

xx (108182.1)



CINVESTAV – IPN

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Unidad Guadalajara

CONTROL NEURONAL A BLOQUES: APLICACIÓN A UN MOTOR DE INDUCCIÓN DE DESPLAZAMIENTO LINEAL

**CINVESTAV I.P.N.
SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

Tesis que presenta:
Victor Hugo Benitez Baltazar

**CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS**

Para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

En la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Guadalajara, Jalisco, Noviembre del 2002

CLASIF.: TR16568 B46 2003³
ADQUIS.: 551-245
FECHA: 9-VII-2003
PROCED.: TCS15-2003
\$ _____

CONTROL NEURONAL A BLOQUES: APLICACIÓN A UN MOTOR DE INDUCCIÓN DE DESPLAZAMIENTO LINEAL

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Victor Hugo Benitez Baltazar

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica
Universidad de Guadalajara

Becario de CONACYT, Registro No. 158003

Directores de Tesis:

Aleksandr Georgievich LUKYANOV ✓
Dr. Alexander Georgievich Loukianov ✓
Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos ✓

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Noviembre del 2002

Agradecimientos

A mi familia, por todo su apoyo sin el cual no hubiera logrado llegar hasta aquí.

A Lizette, por todo su cariño, por su ayuda y por compartir los momentos buenos y los momentos difíciles, por compartir mi pasión por los estudios de maestría y por tener la paciencia de escuchar mis abstractas ideas de redes neuronales.

A mis asesores, Dr. Alexander G. Loukianov y Dr. Edgar N. Sánchez, por su confianza, paciencia, guía y talento depositados en mí y en mi tesis.

Al CONACYT, por el apoyo económico brindado durante mis estudios.

Al Cinvestav y sus profesores, por darme la oportunidad de estudiar la maestría y darme acceso a la investigación científica.

A mis amigos, que me han acompañado siempre.

A los que me han puesto obstáculos, superarlos me ha conducido por este camino.

*“Todo lo que no te mata te hace más fuerte”
Fredrich Nietzsche*

Índice General

1	Introducción	1
1.1	Propósito	1
1.2	Redes neuronales como alternativa de identificación	1
1.3	Control por bloques por modos deslizantes	2
1.4	Motor de inducción de desplazamiento lineal (MIL)	3
2	Modelo matemático del MIL	6
2.1	Introducción	6
2.1.1	Geometría y clasificación de los MIL	7
2.2	Ecuaciones fundamentales	10
2.3	Un MIL de tres fases	13
2.4	Modelo en dos fases	15
2.4.1	Transformación de Blondel	15
2.4.2	Modelo $\alpha - \beta$	17
2.4.3	Modelo en términos de flujos del secundario	19
2.4.4	Modelo $d-q$	21
3	Identificación neuronal	23
3.1	Introducción	23
3.2	Estructura RHONN	24
3.3	Modificaciones al esquema RHONN	26
3.4	Desarrollo del algoritmo de aprendizaje	27
3.4.1	Versión filtro regresor de la RHONN modificada	28
3.5	Convergencia de parámetros y modificación robusta	32
3.5.1	Error de modelado cero	34
3.5.2	Error de modelado diferente de cero	35
4	Métodos de diseño del control y observador	37
4.1	Control por bloques y modos deslizantes	37
4.1.1	Transformación por bloques	37
4.1.2	Retroalimentación discontinua	42
4.1.3	Control unitario	44
4.2	Diseño del observador	45

ÍNDICE GENERAL

4.2.1	Planteamiento del problema de diseño del observador	45
4.2.2	Observador de orden reducido	47
5	Control del MIL	50
5.1	Modelo $\alpha - \beta$ en espacio de estado	50
5.2	Diseño del observador	51
5.3	Resultados con el modelo $\alpha - \beta$	53
5.3.1	Identificación del modelo $\alpha - \beta$	54
5.3.2	Control con el modelo $\alpha - \beta$	56
5.4	Resultados con el modelo $d - q$	62
5.4.1	Identificación del modelo $d - q$	63
5.4.2	Control con el modelo $d - q$	64
6	Conclusiones	68
6.1	Trabajo futuro	69
	Apéndice A	75

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se describe brevemente el propósito de la tesis y las técnicas de las cuales se hace uso: Redes Neuronales, Control por Bloques y el Motor de Inducción de Desplazamiento Lineal. También, se describe brevemente la organización de la misma.

1.1 Propósito

El objetivo de la presente tesis es desarrollar un método de identificación y control basado en redes neuronales y control a bloques, para un Motor de Inducción de Desplazamiento Lineal (MIL). Tomando en cuenta la complejidad de la planta, se hará uso de sus respectivos modelos $\alpha - \beta$ y $d - q$, con el fin de comparar sus comportamientos ante las señales de control diseñadas y el algoritmo de identificación usado. Se mostrará además, la robustez del esquema de identificación y control. Se compararán las respuestas dinámicas del MIL en sus versiones $\alpha - \beta$ y $d - q$, con el propósito de mostrar que el algoritmo de identificación y control propuesto es viable en ambos modelos.

1.2 Redes neuronales como alternativa de identificación

La investigación en redes neuronales (RN) ha suscitado desde los años ochenta un interés creciente, debido a las capacidades de éstas para aprender y adaptarse

a condiciones cambiantes.

Recientemente se ha realizado una gran cantidad de investigación en la aplicación de redes neuronales para identificación y control de sistemas dinámicos, como puede apreciarse en [26], [6].

De acuerdo a su estructura, las RN pueden ser clasificadas como redes neuronales estáticas (RNE) y redes neuronales dinámicas (RND) o recurrentes [6]. Es bien sabido que una RNE es capaz de aproximar cualquier función continua. Sin embargo una RNE realiza un mapeo estático. Sin la ayuda de retardos, la RNE es incapaz de representar un mapeo dinámico. Aunque numerosos investigadores han usado las RNE con retardos para encarar los problemas de mapeos dinámicos, las RNE requieren un gran número de neuronas para representar la respuesta dinámica en el dominio del tiempo [26]. Por otro lado, las RND tienen mayor capacidad que las RNE, tales como transformaciones dinámicas y la habilidad de almacenar información para uso posterior. Dado que las redes recurrentes tienen un lazo interno de retroalimentación, pueden capturar la respuesta dinámica de un sistema sin la retroalimentación a través de retardos. Por tanto, las RND son más adecuadas para sistemas dinámicos que las RNE. El presente trabajo hace uso de RND.

1.3 Control por bloques por modos deslizantes

La estrategia de control de estructura variable (VSC) usando modos deslizantes ofrece un número de propiedades atractivas para el seguimiento de una señal de referencia, tales como robustez a variaciones de parámetros, rechazo de perturbaciones externas y dinámicas rápidas. En esta tesis se emplea la técnica de control por bloques [21] para diseñar la variedad deslizante no lineal. Para aplicar tal técnica, se parte del modelo

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u \tag{1.1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, los elementos de los vectores f y la matriz B son funciones suaves de todos sus argumentos, sobre el intervalo $t \in [0, \infty)$. El sistema (1.1) puede ser representado en la forma de r bloques como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, t) + B_1(x_1, t)x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_i, t) + B_i(x_1, x_2, \dots, x_i, t)x_{i+1} \\ \dot{x}_r &= f_r(x_1, x_2, \dots, x_r, t) + B_i(x_1, x_2, \dots, x_r, t)u \end{aligned} \tag{1.2}$$

donde $i = 2, \dots, r - 1$. Una de las condiciones para llevar a cabo este método es que la matriz B_i que multiplica a x_{i+1} , el cual funciona como un control ficticio (“cuasicontrol”), sea de rango pleno.

1.4 Motor de inducción de desplazamiento lineal (MIL)

A continuación se enuncia brevemente una descripción y se detallan algunos aspectos importantes de esta máquina eléctrica.

Los motores eléctricos de desplazamiento lineal pertenecen al grupo especial de máquinas eléctricas que convierten directamente energía eléctrica en energía de movimiento translacional; es decir, son dispositivos que producen movimiento unidireccional o bidireccional en línea recta o movimiento lineal. Al igual que el motor rotativo, el MIL comparte la propiedad de poder ser usado como motor o como generador, aunque con ciertas restricciones [2].

En un MIL se generan fuerzas electromagnéticas entre un *estator*, o elemento fijo y un *traslador*, o elemento móvil, los cuales interactúan entre sí. Dado que cada máquina electromagnética rotativa tiene su contraparte lineal, existen analogías para visualizar la estructura del MIL, como lo muestra la figura 1.1, donde se ilustra la creación de un MIL a partir de un motor rotativo al desenrollarlo, obteniéndose así, una topología *planar de un solo lado*. Los MIL pueden ser clasificados como [11]:

- motores lineales de corriente directa,
- motores de inducción lineal,

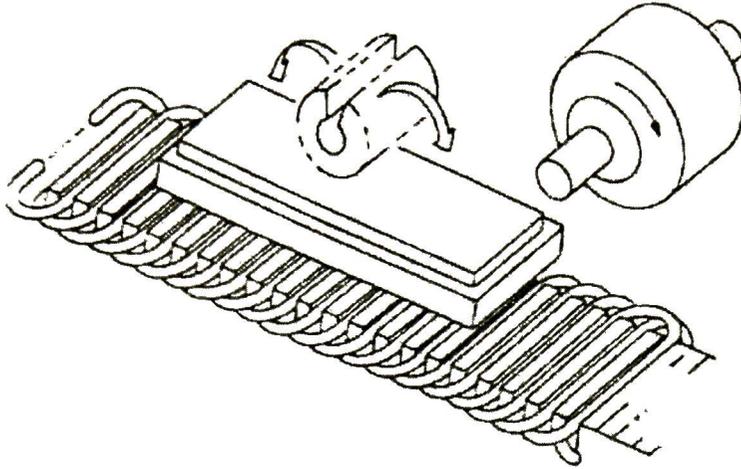


Figura 1.1: Obtención del MIL a partir de una máquina eléctrica rotativa.

- motores lineales síncronos, incluyendo los motores a pasos,
- motores híbridos.

Los más populares son los motores de inducción lineal y los motores lineales síncronos (MLS), que pueden ser encontrados en numerosas aplicaciones industriales y de transporte [11]; entre ellas se destaca el gran interés por los sistemas de transporte de alta velocidad mediante levitación magnética; esto es, vehículos que son suspendidos magnéticamente y que en la actualidad pueden alcanzar velocidades cercanas a los 600km/h siendo propulsados por motores lineales síncronos [24]. Algunas aplicaciones importantes de los MIL, se encuentran en la industria de semiconductores, electrónica, médica, manejo de materiales y personas, máquinas herramientas y robótica.

Aunque recientemente se han desarrollado algoritmos de control del MIL, todavía existen problemas no resueltos en la implementación de dichos controladores [32]. En [32] se reportan dificultades encontradas al usar modos deslizantes en un controlador adaptable basado en redes neuronales; tales como el cascabeleo (“chattering”) y la imposibilidad de estimar las ganancias adecuadas cuando e-

xiste variación de parámetros. Como veremos en esta tesis, dichos problemas quedan resueltos al usar modos deslizantes, un esquema de identificación neuronal basado en una clase de redes recurrentes y control por bloques.

La tesis se encuentra organizada de la siguiente forma: en el capítulo 2, se obtiene el modelo matemático del MIL, partiendo de un modelo de tres fases, se obtiene un modelo de dos fases ($\alpha - \beta$) a partir de la transformación de Blondel. Se muestra también el modelo $d - q$ del MIL el cual puede ser obtenido mediante transformaciones similares al modelo $\alpha - \beta$. El capítulo 3 está basado principalmente en [17] y [10], donde se muestran la estructura y propiedades de la red neuronal utilizada. En el capítulo 4 se muestra la técnica de control por bloques, la cual es aplicada a la estructura neuronal y se diseña un observador de estados. En el capítulo 5 se muestran los resultados de simulación del esquema de identificación y control propuesto. Finalmente, en el capítulo 6 se dan las conclusiones obtenidas a partir de este trabajo de tesis y el trabajo futuro propuesto.

Capítulo 2

Modelo matemático del MIL

En este capítulo se obtiene el modelo matemático del MIL. El capítulo comienza con una introducción que explica las formas de clasificar los MIL, para posteriormente desarrollar un modelo de tres fases y, mediante una transformación, obtener el modelo de dos fases.

2.1 Introducción

Si comparamos un MIL con su contraparte rotativo, resulta que el modelo y el control del MIL son mucho más complejos; esto debido a que en el MIL aparecen efectos no deseados (p.e efectos de borde longitudinales), dada la construcción de este tipo de motor; originando un controlador de difícil implementación. Estas desventajas justificaban en parte el bajo interés por desarrollar esquemas de control y la utilización tan restringida de estas máquinas.

Sin embargo, hoy en día la gran disponibilidad de interruptores de alta potencia y del bajo costo de circuitos integrados para el procesamiento de señales de alta velocidad, permiten la implementación de controladores desarrollados a partir de esquemas no lineales de control. Algunos de estos controladores están basados en inversores de frecuencia variable, lo que permite el control de velocidad [2]. La manera más simple de controlar la velocidad, posición o fuerza (empuje) de un motor lineal es usar un control V_1/f_1 (voltaje/frecuencia) con un modulador de ancho de pulso [2], [11] conocido como control vectorial.

El modelo matemático del MIL es similar al del motor de inducción rotati-

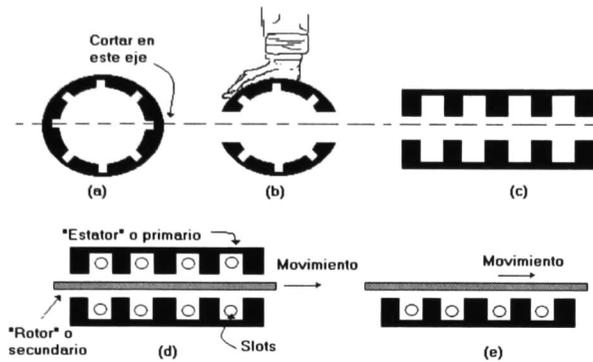


Figura 2.1: Obtención de un MIL a partir de un motor rotativo.

vo (MIR), (véase [11]); de allí que su modelo resulta del uso de transformaciones como en el caso rotativo. Sin embargo sus características de control son más complicadas; los parámetros del MIL son variables en el tiempo debido a los cambios en las condiciones de operación, tales como la velocidad de movimiento lineal, temperatura y configuración del riel. Los parámetros variantes más significativos en un MIL son la resistividad del riel, la dinámica del entre-hierro, la frecuencia de deslizamiento (“slip frequency”), el desbalance de fase, la saturación de la inductancia de magnetización y los efectos de bordes. De allí que su modelo sea difícil de obtener completamente.

2.1.1 Geometría y clasificación de los MIL

El MIL podrá ser obtenido cortando un MIR a lo largo de su radio frontal, y desenrollándolo sobre una superficie plana. De esta nueva forma el *estator* es denominado *sector primario* mientras que el *rotor* es llamado el *sector secundario*, (ver figura 2.1). Además el campo magnético giratorio se transforma en consecuencia en un campo magnético de translación, por lo que el par electromagnético se transforma en una fuerza o empuje mecánico. Esto se debe a que el torque es una fuerza que actúa a una distancia determinada; eliminando dicha distancia (eje de rotación), éste torque se convierte en una fuerza lineal directa, (ver figura 2.2). Como los circuitos magnéticos de la figura 2.1 se convierten en una

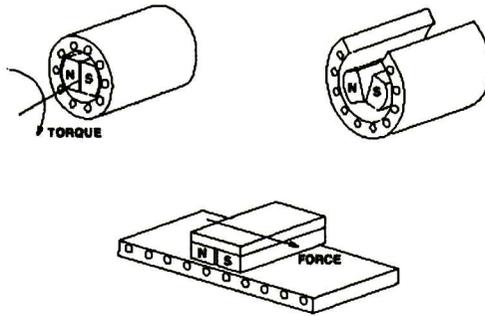


Figura 2.2: Proceso imaginario de desenrollar un motor rotativo.

estructura abierta para las líneas de flujo magnético localizadas en el plano que contiene la dirección del movimiento, los devanados, las distribuciones del campo magnético y el desempeño en general del MIL muestran notables diferencias con respecto a la máquina rotativa. Si bien es conocido que existen numerosas variaciones topológicas de los MIL, en este capítulo se presentará el desarrollo para la obtención del modelo del MIL simple (de un solo estator).

Desde el punto de vista geométrico los MIL son clasificados como:

1. de primario o secundario movable,
2. doble o simple,
3. planar o tubular,
4. de primario o secundario corto,
5. con flujo magnético transversal o longitudinal.

Los devanados de un MIL planar de un solo estator tienen las siguientes características: los primarios son usualmente devanados en tres fases, con el número de ranuras por polo por fase dado por

$$q_1 = \frac{z_1}{2pm_1} > 1 \quad (2.1)$$

donde z_1 es el número de ranuras en el primario totalmente ocupados por los conductores, m_1 es el número de fases primarias y $2p$ el número de polos en el primario. Los devanados del sector secundario, en general tienen parámetros distribuidos. Para los MIL de un solo estator, los devanados del secundario consisten de un núcleo de acero sólido, cuya superficie adyacente al entre-hierro es cubierta con una placa de aluminio o cobre; los circuitos magnéticos del MIL son hechos de los mismos materiales blandos magnéticos, que los empleados para motores de inducción rotativos. Las ecuaciones de movimiento, usadas en el diseño de un MIL de un solo estator, son similares al diseño de cualquier máquina eléctrica. En síntesis los datos generales para el diseño de un MIL con un solo estator son:

1. geometría (flujo magnético transversal o longitudinal),
2. tipo del devanado en el primario (distribuido o concentrado, de capa simple o doble),
3. tipo de carril (material sólido ferromagnético, de doble capa o multicapa),
4. fuerza de empuje F_x para una frecuencia de entrada y velocidad lineal,
5. frecuencia de entrada H_z ,
6. velocidad lineal \dot{q}_m ,
7. voltaje de entrada V_1 y el tipo de conexión del devanado primario (Y o Δ),
8. ciclo de trabajo (continuo, tiempo corto, tiempo corto intermitente).

El siguiente grupo de restricciones se utiliza frecuentemente en el diseño de un MIL:

1. fuerza de atracción máxima,
2. mínima eficiencia η ,
3. mínimo factor de potencia $\cos(\phi)$,

4. máxima entrada de corriente I_1 ,
5. máxima densidad de flujo para cualquier parte del circuito magnético,
6. plenitud de las ranuras,
7. máxima temperatura del devanado primario,
8. pulsación máxima del empuje F_x ,
9. acotamiento sobre las variables de diseño.

2.2 Ecuaciones fundamentales

La velocidad lineal del armónico fundamental de la fuerza magnetomotriz (MMF), producida por el sector primario, es llamada velocidad síncrona, y se formula como

$$v_s = \frac{2\tau}{T} = 2f\tau = \frac{\omega}{\pi}\tau \quad (2.2)$$

donde $\omega = 2\pi f$, es la frecuencia angular de entrada; τ es la distancia entre polos y $f = \frac{1}{T}$, es la frecuencia de entrada. La velocidad síncrona del MIL depende de la frecuencia de la corriente de entrada y de la distancia entre polos. Es independiente del número de polos $2p$.

El secundario de un MIL se desplaza con una velocidad lineal $v < v_s$ a lo largo del eje x . Así el deslizamiento s se define como

$$s = \frac{v_s - v}{v_s} \quad (2.3)$$

Las ecuaciones dinámicas correspondientes a los circuitos eléctricos de una máquina de corriente alterna (C.A.) con m_1 devanados de fase primaria, m_2 devanados de fase secundaria se describen por la siguiente ecuación matricial

$$V(t) = Ri(t) + \frac{d}{dt}(D_e(q_m)i(t)) \quad (2.4)$$

donde $V(t)$ es el vector de voltajes de dimensión $m_1 + m_2$, $i(t)$ es el vector de corrientes de dimensión $m_1 + m_2$, R es la matriz diagonal cuadrada de resistencias

de orden $m_1 + m_2$, y D_e es la matriz diagonal cuadrada de inductancias de orden $m_1 + m_2$, el secundario es dividido en m_2 circuitos con una distribución de la densidad de corriente uniforme. Para obtener un modelo matemático completo, se incluye la siguiente ecuación mecánica

$$D_m \ddot{q}_m + R_m \dot{q}_m = \tau(t) \quad (2.5)$$

donde q_m es la posición del secundario, $\tau(t)$ es la fuerza electromagnética o empuje mecánico, D_m es la masa del sector secundario y R_m es la constante de amortiguamiento viscoso mecánico. Las ecuaciones (2.4) y (2.5) se relacionan por medio de la fuerza electromagnética o empuje desarrollado por el motor como resultado de la conversión de energía eléctrica en energía mecánica; esto es

$$\tau(t) = \frac{1}{2} i^T(t) \frac{\partial D_e(q_m)}{\partial q_m} i(t) \quad (2.6)$$

La diferencia fundamental entre un motor de inducción rotativo y un MIL es la longitud finita en los circuitos magnéticos y eléctricos del MIL en la dirección del campo viajero (“travelling field”). Los circuitos magnéticos abiertos provocan fenómenos conocidos como *efectos de borde longitudinales*; estos efectos son parásitos. Se supone en este trabajo de tesis, que el primario está fijo mientras que el secundario se desplaza con una velocidad \dot{q}_m en la dirección x . Es posible probar [33] que en el extremo de la entrada, la componente B_{mz} de la densidad de flujo magnético en el entre-hierro es muy débil y en el extremo de la salida la componente normal es amplificada, (ver figura 2.3). Despreciando las ranuras, la distribución de la componente normal en la dirección x a la velocidad $\dot{q}_m = 0$ puede ser considerada aproximadamente como una función rectangular. Para velocidades altas existirá una fuerte influencia de los efectos de borde longitudinales; mientras que para $\dot{q}_m \neq 0$ la distribución de la componente normal de la densidad de flujo magnético llega a ser aproximadamente una función trapezoidal, (véase figura 2.3). La influencia de los efectos de borde sobre el desempeño, es especialmente fuerte para los MIL en altas velocidades. Sin embargo dichos efectos no afectan significativamente a bajas velocidades.

Los efectos de borde longitudinal aparecen en la forma de:

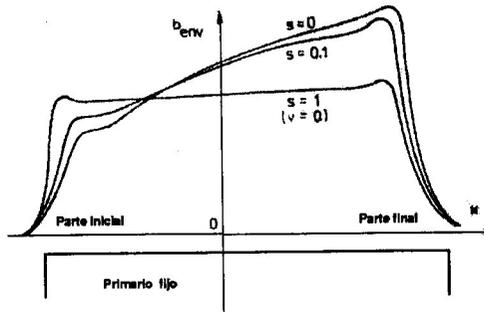


Figura 2.3: La envolvente de la componente normal de la densidad de flujo magnético a lo largo del eje z .

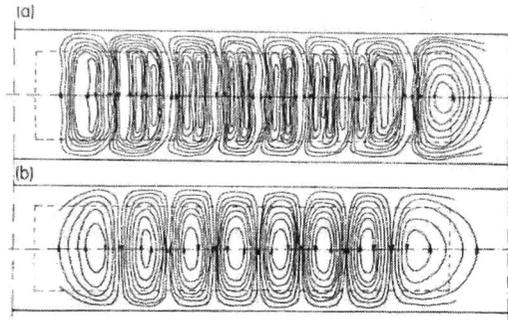


Figura 2.4: Efectos de bordes longitudinales en el secundario de un MIL de primario pequeño -distribución de corrientes de Eddy para: (a) $s = 0.12$, (b) $s = 1.0$.

- Distribución no uniforme dependiente de la velocidad en la densidad de flujo magnético en el entre-hierro, (Figura 2.3), así como una no uniformidad en la distribución de las corrientes de Eddy en el secundario, (Figura 2.4).
- Corrientes de fase desbalanceadas.
- Fuerzas de frenado parásitas; estos efectos son debidos al corte abrupto de la onda viajera en cada extremo de un MIL. La física de dichos efectos no es clara; son causadas por la interferencia de las ondas de la densidad de flujo magnético (la onda viajera con velocidad síncrona (2.2) y (2.3), la resonancia de las señales en cada extremo del circuito magnético, y las

ondas generadas por las corrientes de Eddy en el secundario), así como por el cambio de paso en las reluctancias del flujo magnético en cada extremo del circuito magnético.

2.3 Un MIL de tres fases

En esta sección se obtiene el modelo de un MIL de tres fases con el secundario desplazándose a una velocidad \dot{q}_m , bajo las siguientes suposiciones:

1. *Las corrientes del sector primario y la velocidad del secundario son las únicas variables medidas.*
2. *Los parámetros del motor son desconocidos.*
3. *Las únicas entradas de control son los voltajes aplicados al sector primario.*
4. *Los dos neutros de los circuitos del primario y secundario son aislados.*
5. *Las terminales del secundario se encuentran en corto circuito internamente.*
6. *Se desprecian los efectos de bordes longitudinales.*

Bajo estas suposiciones, la matriz de entradas al sector primario tiene una forma dada por

$$M_e^3 = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

donde $M_e^3 \in \mathfrak{R}^{6 \times 3}$, I_n es la matriz identidad de orden n , el vector de entradas es $V^3 = [V_1 \ V_2 \ V_3]^T$ y el superíndice usado a lo largo de esta sección denota la naturaleza de tres fases del sistema. El vector de coordenadas puede ser presentado como

$$\begin{aligned} q_e &= q_e^3 = [q_s^T \ q_r^T]^T \\ q_s &= [q_{s1} \ q_{s2} \ q_{s3}]^T \\ q_r &= [q_{r1} \ q_{r2} \ q_{r3}]^T \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde q_e es el vector de carga eléctrica y los subíndices s y r denotan la pertenencia de las variables al sector primario y secundario respectivamente. Acerca de los términos disipativos eléctricos, se supone que los tres devanados del sector primario tienen el mismo valor de resistencia R_s . La suposición se extiende para los devanados del secundario, cuyo valor de resistencia es R_r . Con estas consideraciones, la matriz de resistencias toma la siguiente forma

$$R_e = \begin{bmatrix} R_s I_3 & 0 \\ 0 & R_r I_3 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Con base en las analogías con el caso rotativo [18], la estructura de la matriz de inductancias en (2.4) toma la forma

$$D_e(q_m) = \begin{bmatrix} L_s I_3 & L_{sr} U(q_m) \\ L_{sr} U^T(q_m) & L_r I_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde q_m es la posición del secundario, L_s y L_r son las inductancias del primario y secundario respectivamente, L_{sr} es la inductancia mutua entre el primario y el secundario, y

$$U(q_m) = \begin{bmatrix} \cos(q_m) & \cos(q_m + \frac{2}{3}\pi) & \cos(q_m - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(q_m - \frac{2}{3}\pi) & \cos(q_m) & \cos(q_m + \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(q_m + \frac{2}{3}\pi) & \cos(q_m - \frac{2}{3}\pi) & \cos(q_m) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Se define la matriz $V(q_m)$ como

$$V(q_m) = \begin{bmatrix} 0 & L_{sr} W(q_m) \\ L_{sr} W^T(q_m) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

donde

$$W(q_m) = \begin{bmatrix} \sin(q_m) & \sin(q_m + \frac{2}{3}\pi) & \sin(q_m - \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(q_m - \frac{2}{3}\pi) & \sin(q_m) & \sin(q_m + \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(q_m + \frac{2}{3}\pi) & \sin(q_m - \frac{2}{3}\pi) & \sin(q_m) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

De esta manera, usando (2.4)-(2.13), el modelo completo para el MIL de tres fases esta dado por

$$D_e(q_m) \ddot{q}_e^3 - V(q_m) \dot{q}_e^3 \dot{q}_m + R_e \dot{q}_e^3 = M_e^3 u^3 \quad (2.14)$$

$$M \ddot{q}_m + B \dot{q}_m + F_{Lx}(\dot{q}_m, q_m) = F_x(\dot{q}_e^3, q_m) \quad (2.15)$$

con

$$F_x(\dot{q}_e^3, q_m) = \dot{q}_s^T W(q_m) \dot{q}_r \quad (2.16)$$

y $F_{Lx}(\dot{q}_m, q_m)$ como la fuerza externa aplicada. Debido a que las corrientes en el modelo anterior pueden tomar cualquier forma, debe notarse que una de ellas es redundante, puesto que, debido al neutro aislado, las expresiones

$$\dot{q}_{s_1}(t) + \dot{q}_{s_2}(t) + \dot{q}_{s_3}(t) = 0 \quad (2.17)$$

$$\dot{q}_{r_1}(t) + \dot{q}_{r_2}(t) + \dot{q}_{r_3}(t) = 0 \quad (2.18)$$

siguen siendo válidas en todo instante de tiempo. Con base en la observación anterior, en la siguiente sección se presenta la transformación que permite obtener un modelo de orden reducido equivalente al modelo (2.14), (2.15).

2.4 Modelo en dos fases

La suposición de neutros aislados, en los circuitos del primario y secundario, establece el hecho de que una de las corrientes tanto del primario como del secundario son redundantes en el modelo de tres fases. Usando esta característica, es posible obtener un modelo equivalente en dos fases. En este sentido, se hace uso de la transformación de Blondel y siguiendo [22], se obtiene el modelo $\alpha - \beta$.

2.4.1 Transformación de Blondel

Considere los devanados del primario en un motor de inducción lineal de tres fases. Si se supone que son idénticos en las tres fases y distribuidos sinusoidalmente, entonces las corrientes también estarán distribuidas sinusoidalmente. Estas distribuciones de corrientes tienen idénticos factores d y por lo tanto están dadas como

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{s_1} &= d \sin(\theta) \dot{q}_{s_1} a_z \\ \mathcal{J}_{s_2} &= d \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \dot{q}_{s_2} a_z \\ \mathcal{J}_{s_3} &= d \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \dot{q}_{s_3} a_z \end{aligned} \quad (2.19)$$

donde θ es la posición angular con respecto a la cual la magnitud de la distribución es medida y a_z es el vector unitario en el eje z . La distribución de corriente total

del primario puede ser obtenida como la suma de las expresiones (2.19), esto es

$$\mathcal{J}_{s_T} = d \left[\left(\dot{q}_{s_1} - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_2} - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_3} \right) \sin(\theta) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_3} \right) \cos(\theta) \right] a_z \quad (2.20)$$

De lo cual se hace notar que (2.20) se refiere a variables de tres fases como

$$\mathcal{J}_{a_T}^3 = d \left[\left(\dot{q}_{s_1}^3 - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_2}^3 - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_3}^3 \right) \sin(\theta) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_2}^3 + \frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_3}^3 \right) \cos(\theta) \right] a_z \quad (2.21)$$

Considérese ahora una máquina de dos fases, a cuyos devanados del sector primario y del secundario se les asignan ejes ortogonales α y β , los cuales se desplazan a una velocidad lineal \dot{q}_m . De manera similar a la máquina de tres fases, se puede obtener la distribución total de corriente del primario como

$$\mathcal{J}_{s_T} = d \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_1} + \frac{1}{2} \dot{q}_{s_2} \right] a_z \quad (2.22)$$

donde se han supuesto factores de distribución iguales y la ausencia de superíndices indica variables de dos fases. Como el objetivo es obtener un modelo de dos fases, la distribución de corrientes de (2.19) debe ser igual a (2.20) y las siguientes condiciones se deben cumplir

$$\frac{3}{2} \dot{q}_{s_1} = \dot{q}_{s_1}^3 - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_2}^3 - \frac{1}{2} \dot{q}_{s_3}^3 \quad (2.23)$$

$$\frac{3}{2} \dot{q}_{s_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_2}^3 + \frac{\sqrt{3}}{2} \dot{q}_{s_3}^3 \quad (2.24)$$

De las expresiones (2.23) y (2.24), se obtiene la transformación de Blondel [22], que relaciona variables de tres con variables de dos fases, donde el término $\frac{2}{3}$ se introduce con el objetivo de preservación de potencia.

$$T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Nótese que la transformación (2.25) es equivalente a la obtenida por [18] utilizando proyección de variables cuya transformación propuesta es

$$T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Se puede demostrar que la transformación inversa de Blondel es

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.4.2 Modelo $\alpha - \beta$

La transformación (2.25) puede ser aplicada a los devanados del primario y secundario, y de hecho, aplicar la transformación a voltajes, corrientes y flujos obteniendo así el modelo de dos fases. Se puede obtener la transformación completa al vector de corrientes del motor de tres fases (2.14), (2.15) como

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{s\alpha} \\ \dot{q}_{s\beta} \\ \dot{q}_{r\alpha} \\ \dot{q}_{r\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{s1}^3 \\ \dot{q}_{s2}^3 \\ \dot{q}_{s3}^3 \\ \dot{q}_{r1}^3 \\ \dot{q}_{r2}^3 \\ \dot{q}_{r3}^3 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

mientras que los voltajes transformados están dados por

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Aplicando las transformaciones (2.28), (2.29) al modelo de tres fases (2.14), (2.15) y después de simplificar usando identidades trigonométricas [18], se obtiene finalmente el modelo $\alpha - \beta$

$$D_e(q_m) \ddot{q}_e + \Omega(q_m) \dot{q}_m \dot{q}_e + R_e \dot{q}_e = M_e u \quad (2.30)$$

$$D_m \ddot{q}_m - \frac{1}{2} \dot{q}_e^T \Omega(q_m) \dot{q}_e + R_m \dot{q}_m = -F_L \quad (2.31)$$

donde q_e es el vector de carga eléctrica, el cual representa el modelo de dos fases con $q_e = [q_{s\alpha} \ q_{s\beta} \ q_{r\alpha} \ q_{r\beta}]^T$, $u = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ q_m es la posición lineal del sector secundario, $D_e(q_m) = D_e^T(q_m) > 0$ es la inercia lineal del sector secundario, R_m es el coeficiente de fricción viscosa y $M_e \in \mathfrak{R}^{4 \times 2}$

Dado que se puede considerar al MIL como un sistema subactuado, esto es, los voltajes de entrada pueden ser sólo aplicados al embobinado del sector primario, de aquí que el vector de carga eléctrica q_e pueda ser considerado como

$$q_e = [q_s^T \quad q_r^T]^T$$

en donde $q_s = [q_{s\alpha} \quad q_{s\beta}]^T$ y $q_r = [q_{r\alpha} \quad q_{r\beta}]^T$

Los parámetros de (2.30), (2.31) son

$$R_e = \text{diag} \{ R_s I_2, R_r I_2 \}, \quad D_e(q_m) = \begin{bmatrix} L_s I_2 & L_{sr} \Theta(q_m) \\ L_{sr} \Theta^T(q_m) & L_r I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Omega(q_m) = \frac{dD_e(q_m)}{dq_m} = \begin{bmatrix} 0 & n_p L_{sr} \Theta(q_m) J \\ -n_p L_{sr} \Theta^T(q_m) J & 0 \end{bmatrix}$$

donde

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos(n_p q_m) & -\sin(n_p q_m) \\ \sin(n_p q_m) & \cos(n_p q_m) \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_e = [I_2 \quad 0]^T$$

Un hecho que debe hacerse notar es la dependencia con respecto a la posición del modelo (2.30), (2.31). Esto se debe a que las variables del sector primario no están representadas en el mismo sistema de referencia que las variables del secundario (se debe recordar que, mientras el primario está fijo, el secundario se desplaza a una velocidad \dot{q}_m). Sin embargo la gran ventaja del modelo $\alpha - \beta$, consiste en el hecho de ser una representación directa del motor “real”, es decir, su comportamiento es el mismo que el modelo de tres fases. Por lo tanto si un controlador es diseñado considerando este modelo, tendrá directamente su forma implementable.

Con el objetivo de obtener el modelo (2.30), (2.31) explícitamente, despejamos el vector \ddot{q}_e de (2.30) y \ddot{q}_m de (2.31). De tal forma, el vector \ddot{q}_e queda expresado como

$$\ddot{q}_e = -D_e^{-1}(q_m)\Omega(q_m)\dot{q}_m\dot{q}_e - D_e^{-1}(q_m)R_e\dot{q}_e + D_e^{-1}(q_m)M_e u \quad (2.32)$$

donde $D_e^{-1}(q_m)$ denota la inversa de la matriz de inductancias y está dada por

$$D_e^{-1}(q_m) = \frac{1}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \begin{bmatrix} -L_r I_2 & L_{sr} \Theta \\ L_{sr} \Theta^T & -L_s I_2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Sustituyendo (2.33) en (2.32) tenemos

$$\ddot{q}_e = \begin{bmatrix} c_4 I_2 & -c_2 \Theta \\ -c_8 \Theta^T & c_9 I_2 \end{bmatrix} \dot{q}_e + \begin{bmatrix} c_3 J & c_1 \Theta J \\ -c_7 \Theta^T J & -c_3 J \end{bmatrix} \dot{q}_e \dot{q}_m \quad (2.34)$$

$$- \begin{bmatrix} c_5 I_2 \\ -c_6 \Theta^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

donde

$$c_1 = \frac{L_{sr} L_r n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_2 = \frac{L_{sr} R_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_3 = \frac{L_{sr}^2 n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_4 = \frac{L_r R_s}{L_{sr}^2 - L_s L_r}$$

$$c_5 = \frac{L_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_6 = \frac{L_{sr}}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_7 = \frac{L_{sr} L_s n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad c_8 = \frac{L_{sr} R_s}{L_{sr}^2 - L_s L_r}$$

$$c_9 = \frac{L_s R_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r}$$

Mientras que la expresión para la velocidad queda como

$$\dot{q}_m = \frac{1}{2D_m} \dot{q}_e^T \Omega(q_m) \dot{q}_e - \frac{R_m}{D_m} \dot{q}_m - \frac{F_L}{D_m} \quad (2.35)$$

2.4.3 Modelo en términos de flujos del secundario

El vector de flujos $\lambda = [\lambda_s^T \quad \lambda_r^T]^T = [\lambda_{s\alpha} \quad \lambda_{s\beta} \quad \lambda_{r\alpha} \quad \lambda_{r\beta}]^T$ se puede expresar en términos de la corriente como

$$\lambda \triangleq D_e(q_m) \dot{q}_e \quad (2.36)$$

cuya derivada es

$$\dot{\lambda} = D_e(q_m) \ddot{q}_e + \Omega(q_m) \dot{q}_e \quad (2.37)$$

sustituyendo (2.37) en (2.30) obtenemos

$$\dot{\lambda} - \Omega(q_m) \dot{q}_e + \Omega(q_m) \dot{q}_e \dot{q}_m + R_e \dot{q}_e = M_e u \quad (2.38)$$

Con el objetivo de obtener un modelo en términos de las corrientes del primario y flujos del secundario, se despeja de (2.36) el vector de corrientes como

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_s \\ \dot{q}_r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \begin{bmatrix} -L_r I_2 & L_{sr} \Theta \\ L_{sr} \Theta^T & -L_s I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Despejando \dot{q}_r en términos de \dot{q}_s , se obtiene de (2.39) la expresión

$$\dot{q}_r = \frac{L_{sr}^2}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)} \left(\Theta^T \Theta \lambda_r - \frac{L_{sr}}{L_r} \Theta^T \dot{q}_s \right) - \frac{L_s}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \lambda_r \quad (2.40)$$

Dado que Θ es una matriz ortogonal, el producto $\Theta^T \Theta = I_2$, entonces se puede simplificar la expresión (2.40) como

$$\dot{q}_r = \frac{1}{L_r} \lambda_r - \frac{L_{sr}}{L_r} \Theta^T \dot{q}_s \quad (2.41)$$

Obteniendo así una ecuación en la cual se puede cambiar el vector de corrientes \dot{q}_r , por los flujos λ_r .

La expresión (2.41) no es viable para los propósitos de control requeridos, debido a que modela las corrientes del sector secundario y sólo podemos medir las corrientes del sector primario. Es claro que un modelo en términos de los flujos del sector secundario λ_r permitirá alcanzar los objetivos de control sobre el módulo del flujo magnético. Aunque los flujos λ_r no se encuentran disponibles para su medición, como es el caso de (2.41), es posible estimar su valor con un observador, el cual se diseñará en el capítulo 4.

Es necesario transformar (2.34), (2.35), en términos de los flujos del secundario. Para ello, se hace uso de la expresión (2.41) y considerando que

$$q_e = \begin{bmatrix} q_s^T & q_r^T \end{bmatrix}^T$$

es posible despejar el vector \ddot{q}_s de (2.34) obteniendo

$$\ddot{q}_s = c_4 \dot{q}_s - c_2 \Theta \dot{q}_r + c_3 J \dot{q}_s \dot{q}_m + c_1 \Theta J \dot{q}_r \dot{q}_m - c_5 u \quad (2.42)$$

Sustituyendo (2.41) en (2.42) se obtiene la expresión para las derivadas de las corrientes del primario como

$$\ddot{q}_s = -k_7 \Theta \lambda_r + k_8 \Theta J \lambda_r \dot{q}_m + k_9 \dot{q}_s - k_{10} u \quad (2.43)$$

donde

$$k_7 = \frac{L_{sr} R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)}, \quad k_8 = \frac{L_{sr} n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r}, \quad k_9 = \frac{L_r^2 R_s + L_{sr}^2 R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)}, \quad k_{10} = \frac{L_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad (2.44)$$

La expresión para los flujos del secundario se puede obtener de (2.38), recordando que $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_s^T & \lambda_r^T \end{bmatrix}^T$ y que los devanados del sector secundario se encuentran en corto circuito, se obtiene para λ_r la siguiente expresión

$$\dot{\lambda}_r = -n_p L_{sr} \Theta^T J \dot{q}_s + n_p L_{sr} \Theta^T J \dot{q}_s \dot{q}_m - R_r \dot{q}_r \quad (2.45)$$

Sustituyendo (2.41) en (2.45) es posible obtener la dinámica para los flujos del sector secundario en términos de las corrientes del primario como

$$\dot{\lambda}_r = -k_4 \Theta^T J \dot{q}_s + k_4 \Theta^T J \dot{q}_s \dot{q}_m + k_5 \Theta^T \dot{q}_s - k_6 \lambda_r \quad (2.46)$$

con las constantes dadas por $k_4 = n_p L_{sr}$, $k_5 = \frac{R_r L_{sr}}{L_r}$, $k_6 = \frac{R_r}{L_r}$. Mientras que el cambio de variables para la velocidad lineal, se realiza aplicando (2.41) a (2.35)

$$\ddot{q}_m = \frac{1}{2D_m} \left[\begin{array}{c} \dot{q}_s^T \\ \frac{\lambda_r^T - \dot{q}_s^T \Theta}{L_r} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} 0 & n_p L_{sr} \Theta^T J \\ -n_p L_{sr} \Theta^T J & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{q}_s \\ \frac{\lambda_r^T - \dot{q}_s^T \Theta}{L_r} \end{array} \right] \quad (2.47) \\ - \frac{R_m}{D_m} \dot{q}_m - \frac{F_L}{D_m}$$

Simplificando (2.47) se obtiene

$$\ddot{q}_m = -\frac{n_p L_{sr}}{2D_m L_r} \lambda_r^T \Theta^T J \dot{q}_s + \frac{n_p L_{sr}}{2D_m L_r} \dot{q}_s^T \Theta^T J \lambda_r - k_2 \dot{q}_m - k_3 F_L \quad (2.48)$$

donde $k_2 = \frac{R_m}{D_m}$, $k_3 = \frac{1}{D_m}$. De (2.48) se puede obtener la expresión siguiente al reordenar términos

$$\ddot{q}_m = -k_1 \lambda_r^T \Theta^T J \dot{q}_s - k_2 \dot{q}_m - k_3 F_L \quad (2.49)$$

donde $k_1 = \frac{n_p L_{sr}}{D_m L_r}$. Las ecuaciones (2.43), (2.46) y (2.49) representan el modelo matemático $\alpha - \beta$ que se usará para diseñar un controlador de velocidad \ddot{q}_m y del módulo del flujo $\|\lambda_r\|$.

2.4.4 Modelo $d-q$

Con el objetivo de eliminar la dependencia con respecto a la posición en el modelo $\alpha - \beta$, R. Park introdujo en 1929 una nueva transformación [27]. Puesto que ésta se basa en la transformación de Blondel, también se le conoce como *transformación de Blondel-Park* (BP). La idea base en la transformación BP es que, en lugar de trabajar directamente con corrientes, voltajes y flujos asociados con las fases del sistema, variables auxiliares pueden ser introducidas en el modelo de la máquina de tal forma que su estructura se simplifique. Como se muestra en [18], esas variables auxiliares establecen un cambio de coordenadas, que es aplicado tanto a variables del sector primario así como del secundario, con el objetivo de obtener

Dado que Θ es una matriz ortogonal, el producto $\Theta^T \Theta = I_2$, entonces se puede simplificar la expresión (2.40) como

$$\dot{q}_r = \frac{1}{L_r} \lambda_r - \frac{L_{sr}}{L_r} \Theta^T \dot{q}_s \quad (2.41)$$

Obteniendo así una ecuación en la cual se puede cambiar el vector de corrientes \dot{q}_r , por los flujos λ_r .

La expresión (2.41) no es viable para los propósitos de control requeridos, debido a que modela las corrientes del sector secundario y sólo podemos medir las corrientes del sector primario. Es claro que un modelo en términos de los flujos del sector secundario λ_r permitirá alcanzar los objetivos de control sobre el módulo del flujo magnético. Aunque los flujos λ_r no se encuentran disponibles para su medición, como es el caso de (2.41), es posible estimar su valor con un observador, el cual se diseñará en el capítulo 4.

Es necesario transformar (2.34), (2.35), en términos de los flujos del secundario. Para ello, se hace uso de la expresión (2.41) y considerando que

$$q_e = [q_s^T \quad q_r^T]^T$$

es posible despejar el vector \ddot{q}_s de (2.34) obteniendo

$$\ddot{q}_s = c_4 \dot{q}_s - c_2 \Theta \dot{q}_r + c_3 J \dot{q}_s \dot{q}_m + c_1 \Theta J \dot{q}_r \dot{q}_m - c_5 u \quad (2.42)$$

Sustituyendo (2.41) en (2.42) se obtiene la expresión para las derivadas de las corrientes del primario como

$$\ddot{q}_s = -k_7 \Theta \lambda_r + k_8 \Theta J \lambda_r \dot{q}_m + k_9 \dot{q}_s - k_{10} u \quad (2.43)$$

donde

$$k_7 = \frac{L_{sr} R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)}, \quad k_8 = \frac{L_{sr} n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r}, \quad k_9 = \frac{L_r^2 R_s + L_{sr}^2 R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)}, \quad k_{10} = \frac{L_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad (2.44)$$

La expresión para los flujos del secundario se puede obtener de (2.38), recordando que $\lambda = [\lambda_s^T \quad \lambda_r^T]^T$ y que los devanados del sector secundario se encuentran en corto circuito, se obtiene para λ_r la siguiente expresión

$$\dot{\lambda}_r = -n_p L_{sr} \Theta^T J \dot{q}_s + n_p L_{sr} \Theta^T J \dot{q}_s \dot{q}_m - R_r \dot{q}_r \quad (2.45)$$

Sustituyendo (2.41) en (2.45) es posible obtener la dinámica para los flujos del sector secundario en términos de las corrientes del primario como

$$\dot{\lambda}_r = -k_4 \Theta^T J \dot{q}_s + k_4 \Theta^T J \dot{q}_s \dot{q}_m + k_5 \Theta^T \dot{q}_s - k_6 \lambda_r \quad (2.46)$$

con las constantes dadas por $k_4 = n_p L_{sr}$, $k_5 = \frac{R_r L_{sr}}{L_r}$, $k_6 = \frac{R_r}{L_r}$. Mientras que el cambio de variables para la velocidad lineal, se realiza aplicando (2.41) a (2.35)

$$\ddot{q}_m = \frac{1}{2D_m} \left[\begin{array}{c} \dot{q}_s^T \\ \frac{\lambda_r^T - \dot{q}_s^T \Theta}{L_r} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} 0 & n_p L_{sr} \Theta^T J \\ -n_p L_{sr} \Theta^T J & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{q}_s \\ \frac{\lambda_r^T - \dot{q}_s^T \Theta}{L_r} \end{array} \right] \quad (2.47) \\ - \frac{R_m}{D_m} \dot{q}_m - \frac{F_L}{D_m}$$

Simplificando (2.47) se obtiene

$$\ddot{q}_m = -\frac{n_p L_{sr}}{2D_m L_r} \lambda_r^T \Theta^T J \dot{q}_s + \frac{n_p L_{sr}}{2D_m L_r} \dot{q}_s^T \Theta J \lambda_r - k_2 \dot{q}_m - k_3 F_L \quad (2.48)$$

donde $k_2 = \frac{R_m}{D_m}$, $k_3 = \frac{1}{D_m}$. De (2.48) se puede obtener la expresión siguiente al reordenar términos

$$\ddot{q}_m = -k_1 \lambda_r^T \Theta^T J \dot{q}_s - k_2 \dot{q}_m - k_3 F_L \quad (2.49)$$

donde $k_1 = \frac{n_p L_{sr}}{D_m L_r}$. Las ecuaciones (2.43), (2.46) y (2.49) representan el modelo matemático $\alpha - \beta$ que se usará para diseñar un controlador de velocidad \ddot{q}_m y del módulo del flujo $\|\lambda_r\|$.

2.4.4 Modelo $d-q$

Con el objetivo de eliminar la dependencia con respecto a la posición en el modelo $\alpha - \beta$, R. Park introdujo en 1929 una nueva transformación [27]. Puesto que ésta se basa en la transformación de Blondel, también se le conoce como *transformación de Blondel-Park* (BP). La idea base en la transformación BP es que, en lugar de trabajar directamente con corrientes, voltajes y flujos asociados con las fases del sistema, variables auxiliares pueden ser introducidas en el modelo de la máquina de tal forma que su estructura se simplifique. Como se muestra en [18], esas variables auxiliares establecen un cambio de coordenadas, que es aplicado tanto a variables del sector primario así como del secundario, con el objetivo de obtener

una representación de todas las variables en un *sistema de referencia común*. Bajo este cambio de coordenadas, la dependencia de las inductancias respecto a la posición desaparece.

Una vez aplicada la transformación BP, se obtiene el modelo $d - q$, el cual será usado en esta tesis con el propósito de mostrar que el esquema de control e identificación es viable en ambos modelos ($\alpha - \beta$ y $d - q$). La obtención explícita del modelo $d - q$, está más allá de las expectativas del presente trabajo de tesis. Se remite al lector interesado a [2], [3] y [32], donde se detalla la obtención de dicho modelo, el cual viene dado como

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{qs}}{dt} &= - \left[\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{1 - \sigma}{\sigma T_r} \right] i_{qs} - \frac{L_m \pi}{\sigma L_s L_r \tau} v \lambda_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \lambda_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{qs} \\
 \frac{di_{ds}}{dt} &= - \left[\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{1 - \sigma}{\sigma T_r} \right] i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \lambda_{dr} + \frac{L_m \pi}{\sigma L_s L_r \tau} v \lambda_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{ds} \\
 \frac{d\lambda_{qr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{qs} + n_p \frac{\pi}{\tau} v \lambda_{dr} - \frac{1}{T_r} \lambda_{qr} \\
 \frac{d\lambda_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{ds} - \frac{1}{T_r} \lambda_{dr} - n_p \frac{\pi}{\tau} v \lambda_{qr} \\
 \frac{dv}{dt} &= \frac{K_f}{M} (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds}) - \frac{D}{M} v - \frac{F_L}{M}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

donde: v es la velocidad lineal, λ_{dr} y λ_{qr} son los flujos del secundario de los ejes d y q respectivamente, i_{ds} y i_{qs} son las corrientes del primario de los ejes d y q respectivamente, u_{ds} y u_{qs} son los voltajes del primario de los ejes d y q respectivamente, F_L es la perturbación de la carga, $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ es la constante de tiempo del secundario, $\sigma = 1 - (\frac{L_m^2}{L_s L_r})$ es el coeficiente de fuga o pérdida magnética, $K_f = \frac{3}{2} n_p \frac{\pi L_m}{\tau L_r}$ es la constante de la fuerza, R_s es la resistencia del primario, R_r , es la resistencia del secundario, L_m es la inductancia de magnetización, L_r es la inductancia del secundario, L_s es la inductancia del primario, M es la masa total del elemento móvil, D es el coeficiente de fricción viscosa, τ es la distancia entre polos, y finalmente n_p es el número de polos.

de alto orden entre neuronas. La gran capacidad de aprendizaje de esta estructura ha sido demostrada en [25] y [1], mientras que la estabilidad de estos modelos para valores fijos en los pesos ha sido estudiado en [9], [14]. La mayor parte de este capítulo esta basada en el trabajo de [17] con las modificaciones hechas en [10].

3.2 Estructura RHONN

Considérese una RHONN que consista de n neuronas y m entradas. El estado de cada neurona está dado por una ecuación diferencial de la forma

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^L w_{ik} \prod_{j \in I_k} y_j^{d_j(k)} \quad (3.1)$$

donde $\{I_1, I_2, \dots, I_L\}$ es una colección de L subconjuntos no ordenados de dimensión $\{1, 2, \dots, m+n\}$, a_i son coeficientes reales, w_{ik} son los pesos sinápticos ajustables de la red neuronal y $d_j(k)$ son enteros no negativos, x_i es el estado de la i -ésima neurona y $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{m+n}]^T$ es el vector de entradas a cada neurona definido por

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(x_1) \\ s(x_2) \\ \vdots \\ s(x_n) \\ s(u_1) \\ \vdots \\ s(u_m) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$ es el vector de entradas externas a la red neuronal. La función $s(\cdot)$ es monótonamente creciente, diferenciable y usualmente representada por la función sigmoide de la forma

$$s(x) = \frac{\alpha}{1 + \exp(-\beta x)} + \varepsilon \quad (3.3)$$

donde los parámetros α , β representan la cota y la pendiente respectivamente de la sigmoide y ε es una constante que actúa como bias. Se puede apreciar que

$s(x) \in [\varepsilon, \varepsilon + 1]$. En el caso especial donde $\alpha = \beta = 1$, $\varepsilon = 0$, se obtiene la función logística y con $\alpha = \beta = 2$, $\varepsilon = 1$, se llega a la función tangente hiperbólica; estas son las funciones de activación más comúnmente usadas en aplicaciones de redes neuronales.

Para simplificar el modelo de la RHONN, introducimos el vector z de dimensión L , el cual se define como

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} y_j^{d_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} y_j^{d_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} y_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Si además definimos el vector de pesos como

$$w_i = [w_{i1} \quad w_{i2} \quad \cdots \quad w_{iL}]^T \quad (3.5)$$

entonces, sustituyendo (3.4), (3.5) en el modelo (3.1), tenemos la expresión para la RHONN

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z \quad (3.6)$$

donde

$$a_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Se concluye que el modelo de la RHONN, queda como sigue

$$\dot{x} = Ax + W^T z \quad (3.7)$$

donde $x = [x_1 \quad \cdots \quad x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$, $W = [w_1 \quad \cdots \quad w_n]^T \in \mathfrak{R}^{L \times n}$, y la matriz diagonal $A = \text{diag} \{ -a_1, -a_2, \dots, -a_n \} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$. Se supone que $a_i > 0$, para garantizar que el estado de cada neurona x_i sea estable. En el caso especial del modelo de Hopfield [13], tenemos $a_i = \frac{1}{R_i C_i}$ donde $R_i > 0$ y $C_i > 0$ son las resistencias y capacitancias conectadas a la i -ésima neurona de la red. Cabe señalar que el vector z es una función tanto del estado x de la red neuronal, como de la entrada externa.

Consideremos el problema de aproximación de un sistema dinámico no lineal de la forma

$$\dot{\chi} = F(\chi, u) \quad (3.8)$$

donde $\chi \in \mathfrak{R}^n$ es el estado del sistema, $u \in \mathfrak{R}^m$ es la entrada al sistema y $F : \mathfrak{R}^{n+m} \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es un campo vectorial suave definido en un conjunto compacto $\mathcal{Y} \subset \mathfrak{R}^{n+m}$. En [16] se ha demostrado que para cualquier función continua (campo vectorial) F como (3.8), para cualquier conjunto compacto $\mathcal{Y} \subset \mathfrak{R}^{n+m}$ y para cualquier $\epsilon > 0$, existe un entero L y un conjunto de pesos $W^* \in \mathfrak{R}^{L \times n}$, tal que el modelo (3.7) con L conexiones de alto orden y pesos $W = W^*$ satisface

$$\sup_{\chi, u \in \mathcal{Y}} \|F(\chi, u) - A\chi - W^*z(\chi, u)\| \leq \epsilon$$

3.3 Modificaciones al esquema RHONN

Una desventaja que tienen las RHONN es que no permiten entradas directas; es decir, entradas que se multipliquen por alguna constante en las ecuaciones de estado. Esto es un problema al diseñar un controlador basado en el modelo neuronal de la planta. Una modificación al esquema de la RHONN es presentada en [10]; en donde el modelo (3.1) se modifica como sigue

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^{L'_i} w_{ik} z_{ik} + \sum_{j=L'_i+1}^{L_i} w_{ij} z_{ij} \quad (3.9)$$

donde x_i es el estado de la neurona i , a_i es una constante mayor que cero, w_{ik} son pesos sinápticos que pueden ser adaptados, z_{ik} son como en el caso de la RHONN sin modificación, combinaciones multiplicativas de funciones sigmoideas de x y/o de u ; w_{ij} son pesos sinápticos fijos y pueden depender de la naturaleza del sistema que se desee modelar; z_{ij} son funciones no necesariamente sigmoideas de x y/o de u ; L'_i es el número de pesos sinápticos que pueden ser adaptados; L_i es el número total de conexiones no lineales de la i -ésima neurona.

Para tener una notación más compacta podemos agrupar los pesos w_{ik} , w_{ij} y las funciones z_{ik} , z_{ij} como vectores columna obteniendo

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i'^T z_i' + w_i''^T z_i'' \quad (3.10)$$

donde

$$w'_i = [w_{i1}, \dots, w_{iL'_i}]^T \quad w''_i = [w_{i(L'_i+1)}, \dots, w_{iL_i}]^T$$

$$z'_i = [z_{i1}, \dots, z_{iL'_i}]^T \quad z''_i = [z_{i(L'_i+1)}, \dots, z_{iL_i}]^T$$

En ocasiones será conveniente utilizar una notación más sencilla que en (3.9) o en (3.10), por lo que es posible expresar la dinámica de cada neurona como

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_i \quad (3.11)$$

donde $w_i = [w_i'^T \ w_i''^T]^T$, $z_i = [z_i'^T \ z_i''^T]^T$; $w_i, z_i \in \mathfrak{R}^{L_i}$; $w'_i, z'_i \in \mathfrak{R}^{L'_i}$ y $w''_i, z''_i \in \mathfrak{R}^{L''_i}$ en donde L''_i representa ahora el número de conexiones cuyos pesos no varían; con lo cual el número total de conexiones L es $L_i = L'_i + L''_i$. Este esquema se denomina *RHONN modificada* [10].

3.4 Desarrollo del algoritmo de aprendizaje

A continuación se desarrolla la ley de adaptación de pesos, bajo la suposición de que el sistema desconocido es modelado exactamente por una estructura RHONN modificada de la forma (3.11). Al utilizar la RHONN modificada, se deben distinguir dos enfoques que pueden ser usados en la identificación de sistemas:

- Configuración paralela: la dinámica de cada estado de la RHONN modificada se expresa como

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_i(x, u) \quad (3.12)$$

- Configuración serie-paralelo: la dinámica de la RHONN modificada está dada como

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_i(\chi, u) \quad (3.13)$$

Para facilitar el análisis del problema de identificación, se establece la siguiente hipótesis sobre la planta que se va a identificar:

(H1) El estado del sistema χ y su derivada respecto al tiempo $\dot{\chi}$ son acotados para cualquier entrada acotada u . Es decir, se supone que $\chi, \dot{\chi}, u \in \mathcal{L}^\infty$, donde \mathcal{L}^∞ es el espacio de las funciones continuas a tramos uniformemente acotadas.

Es importante notar que esta hipótesis no implica que el estado de la red neuronal o los pesos sinápticos se mantengan acotados. La estabilidad del esquema completo depende tanto de la ley de adaptación de pesos, como del esquema de identificación usado.

3.4.1 Versión filtro regresor de la RHONN modificada

El siguiente lema es útil en el desarrollo de la ley de adaptación de pesos [10]. Se puede encontrar la versión de éste para la RHONN sin modificar en [17].

Lema 3.1 *Los modelos de RHONN modificada de (3.12), (3.13) pueden ser representados como*

$$\dot{\zeta}_i = -a_i \zeta_i + z_i(\xi, u) \quad \zeta_{ik} > 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, L'_i\} \quad (3.14)$$

$$x_i = w_i^T \zeta_i + \exp(-a_i t) x_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \zeta_i(0) \quad (3.15)$$

donde $\zeta_i \in \mathfrak{R}^{L'_i}$, $x_i(0)$ es el estado inicial de la RHONN modificada y $\xi = x$ en el caso (3.12) y $\xi = \chi$ en el caso (3.13).

La prueba del lema anterior se puede ver en [10]. Si se define de (3.15)

$$\epsilon_i = \exp(-a_i t) x_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \zeta_i(0)$$

puede apreciarse que ϵ_i es un término que decae exponencialmente, entonces la respuesta de la RHONN modificada puede ser reescrita como

$$x_i = w_i^T \zeta_i + \epsilon_i \quad (3.16)$$

Con el objeto de simplificar el análisis, el término ϵ_i se despreciará en (3.16) debido a que no afecta las propiedades de convergencia del esquema.

Cabe señalar que el vector ς_i se representa como

$$\varsigma_i = [\varsigma_i'^T \quad \varsigma_i''^T]^T \quad (3.17)$$

con el vector regresor modificado como

$$\varsigma_i' = -a_i \varsigma_i' + z_i' \quad (3.18)$$

$$\varsigma_i'' = -a_i \varsigma_i'' + z_i'' \quad (3.19)$$

Es importante notar que las entradas del vector ς_i' relacionadas con el vector de pesos que son adaptados (w_i') son estrictamente mayores que cero, tal como se establece en el siguiente lema [10].

Lema 3.2 *Los elementos ς_{ik}' , $k \in \{1, \dots, L_i'\}$ del vector ς_i' cumplen con la propiedad:*

$$\varsigma_{ik}'(t) > 0, \quad \forall t > 0 \quad (3.20)$$

Con los resultados anteriores, es posible comenzar a derivar las leyes de adaptación de pesos. Considérese el error de identificación e_i como la diferencia entre el i -ésimo estado de la RHONN modificada y el correspondiente i -ésimo estado del sistema no lineal desconocido, es decir

$$e_i = x_i - \chi_i \quad (3.21)$$

Usando (3.16), podemos escribir (3.21) como

$$e_i = w_i^T \varsigma_i - \chi_i \quad (3.22)$$

derivando (3.22) con respecto al tiempo tenemos

$$\dot{e}_i = \dot{w}_i^T \varsigma_i + w_i^T \dot{\varsigma}_i - \dot{\chi}_i \quad (3.23)$$

Si consideramos a w_i como una variable de control, es posible diseñar la siguiente ley de adaptación de pesos

$$\dot{w}_{ik} = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\varsigma}_i) \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \quad (3.24)$$

$$\dot{w}_{ij} = 0 \quad (3.25)$$

donde $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, $j \in \{L'_i + 1, \dots, L_i\}$ y n_{ik} son constantes de diseño que satisfacen

$$\sum_{k=1}^{L'_i} n_{ik} = 1 \quad (3.26)$$

Claramente w_{ik} son los pesos que serán adaptados, mientras que w_{ij} son los pesos que permanecen fijos durante el entrenamiento. Sustituyendo (3.24) en (3.23) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) n_{i1} + \dots + (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) n_{iL'_i} \\ & + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \end{aligned} \quad (3.27)$$

Simplificando (3.27) resulta

$$\dot{e}_i = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) (n_{i1} + \dots + n_{iL'_i}) + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \quad (3.28)$$

donde γ es una constante positiva que denota la ganancia de adaptación de pesos (razón de aprendizaje). Entonces, la ecuación diferencial del error de identificación se reduce a

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i \quad (3.29)$$

por lo tanto el error de identificación converge a cero de manera exponencial.

La ley de adaptación de pesos (3.24) no es viable para una implementación práctica, debido a que la derivada del tiempo $\dot{\chi}_i$ debe ser medible y la diferenciación de una señal no es deseable en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería. Este problema puede ser resuelto si se reescribe (3.24) como el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} w_{ik} &= v_{ik} + \varphi_{ik} \\ \dot{v}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \\ \dot{\varphi}_{ik} &= \frac{\dot{\chi}_i n_{ik}}{\varsigma_{ik}} - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\varsigma_{ik}} n_{ik} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Nótese que la solución de la última ecuación puede ser expresada como

$$\varphi_{ik} = \int_0^t \frac{\dot{\chi}_i(\tau) n_{ik}}{\varsigma_{ik}(\tau)} d\tau - \int_0^t \frac{w_i^T(\tau) \dot{\zeta}_i(\tau)}{\varsigma_{ik}(\tau)} n_{ik} d\tau \quad (3.31)$$

usando integración por partes se obtiene

$$\varphi_{ik} = \frac{\chi_i(t) n_{ik}}{\varsigma_{ik}(t)} - \int_0^t \chi_i(\tau) \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}(\tau)} \right) d\tau - \int_0^t \frac{w_i^T(\tau) \dot{\zeta}_i(\tau)}{\varsigma_{ik}(\tau)} n_{ik} d\tau \quad (3.32)$$

Obsérvese ahora que (3.32) puede ser reescrita como un conjunto de dos ecuaciones dadas por

$$\begin{aligned} \varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\varsigma_{ik}} + \eta_{ik} \\ \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\varsigma_{ik}} n_{ik} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Nótese que ς_{ik} puede ser calculado de (3.14), considerando a (3.17). A continuación se establece el siguiente resultado:

Proposición 3.3 *Considérese el sistema desconocido (3.8) y supóngase que se satisface la hipótesis (H1). Considérese además el modelo de la RHONN modificada (3.14) y (3.15) cuyos pesos son ajustados como sigue*

$$\begin{aligned} w_{ik} &= v_{ik} + \varphi_{ik} \\ \dot{v}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \\ \varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\varsigma_{ik}} + \eta_{ik} \\ \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\varsigma_{ik}} n_{ik} \end{aligned} \quad (3.34)$$

con $k \in \{1, \dots, L_i\}$. entonces el error de identificación e_i converge a cero exponencialmente.

Demostración. Si se deriva la primera ecuación de (3.34) con respecto al tiempo y tomando en cuenta el resto de las ecuaciones del mismo conjunto (3.34), obtenemos la expresión (3.24); nótese además que del lema 3.2 los términos ς_{ik} están acotados y son positivos. Por lo tanto, tomando en cuenta la hipótesis (H1), la solución de la ecuación diferencial (3.24) existe. Reemplazando \dot{w}_i en (3.23) usando (3.24) es posible obtener (3.29). ■

3.5 Convergencia de parámetros y modificación robusta

La proposición 3.3 sólo garantiza la convergencia del error de identificación, pero no existe garantía de que la ley de adaptación de pesos (3.34) mantenga acotados esos pesos. Tampoco existe ningún enunciado que se refiera a la convergencia de los parámetros a valores óptimos. Esta sección analizará tal problema.

El vector óptimo de pesos w_i^* se define como aquél tal que

$$w_i^* = \arg \min_{w_i} \left\{ \sup_{\chi, u \in \mathcal{Y}} |F_i(\chi, u) + a_i \chi_i - w_i^T z_i(\chi, u)| \right\} \quad (3.35)$$

Como en los anteriores casos, podemos representar a w_i^* como

$$w_i^* = [w_i'^{*T} \quad w_i''{*T}]^T \quad (3.36)$$

donde $w_i'^*$ es el vector de pesos que pueden adaptarse y $w_i''^*$ es un vector cuyos elementos son los pesos óptimos correspondientes a los pesos fijos. Es válido suponer que los pesos de la RHONN modificada que no varían son los óptimos.

Con la definición de (3.35) se puede describir la dinámica del i -ésimo estado del sistema desconocido (3.8) en la siguiente forma

$$\dot{\chi}_i = -a_i \chi_i + w_i'^{*T} z_i(\chi, u) + v_i(t) \quad (3.37)$$

donde $v_i(t)$ es llamado término de error de modelado dado por

$$v_i(t) = F_i(\chi, u) + a_i \chi_i - w_i^T z_i(\chi, u) \quad (3.38)$$

Es posible hacer a $v_i(t)$ arbitrariamente pequeño seleccionando el número adecuado de conexiones de alto orden. Ahora se puede reescribir el sistema (3.8) en la forma descrita en el lema 3.1 quedando como

$$\chi_i = w_i^T \omega_i + \exp(-a_i t) \chi_i(0) - \exp(-a_i t) w_i^T \omega_i(0) + v_i^f(t) \quad (3.39)$$

donde

$$\dot{\omega}_i = -a_i \omega_i + z_i \quad \omega_{ik} > 0, \quad \forall k \in \{1, \dots, L'_i\} \quad (3.40)$$

$$\dot{v}_i^f = -a_i v_i^f(t) + v_i(t) \quad v_i^f(0) = 0 \quad (3.41)$$

En el caso de usar la configuración serie-paralelo, se tiene que $\varsigma_i(t) = \omega_i(t)$, $\forall t$, siempre que $\varsigma_i(0) = \omega_i(0)$. En el caso de usar la configuración paralela, como el error de identificación converge exponencialmente a cero, también la diferencia $\varsigma_i(t) - \omega_i(t)$ lo hace.

Por simplicidad se supone que $x_i(0) = \chi_i(0)$, por lo tanto

$$\exp(-a_i t) [\chi_i(0) - w_i^T \omega_i(0) - x_i(0) - w_i^T \varsigma_i(0)] = 0$$

Ahora restando (3.39) de (3.15), se obtiene la ecuación de error

$$e_i = \tilde{w}_i^T \varsigma_i - v_i^f \quad (3.42)$$

donde $\tilde{w}_i = w_i - w_i^*$ es el vector de error en la estimación de pesos. Haciendo lo mismo que en (3.36), se puede representar \tilde{w}_i como

$$\tilde{w}_i = \begin{bmatrix} \tilde{w}_i'^T & \tilde{w}_i''^T \end{bmatrix}^T \quad (3.43)$$

con $\tilde{w}_i' = w_i' - w_i'^*$ y $\tilde{w}_i'' = w_i'' - w_i''^*$; pero como los pesos fijos ya son los óptimos, todos los elementos del vector \tilde{w}_i'' son cero.

Obviamente $\dot{\tilde{w}}_i' = \dot{w}_i'$. Ahora diferenciando (3.39) y tomando en cuenta (3.41), se obtiene

$$\dot{\chi}_i = w_i^{*T} \dot{\varsigma}_i + \dot{v}_i^f \quad (3.44)$$

Considerando (3.24) se puede afirmar que

$$\dot{w}_i' = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\varsigma}_i) \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \quad (3.45)$$

Sustituyendo (3.42) y (3.44) en (3.45), se llega a

$$\begin{aligned} \dot{w}_i' &= \left(-\gamma (\tilde{w}_i^T \varsigma_i - v_i^f) + w_i^{*T} \dot{\varsigma}_i + \dot{v}_i^f - w_i^T \dot{\varsigma}_i \right) \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \\ &= \left(-\gamma \tilde{w}_i^T \varsigma_i - \tilde{w}_i^T \dot{\varsigma}_i + \gamma v_i^f + \dot{v}_i^f \right) \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \\ &= \left[-\tilde{w}_i^T (\gamma \varsigma_i + \dot{\varsigma}_i) + \gamma v_i^f + \dot{v}_i^f \right] \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \end{aligned} \quad (3.46)$$

reemplazando (3.14) en (3.46), se obtiene

$$\dot{w}_i' = -\tilde{w}_i^T \frac{((\gamma - a_i) \varsigma_i + z_i) n_{ik}}{\varsigma_{ik}} + \frac{\gamma (v_i^f + \dot{v}_i^f) n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \quad (3.47)$$

Como \bar{w}'_i es cero, se puede usar la siguiente notación para describir a (3.47)

$$\dot{\bar{w}}'_i = -\phi_i \bar{w}'_i + d_i \quad (3.48)$$

donde ϕ_i es una matriz de dimensión $L'_i \times L'_i$, cuyas kl -ésimas entradas están dadas por

$$\phi_{ikl} = n_{ik} \frac{(\gamma - a_i) \zeta'_{il} + z'_{il}}{\zeta'_{ik}} \quad (3.49)$$

y d_i son vectores de dimensión L , cuyos k -ésimos elementos están dados por

$$d_{ik} = n_{ik} \frac{v_i^f + \dot{v}_i^f}{\zeta_{ik}} \quad (3.50)$$

3.5.1 Error de modelado cero

En esta subsección, se analiza el desempeño de la ley de adaptación (3.34) en el caso donde el término de error de modelado $v_i(t)$ es cero, y por lo tanto el término $d_i(t)$ en (3.48) también es cero. El siguiente teorema establece las propiedades de la ley de adaptación (3.34) para este caso [17], [10].

Teorema 3.4 *Considérese un sistema como (3.8) y supóngase que se cumple (H1). También supóngase que $v_i(t) = 0$ para todo t (y por lo tanto $d_i(t) = 0$ para todo t). Además considérese el modelo (3.14), (3.15) cuyos pesos son adaptados de acuerdo a (3.34), supóngase además que:*

(H2) *El vector regresor ζ'_i cumple con la condición de excitación persistente, es decir, existen escalares positivos α_i y β_i tales que*

$$\alpha_i I \leq \int_{t_0}^{t_0+\delta} \zeta'_i(\tau) \zeta_i^T(\tau) d\tau \leq \beta_i I \quad (3.51)$$

(H3) *Existen constantes positivas k_0, δ tales que para toda t*

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} \|Q_i(\tau)\|^2 d\tau \leq k_0 \quad (3.52)$$

donde Q_i es una matriz de dimensión $L'_i \times L'_i$ cuyas kl -ésimas entradas están dadas por

$$Q_{ikl}(t) = n_{ik} \frac{(\gamma - a_i) \zeta_{il} + z_{il}}{\zeta_{ik}^2} \quad (3.53)$$

Entonces el error de parámetros \bar{w}'_i converge exponencialmente a cero.

Cabe señalar que la condición de excitación persistente es necesaria y suficiente para la convergencia del error de estimación \bar{w}'_i , independientemente del algoritmo de aprendizaje usado. Así, las leyes de aprendizaje basadas en la teoría de estabilidad de Lyapunov y en los métodos clásicos de estimación de parámetros (gradiente descendiente y el algoritmo de mínimos cuadrados), garantizan la convergencia del error de estimación de parámetros sí, y solo sí, el vector regresor ζ'_i es excitado persistentemente.

3.5.2 Error de modelado diferente de cero

En el teorema 3.4 se demuestra que las leyes de aprendizaje propuestas aseguran que los pesos de la RHONN modificada convergen a sus valores óptimos, siempre y cuando el error de modelado sea cero. Esta condición no necesariamente se cumple. Esto se debe principalmente a un número insuficiente de conexiones de alto orden en el modelo de la RHONN modificada. Es fácil ver que en el caso donde el término de error de modelado no es cero, los pesos sinápticos de la RHONN modificada pueden tender a infinito, aun si el error de identificación converge a cero. Tal situación se conoce como explosión de parámetros.

Ahora, las leyes de adaptación de pesos (3.34) deben ser modificadas para impedir la explosión de parámetros. Para lograr esto se replantean las leyes (3.34) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 w_{ik} &= v_{ik} + \varphi_{ik} \\
 \dot{v}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} - \sigma_i w_{ik} \\
 \varphi_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\
 \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \zeta_i}{\zeta_{ik}} n_{ik}
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

con $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, donde σ_i está dado por

$$\sigma_i = \begin{cases} 0 & si & |w'_i| \leq M_i \\ \left(\frac{|w'_i|}{M_i} - 1 \right)^q \sigma_{i0} & si & M_i < |w'_i| \leq 2M_i \\ \sigma_{i0} & si & |w'_i| > 2M_i \end{cases} \tag{3.55}$$

con el entero $q \geq 1$, y σ_{i0} , M_i como constantes positivas diseñadas en base al término $M_i |w_i^*|$. Esta modificación se le conoce como *modificación sigma* [23]. El siguiente teorema [10] establece las propiedades de las leyes de aprendizaje (3.54), (3.55).

Teorema 3.5 *Considere el sistema desconocido (3.8) y el modelo de la RHONN modificada (3.11) cuyos pesos son ajustados acorde a (3.54), (3.55). Supóngase que (H1) se cumple, además que $d_i \in \mathcal{L}^\infty$. Entonces*

(A) $e_i, \tilde{w}'_i, w'_i \in \mathcal{L}^\infty$,

(B) Si (H1) y (H3) se cumplen, $\phi_i, \dot{\phi}_i$ son acotados y M_i es elegida lo suficientemente grande, entonces

(i) El error de parámetros \tilde{w}'_i , converge exponencialmente a un conjunto residual

$$D_{\sigma_i} = \{ \tilde{w}'_i : |\tilde{w}'_i| \leq c \bar{d}_i \} \quad (3.56)$$

para alguna $c \in \mathfrak{R}^+$. donde $\bar{d}_i = \sup_{t \geq 0} |d_i| \triangleq \|d_i\|_\infty$.

(ii) Existen constantes t_{σ_i} , y e_{σ_i} finitas y positivas tales que

$$|e_i| \leq \exp[-\gamma(t - t_{\sigma_i})] e_{\sigma_i} \quad \forall t > t_{\sigma_i} \quad (3.57)$$

Capítulo 4

Métodos de diseño del control y observador

En este capítulo se analizan los algoritmos de diseño del control para una clase de sistemas no lineales basados en la técnica de control por bloques. Se muestra que una RHONN modificada constituye una estructura controlable por bloques. Finalmente se desarrolla la técnica de diseño de un observador de estados.

4.1 Control por bloques y modos deslizantes

4.1.1 Transformación por bloques

Una vez expuestas todas las propiedades del esquema de identificación, se utilizará un algoritmo general para encontrar una ley de control tal que la salida del sistema siga una trayectoria deseada. Dicha ley de control está desarrollada con base al siguiente sistema no lineal, parcialmente desconocido pero controlable a bloques [21]:

$$\begin{aligned}\dot{\chi}^1 &= f_1(\chi^1) + B_1(\chi^1)\chi^2 \\ \dot{\chi}^2 &= f_2(\chi^1, \chi^2) + B_2(\chi^1, \chi^2)\chi^3 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}^i &= f_i(\chi^1, \chi^2, \dots, \chi^i) + B_i(\chi^1, \chi^2, \dots, \chi^i)\chi^{i+1} \quad i = 3, \dots, r-1 \\ \dot{\chi}^r &= f_r(\chi) + B_r(\chi)u\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde $\chi = [\chi^{1T} \quad \chi^{2T} \quad \dots \quad \chi^{rT}]^T$ y χ^i es un vector de $n_i \times 1$, $\text{rango}(B_i) = n_i$, $\forall \chi^i \in D_{\chi^i} \subset \mathfrak{R}^{n_i}$. Los elementos de los campos vectoriales f_i y las matrices B_i son funciones suaves y acotadas, con sus derivadas con respecto al tiempo, $f_i(0) = 0$ y $B_i(0) = 0$. Los enteros $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r$ definen la estructura de la planta, y $\sum_{i=1}^r n_i = n$.

Para la planta descrita en (4.1), existe la RHONN modificada controlable a bloques

$$\begin{aligned}
 \dot{x}^1 &= \hat{f}_1(x^1) + \hat{B}_1(x^1)x^2 \\
 \dot{x}^2 &= \hat{f}_2(x^1, x^2) + \hat{B}_2(x^1, x^2)x^3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}^i &= \hat{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + \hat{B}_i(x^1, x^2, \dots, x^i)x^{i+1}, \quad i = 3, \dots, r-1 \\
 \dot{x}^r &= \hat{f}_r(x) + \hat{B}_r(x)u
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde $x = [x^{1T} \quad x^{2T} \quad \dots \quad x^{rT}]^T$ y x^i es un vector $n_i \times 1$, con las mismas propiedades de (4.1), es decir

$$\text{rango}(\hat{B}_i) = n_i, \quad \forall x^i \in D_{x^i} \subset \mathfrak{R}^{n_i} \quad i = 1, \dots, r-1 \tag{4.3}$$

En realidad la RHONN modificada (3.11) puede ser reescrita como (4.2) con

$$\begin{aligned}
 x^1 &= [x_1 \quad \dots \quad x_{n_1}]^T \\
 x^2 &= [x_{n_1+1} \quad \dots \quad x_{n_2}]^T \\
 &\vdots \\
 x^i &= [x_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1} \quad \dots \quad x_{n_1+n_2+\dots+n_i}]^T \\
 i &= 3, \dots, r \\
 \\
 \hat{f}_1(x^1) &= A_1 x^1 + [w_1^T z'_1 \quad \dots \quad w_{n_1}^T z'_{n_1}]^T \\
 \hat{f}_2(x^1, x^2) &= A_2 x^2 + [w_{(n_1+1)}^T z'_{(n_1+1)} \quad \dots \quad w_{n_2}^T z'_{n_2}]^T \\
 &\vdots \\
 \hat{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) &= A_i x^i + [w_{(n_{i-1}+1)}^T z'_{(n_{i-1}+1)} \quad \dots \quad w_{n_i}^T z'_{n_i}]^T \\
 i &= 3, \dots, r
 \end{aligned}$$

donde A_i son matrices diagonales de la forma

$$A_i = \text{diag} \{ -a_{n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1}, \dots, -a_{n_1+n_2+\dots+n_i} \} \quad i = 3, \dots, r$$

y las matrices \hat{B} definidas como

$$\begin{aligned} \hat{B}_1(x^1) x^2 &= [w_1''^T z_1'' \quad \dots \quad w_{n_1}''^T z_{n_1}'']^T \\ \hat{B}_2(x^1, x^2) x^3 &= [w_{(n_1+1)}''^T z_{(n_1+1)}'' \quad \dots \quad w_{n_2}''^T z_{n_2}'']^T \\ &\vdots \\ \hat{B}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) x^{i+1} &= [w_{((n_1+1)+1)}''^T z_{((n_1+1)+1)}'' \quad \dots \quad w_{n_i}''^T z_{n_i}'']^T \\ i &= 3, \dots, r \end{aligned}$$

Como ya se había mencionado, las entradas de los vectores w_i' se ajustan según las leyes de adaptación propuestas en (3.34) y los parámetros de w_i'' son fijos.

Una superficie deslizante y una ley de control discontinua para el sistema (4.2) puede ser diseñada considerando el estado x^{i+1} $i = 3, \dots, r - 1$ como un vector de control ficticio en el i -ésimo bloque. Este procedimiento se describe en los siguientes pasos.

Paso 1. Supóngase que $n_1 = n_2$, esto es $\hat{B}_1(x^1)$ es cuadrada, y su matriz inversa $\hat{B}_1^{-1}(x^1)$ existe. Definamos el vector de error z^1 como

$$z^1 = x^1 - \rho \tag{4.4}$$

con ρ como una señal de referencia suave que debe ser acotada, además todas sus derivadas deben ser acotadas hasta la r -ésima derivada. Considérese a x^2 como el vector de control ficticio, por lo tanto el primer bloque es elegido como

$$x^2 = x_c^2(x^1) + \hat{B}_1^{-1}(x^1) (-K_1 z^1 + z^2 + \dot{\rho}) \tag{4.5}$$

donde z^2 es un vector $n_2 \times 1$ de nuevas variables; K_1 es un escalar positivo y $x_c^2(x^1)$ es calculado de la ecuación $\dot{z}^1 = 0$ a lo largo de las trayectorias del primer bloque de (4.2)

$$x_c^2(x^1) = -\hat{B}_1^{-1}(x^1) \hat{f}_1(x^1) \tag{4.6}$$

El primer bloque transformado en las nuevas coordenadas z^1 , z^2 y con la entrada (4.5), tendrá la forma

$$\dot{z}^1 = -K_1 z^1 + z^2 \quad (4.7)$$

La variable z^2 puede ser obtenida usando (4.5) y (4.6) como

$$z^2 = \hat{B}_1(x^1) x^2 + \hat{f}_1(x^1) + K_1(x^1 - \rho) - \dot{\rho} \triangleq \alpha_1(x^1, x^2) \quad (4.8)$$

Paso 2. Tomando la derivada de (4.8) a lo largo de las trayectorias de (4.2) se obtiene

$$\dot{z}^2 = \bar{f}_2(x^1, x^2) + \bar{B}_2(x^1, x^2) x^3 \quad (4.9)$$

donde

$$\bar{f}_2(x^1, x^2) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \left[+\hat{f}_1(x^1) + \hat{B}_1(x^1) x^2 \right] + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \hat{f}_2(x^1, x^2) - \ddot{\rho}, \quad \bar{B}_2 = \hat{B}_1 \hat{B}_2$$

Nótese que $\text{rango}(\bar{B}_2) = \text{rango}(\hat{B}_2) = n_2$. Ahora supóngase que $n_2 < n_3$, entonces la matriz \hat{B}_2 no es cuadrada, y el vector ficticio de entrada es x_3 , el cual puede ser elegido de (4.9) de forma similar a (4.5)

$$x^3 = x_c^3(x^1, x^2) + \bar{B}_2^+(x^1, x^2) (-K_2 z^2 + E_{2,1} z^3) \quad (4.10)$$

donde z^3 es un vector de dimensión $n_3 \times 1$; K_2 es un escalar positivo; \bar{B}_2^+ denota la pseudoinversa por la derecha de \bar{B} ; $E_{2,1} = \begin{bmatrix} I_{n_2} & 0 \end{bmatrix}$, $E_{2,1} \in \mathfrak{R}^{n_2 \times n_3}$, e I_{n_2} es la matriz identidad de orden $n_2 \times n_2$ y $x_c^3(x^1, x^2)$, se encuentra de la ecuación (4.9) haciendo $\dot{z}^2 = 0$

$$x_c^3(x^1, x^2) = -\bar{B}_2^+(x^1, x^2) \bar{f}_2(x^1, x^2) \quad (4.11)$$

Así, la ecuación (4.9), al sustituir (4.10) en ella, toma la forma

$$\dot{z}^2 = -K_2 z^2 + E_{2,1} z^3 \quad (4.12)$$

Ahora, se establece la siguiente suposición

(A) Los elementos de la matriz $\bar{B}_2(x^1, x^2)$ pueden ser ordenados de tal manera que la matriz cuadrada

$$\bar{B}_3(x^1, x^2) \triangleq \begin{bmatrix} \bar{B}_2(x^1, x^2) \\ E_{2,2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

con $E_{2,2} = [0 \ I_{n_3-n_2}]$, tenga rango igual a n_3 , con $E_{2,2} \in \mathfrak{R}^{n_3-n_2 \times n_3}$. Entonces la variable z^3 puede ser obtenida usando (4.10), (4.8) y (4.13) como

$$z^3 = \bar{B}_3(x^1, x^2) x^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + K_2 \alpha_1(x^1, x^2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Para el tercer paso se requiere la derivada respecto al tiempo de z^3 y este proceso se continúa de forma sucesiva para el resto de los bloques.

Para el caso $n_i < n_{i+1}$ y bajo la suposición (A) para matrices \bar{B}_i , para cada i -ésimo paso, $i = 3, \dots, r-1$, tenemos

$$x^{i+1} = x_c^{i+1}(x^1, x^2, \dots, x^i) + \bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i) (-K_i z^i + E_{i,1} z^{i+1}) \quad (4.15)$$

con

$$x^{i+1} = -\bar{B}_i^+(x^1, x^2, \dots, x^i) \bar{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) \quad (4.16)$$

donde \bar{B}_i^+ denota la pseudoinversa por la derecha de $\bar{B}_i = \bar{B}_i \hat{B}_i$, y

$$E_{i,1} = [I_{n_i} \ 0], E_{i,1} \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_{i+1}}$$

Las variables z^{i+1} , obtenidas de este procedimiento forman una transformación no lineal de variables de estado, dadas como

$$\begin{aligned} z^1 &= x^1 - \rho \\ z^2 &= \hat{B}_1(x^1) x^2 + \hat{f}_1(x^1) + K_1 z^1 \\ z^3 &= \bar{B}_3(x^1, x^2) x^3 + \begin{bmatrix} \bar{f}_2(x^1, x^2) + K_2 z^2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ z^{i+1} &= \bar{B}_{i+1}(x^1, x^2, \dots, x^i) x^{i+1} + \begin{bmatrix} \bar{f}_i(x^1, x^2, \dots, x^i) + K_i z^i \\ 0 \end{bmatrix} \\ i &= 3, \dots, r-1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde z^{i+1} es un vector de $n_{i+1} \times 1$, K_i es un escalar positivo, $\tilde{B}_{i+1} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_i \\ E_{i,2} \end{bmatrix}$
 $E_{i,2} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_{i+1}-n_i} \end{bmatrix}$ $E_{i,2} \in \mathfrak{R}^{(n_{i+1}-n_i) \times n_{i+1}}$ De tal forma que el sistema (4.2) puede ser representado en las coordenadas transformadas como

$$\begin{aligned} \dot{z}^1 &= -K_1 z^1 + z^2 \\ &\vdots \\ \dot{z}^i &= -K_i z^i + E_{i,1} z^{i+1} \quad i = 2, \dots, r-1 \\ \dot{z}^r &= \bar{f}_r(x) + \bar{B}_r(x) u \end{aligned} \quad (4.18)$$

donde $z = (z^1, z^2, \dots, z^r)^T$ $\text{rango}(\bar{B}_r(x)) = n_r = m$ y f_r es una función acotada.

4.1.2 Retroalimentación discontinua

Para generar el modo deslizante en (4.18), existen varios métodos de control discontinuo. Debido a que la matriz \bar{B}_r es de rango pleno y suponiendo que $n_r = m$, se puede elegir una estrategia de control como

$$u = -k_r \bar{B}_r^{-1}(x) \text{sign}(z^r) \quad k_r > 0 \quad (4.19)$$

Sustituyendo (4.19) en (4.18) resulta

$$\dot{z}^r = \bar{f}_r(x) - k_r \text{sign}(z_r) \quad (4.20)$$

Suponiendo que \bar{f}_r en (4.20) satisface la siguiente cota

$$\|\bar{f}_r(x)\|_2 \leq q_0, \quad q_0 > 0 \quad (4.21)$$

para toda $x \in D_x$, donde $\|\cdot\|_2$ es la norma euclidiana, entonces el controlador (4.19) con k_r elegida como

$$k_r \geq \frac{q_0}{\sqrt{n_r}} + d_0, \quad d_0 > 0 \quad (4.22)$$

garantiza modos deslizantes en la superficie $z_r = 0$ en un tiempo finito. Tomando la función candidata de Lyapunov $V_r = \frac{1}{2} z^r T z^r$ se tiene que a lo largo de las

trayectorias de (4.20), la derivada de V_r resulta

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_r &= -k_r \|z^r\|_2 + z^{rT} \bar{f}_r(x) \\
 &\leq -(k_r \sqrt{n_r} - q_0) \|z^r\|_2 \\
 &\leq -\frac{d_0}{\sqrt{n_r}} \|z^r\|_2 \\
 &\leq -\frac{\sqrt{2}d_0}{\sqrt{n_r}} \sqrt{V_r}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Ahora se usa la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{U}_r = -\eta \sqrt{U_r} \tag{4.24}$$

donde $\eta = \frac{\sqrt{2}d_0}{\sqrt{n_r}}$ y $V_r(0) \leq U_r(0)$. Para encontrar la solución de (4.24) se define

$$W_r^2 = U_r \tag{4.25}$$

Derivando W_r con respecto al tiempo se obtiene

$$2W_r \dot{W}_r = \dot{U}_r = -\eta \sqrt{U_r} = -\eta W_r \tag{4.26}$$

entonces (4.26) se puede representar como

$$\dot{W}_r = -\frac{1}{2}\eta \tag{4.27}$$

cuya solución es

$$W_r(t) = W_r(0) - \frac{1}{2}\eta t \tag{4.28}$$

Usando (4.25), (4.28) y considerando $W_r(0) = U_r(0)$, se observa que U_r puede ser representada como

$$U_r = \left(\sqrt{U_r(0)} - \frac{1}{2}\eta t \right)^2 \tag{4.29}$$

Aplicando el principio de comparación [15] se aprecia que

$$V_r \leq \left(\sqrt{V_r(0)} - \frac{1}{2}\eta t \right)^2 \tag{4.30}$$

lo cual demuestra que la función de Lyapunov se desvanece en un tiempo finito $t_s \leq \frac{2}{\eta} \sqrt{V_r(0)}$. Esto implica la existencia de un movimiento deslizante sobre la superficie $z^r = 0$ en un tiempo finito. Este movimiento es descrito en las nuevas variables z , por el sistema lineal

$$\begin{aligned} \dot{z}^1 &= -K_1 z^1 + z^2 \\ &\vdots \\ \dot{z}^i &= -K_i z^i + E_{i,1} z^{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-1 \end{aligned}$$

de orden $n - n_r$, con valores propios deseados $-K_i$.

En la presente tesis, se diseña un controlador basado en modos deslizantes; debido a esto, no es conveniente tener un observador discontinuo y una ley de control de igual naturaleza. Por tal motivo, se empleará una aproximación de la función discontinua que se usará en el observador, la cual será discutida en la siguiente subsección.

4.1.3 Control unitario

A continuación se mostrará un método de diseño para control discontinuo que genera modos deslizantes en una superficie, sin la selección individual de cada componente de la función de estado discontinua. El control se diseña de modo que la derivada respecto al tiempo de la función de Lyapunov es negativa en las trayectorias del sistema.

Considérese el siguiente sistema afín

$$\dot{\chi} = f(\chi, t) + B(\chi, t)u, \quad \chi \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \quad (4.31)$$

El modo deslizante para (4.31) es generado en la superficie

$$z_r(\chi) = 0 \quad (4.32)$$

Sea el control aplicado a (4.31) de la forma

$$\begin{aligned} u &= u_{eq} - (GB)^{-1} \left(\frac{z_r}{\|z_r\| + \delta} \right) \\ u_{eq} &= -(GB)^{-1} Gf \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde $G = \frac{\partial z_r}{\partial \chi}$ y δ es un parámetro positivo de diseño. La proyección en el subespacio de z_r esta dado por

$$\dot{z}_r = -\frac{z_r}{\|z_r\|} \quad (4.34)$$

con la derivada de la función de Lyapunov $v = \frac{1}{2}z_r^T z_r$ como

$$\dot{v} = -\frac{z_r^T \dot{z}_r}{\|z_r\|} = -\frac{\|z_r\|^2}{\|z_r\|} = -\sqrt{2v} \quad (4.35)$$

La solución de (4.35) está dada por

$$v(t) = \left(\sqrt{v(t_0)} - \frac{t - t_0}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad (4.36)$$

la cual se desvanece para un tiempo

$$t_s \geq t_0 + \sqrt{2v(t_0)} \quad (4.37)$$

Con lo cual, después de un tiempo finito, el estado alcanza la superficie $z_r = 0$ garantizando que las trayectorias que lleguen a dicha superficie permanezcan en ella.

4.2 Diseño del observador

Dado que en la práctica no es posible medir los flujos magnéticos del secundario del MIL, en esta sección se discutirá el uso de observadores para estimar dichos estados.

4.2.1 Planteamiento del problema de diseño del observador

Al contrario del caso lineal, no es posible resolver el problema de diseño de un observador para plantas no lineales en el caso general. Por lo tanto es importante encontrar y definir las clases de los sistemas no lineales para los cuales se puede diseñar un observador no lineal.

Consideremos la planta

$$\dot{\xi} = f_{\xi}(\xi, \eta, w) \quad (4.38)$$

$$\dot{\eta} = f_{\eta}(\xi, \eta) + Bu \quad (4.39)$$

donde $\xi \in \mathbb{R}^k$, $\eta \in \mathbb{R}^n$ y $u \in \mathbb{R}^m$ Supongamos que

- es posible medir el vector ξ del estado del subsistema (4.38) y además un vector de la salida y del subsistema (4.39)

$$y = C\eta, \quad y \in \mathbb{R}^p, \quad p < n \quad (4.40)$$

- el subsistema (4.39) tiene la siguiente forma (bilineal con respecto a ξ y η)

$$f_\eta(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^k \xi_i A_i \eta \quad (4.41)$$

donde A_i son matrices de orden $n \times n$; $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_k]^T$ Puesto que las variables $\xi_i(t)$ son medibles, es posible representar el subsistema (4.39) como un sistema lineal con la matriz

$$A(t) = \sum_{i=1}^k \xi_i(t) A_i \quad (4.42)$$

la cual contiene parámetros variantes en el tiempo.

Con base en (4.40) y (4.42), el problema de diseño de un observador para el sistema no lineal (4.38), (4.39) se convierte al problema de diseño de un observador para el siguiente sistema lineal y no autónomo

$$\dot{\eta} = A(t)\eta + Bu \quad (4.43)$$

$$y = C\eta \quad (4.44)$$

donde y es un vector de salidas o estados medibles, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$

Supóngase que el sistema (4.43), (4.44) es observable, entonces se pueden diseñar observadores de dos tipos:

1. Observador de orden reducido;
2. Observador de orden completo.

A continuación se darán detalles del observador de orden reducido, que es el usado en la presente tesis.

4.2.2 Observador de orden reducido

Supóngase que $\text{rango}(C) = p$, entonces el vector observable (4.44) se puede representar como

$$y = C_1\eta_1 + C_2\eta_2 \quad (4.45)$$

donde $\eta_1 \in \mathbb{R}^{n-p}$ y $\eta_2 \in \mathbb{R}^p$. El sistema (4.43) se representa en variables (η_1, y) como

$$\dot{\eta}_1 = \bar{A}_{11}(t)\eta_1 + \bar{A}_{12}(t)y + B_1u \quad (4.46)$$

$$\dot{y} = \bar{A}_{21}(t)\eta_1 + \bar{A}_{22}(t)y + B_2u \quad (4.47)$$

donde

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{11}(t) & \bar{A}_{12}(t) \\ \bar{A}_{21}(t) & \bar{A}_{22}(t) \end{bmatrix} = TA(t)T^{-1}, \quad \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = TB, \quad T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

El problema de diseño del observador de orden reducido es resuelto con la ayuda del siguiente lema [31]

Lema 4.1 Si el par $\{C, A(t)\}$ en (4.43), (4.44) es observable, entonces el sistema

$$\dot{\eta}_1 = \bar{A}_{11}(t)\eta_1$$

con la salida

$$z = \bar{A}_{21}(t)\eta_1$$

o el par $\{\bar{A}_{21}(t), \bar{A}_{11}(t)\}$ en (4.46) es también observable.

Demostración. Supóngase que el par $\{\bar{A}_{21}(t), \bar{A}_{11}(t)\}$ es no observable, entonces por medio de una transformación no singular el subsistema (4.46) con y y u consideradas como las entradas, se puede representar en la forma canónica observable

$$\dot{\eta}'_1 = A'_1(t)\eta'_1 + A'_{12}(t)y + B'_1u \quad (4.49)$$

$$\dot{\eta}''_1 = A''_1(t)\eta'_1 + A_2(t)\eta''_1 + A''_{22}(t)y + B''_1u \quad (4.50)$$

con la salida

$$z = A'_{21}(t)\eta'_1, \quad \eta_1^T = [\eta_1^{T'} \quad \eta_1^{T''}] \quad (4.51)$$

En (4.49)-(4.51) el par $\{A'_{21}(t), A'_1(t)\}$ es observable y η_1'' es el subespacio de estado no observable. El sistema (4.47) después de la transformación anterior queda de la forma

$$\dot{y} = A'_{21}(t)\eta'_1 + \bar{A}_{22}(t)y + B_2u \quad (4.52)$$

Esto significa que la salida y no está afectada por η_1'' , y el subespacio η_1'' será no observable no solamente con respecto a la salida z , sino también con respecto al vector y , el cual es la salida del sistema original. Esta conclusión es contradictoria a la hipótesis de que el par $\{C, A(t)\}$ es observable. Por lo tanto el par $\{\bar{A}_{21}(t), \bar{A}_{11}(t)\}$ es observable también. ■

El diseño del observador de orden reducido para el sistema (4.46), (4.47) está basado en la siguiente transformación

$$\eta_1^* = \eta_1 - L_1y \quad (4.53)$$

donde $L_1 \in \mathfrak{R}^{(n-p) \times p}$ es una matriz de valores constantes positivos; el comportamiento del sistema se considera en el espacio (η_1^*, y) . Derivando (4.53) a lo largo de las trayectorias de (4.46), (4.47), se obtiene

$$\dot{\eta}_1^* = \bar{A}_{11}(t)\eta_1^* + \bar{A}_{12}(t)y + B_1u - L_1\bar{A}_{21}(t)\eta_1^* - L_1\bar{A}_{22}(t)y - L_1B_2u$$

el cual puede ser representado como

$$\dot{\eta}_1^* = [\bar{A}_{11}(t) - L_1\bar{A}_{21}(t)]\eta_1^* + \bar{A}_2(t)y + \bar{B}u \quad (4.54)$$

donde $\bar{A}_2(t) = \bar{A}_{12}(t) - L_1\bar{A}_{22}(t)$ y $\bar{B} = B_1 - L_1B_2$. Ahora se diseña un observador para (4.54) como

$$\dot{\hat{\eta}}_1^* = [\bar{A}_{11}(t) - L_1\bar{A}_{21}(t)]\hat{\eta}_1^* + \bar{A}_2(t)y + \bar{B}u \quad (4.55)$$

De las ecuaciones (4.54) y (4.55), se puede expresar la dinámica del error de observación $e_1 = \eta_1^* - \hat{\eta}_1^*$ de la siguiente forma

$$\dot{e}_1 = [\bar{A}_{11}(t) - L_1\bar{A}_{21}(t)]e_1 \quad (4.56)$$

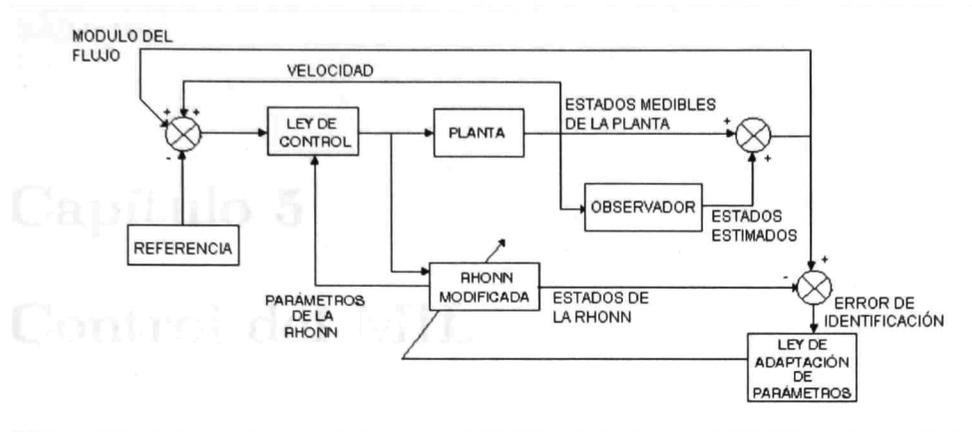


Figura 4.1: Esquema de identificación y control.

Dado que, por el lema 4.1, se puede elegir la matriz L_1 de manera que el sistema (4.56) sea asintóticamente estable. Usando la transformación (4.53), es posible encontrar la estimación $\hat{\eta}_1$ como

$$\hat{\eta}_1 = \hat{\eta}_1^* + L_1 y \quad (4.57)$$

El esquema de identificación y control mostrado en la figura 4.1, será usado en el capítulo 5 para diseñar una ley de control y un esquema de identificación neuronal, aplicado, en este caso, a un motor de inducción de desplazamiento lineal.

Capítulo 5

Control del MIL

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar el esquema de identificación y control desarrollado en capítulos anteriores. Se muestran los comportamientos de los modelos α - β y d - q ante las señales de control diseñadas. Se incluyen además, las gráficas de simulación.

5.1 Modelo $\alpha - \beta$ en espacio de estado

El siguiente cambio de variables es propuesto con el fin de obtener el modelo (2.43), (2.46) y (2.49) del MIL en variables de estado

$$\begin{aligned}\chi_1 &= q_m \\ \chi_2 &= \dot{q}_m \\ \chi_3 &= \lambda_{r_\alpha} \\ \chi_4 &= \lambda_{r_\beta} \\ \chi_5 &= \dot{q}_{s_\alpha} \\ \chi_6 &= \dot{q}_{s_\beta}\end{aligned}\tag{5.1}$$

donde q_m es la posición del secundario; \dot{q}_m es la velocidad lineal del secundario; λ_{r_α} es el flujo magnético del secundario en el eje α ; λ_{r_β} es el flujo magnético del secundario en el eje β ; \dot{q}_{s_α} es la corriente en el primario en el eje α ; \dot{q}_{s_β} es la corriente en el primario en el eje β . Con el cambio de variables (5.1) aplicado a

(2.43), (2.46) y (2.49) se obtiene el modelo del MIL en variables de estado como

$$\begin{aligned}
 \dot{\chi}^1 &= \chi^2 \\
 \dot{\chi}^2 &= -k_1\chi^3\Theta^T J\chi^4 - k_2\chi^2 - k_3F_L \\
 \dot{\chi}^3 &= -k_4\Theta^T J\chi^4 + k_4\Theta^T J\chi^4\chi^2 + k_5\Theta^T\chi^4 - k_6\chi^3 \\
 \dot{\chi}^4 &= -k_7\Theta\chi^3 + k_8\Theta J\chi^3\chi^2 + k_9\chi^4 - k_{10}u^2
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

donde $\chi^1 = [\chi_1]$, es el vector de posición; $\chi^2 = [\chi_2]$, es el vector de velocidad; $\chi^3 = [\chi_3 \ \chi_4]$ es el vector de flujos; $\chi^4 = [\chi_5 \ \chi_6]^T$ es el vector de corrientes y $u^2 = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ es el vector de voltajes.

Con base a la estructura del modelo (5.2) se propone la siguiente RHONN modificada

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -a_2x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) + w_{24}s(x_4) \\
 &\quad + w_{25}s(x_5) + w_{26}s(x_6) - w_{27} [x_3 \ x_4] \Theta^T J [x_5 \ x_6]^T \\
 \dot{x}_3 &= -a_3x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) + w_{34}s(x_4) \\
 &\quad + w_{35}s(x_5) + w_{36}s(x_6) + w_{37} [x_5 \cos(n_p x_1) + x_6 \sin(n_p x_1)] \\
 \dot{x}_4 &= -a_4x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) \\
 &\quad + w_{45}s(x_5) + w_{46}s(x_6) + w_{47} [x_6 \cos(n_p x_1) - x_5 \sin(n_p x_1)] \\
 \dot{x}_5 &= -a_5x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_4) \\
 &\quad + w_{55}s(x_5) + w_{56}u_\alpha \\
 \dot{x}_6 &= -a_6x_6 + w_{61}s(x_1) + w_{62}s(x_2) + w_{63}s(x_3) + w_{64}s(x_4) \\
 &\quad + w_{66}s(x_6) + w_{67}u_\beta
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

en donde los pesos $w_{27} = k_1$, $w_{37} = w_{47} = k_5$, $w_{56} = w_{67} = k_{10}$, permanecen fijos durante el entrenamiento.

5.2 Diseño del observador

Dado que no es posible medir los flujos del secundario, ya que esto requeriría el uso de sensores dentro del motor y esto resulta costoso, a continuación se muestra

el diseño de un observador de orden reducido que estima los estados no medibles de la planta.

Para obtener la estimación de los flujos, se usan las dinámicas de las corrientes del primario, las cuales son medibles. El observador propuesto para el modelo $\alpha - \beta$ es el siguiente

$$\hat{\chi}_5 = k_9 \chi_5 - k_{10} u_\alpha + v_\alpha \quad (5.4)$$

$$\hat{\chi}_6 = k_9 \chi_6 - k_{10} u_\beta + v_\beta \quad (5.5)$$

donde $\hat{\chi}_5$ y $\hat{\chi}_6$ son los estimados de las corrientes χ_5 y χ_6 respectivamente. Como se había mencionado anteriormente, no es conveniente usar a la vez, una ley de control discontinua y un observador discontinuo, por tal motivo usamos el control unitario (4.33) para v como

$$v_\alpha = l_1 \frac{\varepsilon_\alpha}{|\varepsilon_\alpha| + \delta} \quad (5.6)$$

$$v_\beta = l_2 \frac{\varepsilon_\beta}{|\varepsilon_\beta| + \delta} \quad (5.7)$$

donde $\varepsilon_\alpha = \chi_5 - \hat{\chi}_5$ y $\varepsilon_\beta = \chi_6 - \hat{\chi}_6$ representan el error de estimación y $l_1, l_2, \delta > 0$ son parámetros de diseño. La dinámica para el error está definida como

$$\dot{\varepsilon} = -k_7 \Theta \chi^3 + k_8 \Theta J \chi^3 \chi_2 - v \quad (5.8)$$

donde $\varepsilon = [\varepsilon_\alpha \ \varepsilon_\beta]^T$ y $v = [v_\alpha \ v_\beta]^T$. Para un valor suficientemente grande de l_1, l_2 y un pequeño valor de δ , la superficie deslizante $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 0$ es atractiva y una vez que las trayectorias alcanzan esta superficie permanecen en ella [31]. Así, en la superficie $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = 0$ se tiene que $\dot{\varepsilon}_\alpha = \dot{\varepsilon}_\beta = 0$ y de (5.8) se obtiene

$$-k_7 \Theta \chi^3 + k_8 \Theta J \chi^3 \chi_2 - v_{eq} = 0 \quad (5.9)$$

donde $v_{eq} = [v_{\alpha eq} \ v_{\beta eq}]^T$ son los valores equivalentes de v_α y v_β . Midiendo estos valores de (5.9) es posible obtener los estimados de χ_3 y χ_4 como

$$\hat{\chi}^3 = -\frac{1}{\mu} [\Theta^T \phi \ \Theta^T J \phi] v_{eq} \quad (5.10)$$

donde $\hat{\chi}^3 = [\hat{\chi}_3 \hat{\chi}_4]^T$, $\mu = (k_8\chi_2)^2 + k_7^2$, y $\phi = [k_7 \ k_8\chi_2]^T$. Las variables estimadas $\hat{\chi}_3$, $\hat{\chi}_4$ serán usadas en lugar de los estados reales χ_3 , χ_4 en la identificación neuronal.

El diseño del observador para el modelo $d - q$ es similar al procedimiento descrito en esta sección

5.3 Resultados con el modelo $\alpha - \beta$

Las simulaciones se realizaron en Simulink¹ con el método numérico Dormand-Prince con un paso de 0.0001 segundos.

Los parámetros del motor usado son:

$$\begin{aligned} L_{sr} &= 0.0241 \\ L_r &= 0.02846 \\ L_s &= 0.02846 \\ R_r &= 3.5315 \\ R_s &= 5.3685 \\ n_p &= 4 \\ D_m &= 2.78 \\ R_m &= 36.0455 \end{aligned}$$

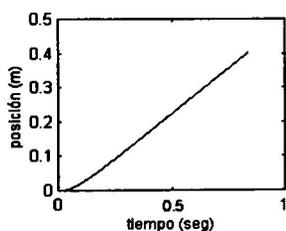


Figura 5.1: Posición

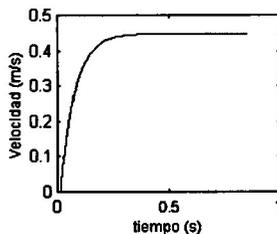


Figura 5.2: Velocidad

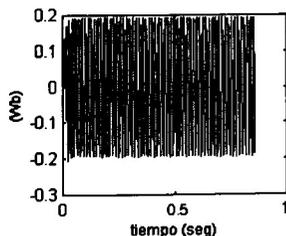


Figura 5.3: Flujo- α

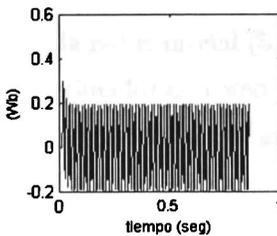


Figura 5.4: Flujo- β

¹Simulink es marca registrada de Mathworks, Inc.

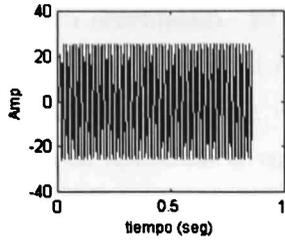


Figura 5.5: Corriente- α

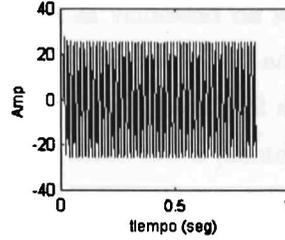


Figura 5.6: Corriente- β

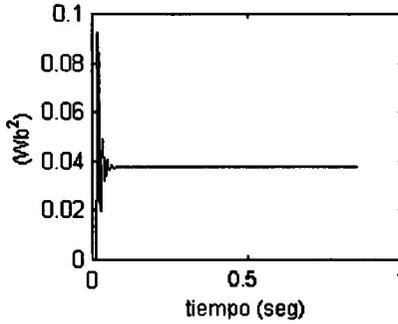


Figura 5.7: Cuadrado del modulo del flujo

El comportamiento del MIL en lazo abierto con los voltajes de entrada dados por

$$u_{\alpha} = 220 \cos(2\pi ft) \tag{5.11}$$

$$u_{\beta} = 220 \sin(2\pi ft)$$

con $f = 60Hz$, se muestra en las figuras 5.1 - 5.7 con valores nominales.

5.3.1 Identificación del modelo $\alpha - \beta$

Para la identificación del modelo (5.2), se utiliza la red neuronal (5.3), con el algoritmo de aprendizaje (3.34), usando los flujos estimados así como las corrientes medibles. Los parámetros y la función de activación usados en el entrenamiento se describen a continuación:

Se utilizó una función de activación sigmoial dada por

$$s(x) = \frac{1}{1 + \exp(-0.01x)} + 0.1 \tag{5.12}$$

la cual garantizó buen desempeño. El valor de la velocidad de aprendizaje γ de (3.34) se elige de modo que la red aprenda a una velocidad adecuada para poder aplicar el algoritmo de control; es decir, la ley de control se aplica una vez que la red neuronal aproxima el comportamiento de la planta. El tiempo en el cual se aplica la ley de control, deberá ser mayor que el tiempo de entrenamiento para así evitar el transitorio existente en el aprendizaje. El valor de γ elegido en éste caso fue de 200. Para las constantes a_i del filtro (3.15) se eligieron los valores $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 500$, $a_5 = a_6 = 700$. Se usó (3.12) como esquema de identificación, aunque (3.13) mostró también buen desempeño. Usamos $l_1 = l_2 = 10,000$, $\delta = 0.3$ como parámetros de (5.6) y (5.7). Los flujos estimados de este modo, se usaron para entrenar a la red neuronal

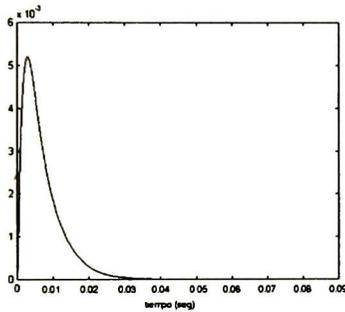


Figura 5.8: Error de velocidad.

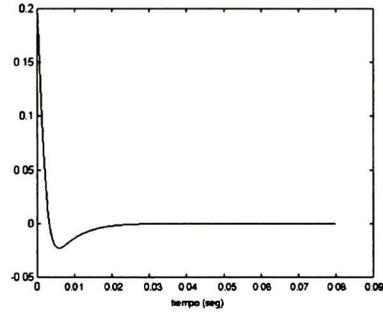


Figura 5.9: Error flujo- α .

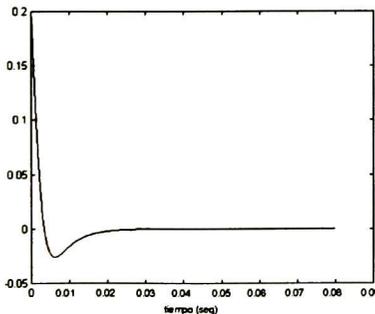


Figura 5.10: Error flujo- β .

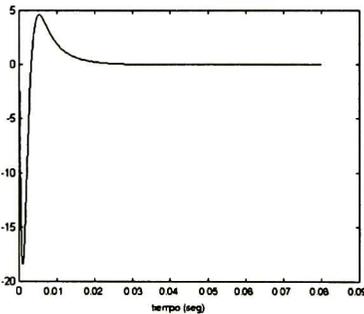


Figura 5.11: Error corriente- α .

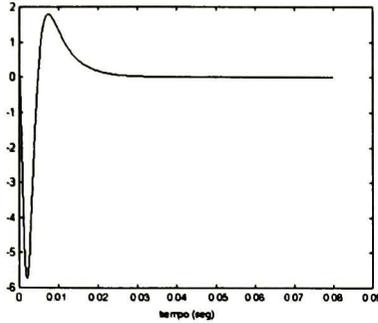


Figura 5.12: Error corriente- β .

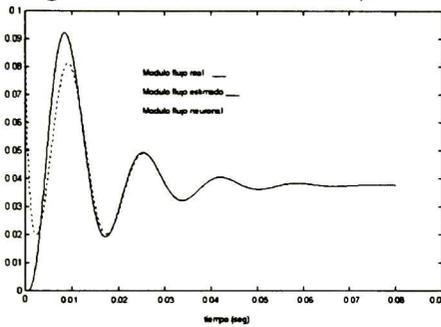


Figura 5.13: Comparación del módulo del flujo.

Con esto, se consigue la convergencia del error de identificación cero, como lo muestran las figuras 5.8.- 5.12. Por otro lado, se puede apreciar en la figura 5.13 los flujos estimados por el observador y los flujos aproximados por la red neuronal.

5.3.2 Control con el modelo $\alpha - \beta$

La ley de control diseñada basada en el modelo $\alpha - \beta$, tiene como objetivo controlar la velocidad del secundario y mantener a la vez, el control del módulo del flujo. Para ello se define el error de seguimiento de velocidad y módulo del flujo como

$$z_1 = x_2 - v_r \tag{5.13}$$

$$z_2 = \varphi - \varphi_r$$

donde

$$\varphi = \|\Psi\|^2 = x_3^2 + x_4^2 \quad (5.14)$$

Además, φ_r y v_r son señales de referencia suaves y acotadas, con $\|\Psi\|$ definido como el módulo del flujo. El modelo neuronal propuesto (5.3) tiene casi la forma no lineal controlable por bloques (4.2) que consiste de tres bloques

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= f^1(x^1) + B_1(x^1)x^2 \\ \dot{x}^2 &= f^2(x^1, x^2) + B_2(x^1, x^2)x^3 \\ \dot{x}^3 &= f^3(x^1, x^2, x^3) + B_3(x^1, x^2, x^3)u \end{aligned} \quad (5.15)$$

donde $x^1 = [x_1]$, $x^2 = [x_2 \ x_3 \ x_4]^T$, $x^3 = [x_5 \ x_6]^T$ $u = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ y los elementos no lineales están dados como

$$f^1(x^1) = f_1 = 0$$

$$f^2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$f^3(x^1, x^2, x^3) = \begin{bmatrix} f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned} f_2 &= -a_2x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) \\ &\quad + w_{24}s(x_4) + w_{25}s(x_5) + w_{26}s(x_6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3 &= -a_3x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) \\ &\quad + w_{34}s(x_4) + w_{35}s(x_5) + w_{36}s(x_6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4 &= -a_4x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) \\ &\quad + w_{44}s(x_4) + w_{45}s(x_5) + w_{46}s(x_6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_5 &= -a_5x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) \\ &\quad + w_{54}s(x_4) + w_{55}s(x_5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_6 &= -a_6x_6 + w_{61}s(x_1) + w_{62}s(x_2) + w_{63}s(x_3) \\ &\quad + w_{64}s(x_4) + w_{66}s(x_6) \end{aligned}$$

y

$$B_1(x^1) = [1 \ 0 \ 0]$$

$$B_2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} -w_{27}\psi_1 & w_{27}\psi_2 \\ w_{37} \cos(n_p x_1) & w_{37} \sin(n_p x_1) \\ -w_{47} \sin(n_p x_1) & w_{47} \cos(n_p x_1) \end{bmatrix}$$

$$B_3(x^1, x^2, x^3) = \begin{bmatrix} w_{56} & 0 \\ 0 & w_{67} \end{bmatrix}$$

En B_2 las funciones ψ_1 y ψ_2 están dadas como

$$\psi_1 = x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)$$

$$\psi_2 = x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1).$$

Dado que $w_{37} = w_{47}$, podemos representar a B_2 de forma más compacta como

$$B_2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} w_{27}x_\lambda \Theta^T J \\ w_{37} \Theta^T \end{bmatrix}$$

donde

$$x_\lambda = [x_3 \ x_4]$$

Finalmente el vector de control, se expresa como sigue

$$u = [u_\alpha \ u_\beta]^T$$

Para lograr los objetivos de control, tomamos la derivada de (5.13) en las trayectorias de (5.3) obteniendo el primer bloque de la forma controlable por bloques

$$\dot{z}^1 = \bar{f}^2 + \bar{B}_2(x^1, x^2) x^3 \tag{5.16}$$

donde $z^1 = [z_2 \ z_1]^T$, $\bar{f}^2 = [\bar{f}_2 \ \bar{f}_3]^T$, $\bar{f}_2 = f_2 - \dot{v}_r$, $\bar{f}_3 = 2x_3 f_3 + 2x_4 f_4 - \dot{\varphi}_r$,

$$\bar{B}_2 = \begin{bmatrix} -w_{27}\psi_1 & w_{27}\psi_2 \\ 2w_{37}\psi_2 & 2w_{37}\psi_1 \end{bmatrix}$$

Con el fin de linealizar el bloque (5.16) se selecciona el vector de control ficticio x^3 como

$$x^3 = -\bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2)(\bar{f}^2 + K_1 z^1) + z^2 \quad (5.17)$$

donde z^2 es el vector de variables nuevas $z^2 = [z_3 \ z_4]^T$ $K_1 = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ 0 & -k_2 \end{bmatrix}$ es una matriz Hurwitz y

$$\bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2) = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -\frac{x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)}{w_{27}} & \frac{x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1)}{2w_{37}} \\ \frac{x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1)}{w_{27}} & \frac{x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)}{2w_{37}} \end{bmatrix}$$

De (5.17) y (5.13) se obtiene la siguiente transformación

$$z^2 = x^3 + \bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2)(\bar{f}^2 + K_1 z^1) := \gamma(x^2, x^3, r) \quad (5.18)$$

donde $r = [\varphi_r, v_r]^T$ De (5.18) se observa que si elegimos la superficie deslizante como

$$\gamma(x^2, x^3, r) = 0 \quad (5.19)$$

Entonces el movimiento sobre la superficie (5.19) estará dado por el sistema lineal

$$\dot{z}^1 = K_1 z^1 \quad (5.20)$$

con las dinámicas y valores propios deseados. Para introducir el modo deslizante en la superficie (5.19), se toma la derivada de (5.18) obteniendo

$$\dot{z}^2 = \tilde{f}^3 + B_3 u \quad (5.21)$$

donde $\tilde{f}^3 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} = \frac{\partial \gamma}{\partial x^1} \bar{f}_2 + \frac{\partial \gamma}{\partial x^2} \bar{f}_3 + \frac{\partial \gamma}{\partial r} \dot{r}$.

Dado que la ley de control debe ser acotada, ésta se elige como

$$u_\alpha = -u_0 \text{sign}(z_3) \quad (5.22)$$

$$u_\beta = -u_0 \text{sign}(z_4)$$

con la condición

$$\begin{aligned} \left| \tilde{f}_3 \right| &\leq w_{56} u_0 \\ \left| \tilde{f}_4 \right| &\leq w_{67} u_0 \end{aligned}$$

se obtiene la dinámica deslizante sobre la superficie

$$z_3 = 0, \quad z_4 = 0$$

en un tiempo finito. Con lo cual los errores de seguimiento z_1 y z_2 convergen asintóticamente a cero.

La ley de control (5.22) y la ley de adaptación de pesos (3.34), son aplicadas después de que los errores de identificación convergen a cero. Los parámetros usados para las ganancias (5.20) fueron $k_1 = 500$ y $k_2 = 1700$ con $u_0 = 220$ como la cota del control. Las señales de referencia para la velocidad v_r y módulo del flujo φ_r fueron $0.5 \sin(\pi t)$ *mts* y $0.1Wb^2$ respectivamente; en las figuras 5.14 y 5.15 se muestra el seguimiento de dichas señales con valores nominales y sin perturbaciones.

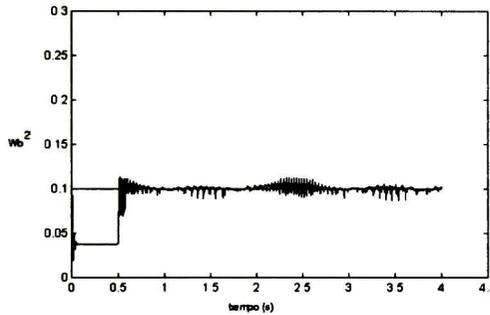


Figura 5.14: Módulo del flujo, sin perturbación y sin carga.

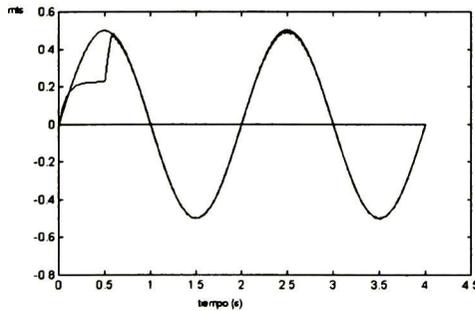


Figura 5.15: Velocidad, sin perturbación y sin carga.

Para demostrar la robustez del esquema de identificación y control, se introdujo una perturbación en la resistencia del rotor de $0.5ohms/seg$ desde su valor nominal, (Figura 5.16).

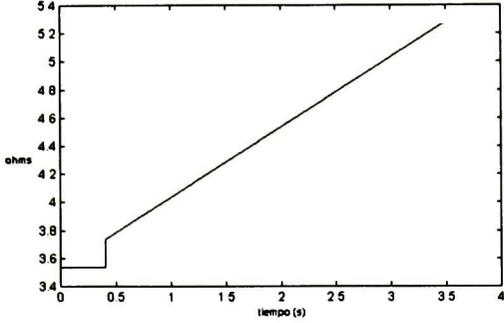


Figura 5.16: Perturbación de la resistencia del rotor.

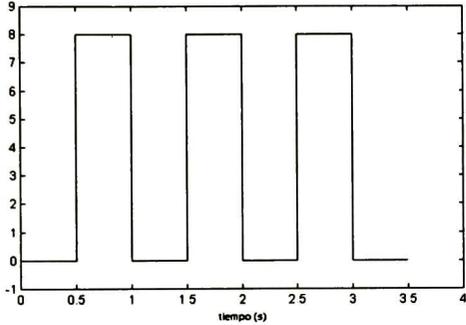


Figura 5.17: Perturbación de la carga

Además, se agrega una señal cuadrada como carga, con amplitud de $8N$ como se muestra en la figura 5.17. Las figuras 5.18 y 5.19 muestran el desempeño de la planta ante dichas perturbaciones.

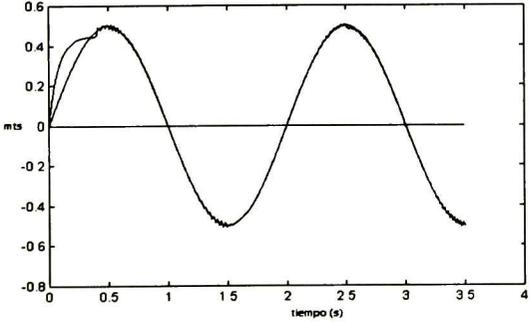


Figura 5.18: Velocidad lineal con perturbaciones.

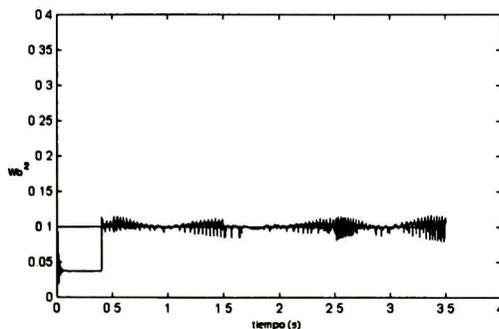


Figura 5.19: Módulo del flujo con perturbaciones.

5.4 Resultados con el modelo $d - q$

El modelo (2.50) en espacio de estado está representado como

$$\begin{aligned}
 \dot{\chi}_1 &= c_0(\chi_2\chi_5 - \chi_3\chi_4) - c_1\chi_1 - c_2F_L \\
 \dot{\chi}_2 &= c_3\chi_4 - c_4\chi_2 - c_5\chi_1\chi_3 \\
 \dot{\chi}_3 &= c_3\chi_5 + c_5\chi_1\chi_2 - c_4\chi_3 \\
 \dot{\chi}_4 &= -c_6\chi_4 + c_7\chi_2 + c_8\chi_1\chi_3 + c_9u_d \\
 \dot{\chi}_5 &= -c_6\chi_5 - c_8\chi_1\chi_2 + c_7\chi_3 + c_9u_q
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

donde

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \frac{K_f}{M} & c_1 &= \frac{D}{M} & c_2 &= \frac{1}{M} & c_3 &= \frac{L_m}{T_r} & c_4 &= \frac{1}{T_r} & c_5 &= n_p \frac{\pi}{\tau} \\
 c_6 &= \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r} & c_7 &= \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} & c_8 &= \frac{L_m \pi}{\sigma L_s L_r \tau} & c_9 &= \frac{1}{\sigma L_s}
 \end{aligned}$$

con el cambio de variables dado por

$$v = \chi_1, \quad \lambda_{dr} = \chi_2, \quad \lambda_{qr} = \chi_3, \quad i_{ds} = \chi_4, \quad i_{qs} = \chi_5$$

El siguiente modelo neuronal es propuesto para la identificación de (5.23)

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -a_1x_1 + w_{11}s(x_1) + w_{12}s(x_2) + w_{13}s(x_3) + w_{14}(x_2x_5 - x_3x_4) \\
 \dot{x}_2 &= -a_2x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) + w_{24}x_4 \\
 \dot{x}_3 &= -a_3x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) + w_{34}x_5 \\
 \dot{x}_4 &= -a_4x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) + w_{45}u_d \\
 \dot{x}_5 &= -a_5x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_5) + w_{55}u_q
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

donde $w_{14} = c_0$, $w_{24} = w_{34} = c_3$, $w_{45} = w_{55} = c_9$ son los pesos que permanecen fijos durante el entrenamiento.

5.4.1 Identificación del modelo $d - q$

La identificación de (5.23) con (5.24) se realizó con $\gamma = 100$, $a_1 = a_2 = a_3 = 500$; $a_4 = a_5 = 700$, con los valores del observador como $l_1 = l_2 = 10,000$ y $\delta = 0.1$. Los resultados de la identificación se muestran en las figuras 5.20 - 5.24.

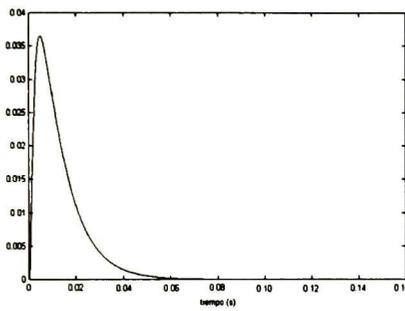


Figura 5.20: Error de velocidad.

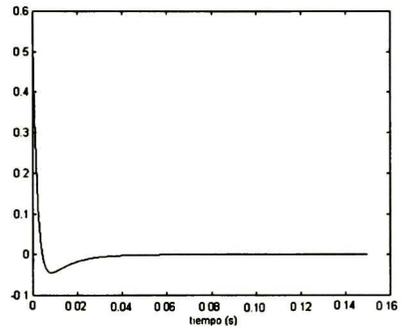


Figura 5.21: Error de flujo-d.

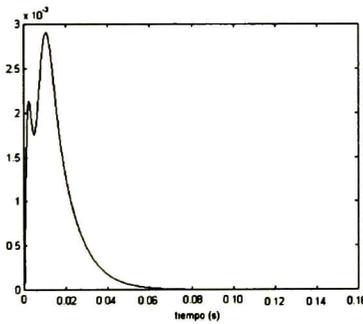


Figura 5.22: Error de flujo-q.

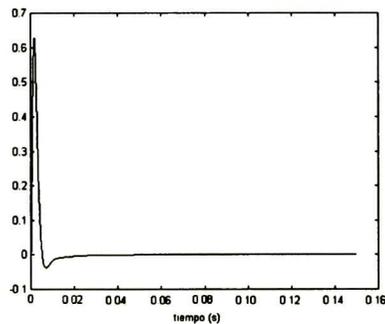


Figura 5.23: Error corriente-d.

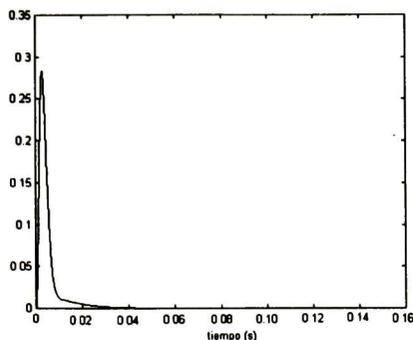


Figura 5.24: Error corriente- q .

5.4.2 Control con el modelo $d - q$

El modelo (5.24) tiene casi la forma controlable por bloques siguiente

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= f^1(x^1) + B_1(x^1)x^2 \\ \dot{x}^2 &= f^2(x^1, x^2) + B_2(x^1, x^2)u \end{aligned} \quad (5.25)$$

donde $x^1 = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ $x^2 = [x_4 \ x_5]^T$ $u = [u_d \ u_q]^T$

$$f^1(x^1) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1x_1 + w_{11}s(x_1) + w_{12}s(x_2) + w_{13}s(x_3) \\ -a_2x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) \\ -a_3x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) \end{bmatrix}$$

$$f^2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) \\ -a_5x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_5) \end{bmatrix}$$

$$B_1(x^1) = \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ w_{24} & 0 \\ 0 & w_{34} \end{bmatrix}$$

$$B_2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} w_{45} & 0 \\ 0 & w_{55} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Se definen las señales de error de seguimiento como

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - v_r \\ z_2 &= \varphi - \varphi_r \end{aligned} \quad (5.27)$$

donde v_r y φ_r son la velocidad y el flujo de referencia respectivamente y φ se define como

$$\varphi = \|\Psi\|^2 = x_2^2 + x_3^2$$

El primer bloque de (5.24) es representado como

$$\dot{z}^1 = \bar{f}^1 + \bar{B}_1(x^1)x^2 \quad (5.28)$$

donde

$$\begin{aligned} z^1 &= [z_1 \ z_2]^T \\ \bar{f}^1 &= [\bar{f}_1 \ \bar{f}_2]^T \\ \bar{f}_1 &= f_1 - \dot{v}_r \\ \bar{f}_2 &= 2x_2f_2 + 2x_3f_3 - \dot{\varphi}_r \\ \bar{B}_1 &= \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ 2w_{24}x_2 & 2w_{34}x_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Para linealizar el bloque (5.28) se elige el vector de control ficticio x^2 como

$$x^2 = -\bar{B}_1^{-1}(\bar{f}^1 - K_1z^1) + z^2 \quad (5.29)$$

donde $z^2 = [z_3 \ z_4]^T$ $K_1 = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ 0 & -k_2 \end{bmatrix}$ es una matriz Hurwitz y

$$\bar{B}_1^{-1} = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{w_{14}} & \frac{x_2}{2w_{24}} \\ \frac{x_2}{w_{14}} & \frac{x_3}{2w_{24}} \end{bmatrix}$$

De (5.29) se obtiene la siguiente transformación

$$z^2 = x^2 + \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{w_{14}} & \frac{x_2}{2w_{24}} \\ \frac{x_2}{w_{14}} & \frac{x_3}{2w_{24}} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \bar{f}_1 + k_1(x_1 - v_r) \\ \bar{f}_2 + k_2(\varphi - \varphi_r) \end{bmatrix} \right) := \gamma(x^1, x^2, r) \quad (5.30)$$

donde $r = [v_r \ \varphi_r]^T$ Si se selecciona la superficie deslizante como

$$\gamma(x^1, x^2, r) = 0$$

entonces

$$\dot{z}^1 = K_1z^1 \quad (5.31)$$

describe el movimiento sobre dicha superficie. Al tomar la derivada de (5.30) usando (5.26), se obtiene

$$\dot{z}^2 = \tilde{f}^2 + B_2 u \tag{5.32}$$

donde $\tilde{f}^2 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} = \frac{\partial \gamma}{\partial x^1} \tilde{f}_1 + \frac{\partial \gamma}{\partial x^2} \tilde{f}_2 + \frac{\partial \gamma}{\partial r} \dot{r}$. Con (5.32) se puede aplicar la siguiente ley de control

$$u = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \text{sign}(z_3) \\ u_0 \text{sign}(z_4) \end{bmatrix} \tag{5.33}$$

Los resultado de simulación al aplicar (5.33) al esquema de identificación y control del modelo $d - q$, se muestran en las figuras 5.25 y 5.26 para $\varphi_r = 0.1 Wb^2$ y $v_r = 0.1 \sin(\pi t)$, con las perturbaciones de una señal de forma de onda cuadrada con amplitud de $8N$ como carga, y la resistencia del secundario incrementándose 0.5Ω cada segundo, las cuales se muestran en las figuras 5.27 y 5.28.

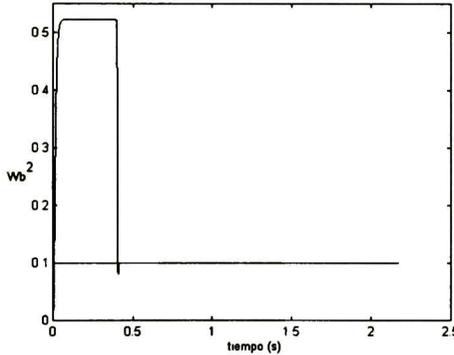


Figura 5.25: Seguimiento del módulo del flujo.

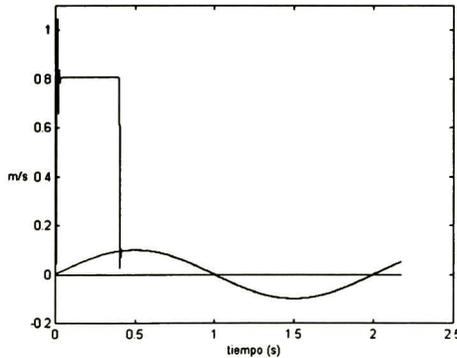


Figura 5.26: Seguimiento de velocidad.

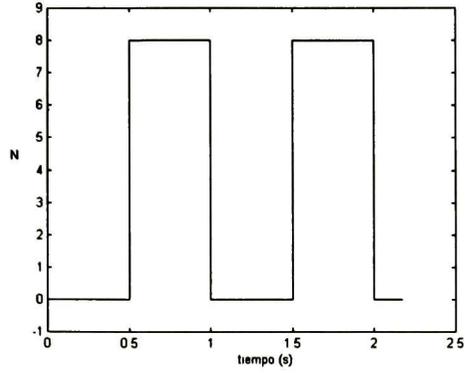


figura 5.27: Perturbación de la carga.

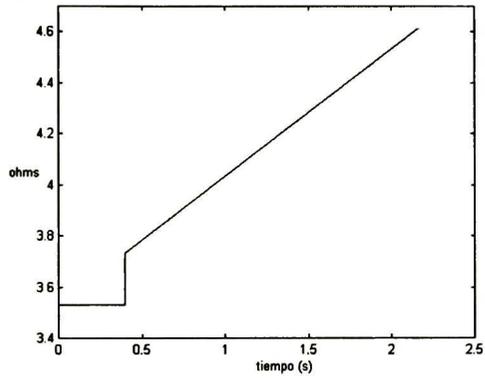


Figura 5.28: Perturbación de la resistencia del secundario.

Capítulo 6

Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones obtenidas a partir del presente trabajo de tesis y se propone el trabajo futuro.

Los resultados de simulación mostraron excelente desempeño con el esquema de identificación y control, tanto en valores nominales como ante variación de parámetros. Se pudo mostrar la robustez del algoritmo de identificación así como las excelentes propiedades de aproximación de la red neuronal tipo RHONN. Aunque la RHONN propuesta requiere de los estados no medibles de la planta, esto último no representó problema alguno, ya que tales estados se estimaron con un observador. El uso de un observador de estados no alteró las propiedades de aproximación del esquema completo. Se observó también que se puede aplicar la técnica de control por bloques a la RHONN modificada y de esta manera obtener un sistema lineal a partir de una planta no lineal. Con esto, es posible aplicar una ley de control deseada. Al usar una ley de control por modos deslizante obtuvimos un esquema aún más robusto, dadas las excelentes propiedades de dicha ley de control al rechazo de perturbaciones.

La aplicación de técnicas de control a un motor de inducción de desplazamiento lineal es de gran importancia, dado el interés cada vez más creciente por el uso de estas máquinas. En este trabajo se mostró que el esquema de identificación y control puede ser aplicado a los modelos $\alpha - \beta$ y $d - q$ del MIL. Como resultado de ello, podemos distinguir algunas ventajas encontradas al comparar el uso de ambos modelos.

Características del modelo $\alpha - \beta$:

1. El modelo $\alpha - \beta$ es más complicado que el modelo $d - q$, por lo tanto el análisis presenta una mayor complejidad.
2. La RHONN propuesta para el modelo $\alpha - \beta$ debe considerar la complejidad de dicho modelo; en consecuencia las dinámicas de la RHONN son más complicadas y es difícil encontrar una estructura controlable por bloques.
3. Como consecuencia de lo anterior, el controlado para el modelo $\alpha - \beta$ es más complejo.

En el modelo $d - q$ podemos distinguir las siguientes características:

1. Las dinámicas son más sencillas y resulta fácil el diseño del control.
2. La RHONN y el diseño del observador resultan más sencillos de obtener.

6.1 Trabajo futuro

Aunque el control del MIL fue satisfactorio, se puede desarrollar más investigación en el área de control por redes neuronales del MIL, debido a que presenta fenómenos parásitos aun no estudiados del todo, como el efecto de bordes longitudinales, el cual se incrementa con la velocidad del MIL. A pesar de la complejidad del modelo $\alpha - \beta$, éste tiene la ventaja de ser una representación directa del motor, es decir, su comportamiento es el mismo que el modelo de tres fases.

Dado que el algoritmo de identificación y control resultó viable para ambos modelos en simulación, su implementación práctica se propone como trabajo futuro.

Se podría desarrollar un modelo matemático que contemplara fenómenos parásitos como investigación futura, los cuales afectan el desempeño del MIL de manera significativa, y con ello, probar la robustez de controladores ante dichos fenómenos que no aparecen en la máquina rotativa.

Finalmente se propone la implementación del esquema de identificación y control desarrollado en esta tesis, y con ello verificar la viabilidad de los algoritmos de control, identificación y estimación propuestos en el presente trabajo.

Bibliografía

- [1] P. Baldi, "Neural networks orientations of the hypercube and algebraic threshold functions", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-34, pp. 523-530, 1988.
- [2] I. Boldea and S. A. Nasar, *Linear Electric Actuators and Generators*. Cambridge University Press., Cambridge, United Kingdom, 1997.
- [3] I. Boldea and S. A. Nasar, *Vector Control of A. C. Drives*. CRC Press., Boca Raton, FL, USA, 1992.
- [4] F. C. Chen and H. K. Khalil, "Adaptive control of a class of nonlinear discrete time systems using neural networks" *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 5, pp. 791-801, 1995.
- [5] F. C. Chen and C. C. Liu, "Adaptively controlling nonlinear continuous time systems using multilayer neural networks", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 6, pp. 1306-1310, 1994.
- [6] T. W. S. Chow and Y. Fang, "A recurrent neural-network based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 1, pp. 151-161, 1998.
- [7] M. A. Cohen and S. Grossberg, "Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-13, pp. 815-826, 1983.

BIBLIOGRAFÍA

- [8] N. E. Cotter, "The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks". *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 1, no. 4, pp. 290-295, 1990.
- [9] A. Dempo, O. Farotimi, and T. Kailath, "High-order absolutely stable neural networks", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38, no. 1, 1991.
- [10] R. A. Felix, *Control Neuronal para Motores Eléctricos*, Tesis de maestría, CINVESTAV, Campus Guadalajara, México, 2000.
- [11] J. F. Gieras, *Linear Induction Drives*. Oxford University Press., Oxford, England, 1994.
- [12] J. K. Hale, *Ordinary Differential Equations*. John Wiley, New York, USA, 1969.
- [13] J. J. Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons" *Proceeding of the National Academy of Science*, vol. 81, pp. 3088-3092, 1984.
- [14] Y. Kamp and M. Hasler, *Recursive Neural Networks for Associative Memory*. J. Wiley and Sons, USA, 1990.
- [15] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Second Edition, Prentice Hall, New Jersey, USA, 1996.
- [16] E. B. Kosmatopoulus, M. M. Polycarpou, M. A. Christodolou, and P. A. Ioannou, "High order neural networks structures for identification of dynamical systems", *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 6, pp. 422-431, 1995.
- [17] E. B. Kosmatopoulus, M. A. Christodoulou, and P. A. Ioannou, "Dynamical Neural Networks that Ensure Exponential Identification Error Convergence" *Neural Networks*, vol. 10, no2, pp. 299-314, 1997.
- [18] P. C. Krause and O. Wasynczuk, *Electromechanical Motion Devices*. McGraw-Hill, New York, USA, 1989.

BIBLIOGRAFÍA

- [19] F. L. Lewis, K. Liu, and A. Yesildirek, "Neural net robot controller with guaranteed tracking performance", *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 6, no. 3, pp. 703-715, 1995.
- [20] A. G. Loukianov, E. N. Sanchez, and R. A. Felix, "Induction motor VSC control using neural networks". *IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, July 2002.
- [21] A. G. Loukianov, "Nonlinear block control with sliding mode". *Automation and Remote Control*, vol. 57, no. 7, pp. 916-933, 1998.
- [22] J. Meisel, *Principles of Electromechanical-Energy Conversion*. McGraw-Hill, New York, USA, 1966.
- [23] K. Narendra and N. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Englewood Cliffs, Prentice Hall NJ, USA, 1989.
- [24] M. Ono, S. Koga, and H. Ohtsuki, "Japan's superconducting maglev train". *IEEE Instrumentation and Measurement Magazine*, March, pp. 9-15, 2002.
- [25] P. Paretto, and J. J. Niez, "Long term memory storage capacity of multi-connected neural networks". *Biol. Cybern.*, vol. 54, pp. 53-63, 1986.
- [26] Y. M. Park, M. S. Choi, and K. Y. Lee, "An optimal tracking neuro-controller for nonlinear dynamic systems". *IEEE Trans. Neural Networks*, vol 7, no. 5, pp. 1099-1110, 1996.
- [27] R. H. Park, "Two reaction theory of synchronous machine reactances", *Trans. AIEE 48*: 716-30, 1929.
- [28] G. A. Rovithakis and M. A. Christodolou, "Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks". *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 24, pp. 400-412, 1994.
- [29] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1991.

BIBLIOGRAFÍA

- [30] Tsakalis and P. P. Ioannou, *Linear Time Varying Systems: Control and Adaptation*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, NJ, USA, 1990.
- [31] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, New York, USA, 1992.
- [32] R. J. Wai, F. J. Lin and C. M. Hong, “Adaptive recurrent-neural-network control for linear induction motor”, *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, Alaska, pp. 184-189, Sept. 25-27, 2000.
- [33] S. Yamamura, *Theory of Linear Induction Motors*. University of Tokio Press., Tokio, Japan, 1978.

Apéndice A

ARTÍCULOS PUBLICADOS

En este apéndice se incluyen los artículos:

- “Neural Identification and Control of a Linear Induction Motor”. X Congreso Latinoamericano de Control Automático, Guadalajara, México, 3-6 Diciembre del 2002, aceptado para su publicación.
- “Neural Identification and Control of a Linear Induction Motor Using an $\alpha - \beta$ Model”. 2003 American Control Conference, Denver, Colorado, USA, 4-6 de Junio del 2003.

Ambos artículos estan fundamentados en esta tesis.

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos,

A nombre del Comité Internacional de Programa del Congreso Latinoamericano de Control Automático **CLCA2002**, tengo el agrado de notificarle que su trabajo titulado: "**Neural Identification and Control of a Linear Induction Motor**" ha sido aceptado para su presentación oral en el congreso.

Le solicito atentamente preparar la versión final de su artículo tomando en cuenta los comentarios de los revisores y respetando el formato IFAC en 6 páginas como máximo. Los comentarios de los revisores (en caso de haberlos) se encuentran al final de este mensaje.

Una vez teniendo el archivo final de su trabajo en formato PDF o PS, le ruego hacerlo llegar a más tardar el **20 de septiembre** a través de la siguiente página de WEB : **<http://pc-robotic2.cicese.mx/clca2002/actualizacion/index.html>**

Es importante que verifique sus datos y el resumen de su trabajo que aparece en la citada página.

Le recuerdo los siguientes datos:

Número de identificación del artículo: **79**

Clave de acceso del artículo: **mnsn244161**

que le serán solicitados para acceder la citada página Web.

Rafael Kelly

Presidente

Comité Internacional de Programa

CLCA2002

NEURAL IDENTIFICATION AND CONTROL OF A LINEAR INDUCTION MOTOR

Victor H. Benitez* Edgar N. Sanchez*
and Alexander G. Loukianov*

* CINVESTAV, Unidad Guadalajara, Apartado Postal 31-430,
Plaza La Luna, Guadalajara, Jalisco C.P. 45091, Mexico, e-mail:
sanchez@gdl.cinvestav.mx

Abstract: We present a new method to control a linear induction motor (LIM) using dynamic neural networks. We propose a neural identifier of triangular form. The neural model is proposed as a nonlinear block contrrollable form (NBC). Then a sliding mode control is developed to track velocity and flux magnitude. Simulations are presented to illustrate the applicability of the proposed scheme.

Keywords: Dynamic neural networks, variable structure systems, nonlinear systems, identification, block control.

1. INTRODUCTION

Linear induction motors (LIM) are electromechanical devices that produce unidirectional or bidirectional short-stroke (less than a few meters) motion. Whereas primitive linear electric machines have been in existence for a long time, since 1960 there has been a great deal of interest in linear machines for various applications, especially in the transportation. The LIM has many excellent performance features such as high-starting thrust force, alleviation of gear between motor and the motion devices, reduction of mechanical losses and the size of the motion devices, high-speed operation, silence and so on. Much of the existing literature on the subject of LIM (for example [Boldea and Nasar, 1997], [Takahashi and Ide, 1993]) deals with the principles of operation and performance calculations. Some books [Yamamura, 1978], [Gieras, 1994] have been published on the subject in the recent past; not much has been published on their control.

However, the literature on linear electric actuators is relatively sparse.

On the other hand, recently research has been done on application of neural networks for identification and control of dynamic systems [Park *et al.*, 1996], [Chow and Fang, 1998], [Loukianov *et al.*, 2002]. According to the structure of neural networks, they can be mainly classified as feedforward neural networks (FNNs) and recurrent neural networks (RNNs) [Chow and Fang, 1998]. It is well known that an FNN is capable of approximating any continuous function closely. However, the FNN is a static mapping; without the aid of tapped delays, the FNN is unable to represent a dynamic mapping. Although many publications use the FNN with tapped delays to deal with dynamical problems, the FNN requires a large number of neurons to represent dynamical responses in the time domain [Park *et al.*, 1996]. On the other hand, the RNN is a dynamic mapping which presents good control performance

in the presence of unmodelled dynamics [Chow and Fang, 1998], [Loukianov *et al.*, 2002].

There are many control systems applications where the tracking of periodic reference input are required. The variable structure control strategy using sliding modes can offer a number of attractive properties for the tracking of periodic reference inputs, such as insensitivity to parameter variations, external disturbance rejection, and fast dynamic responses [Slotine and Li, 1991], [Astrom and Wittenmark, 1995], [Loukianov *et al.*, 2002]. In this paper, we present a RNN of triangular form to control a LIM by the sliding modes technique.

2. MOTOR MODEL

The d - q LIM model, is governed by [Wai *et al.*, 2000]

$$\begin{aligned} \frac{di_{qs}}{dt} &= -\left[\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right]i_{qs} - \frac{L_m\pi}{\sigma L_s L_r \tau}v\lambda_{dr} \\ &\quad + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\lambda_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s}u_q \\ \frac{di_{ds}}{dt} &= -\left[\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right]i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\lambda_{dr} \\ &\quad + \frac{L_m\pi}{\sigma L_s L_r \tau}v\lambda_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s}u_d \\ \frac{d\lambda_{qr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r}i_{qs} + n_p\frac{\pi}{\tau}v\lambda_{dr} - \frac{1}{T_r}\lambda_{qr} \\ \frac{d\lambda_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r}i_{ds} - \frac{1}{T_r}\lambda_{dr} - n_p\frac{\pi}{\tau}v\lambda_{qr} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{K_f}{M}(\lambda_{dr}i_{qs} - \lambda_{qr}i_{ds}) - \frac{D}{M}v - \frac{F_L}{M} \end{aligned} \quad (1)$$

where v is the mover linear velocity; λ_{dr} and λ_{qr} are, respectively, the d -axis and q -axis secondary flux; i_{ds} and i_{qs} are, respectively, the d -axis and q -axis primary current; u_d and u_q are, respectively, the d -axis and q -axis primary voltage; $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ is the secondary time-constant; $\sigma = 1 - (\frac{L_m^2}{L_s L_r})$ is the leakage coefficient; $K_f = 148.35$ is the force constant; R_s is the winding resistance per phase; R_r is the secondary resistance per phase referred primary; L_m is the magnetizing inductance per phase; L_r is the secondary inductance per phase; L_s is the primary inductance per phase; F_L is the load disturbance; M is the total mass of the moving element; D is the viscous friction and iron-loss coefficient; τ is the pole pitch and n_p is the number of pole pairs.

If we select the following state variables:

$$\chi_1 = v, \chi_2 = \lambda_{dr}, \chi_3 = \lambda_{qr}, \chi_4 = i_{ds}, \chi_5 = i_{qs}$$

then, (1) can be represented by

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= \frac{K_f}{M}(\chi_2\chi_5 - \chi_3\chi_4) - \frac{D}{M}\chi_1 - \frac{F_L}{M} \\ \dot{\chi}_2 &= \frac{L_m}{T_r}\chi_4 - \frac{1}{T_r}\chi_2 - n_p\frac{\pi}{\tau}\chi_1\chi_3 \\ \dot{\chi}_3 &= \frac{L_m}{T_r}\chi_5 + n_p\frac{\pi}{\tau}\chi_1\chi_2 - \frac{1}{T_r}\chi_3 \\ \dot{\chi}_4 &= -\alpha\chi_4 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\chi_2 + \frac{L_m\pi}{\sigma L_s L_r \tau}\chi_1\chi_3 + \frac{1}{\sigma L_s}u_d \\ \dot{\chi}_5 &= -\alpha\chi_5 - \frac{L_m\pi}{\sigma L_s L_r \tau}\chi_1\chi_2 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r}\chi_3 + \frac{1}{\sigma L_s}u_q \end{aligned} \quad (2)$$

3. RECURRENT NETWORKS

The neural model used is a modified version of Recurrent High Order Neural Network (RHONN) based on [Kosmatopoulos *et al.*, 1997]. The state of each neuron is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^{L'_i} w_{ik} z_{I,k} + \sum_{j=L'_i+1}^{L_i} w_{ij} z_{I,j} \quad (3)$$

where: $a_i > 0$, x_i is the neuron state, w_{ik} are the updating weights, $z_{I,k}$ are multiplied combinations of sigmoid functions of x or u , w_{ij} are fixed weights and allows to incorporate to the identification model a priori information about the plant structure, $z_{I,j}$ are either functions of x or u , L'_i is the number of weights to be updated, L_i is the number of nonlinear connections of neuron i and

$$z_I(x, u) = \begin{bmatrix} z_{I_1} \\ z_{I_2} \\ \vdots \\ z_{I_L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} s_j^{d_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} s_j^{d_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} s_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

where

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(x_1) \\ \vdots \\ s(x_n) \\ s(u_1) \\ \vdots \\ s(u_m) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$s(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} + \varepsilon$$

To simplify, we can represent (3) as

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z'_{I_i} + w_i''^T z''_{I_i} \quad (6)$$

where

$$w'_i = [w_{i,1} \cdots w_{i,L'_i}]^T \quad (7)$$

$$w''_i = [w_{i,(L'_i+1)} \cdots w_{i,L_i}]^T \quad (8)$$

$$z'_{I_i} = [z_{I_i(i,1)} \cdots z_{I_i(i,L'_i)}]^T \quad (9)$$

$$z''_{I_i} = [z_{I_i(i,(L'_i+1))} \cdots z_{I_i(i,L_i)}]^T \quad (10)$$

This modified structure allows us to incorporate known information about the plant.

Finally we can reduce (6) to

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w'_i z'_{I_i} \quad (11)$$

where

$$w_i = [w'^T_i \ w''^T_i]^T \quad (12)$$

$$z_{I_i} = [z'^T_{I_i} \ z''^T_{I_i}]^T \quad (13)$$

4. NEURAL MODEL

The neuronal model proposed, based on the mathematical model of LIM is:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + w_{11}s(x_1) + w_{12}s(x_2) \\ &\quad + w_{13}s(x_3) + w_{14}(x_2 x_5 - x_3 x_4) \\ \dot{x}_2 &= -a_2 x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) \\ &\quad + w_{23}s(x_3) + w_{24}x_4 \\ \dot{x}_3 &= -a_3 x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) \\ &\quad + w_{33}s(x_3) + w_{34}x_5 \\ \dot{x}_4 &= -a_4 x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) \\ &\quad + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) + w_{45}u_d \\ \dot{x}_5 &= -a_5 x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) \\ &\quad + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_5) + w_{55}u_q \end{aligned} \quad (14)$$

Based on (11) we have for (14)

$$\begin{aligned} z'_{I_1} &= [s(x_1) \ s(x_2) \ s(x_3)]^T & z''_{I_1} &= \varphi \\ z'_{I_2} &= [s(x_1) \ s(x_2) \ s(x_3)]^T & z''_{I_2} &= x_4 \\ z'_{I_3} &= [s(x_1) \ s(x_2) \ s(x_3)]^T & z''_{I_3} &= x_5 \\ z'_{I_4} &= [s(x_1) \ s(x_2) \ s(x_3) \ s(x_4)]^T & z''_{I_4} &= u_d \\ z'_{I_5} &= [s(x_1) \ s(x_2) \ s(x_3) \ s(x_5)]^T & z''_{I_5} &= u_q \\ w'_1 &= [w_{11} \ w_{12} \ w_{13}]^T & w''_1 &= w_{14} \\ w'_2 &= [w_{21} \ w_{22} \ w_{23}]^T & w''_2 &= w_{24} \\ w'_3 &= [w_{31} \ w_{32} \ w_{33}]^T & w''_3 &= w_{34} \\ w'_4 &= [w_{41} \ w_{42} \ w_{43} \ w_{44}]^T & w''_4 &= w_{45} \\ w'_5 &= [w_{51} \ w_{52} \ w_{53} \ w_{54}]^T & w''_5 &= w_{55} \end{aligned}$$

where $\varphi = x_2 x_5 - x_3 x_4$, $a_i > 0$, $i = 1, \dots, 5$, $w_{14} = \frac{K_f}{M}$, $w_{24} = w_{34} = \frac{L_m}{T_r}$, $w_{45} = w_{55} = \frac{1}{\sigma L_n}$ are the fixed weights used to apply the control law and $w'_1, w'_2, w'_3, w'_4, w'_5$ are the weights to be adjusted.

4.1 Updating weight law

In order to identify the dynamics of LIM, we can use either serial or parallel configuration:

PARALLEL: each state of RHONN is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w'_i z'_{I_i}(x, u) \quad (15)$$

SERIAL-PARALLEL: each state of RHONN is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w'_i z'_{I_i}(\chi, u) \quad (16)$$

We used the parallel one in simulation, with good performance. Next, we use a lemma which demonstrates the identity of modified RHONN model and a RHONN filter-regressor version utilized in order to develop the updating laws. This lemma is taken from [Kosmatopoulos *et al*, 1997].

Lemma 1. The models (15), (16) can be expressed by

$$\dot{\zeta}_i = -a_i \zeta_i + z_{I_i}(\xi, u) \quad (17)$$

$$x_i = w'_i z'_{I_i} \zeta_i + e^{-a_i t} x_i(0) - e^{-a_i t} w'^T_{I_i} \zeta_i(0) \quad (18)$$

where $\zeta_{ik} > 0$, $k \in \{1 \cdots L'_i\}$, $\zeta_i \in \mathbb{R}^{L'_i}$ and $\xi = x$ in (15) case and $\xi = \chi$ in (16) case.

Using lemma 1, the state x of the RHONN can be rewritten as

$$x_i = w'_i z'_{I_i} \zeta_i + \varepsilon \quad (19)$$

where ε is a term which vanishes in finite time and can be eliminated. It is worth to point out that

$$\begin{aligned} \zeta_i &= [\zeta'^T_i \ \zeta''^T_i]^T \\ \dot{\zeta}'_i &= -a_i \zeta'_i + z'_{I_i} \\ \dot{\zeta}''_i &= -a_i \zeta''_i + z''_{I_i} \end{aligned} \quad (20)$$

From (17), (18), (19) and (20), we obtain the updating law algorithm. We define the identification error as

$$e_i = x_i - \chi_i \quad (21)$$

using (19) and derivating e_i

$$\dot{e}_i = \dot{w}_i^T \zeta_i + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \quad (22)$$

Taking \dot{w}_i as a control variable, we design the updating weight law

$$\dot{w}_{ik} = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \quad (23)$$

$$\dot{w}_{ij} = 0 \quad (24)$$

where $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, $j \in \{L'_i + 1, \dots, L_i\}$, (24) are the fixed weights w_i^{jT} . (23) are the weights to be adjusted w_i^{kT} and n_{ik} are constants such that

$$\sum_{k=1}^{L'_i} n_{ik} = 1 \quad (25)$$

substituting (23) in (22) we obtain

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i \quad (26)$$

The law (23) is not easy to implement due to the $\dot{\chi}_i$ term. This problem can be solved if (23) is rewritten as

$$\begin{aligned} w_{ik} &= v_{ik} + \varphi_{ik} \\ \dot{v}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\ \dot{\varphi}_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\ \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\zeta_{ik}} \end{aligned} \quad (27)$$

Then the error e_i converge exponentially to zero.

5. CONTROL LAW

The neuronal model (14) can be presented as quasi Nonlinear Block Controllable form (NBC form) [Loukianov, 1998]

$$\dot{x}^1 = f^1(x^1) + B_1(x^1)x^2 \quad (28)$$

$$\dot{x}^2 = f^2(x^1, x^2) + B_2(x^1, x^2)u \quad (29)$$

where $x^1 = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $x^2 = [x_4 \ x_5]^T$

$$u = [u_d \ u_q]^T$$

$$f^1 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 x_1 + z_{f_1}^T w'_1 \\ -a_2 x_2 + z_{f_2}^T w'_2 \\ -a_3 x_3 + z_{f_3}^T w'_3 \end{bmatrix}$$

$$f^2 = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4 x_4 + z_{f_4}^T w'_4 \\ -a_5 x_5 + z_{f_5}^T w'_5 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ w_{24} & 0 \\ 0 & w_{25} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} w_{45} & 0 \\ 0 & w_{55} \end{bmatrix}.$$

The control goal is to track the velocity v and the flux magnitude $\varphi = \|\Psi\|^2 = x_2^2 + x_3^2$. If we define the tracking errors as

$$z_1 = x_1 - v_r \quad \text{and} \quad z_2 = \varphi - \varphi_r \quad (30)$$

with the references for the speed v_r and flux module φ_r , then the first block of (14) can be expressed as

$$\dot{z}^1 = \bar{f}^1 + \bar{B}_1(x^1)x^2 \quad (31)$$

where $z^1 = [z_1 \ z_2]^T$, $\bar{f}^1 = [\bar{f}_1 \ \bar{f}_2]^T$, $f_1 = \bar{f}_1 - \dot{v}_r$,

$$\begin{aligned} \bar{f}_2 &= 2x_2(-a_2x_2 + z'_{I_2}w'_2) \\ &\quad + 2x_3(-a_3x_3 + z'_{I_3}w'_3) - \dot{\varphi}_r \end{aligned}$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} -w_{14}x_3 & w_{14}x_2 \\ 2w_{24}x_2 & 2w_{34}x_3 \end{bmatrix}.$$

In order to linearize the block (31), the quasi control vector x^2 is selected as

$$x^2 = -\bar{B}_1^{-1}(\bar{f}^1 - K_1 z^1) + z^2 \quad (32)$$

where $z^2 = [z_3 \ z_4]^T$ are new variables vector,

$K_1 = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ 0 & -k_2 \end{bmatrix}$ is a Hurwitz matrix,

and $\bar{B}_1^{-1} = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{x_2} & \frac{x_2}{x_3} \\ \frac{w_{14}}{x_2} & \frac{2w_{24}}{x_3} \\ \frac{w_{14}}{x_2} & \frac{2w_{24}}{x_3} \end{bmatrix}$. From (32) and (30) it follows the transformation:

$$z^2 = x^2 + \bar{B}_1^{-1} \begin{bmatrix} \bar{f}_1 + k_1(x_1 - v_r) \\ \bar{f}_2 + k_2(\varphi - \varphi_r) \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$=: \gamma(x^1, x^2, r)$$

It is clear that if we choose the sliding manifold as

$$\gamma(x^1, x^2, r) = 0 \quad (34)$$

then the motion on this manifold will describe by the second order linear system

$$\dot{z}^1 = K_1 z^1 \quad (35)$$

with the desired dynamics. To introduce the sliding mode in the manifold (34), the motion projection on subspace z^2 first is derived of the form

$$\dot{z}^2 = \tilde{f}^2 + B_2 u \quad (36)$$

where $\tilde{f}^2 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} = \frac{\partial \alpha}{\partial x^1} \tilde{f}_1 + \frac{\partial \alpha}{\partial x^2} \tilde{f}_2 + \frac{\partial \alpha}{\partial r} \dot{r}$, and

$r = [v_r, \varphi_r]^T$. Then taking into account the following common bound

$$|u_i| \leq U_0, U_0 > 0, i = d, q$$

the discontinuous control law is chosen as

$$u = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_0 \text{sign}(z_3) \\ -U_0 \text{sign}(z_4) \end{bmatrix} \quad (37)$$

The stability condition of the origin $\dot{z}^2 = 0$ for the closed-loop system (36) and

$$\dot{z}^2 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} - U_0 \begin{bmatrix} -w_{45} \text{sign}(z_3) \\ -w_{55} \text{sign}(z_4) \end{bmatrix} \quad (38)$$

can be obtained using the Lyapunov function $V = z^{2T} z^2$ whose time derivative is negative if the following inequalities are satisfied

$$|\tilde{f}_3| < U_0 w_{45} \text{ and } |\tilde{f}_4| < U_0 w_{55} \quad (39)$$

Under this conditions the sliding mode motion occurs on the manifold (34) in a finite time, and then the tracking error $z^1(t)$ (30) will tends asymptotically to zero (in accordance with (35)). This motion is invariant with respect to the motor parameters variations and external disturbances (the load torque).

6. SIMULATIONS

We present the results obtained using the proposed identifier and the control scheme. The nominal values [Wai *et al.*, 2000] of the LIM are given as

Parameter	Value	Description
R_s	5.3685	Winding resistance
R_r	3.5315	Secondary resistance
L_s	0.02846	Primary inductance
L_r	0.02846	Secondary inductance
L_m	0.0241	Magnetizing inductance
n_p	4	Number of pole pairs
M	2.78	Total mass
D	36.0455	Viscous friction
τ	0.027	Pole pitch
K_f	148.35	Force constant

6.1 Identification

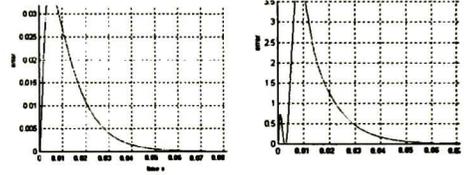
The design parameters for the neural identification are for sigmoid functions $\gamma = 100$, $\beta = 0.01$, $\epsilon = 0.1$. The regressor parameters are $a_1 = a_2 = a_3 = 500$, $a_4 = a_5 = 700$.

We trained the RHONN for 0.09 sec with a signal given by

$$u_d = 220 \sin(377t) \quad (40)$$

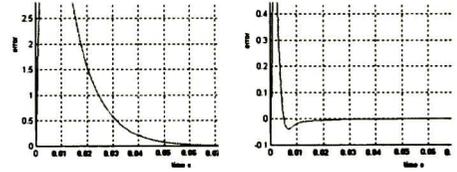
$$u_q = 220 \cos(377t) \quad (41)$$

Using (40), (41), the neural network identifier is able to reproduce the LIM open loop behavior. Figures 1-5 shows the identification errors.



Velocity error

d-flux error.



q-flux error.

Fig. 4. d-current error.

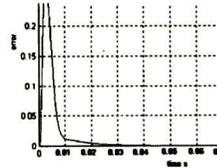


Fig. 5. q-flux error.

Once we verified that identification error converge to zero, we apply the control law (37) and the weight updating law (27).

6.2 Control

The reference is $v_r = 0.1 \sin(\pi t)$, and the flux magnitude $\varphi_r = 0.05 \text{ Wb}^2$. Gains for control law are $k_1 = 800$, $k_2 = 900$, and $U_0 = 60$. In order to test the proposed scheme performance, a variation of 3Ω per second is added to the rotor resistance (Figure 7). In addition, a square load torque perturbation with an amplitude of 8 Nm. and a period of 0.5

seconds is included (Figure 6). Figures 8 and 9 show the tracking errors.

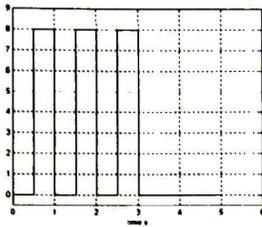


Fig. 6. Load perturbation.

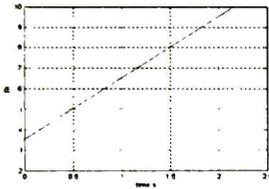


Fig. 7. Rotor resistance perturbation.

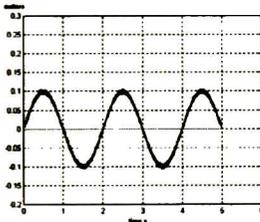


Fig. 8. Velocity tracking.

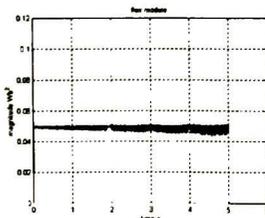


Fig. 9. Flux tracking.

7. CONCLUSIONS

The scheme proposed has successfully been applied. It rejects disturbances and allows to track velocity and flux magnitude with good performance. The proposed RHONN model, used to identified the

LIM; has been tested as a good identifier and allows to use the sliding modes technique to force the closed loop trajectory to converge and stay in sliding manifolds, which guarantees that the tracking error is zero.

Acknowledgments. The authors thank the support of CONACYT, Mexico on projects 32059A and 36960A.

Astrom K. J. and B. Wittenmark, *Adaptive Control*. Addison-Wesley, Reading, MA, USA, (1995).

Boldea I. and S. A. Nasar, *Linear Electric Actuators and Generators*, Cambridge University Press., Cambridge, England, (1997).

Chow T. W. S. and Y. Fang, "A recurrent neural-network based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 1, pp. 151-161, (1998).

Felix R. A. *Neuronal Control for Electric Motors (in Spanish)*. M. S thesis, Cinvestav, Guadalajara Campus, Mexico, (2000).

Gieras J. F. *Linear Induction Drives*. Oxford University Press., Oxford, England, (1994).

Kosmatopoulos E. B. *et al.*, "Dynamical neural networks that ensure exponential identification error convergence", *Neural Networks*, vol. 1, no. 2, pp 299-314, (1997).

Loukianov A. G. "Nonlinear block control with sliding mode" *Automation and Remote Control*, vol. 57, no. 7, pp. 916-933, (1998).

Loukianov A. G. *et al.*, "Induction motor VSC control using neural networks", *IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, July (2002).

Park Y. M. *et al.*, "An optimal tracking neuro-controller for nonlinear dynamic systems", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, no. 5, pp. 1099-1110, (1996).

Slotine J. J. E. and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, (1991).

Takahashi I. and Y. Ide, "Decoupling control of thrust and attractive force of a LIM using a space vector control inverter", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 29, no. 1, pp. 161-167, (1993).

Utkin V. I. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer Verlag, NY, USA, (1992).

Wai R. J. *et al.*, "Adaptive recurrent-neural-network-control for linear induction motor", *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, Alaska, pp. 184-189, Sept., 25-27, (2000).

Yamamura S. *Theory of Linear Induction Motors*. University of Tokio Press., Tokio, Japan, (1978).

Content-type: text/html

From: Mr. Victor Benitez
Electrical Engineering And Computer Sciences
Cinvestav, Unidad Guadalajara
Apartado Postal 31-438, Plaza La Luna
Guadalajara JALISCO 45091 MEXICO



ACC03-IEEE0382

Please copy and stick the above barcode
to the BACK of your mail envelope for submitting
your manuscript for timely submission updates.

To: Prof. Douglas A. Lawrence - ACC03
School Of EECS
Ohio University
329 Stocker Center
Athens OH 45701 USA
FAX: 740.597.1519

Date: Fri Sep 13 14:26:40 2002 (U.S. Eastern Time)

Re: ACC03-IEEE0382

Dear Prof. Lawrence - ACC03:

This is to confirm our intention to submit a paper titled "*Neural identification and control of a linear induction motor using an alpha-beta model*" which has been assigned the Paper ID: ACC03-IEEE0382. The paper is written by the following author (s):

<i>Benitez, Victor</i>	[-2460]	<i>Cinvestav, Unidad Guadalajara</i>	<i>Corresponding Author</i>
<i>Loukianov, Alexander G.</i>	[28402]	<i>CINVESTAV</i>	
<i>Sanchez, Edgar N.</i>	[12059]	<i>CINVESTAV</i>	

The following keywords best describe the subject matter and main contribution of our paper, with 3 indicating the most relevant ones:

Significance 3: *RotorMachinery VariableStrucSlidingMode*

Significance 2: *Nonlinear NeuralNetworks*

Significance 1:

The manuscript will be delivered *electronically* to arrive on or before September 15, 2002. We will follow the instructions for electronic delivery closely, and will have printed copies of our manuscript express mailed to you upon your request should it become necessary.

I have verified and marked any necessary changes to the data shown above.

By signing this letter I certify that this paper has not been published elsewhere, nor has it been submitted to other conferences or submitted to ACC03 through other categories. I understand that multiple submissions of this paper to this or other conferences will result in automatic rejection of this paper by ACC03. However, I may submit this manuscript for simultaneous review to AACC member society journals according to their guidelines.

Sincerely,

[signature required. Please print, sign, and fax or mail.]

Mr. Victor Benitez

Neural Identification and Control of a Linear Induction Motor Using an $\alpha - \beta$ Model

Victor H. Benitez, Alexander G. Loukianov and Edgar N. Sanchez.*

*CINVESTAV, Unidad Guadalajara, Apartado Postal 31-438, Plaza la Luna, Guadalajara, Jalisco C.P. 45091, México, e-mail: vbenitez@gdl.cinvestav.mx.

Abstract

We present a new method to control a linear induction motor (LIM) using dynamic neural networks. First, we propose a neural identifier of triangular form; this neural model has the structure of a nonlinear block contrrollable form (NBC). Then, a reduced order observer is designed in order to estimate the secondary fluxes. Finally, a sliding mode control is developed to track velocity and flux magnitude. Simulations are presented to illustrate the applicability of the proposed scheme.

Keywords

Dynamic neural networks, variable structure systems, nonlinear systems, identification, block control.

I. INTRODUCTION

Linear induction motors (LIM) are electromechanical devices, which produce unidirectional or bidirectional short-stroke (less than a few meters) motion. Whereas primitive linear electric machines have been in existence for a long time, since 1960 there has been a great deal of interest in these machines for various applications, especially in the transportation. The LIM has many excellent performance features such as high-starting thrust force, alleviation of gear between motor and the motion devices, reduction of mechanical losses and the size of the motion devices, high-speed operation, silence and so on. Much of the existing literature on the subject of LIM (for example [3], [12]) deals with the principles of operation and performance calculations. Some books [15], [6] have been published on the subject in the recent past; not much has been published on their control. However, the literature on linear electric actuators is relatively sparse.

On the other hand, recently much research has been done on application of neural networks for identification and control of dynamic systems [10], [4], [9]. According to the structure of neural networks, they can be mainly classified as feedforward neural networks (FNNs) and recurrent neural networks (RNNs) [4]. It is well known that an FNN is capable of approximating any continuous function closely. However, the FNN is a static mapping; without the aid of tapped delays, the FNN is unable to represent a dynamic mapping. Although much publications use the FNN with tapped delays to deal with dynamical problems, the FNN requires a large number of neurons to represent dynamical responses in the time domain [10]. On the other hand, the RNN is a dynamic mapping which presents good control performance in the presence of unmodelled dynamics [4], [9].

There are many control systems applications where the tracking of periodic reference input are required. The variable structure control strategy using sliding modes can offer a number of attractive properties for the tracking of these signals,

such as insensitivity to parameter variations, external disturbance rejection, and fast dynamic responses [11], [1], [9]. In this paper, we present a RNN of triangular form to control a LIM by the sliding modes technique.

II. MOTOR MODEL

The $\alpha - \beta$ LIM model, is governed by [2]

$$\begin{aligned}\ddot{q}_m &= -k_1\lambda_r^T\Theta^T J\dot{q}_s - k_2\dot{q}_m - k_3F_L \\ \dot{\lambda}_r &= -k_4\Theta^T J\dot{q}_s + k_4\Theta^T J\dot{q}_s\dot{q}_m + k_5\Theta^T\dot{q}_s - k_6\lambda_r \\ \ddot{q}_s &= -k_7\Theta\lambda_r + k_8\Theta J\lambda_r\dot{q}_m + k_9\dot{q}_s - k_{10}u\end{aligned}\quad (1)$$

where:

$$\begin{aligned}\lambda_r &= [\lambda_{r\alpha} \quad \lambda_{r\beta}]^T \quad \dot{q}_s = [\dot{q}_{s\alpha} \quad \dot{q}_{s\beta}]^T \quad u = [u_\alpha \quad u_\beta]^T \\ \Theta &= \begin{bmatrix} \cos(n_p q_m) & -\sin(n_p q_m) \\ \sin(n_p q_m) & \cos(n_p q_m) \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ k_1 &= \frac{n_p L_{sr}}{D_m L_r} \quad k_2 = \frac{R_m}{D_m} \quad k_3 = \frac{1}{D_m} \quad k_4 = n_p L_{sr} \quad k_5 = \frac{R_r L_{sr}}{L_r} \quad k_6 = \frac{R_r}{L_r} \\ k_7 &= \frac{L_{sr} R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)} \quad k_8 = \frac{L_{sr} n_p}{L_{sr}^2 - L_s L_r} \quad k_9 = \frac{L_r^2 R_s + L_{sr}^2 R_r}{L_r (L_{sr}^2 - L_s L_r)} \quad k_{10} = \frac{L_r}{L_{sr}^2 - L_s L_r}\end{aligned}$$

q_m is the mover linear velocity, $\lambda_{r\alpha}$ and $\lambda_{r\beta}$ are, respectively, the α -axis and β -axis secondary flux, $\dot{q}_{s\alpha}$ and $\dot{q}_{s\beta}$ are, respectively, the α -axis and β -axis primary current, u_α and u_β are, respectively, the α -axis and β -axis primary voltage, R_s is the winding resistance per phase, R_r is the secondary resistance per phase referred primary, L_{sr} is the magnetizing inductance per phase, L_r is the secondary inductance per phase, L_s is the primary inductance per phase, F_L is the load disturbance, M is the total mass of the moving element, D is the viscous friction and iron-loss coefficient and n_p is the number of pole pairs.

If we select the following state variables:

$$\chi_1 = q_m, \quad \chi_2 = \dot{q}_m, \quad \chi_3 = \lambda_{r\alpha}, \quad \chi_4 = \lambda_{r\beta}, \quad \chi_5 = \dot{q}_{s\alpha}, \quad \chi_6 = \dot{q}_{s\beta}$$

then, (1) can be represented by

$$\begin{aligned}\dot{\chi}^1 &= \chi^2 \\ \dot{\chi}^2 &= -k_1\chi^3\Theta^T J\chi^4 - k_2\chi^2 - k_3F_L \\ \dot{\chi}^3 &= -k_4\Theta^T J\chi^4 + k_4\Theta^T J\chi^4\chi^2 + k_5\Theta^T\chi^4 - k_6\chi^3 \\ \dot{\chi}^4 &= -k_7\Theta\chi^3 + k_8\Theta J\chi^3\chi^2 + k_9\chi^4 - k_{10}u^2\end{aligned}\quad (2)$$

where $\chi^1 = [\chi_1]$, is the position vector, $\chi^2 = [\chi_2]$, is the velocity vector, $\chi^3 = [\chi_3 \quad \chi_4]^T$ is the flux vector, $\chi^4 = [\chi_5 \quad \chi_6]^T$ is the current vector and $u^2 = [u_\alpha \quad u_\beta]^T$ is the voltage vector.

III. RECURRENT NETWORKS

The neural model used is a modified version of Recurrent High Order Neural Network (RHONN) based on [7], [5].

The state of each neuron is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + \sum_{k=1}^{L'_i} w_{ik} z_{I_{ik}} + \sum_{j=L'_i+1}^{L_i} w_{ij} z_{I_{ij}} \quad (3)$$

where: $a_i > 0$, x_i is the neuron state, w_{ik} are the updating weights, $z_{I_{ik}}$ are multiplication of sigmoid functions of x or u , w_{ij} are fixed weights, which allows to incorporate to the identification model a priori information about the plant structure, z_{I_j} are either functions of x or u , L'_i is the number of weights to be updated, L_i is the number of nonlinear connections of neuron i and

$$z_I(x, u) = \begin{bmatrix} z_{I_1} \\ z_{I_2} \\ \vdots \\ z_{I_L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} y_j^{d_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} y_j^{d_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} y_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

where

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(x_1) \\ \vdots \\ s(x_n) \\ s(u_1) \\ \vdots \\ s(u_m) \end{bmatrix} \quad s(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} + \varepsilon \quad (5)$$

and $s(x)$ is the sigmoid function. To simplify, we can represent (3) as

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i'^T z_{I_i}' + w_i''^T z_{I_i}'' \quad (6)$$

where

$$w_i' = [w_{i,1} \quad \cdots \quad w_{i,L'_i}]^T \quad (7)$$

$$w_i'' = [w_{i,(L'_i+1)} \quad \cdots \quad w_{i,L_i}]^T \quad (8)$$

$$z_{I_i}' = [z_{I(i,1)} \quad \cdots \quad z_{I(i,L'_i)}]^T \quad (9)$$

$$z_{I_i}'' = [z_{I(i,(L'_i+1))} \quad \cdots \quad z_{I(i,L_i)}]^T \quad (10)$$

This modified structure allows us to incorporate known information about the plant.

Finally we can reduce (6) to

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{I_i} \quad (11)$$

where

$$w_i = [w_i'^T \quad w_i''^T]^T \quad (12)$$

$$z_{I_i} = [z_{I_i}'^T \quad z_{I_i}''^T]^T \quad (13)$$

IV. NEURAL MODEL

The neuronal model proposed, based on the mathematical model of LIM is:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -a_2 x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) + w_{24}s(x_4) + w_{25}s(x_5) \\
 &\quad + w_{26}s(x_6) - w_{27} \begin{bmatrix} x_3 & x_4 \end{bmatrix} \Theta^T J \begin{bmatrix} x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T \\
 \dot{x}_3 &= -a_3 x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) + w_{34}s(x_4) + w_{35}s(x_5) \\
 &\quad + w_{36}s(x_6) + w_{37} [x_5 \cos(n_p x_1) + x_6 \sin(n_p x_1)] \\
 \dot{x}_4 &= -a_4 x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) + w_{45}s(x_5) \\
 &\quad + w_{46}s(x_6) + w_{47} [x_6 \cos(n_p x_1) - x_5 \sin(n_p x_1)] \\
 \dot{x}_5 &= -a_5 x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_4) + w_{55}s(x_5) \\
 &\quad + w_{56} u_\alpha \\
 \dot{x}_6 &= -a_6 x_6 + w_{61}s(x_1) + w_{62}s(x_2) + w_{63}s(x_3) + w_{64}s(x_4) + w_{65}s(x_5) \\
 &\quad + w_{67} u_\beta
 \end{aligned} \tag{14}$$

where $a_i > 0$, $i = 1, \dots, 6$.

Based on (11) we have for (14)

$$\begin{aligned}
 z'_{I_1} &= 0 & z''_{I_1} &= x_2 \\
 z'_{I_2} &= \begin{bmatrix} s(x_1) & s(x_2) & s(x_3) & s(x_4) & s(x_5) & s(x_6) \end{bmatrix}^T & z''_{I_2} &= \begin{bmatrix} x_3 & x_4 \end{bmatrix} \Theta^T J \begin{bmatrix} x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T \\
 z'_{I_3} &= \begin{bmatrix} s(x_1) & s(x_2) & s(x_3) & s(x_4) & s(x_5) & s(x_6) \end{bmatrix}^T & z''_{I_3} &= x_5 \cos(n_p x_1) + x_6 \sin(n_p x_1) \\
 z'_{I_4} &= \begin{bmatrix} s(x_1) & s(x_2) & s(x_3) & s(x_4) & s(x_5) & s(x_6) \end{bmatrix}^T & z''_{I_4} &= x_6 \cos(n_p x_1) - x_5 \sin(n_p x_1) \\
 z'_{I_5} &= \begin{bmatrix} s(x_1) & s(x_2) & s(x_3) & s(x_4) & s(x_5) \end{bmatrix}^T & z''_{I_5} &= u_\alpha \\
 z'_{I_6} &= \begin{bmatrix} s(x_1) & s(x_2) & s(x_3) & s(x_4) & s(x_6) \end{bmatrix}^T & z''_{I_6} &= u_\beta \\
 w'_1 &= 0 & w''_1 &= 1 \\
 w'_2 &= \begin{bmatrix} w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} & w_{25} & w_{26} \end{bmatrix}^T & w''_2 &= w_{27} \\
 w'_3 &= \begin{bmatrix} w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} & w_{35} & w_{36} \end{bmatrix}^T & w''_3 &= w_{37} \\
 w'_4 &= \begin{bmatrix} w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} & w_{45} & w_{46} \end{bmatrix}^T & w''_4 &= w_{47} \\
 w'_5 &= \begin{bmatrix} w_{51} & w_{52} & w_{53} & w_{54} & w_{55} \end{bmatrix}^T & w''_5 &= w_{56} \\
 w'_6 &= \begin{bmatrix} w_{61} & w_{62} & w_{63} & w_{64} & w_{66} \end{bmatrix}^T & w''_6 &= w_{67}
 \end{aligned}$$

where $a_i > 0$, $i = 1, \dots, 6$, $w_{27} = k_1 = L_{sr} n_p / D_m L_r$, $w_{37} = w_{47} = R_r L_{sr} / L_r$, $w_{56} = w_{67} = L_r / (L_{sr}^2 - L_s L_r)$ the fixed weights used to apply the control law and $w'_1, w'_2, w'_3, w'_4, w'_5$ and w'_6 are the weights to be adjusted.

A. Updating weight law

In order to identify the dynamics of LIM, we can use either serial or parallel configuration:

PARALLEL: each state of RHONN is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{I_i}(x, u) \tag{15}$$

SERIAL-PARALLEL: each state of RHONN is represented by

$$\dot{x}_i = -a_i x_i + w_i^T z_{I_i}(\chi, u) \quad (16)$$

We use the parallel one, with good performance. Next, we use a lemma which establishes an identity for the modified RHONN model and a RHONN filter-regressor version to develop the updating weight law. This lemma is taken from [7].

Lemma 1: The models (15), (16) can be expressed by

$$\dot{\zeta}_i = -a_i \zeta_i + z_{I_i}(\xi, u) \quad (17)$$

$$x_i = w_i^T \zeta_i + e^{-a_i t} x_i(0) - e^{-a_i t} w_i^T \zeta_i(0) \quad (18)$$

where $\varsigma_{ik} > 0$, $k \in \{1 \cdots L'_i\}$, $\varsigma_i \in \mathfrak{R}^{L_i}$ and $\xi = x$ in (15) case and $\xi = \chi$ in (16) case.

Using lemma 1, the state x of the RHONN can be rewritten as

$$x_i = w_i^T \varsigma_i + \varepsilon \quad (19)$$

where ε is a term which vanishes in finite time and can be eliminated. It is worth to point out that

$$\begin{aligned} \varsigma_i &= \begin{bmatrix} \varsigma_i'^T & \varsigma_i''^T \end{bmatrix}^T \\ \dot{\zeta}_i' &= -a_i \zeta_i' + z_{I_i}' \\ \dot{\zeta}_i'' &= -a_i \zeta_i'' + z_{I_i}'' \end{aligned} \quad (20)$$

From (17), (18), (19) and (20), we obtain the updating law algorithm. The identification error is defined as

$$e_i = x_i - \chi_i \quad (21)$$

The analysis of the error convergence is taken from [7] and it is included here for the sake of completeness. Using (19) and derivating e_i

$$\dot{e}_i = \dot{w}_i^T \varsigma_i + w_i^T \dot{\zeta}_i - \dot{\chi}_i \quad (22)$$

Taking \dot{w}_i as a control variable, we design the updating weight law

$$\dot{w}_{ik} = (-\gamma e_i + \dot{\chi}_i - w_i^T \dot{\zeta}_i) \frac{n_{ik}}{\varsigma_{ik}} \quad (23)$$

$$\dot{w}_{ij} = 0 \quad (24)$$

where $k \in \{1, \dots, L'_i\}$, $j \in \{L'_i + 1, \dots, L_i\}$, (24) are the fixed weights $w_i'^T$ (23) are the weights to be adjusted $w_i'^T$ and n_{ik} are constants such that

$$\sum_{k=1}^{L'_i} n_{ik} = 1 \quad (25)$$

substituting (23) in (22) we obtain

$$\dot{e}_i = -\gamma e_i \quad (26)$$

The law (23) is not easy to implement due to the $\dot{\chi}_i$ term. This problem can be solved if (23) is rewritten as

$$\begin{aligned} w_{ik} &= v_{ik} + \varphi_{ik} \\ \dot{v}_{ik} &= -\gamma \frac{e_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} \\ \dot{\varphi}_{ik} &= \frac{\chi_i n_{ik}}{\zeta_{ik}} + \eta_{ik} \\ \dot{\eta}_{ik} &= -\chi_i \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{ik}}{\zeta_{ik}} \right) - \frac{w_i^T \dot{\zeta}_i}{\zeta_{ik}} \end{aligned} \quad (27)$$

Then the error e_i converge exponentially to zero.

V. OBSERVER AND CONTROL LAW

A. Observer

Since the secondary fluxes can not be measured, they need to be estimated. In order to obtain this fluxes estimation, we first develop an observer for the primary currents as follows

$$\dot{\hat{\chi}}_5 = k_9 \chi_5 - k_{10} u_\alpha + v_\alpha \quad (28)$$

$$\dot{\hat{\chi}}_6 = k_9 \chi_6 - k_{10} u_\beta + v_\beta \quad (29)$$

where $\hat{\chi}_5$ and $\hat{\chi}_6$ are the estimation of the currents χ_5 and χ_6 . The observer inputs v_α and v_β are chosen as

$$v_\alpha = l_1 \frac{\varepsilon_\alpha}{|\varepsilon_\alpha| + \delta} \quad (30)$$

$$v_\beta = l_2 \frac{\varepsilon_\beta}{|\varepsilon_\beta| + \delta} \quad (31)$$

where l_1, l_2, δ are positive observer parameters, and $\varepsilon_\alpha = \chi_5 - \hat{\chi}_5$ and $\varepsilon_\beta = \chi_6 - \hat{\chi}_6$. Then, the observer error dynamics can be derived from (2) and (28), (29) as

$$\dot{\varepsilon} = -k_7 \Theta \chi^3 + k_8 \Theta J \chi^3 \chi_2 - v \quad (32)$$

where $\varepsilon = [\varepsilon_\alpha \ \varepsilon_\beta]^T$ and $v = [v_\alpha \ v_\beta]^T$. For sufficiently large value of l_1, l_2 and small value of δ , the sliding surfaces $\varepsilon_\alpha = 0$ and $\varepsilon_\beta = 0$ are attractive, and once the trajectory reaches these surfaces, it remains on these surfaces [13]. It means that $\dot{\varepsilon} = 0$, or

$$-k_7 \Theta + k_8 \Theta J \chi_2 - v_{eq} = 0 \quad (33)$$

where $v_{eq} = [v_{\alpha eq} \ v_{\beta eq}]^T$ are the equivalent values of v_α and v_β . Measuring these values, it is possible to obtain, from (33), the estimations for $\hat{\chi}_3$ and $\hat{\chi}_4$, as

$$\hat{\chi} = -\frac{1}{\mu} [\Theta^T \phi \ \Theta^T J \phi] v_{eq} \quad (34)$$

where $\hat{\chi} = [\hat{\chi}_3 \ \hat{\chi}_4]^T$, $\mu = (k_8 \chi_2)^2 + k_7^2$, and $\phi = [k_7 \ k_8 \chi_2]^T$. The estimated fluxes $\hat{\chi}_3$ and $\hat{\chi}_4$ are used by the neural network identifier.

B. Control algorithm

The neuronal model (14) can be presented as quasi Nonlinear Block Controllable form (NBC form) [8]

$$\begin{aligned}\dot{x}^1 &= f^1(x^1) + B_1(x^1)x^2 \\ \dot{x}^2 &= f^2(x^1, x^2) + B_2(x^1, x^2)x^3 \\ \dot{x}^3 &= f^3(x^1, x^2, x^3) + B_3(x^1, x^2, x^3)u\end{aligned}\quad (35)$$

where $x^1 = [x_1]$, $x^2 = [x_2 \ x_3 \ x_4]^T$, $x^3 = [x_5 \ x_6]^T$. $u = [u_\alpha \ u_\beta]^T$

$$f^1(x^1) = f_1 = 0$$

$$f^2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$f^3(x^1, x^2, x^3) = \begin{bmatrix} f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

with the vectors $f^2(x^1, x^2)$, $f^3(x^1, x^2, x^3)$ as

$$f_2 = -a_2x_2 + w_{21}s(x_1) + w_{22}s(x_2) + w_{23}s(x_3) + w_{24}s(x_4) + w_{25}s(x_5) + w_{26}s(x_6)$$

$$f_3 = -a_3x_3 + w_{31}s(x_1) + w_{32}s(x_2) + w_{33}s(x_3) + w_{34}s(x_4) + w_{35}s(x_5) + w_{36}s(x_6)$$

$$f_4 = -a_4x_4 + w_{41}s(x_1) + w_{42}s(x_2) + w_{43}s(x_3) + w_{44}s(x_4) + w_{45}s(x_5) + w_{46}s(x_6)$$

$$f_5 = -a_5x_5 + w_{51}s(x_1) + w_{52}s(x_2) + w_{53}s(x_3) + w_{54}s(x_4) + w_{55}s(x_5)$$

$$f_6 = -a_6x_6 + w_{61}s(x_1) + w_{62}s(x_2) + w_{63}s(x_3) + w_{64}s(x_4) + w_{66}s(x_6)$$

and

$$B_1(x^1) = [1 \ 0 \ 0]$$

$$B_2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} -w_{27}(x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)) & w_{27}(x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1)) \\ w_{37} \cos(n_p x_1) & w_{37} \sin(n_p x_1) \\ -w_{47} \sin(n_p x_1) & w_{47} \cos(n_p x_1) \end{bmatrix}$$

$$B_3(x^1, x^2, x^3) = \begin{bmatrix} w_{56} & 0 \\ 0 & w_{67} \end{bmatrix}$$

Due to $w_{37} = w_{47}$, $B_2(x^1, x^2)$ can be represented as

$$B_2(x^1, x^2) = \begin{bmatrix} w_{27}x_\lambda \Theta^T J \\ w_{37} \Theta^T \end{bmatrix}$$

where

$$x_\lambda = [x_3 \ x_4]$$

The control goal is to track the velocity v and the flux magnitude $\varphi = \|\Psi\|^2 = x_3^2 + x_4^2$. If we define the tracking errors as

$$z_1 = x_2 - v_r \quad \text{and} \quad z_2 = \varphi - \varphi_r \quad (36)$$

with the references for the velocity v_r and flux module φ_r , then the second block of (35) can be expressed as

$$\dot{z}^1 = \bar{f}^2 + \bar{B}_2(x^1, x^2) x^3 \quad (37)$$

where

$$\begin{aligned} z^1 &= [z_1 \ z_2]^T \quad \bar{f}^2 = [\bar{f}_2 \ \bar{f}_3]^T \quad \bar{f}_2 = f_2 - \dot{v}_r \quad \bar{f}_3 = 2x_3f_3 + 2x_4f_4 - \dot{\varphi}_r \\ \bar{B}_2 &= \begin{bmatrix} -w_{27}x_3 \sin(n_p x_1) - w_{27}x_4 \cos(n_p x_1) & w_{27}x_3 \cos(n_p x_1) - w_{27}x_4 \sin(n_p x_1) \\ 2w_{37}x_3 \cos(n_p x_1) - 2w_{47}x_4 \sin(n_p x_1) & 2w_{37}x_3 \sin(n_p x_1) + 2w_{47}x_4 \cos(n_p x_1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

In order to linearize the block (37), the quasi control vector x^3 is selected as

$$x^3 = -\bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2) (\bar{f}^2 + K_1 z^1) + z^2 \quad (38)$$

where $z^2 = [z_3 \ z_4]^T$ are new variables vector, $K_1 = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ 0 & -k_2 \end{bmatrix}$ is a Hurwitz matrix, and

$$\bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2) = \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} -\frac{x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)}{w_{27}} & \frac{x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1)}{2w_{37}} \\ \frac{x_3 \cos(n_p x_1) - x_4 \sin(n_p x_1)}{w_{27}} & \frac{x_3 \sin(n_p x_1) + x_4 \cos(n_p x_1)}{2w_{37}} \end{bmatrix}$$

From (38) and (36) it follows

$$z^2 = x^3 + \bar{B}_2^{-1}(x^1, x^2) (\bar{f}^2 + K_1 z^1) := \gamma(x^2, x^3, r) \quad (39)$$

with $r = [\dot{v}_r \ \dot{\varphi}_r]^T$. It is clear that if we select the sliding manifold as

$$\gamma(x^2, x^3, r) = 0 \quad (40)$$

then the motion on this manifold will be described by the second order linear system

$$\dot{z}^1 = K_1 z^1 \quad (41)$$

with the desired dynamics. To guarantee the sliding mode in the manifold (40), the motion projection on subspace z^2 is derived of the form

$$\dot{z}^2 = \tilde{f}^3 + B_3 u \quad (42)$$

where $\tilde{f}^3 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} = \frac{\partial \gamma}{\partial x^1} \bar{f}_2 + \frac{\partial \gamma}{\partial x^2} \bar{f}_3 + \frac{\partial \gamma}{\partial r} \dot{r}$. Then taking into account the following common bound

$$|u_i| \leq U_0, \quad U_0 > 0, \quad i = \alpha, \beta$$

the discontinuous control law is defined as

$$u = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_0 \text{sign}(z_3) \\ -u_0 \text{sign}(z_4) \end{bmatrix} \quad (43)$$

The stability condition of the origin $z^2 = 0$ for the closed-loop system (42), (43)

$$\dot{z}^2 = \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{f}_4 \end{bmatrix} - U_0 \begin{bmatrix} -u_0 w_{56} \text{sign}(z_3) \\ -u_0 w_{67} \text{sign}(z_4) \end{bmatrix} \quad (44)$$

can be obtained using the Lyapunov function $V = (z^2)^T z^2$, whose time derivative is negative if the following inequalities

$$|\tilde{f}_3| < U_0 w_{56} \quad \text{and} \quad |\tilde{f}_4| < U_0 w_{67} \quad (45)$$

are satisfied. Under this conditions the sliding mode motion occurs on the manifold (40) in a finite time, and then the tracking error $z^1(t)$ will tends asymptotically to zero (in accordance with (41)). This motion is invariant with respect to the motor parameters variations and external disturbance (the load torque), that satisfy (45).

VI. SIMULATIONS

We present the results obtained using the proposed identifier and the control scheme showed in figure 10. The nominal values [14] of the LIM are given as

Parameter	Value	Description
R_s	5.3685	Winding resistance
R_r	3.5315	Secondary resistance
L_s	0.02846	Primary inductance
L_r	0.02846	Secondary inductance
L_{sr}	0.0241	Magnetizing inductance
n_p	4	Number of pole pairs
M	2.78	Total mass
D	36.0455	Viscous friction
τ	0.027	Pole pitch
K_f	148.35	Force constant

A. Identification

The parameters for the neural identifier are $\gamma = 200$, $\beta = 0.01$, $\epsilon = 0.1$. The regressor parameters are $a_1 = a_2 = a_3 = 500$, $a_4 = a_5 = 700$.

Initially, we train the RHONN for 0.4 sec with a signal given by

$$u_\alpha = 220 \sin(377t) \quad (46)$$

$$u_\beta = 220 \cos(377t) \quad (47)$$

Using (46), (47), the neural network identifier is able to reproduce the LIM open loop behavior. Figure 1 - 5 shows the identification errors and Figure 6 shows the flux module.

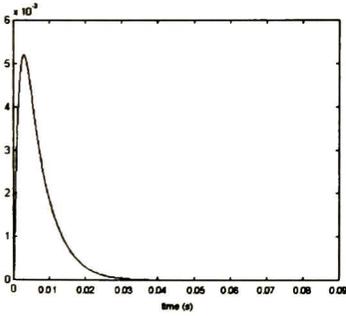


Fig. 1. Velocity error.

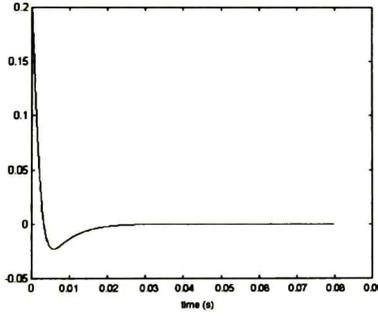


Fig. 2. α -flux error.

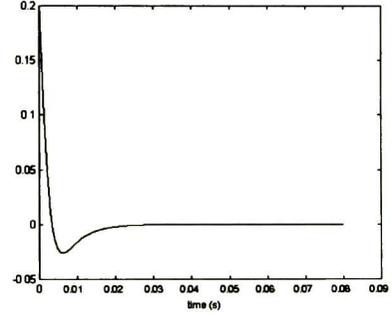


Fig. 3. β -flux error.

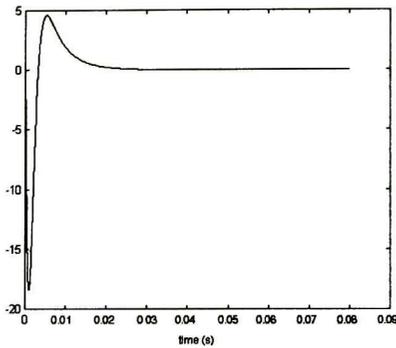
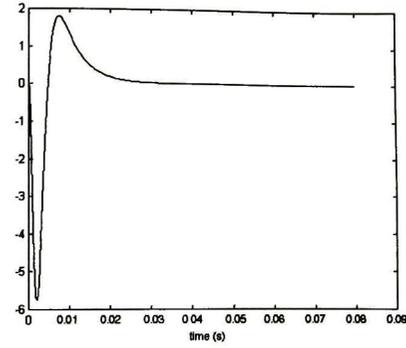
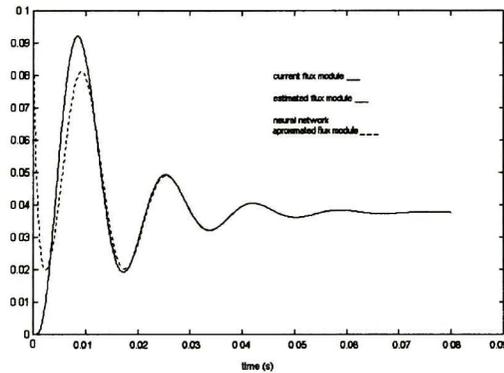
Fig. 4. Current error α .Fig. 5. Current error β .

Fig. 6. Flux module.

Once we verified that identification error converge to zero, we apply the control law (43) and the weight updating law (27).

B. Control

Figure 10 shows the control scheme used. The references are $v_r = 0.5 \sin(\pi t)$, and the flux magnitude $\varphi_r = 0.1 \text{Wb}^2$. The gains for control law are $k_1 = 500$, $k_2 = 1700$, which are bounded by $u_0 = 220$. In order to test the proposed scheme performance, a variation of 0.5Ω per second is added to the rotor resistance, (Figure 7). In addition, a square load torque perturbation with an amplitude of 8 Nm . and a period of 0.5 seconds is included, (Figure 6). Figure 8, 9 shows the tracking errors.

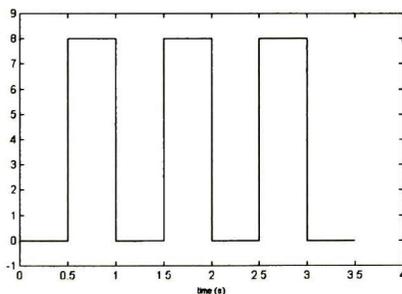


Fig. 6. Load perturbation.

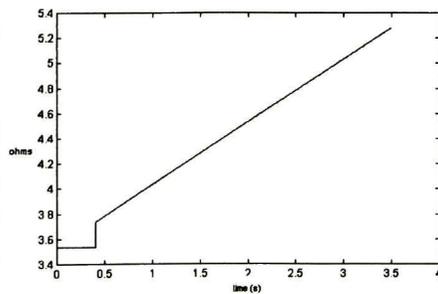


Fig. 7. Rotor resistance perturbation

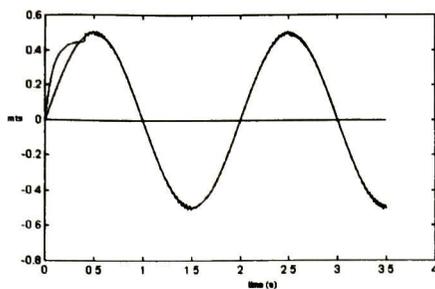


Fig. 8. Velocity tracking.

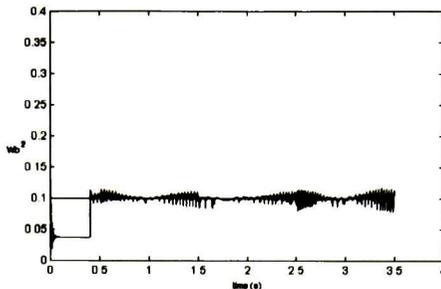


Fig. 9. Flux tracking.

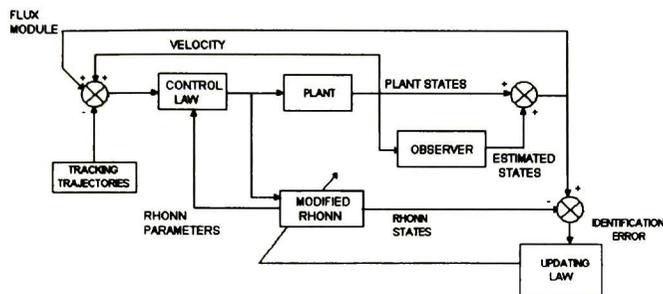


Fig. 10. Control scheme.

VII. CONCLUSIONS

The scheme proposed has successfully been applied. It rejects disturbances and allows to track velocity and flux magnitude with good performance. Even though the motor model $\alpha - \beta$ has more complex dynamics than $d - q$ model [14], the proposed control law and identification scheme present a good performance. The proposed RHONN model, used to identified the LIM has been tested as a good identifier and allows to use the sliding modes technique to force the closed loop trajectory to converge and to stay in the sliding manifolds, which guarantees that the tracking error is zero.

REFERENCES

- [1] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*. Addison-Wesley, Reading, MA, USA, 1995.
- [2] V. H. Benitez, *Neuronal block control: Application to a linear induction motor*, u. sc thesis, Cinvestav, Guadalajara Campus, Mexico, 2002.
- [3] I. Boldea, and S. A. Nasar, *Linear Electric Actuators and Generators*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1997.
- [4] T. W. S. Chow, and Y. Fang, "A recurrent neural-network based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 1, pp. 151-161, 1998.
- [5] R. A. Felix, *Neuronal Control for Electric Motors*. u. sc thesis, Cinvestav, Guadalajara Campus, Mexico, 2000.
- [6] J. F. Gieras, *Linear Induction Drives*. Oxford University Press., Oxford, England, 1994.
- [7] E. B. Kosmatopoulos, M. A. Christodoulou, and P. A. Ioannou, "Dynamical neural network that ensure exponential identification error convergence", *IEEE Neural Networks*, vol. 10, no. 2, pp. 299-314, 1997.
- [8] A. G. Loukhanov, "Nonlinear block control with sliding mode", *Automation and Remote Control*, vol. 57, no. 7, pp. 916-933, 1998.
- [9] A. G. Loukhanov, E. N. Sanchez, and R. A. Felix, "Induction motor VSC control using neural networks", *IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, July 2002.
- [10] Y. M. Park, M. S. Choi, and K.Y. Lee, "An optimal tracking neuro-controller for nonlinear dynamic systems", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, no. 5, pp. 1099-1110, 1996.
- [11] J. J. E. Slotine, and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1991.
- [12] I. Takahashi, and Y. Ide, "Decoupling control of thrust and attractive force of a LIM using a space vector control inverter", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 29, no. 1, pp. 161-167, 1993.
- [13] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer Verlag, NY, USA, 1992.
- [14] R. J. Wai, F. J. Lin, and C. M. Hong, "Adaptive recurrent-neural-network-control for linear induction motor", *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, Alaska, pp. 184-189, Sept., 25-27, 2000.
- [15] S. Yamamura, *Theory of Linear Induction Motors*. University of Tokio Press., Tokio, Japan, 1978.



Cinvestav

**Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados del IPN**

Unidad Guadalajara

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: CONTROL NEURONAL A BLOQUES: APLICACIÓN A UN MOTOR DE INDUCCIÓN DE DESPLAZAMIENTO LINEAL del(a) C. Victor Hugo BENITEZ BALTAZAR el día 29 de Noviembre de 2002 .

DR. EDGAR NELSON
SANCHEZ CAMPEROS
INVESTIGADOR CINVESTAV
3B
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. ALEXANDER
GEORGIEVICH
LOUKIANOV
INVESTIGADOR
CINVESTAV 3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JUAN MANUEL RAMÍREZ
ARREDONDO
INVESTIGADOR CINVESTAV
3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. FERNANDO LARA
ROJO
PROFESOR
INVESTIGADOR
INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE
OCCIDENTE
GUADALAJARA



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000004417