



xx(97964.1)



# CINVESTAV

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL IPN UNIDAD GUADALAJARA

---

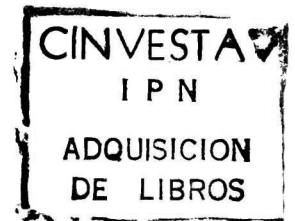
---

## APLICACIÓN DE MÉTODOS DE POTENCIA Y ENERGÍA MODAL AL ANÁLISIS DE OSCILACIONES INTERÁREA

TESIS QUE PRESENTA  
ING. MOISÉS GUILLERMO OCHOA MADRID

PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA



CINVESTAV I.P.N.  
SECCION DE INFORMACION  
Y DOCUMENTACION

Guadalajara, Jalisco. Junio de 2001

|         |                     |
|---------|---------------------|
| CLASIF. | Tesis 2002          |
| ADQUIS. |                     |
| FECHA   | 19/04/02            |
| PROCESO | Serv. Bibliografico |

et al

**APLICACIÓN DE MÉTODOS DE  
POTENCIA Y ENERGÍA MODAL AL  
ANÁLISIS DE OSCILACIONES INTERÁREA**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**Moisés Guillermo Ochoa Madrid**

Ingeniero Eléctrico

Instituto Tecnológico de Morelia 1994-1998

Becario de CONACyT, expediente No. **129305**

Director de Tesis

**Dr. Arturo Roman Messina**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Marzo de 2001

# INDICE GENERAL

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| RESÚMEN.....          | i   |
| LISTA DE TABLAS.....  | ii  |
| LISTA DE FIGURAS..... | iii |

## CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

|  |   |
|--|---|
| 1.1. Planteamiento del problema.....   | 1 |
| 1.2. Breve revisión del trabajo existente.....   | 3 |
| 1.2.1. Análisis en el dominio del tiempo.....  | 4 |
| 1.2.2. Análisis de estabilidad ante disturbios pequeños.....                               | 5 |
| 1.2.3. Métodos basados en el análisis de conceptos de energía.....                         | 5 |
| 1.2.4. Análisis de flujos de potencia modal.....   | 6 |
| 1.2.5. Métodos de perturbación.....  | 6 |
| 1.2.6. Técnicas de identificación modal.....   | 6 |
| 1.2.7. Identificación de modos electromecánicos a partir de datos<br>medidos en línea..... | 7 |
| 1.3. Objetivo de la tesis.....   | 8 |
| 1.4. Aportaciones de la tesis.....   | 8 |
| 1.5. Organización de la tesis.....   | 9 |

## CAPÍTULO 2 POTENCIA Y ENERGÍA MODAL

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Introducción.....   | 10 |
| 2.2. Conceptos básicos.....                                    | 11 |
| 2.2.1. Modos de movimiento.....                                | 11 |
| 2.2.2. Factor de participación lineal (FPL).....               | 13 |
| 2.3. Energía Cinética.....                                     | 13 |
| 2.3.1. Modos de energía.....                                   | 13 |
| 2.3.1.1. Contribución individual de un modo de movimiento..... | 15 |
| 2.3.1.2. Contribución de dos modos de movimiento.....          | 16 |
| 2.3.2. Potencia acelerante.....                                | 17 |
| 2.3.3. Relaciones de energía en el modelo clásico.....         | 18 |

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>2.4.</b> | <b>Análisis de potencia y energía en sistemas lineales multivariados.....</b>     | <b>20</b> |
| 2.4.1.      | Formulación básica del método de análisis.....                                    | 20        |
| 2.4.2.      | Análisis de potencia acelerante modal.....  | 20        |
| 2.4.3.      | Análisis de energía modal.....  | 22        |
| <b>2.5.</b> | <b>Algoritmo Computacional para la evaluación del intercambio de energía.....</b> | <b>24</b> |
| 2.5.1.      | Identificación de modos dominantes.....   | 24        |
| 2.5.2.      | Identificación de áreas intercambiando energía.....                               | 24        |
| 2.5.3.      | Análisis de potencia modal.....   | 25        |

## **CAPÍTULO 3**

### **FLUJO DE POTENCIA MODAL**

|             |  |           |
|-------------|--|-----------|
| <b>3.1.</b> | <b>Introducción.....</b>   | <b>26</b> |
| <b>3.2.</b> | <b>Modelado del SEP.....</b>   | <b>26</b> |
| 3.2.1.      | Formulación básica del modelo del SEP.....   | 26        |
| 3.2.1.1.    | Modelado de conexión de componentes.....   | 27        |
| 3.2.1.2.    | Modelado de la red de transmisión.....   | 30        |
| 3.2.1.3.    | Representación de la carga.....  | 30        |
| 3.2.2.      | Formulación del modelo global del sistema.....   | 31        |
| <b>3.3.</b> | <b>Análisis de sensibilidad de voltaje y corriente.....</b>                            | <b>33</b> |
| 3.3.1.      | Cálculo de corrientes modales.....,  | 34        |
| 3.3.2.      | Voltajes modales.....  | 35        |
| 3.3.3.      | Algoritmo para la evaluación numérica de los voltajes modales.....                     | 37        |
| <b>3.4.</b> | <b>Flujo de Potencia Modal.....</b>  | <b>38</b> |
| 3.4.1.      | Contribución de máquinas síncronas y dispositivos de control al flujo de potencia..... | 38        |
| 3.4.2.      | Contribución de cargas estáticas.....  | 40        |
| 3.4.3.      | Flujo de potencia en enlaces de transmisión.....                                       | 41        |
| 3.4.4.      | Soluciones de lazo cerrado.....  | 42        |
| <b>3.5.</b> | <b>Algoritmo computacional.....</b>  | <b>43</b> |

## **CAPÍTULO 4 APLICACIÓN**

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>4.1.</b> | <b>Introducción.....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.2.</b> | <b>Descripción del sistema en estudio.....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.3.</b> | <b>Características fundamentales de estabilidad ante<br/>disturbios pequeños.....</b>   | <b>49</b> |
| <b>4.4.</b> | <b>Análisis de flujo de potencia modal.....</b>   | <b>50</b> |
| 4.4.1.      | Potencia modal de generación.....   | 50        |
| 4.4.2.      | Flujo de potencia modal en el sistema de transmisión.....                               | 52        |
| 4.4.3.      | Voltajes modales.....   | 54        |
| 4.4.4.      | Análisis en el dominio del tiempo.....  | 56        |
| 4.4.5.      | Contribución de la carga al flujo de potencia modal.....                                | 59        |
| <b>4.5.</b> | <b>Análisis de Energía Cinética.....</b>  | <b>62</b> |
| 4.5.1.      | Obtención de los modos de energía.....  | 62        |
| 4.5.2.      | Contribución de modos individuales a la energía del sistema...                          | 63        |
| 4.5.3.      | Análisis de oscilaciones compuestas.....  | 64        |
| 4.5.4.      | Análisis de flujo de potencia modal asociado a la presencia<br>de modos de energía..... | 67        |
| 4.5.5.      | Efecto de dispositivos de control en el intercambio de<br>energía.....                  | 68        |
| 4.5.6.      | Comparación con el análisis en el dominio del tiempo y la<br>frecuencia.....            | 69        |

## **CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

|                         |   |           |
|-------------------------|---|-----------|
| <b>5.1.</b>             | <b>Conclusiones generales.....</b>                | <b>74</b> |
| <b>5.2.</b>             | <b>Recomendaciones para trabajos futuros.....</b> | <b>75</b> |
| <b>APÉNDICE.....</b>    |   | <b>76</b> |
| <b>REFERENCIAS.....</b> |   | <b>79</b> |



Dedico esta tesis a mi padre Guillermo Ochoa Montalvo, y a mis abuelos Héctor y Marúca Madrid Mulia.

*Pero muy especialmente dedico este trabajo a mi madre, quien me ha dado todo sin esperar nada a cambio, además de que ha sido el principal soporte de mi educación -mil gracias-*

# AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a Dios por haberme permitido concluir mi proyecto de tesis.

Además agradezco de manera muy especial a mi asesor el Dr. Arturo Román Messina por su apoyo y por sus valiosas contribuciones para la realización y culminación de este proyecto. Por sus comentarios, consejos y sugerencias que me sirvieron para mejorar el desarrollo y presentación final de la tesis.

Al M.C. Emilio Barocio Espejo, por el tiempo dedicado y por sus valiosos consejos para la elaboración de esta tesis.

A todos mis compañeros de generación, por el tiempo y sobre todo por la amistad que me brindaron.

Al CONACYT por el apoyo económico brindado durante mis estudios de posgrado, y al CINVESTAV unidad Guadalajara por el apoyo material y humano.

## RESUMEN

La presencia de oscilaciones electromecánicas débilmente amortiguadas entre grupos de generadores representa un obstáculo principal a la operación normal del sistema de potencia, limitando la capacidad de transmisión de potencia y afectando su nivel de seguridad. En sistemas eléctricos de gran dimensión, el análisis de la estabilidad y control de estas oscilaciones constituye un problema extremadamente complicado.

El trabajo de investigación que se presenta en esta tesis ha sido orientado hacia el estudio de métodos y técnicas alternativas de estudio basada en el análisis modal de las ecuaciones de potencia y energía al estudio de oscilaciones electromecánicas entre grupos de generadores, y más específicamente, al análisis de oscilaciones interárea de naturaleza espontánea y transitoria.

El estudio del fenómeno interárea se aborda desde dos perspectivas complementarias de análisis: la primera se basa en el análisis del intercambio de energía cinética entre grupos de generadores ante una perturbación conocida. A diferencia de los métodos existentes, el estudio del intercambio de energía se plantea desde la perspectiva del análisis del modelo lineal de estado del sistema. A partir de este modelo se obtiene la participación de cada generador en la energía del sistema mediante una combinación lineal de modos de movimiento y se definen expresiones para la contribución a la energía y potencia modal.

La segunda se centra en el análisis de la distribución del flujo de potencia en la red de transmisión asociada a cada modo interárea de interés. En este contexto, se presenta primero una revisión fundamental de los métodos de análisis de oscilaciones interárea planteados en la literatura. Se definen y estudian, relaciones de sensibilidad entre los parámetros internos del sistema y la desviación de los estados. A continuación se propone una metodología integral para el estudio de la distribución de flujo de potencia modal, considerando la representación de dispositivos de control y las características de dependencia de voltaje de la carga. La metodología propuesta parte de un modelo flexible del sistema de potencia con la capacidad de preservar la estructura y simetría natural de las ecuaciones del sistema.

Por último, se presenta la aplicación de los métodos desarrollados al análisis y control de modos interárea dominantes de baja frecuencia en un sistema de potencia con características reales. Se discute el problema de ubicación de dispositivos de control así como un análisis de su efecto en el intercambio de energía asociado a los modos críticos. Se presenta una comparación con los resultados obtenidos mediante otras técnicas de análisis, y más concretamente con el análisis de Fourier y Prony de señales obtenidas de estudios de estabilidad transitoria.

## LISTA DE TABLAS

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Tabla 2.1.  | Modos de energía asociados a modos de movimiento.....  | 17 |
| Tabla 3.1.  | Evaluación del vector de inyecciones modales de corriente.....   | 36 |
| Tabla 4.1.  | Modos de oscilación de menor frecuencia para el sistema en estudio.....  | 49 |
| Tabla 4.2.  | Generación de potencia modal para los modos interarea 170, 162 y 168.....  | 51 |
| Tabla 4.3.  | Flujo de potencia modal para los modos de interés 170 y 162.....   | 52 |
| Tabla 4.4.  | Flujo de potencia modal para el modo interarea 168.....  | 53 |
| Tabla 4.5.  | Efecto de la instalación de un CSCT en los enlaces con Mayor participación en el flujo de potencia modal.....      | 54 |
| Tabla 4.6.  | Desviaciones de voltaje modal para los modos interarea de interés.....   | 55 |
| Tabla 4.7.  | Efecto de la instalación de CEV's en nodos críticos del Sistema.....   | 56 |
| Tabla 4.8.  | Análisis de Prony del flujo de potencia activa entre el enlace BUS-039 al BUS-029.....                             | 58 |
| Tabla 4.9.  | Análisis de Prony del flujo de potencia activa entre el enlace BUS-006 al BUS-017.....                             | 59 |
| Tabla 4.10. | Contribución de la carga a la potencia modal.....  | 60 |
| Tabla 4.11. | Contribución de la carga a la potencia modal del modo Este-Oeste.....  | 60 |
| Tabla 4.12. | Contribución de la carga a la potencia modal del modo Norte-Sur.....   | 60 |
| Tabla 4.13. | Efecto del ajuste de la ganancia del CEV en el BUS-006 en la potencia modal de carga, para el modo Este-Oeste..... | 61 |
| Tabla 4.14. | Coefficientes de energía para generadores de interés.....  | 63 |
| Tabla 4.15. | Desviación de Energía Cinética para los tres modos de menor frecuencia.....  | 64 |
| Tabla 4.16. | Modos de energía dominantes para el sistema estudiado.....   | 65 |
| Tabla 4.17. | Potencia modal de generación para modos de energía.....  | 68 |
| Tabla 4.18. | Coefficientes de energía asociados al modo Norte-Sur mostrando el efecto de un CEV en el BUS-006 con PSCD.....     | 69 |
| Tabla 4.19. | Análisis de Prony de la desviación de energía de los generadores dominantes.....                                   | 71 |

# LISTA DE FIGURAS

|              |  |    |
|--------------|--|----|
| Figura 3.1.  | Diagrama conceptual ilustrando la representación de Dispositivos de control en el modelo desarrollado.....                                       | 29 |
| Figura 3.2.  | Representación genérica de dispositivos de control con conexión serie.....   | 29 |
| Figura 3.3.  | Representación de diagrama de bloques del modelo dinámico del sistema de potencia.....   | 33 |
| Figura 3.4.  | Modelo equivalente del sistema de potencia para el Análisis de voltajes modales.....   | 36 |
| Figura 3.5.  | Algoritmo de análisis de flujo de potencia modal.....  | 46 |
| Figura 4.1.  | Diagrama simplificado del sistema en estudio, mostrando los elementos principales de generación y transmisión.....                               | 48 |
| Figura 4.2.  | Características de los modos de interés en el estudio.....   | 49 |
| Figura 4.3.  | Controlabilidad de los modos interarea de menor frecuencia con CEV's en los nodos BUS-006 y BUS-135.....   | 56 |
| Figura 4.4.  | Gráfico de la desviación de la potencia activa en los enlaces BUS-039 BUS-029 y BUS-006 BUS-017.....   | 57 |
| Figura 4.5.  | Modo de energía interarea $\eta_1 = -0.259 + j0.913$ mostrando un patrón de oscilación Este-Oeste.....   | 65 |
| Figura 4.6.  | Modo de energía interarea $\eta_2 = -0.153 + j2.02$ mostrando un patrón de oscilación Este-Oeste.....  | 66 |
| Figura 4.7.  | Modo de energía interarea $\eta_3 = -0.278 + j6.282$ con un patrón de oscilación de naturaleza local.....  | 66 |
| Figura 4.8.  | Modo de energía interarea $\eta_4 = -0.291 - j4.781$ sin un patrón de oscilación geográfico definido.....  | 67 |
| Figura 4.9.  | Energía cinética de los generadores GEN-46 y GEN-14 para una falla trifásica en el BUS-137 BUS-135.....  | 70 |
| Figura 4.10. | Gráfico de la Energía Cinética entre los generadores del Norte y Sur para una falla en el BUS-135.....   | 70 |
| Figura 4.11. | Periodograma de la DEP para el generador GEN-14.....   | 71 |
| Figura 4.12. | Gráfico de la Energía Cinética de generadores dominantes ante una falla trifásica en el BUS-017, liberada mediante la línea BUS-017 BUS-041..... | 72 |
| Figura 4.13. | Desviación de Energía Cinética de los generadores GEN-46 y el GEN-28.....  | 73 |
| Figura 4.14. | Espectro de frecuencia de la desviación de Energía Cinética del generador GEN-46.....  | 73 |

# NOTACIÓN

|            |   |
|------------|---|
| A          | Matriz planta del Sistema de Potencia                                     |
| $B_{ij}$   | Suceptancia   |
| D          | Matriz de amortiguamiento de los generadores                              |
| CSCT       | Capacitor serie controlado por tiristores                                 |
| $e_k$      | Vector de ceros, excepto $e_k=1$  |
| $E_i$      | Voltaje interno del i-ésimo generador                                     |
| E          | Energía total del sistema   |
| EC         | Energía Cinética  |
| $G_{ij}$   | Conductancia  |
| FPL        | Factor de participación lineal  |
| J          | Matriz Jacobiana de primeras derivadas                                    |
| M          | Matriz de constantes de inercia de los generadores                        |
| MID        | Modo interárea dominante  |
| ng         | Número de generadores   |
| nmc        | Número de modos críticos  |
| PA         | Potencia acelerante   |
| $P_{kj}$   | Factor de participación del j-ésimo modo en la k-ésima variable de estado |
| $P_e$      | Potencia eléctrica en p.u.  |
| $P_m$      | Potencia mecánica en p.u.   |
| SEP        | Sistema eléctrico de potencia   |
| TDCT       | Transformadores defasadores controlados por tiristores                    |
| Y          | Matriz de admitancias   |
| $x^o$      | Punto de equilibrio estable   |
| x          | Vector de variables de estados  |
| $\Delta i$ | Vector de las desviaciones de corriente                                   |
| $\Delta v$ | Vector de las desviaciones de voltaje                                     |
| $\delta$   | Posición angular del rotor en radianes                                    |
| $\lambda$  | Valor propio de la matriz planta  |
| $\xi$      | Vector propio derecho   |
| $\eta$     | Vector propio izquierdo   |
| $\omega$   | Velocidad angular en rad/seg  |

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El análisis y control de oscilaciones de origen electromecánico entre grupos de generadores ha sido una causa permanente de interés por la industria eléctrica durante varias décadas.

Este tipo de fenómeno, tiene su origen físico en el intercambio de energía resultante de la desviación angular relativa de los generadores ante una perturbación y puede conducir a la pérdida de estabilidad o a una operación degradada del sistema [1].

Las oscilaciones pueden clasificarse en varios grupos de acuerdo a la naturaleza de las mismas, su origen o a las características de operación que las propicien. Así, por ejemplo, en [2,3] se definen tres tipos de oscilaciones asociadas con el análisis y control de los sistemas interconectados en la región Este de los Estados Unidos. Estas son:

- 1) Oscilaciones espontáneas que aparecen en condiciones normales de operación sin una causa aparente que las genere. Este tipo de oscilaciones crece en magnitud lentamente a partir de un nivel bajo.
- 2) Oscilaciones transitorias asociadas a una perturbación severa tal como la contingencia de un generador importante o una línea de transmisión. Este tipo de oscilaciones se caracteriza inicialmente por variaciones severas de potencia o voltaje y exhiben un amortiguamiento pobre en la condición de postdisturbio, especialmente en condiciones de estrés del sistema.
- 3) Oscilaciones forzadas producidas durante un disturbio, debido al retardo en el disparo de una línea de transmisión que conecta islas asíncronas.

En la primera categoría, las oscilaciones se pueden clasificar en dos grandes grupos: oscilaciones de tipo local o intraplanta y oscilaciones del tipo interárea en las que el intercambio de energía se produce entre dos o más grupos de generadores ubicados en zonas geográficas distintas [4,5]. Las oscilaciones del tipo interárea son generalmente lentas y periódicas con frecuencias bajas en el orden de 0.2 a 0.8 Hz [2].

De entre este tipo de oscilaciones, las oscilaciones de naturaleza sostenida o pobremente amortiguadas, caracterizadas por amplitudes crecientes, son de particular importancia ya que pueden conducir a la desconexión de generadores, carga o elementos en la red de transmisión o a modificar las condiciones de operación del sistema.

El análisis de diversos eventos de inestabilidad muestra que el fenómeno dinámico de inestabilidad puede ser iniciado o agravado por un número importante de causas. En redes débilmente interconectadas, la magnitud y amortiguamiento de las oscilaciones son, con frecuencia, afectadas por el nivel de transmisión de potencia entre áreas distantes así como la topología y robustez del sistema [2,5]. Otras causas que propician la aparición de oscilaciones incluyen la respuesta inapropiada de sistemas de control,

A menudo, sin embargo, el comportamiento oscilatorio resulta de una combinación o secuencia de eventos [6], algunos asociados a la estructura o características de operación del sistema y otros a contingencias secuenciales en el sistema. En otras ocasiones, el problema dinámico se complica por la presencia de oscilaciones de voltaje y frecuencia las cuales pueden ser más dañinas que el propio fenómeno que las origina [6]. Si no se determinan las medidas correctivas adecuadas, la presencia de oscilaciones puede conducir a un redespacho en la operación frecuentemente afectando los niveles de transmisión de potencia. En la referencia [2] se presenta una revisión detallada de eventos reales de inestabilidad, mostrando la influencia de los diferentes parámetros del sistema.

Con la creciente complejidad de los sistemas de potencia, la naturaleza de los fenómenos oscilatorios se ha vuelto más compleja y variable. Estudios recientes muestran que la presencia de oscilaciones espontáneas ha dado paso a oscilaciones transitorias y, en algunos casos, a oscilaciones forzadas con características aun más complejas [7]. Así mismo, los modos de oscilación pueden cambiar su frecuencia y amortiguamiento con las condiciones de operación o pueden surgir nuevos modos de oscilación con el desarrollo natural de los sistemas [8].

En las oscilaciones de naturaleza transitoria, el fenómeno del modo interárea resultante de una perturbación se caracteriza por una separación de un grupo de generadores del resto del sistema: en ocasiones, algunos de ellos geográficamente alejados del disturbio. Como se ha señalado por diversos investigadores, la condición de postfalla se caracteriza por pares de sincronización débiles provocando un amortiguamiento pobre del fenómeno oscilatorio [9]. En algunos casos, el fenómeno interárea puede manifestarse mediante oscilaciones compuestas que involucren dos o más modos débilmente amortiguados especialmente en condiciones de estrés [10,11]. El análisis de estas oscilaciones constituye el primer paso en el desarrollo de métodos para su detección y control.

Aunado a esta problemática, la creciente instalación de dispositivos de control en la red de transmisión, sin embargo, hace deseable disponer de metodologías de análisis que proporcionen mayor información del comportamiento del sistema desde una perspectiva global. Así mismo, resulta deseable generalizar los métodos de estudio para considerar la operación del sistema bajo condiciones de estrés en donde los modelos convencionales pueden conducir a resultados poco confiables o precisos.

Entre las recomendaciones emitidas por los diversos grupos de trabajo que abordan estos problemas, cabe destacar las siguientes:



- El desarrollo de nuevos métodos y técnicas de estudio así como el mejoramiento de los modelos del sistema.
- La instalación de dispositivos de detección de oscilaciones en puntos específicos del sistema.
- La incorporación del análisis de oscilaciones en los estudios de planeación y operación de los sistemas.

En este contexto, es importante tener presente, además, que los métodos actuales de análisis de pequeña señal se basan en la obtención de un modelo lineal del sistema para una condición específica de operación: el comportamiento dinámico de los rotores de los generadores se expresa mediante la superposición de modos fundamentales de movimiento. Esta clase de métodos han sido utilizados, como herramienta fundamental del análisis de la estabilidad de las oscilaciones y el desarrollo de medidas correctivas por alrededor de cinco décadas. El mejoramiento de estos métodos para el estudio de redes complejas, constituye un tema de creciente interés para la industria eléctrica.

En el presente trabajo de investigación se aborda, de forma específica, el análisis de oscilaciones interárea de naturaleza permanente o sostenida de origen esencialmente lineal. Más concretamente, el estudio se centra en las aproximaciones desarrolladas según dos perspectivas complementarias de estudio: el análisis de las desviaciones de energía cinética entre generadores y el estudio de la distribución del flujo de potencia de oscilación a través de la red de transmisión. Los métodos propuestos, no obstante, pueden generalizarse para considerar el estudio de oscilaciones del tipo transitorio.

La herramienta propuesta constituye una extensión natural a herramientas convencionales de estabilidad de pequeña señal y puede utilizarse de manera coordinada con otras técnicas de análisis, tales como el análisis de Fourier y el método de Prony.

## **1.2 BREVE REVISIÓN DEL TRABAJO EXISTENTE**

Los métodos convencionales para el análisis de oscilaciones, utilizados por la industria eléctrica, pueden clasificarse fundamentalmente en dos grupos. El primero, y más convencional, está basado en la simulación del comportamiento del sistema ante grandes perturbaciones. La segunda aproximación está basada en el análisis de las características de estabilidad del modelo lineal del comportamiento dinámico del sistema. La aplicación sistemática de ambos enfoques permite un estudio detallado de las características del comportamiento dinámico. La evolución natural de los métodos de estudio ha permitido recientemente el desarrollo de técnicas complementarias de análisis, basadas principalmente en la identificación de las características dinámicas de registros de datos obtenidos mediante simulación o de la medición de la respuesta del sistema en condiciones de operación real.

A esta segunda generación de herramientas analíticas pertenecen el análisis espectral de señales con ruido y el análisis de Prony de la respuesta del sistema ante una perturbación específica. Son también de destacar, las metodologías que hacen uso de métodos de identificación de oscilaciones basados en técnicas de filtrado adaptivo así como los trabajos basados en la extensión o generalización de los métodos lineales, particularmente, el método de flujo de potencia modal y los métodos de perturbación.

A continuación se describen brevemente los principales métodos de análisis planteados en la literatura para el estudio y análisis de oscilaciones interárea agrupados temáticamente.

### **1.2.1 Análisis en el dominio del tiempo**

La solución numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del sistema de potencia ha sido ampliamente utilizada para verificar el impacto de oscilaciones de origen transitorio en los sistemas de potencia [2]. Con el desarrollo de métodos de integración numérica de paso variable es posible analizar el comportamiento dinámico de un sistema en prácticamente cualquier período de tiempo lo cual permite estudiar oscilaciones sostenidas. Adicionalmente, se pueden obtener los valores propios del sistema para cada instante de tiempo, proporcionando con ello, algunas de las ventajas de las técnicas de análisis lineal.

En general, su aplicación directa como herramienta de análisis de oscilaciones esencialmente espontáneas es difícil y requiere de un conocimiento previo del origen de la inestabilidad así como de los factores que las propicien. Esta dificultad está determinada por los siguientes factores [2,4]:

- El estudio de oscilaciones interárea de naturaleza sostenida requiere de tiempos de estudios significativamente largos. Adicionalmente, la presencia de ruido puede dificultar la interpretación de los resultados.
- No es fácil determinar la ubicación geográfica de la falla que permita reproducir el comportamiento de un patrón específico de oscilación y, en consecuencia, el origen de la inestabilidad.
- Es difícil obtener medidas de sensibilidad ante cambios de operación o la estimación del efecto de controles o parámetros en el sistema.

Por último, es importante destacar que los métodos de análisis en el dominio del tiempo no proporcionan información cualitativa sobre la naturaleza y fuente de las oscilaciones. Además no se obtiene información en el dominio de la frecuencia, la cual es de interés en el problema de diseño de controles.

### **1.2.2 Análisis de estabilidad ante disturbios pequeños**

El análisis de pequeña señal ha sido usado extensamente para el análisis y control de oscilaciones interárea de naturaleza espontánea. El análisis lineal provee una descripción clara de la naturaleza de los modos del sistema y permite además identificar los generadores así como los sistemas de control que ocasionan el fenómeno interárea. A diferencia de los métodos de simulación en el dominio del tiempo, el análisis lineal es más adecuado para el estudio de oscilaciones de naturaleza espontánea. Los métodos de análisis lineal actualmente en uso por la industria se describen con amplitud en la referencia [2] por lo que no se discuten en este documento.

Las principales limitaciones del análisis convencional de pequeña señal son las siguientes. Por un lado, se requiere de un número exhaustivo de estudios de sensibilidad considerando diferentes niveles de operación, carga y otros factores para poder establecer criterios seguros de operación [12]. Por otro lado, la aplicación de estos métodos al estudio de sistemas complejos requiere de un esfuerzo computacional y tiempo de cálculo significativo.

Finalmente, este tipo de métodos no permite una evaluación directa del intercambio de energía en la red de transmisión o el análisis del efecto combinado de dos modos de oscilación. La generalización de este tipo de metodologías para analizar oscilaciones de naturaleza transitoria esta siendo considerada por diversos investigadores como se discute en secciones posteriores.

### **1.2.3 Métodos basados en el análisis de conceptos de energía**

En esta línea de investigación se han realizado diferentes aproximaciones basadas en el análisis del intercambio de energía entre grupos de generadores.

En [13,14], Jing utiliza coeficientes de energía derivados del análisis de la desviación de energía cinética para estudiar la naturaleza de oscilaciones interárea. Con esta información es posible analizar en forma intuitiva el intercambio de energía en la red de transmisión y se identifican lugares potenciales para ubicar dispositivos de control. Una característica importante de este tipo de formulaciones es la posibilidad de interpretar el comportamiento dinámico del sistema como una combinación lineal de la interacción de modos electromecánicos de movimiento.

Otra aproximación a resaltar es la propuesta en [9] en que se desarrolla una función de energía transitoria para el estudio del fenómeno interárea bajo condiciones de estrés. Así mismo, son también de destacar los trabajos que proponen la aplicación de la transformada de Fourier al análisis del exceso de energía en generadores [15]. Estos métodos, sin embargo, solo permiten estimar el intercambio de energía en la red limitando con ello, su aplicación práctica. En este sentido, en [16] se propone por primera vez, una herramienta con la capacidad de identificar la contribución de cada elemento de la red en la energía total del sistema utilizando un modelo simplificado del sistema de potencia.

### **1.2.4 Análisis de flujos de potencia modal**

Los métodos de análisis de flujo de potencia de oscilación o flujo de potencia modal tienen por objetivo determinar la distribución de la potencia modal en los enlaces de la red de transmisión. De esta manera, es posible determinar la contribución de cada generador y carga del sistema a la oscilación modal. Además se obtiene información valiosa sobre la distribución del flujo de potencia de oscilación en los enlaces de transmisión.

La noción del método de flujo de potencia modal fue primeramente propuesta por Zhou en 1995 con base en un modelo simplificado del sistema de potencia [17]. En esta formulación, el análisis modal se limita al estudio individual de modos de movimiento asociados al vector propio derecho. Una mejora al método fue posteriormente presentada en [18] con base en una formulación más detallada del sistema. Esta clase de modelos han sido aplicados al análisis del efecto de diversos parámetros en el sistema en el proceso de intercambio de potencia.

Más recientemente el método de flujo de potencia modal ha sido generalizado para incluir efectos de segundo orden utilizando un modelo simplificado del sistema de potencia [19]. Estas diferentes perspectivas de análisis, no obstante, presentan importantes restricciones de modelado que impiden su aplicación al estudio de redes de gran dimensión.

### **1.2.5 Métodos de Perturbación**

El interés de los métodos de perturbación como herramienta de análisis de oscilaciones ha sido recientemente reconocida por diversos grupos de investigación [10,11,20]. Más concretamente, este tipo de formulaciones permiten un estudio preciso de oscilaciones de tipo transitorio, asociadas a perturbaciones severas en el sistema. Dentro de este tipo de metodologías, son de destacar aquellas basadas en el método de formas normales y el método del balance armónico [11].

Los métodos propuestos en la literatura permiten soluciones de forma cerrada en los que se incluyen efectos de segundo orden [20]. Su principal característica es la posibilidad de analizar interacción modal no lineal en condiciones de estrés del sistema, en la cercanía del límite de estabilidad.

Su principal limitación, por otro lado, se debe fundamentalmente al esfuerzo computacional y el tiempo de cálculo requerido para el estudio de redes complejas.

### **1.2.6 Técnicas de identificación modal**

La aplicación de técnicas de identificación modal ha sido planteada en la literatura como una herramienta para identificar el contenido modal presente en señales obtenidas de estudios de estabilidad transitoria y mediciones en campo. De entre estas herramientas, se pueden resaltar por su mayor aplicación, el análisis de Fourier y más recientemente, el método de Prony.

El análisis de Prony ha sido ampliamente utilizado para el estudio de oscilaciones espontáneas y transitorias, así como para la evaluación del comportamiento dinámico de sistemas complejos. En los primeros trabajos en esta línea de investigación, el método de Prony se utilizó para aproximar una señal obtenida de la medición en campo de la respuesta del sistema a una perturbación, mediante una combinación lineal de funciones senoidales amortiguadas [21,22]. Para cada perturbación, el método propuesto tiene la capacidad de considerar una sola entrada al sistema: es decir, las salidas se analizan de manera individual lo cual resulta en diferentes conjuntos de estimaciones. Una dificultad inherente a estas primeras formulaciones, es la dificultad de determinar las señales que proporcionan la información mas precisa.

Recientes extensiones a estos primeros enfoques permiten identificar funciones de transferencia para diferentes tipos de entradas [23]. También son de destacar los avances logrados en la generalización de este método para permitir el análisis simultáneo de señales múltiples, lo cual permite reducir la identificación a un solo conjunto de modos [24].

Las principales características del análisis de Prony que lo hacen deseable para el estudio de oscilaciones interárea son:

- El método de Prony es aplicable al análisis de señales obtenidas mediante simulación o pruebas de campo.
- Con este método es posible obtener una indicación directa de los modos dominantes, el patrón de oscilación y los niveles de actividad de un modo en puntos seleccionados del sistema.
- Por último, es posible sintetizar funciones de transferencia a partir de mediciones o simulaciones.

Sin embargo, el método de Prony es una herramienta de análisis lineal por lo que sufre de los mismos inconvenientes del análisis de pequeña señal. Adicionalmente, el método básico de estudio es sensible a la presencia de ruido en las señales, así como a la magnitud y ubicación del disturbio, lo cual limita la exactitud de la estimación, y puede originar modos espurios en el proceso de identificación. Su aplicación al análisis de oscilaciones espontaneas requiere de un grado importante de conocimiento previo de las características de sistema.

### **1.2.7 Identificación de modos electromecánicos a partir de datos medidos en línea**

En este último grupo, cabe destacar las técnicas orientadas a la identificación en línea de las características dinámicas de sistemas de potencia. Estos enfoques, a diferencia de los métodos reseñados anteriormente, no se basan en modelos de simulación del sistema de potencia y no requieren de la aplicación de un disturbio específico [25].

Otra característica de interés para su aplicación al estudio de oscilaciones, es su potencial de aplicación al proceso de identificación en cualquier instante de la operación de

un sistema a partir del comportamiento instantáneo de una señal específica [26]. El potencial de aplicación de estas técnicas incluye el análisis en tiempo real de oscilaciones espontáneas y la evaluación de la acción de control de dispositivos tales como dispositivos de FACTS y estabilizadores de potencia.

### **1.3 OBJETIVO DE LA TESIS**

El principal objetivo de esta tesis, es el desarrollo y aplicación de técnicas de análisis lineal basadas en conceptos de potencia y energía modal, al estudio de oscilaciones electromecánicas del tipo interárea así como su aplicación coordinada con otras herramientas de análisis. Otros objetivos identificados en este trabajo son:

1. El estudio de la presencia de oscilaciones compuestas, resultantes de la interacción de dos modos de movimiento.
2. La aplicación de los métodos desarrollados al problema de ubicación y diseño de controles en la red de transmisión.

Por último, se considera deseable desarrollar herramientas computacionales de uso práctico para el estudio de sistemas con características reales.

### **1.4 APORTACIONES DE LA TESIS**

A continuación se resumen los aspectos considerados en esta memoria, que constituyen aportaciones originales:

- 1) El desarrollo de una metodología integral basada en el análisis de potencia y energía modal como herramienta de estudio de oscilaciones de potencia.
- 2) La derivación de coeficientes de energía y potencia modal en el modelo dinámico del sistema de potencia.
- 3) La extensión de los algoritmos actuales de flujo de potencia modal para el estudio de oscilaciones compuestas y la incorporación de esquemas de control en la red de transmisión.
- 4) Por último, el desarrollo de algoritmos eficientes para el análisis de flujo de potencia en redes complejas.

## **1.5 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS**

La estructura general de la tesis es la siguiente. En el capítulo 2 se propone una metodología basada en conceptos de potencia y energía cinética modal para el estudio e identificación de oscilaciones del tipo interárea. Se lleva a cabo una introducción intuitiva al concepto de modos de movimiento y modos de energía y se propone un algoritmo para la identificación del intercambio de energía en redes complejas.

En el capítulo 3 se desarrolla un modelo del SEP para el análisis del flujo de potencia modal, el cual incluye la representación de dispositivos de control en el sistema de transmisión. A partir de este modelo se propone un algoritmo computacional para el estudio de la distribución del flujo de potencia en la red de transmisión. Además, se identifica la participación de dispositivos de control y la carga en la distribución del flujo de potencia de oscilación.

En el capítulo 4 se presenta la aplicación de las técnicas de análisis desarrolladas al estudio y control de tres modos de oscilación interárea en un sistema de potencia con características reales. Se discute el efecto de las características de la carga, y la estructura del sistema en la distribución de flujo de potencia modal. Finalmente se presenta una comparación con los resultados obtenidos con otras técnicas de estudio.

Por último, en el capítulo 5 se dan algunas conclusiones del trabajo realizado y se proponen nuevas líneas de investigación.

# POTENCIA Y ENERGÍA MODAL

### 2.1 INTRODUCCIÓN

El análisis de energía cinética, proporciona información útil que no es accesible en los métodos convencionales de análisis lineal y puede utilizarse como herramienta de interacción entre el análisis ante pequeñas y grandes perturbaciones en un sistema de potencia. Su aplicación al estudio de oscilaciones electromecánicas es importante debido a las siguientes razones: 1) El análisis de los generadores con mayor participación en la oscilación permite determinar en forma aproximada el intercambio de energía en la red, 2) Las ecuaciones de energía expresan el fenómeno de oscilación en términos de oscilaciones compuestas las cuales aparecen en el estudio de sistemas no lineales, específicamente en la aplicación del método de formas normales. Así mismo, los métodos de análisis de energía proporcionan información de interés a los métodos de flujo de potencia de oscilación descritos en secciones posteriores de este documento y pueden utilizarse en el proceso de ubicación y evaluación del efecto de dispositivos de control.

En el presente capítulo se propone un procedimiento sistemático basado en el estudio de la desviación de energía cinética de los rotores de los generadores para el estudio de oscilaciones electromecánicas entre grupos de generadores. El algoritmo propuesto se basa en la noción de que los conceptos de potencia y energía pueden derivarse del análisis del estudio de la representación de estado de un sistema dinámico.

Se introduce en primer lugar la noción de modos de movimiento asociados a la respuesta incremental de las desviaciones de velocidad de los generadores del sistema. Posteriormente se obtienen expresiones para la desviación de energía cinética que muestran un comportamiento oscilatorio caracterizado por la suma y diferencia de las frecuencias individuales de los modos de movimiento.

Se definen, a continuación, expresiones para el análisis de la desviación de energía cinética y potencia modal y se establecen comparaciones entre los métodos convencionales de análisis de la energía cinética y los métodos derivados del análisis modal en sistemas lineales multivariables. Se describe, por último, el algoritmo propuesto para el estudio del intercambio de energía. Los conceptos presentados son generales y pueden ser extendidos para permitir el estudio de sistemas no lineales variantes e invariantes en el tiempo.



## 2.2 CONCEPTOS BÁSICOS

### 2.2.1 Modos de movimiento

Considérese, por simplicidad, que el comportamiento dinámico de un SEP alrededor de un punto de equilibrio estable se expresa mediante el modelo clásico en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta_k &= \omega_k - \omega_{ref} \\ M_k \frac{d\omega_k}{dt} &= P_{m_k} - P_{e_k} - D_k \omega_k \end{aligned} \quad (2.1)$$

$k = 1, \dots, ng$

en donde  $ng$  representa el número de generadores;  $\omega$  es la velocidad angular en rad/seg,  $\omega_{ref}$  es la velocidad síncrona de referencia en rad/seg,  $\delta$  es la posición angular del rotor en radianes,  $P_m$  es la potencia mecánica en p.u. y  $P_{e_i}$  es la potencia eléctrica en p.u. definida por la relación:

$$P_{e_i} = \sum_{j=1}^{ng} [C_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.2)$$

donde  $C_{ij} = E_i E_j B_{ij}$  y  $D_{ij} = E_i E_j G_{ij}$ . Se asume en este análisis que la red se reduce a los nodos internos y las cargas se representan como impedancias constantes.

Expandiendo (2.1) y (2.2) alrededor de una condición de equilibrio y reteniendo términos de primer orden se obtiene la representación convencional de estado [27]:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \omega_o \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (2.3)$$

en donde  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{D}$  son matrices diagonales de constantes de inercia y amortiguamiento de los generadores respectivamente,  $\mathbf{J} = \partial P_e / \partial \delta$  es la matriz Jacobiana de primeras derivadas;  $\mathbf{x}$  es el vector de estado definido como

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_\delta, \mathbf{x}_\omega]^T = [\Delta \delta, \Delta \omega]^T = [\Delta \delta_1, \Delta \delta_2, \dots, \Delta \delta_{ng}, \Delta \omega_1, \Delta \omega_2, \dots, \Delta \omega_{ng}]^T \quad (2.4)$$

y  $\mathbf{x}_\delta$ ,  $\mathbf{x}_\omega$  son, respectivamente, los subvectores de desviaciones de la posición angular y de la velocidad de los rotores de los generadores.

Considérese, ahora, que la matriz de estado  $\mathbf{A}$  en (2.3) se expresa en la forma  $\mathbf{A} = \xi \Lambda \eta$  en donde  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$  y  $\xi = \text{col}[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]$   $\eta = \text{col}[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n]$ , son, respectivamente, las matrices de vectores propios derechos e izquierdos de la matriz  $\mathbf{A}$ .

La desviación de velocidad de la k-ésima máquina puede entonces expresarse como [28]:

$$x_k(t) = \Delta\omega_k(t) = \sum_{j=1}^{2ng} \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^o) e^{\lambda_j t} \quad k = ng + 1, \dots, 2ng \quad (2.5)$$

El análisis de la ecuación anterior puede simplificarse al considerar que para un modo complejo conjugado  $\lambda = \alpha_p \pm j\omega_p$ , el vector propio derecho correspondiente al valor propio  $\lambda_{p+1} = \alpha_p - j\omega_p$  es el complejo conjugado del vector propio derecho asociado al valor propio  $\lambda_p = \alpha_p + j\omega_p$  [29]. Por consiguiente, la desviación de velocidad de la k-ésima máquina del modo complejo conjugado puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_k(t) &= (\xi_{kp} \eta_p^T \mathbf{x}^o) e^{\lambda_p t} + (\xi_{kp} \eta_p^T \mathbf{x}^o)^* e^{\lambda_p^* t} = \\ &A_{kp} \angle \varphi_{kp} e^{\lambda_p t} + A_{kp} \angle -\varphi_{kp} e^{\lambda_p^* t} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Los coeficientes de velocidad relacionados con los modos de movimiento  $p$  y  $p+1$  se definen como:

$$\begin{aligned} A_{kp} \angle \varphi_{kp} &= \xi_{kp} \eta_p^T \mathbf{x}^c \\ A_{kp} \angle -\varphi_{kp} &= \xi_{kp+1} \eta_{p+1}^T \mathbf{x}^o \end{aligned} \quad (2.7)$$

en donde  $A_{kp}$  indica la amplitud de la oscilación y  $\varphi_{kp}$  es el ángulo de fase de la oscilación. Es importante destacar que los coeficientes de velocidad son función de la condición inicial de operación, y en consecuencia, del punto de equilibrio estable de posfalla en el estudio.

Simplificando las relaciones anteriores y resolviendo en el tiempo para la desviación de velocidad se obtiene:

$$\Delta\omega_k(t) = 2 \sum_{j=1}^n A_{kj} e^{\alpha_j t} \cos(\omega_o - \omega_{kj} t + \varphi_{kj}) \quad (2.8)$$

De lo anterior se desprende que la desviación de velocidad de un generador puede expresarse como una combinación lineal de  $n=2ng$  modos de movimiento; el movimiento es armónico caracterizado por una amplitud  $A_{kj}$ , amortiguamiento  $\alpha_j$ , frecuencia  $\omega_{kj}$  y ángulo de fase  $\varphi_{kj}$  [30]. Para una frecuencia de interés  $\omega_j$ , el ángulo de fase  $\varphi_{kj}$  proporciona la oscilación relativa entre los generadores del sistema. Es decir, dos generadores  $k$  y  $m$  oscilan en contrafase para un modo  $j$  si  $\varphi_{kj} - \varphi_{mj} \approx \pm 180^\circ$

## 2.2.2 Factor de participación lineal (FPL)

Considérese que la desviación en el tiempo de la  $k$ -ésima variable de estado se define como

$$x_k(t) = \sum_{j=1}^n \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^o) e^{\lambda_j t} = \sum_{j=1}^n P_{kj}(t) \quad (2.9)$$

en donde

$$P_{kj}(t) = e^{\lambda_j t} \xi_{kj} \eta_j^T \mathbf{x}^o \quad (2.10)$$

Se define como el factor de participación lineal (FPL), el cual indica la influencia del  $j$ -ésimo modo en la formación de la respuesta en el tiempo de la  $k$ -ésima variable de estado [31]. Nótese en (2.10), que el FPL puede también interpretarse como el vector derecho, ponderado por el producto del vector propio izquierdo y las condiciones iniciales para un tiempo específico.

Para  $t=0$ , y  $x_k^o = 1$ , el FPL toma el valor  $P_{kj}(0) = \xi_{kj} \eta_{kj}$  indicando la contribución inicial del  $j$ -ésimo modo en la  $k$ -ésima variable de estado. Si el modo es estable, entonces la participación de ese modo en la  $k$ -ésima variable de estado es máxima para  $t=0$ , es decir:

$$|P_{kj}(0)| > |P_{kj}(t)| \quad \text{para } t > 0 \quad (2.11)$$

A su vez, una magnitud pequeña del FPL indica una débil participación entre el  $j$ -ésimo modo y la  $k$ -ésima variable de estado.

## 2.3 ENERGÍA CINÉTICA

### 2.3.1 Modos de energía

La energía cinética  $EC$  total de un conjunto de  $ng$  generadores en una marco de referencia  $H$  se define en analogía con un sistema mecánico como [32]:

$$EC = \sum_{k=1}^{ng} EC_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{ng} M_k \omega_k \omega_k = \frac{1}{2} \mathbf{x}'_{\omega}{}^T \mathbf{M} \mathbf{x}'_{\omega} \quad (2.12)$$

En donde  $\mathbf{x}'_{\omega}$  es la solución en el tiempo del subvector velocidad y  $EC_k$  representa la desviación de energía cinética de la  $k$ -ésima máquina. Obsérvese que la relación (2.12) es una función no lineal y varía con el tiempo por lo que estrictamente, el

subvector de velocidad puede ser la solución del modelo dinámico no lineal del sistema; así, por ejemplo, la solución para  $\mathbf{x}'_\omega$  en la teoría de métodos de perturbación puede contener combinaciones de frecuencias presentes en los modos de movimiento [33,34].

En lo sucesivo, sin embargo, se asumirá que la excitación es armónica en la forma descrita en (2.8); la generalización de este concepto para incluir excitación no lineal, es inmediata.

Para el estudio de la desviación de energía cinética, asuma que la desviación de EC resultante ante una perturbación pequeña se expresa en la forma incremental:

$$EC_k = EC_k^0 + \Delta EC_k = \frac{1}{2} M_k (\omega_k^0 + \Delta \omega_k)^2 \quad k = 1, \dots, n_g \quad (2.13)$$

En donde  $EC_k^0$  representa la energía cinética del sistema en  $t=0$ ;  $\Delta EC_k$  es la desviación de energía cinética resultante de la perturbación.

Para simplificar el análisis de las ecuaciones de energía, considérese ahora, que las ecuaciones del sistema se expresan en un marco de referencia síncrono. Es decir se asume que,  $\omega_{ref} = \omega_0$  para todos los generadores. Por tanto, la desviación de energía cinética para la  $k$ -ésima máquina puede expresarse como:

$$\Delta EC_k = \frac{1}{2} M_k \Delta \omega_k^2 = \frac{1}{2} \mathbf{x}_\omega^T \mathbf{M} \mathbf{x}_\omega \quad (2.14)$$

Substituyendo la desviación incremental de velocidad de (2.5) en (2.14) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta EC_k &= \frac{1}{2} M_k \Delta \omega_k^2 = \frac{1}{2} M_k \left\{ \sum_{j=1}^n \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^0) e^{\lambda_j t} \right\}^2 \\ &= \frac{1}{2} M_k \left[ \sum_{j=1}^n \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^0) e^{\lambda_j t} \right] \left[ \sum_{j=1}^n \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^0) e^{\lambda_j t} \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Para  $k=1, \dots, n_g$ . Este enfoque de análisis se ha utilizado por algunos investigadores para en el estudio de oscilaciones interárea [13].

Desarrollando los productos de sumatorias en (2.15) y simplificando se puede mostrar que:

$$\Delta EC_k = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^n E_{k,j} (\lambda_j, t) + \left[ \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=p+1}^n E_{k,pq} (\lambda_p, \lambda_q, t) \right] \right\} \quad (2.16)$$

en donde:

$$E_{k,j}(\lambda_j, t) = M_k [\xi_{kj} \eta_j^T \mathbf{x}^o]^2 e^{2\lambda_j t} \quad (2.17)$$

$$E_{k,pq}(\lambda_p, \lambda_q, t) = M_k (\xi_{kp} \eta_p^T \mathbf{x}^o) (\xi_{kq} \eta_q^T \mathbf{x}^o) e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \quad (2.18)$$

Como se puede observar en la ecuación (2.16), la desviación de energía cinética comprende dos componentes de interés: la energía relacionada a la contribución individual de un modo de movimiento y la contribución de energía asociada a la combinación de dos modos de movimiento actuando simultáneamente.

Así mismo, los coeficientes de energía involucran el producto de dos factores de participación lineal; la magnitud de este producto indica el grado de participación de la combinación de modos en la desviación de energía cinética mientras que la fase proporciona la oscilación relativa.

A continuación se discute la naturaleza de estas componentes de energía.

### 2.3.1.1 Contribución individual de un modo de movimiento

El primer término en (2.16) esta asociado al cuadrado del coeficiente de velocidad de un generador; en analogía con el concepto de factores de participación, representa la participación de segundo orden del j-ésimo modo en la formación de la respuesta en el tiempo de la desviación de energía cinética de la k-ésima máquina.

Dado que la energía cinética es una cantidad real, la contribución de un modo complejo conjugado y su valor propio asociado será real. Para mostrar esto considere que se desea analizar la contribución del modo complejo conjugado  $\lambda = \alpha_j \pm j\omega_j$  al primer término en (2.16). En este caso, se puede demostrar que:

$$E_{k,j}(\lambda_j, \lambda_j, t) = 2M_k (A_{kj})^2 e^{(2\alpha_j)t} \cos(2\omega_{kj}t + 2\varphi_{kj}) \quad (2.19)$$

en donde:

$$\begin{aligned} A_{kj} &= \left| \xi_{kj} (\eta_j \mathbf{x}^o) \right| \\ \varphi_{kj} &= \angle \xi_{kj} (\eta_j \mathbf{x}^o) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Como se observa en la ecuación (2.19), la suma de la energía cinética asociada a la participación de los valores propios de un modo complejo conjugado, produce una componente de energía oscilatoria con una frecuencia de dos veces el valor de la frecuencia del modo de movimiento. Nótese que debido a esta característica, no es posible determinar el intercambio de energía entre generadores para un modo de

movimiento; en este caso, la identificación de generadores intercambiando energía lo proporciona la fase del vector derecho del modo de movimiento.

### 2.3.1.2. Contribución de dos modos de movimiento

El segundo término en la ecuación (2.16) involucra la participación de dos modos de movimiento actuando simultáneamente; este tipo de oscilaciones se observan en modelos derivados de la aplicación de técnicas de perturbación al estudio de sistemas de potencia [33].

Con objeto de permitir una mejor comprensión de la naturaleza del fenómeno oscilatorio producido, considérese que se desea analizar el efecto de dos modos de movimiento  $\lambda_p = \alpha_p \pm j\omega_p$ ,  $\lambda_q = \alpha_q \pm j\omega_q$  de la relación (2.16). En este caso, la contribución de los modos de movimiento a la desviación de energía se suman en grupos de cuatro valores propios para dar como resultado cantidades reales.

Utilizando la identidad de Euler y resolviendo (2.16) en el dominio del tiempo se puede mostrar que:

$$E_{k,pq}(\alpha_p + j\omega_p, \alpha_q + j\omega_q, \alpha_p - j\omega_p, \alpha_q - j\omega_q, t) = 2A_p A_q e^{(\alpha_p + \alpha_q)t} \cos((\omega_{kp} + \omega_{kq})t + (\varphi_p + \varphi_q)) \quad (2.21)$$

y similarmente,

$$E_{k,pq}(\alpha_p + j\omega_p, \alpha_q - j\omega_q, \alpha_p - j\omega_p, \alpha_q + j\omega_q, t) = 2A_p A_q e^{(\alpha_p + \alpha_q)t} \cos((\omega_{kp} - \omega_{kq})t + (\varphi_p - \varphi_q)) \quad (2.22)$$

En donde los coeficientes  $A_p, A_q, \varphi_p, \varphi_q$  se definen por las relaciones (2.7).

Es importante destacar en este estudio, que la contribución de pares de valores propios a la energía cinética del sistema, presenta una frecuencia compuesta o modulación interna formada por la suma y diferencia de las frecuencias individuales de los modos originales en la frecuencia de excitación. Se puede observar también que debido a la excitación armónica, las desviaciones de energía serán amortiguadas si los modos de movimiento son estables.

En la Tabla 2.1 se describe la naturaleza de algunos modos de energía asociados a la combinación de dos modos de movimiento [13]. En la misma se define la naturaleza del modo de energía y la naturaleza de la frecuencia resultante. Nótese que algunos modos de energía son reales por lo que no contribuyen al intercambio de energía cinética entre los generadores.

**Tabla 2.1**  
**Modos de energía asociados a modos de movimiento**

| Combinación de modos de movimiento |                        | Modo de energía resultante                       | Velocidad angular (rad/seg) |
|------------------------------------|------------------------|--|-----------------------------|
| $\lambda_p$                        | $\lambda_q$            |  |                             |
| $\alpha_1 + j\omega_1$             | $\alpha_2 + j\omega_2$ | $(\alpha_1 + \alpha_2) + j(\omega_1 + \omega_2)$ | $\omega_1 + \omega_2$       |
| $\alpha_1 + j\omega_1$             | $\alpha_2 - j\omega_2$ | $(\alpha_1 + \alpha_2) + j(\omega_1 - \omega_2)$ | $\omega_1 - \omega_2$       |
| $\alpha_1 + j\omega_1$             | $\alpha_1 - j\omega_1$ | $2\alpha_1$                                      | 0                           |

De lo anterior se deduce que el modelo dinámico de un sistema de potencia con  $ng$  generadores resulta en  $N_e$  modos de energía, en donde

$$N_e = n_g + 2n_g^2 \quad (2.23)$$

Es evidente del análisis anterior que el número de modos de energía aumenta de forma significativa cuando aumenta el número de generadores en estudio. Esta es una característica de sistemas o funciones no lineales. En el estudio de oscilaciones interárea, no obstante, tienen particular trascendencia las componentes de energía con un pobre amortiguamiento dado que representan oscilaciones sostenidas de energía.

En las siguientes secciones se establecen criterios para determinar los modos de energía con mayor interés para el estudio de oscilaciones interárea.

### 2.3.2 Potencia acelerante

Siguiendo un mecanismo de deducción análogo al utilizado para el análisis al estudio de energía cinética, la razón de cambio de la energía cinética, o potencia acelerante puede determinarse como:

$$PA = \sum_{k=1}^{ng} PA_k = \frac{\partial EC}{\partial t} = \sum_{k=1}^{ng} M_k \omega_k \dot{\omega}_k = \mathbf{x}_\omega^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}}_\omega \quad (2.24)$$

Para el generador  $k$  la razón de cambio de la energía cinética estará dada por la relación:

$$\begin{aligned} \Delta PA_k &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} M_k \Delta \omega_k^2 \right\} \\ &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} M_k \left[ \sum_{j=1}^n \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^0) \right]^2 e^{2\lambda_j t} \right\} \\ &= M_k \sum_{j=1}^n (\lambda_j) \left[ \xi_{kj} (\eta_j^T \mathbf{x}^0) \right]^2 e^{2\lambda_j t} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Desarrollando el término cuadrático en (2.25) y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta PA_k = M_k \left[ \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \xi_{kj} \left( \boldsymbol{\eta}_j^T \mathbf{x}^o \right) \right)^2 e^{2\lambda_j t} \right] + \\ M_k \left[ \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=p+1}^n (\lambda_p + \lambda_q) (\xi_{kp} \xi_{kq}) \left( \boldsymbol{\eta}_p^T \mathbf{x}^o \right) \left( \boldsymbol{\eta}_q^T \mathbf{x}^o \right) e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

o, equivalentemente:

$$\Delta PA_k = \left\{ \sum_{j=1}^n P_{k,j}(\lambda_j, t) + \left[ \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=p+1}^n P_{k,pq}(\lambda_p, \lambda_q, t) \right] \right\} \quad (2.27)$$

en donde los coeficientes de potencia se definen como:

$$P_{k,j}(\lambda_j, t) = M_k \lambda_j \left[ \xi_{kj} \boldsymbol{\eta}_j^T \mathbf{x}^o \right]^2 e^{2\lambda_j t} \quad (2.28)$$

$$P_{k,pq}(\lambda_p, \lambda_q, t) = M_k (\lambda_p + \lambda_q) (\xi_{kp} \boldsymbol{\eta}_p^T \mathbf{x}^o) (\xi_{kq} \boldsymbol{\eta}_q^T \mathbf{x}^o) e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \quad (2.29)$$

Estas relaciones se usan en este trabajo como enlace con el concepto de flujo de potencia modal en el capítulo 3.

Comparando las relaciones (2.16) y (2.27) se puede establecer que:

- Los coeficientes de potencia y energía presentan diferente magnitud y fase; se muestra, sin embargo, que se preserva la oscilación relativa y magnitud
- En general, para un modo  $\lambda_k$  (ó combinación de modos) la potencia acelerante de una generador puede expresarse como:

$$PA_k = 2 \lambda_k EC_k \quad (2.30)$$

### 2.3.3. Relaciones de energía en el modelo clásico

En el análisis de oscilaciones interárea resulta útil determinar la energía cinética asociada a un modo de movimiento de interés. Para un sistema de potencia representado por un modelo clásico, y la red puramente inductiva, los factores de participación proporcionan una medida relativa de la energía de los generadores correspondientes. En el apéndice A se presentan algunas relaciones de interés para este modelo.

Para clarificar estas ideas asuma, por simplicidad, que se desprecia el amortiguamiento en el sistema descrito por la ecuación (2.3) y que los vectores izquierdo y derecho se representan en la forma:



$$\eta_j^T = \begin{bmatrix} \eta_{\delta j}^T & \eta_{\omega j}^T \end{bmatrix} \quad (2.31a)$$

y

$$\xi_j = \begin{bmatrix} \xi_{\delta j} \\ \xi_{\omega j} \end{bmatrix} \quad (2.31b)$$

Debido a la simetría de la matriz Jacobiana  $\mathbf{J}$ , los valores propios serán reales y los vectores propios estarán dados por la relación:

$$\left[ \mathbf{J} + \frac{\lambda_j^2}{\omega_o} \mathbf{M} \right] \xi_{\delta j} = \mathbf{0} \quad j=1, \dots, n \quad (2.32)$$

Por otro lado, los vectores propios izquierdo y derecho están relacionados por la expresión:

$$\xi_{\omega j} = \frac{\lambda_j}{\omega_o} \xi_{\delta j} \quad (2.33)$$

Si se considera ahora que en coordenadas modales, los coeficientes del vector derecho pueden ser interpretados como la velocidad de la  $k$ -ésima máquina en el modo  $j$ , la energía cinética puede expresarse como:

$$EC_k(\lambda_j) = \frac{1}{2} \xi_{\omega j}^T \mathbf{M} \xi_{\omega j} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{ng} M_k \xi_{\omega kj}^2 = \frac{\lambda_j^2}{2\omega_o^2} \sum_{k=1}^{ng} M_k \xi_{\delta kj}^2 \quad (2.34)$$

Como se observa, la participación de un generador en la energía asociada al modo  $j$  estará dada por el cuadrado de las entradas correspondientes del vector propio derecho, ponderadas por la constante de inercia de los generadores; la suma de las participaciones individuales proporciona la energía total para el modo  $j$ .

En este contexto, un modo de energía presenta características de oscilación interárea si un número significativo de generadores contribuyen de manera importante en la energía cinética del  $j$ -ésimo modo. A su vez, una oscilación local estará fuertemente asociada a un generador con una participación dominante en el vector derecho escalado por su constante de inercia.

Los conceptos anteriores han sido utilizados por diferentes investigadores en el estudio de oscilaciones interárea, así como en el análisis de la estructura de amortiguamiento en sistemas de potencia sobre una base intuitiva de análisis [35]. Note, sin embargo, que los conceptos de normalización de eigenvectores mediante la matriz de masa se adoptan del estudio de oscilaciones en sistemas mecánicos [36].

## 2.4. ANALISIS DE POTENCIA Y ENERGIA EN SISTEMAS LINEALES MULTIVARIABLES

En este apartado se aborda el estudio de la desviación de energía con base en la noción de una transformación de energía en el modelo dinámico de estado de un sistema de potencia. A partir de este modelo se deducen los conceptos de potencia y energía modal. Se muestra que esta formulación proporciona información complementaria a la obtenida de los razonamientos heurísticos introducidos.

### 2.4.1 Formulación básica del método de análisis

Considérese un sistema dinámico descrito por el modelo lineal:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.35)$$

En donde  $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{n \times n}$  es la matriz planta,  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$  es el vector de estados y  $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^m$  es el vector de entradas de control; el vector  $\mathbf{y}$  representa las variables de salida.

La solución de la ecuación (2.35) con condiciones iniciales  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0$  en  $t=0$ , es de la forma [28]:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^n \xi_j (\eta_j^T \mathbf{x}^0) e^{\lambda_j t} \quad (2.36)$$

En donde  $\lambda_j$  es el  $j$ -ésimo valor propio de la matriz  $\mathbf{A}$  y,  $\xi_j, \eta_j$  son los vectores propios derecho e izquierdo asociados al  $j$ -ésimo valor propio, respectivamente.

Para facilitar el análisis, se asume que los vectores propios se normalizan en la forma  $\xi_i^T \eta_j = \delta_{ij}$ , en donde  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker definida como [33]:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.37)$$

### 2.4.2 Análisis de potencia acelerante modal

La potencia total  $P$ , en un sistema físico descrito por la ecuación (2.35) puede expresarse en la forma [31,34]:

$$P = (\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = (\mathbf{x}, \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (2.38)$$

En donde el símbolo  $(\cdot)$  simboliza el producto escalar de los vectores  $\mathbf{x}$  y  $\dot{\mathbf{x}}$ . Por otro lado, la potencia reactiva puede definirse como [37]:

$$P_r = (\mathbf{x}, \mathbf{z}) \quad (2.39)$$

En donde  $\mathbf{z}$  es cualquier vector ortogonal a  $\mathbf{x}$ . La utilización de este concepto se discute en el siguiente capítulo.

Para expresar la ecuación de potencia en coordenadas modales, se introduce la descomposición espectral de  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \xi_j \eta_j^T \quad (2.40)$$

Substituyendo (2.40) en (2.35) se obtiene:

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \xi_j \eta_j^T \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (2.41)$$

Si se asume, por simplicidad, que  $\mathbf{u}=0$ , la potencia del sistema puede expandirse en un conjunto de potencias modales como:

$$P = (\mathbf{x}, \mathbf{A} \mathbf{x}) = \left( \mathbf{x}, \sum_{j=1}^n \lambda_j \xi_j \eta_j^T \mathbf{x} \right) = \sum_{j=1}^n P_j \quad (2.42)$$

en donde el término  $P_j$  se puede definir como la potencia del  $j$ -ésimo modo definida por la relación [29]:

$$P_j = \lambda_j (\mathbf{x}, \xi_j) (\mathbf{x}, \eta_j^T) = \lambda_j \mathbf{x}^T \xi_j \eta_j^T \mathbf{x} \quad (2.43)$$

Una justificación de (2.43) se obtiene al considerar en (2.42) que si el vector de estado se orienta en la dirección del  $j$ -ésimo modo ( $\mathbf{x}=\xi_j$ ), la potencia total estará determinada solamente por la contribución debida al modo  $j$ .

El análisis de la ecuación (2.43) permite establecer las siguientes conclusiones:

- La potencia total del sistema es la suma de las potencias modales para cada orientación de  $\mathbf{x}$
- $P_j=0$ , sí  $\mathbf{x}=\xi_i$  para  $j \neq i$
- $P_j=\lambda_j (\xi_i, \xi_j)$  cuando  $\mathbf{x}=\xi_i$  e  $i=j$

Los conceptos anteriores pueden extenderse para permitir un estudio de la aceleración relativa entre grupos de generadores. Considérese con este objeto, que el vector de estado en (2.35) se reescribe en la forma  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_\omega, \mathbf{x}_z]$  en donde  $z$  representa a las variables de estado que no se incluyen en el vector velocidad.

Por consiguiente, la potencia acelerante estará dada por la relación

$$PA = \mathbf{x}_\omega^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}}_\omega = \mathbf{x}_\omega^T \mathbf{M} \left[ \sum_{j=1}^n \lambda_j \xi_{\omega j} (\eta_j^T \mathbf{x}) \right] = \sum_{j=1}^n P_j \quad (2.44)$$

en donde

$$P_j = \lambda_j \mathbf{x}_\omega^T \xi'_{\omega j} (\eta_j^T \mathbf{x}) \quad (2.45)$$

y  $\xi'_{\omega j}$  es el vector propio derecho ponderado por las inercias de los generadores.

Como se observa, la potencia modal varía en función de la orientación del vector de estado. Así, por ejemplo, si  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\omega = \mathbf{e}_k$ , entonces la contribución de la  $k$ -ésima máquina a la potencia modal estará dada por:

$$P_j^k = \lambda_j M_k \xi_{kj} \eta_{kj} \quad (2.45)$$

Esta relación se utiliza para obtener una aproximación inicial a la participación de un determinado generador en la potencia modal asociada a un modo de interés.

Es importante destacar que la presente formulación es general y puede incluir la representación de cualquier modelo del sistema.

### 2.4.3 Análisis de energía modal

En analogía con el concepto de potencia, la energía total en el sistema puede expresarse en la forma vectorial:

$$E = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (2.47)$$

Con objeto de obtener la energía asociada a un modo específico de interés, es conveniente expresar el vector de estado como una combinación lineal de los eigenvectores [29]:

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^n (\eta_j^T \mathbf{x}) \xi_j \quad (2.48)$$

o equivalentemente,

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^n (\xi_j^T \mathbf{x}) \eta_j \quad (2.49)$$

Substituyendo (2.48) en (2.50) se obtiene la ecuación:

$$E = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^n (\eta_j^T \mathbf{x}) \xi_j \right]^T \left[ \sum_{j=1}^n (\eta_j^T \mathbf{x}) \xi_j \right] \right\} = \sum_{j=1}^n E_j \quad (2.50)$$

en donde  $E_j$  es la energía asociada con el  $j$ -ésimo modo del sistema.

Usando las relaciones de biortogonalidad de los valores propios y simplificando, se obtiene que:

$$E_j = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \xi_j \eta_j^T \mathbf{x} \quad (2.51)$$

Como puede comprobarse, la ecuación (2.51) permite deducir los conceptos de potencia modal establecidos intuitivamente en la sección 2.3.2

El análisis de la ecuación (2.51) permite establecer las siguientes conclusiones:

- La energía total del sistema es la suma de energías modales para un  $\mathbf{x}$  dado
- $E_j=0$  si  $\mathbf{x}=\mathbf{e}_k$  para  $k \neq j$
- $P_j = \lambda_j (2E_j)$

Las relaciones de potencia y energía desarrolladas permiten estimar la energía modal del sistema desde un punto de vista global. Estas expresiones, sin embargo, permiten estimar de manera directa la participación de cada generador a un modo específico de interés. La generalización de estos conceptos para incluir la representación del sistema de potencia es inmediata, siguiendo los criterios establecidos en la sección anterior y se omite por simplicidad.

## 2.5 ALGORITMO COMPUTACIONAL PARA LA EVALUACION DEL INTERCAMBIO DE ENERGÍA

En este apartado se describen brevemente los algoritmos computacionales derivados de la teoría desarrollada en las secciones anteriores. Se asume en lo sucesivo, que el sistema se representa en la forma convencional de estado  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ , y que se han obtenido los valores y vectores propios asociados para un punto de equilibrio de posfalla de interés.

### 2.5.1 Identificación de modos de energía dominantes

Los modos de energía se clasifican como interárea y locales de acuerdo a sus características. En el algoritmo propuesto, los modos interárea dominante (MID)  $\epsilon_j$ ,  $j=1, \dots, n_c$  se seleccionan de acuerdo al siguiente criterio:

- (a) Se seleccionan los modos de energía que exhiben una parte real pequeña; estos modos indican en principio oscilaciones sostenidas en el análisis del intercambio de energía
- (b) Se seleccionan aquellos modos que tienen una contribución importante en los coeficientes de desviación de energía de acuerdo al criterio expuesto en el siguiente apartado
- (c) Los modos seleccionados se analizan con la técnica de flujo de potencia modal descrita en el capítulo 3

### 2.5.2 Identificación de áreas intercambiando energía

Para cada modo de interés, el ángulo de fase del subvector derecho de velocidades permite identificar las áreas que oscilan coherentemente. El procedimiento básico adoptado en este trabajo para determinar el patrón de intercambio de energía consta de los siguientes pasos:

1. Se determinan los coeficientes de desviaciones de energía mediante la relación (2.16) para cada generador de interés. La participación de un generador en los diferentes modos de energía estará determinada por la magnitud y fase de los coeficientes de desviación de energía en (2.17) y (2.18). La magnitud del coeficiente indica el grado de participación relativo de un modo en un generador específico: en el algoritmo desarrollado, las participaciones se ordenan en forma descendente como:

$$\Delta EC_k = \sum_{j=1}^{N_s} A_{kj} e^{\sigma_j t} \cos(\omega_j t + \phi_{kj}) \quad (2.52)$$

En donde  $A_{k1} > A_{k2} \dots > A_{kN_s}$  y  $N_s$  es el número de modos considerados de interés, por ejemplo, con una participación mayor al 5% de la participación máxima.

2. Se determina el patrón de oscilación de los generadores del sistema de la forma siguiente. Sea  $\varphi_{kp}$  el ángulo de fase de la desviación de energía correspondiente al  $k$ -ésimo generador para los modos  $p$  y  $p+1$ , y  $\varphi_{jp}$  el ángulo de fase de la desviación de energía correspondiente al  $j$ -ésimo generador para los mismos modos. Si  $\varphi_{kp} - \varphi_{jp} \approx \pm 180^\circ$ , entonces existe un intercambio de energía entre los modos  $p$  y  $p+1$  a través de los generadores  $k$  y  $j$ .

En este contexto, un grupo de generadores constituye un grupo coherente si su ángulo de fase es aproximadamente igual; agrupando los generadores que exhiben un comportamiento coherente se determinan dos áreas o grupos de generadores, denominadas A y B representando el intercambiando energía para cada modo de energía de interés. La energía asociada a estos grupos satisface las relaciones:

$$\begin{aligned} EC &= EC_A + EC_B \\ \angle EC_A - \angle EC_B &\approx \pm 180^\circ \end{aligned} \tag{2.53}$$

### 2.5.3 Análisis de potencia modal

Para un modo específico de interés, la potencia modal total de los generadores del sistema se calcula de acuerdo al procedimiento propuesta en la sección 2.4.2. El cálculo de potencia modal se realiza de manera similar al caso descrito de energía cinética.

# FLUJO DE POTENCIA MODAL

### 3.1 INTRODUCCIÓN

La creciente complejidad en el diseño y operación de los sistemas de transmisión ha motivado el desarrollo de una gran variedad de herramientas analíticas con la capacidad de extraer información sobre el comportamiento dinámico del sistema, desde una perspectiva global. En general, el tratamiento de este problema se ha abordado fundamentalmente desde dos perspectivas complementarias de análisis: la primera, y más convencional, esta basada en el análisis del contenido modal de las oscilaciones de potencia obtenidas mediante estudios de estabilidad en el dominio del tiempo. De entre estas herramientas destaca, por su mayor aplicación, el análisis de Prony. Su utilización coordinada, con el análisis de estabilidad de pequeña señal permite el estudio sistemático de los patrones de oscilación así como el diseño y síntesis de controles [8].

La segunda, se centra en la noción del flujo de potencia de oscilación o flujo de potencia modal asociado a un modo o conjunto de modos de interés y proporciona información a nivel global sobre la distribución de potencia en la red de transmisión [17,18]. Con este tipo de métodos es posible identificar puntualmente la contribución de cada generador, carga y elemento de transmisión al intercambio de potencia. Además se puede utilizar para identificar patrones de estrés del sistema, y como herramienta de estudio preliminar para el análisis de Fourier y Prony.

En el presente capítulo se propone un algoritmo computacional para el estudio del flujo modal de potencia en redes de gran dimensión con dispositivos múltiples de control. En primer lugar, se hace una revisión breve de los métodos de análisis de pequeña señal propuestos en la literatura y se establecen relaciones de sensibilidad que proporcionan información útil sobre la ubicación de dispositivos de control. A continuación se propone un algoritmo computacional para el cálculo del flujo de potencia modal en redes complejas incluyendo la representación de dispositivos múltiples de control. Para finalizar se presenta una breve descripción de los algoritmos computacionales desarrollados.

### 3.2 MODELADO DEL SEP

#### 3.2.1 Formulación básica del modelo del SEP

La metodología de modelado del SEP que se propone en este trabajo se obtiene de la formulación de conexión de componentes de estado propuesta en [38,39]. En esta metodología, cada dispositivo dinámico, se representa mediante un modelo parcial de



estado y una ecuación algebraica que representa la interacción de cada dispositivo con la red. Los modelos dinámicos individuales se interconectan a través de las ecuaciones de balance de corriente para formar el modelo global de estado.

### 3.2.1.1 Modelo de conexión de componentes

El modelo de cada elemento dinámico incluye la representación individual de estado y su interacción con la red eléctrica. En el modelo de conexión de componentes la entrada a cada dispositivo es el voltaje en terminales y la salida es la corriente inyectada a la red. Para el dispositivo  $k$ , éstas ecuaciones se pueden representar en la forma genérica [39]:

$$\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{A}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{C}_k \Delta \mathbf{v}_k + \mathbf{b}_k \Delta u_k \quad (3.1)$$

y

$$\Delta \mathbf{i}_k = \mathbf{W}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{Y}_k \Delta \mathbf{v}_k \quad (3.2)$$

donde:

$\Delta \mathbf{x}_k$  = Vector de estado del dispositivo

$\Delta \mathbf{i}_k$  =  $\left[ \Delta i_{D^k} \quad \Delta i_{Q^k} \right]^T$  es el vector de inyecciones de corriente suministrada por el dispositivo, en coordenadas DQ

$\Delta \mathbf{v}_k$  =  $\left[ \Delta v_{D^k} \quad \Delta v_{Q^k} \right]^T$  es el vector de voltajes real e imaginario en terminales del dispositivo, en coordenadas DQ

$\Delta u_k$  = Señal de entrada al dispositivo

Las submatrices  $\mathbf{A}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{W}_k, \mathbf{Y}_k$  y  $\mathbf{b}_k$ , por otra parte, representan las relaciones físicas que describen la interconexión entre las variables.

Se describen brevemente a continuación las principales características de los modelos utilizados en los algoritmos desarrollados.

#### Máquinas síncronas y motores de inducción

La representación de la máquina síncrona y motores de inducción se basa en el modelo de dos ejes de Park. El modelo de generador síncrono utilizado en este trabajo se describe en la referencia [40], por lo que no se presenta en este documento.

El comportamiento dinámico de motores de inducción, por otra parte, se adopta de la referencia [41]. En esta representación, las ecuaciones algebraicas y diferenciales que describen el comportamiento de un motor de inducción conectado al  $k$ -ésimo nodo se

expresan en la forma descrita en (3.1) y (3.2), en donde  $\Delta \mathbf{x}_k = [\Delta e_{D^k}, \Delta e_{D^k}, s]^T$  es el vector de estado;  $s$  es el deslizamiento y  $\Delta e_{D^k}, \Delta e_{D^k}$  son los voltajes internos proporcionales a los enlaces de flujo del rotor.

### Compensadores estáticos de VARS (CEV)

El modelo del CEV comprende la representación de lazo de control y el modelo de la interacción del dispositivo con el sistema. Las estrategias de control y métodos de modelado considerados se describen con amplitud en la literatura especializada [42]. La interacción del CEV con el sistema, por otro lado, se expresa en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{i}_{cev^k} &= \mathbf{W}_{cev^k} \Delta \mathbf{x}_{cev^k} + \mathbf{Y}_{cev^k} \Delta \mathbf{v}_k \\ k &= 1, \dots, n_{cev} \end{aligned} \quad (3.3)$$

en donde  $\mathbf{i}_{cev}$  y  $\mathbf{v}_k$  representan, respectivamente, la inyección de corriente y el voltaje en terminales del dispositivo;  $\mathbf{x}_{cev}$  es el vector de estado del CEV y  $\mathbf{W}_{cev}$ ,  $\mathbf{Y}_{cev}$  son matrices apropiadas de conexión entre las variables.

### Capacitores serie (TCSC) y transformadores desfasadores controlados por tiristores (TDCT)

Una metodología común es adoptada para representar dispositivos de control en serie, específicamente capacitores serie controlados por tiristores (CSCT) [44] y transformadores desfasadores controlados por tiristores (TDCT) [43]. En la figura 3.1 se muestra en forma genérica los elementos de control considerados en la formulación propuesta. En este modelo, la corriente de rama a través de los dispositivos se representa en la forma incremental:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{i}_{csc^k m} &= \mathbf{W}_{csc^j} \Delta \mathbf{x}_{t^j} + \mathbf{Y}_{csc^j} (\Delta \mathbf{v}_k - \Delta \mathbf{v}_m) \quad , j = 1, n_{csc} \\ \Delta \mathbf{i}_{tdct^k m} &= \mathbf{W}_{tdct^i} \Delta \mathbf{x}_{csc^i} + \mathbf{Y}_{tdct^i} (\Delta \mathbf{v}_k - \Delta \mathbf{v}_m) \quad , i = 1, \dots, n_{tdct} \end{aligned} \quad (3.4)$$

en donde  $k$  y  $m$  representan los nodos terminales de conexión de los dispositivos y  $n_{csc}$ ,  $n_{tdct}$  son el número de CST y TDCT, respectivamente, y  $\mathbf{x}_t$ ,  $\mathbf{x}_{csc}$  son los valores iniciales de las reactancias de los dispositivos. Siguiendo un procedimiento similar al expuesto en la sección anterior, la interacción de cada dispositivo con la red puede representarse como la conexión en paralelo de una fuente de corriente en cada nodo y una reactancia constante como se ilustra en la figura 3.2 [45].

Es importante destacar que el modelo desarrollado permite preservar la estructura y simetría de la red ante cambios en la fase de los TCPS. El modelo es general y puede ser extendido para representar otros elementos.

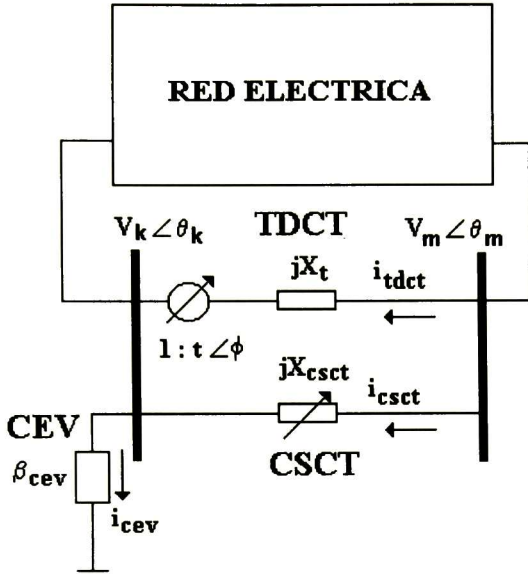
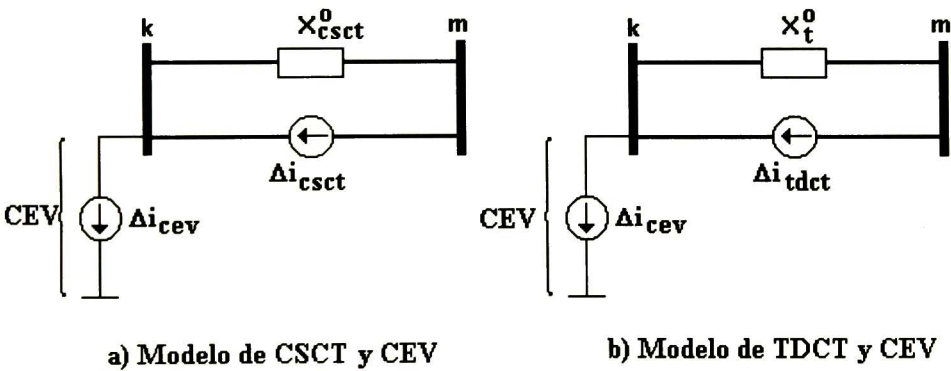


Figura 3.1.- Diagrama conceptual ilustrando la representación de dispositivos de control en el modelo desarrollado



a) Modelo de CSCT y CEV

b) Modelo de TDCT y CEV

Figura 3.2.- Representación genérica de dispositivos de control con conexión en serie

Por último, el modelo global de estado de lazo abierto del sistema, se construye a partir de la representación de los modelos individuales de cada elemento y se expresa en forma compacta como:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}_d \Delta \mathbf{v}_d + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{u} \tag{3.5}$$

y

$$\Delta \mathbf{i}_d = \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x} + \mathbf{Y}_d \Delta \mathbf{v}_d \quad (3.6)$$

donde:

$$\Delta \mathbf{x}^T = [\Delta \mathbf{x}_1^T, \Delta \mathbf{x}_2^T, \dots, \Delta \mathbf{x}_{nc}^T]$$

$$\Delta \mathbf{i}_d = [\Delta i_{D^1}, \Delta i_{Q^1}, \dots, \Delta i_{D^{nfc}}, \Delta i_{Q^{nfc}}]$$

Las matrices  $\mathbf{A}_d$ ,  $\mathbf{B}_d$ ,  $\mathbf{C}_d$ ,  $\mathbf{W}_d$  y  $\mathbf{Y}_d$  son matrices diagonales compuestas por los bloques individuales asociados a cada dispositivo, y se interpretan en este documento como relaciones de sensibilidad entre los diferentes parámetros del sistema.

### 3.2.1.2 Modelo de la red de transmisión

La red de transmisión se representa por la ecuación de inyecciones nodales de corriente, modificada para incluir la representación de la carga y otros elementos pasivos. Considerando, sin pérdida de generalidad, que los primeros  $nfc$  nodos corresponden a los nodos asociados a los dispositivos de control y los siguientes  $nl$  a los nodos de carga, la interconexión de los diferentes elementos se puede representar en la forma convencional:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{i}_d \\ \Delta \mathbf{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{dd} & \mathbf{Y}_{dL} \\ \mathbf{Y}_{Ld} & \mathbf{Y}_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{v}_d \\ \Delta \mathbf{v}_L \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

en donde  $\Delta \mathbf{i}_L$   $\Delta \mathbf{v}_L$  son los vector de desviaciones de la parte real e imaginaria de la corriente y el voltaje en los nodos de carga. La matriz de admitancias en (3.7) es simétrica y esta compuesta de submatrices de dimensión 2x2 de la forma [41]:

$$\mathbf{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{bmatrix} \quad i, j = 1, 2, \dots, nfc + nl$$

### 3.2.1.3 Representación de la carga

En el modelo del sistema, la carga se representa mediante el siguiente modelo exponencial [42]:

$$P_{L^k} = P_o \left( \frac{|V_k|}{|V_k^o|} \right)^{\alpha_p} \quad Q_{L^k} = Q_o \left( \frac{|V_k|}{|V_k^o|} \right)^{\alpha_q} \quad k = 1, \dots, nl \quad (3.8)$$

en el cual,  $P_o$  y  $Q_o$  son la potencia real y activa nominal, correspondientes al voltaje  $|V_o|$ ;  $|V_k|$  es el voltaje nodal de la carga;  $\alpha_p$  y  $\alpha_q$  son coeficientes que representan la sensibilidad de la carga al cambio en el voltaje en terminales.

Las expresiones incrementales para las corrientes de carga, se obtienen al expandir (3.7) y pueden expresarse como:

$$\Delta \mathbf{i}_L = \mathbf{Y}_L \Delta \mathbf{v}_L \quad (3.9)$$

en donde  $\mathbf{Y}_L$  es la matriz de admitancias de carga. Igualando las expresiones que definen las inyecciones de corriente en (3.9) y (3.7) y resolviendo para los voltajes terminales se obtiene:

$$\Delta \mathbf{v}_L = -(\mathbf{Y}_{LL} - \mathbf{Y}_L)^{-1} \mathbf{Y}_{Ld} \Delta \mathbf{v}_d \quad (3.10)$$

La ecuación anterior permite correlacionar las desviaciones de voltaje en los nodos del sistema y sirve como enlace entre los nodos terminales de los dispositivos y los nodos de carga como se muestra posteriormente.

### 3.2.2 Formulación del modelo global del sistema

Conceptualmente, el comportamiento dinámico del sistema se representa como la interconexión de los modelos individuales de cada dispositivo, a través del modelo estático de la red de transmisión. Con este objeto, considérese que el modelo global de los dispositivos se representa en la forma aumentada:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{u} \quad (3.11)$$

y

$$\Delta \mathbf{i} = \mathbf{W} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{Y} \Delta \mathbf{v} \quad (3.12)$$

$$\Delta \mathbf{i} = \mathbf{Y}_{bus} \Delta \mathbf{v}$$

en donde  $\Delta \mathbf{v}^T = [\Delta \mathbf{v}_d, \Delta \mathbf{v}_L]$ ,  $\Delta \mathbf{i}^T = [\Delta \mathbf{i}_d, 0]$ , y:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{C} = [\mathbf{C}_d \quad \mathbf{0}]; \mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_d \quad \mathbf{0}]$$

Combinando las ecuaciones (3.11) y (3.12) se obtiene el modelo de estado aumentado [39]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{C} \\ -\mathbf{W} & \mathbf{Y}_{bus}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \quad (3.13)$$

en donde

$$\mathbf{Y}_{bus}^m = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{dd} - \mathbf{Y}_d & \mathbf{Y}_{dL} \\ \mathbf{Y}_{Ld} & \mathbf{Y}_{LL} - \mathbf{Y}_L \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

es la matriz modificada de admitancias del sistema. El modelo descrito en (3.13) permite preservar la estructura dispersa natural de las ecuaciones del sistema y puede utilizarse para determinar de manera eficiente un subconjunto de modos de interés [39,46].

En los algoritmos desarrollados en este trabajo, se consideraron tres opciones o variantes de modelado para la construcción de la matriz de estado que se han planteado en la literatura. Estas son:

- 1) La matriz de estado se forma directamente sin tomar en cuenta las variables internas del sistema
- 2) El modelo de estado se obtiene mediante reducción de Kron de las ecuaciones de voltaje en (3.13)
- 3) Los valores y vectores propios se obtienen de manera directa siguiendo el procedimiento expuesto en [46]. En este enfoque no se obtiene explícitamente la matriz de estado.

En lo sucesivo, se asume para propósitos de ilustración de los conceptos propuestos, que la matriz de estado se forma de manera explícita de acuerdo al segundo procedimiento.

Por consiguiente, el modelo de estado se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{x} = \left[ \mathbf{A}_d + \mathbf{C}(\mathbf{Y}_{bus}^m)^{-1}(\mathbf{W}) \right] \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{u} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{u} \quad (3.15)$$

Como puede observarse, la matriz de estado  $\mathbf{A}$  se representa como la suma de dos submatrices obtenidas de la reducción de las ecuaciones de voltaje: el primer término en (3.15) incluye la representación de las submatrices de estado individuales de los dispositivos,  $\mathbf{A}_d$ ; el segundo término, por otra parte, introduce la interacción entre los dispositivos dinámicos a través de la representación de la red de transmisión. El estudio de esta interacción constituye la base del análisis modal propuesto en este capítulo.

En la figura 3.3 se muestra una interpretación en diagrama de bloques del modelo de estado utilizado en este trabajo. En este modelo, la línea discontinua representa la utilización de retroalimentación en la cual la señal de control puede ser prácticamente cualquier señal del sistema como se muestran en secciones subsecuentes. A partir de este diagrama es posible definir funciones de transferencia o relaciones de sensibilidad entre las diferentes variables de interés.

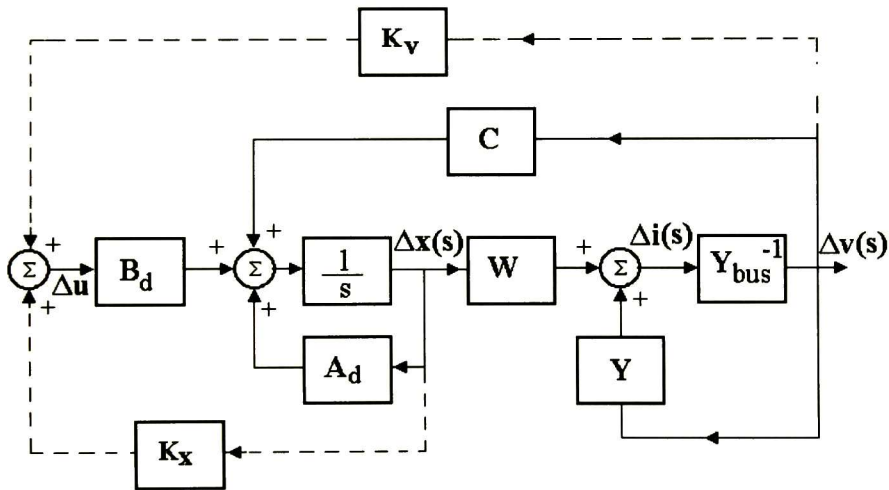
Una primera alternativa de análisis al estudio del flujo de potencia modal consiste en obtener el cambio en la desviación de corriente en terminales de los dispositivos como:

$$\begin{aligned} \Delta i_d(s) &= Y_d + W_d (sI - A_d)^{-1} [C_d \Delta v_d(s) + B_d \Delta u(s)] \\ &= Y'_d(s) \Delta v_d(s) + W_d (sI - A_d)^{-1} B_d \Delta u(s) \end{aligned} \tag{3.16}$$

en donde  $Y'_d(s)$  representa la matriz de equivalente de admitancias vista desde las terminales de los dispositivos, donde:

$$Y'_d(s) = [Y_d + W_d (sI - A)^{-1} C_d] \tag{3.17}$$

Una vez determinadas las corrientes asociadas a los modos de interés, es posible calcular los voltajes y potencias asociados con base en las ecuaciones (3.5) y (3.6). Este concepto ha sido utilizado por diferentes investigadores para el cálculo de pares complejos [39]. Una limitación de este enfoque de análisis para sistemas de gran dimensión, sin embargo, es que se destruye la estructura original de las ecuaciones de la red al reducir los nodos de carga.



**Figura 3.3.- Representación en diagrama de bloques del modelo dinámico del sistema de potencia**

### 3.3 ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE VOLTAJE Y CORRIENTE

El estudio de la estructura del modelo de estado descrito en la sección anterior sugiere la definición de relaciones de sensibilidad o matrices de transferencia que muestren la interacción entre los parámetros internos del sistema. Como se observó en la sección anterior, el análisis de esta interacción constituye la base de los algoritmos de flujos de potencia modal desarrollados en esta tesis.

En esta sección se introduce la noción de voltajes y corrientes modales y se propone un procedimiento sistemático para su análisis. Para ello, se proponen dos procedimientos alternos:

### Procedimiento 1

En este procedimiento, las corrientes asociadas a cada modo de interés se calculan directamente en función de la solución de estado. A partir de esta representación se calculan los voltajes y las potencias modales correspondientes. Este procedimiento se describe en la sección 3.3.1.

### Procedimiento 2

Se basa en la determinación de voltajes modales como una cantidad física intermedia. Las otras cantidades del sistema se determinan como combinaciones lineales de los voltajes asociados a modos de interés. El método se ilustra en la sección 3.3.2.

A continuación se introducen los conceptos de sensibilidades modales de voltaje y corriente y se hace una comparación sobre la aplicación práctica de ambos procedimientos.

## 3.3.1 Cálculo de corrientes modales

En este método de análisis, la desviación de corriente en terminales de los dispositivos se obtiene combinando las ecuaciones (3.1) a (3.4) y resolviendo para las corrientes en terminales de los dispositivos dinámicos. Por consiguiente, si se asume que  $\mathbf{u}=0$ , se tiene que:

$$\Delta \mathbf{i}_d = \left\{ \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_d^{-1} \left[ \mathbf{Y}_{dd} - \mathbf{Y}_{dL} (\mathbf{Y}_{LL} - \mathbf{Y}_L)^{-1} \mathbf{Y}_{Ld} \right] \right\}^{-1} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x} = \mathbf{S}_{ix} \Delta \mathbf{x} \quad (3.18)$$

en donde la matriz  $\mathbf{S}_{ix}$  representa la sensibilidad de la corriente en los dispositivos al cambio en el vector de estado. Para obtener la desviación incremental de dichas corrientes considérese ahora que el vector de estado se escribe en la forma:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^n \left( \boldsymbol{\eta}_j^T \mathbf{x}^o \right) \boldsymbol{\xi}_j e^{\lambda_j t} = \sum_{j=1}^n \mathbf{P}_j(t) \quad (3.19)$$

Para  $t=0$ , la desviación de la corriente en terminales de los dispositivos, resultante de un cambio en el vector de estado puede expresarse en la forma siguiente:

$$\Delta \mathbf{i}_d = \mathbf{S}_{ix} \Delta \mathbf{x} = \mathbf{S}_{ix} \sum_{j=1}^n \mathbf{P}_j(0) \quad (3.20)$$



A partir de esta relación, los voltajes modales se obtienen substituyendo la solución de la ecuación anterior en (3.6) como:

$$\Delta \mathbf{v}_d = \mathbf{Y}_d^{-1}(\Delta \mathbf{i}_d - \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}) \quad (3.21)$$

Por último, las potencias modales asociadas a cualquier elemento del sistema pueden obtenerse de la relación de potencia  $S_{d^k} = (v_{D^k} + jv_{Q^k})(i_{D^k} - ji_{Q^k})$ . El método planteado de análisis, sin embargo, requiere de una gran cantidad de esfuerzo de cálculo y tiempo de computación. Además, tiene la limitación de no permitir una interpretación práctica de las ecuaciones de estudio.

### 3.3.2 Voltajes modales

Una solución alternativa de interés al análisis modal considerado, se obtiene al calcular primero las desviaciones de voltaje en los nodos del sistema. En este caso, resolviendo las ecuaciones (3.12) para los voltajes  $\Delta \mathbf{v}$ , se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{v}_d \\ \Delta \mathbf{v}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{dd} - \mathbf{Y}_d & \mathbf{Y}_{dL} \\ \mathbf{Y}_{Ld} & \mathbf{Y}_{LL} - \mathbf{Y}_L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{x} = \mathbf{S}_{vx} \Delta \mathbf{x} \quad (3.22)$$

De manera similar al análisis de corrientes, la desviación de voltaje se obtiene al substituir la solución de estado de (3.19) en la ecuación (3.22). Es importante observar, sin embargo, que debido a la linealidad del modelo, el efecto de cada modo puede analizarse por separado y su efecto total analizarse mediante superposición de las respuestas individuales.

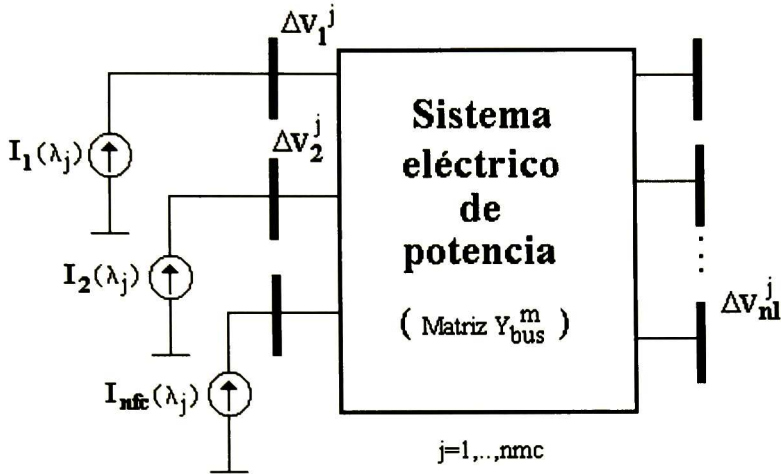
Una interpretación física de interés, se obtiene al observar que el producto  $\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}$  en (3.22) puede interpretarse como un vector de inyecciones de corriente, el cual contiene las componentes modales de interés. Substituyendo la solución para  $\mathbf{x}(t)$  en esta expresión, se define el vector de inyecciones modales:

$$\mathbf{I}_{\text{mod}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \sum_{j=1}^n (\boldsymbol{\eta}_j \mathbf{x}^o) \boldsymbol{\xi}_j e^{\lambda_j t} \quad (3.23)$$

En analogía con estudios armónicos en sistemas de potencia, los voltajes modales asociados a cada combinación de modos de movimiento o energía pueden determinarse resolviendo (3.22) para diferentes vectores  $\mathbf{I}_{\text{mod}}(\lambda_j)$ ,  $j=1, \dots, nmc$ , en donde  $nmc$  es el número de modos críticos o modos de interés. La suma de los voltajes modales para cada solución proporciona la solución total.

En la figura 3.4 se muestra un equivalente conceptual del sistema de potencia para el análisis de voltajes modales. En el algoritmo desarrollado, los vectores de inyección modal

se seleccionan como combinaciones de modos de movimiento o energía como se puede ver en la tabla 3.1. Obsérvese que en la formulación propuesta, los voltajes modales serán cantidades reales o complejas de acuerdo a la naturaleza del vector de inyecciones de corriente: esto permite considerar o no la parte imaginaria de la potencia compleja.



**Figura 3.4.- Modelo equivalente del sistema de potencia para el análisis de voltajes modales**

**Tabla 3.1  
Evaluación del vector de inyecciones modales de corriente**

| Modo  | Descripción        | Inyección modal de corriente  |
|---|--------------------|---|
| $\lambda_p$   | Modo de movimiento | $\mathbf{I}_{\text{mod}^p} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_p \mathbf{x}^o \xi_p)$   |
| $\lambda_p + \lambda_p$                                 | Modo de energía    | $\mathbf{I}_{\text{mod}^{pp} *} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_p \mathbf{x}^o \xi_p + \boldsymbol{\eta}_p^* \mathbf{x}^o \xi_p^*)$   |
| $\lambda_p + \lambda_q$                                 | Modo de energía    | $\mathbf{I}_{\text{mod}^{pq}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_p \mathbf{x}^o \xi_p + \boldsymbol{\eta}_q \mathbf{x}^o \xi_q)$   |
| $(\lambda_p + \lambda_p^*) + (\lambda_q + \lambda_q^*)$ | Modo de energía    | $\mathbf{I}_{\text{mod}^{pq} *} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_p \mathbf{x}^o \xi_p + \boldsymbol{\eta}_p^* \mathbf{x}^o \xi_p^* + \boldsymbol{\eta}_q \mathbf{x}^o \xi_q + \boldsymbol{\eta}_q^* \mathbf{x}^o \xi_q^*)$ |

Una vez determinados los voltajes para cada modo de interés, las corrientes modales correspondientes se obtienen de (3.6) como:

$$\Delta \mathbf{i}_d(\lambda_j) = \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}_d \Delta \mathbf{v}_d = \mathbf{I}_{\text{mod}^j} + \mathbf{C}_d \Delta \mathbf{v}_d(\lambda_j) \tag{3.24}$$

El modelo dinámico propuesto presenta las siguientes características:

- (a) La matriz de sensibilidad de voltaje actúa como una transformación del marco de referencia D-Q de las ecuaciones de la red, al marco de referencia eigenvalor/eigenvector.
- (b) Los voltajes modales asociados serán cantidades reales o complejas dependiendo de la naturaleza del modo ó modos de interés
- (c) En el análisis de redes de gran dimensión, el procedimiento propuesto es computacionalmente eficiente y permite utilizar herramientas convencionales de análisis de sistemas de potencia.

Por último es importante destacar que, los voltajes modales indican, para cada modo de oscilación, los nodos con mayor influencia en el fenómeno de oscilación interárea: estos nodos proporcionan, de manera aproximada, lugares deseables para ubicar dispositivos de control en paralelo, constituyendo una aproximación física a la noción de antinodos de voltaje sugerido en [47].

### 3.3.3 Algoritmo para la evaluación numérica de los voltajes modales

El procedimiento propuesto de determinación de voltajes modales se puede dividir en cuatro fases:

- 1) Partiendo de un punto de equilibrio estable  $\mathbf{x}^0$  se calculan los vectores de inyección de corriente modal de interés.
- 2) Se obtiene la descomposición LU de la matriz  $\mathbf{Y}_{bus}^m$ .
- 3) Las desviaciones modales de voltaje se obtienen de manera eficiente mediante substitución en atraso y adelanto de la relación

$$\mathbf{Y}_{bus}^m \Delta \mathbf{v}_{mod}(\lambda_j) = \mathbf{I}_{mod}(\lambda_j) \quad j=1, \dots, nmc \quad (3.25)$$

en donde  $j$  es el modo de movimiento o energía de interés. Obsérvese que la matriz de admitancias del sistema se factoriza una sola vez al principio de la construcción del modelo de estado descrito en la sección 3.2.2.

- 4) Los elementos de la matriz de sensibilidad  $\mathbf{S}_{vx}$  se calculan por columnas de acuerdo al siguiente procedimiento. Sea  $\mathbf{S}_{vx} = \text{col}[\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_n]$  y  $\mathbf{W} = \text{col}[\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_n]$ , entonces:

$$\mathbf{Y}_{bus}^m \mathbf{S}_k = \mathbf{W}_k \quad j=1, \dots, nmc \quad (3.26)$$

en donde  $\mathbf{W}_k$  es la k-ésima columna de la matriz  $\mathbf{W}$ . La utilización de estas cantidades para determinar el flujo de potencia modal en el sistema de transmisión se describe en los siguientes apartados.

### 3.4 FLUJO DE POTENCIA MODAL

En el método de flujo de potencia modal, la potencia suministrada (consumida) por cualquier dispositivo k puede ser determinada a partir de las siguientes relaciones [48]:

$$\begin{aligned} P_{d^k} &= v_{D^k} i_{D^k} + v_{Q^k} i_{Q^k} \\ Q_{d^k} &= v_{Q^k} i_{D^k} - v_{D^k} i_{Q^k} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Expandiendo (3.27) alrededor de la condición de interés y substituyendo las expresiones para corrientes y voltajes asociados al (los) modo(s) en estudio se determina la contribución de generadores, cargas y dispositivos de control al flujo de potencia modal como se ilustra a continuación.

#### 3.4.1 Contribución de máquinas síncronas y dispositivos de control al flujo de potencia modal

Despreciando efectos de segundo orden, la potencia real e imaginaria proporcionada por cualquier dispositivo k se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta P_{d^k} = \begin{bmatrix} i_{D^k}^o & i_{Q^k}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{D^k}^o & v_{Q^k}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{D^k} \\ \Delta i_{Q^k} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

y

$$\Delta Q_{d^k} = \begin{bmatrix} -i_{Q^k}^o & i_{D^k}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{Q^k}^o & -v_{D^k}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{D^k} \\ \Delta i_{Q^k} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

para  $k=1, \dots, n_{fc}$ . Substituyendo las expresiones para voltaje y corriente correspondientes al modo j, se obtienen las expresiones de forma cerrada:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_d(\lambda_j) &= |\Delta \mathbf{P}_d| \angle \phi_{Pd} = \mathbf{i}_{gd}^o \Delta \mathbf{v}_d(\lambda_j) + \mathbf{v}_{gd}^o (\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}(\lambda_j) + \mathbf{Y}_d \Delta \mathbf{v}(\lambda_j)) \\ &= \left[ \mathbf{i}_{gd}^o + \mathbf{v}_{gd}^o \mathbf{Y}_d \right] \Delta \mathbf{v}_d(\lambda_j) + \mathbf{v}_{gd}^o \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}(\lambda_j) \end{aligned} \quad (3.30)$$

y

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{Q}_d(\lambda_j) &= |\Delta \mathbf{Q}_d| \angle \phi_{Qd} = \mathbf{i}_{gq}^o \Delta \mathbf{v}_d(\lambda_j) + \mathbf{v}_d^o (\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}(\lambda_j) + \mathbf{Y}_d \Delta \mathbf{v}(\lambda_j)) \\ &= [\mathbf{i}_{gq}^o + \mathbf{v}_{gq}^o \mathbf{Y}_d] \Delta \mathbf{v}_d(\lambda_j) + \mathbf{v}_{gd}^o \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{x}(\lambda_j)\end{aligned}\quad (3.31)$$

en donde  $\lambda_j = \lambda_1, \dots, \lambda_{nmc}$ ,  $\Delta \mathbf{P}_d(\lambda_j) = [\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_{nfc}]^T$ ,  $\Delta \mathbf{Q}_d(\lambda_j) = [\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_{nfc}]^T$ , y:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{gd}^o &= \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} I_{D1}^o & I_{Q1}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{D2}^o & I_{Q2}^o \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} I_{Dnfc}^o & I_{Qnfc}^o \end{bmatrix} \right\} \\ \mathbf{I}_{gq}^o &= \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} -I_{Q1}^o & I_{D1}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_{Q2}^o & I_{D2}^o \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} -I_{Qnfc}^o & I_{Dnfc}^o \end{bmatrix} \right\} \\ \mathbf{V}_{gd}^o &= \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} V_{D1}^o & V_{Q1}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{D2}^o & V_{Q2}^o \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} V_{Dnfc}^o & V_{Qnfc}^o \end{bmatrix} \right\} \\ \mathbf{V}_{gq}^o &= \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} V_{Q1}^o & -V_{D1}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Q2}^o & -V_{D2}^o \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} V_{Qnfc}^o & -V_{Dnfc}^o \end{bmatrix} \right\}\end{aligned}$$

Por último, la potencia modal aportada por los dispositivos de control se obtiene al substituir en (3.30) y (3.31) el voltaje modal así como el vector de inyecciones asociado al modo de interés

El análisis de las expresiones para la potencia compleja permite establecer las siguientes conclusiones generales:

- Las potencias modales son, en general, cantidades complejas. La magnitud de la potencia generada para un modo específico permite identificar a los generadores con mayor participación en el fenómeno interárea
- El balance de potencia modal compleja es cero para cada nodo del sistema
- Una magnitud grande indica un dispositivo que tiene una contribución significativa al flujo de potencia. A su vez, el ángulo de fase,  $\phi_p$  indica los generadores que intercambian potencia en la oscilación interárea: es decir, dos generadores k y m exhiben un comportamiento coherente si  $\phi_k - \phi_m \approx 0^\circ$ . Por otro lado, un grupo de generadores en un área A oscila en contrafase a un grupo de generadores en el área B si  $\phi_A - \phi_B \approx 180^\circ$
- La potencia real tiene una relación directa con la potencia de aceleración del sistema, mientras que la parte imaginaria de la potencia compleja puede ser de interés en otros estudios, específicamente, en problemas de voltaje

### 3.4.2 Contribución de cargas estáticas

De manera análoga al procedimiento expuesto en la sección anterior, la contribución de la carga al flujo de potencia modal se deduce al obtener la desviación de potencia de (3.8). Es decir, para cada nodo de carga  $k$  se tiene:

$$\begin{aligned}\Delta P_{L^k} &= \begin{bmatrix} L_{P11^k} & L_{P12^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix}, \\ \Delta Q_{L^k} &= \begin{bmatrix} L_{Q11^k} & L_{Q12^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.32)$$

$k = 1, \dots, nl$

en donde:

$$\begin{aligned}L_{P11^k} &= v_{D^k}^o NL_{Pk11} + i_{D^k}^o + v_{Q^k}^o NL_{Pk21} \\ L_{Q11^k} &= v_{Q^k}^o NL_{Qk11} + i_{Q^k}^o - v_{D^k}^o NL_{Qk21}\end{aligned}\quad (3.33)$$

y

$$\begin{aligned}L_{P12^k} &= v_{D^k}^v NL_{Pk12} + i_{Q^k}^o + v_{Q^k}^v NL_{Pk22} \\ L_{Q12^k} &= v_{Q^k}^o NL_{Qk12} + i_{D^k}^o - v_{D^k}^o NL_{Qk22}\end{aligned}\quad (3.34)$$

Los coeficientes de sensibilidad  $NL_{Pkij}, NL_{Qkij}$ ,  $i, j=1, 2$  dependen de las características de la carga y las condiciones de operación [40]; los valores iniciales para la corriente en la carga se obtienen de las expresiones siguientes:

$$i_{D^k}^o = \frac{P_{L^k}^o v_{D^k}^o + Q_{L^k}^o v_{Q^k}^o}{(v_{t^k})^2} \quad i_{Q^k}^o = \frac{-Q_{L^k}^o v_{D^k}^v + P_{L^k}^o v_{Q^k}^v}{(v_{t^k})^2}$$

donde  $v_{t^k} = \sqrt{(v_{D^k})^2 + (v_{Q^k})^2}$  y los voltajes y corrientes se obtienen de la condición inicial de flujo de potencia.

Substituyendo en (3.32) las desviaciones modales de voltaje, se llega a:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{P}_L(\lambda_j) &= |\Delta \mathbf{P}| \angle \phi_{LP} = \mathbf{P}_{LV} \Delta \mathbf{v}_L(\lambda_j) = \mathbf{P}_{LV} (\mathbf{Y}_{bus}^m)^{-1} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{Q}_L(\lambda_j) &= |\Delta \mathbf{Q}| \angle \phi_{LQ} = \mathbf{Q}_{LV} \Delta \mathbf{v}_L(\lambda_j) = \mathbf{Q}_{LV} (\mathbf{Y}_{bus}^m)^{-1} \Delta \mathbf{x}\end{aligned}\quad (3.35)$$

en donde:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_L &= [P_{L1}, P_{L2}, \dots, P_{Lnl}]^T \text{ es el vector de potencias modales de carga} \\ \mathbf{Q}_L &= [Q_{L1}, Q_{L2}, \dots, Q_{Lnl}]^T \text{ es el vector de potencias modales de carga} \\ \mathbf{P}_{LV}, \mathbf{Q}_{LV} &= \text{Matrices de estructura diagonal en bloques de la forma } \text{diag} \\ &\quad \left\{ [L_{P11^1}, L_{P12^1}], \dots, [L_{P11^{nl}}, L_{P12^{nl}}] \right\} \text{ y } \left\{ [L_{Q11^1}, L_{Q12^1}], \dots, [L_{Q11^{nl}}, L_{Q12^{nl}}] \right\}\end{aligned}$$

De la expresión anterior se deduce que la magnitud de la potencia modal de carga indica el grado de contribución al flujo de potencia modal, mientras que el ángulo  $\phi_L$  muestra si la carga oscila en fase o en oposición a la generación.

La contribución de la carga al flujo de potencia modal depende de los siguientes factores:

- (a) Las características y ubicación de las cargas. Cargas representadas con una característica de potencia constante no contribuyen al flujo de potencia modal
- (b) La ubicación relativa de dispositivos de control. Cargas con una regulación pobre de voltaje tienden a tener una mayor contribución al flujo modal
- (c) La naturaleza del modo de oscilación; es decir, si el modo electromecánico es de naturaleza local o interárea.

### 3.4.3 Flujo de potencia en enlaces de transmisión

La potencia real y reactiva transmitida en cualquier rama del sistema se obtiene de la relación [48]:

$$\begin{aligned}P_{R^{km}} &= v_{D^k} i_{b^{km}} + v_{Q^m} i_b \\ Q_{R^{km}} &= -v_{D^k} i_{b^{km}} + v_{Q^m} i_b\end{aligned}\quad (3.36)$$

en donde  $i_b$  representa la corriente de rama entre los nodos  $k$  y  $m$ .

Expandiendo esta ecuación alrededor de una condición inicial de operación, el flujo de potencia modal en las ramas del sistema estará dado por

$$\begin{aligned}\Delta P_{R^k} &= \begin{bmatrix} P_{11^k} & P_{12^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{21^k} & P_{22^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^m} \\ \Delta v_{Q^m} \end{bmatrix} \\ \Delta Q_{R^k} &= \begin{bmatrix} Q_{11^k} & Q_{12^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^k} \\ \Delta v_{Q^k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{21^k} & Q_{22^k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{D^m} \\ \Delta v_{Q^m} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.37)$$

$k = 1, \dots, nr$

en donde  $nr$  es el número de ramas y los coeficientes  $P_{ij^k}, Q_{ij^k}$   $i,j=1,2$  dependen de los parámetros de las ramas, y más concretamente la resistencia y reactancia, y los voltajes iniciales en terminales del enlace,  $v_D^0, v_Q^0$

Substituyendo las expresiones para las desviaciones de voltaje se obtiene la relación de interés:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{P}_R(\lambda_j) &= \mathbf{P} \Delta \mathbf{v} = [\mathbf{Y}_N - \mathbf{Y}_D]^{-1} [\mathbf{W}_D - \mathbf{T}_N] \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{Q}_R(\lambda_j) &= \mathbf{Q} \Delta \mathbf{v} = [\mathbf{Y}_N - \mathbf{Y}_D]^{-1} [\mathbf{W}_D - \mathbf{T}_N] \Delta \mathbf{x}\end{aligned}\quad (3.38)$$

en donde:

- $\mathbf{P}_R, \mathbf{Q}_R$  = Vector de dimensión  $nr$  igual al número de ramas del sistema, el cual contiene las desviaciones de potencia modal para cada elemento
- $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$  = Matrices diagonales de dimensión  $(nr \times 2n)$ , donde  $n$  es el número de nodos del sistema la cual es numéricamente dependiente de los parámetros de las líneas y de la condición inicial del voltaje de operación .

### 3.4.4 Soluciones de lazo cerrado

En las secciones anteriores se asumió, por simplicidad, que el cálculo de flujo de potencia modal se efectuaba para la condición de lazo abierto, ( $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ ). No obstante, el análisis de flujo de potencia modal puede utilizarse también para evaluar la influencia de un dispositivo o conjunto de dispositivos de control en el intercambio de potencia de oscilación. Para ello, la señal de control se representa en función de las desviaciones de voltaje y estados como se indica a continuación.



El proceso de análisis adoptado en este trabajo comprende los siguientes pasos:

1. La señal de salida en el modelo en (3.1) se expresa en la forma aumentada

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_x^T & \mathbf{C}_v^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

y, en consecuencia, las entradas a los controles se expresan como:

$$\mathbf{u}_d = \mathbf{K}_v \Delta \mathbf{v} + \mathbf{K}_x \Delta \mathbf{x} \quad (3.39)$$

en donde  $\mathbf{C}_x$ ,  $\mathbf{C}_v$ ,  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{K}_x$  son matrices apropiadas de conexión las cuales dependen de la señal de retroalimentación utilizada en el estudio, por ejemplo, corriente, voltaje, potencia o velocidad angular.

2. Finalmente, las expresiones de interés de lazo cerrado se obtienen al substituir las desviaciones modales de voltaje en los nodos de carga.

### 3.5 ALGORITMO COMPUTACIONAL

En el diagrama de bloques de la figura 3.5 se muestra el algoritmo de análisis de flujo de potencia modal desarrollado en este trabajo. Para facilitar la comprensión del mismo, el algoritmo se divide en bloques o pasos indicando las diferentes etapas de análisis.

En los pasos siguientes se describen brevemente las funciones desarrolladas en cada bloque:

*Paso 1.- Selección de modos de interés*

En este paso se seleccionan los modos de movimiento y modos de energía determinados del análisis de energía en el capítulo 2. El análisis de modos de energía se aproxima mediante la suma de dos modos de movimiento.

*Paso 2.- Cálculo de voltajes modales*

Los voltajes modales se obtiene utilizando el criterio establecido en la sección 3.3.3. En el proceso de análisis, se identifican los nodos con mayor magnitud de voltaje: el ángulo de

fase del voltaje muestra la oscilación relativa del voltaje con respecto a la potencia de generación y el flujo de potencia en enlaces de transmisión.

Se seleccionan los nodos con las mayores magnitudes para evaluar la influencia de dispositivos de control en paralelo. Para propósitos de análisis estas relaciones se normalizan de acuerdo al criterio establecido en el paso 5.

*Paso 3.- Cálculo de corrientes modales*

Las corrientes modales se calculan siguiendo el procedimiento en la sección (3.3.2). En la solución adoptada no se les da ninguna interpretación física.

*Paso 4.- Cálculo de potencias modales*

En este paso se calcula la potencia modal asociada a generadores, dispositivos de control, la carga y la potencia de transmisión siguiendo el procedimiento descrito en la sección 3.4. Además con objeto de facilitar la comprensión de los resultados se adopta el siguiente procedimiento:

- (a) Para cada modo de interés  $j$ , la potencia modal de generación se normaliza con respecto a la mayor participación. Es decir,

$$\Delta P_{dk}(\lambda_j) = \Delta P_{dk}(\lambda_j) / \Delta P_{dref}(\lambda_j)$$

$$\Delta \theta_{dk}(\lambda_j) = \Delta \theta_{dk}(\lambda_j) / \Delta \theta_{dref}(\lambda_j)$$

$$k = 1, \dots, nfc$$

en donde el subíndice *ref* indica el generador de referencia, el cual exhibe la mayor magnitud de potencia. Es decir, éste generador tendrá magnitud unitaria y ángulo de fase de 0°.

- Se agrupan los generadores con ángulos de fase similares y se forman áreas coherentes
- La potencia en la carga y en la red de transmisión se normaliza con respecto a la generación máxima, es decir:

$$\Delta P_{R^k}(\lambda_j) = \Delta P_{R^k}(\lambda_j) / \Delta P_{d^{ref}}(\lambda_j)$$

$$\Delta \theta_{R^k}(\lambda_j) = \Delta \theta_{R^k}(\lambda_j) / \Delta \theta_{d^{ref}}(\lambda_j)$$

$$k = 1, \dots, nfc$$

y

$$\Delta P_{L^k}(\lambda_j) = \Delta P_{L^k}(\lambda_j) / \Delta P_{d^{ref}}(\lambda_j)$$

$$\Delta \theta_{L^k}(\lambda_j) = \Delta \theta_{L^k}(\lambda_j) / \Delta \theta_{d^{ref}}(\lambda_j)$$

$$k = 1, \dots, nl$$

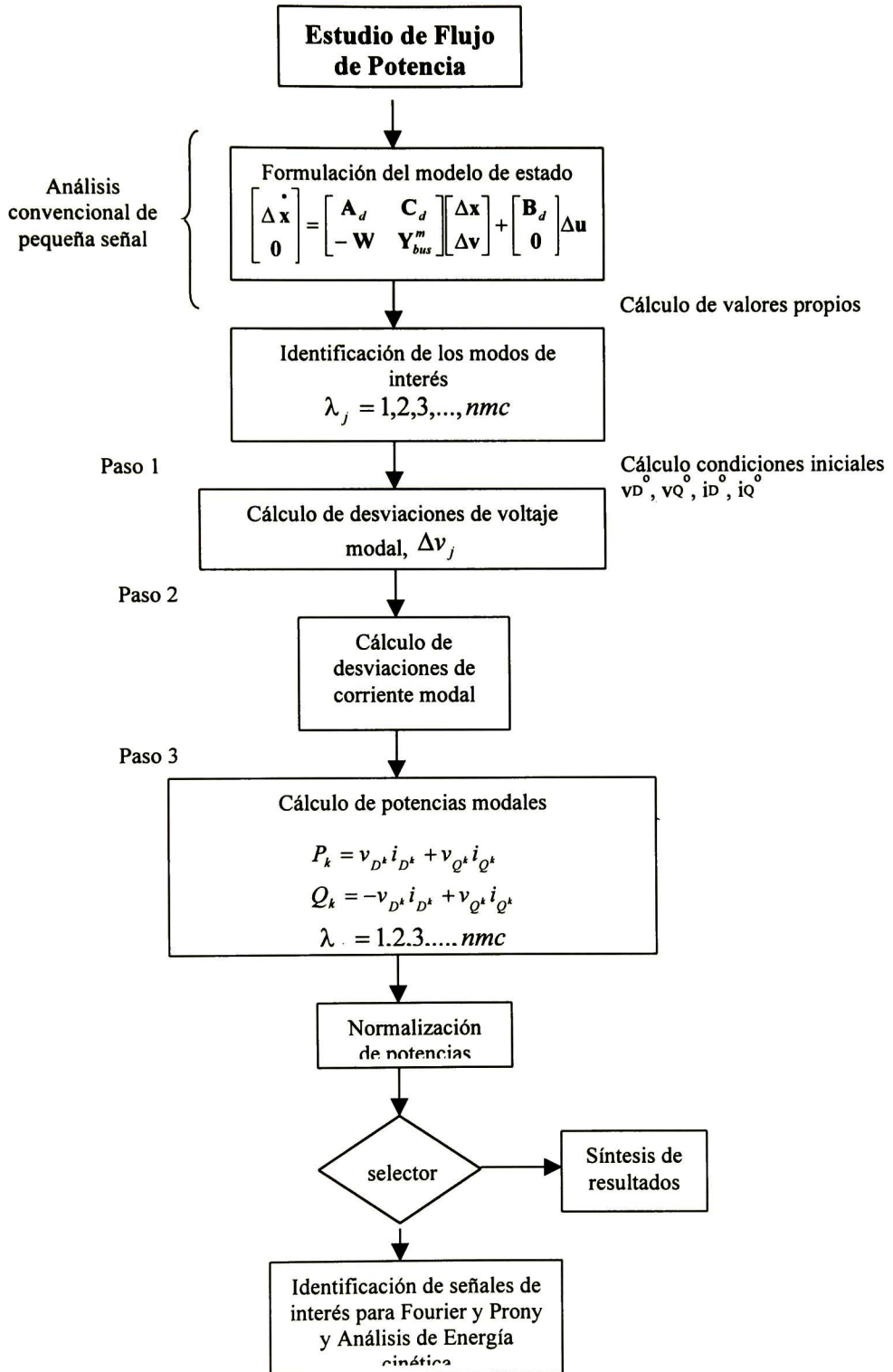
Adicionalmente, los ángulos de fase de los voltajes nodales se normalizan como:

$$\Delta \theta_{LP^k}(\lambda_j) = \Delta \theta_{LP^k}(\lambda_j) / \Delta \theta_{d^{ref}}(\lambda_j)$$

$$k = 1, \dots, nn$$

#### *Paso 5.- Selección de señales de interés*

Las potencia real ramas con mayor participación en el flujo de potencia modal se seleccionas para su análisis mediante técnicas como Fourier o Prony, el análisis de patrones de estrés del sistema y la selección de contingencias.



**Figura 3.5.- Algoritmo de análisis de flujo de potencia modal**

## APLICACIÓN

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la aplicación de los métodos de potencia y energía modal desarrollados al estudio de oscilaciones interárea en un sistema de prueba con características reales. Este estudio se aborda fundamentalmente desde dos perspectivas complementarias de análisis: el análisis del intercambio de potencia modal en la red de transmisión y el estudio de la desviación de energía cinética de los generadores del sistema.

Se introduce en primer lugar la descripción del sistema de estudio enfatizando la naturaleza de los modos fundamentales de movimiento. Asimismo, se presentan las consideraciones principales de modelado adoptadas en los estudios presentados. A continuación, el método de flujo de potencia modal se utiliza para determinar la distribución de potencia de oscilación en la red de transmisión para tres modos interárea de baja frecuencia, así como para identificar sitios potenciales para ubicar dispositivos de control. Se analiza la contribución de la carga y se examina el efecto de dispositivos de control en la red de transmisión. Los resultados obtenidos se comparan con el análisis de Prony de las señales obtenidas del estudio de estabilidad ante grandes perturbaciones.

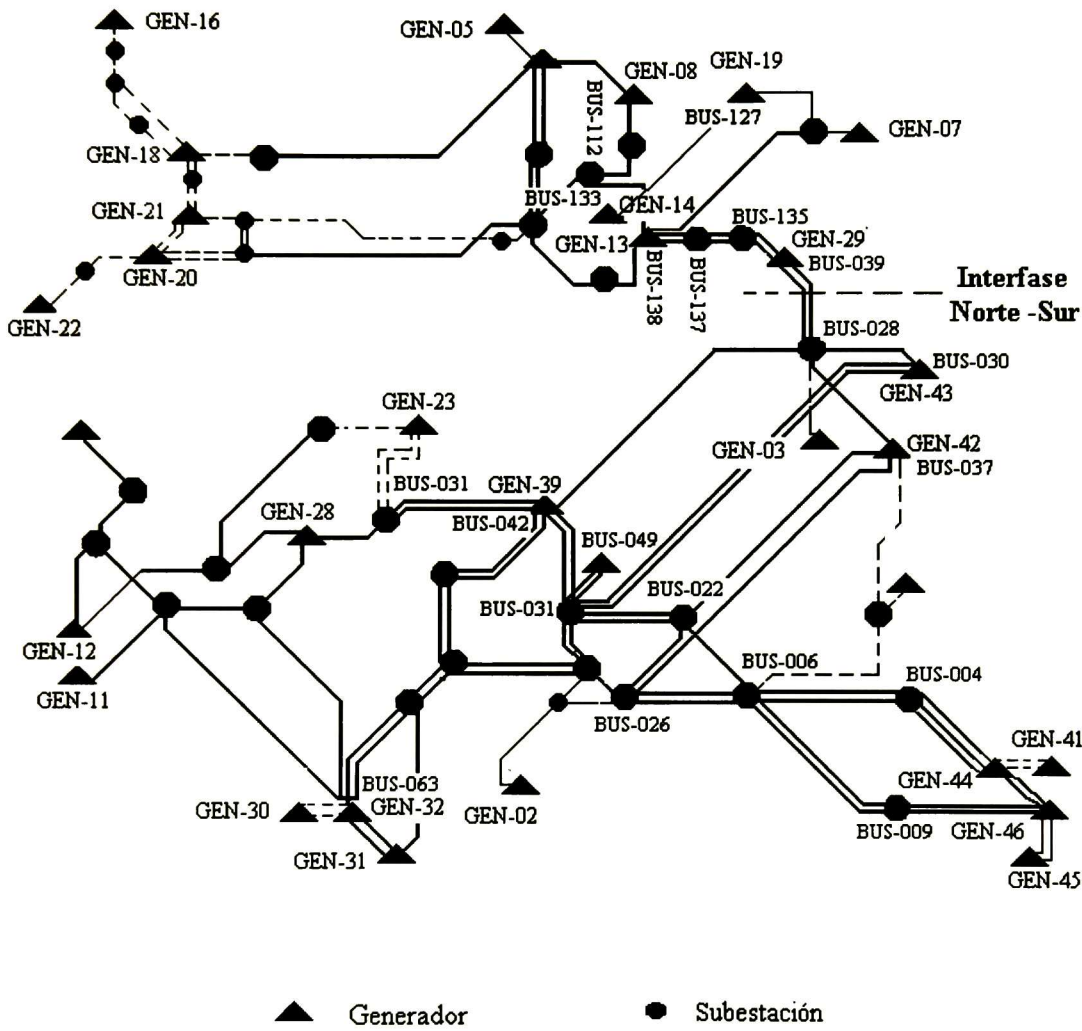
Para finalizar, el análisis de energía cinética de los generadores se utiliza para estudiar la presencia de oscilaciones compuestas resultantes de la interacción de dos modos electromecánicos de movimiento. Se analiza el intercambio de energía para los modos de interés y se estudia el efecto de dispositivos de control en el proceso oscilatorio. Se presenta por último, una comparación exhaustiva de los resultados obtenidos del método de análisis modal con los resultados obtenidos mediante el análisis del espectro de potencia o periodograma de las señales obtenidas de estudios de estabilidad transitoria y el flujo de potencia modal.

### 4.2 DESCRIPCION DEL SISTEMA EN ESTUDIO

En la figura 4.1 se muestra un diagrama simplificado del sistema en estudio el cual representa una red hipotética derivada del sistema interconectado Mexicano [49]. El sistema utilizado comprende 46 generadores, 184 enlaces de transmisión y 3 CEVs. Con la finalidad de facilitar la interpretación de los resultados, el sistema se divide en 5 áreas geográficas descritas en este trabajo como las áreas Norte (N), Noreste (NE), Centro (C), Occidente (O) y Sureste (SE).

El caso base de operación así como las consideraciones de modelado incluyendo la representación de sistemas de excitación y otros dispositivos de control, son esencialmente las descritas en la referencia [49].

En los estudios que se presentan, 13 generadores se representan mediante el modelo clásico y 33 generadores mediante modelos detallados y diferentes esquemas de control de excitación. El modelo de estado correspondiente al caso base de operación en los estudios presentados es de 261 variables de estado.



**Figura 4. 1.- Diagrama simplificado del sistema en estudio mostrando los elementos principales de generación y transmisión**

### 4.3 CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES DE ESTABILIDAD ANTE DISTURBIOS PEQUEÑOS

El modelo dinámico del sistema contiene 45 modos electromecánicos de movimiento asociados a la representación de los generadores del sistema. En la Figura 4.2 se muestra el gráfico del lugar de las raíces de algunos modos del sistema, en función de la razón de amortiguamiento de los valores propios.

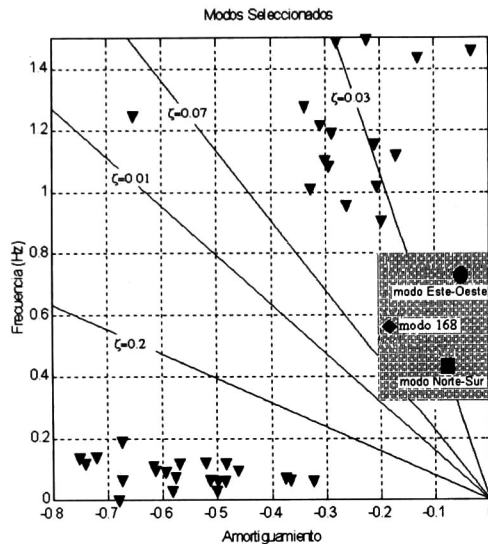


Figura 4. 2.- Características de los modos de interés en el estudio

Las características de los modos de menor frecuencia se resumen en la Tabla 4.1 indicando la frecuencia de oscilación así como la magnitud de los factores de participación asociados a los generadores dominantes. Los estudios presentados en los siguientes apartados se centran en el análisis y control de los modos interárea débilmente amortiguados, y más específicamente, en los tres modos de movimiento de menor frecuencia en la tabla 4.1.

Tabla 4.1  
Modos de oscilación de menor frecuencia para el sistema en estudio

| Modo | Valor propio  | Patrón de Oscilación* | Generadores dominantes**   | Frecuencia (Hz) |
|------|---------------|-----------------------|--|-----------------|
| 170  | -0.086±j2.585 | Norte contra Sur      | GEN-14(1.000), GEN-15 (0.955), GEN-19(0.533), GEN-07(0.485), GEN-22(0.438), GEN-16(0.408)        | 0.411           |
| 168  | -0.192±j3.696 | NE contra el N        | GEN-14(+1.000), GEN-15(+0.917), GEN-22(-0.385), GEN-21(-0.335), GEN-16(-0.334), GEN-18(-0.311)   | 0.586           |
| 162  | -0.067±j4.610 | O y C contra SE       | GEN-28 (+1.000), GEN-12(+0.919), GEN-11(+0.916), GEN-46(-0.658), GEN- 45(-0.666), GEN-44(-0.562) | 0.733           |
| 159  | -0.198±j5.688 | N, NE y SE            | GEN-22(+1.000), GEN-21(+0.406), GEN-16(+0.310), GEN-18(+0.243), GEN-17(+0.203), GEN-19(-0.148)   | 0.905           |
| 157  | -0.261±j6.015 | O,C y SE              | GEN-02(+1.000), GEN-01(+0.516), GEN-42(+0.389), GEN-28(-0.339), GEN- 12(-0.263), GEN-23(-0.253)  | 0.957           |

- SE –Sureste, O –Occidente, C –Centro, N –Norte, NE –Noroeste;\*\* Valores normalizados (+) fase 0°; (-) fase 180°

## 4.4 ANALISIS DE FLUJO DE POTENCIA MODAL

En este apartado se presentan los resultados del estudio de flujo de potencia modal para los tres modos de menor frecuencia seleccionados. También se presentan simulaciones en el dominio del tiempo con el objeto de verificar la exactitud de los resultados obtenidos.

### 4.4.1 Potencia modal de generación

El análisis de potencia modal de generación se utiliza en este trabajo para identificar los generadores del sistema con mayor participación en el intercambio de potencia modal. En este análisis, el ángulo de fase de la generación modal indica el sentido relativo de la oscilación de potencia, mientras que la magnitud muestra a los generadores con una participación dominante.

El procedimiento adoptado para determinar el flujo de potencia modal comprende los siguientes pasos:

1. Para cada modo de interés se calculan la generación y flujo de potencia modal siguiendo el procedimiento establecido en el capítulo 3.
2. La contribución de la potencia de generación, transmisión y carga se normaliza con respecto a la mayor potencia compleja de generación: es decir, el generador de referencia tendrá un ángulo de fase de  $0^\circ$ ; además, un grupo de generadores en el área A oscilará en contrafase a un grupo de generadores en un área B si ambos grupos de generadores exhiben una diferencia de fase cercana a  $\pm 180^\circ$

En la tabla 4.2 se muestra la contribución de las máquinas dominantes para los modos de movimiento de menor frecuencia. Para cada modo de estudio, los generadores se agrupan en dos subconjuntos; en analogía con el estudio de estabilidad transitoria en la aplicación de métodos directos, los generadores con ángulos de fase alrededor de  $0^\circ$  representan “fuentes” de potencia, mientras que el grupo de generadores con ángulos cercanos a  $180^\circ$  representa “sumideros” de potencia; en consecuencia, el flujo de potencia en la red de transmisión se orienta en el sentido de la fuente al sumidero. Es importante tener presente, sin embargo, que el sentido del flujo de potencia modal no necesariamente coincide con el sentido real de flujo de potencia en el sistema, ya que depende de la selección del generador de referencia.

#### Análisis del modo Norte-Sur (Modo 170)

El análisis de la generación modal para el modo Norte-Sur en la tabla 4.2 muestra claramente que los generadores de las áreas SE, C y O oscilan de manera coherente entre sí, intercambiando energía (potencia) con un número importante de generadores en las áreas N y NE. Se observa que el generador GEN-14 en el área NE presenta la mayor contribución a la generación modal, mientras que el generador GEN-46 en el área SE presenta también



una contribución significativa. Por sus características geográficas, este modo se denomina en lo sucesivo, el modo interárea Norte-Sur con el objeto de permitir una mejor interpretación física de los resultados.

Análisis del modo Este-Oeste (Modo 162)

El análisis de este modo en la tabla 4.2 revela que los generadores en el área SE oscilan en contrafase a los generadores en las áreas C y O; los generadores GEN-46 y GEN-28 muestran la mayor contribución al flujo de potencia. Por sus características geográficas, este modo se denomina, en lo sucesivo, el modo interarea Este-Oeste.

**Tabla 4.2**

**Generación de potencia modal para los modos interárea Norte-Sur, Este-Oeste y 168**

| Area | Máquina | Modo Norte-Sur<br>Generación Modal * | Modo Este-Oeste<br>Generación Modal * | Modo 168<br>Generación Modal * |
|------|---------|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| SE   | GEN-46  | 0.874∠-165.8°                        | 0.965∠177.2°                          | 0.316∠-2.5°                    |
|      | GEN-45  | 0.488∠-165.9°                        | 0.556∠179.8°                          | 0.178∠-2.8°                    |
|      | GEN-44  | 0.659∠-169.6°                        | 0.501∠166.7°                          | 0.206∠-4.2°                    |
|      | GEN-43  | 0.586∠-173.7°                        | 0.258∠-5.8°                           | 0.066∠-24.9°                   |
|      | GEN-42  | 0.452∠-170.7°                        | --                                    | 0.073∠-11.8°                   |
|      | GEN-41  | 0.197∠-168.8°                        | 0.160∠175.8                           | 0.062∠-3.1°                    |
|      | GEN-02  | 0.354∠170.4°                         | 0.144∠14.0°                           | 0.085∠-9.7°                    |
|      | GEN-01  | 0.222∠-169.4°                        | 0.070∠162.2°                          | 0.054∠-7.4°                    |
| C    | GEN-38  | 0.363∠-172.6°                        | 0.170∠6.7°                            | 0.069∠-11.9°                   |
|      | GEN-37  | 0.185∠-171.8°                        | 0.069∠11.7°                           | --                             |
|      | GEN-32  | 0.489∠-171.3°                        | 0.501∠0.6°                            | 0.130∠-9.9°                    |
|      | GEN-31  | 0.176∠-171.0°                        | 0.182∠0.4°                            | --                             |
|      | GEN-30  | 0.156∠-171.9°                        | 0.164∠1.4°                            | --                             |
| O    | GEN-28  | 0.570∠-168.1°                        | 1.000∠0°                              | 0.198∠-6.1°                    |
|      | GEN-23  | 0.419∠-171.6°                        | 0.608∠0.1°                            | 0.125∠-8.6°                    |
|      | GEN-12  | 0.496∠-172.0°                        | 0.689∠-2.6°                           | 0.145∠-9.8°                    |
|      | GEN-11  | 0.399∠-173.8°                        | 0.544∠-2.0°                           | 0.115∠-9.5°                    |
|      | GEN-25  | 0.423∠8.1°                           | --                                    | --                             |
| N    | GEN-21  | 0.265∠10.5°                          | --                                    | 0.283∠178.7°                   |
|      | GEN-17  | 0.119∠7.7°                           | --                                    | 0.107∠177.1°                   |
|      | GEN-16  | 0.278∠8.9°                           | --                                    | 0.273∠178.6°                   |
|      | GEN-20  | 0.213∠10.3°                          | --                                    | --                             |
| NE   | GEN-19  | 0.149∠7.7°                           | --                                    | --                             |
|      | GEN-10  | 0.420∠11.5°                          | --                                    | 0.303∠177.1°                   |
|      | GEN-09  | 0.393∠11.0°                          | --                                    | 0.3015∠171.9°                  |
|      | GEN-08  | 0.952∠13.2°                          | --                                    | 0.826∠-8.2°                    |
|      | GEN-07  | 0.323∠8°                             | --                                    | 0.060∠177.4°                   |
|      | GEN-14  | 1.000∠0°                             | --                                    | 1.000∠0°                       |
|      | GEN-15  | 0.676∠0.3°                           | --                                    | 0.647∠0.4°                     |

\*Valores normalizados; -- Contribución despreciable

## Análisis del modo 168

En contraste con los otros modos, el análisis del modo 168 refleja un comportamiento más complejo envolviendo la interacción entre los sistemas del norte y del sur y entre los propios generadores del área norte. Como se observa, el análisis de flujo de potencia modal muestra una distribución de potencia en la cual los generadores de las áreas SE, C y O así como dos generadores en el área NE (generadores GEN-14 y GEN-15) oscilan en contrafase al resto de generadores en el área N y NE. Debe observarse que si bien la mayor participación al flujo de potencia esta localizada principalmente en los generadores GEN-14, GEN-08 y GEN-15, la participación de los generadores en el área SE, particularmente la del generador GEN-46 es significativa.

### 4.4.2 Flujo de potencia modal en el sistema de transmisión

El estudio del flujo de potencia modal en la red de transmisión se centró en el análisis de dos aspectos básicos: la identificación o filtrado preliminar de nodos y líneas de transmisión con características deseables para ubicar dispositivos de control y la determinación de señales suplementarias para dispositivos de control. Adicionalmente, el método propuesto se utiliza para identificar patrones de operación que estresan el sistema así como para determinar señales de interés para el análisis de Prony.

En las tablas 4.3 y 4.4 se pueden ver las líneas de transmisión con mayor magnitud en el flujo de potencia modal para cada uno de los modos en estudio. Las magnitudes del flujo de potencia modal se expresan en p.u. con respecto a la mayor magnitud de generación modal asociada al mismo modo en estudio: la fase del flujo de potencia modal se presenta relativa al ángulo de fase de este generador. Además, el primer nodo en la descripción de cada enlace indica el sentido positivo relativo al sentido del flujo de potencia.

**Tabla 4.3**  
**Flujo de potencia modal para los modos interárea Norte-Sur y Este-Oeste**

| Modo interárea Norte-Sur |                         | Modo Interárea Este-Oeste |                         |
|--------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|
| Línea de Transmisión     | Flujo de Potencia modal | Línea de Transmisión      | Flujo de Potencia modal |
| BUS-138 BUS-135          | 4.112∠8.2°              | BUS-022 BUS-006           | 1.621∠-2.4°             |
| BUS-135 BUS-039          | 3.819∠9.0°              | BUS-008 BUS-004           | 1.620∠-1.7°             |
| BUS-137 BUS-135          | 3.487∠9.0°              | BUS-031 BUS-017           | 1.531∠0.1°              |
| BUS-138 BUS-137          | 3.440∠9.2°              | BUS-063 BUS-066           | 1.486∠-2.9°             |
| BUS-039 BUS-028          | 3.283∠10.5°             | BUS-066 BUS-055           | 1.464∠-2.6°             |
| BUS-112 BUS-138          | 2.704∠10.1°             | BUS-042 BUS-083           | 1.351∠-2.2°             |
| BUS-028 BUS-030          | 2.381∠10.8°             | BUS-042 BUS-031           | 1.349∠-2.8°             |
| BUS-028 BUS-037          | 2.035∠11.1°             | BUS-080 BUS-083           | 1.261∠-1.1°             |
| BUS-119 BUS-112          | 1.824∠9.3°              | BUS-008 BUS-006           | 1.081∠-2.9°             |
| BUS-136 BUS-138          | 1.770∠9.4°              | BUS-004 BUS-003           | 0.900∠1.6°              |

**Tabla 4.4**  
**Flujo de potencia modal para el modo interárea 168**

| Modo interárea 168   |         |                         |
|----------------------|---------|-------------------------|
| Línea de Transmisión |         | Flujo de Potencia modal |
| BUS-028              | BUS-039 | 1.616∠-2.3°             |
| BUS-134              | BUS-127 | 1.481∠-2.1°             |
| BUS-135              | BUS-138 | 0.968∠-6.1°             |
| BUS-039              | BUS-135 | 0.968∠-4.2°             |
| BUS-135              | BUS-137 | 0.817∠-4.2°             |
| BUS-137              | BUS-138 | 0.811∠-4.2°             |
| BUS-124              | BUS-117 | 0.808∠10.4°             |
| BUS-138              | BUS-112 | 0.788∠-6.9°             |
| BUS-127              | BUS-131 | 0.636∠-2.0°             |
| BUS-111              | BUS-094 | 0.571∠-2.7°             |

El análisis de potencias modales en las tablas 4.3 y 4.4 sugiere las observaciones siguientes:

- Para el modo Norte-Sur, las líneas de transmisión que unen a los sistemas del norte y del sur muestran el mayor flujo de potencia modal: el flujo de potencia modal se establece en el sentido norte a sur. Similarmente, el análisis del modo 168 en la tabla 4.4 muestra un patrón de oscilación en el que las líneas de transmisión que interconectan los sistemas del norte y del sur presentan una contribución importante. Debido a la contribución dominante de los generadores GEN-08 y GEN-14 en estos modos, el análisis modal permite intuir que el aumento en el flujo de potencia en la interconexión norte-sur puede causar una disminución en el amortiguamiento de ambos modos.
- En contraste, el análisis del modo Este-Oeste en la tabla 4.3 revela que las líneas de transmisión que unen a los generadores GEN-45 y GEN-46 con las áreas C y O muestran el mayor flujo de potencia modal.
- La ubicación de dispositivos con conexión en serie en estos enlaces aparece como una alternativa de interés para mejorar la estabilidad de estos modos

Con el objeto de clarificar estos conceptos y verificar la exactitud de los resultados obtenidos, se simuló la aplicación de CSCT en las líneas con mayor flujo de potencia modal. En la tabla 4.5 se sintetizan los resultados de mayor interés. En este análisis, se asume que cada CSCT está equipado con un circuito de amortiguamiento de oscilaciones (PSDC); la señal de amortiguamiento se seleccionó a partir de la potencia real asociada a las líneas de transmisión con mayor participación en el modo que se desea controlar. Como se observa, la instalación de un CSCT en la línea con mayor participación en el modo Norte-Sur, permite mejorar el margen de estabilidad de los modos Norte-Sur y 168; el análisis muestra que este dispositivo no tiene efecto, prácticamente, sobre el modo Este-Oeste como lo sugiere el análisis modal. Estas conclusiones son congruentes con la información del análisis de flujo de potencia modal.

**Tabla 4.5**  
**Efecto de la instalación de CSCT en los enlaces con mayor participación en el flujo de potencia modal**

| Ubicación         | Señal de entrada al PSDC | Valor propio                                    |
|-------------------|--------------------------|---|
| Sin compensación  |                          | -   |
| BUS-135 – BUS-138 | BUS-135-BUS-138          | -0.3118±j2.50<br>-0.2423±j3.69<br>-0.0693±j4.61 |

Por otro lado, el flujo de potencia activa asociado con estos enlaces contiene información de interés para el diseño de controles (observabilidad) y el análisis de las características de los modos. Este aspecto se discute con mayor detalle en la sección 4.4.4.

### 4.4.3 Voltajes modales

Para cada modo de movimiento los nodos de carga con mayor magnitud en los voltajes modales indican, de manera intuitiva, sitios potenciales para ubicar dispositivos de control en paralelo, particularmente compensadores estáticos de VARs. Adicionalmente, el análisis del ángulo de fase proporciona la oscilación relativa del voltaje con respecto a la generación (o transmisión) de potencia modal.

En la Tabla 4.6 se sintetizan los nodos con mayor magnitud asociados a los modos de interés. Como se observa, los nodos con mayor participación en el modo interárea Norte-Sur se ubican en los nodos cercanos a las líneas de transmisión que unen los sistemas del norte con el sur (nodos BUS-135 y BUS-137, principalmente). Para el modo interárea Este-Oeste, el análisis modal identifica al nodo BUS-006, en la red de transmisión del área SE como el nodo con la mayor participación. Debido a que en el nodo de baja tensión del nodo BUS-006 existe un CEV, este análisis sugiere la utilización de un circuito suplementario de control para mejorar el amortiguamiento del sistema.

Por otra parte, el análisis modal muestra que el BUS-127 en el sistema radial de transmisión que une a los generadores GEN-14 y GEN-15 con el resto del sistema, muestra la mayor participación en el modo 168. Además, este análisis muestra también que los nodos en la vecindad de la interconexión norte-sur de la red tienen una participación importante sugiriendo que la ubicación de un segundo CEV en esta zona tendría un efecto importante en los modos Norte-Sur y 168.

**Tabla 4.6**  
**Desviaciones de voltaje modal para los modos interárea de interés**

| Modo interárea Norte-Sur |               | Modo interárea Este-Oeste |               | Modo Interárea 168 |               |
|--------------------------|---------------|---------------------------|---------------|--------------------|---------------|
| Nodo                     | Voltaje modal | Nodo                      | Voltaje modal | Nodo               | Voltaje modal |
| BUS-135                  | 1.000∠-166.1° | BUS-006                   | 1.000∠4.2°    | BUS-127            | 1.000∠-1.8°   |
| BUS-137                  | 0.977∠-166.5° | BUS-009                   | 0.999∠5.0°    | BUS-134            | 0.764∠17.3°   |
| BUS-138                  | 0.790∠-165.5° | BUS-011                   | 0.992∠5.0°    | BUS-133            | 0.649∠-16.9°  |
| BUS-139                  | 0.774∠-165.1° | BUS-010                   | 0.980∠5.6°    | BUS-126            | 0.581∠-2.5    |
| BUS-132                  | 0.772∠-165.1° | BUS-007                   | 0.912∠4.4°    | BUS-135            | 0.571∠-7.1    |
| BUS-136                  | 0.740∠-165.8° | BUS-027                   | 0.906∠3.7°    | BUS-124            | 0.570∠-3.9°   |
| BUS-112                  | 0.725∠-164.4° | BUS-005                   | 0.870∠5.4°    | BUS-125            | 0.550∠-2.3°   |
| BUS-113                  | 0.724∠-165.4  | BUS-017                   | 0.835∠3.8°    | BUS-137            | 0.503∠-8.4    |
| BUS-109                  | 0.710∠-164.1  | BUS-005                   | 0.829∠5.7°    | BUS-039            | 0.394∠-6.6°   |

Para investigar la importancia práctica del análisis de las magnitudes de voltajes modales, los nodos identificados por este análisis se seleccionaron para ubicar dispositivos de control, específicamente CEVs. El efecto de estos dispositivos en los modos de interés, se analizó mediante el análisis la controlabilidad de estos modos con respecto a la modulación del voltaje de referencia de CEVs ubicados en los nodos de carga.

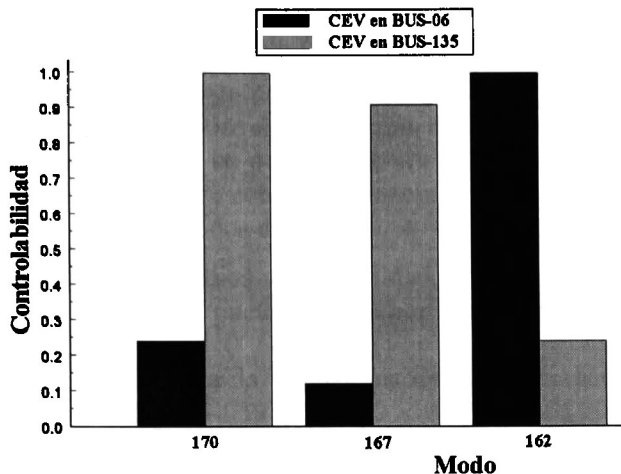
En los estudios presentados a continuación, la controlabilidad de los modos se analizó mediante la relación siguiente propuesta en [18]:

$$W_{jk}^i = [A - \lambda_i I : b_j]$$

en donde  $W_{jk}^i$  es la matriz aumentada con el vector asociado al j-ésimo CEV. El grado de controlabilidad de un modo i, a partir del CEV j está determinado por la relación  $\sigma_{min}(W_{jk}^i)$ .

En la figura 4.3 se muestran las controlabilidades de los modos en estudio, con respecto al voltaje de referencia de CEVs ubicados en los nodos BUS-006 y BUS-135.

Como se observa, la controlabilidad de los modos Norte-Sur y 168 con respecto a la acción de control de un CEV es mayor cuando éste se ubica en el BUS-135. En contraste, la modulación del voltaje de referencia de un CEV en el BUS-006 aumenta la controlabilidad del modo Este-Oeste. El análisis de los valores propios obtenidos para cada una de las alternativas de control en la Tabla 4.7 permite comprobar estas afirmaciones.



**Figura 4.3. - Controlabilidad de los modos interárea de menor frecuencia con CEVs en los nodos BUS-006 y BUS-135**

Cabe mencionar que si bien el análisis modal proporciona información preliminar de sitios potenciales para ubicar dispositivos de control, este estudio se realiza mediante una sola simulación para una condición específica de operación.

**Tabla 4.7**  
**Efecto de la instalación de CEVs en nodos críticos del sistema**

| Ubicación | Señal de entrada al PSDC* | Valor propio   |                 |
|-----------|---------------------------|----------------|-----------------|
|           |                           | Modo Norte-Sur | Modo Este-Oeste |
| BUS-135   | BUS-039 BUS-028           | -0.3978±j2.609 | 0.0693±j4.611   |
| BUS-006   | BUS-004 BUS-006           | -0.0979±j2.56  | -0.1968±j4.62   |
|           | BUS-006 BUS-026           | -0.0926±j2.57  | -0.1476±j4.62   |
|           | BUS-039 BUS-028           | -0.1381±j2.55  | -0.1968±j4.62   |

\* Potencia real en el enlace

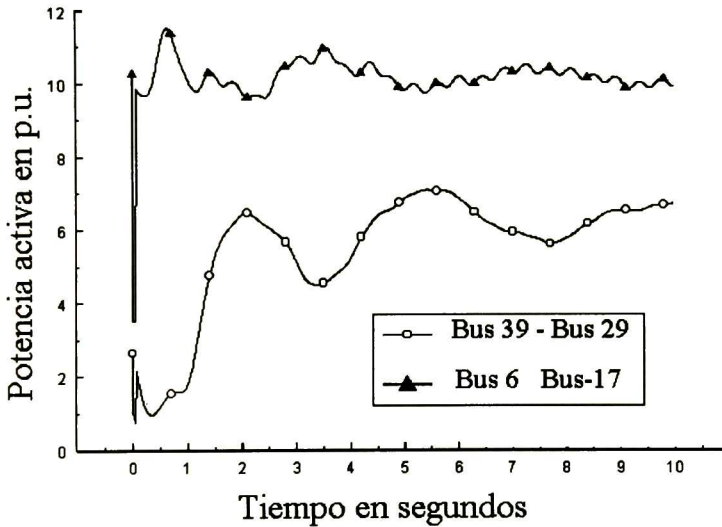
#### 4.4.4. Análisis en el dominio del tiempo

Con objeto de validar los resultados obtenidos mediante el análisis de flujo de potencia modal e ilustrar algunas de las dificultades inherentes a la aplicación de este método, se estudia a continuación la respuesta dinámica del sistema ante varias perturbaciones severas.

Los criterios utilizados para evaluar las señales de interés fueron los siguientes:

- 1) Se seleccionaron para propósitos de estudio, las líneas de transmisión, generadores y cargas con mayor participación en el estudio de flujo de potencia modal. De este análisis se seleccionó el flujo de potencia activa en el enlace de transmisión entre los nodos BUS-135 y BUS-138 así como la potencia activa en el enlace BUS-006 y BUS-022 por su relación con los modos de interés.
- 2) Las señales obtenidas de estudios de estabilidad se analizaron mediante el método de Prony. En la referencia [50] se puede ver el algoritmo utilizado en este análisis.

En la Figura 4.4 se muestra la oscilación de potencia activa para las líneas de transmisión entre los enlaces BUS-039 BUS-029 y BUS-006-BUS-017 para los dos casos de interés seleccionados. En el primer caso se simuló una falla trifásica en el nodo BUS-30 liberada en 0.05 segundos mediante la apertura de uno de los enlaces al BUS-031; esta contingencia excita los modos Este-Oeste y Norte-Sur. En el segundo caso, se simuló una falla trifásica en el nodo BUS-135.



**Figura 4.4. - Gráfico de la desviación de la potencia activa en los enlaces BUS-039 BUS-029 y BUS-006 BUS-017**

El registro de datos obtenidos de estos estudios, se analizó mediante el programa SPRONY siguiendo el procedimiento establecido en [50]. En este estudio, cada señal analizada se representa, de manera aproximada, mediante la suma de funciones senoidales amortiguadas de la forma:

$$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^m A_i e^{\sigma_i t} \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (4.1)$$

en donde  $A_i$ ,  $\phi_i$  y  $\sigma_i$  son la amplitud, fase y amortiguamiento, respectivamente, correspondientes a la frecuencia  $\omega_i$ ;  $m$  es el número de componentes modales necesarias en el proceso de identificación. Para la presentación de los resultados se introducen las siguientes definiciones: Amortiguamiento= $-\sigma_i/(2\pi)$ , Frecuencia= $\omega_i/(2\pi)$ , Peso relativo= $A_i/(\max A_i)$ , Fase= $\phi_i$  en grados, % Amortiguamiento= $-\sigma_i / \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}$

Los resultados del análisis de Prony para las dos señales de interés se muestran en las tablas 4.8 y 4.9.

Como se observa, el análisis de Prony de la señal de potencia activa en el enlace BUS-029 BUS-039 muestra claramente la presencia de un modo dominante en aproximadamente 0.41 Hz revelando la presencia del modo interárea Norte-Sur. Por otra parte, el análisis de la señal de potencia activa entre los nodos BUS-006 y BUS-017 muestra la presencia de dos modos dominantes alrededor de 0.393Hz y 0.718 Hz, revelando la presencia de los modos interarea Norte-Sur y Este-Oeste. Los resultados obtenidos son bastante aproximados a los resultados determinados mediante análisis modal. Obsérvese que en estos estudios, solo se presentan las contribuciones mayores al 1% (0.010) del peso relativo de la contribución modal a una frecuencia específica.

**Tabla 4.8**  
**Análisis de Prony del flujo de potencia activa en el enlace entre los nodos BUS-039 y BUS-029**

| Modo | Amortiguamiento (p.u.) | Frecuencia (Hz) | Peso Relativo | Fase (grados) | Amplitud | Amortiguamiento (%) |
|------|------------------------|-----------------|---------------|---------------|----------|---------------------|
| 1    | 0.0299                 | 0.4169          | 1.000         | -98.13        | 1.084    | 0.0717              |
| 2    | 0.1583                 | 0.000           | 0.115         | 180.00        | 0.125    | 1.000               |
| 3    | 0.0024                 | 0.7400          | 0.0539        | -52.10        | 0.058    | 0.0033              |
| 4    | -0.0009                | 2.343           | 0.0238        | 87.84         | 0.0258   | 0.0003              |
| 5    | 0.1459                 | 1.204           | 0.0116        | 51.48         | 0.0126   | 0.1203              |



**Tabla 4.9**  
**Análisis de Prony del flujo de potencia activa en el enlace entre los nodos BUS-006 y BUS-017**

| <b>Modo</b> | <b>Amortiguamiento</b> | <b>Frecuencia</b> | <b>Peso Relativo</b> | <b>Fase</b> | <b>Amplitud</b> | <b>Amortiguamiento (%)</b> |
|-------------|------------------------|-------------------|----------------------|-------------|-----------------|----------------------------|
| 1           | 0.0290                 | 0.3930            | 1.000                | -82.76      | 0.285           | 0.0735                     |
| 2           | 0.1036                 | 0.7189            | 0.880                | -179.39     | 0.251           | 0.1313                     |
| 3           | 0.0018                 | 2.346             | 0.332                | 87.48       | 0.095           | 0.0007                     |
| 4           | 0.0524                 | 0.000             | 0.0848               | 180.00      | 0.0242          | 1.000                      |
| 5           | -0.0744                | 1.308             | 0.0184               | -159.96     | -0.0052         | 0.0568                     |

#### **4.4.5. Contribución de la carga al flujo de potencia modal**

La contribución de la carga a la potencia de oscilación puede ser positiva o negativa, dependiendo de factores tales como la regulación de voltaje en el sistema, las características de la carga y el punto de operación. Otros factores que afectan esta contribución al flujo de potencia modal incluyen las características de los sistemas de regulación de voltaje en generadores y dispositivos de FACTS.

En la tabla 4.10 se puede observar la contribución de la carga al flujo de potencia modal para los tres modos de interés. Para determinar esta participación, se analizó el ángulo de fase relativo de la carga con respecto a la generación de potencia modal. Comparando los resultados obtenidos para la potencia de carga con los resultados de generación modal, se puede establecer lo siguiente:

- (a) Para los modos Norte-Sur y Este-Oeste, la carga oscila en contrafase a la generación de potencia modal: esto permite intuir que la carga tendrá una contribución positiva al amortiguamiento del sistema como se ha sugerido por algunos investigadores [17].
- (b) La contribución de la carga es significativa: por ejemplo, para el modo Norte-Sur la carga en el nodo BUS-040 tiene una contribución relativa de alrededor del 36.5% de la generación modal máxima (refiérase al generador GEN-14). Esta contribución es mayor que la participación de muchos generadores en el sistema sugiriendo la posibilidad de utilizar la modulación de la carga como medio de amortiguamiento en el sistema.

**Tabla 4.10**  
**Contribución de la carga a la potencia modal**

| Modo interárea Norte-Sur |                   | Modo interárea Este-Oeste |                   | Modo interárea 168 |                   |
|--------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|
| Nodo                     | Potencia de carga | Nodo                      | Potencia de carga | Nodo               | Potencia De carga |
| BUS-040                  | 0.361∠-166.2°     | BUS-004                   | 0.284∠5.7°        | BUS-133            | 0.165∠18.9°       |
| BUS-136                  | 0.208∠-166.8°     | BUS-049                   | 0.208∠4.3°        | BUS-040            | 0.092∠-7.7°       |
| BUS-039                  | 0.164∠-166.2°     | BUS-056                   | 0.192∠4.4°        | BUS-039            | 0.041∠-7.6°       |
| BUS-109                  | 0.148∠-165.1°     | BUS-036                   | 0.189∠4.9°        | BUS-004            | 0.041∠-173.0°     |
| BUS-133                  | 0.146∠-166.4°     | BUS-019                   | 0.185∠3.8°        | BUS-136            | 0.0405∠9.3°       |
| BUS-113                  | 0.166∠57.0°       | BUS-046                   | 0.179∠4.3°        | BUS-105            | 0.035∠-177.4°     |

Con base en esta información se analizó el efecto de la carga en los tres modos seleccionados, considerando distintas características de dependencia de voltaje. Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 4.11 y 4.12 considerando tres características típicas de carga: potencia constante, corriente constante e impedancia constante. Se puede observar claramente que la participación de la carga aumenta de manera significativa cuando estas exhiben mayor sensibilidad con respecto a la variación de voltaje. Se comprueba, asimismo, que en el caso en que la carga se comporta como potencia constante, el flujo de potencia modal se transmite totalmente a través de la red de transmisión aumentando la interacción entre generadores, y en consecuencia, disminuyendo la estabilidad de los modos de interés.

**Tabla 4.11**  
**Contribución de la carga a la potencia modal del modo Este-Oeste**

| Nodo    | Potencia Constante | Corriente constante<br>(- 0.0592+j4.598) | Impedancia constante<br>(-0.0821+j 4.625) |
|---------|--------------------|--|---|
| BUS-004 | 0.0                | 0.262x10 <sup>-4</sup>                   | 1.321 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-049 |                    | 0.197 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.967 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-056 | -                  | 0.182 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.894 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-036 |                    | 0.183 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.815 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-019 |                    | .0172 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.906 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-046 |                    | 0.170 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.830 x10 <sup>-4</sup>                   |
| BUS-062 |                    | 0.159 x10 <sup>-4</sup>                  | 0.765 x10 <sup>-4</sup>                   |

**Tabla 4.12**  
**Contribución de la carga a la potencia modal del modo Norte-Sur**

| Nodo    | Potencia Constante<br>(-0.060+j 2.678) | Corriente constante<br>(-0.0858+j 2.606) | Impedancia constante<br>(-0.0817+j 2.539) |
|---------|--|--|---|
| BUS-040 | 0.0                                    | 0.2320                                   | 0.2540                                    |
| BUS-136 |  | 0.1385                                   | 0.1459                                    |
| BUS-039 | -                                      | 0.1031                                   | 0.1170                                    |
| BUS-109 |  | 0.1017                                   | 0.1035                                    |
| BUS-113 |  | 0.09509                                  | 0.1000                                    |
| BUS-133 |  | 0.1524                                   | 0.0344                                    |
| BUS-049 |  | 0.08446                                  | 0.0751                                    |

En general, los resultados obtenidos en este trabajo muestran que la contribución de la carga disminuye en la cercanía de dispositivos de control de voltaje como máquinas síncronas y CEVs. Esto es, la contribución de la carga en la cercanía de nodos con voltaje prácticamente constante tiende a ser menor que la contribución de la carga en nodos con regulación pobre de voltaje. El efecto de la regulación de voltaje en la estabilidad del sistema dependerá de la combinación de la característica de control y las características de la carga.

Para ilustrar este fenómeno, se analizó el efecto del ajuste de la ganancia del CEV en el nodo BUS-006 en el amortiguamiento de los tres modos en estudio. En la tabla 4.13 se sintetizan algunos resultados indicando la potencia modal de la carga para cada una de las opciones de control consideradas. El análisis de estos resultados muestra claramente que la contribución de la carga disminuye cuando se aumenta el valor de la ganancia. Otros estudios no incluidos en esta memoria muestran que se obtienen efectos similares al reducir la constante de tiempo de los sistemas de control.

**Tabla 4.13**  
**Efecto del ajuste de la ganancia del CEV en el**  
**nodo BUS-06 en la potencia modal de carga, para el modo Este-Oeste**

| Nodo    | Potencia modal en la carga |                          |                           |
|---------|----------------------------|--------------------------|---------------------------|
|         | K=0<br>(-.0250±j4.457)     | K=50<br>(-0.0670±j4.610) | K=150<br>(-.0682±j4.6100) |
| BUS-004 | 0.476                      | 0.630x10 <sup>-4</sup>   | 0.575 x10 <sup>-4</sup>   |
| BUS-049 | 0.353                      | 0.462x10 <sup>-4</sup>   | 0.434 x10 <sup>-4</sup>   |
| BUS-056 | 0.324                      | 0.427x10 <sup>-4</sup>   | 0.400 x10 <sup>-4</sup>   |
| BUS-036 | 0.322                      | 0.420x10 <sup>-4</sup>   | 0.389 x10 <sup>-4</sup>   |
| BUS-019 | 0.316                      | 0.411x10 <sup>-4</sup>   | 0.390 x10 <sup>-4</sup>   |
| BUS-046 | 0.302                      | 0.397 x10 <sup>-4</sup>  | 0.373 x10 <sup>-4</sup>   |

El análisis de las potencias modales en la Tabla 4.10, por otro lado, sugiere que la modulación de la carga en nodos con una contribución importante al flujo de potencia modal puede utilizarse para mejorar el amortiguamiento de los modos débilmente amortiguados. Estudios recientes sugieren que esta opción de control puede ser más efectiva que la instalación de dispositivos múltiples de control en la red de transmisión [51].

## 4.5. ANÁLISIS DE ENERGÍA CINÉTICA

### 4.5.1 Obtención de los modos de energía

El modelo dinámico del sistema en estudio contiene 4278 modos de energía asociados a la representación dinámica de los 46 generadores en el sistema; éstos modos aparecen como la interacción de pares de modos fundamentales de movimiento. En la metodología adoptada de análisis, las características de los modos de energía dominantes asociados a los generadores seleccionados del análisis de generación modal se estudiaron utilizando la técnica propuesta en el capítulo 3.

La desviación de energía cinética individual ante una condición específica de falla se determinó mediante la relación:

$$\Delta KE_k = \frac{1}{2} M_k \left\{ \left[ \sum_{j=1}^n \xi_{kj} \eta_j^T \mathbf{x}^v e^{\lambda_j t} \right]^2 + \sum_{p=1}^n \sum_{q=p+1}^{n-1} \left( \xi_{kp} \eta_p^T \mathbf{x}^v \right) \left( \xi_{kq} \eta_q^T \mathbf{x}^v \right) e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \right\} \quad (4.2)$$

$k = 1, \dots, ng$

En la Tabla 4.14 se sintetizan los cinco modos de energía cinética con mayor participación en las desviaciones de energía de algunos generadores seleccionados, así como la magnitud de la participación.

Los resultados obtenidos para los diferentes generadores muestran una contribución importante de modos de energía formados por la combinación de modos interárea. Así, por ejemplo, el generador GEN-46 muestra una participación dominante de un modo local al área SE (modo 111) interactuando con el modo Este-Oeste. Cabe destacar en este análisis la interacción dominante de la combinación de los modos Este-Oeste y 168 con aproximadamente 73.7 %. Este patrón de oscilación se repite para el generador GEN-45, sugiriendo la utilización de dispositivos de estabilización multibanda diseñados para amortiguar de manera simultánea dos o tres modos de interés.

Adicionalmente, el análisis muestra en algunos generadores, la presencia dominante de un modo interárea, con una participación menor de la combinación de otros modos. Concretamente, el generador GEN-14 muestra la contribución dominante del modo 168, y en menor orden, la componente de energía asociada a la interacción de los modos 168-170.

**Tabla 4.14**  
**Coefficientes de energía para generadores de interés**

| Area | Generador | Modos dominantes                        | $\Delta EC (1x 10^{-6})$       |
|------|-----------|---|--------------------------------|
| SE   | GEN-46    | 111-162, 162-168, 162, 162-170, 111-168 | 3.86, 2.84, 2.67, 2.30, 2.05   |
|      | GEN-45    | 111-162, 162-168, 162-170, 111-168      | 1.82, 1.62, 1.54, 1.31, 0.964  |
|      | GEN-44    | 111-162, 111, 111-168, 111-170, 162-168 | 3.91, 2.68, 2.26, 1.91, 1.63   |
| O    | GEN-28    | 144-148, 144-162, 144, 148-162, 89-44   | 14.93, 13.17, 12.17, 8.08, 6.7 |
|      | GEN-23    | 144, 144-162, 89-144, 66-144, 144-168   | 20.34, 12.41, 7.82, 6.46, 5.00 |
| NE   | GEN-15    | 168, 167-168, 168-170, 167-170, 167     | 19.71, 11.54, 8.14, 2.38, 1.68 |
|      | GEN-14    | 168, 167-168, 168-170, 167-170, 167     | 33.38, 19.54, 13.17, 3.85, 2.8 |
|      | GEN-08    | 132-168, 132, 168, 132-170, 132-167     | 15.22, 9.01, 6.42, 4.97, 4.45  |

#### 4.5.2 Contribución de modos individuales a la energía del sistema

En esta sección se analiza el intercambio de energía asociado al efecto de un modo de energía generado por un solo modo de movimiento siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.3.1.1.

Los resultados obtenidos para los tres modos de interés se pueden ver en la tabla 4.15. Por su interés, se describen brevemente y se comparan entre sí, las características de oscilación de los modos seleccionados.

##### Modo de movimiento Norte-Sur

El análisis de los coeficientes de energía para este modo en la tabla 4.15 muestra claramente que los generadores en los sistemas del norte intercambian energía con los generadores en las áreas del sur del sistema. Los generadores GEN-14, GEN-15 y GEN-08 muestran la mayor participación.

##### Modo de movimiento interárea 168

Este modo muestra que los generadores GEN-14 y GEN-15 intercambian energía, principalmente con los generadores en las áreas N y NE. Es importante destacar que a diferencia del análisis del flujo de potencia modal, el análisis de energía revela una oscilación de naturaleza esencialmente local.

##### Modo de movimiento interárea Este-Oeste

El patrón de oscilación de este modo revela el intercambio de energía entre los generadores del área SE, particularmente los generadores GEN-44, GEN-45 y GEN-46 y los

generadores en el área O, específicamente los generadores GEN-28, GEN-11, GEN-12 y GEN-23.

**Tabla 4.15**  
**Desviación de energía cinética para**  
**los tres modos de menor frecuencia**

| Area | Máquina | Energía Cinética |              |                 |
|------|---------|------------------|--------------|-----------------|
|      |         | Modo Norte-Sur   | Modo 168     | Modo Este-Oeste |
| SE   | GEN-46  | 0.382∠167.3      | --           | 0.750∠-175.7°   |
|      | GEN-45  | 0.214∠167.1°     | --           | 0.432∠-177.0°   |
|      | GEN-44  | 0.262∠168.5°     | --           | 0.397∠-171.2°   |
|      | GEN-43  | 0.150∠172.5°     | --           | --              |
|      | GEN-42  | 0.130∠170.8°     | --           | --              |
|      | GEN-41  | 0.070∠167.5°     | --           | 0.126∠-174.9°   |
|      | GEN-02  | 0.119∠170.5°     | --           | --              |
|      | GEN-01  | 0.075∠170.5°     | --           | --              |
| C    | GEN-38  | 0.102∠170.8°     | --           | --              |
|      | GEN-32  | 0.167∠170.7°     | --           | 0.269∠0.8°      |
|      | GEN-31  | 0.060∠171.0°     | --           | 0.108∠0.9°      |
|      | GEN-30  | 0.054∠170.5°     | --           | 0.091∠0.2°      |
| O    | GEN-28  | 0.243∠170.5°     | --           | 1.000∠0.0°      |
|      | GEN-23  | 0.179∠170.3°     | --           | 0.531∠1.4°      |
|      | GEN-11  | 0.143∠171.9°     | --           | 0.502∠3.2°      |
|      | GEN-12  | 0.156∠171.6°     | --           | 0.634∠2.6°      |
| NE   | GEN-15  | 0.646∠-0.6°      | 0.590∠0.9°   | --              |
|      | GEN-14  | 1.000∠0.0°       | 1.000∠0.0°   | --              |
|      | GEN-13  | 0.203∠-9.0°      | 0.087∠174.3° | --              |
|      | GEN-10  | 0.224∠-10.2°     | 0.066∠176.2° | --              |
|      | GEN-09  | 0.202∠-10.7°     | 0.071∠177.9° | --              |
|      | GEN-08  | 0.527∠-11.8°     | 0.192∠176.6° | --              |
|      | GEN-07  | 0.193∠-7.6°      | --           | --              |
| N    | GEN-22  | 0.136∠-8.5°      | 0.104∠176.2° | --              |
|      | GEN-21  | 0.138∠-7.5°      | 0.095∠176.8° | --              |
|      | GEN-20  | 0.102∠-9.5°      | 0.055∠176.6° | --              |
|      | GEN-18  | 0.065∠-8.9°      | --           | --              |
|      | GEN-16  | 0.136∠-7.1       | 0.09∠175.2°  | --              |

-- Contribuciones menores al 5%

#### 4.5.3 Análisis de oscilaciones compuestas

En la sección anterior se asumió que la desviación de energía cinética es causada por la contribución individual de un modo de movimiento. En esta sección se analiza la presencia de oscilaciones compuestas para las máquinas de interés y se estudia el patrón de intercambio de energía.

En la Tabla 4.16 se pueden ver los modos con mayor participación en la desviación de energía cinética de los generadores, basándose en los estudios obtenidos del análisis de coeficientes de energía de la tabla 4.14. Se incluye también el valor propio asociado a cada modo de interés.

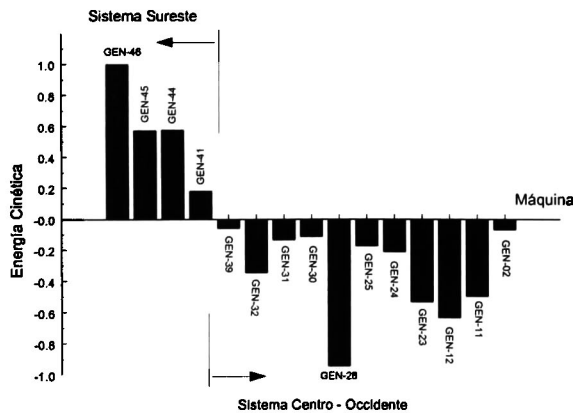
**Tabla 4.16**  
**Modos de energía dominantes para el sistema estudiado**

| Modo de Movimiento ( $\lambda_k$ ) | Modo de Movimiento ( $\lambda_m$ ) | Modo de energía $\epsilon = (\lambda_k + \lambda_m)$ | Valor propio  |
|------------------------------------|------------------------------------|--|---------------|
| 162                                | 168                                | $\eta_1$   | -0.259+j0.913 |
| 162                                | 170                                | $\eta_2$   | -0.153+j2.023 |
| 168                                | 170                                | $\eta_3$   | -0.278-j6.282 |
| 132                                | 162                                | $\eta_4$   | -0.291-j4.781 |
| 136                                | 162                                | $\eta_5$   | -0.197-j4.425 |
| 136                                | 168                                | $\eta_6$   | -0.321-j12.73 |

Es importante observar que los modos de energía pueden envolver oscilaciones de naturaleza local o distribuida. En los siguientes apartados se analizan dos casos específicos que ilustran el intercambio de energía entre dos áreas o grupos de generadores.

Modo de energía interárea  $\epsilon_1$

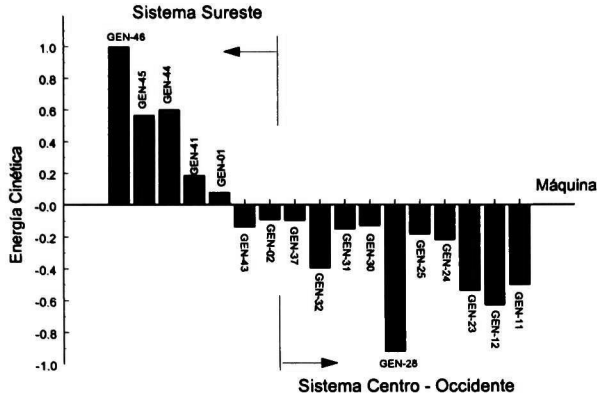
El patrón de oscilación asociado a este modo se presenta en la figura 4.5. Se puede observar que la naturaleza de éste modo, está dominada por el patrón de oscilación del modo Este-Oeste.



**Figura 4.5.- Modo de energía interárea  $\epsilon_1 = -0.259 + j0.913$  mostrando un patrón de oscilación Este - Oeste**

Modo de energía inter-área  $\mathcal{E}_2$

El análisis de este modo en la figura 4.6 presenta el mismo patrón de oscilación que el modo  $\eta_1$ .

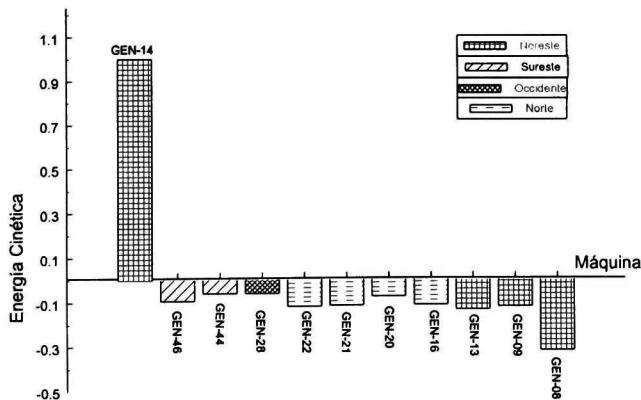


**Figura 4. 6.- Modo de energía inter-área  $\mathcal{E}_2=-0.153+j2.02$  mostrando un patrón de oscilación Este - Oeste**

En otros casos, sin embargo, el análisis de los modos de energía permitió determinar patrones de oscilación poco definidos o muy localizados dificultando, con ello, su interpretación. A continuación se presentan dos ejemplos específicos que ilustran este tipo de comportamiento.

Modo de energía inter-área  $\mathcal{E}_3$

Este modo presenta una característica esencialmente local en la cual el generador GEN-14 intercambia energía con el resto de los generadores del sistema. El histograma de resultados en la figura 4.7 ilustra claramente la naturaleza del fenómeno de intercambio de energía.

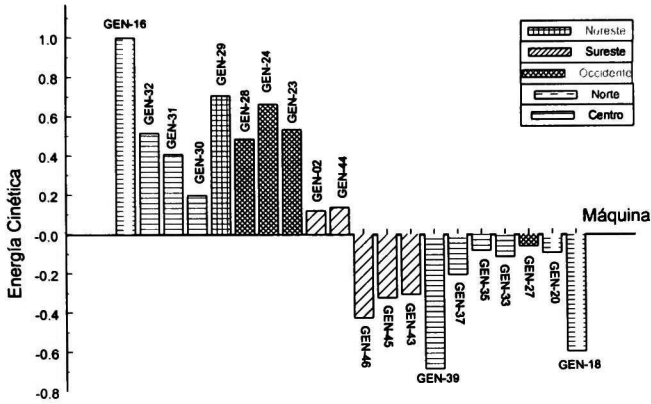




**Figura 4. 7.- Modo de energía inter-área  $\epsilon_3=-0.278+j6.282$  mostrando un patrón de oscilación de naturaleza local**

Modo de energía inter-área  $\epsilon_4$

Este modo presenta un fenómeno inter-área sin un patrón de oscilación definido como se muestra en la figura 4.8. Es importante destacar, sin embargo, la participación de un número importante de generadores en las distintas regiones del sistema.



**Figura 4. 8. - Modo de energía  $\epsilon_4=-0.291-j4.781$  sin un patrón de oscilación geográfico definido**

**4.5.4 Análisis del flujo de potencia modal asociado a la presencia de modos de energía**

A partir del conocimiento de los modos de energía dominantes, se analizó el efecto de estos modos en el flujo de potencia modal. La técnica fundamental de análisis elegida está basada en el método de flujo de potencia modal desarrollado, en donde el vector de inyecciones de corriente en la formulación de flujo de potencia consiste de una combinación lineal de dos modos de movimiento de interés (refiérase al procedimiento establecido en la sección 3.3.2).

Los resultados de estas simulaciones para los dos primeros modos de energía se muestran en la tabla 4.17. Nótese que la generación se presenta en forma normalizada con respecto a la mayor contribución.

Como se observa comparando el ángulo de fase de la generación modal, el análisis de las potencias modales asociadas al efecto combinado de dos modos de movimiento,

muestra un patrón de oscilación Este-Oeste. Por otra parte, se comprueba que el análisis modal identifica de manera correcta a los generadores dominantes para los modos  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ ; en este caso, el generador GEN-46 en el área SE y el generador GEN-28 en el área O.

Sin embargo, la aplicación de este método al estudio de otros modos de energía mostró resultados poco precisos en donde no es posible identificar el patrón de oscilación. Este aspecto puede deberse a las simplificaciones inherentes al método del flujo de potencia modal sugiriendo la utilización de un método de flujo de potencia modal de segundo orden.

**Tabla 4.17**  
**Potencia modal de generación para modos de energía**

| Area | Máquina | Modo $\epsilon_1$ | Modo $\epsilon_2$ |
|------|---------|-------------------|-------------------|
| SE   | GEN-46  | 1.000∠0°          | 1.000∠0°          |
|      | GEN-44  | 0.591∠-5.7°       | 0.622∠-4.1°       |
|      | GEN-45  | 0.564∠1.1°        | 0.563∠0.8°        |
|      | GEN-42  | 0.096∠-25.1°      | 0.212∠-17.6°      |
|      | GEN-41  | 0.177∠-2.7°       | 0.187∠-1.9°       |
|      | GEN-01  | 0.111∠-14.2°      | 0.149∠-10.3°      |
| C    | GEN-39  | 0.108∠-168.2°     | --                |
|      | GEN-32  | 0.367∠-161.6°     | 0.161∠-140.4°     |
|      | GEN-31  | 0.133∠-161.6°     | 0.059∠-142.1°     |
|      | GEN-30  | 0.120∠-160.6°     | 0.054∠-149.0°     |
| O    | GEN-28  | 0.753∠-161.0°     | 0.418∠-150.3°     |
|      | GEN-25  | --                | 0.145∠-160.7°     |
|      | GEN-23  | 0.462∠-163.5°     | 0.243∠-152.9°     |
|      | GEN-12  | 0.530∠-165.5°     | 0.278∠-156.5°     |
|      | GEN-11  | 0.420∠-166.2      | 0.219∠-157.4°     |

#### 4.5.5 Efecto de la aplicación de dispositivos de control en el intercambio de energía

La energía modal total proporciona una medida del grado de interacción entre generadores. En este sentido, un dispositivo de control puede utilizarse para disminuir la interacción asociada a un modo de interés. Para mostrar esto, se calculó el efecto de la aplicación de distintos dispositivos de control en la energía asociada a los modos dominantes.

En la Tabla 4.18 se ilustra el efecto de la aplicación de un CEV en el BUS-006 en el intercambio de energía. Como se observa, la ubicación adecuada de dispositivos de control permite disminuir el intercambio de energía entre las áreas que oscilan entre sí. Este método puede ser utilizado para determinar la ubicación óptima de dispositivos de control.

**Tabla 4.18**  
**Coefficientes de energía asociados al modo Norte-Sur**  
**mostrando el efecto de un CEV en el nodo BUS-006 con PSDC**

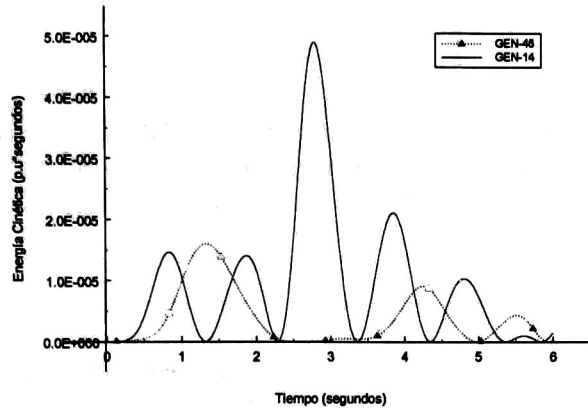
| <b>Generador</b> | <b>EC (p.u)<br/>Caso base</b> | <b>EC (p.u)<br/>CEV con PSDC</b> |
|------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| GEN-46           | 0.0665                        | 0.00085                          |
| GEN-45           | 0.0373                        | 0.00048                          |
| GEN-44           | 0.0469                        | 0.00058                          |
| GEN-08           | 0.0558                        | 0.00057                          |
| GEN-09           | 0.0227                        | 0.00021                          |
| GEN-14           | 0.0373                        | 0.00025                          |

#### **4.5.6 Comparación con el análisis en el dominio del tiempo y la frecuencia**

En esta sección se establecen comparaciones entre los métodos de análisis de pequeña señal y los métodos de análisis de respuesta a la frecuencia aplicados al estudio de señales obtenidas de estudios de estabilidad transitoria. A continuación se presentan algunos de los estudios realizados.

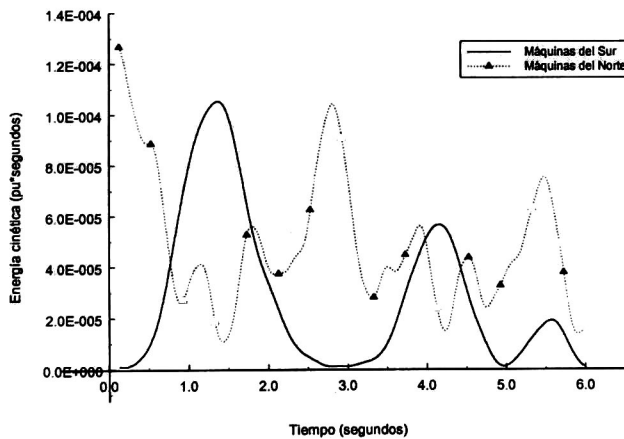
##### Análisis del modo Norte-Sur

Para excitar el modo Norte-Sur se simuló una falla en el nodo BUS-135 liberada mediante la apertura del enlace con el nodo BUS-135, sin considerar recierre. En la figura 4.9 se pueden ver las curvas de oscilación de la energía cinética para los dos generadores con mayor participación en este modo. Como se observa, el análisis de la energía cinética en el dominio del tiempo no permite tener una visión precisa del intercambio de energía. Una primera aproximación al estudio del fenómeno de intercambio de energía se obtuvo al calcular la energía cinética total de los generadores participantes en las dos áreas que intercambian energía (refiérase a la tabla 4.15). Las curvas de oscilación correspondientes a las dos áreas se muestran en la figura 4.10.



**Figura 4. 9.- Energía cinética de los generadores GEN-46 y GEN-14 para una falla trifásica en BUS-137-BUS-135**

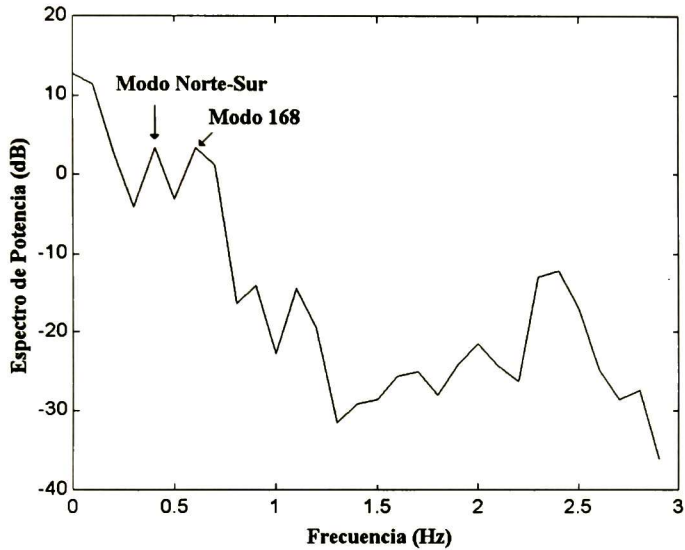
Se observa comparando las dos curvas, que los sistemas del norte y del sur oscilan esencialmente en contrafase. Es importante notar, sin embargo, que la curva de energía cinética de los sistemas del norte muestra la presencia de varias componentes de frecuencia superpuestas a la componente de frecuencia que oscila  $180^\circ$  fuera de fase con los sistemas del sur.



**Figura 4. 10. - Gráfico de la energía cinética entre los generadores del norte y sur para una falla en el nodo de BUS-135**

Para determinar la naturaleza de las componentes de frecuencia presentes en la energía cinética se adoptó el criterio de análisis del espectro de frecuencia de los generadores dominantes [52]. En la figura 4.11 se muestra el periodograma de la Densidad Espectral de Potencia (DEP) de la energía cinética del generador GEN-14.

Como se observa, la curva de DEP muestra claramente la presencia de los modos 168 y del modo Norte-Sur. Nótese que no se hicieron intentos específicos para determinar la presencia de modos de energía, debido a la naturaleza lineal de la técnica de estudio.



**Figura 4.11.- Periodograma de la DEP para el generador GEN-14**

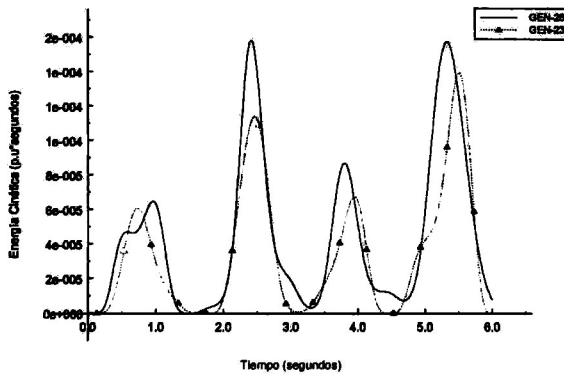
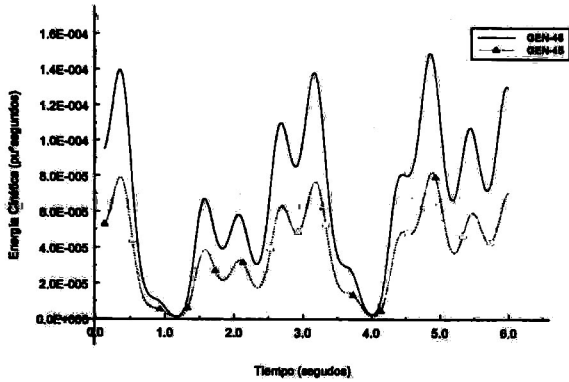
Para analizar la oscilación relativa entre generadores se estudiaron por separado las respuestas de los generadores de interés siguiendo el procedimiento en [50]. En cada caso se determinó la amplitud y fase de la desviación de energía cinética mediante el análisis de Prony. El análisis de Prony de la energía cinética de los generadores dominantes revela el intercambio de energía entre los generadores del área NE y los generadores en el área SE como se muestra en la tabla 4.19.

**Tabla 4.19**  
**Análisis de Prony de la desviación de**  
**energía cinética de generadores dominantes**

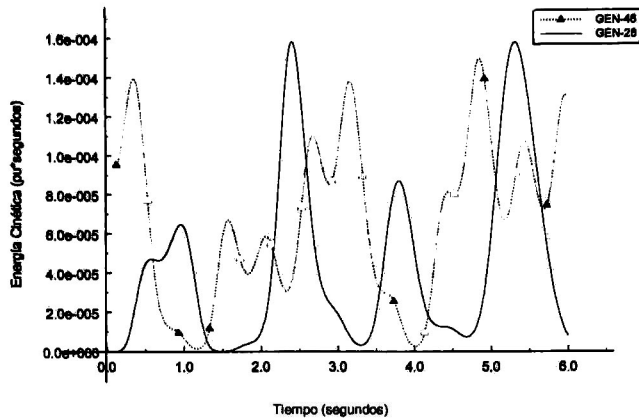
| Generador | Area | Amplitud | Fase (grados) |
|-----------|------|----------|---------------|
| GEN-08    | NE   | 21.06    | -84.19°       |
| GEN-14    | NE   | 20.75    | -99.81°       |
| GEN-09    | NE   | 5.18     | -61.06°       |
| GEN-07    | NE   | 2.13     | -63.15°       |
| GEN-46    | SE   | 11.78    | 97.62°        |
| GEN-44    | SE   | 7.36     | 106.56°       |
| GEN-45    | SE   | 2.90     | 130.77°       |

Análisis del modo Este-Oeste

El comportamiento de este modo se analizó mediante una falla en el nodo BUS-17 en 0.10 seg. liberada mediante la apertura de la línea BUS-17-BUS-41 y no se consideró recierre. El análisis de la desviación de energía cinética para los generadores con mayor participación en este modo en las figuras 4.12 y 4.13 muestra que los generadores en las áreas O y SE oscilan de manera coherente entre sí. La comparación en el tiempo de las curvas para los generadores dominantes en la figura 4.13 sugiere la formación del fenómeno interárea.



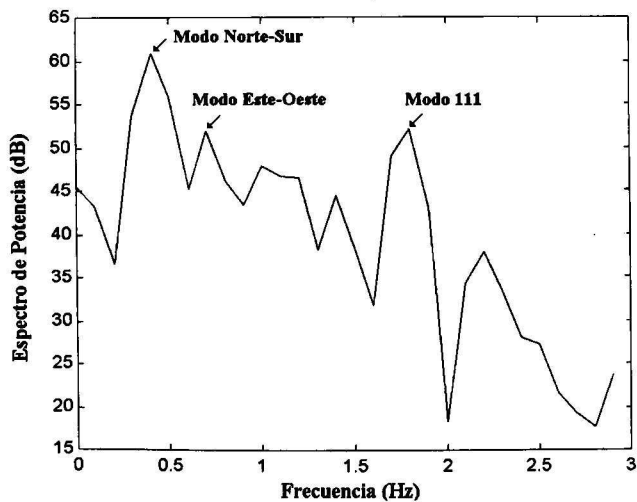
**Figura 4.12. - Gráfico de la energía cinética de generadores dominantes ante una falla trifásica en el nodo BUS-017 liberada mediante apertura de la línea BUS-017-BUS-041**



**Figura 4.13. - Desviación de energía cinética de los generadores GEN-46 y GEN-28**

Es importante destacar, sin embargo, que la naturaleza de la oscilación de energía cinética para el generador GEN-46 permite suponer la presencia de varias componentes de frecuencia. La naturaleza de los componentes presentes de frecuencia se obtuvo del periodograma de la DEP de la energía cinética del generador GEN-46 en la figura 4.14.

Como se observa, el análisis del periodograma de la energía cinética, permite identificar a los modos Norte-Sur, Este-Oeste, al modo 168 y al modo local 111. Estos resultados muestran una buena coincidencia con el análisis de energía cinética modal descrito en las secciones anteriores enfatizando la validez de los algoritmos desarrollados



**Figura 4.14.- Espectro de potencia de la desviación de energía cinética del generador GEN-46**

## CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

### 5.1 CONCLUSIONES GENERALES

El trabajo desarrollado en esta tesis se ha centrado en la aplicación de conceptos basados en el análisis de energía y potencia modal al estudio de oscilaciones electromecánicas. Los métodos presentados presentan una fuerte motivación física y constituyen extensiones naturales a los métodos convencionales existentes basados en el estudio de pequeña señal.

El análisis de las desviaciones de energía cinética de los generadores del sistema proporciona una primera estimación de la presencia de efectos no lineales en el sistema. Para un generador específico, la desviación de energía se interpreta en este análisis, como la contribución de dos modos de movimiento actuando simultáneamente; la magnitud de cada contribución indica, esencialmente, la influencia de cada combinación de modos en la desviación de energía. Así mismo, la fase de esta participación indica la oscilación relativa de los generadores del sistema en el intercambio de energía. La naturaleza del modelo resultante es similar al análisis de efectos de segundo orden en métodos de perturbación y puede utilizarse como una herramienta de interacción entre ambas metodologías.

El análisis propuesto es general y puede aplicarse al estudio del comportamiento no lineal del sistema. Sin embargo, el análisis de coeficientes de energía y la identificación de los modos de energía dominantes demanda, en principio, el cálculo de prácticamente todos los modos de movimiento. Esto resulta impráctico para el estudio de redes de gran dimensión. Por otro lado, el análisis del intercambio de energía proporciona información básicamente a nivel de generadores; no se identifica de manera precisa a los enlaces de transmisión a través de los cuales se realiza la interacción. Además, en los métodos propuestos no es posible identificar la participación individual de otros elementos como cargas o dispositivos de control.

Por otra parte, el método de flujo de potencia de oscilación proporciona de manera puntual, la contribución de los elementos de la red de transmisión al intercambio de potencia asociado a modos específicos de interés. A diferencia del enfoque de energía modal, este método puede utilizarse de manera eficiente al estudio de redes de gran dimensión al explotar de manera natural la estructura de los modelos del sistema.

En los estudios llevados a cabo, sin embargo, se obtuvieron resultados poco precisos en el análisis del intercambio de potencia en el sistema de transmisión asociado a diversos modos de energía, presumiblemente debido a las condiciones de linealidad consideradas. De los estudios obtenidos, se observa que el método de análisis modal proporciona resultados precisos para combinaciones de modos dominantes ya sea locales o de naturaleza interárea. Una posible solución a este problema es el desarrollo de métodos de flujo de potencia modal de segundo orden.



Los métodos de potencia y energía modal desarrollados proporcionan información complementaria que puede utilizarse de manera coordinada para el estudio y control de oscilaciones. En este sentido, estos métodos pueden incorporarse de manera eficiente a los algoritmos de pequeña señal existentes en la literatura de los sistemas eléctricos de potencia.

## **5.2 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

Las áreas futuras de investigación identificadas en este trabajo se pueden agrupar en cuatro apartados principales:

1. La generalización de los métodos propuestos para incluir una representación más detallada del sistema de potencia. En particular, la inclusión de las características de dependencia de frecuencia de la carga se sugiere como un aspecto de interés, debido a su relación con el problema de oscilaciones interárea. Otro problema de interés que aparece de estos estudios, es el análisis de flujo de potencia modal en sistemas CA/CD.
2. La extensión de los algoritmos propuestos para estudiar la respuesta no lineal del sistema de potencia, por ejemplo, en combinación con el método de formas normales. Específicamente, se considera deseable el disponer de métodos de flujos de potencia modal de segundo orden para su uso con métodos de perturbación.
3. El método de flujo de potencia modal puede ser utilizado para determinar patrones y estrategias de operación para estresar la operación del sistema. Este enfoque parece deseable como herramienta preliminar para estudios más detallados del sistema.
4. La incorporación de métodos de diseño de controles basados en conceptos de energía. Los estudios presentados sugieren la posibilidad de controlar modos de energía críticos utilizando un mismo conjunto de sistemas de control. Este tipo de formulaciones han sido planteadas en la literatura de los sistemas eléctricos de potencia, principalmente por investigadores en los países de Europa Oriental.

## El modelo clásico del sistema de potencia

Se introducen en este anexo las principales características del modelo clásico del sistema de potencia y se deducen algunas relaciones de interés para el estudio de la energía modal asociada a la representación de los generadores. Para una descripción más completa de estos modelos, pueden consultarse las referencias A.1 y A.2.

### A.1 Descripción del modelo clásico

El modelo clásico del sistema de potencia asume las siguientes consideraciones:

1. La potencia mecánica es constante
2. El par de amortiguamiento varía linealmente con la velocidad de la flecha del generador
3. El generador puede representarse como una fuente constante de voltaje  $E_q$  detrás de una reactancia transitoria  $X'_d$
4. El ángulo de potencia,  $\delta$ , coincide con el ángulo de la fuente de voltaje  $E_q$

Se asume además, que la red se reduce a los nodos internos de los generadores y que las cargas se representan como impedancias constantes.

Para cada generador, la ecuación de movimiento puede expresarse como:

$$\frac{2H_k}{\omega_R} \frac{d\omega_k(t)}{dt} = P_{m^k}(t) - P_{e^k}(t) - \frac{D_k}{\omega_R} \omega_k(t) \quad (\text{A.1})$$

$$k = 1, \dots, ng$$

en donde la potencia eléctrica es una función del ángulo de par  $\delta_k$  y el voltaje detrás de la reactancia transitoria  $E'_k$  definida como:

$$P_{e^k} = E_{kk} G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n E_k E_m (B_{km} \text{sen} \delta_{km} + G_{km} \text{cos} \delta_{km}) \quad (\text{A.2})$$

donde:

$\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$ , y  $G_{km} + jB_{km}$  es el elemento (k,m) de la matriz de admitancias nodales reducida a los nodos internos de los generadores.

Perturbando las ecuaciones (A.1) y (A.2) se obtiene la representación convencional de estado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}(t) \\ \Delta \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \omega_o \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta(t) \\ \Delta \omega(t) \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

en donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{J}$  y  $\mathbf{D}$  son matrices de dimensión  $ng \times ng$  definidas como:

$$\mathbf{M} = \text{diag}\{2H_1, 2H_2, \dots, 2H_{ng}\},$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{D_1, D_2, \dots, D_{ng}\},$$

y:

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_{km}] \quad ; \text{donde} \quad J_{km} = -E_k E_m (B_{km} \cos \delta_{km}^o - G_{km} \text{sen} \delta_{km}^o)$$

$$J_{kk} = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{ng} J_{km} \quad (A.4)$$

La matriz  $\mathbf{J}$  presenta las siguientes características:

- Esta matriz puede descomponerse en una parte simétrica asociada a las susceptancias  $B_{km}$  y una matriz antisimétrica (skew-symmetric) asociada a las conductancias  $G$ , tal que  $\mathbf{J}^T = -\mathbf{J}$ .
- La matriz  $\mathbf{J}$  es singular con nulidad 1
- La matriz  $\mathbf{J}$  es positiva semidefinida con excepción de los casos en que las resistencias de las líneas son muy grandes

## A.2 Factores de participación para el modelo clásico

Considérese que los vectores propio izquierdo y derecho asociados al valor propio  $\lambda_j$  se escriben en la forma siguiente:

$$\boldsymbol{\eta}_j^T = [\boldsymbol{\eta}_\delta^T \quad \boldsymbol{\eta}_\omega^T]$$

y

$$\boldsymbol{\xi}_j = \begin{bmatrix} \xi_\delta \\ \xi_\omega \end{bmatrix}$$

Para un valor propio,  $\lambda_j$ , los vectores propios derechos pueden obtenerse de la relación lineal:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \omega_0 \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_\delta \\ \xi_\omega \end{bmatrix} = \lambda_j \begin{bmatrix} \xi_\delta \\ \xi_\omega \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

Si se desprecia adicionalmente el amortiguamiento en el sistema y las resistencias, y utilizando las definiciones de valores y vectores propios se puede mostrar que:

$$\eta_{\omega'}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} = \frac{\lambda_i^2}{\omega_o} \eta_{\omega'}^T \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} \xi_{\delta'} = -\frac{\lambda_i^2}{\omega_o} \xi_{\delta'}$$

Además,

$$\xi_{\omega'} = \frac{\lambda_j}{\omega_o} \xi_{\delta'} \quad (\text{A.7})$$

Para el conjunto de  $n=2ng$  valores propios, se puede mostrar que:

$$\eta \mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} \xi = \Lambda \quad (\text{A.8})$$

donde:

$$\eta = \text{fila} \left[ \eta_{\omega_1}^T \quad \dots \quad \eta_{\omega_n}^T \right]$$

$$\xi = \text{col} \left[ \xi_{\delta_1}^T \quad \dots \quad \xi_{\delta_n}^T \right] \quad (\text{A.9})$$

$$\Lambda = -\frac{1}{\omega_o} \left[ \lambda_1^2 \quad \dots \quad \lambda_n^2 \right]$$

**Teorema A.1** Los factores de participación del iesimo modo son proporcionales a la energía cinética de los generadores. Para mostrar esto, considere que el vector  $\xi_{\omega'}$  se expresa en la forma

$$\xi_{\omega'} = \left[ \xi_{11} \quad \dots \quad \xi_{n1} \right]^T$$

Por consiguiente, el vector de factores de participación puede expresarse como:

$$\mathbf{FP} = \frac{\omega_o}{|\lambda_j|} \left[ H_1 |\xi_{11}|^2 \quad \dots \quad H_1 |\xi_{n1}|^2 \right]^T \quad (\text{A.8})$$

Debido a que el valor de  $\xi_{k1}$  puede ser interpretado como la velocidad de la k-ésima maquina asociada al modo j, los términos de la ecuación anterior pueden también interpretarse como energías cinéticas modales.

# REFERENCIAS

1. A. Olwegard, "Improvement of system stability in interconnected power systems", CIGRE Conference, Paris, 1983, Paper 32-17.
2. CIGRE Task Force 07, Analysis and Control of Power Systems Oscillations, Final Report, December 1996.
3. J. F. Hauer, "Strategic issues in large-scale damping control", IEEE/PES 1991, Summer Meeting Symposium on Inter-Area Oscillations, San Diego, CA, July 31, 1991.
4. IEEE Power engineering Society, IEEE Symposium on Inter-area Oscillations in Power Systems, IEEE Publication 95 TP 101, IEEE 1995.
5. Udo Bachmann, Istvan Erlich, Eckhard Grebe, "Analysis of interarea oscillations on the European electric power systems in synchronous parallel operation with the Central-European networks", IEEE Power Tech 99 Conference, Paper BPT99-070-12, Budapest, Hungary, August 29, Sept 2, 1999.
6. J. F. Hauer, C. W. Taylor, "Information, Reliability, and control in the new power system", Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania, June 1998, pp. 2986-2991.
7. John F. Hauer, "Robust damping controls for large power systems", IEEE Control Systems Magazine, January 1989, pp. 12-17.
8. J. F. Hauer, W.A. Mittelstadt, D.J. Maratukalam, M.K. Donnelly, W. A. Litzemberger, "Information functions and architecture for networked monitoring of wide area power system dynamics: experience with the evolving western system dynamic information network", WAMS Workshop I, Denver, CO, April 15-16, 1997, pp. 1-23.
9. Roger Treinen, Vijay Vittal, A. A. Fouad, "Application of a modal-based transient energy function to a large-scale stressed power system: assessment of transient stability and transient voltage dip",
10. V. Vittal, N. Bhatia, A.A. Fouad, "Analysis of the inter-area mode phenomenon in power systems following large disturbances", IEEE/PES 1991, Winter Meeting New York, Feb. 1991, paper 91 WM 228-7 PWRs.
11. C.M. Lin, V. Vittal, W. Klieman, A.A. Fouad, "Investigation Modal Interaction and Its Effects on Control Performance in Stressed Power Systems Using Normal Forms of Vectors Fields", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, May 1996.
12. M. Klein, G.J. Rogers, P. Kundur, "A fundamental study of inter-area oscillations in power systems", IEEE PES 1991 Winter Meeting, New York, February, 1991, Paper 91 WM 015-8 PWRs.
13. C. Jing, J. D. McCalley, "Analysis of sustained interarea oscillations in power systems using kinetic energy approach, Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control, FL, December 1994, pp 4067-4073.
14. C. Jing, J. D. McCalley, M. Kommanreddy, "An Energy Approach to analysis of interarea oscillations in power systems" IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2 May 96, pp. 734-740.
15. D. R. Ostojic, "Spectral monitoring of power dynamic performance", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 2, May 1993, pp. 445-451.
16. Bo E. Eliasson, David J. Hill, "Damping structure and sensitivity in the Nordel power system", IEEE/PES 1991 Winter Meeting, New York, February, 1991, Paper 91 WM 205-5 PWRs.
17. E. Z. Zhou, "Power oscillation flow study of electric power systems", Electrical Power & Energy Systems, Vol 17, No. 2, pp 143-150, 1995, Elsevier Science, Ltd.
18. A.R. Messina, M. Nayeibzadeh, "Advanced concepts of analysing static Var compensators to damp inter-area oscillation modes", ETEP, Vol. 9, No. 3, May/June 1999, pp. 159-165.
19. E. Barocio, A. R. Messina, "Application of perturbation methods to the analysis of low-frequency inter-area oscillations", IEEE PES 2000 Summer Meeting, 16-20 July 2000, Paper 79-03.
20. Paul Haase, "Breakthrough in stability assessment", EPRI Journal, July 1999.
21. J. Hauer, "The use of Prony analysis to determine model content and equivalent models for measured power system response", IEEE Symposium on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance, IEEE Publication 90<sup>TH</sup>0292-3 PWR, 1989, pp. 105-115.

22. J.F. Hauer, C.J. Demeure, L.L. Scharf, "Initial results in Prony analysis of power system response signals", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, No. 1, 1990, pp. 80-89.
23. J. Smith, F. Fatehi, J. Hauer, D. Trudnowski, "Transfer function identification in power system applications", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, 1991, pp. 118-126.
24. D. J. Trudnowski, J. M. Johnson, J. F. Hauer, "Making Pron analysis more accurate using multiple signals", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 14, No. 1, February 1999, pp. 226-231.
25. J. W. Pierre, D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, "initial results in electromechanical mode identification from ambient data", *IEEE PES Summer Meeting*, July 1996, Denver CO, paper 96 SM 523-1 PWRs.
26. Tom Anderson, Alex Golder, "Validation of on-line power systems dynamics measurements", 1999 *IEEE PES Summer Meeting*, 18-22 July 1999, Alberta Canada.
27. Peter W. Sauer, M.A. Pai, *Power System Dynamics and Stability*, Prentice Hall, 1998.
28. J.J. Pérez Arriaga, "Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems", *IEEE Trans. PAS*, Vol 101 (1982), pp 3117-3134.
29. Brian Porter, Roger Crossley, *Modal Control, Theory and Applications*, Taylor & Francis Ltd, 1972.
30. L. Meirovitch, "Introduction to Dynamics and Control", John Wiley & Sons, 1987.
31. A.M.A. Hadman., "Coupling Measures Between Modes and State Variables in Power System Dynamics", *Int. Journal of Control*, 1986, vol. 43, No.2,1029-1041.
32. V. J. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Graduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, 1989.
33. Jyotika Thapar, Vijay Vittal, Wolfgang Kliemann, A. A. Fouad, "Application of the Normal Form of Vector Fields to Predict Interarea Separation in Power Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 12, No. 2, May 1997, pp. 844-850.
34. S. K. Starrett, A.A. Fouad, "Nonlinear measures of Mode-Machine Participation", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 13, No. 2, May 1998, pp. 389-394.
35. Bo. Eliasson, David J. Hill, "Damping Structure and Sensitivity in the Nordel Power System", *IEEE/PES 1991, Winter Meeting*, New York, February, 1991, Paper 91 WM 205-5-PWRs.
36. John Argyris, Hans-Peter Mlejnek, "Dynamics of structures, Volume V", *Text on Computational Mechanics*, North-Holland 1991.
37. A. G. J. MacFarlane, "Use of Power and Energy Concepts in the Analysis of Multivariable Feedback Controllers", *Proc. IEE*, Vol. 116, No.8, August 1969, pp. 1449-1452.
38. Raymond A. De Carlo, Richard Saeks, *Interconnected Dynamical Systems –Electrical Engineering and Electronics/10*, Marcel Dekker, Inc., 1981.
39. G.J. Rogers, "Methods for Small Signal Analysis of very Large Power Systems", *Proceedings of the 28<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, Los Angeles, CA, December, 1987, pp. 393-398.
40. A. Román Messina, B.J. Cory, P.L. So, SSSP, *A Computer Program for Small Signal Stability Analysis*, User's manual, Energy & Power Systems Report No. 143, Imperial College, Department of Electrical Engineering, Energy & Electromagnetics Section, February, 1995.
41. Michele Bruccoli, Francesco Torelli, Michele Trovato, "State space representation of interconnected power systems for dynamic interaction studies", *Electric Power Systems Research*, 5 (1982) pp. 315-330.
42. P. Kundur, "Power System stability and control", McGraw-Hill, Inc, 1995.
43. R. Baker, G. Guth, W. Egli, P. Eglin, "Control algorithm for a static phase shifting transformer to enhance transient and dynamic stability of large power systems", *IEEE Trans. Vol. PAS-101*, No. 9, Sept. 1982, pp. 3532-3542.
44. John J. Paserba, Nicholas W. Miller, Einar V. Larse, Richard J. Piwko, "A thyristor controlled series compensation model for power system stability analysis", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 10, No. 3, July 1995, pp. 1471-1478.
45. A.R. Messina, C.A. Rivera S., D. Olguín S., D. Ruiz V., "Development of advanced analytical techniques for the study of subsynchronous torsional interactions with FACTS devices" *IEEE PowerTech, Budapest'99*, Hungary, August 29-September 2, 1999.
46. N. Martins, "Efficient eigenvalue analysis and frequency response methods applied to power system small-signal stability studies", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRs-1, No. 1, 1986, pp. 217-226.

47. D. Y. Wong, G.J. Rogers, B. Porretta, P. Kundur, "Eigenvalue analysis of very large power systems", IEEE/PES 1987, Winter Meeting, New Orleans, Paper 87 WM 102-7.
48. Discusión al artículo Y.Y. Hsu, C.J. Liu, C.T. Huang, "Application of power system stabilizers and static VAR compensators on a longitudinal power system", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 3, No. 4, November 1988, pp. 1464-1470.
49. A. Román Messina, J.M. Ramírez, J.M. Cañedo, "An Investigation on the Use of Power System Stabilizers for Damping Inter-Area Oscillations in Longitudinal Power Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 2, May 1998, pp. 552-559.
50. Ernesto Burgos González, Aplicaciones del Método de Prony al Estudio de Estabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia, Tesis de Grado de Maestría en Ingeniería, Universidad de Guadalajara, 1998.
51. J.E. Dagle, D.W. Miniarski, M.K. Donnelly, "End-use load control for power system dynamic stability enhancement", Pacific Northwest National Laboratory, February 1997.
52. T. Demiralp, A. Ademoglu, I. Istefanopulos, H. O. Gulcur, "Analysis of Event-Related Potentials (ERP) by Damped Sinusoids", Biological Cybernetics, 78, 1998, pp. 487-493.



**CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN  
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: **“Aplicación de Métodos de Potencia y Energía Modal al Análisis de Oscilaciones Interárea”**, el día 22 de Junio de 2001.

---

Dr. Arturo Roman Messina  
Investigador Cinvestav 3A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara

**EL JURADO**

---

Dr. Juan Manuel Ramírez Arredondo  
Investigador Cinvestav 3A  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara

---

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda  
Investigador Cinvestav 2C  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara





CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003912