xx (104950.1)

CINVESTAV

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
Unidad Guadalajara

MODELADO DE CONDICIONES NO LINEALES PARA EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

Tesis que presenta

PABLO GÓMEZ ZAMORANO

Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

En la especialidad de
Ingeniería Eléctrica

Guadalajara, Jalisco, Agosto del 2002

MODELADO DE CONDICIONES NO LINEALES PARA EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica

Por:

PABLO GÓMEZ ZAMORANO

Ingeniero Mecánico Electricista

Universidad Autónoma de Coahuila, 1994-1999

Becario de CONACyT expediente No. 157984

Director de Tesis:

Dr. Pablo Moreno Villalobos

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto del 2002

RESUMEN

En este trabajo se describe un método para el análisis de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas multiconductoras empleando la Transformada Numérica de Laplace (TNL).

Dada la dificultad que representa en el dominio de la frecuencia la inclusión de condiciones no lineales, se propone un procedimiento basado en el Principio de Superposición para enfrentar estos problemas. El método se aplica al modelado de maniobras de interruptores y elementos no-lineales. Las maniobras de interruptores se modelan como problemas de condiciones iniciales inyectando fuentes de corriente, mientras que en el caso de los elementos no lineales, se realiza una aproximación piezo-lineal de la característica v-i que reduce el problema a una secuencia de maniobras de interruptores.

Se presentan varias aplicaciones a casos prácticos comparando los resultados con los que se obtienen en el dominio del tiempo empleando el EMTDC y el ATP. Finalmente, los métodos anteriores se aplican al desarrollo de estudios estadísticos de sobretensiones para la coordinación del aislamiento.

AGRADECIMIENTOS

A lo largo de la elaboración de este trabajo de tesis he enfrentado numerosos obstáculos, pero las satisfacciones obtenidas han sido mucho mayores. Es ahora que se me presenta la oportunidad de agradecer a todos aquellos que, con su apoyo y paciencia, hicieron este trabajo posible.

Quiero agradecer en primer lugar a Dios por otorgarme muchas más bendiciones de las que pudiera merecer. Un infinito agradecimiento a mi madre por su amor y su apoyo incondicionales; al igual que a mi padre por su ejemplo de trabajo, disciplina y constancia, y a mis hermanos por brindarme su amistad y su apoyo. Un agradecimiento muy especial a mi tía Lupita por su hospitalidad durante todo este tiempo, además de su cariño y todos sus consejos.

De igual forma quisiera agradecer a las personas que más me apoyaron dentro de esta institución: al Dr. Pablo Moreno, mi asesor en este trabajo de tesis, por su enorme paciencia y su confianza; al Dr. José Luis Naredo, por fomentar en mi un gran interés en el área de los transitorios electromagnéticos, además de su gran apoyo y sus consejos, y a todos los demás profesores que en algún momento me instruyeron o apoyaron profesionalmente. También doy gracias a mis compañeros y amigos durante esta etapa de estudios.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado para el desarrollo de este trabajo.

Dedico este trabajo a la persona que con mayor ímpetu me apoyó en mis momentos de descreimiento, que fueron muchos. Sin su ayuda, jamás hubiera sido posible la realización de este trabajo, que le pertenece tanto como a mí. Muchísimas gracias Carla.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

1 INTRODUCCIÓN

Los fenómenos transitorios aparecen al ocurrir transiciones de un estado estable a otro. Las causas fundamentales de estos disturbios en un sistema de potencia son:

- Maniobras de interruptores u otros equipos de switcheo.
- Descargas atmosféricas.
- Ocurrencia o liberación de fallas en las líneas de transmisión.

Los fenómenos electromagnéticos consecuentes son ondas viajeras en las líneas o cables y oscilaciones entre inductores y capacitores del sistema. La severidad de las oscilaciones está determinada por las impedancias características y los tiempos de viaje de las líneas interconectadas.

Los sobrevoltajes ocasionados por los fenómenos transitorios pueden llegar a magnitudes peligrosas para el sistema. Las características de estas sobretensiones, su amplitud, frecuencia y puntos de ocurrencia afectan el diseño del aislamiento de las líneas de transmisión, la selección de los equipos y la operación del sistema, por lo que se hace necesario un conocimiento profundo de este tipo de disturbios en la etapa de diseño de los sistemas de transmisión.

H. W. Dommel desarrolló en 1968 un programa basado en el método de "Bergeron" para la solución de transitorios electromagnéticos en el dominio del tiempo [1], el cual se conoce como "Electromagnetic Transient Program" (EMTP). Este programa es muy eficiente desde el punto de vista computacional, logrando simular de manera precisa las condiciones transitorias en los sistemas de potencia, además de permitir la inclusión de dispositivos de control. Posteriormente surgieron versiones alternas al EMTP, como lo son el "Alternative Transient Program" (ATP) implementado por S. Meyer en 1974 y el "ElectroMagnetic Transients for Direct Current" (EMTDC) desarrollado inicialmente en el Centro de Investigación de Corriente Directa de la Universidad de Manitoba por D. Woodford en 1975.

No obstante la versatilidad de los métodos en el dominio del tiempo, éstos presentan dificultades para incluir la dependencia frecuencial de los parámetros de las líneas de transmisión. Para salvar esta dificultad se han propuesto diferentes técnicas. A continuación se describen las más importantes:

- Los primeros 2 trabajos en el dominio del tiempo que incluyeron dependencia frecuencial en los parámetros de una línea monofásica fueron desarrollados por Budner [2] en 1970 y Snelson [3] en 1972, cuyos modelos se basan en una representación de dos puertos. La solución de las ecuaciones de propagación de la línea se lleva a cabo mediante convoluciones largas entre funciones de peso de la matriz de transferencia y los voltajes y corrientes correspondientes.
- En 1974, Meyer y Dommel aplicaron la técnica de convoluciones largas, desarrollada por Snelson, para la inclusión de la dependencia frecuencial de las líneas de transmisión en el EMTP [32]. Dado que este programa está basado en la regla de integración trapezoidal, las convoluciones se resuelven numéricamente utilizando esta regla.
- En 1975, Semlyen y Dabuleanu propusieron un método para la solución recursiva de las convoluciones [4]. Este criterio, junto con el análisis modal, fue aplicado al modelado de líneas multiconductoras, considerando matrices de transformación modal reales y constantes.
- En 1982, J. Martí propuso un modelo en el cual las terminales de la línea se consideran conectadas a una red que representa la impedancia característica de la línea para un rango completo de frecuencias [5]. La impedancia característica y la función de propagación se sintetizan empleando funciones racionales cuyos polos y ceros se obtienen por medio del método de Bode. Originalmente este modelo consideraba matrices de transformación reales y constantes.
- En 1988 L. Martí propuso una técnica para tomar en cuenta la dependencia frecuencial de las matrices de transformación [6]. Al igual que la admitancia característica y la función de propagación, las matrices de transformación se sintetizan por medio de funciones racionales. Este método fue implementado para cables subterráneos y aparentemente no ha podido extenderse con éxito a líneas aéreas.
- Gustavsen y Semlyen propusieron en 1998 un modelo híbrido que separa la matriz de propagación en dos partes para obtener funciones suavizadas en la frecuencia [7].

Adicionalmente, estos autores aplicaron una técnica denominada Ajuste Vectorial, en la cual todos los elementos de cada columna de la matriz se ajustan usando los mismos polos.

- En 1997 Castellanos y J. Martí propusieron un método en el dominio de fases denominado Linea-Z [8]. En este modelo la línea se divide en segmentos de línea ideal y las pérdidas al igual que la dependencia frecuencial se insertan por medio de bloques entre los segmentos. La dependencia frecuencial se sintetiza usando funciones racionales.
- Nguyen, et al, desarrollaron en 1997 un modelo de la línea de transmisión en el cual las matrices de admitancia característica y de función de propagación se sintetizan en el dominio de fases [9].
- Basándose en la técnica de descomposición de idempotentes propuesta por Wedepohl [31], J. Martí y Castellanos propusieron en 1995 un método en el cual todos los retardos modales pueden desacoplarse y extraerse de la matriz de propagación de la línea [10].
- En 1997 Marcano y L. Martí desarrollaron completamente el modelo de idempotentes [11].
- En 1999 Morched et al, combinaron la técnica de idempotentes con el Ajuste Vectorial en lo que denominaron "Modelo Universal de la Línea de Transmisión" [12]. Este modelo prácticamente resuelve el problema del modelado de líneas multiconductoras homogéneas con dependencia frecuencial.

Estos avances logrados en los últimos años son considerables; sin embargo, debe tomarse en cuenta que aún los modelos más avanzados tienen que introducir consideraciones y parámetros de ajuste que suelen ser complicados en su elección. Además, los cálculos se basan en aproximaciones que pueden producir errores al tratar con sistemas altamente dependientes de la frecuencia. Esto justifica el desarrollo de técnicas en el dominio de la frecuencia, en las cuales la dependencia frecuencial de los parámetros de las líneas de transmisión se puede tomar en cuenta de manera muy sencilla.

Los primeros trabajos sobre el análisis de transitorios en el dominio de la frecuencia fueron presentados por S. J. Day et al [22] y L. M. Wedepohl [13]. Estos trabajos se basan en la evaluación numérica de la Transformada de Laplace para la obtención de la respuesta en frecuencia de líneas de transmisión multiconductoras. La implementación del algoritmo de Cooley-Tukey o Transformada Rápida de Fourier (TRF) [14] produjo un gran avance en la eficiencia de la computación numérica de la Transformada de Laplace.

Desafortunadamente, los métodos en el dominio de la frecuencia requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo; por tanto, cuando existen cambios en la topología de la red o elementos no lineales, estos métodos presentan dificultades en su aplicación.

De lo anterior, los objetivos primarios de esta tesis son:

- El desarrollo de un método de análisis en el dominio de la frecuencia basado en la Transformada Numérica de Laplace (TNL) [15] que permita considerar cambios en la topología de la red y en los valores de los elementos a través del tiempo.
- La aplicación del método a la simulación de transitorios en redes de transmisión y al estudio estadístico de sobretensiones transitorias.
- Realizar una comparación de los resultados obtenidos entre la técnica desarrollada y los programas comerciales más importantes para la simulación de transitorios en el dominio del tiempo.

La tesis se divide en seis capítulos. A continuación se proporciona una breve descripción de cada uno de ellos.

El capítulo 1 lo conforma la presente introducción

El capítulo 2 presenta una revisión de la Transformada Numérica de Laplace, además de la inclusión de nuevas técnicas para mejorar los algoritmos existentes y una evaluación de los errores generados en la inversión de la TNL.

El capítulo 3 presenta una metodología para el análisis de transitorios por maniobra en un sistema de transmisión, la cual se basa en el Principio de Superposición. El procedimiento general consiste en sumar la respuesta del sistema bajo ciertas condiciones iniciales a otra que se debe únicamente a las condiciones impuestas por la inyección de alguna fuente de corriente o voltaje.

En el capítulo 4 se extiende el método al modelado de elementos no lineales, aproximando en forma piezolineal la característica v-i de estos elementos. Una vez que se realiza esta aproximación, el procedimiento de simulación se reduce a una secuencia de cierres y aperturas de interruptores.

El capítulo 5 presenta la aplicación de los métodos al Análisis Estadístico de Sobretensiones basado en el Método de Monte Carlo. Para ello se simulan una serie de eventos de cierre secuencial con tiempos de aplicación generados en forma aleatoria. Esto se realiza bajo diferentes condiciones de operación de los interruptores.

Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones de este trabajo de tesis, así como aportaciones y recomendaciones para trabajos futuros.

2 LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

2.1 Introducción

La transformada de Laplace es una herramienta de análisis de gran utilidad en aplicaciones de ciencia e ingeniería donde se requiera la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, así como de ecuaciones integrales. La idea básica de un método de transformación es que las ecuaciones en el dominio imagen son más simples que las originales. Por lo tanto, es relativamente más sencillo obtener la solución de la imagen. Una vez que se conoce ésta, es necesario invertir para volver al dominio original y obtener así la solución deseada. En el caso de la transformada de Laplace se utilizan tradicionalmente, para este propósito, tablas de transformación y propiedades. Desafortunadamente, no siempre es posible encontrar la inversa en tablas ni analíticamente, debido a que la función original puede ser demasiado compleja o puede no estar definida de manera analítica, sino por medio de gráficas, mediciones experimentales, por secciones o en forma discreta. Estas circunstancias pueden superarse mediante la aplicación de algoritmos numéricos [14, 15, 16].

2.2 Respuesta en Frecuencia de Sistemas Lineales

En un sistema lineal de parámetros concentrados, la relación entre la función de excitación y la función de respuesta puede describirse por medio de ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes de la forma:

$$b_n \frac{d^n f(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} + \cdots b_0 f(t) = g(t) \tag{2.1}$$

Expresando la ecuación (2.1) en forma operacional se tiene:

$$T(D) f(t) = g(t), \tag{2.2}$$

donde:

g(t) = función de excitación,

f(t) = función de respuesta, y

$$T(D) = b_n \frac{d^n}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + b_0 . \tag{2.3}$$

Si los parámetros del sistema son dependientes de la frecuencia, la ecuación (2.2) puede escribirse como:

$$T(D,t) * f(t) = g(t) , \tag{2.4a}$$

donde:

$$T(D,t) = b_n(t) * \frac{d^n}{dt^n} + b_{n-1}(t) * \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + b_0 \tag{2.4b}$$

La solución de (2.4a) se encuentra aplicando la transformada de Laplace, la cual se define como:

$$F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \tag{2.5a}$$

y su inversa:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \tag{2.5b}$$

Sustituyendo $s=c+j\omega$ en (2.5a) y (2.5b):

$$F(c + j\omega) = \int_0^\infty \left[f(t) e^{-ct} \right] e^{-j\omega t} dt \tag{2.6a}$$

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{2.6b}$$

donde ω es la frecuencia angular y c es una constante de amortiguamiento. Puede observarse que si c es igual a cero, (2.6a) y (2.6b) corresponden a las transformadas de Fourier para *f(t)* causal:

$$F(j\omega) = \int_0^\infty f(t) e^{-j\omega t} dt \tag{2.7a}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{2.7b}$$

Transformando la ecuación (2.4a) al dominio de Laplace:

$$T(s)F(s) = G(s) \tag{2.8}$$

De (2.8), la respuesta del sistema a la excitación *G(s)* es:

$$F(s) = T(s)^{-1} G(s) \tag{2.9}$$

La respuesta en el dominio del tiempo se obtiene aplicando a (2.9) la transformada inversa de Laplace dada por (2.6b):

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(s)^{-1} G(s) e^{j\omega t} d\omega \tag{2.10}$$

La solución de la ecuación (2.10) en forma analítica puede ser muy difícil o imposible para sistemas cuyos parámetros dependen en forma no lineal de la frecuencia, como es el caso de las líneas de transmisión. La forma de superar este obstáculo es evaluando numéricamente a (2.10). Sin embargo, esto ocasiona errores por la discretización y el truncamiento del espectro de frecuencia [16].

2.3 Errores Presentados en la Inversión Numérica de la Transformada de Laplace.

2.3.1 Truncamiento

Se asumirá en esta sección que *f(t)* es integrable en [-∞, ∞] y que $c = 0$. El uso de c como constante de amortiguamiento se introducirá en la sección 2.3.2.

Para evaluar numéricamente la ecuación (2.7b), los límites de integración deben truncarse en un rango finito, por ejemplo [-Ω, Ω]:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{2.11}$$

La ecuación anterior puede representarse como:

$$f'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \,, \tag{2.12}$$

donde:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & -\Omega < \omega < \Omega \\ 0, & \Omega < \omega < -\Omega \end{cases} \tag{2.13}$$

De (2.7b) y (2.12):

$$F'(j\omega) = F(j\omega) H(\omega) \tag{2.14a}$$

y del teorema de la convolución:

$$f'(t) = f(t) * h(t) \,, \tag{2.14b}$$

donde *h(t)* es la transformada inversa de Laplace de $H(\omega)$:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} e^{j\omega t} d\omega \tag{2.15}$$

$$h(t) = \frac{\Omega}{\pi} \frac{\operatorname{sen}(\Omega t)}{\Omega t} = \frac{\Omega}{\pi} \operatorname{sinc}(\Omega t) \tag{2.16}$$

Para visualizar el efecto del truncamiento del rango de integración, considérese *f(t)* como una función escalón unitario. La forma de onda obtenida al convolucionar *f(t)* y *h(t)* se muestra en la fig. 2.1. Pueden observarse en ella oscilaciones en la cercanía de la discontinuidad. Estas oscilaciones son conocidas como "fenómeno de Gibbs", y pueden ser reducidas mediante el empleo de funciones de peso conocidas como "ventanas" o filtros. La técnica consiste en efectuar en cada instante de tiempo un promedio de la función *f'(t)* multiplicada por la función ventana $\sigma(t)$ en el periodo de las oscilaciones, de tal manera que se obtenga una función $f_\sigma(t)$ menos oscilatoria que *f'(t)*:

$$f_\sigma(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} f'(t) \sigma(t) dt \tag{2.17}$$

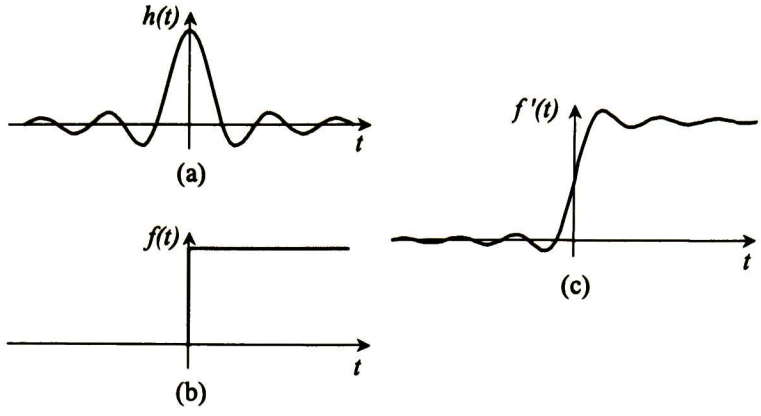


Figura 2.1. Convolución de *f(t)* y *h(t)*.

A continuación se presentan las funciones ventana más utilizadas en el estudio de fenómenos transitorios.

2.3.1.1 Ventana de Lanczos.

Debido al truncamiento, el valor de *f(t)* es incierto en el periodo $T = 2\pi/\Omega$. Lanczos propuso que se realizara un promedio de la función en dicho periodo. En este caso la función de peso es un rectángulo, y la ecuación (2.17) queda como sigue:

$$f_\sigma(t) = \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t-\pi/\Omega}^{t+\pi/\Omega} f'(t)dt \tag{2.18}$$

Sustituyendo (2.11) en (2.18) e intercambiando el orden de integración:

$$f_\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega)\sigma(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{2.19}$$

donde:

$$\sigma(\omega) = \frac{\operatorname{sen}(\pi\omega/\Omega)}{\pi\omega/\Omega} \tag{2.20}$$

La función $\sigma(\omega)$ es la ventana de Lanczos, cuya gráfica se muestra en la fig. 2.2

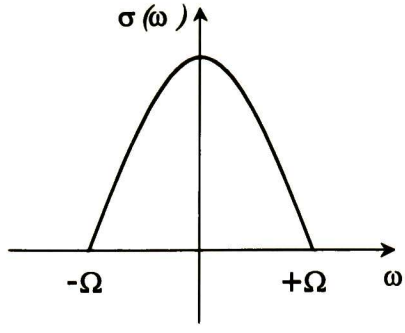


Figura 2.2. Ventana de Lanczos.

De la comparación de (2.11) y (2.19) puede observarse que el uso de una función ventana consiste simplemente en introducir $\sigma(\omega)$ al integrando para atenuar los componentes de alta frecuencia de la señal.

2.3.1.2 Ventana de Hamming

Hamming propuso una función ventana de la forma general:

$$\sigma(\omega) = \alpha + (1-\alpha)\cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right), \tag{2.21}$$

cuya función en el tiempo está dada por:

$$\sigma(t) = \alpha\delta(t) + \frac{1-\alpha}{2}\delta\left(t+\frac{\pi}{\Omega}\right) + \frac{1-\alpha}{2}\delta\left(t-\frac{\pi}{\Omega}\right), \tag{2.22}$$

donde $\alpha = 0.54$ [16]. En la fig. 2.3 se muestra la gráfica de la ventana de Hamming en el dominio la frecuencia.

Aplicando un valor de $\alpha = 0.5$ a la forma general de la ventana de Hamming se encuentra la ventana de Von Hann o Hanning:

$$\sigma(\omega) = \frac{1+\cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right)}{2} \tag{2.23}$$

Esta ventana ha demostrado proporcionar resultados muy satisfactorios en el estudio de fenómenos transitorios [29].

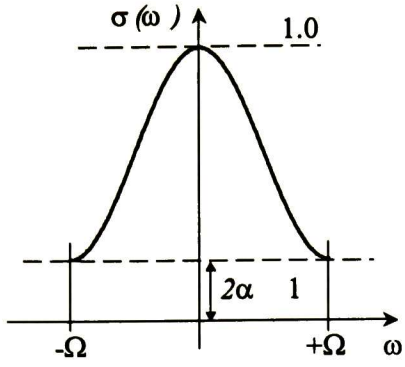


Figura 2.3. Ventana de Hamming.

2.3.2 Discretización.

Considérese la discretización de (2.7b) sin truncamiento:

$$f_1(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(jn\Delta\omega) e^{jn\Delta\omega t} \tag{2.24}$$

Utilizando la propiedad de muestreo de un tren de pulsos, puede convertirse a $f_1(t)$ en:

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) G(\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{2.25}$$

siendo $G(\omega)$ el tren de pulsos:

$$G(\omega) = \Delta\omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\Delta\omega), \tag{2.26}$$

cuya transformada inversa de Fourier está dada por:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \tag{2.27}$$

De la definición de la transformada de Fourier y de (2.25):

$$F_1(j\omega) = F(j\omega) G(\omega) \tag{2.28}$$

Empleando el teorema de la convolución, la aproximación $f_1(t)$ está dada por la convolución de $f(t)$ y $g(t)$:

$$f_1(t) = f(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - nT) \tag{2.29}$$

La ecuación (2.29) indica que $f_1(t)$ está constituida por una superposición de $f(t)$ y sus desplazamientos $f(t+T)$, $f(t+2T)$, etc, como se muestra en la fig. 2.4. Esto ocasiona el error por discretización o encimamiento. Para reducir este error se multiplica $f(t)$ por un factor de amortiguamiento exp($-ct$), de tal forma que $f(t)$ tienda a cero para valores de t mayores al periodo T. La exactitud con la que $f_1(t)$ aproxime a $f(t)$ dependerá de la elección de la constante c, como se discutirá en la sección 2.5.2.

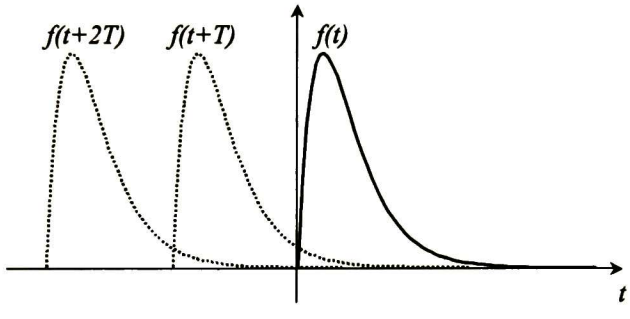


Figura 2.4. Representación de $f_1(t)$ como una serie de encimamientos de $f(t)$ y sus desplazamientos.

2.4 El Par de Transformadas Numéricas de Laplace.

2.4.1 Transformada Inversa

Si se considera un sistema causal con señales de entrada reales y medibles, la ecuación (2.6b) puede expresarse de la siguiente forma:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{\pi} \mathrm{Re}\left\{ \int_0^{\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \tag{2.30}$$

Tomando un rango finito de integración [0, Ω] e incorporando la función ventana $\sigma(\omega)$ se tiene:

$$f(t) \cong \frac{e^{ct}}{\pi} \mathrm{Re}\left\{ \int_0^{\Omega} F(c + j\omega)\sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \tag{2.31}$$

La evaluación numérica de (2.31) puede presentar dificultades para $\omega = 0$, pues generalmente $F(j\omega)$ tiene singularidades en este punto. Para evitar esto, el rango de integración se divide en intervalos de ancho $2\Delta\omega$ y se evalúa ω para frecuencias impares ($\Delta\omega$, $3\Delta\omega$,...). Con estas consideraciones, la forma de evaluar numéricamente (2.31) es la siguiente:

$$f(n\Delta t) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\pi} \mathrm{Re}\left\{ \sum_{m=0}^{N-1} F[c + j(2m+1)\Delta\omega]\sigma[(2m+1)\Delta\omega] e^{j(2m+1)\Delta\omega n\Delta t} \Delta\omega' \right\} \tag{2.32}$$

donde:

$\Delta\omega$ = paso de discretización del espectro,

Δt = paso de discretización de $f(t)$,

N = número de muestras,

$n, m = 0, 1, 2, ..., N-1$, y

$\Delta\omega' = 2\Delta\omega$, por tanto el periodo de observación es:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega'} = \frac{\pi}{\Delta\omega}. \tag{2.33}$$

además:

$$\Delta t = \frac{T}{N} \tag{2.34}$$

De (2.33) y (2.34):

$$\Delta\omega\Delta t = \frac{\pi}{N} \tag{2.35}$$

Simplificando (2.32) de acuerdo con (2.35), se obtiene finalmente la expresión de la Transformada Numérica de Laplace Inversa (TNLI) que permite emplear el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) [14]:

$$f_n = \mathrm{Re}\left\{ C_n \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m \exp\left(\frac{j2\pi mn}{N} \right) \right\}, \tag{2.36}$$

donde:

$$F_m = F(c + j(2m+1)\Delta\omega) \tag{2.37a}$$

$$f_n = f(n\Delta t) \tag{2.37b}$$

$$C_n = \frac{2\Delta\omega}{\pi}\exp\left(cn\Delta t + \frac{j\pi n}{N}\right) \tag{2.37c}$$

$$\sigma_m = \sigma((2m+1)\Delta\omega) \tag{2.37d}$$

2.4.2 Transformada Directa.

La forma de evaluar en forma discreta la ecuación (2.6a) con un rango finito de integración es la siguiente:

$$F(c + j(2m+1)\Delta\omega) = \sum_{m=0}^{N-1} f(n\Delta t)e^{-cn\Delta t}e^{-j(2m+1)\Delta\omega n\Delta t}\Delta t \tag{2.38}$$

Simplificando (2.38) de acuerdo con (2.35) se obtiene la expresión de la Transformada Numérica de Laplace (TNL) que permite aplicar el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT):

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n D_n \exp\left(-\frac{j2\pi mn}{N}\right), \tag{2.39}$$

donde:

$$D_n = \Delta t \exp\left(-cn\Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right) \tag{2.40}$$

2.4.3 Transformada Directa Piezolineal

Otra forma de evaluar numéricamente la transformada directa de Laplace se obtiene si se asume que la versión discreta de una función $h(t)$ varía linealmente entre muestra y muestra [13]. De esta manera, la transformada numérica de Laplace de $h(t)$, formada por N muestras, se aproxima mediante la suma de las transformadas exactas de N-1 funciones lineales, donde la n-ésima función vale cero todo el tiempo excepto entre $(n-1)\Delta t$ y $n\Delta t$.

Para deducir la transformada del segmento lineal $f_n(t)$ que une las muestras n y n+1 de $h(t)$, se expresa dicho segmento como la suma de dos funciones escalón y dos funciones rampa, como se observa en la fig. 2.5; de tal forma que:

$$f_n(t) = f_{en}(t) + f_{rn}(t), \tag{2.41}$$

donde $f_{en}(t)$ agrupa las funciones escalón y $f_{rn}(t)$ las funciones rampa.

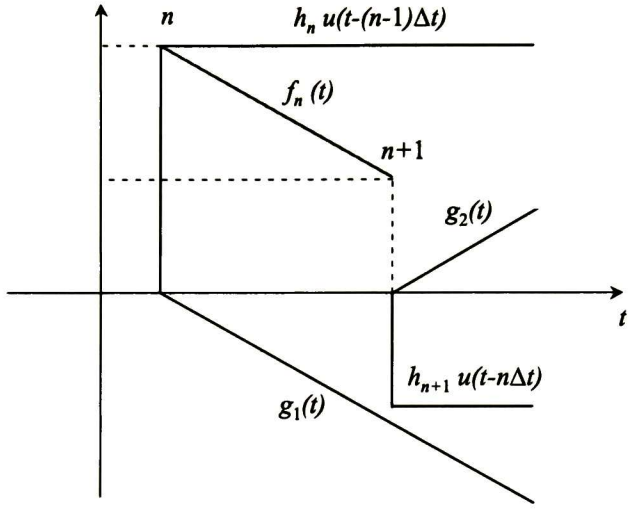


Figura 2.5. Segmento lineal $f_n(t)$.

De acuerdo con la fig. 2.5, las funciones que aparecen en (2.41) se definen de la siguiente forma:

$$f_{en} = h_n u[t-(n-1)\Delta t] - h_{n+1} u(t-n\Delta t) \tag{2.42}$$

$$f_{rn}(t) = g_1(t) - g_2(t), \tag{2.43}$$

donde:

$$g_1(t) = \frac{h_{n+1} - h_n}{\Delta t}[t-(n-1)\Delta t]u[t-(n-1)\Delta t] \tag{2.44a}$$

$$g_2(t) = \frac{h_{n+1} - h_n}{\Delta t}(t-n\Delta t)u(t-n\Delta t) \tag{2.44b}$$

La transformada de Laplace de $f_n(t)$ está dada por:

$$F_n(s) = F_{en}(s) + F_{rn}(s), \tag{2.45}$$

donde:

$$F_{en}(s) = \frac{h_n}{s}\exp\left[-(n-1)s\Delta t\right] - \frac{h_{n+1}}{s}\exp(-ns\Delta t), \tag{2.46a}$$

$$F_{rn}(s) = \frac{\Delta h_n}{s^2\Delta t}\left\{\exp\left[-(n-1)s\Delta t\right] - \exp(-ns\Delta t)\right\} \tag{2.46b}$$

y

$$\Delta h_n = h_{n+1} - h_n. \tag{2.46c}$$

La transformada piezolineal de *h(t)* se obtiene mediante la sumatoria de las transformadas de los *N*-1 segmentos lineales definidos en (2.45), es decir:

$$H(s) = \sum_{n=1}^{N-1} F_n(s) = \sum_{n=1}^{N-1} F_{en}(s) + \sum_{n=1}^{N-1} F_{rn}(s) \tag{2.47}$$

Desarrollando la primera sumatoria del lado derecho de la ecuación anterior de acuerdo con (2.46a) se tiene:

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{N-1} F_{en}(s) = \frac{h_1}{s} - \frac{h_2}{s}\exp(-s\Delta t) + \frac{h_2}{s}\exp(-s\Delta t) - \ldots - \frac{h_{N-1}}{s}\exp(-(N-2)s\Delta t) \\ + \frac{h_{N-1}}{s}\exp(-(N-2)s\Delta t) - \frac{h_N}{s}\exp(-(N-1)s\Delta t)\end{aligned} \tag{2.48a}$$

La ecuación anterior puede reducirse a:

$$\sum_{n=1}^{N-1} F_{en}(s) = \frac{h_1}{s} - \frac{h_N}{s}\exp(-(N-1)s\Delta t) \tag{2.48b}$$

Desarrollando la segunda sumatoria del lado derecho de (2.47) de acuerdo con (2.46b) se tiene:

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{N-1} F_{rn}(s) = \frac{1}{s^2\Delta t}\{\ \Delta h_1 - \Delta h_1\exp(-s\Delta t) + \Delta h_2\exp(-s\Delta t) - \ldots - \Delta h_{N-2}\exp\left[-(N-2)s\Delta t\right] \\ + \Delta h_{N-1}\exp\left[-(N-2)s\Delta t\right] - \Delta h_{N-1}\exp\left[-(N-1)s\Delta t\right]\ \}\end{aligned} \tag{2.49a}$$

En forma condensada:

$$\sum_{n=1}^{N-1} F_{rn}(s) = \frac{1}{s^2 \Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} g_{n+1} \exp(-ns\Delta t) \tag{2.49b}$$

donde:

$$\begin{aligned} g_1 &= \Delta h_1 = h_2 - h_1 \\ g_2 &= -\Delta h_1 + \Delta h_2 = h_1 - 2h_2 + h_3 \\ &\vdots \\ g_{N-1} &= -\Delta h_{N-2} + \Delta h_{N-1} = h_{N-2} - 2h_{N-1} + h_N \\ g_N &= -\Delta h_{N-1} = -h_N + h_{N-1} \end{aligned} \tag{2.49c}$$

Sustituyendo (2.48b) y (2.49b) en (2.47) se obtiene la transformada piezolineal de Laplace de *h(t)*:

$$H(s) = \frac{h_1}{s} - \frac{h_N}{s} \exp(-(N-1)s\Delta t) + \frac{1}{s^2 \Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} g_{n+1} \exp(-ns\Delta t) \tag{2.50}$$

La variable de Laplace se discretiza de acuerdo a lo siguiente:

$$s_m = c + j(2m+1)\Delta\omega \tag{2.51}$$

Aplicando (2.51) en el término dentro de la sumatoria de (2.50) y usando (2.35) se tiene:

$$g_{n+1} \exp(-ns_m \Delta t) = g_{n+1} \exp\left[-n\left(c\Delta t + j2m\frac{\pi}{N} + j\frac{\pi}{N}\right)\right] \tag{2.52}$$

o bien:

$$g_{n+1} \exp(-ns_m \Delta t) = b(n) \exp\left(-\frac{j2\pi mn}{N}\right), \tag{2.53}$$

donde:

$$b(n) = g_{n+1} \exp\left[-n\left(c\Delta t + j\frac{\pi}{N}\right)\right] \tag{2.54}$$

Con la sustitución de (2.53) y (2.51) en (2.50) se obtiene finalmente la transformada numérica piezolineal de Laplace de la función *h(t)*:

$$H_m = \frac{h_1}{s_m} - \frac{h_N}{s_m} \exp[-(N-1)s_m \Delta t] + \frac{1}{s_m^2 \Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} b(n) \exp\left(-\frac{j2\pi mn}{N}\right) \tag{2.55}$$

En la ecuación anterior, puede observarse que la sumatoria del tercer término es una FFT.

2.5 Evaluación de Errores.

La disminución de los errores en la inversión numérica de la transformada de Laplace depende principalmente de la elección adecuada de la función ventana y del valor del factor de amortiguamiento. En esta sección se realiza una evaluación de la efectividad de tres diferentes ventanas: Lanczos, Hamming y Hanning. También se analizan tres diferentes criterios para calcular el factor de amortiguamiento.

Se evaluaron los errores ocurridos en la inversión numérica de una función coseno con retardo dada por:

$$F(s) = \exp(-\tau s) * \frac{s}{s^2 + \omega}. \tag{2.56}$$

cuya transformada inversa de Laplace analítica es:

$$f(t) = u(t-\tau)\cos[\omega(t-\tau)] \tag{2.57}$$

2.5.1 Ventanas

Las funciones ventana descritas en la sección 2.3.1 se examinaron en la inversión numérica de (2.56), con un tiempo de observación de 16 ms, 256 muestras, un retardo τ = 2 ms y una frecuencia angular ω = 377 rad/seg. La fig. 2.6 muestra la gráfica de *f(t)*, mientras que en la fig. 2.7 se presenta el error obtenido con cada ventana, calculado de acuerdo a la siguiente formula:

$$err = \left| \frac{f_2(t) - f(t)}{\max[f(t)]} \right|, \tag{2.58}$$

donde *f(t)* es la función analítica y $f_2(t)$ es su aproximación.

Tanto la ventana de Lanczos como la de Hanning presentan excelentes resultados, manteniendo niveles de error muy bajos durante todo el periodo de observación. Es importante notar la presencia de un error de casi un 100% en la muestra 33 de la fig. 2.7, la cual coincide con el retardo de la función coseno. Esto se justifica por el tiempo de elevación finito que resulta al evaluar numéricamente la integral inversa de Laplace.

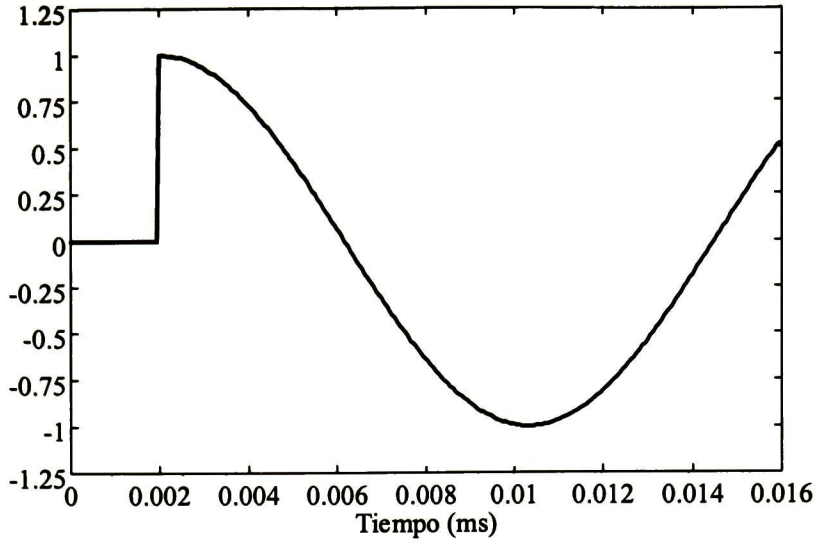


Figura 2.6. Gráfica de *f(t)*.

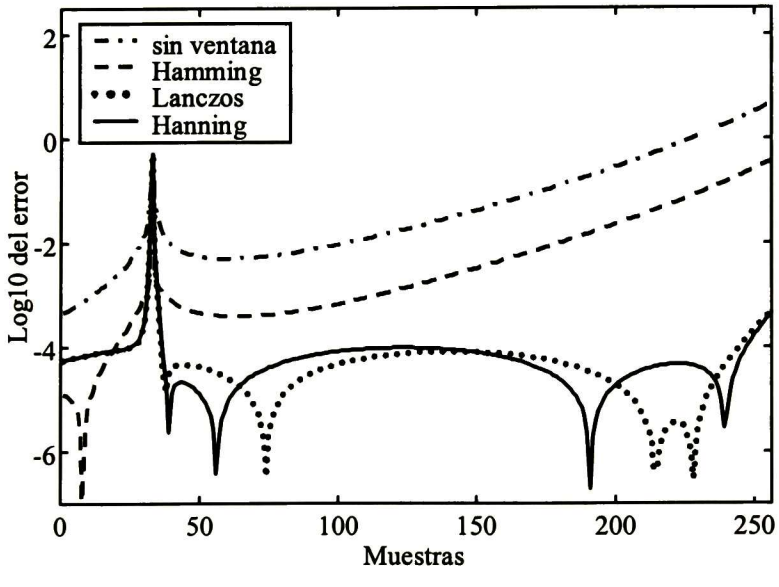


Figura 2.7 Logaritmo base 10 del error obtenido con cada ventana.

2.5.2 Factor de Amortiguamiento "*c*".

Como se explicó en la sección 2.3.2, la elección apropiada de *c* es muy importante para reducir el error por discretización. Si la función de exp(-*ct*) es amortiguar a *f(t)*, podría suponerse que dar un valor muy grande a *c* sería lo más conveniente. Desafortunadamente, otros errores ocurren si se elige un valor demasiado grande, ya que la expresión exp(*ct*) que aparece en la transformada inversa de

Laplace se convierte en un amplificador que, al multiplicar a *f(t)*, magnificará los remanentes de los errores de Gibbs no eliminados por la ventana utilizada así como los errores de cuantificación. Los métodos utilizados en la actualidad para la elección de *c* se basan más en pruebas empíricas que en reglas de aplicación general. D. J. Wilcox [15] sugirió el siguiente valor:

$$c = 2\Delta\omega \tag{2.59}$$

Otra expresión para el cálculo de *c* se obtiene si se define el error como:

$$\varepsilon = \exp(-cT) \tag{2.60}$$

de donde:

$$c = -\frac{\ln(\varepsilon)}{T} \tag{2.61}$$

Con este criterio se logran buenos resultados utilizando valores de ε entre $1x10^{-3}$ y $1x10^{-5}$ Sin embargo, se ha observado que la reducción del error depende también del número de muestras empleado en el análisis. Es por ello que se propone un cálculo del error que varíe de acuerdo al número de muestras, empleando la siguiente relación encontrada empíricamente por L. M. Wedepohl [16]:

$$\exp\left(\frac{cT}{2}\right) = N \tag{2.62}$$

Despejando *c* de (2.62):

$$c = \frac{\ln\left(N^2\right)}{T} \tag{2.63}$$

Se examinaron las 3 opciones de cálculo del factor de amortiguamiento en la inversión numérica de (2.56), empleando los mismos datos de la sección 2.5.1 y graficando el error entre la función analítica y la función aproximada de acuerdo con la ecuación (2.64). Esto se realizó para 3 valores de N: 2^8, 2^{10} y 2^{12}. Los errores obtenidos calculando *c* de acuerdo con las ecuaciones (2.59), (2.61) y (2.63) se muestran en las figuras 2.8, 2.9 y 2.10, respectivamente. Para los 3 casos se aplicó la ventana del Hanning en la inversión.

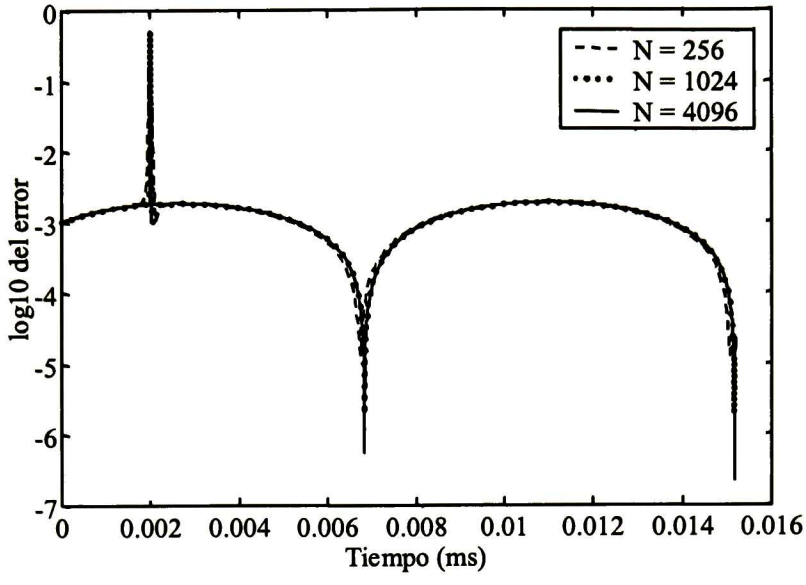


Figura 2.8 Errores obtenidos con $c = 2\Delta\omega$.

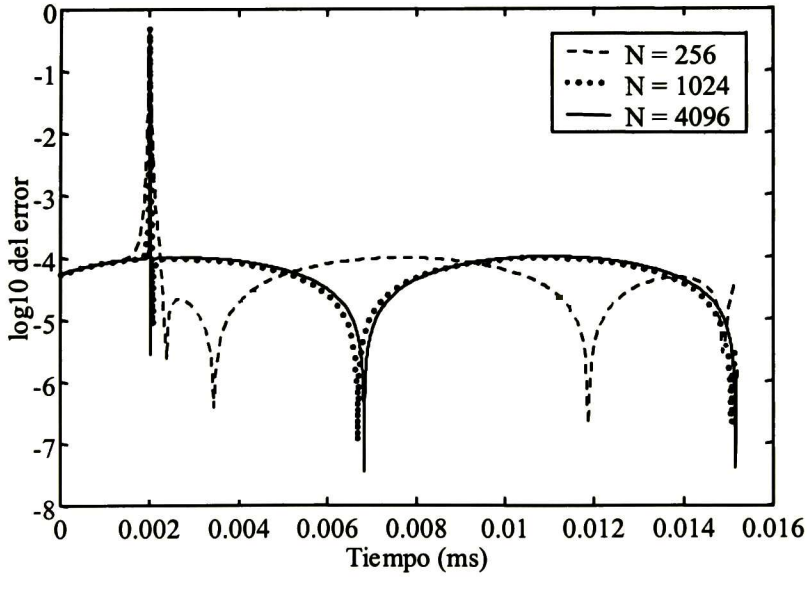


Figura 2.9 Errores obtenidos con $c = -\ln(\varepsilon)/T$ y $\varepsilon = 1\text{x}10^{-4}$

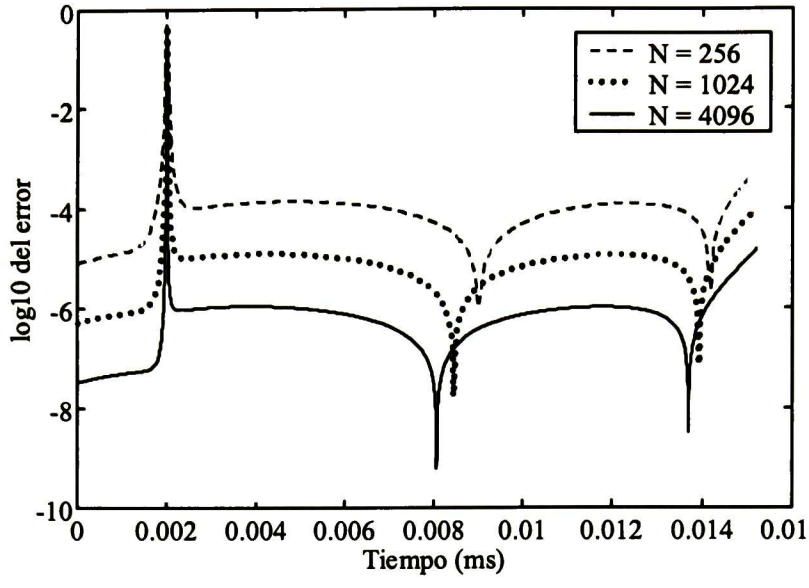


Figura 2.10. Errores obtenidos con $c = \ln(N^2)/T$.

Del análisis efectuado se puede concluir lo siguiente

- El cálculo de c de acuerdo con (2.59) presenta resultados de error buenos para los 3 valores de N, con diferencias muy pequeñas entre cada valor.
- El segundo caso presenta resultados un poco mejores que el anterior, con el inconveniente de que estos resultados son poco predecibles y pueden ser malos si el valor de ε se escoge fuera del rango $1\text{x}10^{-3}$ - $1\text{x}10^{-5}$.
- El tercer caso presenta los mejores resultados. Además, se tiene mayor certeza de la mejoría de los resultados entre mayor sea el número de muestras utilizado en el análisis.

3 ANÁLISIS DE TRANSITORIOS POR MANIOBRA

3.1 Introducción.

Las sobretensiones por maniobra son originadas comúnmente por la energización o recierre de líneas, así como por la ocurrencia y liberación de fallas. Al utilizar técnicas del dominio de la frecuencia para analizar este tipo de transitorios, la dependencia frecuencial de las líneas de transmisión se puede tomar en cuenta muy fácilmente. Sin embargo, estos métodos requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo; por tanto, cuando existen cambios en la topología de la red o en los valores de elementos no lineales, se presentan dificultades de aplicación.

El desarrollo de un método de análisis en el dominio de la frecuencia que permita considerar cambios en la topología de la red se basa en el Principio de Superposición [17, 19, 20]. Al aplicar este principio las discontinuidades, tales como las maniobras de interruptores, se tratan como problemas de condiciones iniciales. El procedimiento general consiste en sumar la respuesta del sistema bajo ciertas condiciones iniciales a otra que se debe únicamente a las condiciones impuestas por la inyección de alguna fuente de corriente o voltaje. En este trabajo se presenta la forma de modelar los interruptores cuando se emplea como método de análisis la Transformada Numérica de Laplace.

3.2 Operación de Interruptores.

La operación de interruptores representa cambios en la red que convierten al sistema eléctrico en un sistema variante en el tiempo, lo cual dificulta el empleo de los métodos en

el dominio de la frecuencia. El procedimiento que se utiliza para salvar esta dificultad es la aplicación del Principio de Superposición.

3.2.1 Cierre.

Un interruptor abierto puede representarse como una fuente de voltaje V_{sw} igual a la diferencia de potencial entre sus nodos. Para simular el cierre del interruptor se debe conectar en serie con V_{sw} una fuente de voltaje de igual magnitud y sentido contrario, como se muestra en la figura 3.1.

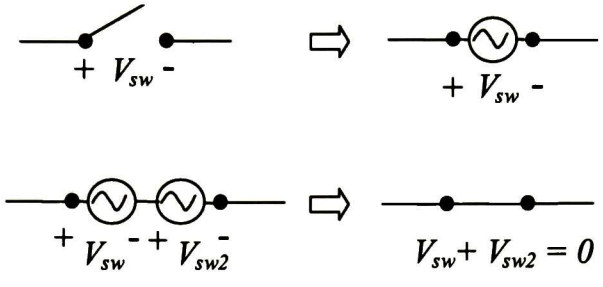


Figura 3.1. Simulación del cierre de un interruptor.

Para cerrar el interruptor en un tiempo $t_c > 0$, la fuente de voltaje V_{sw2} esta dada por:

$$V_{sw2} = \mathscr{L}\{-v_{sw}(t)\,u(t-t_c)\}, \tag{3.1}$$

donde $v_{sw}(t)$ es la forma de onda del voltaje entre los polos del interruptor, suponiéndolo abierto durante todo el tiempo de observación y $\mathscr{L}$ indica la transformada de Laplace.

El método de análisis de redes que se emplea en este trabajo es el método nodal o de la matriz de admitancias, por lo que las excitaciones deben estar en forma de fuentes de corriente. La inyección del voltaje V_{sw2} debe realizarse por medio de una fuente equivalente de corriente dada por:

$$I_{sw2} = \frac{V_{sw2}}{R_x}. \tag{3.2}$$

donde R_x es la resistencia necesaria para efectuar la transformación de fuentes. R_x puede tener un valor muy pequeño para aproximar una fuente ideal o un valor determinado para modelar la resistencia del interruptor o su resistencia de contacto.

3.2.2 Apertura.

De manera similar al cierre, para efectuar la apertura de un interruptor se emplea el Principio de Superposición. Un interruptor cerrado se puede representar como una fuente de corriente I_{sw}, igual a la corriente que circula a través de él. Para simular la apertura del interruptor se conecta en paralelo a I_{sw} una fuente de corriente de igual magnitud pero con sentido contrario, tal y como se muestra en la figura 3.2.

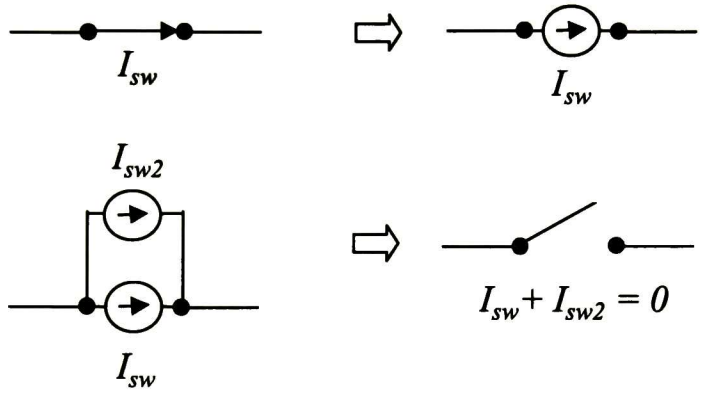


Figura 3.2. Simulación de la apertura de un interruptor.

Para simular la apertura del interruptor en el tiempo del primer cruce por cero de la corriente, t_{zc}, posterior al tiempo de apertura especificado, la fuente I_{sw2} en el dominio de Laplace está dada por:

$$I_{sw2} = \mathcal{L}\left\{-i_{sw}(t)\ u(t - t_{zc})\right\}, \tag{3.3}$$

donde $i_{sw}(t)$ es la forma de onda de la corriente que circula por el interruptor, suponiéndolo cerrado en todo el tiempo de observación. Cuando la resistencia del interruptor R_x es muy pequeña, el cálculo de I_{sw} a partir de los voltajes de los nodos del interruptor puede ocasionar errores numéricos. En este caso la corriente debe calcularse como la suma de

corrientes que entran o salen de uno de los dos nodos del interruptor, como se muestra en la fig. 3.3. La ecuación correspondiente queda de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}\{i_{sw}(t)\} = \left[Y_{jj}(s) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} Y_{ji}(s) \right] V_j + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,k}}^{n} Y_{ji}(V_i - V_j) \tag{3.4}$$

En esta ecuación, Y_{ji} es el elemento correspondiente al j-ésimo renglón y a la i-ésima columna de la matriz de admitancias del sistema y V_j es el j-ésimo elemento del vector de voltajes nodales.

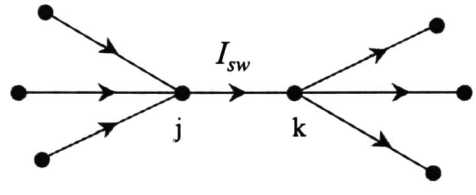


Figura 3.3. Corrientes inyectadas a los nodos del interruptor

Dado que en general el tiempo de cruce por cero de la corriente t_{zc} no será múltiplo de Δt, éste se puede calcular considerando una variación lineal entre muestras consecutivas [19], como se muestra en la fig. 3.4, de donde:

$$0 - i(n_{zc}) = \frac{i(n_{zc}+1) - i(n_{zc})}{\Delta t}\left[t_{zc} - (n_{zc}-1)\Delta t\right] \tag{3.5}$$

Despejando t_{zc} se tiene:

$$t_{zc} = (n_{zc}-1)\Delta t + \frac{i(n_{zc})\Delta t}{i(n_{zc}+1) - i(n_{zc})}. \tag{3.6}$$

donde n_{zc} es el número de la muestra previa al primer cruce por cero y posterior al tiempo de apertura especificado.

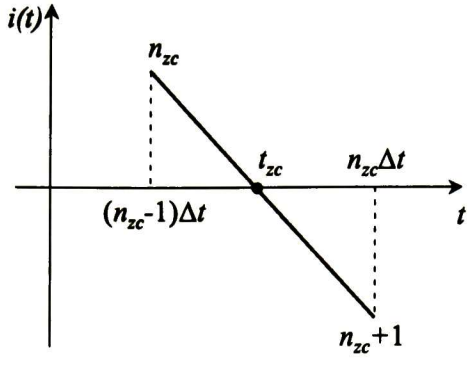


Figura 3.4. Cruce por cero de la corriente.

3.2.3 Respuesta Total.

La respuesta total de voltaje **V** ante una operación de cierre o apertura se obtiene sumando la respuesta del sistema en condiciones iniciales (condiciones existentes antes de que ocurra la maniobra) a aquella que resulta de aplicar la fuente artificial definida en (3.1) o (3.3) según sea el caso. Si ocurre una maniobra en un interruptor conectado entre los nodos *j* y *k* se tiene que:

$$\mathbf{V} = \left(\mathbf{Y}_{bus}^{(0)}\right)^{-1}\mathbf{I}^{(0)} + \left(\mathbf{Y}_{bus}^{(1)}\right)^{-1}\mathbf{I}' \tag{3.7}$$

donde:

$\mathbf{I}^{(0)}$ = vector de inyecciones iniciales de corriente,

$\mathbf{Y}_{bus}^{(0)}$ = matriz de admitancias inicial,

$\mathbf{Y}_{bus}^{(1)}$ = matriz de admitancias modificada de acuerdo al tipo de maniobra

y además:

$$\mathbf{I}' = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_{sw2} \\ -I_{sw2} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow j \\ \longleftarrow k \\ \\ \\ \end{array} \tag{3.8}$$

Para el análisis de varios disturbios durante una misma simulación, se efectúan tantas superposiciones como maniobras ocurran, tomando en cuenta que el orden de las maniobras debe efectuarse en forma secuencial; esto es, en forma ascendente en tiempo.

Es importante notar que, en la apertura, el orden de las superposiciones depende del tiempo de cruce por cero que resulta de la ecuación (3.6), como se ilustra en el ejemplo de la fig. 3.5. En esta figura se observa que, a pesar de que los tiempos de apertura tienen una secuencia A-B-C, los tiempos de cruce por cero ocurren en un orden B-A-C, y sería en este orden en el que se realizaría el análisis, si se mantuvieran las mismas formas de onda después de efectuar cada cierre.

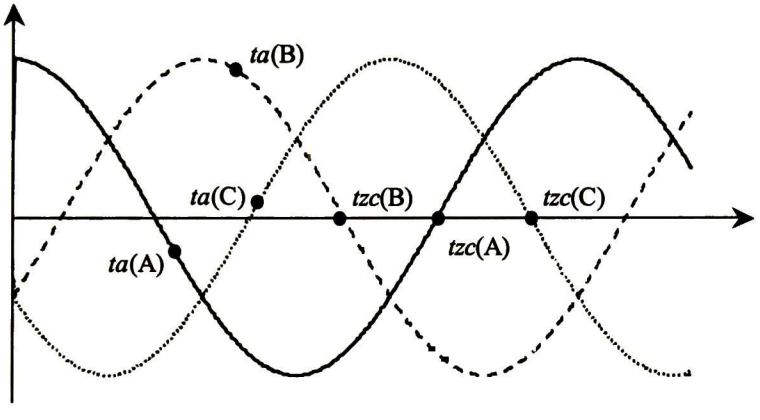


Figura 3.5. Secuencia de apertura de interruptores.

3.3 Empleo de Resistencias de Preinserción.

Las resistencias de preinserción se utilizan para controlar las sobretensiones en los sistemas de transmisión debidas a la energización de líneas largas, con el objetivo primordial de mantener los niveles de aislamiento lo más bajo posible. Estos dispositivos se conectan por un breve tiempo antes de que se produzca el cierre del contacto principal de los interruptores. En la fig. 3.6 se presenta el esquema de un interruptor con resistencia de preinserción.

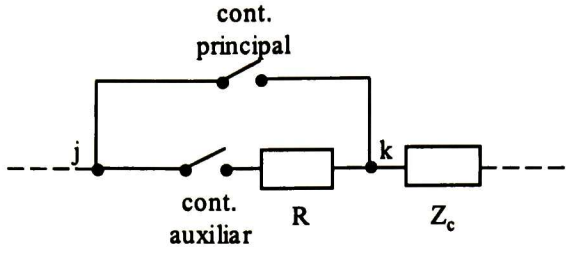


Figura 3.6. Interruptor con resistencia de preinserción.

El contacto auxiliar del interruptor cierra primero, insertando la resistencia de preinserción entre los nodos *j-k* del sistema. Esta resistencia queda conectada en serie con la impedancia característica de la línea, de modo que la sobretensión de entrada V_e se reduce a:

$$\left(\frac{Z_c}{R+Z_c}\right)V_e \tag{3.9}$$

donde Z_c es la impedancia característica de la línea. El valor más adecuado para la resistencia de preinserción es Z_c.

Unos instantes después de que ha cerrado el contacto auxiliar, cierra el contacto principal, poniendo en corto circuito la resistencia y energizando la línea a tensión nominal.

3.4 Ejemplos de Aplicación.

El método expuesto anteriormente se valida aplicándolo a una serie de ejemplos y comparando sus resultados con los obtenidos con el EMTDC y el ATP. Para realizar las simulaciones en el EMTDC se utiliza el modelo de línea conocido como "Phase Domain Model" [12,18] mientras que en el caso del ATP, se eligió el modelo de la línea denominado "JMarti Setup" [5].

3.4.1 Energización secuencial.

Como primer ejemplo se simuló la energización secuencial de la línea de 440 kV mostrada en la fig. 3.7, con un arreglo de conductores de acuerdo con la fig. 3.8 extraída de [23]. Los tiempos de cierre fueron de 3, 6 y 9 ms para las fases A, B y C, respectivamente. Para la Transformada Numérica de Laplace se emplearon 1024 muestras en un tiempo de observación de 15 ms, mientras que en el EMTDC se realizaron 20 simulaciones, aumentando el número de muestras desde 1024 hasta 20×1024. La forma de onda de la fig. 3.9 muestra el voltaje obtenido en la fase C del nodo receptor de la línea, utilizando 10×1024 muestras en el EMTDC.

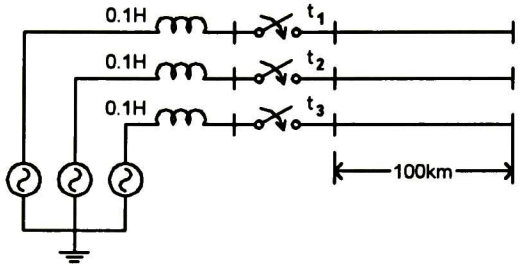


Figura 3.7. Circuito asociado al ejemplo.

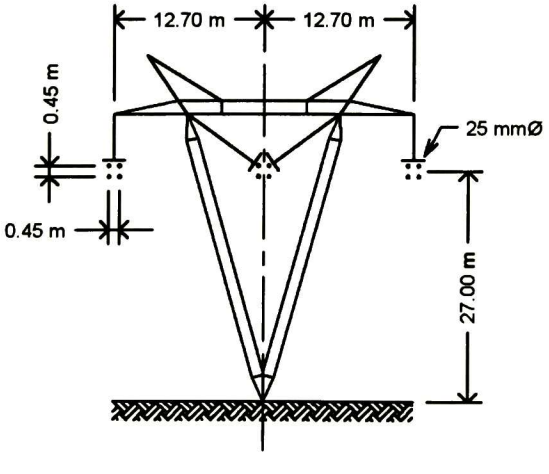


Figura 3.8. Arreglo de conductores.

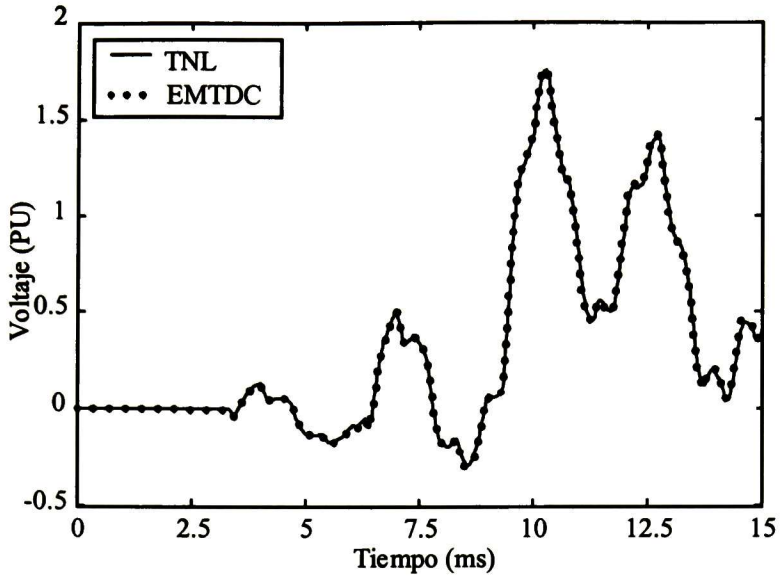


Figura 3.9. Voltaje en la fase C del nodo receptor de la línea.

La tabla 3.1 presenta una comparación entre los resultados del EMTDC y de la TNL, ante la variación del número de muestras en el primero. De aquí se advierte la clara necesidad de aplicar un número de muestras varias veces mayor en el EMTDC que en la TNL para obtener formas de onda precisas. La diferencia absoluta y el error relativo mostrados en la tabla se calcularon con respecto a la simulación conseguida aplicando la TNL con 1024 muestras. Puede observarse que a partir de la aplicación de 6×1024 muestras en el EMTDC, el error relativo entre los dos métodos se mantiene en aproximadamente 3%.

Como segundo ejemplo se analizó la misma línea incluyendo resistencias de preinserción de 450 Ω y un tiempo de inserción de 5 ms en las 3 fases del interruptor. Nuevamente se emplearon 1024 en la TNL y 10×1024 en el EMTDC.

La fig. 3.10 muestra el voltaje obtenido en la fase C del extremo receptor de la línea. La comparación de las figs. 3.9 y 3.10 permite observar la disminución del sobrevoltaje máximo de 1.75 p.u. a 1.05 p.u con la inclusión de resistencias de preinserción.

Tabla 3.1. Efecto del aumento del número de muestras en el EMTDC

Número de muestras	Máx. Diferencia Absoluta (PU)	Máx. Error Relativo (%)
1×1024	0.1249	7.1213
2×1024	0.0796	4.5408
4×1024	0.0621	3.5451
6×1024	0.0529	3.0156
8×1024	0.0522	2.9768
10×1024	0.0551	3.1433
12×1024	0.0516	2.9415
14×1024	0.0514	2.9315
16×1024	0.0512	2.9231
18×1024	0.0511	2.9172
20×1024	0.0527	3.0071

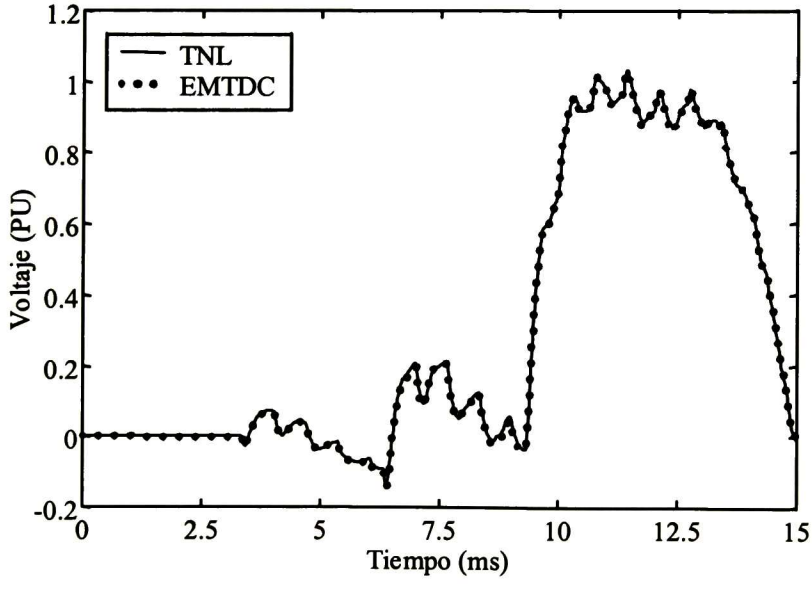


Figura 3.10. Voltaje en la fase C del nodo receptor de la línea utilizando resistencias de preinserción en las 3 fases del interruptor.

3.4.2 Tensión Transitoria de Recuperación.

La tensión transitoria de recuperación se define como la tensión que aparece a través de los polos de un interruptor abierto después que éste ha liberado una falla. En este ejemplo se obtiene la tensión transitoria que aparece en un interruptor que libera una falla trifásica a tierra en el nodo receptor a los 2 ms de haberse iniciado el evento. El circuito asociado al ejemplo se muestra en la fig. 3.11. El arreglo de conductores es el mismo del ejemplo anterior.

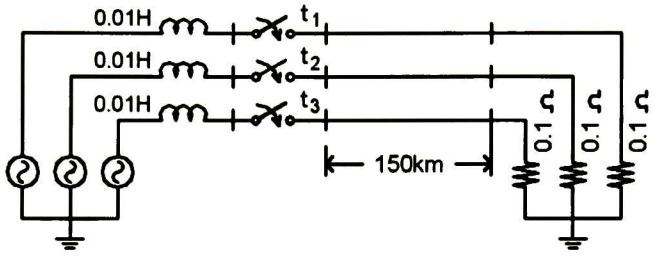


Figura 3.11. Circuito asociado al ejemplo.

La figura 3.12 muestra la tensión transitoria de recuperación en la fase B del interruptor. La forma de onda EMTDC-1 es la que se obtiene usando la misma cantidad de muestras que en la TNL (1024), mientras que en EMTDC-2 se utilizan 10 veces mas muestras. En este caso se obtienen resultados muy pobres en el EMTDC al usar el mismo número de muestras que en la TNL

También se simuló este ejemplo empleando el ATP. Los resultados del voltaje de recuperación se presentan en la figura 3.13. La forma de onda ATP-1 se obtuvo empleando el mismo número de puntos que con la TNL mientras que para la forma de onda ATP-2 se empleó nuevamente un número de puntos 10 veces mayor. En ambos casos se presentaron oscilaciones, las cuales se atribuyen a la técnica de amortiguamiento de la integración trapezoidal empleada en este programa [30].

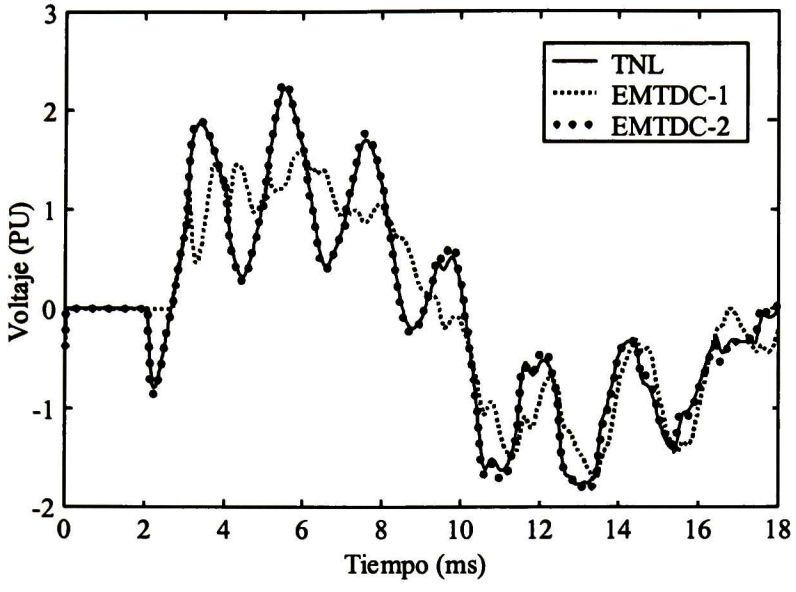


Figura 3.12. Tensión transitoria de recuperación en la fase B del interruptor.

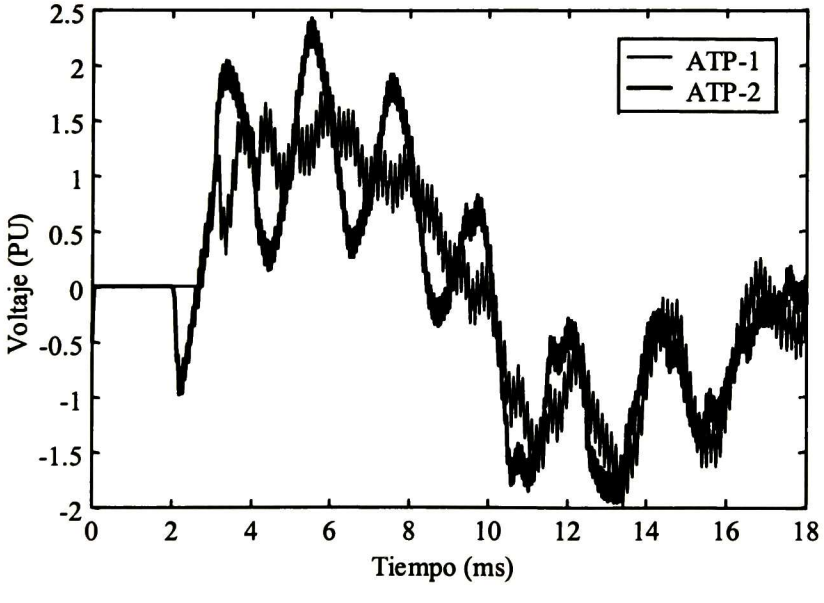


Figura 3.13. Tensión transitoria de recuperación en la fase B del interruptor (usando ATP).

4 MODELADO DE ELEMENTOS NO LINEALES

4.1 Introducción

Dentro de una red de transmisión pueden existir elementos con característica v-i no lineal, tales como apartarrayos, reactores y transformadores saturables. Estos elementos, al igual que las maniobras de interruptores, presentan dificultades para su análisis al utilizar técnicas en el dominio de la frecuencia; ya que estas técnicas requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo.

Una técnica utilizada para la inclusión de elementos no lineales en los métodos del dominio de la frecuencia es la aproximación piezolineal de la curva v-i de estos elementos [13, 17]. Una vez que se realiza esta aproximación el procedimiento de simulación se reduce a una secuencia de discontinuidades secuenciales; esto es, a una secuencia de cierres y aperturas de interruptores.

4.2 Aproximación piezolineal

En la fig. 4.1 se muestra la característica v-i de un elemento no-lineal aproximada por 2 segmentos lineales con pendientes R_1 y R_2. Cuando el voltaje entre los nodos del elemento está dentro de la zona 1, el equivalente de Thevenin que ve la red a la que está conectado es simplemente una resistencia de valor R_1. Al pasar a la zona 2, el equivalente de Thevenin que verá la red será una resistencia de valor R_2 en serie con una fuente de tensión V_2.

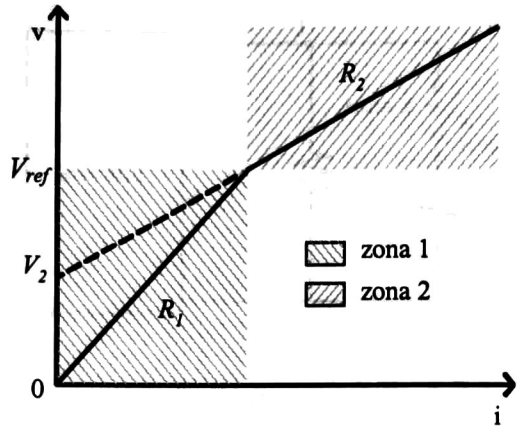


Figura 4.1. Aproximación Piezolineal.

El circuito que representa la característica piezo-lineal de la figura 4.1 se muestra en la figura 4.2. Los valores de R_x y V_x deben ser tales que cuando el interruptor está cerrado, la impedancia de Thevenin entre los nodos j y k debe ser R_2 y el voltaje igual a V_2. De este modo, R_x y V_x se deducen de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_x}{R_x} = \frac{V_2}{R_2} \tag{4.1a}$$

y

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_2} \tag{4.1b}$$

Por lo tanto:

$$V_x = \frac{R_1 V_2}{R_1 - R_2} \tag{4.2a}$$

y

$$R_x = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \tag{4.2b}$$

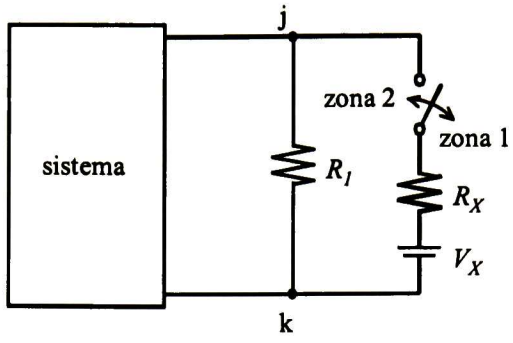


Figura 4.2. Circuito asociado a la simulación.

La función del interruptor será la de cerrar cuando el voltaje en el elemento pase de la zona 1 a la zona 2, y abrir cuando regrese de la zona 2 a la zona 1.

En general, el voltaje de referencia V_{ref} será excedido en un tiempo intermedio entre dos muestras, como se presenta en la fig. 4.3. En esta gráfica, el voltaje V_{ref} ocurre en un tiempo t_c; sin embargo, será hasta la muestra $(n\text{-}1)\Delta t$ cuando se pueda detectar el evento y cerrar el interruptor. Si el intervalo Δt entre las dos muestras es muy grande, el error puede ser excesivo.

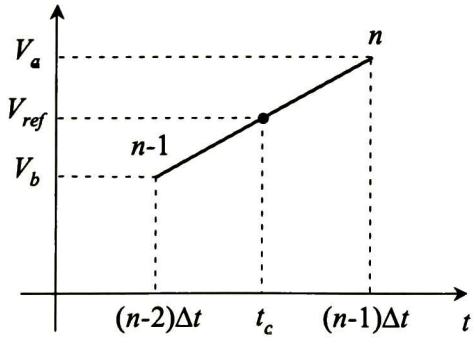


Figura 4.3. Tiempo de cruce por el voltaje de referencia.

Con la finalidad de determinar el tiempo real de cruce t_c para el cual el voltaje a través del elemento es igual a V_{ref}, se considera una variación lineal entre muestras consecutivas,

como se hizo en el caso de la apertura de un interruptor. La ecuación de la recta mostrada en la fig. 4.3 es la siguiente:

$$V_{ref} - V_a = \frac{V_a - V_b}{\Delta t}\left[t_c - (n-2)\Delta t\right] \tag{4.3}$$

Despejando t_c de (4.3) se tiene:

$$t_c = \left[\frac{V_{ref} - V_a}{V_a - V_b} + (n-2)\right]\Delta t \tag{4.4}$$

El procedimiento anterior puede ser extendido a un elemento no-lineal cuya característica v-i se aproxima por N segmentos lineales. En este caso el circuito asociado a la simulación constará de una rama inicial R_1 y N-1 ramas R_x-V_x en paralelo que se conectarán o desconectarán de la red por medio de interruptores, tal y como se muestra en la fig. 4.4.

Generalizando las ecuaciones (4.2) para el caso de N segmentos lineales se obtiene:

$$V_{x,n} = \frac{R_{n-1}V_n - V_{n-1}R_n}{R_{n-1} - R_n} \tag{4.5a}$$

$$R_{x,n} = \frac{R_{n-1}R_n}{R_{n-1} - R_n} \tag{4.5b}$$

En la ecuación (4.5a) es necesario considerar que los signos de V_{n-1} y V_n dependen de la región en que opere el elemento. Asumiendo una característica simétrica del elemento no lineal, los signos de los valores V_{n-1} y V_n que la aproximan en la región positiva se invierten en la región negativa.

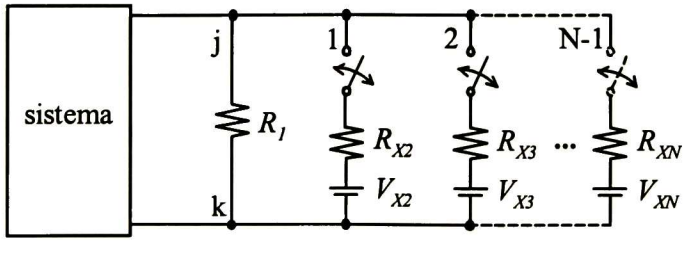


Figura 4.4. Circuito para N segmentos lineales.

Para simular el cierre y la apertura de interruptores se utiliza el método desarrollado en el Capítulo 3. En ambos casos, la fuente artificial de corriente necesaria para efectuar la superposición es como sigue:

$$I_{sw,n} = \mathcal{L}\left\{-\left(\frac{V_{jk} - V_{x,n}}{R_{x,n}}\right)u(t - t_{c,n})\right\}, \tag{4.6}$$

donde $t_{c,n}$ es el tiempo en el cual el voltaje del elemento pasa de la zona n-1 a la zona n para el caso del cierre, o de la zona n a la zona n-1 para el caso de la apertura; $V_{x,n}$ y $R_{x,n}$ son los valores correspondientes a la n-ésima rama R_x-V_x del circuito de la fig. 4.4, y V_{jk} es el voltaje entre los nodos j-k del elemento no lineal.

Es importante notar que, en el procedimiento de simulación, un interruptor n no puede cerrar si el interruptor n-1 no se encuentra cerrado, y no puede abrir a menos que el interruptor n+1 se encuentre abierto. Para lograr esto es necesario que el intervalo Δt empleado en la simulación sea lo suficientemente pequeño para que no ocurran saltos entre rectas no contiguas.

4.3 Ejemplos de Aplicación.

A continuación se analiza la efectividad del método previamente expuesto mediante su aplicación a varios ejemplos y su comparación con el programa EMTDC

4.3.1 Descarga Atmosférica

Se simula una descarga atmosférica directa sobre la fase A del nodo de envío de la línea de transmisión de 440kV y 10km de longitud mostrada en la fig. 4.5, con el mismo arreglo de conductores empleado en los ejemplos del Capítulo 3.

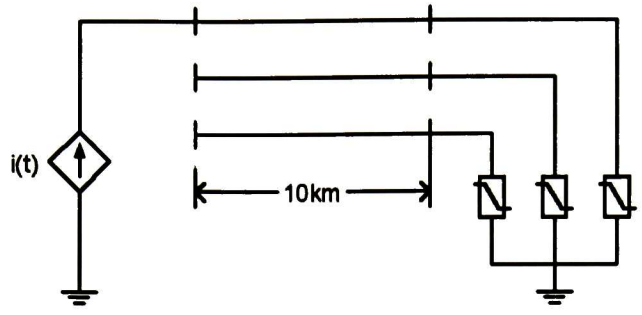


Figura 4.5. Circuito empleado en el ejemplo.

La fuente de la corriente *i(t)* inyectada al sistema por la descarga se representa por una doble exponencial [24] definida por la ecuación:

$$i(t) = -I_0\left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right], \tag{4.7}$$

donde: $\tau_1 = 6\mu s$, $\tau_2 = 5\text{ms}$ *e* $I_0 = 10\text{kA}$. Se simula la conexión de apartarrayos en el extremo receptor de la línea, con una característica no-lineal aproximada por 5 segmentos lineales cuyos valores se presentan en la Tabla 4.1. Se obtuvieron las formas de onda de voltaje en las tres fases del extremo receptor de la línea en circuito abierto (fig. 4.6) y posteriormente con la instalación de apartarrayos (fig. 4.7).

Tabla 4.1. Característica piezolineal del apartarrayos.

Voltaje (PU)	Corriente (kA)
1.2	0.176
1.3	0.3226
1.4	0.7626
1.5	1.6426
1.55	12.6426

De las gráficas puede observarse que el voltaje en la fase A del extremo receptor se reduce de casi 32 p.u. a menos de 1.6 con la instalación de apartarrayos. Se observa además una gran similitud entre las formas de onda encontradas con el EMTDC y utilizando la TNL

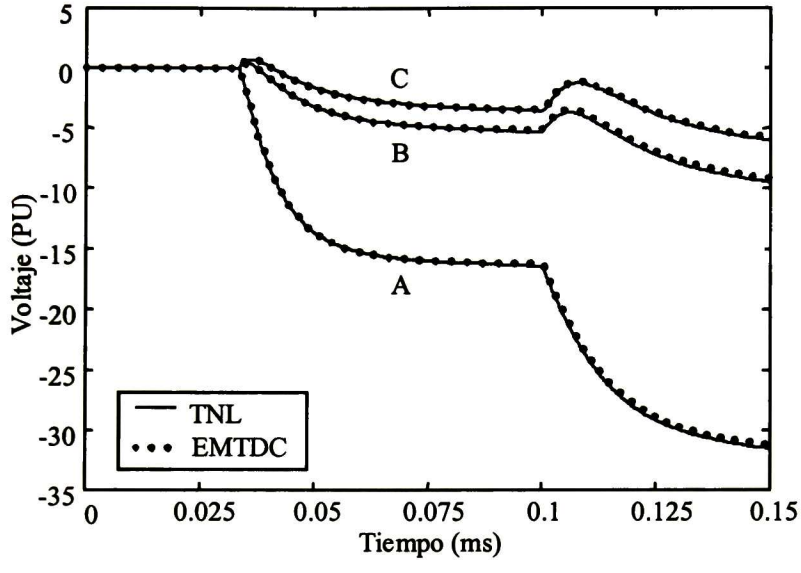


Figura 4.6. Voltajes en las 3 fases del nodo receptor de la línea en circuito abierto (sin apartarrayos)

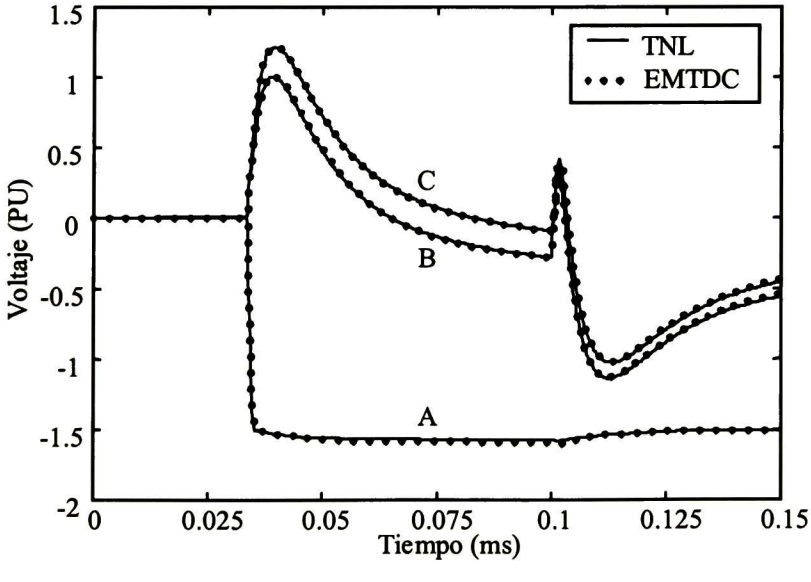


Figura 4.7. Voltajes en las 3 fases del nodo receptor de la línea (con apartarrayos).

4.3.2 Maniobra de Interruptores.

El segundo ejemplo de aplicación es la conexión de apartarrayos en las 3 fases del nodo receptor de la línea, como se muestra en la fig. 4.8. Se simula el cierre secuencial de la línea, con tiempos de cierre de 3, 6 y 9 ms para las fases A, B y C, respectivamente. La fig. 4.9 muestra el voltaje en la fase B del nodo receptor de la línea. Se puede observar una disminución de la sobretensión máxima de 2.1 p.u. a 1.4 p.u. con la instalación de los apartarrayos.

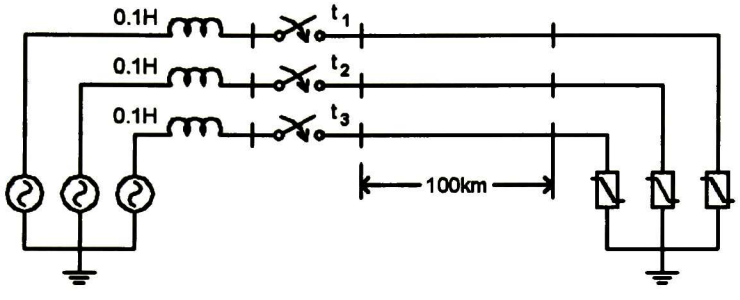


Figura 4.8. Circuito empleado en el ejemplo.

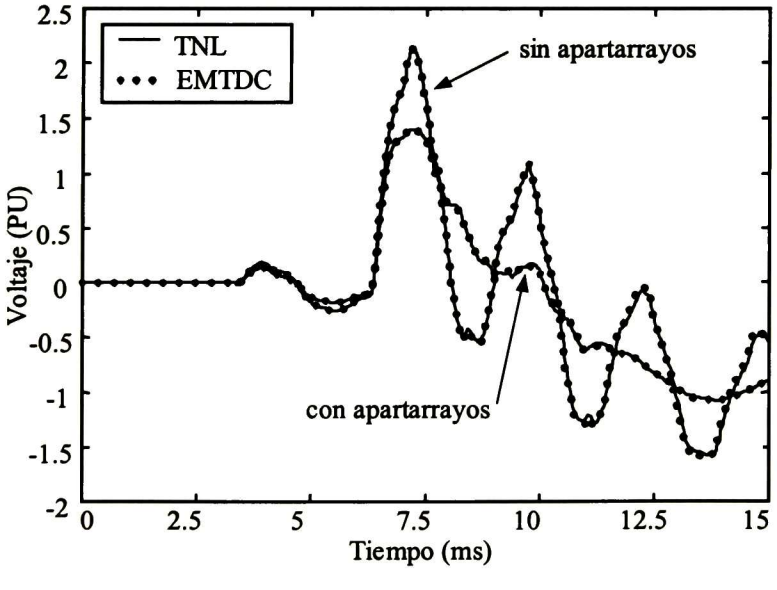


Figura 4.9. Voltaje en la fase B del nodo receptor de la línea.

5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE SOBRETENSIONES POR MANIOBRA

5.1 Introducción

El cálculo de las sobretensiones a las que puede estar sometido un sistema de transmisión por la operación de interruptores es fundamental para el diseño del aislamiento de muchos de sus componentes. Sin embargo, el diseño del aislamiento de los equipos generalmente no se basa en las sobretensiones máximas que presenta el sistema, pues dichos valores se presentan con muy poca probabilidad y utilizarlos como base de diseño no sería económicamente factible.

Con la finalidad de realizar una coordinación de aislamiento de manera eficiente, es necesario calcular la distribución de probabilidad de sobretensiones debidas a maniobras de interruptores. Para ello se aplica el estudio estadístico conocido como método de Monte Carlo, el cual consiste en simular una serie de eventos de cierre secuencial con tiempos de aplicación generados en forma aleatoria [21, 27]. La implementación de este estudio con técnicas en el dominio de la frecuencia se lleva a cabo empleando el modelo del interruptor presentado en el Capítulo 3.

5.2 El Método de Monte Carlo.

Un procedimiento numérico aplicado a un problema que involucra variables aleatorias se conoce como simulación de Monte Carlo. Para el caso de la obtención de la distribución de probabilidad de sobrevoltajes, el proceso involucra tres pasos: generación de los tiempos de cierre aleatorios, cálculo de sobrevoltajes y análisis estadístico de los resultados para un

número suficiente de eventos. Típicamente se realizan 100 o más eventos de cierre, tomando en cuenta que la exactitud de los resultados dependerá del número de simulaciones.

5.2.1 Determinación de Tiempos de Cierre.

Al cerrar un interruptor trifásico que energiza líneas de alta tensión, los 3 polos del interruptor cierran en tiempos diferentes. Un método para simular al interruptor es representándolo por un contacto auxiliar que determina el tiempo de inicio del evento de cierre y tres interruptores principales que establecen los tiempos de cierre de cada fase [21]. Varias consideraciones deben realizarse para la aplicación de estos tiempos:

1. El tiempo de cierre del contacto auxiliar del interruptor, T_{aux}, ocurre de acuerdo a una distribución uniforme de probabilidad, con un rango típico de 0 a $0.5/f$, siendo f la frecuencia nominal de operación del sistema.
2. Los contactos principales de cada fase cierran después de los retardos de tiempo τ_A, τ_B y τ_C. La aplicación del cierre de cada contacto principal obedece a una distribución normal o Gaussiana. De tal forma que los tiempos de cierre de los contactos principales de cada fase quedan definidos por:

$$\begin{aligned} T_A &= T_{aux} + \tau_A + T_{Ar} \\ T_B &= T_{aux} + \tau_B + T_{Br} \\ T_C &= T_{aux} + \tau_C + T_{Cr} \end{aligned} \tag{5.1}$$

   donde τ_A es el retardo de tiempo entre el cierre del contacto auxiliar y el contacto principal y T_{Ar} corresponde al punto dentro de la curva de distribución gaussiana donde ocurre el cierre del contacto principal de la fase A, y de igual forma para las otras fases.
3. En el caso de interruptores con resistencias de preinserción, se aplican los parámetros estadísticos al cierre inicial (con la resistencia). Un tiempo después, generalmente un ciclo, se simula el cortocircuito de la resistencia.

La fig. 5.1 muestra la aplicación típica de los tiempos de cierre en un interruptor trifásico. En ésta, la desviación estándar de los contactos principales está dada por:

$$\sigma_M = \frac{mps}{6} \tag{5.2}$$

donde *mps* es máximo intervalo de tiempo dentro del cual cierran los contactos.

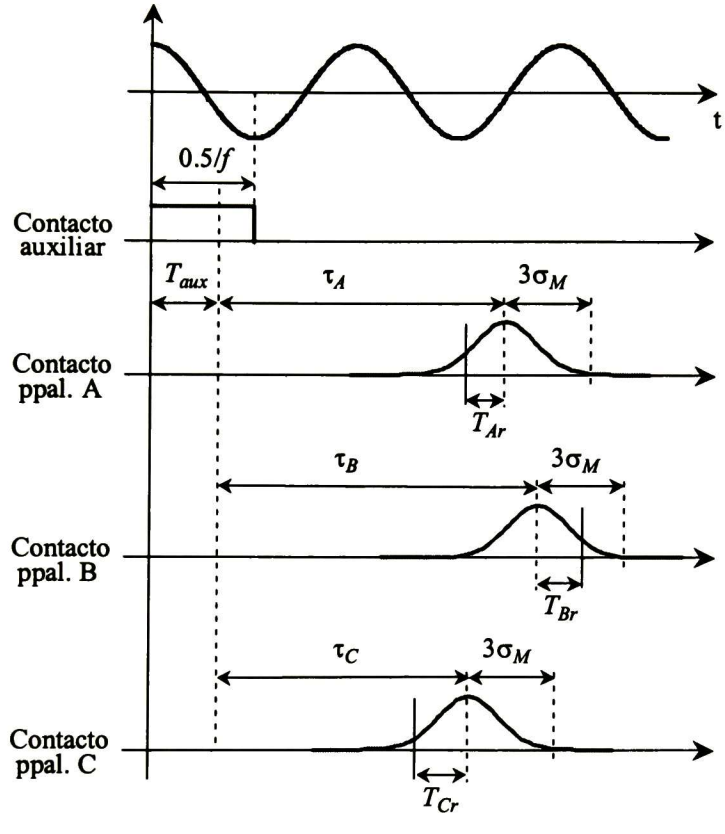


Figura 5.1. Distribución de Probabilidad de cierres.

5.2.2 Funciones de Distribución de Probabilidad

Los voltajes máximos registrados tras *N* eventos de cierre secuencial se grafican para conocer la distribución probabilística de las sobretensiones que pueden ocurrir en el sistema de transmisión. Las gráficas pueden ser:

- Funciones de Distribución de Probabilidad (histogramas).
- Funciones de Distribución Acumulada.

La probabilidad de que una variable aleatoria X tome cada uno de los valores posibles x se denomina una distribución de probabilidad y se denota por:

$$f(x) = p(X = x) \tag{5.3}$$

Las dos características necesarias en una distribución de probabilidad son:

$$p(X = x) \geq 0, \quad \forall x \tag{5.4}$$

y

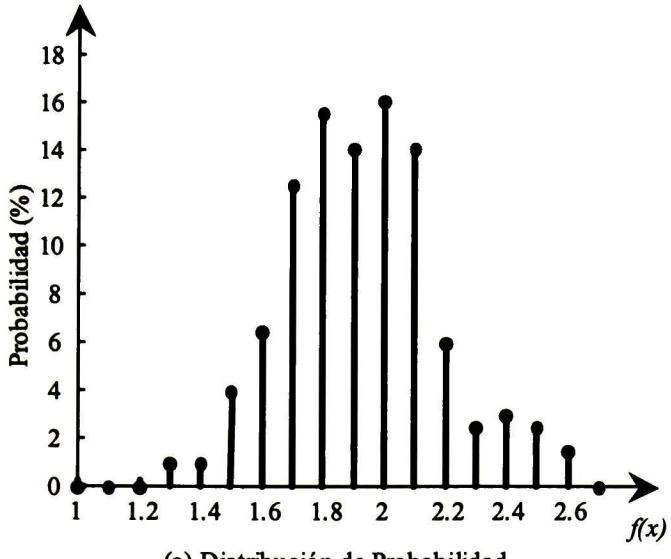
$$\sum_{x=1}^{n} p(X = x) = 1 \tag{5.5}$$

En otras palabras, la probabilidad de ocurrencia de cada x debe ser mayor o igual que 0 y la suma de todas las probabilidades correspondientes a cada uno de los valores de X tiene que ser igual a 1.

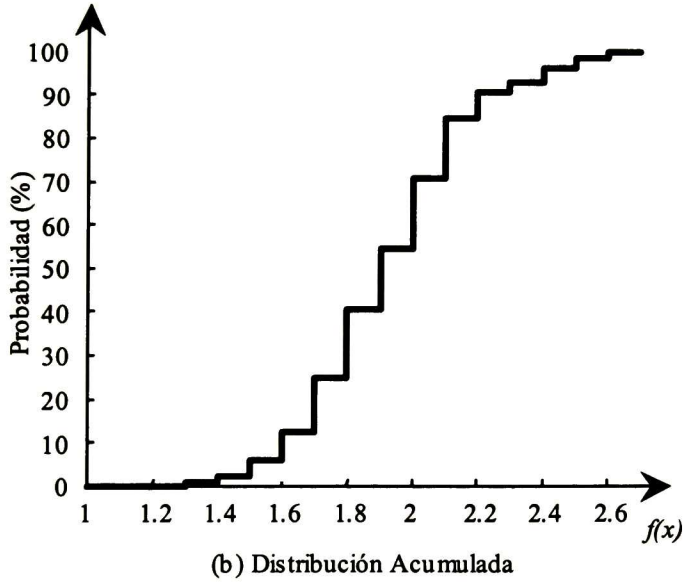
La probabilidad de que la variable aleatoria X asuma valores menores o iguales a x se llama función de distribución acumulada de X y se denota por:

$$F(X) = p(X < x) \tag{5.6}$$

La fig. 5.2 muestra un ejemplo de gráficas de distribución de probabilidad (a) y de probabilidad acumulada (b) de una función *f(x)*.



(a) Distribución de Probabilidad



(b) Distribución Acumulada

Figura 5.2 Curvas de Funciones de Probabilidad.

5.3 Cálculo del Riesgo de Falla

Para propósitos de coordinación del aislamiento del sistema, es conveniente aproximar la probabilidad de sobretensiones por una función de densidad de probabilidad (distribución Gaussiana) y la probabilidad de descarga disruptiva por una función de distribución acumulada. El conocimiento de estas dos distribuciones permite determinar el riesgo de falla [25, 26] de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$R = \int_0^{\infty} F(V)G(V)dV \tag{5.7}$$

donde:

F = Distribución de sobretensiones,

G = Probabilidad de descarga disruptiva,

V = Voltaje de prueba y

R = Riesgo de falla.

Por tanto, el riesgo de falla está dado por el área bajo la curva mostrada en la fig. 5.3.

Es claro que si se aumenta la resistencia del aislamiento o se disminuye el valor de la sobretensión, se reduce el valor dado por (5.7); es decir, se reduce el riesgo de falla, pero con un aumento en el costo de los equipos. La distancia entre las curvas F y G puede expresarse como un factor de seguridad γ que está relacionado con el riesgo de falla. Esto se muestra en la fig. 5.4. Para calcular la distancia entre las dos curvas, éstas se simplifican representándolas por un solo punto correspondiente a un valor dado de probabilidad y a una desviación estándar. La distribución de sobretensiones F se caracteriza por un 2% de probabilidad, y se le denomina "Sobretensión Estadística" o V_F. De la misma manera, La probabilidad de descarga disruptiva G se representa por un valor no disruptivo con 90% de probabilidad. Esta tensión se denomina "Tensión Estadística de Aislamiento no Disruptivo" o V_G. Como resultado del movimiento relativo entre las dos curvas, la distancia entre V_F y V_G variará. De tal manera que el factor de seguridad puede expresarse como:

$$\gamma = \frac{V_G}{V_F} \tag{5.8}$$

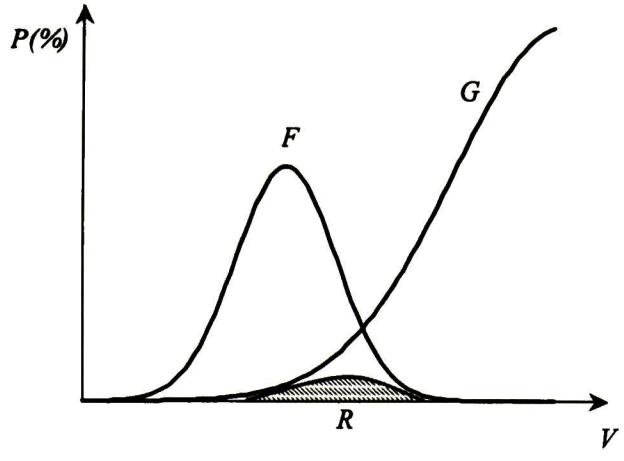


Figura 5.3. Riesgo de Falla.

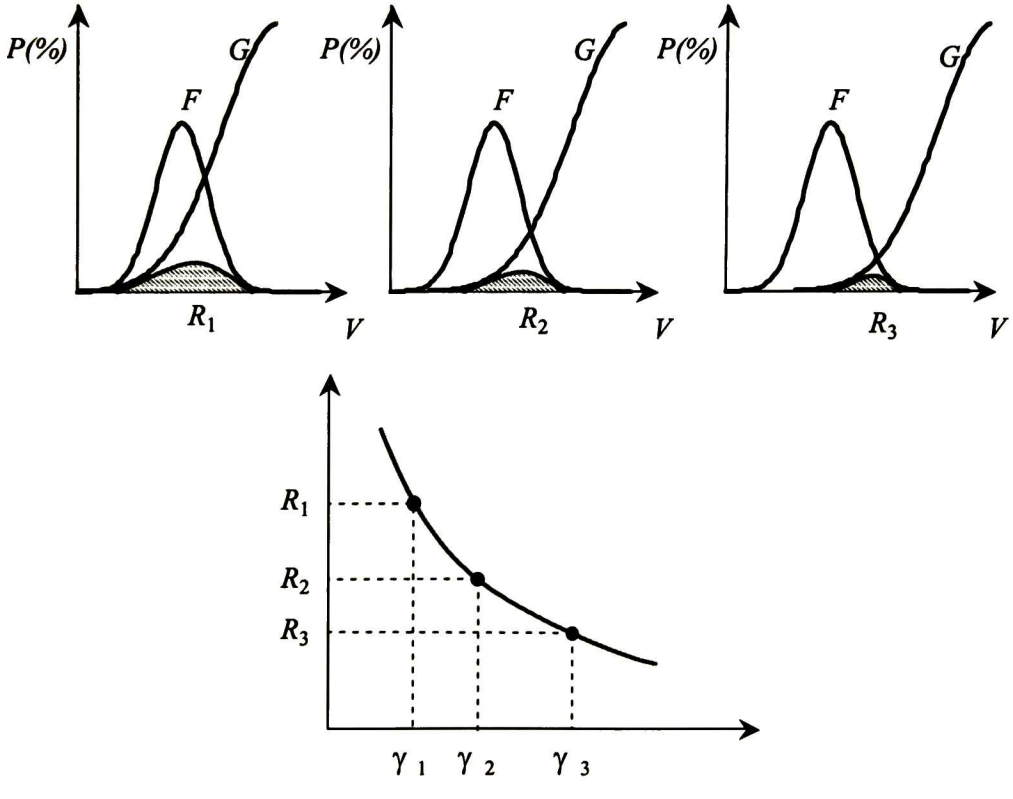


Figura 5.4. Relación entre el riesgo de falla y el factor de seguridad.

5.4 Redes Equivalentes usando Y_{bus}.

Al evaluar estadísticamente las sobretensiones por maniobra a las que puede estar expuesto un sistema de potencia de gran tamaño, por lo general se desea conocer solamente la respuesta en ciertos nodos de la red. Para efectos de tiempo de cómputo y almacenamiento de datos sería poco factible conservar todos los nodos, ya que la matriz de admitancias Y_{bus} que representa la red podría llegar a ser demasiado grande. Un procedimiento para la reducción de Y_{bus} se basa en el hecho de que la corriente de inyección en los nodos que no tienen conectada una carga externa o una fuente generadora es siempre cero. Por tanto, en estos nodos no es necesario calcular los voltajes explícitamente y es posible eliminarlos de la representación. Esto se realiza mediante la reducción de Kron [28]. Por ejemplo, para un sistema dado por:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1p} & \cdots & Y_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{p1} & \cdots & Y_{pp} & \cdots & Y_{pN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & Y_{Np} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Se puede eliminar el nodo p del sistema mediante la eliminación del renglón y la columna p de la matriz de admitancias. Para tal efecto se selecciona al elemento Y_{pp} como pivote y se aplica la siguiente ecuación:

$$Y_{jk(nueva)} = Y_{jk} - \frac{Y_{jp} Y_{pk}}{Y_{pp}} \tag{5.10}$$

donde j y k toman todos los valores de 1 hasta N con excepción de p porque el renglón y columna p se eliminan. La dimensión de la matriz de admitancias nueva será de $(N\text{-}1) \times (N\text{-}1)$.

5.5 Ejemplos de Aplicación

Aplicando el método de Monte Carlo, se analizan las sobretensiones a las que puede estar expuesta una línea de transmisión ante diferentes condiciones de operación. Posteriormente se analiza una red de mayor tamaño reduciéndola solamente a los nodos de interés para el estudio.

5.5.1 Análisis de sobretensiones en una línea de transmisión.

Se realiza un análisis estadístico de sobretensiones para la línea de transmisión utilizada en el ejemplo 3.4.1, aplicando 100 cierres secuenciales y registrando los voltajes máximos en las 3 fases del extremo receptor. Los datos empleados en los cierres son los siguientes:

$\tau_A = \tau_B = \tau_C = 5$ ms.

$\sigma_M = 0.833$ ms.

Se realizó el estudio ante 3 condiciones diferentes de operación:

Caso 1 Empleando interruptores simples.

Caso 2 - Incluyendo resistencias de preinserción de 450Ω y un tiempo de inserción de 16 ms en los polos del interruptor.

Caso 3 - Simulando la conexión de apartarrayos en las 3 fases del extremo receptor de la línea.

La curva v-i de los apartarrayos se aproxima por 5 segmentos lineales de acuerdo a la Tabla 4.1. En las figs. 5.5, 5.6 y 5.7 se presentan las curvas de distribución de probabilidad (histogramas) para los tres casos estudiados, mientras que la fig. 5.8 muestra las gráficas de distribuciones acumuladas.

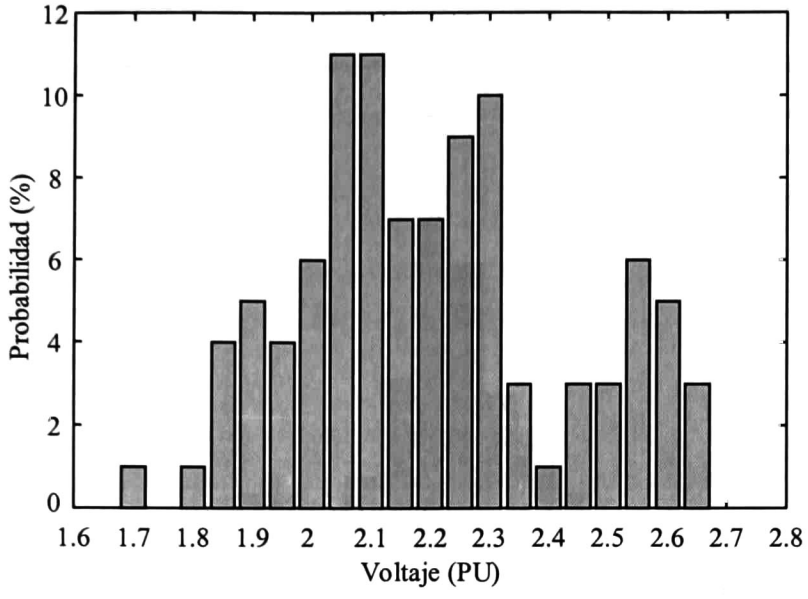


Figura 5.5. Distribución de Probabilidad de sobretensiones en el extremo receptor de la línea – Caso 1.

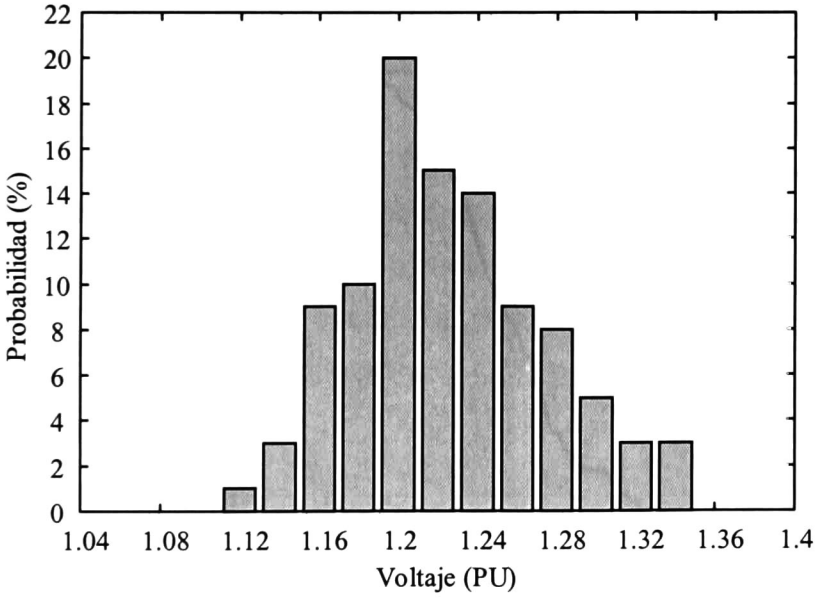


Figura 5.6. Distribución de Probabilidad de Sobretensiones en el extremo receptor de la línea – Caso 2.

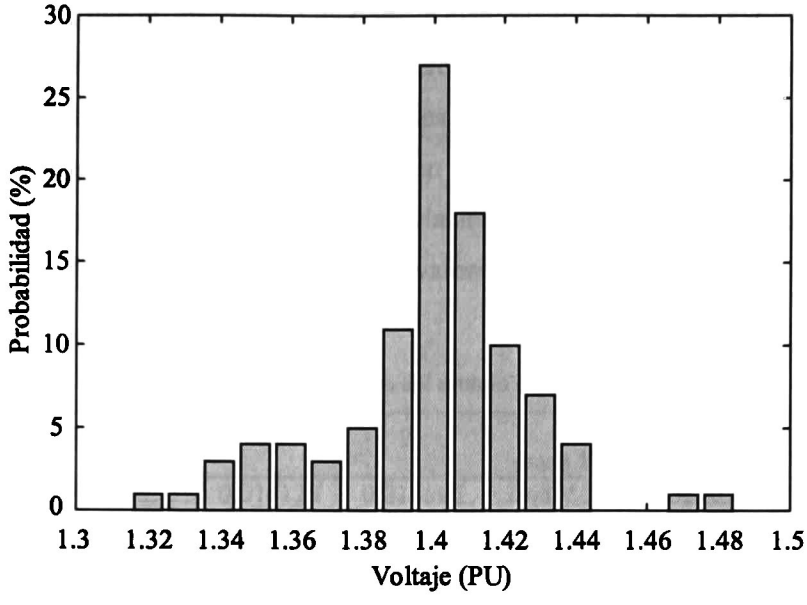


Figura 5.7. Distribución de probabilidad de sobretensiones en el extremo receptor de la línea – Caso 3

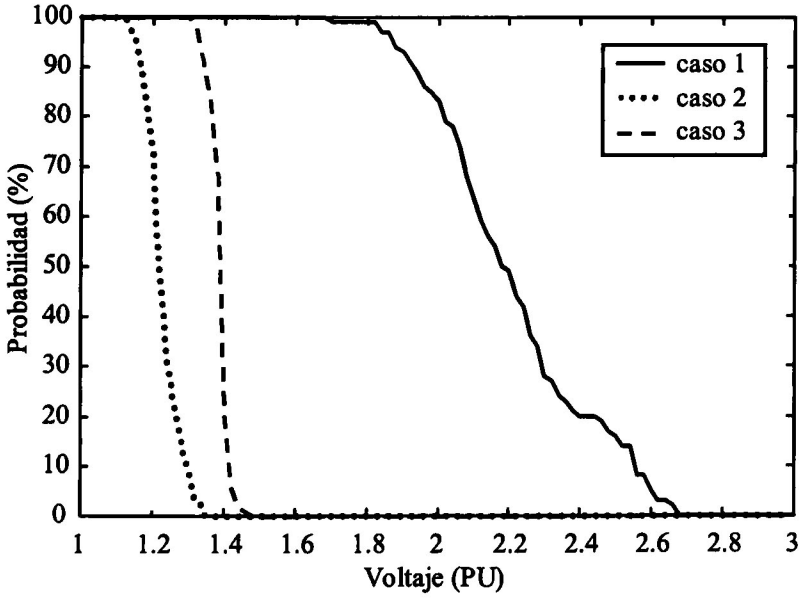


Figura 5.8. Distribución Acumulada de sobretensiones en el nodo receptor de la linea para los 3 casos.

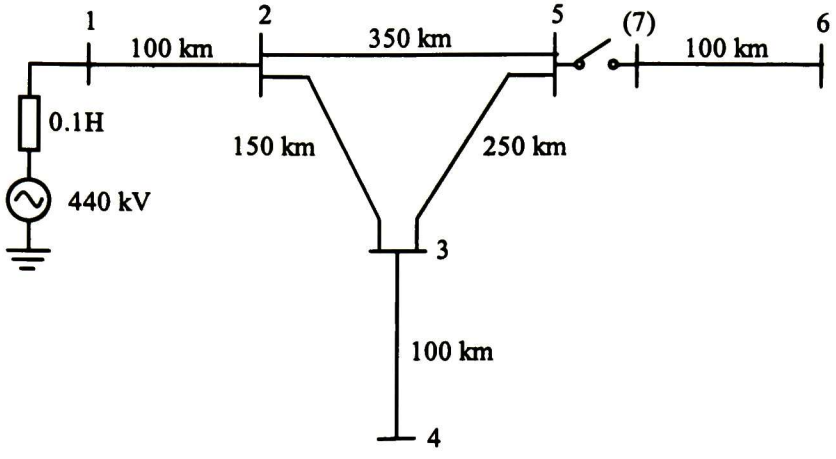
En la tabla 5.1 se presenta un resumen de los resultados estadísticos obtenidos. De la figura 5.8 y la Tabla 5.1, puede observarse una notable disminución en los sobrevoltajes máximos, tanto con la inclusión de resistencias de preinserción en el interruptor como con la conexión de apartarrayos en el extremo receptor de la línea. Puede notarse también que con el empleo de las resistencias de preinserción se obtienen resultados un poco mejores que con los apartarrayos, aunque con éstos últimos la desviación estándar es menor, lo cual indica que los sobrevoltajes se mantienen en un rango de valores más estrecho.

Tabla 5.1. Resumen del estudio estadístico.

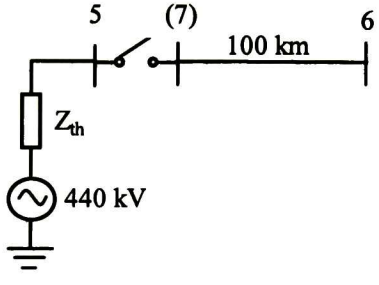
	T_A	T_B	T_C	V (caso 1)	V (caso 2)	V (caso 3)
Máximo	0.013872	0.014125	0.014508	2.680575	1.357077	1.468500
Mínimo	0.003784	0.004211	0.003942	1.706473	1.138155	1.210300
Promedio	0.008806	0.008918	0.008697	2.228071	1.235155	1.397482
Desv. Std.	0.002747	0.002801	0.002831	0.223773	0.048366	0.039373

5.5.2 Análisis de sobretensiones en una red de 6 nodos

Como último ejemplo de aplicación, se analizan las sobretensiones en el nodo 6 de la red de la fig. 5.9, realizando 100 eventos de energización secuencial de la línea 5-6. Antes de comenzar el estudio, se simplifica el sistema mediante la reducción de Kron de la matriz de admitancias, obteniéndose una red equivalente de 2 nodos (5 y 6) y un nodo ficticio 7 para simular al interruptor.



(a) Red completa



(b) Red equivalente mediante reducción de Kron

Figura 5.9. Circuito empleado en el ejemplo.

En la fig 5.9(b), Z_{th} representa la impedancia equivalente de Thevenin de la red reducida.

La fig. 5.10 presenta la distribución de probabilidad de sobretensiones en el nodo 6. El estudio se repite incluyendo resistencias de preinserción a las 3 fases del interruptor de 450 Ω y un tiempo de inserción de 16.66 ms. La gráfica de distribución de probabilidad para este caso se muestra en la fig. 5.11. Finalmente, en la fig. 5.12 se observa la comparación de las distribuciones acumuladas para los dos casos.

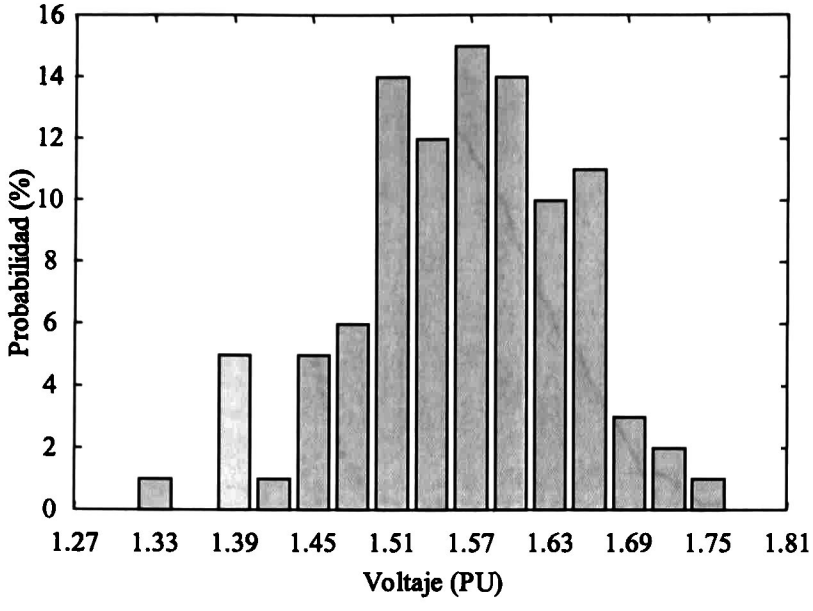


Figura 5.10. Distribución de Probabilidad de sobretensiones en el nodo 6.

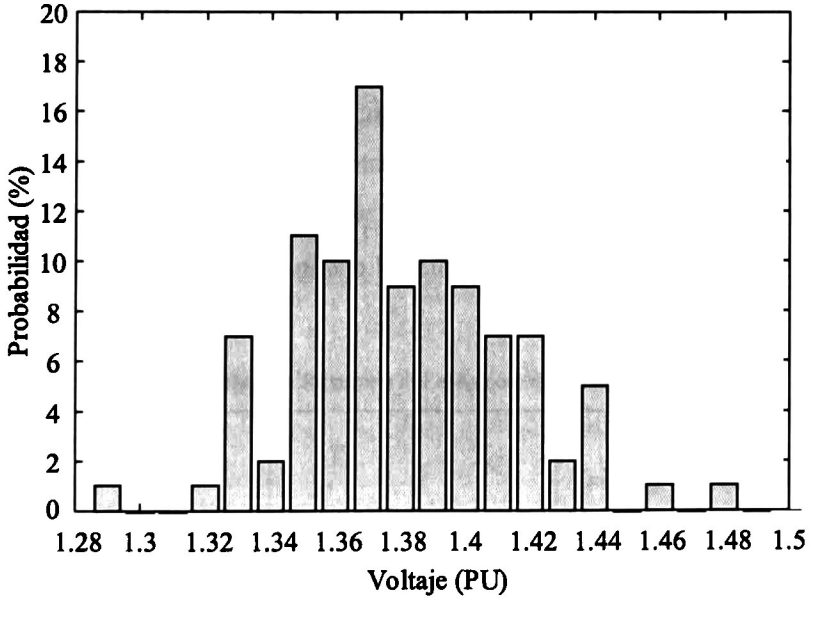


Figura 5.11. Distribución de Probabilidad de sobretensiones en el nodo 6 (utilizando resistencias de preinserción).

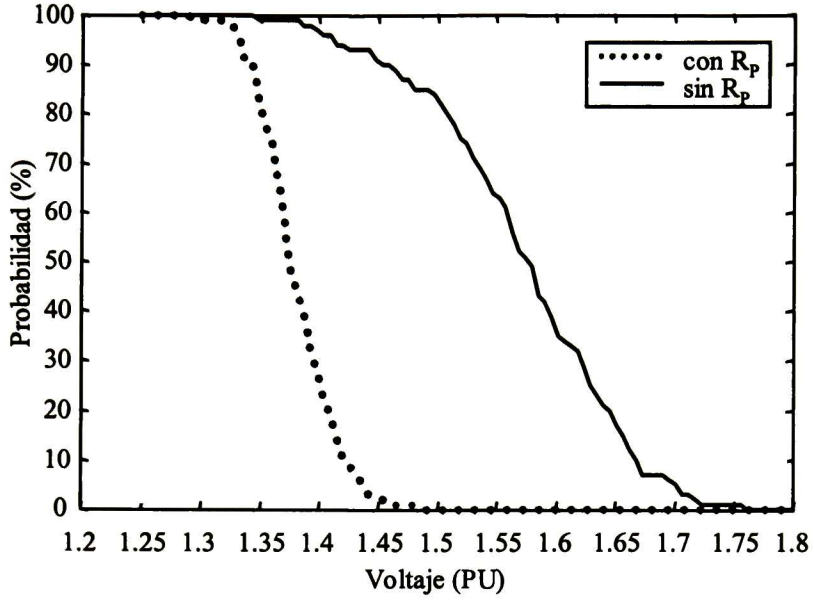


Figura 5.12. Distribución Acumulada de sobretensiones en el nodo 6.

La tabla 5.2 resume los resultados del estudio estadístico. Al igual que en el ejemplo de la sección 5.5.1, se observa una reducción importante en los sobrevoltajes máximos con la inclusión de resistencias de preinserción en el interruptor. Puede notarse también el amplio rango de sobrevoltajes que se presentan en los dos ejemplos de simulación con interruptores simples. Esto muestra que los sobrevoltajes varían considerablemente de acuerdo con los tiempos en que se aplican los cierres de las fases del interruptor.

Tabla 5.2. Resumen del estudio estadístico.

	T_A	T_B	T_C	V_6 (sin R_p.)	V_6 (con R_p)
Máximo	0.014427	0.014738	0.014558	1.752249	1.489167
Mínimo	0.003413	0.004149	0.004054	1.351196	1.298092
Promedio	0.009376	0.009406	0.009179	1.575968	1.385735
Desv. Std.	0.002625	0.002604	0.002605	0.081365	0.032730

6 CONCLUSIONES

6.1 Resumen de Resultados

Este trabajo presenta un método para el análisis de transitorios electromagnéticos en redes eléctricas empleando la Transformada Numérica de Laplace (TNL). El procedimiento propuesto se basa en el Principio de Superposición, y se aplica al modelado de maniobras de interruptores y elementos no-lineales.

Los resultados obtenidos muestran la efectividad del método en la simulación de:

- Maniobras secuenciales de interruptores
- Inclusión de apartarrayos en líneas de transmisión
- Estudio estadístico de sobretensiones.

Se mostró que con la TNL se obtienen formas de onda prácticamente idénticas a las del EMTDC, aunque con éste último es necesario un número de muestras mucho mayor para ciertos eventos. En particular, para el ejemplo de aplicación presentado en este trabajo del cálculo de la tensión de recuperación fue necesario un número de muestras 10 veces mayor. Para este mismo caso se presentaron oscilaciones al utilizar ATP, las cuales se atribuyen al tipo de amortiguamiento en conjunto con la integración trapezoidal utilizada en este programa.

La opinión del autor es que si bien los métodos en el dominio del tiempo son mucho más versátiles que los del dominio de la frecuencia, estos últimos son de gran utilidad para la validación del comportamiento de nuevos modelos en el dominio del tiempo y para la determinación confiable de resultados. Su utilización se justifica plenamente cuando se requiere obtener resultados de gran precisión, como es el caso del diseño de elementos y la coordinación de aislamiento de los equipos.

6.2 Aportaciones

Las aportaciones más importantes de este trabajo de investigación son las siguientes:

- Implementación de nuevas técnicas para el desarrollo de la TNL y una evaluación de criterios para la determinación del coeficiente de amortiguamiento.
- Desarrollo de un procedimiento que permite considerar cambios en la topología de la red y elementos no lineales cuando se emplea la TNL como método de análisis.
- Implementación de un programa para realizar estudios estadísticos de sobretensiones en redes de transmisión, mediante la aplicación del Método de Monte Carlo empleando técnicas en el dominio de la frecuencia. El programa permite además la formación de redes equivalentes antes de comenzar el estudio, para así ahorrar tiempo de cómputo y memoria.

6.3 Recomendaciones para Trabajos Futuros

Enseguida se presenta una lista con los proyectos recomendados como continuación del trabajo reportado en esta tesis:

- Modelado de reactores y transformadores saturables utilizando las técnicas de aproximación piezolineal presentadas en este trabajo.
- Inclusión del efecto de las no uniformidades de líneas tales como la catenaria de los conductores entre torres y entre el cruce de ríos; esto para el estudio de sobretensiones.
- Implementación de los modelos de interruptores y de elementos no lineales en aplicaciones de electrónica de potencia y telecomunicaciones.
- Aplicación del estudio de sobretensiones para el análisis de recierre de interruptores, así como para el análisis de sobretensiones por descargas atmosféricas directas e indirectas.

REFERENCIAS

[1] **H. W. Dommel,** "*Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks*", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-88, pp. 388-399, Abril 1969.

[2] **A. Budner**, "*Introduction of Frequency Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program*", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-89, pp. 88-97, Enero 1970.

[3] **J. K. Snelson,** "*Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines-Frequency Dependent Parameters*", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-91, pp. 85-91, Enero/Febrero 1972.

[4] **A. Semlyen, A. Dabuleanu,** "*Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolutions*", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, pp. 561-571, Marzo/Abril 1975.

[5] **J. R. Martí,** "*Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations*", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 1, pp. 147-157, Enero 1982.

[6] **L. Martí,** "*Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 3, no. 3, pp. 1099-1110, Julio 1988.

[7] **B. Gustavsen, A. Semlyen,** "*Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, no. 2, pp. 596-604, Abril 1998.

[8] **F. Castellanos, J. R. Martí,** "*Full Frequency-Dependent Phase-Domain Transmission Line Model*", IEEE Trans. on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 1331-1339, Agosto 1997.

[9] **H. V. Nguyen, H. W. Dommel, J. R. Martí,** "*Modelling of Single-phase Nonuniform Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 12, no. 2, pp. 916-921, Abril 1997.

[10] **F. Castellanos and J. R. Martí,** "*Phase Domain Multiphase Transmission Line Models*", Proc. of the International Conference on Power Systems Transients, pp. 17-22, Lisboa, Portugal, Septiembre 1995.

[11] **F. J. Marcano and J. Martí,** "*Idempotent Line Model: Case Studies*", Proc. of the International Conference on Power Systems Transients, Seattle, Washington, Junio 1997.

[12] **A. Morched, B. Gustavsen, M. Tartibi,** "*A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1032-1037, Julio 1999.

[13] **L. M. Wedepohl, S. E. T. Mohamed,** "*Transient Analysis of Multiconductor Transmission Lines with Special Reference to Nonlinear Problems*", Proc. IEE, vol. 117, no. 5, pp. 979-988. Mayo 1970.

[14] **J. W. Cooley, J. W. Tukey,** "*An Algorithm for the Machine Computation of the Complex Fourier Series*", Mathematics of Computation, vol. 19, pp. 297-301, Abril 1965.

[15] **D. J. Wilcox,** "*Numerical Laplace Transformation and Inversion*", Int. J. Elect. Enging. Educ., vol 15, pp. 247-265, 1978.

[16] **L. M. Wedepohl,** "*Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform*", Proc. of the 26th Midwest Symposium on Circuits and Systems, Agosto 1983.

[17] **N. Nagaoaka, A. Ametani,** "*A Development of a Generalized Frequency–Domain Transient Program – FTP*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 3, no. 4, pp. 1996-2004, Octubre 1988.

[18] **R. Gustavsen, G. Irwin, R. Mangelrod, D. Brandt, K. Kent,** "*Transmission Line Models for the Simulation of Interaction Phenomena Between Parallel AC and DC Overhead Lines*", Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients, IPST'99, pp. 61-67, Budapest, Hungría, Junio 20-24 1999.

[19] **J. P. Bickford, N. Mullineux y J. R. Reed,** "*Computation of Power System Transients*", Peregrinus, IEEE Monograph Series, Inglaterra 1976.

[20] **P. Moreno, R. de la Rosa y J. L. Naredo,** "*Frequency Domain Computation of Transmission Line Closing Transients*", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 6, pp. 275-281, Enero 1991.

[21] **A. M. Gole, D. W. Durbak et al,** "*Task Force Report: Modeling Guidelines for Switching Transients*", IEEE PES Switching Transients Task Force 15.08.09.03

[22] **S. J. Day, N. Mullineux, J. R. Reed,** "*Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals*" Int. J. Elect. Enging. Educ., vol. 3, pp.501-506, 1965.

[23] **H. R. Disenfeld, J. L. Alonso, J. L. Piñeiro,** "*Estudios de Coordinación de Aislamiento para la Línea Cross Rope Suspension en 500 kV en el Corredor Comahue - Buenos Aires*", Revista Iberoamericana del ATP, vol. 2, Septiembre 2000.

[24] **P. Chowdhuri,** "*Electromagnetic Transients in Power Systems*", Research Studies Press Ltd., Octubre 1996.

[25] **E. Kuffel, W. S. Zaengl, J. Kuffel,** "*High Voltage Engineering: Fundamentals*", Newnes, Inglaterra 2000.

[26] **H. Torres,** "*Metodología en Pruebas de Laboratorio para Aplicación a la Coordinación de Aislamiento Estadístico*", Publicaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, Marzo 1988.

[27] **J. A. Martínez, R. Natarajan, E. Camm,** "*Comparison of Statistical Switching Results Using Gaussian, Uniform and Systematic Switching Approaches*", IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, vol. 2, pp. 884-889, Seattle, Washington, Julio del 2000.

[28] **W. D. Stevenson, J. J. Grainger,** "*Análisis de Sistemas de Potencia*" Mc Graw-Hill, México, 1996.

[29] **J. L. Naredo, P. Moreno, L. Guardado, J. A. Gutiérrez,** "*La Transformada Numérica de Laplace como una Herramienta de Investigación y Desarrollo en Ingeniería Eléctrica*", Proceedings of International Congress in Electrical and Electronics Engineering, Aguascalientes, Ags., México 1998.

[30] **F. L. Alvarado, R. H. Lasseter y J. J. Sanchez,** "*Testing of Trapezoidal Integration with Damping for the Solution of Power Transient Problems*" IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, pp. 3783-3790, Diciembre 1983.

[31] **L. M. Wedepohl,** "*Theory of Natural Modes in Multiconductor Transmission Lines*", Notas del Curso ELEC-552, UBC, 1982.

[32] **W. S. Meyer y H. W. Dommel,** Numerical Modeling of Frequency-Dependent Transmission-Line Parameters in an Electromagnetic Transients Program, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-93, pp. 1401-1409, Septiembre/Octubre 1974.

APÉNDICE A

MODELADO DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN AÉREAS

A.1 Cálculo de Parámetros Eléctricos

Los parámetros eléctricos de una línea de transmisión se definen completamente con la obtención de las matrices de impedancia serie y de admitancia en paralelo por unidad de longitud.

A.1.1 Matriz de Impedancia Serie

La matriz de impedancia serie o longitudinal se calcula a partir de las características geométricas y eléctricas de la línea de transmisión. En general se compone de la suma de tres matrices:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_g + \mathbf{Z}_t + \mathbf{Z}_c \tag{A.1}$$

donde:

$\mathbf{Z}_g$ = matriz de impedancia geométrica

$\mathbf{Z}_t$ = matriz de impedancia debida al retorno por tierra

$\mathbf{Z}_c$ = matriz de impedancia interna de los conductores

A.1.1.1 Impedancia geométrica.

La matriz de impedancia geométrica depende básicamente de la configuración geométrica de la línea, y está dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{Z}_g = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi}\mathbf{P} \tag{A.2}$$

donde:

ω = frecuencia angular en rad/seg.

μ_0 = permeabilidad del espacio vacío = 400π nH/m

y además, **P** es la matriz de coeficientes de potencial y se define de la siguiente ecuación:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \ln\dfrac{D_{11}}{Req_1} & \cdots & \ln\dfrac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \vdots & & \vdots \\ \ln\dfrac{D_{n1}}{d_{n1}} & \cdots & \ln\dfrac{D_{nn}}{Req_n} \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Aplicando el método de las imágenes ilustrado en la fig. A.1, se calculan las variables involucradas en la expresión anterior de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j)^2} \tag{A.4a}$$

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \tag{A.4b}$$

$$R_{eq,i} = \sqrt[n]{n\, r_i\, (r_h)^{n-1}} \tag{A.4c}$$

donde:

n = número de conductores en haz

r_i = radio del conductor de la i-ésima fase en m.

r_h = radio del haz en m.

$R_{eq,i}$ = radio equivalente del haz de la i-ésima fase en m.

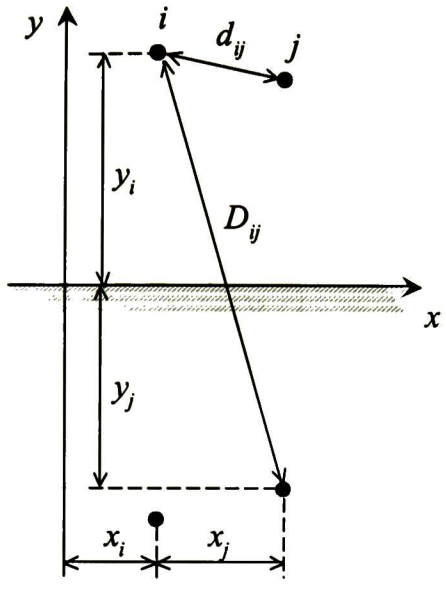


Figura A.1. Método de las imágenes

A.1.1.2 Impedancia de Retorno por Tierra.

El método de la profundidad compleja de penetración considera que las corrientes de retorno por tierra se concentran en una superficie plana ficticia, paralela al plano de tierra, y colocada a una profundidad de penetración dada por:

$$p = \sqrt{\frac{\rho_t}{j\omega\mu_0\mu_t}} \tag{A.5}$$

donde:

ρ_t = resistividad del terreno en Ω/m.

μ_t = permeabilidad del terreno en H/m.

Gracias a este concepto es posible emplear el método de las imágenes para el cálculo de la matriz de impedancia de retorno por tierra, la cual queda definida como sigue:

$$\mathbf{Z}_t = \begin{bmatrix} \ln\frac{D'_{11}}{D_{11}} & \dots & \ln\frac{D'_{1n}}{D_{1n}} \\ \vdots & & \vdots \\ \ln\frac{D'_{n1}}{D_{n1}} & \dots & \ln\frac{D'_{nn}}{D_{nn}} \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

donde:

$$D'_{ij} = \sqrt{(y_i + y_j + 2p)^2 + (x_i - x_j)^2} \tag{A.7}$$

A.1.1.3 Impedancia Interna de los Conductores

La impedancia interna de los conductores se debe al fenómeno conocido como efecto Kelvin o efecto "piel", que consiste en que la corriente alterna tiende a circular cerca de la superficie de los conductores. El cálculo de esta impedancia para la i-ésima fase se realiza de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$Z_{c,i} = \frac{\sqrt{R_{cd,i} + Z_{af,i}}}{n} \tag{A.8}$$

donde $R_{cd,i}$ es la resistencia de corriente directa del conductor de la i-ésima fase y $Z_{af,i}$ es su impedancia de alta frecuencia, y están definidas por:

$$R_{cd,i} = \frac{\rho_{c,i}}{\pi (r_{c,i})^2} \tag{A.9}$$

$$Z_{af} = \frac{\sqrt{j\omega\, \mu_0 \mu_{c,i} \rho_{c,i}}}{\pi\, r_{c,i}} \tag{A.10}$$

con:

$\mu_{c,i}$ = permeabilidad del conductor de la i-ésima fase en H/m.

$\rho_{c,i}$ = resistividad del conductor de la i-ésima fase en Ω/m.

$r_{c,i}$ = radio del conductor de la i-ésima fase en m.

Finalmente, la matriz de impedancias internas para las n fases de la línea se define por:

$$\mathbf{Z}_c = \mathrm{diag}\left(z_{c,1}, z_{c,2}, \ldots, z_{c,n}\right) \tag{A.11}$$

A.1.2 Matriz de Admitancia en Derivación

Al igual que la impedancia geométrica, la admitancia en derivación está relacionada con la matriz de coeficientes de potencial, siendo su expresión de la siguiente forma:

$$\mathbf{Y} = j\omega\, 2\pi\varepsilon_0\, \mathbf{P}^{-1} \tag{A.12}$$

donde:

ε_0 = Permitividad del espacio vacío = $1/36\pi$ pF/m

A.2 Modelo de Dos Puertos de la Línea de Transmisión Multiconductora.

La matriz de impedancia serie y de admitancia en derivación caracterizan completamente una línea de transmisión polifásica en el dominio de la frecuencia y son los parámetros básicos en las ecuaciones que describen la propagación de la corriente y la tensión a través de la línea.

Si se desea obtener el modelo de dos puertos de la línea de transmisión, el procedimiento es el siguiente:

1. Se obtienen las matrices de vectores propios $\mathbf{\Lambda}$ y de valores propios $\mathbf{M}$ de la matriz $\mathbf{ZY}$.
2. Se calcula la matriz de propagación modal $\mathbf{\Gamma}$ de acuerdo a la sig. expresión:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathrm{diag}\left(\sqrt[+]{\lambda_1}, \sqrt[+]{\lambda_2}, \ldots, \sqrt[+]{\lambda_n}\right) \tag{A.13}$$

   donde $\sqrt[+]{\lambda_i}$ es la raíz cuadrada positiva del i-ésimo elemento de la diagonal principal de la matriz $\mathbf{\Lambda}$.
3. Se calcula la matriz de propagación de tensiones $\mathbf{\Psi}$ dada por:

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{M}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\mathbf{M}^{-1} \tag{A.14}$$

4. Se obtiene la matriz de admitancias características de la línea:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}^{-1}\,\boldsymbol{\psi} \tag{A.15}$$

5. Finalmente se obtiene la representación nodal de dos puertos de la línea de transmisión a partir de la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_0 \coth(\boldsymbol{\psi} l) & -\mathbf{Y}_0 \operatorname{cosech}(\boldsymbol{\psi} l) \\ -\mathbf{Y}_0 \operatorname{cosech}(\boldsymbol{\psi} l) & \mathbf{Y}_0 \coth(\boldsymbol{\psi} l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_l \end{bmatrix} \tag{A.16}$$

La expresión anterior permite representar la linea de transmisión por un equivalente π cuyo diagrama se ilustra en la fig. A.2, en la cual:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}_0 \coth(\boldsymbol{\psi} l) \tag{A.17a}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{Y}_0 \operatorname{cosech}(\boldsymbol{\psi} l) \tag{A.17b}$$

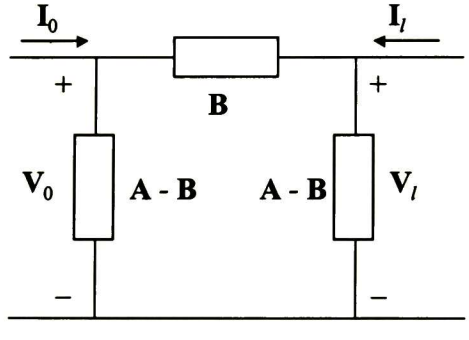


Figura A.2. Circuito equivalente π de una linea de trasmisión.

APÉNDICE B

ARTÍCULOS PUBLICADOS

1. P. Gómez, P. Moreno y J. L. Naredo, "***Modelado de Condiciones No-Lineales en Redes de Transmisión Utilizando la Transformada Numérica de Laplace***", Reunión de Verano de Potencia y Aplicaciones Industriales RVP-AI/2002, Acapulco, Gro, México, Julio del 2002.
2. P. Gómez, P. Moreno y J. L. Naredo, "***Modeling Non-Linear Conditions in Transmission Network Transients Using the Numerical Laplace Transform***", Aceptado para su presentación en el North American Power Symposium (NAPS) 2002, Arizona, U.S.A., Octubre del 2002.

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

Unidad Guadalajara

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: MODELADO DE CONDICIONES NO LINEALES PARA EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE del(a) C. Pablo GÓMEZ ZAMORANO el día 9 de Agosto de 2002.

Dr. José Luis Alejandro
NAREDO VILLAGRÁN
Investigador Cinvestav 3B
CINVESTAV GDL
Guadalajara

Dr. Pablo MORENO
VILLALOBOS
Investigador Cinvestav 3A
CINVESTAV GDL
Guadalajara

Dr. Juan Manuel RAMÍREZ
ARREDONDO
Investigador Cinvestav 3A
CINVESTAV GDL
Guadalajara