en las condiciones de operación del sistema, esto es consecuencia de un pobre desempeño, por lo tanto, el criterio de sintonización requiere que el amortiguamiento proporcionado cambie lo menos posible conforme el punto de operación varíe. Así que un buen diseño de los PSS debe ser robusto para lograr un óptimo desempeño.

La metodología propuesta para la obtención de los parámetros se basa en un valor fijo  $\lambda$  deseado. Con el objeto de lograr un buen desempeño, una mejora al algoritmo se logra considerando que el valor propio deseado  $\lambda$  se encuentre en un intervalo, tanto en su parte real como en su parte imaginaria.

Así, ahora se propone que en la expresión (5.12) el valor propio  $\lambda$  pertenezca a un intervalo:

$$\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$$

donde  $\lambda_{\min}$  y  $\lambda_{\max}$  serían los valores propios deseados mínimo y máximo.

Definido el intervalo del valor propio deseado, ahora el objetivo es lograr que (5.12) se satisfaga. Por lo tanto la nueva función objetivo debe ser mínima para todos los puntos del intervalo deseado:

$$\min\left\{\sum_{k=1}^N \det[\mathbf{I} + \mathbf{G}(\lambda_k)\mathbf{H}(\lambda_k)]\right\} \quad (5.15)$$

Donde  $N$  es el número de elementos contenidos en el intervalo deseado y  $\lambda_k$  es el  $k$ -ésimo elemento del intervalo deseado.

Con esta mejora se obtiene un control capaz de operar satisfactoriamente en un amplio rango de condiciones de operación.

### 5.3.1 Implementación del algoritmo

Considere el sistema de potencia base linealizado sin controles representado por (5.1) al cual se le llamará planta, y supóngase que éste cuenta con modos electromecánicos problemáticos o de pobre amortiguamiento. Para mejorar estos modos se elige la instalación de diferentes PSS.

La localización de los PSS se basa en factores de participación e índices de controlabilidad y observabilidad, se asignan PSSs en aquellas unidades que se considera contribuyen determinadamente al incremento del amortiguamiento de las oscilaciones de potencia.

Los pasos del proceso de sintonización son los siguientes:

- Se eligen los parámetros fijos del control,  $T_{Qi}$  y  $T_{2i}$ .
- Se elige el valor propio deseado  $\lambda$  y el intervalo  $[\lambda_{\min}$  y  $\lambda_{\max}]$ .
- Se elige la entrada del control, o salida de la planta a retroalimentar.
- Se calcula la matriz de transferencia de lazo abierto.
- Se resuelve (5.15) utilizando un proceso de optimización.
- Se calcula la matriz de transferencia de lazo cerrado y se verifica la efectividad del controlador diseñado.

Al instalar el control, la planta se convierte en un sistema de lazo cerrado como el mostrado en la Fig. 5.4. Cuando se desea instalar otro control el sistema de lazo cerrado obtenido anteriormente se toma ahora como una nueva planta en lazo abierto y se sintoniza el nuevo control según el procedimiento descrito anteriormente. Este procedimiento se lleva a cabo repetidamente según la cantidad de estabilizadores a instalar. Al final del procedimiento todos los controles han sido tomados en cuenta (coordinados) para obtener el conjunto de valores propios deseados. La Fig. 5.5 ilustra un diagrama de flujo que resume el algoritmo de sintonización de estabilizadores del tipo de la Fig. 5.3.

## 5.4 Aplicación de la técnica de sintonización

Para ejemplificar el uso de la metodología propuesta en la sección anterior se aplicará a un sistema multimáquinas. El primero de ellos es el sistema de 3 máquinas 9 nodos de la WSCC, y se concluirá con la aplicación a una red de 46 máquinas y 190 nodos de CFE.

### 5.4.1 Modelado de la planta

Para los generadores se asume un modelo de 4to. orden con la inclusión de un sistema de excitación estático (ver Fig. 5.2, donde  $T_B$  y  $T_C$  se asumen cero), representado mediante:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} E'_d &= \frac{1}{T'_{q0}} \left( -E'_d + (x_q - x'_q) i_q \right) \\
 \frac{d}{dt} E'_q &= \frac{1}{T'_{d0}} \left( E_{fd} - E'_q - (x_d - x'_d) i_d \right) \\
 \frac{d}{dt} \omega &= \frac{1}{2H} (T_m - T_e - D(\omega - \omega_0)) \\
 \frac{d}{dt} \delta &= \omega - \omega_0 \\
 \frac{d}{dt} E_{fd} &= \frac{1}{T_A} \left( -E_{fd} + K_A (V_s + V_{ref} - V_t) \right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Sintonización de otro modo,  $\lambda_i$  deseado, incluyendo la sintonización del PSS Previo

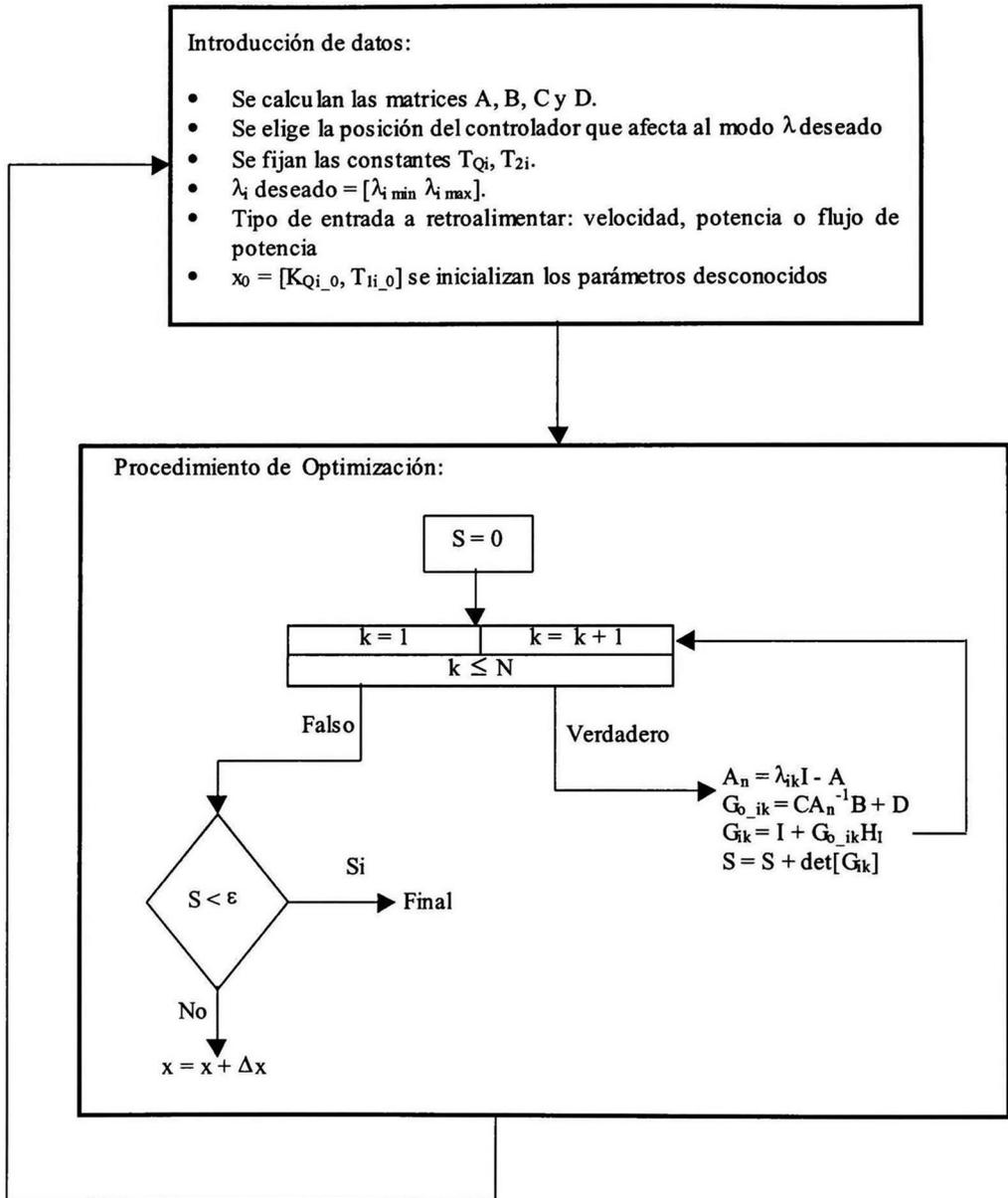


Fig. 5.5 Algoritmo para coordinar estabilizadores

El modelo en variables de estado para el estabilizador de la Fig. 5.3 está dado por (5.17)

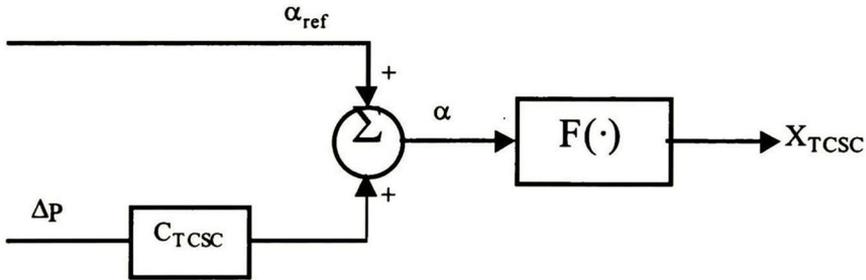
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x_1 &= \frac{1}{T_Q} (Ku(t) - x_1) \\ \frac{d}{dt} x_2 &= \frac{1}{T_2} \left( \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) V_1 - x_2 \right) \\ \frac{d}{dt} x_3 &= \frac{1}{T_2} \left( \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) V_2 - x_3 \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde:

$$\begin{aligned} V_1 &= Ku(t) - x_1 \\ V_2 &= x_2 + \frac{T_1}{T_2} V_1 \\ V_3 &= x_3 + \frac{T_1}{T_2} V_2 \end{aligned}$$

En el caso de los PSS la variable  $u(t)$  puede ser la velocidad del rotor,  $\omega$ , o la potencia eléctrica.

El TCSC se representa por el modelo quasi-estático o de reactancia variable desarrollado en el capítulo anterior. Se propone un control,  $C_{TCSC}$ , que modifique el ángulo de disparo  $\alpha$  para así modificar su reactancia, Fig. 5.6. La estructura del controlador es como en la Fig. 5.3. Así pues, se desea coordinar la acción de todos los estabilizadores instalados.



Donde  $F(\cdot)$  está dada por la ecuación (4.40)

Fig. 5.6 Control para modificar la reactancia  $X_{TCSC}$

#### 5.4.2 Sistema de 3 máquinas y 9 nodos

Para este sistema se considera la instalación de diferentes PSS en las máquinas que más influyen en los modos electromecánicos, y la instalación de un TCSC en la línea 9 – 6 con un estabilizador para el que se tomará como entrada el flujo de potencia activa de la línea en la cual está localizado, Fig. 5.7.

Para demostrar el desempeño de los estabilizadores diseñados se mostrará la respuesta del sistema sometido a diferentes tipos de disturbios y a diferentes puntos de operación.

En las Tablas 5.1 - 5.4 se muestran los parámetros [2] del sistema utilizado, incluyendo los datos de las máquinas, excitadores, líneas de transmisión y condiciones de carga y generación para el punto de operación base.

Generador	$R_a$	$x_d$ (pu)	$x'_d$ (pu)	$T'_{d0}$ (s)	$x_q$ (pu)	$x'_q$ (s)	$T'_{q0}$ (s)	H (s)	D (s)
1	0	0.1460	0.0608	8.960	0.0969	0.0569	0.100	23.64	0
2	0	0.8958	0.1198	6.000	0.8645	0.0969	0.535	6.40	0
3	0	1.3125	0.1813	5.890	1.2578	0.1500	0.600	3.01	0

$K_A$	$T_A$	$T_B$	$T_C$	$V_{R\max}$	$V_{R\min}$
50	0.03	0	0	20	-20
50	0.03	0	0	20	-20
50	0.03	0	0	20	-20

De nodo	A nodo	R (pu)	X (pu)	B (pu)	Tap	defasamiento
1	4	0	0.0778	0	1	0
4	6	0.0230	0.1242	0.1580	0	0
6	9	0.0527	0.2295	0.3580	0	0
3	9	0	0.0791	0	1	0
9	8	0.0161	0.1361	0.2090	0	0
8	7	0.0115	0.0972	0.1490	0	0
2	7	0	0.0844	0	1	0
7	5	0.0432	0.2174	0.3060	0	0
5	4	0.0135	0.1148	0.1760	0	0

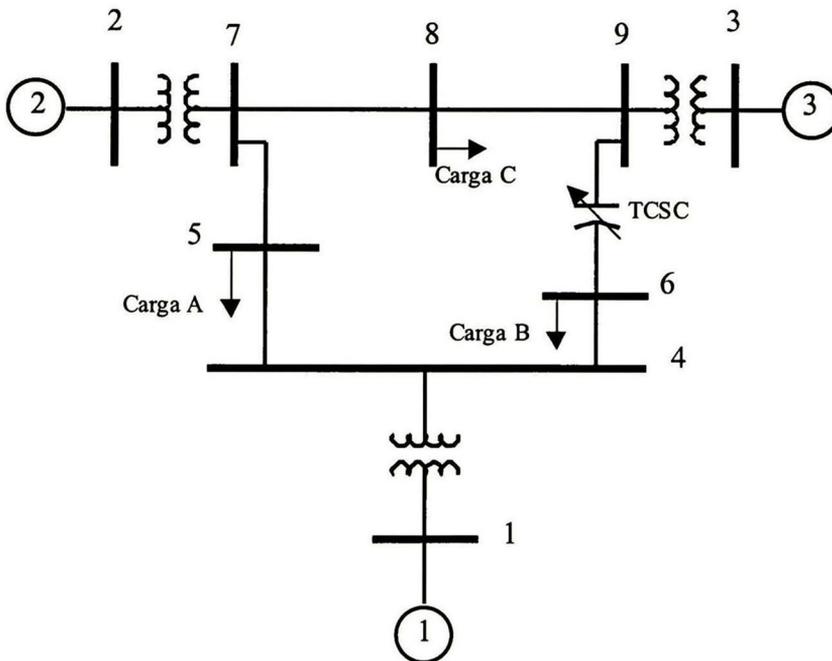


Fig. 5.7 Sistema de 3 máquinas y 9 nodos de la WSCC

Tabla 5.4: Generación y carga en estado estacionario con TCSC

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (rad)	Generación		Carga	
			Real	Reactiva	Real	Reactiva
1	1.0400	0	0.7164	0.2664	0	0
2	1.0253	8.6315	1.6300	0.0623	0	0
3	1.0254	3.5796	0.8500	-0.1212	0	0
4	1.0260	-2.2162	0	0	0	0
5	0.9965	-4.2014	0	0	1.2500	0.5000
6	1.0129	-3.4570	0	0	0.9000	0.3000
7	1.0264	3.0762	0	0	0	0
8	1.0166	-0.0962	0	0	1.0000	0.3500
9	1.0334	0.8853	0	0	0	0

Para identificar los modos de origen electromecánico y el patrón de oscilación del sistema, primero se obtienen los valores propios considerando el modelo clásico, sin ningún tipo de control y dispositivos FACTS instalados, obteniéndose los siguientes:

```
-0.0000
0.0000
0.0000 - 8.6919i
0.0000 + 8.6919i
-0.0000 -13.3650i
-0.0000 +13.3650i
```

De acuerdo al patrón de oscilación, que se obtiene analizando los eigenvectores derechos, se observa una oscilación entre las máquinas 3 y 1 por lo que se eligió la línea 9 – 6 para ser compensada con un TCSC de tal forma que se obtuviera una compensación de aproximadamente 30% (26.1146  $\Omega$ , 0.049366 pu, capacitiva) en estado estacionario. Para el TCSC,  $X_C = 10 \Omega$ ,  $X_L = 2 \Omega$  y  $\alpha = 55.5^\circ$ .

Incluyendo los excitadores en el modelo de la máquina y el TCSC fijo con  $\alpha = 55.5^\circ$  se obtienen los siguientes valores propios:

```
-29.1591
-26.6953
-30.3687
-0.9246 +13.5069i
-0.9246 -13.5069i
-0.2672 + 8.8417i
-0.2672 - 8.8417i
-10.8032
-8.6897
-6.4019 + 1.8158i
-6.4019 - 1.8158i
-2.9254
-1.4371
-0.0000
0.0000
```

Por el análisis llevado a cabo con el modelo clásico sabemos que hay dos modos electromecánicos, de 13.5069 rad/s (2.1497 Hz) y 8.8417 rad/s (1.4072 Hz), que presentan un amortiguamiento pobre, por lo que se instalarán PSS y un control para el TCSC para lograr incrementar el amortiguamiento.

En la Fig. 5.8 y 5.9 se muestran los factores de participación para estos dos modos.

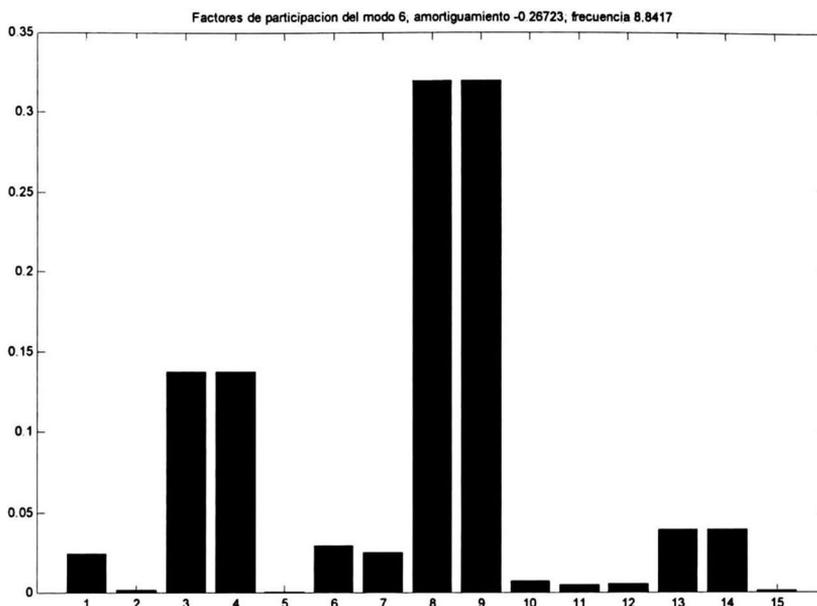


Fig. 5.8 Factores de participación para el modo de 8.8417 rad/s

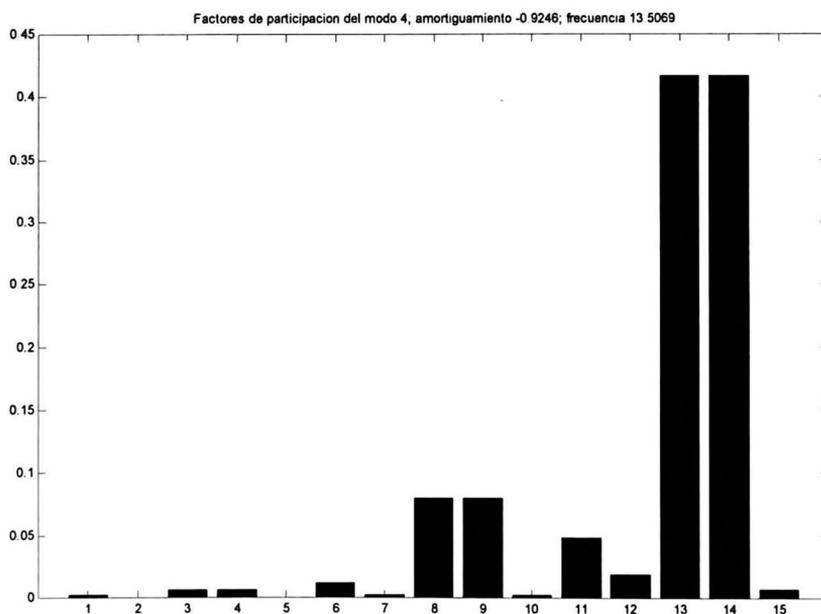


Fig. 5.9 Factores de participación para el modo de 13.5089 rad/s

De acuerdo a los factores de participación, se elige instalar dos PSS: para mejorar el modo de 8.8417 rad/s se instaló un PSS en la máquina 2, y para mejorar el modo de 13.5089 rad/s se instaló un PSS en la máquina 3, así como un estabilizador para el TCSC, que se coordina con los demás.

Para la coordinación se toma la siguiente secuencia: PSS<sub>2</sub> → PSS<sub>3</sub> → C<sub>TCSC</sub>.

### a) Sintonización del PSS en la máquina 2

Para mejorar el modo de 8.8417 rad/s, que presenta originalmente un amortiguamiento  $-0.2672$  se eligió instalar un PSS del tipo velocidad en la máquina 2. El dispositivo será sintonizado según la técnica analizada en la sección 5.3.

Para este modo se propuso un valor propio  $\lambda = -7 \pm j8$  y un intervalo de  $\pm 15\%$ , con  $T_{Q-PSS2} = 8.5$  s y  $T_{2-PSS2} = 0.06$  s. Los parámetros estimados para  $K_{PSS2}$  y  $T_{1-PSS2}$  fueron los siguientes:

$$K_{PSS2} = 14.2795$$
$$T_{1-PSS2} = 0.1572 \text{ s}$$

con este PSS instalado se obtuvieron los siguientes valores propios,

-39.2325  
-29.7436  
-27.5774  
-2.8697 +14.6321i  
-2.8697 -14.6321i  
-2.6640 +10.8783i  
-2.6640 -10.8783i  
-7.0060 + 7.9994i  
-7.0060 - 7.9994i  
-10.7768  
-8.6281  
-6.5416 + 1.7473i  
-6.5416 1.7473i  
-2.5973  
-1.4463  
-0.5523  
0.0000  
-0.0000

### b) Sintonización del PSS en la máquina 3

Para ayudar a mejorar el modo de 14.6321 rad/s, que presenta un amortiguamiento de  $-2.8697$  se eligió instalar un PSS del tipo velocidad en la máquina 3.

Para este modo se propuso un valor propio  $\lambda = -7 \pm j14$  y un intervalo de  $\pm 15\%$ , con  $T_{Q-PSS3} = 8.5$  s y  $T_{2-PSS3} = 0.06$  s. Los parámetros estimados para  $K_{PSS3}$  y  $T_{1-PSS3}$  fueron los siguientes:

$$K_{PSS3} = 0.8758$$
$$T_{1-PSS3} = 0.5481 \text{ s}$$

con este PSS instalado se obtuvieron los siguientes valores propios,

-42.5574  
-38.4408  
-28.1833  
-5.3614 +18.5134i  
-5.3614 -18.5134i  
-7.6902 +14.0953i  
-7.6902 -14.0953i  
-2.6671 + 8.2395i  
-2.6671 8.2395i  
-7.6793 + 6.4720i

-7.6793    6.4720i  
 -10.7767  
 -8.6442  
 -6.0232 + 1.7483i  
 -6.0232    1.7483i  
 -2.5949  
 -1.4454  
 -0.5648  
 -0.1179  
 0.0000  
 -0.0000

**c) Sintonización para el estabilizador del TCSC**

El TCSC fué sintonizado para ayudar a mejorar el modo de 14.0953 rad/s. Como entrada para el control del dispositivo se usó el flujo de potencia activa en la línea 9 – 6, consideran su valor en MW.

Para este modo se propuso un valor propio  $\lambda = -15 \pm j14$  y un intervalo de  $\pm 15\%$ , con  $T_{Q-TCSC} = 7.0$  s y  $T_{2-TCSC} = 0.02$  s. Los parámetros estimados para  $K_{TCSC}$  y  $T_{1-TCSC}$  fueron los siguientes:

$$K_{TCSC} = -15.56$$

$$T_{1-TCSC} = 9.1610 \times 10^{-03} \text{ s}$$

con el control del TCSC instalado se obtuvieron los siguientes valores propios en lazo cerrado,

-53.9936 + 6.3237i  
 -53.9936    6.3237i  
 -40.1746  
 -28.0246  
 -15.0004 +13.9989i  
 -15.0004 -13.9989i  
 -4.8191 +16.6731i  
 -4.8191 -16.6731i  
 -20.7939  
 -7.8034 + 6.4031i  
 -7.8034    6.4031i  
 -11.0859  
 -1.6486 + 5.7266i  
 -1.6486    5.7266i  
 -8.6437  
 -5.8394 + 2.0087i  
 -5.8394    2.0087i  
 -2.6288  
 -1.4659  
 -0.6379  
 -0.3253  
 -0.1179  
 -0.0000  
 -0.0000

En las Tablas 5.5 y 5.6 se resumen los parámetros de los diferentes estabilizadores y la modificación de los modos electromecánicos conforme se instalaron estos.

Tabla 5.5: Parámetros de controles		
PSS <sub>2</sub>	PSS <sub>3</sub>	C <sub>TCSC</sub>
K = 14.2795	K = 0.8758	K = -15.56
T <sub>Q</sub> = 8.5	T <sub>Q</sub> = 8.5	T <sub>Q</sub> = 7.0
T <sub>1</sub> = 0.1572	T <sub>1</sub> = 0.5481	T <sub>1</sub> = 9.1610×10 <sup>-03</sup>
T <sub>2</sub> = 0.06	T <sub>2</sub> = 0.06	T <sub>2</sub> = 0.02

Tabla 5.6: Evolución de los modos electromecánicos			
Caso base	PSS <sub>2</sub> instalado	PSS <sub>3</sub> instalado	C <sub>TCSC</sub> instalado
-0.2672 ± j8.8417	-7.0060 ± j7.9994	-7.6793 ± j6.4720	-7.8034 ± j6.4031
-0.9246 ± j13.5069	-2.8697 ± j14.6321	-7.6902 ± j14.0953	-15.0004 ± j13.9989

### 5.4.3 Simulaciones en el tiempo

Para demostrar la efectividad y desempeño de los estabilizadores diseñados se llevan a cabo estudios de estabilidad transitoria, sometiendo al sistema a diferentes fallas y puntos de operación.

En las Figs. 5.10 - 5.13 se muestra la respuesta de la velocidad y el flujo de potencia en la línea 9 - 6 considerando un cortocircuito trifásico en el nodo 5 en t = 1 s y un tiempo de liberación de 0.1 s.

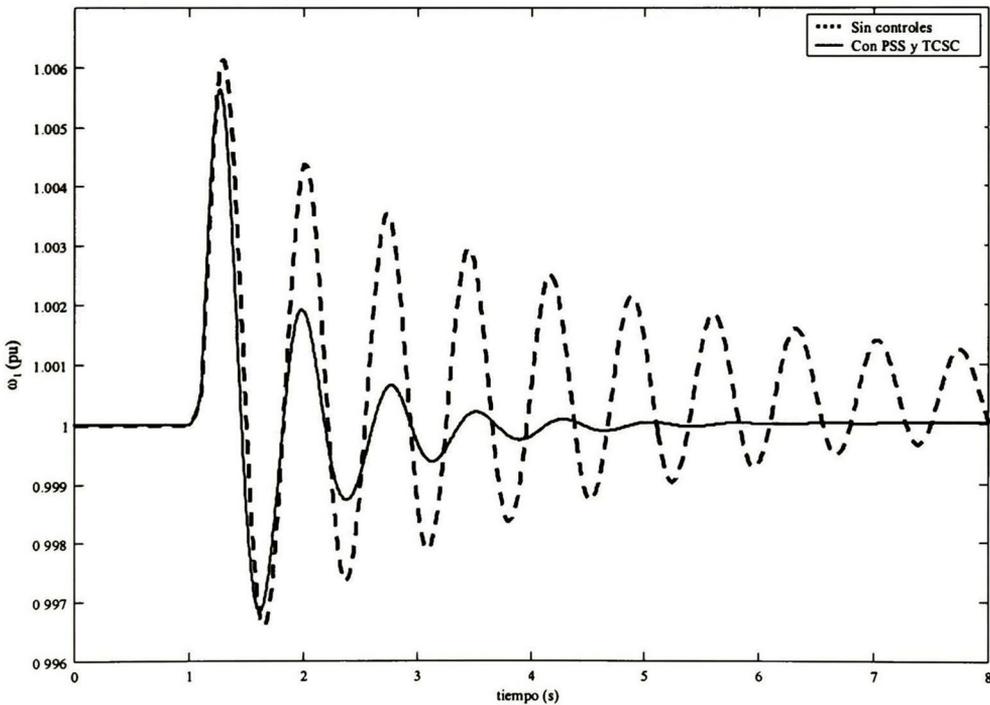


Fig. 5.10 Velocidad de la máquina 1.

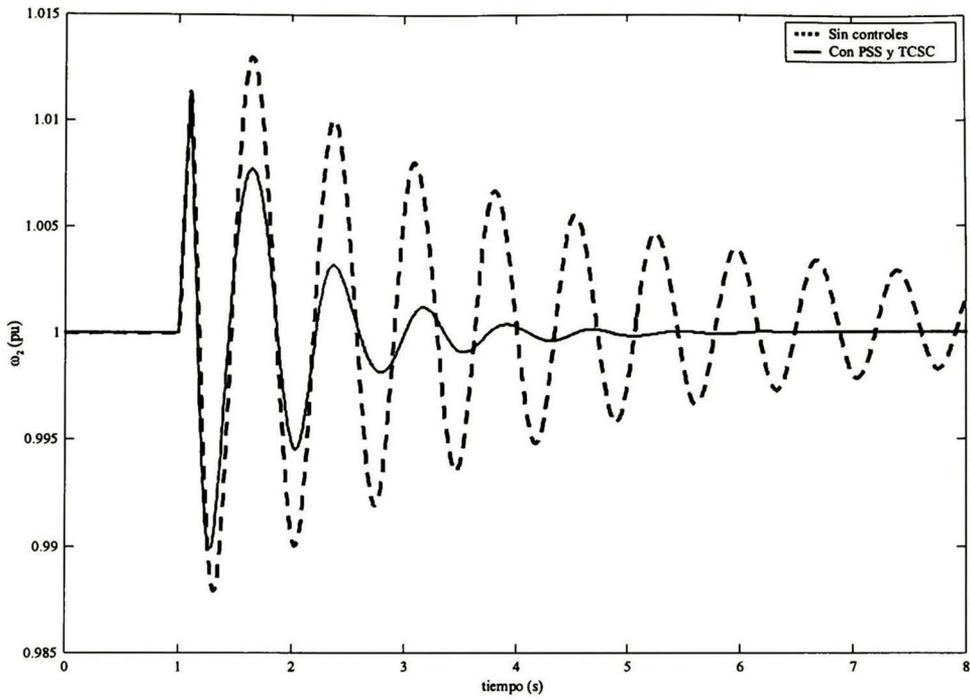


Fig. 5.11 Velocidad de la máquina 2

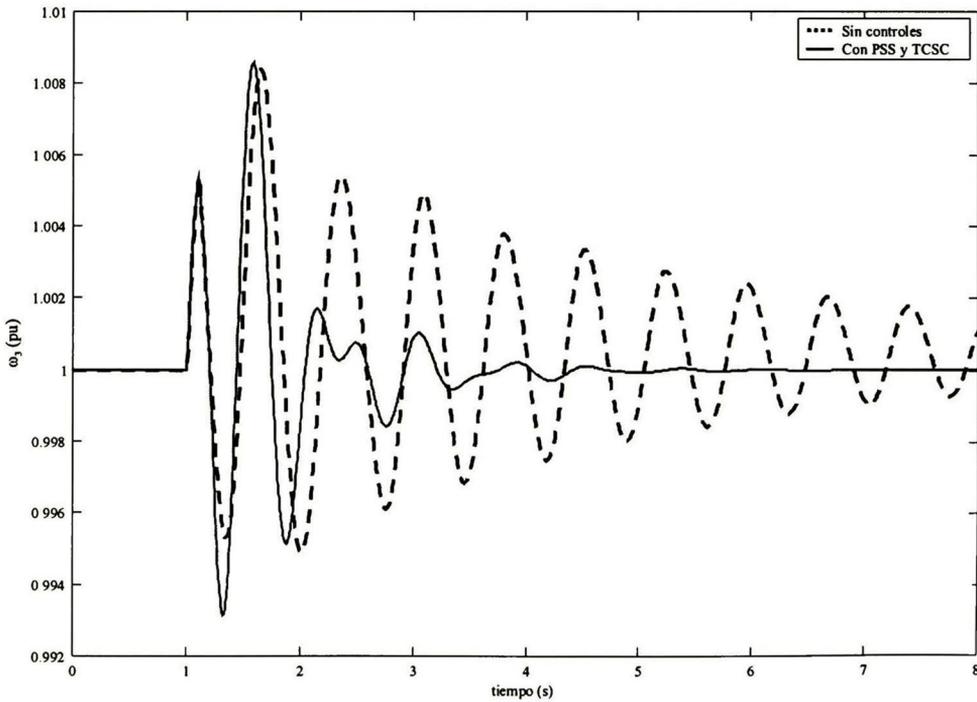


Fig. 5.12 Velocidad en la máquina 3

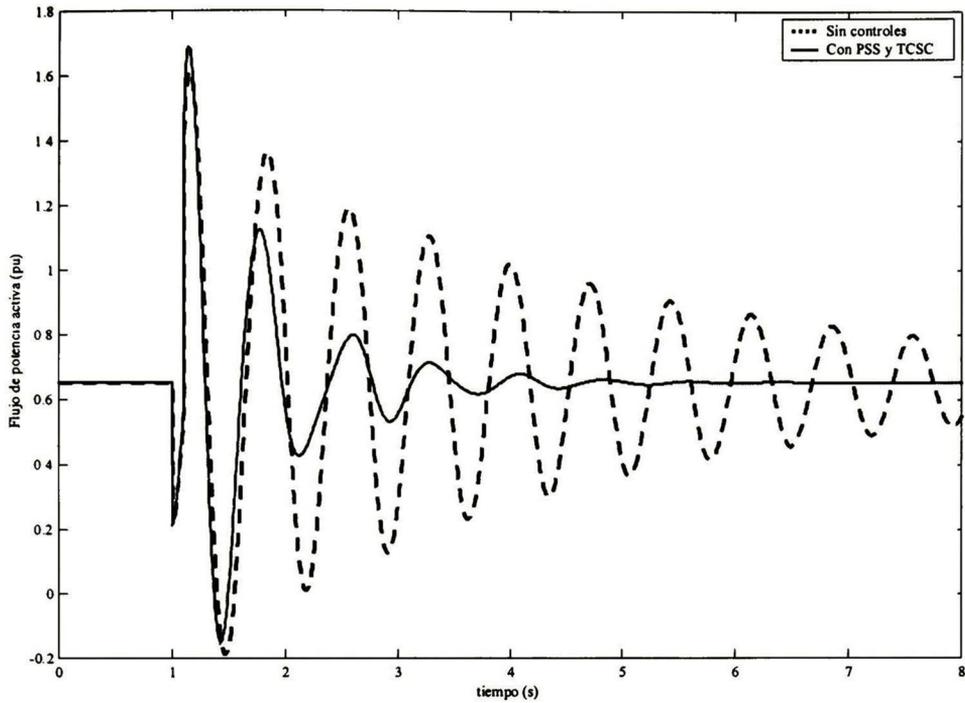


Fig. 5.13 Flujo de potencia activa en la línea 9-6

En las Figs. 5.14 - 5.17 se muestra el comportamiento del sistema cuando éste es sometido a la misma falla trifásica que el caso anterior además del disparo de la línea 7 – 5 en  $t = 1.1$  s.

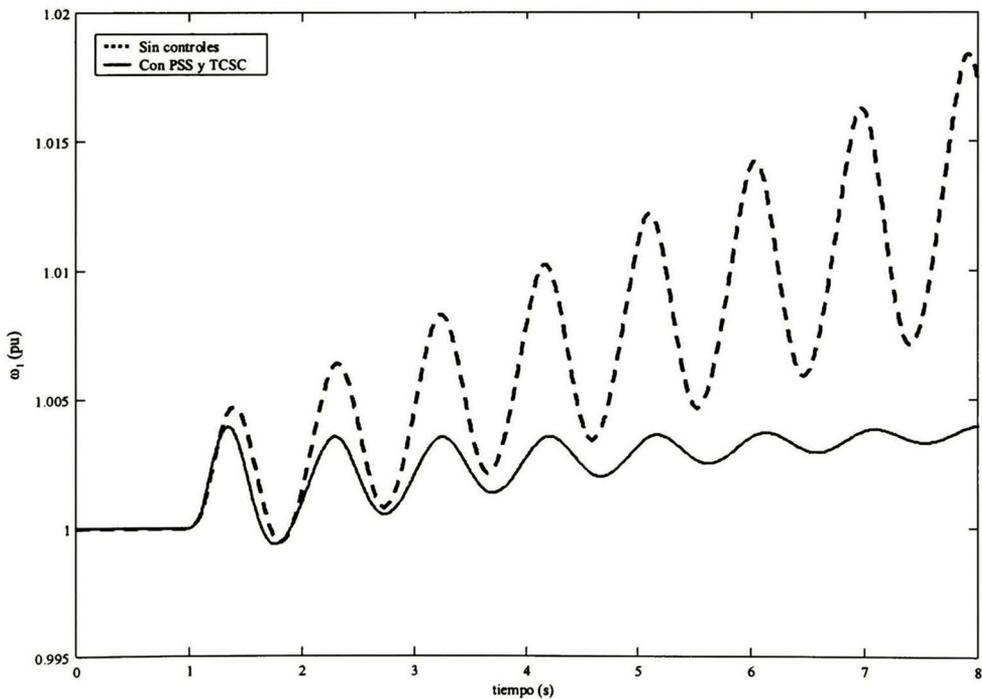


Fig. 5.14 Velocidad máquina 1.

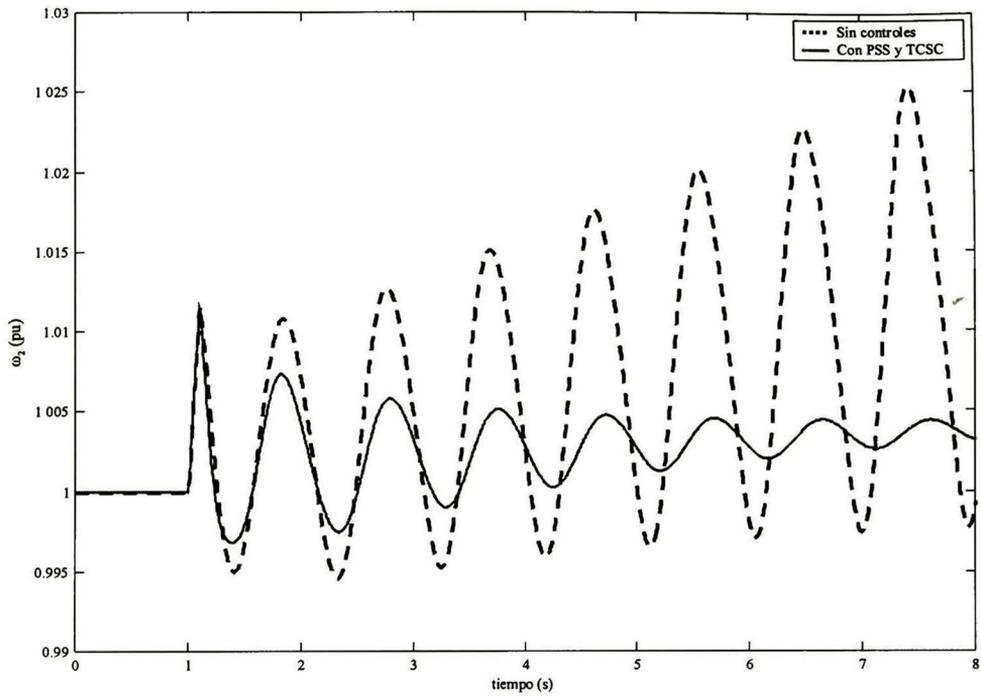


Fig. 5.15 Velocidad máquina 2.

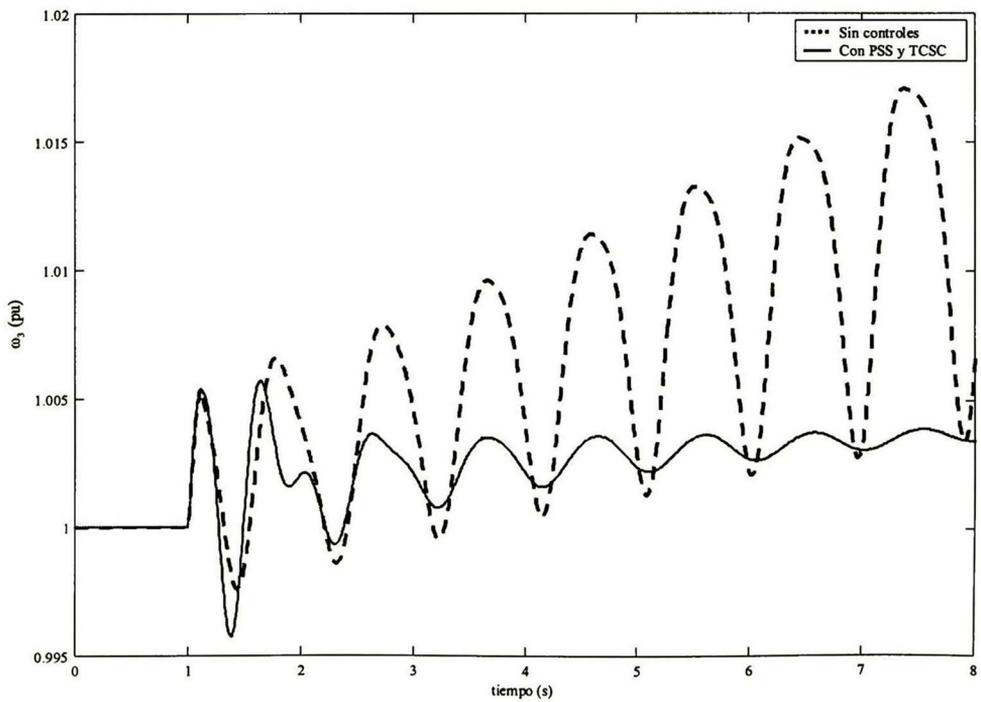


Fig. 5.16 Velocidad máquina 3.

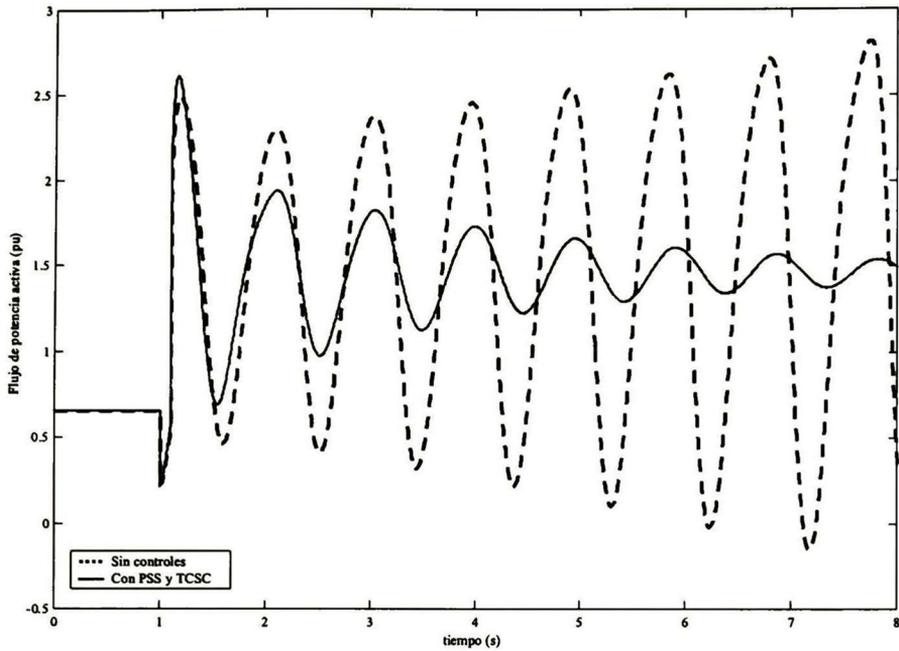


Fig. 5.17 Flujo de potencia activa en la línea 9 – 6

En las siguientes figuras se muestra el sistema sometido a un cambio de carga de 35% en la carga activa y 20% en la carga reactiva.

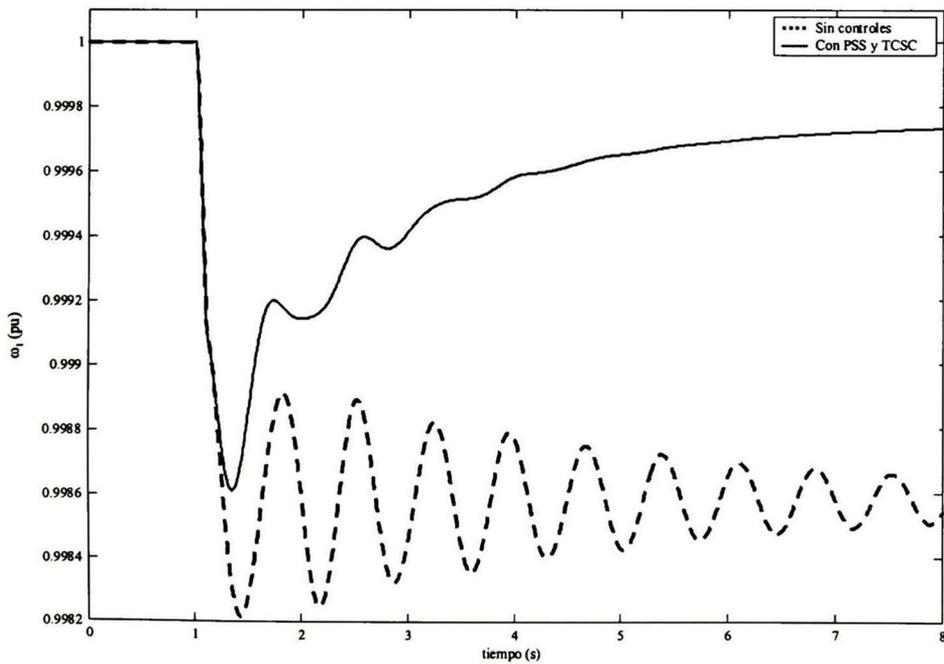


Fig. 5.18 Velocidad máquina 1

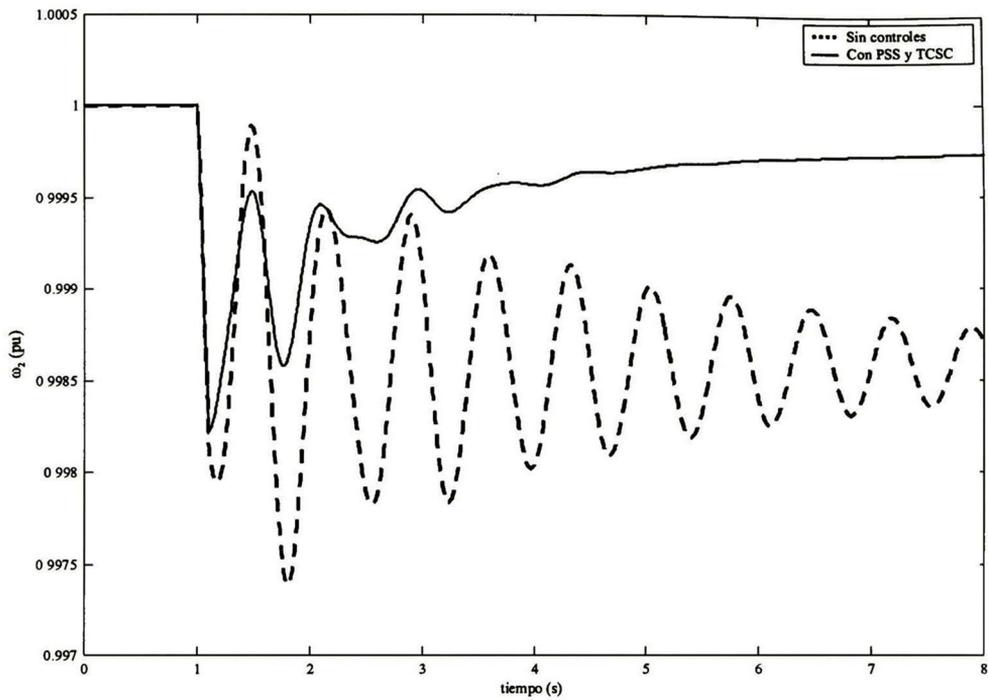


Fig. 5.19 Velocidad máquina 2

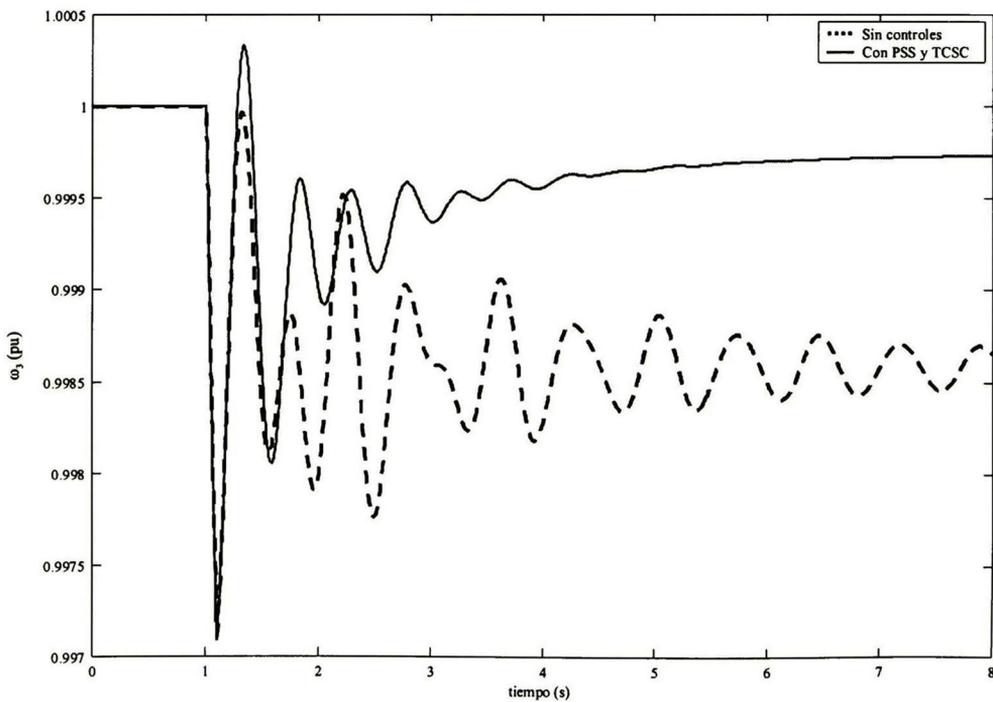


Fig. 5.20 Velocidad máquina 3.

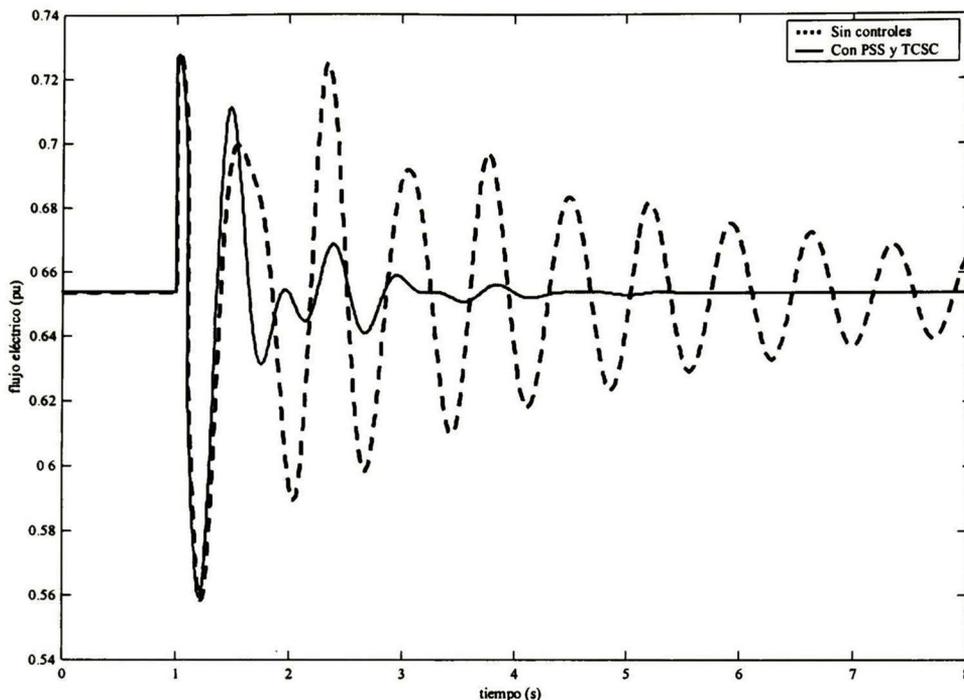


Fig. 5.21 Flujo de potencia activa en la línea 9 - 6.

En las figuras anteriores se mostró el comportamiento del sistema cuando éste es sometido a diferentes tipos de fallas como fueron, falla trifásica, disparo de línea y cambio de carga. En los tres casos se observó una mejora muy significativa en el amortiguamiento de las velocidades de las diferentes máquinas y en el flujo de potencia activa de la línea donde se encuentra instalado el TCSC.

Para el caso de la falla trifásica se observa cómo en las velocidades de las tres máquinas sin controles, después de 8 segundos las oscilaciones son notables, mientras que con la incorporación de los controles el sistema alcanza su estabilidad en aproximadamente 4 segundos. La efectividad de los controles instalados se demuestra para el caso donde se disparó una línea de transmisión. Para éste caso el sistema pierde estabilidad cuando no tiene los controles instalados, mientras que con la instalación de los controles éste puede ser estabilizado. Con este caso podemos observar una de las razones por lo que es necesario contar con controles que ayuden al amortiguamiento de oscilaciones electromecánicas. Los sistemas de potencia pueden ser operados más cerca de sus puntos máximos sin el peligro de perder estabilidad ante un disturbio.

Para mostrar la robustez de la técnica se utilizaron los mismos controles considerando un nuevo punto de operación. La generación y la carga activa se aumentaron un 50% mientras que la carga reactiva un 30%. Los datos para el nuevo punto de operación se muestran en la Tabla 5.7.

Para este nuevo punto de operación se consideró una falla trifásica en el nodo 5 aplicada en  $t = 1$  s con un tiempo de liberación de 0.1 seg. En las Figs. 5.22 - 5.25 se muestra la respuesta del sistema con y sin controles, nuevamente se observa la ventaja de contar con los controles. Para este nuevo punto de operación el sistema se encuentra muy estresado, y es propenso a perder estabilidad bajo cualquier perturbación. Sin controles el sistema soporta un aumento máximo de 35% en la generación y un 50% y 30% en la carga activa y reactiva respectivamente mientras que el sistema con los controles instalados soporta un incremento máximo muy cercano al 100%, tanto en generación como en carga.

Tabla 5.7: Generación y carga en estado estacionario con TCSC

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (rad)	Generación		Carga	
			Real	Reactiva	Real	Reactiva
1	1.04	0	1.1156	0.6578	0	0
2	1.0253	13.1359	2.445	0.4785	0	0
3	1.0254	5.2281	1.275	0.1343	0	0
4	1.0055	-3.5230	0	0	0	0
5	0.9546	-6.7962	0	0	1.875	0.65
6	0.9808	-5.5044	0	0	1.35	0.39
7	1.0072	4.6269	0	0	0	0
8	0.991	-0.3615	0	0	1.5	0.455
9	1.0203	1.1326	0	0	0	0

#### 5.4.4 Sistema de 46 máquinas y 190 nodos

Con la finalidad de mostrar que la técnica de sintonización propuesta en la sección 5.3 es aplicable a grandes redes, se considerará la instalación y sintonización de PSS así como la de un TCSC en un equivalente de 46 máquinas y 190 nodos de CFE, Fig. 5.26. De igual forma que en el ejemplo anterior se mostrará la respuesta del sistema sometido a diferentes tipos de disturbios y puntos de operación.

Ya que es un sistema de dimensiones considerables éste presenta una gran cantidad de modos tanto locales como inter-área. Debido a esto y con la finalidad de mostrar la aplicabilidad del enfoque propuesto nos centraremos sólo en dos modos problemáticos siendo uno de ellos del tipo local y el otro inter-área.

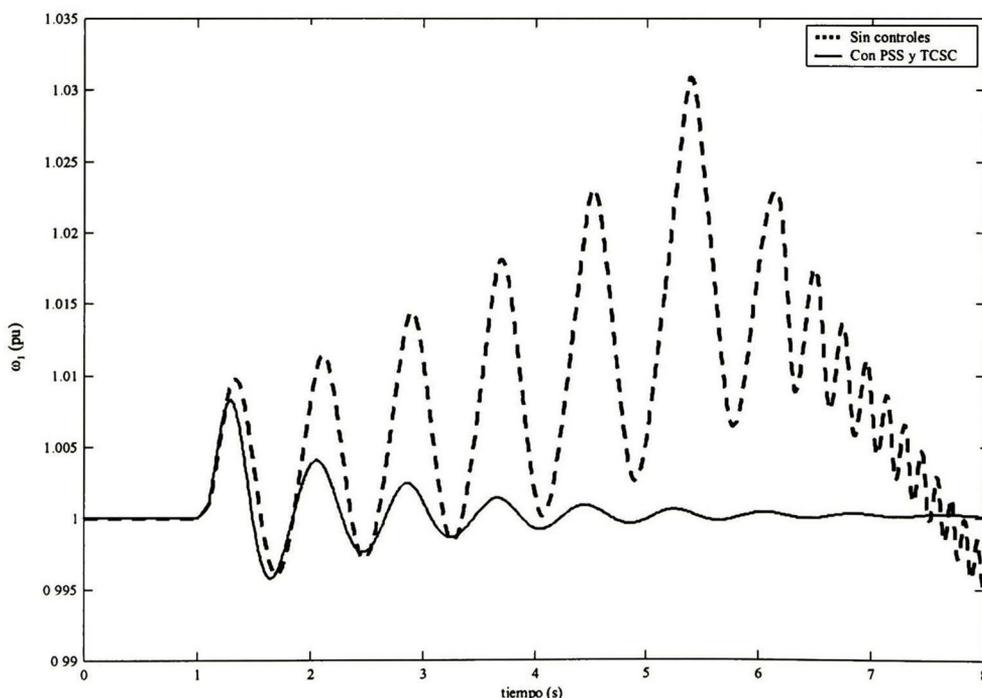


Fig. 5.22 Velocidad máquina 1 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5

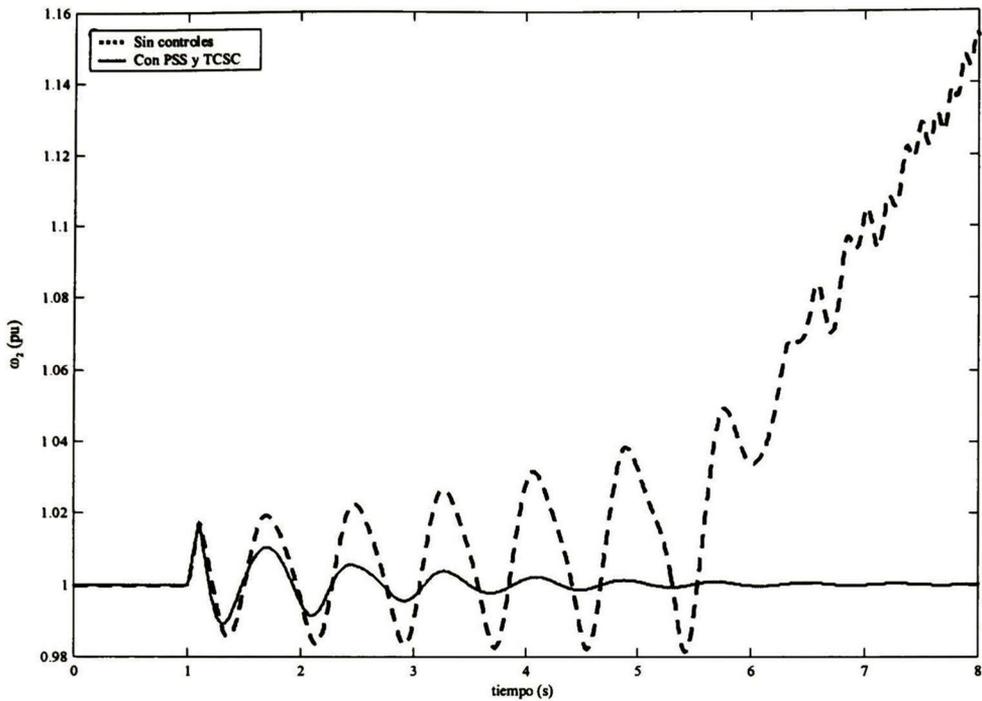


Fig. 5.23 Velocidad máquina 2 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5

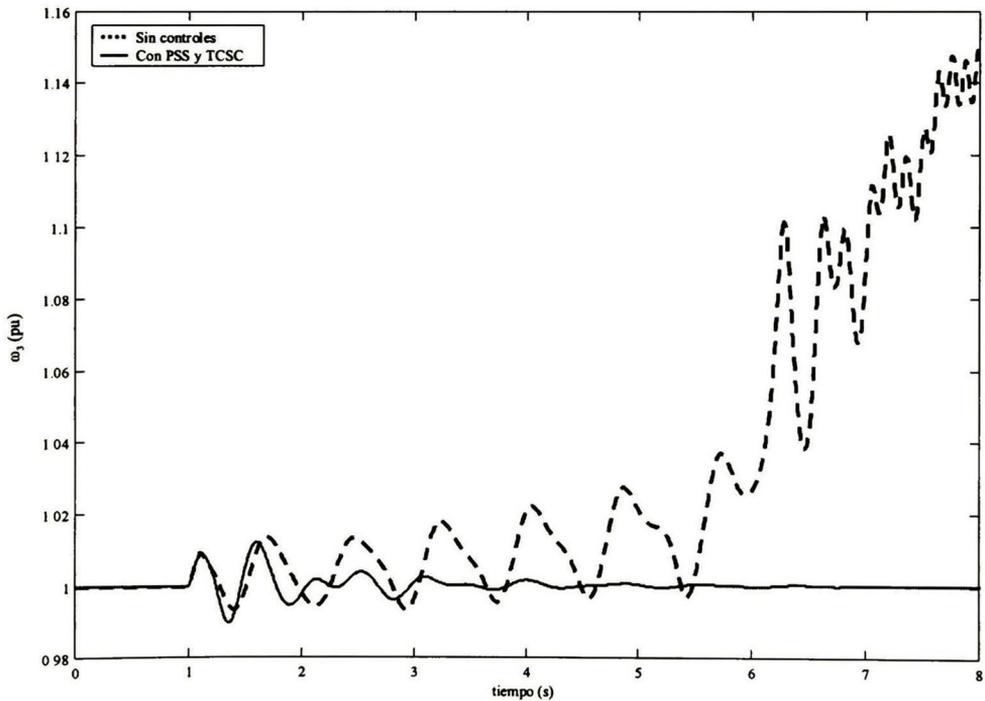


Fig. 5.24 Velocidad máquina 3 considerando una falla de cortocircuito en el nodo 5

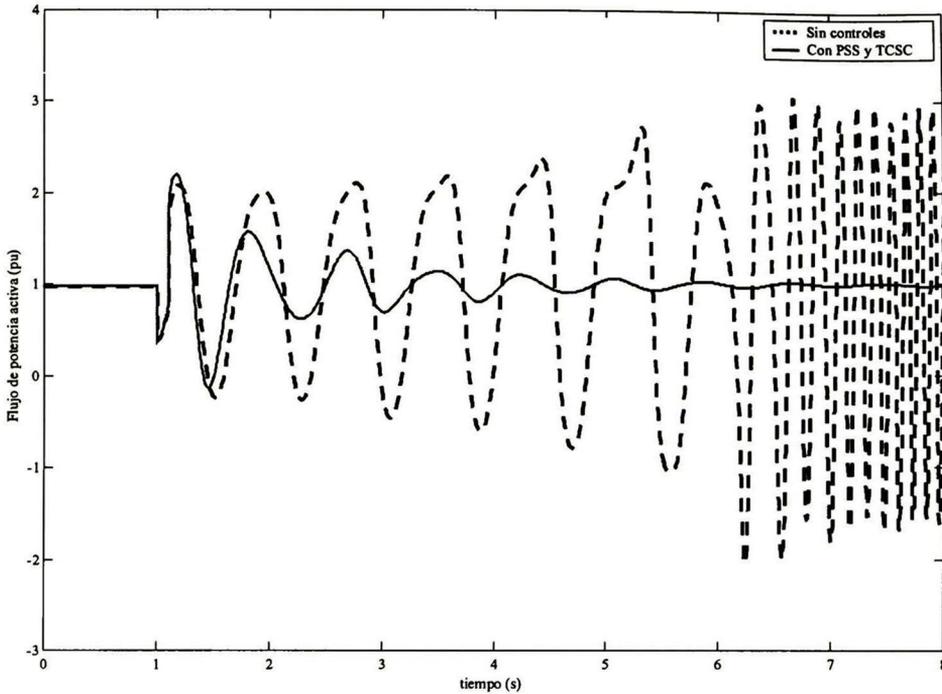


Fig. 5.25 Flujo de potencia activa en la línea 9 - 6 ante la falla de cortocircuito.

Considerando sólo el sistema base, esto es, sin considerar ningún tipo de control suplementario (sólo excitadores) los modos en los cuales nos centraremos son los siguientes:

$$\begin{aligned} & -0.4727 \pm j3.6400 \\ & -0.3462 \pm j6.2913 \end{aligned}$$

Ya que el modo de 6.2913 rad/s (1.0013 Hz) es un modo que está relacionado con las máquinas que se encuentran entre la región norte y la región sur, se eligió instalar un TCSC en la línea que une los nodos 84 y 75, la cual es una línea importante que conecta éstas dos zonas. Para el TCSC se eligen los parámetros,  $X_C = 2 \Omega$ ,  $X_L = 0.5 \Omega$ . Para el estado estacionario se tiene un ángulo de disparo  $\alpha = 55^\circ$  de tal forma que la reactancia equivalente del TCSC,  $X_{TCSC} = 3.8066 \Omega$  capacitiva ( $7.1958 \times 10^{-03}$  p.u. considerando  $Z_{base} = 529 \Omega$ ).

Los modos para el sistema base con la inclusión del TCSC con un ángulo de disparo fijo en la línea 84 – 75 son los siguientes (de ahora en adelante este será el caso base):

$$\begin{aligned} & -0.4536 \pm j3.6069 \\ & -0.3999 \pm j6.4702 \end{aligned}$$

De acuerdo a los modos de participación se eligió instalar tres PSS: para ayudar a mejorar el modo de 3.6069 rad/s se instalaron PSS en las máquinas 1 y 33, mientras que para mejorar el modo de 6.4702 rad/s se instaló un PSS en la máquina 5. El TCSC se consideró para mejorar el modo de 6.4702.

Para la coordinación se tomó la siguiente secuencia:  $PSS_{33} \rightarrow PSS_5 \rightarrow PSS_1 \rightarrow C_{TCSC}$ .

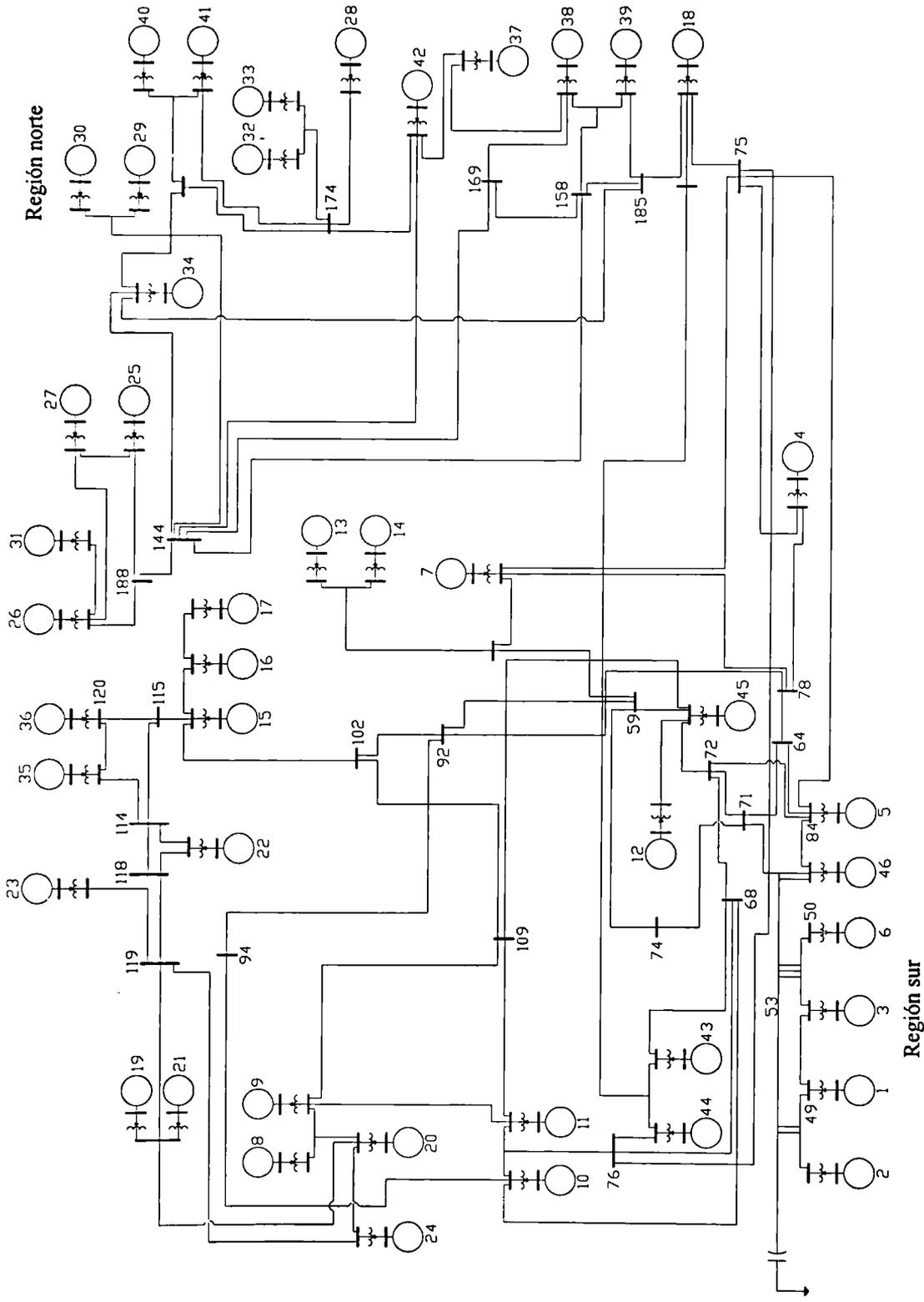


Fig. 5.26 Sistema de 46 máquina 190 nodos

#### a) Sintonización del PSS en la máquina 33

Para ayudar a mejorar el modo de 3.6069 rad/s, que presenta originalmente un amortiguamiento de  $-0.4536$  se eligió instalar un PSS del tipo velocidad en la máquina 33.

Para este modo se propuso un valor propio deseado  $\lambda = -1.0 \pm j3.6069$  y un intervalo de  $\pm 15\%$ , con  $T_{Q-PSS33} = 7.5$  s y  $T_{2-PSS33} = 0.06$  s. Los parámetros estimados para  $K_{PSS33}$  y  $T_{1-PSS33}$  fueron los siguientes:

$$\begin{aligned}K_{PSS33} &= 12.3721 \\T_{1-PSS33} &= 2.0819 \times 10^{-02} \text{ s}\end{aligned}$$

con este PSS instalado se obtuvieron los siguientes valores propios en lazo cerrado,

$$\begin{aligned}-1.0 \pm j3.6000 \\-0.4003 \pm j6.4703\end{aligned}$$

#### b) Sintonización del PSS en la máquina 5

Para ayudar a mejorar el modo de 6.4703 rad/s, que presenta un amortiguamiento de  $-0.4003$  se instaló un PSS del tipo velocidad en la máquina 5.

Para este modo se propuso un valor propio deseado  $\lambda = -7 \pm j6.5$ , con  $T_{Q-PSS5} = 15$  s y  $T_{2-PSS5} = 0.025$  s. Los parámetros estimados para  $K_{PSS5}$  y  $T_{1-PSS5}$  fueron los siguientes:

$$\begin{aligned}K_{PSS5} &= 64.4993 \\T_{1-PSS5} &= 9.5311 \times 10^{-02} \text{ s}\end{aligned}$$

con este PSS instalado se obtuvieron los siguientes valores propios,

$$\begin{aligned}-0.9975 \pm j3.5942 \\-6.9949 \pm j6.4515\end{aligned}$$

#### c) Sintonización del PSS en la máquina 1

Ya que el máximo amortiguamiento que se logró para el modo de 3.6069 rad/s con el PSS de la máquina 33 fue  $-1.0$  se optó por instalar un tercer PSS en la máquina 1 para así poder incrementar aún más el amortiguamiento de este modo.

Para este modo se propuso un valor propio deseado  $\lambda = -2.0 \pm j3.5942$ , con  $T_{Q-PSS1} = 15$  s y  $T_{2-PSS1} = 0.06$  s. Los parámetros estimados para  $K_{PSS1}$  y  $T_{1-PSS1}$  fueron los siguientes:

$$\begin{aligned}K_{PSS1} &= 79.0215 \\T_{1-PSS1} &= 2.1020 \times 10^{-01} \text{ s}\end{aligned}$$

con este PSS instalado se obtuvieron los siguientes valores propios en lazo cerrado,

$$\begin{aligned}-2.0994 \pm j3.7524 \\-6.9621 \pm j6.4084\end{aligned}$$

#### d) Sintonización para el control del TCSC

El TCSC fué sintonizado para ayudar a mejorar el modo de 6.4084 rad/s. Como entrada para el control del dispositivo se usó el flujo de potencia activa en la línea 75 – 84.

Con  $T_{Q-TCSC} = 15$  s y  $T_{2-TCSC} = 0.06$  se obtuvieron los siguientes parámetros  $K_{TCSC}$  y  $T_{1-TCSC}$ .

$$K_{TCSC} = 0.3466$$

$$T_{1-TCSC} = 5.6332 \times 10^{-02}$$

con el control del TCSC instalado se obtuvieron los siguientes valores propios,

$$-2.1027 \pm j3.7487$$

$$-6.9900 \pm j6.4084$$

En las Tablas 5.8 y 5.9 se resumen los parámetros de los diferentes controles y la modificación de los modos electromecánicos conforme se instalaron los controles.

Tabla 5.8: Parámetros de controles			
PSS <sub>33</sub>	PSS <sub>5</sub>	PSS <sub>1</sub>	C <sub>TCSC</sub>
K = 12.3721	K = 64.4993	K = 79.0215	K = 0.3466
T <sub>Q</sub> = 7.5	T <sub>Q</sub> = 15	T <sub>Q</sub> = 15	T <sub>Q</sub> = 15
T <sub>1</sub> = 2.0819x10 <sup>-02</sup>	T <sub>1</sub> = 9.5311x10 <sup>-02</sup>	T <sub>1</sub> = 2.1020x10 <sup>-01</sup>	T <sub>1</sub> = 5.6332x10 <sup>-02</sup>
T <sub>2</sub> = 0.06	T <sub>2</sub> = 0.025	T <sub>2</sub> = 0.06	T <sub>2</sub> = 0.06

Tabla 5.9: Evolución de los modos electromecánicos				
Caso base	PSS <sub>33</sub>	PSS <sub>5</sub>	PSS <sub>1</sub>	C <sub>TCSC</sub>
-0.4536±j3.6069	-1.0 ± j3.6000	-0.9975 ± j3.5942	-2.0994 ± j3.7524	-2.1027 ± j3.7487
-0.3999±j6.4702	-0.4003 ± j6.4703	-6.9949 ± j6.4515	-6.9621 ± j6.4084	-6.9900 ± j6.4084

### 5.4.5 Simulaciones en el tiempo

Para comprobar la efectividad de los controles previamente diseñados se realizaron simulaciones no-lineales en el tiempo, sometiendo al sistema a diferentes fallas y puntos de operación.

En las Figs. 5.27 – 5.30 se muestra la respuesta transitoria considerando un cortocircuito trifásico en el nodo 59 en  $t = 1$  s y un tiempo de liberación de 0.1 s.

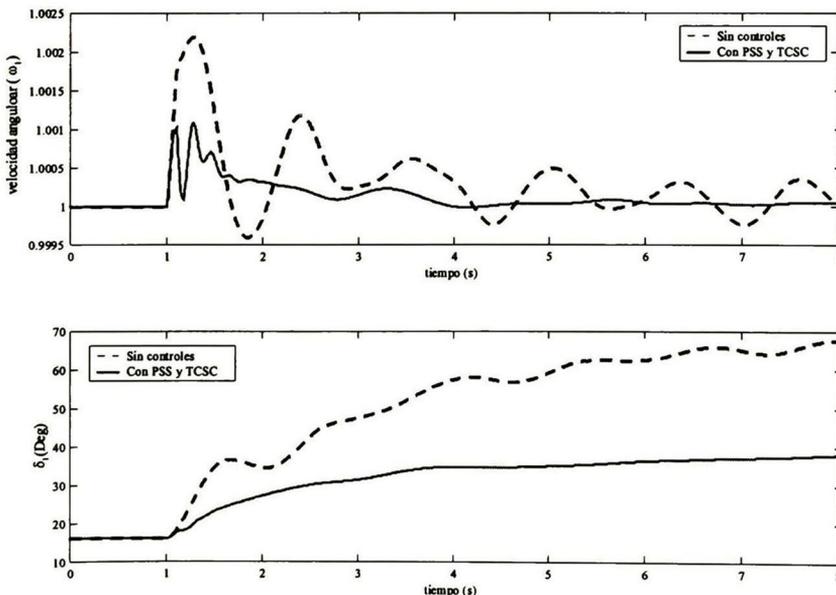


Fig. 5.27 Velocidad y ángulo de la máquina 1

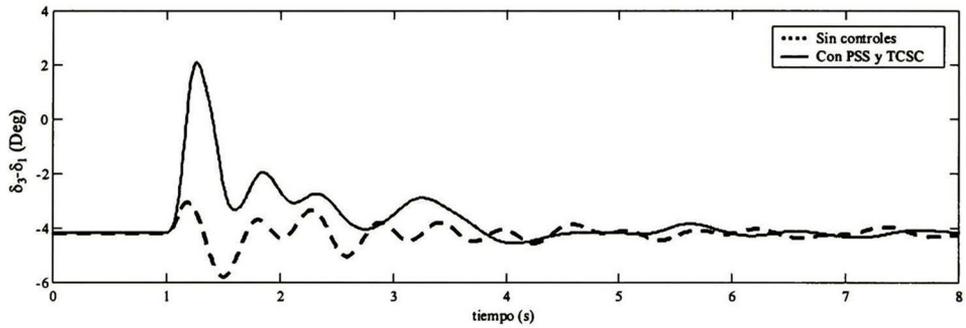
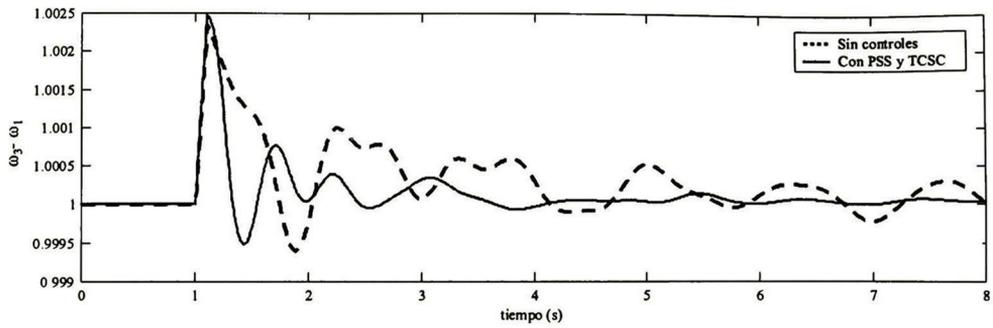


Fig. 5.28 Velocidad y ángulo relativo de la máquina 3

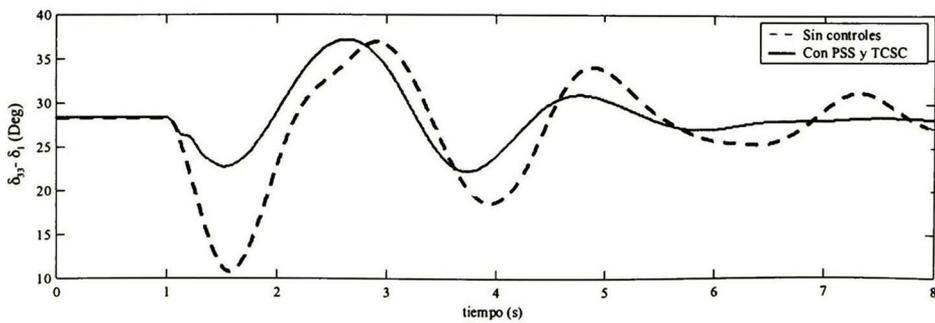
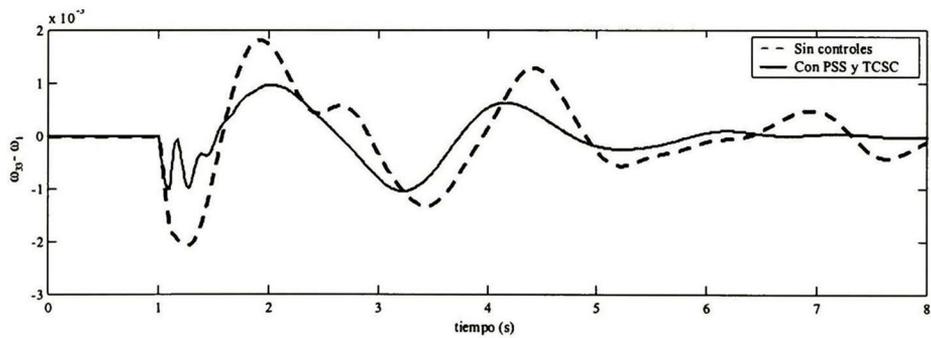


Fig. 5.29 Velocidad relativa y ángulo relativo, máquina 33

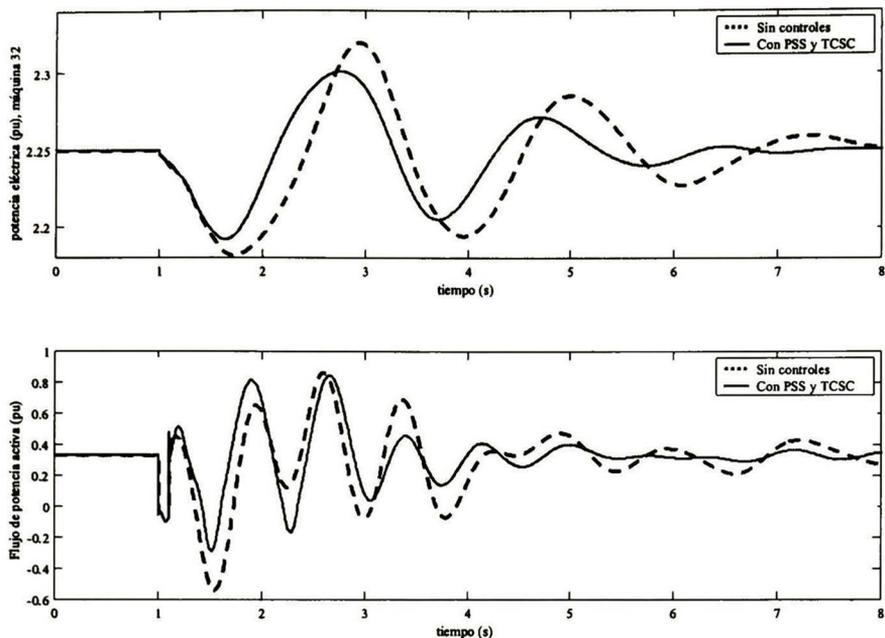


Fig. 5.30 Potencia eléctrica en la máquina 32 y flujo de potencia activa en la línea 75-84

El TCSC utilizado para este sistema tiene un punto de resonancia en aproximadamente  $45^\circ$ . El rango de operación para este dispositivo fué limitado para valores de  $\alpha$  entre  $48^\circ$  y  $90^\circ$ . Para ésta perturbación en particular, como se muestra en la Fig. 5.31b, se llegó al límite de operación en tres ocasiones.

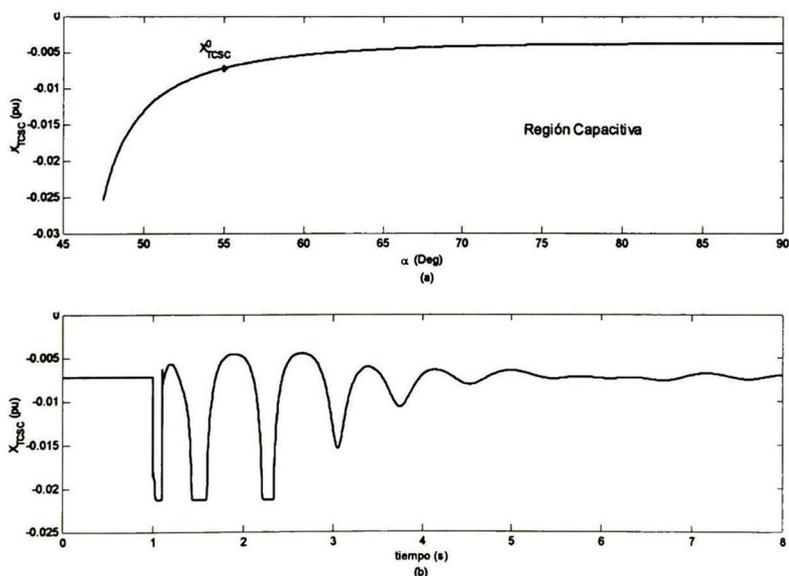


Fig. 5.31 Variación de  $X_{TCSG}$

En las Figs. 5.32 – 5.34 se muestra la respuesta transitoria, cuando el sistema es sometido a un cortocircuito en el nodo 75 en un tiempo  $t = 1$  s y un tiempo de liberación de 0.1 s.

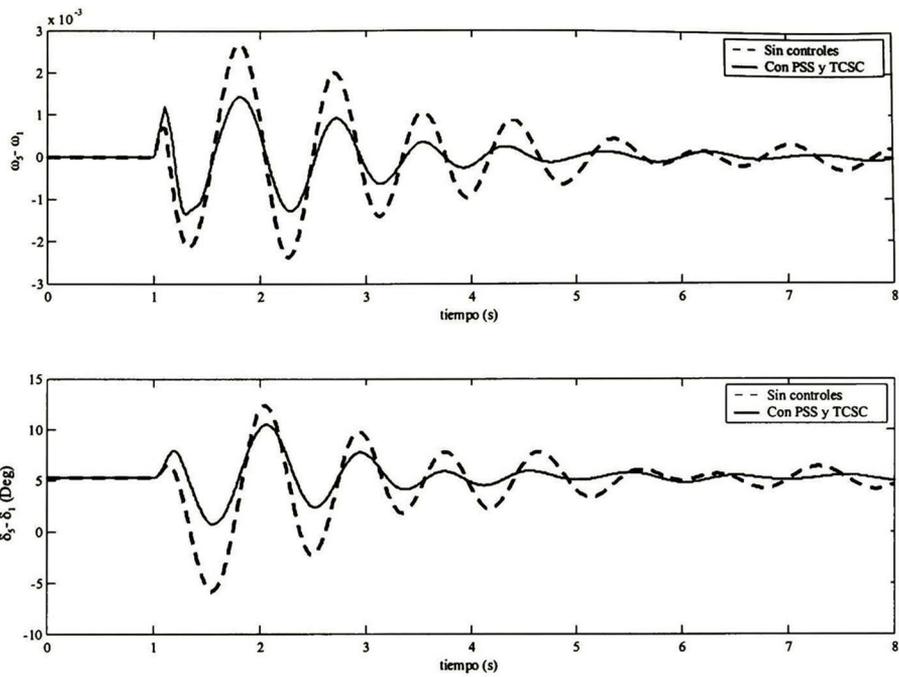


Fig. 5.32 Velocidad relativa y ángulo relativo de la maq. 5 con falla en el nodo 75

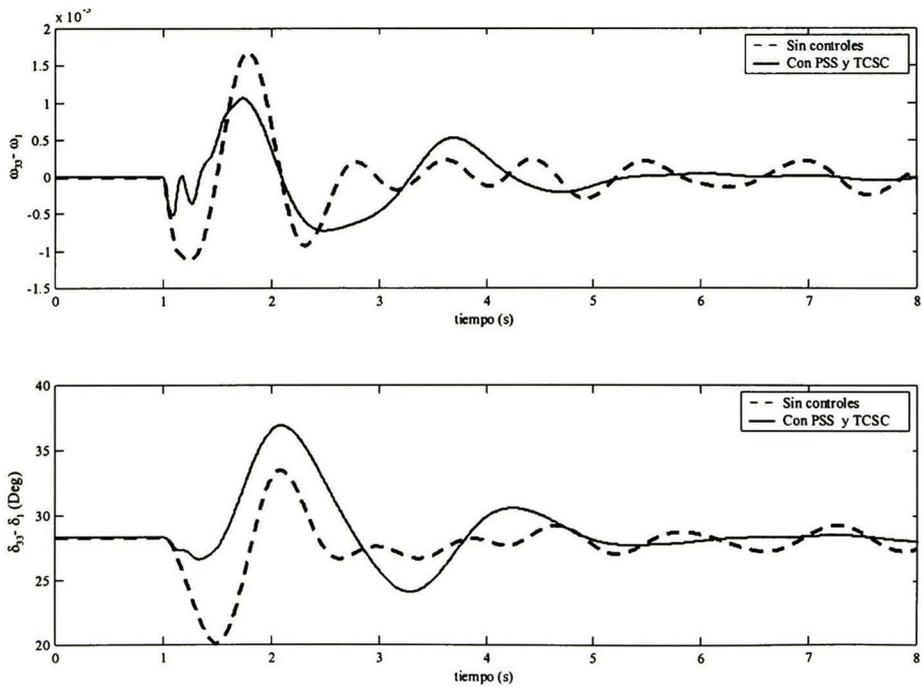


Fig. 5.33 Velocidad relativa y ángulo relativo de la maq. 33 con falla en el nodo 75

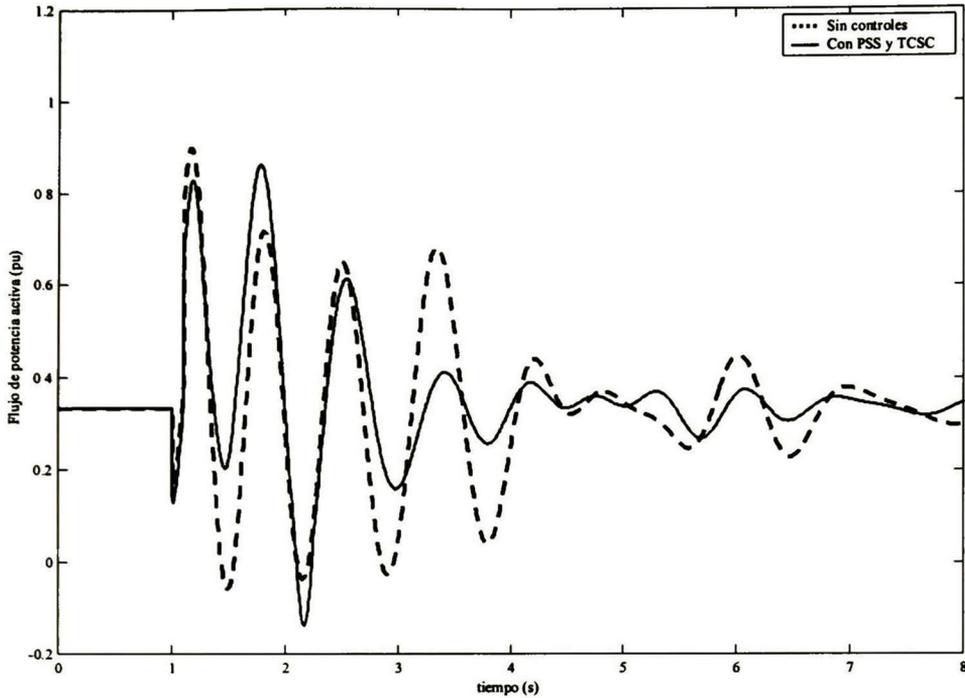


Fig. 5.34 Flujo de potencia activa en la línea 75 – 84

Con el objeto de corroborar la eficiencia de los controles diseñados el sistema fué sometido a una falla más severa. Primero se aplicó un cortocircuito en el nodo 59 en un  $t = 1$  s y el disparo de la línea que une los nodos 59 – 92 en  $t = 1.1$  s. Las Figs. 5.35 – 5.37 ilustran el comportamiento dinámico de algunas de las máquinas.

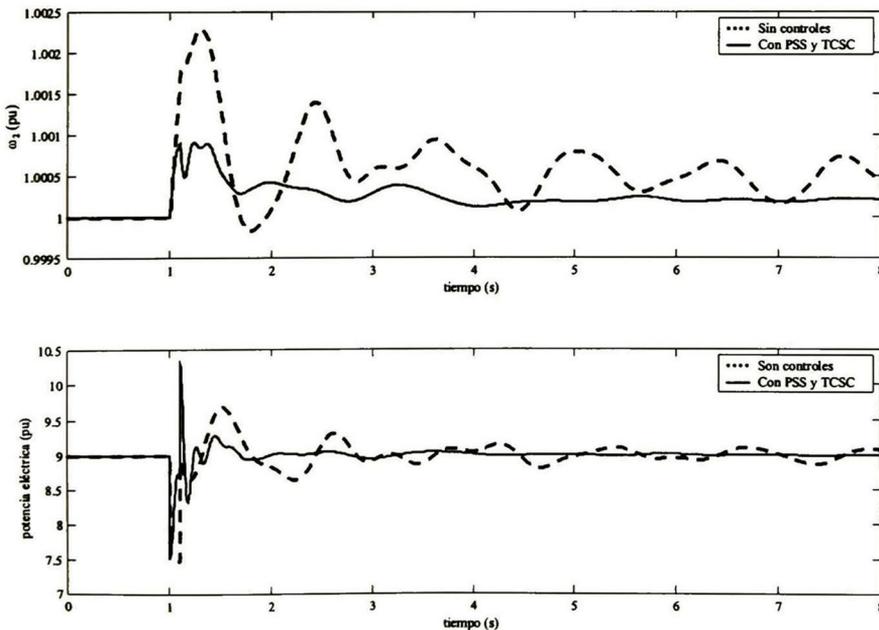


Fig. 5.35 Velocidad y potencia de la máquina 2

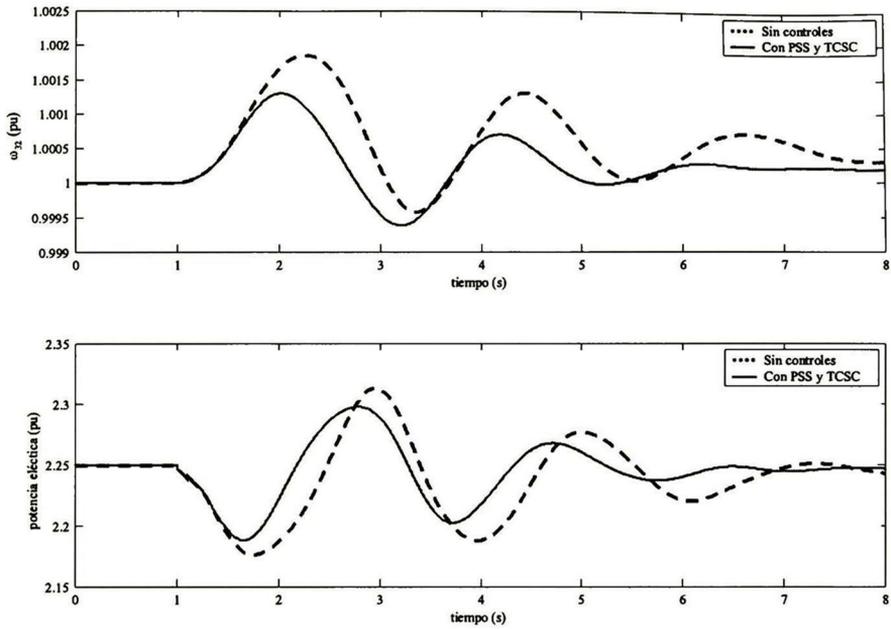


Fig. 5.36 Velocidad y potencia de la máquina 32

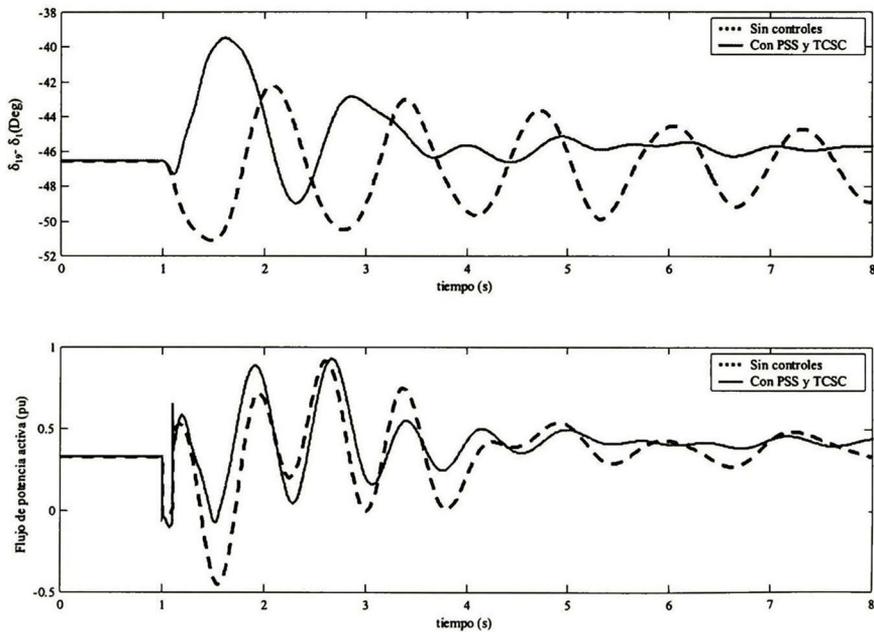


Fig. 5.37 Ángulo relativo de la máquina 19 y flujo de potencia en la línea 75-84

Para mostrar el desempeño de los controles se consideró un nuevo punto de operación. La generación y la carga activa se incrementaron un 15%, mientras que la carga reactiva un 10%.

Para este nuevo punto de operación se consideró un cortocircito trifásico en el nodo 75 en  $t = 1$  s y el disparo de la línea que conecta los nodos 75 – 76 en  $t = 1$ . La respuesta dinámica para algunas de las máquinas se muestra en las Figs. 5.38 – 5.40.

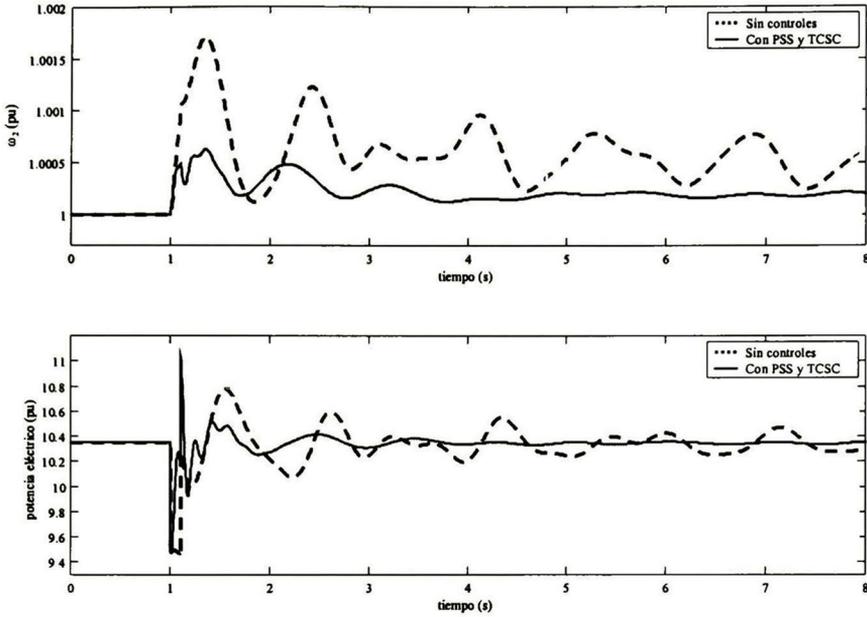


Fig. 5.38 Velocidad y potencia eléctrica de la máquina 2

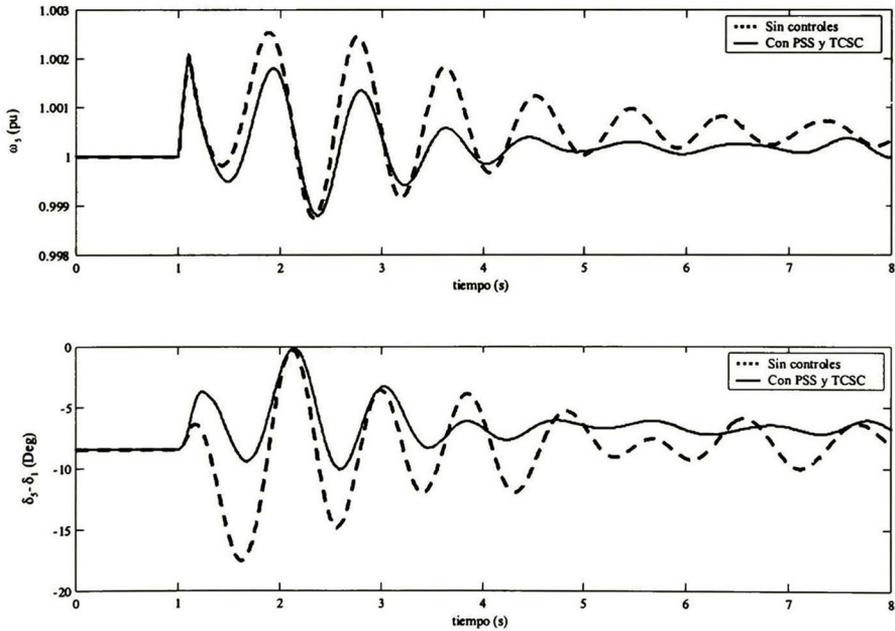


Fig. 5.39 Velocidad y ángulo relativo de la máquina 5

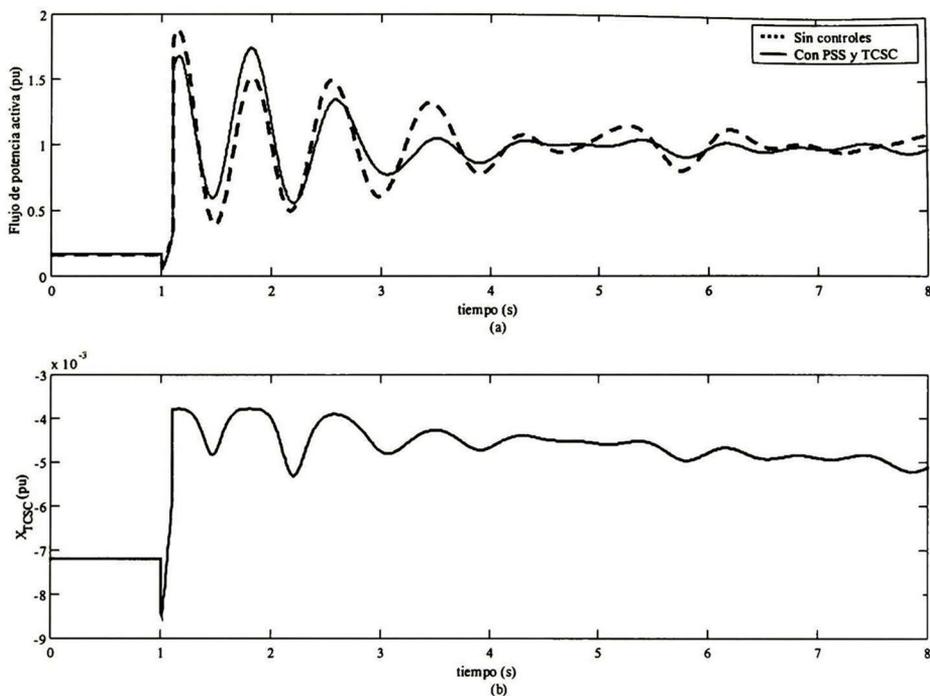


Fig. 5.40 a) Flujo de potencia activa en la línea 75-84; b) Variación de  $X_{TCSC}$

En los gráficos anteriores se mostró el comportamiento dinámico del sistema cuando éste fue sometido a diferentes fallas como fueron, cortocircuito trifásico y disparo de una línea, además de la aplicación de estas mismas perturbaciones con un nuevo punto de operación. Para todos los casos se obtuvieron resultados bastante aceptables.

## 5.5 Conclusiones

En este capítulo se propuso una metodología sistemática para la sintonización de controles basada en un criterio de minimización. Una de las características más importantes de la técnica es que permite el diseño de controles capaces de obtener un buen desempeño bajo diferentes condiciones de operación, siendo además aplicable a sistemas de grandes dimensiones.

Con las simulaciones realizadas en el tiempo se demuestra la ventaja de contar con controles debidamente coordinados para mitigar oscilaciones electromecánicas. Para el ejemplo del sistema de 3 máquinas 9 nodos la efectividad de los controles es muy notable sobre todo para el caso donde se disparó una línea de transmisión. Para este caso el sistema base se hace inestable, mientras que con la instalación de los controles este puede ser todavía estabilizado. Al tener este tipo de estabilizadores los sistemas de potencia pueden ser operados más próximo a sus límites con seguridad, esto se hizo evidente nuevamente con el sistema de 3 máquinas 9 nodos, donde al aumentar un 35% la generación y un 50% y 30% la carga activa y reactiva respectivamente sobre el sistema base, éste se sobrecarga a tal grado que con un pequeño disturbio colapsa. Al instalar los controles el sistema pasó de ser un sistema débil a uno con mayor rango de operación

Con la instalación de un solo controlador no siempre se logra el amortiguamiento deseado por lo que será necesario instalar más de un controlador. Esto se demostró con el sistema de 46 máquinas donde se requirió instalar dos estabilizadores (máquinas 1 y 5) para lograr el amortiguamiento deseado.

El estabilizador propuesto en la Fig. 5.6 para el TCSC puede coordinarse adecuadamente con otros estabilizadores para dispositivos FACTS y con los PSS.

## Referencias

- [1] J. M. Ramírez, "The closed-loop characteristic polynomial as a mean to obtain robust performance of conventional PSS," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2000, vol. 22, no. 4, pp. 259-268.
- [2] P. M. Anderson, A. A. Fouad, *Power Systems Control and Stability*. IEEE Press, 1993.
- [3] P. Kundur, M. Klein, G. J. Rogers, M. S. Zywno, "Application of power system stabilizers for enhancement of overall system stability," *IEEE Trans. Power Systems*, 1989, vol. 11, no. 4, pp.614-626.
- [4] K. R. Padiyar, *Power System Dynamics Stability and Control*, John Wiley and Sons (Asia) Pte. Ltd, 1996.
- [5] P. Kundur, G. K. Morison, "A review of definitios and classification of stability problems in today's power systems", IEEE. PES Meeting, Feb. 2-6, 1997, New York, NY.

---

## CONCLUSIONES

---

La principal motivación de este trabajo es el análisis del capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) y su inclusión en el sistema eléctrico de potencia para mejorar su operación, aspecto que se manifiesta en el aumento del amortiguamiento de las oscilaciones de potencia, incremento en los márgenes de seguridad, y en el control del flujo de potencia a través de las líneas de transmisión. Aquí se ha hecho énfasis en el análisis del dispositivo como tal, así como su aplicación en el mejoramiento de oscilaciones de potencia.

Se mostró que el TCSC se puede modelar por secciones, según el estado de los tiristores, conduciendo a representaciones de estado lineales por secciones, con condiciones iniciales que dependen del ángulo de disparo de los tiristores y el tiempo de apagado. Una ventaja de tal aproximación es que se puede analizar el impacto que provoca la acción de los tiristores en la corriente de línea. Este es un aspecto importante ya que esta corriente puede tornarse como señal de referencia para la sincronización del disparo de los tiristores.

El TCSC es un dispositivo que exhibe un comportamiento dinámico que combina tanto señales continuas en el tiempo, como son el voltaje en el capacitor fijo y la corriente en la inductancia del TCR, como eventos discretos debidos a la acción de conmutación de los tiristores. El concepto del mapa de Poincaré es una herramienta que facilita el análisis del dispositivo, ya que sólo es necesario el muestreo de los estados en cada período, dando como resultado trasladarse totalmente al plano discreto.

Debido a la dinámica combinada del TCSC, el desarrollo de modelos que describan completamente su comportamiento es una labor compleja, que resulta en formulaciones complicadas de implementar. La tendencia elegida se basa en hacer compromisos para modelar el dispositivo de una manera razonablemente precisa. Se han hecho propuestas que conducen a modelos completamente continuos en el tiempo, y otras que llevan a modelos completamente discretos. En este trabajo se analizan dos modelos continuos en el tiempo para el capacitor serie controlado por tiristores, cuya finalidad principal es que no presentan conmutaciones.

El modelo quasi-estático es un modelo que representa al TCSC como una reactancia variable a frecuencia fundamental. Para su desarrollo se propone un análisis basado en la transformada de Laplace para dos estados diferentes del dispositivo: cuando los tiristores están en conducción y cuando no lo están. Se desarrollaron expresiones para voltajes y corrientes, que resultan equivalentes a las presentadas en la literatura. Ya que el modelo quasi-estático se obtiene a partir de las ecuaciones de estado estacionario, éste solamente representa los cambios en el punto de operación, siendo incapaz de proporcionar información sobre el período transitorio del dispositivo entre cambios de puntos de operación.

El segundo modelo desarrollado es el modelo dinámico fasorial que está basado en la dinámica de los coeficientes de Fourier. Este modelo ofrece resultados precisos tanto en el estado transitorio como en el estacionario. Es un modelo computacionalmente más complicado que el modelo quasi-estático, aunque debido a su precisión puede ser de gran utilidad cuando es importante analizar la dinámica interna del dispositivo.

Al comparar el desempeño de estos dos modelos en un estudio de estabilidad transitoria para el problema máquina-barra infinita, se concluye que, desde el punto de vista de la posición y la velocidad angular, en promedio, el comportamiento de ambos modelos es comparable. Debido a esto el modelo quasi-estático del TCSC se propone como un compromiso entre la precisión de resultados y la complejidad computacional, para implementar el dispositivo en programas de estabilidad transitoria.

Se propone una metodología sistemática para la sintonización y coordinación de estabilizadores en sistemas eléctricos de potencia, basada en un criterio de minimización. Una de las características más importantes de la metodología es que permite el diseño de estabilizadores capaces de tener un buen desempeño ante diferentes condiciones de operación. Esta metodología se aplicó al sistema de 3 máquinas y 9 nodos de la WSCC, y a un equivalente de la red nacional de CFE de 46 máquinas y 190 nodos, obteniendo resultados satisfactorios.

Mediante las simulaciones digitales realizadas en el dominio del tiempo se muestra la ventaja de contar con controles debidamente coordinados para mitigar oscilaciones electromecánicas. Para el ejemplo del sistema de 3 máquinas 9 nodos la efectividad de los controles es muy notable sobre todo para el caso donde se disparó una línea de transmisión. Para este sistema, en las condiciones del caso base se presenta un problema de inestabilidad, mientras que en el caso controlado el sistema alcanza un estado estacionario después de la contingencia.

Al utilizar este tipo de estabilizadores los sistemas de potencia pueden ser operados más cerca de sus límites con seguridad, esto se hace evidente nuevamente con el sistema de 3 máquinas 9 nodos, donde al incrementar la carga activa y reactiva, éste se sobrecarga a tal grado que con un pequeño disturbio se torna inestable. Al instalar los estabilizadores coordinados, el sistema sigue siendo estable.

La instalación de un solo controlador no siempre logra el amortiguamiento deseado, por lo que normalmente será necesario instalar más de un controlador. Esto se hace patente en el sistema de 46 máquinas, donde se requiere instalar dos estabilizadores (máquinas 1 y 5) para lograr el amortiguamiento deseado.

El estabilizador propuesto en la Fig. 5.5 para el TCSC puede perfectamente coordinarse con otros estabilizadores para dispositivos FACTS y con los PSS.

Las mayores contribuciones de este trabajo se considera que son las siguientes:

- La presentación y aplicación del mapa de Poincaré de una forma clara y sencilla para estudiar la estabilidad del TCSC.
- Desarrollo completo de dos de los modelos del TCSC de mayor aceptación en la actualidad. Para el modelo quasi-estático se propone un desarrollo basado en la transformada de Laplace, mientras que para el modelo fasorial se propuso un procedimiento para obtener la corrección armónica, obteniéndose en ambos casos expresiones que no concuerdan con las presentadas originalmente. La precisión de los resultados en las simulaciones confirman la validez de los modelos desarrollados.
- Se propone una metodología sistemática para la sintonización y coordinación de estabilizadores, basada en un criterio de minimización. Sus principales características son robustez y aplicabilidad a redes de gran tamaño.

---

## TRABAJOS FUTUROS

---

Los trabajos futuros los cuales pueden dar continuidad a esta tesis son los siguientes:

- La implementación de nuevos modelos precisos para el TCSC, computacionalmente eficientes para su implementación en programas de estabilidad transitoria.
- Un área de mucho interés es la referente al control y coordinación de dispositivos FACTS. Se planea diseñar controles modernos para el TCSC, y coordinarlos con controles tradicionales del tipo atraso-adelanto como los empleados en el presente trabajo. Esto requiere adecuar la metodología de coordinación propuesta para lograr ese objetivo.
- Implementar en laboratorio un dispositivo TCSC con sus respectivos controles y así poder corroborar algunos puntos planteados en éste trabajo.
- Realizar estudios con la finalidad de cuantificar el impacto de la acción de los tiristores en la corriente de la línea, enfatizando el aspecto del contenido armónico y su implicaciones en estudios dinámicos.
- Estudios que muestren el impacto del TCSC en el problema de resonancia subsíncrona.

---

## PUBLICACIONES

---

Durante la realización de esta tesis y hasta la fecha de su elaboración se han sometido y presentado a diferentes congresos y revistas los siguientes trabajos.

- Juan M. Ramírez-Arredondo, Ricardo Dávalos, "TCSC control based on passivity for power system damping enhancement", aceptado para su publicación en el *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*.
- Juan M. Ramírez, Ricardo J. Dávalos, Abraham Valenzuela V., "Use of an optional criterion for coordinating FACTS-based stabilizers", sometido para su publicación en el *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*.
- Juan M. Ramírez, Ricardo J. Dávalos, Abraham Valenzuela V., "Coordination of FACTS-based Stabilizers for Damping Oscillations", sometido para su publicación en la *IEEE Power Engineering Review*.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, "Review of a Quasi-Static and a Dynamic TCSC Model", sometido para su publicación en la *IEEE Power Engineering Review*.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Abraham Valenzuela V., "FACTS-Based Stabilizers Coordination", sometido para su publicación y presentación en el *23th North American Power Symposium, NAPS-2000* a celebrarse en la Universidad de Waterloo, Ontario Canada.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Abraham Valenzuela V., "Comparison of a quasi-static and phasor dynamics TCSC model", sometido para su publicación y presentación en el *23th North American Power Symposium, NAPS-2000* a celebrarse en la Universidad de Waterloo, Ontario Canada.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Pável Zuñiga, "Análisis dinámico del TCSC", aceptado para su publicación y presentación en el *SOMI XV* (Sociedad Mexicana de Instrumentación), a celebrarse en Octubre del 2000.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Pável Zuñiga, "Estudio del TCSC mediante un modelo en espacio de estado", aceptado para su publicación y presentación en el *SOMI XV* (Sociedad Mexicana de Instrumentación), a celebrarse en Octubre del 2000.
- Juan M. Ramírez, Abraham Valenzuela V., Ricardo Dávalos M., "Metología para coordinar controladores en sistemas eléctricos de potencia", presentado y publicado en la memoria de la XIII Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial 2000 celebrada en Julio del 2000.
- Abraham Valenzuela V. Juan M. Ramírez, Ricardo Dávalos M., "Análisis del UPFC en estado estacionario", presentado y publicado en la memoria de la XIII Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial 2000 celebrada en Julio del 2000.
- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Abraham Valenzuela V., "Análisis de estabilidad del TCSC

mediante el mapa de Poincaré”, presentado y publicado en la memoria de la XIII Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial 2000 celebrada en Julio del 2000.

- Ricardo J. Dávalos, Juan M. Ramírez, Abraham Valenzuela V., “Modelado del TCSC para estado estacionario y dinámico”, presentado y publicado en la memoria de la XIII Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial 2000 celebrada en Julio del 2000.
- Ricardo J. Dávalos, Abraham Valenzuela V., Juan M. Ramírez, “Uso de modernas herramientas computacionales para el estudio dinámico de redes eléctricas”, presentado y publicado en la memoria de la XII Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial 1999 celebrada en Julio de 1999.
- Juan M. Ramírez, Ixtláhuatl Coronado, Pável Zuñiga, Ricardo Dávalos, Abraham Valenzuela, Isidro Castillo, “El reto de la operación y el control de una red eléctrica de potencia”, aceptado para su publicación en la revista *avance y perspectiva*.



## CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN UNIDAD GUADALAJARA

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: "Modelado y análisis dinámico del TCSC y su aplicación para mejorar el comportamiento electromecánico en redes eléctricas" que presenta el C. Ricardo Jorge Dávalos Marín el día 11 de agosto de 2000.

---

Dr. Arturo Román Messina  
Investigador Cinvestav 3 A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara.

---

Dr. Juan Manuel Ramírez Arredondo  
Investigador Cinvestav 3 A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara.

---

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda  
Investigador Cinvestav 2 C  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara.



CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003854