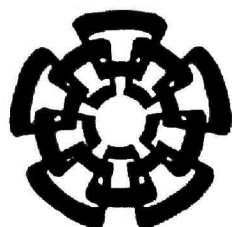




xx(108178.1)





# CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN  
Unidad Guadalajara

---

## ANÁLISIS DE CONTROL DESCENTRALIZADO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA. INTERACCIÓN Y ESTABILIDAD

Tesis que presenta

**EVARISTO NOÉ REYES PÉREZ**

Para obtener el grado de  
**Maestro en Ciencias**

En la especialidad de  
**Ingeniería Eléctrica**

**CINVESTAV**  
**IPN**  
**ADQUISICION**  
**DE LIBROS**

**CINVESTAV I.P.N.**  
**SECCION DE INFORMACION**  
**Y DOCUMENTACION**

Guadalajara, Jal., Diciembre del 2002

CLASIF.: TK165.G8 R49 1002  
ADQUIS.: SSI-242  
FECHA: 9-VII-2003  
PROCED.: TESA-2003  
\$ \_\_\_\_\_

# ANÁLISIS DE CONTROL DESCENTRALIZADO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA: INTERACCIÓN Y ESTABILIDAD

Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica

Por:

**Evaristo Noé Reyes Pérez**

Ingeniero Electricista

Instituto Tecnológico de Puebla, 1994-1999

Becario del CONACYT, expediente no. **157979**

Director de Tesis:

**Dr. Arturo Román Messina**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Diciembre del 2002



## **DEDICATORIA**

**A mis padres**

**Evaristo Reyes Bautista y Adelina Pérez Manzano**

**A mis hermanos**

**Jaime y Angélica Reyes Pérez**

## AGRADECIMIENTOS

A ese ente que es todo, ser o lo que sea y que llamamos Dios, gracias

A mi familia por su apoyo incondicional en todo momento

Al Doctor Bernardino Castillo Toledo, Dr Juan Manuel Ramírez, Dra Ofelia Begovich Mendoza y el Maestro en Ciencias Isidro Castillo Toledo por su amistad y apoyo.

A cada uno de los profesores de Sistemas Eléctricos de Potencia del CINVESTAV Unidad Guadalajara, en especial por su apoyo y dirección invaluable en la realización de este trabajo de investigación al Dr. Arturo Román Messina.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico brindado para el desarrollo de esta investigación.

“Miembro de la generación del Ateneo, participe de la batalla contra el *positivismo*, Vasconcelos sabía que toda educación entraña una imagen del mundo y reclama un programa de vida”

*Octavio Paz (El laberinto de la soledad)*

## ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	i
LISTA DE TABLAS.....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	viii

### CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2 REVISIÓN DEL TRABAJO EXISTENTE.....	2
1.3 OBJETIVO DE LA TESIS.....	3
1.4 APORTACIONES DE LA TESIS.....	3
1.5 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.....	3

### CAPÍTULO 2 ANÁLISIS DE INTERACCIÓN EN SISTEMAS DE CONTROL DESCENTRALIZADO

2.1 INTRODUCCIÓN.....	5
2.2 CONCEPTOS BÁSICOS .....	5
2.2.1 La matriz de funciones de transferencia.....	5
2.2.2 Funciones de transferencia de lazo cerrado en sistemas bajo control descentralizado .....	6
2.3 MEDIDAS DE INTERACCIÓN.....	9
2.3.1 Medidas de interacción estáticas .....	9
2.3.1.1 El arreglo de ganancias relativas .....	9
2.3.1.2 El arreglo de interacción relativa .....	10
2.3.1.3 El problema de estabilidad.....	12
2.3.2 Medidas de interacción dinámicas.....	13
2.3.2.1 Ganancias relativas dinámicas generalizadas.....	13
2.3.2.2 La interacción dinámica relativa.....	14
2.3.3 Medidas de interacción basadas en los criterios de arreglos relativos.....	15
2.3.4 El problema de interacción entre lazos de control para funciones de transferencia no cuadradas.....	15
2.3.4.1 El arreglo de ganancias relativas en sistemas no cuadrados (NRG).....	15
2.3.4.2 La descomposición de valores singulares.....	16
2.4 EXTENSIÓN DE LOS ALGORITMOS DE ANÁLISIS DE INTERACCIÓN AL ESTUDIO DE GRDG Y EL IDR EN DISPOSITIVOS DE DOBLE SEÑAL DE RETROALIMENTACIÓN .....	17



## CAPÍTULO 3

### LA INTERACCIÓN EN LA ESTABILIDAD DEL CONTROL DESCENTRALIZADO

<b>3.1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>20</b>
<b>3.2 EL CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST PARA SISTEMAS MIMO. ....</b>	<b>20</b>
3.2.1 Formulación básica del criterio de estabilidad de Nyquist.....	20
3.2.2 Características estructurales de la función de transferencia de lazo cerrado.....	22
3.2.3 El concepto del diagonal dominante de Rosenbrock .....	23
3.2.3.1 El teorema de Gershgorin.....	23
3.2.3.2 El criterio de estabilidad de Rosenbrock para sistemas con diagonal dominante.....	24
3.2.4 El arreglo inverso de Nyquist (INA).....	26
3.2.5 Aplicación del criterio de Rosenbrock al análisis de interacción.....	27
<b>3.3 CRITERIOS PARA EVALUAR LA NATURALEZA DE LA INTERACCIÓN ENTRE LAZOS DE CONTROL.....</b>	<b>28</b>
3.3.1 Relaciones fundamentales.....	28
3.3.2 Condiciones de estabilidad.....	29
3.3.3 Análisis de interacción entre lazos de control basado en la noción del valor singular estructurado.....	30
<b>3.4 NATURALEZA DEL PROBLEMA DE INTERACCIÓN.....</b>	<b>30</b>
3.4.1 El efecto de la interacción entre controles en la estabilidad del control descentralizado .....	30
3.4.2 Análisis de los elementos de acoplamiento de la matriz de lazo abierto..	31
3.4.3 Propuesta de medidas de interacción entre lazos de control.....	32
<b>3.5 METODOLOGIA DEL ANÁLISIS DE INTERACCIÓN.....</b>	<b>33</b>

## CAPÍTULO 4

### APLICACIÓN

<b>4.1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>35</b>
<b>4.2 RESULTADOS OBTENIDOS DEL SISTEMA NPCC.....</b>	<b>35</b>
4.2.1 Características fundamentales de la estabilidad del sistema.....	35
4.2.2 Selección de alternativas de control.....	36
4.2.3 Análisis de interacción mediante herramientas convencionales.....	37
4.2.4 Diseño de los circuitos de estabilización.....	40
4.2.5 Análisis de interacción entre lazos de control utilizando el criterio de Rosembrock.....	41
4.2.6 Análisis de la naturaleza del fenómeno de interacción.....	45
<b>4.3 RESULTADOS OBTENIDOS DEL SISTEMA DEL IEEE DE 50 GENERADORES.....</b>	<b>49</b>

<b>4.3.1</b>	<b>Características básicas del sistema en estudio.....</b>	<b>49</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Análisis de residuos y alternativas de control.....</b>	<b>50</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Aplicación de criterios convencionales al análisis de interacción.....</b>	<b>50</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Diseño de controles.....</b>	<b>53</b>
<b>4.3.5</b>	<b>Análisis de interacción entre lazos de control utilizando el criterio de Rosenbrock.....</b>	<b>53</b>
<b>4.3.6</b>	<b>Evaluación de la interacción mediante el criterio de Nyquist.....</b>	<b>56</b>

## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

<b>5.1</b>	<b>CONCLUSIONES GENERALES.....</b>	<b>62</b>
<b>5.2</b>	<b>RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.....</b>	<b>63</b>

<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>64</b>
-------------------------	-----------

## LISTA DE TABLAS

	Pagina
Tabla 2.1. Tabla 2.1 Alternativas de la ecuación característica.....	13
Tabla 4.1. Modos de oscilación de interés correspondientes al sistema NPCC.....	36
Tabla 4.2. Residuos de la función de transferencia.....	38
Tabla 4.3. Conjuntos de pares entrada-salida seleccionados para el control de los modos 1, 2 y 3.....	38
Tabla 4.4. Parámetros sintetizados de los ESP para proporcionar amortiguamiento a los modos 58, 64 y 77.....	40
Tabla 4.5. Comparación para el sistema de 48 Generadores, de los valores propios correspondientes a las alternativas de control 1 y 3.....	41
Tabla 4.6. Modos de oscilación críticos para el sistema de 50 Generadores del IEEE	49
Tabla 4.7. Residuos de los valores propios en estudio del sistema de 50 Generadores.....	50
Tabla 4.8. Resumen de alternativas de control descentralizado.....	50
Tabla 4.9. Parámetros sintetizados de ESP para proporcionar amortiguamiento a los modos de oscilación del sistema de 50 Generadores.....	53
Tabla 4.10. Valores propios del sistema de 50 Generadores con ESP, utilizando la alternativa 2.....	53
Tabla 4.11. Valores absolutos y ángulos de la ecuación característica con el $g_{ik} = 0 \dots$	61
Tabla 4.12. Mayores y menores contribuciones de interacción entre lazos de control...	61



## LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 2.1. Representación en diagramas de bloques del sistema multivariable retroalimentado .....	6
Figura 2.2. Representación de un sistema de control descentralizado con un solo dispositivo de control retroalimentado en el k-ésimo lazo.....	7
Figura 2.3. Representación de un sistema de control descentralizado con el k-ésimo lazo de retroalimentación abierto .....	9
Figura 2.4. Sistema simple de control de dos entradas y dos salidas .....	11
Figura 2.5. Representación del control descentralizado de dos señales de retroalimentación.....	19
Figura 3.1. Esquema de control, utilizando retroalimentación dinámica de la salida del sistema .....	21
Figura 3.2. Contorno D en el criterio de estabilidad de Rosenbrock.....	26
Figura 3.3. Representación en diagramas de bloques de un sistema multivariable con retroalimentación .....	29
Figura 3.4. Sistema MIMO con interacción entre controles modelado como disturbio.....	31
Figura 3.5. Metodología para el análisis de interacción entre controles.....	34
Figura 4.1. Diagrama de bloques del ESP .....	37
Figura 4.2. Números AGR y AIR correspondientes a las alternativas de control en la Tabla 4.3.....	39
Figura 4.3. Números GRDG y IDR correspondientes a las alternativas de control en la Tabla 4.3.....	39
Figura 4.4. Gráfico de Nyquist del sistema considerando las alternativas de control 1 y 3 ...	42
Figura 4.5. Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 1.....	43
Figura 4.6. Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 1.....	43
Figura 4.7. Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 3.....	44
Figura 4.8. Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 3.....	44
Figura 4.9. Grafico de Nyquist ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 1.....	46
Figura 4.10. Grafico de Nyquist ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 3.....	47
Figura 4.11. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para las alternativas de control 1 y 3 del modo interárea.....	47
Figura 4.12. Grafico de barras ilustrando el problema del acoplamiento entre controles para la alternativa de control 1 del modo interárea.....	48

Figura 4.13.	Grafico de barras ilustrando el problema del acoplamiento entre controles para la alternativa de control 3 del modo interárea.....	48
Figura 4.14.	Número AGR correspondiente a las alternativas de control seleccionadas.....	51
Figura 4.15.	Número AIR correspondiente a las alternativas de control seleccionadas.....	51
Figura 4.16.	Número GRDG correspondiente a las alternativas de control consideradas.....	52
Figura 4.17.	Número IDR correspondiente a las alternativas de control consideradas.....	52
Figura 4.18.	Gráfico de Nyquist de la alternativa 2 del sistema de 50 Generadores considerando ESP en los generadores Gen-1, Gen-2, Gen-3, Gen-6 y Gen-23.....	54
Figura 4.19.	Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-1, Gen-2 y Gen-3.....	54
Figura 4.20.	Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-6 y Gen-23.....	55
Figura 4.21.	Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-1, Gen-2 y Gen-3.....	55
Figura 4.22.	Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-6 y Gen-23.....	56
Figura 4.23.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo interárea 20.....	57
Figura 4.24.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 33.....	57
Figura 4.25.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 35.....	58
Figura 4.26.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control del modo local 39.....	58
Figura 4.27.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 62.....	59
Figura 4.28.	Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 88.....	59

## **RESUMEN**

Esta tesis investiga la aplicación de técnicas de estudio derivadas de la teoría del control descentralizado, al análisis y control de oscilaciones electromecánicas entre generadores, y más específicamente, al control de las oscilaciones interárea de naturaleza esencialmente lineal. Se discute la aplicación de esquemas de control suplementario de excitación en generadores para mejorar la estabilidad de los modos interárea y se investiga el problema de interacción entre controles.

El estudio de la interacción entre controles se inició de un modelo lineal del sistema de potencia en el cual los elementos de control constituyen subsistemas dinámicos que interactúan a través de la representación lineal del sistema. A partir de este modelo, se definen y estudian medidas analíticas para el estudio de la interacción entre lazos de control basadas en la definición del arreglo de ganancias relativas. Se discute la generalización de estos métodos para considerar sistemas con mayor número de salidas que de entradas.

Posteriormente se desarrolla una metodología de estudio basada en la utilización del criterio generalizado de estabilidad de Nyquist para sistemas multivariantes al estudio de la interacción entre lazos de control y su efecto en la estabilidad del sistema. Paralelamente, se proponen procedimientos derivados del análisis de los sistemas diagonales dominantes de la matriz de funciones de transferencia del sistema multivariable para el análisis de la interacción entre controles suplementarios.

Por último, se presenta la aplicación de la metodología desarrollada al análisis y control de modos interárea de baja frecuencia en sistemas de potencia con características reales. Se discute el problema de la ubicación y diseño de dispositivos de control, y se analiza su efecto en la estabilidad de señal pequeña del sistema de potencia. Por último, se evalúa la aplicación práctica para el estudio aproximado del fenómeno de interacción entre lazos de control utilizando la noción del concepto de dominancia diagonal.



## INTRODUCCIÓN

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el estudio de la estabilidad de pequeña señal de sistemas eléctricos de potencia es creciente el interés por la evaluación y control de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia que involucran a un gran número de generadores o áreas eléctricas.

Convencionalmente, el control de oscilaciones interárea se ha llevado a cabo aplicando dispositivos Estabilizadores de Sistemas de Potencia (ESP)<sup>1</sup> en generadores del sistema o en la red de transmisión. Destacan, por su mayor aplicación, los ESP en sistemas de excitación, los esquemas flexibles de transmisión en corriente alterna, los sistemas de transmisión de corriente continua y más recientemente métodos de modulación de la carga.

La utilización creciente de diferentes dispositivos de control, sin embargo, puede propiciar problemas de interacción entre controles afectando la estabilidad del sistema de potencia y la calidad en la operación del sistema interconectado.

Los métodos de diseño de controles de amortiguamiento utilizados por la industria eléctrica se basan, generalmente, en técnicas de análisis lineal. Estos métodos, sin embargo, tienen dos grandes inconvenientes:

1. Los criterios utilizados para seleccionar las señales de retroalimentación y la propia ubicación de los controles, se basan con frecuencia, en criterios empíricos en los cuales no se brinda una debida atención al problema de interacción entre controles
2. No existen métodos sistemáticos para determinar el efecto del problema de interacción entre controles en la estabilidad del sistema. Asimismo, resulta difícil derivar medidas prácticas del efecto de ésta interacción en el funcionamiento individual de los propios sistemas de controles

En este trabajo se investiga la aplicación de métodos y técnicas de control descentralizado al problema del control de oscilaciones interárea en sistemas eléctricos de potencia. El estudio se orienta hacia el desarrollo de medidas analíticas que faciliten el análisis de interacción así como su efecto en la estabilidad del sistema interconectado.

---

<sup>1</sup> PSS (Power System Stabilizers) por su acepción en la literatura inglesa

## 1.2 REVISIÓN DEL TRABAJO PREVIO

La noción de control descentralizado ha sido conocida por mucho tiempo y se refiere a la idea de controlar un sistema multivariable como si estuviera formado de sistemas o procesos individuales aislados. Como el sistema es acoplado, se requiere de medidas analíticas que permitan estimar el efecto de un proceso o lazo de control en los otros procesos individuales. Los primeros esfuerzos para definir *medidas de interacción* estuvieron basados en el desarrollo de metodologías orientadas a analizar la influencia de los diversos lazos de control en la función de transferencia entre una entrada y una salida específica.

En 1966 Bristol [1] introduce una primera medida de interacción para sistemas con múltiples-entradas múltiples-salidas<sup>2</sup> basada en el análisis de un sistema lineal e invariante en el tiempo representado por sistemas con igual número de entradas y salidas (sistemas cuadrados). Este tipo de medidas de interacción se basan en la relación de dos ganancias en estado estable; la primera representa la ganancia del proceso de un lazo aislado y la segunda, representa la ganancia aparente del proceso del mismo lazo cuando todos los lazos están cerrados. Una limitación fundamental de este tipo de enfoques es la suposición de que el sistema actúa bajo control integral.

Otras aproximaciones a resaltar son aquellas basadas en la utilización del criterio de Nyquist para sistemas multivariables. En [2], Niederlinski desarrolla un criterio heurístico basado en las propiedades del criterio de Nyquist, para evaluar en forma rápida la estabilidad de los sistemas considerando la acción de controladores del tipo proporcional e integral.

Posteriormente, Rosenbrock en su texto clásico de 1974 analiza el efecto de la interacción que provoca la matriz de lazo abierto, y propone criterios de diagonal dominante por renglones y columnas en la estabilidad del sistema de lazo cerrado. En este sentido se demuestra que si el sistema exhibe las propiedades de diagonal dominante es estable [13], utilizando un criterio de suficiencia basado en el teorema de Gershgorin. La aplicación del criterio de Rosenbrock proporciona una estimación rápida de la estabilidad del sistema.

Otras aproximaciones a resaltar son aquellas basadas en la evaluación de los problemas de estabilidad y robustez en sistemas multivariables de control. En [11] Huang *et al.* extiende la noción del arreglo de ganancias relativas para considerar el comportamiento dinámico del proceso y la acción del control [4, 8]. Paralelamente, otros investigadores han desarrollado medidas de interacción y estabilidad basadas en la noción del valor singular estructurado [11].

La utilización del concepto de ganancias relativas se ha centrado en el problema de la elección de los pares entrada-salida que reduzcan la interacción para la retroalimentación en los procesos químicos [3, 9, 27]. En el contexto del control de oscilaciones interárea, la primera aplicación de estas ideas se utilizó para ubicar dispositivos de control de tensión [28]. Recientemente, otros investigadores han propuesto la utilización del análisis de residuos y la noción de la ganancia relativa para ubicar ESP [29]. La extensión de este tipo de métodos para incluir el comportamiento dinámico del modelo del sistema y el análisis de la naturaleza de la interacción ha sido considerada en [5].

---

<sup>2</sup> MIMO por su denominación en la literatura inglesa

Los métodos clásicos para la localización y sintonización de dispositivos de control se basan en la utilización de la técnica de residuos y sensibilidad [14-22, 30]. Revisiones de este tipo de metodologías pueden encontrarse en [32].

Estas técnicas, sin embargo, no permiten examinar de forma sistemática el efecto de la interacción entre lazos de control, lo que ha motivado la búsqueda de otras alternativas de análisis. Así, por ejemplo, en [23] se propone el uso de métodos de análisis basados en el concepto de pares de amortiguamiento para el análisis de interacción de los dispositivos de control. Una limitación inherente a este tipo de enfoques es la suposición de que los dispositivos de control se encuentran instalados en el sistema. Debido a ello, estas herramientas pueden utilizarse de forma complementaria.

### **1.3 OBJETIVO DE LA TESIS**

El objetivo principal de esta tesis es la aplicación de métodos de análisis basados en la teoría de control descentralizado al estudio y control de oscilaciones interárea en sistemas eléctricos de potencia.

### **1.4 APORTACIONES DE LA TESIS**

A continuación se sintetizan las principales contribuciones de este trabajo de tesis:

- 1) El desarrollo de una metodología para la localización de dispositivos ESP en los SEP minimizando la interacción entre lazos de control, a través de medidas de interacción dinámicas y estáticas.
- 2) Propuesta de medidas de interacción dinámicas para dispositivos de retroalimentación de dos señales.
- 3) La aplicación de métodos de respuesta en frecuencia para analizar el efecto de la interacción entre lazos de control en la estabilidad del sistema.
- 4) La aplicación de métodos de respuesta en frecuencia para analizar el efecto de la interacción entre controles sobre la estabilidad del sistema.

### **1.5 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS**

La estructura de esta tesis se presenta a continuación:

El capítulo 2 se describe el problema de interacción entre lazos de control y se hace una revisión de los métodos utilizados para determinar los pares entrada salida en sistemas de control descentralizado.



En el capítulo 3 se establece un procedimiento para analizar el efecto de la interacción ocasionado por el acoplamiento de la matriz de lazo abierto (interacción entre lazos de control) en la estabilidad del sistema y la interacción entre controles.

En el capítulo 4 se presenta la aplicación de los métodos y técnicas de análisis desarrollados al problema del diseño de dispositivos de control para mejorar la estabilidad de pequeña señal en sistemas eléctricos de potencia reales. Además se realiza un análisis de interacción entre controles aplicando métodos de respuesta a la frecuencia.

Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones principales de la investigación realizada y se proponen líneas futuras de investigación.

## Capítulo 2

# ANÁLISIS DE INTERACCIÓN EN SISTEMAS DE CONTROL DESCENTRALIZADO

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La aplicación de sistemas de control descentralizado ha surgido en los últimos años como una de las alternativas de mayor interés para el control de grandes sistemas interconectados de potencia. Los sistemas descentralizados exhiben dos características básicas de interés para el control de un sistema de potencia: simplicidad en su diseño físico y sencillez en el diseño de los controladores. Sin embargo, dichos sistemas presentan interacción entre los lazos individuales de control y con ello la posibilidad de degradar el funcionamiento global del sistema y afectar su estabilidad.

En el presente capítulo se hace una revisión fundamental de las principales técnicas de análisis de interacción entre lazos de control en el contexto de sistemas de control multivariables. El análisis del efecto de esta interacción en el funcionamiento del sistema de control multivariable se discute en secciones posteriores de este documento.

Se introduce, en primer lugar, el concepto básico de la representación de estados de un sistema lineal y su representación en el dominio de la frecuencia. Paralelamente se hace una revisión detallada del efecto de los dispositivos de control en la función de transferencia de lazo cerrado y se establecen comparaciones entre los distintos enfoques existentes para el estudio de interacción entre lazos de control.

Se definen, a continuación, medidas de interacción estáticas y dinámicas para sistemas que tienen la misma cantidad de entradas-salidas y se establecen comparaciones entre las diferentes técnicas existentes en la literatura. Por último, se establecen los diferentes algoritmos para cada uno de los métodos expuestos en este capítulo y se proponen extensiones a los métodos de análisis existentes para considerar sistemas de control multivariable no cuadrados.

### 2.2 CONCEPTOS BÁSICOS

#### 2.2.1 La matriz de funciones de transferencia

Considérese un sistema lineal invariante en el tiempo descrito por la representación de estado [6]

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (2.1)$$

en donde  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$  es el vector de estados del sistema, el vector  $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^r$  es el vector de salidas, y  $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^m$  es el vector de entradas. Las matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{C}$  representan relaciones apropiadas de conectividad.

La función de transferencia de lazo abierto del sistema está dada por

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{C}(\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}(s) = \mathbf{C} \frac{\text{adj}(\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A})} \mathbf{B} \mathbf{u}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{u}(s) \quad (2.2)$$

en donde:

$$\mathbf{u}(s) = [u_1(s) \quad \cdots \quad u_p(s)]^T; \quad \mathbf{y}(s) = [y_1(s) \quad \cdots \quad y_p(s)]^T$$

### 2.2.2 Funciones de transferencia de lazo cerrado en sistemas bajo control descentralizado

La función de transferencia de lazo cerrado del control descentralizado mostrado en la figura 2.1. es:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}_{LC}(s) \mathbf{u}_r(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}(s) \mathbf{G}_c(s))^{-1} \mathbf{G}(s) \mathbf{u}_r(s) \quad (2.3)$$

donde:

$$\mathbf{G}_c(s) = \text{diag}[g_{c1}(s), \dots, g_{cp}(s)]; \quad \mathbf{u}(s) = \mathbf{G}_c(s) \mathbf{y}(s) + \mathbf{u}_r(s)$$

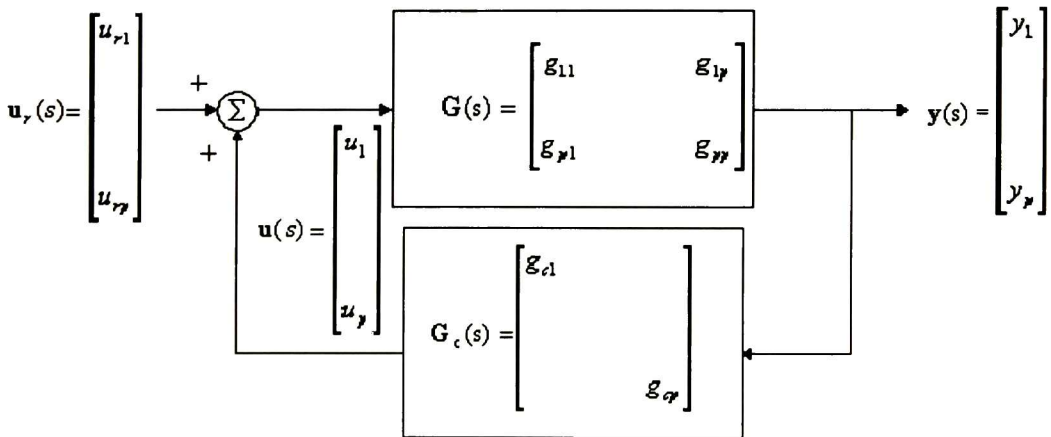


Figura 2.1. - Representación en diagramas de bloques del sistema multivariable retroalimentado



Se dice que los lazos de control en un sistema multivariable interactúan cuando la acción de un lazo de control repercute en uno o más de los lazos de control restantes del sistema, así por lo tanto, se desean obtener expresiones en el dominio de la frecuencia que expresen este fenómeno.

Sea el sistema de control mostrado en la figura 2.2. donde se aplica un control al k-ésimo lazo de retroalimentación expresado como:

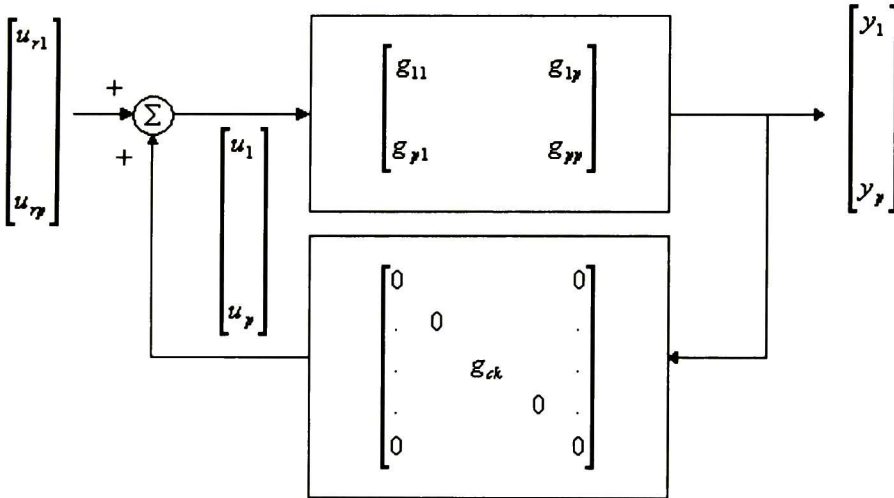
$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{G}_{cl}(s)\mathbf{y}(s) + \mathbf{u}_r(s) \quad (2.4)$$

donde

$$\mathbf{G}_{cl}(s) = \text{diag}[0, \dots, g_{ck}(s), \dots, 0]$$

la relación modificada de lazo cerrado es:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}'(s)\mathbf{u}_r(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{G}_{cl}(s))^{-1}\mathbf{G}(s)\mathbf{u}_r(s) \quad (2.5)$$



**Figura 2.2. Representación de un sistema de control descentralizado con un solo dispositivo de control retroalimentado en el k-ésimo lazo**

en donde los elementos de (2.5) estarán dados por

$$g_{ij} = g_{ij} + h_{ij} \quad i = 1 \dots r, j = 1 \dots m \quad (2.6)$$

y

$$h_{ij} = \frac{g_{ck} g_{ik} g_{kj}}{1 - g_{ck} g_{kk}}$$

Obsérvese que la ecuación (2.6) permite analizar el efecto de un controlador descentralizado en la función de transferencia del  $i$ -ésimo lazo de control,  $i = 1, \dots, p$  con  $i \neq k$ . Habría que destacar también, que el coeficiente  $h_{ij}$  representa el efecto del dispositivo de control conectado en la estación  $k$  en los elementos de la función de transferencia de lazo abierto  $g_{ij}$ . La aplicación sistemática de este procedimiento ha sido utilizada por diversos investigadores para analizar el efecto de cada controlador en los pares entrada-salida del sistema así como para definir relaciones de controlabilidad y observabilidad [7].

Siguiendo un proceso de deducción análogo, el procedimiento anterior puede ser generalizado para estudiar el efecto de todos los lazos de retroalimentación en el  $k$ -ésimo lazo de control abierto como se muestra en la figura 2.3. Sea

$$\mathbf{G}^k_c(s) = \text{diag}[g_{c1}, \dots, g_{c(k-1)}, 0, g_{c(k+1)}, \dots, g_{cp}] \quad (2.7)$$

donde  $\mathbf{G}^k_c(s)$  es la matriz diagonal de controladores con  $[\mathbf{G}^k_c]_{kk} = 0$ , entonces:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}^k_{LC}(s) \mathbf{u}_r(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}(s) \mathbf{G}^k_c(s))^{-1} \mathbf{G}(s) \mathbf{u}_r \quad (2.8)$$

es la matriz modificada de funciones de transferencia de lazo cerrado. Es inmediato mostrar que:

$$[\mathbf{G}^k_{LC}(s)]_{kk} = g_{kk} + h_k \quad (2.9)$$

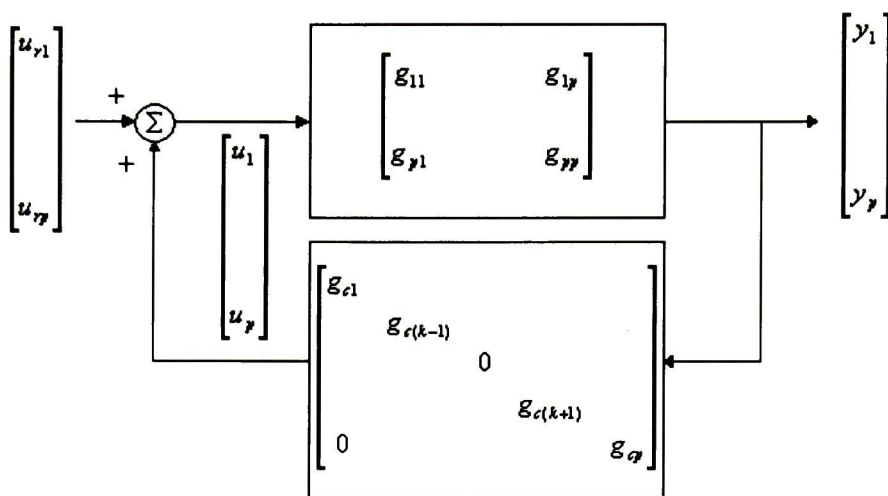
donde

$$h_k = \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki} g_{ii} g'_{ik}$$

Es importante destacar que, en este caso,  $h_k$  representa el efecto provocado por todos los dispositivos de control en la función de transferencia del  $k$ -ésimo lazo,  $g_{kk}$ . Notando que la salida para el  $k$ -ésimo lazo de control puede expresarse en la forma extendida

$$y_k(s) = g_{kk}(s) u_k(s) + \sum_{j=1, j \neq k}^p h_{kj} u_j(s) \quad (2.10)$$

el coeficiente  $h_{kj}$  se interpreta como la *interacción absoluta* del sistema [8].



**Figura 2.3. Representación de un sistema de control descentralizado con el k-ésimo lazo de retroalimentación abierto**

## 2.3 MEDIDAS DE INTERACCIÓN

Las medidas de interacción propuestas en la literatura puede ser clasificadas en dos grupos: medidas de interacción estáticas y medidas de interacción dinámicas. Por su interés y relación con este trabajo, se presenta a continuación una revisión fundamental de las principales características de este tipo de metodologías y se proponen modificaciones a los algoritmos básicos propuestos en la literatura para considerar arreglos no cuadrados.

### 2.3.1 Medidas de interacción estáticas

#### 2.3.1.1 El arreglo de ganancias relativas<sup>1</sup>

Los elementos del Arreglo de Ganancias Relativas (AGR) están constituidos por la razón entre dos ganancias estáticas (Ganancias Relativas): la ganancia de estado estable entre  $u_j$  e  $y_i$  cuando no hay control aplicado al sistema y la ganancia de estado estable entre las mismas variables  $u_j$  e  $y_i$  cuando todas las otras entradas  $u_k$  ( $k = 1, \dots, n; k \neq j$ ) y todas las otras salidas  $y_l$  ( $l = 1, \dots, n; l \neq i$ ) se aplican al sistema en retroalimentación. Las señales  $y_l$  ( $l = 1, \dots, n; l \neq i$ ) deben permanecer en sus valores nominales[1].

La ganancia relativa es expresada como:

<sup>1</sup> Relative Gains Array por su denominación en la literatura inglesa

$$\lambda_{ij} = \frac{(\partial y_i / \partial u_j)_{u_k=0, k \neq j}}{(\partial y_i / \partial u_j)_{y_l=0, l \neq i}} \quad (2.11)$$

Se puede demostrar que  $\lambda_{ij} = g_{ij}(s) \bullet \{G^{-1}(s)\}_{ji}$ ; así el AGR escrito en forma matricial:

$$\text{AGR}\{G(s)\} = \{\lambda_{ij}\} = G(s) \otimes [G^{-1}(s)]^T \quad (2.12)$$

donde  $\otimes$  denota la multiplicación elemento por elemento. Para mínima interacción el AGR debe ser igual a uno.

Una interpretación alternativa de interés se obtiene de la razón de cambio del AGR a la ganancia de:

$$\frac{d\lambda_{ij}}{dg_{ij}} = \frac{(1 - \lambda_{ij})\lambda_{ij}}{g_{ij}} \quad (2.13)$$

donde es deseable que no se tenga una razón de cambio demasiado variable.

### 2.3.1.2 El arreglo de interacción relativa<sup>2</sup>

El arreglo de interacción relativa (AIR) se define como la relación entre la interacción absoluta y la interacción libre del proceso evaluada para  $s=0$  cuando se utiliza retroalimentación integral [8]:

$$\text{AIR}\{G(s)\}_{ij} = \frac{1}{\text{AGR}\{G(s)\}_{ij}} - 1 \quad (2.14)$$

Es importante destacar que, en este caso, el AIR debe ser igual a cero para asegurar interacción mínima entre controles.

Con objeto de permitir una mejor comparación entre las distintas medidas de interacción, considérese un sistema simple de control con dos entradas y dos salidas como se muestra en la figura 2.4.

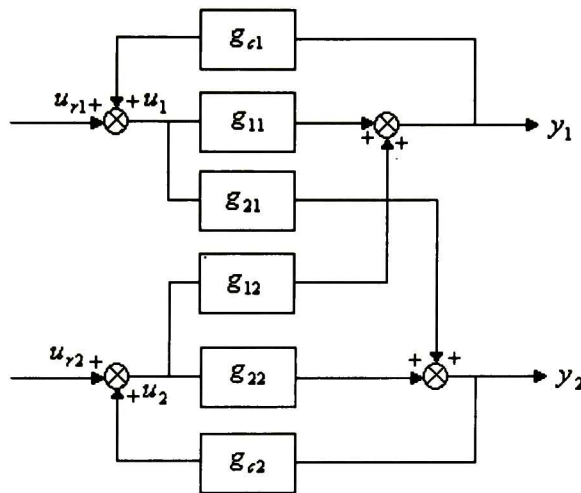
#### Ejemplo 2.1

Considere la figura 2.4. En esta figura, los elementos de la matriz planta están representados por los coeficientes  $g_{11}, g_{12}, g_{21}$  y  $g_{22}$  mientras que  $g_{c_1}$  y  $g_{c_2}$  representan las funciones de

<sup>2</sup> Relative Interrection Array por su denominación en la literatura inglesa

transferencia de los controladores. Se asume, además, que la variable de entrada  $u_1$  se utiliza para actuar únicamente sobre la señal  $y_1$ .

El análisis de la figura 2.4 permite deducir que si los elementos de acoplamiento de la matriz planta son cero ( $g_{12} = g_{21} = 0$ ) el sistema puede interpretarse como dos sistemas SISO. En el caso más general, sin embargo, estos elementos serán diferentes de cero causando un deterioro en el funcionamiento del sistema interconectado.



**Figura 2.4.** Sistema simple de control de dos entradas y dos salidas

Para clarificar estos conceptos, asuma que se abre el lazo de control 1. La relación entrada-salida para el sistema puede expresarse como

$$y_1 = g_{11}(s)u_1 + g_{12}(s)g_{c2}(s)y_2 \quad (2.15)$$

$$y_2 = g_{21}(s)u_1 + g_{22}(s)g_{c2}(s)y_2 \quad (2.16)$$

de donde:

$$y_1 = \left( g_{11}(s) + \frac{g_{12}(s)g_{c2}(s)g_{21}(s)}{1 - g_{22}(s)g_{c2}(s)} \right) u_1 \quad (2.17)$$

Nótese que este caso describe un sistema SISO, ya que solo un lazo de control está cerrado.

Si se considera que  $g_{c1} = \frac{1}{s}$ , la ganancia relativa  $\lambda_{11}$  para el primer lazo de control estará dado por:

$$\lambda_{11} = \frac{g_{11}(0)g_{22}(0)}{g_{11}(0)g_{22}(0) - g_{12}(0)g_{21}(0)} = \frac{(\partial y_1 / \partial u_1) \big|_{u_2=0}}{(\partial y_1 / \partial u_1) \big|_{y_2=0}} \quad (2.18)$$

Similarmente, el arreglo de ganancia relativa para el segundo lazo de control  $\lambda_{22}$  puede expresarse en la forma

$$\lambda_{22} = \frac{g_{22}(0)g_{11}(0)}{g_{22}(0)g_{11}(0) - g_{21}(0)g_{12}(0)} = \frac{(\partial y_1 / \partial u_1) \big|_{u_2=0}}{(\partial y_1 / \partial u_1) \big|_{y_2=0}} \quad (2.19)$$

Siguiendo un proceso de deducción análogo, el AIR estará dado por

$$\text{AIR}_{11} = \frac{g_{12}(s)g_{c2}(s)g_{21}(s)}{1 - g_{22}(s)g_{c2}(s)} = -\frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}g_{11}} \quad (2.20)$$

y

$$\text{AIR}_{22} = -\frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}g_{11}} \quad (2.21)$$

### 2.3.1.3 El problema de estabilidad

Considérese el polinomio característico del sistema retroalimentado, que se expresa en la forma convencional:

$$\det|\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c| = \det \begin{vmatrix} 1 - g_{11}g_{c1} & g_{12}g_{c2} \\ g_{21}g_{c1} & 1 - g_{22}g_{c2} \end{vmatrix} = 0$$

Tres casos son de interés:

- a) Caso A. Lazo 1 cerrado y lazo 2 abierto.
- b) Caso B. Lazo 1 abierto y lazo 2 cerrado
- c) Caso C. El sistema MIMO con ambos lazos cerrados

En la Tabla 2.1, se muestra, para cada uno de los casos anteriores, el polinomio característico del sistema en lazo cerrado,



**Tabla 2.1 Alternativas de la ecuación característica**

Alternativa de control	Polinomio característico
Caso A	$1 - g_{11}g_{c_1} = 0$
Caso B	$1 - g_{22}g_{c_2} = 0$
Caso C	$(1 - g_{11}g_{c_1})(1 - g_{22}g_{c_2}) - g_{12}g_{21}g_{c_1}g_{c_2} = 0$

Como se muestra, las condiciones de estabilidad para cada lazo individual de control son diferentes de las condiciones de estabilidad para el sistema global. En el caso cuando sólo se inserta un dispositivo de control el problema de estabilidad se reduce a un diseño SISO, de lo contrario el acoplamiento tiene una contribución favorable o desfavorable en la estabilidad, como se muestra en el siguiente capítulo.

### 2.3.2 Medidas de interacción dinámicas

Los métodos anteriores presentan importantes limitaciones de interacción: 1) Son medidas estáticas y 2) Se requiere por lo general controladores con acción integral. Esto ha motivado el desarrollo de las ganancias relativas dinámicas generalizadas.

#### 2.3.2.1 Ganancias relativas dinámicas generalizadas<sup>3</sup>

La ganancia relativa dinámica generalizada (GRDG) es una medida de interacción dinámica basada en el AGR. El GRDG se destaca por: 1) Considerar dispositivos de retroalimentación de cualquier tipo y; 2) La retroalimentación se evalúa en una frecuencia deseada.

Considérese la ecuación (2.9) que se puede escribir como:

$$[G_{LC}^k(s)]_{kk} = [G(s)]_{kk} + \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki}g_{ii}g_{ik}' \quad (2.22)$$

el GRDG se define como [4] :

$$\text{GRDG} \{G_{LC}(s)\}_{kk} = \frac{[G(s)]_{kk}}{[G_{LC}(s)]_{kk}} = \frac{[G(s)]_{kk}}{[G(s)]_{kk} + h_k(s)} \quad (2.23)$$

La expresión (2.23) muestra que para tener la mínima interacción, el GRDG debe ser igual a uno para la frecuencia de interés.

Es importante destacar que, debido a su definición dinámica y complejo cálculo analítico, el GRDG no puede definirse matricialmente.

<sup>3</sup>Generalized Dynamic Relative Gains por su denominación en la literatura inglesa

### 2.3.2.2 La interacción dinámica relativa<sup>4</sup>

En analogía con el AIR, el arreglo de interacción dinámica relativa (IDR) se define como:

$$\text{IDR}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{kk} = \frac{h_k(s)}{[\mathbf{G}(s)]_{kk}} \quad (2.24)$$

en (2.24) se observa que el IDR es una medida de interacción dinámica que analiza solamente el elemento  $h_k$  del denominador de (2.23). El mismo análisis permite establecer que el IDR presenta mínima interacción cuando es igual a cero. En general (2.23) es una generalización de (2.12), (2.14) y (2.24).

#### Ejemplo 2.2

Se mostrara a continuación como se obtiene el GRDG y IDR en el sistema de la figura 2.3., esto con el fin de ilustrar la relación existente entre estas diferentes medidas de interacción con el AGR y AIR obtenidos anteriormente. Aplicando la relación de la ganancia de lazo abierto y lazo cerrado se obtiene el  $\text{GRDG}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{11}$  como:

$$\text{GRDG}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{11} = \frac{g_{11} - g_{11}g_{22}g_{2c}}{g_{11} - g_{11}g_{22}g_{2c} + g_{12}g_{21}g_{2c}} \quad (2.25)$$

de una manera semejante el  $\text{GRDG}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{22}$  es:

$$\text{GRDG}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{22} = \frac{g_{22} - g_{11}g_{22}g_{c1}}{g_{22} - g_{11}g_{22}g_{c1} + g_{12}g_{21}g_{c1}} \quad (2.26)$$

Ahora para obtener el  $\text{IDR}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{11}$ ,  $\text{IDR}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{22}$  se aplica la relación entre la interacción absoluta y la interacción libre del proceso

$$\text{IDR}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{11} = \frac{g_{12}g_{21}g_{c2}}{g_{11} - g_{11}g_{22}g_{c2}} \quad (2.27)$$

$$\text{IDR}\{\mathbf{G}_{\text{LC}}(s)\}_{22} = \frac{g_{12}g_{21}g_{c1}}{g_{22} - g_{11}g_{22}g_{c1}} \quad (2.28)$$

<sup>4</sup> Dynamic relative interaction array por su denominación inglesa

### 2.3.3 Medidas de interacción basadas en los criterios de arreglos relativos

A partir de las ecuaciones anteriores es posible definir las siguientes medidas de interacción:

$$\text{Número AGR} = \sum_{i=1}^p \left| \text{AGR}\{\mathbf{G}_{LC}(j\omega)\}_{ii} - 1 \right| \quad (2.29)$$

$$\text{Número GRDG} = \sum_{i=1}^p \left| \text{GRDG}\{\mathbf{G}_{LC}(j\omega)\}_{ii} - 1 \right| \quad (2.30)$$

$$\text{Número AIR} = \sum_{i=1}^p \left| \text{AIR}\{\mathbf{G}_{LC}(j\omega)\}_{ii} \right| \quad (2.31)$$

$$\text{Número IDR} = \sum_{i=1}^p \left| \text{IDR}\{\mathbf{G}_{LC}(j\omega)\}_{ii} \right| \quad (2.32)$$

### 2.3.4 El problema de interacción entre lazos de control para funciones de transferencia no cuadradas

Las medidas de interacción descritas en las secciones anteriores han sido definidas para el caso particular en que en los modelos descritos el número de salidas es igual al número de entradas. En el estudio y diseño de controladores en sistemas de potencia, resulta con frecuencia de interés, el analizar sistemas no cuadrados.

#### 2.3.4.1 El arreglo de ganancias relativas en sistemas no cuadrados (NRG)<sup>5</sup>

Para un sistema no cuadrado representado por una matriz de transferencia  $\mathbf{G}(s)$  de tamaño  $m \times n$  con  $m \geq n$ , el NRG se define como

$$\lambda_{ij}^N = \frac{\left[ \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{OL}}{\left[ \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{CL}} = g_{ij} g_{ji} \quad (2.33)$$

entre la  $i$ -ésima salida y la  $j$ -ésima entrada, la pseudo inversa de lazo cerrado es

$$\left[ \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right]_{CL} = g_{ji}^+ \quad (2.34)$$

donde  $g_{ji}^+$  es el  $ji$ -ésimo elemento de la pseudo inversa de Moore-Penrose.

---

<sup>5</sup> Non-Square Relative Gain Array por su acepción inglesa

Utilizando notación matricial, el NRG se puede describir en la forma

$$\Lambda^N = G \otimes (G^+)^T \quad (2.35)$$

donde:

$$\Lambda^N = \begin{bmatrix} \lambda^N_{11} & \lambda^N_{12} & \dots & \lambda^N_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ \lambda^N_{m1} & & & \lambda^N_{mn} \end{bmatrix}$$

El NRG es una medida estática de interacción, que cumple con todas las propiedades básicas del AGR. Las dos principales propiedades del NRG son: 1) El NRG es invariante bajo entradas escalables, 2) El NRG es dependiente de las salidas escalables donde los factores escalables tienen una relativa importancia en las salidas; además la suma de los renglones del NRG es igual o menor a uno.

#### 2.3.4.2 La descomposición de valores singulares

Otras técnica para analizar a los sistemas que tienen funciones de transferencia no cuadradas es la descomposición de valores singulares, el método SVD<sup>6</sup> depende de las escalas en las entradas y salidas. Matemáticamente, los SVD se descomponen en tres componentes matriciales.

$$G(s) = W \Sigma V^T \quad (2.36)$$

donde:

$W$  es una matriz ortonormal de  $m \times n$

$\Sigma$  es una matriz diagonal de  $n \times n$  conteniendo los valores singulares en la diagonal

$V^T$  es una matriz ortonormal de  $m \times m$

El método utilizando los valores singulares consiste en elegir los elementos más grandes del  $i$ -ésimo vector columna de  $W$ . Pero si la matriz esta bajo entradas escaladas, se tiene que si una columna se multiplica por un escalar  $\alpha$ , el método elegirá las variables más grandes controladas para formar un sub-sistema cuadrado, pero si las variables controladas cambian como consecuencia de entradas escalables, no se abra elegido la adecuada.

---

<sup>6</sup> Singular Value Descomposition por su acepción inglesa

## 2.4 EXTENSIÓN DE LOS ALGORITMOS DE ANÁLISIS DE INTERACCIÓN AL ESTUDIO DEL GRDG Y EL IDR EN DISPOSITIVOS DE DOBLE SEÑAL DE RETROALIMENTACIÓN

Considere un sistema de control descentralizado en el cual dos señales de salida se utilizan para controlar una señal de entrada como se muestra en la figura 2.5. La función de transferencia de lazo abierto puede expresarse en la forma

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_A \\ \mathbf{Y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_A(s) \\ \mathbf{G}_C(s) \end{bmatrix} [\mathbf{u}(s)] = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_A(s) \\ \mathbf{G}_C(s) \end{bmatrix} \left[ \boldsymbol{\gamma}^i(s) \left[ \mathbf{G}^i_c(s) \mathbf{Y}_A(s) + \mathbf{G}^{i*}_c(s) \mathbf{Y}_B(s) \right] + \mathbf{u}_r \right] \quad (2.37)$$

en donde:

$$\mathbf{G}_A(s) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{1p} \\ g_{p1} & g_{pp} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_B(s) = \begin{bmatrix} g_{(p+1)1} & g_{(p+1)p} \\ g_{r1} & g_{rp} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Y}_A(s) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y}_B(s) = \begin{bmatrix} y_{p+1} \\ \vdots \\ y_r \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}^i_c(s) = \text{diag}[g_{c1}, \dots, g_{c(i-1)}, 0, g_{c(i+1)}, \dots, g_p]; \quad \mathbf{G}^{i*}_c(s) = \text{diag}[g^{*}_{c1}, \dots, g^{*}_{c(i-1)}, 0, g^{*}_{c(i+1)}, \dots, g^{*}_p];$$

$$\boldsymbol{\gamma}^i(s) = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_{(i-1)}, 0, \dots, \gamma_{(i+1)}, \dots, \gamma_p)$$

y

$\mathbf{G}_A(s), \mathbf{G}_C(s)$  son las matrices de funciones de transferencia de lazo abierto de dimensión  $p \times p$ ; ya que  $r = p$ .

$\mathbf{G}^i_c(s), \mathbf{G}^{i*}_c(s), \boldsymbol{\gamma}^i(s)$  son matrices de funciones de transferencia correspondientes a los dispositivos de amortiguamiento, de dimensión  $p \times p$  con el  $i$ -ésimo elemento abierto.

$\mathbf{Y}_A(s), \mathbf{Y}_B(s)$  son vectores de salidas de dimensión  $p \times 1$ .

$\mathbf{u}_r(s), \mathbf{u}(s)$  son vectores de entradas de referencia y entradas generales; de dimensión  $p \times 1$ .



Resolviendo para el vector de salidas se obtiene

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_A \\ \mathbf{Y}'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}'_A(s) \\ \mathbf{G}'_C(s) \end{bmatrix} [\mathbf{u}_r(s)] \quad (2.38)$$

donde:

$$\mathbf{Y}'_A(s) = \mathbf{G}'_A(s) \mathbf{u}_r = [\mathbf{X}^{i_3} \mathbf{X}_1^{i_1-1} \mathbf{X}^{i_2} + \mathbf{X}^{i_4}] \mathbf{u}_r$$

y

$$\mathbf{Y}'_B(s) = \mathbf{G}'_C(s) \mathbf{u}_r = [\mathbf{X}_1^{i_1-1} \mathbf{X}^{i_2}] \mathbf{u}_r$$

$$\mathbf{X}^{i_1} = [\mathbf{I} - [\mathbf{G}_B(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \{ \mathbf{I} - \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \}^{-1} \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^{i*}_c(s) + \mathbf{G}_B(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^{i*}_c(s)]]$$

$$\mathbf{X}^{i_2} = [\mathbf{G}_B(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \{ \mathbf{I} - \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \}^{-1} \mathbf{G}_A(s)] + \mathbf{G}_B(s)$$

$$\mathbf{X}^{i_3} = [\{ \mathbf{I} - \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \}^{-1} \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^{i*}_c(s)]$$

$$\mathbf{X}^{i_4} = [\{ \mathbf{I} - \mathbf{G}_A(s) \gamma^i(s) \mathbf{G}^i_c(s) \}^{-1} \mathbf{G}_A(s)]$$

En analogía con el desarrollo anterior, el  $i$ -ésimo elemento diagonal de  $[\mathbf{G}'_A(s)]_{ii} - [\mathbf{G}_A(s)]_{ii}$  y  $[\mathbf{G}'_C(s)]_{ii} - [\mathbf{G}_C(s)]_{ii}$  proporciona el efecto de todos los dispositivos sobre el  $i$ -ésimo elemento diagonal de las matrices  $[\mathbf{G}_A(s)]_{ii}$  y  $[\mathbf{G}_C(s)]_{ii}$ .

Se define el GRDG en sistemas representados por la figura 2.5 como sigue:

$$\text{GRDG}[\mathbf{G}'_A(s)]_{ii} = \frac{[\mathbf{G}_A(s)]_{ii}}{[\mathbf{G}'_A(s)]_{ii}} \quad (2.39)$$

$$\text{GRDG}[\mathbf{G}'_C(s)]_{ii} = \frac{[\mathbf{G}_C(s)]_{ii}}{[\mathbf{G}'_C(s)]_{ii}} \quad (2.40)$$

Siguiendo un proceso de deducción análogo es posible definir las medidas alternativas

$$\text{IDR}[\mathbf{G}'_A(s)]_{ii} = \frac{[\mathbf{G}'_A(s)]_{ii} - [\mathbf{G}_A(s)]_{ii}}{[\mathbf{G}_A(s)]_{ii}} \quad (2.41)$$

$$\text{IDR}[G_c(s)]_{ii} = \frac{[G'_c(s)]_{ii} - [G_c(s)]_{ii}}{[G_c(s)]_{ii}} \quad (2.42)$$

El proceso de evaluación de estas medidas es similar al descrito en secciones anteriores, por lo que los procedimientos se omiten.

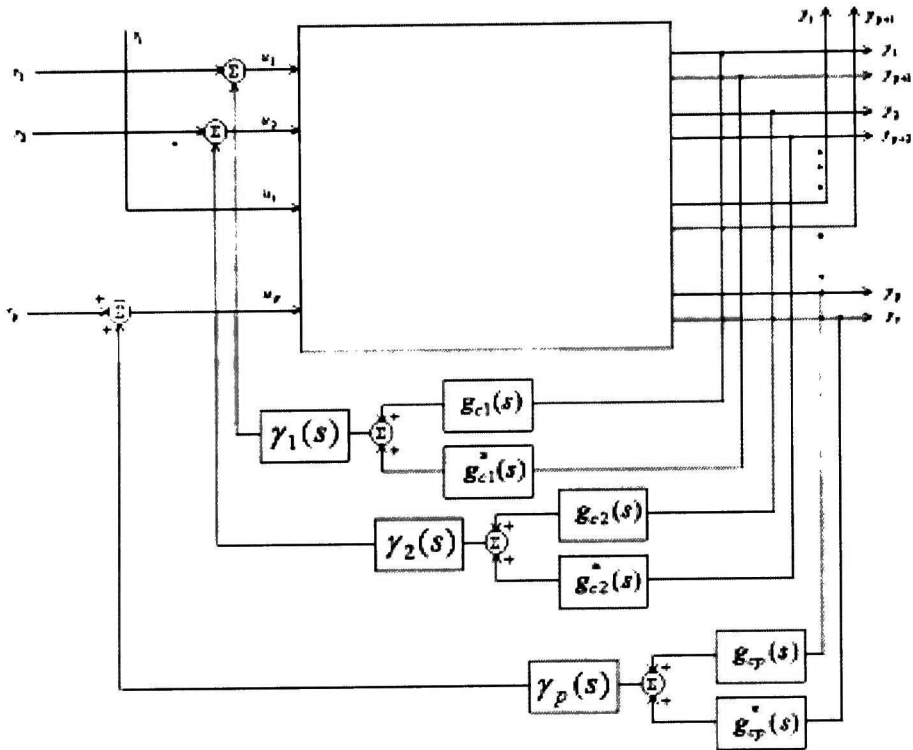


Figura 2.5. - Representación del control descentralizado de dos señales de retroalimentación

# LA INTERACCIÓN EN LA ESTABILIDAD DEL CONTROL DESCENTRALIZADO

### 3.1 INTRODUCCION

Los métodos de análisis descritos en el capítulo anterior pueden ser utilizados para el análisis de interacción en sistemas o procesos físicos bajo control descentralizado en el dominio de la frecuencia. Una limitación importante de estos enfoques, sin embargo, es su incapacidad para predecir la estabilidad global del sistema resultante de la estrategia de control.

Estas características son de interés en el estudio de sistemas eléctricos de potencia en los cuales las distancias físicas entre estaciones o dispositivos de control impiden la utilización de un sistema de control de estructura centralizada. El análisis de estos aspectos constituye un tema abierto de investigación.

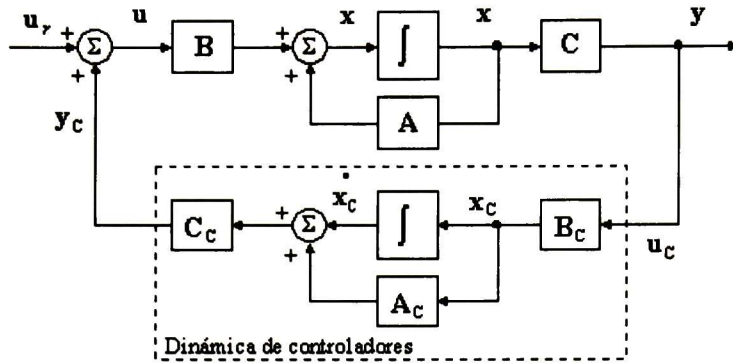
En el presente capítulo se propone una metodología para el análisis de estabilidad, interacción entre lazos de control y la interacción entre controles en sistemas MIMO, utilizando el criterio de estabilidad de Nyquist. Este tipo de medidas de interacción pueden ser utilizadas, en principio, para estimar la estabilidad del sistema de control descentralizado, así como para proporcionar una medida del efecto de la pérdida de los controladores diagonales en el funcionamiento del sistema.

El capítulo está estructurado de la siguiente manera. Se introduce primeramente, el criterio directo de estabilidad de Nyquist para sistemas multivariables y se definen los criterios de diagonal dominante en el modelo del sistema. Con base en este modelo, se definen y estudian, los criterios de estabilidad de Rosenbrock y el arreglo inverso de Nyquist. Seguidamente se introduce el concepto del valor singular estructurado y se discute su aplicación al análisis de estabilidad e interacción entre los lazos de control en sistemas MIMO. Para finalizar, se propone un procedimiento sistemático para evaluar la naturaleza de la interacción entre lazos de control, la interacción entre controles y se clarifica la relación entre las distintas medidas de interacción entre lazos de control.

### 3.2 EL CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST PARA SISTEMAS MIMO

#### 3.2.1 Formulación básica del criterio de estabilidad de Nyquist

Considérese un sistema multivariable con retroalimentación como se muestra en la figura 3.1. En este diagrama, las matrices  $G(s)$  y  $G_c(s)$  son de dimensión  $p \times p$  y sus elementos son funciones de transferencia.



**Figura 3.1. Esquema de control, utilizando retroalimentación dinámica de la salida del sistema**

La matriz de transferencia de lazo cerrado puede expresarse en la forma reducida:

$$Y(s) = G_{LC}(s)u_r(s) \quad (3.1)$$

en donde

$$G_{LC}(s) = [I - G(s)G_c(s)]^{-1} G(s) = \frac{\text{adj}[I - G(s)G_c(s)]G(s)}{\det[I - G(s)G_c(s)]}$$

es la función de transferencia de lazo cerrado del sistema. Las raíces de la ecuación característica del sistema estarán dadas por:

$$\det[I - G(s)G_c(s)] = 0 \quad (3.2)$$

o alternativamente,

$$\det[I - G(s)G_c(s)] - 1 = -1 \quad (3.3)$$

En el criterio de Nyquist, la estabilidad del sistema se analiza al evaluar la ecuación (3.2) sobre una superficie cerrada de Riemann en el lado derecho del plano complejo  $s$  y se observa la cantidad de giros que se tiene sobre el origen [24-25]. Nótese que si se escogiera la ecuación (3.3) el punto crítico sería  $-1$ .

El procedimiento básico para determinar la estabilidad del sistema comprende esencialmente:

1. Si el sistema es estable en lazo abierto, la gráfica polar de Nyquist de lazo cerrado no debe rodear al cero en ningún sentido; de lo contrario el sistema es inestable.
2. Si el sistema es inestable en lazo abierto, para que el sistema en lazo cerrado sea estable, la gráfica polar de Nyquist debe rodear al cero un número de veces igual a la cantidad de polos inestables, en el sentido contrario al que se evaluó en el plano complejo  $s$ .

En el modelo adoptado en este trabajo, todas las funciones de transferencia se suponen irreducibles. Si las funciones de transferencia tienen cancelación de polos y ceros, el criterio de Nyquist debe considerar algunas modificaciones para su aplicación [12].

### 3.2.2 Características estructurales de la función de transferencia de lazo cerrado

Las características básicas de estabilidad e interacción entre lazos de control del sistema MIMO pueden deducirse a partir del análisis de la función de transferencia de lazo cerrado. Para el lazo de control  $k$ , el elemento de la matriz de lazo cerrado  $[G_{LC}(s)]_{kk}$  se puede expresar como [4]:

$$[G_{LC}(s)]_{kk} = \frac{[G^k_{LC}(s)]_{kk}}{1 - [G^k_{LC}(s)]_{kk} g_{ck}} \quad (3.4)$$

en donde

$$[G^k_{LC}(s)]_{kk} = g_{kk} + \frac{1}{\det[\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k]} \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki} g_{ci} \{adj(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k)\mathbf{G}\}_{ik}$$

Desarrollando la ecuación (3.4) se obtiene que

$$[G_{LC}(s)]_{kk} = \frac{g_{kk}}{c} + \frac{a}{c} \quad (3.5)$$

donde

$$a = g_{kk} (\det[\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k] - 1) + \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki} g_{ci} \{adj(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k)\mathbf{G}\}_{ik}$$

y

$$c = \det[\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k] - \left[ g_{kk} g_{ck} \det[\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k] + g_{ck} \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki} g_{ci} \{adj(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k)\mathbf{G}\}_{ik} \right]$$

El análisis de la ecuación (3.5) sugiere lo siguiente:

- La ecuación  $c$  es la ecuación característica de lazo cerrado.
- Si los elementos de acoplamiento de la función de transferencia de lazo abierto son cero, la función de transferencia del  $k$ -ésimo lazo de control puede expresarse en la forma simplificada



$$[\mathbf{G}_{LC}(s)]_{kk} = \frac{g_{kk}}{1 - g_{kk}g_{ck}} \quad (3.6)$$

- El termino  $\frac{1}{\det[\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k]} \sum_{i=1, i \neq k}^p g_{ki}g_{ci} \{ [adj(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}_c^k)] \mathbf{G} \}_{ik}$  expresa la *interacción absoluta* del sistema en lazo cerrado, pero sin tener ningún lazo de retroalimentación igual a cero como normalmente lo aplican las diferentes medidas de interacción de lazos de control.
- El análisis de estabilidad aplicando las herramientas AGR GRDG, AIR, y IDR no es posible obtenerlo.

### 3.2.3 El concepto del diagonal dominante de Rosenbrock

#### 3.2.3.1 El teorema de Gershgorin

El teorema de Gershgorin establece que todos los valores propios de una matriz  $\mathbf{A}$  de dimensión  $p \times p$ , satisfacen al menos uno de las siguientes desigualdades [12]

$$|\lambda - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p |a_{ij}| \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.7)$$

Esto es, los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}$  se encuentran contenidos en una región  $\mathbf{G}$  en el plano complejo, formada por la unión de círculos con centros  $a_{ii}$  y radios de magnitud

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p |a_{ij}|.$$

Puesto que los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}$  son iguales a los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}^T$ , se deduce que cada valor propio satisface al menos una de la siguientes desigualdades

$$|\lambda - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p |a_{ji}| \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.8)$$

Una *matriz diagonal dominante* es una matriz cuadrada en la que los módulos de cada elemento diagonal es más grande que la suma de los módulos de los otros elementos en el mismo renglón (diagonal dominante por renglones) o, alternativamente la suma de los otros elementos en la misma columna (diagonal dominante por columnas). Matemáticamente se puede expresar como:

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{diagonal dominante por renglones}) \quad (3.9)$$

y

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ji}| \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{diagonal dominante por columnas}) \quad (3.10)$$

### 3.2.3.2 El criterio de estabilidad de Rosenbrock para sistemas con diagonal dominante

Las raíces de la ecuación característica  $\det(\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{G}_c(s))$  en la ecuación (3.2) tienen una interpretación de interés en la teoría de argumentos desarrollada por Rosenbrock y otros investigadores. Considérese con objeto de ilustrar estos conceptos que la ecuación (3.2) se rescribe en la forma alterna

$$\det[\mathbf{I} - \mathbf{Q}(s)] = \left[ \prod_{i=1}^p (1 - g_{ii}(s)g_{ci}(s)) \right] \det[\boldsymbol{\beta}(s)] \quad (3.11)$$

en donde

$$\mathbf{Q}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{G}_c(s) \quad (3.12)$$

y

$$\boldsymbol{\beta}(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-g_{12}(s)g_{c2}(s)}{1 - g_{11}(s)g_{c1}(s)} & \frac{-g_{1p}(s)g_{cp}(s)}{1 - g_{11}(s)g_{c1}(s)} \\ \frac{-g_{21}(s)g_{c1}(s)}{1 - g_{22}(s)g_{c2}(s)} & 1 & \frac{-g_{2p}(s)g_{cp}(s)}{1 - g_{22}(s)g_{c2}(s)} \\ \frac{-g_{p1}(s)g_{c1}(s)}{1 - g_{pp}(s)g_{cp}(s)} & & 1 \end{bmatrix}$$

ó,

$$\beta(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{q_{12}(s)}{1-q_{11}(s)} & \frac{q_{1p}(s)}{1-q_{11}(s)} \\ \frac{q_{21}(s)}{1-q_{22}(s)} & 1 & \frac{q_{2p}(s)}{1-q_{22}(s)} \\ \frac{q_{p1}(s)}{1-q_{pp}(s)} & & 1 \end{bmatrix}$$

donde  $q_{ik} = -g_{ik}g_{ck}$ ,  $q_{kk} = g_{kk}g_{ck}$ .

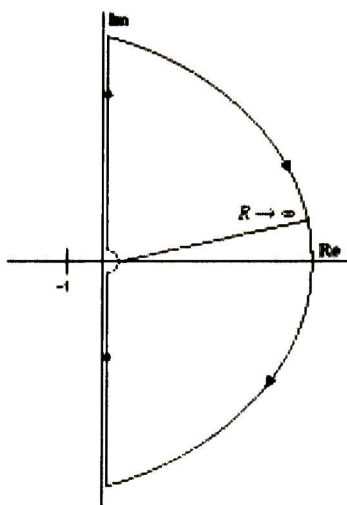
Se puede mostrar que si  $\beta(s)$  es diagonalmente dominante, y ningún polo de las funciones de transferencia  $q_{ij}(s)$  se encuentra dentro del contorno D como se muestra en la Figura 3.2., entonces el número de ceros del  $\det(\mathbf{I} - \mathbf{Q}(s))$  que se encuentran dentro de D es igual al número total de giros alrededor del origen descritos por la gráfica de cada factor  $(1 - g_{ii}(s)g_{ci}(s))$  cuando  $s$  atraviesa el contorno D.

El criterio de estabilidad de Rosenbrock puede resumirse en el siguiente teorema.

**Teorema 3.2.** El sistema multivariable de lazo cerrado representado en la Figura 3.1 es asintóticamente estable si la función de transferencia  $\mathbf{Q}(s)$  de lazo abierto no tiene polos en el semiplano derecho y la unión de todas las bandas de Gershgorin correspondiendo a cada elemento diagonal  $q_{ii}(s)$  de  $\mathbf{Q}(s)$ , no encierra el punto  $-1 + j0$  cuando  $s$  atraviesa la trayectoria de Nyquist. El punto  $-1 + j0$  debe quedar completamente fuera de las bandas de Gershgorin, es decir, la matriz  $\beta(s)$  debe ser diagonalmente dominante. Las  $p$  bandas de Gershgorin ( $i = 1, 2, 3, \dots, p$ ) están formadas, para cada  $i$ , por la unión de círculos con centro

$q_{ii}(s)$ , y radios  $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |q_{ij}|$  como  $s$  atraviese la trayectoria de Nyquist. La banda de Greshgorin

más grande indicará la mayor interacción entre lazos de control en el lazo de retroalimentación.



**Fig. 3.2. Contorno D en el criterio de estabilidad de Rosenbrock**

Es importante destacar, en este análisis, que el criterio de estabilidad de Rosenbrock presenta las características de suficiencia en el sentido de que solo es aplicable a matrices de funciones de transferencia diagonalmente dominantes. Por el contrario, si la matriz  $Q(s)$  no es diagonalmente dominante, el punto  $-1 + j0$  se encontrará dentro de una banda de Gershgorin y el teorema de Rosenbrock no permite una conclusión sobre la estabilidad del sistema. No obstante, el sistema de lazo cerrado puede ser estable.

Una ventaja inherente de este enfoque de análisis es su simplicidad. Su aplicación permite una evaluación rápida de la estabilidad del sistema. Su desventaja fundamental se debe que se requieren matrices diagonalmente dominantes en sistemas físicos.

Una interpretación del análisis de Rosenbrock aplicando el diagonal dominante por renglones, trata de expresar las limitantes que la interacción entre los lazos de control crea sobre el  $k$ -ésimo lazo de retroalimentación analizado. El diagonal dominante por columnas por su parte trata de expresar las limitantes que la interacción entre los lazos de control provoca en el  $k$ -ésimo lazo de retroalimentación a todos los demás dispositivos de control.

### 3.2.4 El arreglo inverso de Nyquist (INA)

Una interpretación alternativa de interés al análisis de estabilidad se obtiene al considerar que la ecuación característica en (3.2) puede ser escrita en la forma extendida

$$\det[\mathbf{I} - \mathbf{Q}(s)] = \det[\mathbf{Q}(s)] \det[\mathbf{Q}^{-1}(s) - \mathbf{I}] = 0 \quad (3.13)$$

Se deduce entonces, que la estabilidad del sistema de lazo cerrado del sistema (3.13) puede estudiarse mediante la relación

$$\det[\mathbf{Q}'(s) - \mathbf{I}] = 0 \quad (3.14)$$

donde:

$$\mathbf{Q}'(s) = \mathbf{Q}^{-1}(s) \quad (3.15)$$

Un análisis semejante aplicado al arreglo de Nyquist permite deducir, que si todas las bandas de Gershgorin encierran el punto  $(-1,0)$ , el sistema es estable en lazo cerrado. Por otro lado, si alguna de las bandas no encierra el punto  $(-1,0)$ , el sistema podría ser inestable en lazo cerrado. Debe observarse que si bien el INA es una medida de estabilidad e interacción entre lazos, el análisis de estabilidad se vuelve conservador ya que una condición importante de Rosenbrock es que la matriz  $\mathbf{Q}'(s)$  sea diagonalmente dominante.

### 3.2.5 Aplicación del criterio de Rosenbrock al análisis de interacción

Los criterios analizados en la sección anterior pueden utilizarse para analizar la interacción entre lazos de control en el  $k$ -ésimo lazo de control con el siguiente criterio heurístico utilizando el INA o el arreglo de Nyquist.

En la aproximación considerada en los siguientes pasos se aplica al arreglo de Nyquist, en el análisis de estabilidad e interacción entre lazos de control, que se puede descomponer esencialmente en cuatro etapas:

1. Se evalúa para un ámbito de frecuencia de interés, la grafica de Nyquist de la ecuación (3.2) ó (3.3), para determinar la estabilidad del sistema o se analiza el diagonal dominante .
2. Se evalúan para un ámbito de frecuencia de interés, los valores absolutos de los elementos no diagonales (3.12).

$$R_i = \sum_{j \neq i} |q_{ij}(j\omega)| \quad (3.16)$$

3. Se calculan para el ámbito de frecuencia de interés los elementos diagonales en (3.12).

$$R'_i = |q_{ii}(j\omega) + 1| \quad (3.17)$$

4. Se obtiene la resta de valores absolutos

$$D = R'_i - R_i \quad (3.18)$$



De la expresión (3.18) se debe observar lo siguiente:

- Si el coeficiente  $D$  es negativo en un determinado ámbito de frecuencia, la interacción entre lazos de control es más grande que la del elemento diagonal; esto implica que no existe diagonal dominante.
- Si el coeficiente  $D$  es positivo y de magnitud significativa en todo el ámbito de frecuencia de frecuencia de interés, es posible concluir que existe poca interacción entre lazos de control.

La generalización del procedimiento anterior para utilizar el INA es inmediata. En este caso, sin embargo, se utiliza la expresión dada en (3.12), y se efectúa el mismo procedimiento desarrollado anteriormente.

### 3.3 CRITERIOS PARA EVALUAR LA NATURALEZA DE LA INTERACCIÓN ENTRE LAZOS DE CONTROL

En el presente apartado se derivan criterios para analizar la naturaleza de interacción entre lazos de control y se proponen algoritmos prácticos para evaluar si la interacción es favorable o desfavorable, así como su magnitud.

#### 3.3.1 Relaciones fundamentales

Considérese el sistema descrito por la figura 3.3, en el cual la función de transferencia de la planta,  $G(s)$  se expresa como la suma de dos funciones de transferencia ; una matriz diagonal  $\tilde{G}(s)$  formada por los elementos diagonales de la matriz de lazo abierto  $G(s)$ , y una matriz  $G(s) - \tilde{G}(s)$ , la cual consiste de los elementos de acoplamiento de  $G(s)$ .

Definiendo

$$\tilde{G}(s) = \text{diag}[g_{11}, \dots, g_{pp}] \quad (3.19)$$

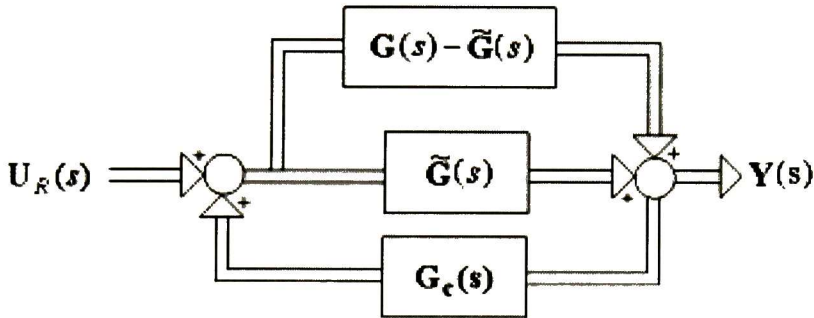
$$E(s) = [G(s) - \tilde{G}(s)]\tilde{G}^{-1}(s) \quad (3.20)$$

$$\tilde{G}_{LC}(s) = [I - \tilde{G}(s)G_c(s)]^{-1}\tilde{G}(s)G_c(s) \quad (3.21)$$

la función de transferencia de lazo cerrado del sistema puede expresarse en la forma

$$\begin{aligned} G_{LC}(s) &= [I - G(s)G_c(s)]^{-1}G(s) = \\ &= [[I - E(s)\tilde{G}_{LC}(s)][I - \tilde{G}(s)G_c(s)]]^{-1}G(s) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Obsérvese que  $E(s)$  en la ecuación (3.20) puede interpretarse como el error relativo obtenido de la aproximación del sistema  $G(s)$  mediante el sistema diagonal  $\tilde{G}(s)$  [11]; la matriz  $\tilde{G}_{LC}(s)$  es la función de transferencia de lazo cerrado asociada a los elementos diagonales de  $G(s)$  ponderada por la matriz diagonal de controladores.



**Figura 3.3. - Representación en diagramas de bloques de un sistema multivariable con retroalimentación**

### 3.3.2 Condiciones de estabilidad

La estabilidad del sistema de lazo cerrado del sistema multivariable está dada por las raíces de la ecuación característica

$$\det[\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{G}_c(s)] = \det[\mathbf{I} - \mathbf{E}(s)\tilde{\mathbf{G}}_{LC}(s)]\det[\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{G}}(s)\mathbf{G}_c(s)] = 0 \quad (3.23)$$

Como se observa, la estabilidad relativa del sistema, puede expresarse como el producto de dos determinantes; el primero está asociado al efecto del acoplamiento, que provoca el fenómeno de interacción entre lazos de control que afecta la estabilidad del sistema. El segundo al efecto de la interacción entre controles sin acoplamiento.

El análisis de la ecuación (3.23) permite establecer que:

- 1) En el caso ideal, el primer término en (3.23) tendría un valor unitario, representando un sistema sin acoplamiento. Debe observarse, sin embargo, que este término no permite analizar la interacción entre controles.
- 2) Obsérvese además que para el caso particular de un solo lazo de control, el determinante de la primera expresión tendría siempre un valor unitario; es decir no existe interacción entre controles de la matriz de lazo cerrado porque solo se inserta un dispositivo de control.

A partir de esta representación, es posible derivar diversos modelos para el análisis de estabilidad e interacción entre lazos de control como se explica a continuación.

### 3.3.3 Análisis de interacción entre lazos de control basado en la noción del valor singular estructurado

Sea  $N(k, g(s))$ , el número neto de giros en el sentido horario de el punto  $(k, 0)$  por la imagen del contorno D de Nyquist bajo  $g(s)$ . La aplicación del criterio multivariable de Nyquist para el sistema de control de interés, permite establecer la siguiente condición de estabilidad [12].

**Teorema 3.2.** Si se considera que  $G(s)$  y  $\tilde{G}(s)$  tienen la misma cantidad de polos en el semiplano complejo derecho y que  $\tilde{G}_{LC}(s)$  es estable, entonces el sistema de lazo cerrado  $G_{LC}(s)$  es estable si y solo si

$$N(0, \det(I + E(s)\tilde{G}_{LC}(s))) = 0 \quad (3.24)$$

A partir de esta relación, se puede mostrar que el sistema de lazo cerrado es estable si

$$\tilde{\sigma}(\tilde{G}(j\omega)) < \mu^{-1}(E(j\omega)) \quad \forall \omega \quad (3.25)$$

donde:

- $\tilde{\sigma}$  representa el máximo valor singular de la descomposición en valores singulares
- $\mu(E(j\omega))$  representa el valor singular estructurado de  $E(j\omega)$  definido en [31] para el análisis de sistemas retroalimentados con incertidumbres estructuradas

En este caso, la ecuación (3.25) intenta expresar como la interacción entre lazos de control limita la estabilidad del sistema, pero no analiza el buen o mal rendimiento que provoca la interacción entre lazos de control [11].

A continuación se discute el efecto de la interacción entre controles y su efecto en la estabilidad del sistema y se clarifica la influencia de los diversos elementos en la representación de estado.

## 3.4 NATURALEZA DEL PROBLEMA DE INTERACCIÓN

### 3.4.1 El efecto de la interacción entre controles en la estabilidad del control descentralizado

Con objeto de clarificar la influencia del control en la estabilidad del sistema, considérese que se desea analizar la estabilidad relativa del sistema cuando se abre el  $k$ -ésimo lazo de control. Sea  $[G_C^k(s)]_{kk} = 0$ , la función de transferencia de los controles del sistema con el  $k$ -ésimo lazo de control abierto. Substituyendo ésta expresión en (3.2) se tiene:

$$\det[ I - G(s) [ G_c^k(s) ]_{kk} ] = 0 \quad (3.26)$$

El análisis de la expresión anterior permite establecer que si la estabilidad relativa de la expresión (3.26) es menor a la estabilidad relativa de la ecuación (3.2) se dice que la interacción que provoca el k-ésimo lazo de control abierto en un determinado ámbito de frecuencia, es favorable. De lo contrario se dice que la interacción del k-ésimo lazo de control abierto es desfavorable.

### 3.4.2 Análisis de los elementos de acoplamiento de la matriz de lazo abierto

El análisis desarrollado en las secciones anteriores sugiere que el acoplamiento de la matriz de lazo abierto tiene un efecto trascendental en la interacción entre lazos de control, por lo tanto, considérese un sistema MIMO en el cual la matriz de funciones de transferencia de lazo abierto no tiene cancelación de polos y ceros. Además, el efecto de la interacción entre lazos de control se representa como un disturbio  $\hat{d}_k(s)$ , en donde:

$$\hat{d}_k(s) = d_k(s) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n g_{kj}(s) u_j(s) \quad (3.27)$$

En la figura 3.3 se muestra la estructura del sistema de control considerado.

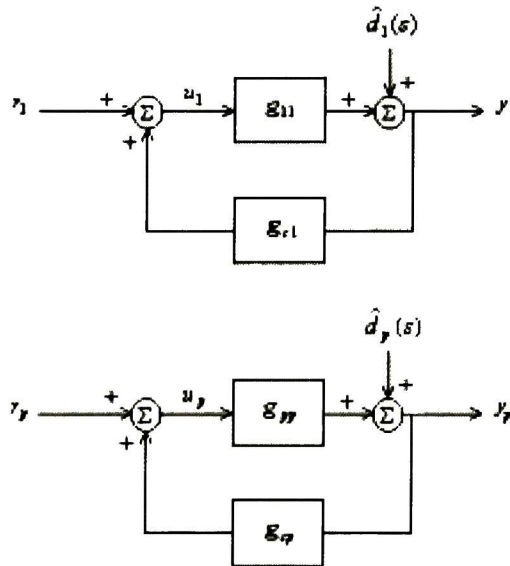


Figura 3.4.- Sistema MIMO con interacción entre controles modelado como disturbio

Para analizar el efecto del acoplamiento en la estabilidad, se asume el k-ésimo disturbio igual a cero y se calcula el determinante de la función de lazo cerrado para aplicar el criterio de Nyquist, es decir:



$$\det[\mathbf{I} - \mathbf{E}_k(s)\tilde{\mathbf{G}}_{LC}(s)]\det[\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{G}}(s)\mathbf{G}_c(s)] = 0 \quad (3.28)$$

donde  $\mathbf{E}_k$  significa que el  $k$ -ésimo renglón de  $\mathbf{E}(s)$  expresado en la ecuación (3.20) es cero.

Así entonces si la estabilidad de (3.28) es mayor que la estabilidad relativa de (3.2), se dice que la interacción provocada por el acoplamiento es desfavorable para el  $k$ -ésimo lazo de control, de lo contrario es favorable. Finalmente si se deseara saber la estabilidad relativa que cada elemento individual de acoplamiento provoca en el sistema, simplemente se hace el  $g_{ij} = 0$  donde  $i \neq j$  y se compara con la estabilidad relativa de (3.2).

### 3.4.3 Propuesta de medidas de interacción entre lazos de control

El análisis de la ecuación (3.5) muestra algunas de las limitantes de las herramientas empleadas en este documento, así se propone la siguiente formula para obtener una mejor comprensión del fenómeno de interacción:

$$[\mathbf{G}_{LC}(s)]_{kk} = \frac{\frac{g_{kk}}{c}}{\frac{g_{kk}}{c} + \frac{a}{c}} = \frac{g_{kk}}{g_{kk} + a} \quad (3.29)$$

de (3.29) se puede concluir lo siguiente:

1. Los polos de la ecuación característica de lazo cerrado no aparecen en la expresión (3.29).
2. Si el termino  $a$  es igual a cero,  $[\mathbf{G}_{LC}(s)]_{kk} = 1$ , se dice entonces que los demás controles no afectan desfavorablemente al  $k$ -ésimo lazo de control.
3. La ecuación (3.29), al igual que las expresiones desarrolladas para el GRDG, AGR, IDR y AIR, no analizan la interacción favorable o desfavorable entre lazos de control.
4. La ecuación (3.29) no hace ninguna retroalimentación de control igual a cero.

Por otro lado si se deseara saber el efecto de la interacción entre lazos de control en un control descentralizado ideal se propone la siguiente herramienta:

$$[\mathbf{G}_{LC}(s)]_{kk} = \frac{\frac{g_{kk}}{1 - g_{kk}g_{ck}}}{\frac{g_{kk}}{c} + \frac{a}{c}} \quad (3.30)$$

de (3.30) se analiza:

1. Si (3.30) es igual a 1, la interacción entre lazos de control no afecta el funcionamiento del dispositivo.



2. La ecuación incluye la ecuación característica del sistema sin abrir ningún lazo de control.

### 3.5 METODOLOGIA DEL ANÁLISIS DE INTERACCIÓN

La metodología se describe de manera general en los pasos siguientes:

#### *Paso 1. Selección de los modos de interés*

Del análisis de valores propios se eligen los modos de oscilación interárea o locales con menor amortiguamiento, se hallan los generadores coherentes, factores de participación. Se hace el análisis de residuos para la localización de dispositivos de control.

#### *Paso 2. Selección de la mejor alternativa de control*

Se proponen diferentes alternativas de control, para mejorar el amortiguamiento de los modos de oscilación elegidos. En este paso se selecciona la mejor alternativa de control que presente el menor grado de interacción entre lazos de control aplicando los números GRDG, AGR, IDR y AIR, en este documento se recomienda el uso del GRDG y AGR. La coordinación de los dispositivos de control se desarrolla, aplicando la técnica de sensibilidades o cualquier otro método.

#### *Paso 3. Gráfica de Nyquist*

Haciendo uso de la expresión (3.2) ó (3.3) se obtiene la gráfica de Nyquist de todos los dispositivos de control diseñados, para analizar la estabilidad relativa de la alternativa de control con menos interacción entre lazos de control.

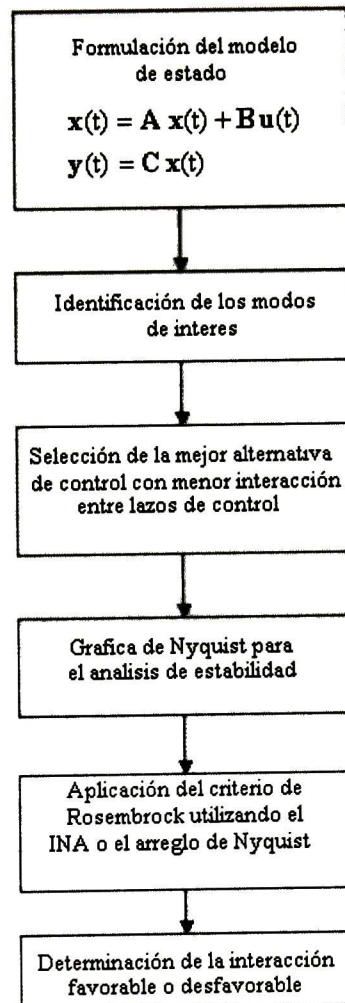
#### *Paso 4. Aplicación del criterio de Rosenbrock*

Se obtienen las limitantes en la estabilidad ocasionadas por el fenómeno de interacción entre lazos de control, aplicando el algoritmo desarrollado para obtener (3.18). Se puede aplicar el INA o el arreglo de Nyquist.

#### *Paso 5. Determinación de la interacción favorable y desfavorable*

En el análisis de la interacción favorable o desfavorable entre controles se hace el k-ésimo lazo de control igual a cero  $g_{kk}(s) = 0$  evaluándose en el modo de interés utilizando la expresión (3.26) y (3.2). Para determinar si la interacción entre lazos de control es favorable o desfavorable, se hace cada acoplamiento  $g_{pp}(s) = 0$  y se utiliza la expresión (3.28) y (3.2) evaluándose en el modo de interés.

En la figura 3.5. se muestra el diagrama de bloques de la metodología desarrollada en el análisis de interacción entre dispositivos de control.



**Figura 3.5. Metodología para el análisis de Interacción entre controles**

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se investiga la aplicación de la teoría del control descentralizado al problema del control de oscilaciones electromecánicas entre áreas o generadores en sistemas eléctricos de potencia. El estudio se dirige al análisis de dos aspectos de interés en la operación de un sistema multivariable: el estudio del grado de interacción y el efecto de ésta interacción en la estabilidad del sistema.

Se presentan los resultados de la aplicación de la metodología desarrollada en dos sistemas de potencia de prueba obtenidos de sistemas reales. El primero es una versión de 48 generadores del sistema NPCC en Estados Unidos el cual exhibe varios modos electromecánicos marginalmente estables, y el segundo, es el sistema de prueba de 50 generadores del IEEE caracterizado por dos modos locales inestables.

Se examina, en primer lugar, la aplicación de técnicas convencionales de análisis al problema del diseño de sistemas múltiples de control y el efecto de la interacción entre controles en la estabilidad de los modos electromecánicos del sistema. Paralelamente se estudia el efecto de la interacción entre lazos de control en la estabilidad relativa del sistema y se evalúa la aplicación de los criterios de Rosenbrock and Nyquist para cuantificar la magnitud de ésta interacción.

Los resultados obtenidos se comparan con otras técnicas convencionales de análisis descritas en la literatura técnica, y más concretamente, con diversos criterios de interacción basados en la teoría de control descentralizado.

### 4.2 RESULTADOS OBTENIDOS DEL SISTEMA NPCC

#### 4.2.1 Características fundamentales de la estabilidad del sistema

El primer sistema en estudio es una versión modificada del sistema de 48 generadores y 140 buses del sistema del NPCC descrito en la referencia [33]. En los estudios que se presentan, los generadores del sistema se modelan mediante modelos subtransitorios; cada generador está equipado con un sistema de excitación del tipo DC1, con excepción de las máquinas 15, 23 a 27 y 31 a 48 para los cuales se utiliza un modelo clásico. Las cargas se representaron como potencias constantes en todos los estudios.

El modelo dinámico resultante de pequeña señal del sistema de lazo abierto comprende 222 estados. En la Tabla 4.1 se resumen las principales características de estos modos indicando, en cada caso, los generadores con mayor participación en cada modo, y

la frecuencia de oscilación. El amortiguamiento relativo se expresa en p.u. y se obtiene de la relación  $\xi = -\alpha/\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}$

**Tabla 4.1**  
**Modos de oscilación de interés correspondientes al sistema NPCC**

Numero de modo	Valor propio	Frecuencia (Hz)	Amortig. Relativo	Generadores Dominantes*	Tipo de oscilación
58	-0.23±2.88i	0.46	0.08	Gen-27 (1.00), Gen-36 (0.923), Gen-33 (0.629), Gen-39 (0.562), Gen-3 (0.507), Gen-18 (0.388), Gen-34 (0.367), Gen-16 (0.349), Gen-17 (.349), Gen-31 (0.3162)	Interárea
64	-0.037±3.81i	0.61	0.01	Gen-27 (1.00), Gen-8 (0.666), Gen-6 (0.424), Gen-5 (0.406), Gen-3 (0.304)	Interárea
77	-0.21±5.58i	0.88	0.04	Gen-8 (1.00), Gen-5 (0.460),	local

\* Los valores se expresan en p.u. respecto a la mayor participación

La aplicación de los métodos de estudios propuestos se dirige al control de tres modos electromecánicos de interés:

- El modo 58 el cual representa el modo de menor frecuencia en el sistema. Este modo representa una oscilación del tipo interárea caracterizada por la participación de un gran número de generadores en distintas partes del sistema.
- El modo 64 el cual representa el modo con menor margen de estabilidad del sistema
- El modo 77 de naturaleza esencialmente local, el cual exhibe un amortiguamiento relativamente bajo

Estos modos se describen en las secciones siguientes de éste documento, como los modos de interés en el estudio.

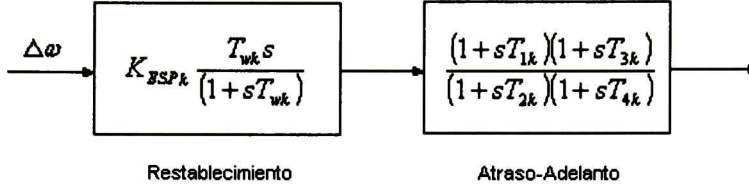
#### 4.2.2 Selección de alternativas de control

Para cada modo en estudio, el análisis de residuos asociados a la función de transferencia (FT) entre la señal de entrada  $u$  al sistema y la señal de retroalimentación  $y$ , se utilizó para identificar alternativas deseables de control. La señal suplementaria considerada en todos los estudios presentados es la desviación de velocidad del generador. La figura 4.1 muestra en forma esquemática la naturaleza del modelo adoptado.

En el modelo adoptado, la FT se expresa en la forma híbrida

$$g_{ck}(s) = K_{ESP_k} Q_k(s) = K_{ESP_k} \frac{T_{wk}s (1+sT_{1k})(1+sT_{3k})}{(1+sT_{wk})(1+sT_{2k})(1+sT_{4k})} \quad (4.1)$$

en donde  $K_{ESP_k}$  es la ganancia del estabilizador del sistema de potencia (ESP) y los parámetros  $T_{wk}, T_{1k}, T_{2k}, T_{3k}$  y  $T_{4k}$  son constantes de tiempo cuyos valores se diseñan para lograr el objetivo de estabilización del sistema.



**Figura 4.1 Diagrama de bloques del ESP**

En la tabla 4.2 se sintetizan los residuos con mayor magnitud correspondientes a la FT entre  $\Delta\omega$  y  $\Delta V_{ref}$  para los tres modos en estudio. Los valores se expresan sin normalizar con objeto de permitir una mejor apreciación de las magnitudes relativas.

Para el modo interárea 58, el análisis de residuos muestra una contribución importante de varios generadores, entre los que caben destacar al Gen-11 y Gen-12. El análisis del modo 64, por otro lado, revela una contribución dominante del Gen-8, y en menor grado del Gen-3.

Se observa, asimismo, analizando los residuos de las FT en las columnas 3 y 4, que el Gen-8 tiene una participación dominante en los modos 64 y 77 sugiriendo la posibilidad de que este dispositivo afecte a ambos modos. Estas conclusiones son congruentes con la información obtenida del análisis de factores de participación en la Tabla 4.1.

A partir de éste análisis se seleccionaron tres alternativas de control descentralizado basadas en la aplicación de un ESP en cada uno de los generadores con mayor residuo para cada modo de interés. Las estrategias de control consideradas, así como el objetivo de control seleccionado se pueden ver en la Tabla 4.3.

#### **4.2.3. Análisis de interacción mediante herramientas convencionales**

En este estudio, se analizó la posibilidad de interacción entre controles utilizando los procedimientos propuestos en la sección 2.3. El ámbito en los estudios es de 0.2 Hz a 1.3 Hz para permitir el análisis de los modos del tipo interárea y local.

Las Figuras 4.2 y 4.3 muestran las diferentes medidas de interacción entre lazos de control correspondientes a cada una de las alternativas descritas en la tabla 4.3. El análisis permite establecer las siguientes conclusiones generales:



**Tabla 4.2 Residuos de la función de transferencia**  $\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta V_{ref}(s)}$

Generador	Residuo		
	Modo 58	Modo 64	Modo 77
Gen-1	0	0.0007	0.0001
Gen-2	0.0001	0.0021	0.0002
Gen-3	0.0003	0.0100	0.0022
Gen-4	0.0001	0.0020	0.0006
Gen-5	0.0001	0.0026	0.0051
Gen-6	0.0001	0.0050	0.0005
Gen-7	0.0003	0.0087	0.0009
Gen-8	0.0005	<b>0.0211</b>	<b>0.0466</b>
Gen-9	0.0001	0.0029	0.0004
Gen-11	<b>0.0027</b>	-	-
Gen-12	0.0021	-	-
Gen-16	0.0012	-	-
Gen-17	0.0012	-	-
Gen-18	0.0011	-	-

- Contribución despreciable

**Tabla 4.3 Conjuntos de pares entrada-salida seleccionados para el control de los modos 1,2 y 3**

Alternativa de control	Dispositivo de control / estrategia de control		
	Modo 1	Modo 2	Modo 3
1	ESP en Gen-11	ESP en Gen-8	ESP en Gen-5
2	ESP en Gen-12	ESP en Gen-3	ESP en Gen-8
3	ESP en Gen-12	ESP en Gen-8	ESP en Gen-5

1. La alternativa 2 de control presenta el mayor potencial de interacción entre lazos de control en el ámbito de frecuencia correspondiente a los modos interárea 58 y 64. Por el contrario, esta alternativa presenta la menor interacción para el modo local 77. Además éste estudio muestra también que las magnitudes de interacción con mayor valor absoluto corresponden al modo 64.
2. Las diferentes medidas de análisis basadas en criterios estáticos y dinámicos conducen a conclusiones similares. En todos los casos considerados, los criterios basados en los números AIR y IDR exhiben un desfase en las magnitudes máximas con respecto a otros criterios, debido a que en su formulación solamente se considera el efecto de la interacción absoluta.

Se puede deducir asimismo que, desde el punto de vista del control descentralizado, las alternativas 1 y 3 representan las mejores opciones para el control de los modos 58 y 64. En contraste, la alternativa 2 es la mejor opción para el control del modo 77.

La desventaja fundamental de éste análisis, sin embargo, se deriva de su incapacidad para determinar si la interacción entre lazos de control presente entre controles es favorable o no. Este aspecto se discute con mayor detalle en las secciones 4.2.5 y 4.2.6.

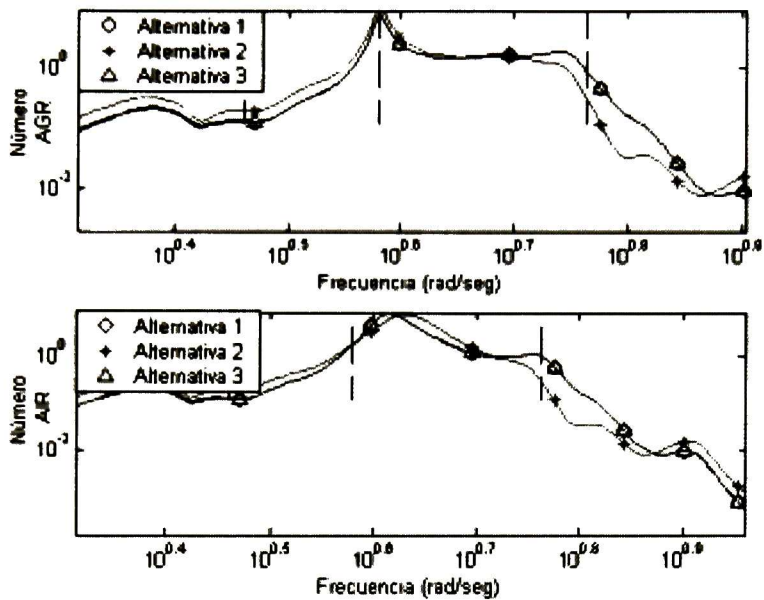


Figura 4.2 Números AGR y AIR correspondientes a las alternativas de control en la Tabla 4.3

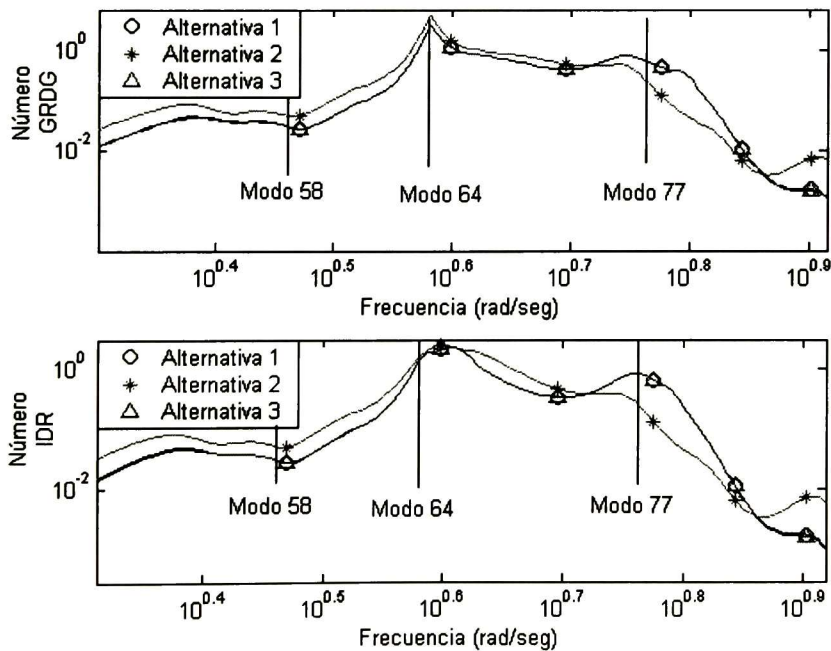


Figura 4.3 Números GRDG y IDR correspondientes a las alternativas de control en la Tabla 4.3

#### 4.2.4 Diseño de los circuitos de estabilización

En la formulación desarrollada, los parámetros de cada ESP se diseñaron utilizando los métodos propuestos en las referencias [23, 24]. El procedimiento de diseño adoptado comprende esencialmente los siguientes pasos:

1. Para cada modo de interés  $\lambda_h$  se calcula el residuo  $r_{ij}^h$  de la  $i$ -ésima entrada y la  $j$ -ésima salida del modelo de espacio de estados mediante la aproximación lineal

$$r_{ij}^h = \frac{\partial \lambda_h}{\partial g_{c_k}(\lambda_h)}$$

2. Las constantes de tiempo se diseñan para obtener el incremento deseado en la parte real del valor propio asociado al modo de interés; es decir, dichas constantes se ajustan para satisfacer el criterio  $\{r_{ij}^h Q_k(\lambda_h)\} = \pm 180^\circ$ .
3. Se selecciona la ganancia del estabilizador,  $K_{ESP_k}$ , tal que  $\left\| r_{ij}^h \frac{\partial g_{c_k}(\lambda_h)}{\partial \lambda_h} \right\| \ll 1$  para permitir la utilización de la aproximación lineal.
4. Asumiendo que  $(\Delta K_{ESP_k} + K_{ESP_k})$  satisface el punto 3, se elige  $\Delta K_{ESP_k}$  para lograr el incremento deseado en la parte real del valor propio,  $\lambda_h$  de acuerdo a la relación lineal  $\Delta \lambda_h \approx r_{ij}^h Q_k(\lambda_h) \Delta K_{ESP_k}$ .
5. Se obtiene la grafica de Nyquist de los dispositivos diseñados para verificar si el sistema en lazo cerrado es estable; si el sistema es inestable se regresa al punto 1 y se actualiza el diseño de los dispositivos.

La Tabla 4.4 resume los resultados obtenidos de la aplicación del procedimiento de diseño para las alternativas 1 y 3 de control. En los estudios realizados se consideraron los siguientes criterios empíricos de diseño: se seleccionó una constante de restablecimiento,  $T_w$ , de 7.5 segundos; los parámetros restantes se diseñaron para obtener un amortiguamiento relativo mínimo del 5%.

Tabla 4.4  
Parámetros sintetizados de los ESP para proporcionar amortiguamiento a los modos 58, 64 y 77

Modo	Alternativa de control	$K_{ESP}$ (p.u.)	$T_w$ (seg)	$T_1$ (seg)	$T_2$ (seg)	$T_3$ (seg)	$T_4$ (seg)
77	ESP en Gen-5	0.3000	7.5	1.31	0.02	0.7	0.03
64	ESP en Gen-8	4.00	7.5	0.24	0.12	0.6	0.15
58	ESP en Gen-11	6.1333	7.5	0.83	0.02	0.5	0.13
	ESP en Gen-12	2.0	7.5	0.56	0.02	0.40	0.20

Una vez determinados los parámetros de los controladores, la estabilidad relativa de las alternativas propuestas se analizó utilizando el criterio de Nyquist para el sistema MIMO de lazo cerrado y se evaluó la posibilidad de interacción entre controles.

Las gráficas de Nyquist para el  $\det[I + G(s)H(s)]$  se muestran en la figura 4.4. En la misma, una línea trazada desde el punto crítico de Nyquist (0,0) muestra la imagen del modo interárea 64. Adicionalmente, la superficie de Riemann fue obtenida para un ámbito de 0 a 8 rad/seg en el sentido de las manecillas del reloj con objeto de analizar la estabilidad de los modos interárea.

El análisis de Nyquist permite establecer que:

1. La alternativa de control 1 permite obtener un mayor margen de estabilidad para los modos interárea (modos 58 y 64) y el modo local de interés (modo 77).
2. A su vez, la alternativa de control 3 exhibe un mayor margen de estabilidad para otros modos locales en la vecindad del punto crítico.
3. Las gráficas de Nyquist sugieren que existe interacción favorable (positiva) y desfavorable (negativa) para las dos alternativas de control.

En la Tabla 4.5 se muestran los valores propios del sistema para la condición de lazo cerrado. Como se observa, el análisis de valores propios conduce a conclusiones similares a las obtenidas del análisis de Nyquist en la figura 4.4. Asimismo, el análisis de los valores propios permite comprobar que las dos alternativas de control satisfacen el amortiguamiento especificado para los modos de interés.

**Tabla 4.5**  
**Comparación para el sistema de 48 Generadores, de los valores propios correspondientes a las alternativas de control 1 y 3**

Modo	Lazo abierto	Valores propios Lazo cerrado alternativa 1	Lazo cerrado alternativa 3	Amortiguamiento relativo de lazo cerrado alternativa 1	Amortiguamiento relativo de lazo cerrado alternativa 3
58	$-0.230 \pm 2.89i$	$-0.2742 \pm 2.8812i$	$-0.1989 + 2.8719i$	9.47	6.91
64	$-0.037 \pm 3.81i$	$-0.2327 \pm 3.8258i$	$-0.2326 + 3.8258i$	6.07	6.07
77	$-0.21 \pm 5.58i$	$-0.5324 \pm 5.9018i$	$-0.5319 + 5.9004i$	8.98	8.98

#### 4.2.5 Análisis de interacción entre lazos de control utilizando el criterio de Rosenbrock

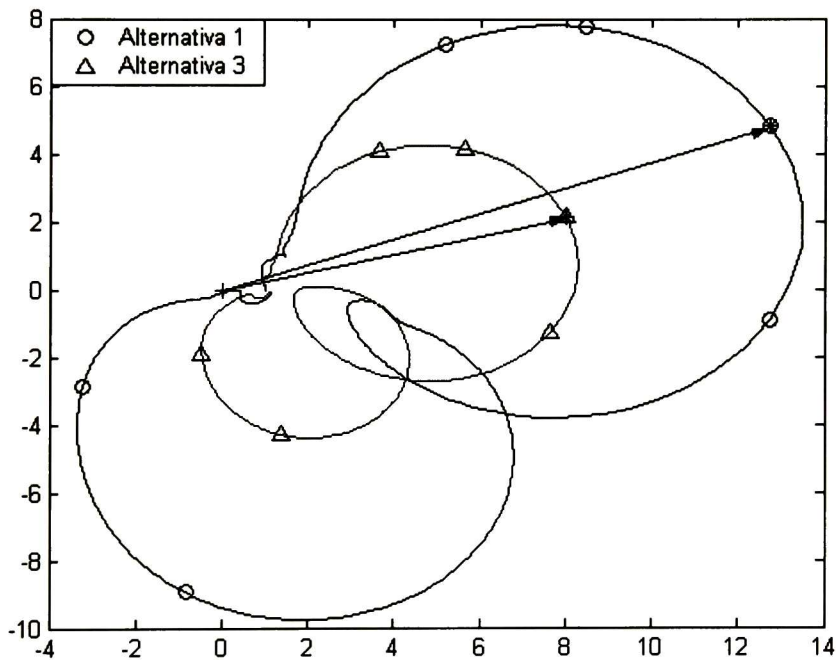
El diagonal dominante de Rosenbrock por renglones proporciona una medida del efecto de todos los controladores en un lazo específico de control. En contraste, el diagonal dominante por columnas proporciona una medida aproximada del efecto de un controlador en el resto de los controles. Ambas medidas son de interés en el análisis de sistemas de control descentralizados como se explica a continuación.

En las figuras 4.5 y 4.6 se muestran, respectivamente, los índices del diagonal dominante por renglones y columnas obtenidos para la alternativa de control 1. Un valor por debajo del eje horizontal indica un aumento desfavorable en el fenómeno de interacción.

Se puede deducir del estudio de la figura 4.5 que el ESP en el Gen-5 recibe un efecto desfavorable de los demás dispositivos respecto de ESP en los Gen-8 y Gen-11. Análogamente, la figura 4.6 muestra que el ESP en el Gen-8 tiene un mayor influencia en el resto de los lazos de control del sistema que la utilización de ESP en los Gen-5 y Gen-11.

Por otro lado, las figuras 4.7 y 4.8 muestran, respectivamente, el análisis del diagonal dominante por renglones y columnas de la alternativa de control 3. En esta caso, sin embargo, el análisis de las medidas del diagonal dominante sugiere que el fenómeno de interacción entre lazos de control se asocia a los Gen-3 y Gen-8.

En el apartado siguiente se analiza detalladamente la naturaleza de éste fenómeno, su importancia en el contexto de la operación del sistema descentralizado.



**Figura 4.4** Gráfico de Nyquist del sistema considerando las alternativas de control 1 y 3



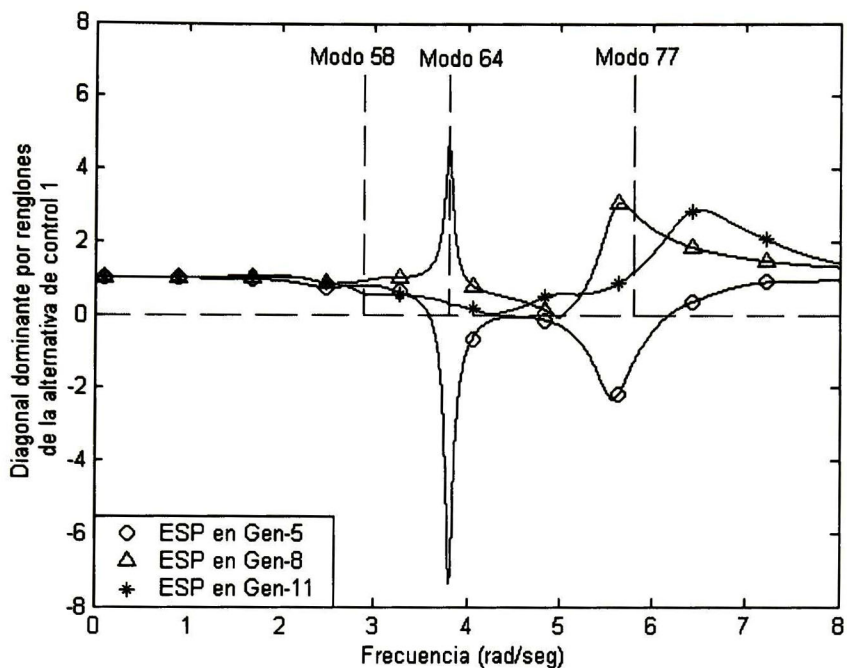


Figura 4.5 Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 1

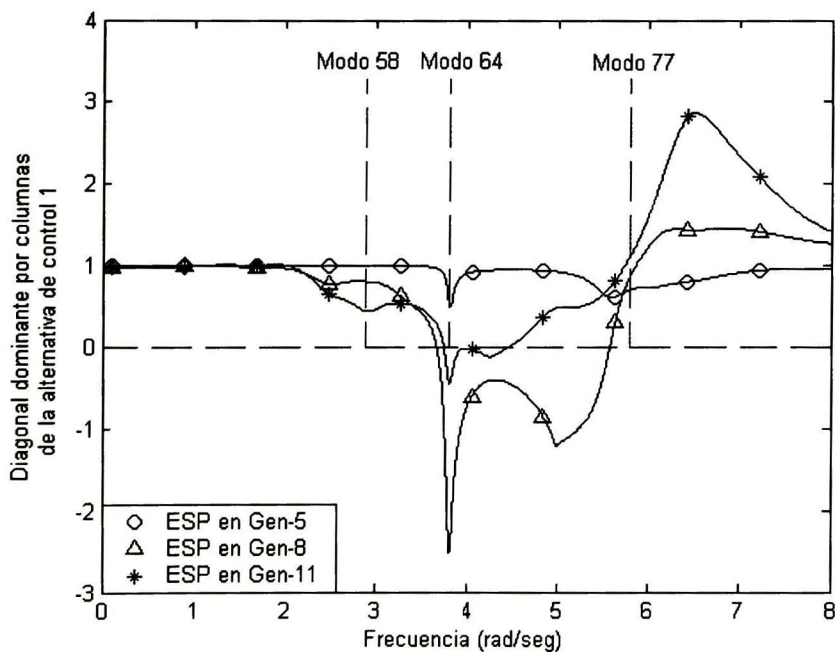
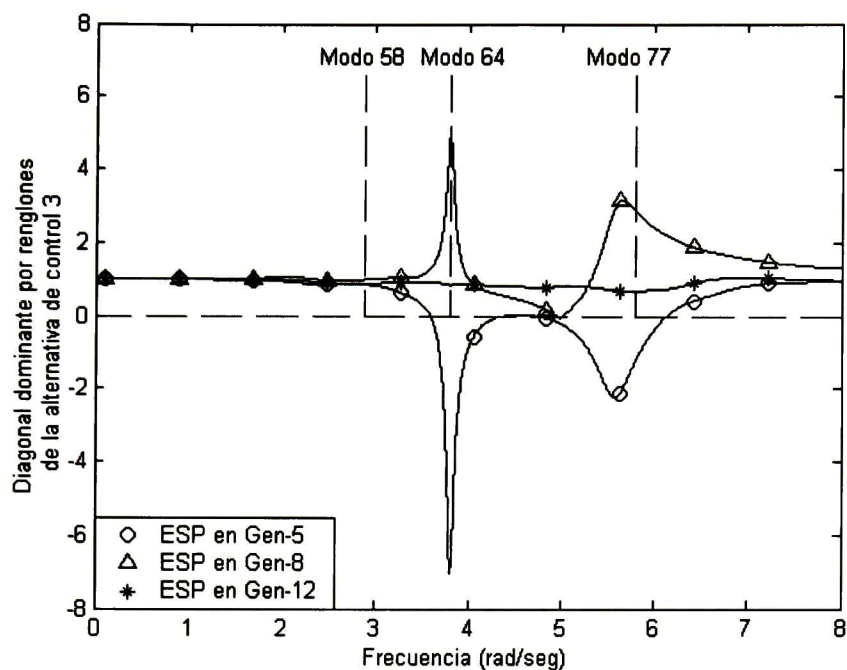
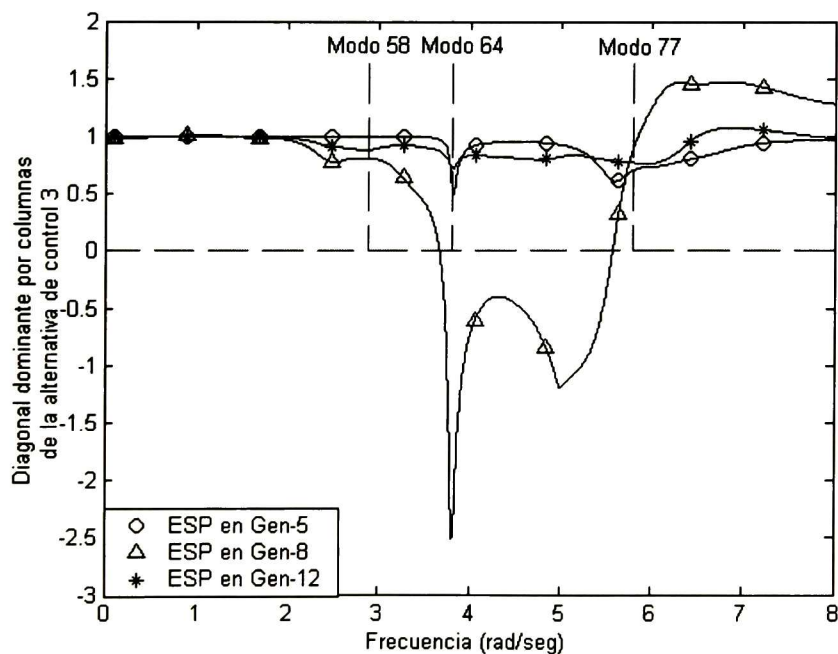


Figura 4.6 Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 1



**Figura 4.7 Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 3**



**Figura 4.8 Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 3**

#### 4.2.6. Análisis de la naturaleza del fenómeno de interacción

Una de las principales limitaciones de los criterios expuestos anteriormente, es la dificultad para evaluar de manera precisa si la interacción entre lazos de control y la interacción entre controles es favorable o no. En el presente apartado, la naturaleza de la interacción se examina conceptualmente, desde dos perspectivas diferentes basadas en la aplicación del criterio de Nyquist:

- 1) El análisis del efecto de la interacción entre controles en un lazo específico de control de interés y su efecto en la estabilidad del sistema de lazo cerrado.
- 2) El efecto que tiene la interacción entre lazos de control asociado a los elementos de acoplamiento de la matriz de lazo abierto.

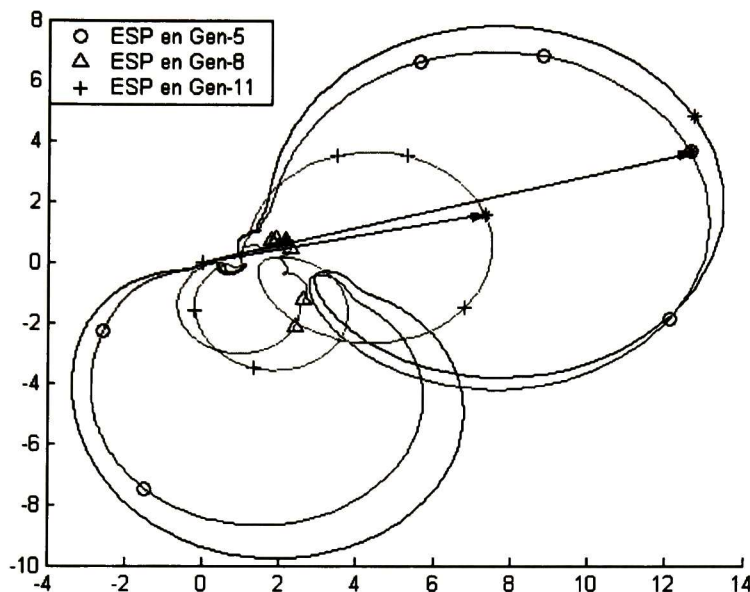
Asuma, con este propósito, que la matriz de controladores,  $G_c(s)$ , y la submatriz de lazo abierto asociadas al subsistema de los controles suplementarios,  $G(s)$  son

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c_1}(s) & & \\ & g_{c_2}(s) & \\ & & g_{c_3}(s) \end{bmatrix}; G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) \\ g_{31}(s) & g_{32}(s) & g_{33}(s) \end{bmatrix}$$

Siguiendo los procedimientos establecidos en el capítulo 3, una medida del efecto de la interacción entre controles causado por el k-ésimo lazo de control se obtiene al hacer cero un determinado lazo de control en la matriz  $G_c(s)$ . Similarmente, el efecto de la interacción entre lazos de control se obtiene al modificar, de manera apropiada, la submatriz de lazo abierto  $G(s)$ .

Para ilustrar la aplicación de este procedimiento, considérese el estudio de la alternativa de control 1 de la Tabla 4.3. Las gráficas de Nyquist de cada dispositivo de control se muestran en la figura 4.9.

El análisis de Nyquist muestra que todas las interacciones entre controles son favorables para la imagen del modo interárea 64, la cual se señala con una flecha desde el origen. Por el contrario, el análisis de Nyquist en el ámbito entre 7 y 8 rad/seg muestra que los controles interactúan de manera desfavorable, y más concretamente, reduciendo el margen de estabilidad asociado a los modos de naturaleza local en donde el ESP en el Gen-11 provoca el mayor efecto desfavorable, seguido de los ESP en los Gen-8 y Gen-5.



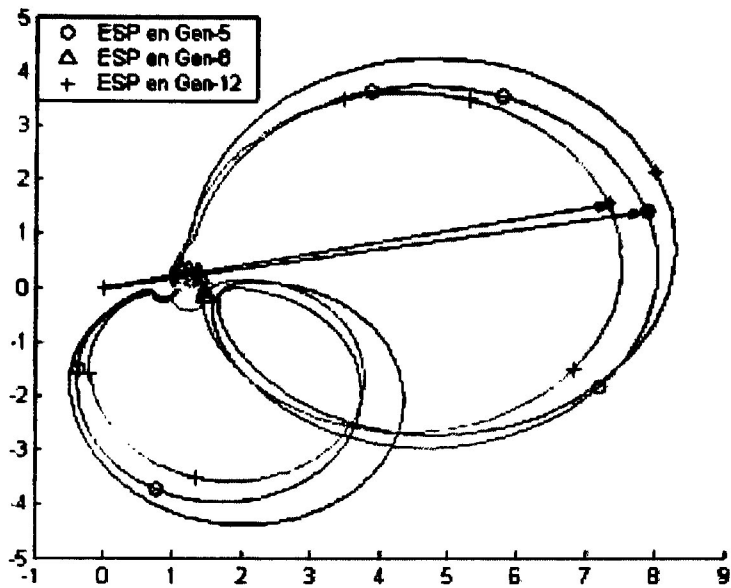
**Figura 4.9** Grafico de Nyquist ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 1

El análisis de interacción entre controles correspondiente a la alternativa de control 3, por otro lado, se muestra en la figura 4.10. Se puede concluir, en este caso, que la ubicación de un ESP en el Gen-8 actúa de forma más favorable sobre los ESP ubicados en los Gen-12 y Gen-5 para el caso del modo interárea 64.

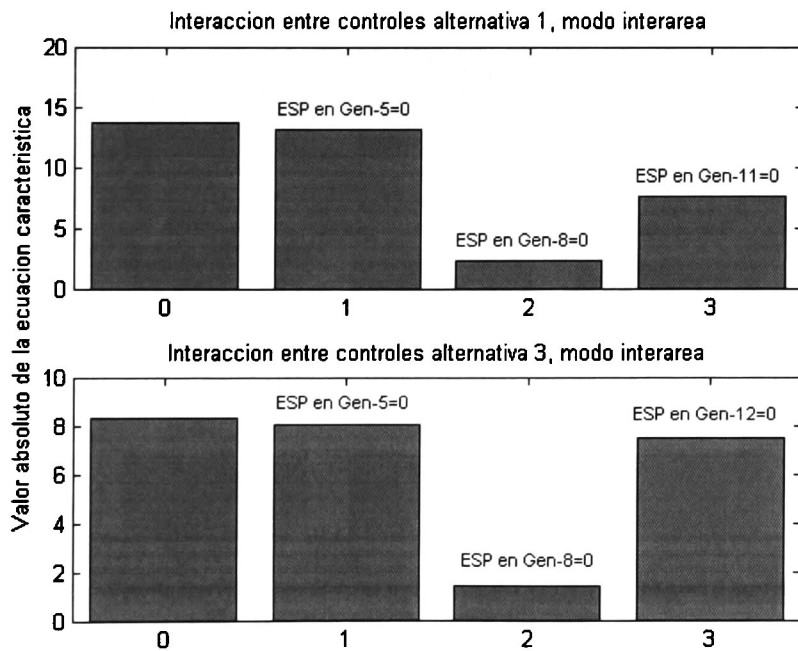
Con la finalidad de facilitar la interpretación del efecto de la contribución de cada estabilizador en el problema de interacción, se calcularon las magnitudes asociadas a la ecuación característica en la gráfica de Nyquist. La figura 4.11 recopila los resultados obtenidos para las diferentes alternativas de control correspondientes al modo interárea 64.

En estas gráficas, la primera barra representa el valor absoluto de la ecuación característica con todos los controles en el sistema, mientras que las demás barras representan los valores absolutos obtenidos cuando se abre el  $k$ -ésimo lazo de control ( $k=1,...,3$ ).

Por otra parte, en las figuras 4.12 y 4.13 se muestra el efecto que tiene el acoplamiento entre lazos de control en la estabilidad del sistema para las alternativas 1 y 3. Nótese que en éstas representaciones, las barras diagonales expresan la estabilidad del sistema en lazo cerrado con todos los ESP insertados y los elementos no diagonales muestran el efecto sobre la estabilidad con los elementos de acoplamiento igual a cero  $g_{ij}(s) = 0$ ,  $i, j = 1, ..., 3$ ,  $j \neq i$ .

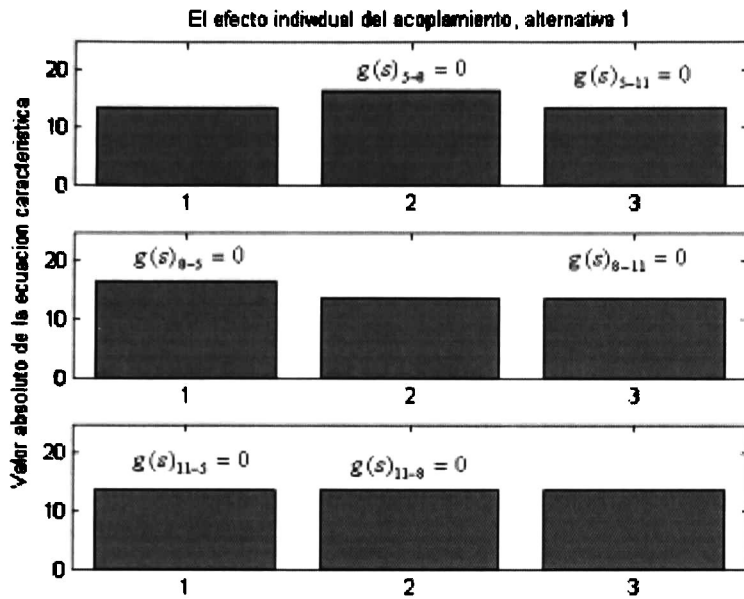


**Figura 4.10** Grafico de Nyquist ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 3

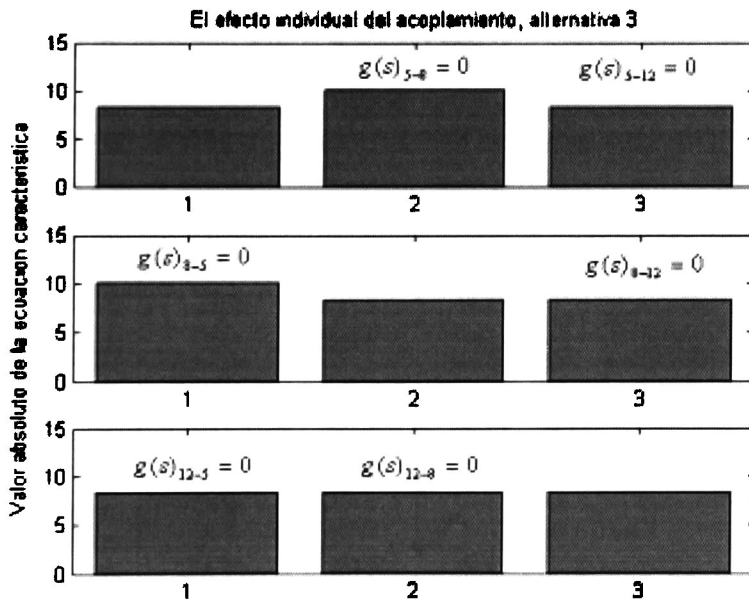


**Figura 4.11** Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para las alternativas de control 1 y 3 del modo interárea





**Figura 4.12** Grafico de barras ilustrando el problema del acoplamiento entre controles para la alternativa de control 1 del modo interárea



**Figura 4.13** Grafico de barras ilustrando el problema del acoplamiento entre controles para la alternativa de control 3 del modo interárea

Como se observa, los lazos de control  $g(s)_{5-8}$  y  $g(s)_{8-5}$  contribuyen de forma desfavorable a la estabilidad relativa del sistema. Para el análisis del sistema, los estudios realizados permiten concluir que la alternativa de control 1 asegura un mayor margen de

estabilidad relativa, debido a un efecto mas favorable de la interacción entre controles en los modos interárea

La aplicación sistemática de este procedimiento permite estimar el efecto de la adición de nuevos controles en la estrategia de control descentralizado, así como evaluar la naturaleza y origen del fenómeno de interacción.

## 4.3 RESULTADOS OBTENIDOS DEL SISTEMA DEL IEEE DE 50 GENERADORES

### 4.3.1 Características básicas del sistema en estudio

El segundo caso en estudio es una versión modificada del sistema de 50 generadores del IEEE. En este sistema, los generadores 1 al 6 y 23 se representan mediante modelos detallados, mientras que el resto se representan mediante modelos clásicos. La carga se representa como potencia constante.

En la tabla 4.6 se pueden ver los 11 modos con menor amortiguamiento, indicando los generadores con mayor participación en cada modo así como la naturaleza del fenómeno de oscilación. Para propósitos de estudio, se seleccionaron los modos 20, 33, 35, 39, 62 y 88. Nótese, además que, los modos 62 y 88 representan oscilaciones inestables. El objetivo fundamental del análisis es el de evaluar la aplicación del control descentralizado para lograr una relación de amortiguamiento mayor al 5%.

**Tabla 4.6**  
**Modos de oscilación críticos para el sistema de 50 Generadores del IEEE**

Modo	Valor propio	Frecuencia (Hertz)	Amortig. Relativo	Generadores Dominantes*	Tipo de Oscilación
20	$-0.1063 \pm 3.2300i$	0.5141	0.0329	Gen-36 (1.00), Gen- (0.8839), Gen-38 (0.5279), Gen-5 (0.4636), Gen-1 (0.4582), Gen-2 (0.4560), Gen-6(0.3960)	interárea
33	$-0.1986 \pm 6.6783i$	1.0629	0.0297	Gen-46 (1.00), Gen-23 (0.724), Gen-31 (0.5678), Gen-30 (0.4362)	local
35	$-0.1678 \pm 6.9145i$	1.1005	0.0243	Gen -5 (1.00), Gen -3 (0.6765), GEN-1 (0.643)	local
39	$-0.2077 \pm 7.2391i$	1.1521	0.0287	Gen -3 (1.00), Gen -35 (0.6682), Gen -34 (0.4367)	local
47	$-0.1630 \pm 7.7885i$	1.2396	0.0209	Gen -4 (1.00)	local
49	$-0.5835 \pm 7.7882i$	1.2395	0.0747	Gen -1 (1.00), Gen -5 (0.6398)	local
51	$-0.3523 \pm 8.0725i$	1.2848	0.0436	Gen -20 (1.00)	local
62	$0.1564 \pm 8.9244i$	1.4204	-0.0175	Gen -2 (1.00), Gen -6 (0.5436)	local
64	$-0.1107 \pm 9.0944i$	1.4474	0.0122	Gen -33 (1.00), Gen -25 (0.9626), Gen -2 (0.5520), Gen -35 (0.4798), Gen -8 (0.4251)	local
68	$-0.1940 \pm 9.8773i$	1.5720	0.0196	Gen -48 (1.00), Gen -47 (0.9414), Gen -39 (0.8791), Gen -23 (0.8605)	local
72	$-0.2119 \pm 10.205i$	1.6242	0.0208	Gen -39 (1.00), Gen -23 (0.5042)	local
88	$0.2513 \pm 11.080i$	1.7635	-0.0227	Gen -6 (1.00), Gen -2 (0.5049)	local

\* Los valores se expresan en p.u. respecto a la mayor participación

4.3.2 Análisis de residuos y alternativas de control

De manera análoga a los estudios presentados anteriormente, los residuos asociados a los modos críticos se utilizaron para seleccionar alternativas deseables de control. En la Tabla 4.7 se resumen los residuos con mayor magnitud, mientras que en la Tabla 4.8 se muestran las alternativas de control seleccionadas. Con esta información se propuso la utilización de estabilizadores de potencia para mejorar el amortiguamiento de los modos locales 33, 35, 39, 62 y 88. Además, nótese, que no se propone un estabilizador para el modo interárea 20 debido a que la magnitud del valor del residuo es bajo.

Tabla 4.7  
Residuos de los valores propios en estudio del sistema de 50 Generadores

Generador	Residuos											
	Modo 20	Modo 33	Modo 35	Modo 39	Modo 47	Modo 49	Modo 51	Modo 62**	Modo 64	Modo 68	Modo 72	Modo 88**
1	0.0068	0.0020	0.0229	0.0003	0.0001	<b>0.0835</b>	0.0042	0.0024	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0060	0.0001	0.0003	0.0009	0.0002	0.0001	0.0002	<b>0.1317</b>	<b>0.0467</b>	0.0059	0.0010	0.0917
3	<b>0.0088</b>	0.0040	0.0177	<b>0.0176</b>	0.0096	0.0001	0.0001	0.0019	0.0010	0.0001	0.0000	0.0000
4	0.0050	0.0010	0.0029	0.0006	<b>0.0689</b>	0.0001	0.0001	0.0031	0.0016	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0061	0.0022	<b>0.0346</b>	0.0005	0.0003	0.0541	<b>0.0168</b>	0.0017	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0072	0.0003	0.0004	0.0016	0.0000	0.0000	0.0002	0.0720	0.0232	0.0017	0.0002	<b>0.1741</b>
23	0.0013	<b>0.0288</b>	0.0005	0.0091	0.0002	0.0000	0.0000	0.0010	0.0001	<b>0.0533</b>	<b>0.0627</b>	0.0003

\*\*Modos inestables

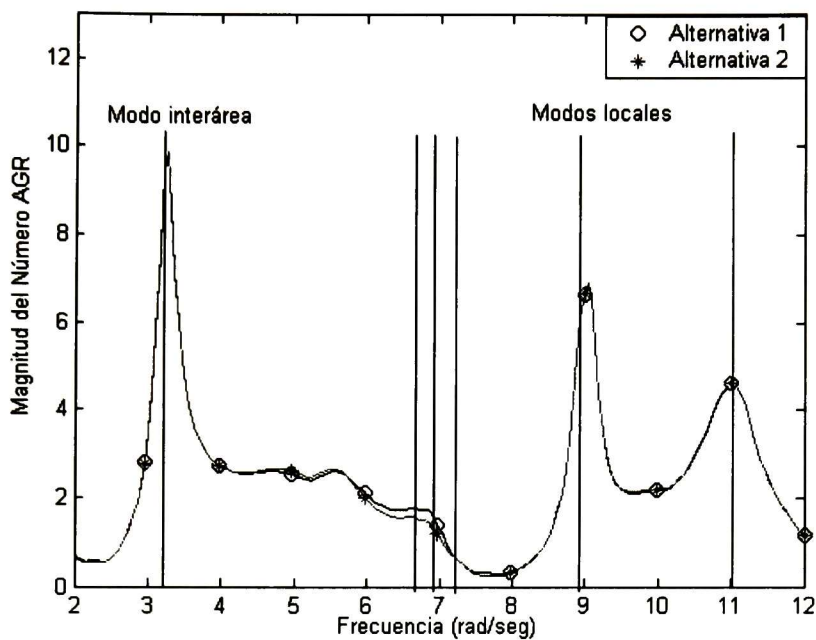
Tabla 4.8  
Resumen de alternativas de control descentralizado

Alternativa de control	Dispositivo de control				
	Modo 33	Modo 35	Modo 39	Modo 62	Modo 88
1	ESP en Gen-23	ESP en Gen -5	ESP en Gen -3	ESP en Gen -2	ESP en Gen -6
2	ESP en Gen -23	ESP en Gen -1	ESP en Gen -3	ESP en Gen -6	ESP en Gen -2

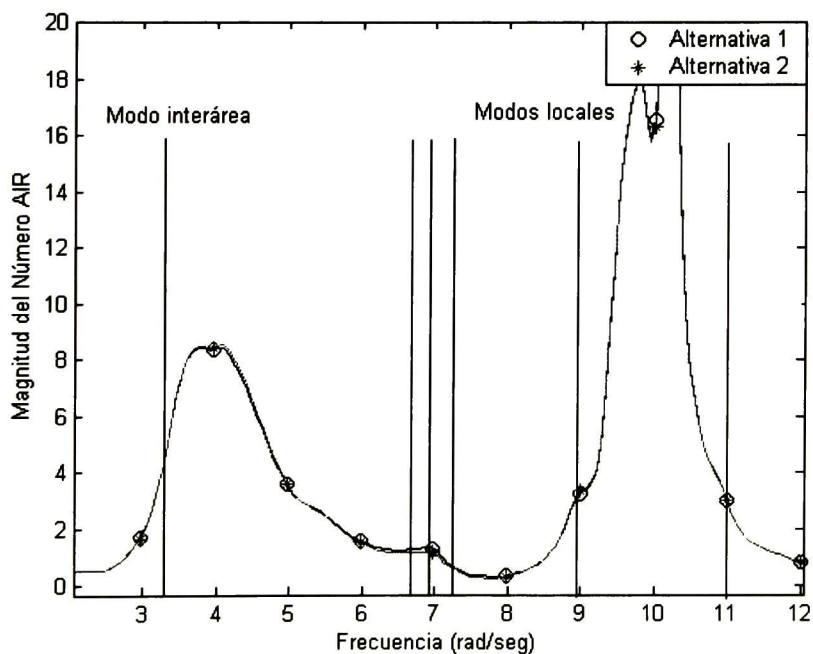
4.3.3 Aplicación de criterios convencionales al análisis de interacción

En las figuras 4.14 a 4.17 se muestran las medidas de interacción para las alternativas de control en cada uno de los modos de estudio. Las medidas de interacción se obtuvieron para un ámbito de frecuencia de 2 a 12 rad/seg.

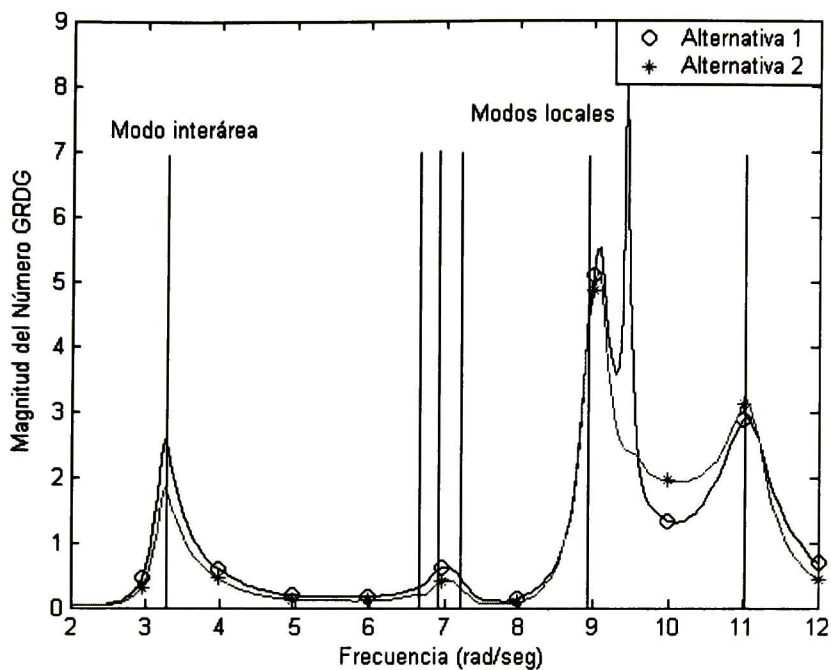
Como se observa, el análisis de la alternativa de control 2 revela un menor grado de interacción entre lazos de control con respecto a la alternativa 1. La utilización de los diferentes criterios, muestra además, que los números AIR y IDR no permiten determinar de manera precisa la magnitud de la interacción en el ámbito de frecuencia de interés, lo cual limita su uso práctico para el estudio de sistemas complejos.



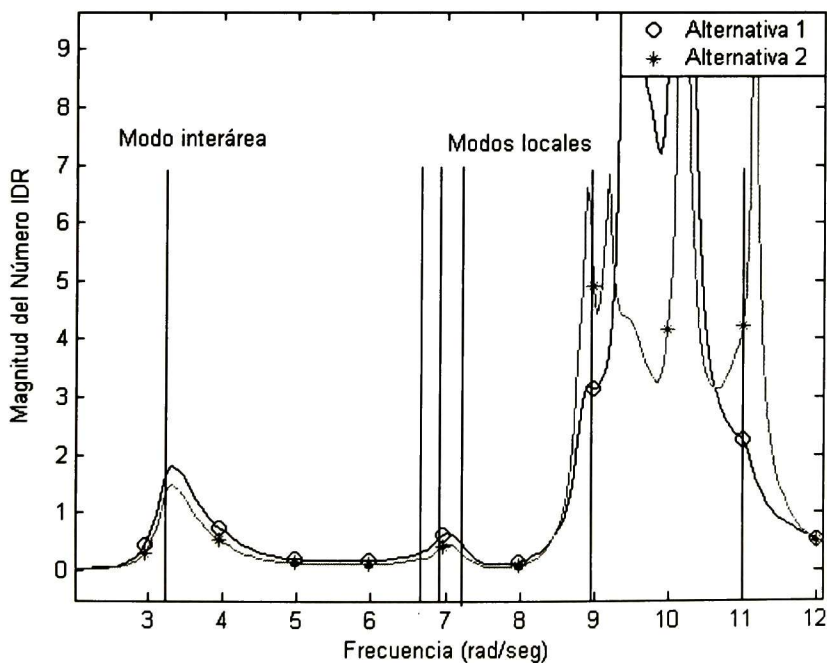
**Figura 4.14** Número AGR correspondiente a las alternativas de control seleccionadas



**Figura 4.15** Número AIR correspondiente a las alternativas de control seleccionadas



**Figura 4.16** Número GRDG correspondiente a las alternativas de control consideradas



**Figura 4.17** Número IDR correspondiente a las alternativas de control consideradas



#### 4.3.4 Diseño de controles

Para cada uno de los modos en estudio, los controladores se diseñaron siguiendo los criterios descritos en la sección 4.2.4. La Tabla 4.9 muestra los parámetros sintetizados mientras que en la tabla 4.10 se pueden ver los valores propios de lazo cerrado utilizando la alternativa de control 2.

Note, que la estrategia de control considerada no permite obtener el objetivo deseado en el amortiguamiento relativo de los valores propios 35, 62 y 88, sugiriendo la utilización de medidas adicionales de control suplementario.

**Tabla 4.9**  
**Parámetros sintetizados de ESP para proporcionar amortiguamiento a los modos de oscilación del sistema de 50 Generadores**

Modo	Alternativa de control	$K_{ESP} (p.u.)$	$T_W (seg)$	$T_1 (seg)$	$T_2 (seg)$	$T_3 (seg)$	$T_4 (seg)$
33	ESP en Gen -23	2.5333	7.5	0.2100	0.1200	0.2000	0.1300
35	ESP en Gen -1	1	7.5	0.4300	0.1200	0.2000	0.1000
39	ESP en Gen -3	1.7333	7.5	0.2500	0.1200	0.4000	0.0900
62	ESP en Gen -6	5.3333	7.5	0.2100	0.1200	0.3000	0.1200
88	ESP en Gen -2	0.2667	7.5	0.2700	0.0200	0.2000	0.12000

**Tabla 4.10** Valores propios del sistema de 50 Generadores con ESP, utilizando las alternativa 2

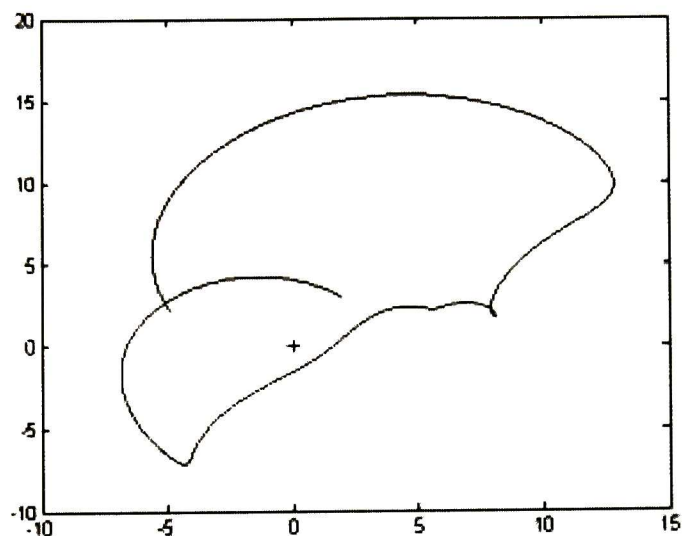
Número de Modo lazo abierto	Valores propio		Amortiguamiento relativo de lazo cerrado alternativa 2
	Lazo abierto	Lazo cerrado alternativa 2	
20	-0.1063± 3.2300i	- 0.1951± 3.1859i	6.1125
33	-0.1986± 6.6783i	-0.3482± 6.7206i	5.1735
35	-0.1678± 6.9145i	-0.3187± 6.9828i	4.5593
39	-0.2077± 7.2391i	-0.4638± 7.3524i	6.2951
62	0.1564± 8.9244i	-0.2264± 8.9148i	2.5390
88	0.2513± 11.080i	-0.2469± 10.9889i	2.2466

El gráfico de Nyquist en la figura 4.18 obtenido para un ámbito de frecuencias de 8.5 a 11.5 rad/seg permite confirmar que el sistema en lazo cerrado es estable.

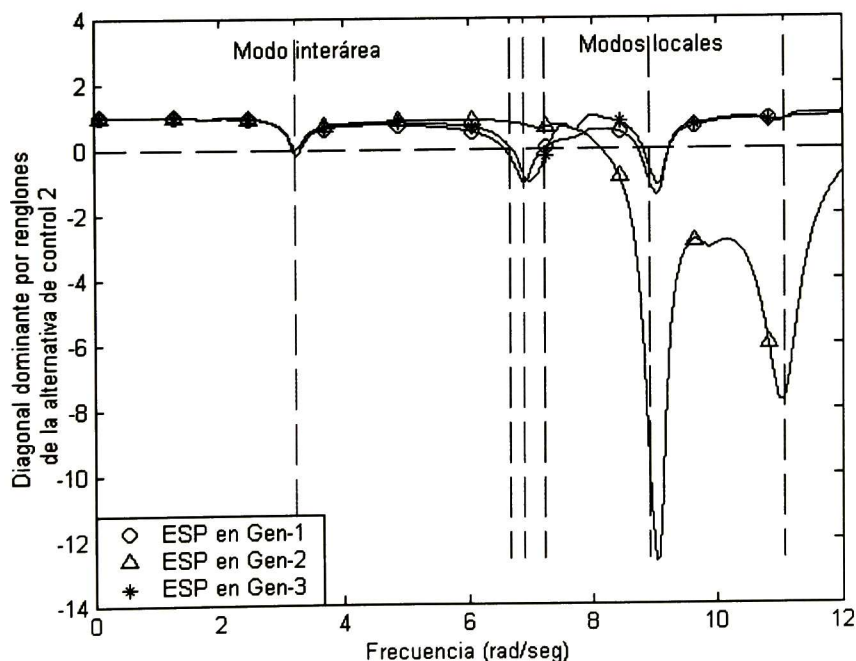
#### 4.3.5. Análisis de interacción entre lazos de control utilizando el criterio de Rosenbrock

En las figuras 4.19 a 4.22 se muestran los índices del diagonal dominante por renglones y columnas para la alternativa de control seleccionada. Se observa, del diagonal dominante por renglones, que los ESP ubicados en los Gen-1, Gen-3, Gen-6 y Gen-23 afectan de manera desfavorable al ESP ubicado en el Gen-2, mientras que el dominante por columnas sugiere que el ESP en el Gen-6 afecta de manera desfavorable en el resto de los lazos de control.

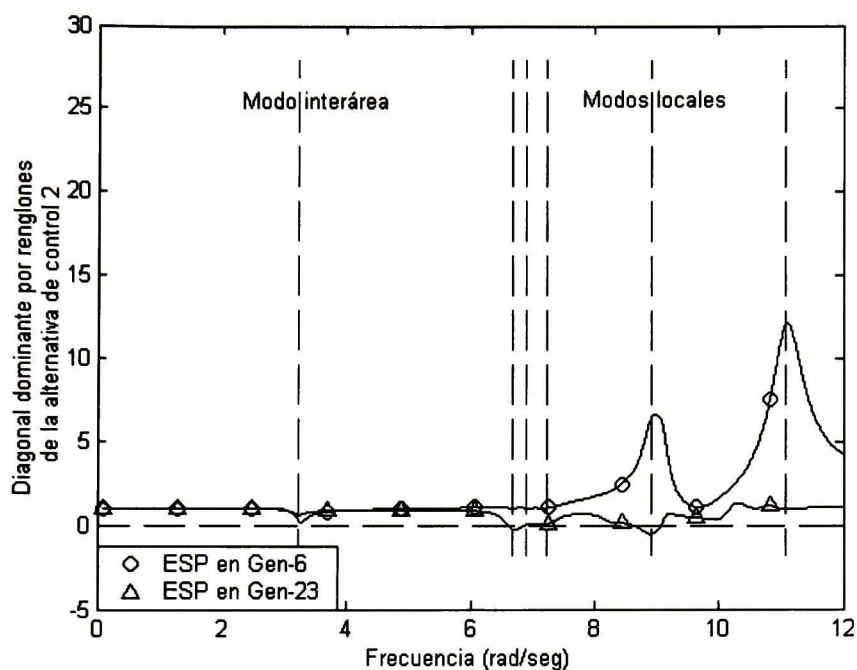
Con objeto de clarificar estos conceptos y verificar la exactitud de los criterios aproximados de Rosenbrock, se discute a continuación, la aplicación del criterio de Nyquist a cada una de las alternativas de control en estudio.



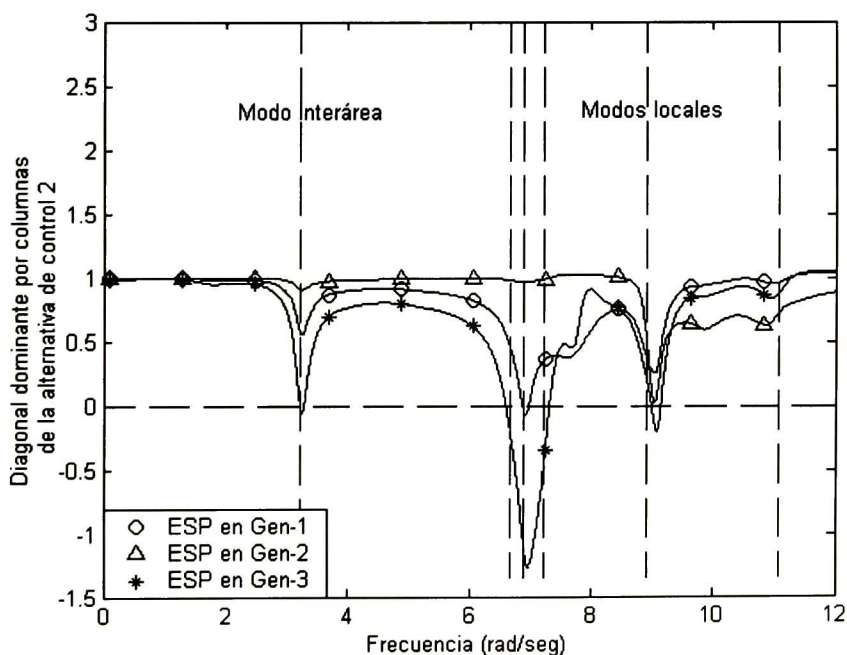
**Figura 4.18** Gráfico de Nyquist de la alternativa 2 del sistema de 50 Generadores considerando ESP en los generadores Gen-1, Gen-2, Gen-3, Gen-6 y Gen-23



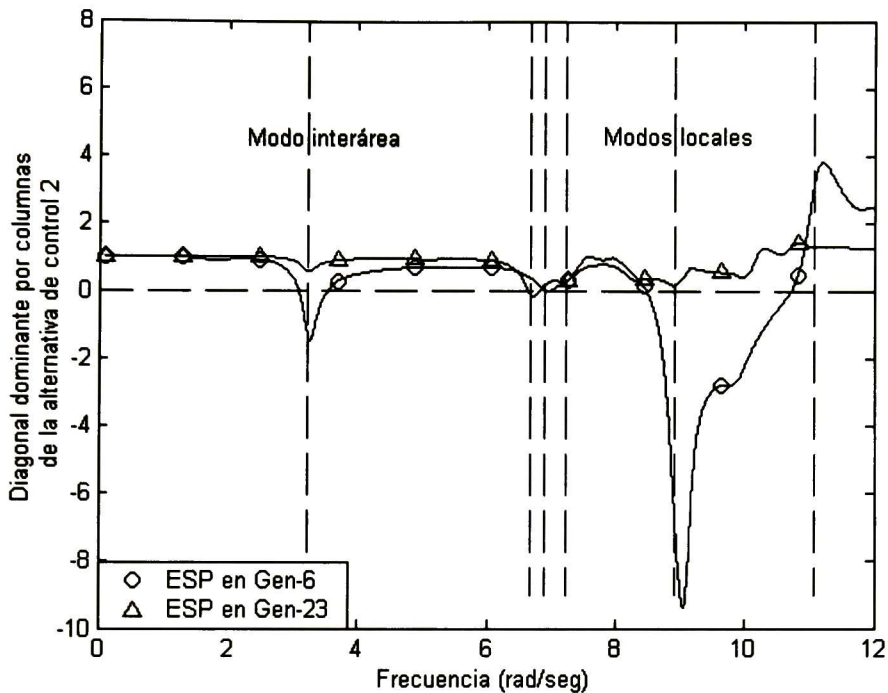
**Figura 4.19** Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-1, Gen-2 y Gen-3



**Figura 4.20 Gráfico del diagonal dominante por renglones correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-6 y Gen-23**



**Figura 4.21 Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-1, Gen-2 y Gen-3**



**Figura 4.22. Gráfico del diagonal dominante por columnas correspondiente a la alternativa de control 2 de los ESP en los Gen-6 y Gen-23**

#### 4.3.6. Evaluación de la interacción mediante el criterio de Nyquist

Debido a la naturaleza del sistema en estudio, el análisis de Nyquist se evaluó solamente para las frecuencias de interés: la magnitud y la fase. En las figuras 4.23 y 4.24 se muestra el efecto de la interacción entre controles del sistema en cada ubicación propuesta de un ESP, para el modo interárea 20 y el modo local 33.

El análisis de los diferentes resultados sugiere las observaciones siguientes:

- La interacción entre controles para el modo interárea 20 y el modo local 33 es favorable.
- El ESP que tiene una mayor participación en el valor propio 20 es el ubicado en el Gen-3, mientras que para el valor propio local 33 el ESP en el Gen-23 presenta la mayor contribución.
- La contribución de los ESP en los Gen-2 y Gen-6 no se puede estimar aproximadamente, solo se sabe que su contribución es favorable.

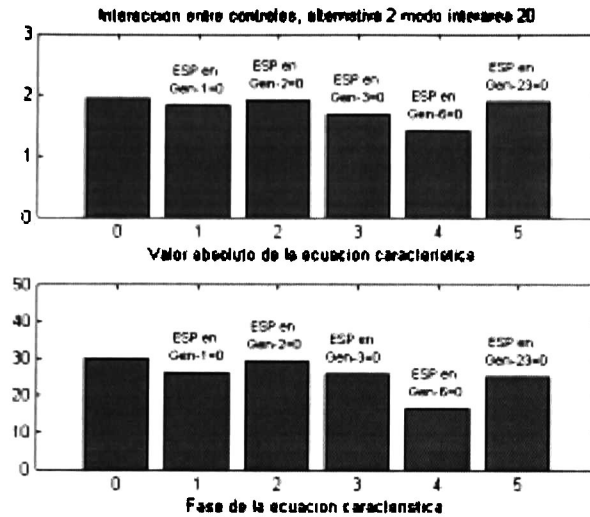


Figura 4.23. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo interárea 20

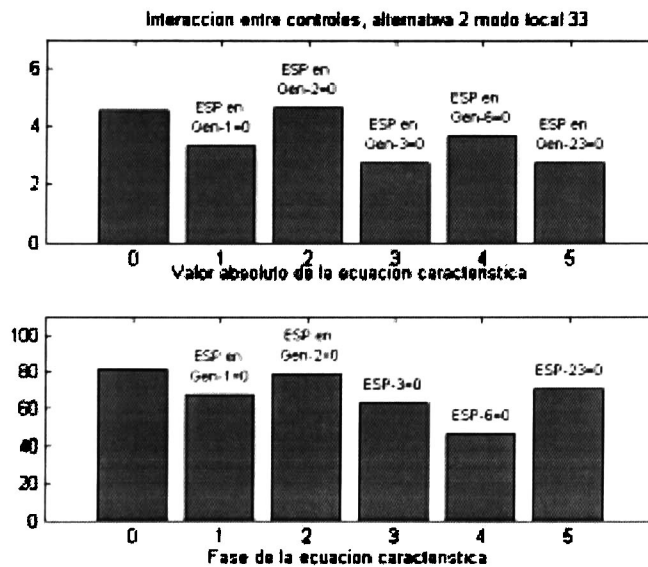


Figura 4.24. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 33

El análisis de interacción entre controles de los modos locales 35 y 39 se muestra en las figuras 4.25. y 4.26. No considerando la contribución de los ESP en los Gen-2 y Gen-6, el mayor efecto favorable lo brinda el ESP ubicado en el Gen-3.



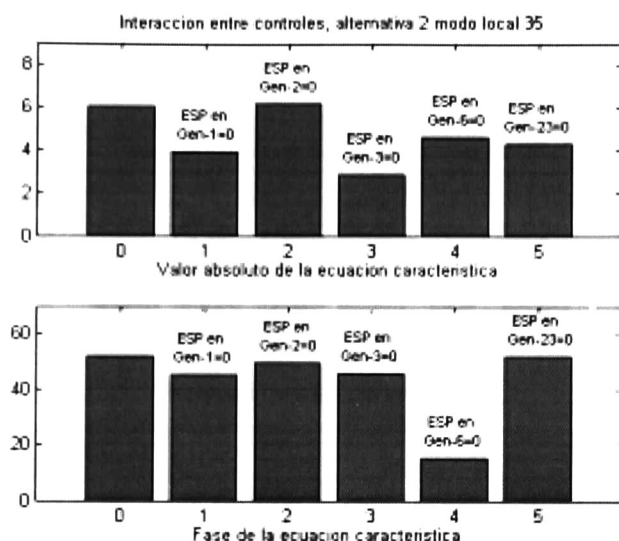


Figura 4.25. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 35

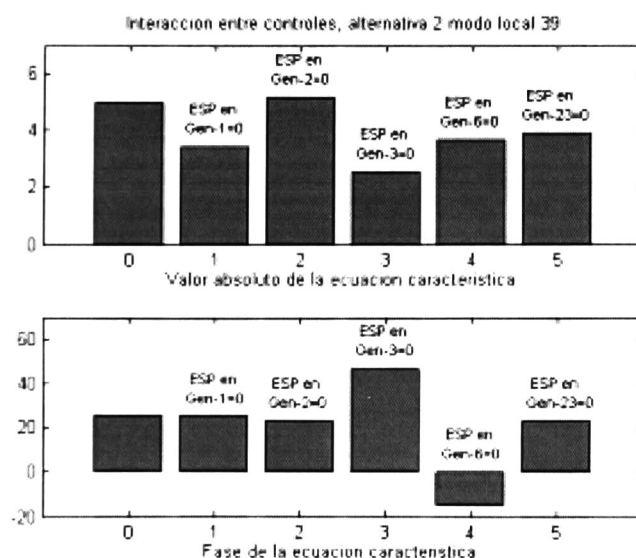


Figura 4.26. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 39

Las figuras 4.27. y 4.28. muestran el análisis de interacción entre controles para los modos locales inestables 62 y 88. Para el modo 62, el análisis revela que la utilización de un ESP en el Gen-3 contribuye en forma desfavorable a la operación del sistema de lazo cerrado. Por otro lado, el análisis del modo 88 permite comprobar, asimismo, que los ESP

ubicados en los Gen-1 y Gen-3, tienen un efecto desfavorable en la estabilidad relativa del sistema.

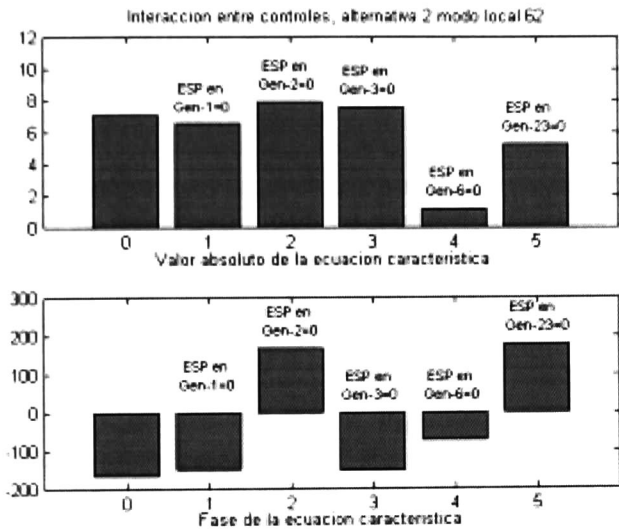


Figura 4.27. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 62

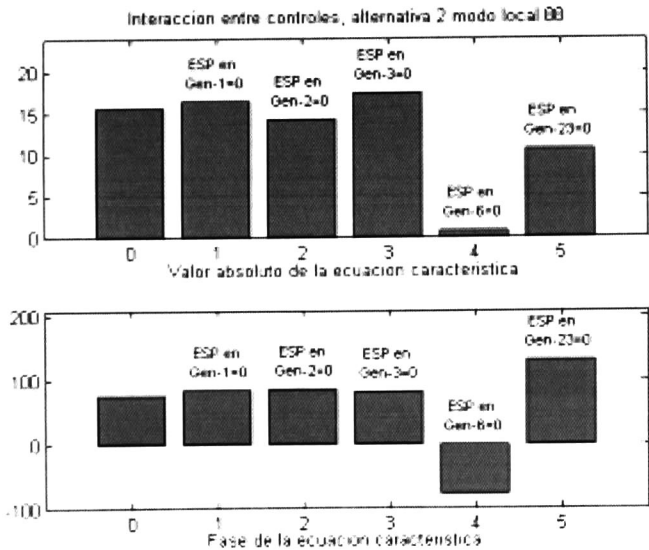


Figura 4.28. Grafico de barras ilustrando el problema de interacción entre controles para la alternativa de control 2 del modo local 88

El análisis de estos resultados permite concluir que:

1. El sistema es inestable sin los ESP ubicados en los Gen-2 y Gen-6 donde no se puede obtener una estimación aproximada de su contribución.
2. El ESP ubicado en el Gen-23 proporciona interacción favorable para cada uno de los diferentes modos de oscilación en estudio.
3. No se puede obtener una conclusión del ESP ubicado en el Gen-23 para el modo 62.

El análisis de interacción entre lazos de control por el acoplamiento de la matriz de lazo abierto se muestra en la tabla 4.11. para los modos de oscilación 20, 33, 35, 39, 62 y 88. En esta Tabla, los elementos diagonales de cada matriz cuadrada para cada modo de oscilación muestran la estabilidad del sistema en lazo cerrado con todos los dispositivos de control sin modificaciones.

Los resultados de los valores absolutos y fases permite concluir que el acoplamiento entre la velocidad de los generadores  $g_{26}$  y  $g_{62}$  ejercen un efecto favorable en la estabilidad del sistema; sin este acoplamiento el sistema en lazo cerrado pierde estabilidad. Asimismo se puede deducir que la interacción entre lazos de control es favorable. En la Tabla 4.12 se pueden ver las contribuciones con mayor participación en la interacción entre lazos de control, indicándose los lazos asociados.

Los resultados concuerdan con el criterio de Rosenbrock presentados anteriormente. En general, el análisis indica que el criterio de Nyquist proporciona mejores aproximaciones, ya que permite estimar de una manera más correcta la interacción favorable y desfavorable en el dominio de la frecuencia.

**Tabla 4.11**  
**Valores absolutos y ángulos de la ecuación característica con el  $g_{ik} = 0$**

Modos de oscilación		1	2	3	6	23
20	1	1.9177 $\angle$ 29.8230	1.9189 $\angle$ 29.8886	1.9439 $\angle$ 30.2899	1.9707 $\angle$ 30.7302	1.9219 $\angle$ 29.8570
	2	1.9189 $\angle$ 29.8890	1.9177 $\angle$ 29.8230	1.9212 $\angle$ 29.9717	<b>1.9243 <math>\angle</math> 30.0739</b>	1.9183 $\angle$ 29.8392
	3	1.9439 $\angle$ 30.2917	1.9212 $\angle$ 29.9695	1.9177 $\angle$ 29.8230	2.0519 $\angle$ 31.5032	1.9279 $\angle$ 29.8639
	6	1.9707 $\angle$ 30.7281	<b>1.9243 <math>\angle</math> 30.0770</b>	2.0519 $\angle$ 31.5052	1.9177 $\angle$ 29.8230	1.9377 $\angle$ 29.9106
	23	<b>1.9219 <math>\angle</math> 29.8569</b>	1.9183 $\angle$ 29.8388	1.9279 $\angle$ 29.8612	1.9376 $\angle$ 29.9137	1.9177 $\angle$ 29.8230
33	1	4.5292 $\angle$ 81.5713	4.5264 $\angle$ 81.5885	4.5310 $\angle$ 83.297	4.5385 $\angle$ 82.2207	4.5556 $\angle$ 81.3614
	2	4.5268 $\angle$ 81.5870	4.5292 $\angle$ 81.5713	4.5263 $\angle$ 81.5443	<b>4.5299 <math>\angle</math> 81.5659</b>	4.5295 $\angle$ 81.5584
	3	4.5255 $\angle$ 83.3668	4.5273 $\angle$ 81.5411	4.5292 $\angle$ 81.5713	4.4986 $\angle$ 81.9586	4.6406 $\angle$ 80.6410
	6	4.5401 $\angle$ 82.1528	<b>4.5299 <math>\angle</math> 81.5652</b>	4.4993 $\angle$ 82.1317	4.5292 $\angle$ 81.5713	4.5110 $\angle$ 81.1914
	23	<b>4.5593 <math>\angle</math> 81.3637</b>	4.5288 $\angle$ 81.5608	4.6355 $\angle$ 80.5343	4.5132 $\angle$ 81.2955	4.5292 $\angle$ 81.5713
35	1	6.0169 $\angle$ 51.9990	6.0180 $\angle$ 52.0441	6.4605 $\angle$ 51.0509	6.0891 $\angle$ 51.9649	6.0025 $\angle$ 52.0162
	2	6.0168 $\angle$ 52.0285	6.0169 $\angle$ 51.9990	6.0085 $\angle$ 51.9454	<b>6.0177 <math>\angle</math> 51.9871</b>	6.0141 $\angle$ 51.9916
	3	6.4931 $\angle$ 50.9982	6.0067 $\angle$ 51.9217	6.0169 $\angle$ 51.9990	5.8979 $\angle$ 53.0493	5.8754 $\angle$ 50.7905
	6	6.0668 $\angle$ 52.0454	<b>6.0175 <math>\angle</math> 51.9851</b>	5.9341 $\angle$ 52.8971	6.0169 $\angle$ 51.9990	5.9616 $\angle$ 52.4482
	23	5.9936 $\angle$ 52.012	6.0149 $\angle$ 52.0017	5.8696 $\angle$ 50.8490	5.9754 $\angle$ 52.3822	6.0169 $\angle$ 51.9990
39	1	4.9958 $\angle$ 26.002	4.9960 $\angle$ 26.0060	4.8884 $\angle$ 25.3852	5.0002 $\angle$ 25.9679	4.9960 $\angle$ 26.0253
	2	4.9960 $\angle$ 26.0138	4.9958 $\angle$ 26.0021	4.9891 $\angle$ 26.1190	<b>4.9958 <math>\angle</math> 25.9623</b>	4.9967 $\angle$ 26.0300
	3	4.8813 $\angle$ 25.3801	4.9895 $\angle$ 26.1294	4.9958 $\angle$ 26.0021	5.1584 $\angle$ 26.7901	5.0799 $\angle$ 27.2380
	6	5.0069 $\angle$ 25.9782	<b>4.9957 <math>\angle</math> 25.9676</b>	5.1437 $\angle$ 26.8305	4.9958 $\angle$ 26.0021	5.0465 $\angle$ 26.1187
	23	4.9966 $\angle$ 26.0113	4.9963 $\angle$ 26.0222	5.0879 $\angle$ 27.2036	5.0383 $\angle$ 26.1734	4.9958 $\angle$ 26.0021
62	1	7.0122 $\angle$ -168.263	7.0827 $\angle$ -169.311	7.0019 $\angle$ -168.322	6.4522 $\angle$ -169.911	7.0118 $\angle$ -168.275
	2	7.0782 $\angle$ -169.323	7.0122 $\angle$ -168.263	6.9869 $\angle$ -170.012	<b>7.0684 <math>\angle</math> 122.873</b>	7.0103 $\angle$ -168.741
	3	6.9906 $\angle$ -168.491	7.0022 $\angle$ -169.992	7.0122 $\angle$ -168.263	6.2229 $\angle$ -166.285	7.0124 $\angle$ -168.273
	6	6.4711 $\angle$ -169.674	<b>7.0695 <math>\angle</math> 122.708</b>	6.2312 $\angle$ -166.450	7.0122 $\angle$ -168.263	6.7685 $\angle$ -167.875
	23	7.0083 $\angle$ -168.309	7.0091 $\angle$ -168.700	7.0073 $\angle$ -168.279	6.7783 $\angle$ -167.877	7.0122 $\angle$ -168.263
88	1	15.6329 $\angle$ 77.0820	15.6301 $\angle$ 77.1082	15.6348 $\angle$ 77.083	15.6322 $\angle$ 77.1235	15.6316 $\angle$ 77.0846
	2	15.6282 $\angle$ 77.106	15.6329 $\angle$ 77.0820	15.6466 $\angle$ 77.134	<b>8.6708 <math>\angle</math> 79.7563</b>	15.6207 $\angle$ 76.9915
	3	15.6351 $\angle$ 77.083	15.6454 $\angle$ 77.1238	15.6329 $\angle$ 77.082	15.6646 $\angle$ 77.1465	15.6323 $\angle$ 77.088
	6	15.6337 $\angle$ 77.124	<b>8.6593 <math>\angle</math> 79.7549</b>	15.6633 $\angle$ 77.138	15.6329 $\angle$ 77.0820	15.5559 $\angle$ 76.7248
	23	15.6318 $\angle$ 77.084	15.6315 $\angle$ 77.003	15.6327 $\angle$ 77.087	15.5445 $\angle$ 76.7145	15.6329 $\angle$ 77.082

**Tabla 4.12 Mayores y menores contribuciones de interacción entre lazos de control**

Modos de oscilación	Valor absoluto y fase de la ecuación característica	Mayor interacción favorable	Acoplamiento	Mayor interacción desfavorable	Acoplamiento
20	1.9177 $\angle$ 29.8230	1.9183 $\angle$ 29.8388	(23-2)	2.0519 $\angle$ 31.5052	(3-6)
33	4.5292 $\angle$ 81.5713	4.4986 $\angle$ 81.9586	(3-6)	4.6406 $\angle$ 80.6410	(3-23)
35	6.0169 $\angle$ 51.9990	5.8696 $\angle$ 50.8490	(23-3)	6.4931 $\angle$ 50.9982	(3-1)
39	4.9958 $\angle$ 26.002	4.8813 $\angle$ 25.3801	(3-1)	5.1584 $\angle$ 26.7901	(3-6)
62	7.0122 $\angle$ -168.263	6.2229 $\angle$ -166.28	(3-6)	7.0827 $\angle$ -169.31	(1-2)
88	15.6329 $\angle$ 77.0820	15.5445 $\angle$ 76.7145	(23-6)	15.6646 $\angle$ 77.1465	(3-6)

# CONCLUSIONES

### 5.1 CONCLUSIONES GENERALES

Esta tesis se ha orientado hacia el estudio y aplicación de técnicas de análisis basadas en la teoría de control descentralizado para mejorar la estabilidad de perturbación pequeña de los modos electromecánicos en sistemas de potencia. Más concretamente, el trabajo se enfocó al estudio de dos aspectos de interés en la operación de sistemas de control descentralizado: 1) El estudio del grado de interacción entre lazos de control en el modelo multivariable del sistema de potencia y la evaluación de la interacción entre controladores, y 2) El estudio del efecto de esta interacción en la estabilidad del sistema. Los métodos propuestos son generales y pueden utilizarse para el estudio de sistemas de control lineal de origen físico distinto.

La aplicación de conceptos basados en la noción de ganancias relativas al estudio de la interacción entre lazos de control mostró que este tipo de técnicas conducen a resultados confiables en sistemas reales. Su principal ventaja es la posibilidad de analizar de manera rápida y computacionalmente eficiente, el grado de interacción absoluta y relativa entre lazos de control. La limitación fundamental de este tipo de técnicas, sin embargo, se deriva de su incapacidad para determinar si la interacción entre lazos de control es favorable o desfavorable. Otras limitaciones de las metodologías existentes en la literatura de sistemas de potencia están asociadas a la dificultad para estimar el efecto de dicha interacción en la estabilidad relativa del sistema así como para diseñar en forma directa a los controladores del sistema.

Por otra parte, la aplicación del criterio generalizado de estabilidad de Nyquist presenta características de interés para el estudio del fenómeno de interacción entre lazos de control y el estudio de su efecto en la estabilidad relativa del sistema. La utilización de esta técnica bajo ciertas suposiciones analíticas permite, por un lado, estimar el grado de interacción entre controladores. Por otro lado, la aplicación sistemática del criterio generalizado de Nyquist posibilita el estudio sistemático del efecto de la interacción entre lazos de control en la estabilidad relativa del sistema. Adicionalmente, a diferencia de otro tipo de enfoques, ésta metodología puede ser aplicada al estudio de sistemas inestables, y en consecuencia, al diseño de medidas correctivas.

Sus desventajas están asociadas a un mayor esfuerzo computacional, especialmente para el estudio de sistemas de gran dimensión.

La aplicación de las metodologías propuestas al estudio del fenómeno de oscilación interárea en sistemas de potencia, muestra que la utilización de controles suplementarios en los sistemas de excitación de generadores permite incrementos substanciales en los márgenes de



estabilidad del sistema. Los procedimientos propuestos pueden ser utilizados para el estudio y síntesis de otras alternativas de control.

## **5.2 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

Las áreas de investigación futuras identificadas durante el desarrollo de éste trabajo pueden agruparse en los siguientes incisos:

- 1) La generalización de algoritmos de control descentralizado para considerar la contribución individual de los controladores al fenómeno de interacción.
- 2) La utilización de técnicas de control robusto para el diseño de dispositivos de control, minimizando la interacción entre lazos de control.
- 3) La extensión de los métodos de análisis propuestos para considerar otras alternativas de control semidescentralizado así como otros elementos de control, particularmente esquemas flexibles de transmisión de corriente alterna.

## REFERENCIAS

1. Bristol E.H.: "On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control", IEEE Transactions On Automatic Control, AC - 11, No. 1, pp. 133 -134, 1966.
2. Niederlinski A.: "A Heuristic Approach to the Design of Linear Multivariable Interacting Control Systems", Automatica, Vol. 7, pp. 691-701, 1971.
3. Grosdidier P., Morari M. And Holt B.R.: "Closed - Loop Properties from Steady State Gain Information", Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 24, pp. 221-235, 1985.
4. Huang H.P., Ohshima M. and Hashimoto L.: "Dynamic Interaction and Multiloop Control System Design", Journal Process Control, Vol. , No. 1, pp. 15-27, 1994.
5. Hernández López Jesús H.: "Ubicación y Coordinación de dispositivos de Control para amortiguar oscilaciones de baja frecuencia en sistemas eléctricos de potencia", Tesis de Maestría, Cinvestav, Unidad Guadalajara, México 2001.
6. Kundur P.: "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, 1994.
7. Calazans De Castro and Silva De Araujo Clivaldo : "Frequency Domain Analysis of Oscillatory Modes in Decentralized Control Systems", Automatica, Vol. 34, No 12, pp. 1647-1649, 1988.
8. Zhu Z.X.: "Variable Pairing Selection Based on Individual and Overall Interaction Measures", Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 35, pp. 4091-4099, 1996.
9. Skogestad Sigurd, Postlethwaite Ian: "Multivariable Feedback Control", Wiley, 1996.
10. Jim-Wen Chang, Chen-Ching Yu: "The Relative Gain For Non-Square Multivariable Systems", Chemical Engineering Science, Vol. 45. No. 5. pp. 1309-1323, 1990.
11. Grosdidier P. and , Morari M.: "Interaction Measures for Systems Under Decentralized Control", Automatica, Vol. 22, No. 3, pp. 309-319, 1986.
12. P.C. Parks, V. Hann.: "Stability Theory", Prentice Hall, 1993.
13. H.H. Rosebrock: "Computer-Aided Control System Design", Academic Press, 1974.
14. Pagola F.L., Pérez Arriaga J.L.: "On sensitivities, Residues and Participations: Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 278-285, February 1989.
15. Zhou Er-zhuan, Chen Shou-sun, Ni Yi-zin, Zhan Bao-lin.: "Modified Selective Modal Analysis Method and its Application in the Analysis of Power System Dynamics", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 3, pp 1189-1195, August 1991.
16. Ostojic D.R.: "Stabilization of multimodal electromechanical oscillations by coordinated application of power system stabilizers", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 4, pp. 1439-1445, November 1991.
17. Zhou E.Z., Malik O.P., Hope G.S.: "Design of stabilizer for a multimachine power system based on the sensitivity of PSS effect", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No. 3, pp. 606-613, November 1992.
18. Tse, C.T., Tso, S.K.: "Refinement of conventional PSS design in multimachine system by modal analysis", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, pp. 598-605, May 1993.
19. Zhou. E.Z. "Functional Sensitive concept and its application to Power System Damping analysis", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 518-524, February 1994.
20. Ao, Z., Sidhu T.S., Fleming R.J.: "Stability investigation of a longitudinal Power System and its stabilization by a coordinated application of a Power System Stabilizers", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 9, No. 3, pp. 466-474, September 1994.
21. Aboul-Ela Magdy E, Sallam A. A., McCalley James D., Fouad A. A.: "Damping controller design for Power System oscillations using global signals", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2, pp. 767-773, May 1996.
22. Rouco L., Pagola, F.L.: "An Eigenvalue sensitivity approach to location and controller design of controllable series capacitors for damping Power System Oscillations", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 4, pp. 1660-1666, November 1997.
23. Pourbeik P. and Gibbard M.J.: "Damping and Synchronizing Torques Induced On Generators by FACTS Stabilizers in Multimachine Power Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 4, pp. 1920-1925, November 1996.
24. Ogata K.: "Ingeniería de control moderna", Prentice-Hall, 1990.

25. Benjamin K.: "Sistemas de control automático", Prentice-Hall, 1996.
26. Gabor S., C.K. Sanathanan.: "A model matching approach for designing decentralized MIMO controllers", Journal of The Franklin Institute No 337, pp. 641-660, 2000.
27. Corripio A.B.: "Tuning of industrial control systems", ISA, 2001.
28. Zhang P., Messina A.R., Coonick A., Cory B. J.: "Selection of Locations and Input Signals for Multiple SVC Damping Controllers in Large Scale Power Systems", 1998 IEEE/PES Winter Meeting, paper IEEE 0-7803-4403-0.
29. Milanovic J.V., Serrano Duque A.C.: "The use of Relative Gain Array for Optimal Placement of PSSs", IEEE, 2001 IEEE/PES Winter Meeting, pp. 992-996.
30. Coronado Gallegos I.: "Ubicación de dispositivos FACTS desde una perspectiva dinámica", Tesis de Maestría, Cinvestav, Unidad Guadalajara, México 2001.
31. Skogestad S, Morari M.: "Some New Properties of the Structured Singular Value", IEEE Transactions on Automatic control AC-33(12), pp. 1151-1154, 1988.
32. CIGRE Task Force 07 of Advisory Group of Study Committee 38, "Analysis and control of Power System Oscillations" Final report, 1996.
33. IEEE, "Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance", 90TH0292-3-PWR, 1990.



**Cinvestav**

**Centro de Investigación y de Estudios  
Avanzados del IPN**

**Unidad Guadalajara**

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: ANÁLISIS DE CONTROL DESCENTRALIZADO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA: INTERACCIÓN Y ESTABILIDAD del(a) C. Evaristo Noé REYES PÉREZ el día 3 de Diciembre de 2002 .

---

DR. ARTURO ROMAN  
MESSINA  
INVESTIGADOR  
CINVESTAV 3B  
CINVESTAV GDL  
GUADALAJARA

---

DR. OFELIA BEGOVICH  
MENDOZA  
INVESTIGADOR  
CINVESTAV 3A  
CINVESTAV GDL  
GUADALAJARA

---

DR. EDDIE ALBERTO  
ARAYA PADILLA  
PROFESOR ADJUNTO  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD DE COSTA  
RICA  
COSTA RICA





CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000004448