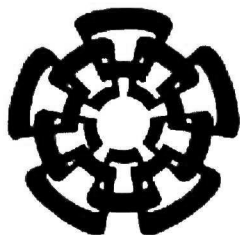


xx (10 8183.1)



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Unidad Guadalajara

CONTROL NO LINEAL ROBUSTO DE UN MOTOR SÍNCRONO POR MODOS DESLIZANTES

Trabajo que presenta

Omar Aguilar Mejía

CINVESTAV I.P.N.
**SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

En la especialidad de
Ingeniería Eléctrica

CINVESTAV
IPN
**ADQUISICION
DE LIBROS**

Guadalajara, Jalisco, Diciembre de 2002

CLASIF.: TK165.68 A38
ADQUIS.: SSI - 246
FECHA: 9-VII-2003
PROCED.: TSIS - 2003
\$ _____

CONTROL NO LINEAL ROBUSTO DE UN MOTOR SÍNCRONO POR MODOS DESLIZANTES

Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica

Por:

Omar Aguilar Mejía

Ingeniero Eléctrico
Instituto Tecnológico de Pachuca, 1994-1999

Becario de CONACyT, expediente No. 158000

Director de Tesis:

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda
Dr. Alexander Georgievich Loukianov

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara,

Diciembre de 2002

RESUMEN

En este trabajo se aplica la técnica no lineal de Modos Deslizantes para diseñar controladores para los motores síncronos de imán permanente y con devanado de campo excitado. El objetivo del control es controlar la velocidad del rotor ante la variación de parámetros y disturbios externos.

Se incluye una descripción general del modelado de los motores síncronos y la transformación utilizada para simplificar el modelo. El control utiliza técnicas de modos deslizantes, conjuntamente con la técnica control por bloques, donde la estabilidad de los controladores diseñados se estudia usando técnicas de Lyapunov. Se diseña un observador no lineal para estimar los estados no medibles y la perturbación externa..

Se explica la teoría básica de la técnica de control por bloques, modos deslizantes y sistemas con dinámica cero incluyendo perturbación. Se extienden los conceptos generales de esta teoría para el control de los motores síncronos.

El procedimiento del diseño del control por modos deslizantes se basa en el diseño de una variedad de espacio de estado y la elección de un control discontinuo para la transformación en la forma deseada por bloques. Para verificar la robustez de los controladores desarrollados se hacen simulaciones en computadora, ante diferentes tipos de perturbaciones y distintos requerimientos de velocidad deseada.

DEDICATORIA.

*A Margarita y Miguel, mi padres y
Miguel, Erika e Iván.*

AGRADECIMIENTOS

Te agradezco Dios por darme ésta familia maravillosa que me ayudó, moral y económicamente para realizar éste trabajo.

Quiero expresar mi agradecimiento a todas las personas que me brindaron su ayuda durante la realización de este trabajo. En especial a mis asesores los doctores: José Cañedo Castañeda y Alexander Loukianov por brindarme su apoyo, paciencia y comprensión durante el desarrollo de este proyecto. A mis amigos y compañeros por su amistad y sugerencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico que me proporcionó.

ÍNDICE

RESUMEN.	I
DEDICATORIA.	III
AGRADECIMIENTOS.	V
ÍNDICE.	VII
LISTA DE FIGURAS.	XI

CAPÍTULO 1.

INTRODUCCIÓN.	1
1.1 Antecedentes.	1
1.2 Investigaciones bibliográficas.	2
1.3 Estructura del trabajo.	4

CAPÍTULO 2

MODELADO DEL MOTOR SÍNCRONO.	5
2.1 Introducción.	5
2.2 Descripción física de la máquina síncrona.	5
2.2.1 Estructura del campo y la armadura.	6
2.2.2 Máquinas con pares de polos múltiples.	7
2.2.3 Descripción de eje directo y eje de cuadratura.	8
2.3 Descripción matemática del motor síncrono.	8
2.3.1 Ecuaciones básicas del motor síncrono en variables de la máquina.	9
2.3.2 Ecuaciones del estator.	10
2.3.3 Inductancias propias del estator.	14
2.3.4 Inductancias mutuas del estator.	13

2.3.5	Inductancia mutua entre el estator y los devanados del rotor.	14
2.3.6	Ecuaciones del rotor.	15
2.3.7	Ecuaciones del par en variables de la máquina.	19
2.4	Ecuaciones de voltaje en un marco de referencia arbitrario.	19
2.5	Ecuaciones de voltaje en el marco de referencia del rotor.	20
2.5.1	Enlaces de flujo del estator en marco de referencia <i>dqo</i> .	22
2.5.2	Enlaces de flujo del rotor.	22
2.5.3	Ecuaciones de voltaje en marco de referencia <i>dqo</i> .	22
2.5.4	Potencia eléctrica y par eléctrico.	23
2.6	Motor síncrono de imanes permanentes.	24
2.6.1	Descripción matemática de un MSIP.	24
2.6.2	Ecuaciones de voltaje y par en el marco de referencia <i>dqo</i> .	26
2.6.3	Ecuaciones de estado del MSIP.	28
2.7	Ecuaciones de estado del motor síncrono.	28

CAPÍTULO 3.

CONTROL POR BLOQUES CON MODOS DESLIZANTES.

Y OBSERVADOR NO LINEAL. 31

3.1	Introducción.	31
3.2	Formulación del problema.	32
3.2.1	Método de control equivalente.	33
3.3	Control por bloques.	34
3.3.1	Control por bloques y modos deslizantes, de sistemas con dinámica cero incluyendo perturbación.	34
3.3.2	Transformación a la forma deseada.	36
3.3.3	Elección del control discontinuo.	37
3.3.4	Análisis de la estabilidad dinámica por modos deslizantes.	38
3.4	Observador no lineal.	41

CAPÍTULO 4.	
DISEÑO DEL CONTROLADOR PARA UN MOTOR SÍNCRONO.	45
4.1	Introducción. 45
4.2	Diseño del controlador del MSIP. 45
4.2.1	Control de la corriente i_d . 46
4.2.2	Control de la velocidad. 47
4.2.2.1	Calculo de la corriente deseada. 48
4.2.3	Diseño del controlador sin el sensor de velocidad. 49
4.2.3.1	Estimación de la velocidad. 49
4.2.3.2	Estimación del par de carga para el MSIP. 50
4.3	Diseño del controlador para un MSDE. 51
4.3.1	Control de lazo cerrado del enlace de flujo en el devanado de excitación. 52
4.3.2	Control de la corriente en eje directo del estator. 53
4.3.3	Control de lazo cerrado de la velocidad. 54
4.4	Diseño de un observador no lineal para un MSDE. 59
CAPÍTULO 5.	
SIMULACIONES.	63
5.1	Introducción. 63
5.2	Motor síncrono de imanes Permanentes. 64
5.2.1	Parámetros del MSIP. 64
5.2.2	Respuesta dinámica del MSIP durante un cambio súbito del par de carga en lazo abierto. 64
5.2.3	Aplicación de la ley de control al MSIP. 66
5.3	Motor síncrono con devanado excitado. 72
5.3.1	Parámetros del MSDE. 72
5.3.2	Respuesta dinámica del MSDE durante un cambio súbito del par de carga en lazo abierto. 72
5.3.3	Aplicación de la ley de control al MSDE. 74

CAPÍTULO 6.	
CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.	81
6.1 Conclusiones.	81
6.2 Aportaciones.	82
6.3 Trabajos futuros.	82
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.	83
PUBLICACIONES.	87
APÉNDICE A	89

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1.	Diagrama esquemático de una máquina síncrona trifásica con dos pares de polos.	6
Fig. 2.2.	Construcción de un rotor de polos salientes.	7
Fig. 2.3.	Características de un rotor sólido.	8
Fig. 2.4.	Circuitos del rotor y del estator.	9
Fig. 2.5.	Variación de la permeancia con la posición del rotor.	11
Fig. 2.6.	Forma de onda de la fmm y sus componentes.	12
Fig. 2.7.	Variación de la inductancia propia de una fase del estator.	13
Fig. 2.8.	Variación de la inductancia mutua entre los devanados del estator.	14
Fig. 5.1.	Dinámica de la velocidad del rotor ante un escalón del par de carga	65
Fig. 5.2.	Ampliación del comportamiento de la velocidad durante la aceleración libre	65
Fig. 5.3.	Comportamiento dinámico de los enlaces de flujo del MSIP	65
Fig. 5.4.	Ampliación del comportamiento de los enlaces de flujo d y q	65
Fig. 5.5.	Respuesta de las corrientes del estator ante un escalón del par de carga	65
Fig. 5.6.	Comportamiento de las corrientes de fase durante la aceleración libre	65
Fig. 5.7.	Respuesta del par eléctrico durante la aceleración libre	66
Fig. 5.8.	Comportamiento del par eléctrico ante un escalón del par de carga	66
Fig. 5.9.	Comportamiento dinámico de las corrientes del estator en eje d y q del MSIP	66
Fig. 5.10.	Ampliación del comportamiento de las corrientes en eje d y q	66
Fig. 5.11.	Diagrama de bloques del esquema de control propuesto para el MSIP	67
Fig. 5.12.	Velocidad del motor (línea continua) y velocidad deseada (línea punteada).	68
Fig. 5.13.	Par de carga T_l y su estimación \hat{T}_l .	68
Fig. 5.14.	Ampliación del comportamiento de la velocidad inicial	68
Fig. 5.15.	Ampliación del transitorio de la velocidad al incrementar el par de carga.	68
Fig. 5.16.	Corriente en eje q	68
Fig. 5.17.	Par de carga actual (línea punteada) y par eléctrico (línea continua)	68
Fig. 5.18.	Error entre la velocidad del rotor y velocidad deseada z_1	69
Fig. 5.19.	Error entre el par de carga y el par estimado.	69
Fig. 5.20.	Voltaje en la fase a para el caso 1	69

Fig. 5.21.	Voltaje en la fase b y c para el caso 1.	69
Fig. 5.22.	Corriente en la fase a para el caso 1.	69
Fig. 5.23.	Corriente en la fase b y c para el caso 1.	69
Fig. 5.24.	Velocidad del motor (línea continua) y velocidad deseada (línea punteada).	70
Fig. 5.25.	Par de carga T_l y su estimación \hat{T}_l .	70
Fig. 5.26.	Error entre la velocidad del rotor y velocidad deseada z_1	71
Fig. 5.27.	Error entre el par de carga y el par estimado.	71
Fig. 5.28.	Acercamiento del par de eléctrico durante un decremento del par de carga y el seguimiento dinámico del par estimado	71
Fig. 5.29.	Corriente en eje directo del MSIP.	71
Fig. 5.30.	Voltaje en la fase a para el caso 2.	71
Fig. 5.31.	Voltaje en la fase b y c para el caso 2	71
Fig. 5.32.	Corriente en la fase a para el caso 2.	72
Fig. 5.33.	Corriente en la fase b y c para el caso 2.	72
Fig. 5.34.	Respuesta dinámica de la velocidad del MS durante el cambio del par de carga	73
Fig. 5.35.	Respuesta del par eléctrico.	73
Fig. 5.36.	Respuesta dinámica de las corrientes en eje directo y cuadratura	73
Fig. 5.37.	Respuesta dinámica de las corrientes en el estator.	73
Fig. 5.38.	Enlace de flujo en el devanado de excitación Ψ_{fd}	74
Fig. 5.39.	Enlaces de flujo en los devanados de amortiguamiento kd , $1q$ y $2q$	74
Fig. 5.40.	Diagrama de bloques del sistema de control propuesto para el MSDE	75
Fig. 5.41.	Velocidad del motor (línea punteada) y velocidad de referencia (línea continua).	75
Fig. 5.42.	Par actual de la carga (línea continua) y par estimado (línea punteada)	75
Fig. 5.43.	Voltaje de control en el devanado de excitación	76
Fig. 5.44.	Voltaje de control en eje d	76
Fig. 5.45.	Voltaje de control en eje q	76
Fig. 5.46.	Superficie de modos deslizantes z_γ	76
Fig. 5.47.	Estimación del flujo del devanado de excitación Ψ_{fd}	76
Fig. 5.48.	Enlaces de flujo kd , $1q$ y $2q$ actual y estimado	76
Fig. 5.49.	Error entre la velocidad del motor y la velocidad de referencia	77
Fig. 5.50.	Error entre el par de carga actual y el par estimado	77
Fig. 5.51.	Voltaje en la fase a para el caso 3	77
Fig. 5.52.	Voltaje la fase b y c para el caso 3	77
Fig. 5.53.	Corriente en la fase a para el caso 3.	77
Fig. 5.54.	Corriente en la fase b y c para el caso 3.	77
Fig. 5.55.	Error entre el enlace de flujo y su estimación en el devanado de excitación.	78
Fig. 5.56.	Velocidad del motor y velocidad deseada.	78
Fig. 5.57.	Par de carga actual y par estimado.	78
Fig. 5.58.	Error de la velocidad del motor y velocidad deseada.	79
Fig. 5.59.	Error entre el par de carga y par estimado	79
Fig. 5.60.	Voltaje de control en el devanado de excitación para el caso 4.	79
Fig. 5.61.	Corriente en eje directo para el caso 4.	79
Fig. 5.62.	Error entre flujo estimado y flujo en el devanado de excitación para el caso 4.	79
Fig. 5.63.	Voltaje en la fase a para el caso 4.	79
Fig. 5.64.	Voltaje la fase b y c para el caso 4.	79
Fig. 5.65.	Corriente en la fase b y c para el caso 4.	80
Fig. 5.66.	Corriente en la fase a para el caso 4.	80
Fig. 5.67.	Estimación del enlace de flujo en del devanado de excitación para el caso 4.	80

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

Muchos sistemas físicos requieren del uso de términos discontinuos en su dinámica. Éste es el caso de los sistemas mecánicos con fricción. Este hecho fue reconocido y explotado ventajosamente en los inicios del siglo XX para la regulación de una gran variedad de sistemas dinámicos.

Las estrategias de control con retroalimentación discontinua aparecieron a mediados del siglo XX, bajo el nombre de teoría de sistemas con estructura variable. Con este punto de vista, las entradas típicas de control toman valores de un conjunto discreto, que son los límites extremos de control, o de una colección limitada de funciones de control preespecificadas en lazo cerrado. La lógica de conmutación es diseñada de tal forma que una propiedad deseada domina la dinámica de lazo cerrado del sistema, por lo tanto se logra la estabilización sobre una superficie de conmutación, la cual induce la trayectoria deseada. Basado en estos conceptos Utkin [1] desarrollo la técnica denominada de modos deslizantes.

Las principales ventajas de este método son:

- La robustez contra una gran cantidad de perturbaciones o incertidumbres en el modelo matemático.
- La habilidad de desacoplar problemas de alto orden en sub tareas de menor dimensión.

Este trabajo forma parte de un conjunto de acciones orientadas a implementar nuevas técnicas de control no lineales para analizar el comportamiento de diferentes tipos de motores eléctricos. Específicamente, aborda el problema del control no lineal de la velocidad de dos tipos de motores síncronos: de imán permanente y con devanado de excitación, aplicando control de bloques y modos deslizantes.

Los motores síncronos poseen muchas de las ventajas del motor de inducción. En general, contienen anillos deslizantes, escobillas y devanados de amortiguamiento en el rotor, excepto para potencias pequeñas donde el devanado de campo puede ser reemplazado por imanes permanentes. El motor síncrono puede ser operado a un factor de potencia unitario, en atraso o adelanto, resultando en una máquina de dimensiones más pequeña comparada con un motor de inducción para el mismo rango de potencia de trabajo.

El Motor Síncrono de Imán Permanente (MSIP) es un dispositivo que se utiliza considerablemente en una gran variedad de aplicaciones de baja y mediana potencia, dada su rápida respuesta dinámica. La ausencia del devanado del rotor hace que los anillos colectores en el rotor y las escobillas sean obsoletos, por lo que se reduce el costo de mantenimiento y aumenta la vida media del motor. La ausencia de excitación externa en el rotor elimina sus pérdidas. Esto hace al MSIP más eficiente y su mantenimiento es más fácil y económico, comparado con un motor de inducción convencional o un motor de c.d. Algunas de las aplicaciones de los motores de imanes permanentes son: máquinas-herramientas, robots manipuladores, generadores, actuadores aeroespaciales y vehículos eléctricos.

Los motores síncronos con devanado de campo excitado están limitados a aplicaciones que requieren alta potencia con alto desempeño. En estos casos, presentan una mejor alternativa que un motor de inducción o de corriente directa. La aplicación de estos motores incluye molinos de acero, hornos de cemento, molinos de piedra, cortadoras de mármol, impulsores de barcos y bombas extractoras.

Algunas de las razones por las que se utilizan motores síncronos en aplicaciones donde se requiere rangos de potencia mayor que 1 MW, en lugar de un motor de inducción, son las siguientes:

- El control de potencia reactiva de la máquina es más fácil, y los requerimientos del Convertidor Electrónico de Potencia (PEC) son menores, por lo tanto, el (PEC) es más simple y de menor costo.
- La eficiencia de un MS de 1 MW o mayor, en general es más alta que la de un motor de inducción de jaula de ardilla.

1.2 INVESTIGACIONES BIBLIOGRÁFICAS.

En la literatura de control, se han reportado diferentes controladores para la velocidad y posición del MSIP. Estos controladores se han diseñado usando técnicas de linealización por retroalimentación [2,3], métodos de pasividad [4-6], técnicas de control adaptable [5,7-8], técnicas de modos deslizantes [7-11], o usando técnicas de control vectorial [13,14]. En [12], se proponen tres métodos para el control de la corriente de fase empleando técnicas de control vectorial. Evidencia experimental y la viabilidad práctica de estos esquemas se pueden encontrar en las referencias anteriores.

La mayoría de la literatura publicada para el control de una máquina síncrona con devanado de excitación [15-20] está basada en un modelo del motor de orden reducido y utilizando control continuo. En [21], se presenta un control de la magnitud del flujo del entre-hierro para un destructor de hielo. En [18], se presenta una técnica de estimación del flujo en lazo cerrado, despreciando los devanados de amortiguamiento, los cuales son importantes para una mejor respuesta del par. En [19-22], la técnica presentada para la estimación de los enlaces de flujo en estado estacionario en el rotor puede ser erróneo en condiciones transitorias, debido a las corrientes inducidas en las zapatas polares.

En [23], se presenta un método para la estimación de los flujos en el estator para bajas y altas velocidades, en lazo abierto. El observador de los flujos del estor en lazo abierto presentado en [24, 25], estima los estados del motor sin ninguna predicción del error de retroalimentación, esto tiene como consecuencia que el rango de convergencia sea sensible a la variación de los parámetros y algunas veces puede ser oscilatorio.

Recientemente, en [14], se presenta un control usando técnicas de control vectorial en estado estacionario para un MSDE; en [27], se emplea un cicloconvertidor basado en control vectorial usando un estimador de orden reducido.

Todos los métodos de control del MSDE señalados anteriormente se caracterizan por utilizar un modelo de orden reducido y técnicas de control continuo. El principal problema que presentan estos controladores es la conmutación en el arranque del motor, donde el voltaje inducido es insuficiente. Este problema se resuelve, introduciendo limitadores de corriente con la ayuda de un conmutador en el lado de la línea produciendo pulsaciones indeseadas en el par. Los cicloconvertidores que emplean control vectorial, sin importar que tan eficiente sean los variadores de frecuencia, no son capaces de mantener la velocidad deseada en estado transitorio a una determinada frecuencia, ya que utilizan modelos simplificados o no consideran la dinámica del motor en estado transitorio. Para introducir robustez del sistema en lazo cerrado, [26] diseña un control con modos deslizantes para un MSDE utilizando un modelo de orden reducido.

El objetivo principal de este trabajo es diseñar controladores con MD para 2 tipos de motores: el MSIP y el MSDE de orden completo, basados en la técnica de Control por Bloques (CB) [28]. La técnica de CB está desarrollada con éxito y es utilizada para la descomposición, estabilización y optimización de sistemas lineales y algunos no lineales, los cuales están presentados en la Forma Controlable por Bloques (FCB).

La FCB consiste de un grupo de bloques conectados. Una de las condiciones para llevar a cabo este método es que, en el sistema, la dimensión del vector de estado coincida con la dimensión del control o cuasicontrol. Por lo tanto, los controles ficticios por medio de los cuales está conformado cada bloque, son seleccionados para que el sistema permita diseñar paso a paso un control que sea estable en lazo cerrado. La FCB se emplea en este trabajo para diseñar la variedad deslizante no lineal, de manera que el movimiento quede descrito por un sistema lineal con valores propios deseados.

Al diseñar los controladores, se suponen conocidas todas las variables de estado de la planta y el par de carga. En la práctica, solo se puede medir directamente una parte de los estados de un sistema; por lo tanto es, necesario diseñar un observador no lineal para estimar los flujos del rotor y el par de carga, los cuales son utilizados en los controladores.

1.3 ESTRUCTURA DEL TRABAJO

En el primer capítulo de esta tesis se presenta un resumen de esta tesis. Se da la justificación del trabajo y la importancia de la investigación, tanto para el MSIP como para el MSDE. Se da una breve reseña acerca de las investigaciones realizadas sobre el tema. Finalmente, se presenta la estructura de este trabajo.

En el capítulo dos se presenta el desarrollo del modelo matemático que detalla el comportamiento dinámico del MSDE y MSIP en coordenadas máquina (abc); Posteriormente, se describe una transformación de coordenadas al marco de referencia del rotor (dqo), basado en [29], para disminuir el grado de acoplamiento de las ecuaciones.

En el capítulo tres se describe la técnica de Control no Lineal por Bloques con Dinámica Cero y Perturbación para diseñar la variedad deslizante no lineal. Además, se presenta la técnica para el diseño de observadores no lineales.

En el capítulo cuatro se describen las leyes de control propuestas para el MSIP y MSDE, así como los observadores no lineales basados en los resultados del capítulo tres. Para el MSIP se diseñan dos superficies deslizantes para controlar dos salidas: la velocidad del rotor y la corriente de eje directo del estator. En este caso se estima el par de carga y la velocidad del rotor necesaria para la ley de control. Para el controlador por modos deslizantes del MSDE se diseñan tres superficies deslizantes para controlar tres salidas: la corriente de eje directo del estator, la magnitud del enlace de flujo en devanado de excitación y la velocidad del rotor. Además, se presenta el problema de estimación de estados y perturbación externa. Se desarrolla un observador no lineal para los flujos magnéticos del rotor y del par de carga.

En el capítulo cinco se presentan los resultados del comportamiento dinámico del motor con la aplicación de los controles y de los observadores propuestos. Los motores MSIP y MSDE se someten a diferentes condiciones de operación de velocidad deseada y ante diferentes perturbaciones de par de carga.

Por último, en el capítulo seis se escribe las principales conclusiones de este trabajo y se proponen varios trabajos futuros.

CAPÍTULO 2

MODELADO DEL MOTOR SÍNCRONO.

2.1 INTRODUCCIÓN

Las máquinas síncronas se construyen generalmente con un estator polifásico, un rotor con o sin salientes y un devanado de campo. Las inductancias del motor son función de la posición angular del rotor, por lo que los coeficientes de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del motor están fuertemente acopladas. Por esta razón es recomendable utilizar una transformación de variables para reducir la complejidad de las ecuaciones [29].

En este capítulo, se establecen las ecuaciones de voltaje, corriente y del par electromecánico, que describen el comportamiento dinámico de un motor síncrono. Primero serán formuladas en término de las variables (*abc*) posteriormente utilizando la transformación de Park, las ecuaciones son referidas a un marco de referencia del rotor.

2.2 DESCRIPCIÓN FÍSICA DE LA MÁQUINA SÍNCRONA.

Antes de proceder al análisis formal del motor síncrono, se considera una imagen física elemental más precisa del motor. En la Fig. 2.1 se muestra en forma esquemática una sección transversal de un motor síncrono trifásico con un par de polos. La máquina consiste de tres elementos esenciales: los devanados de amortiguamiento, el devanado de campo y los devanados de la armadura (estator).

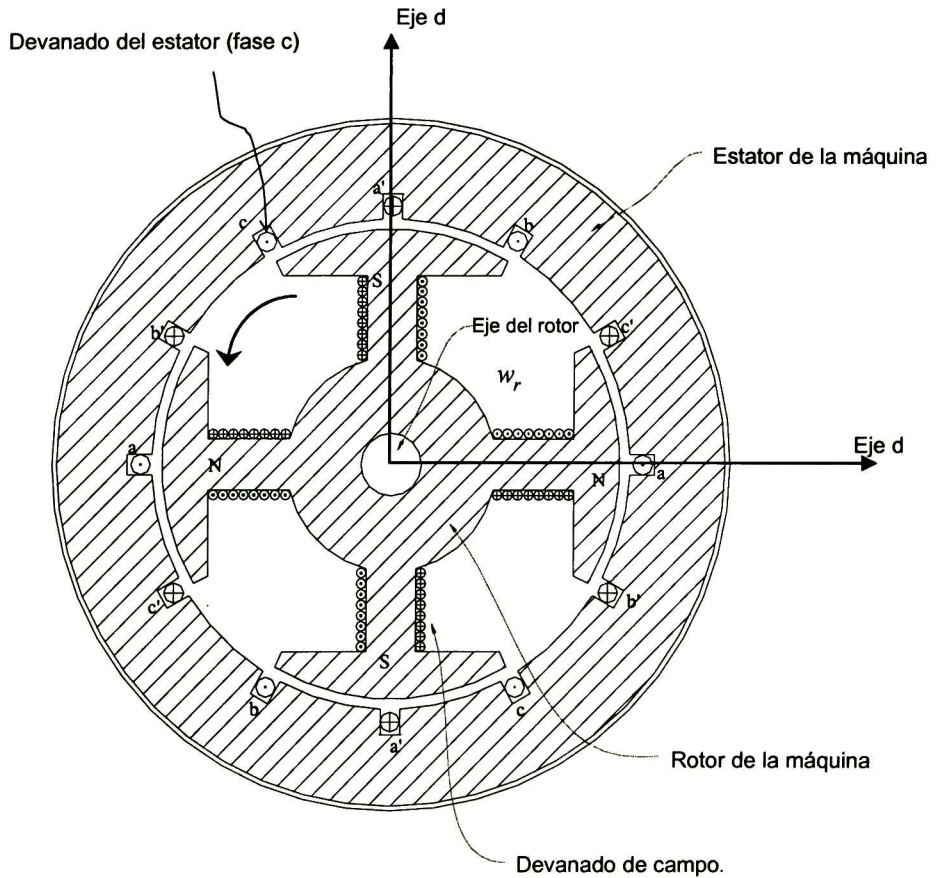


Figura 2.1 Diagrama esquemático de una máquina síncrona trifásica con dos pares de polos.

2.2.1 ESTRUCTURA DEL CAMPO Y LA ARMADURA

Los devanados de la armadura requieren mas espacio por que operan a un voltaje más alto que el devanado de campo. Esta es una razón de que la armadura se encuentra en el estator y estén distribuidos uniformemente y separados 120° entre sus ejes magnéticos. Estos devanados están sujetos a altas corrientes transitorias y deben tener un adecuado aislamiento eléctrico y soporte mecánico.

El estator está construido de delgadas laminaciones para reducir las pérdidas debido a las corrientes de “eddy”, ya que la armadura está sujeta a la variación del flujo magnético. En la armadura circulan corrientes trifásicas balanceadas, que producen un campo magnético en él entrehierro que gira a la velocidad síncrona. Para producir el par estacionario, el campo magnético del estator y del rotor deben girar a la misma velocidad; por lo tanto, el rotor gira a la velocidad síncrona.

La velocidad del rotor en estado estable es determinada por el número de polos y la frecuencia eléctrica de la corriente del estator. La velocidad síncrona está dada por:

$$n = \frac{120 f}{p_f} \quad (2.1)$$

donde n es la velocidad en rev/min, f es la frecuencia en Hz, y p_f es el número de polos.

Existen dos estructuras básicas en el rotor que dependen de su velocidad de operación. Para bajas velocidades se utiliza un número grande de polos, un rotor con polos salientes y devanados concentrados. Estos rotores cuentan con devanados de amortiguamiento en forma de barras de cobre o latón insertadas en las caras polares de los polos. Todas las barras son conectadas para formar un anillo similar a una jaula de ardilla en el motor de inducción, como se muestra en la Fig. 2.2.(a). Los devanados de amortiguamiento tienen la función de disminuir las oscilaciones de la velocidad ante perturbaciones externas. Algunas veces, los devanados de amortiguamiento no están totalmente conectados y solo se conecta una pieza polar como se muestra en la Fig. 2.2 (b).

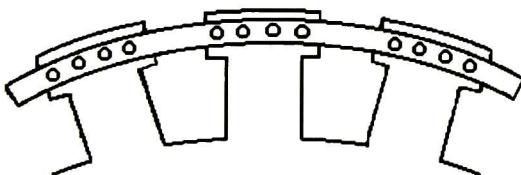
Cuando la máquina síncrona opera a altas velocidades, los rotores son fabricados de acero sólido, con dos o cuatro polos, con devanados distribuidos y colocados en las ranuras del rotor sujetos con cuñas de acero. Este tipo de rotor frecuentemente no tiene devanados de amortiguamiento, ya que el rotor brinda trayectorias para las corrientes circulantes, creando un efecto similar a los devanados de amortiguamiento. Algunas características especiales de amortiguamiento pueden ser incluidas, usando cuñas de metal en el devanado de campo, similar a las barras de amortiguamiento, interconectadas para formar una caja, o colocando varillas de cobre debajo de la cuña como se muestra en la Fig. 2.3.b.

En condiciones de estado estacionario sólo existe corriente directa en el rotor debido al voltaje de excitación en el devanado de campo. Sin embargo, en condiciones transitorias se inducen corrientes de "eddy" en la superficie del rotor, en las paredes de las ranuras y en las cuñas o devanados de amortiguamiento.

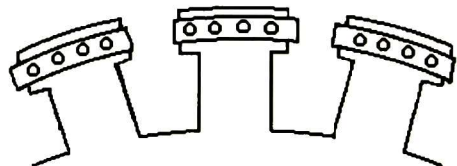
2.2.2 MÁQUINAS CON PARES DE POLOS MÚLTIPLES

Para el análisis, es conveniente considerar un par de polos. Los ángulos son normalmente medidos en radianes o grados eléctricos. El ángulo cubierto por un par de polos es 2π radianes o 360 grados eléctricos. La relación correspondiente entre el ángulo (θ) en unidades eléctricas y el ángulo (θ_m) en unidades mecánicas es:

$$\theta = \frac{P_f}{2} \theta_m \quad (2.2)$$



(a) Devanado de amortiguamiento conectado



(b) Devanado de amortiguamiento no-conectado

Figura 2.2 Construcción de un rotor de polos salientes

2.3.3 DESCRIPCIÓN DE EJE DIRECTO Y EJE DE CUADRATURA

El circuito magnético y los devanados del rotor son simétricos con respecto a los ejes polares e interpolares. Para identificar las características de un motor síncrono, se definen el eje directo y de cuadratura del motor como se muestran en la Fig. 2.4

- Eje directo (d), centrado magnéticamente con el eje del campo de excitación;
- Eje de cuadratura (q), se encuentra 90° adelante del eje d .

La posición relativa del rotor con respecto al estator se mide por el ángulo (θ) entre el eje d y el eje magnético del devanado de la fase a .

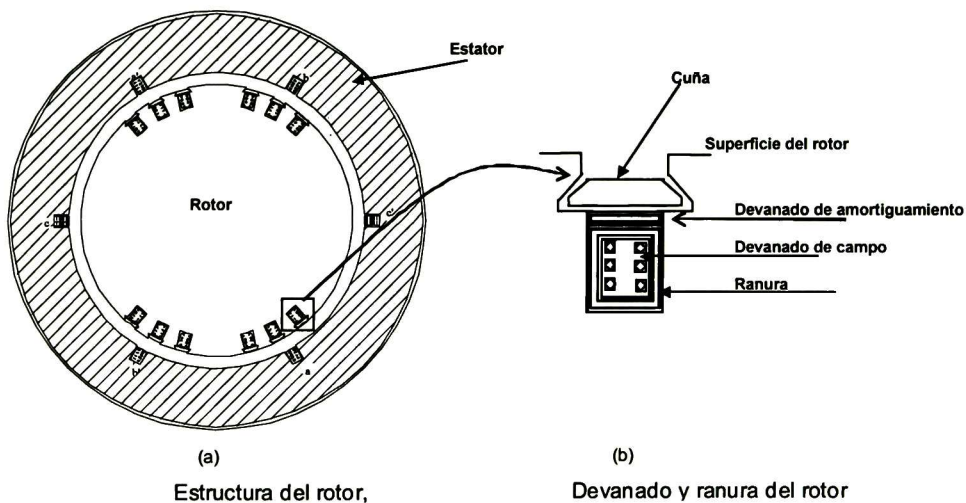


Figura 2.3 Características de un rotor sólido.

2.3 DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL MOTOR SÍNCRONO

Para desarrollar las ecuaciones del motor síncrono se hacen las siguientes consideraciones:

- Los devanados del estator están distribuidos senoidalmente desplazados 120° , con N_a vueltas equivalentes y una resistencia R_s .
- El devanado de campo fd tiene N_{afd} vueltas equivalentes y una resistencia R_{fd} . El primer devanado de amortiguamiento kd con N_{akd} vueltas equivalentes y una resistencia R_{kd} está en el mismo eje magnético que el devanado de campo.
- El segundo y tercer devanado de amortiguamiento, $1q$ y $2q$, están desplazados 90° adelante de los devanados fd y kd . Estos devanados tienen N_{a1q} y N_{a2q} vueltas equivalentes, con resistencias R_{1q} y R_{2q} respectivamente. Se supone que todos los devanados del rotor están distribuidos senoidalmente.
- Las ranuras del estator no causan variación apreciable en las inductancias del rotor.
- El efecto de histéresis es despreciable.
- El efecto de la saturación magnética es despreciable.
- Se estudia al motor síncrono suponiendo que las relaciones entre los flujos y las corrientes son lineales.

La figura 2.4 muestra los circuitos equivalentes involucrados en el análisis de un motor síncrono. El circuito del estator consiste de tres devanados alojados en la armadura del motor, los cuales son excitados por voltajes de corriente alterna. El circuito del rotor aloja al devanado de campo y a los de amortiguamiento. El devanado de campo está conectado a una fuente de corriente directa. En la Fig. 2.4. se muestra un devanado de amortiguamiento en eje d y dos en eje q .

Mientras el rotor esté girando con respecto al estator, el ángulo θ se incrementa, y se relaciona con la velocidad angular del rotor (w_r) y el tiempo (t) como sigue:

$$\theta = \int_0^t w_r dt + \theta_0 \quad (2.3)$$

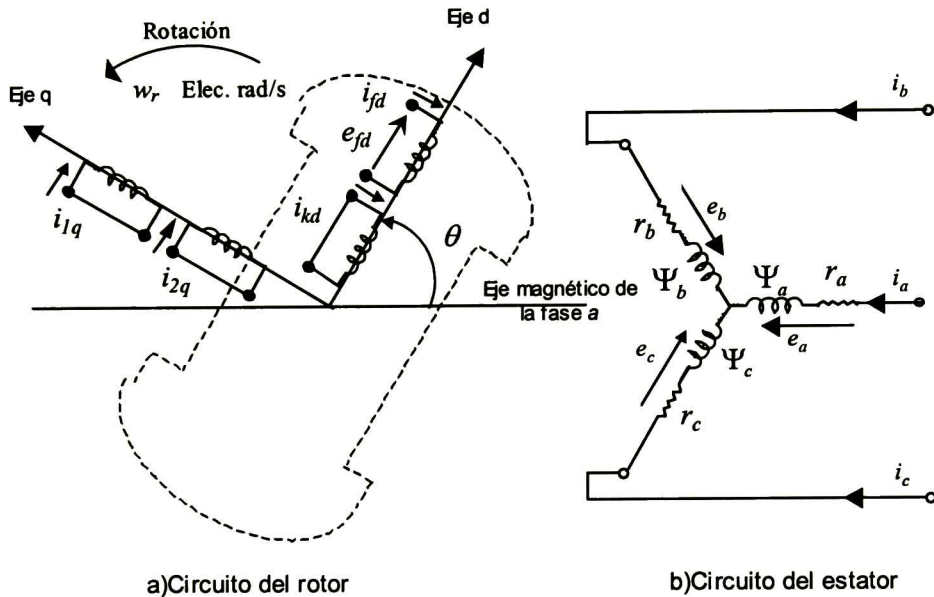


Figura 2.4 Circuitos del Rotor y del Estator

2.3.1. ECUACIONES BÁSICAS DEL MOTOR SÍNCRONO EN VARIABLES DE LA MÁQUINA

Para el análisis de las ecuaciones del motor se propone la siguiente convención de signos donde las corrientes en los devanados del estator se suponen positivas cuando entran a la máquina. La dirección de la corriente del devanado de campo y de las corrientes de amortiguamiento se suponen positivas.

El hecho de que las inductancias mutuas y propias de los circuitos del estator cambien con la posición del rotor complica las ecuaciones del motor síncrono. Las variaciones en las inductancias son provocadas por la variación de la permeancia en la trayectoria del flujo magnético debido a la no uniformidad del entre hierro. Esto es pronunciado en una máquina de polos salientes, en donde la permeancia en los ejes d y q es significativamente diferente. Aún en una máquina de rotor liso hay diferencias entre los dos ejes debidas principalmente al número de ranuras asociadas con el devanado de campo.

El flujo producido por el devanado del estator sigue una trayectoria a través del hierro del estator, cruza el entrehierro, hacia el hierro del rotor, y regresa cruzando el entrehierro. La variación de la permeancia de esta trayectoria puede ser aproximada con la siguiente expresión:

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\alpha \quad (2.4)$$

En la ecuación anterior, α es la distancia angular a lo largo de la periferia del rotor medida a partir del eje directo, como se muestra en la Fig. 2.5.

La permeancia es una función senoidal de doble frecuencia. Existen armónicos de mayor orden, pero se desprecian.

Se usa la siguiente notación para las ecuaciones del rotor y el estator:

- v_a, v_b, v_c son los voltajes de línea a neutro aplicados a los devanados a, b y c en el estator respectivamente.
- i_a, i_b, i_c son las corrientes del estator en las fases a, b y c .
- v_{fd} es el voltaje de campo.
- $R_{fd}, R_{kd}, R_{1q}, R_{2q}$ son las resistencias equivalentes del circuito del rotor.
- l_{aa}, l_{bb}, l_{cc} son las inductancias propias del devanado del estator de las fases a, b y c respectivamente.
- l_{ij} son las inductancias mutuas en el estator respectivamente ($i = a, b, c; j = a, b, c; i \neq j$).
- $l_{ifd}, l_{ikd}, l_{i1q}, l_{i2q}$ son las inductancias mutuas entre el estator y rotor respectivamente ($i = a, b, c$).
- $l_{ffd}, l_{kkd}, l_{kkq}$ son las inductancias propias del rotor respectivamente.
- R_s es la resistencia de la armadura por fase.

2.3.2. ECUACIONES DEL ESTATOR.

Las ecuaciones de voltaje de los devanados del estator en variables de la máquina abc con la convención señalada, pueden ser expresadas como:

$$v_a = \frac{d\Psi_a}{dt} + R_s i_a \quad (2.5)$$

$$v_b = \frac{d\Psi_b}{dt} + R_s i_b \quad (2.6)$$

$$v_c = \frac{d\Psi_c}{dt} + R_s i_c \quad (2.7)$$

Los enlaces de flujo en los devanados de la fase a, b y c están definidos por las siguientes expresiones:

$$\Psi_a = l_{aa} i_a + l_{ab} i_b + l_{ac} i_c + l_{afd} i_{fd} + l_{akd} i_{kd} + l_{a1q} i_{1q} + l_{a2q} i_{2q} \quad (2.8)$$

$$\Psi_b = l_{ba}i_a + l_{bb}i_b + l_{bc}i_c + l_{bfd}i_{fd} + l_{bkd}i_{kd} + l_{b1q}i_{1q} + l_{b2q}i_{2q} \quad (2.9)$$

$$\Psi_c = l_{ca}i_a + l_{cb}i_b + l_{cc}i_c + l_{cfd}i_{fd} + l_{ckd}i_{kd} + l_{c1q}i_{1q} + l_{c2q}i_{2q} \quad (2.10)$$

Las unidades en (2.5)-(2.10) son webers, henrios, volts y amperes.

2.3.3. INDUCTANCIAS PROPIAS DEL ESTATOR.

El valor de la inductancia propia de la fase a (l_{aa}) es igual al enlace de flujo cortado por el devanado de la fase a debido a la corriente i_a , con todas las otras corrientes igualadas a cero. La inductancia es directamente proporcional a la permeancia, la cual tiene una variación de 2^{da} armónica. La inductancia (l_{aa}) es máxima cuando $\theta = 0^\circ$ mínima para $\theta = 90^\circ$ y de nuevo máxima cuando $\theta = 180^\circ$ y así periódicamente.

La Fmm de la fase a tiene una distribución senoidal en el entrehierro con un valor máximo centrado en el eje de la fase a . La amplitud del pico de la forma de onda de la Fmm es igual a $N_a i_a$, donde, N_a son las vueltas efectivas por fase y puede ser descompuesta por dos distribuciones senoidales de la Fmm , una centrada en el eje d y otra en el eje q , como se muestra en la Fig. 2.6. El valor pico de las dos formas de onda es:

$$Fmm_{ad} = N_a i_a \cos \theta \quad (2.11)$$

$$Fmm_{aq} = N_a i_a \cos(\theta + 90^\circ) \quad (2.12)$$

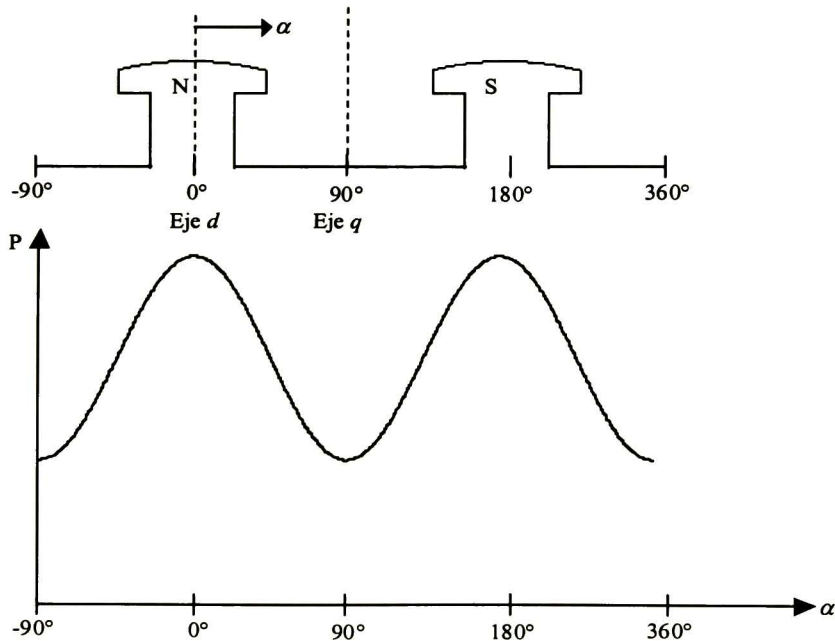


Figura 2.5 Variación de la permeancia con la posición del rotor

La razón para descomponer la Fmm , en las componentes del eje q y d , es que cada una tiene una geometría específica constante debido a la configuración del entrehierro. Los enlaces de flujo en el entrehierro por polo, en los dos ejes son:

$$\Phi_{gad} = (N_a i_a \cos \theta) P_d \quad (2.13)$$

$$\Phi_{gaq} = (-N_a i_a \cos \theta) P_q \quad (2.14)$$

donde P_d y P_q son los coeficientes de la permeancia del eje q y d respectivamente.

El enlace de flujo de la fase a en el entrehierro es:

$$\Phi_{gaa} = \Phi_{gad} \cos \theta - \Phi_{gaq} \sin \theta = N_a i_a (P_d \cos^2 \theta + P_q \sin^2 \theta) \quad (2.15)$$

$$\Phi_{gaa} = N_a i_a \left(\frac{P_d + P_q}{2} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta \right) \quad (2.16)$$

Las inductancias propias l_{gaa} de la fase a debido al flujo en el entrehierro son:

$$l_{gaa} = \frac{N_a \Phi_{gaa}}{i_a} = N_a^2 \left(\frac{P_d + P_q}{2} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta \right) \quad (2.17)$$

$$l_{gaa} = L_{g0} + L_{aa} \cos 2\theta \quad (2.18)$$

La inductancia propia l_{aa} está dada por la suma de la expresión anterior y la inductancia de dispersión L_{al} .

$$l_{aa} = L_{al} + l_{gaa} = L_{al} + L_{g0} + L_{aa2} \cos 2\theta = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \quad (2.19)$$

Los devanados de la fase b y c son idénticos a la fase a desplazadas 120° y 240° respectivamente, y sus inductancias son como sigue:

$$l_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.20)$$

$$l_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.21)$$

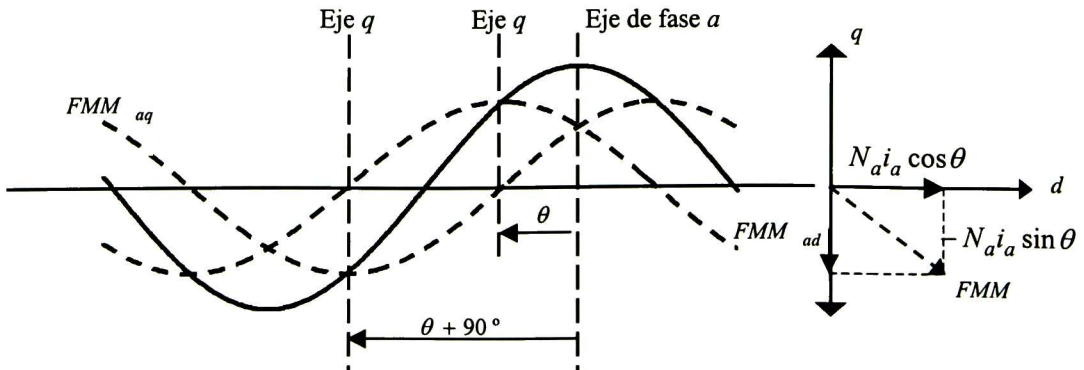


Figura 2.6 Forma de onda de la fmm y sus componentes

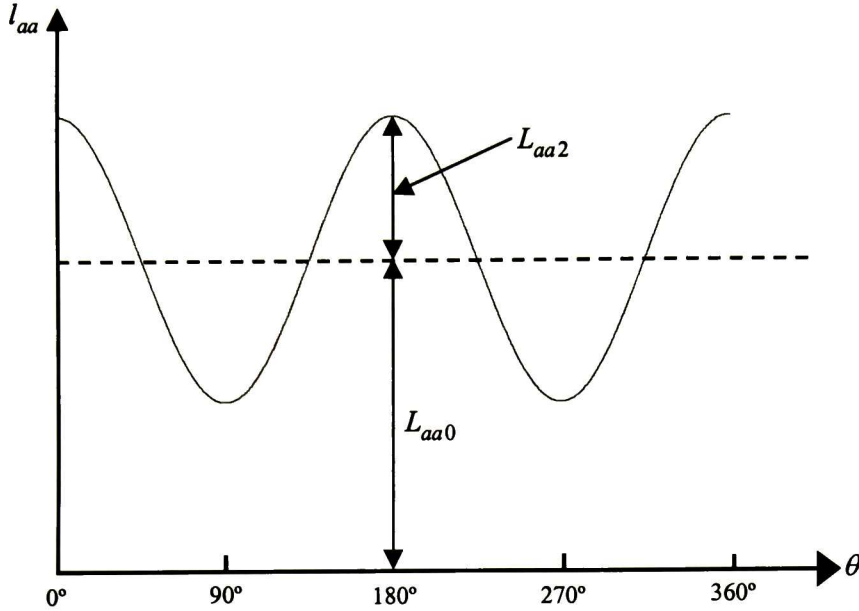


Figura 2.7 Variación de la inductancia propia de una fase del estator

La variación de l_{aa} con respecto a θ es mostrada en la figura 2.7

2.3.4. INDUCTANCIAS MUTUAS DEL ESTATOR

La inductancia mutua entre dos devanados del estator presenta una variación armónica de segundo orden por la forma del rotor. Ésta tiene su valor absoluto mayor cuando el eje del rotor se encuentra equidistante del centro de los dos devanados implicados. Por ejemplo, l_{ab} tiene un valor máximo absoluto cuando $\theta = -30^\circ$ ó $\theta = 150^\circ$.

La inductancia mutua l_{ab} se encuentra evaluando el flujo del entrehierro Φ_{bga} enlazado por la fase a cuando sólo la fase a es excitada. Para encontrar el enlace de flujo de la fase b debido a la Fmm de la fase a , θ se reemplaza por $\theta - 2\pi/3$ en la ecuación 2.16.

$$\begin{aligned}\Phi_{gba} &= \Phi_{gad} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \Phi_{gaq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = N_a i_a \left[P_d \cos\theta \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + P_q \sin\theta \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ \Phi_{gba} &= N_a i_a \left[-\frac{P_d + P_q}{4} + \frac{P_d + P_q}{2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]\end{aligned}\quad (2.22)$$

La inductancia mutua entre la fase a y b debido al flujo del entrehierro es:

$$l_{gba} = \frac{N_a \Phi_{gba}}{i_a} = -\frac{1}{2} L_{g0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\quad (2.23)$$

Existe un flujo producido por la fase a que no corta el devanado b , a este se le conoce como flujo disperso. Considerando este flujo, la inductancia mutua entre la fase a y la fase b puede ser escrita como:

$$l_{ab} = l_{ba} = -L_{abo} + L_{ab2} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) = -L_{abo} - L_{ab2} \cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) \quad (2.24)$$

Similarmente para las fases b y c se tiene:

$$l_{bc} = l_{cb} = -L_{abo} - L_{ab2} \cos(2\theta - \pi) \quad (2.25)$$

$$l_{ca} = l_{ac} = -L_{abo} - L_{ab2} \cos(2\theta - \frac{\pi}{3}) \quad (2.26)$$

De las ecuaciones anteriores, se observa que $L_{ab2} = L_{aa2}$. Esto es esperado ya que la misma variación en la permeancia produce el término de la segunda armónica en la inductancia propia y mutua. Se observa además que L_{abo} es igual a $L_{aa0}/2$. La variación de la inductancia entre las fases a y b en función del ángulo (θ) se muestra en la figura 2.8

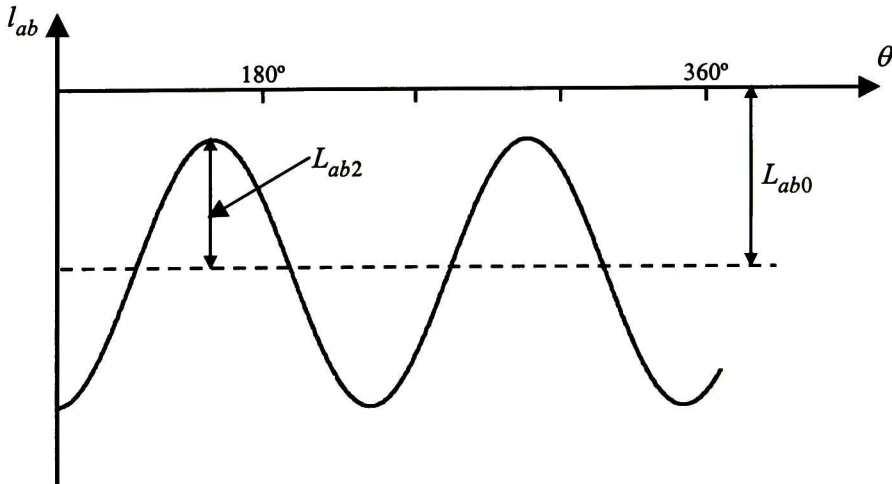


Figura 2.8 Variación de la inductancia mutua entre los devanados del estator

2.3.5. INDUCTANCIA MUTUA ENTRE LOS DEVANADOS DEL ESTATOR Y ROTOR

Cuando un devanado del estator está alineado con un devanado del rotor, el enlace de flujo de los dos devanados es máximo y la inductancia mutua es máxima. Cuando los dos devanados están desplazados 90° no hay flujo enlazado en los circuitos y la inductancia mutua es cero.

Con una distribución senoidal de la fmm y de la forma de onda del flujo en el devanado de fase a , se tienen las inductancias mutuas respecto de los devanados del rotor, como sigue:

$$l_{afd} = L_{afd} \cos \theta \quad (2.27)$$

$$l_{akd} = L_{akd} \cos \theta \quad (2.28)$$

$$l_{a1q} = -L_{a1q} \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \quad (2.29)$$

$$l_{a2q} = -L_{a2q} \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \quad (2.30)$$

La inductancia mutua entre la fase del devanado b y los devanados del rotor se obtienen de las expresiones (2.27-2.30) reemplazando θ por $\theta - 2\pi/3$; para el devanado de la fase c θ es reemplazado por $\theta + 2\pi/3$.

Sustituyendo las expresiones de las inductancias en (2.8)-(2.10), se obtiene

$$\Psi_a = i_a [L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta] - i_b [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta + \frac{\pi}{3})] - i_c [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \frac{\pi}{3})] \quad (2.31)$$

$$+ i_{fd} L_{afd} \cos \theta + i_{kd} L_{akd} \cos \theta - i_{1q} L_{a1q} \sin \theta - i_{2q} L_{a2q} \sin \theta$$

Similarmente

$$\Psi_b = -i_a [L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta + \frac{\pi}{3})] + i_b [L_{ab0} + L_{aa2} \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3})] - i_c [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \pi)] \quad (2.32)$$

$$+ i_{fd} L_{afd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_{kd} L_{akd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - i_{1q} L_{a1q} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - i_{2q} L_{a2q} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

y

$$\Psi_c = -i_a [L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \frac{\pi}{3})] - i_b [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \pi)] + i_c [L_{ab0} + L_{aa2} \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (2.33)$$

$$+ i_{fd} L_{afd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_{kd} L_{akd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) - i_{1q} L_{a1q} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) - i_{2q} L_{a2q} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

2.3.6. ECUACIONES DEL ROTOR.

Las ecuaciones de voltaje en los devanados del rotor son:

$$v_{fd} = \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + R_{fd} i_{fd} \quad (2.34)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{kd}}{dt} + R_{kd} i_{kd} \quad (2.35)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + R_{1qd} i_{1q} \quad (2.36)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{2q}}{dt} + R_{2qd} i_{2q} \quad (2.37)$$

Los circuitos magnéticos de los devanados del rotor tienen permeancia constante debido a la estructura cilíndrica del estator. Por lo tanto, las inductancias propias del rotor y las inductancias mutuas entre cada uno de ellos no cambian con respecto a la posición del rotor. Las inductancias entre el rotor y estator varían periódicamente con respecto a θ como se puede observar en (2.27)-(2.30).

Los enlaces de flujo de los devanados del rotor pueden ser expresados como sigue:

$$\Psi_{fd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{fkd} i_{kd} + L_{afd} [i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (2.38)$$

$$\Psi_{kd} = L_{kfd}i_{kd} + L_{kkd}i_{kd} + L_{akd}[i_a \cos\theta + i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (2.39)$$

$$\Psi_{1q} = L_{11q}i_{1q} + L_{21q}i_{2q} - L_{a1q}[i_a \sin\theta + i_b \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (2.40)$$

$$\Psi_{2q} = L_{22q}i_{2q} + L_{12q}i_{1q} - L_{a2q}[i_a \sin\theta + i_b \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})] \quad (2.41)$$

Las ecuaciones de enlace de flujo del estator (2.31)-(2.33) y del rotor (2.38)-(2.41) en forma matricial son como se indica:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}_{dq} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

donde

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \\ -L_{ab0} - L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) & L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos(2\theta - \pi) \\ -L_{ab0} - L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos(2\theta - \pi) & L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{afd} \cos\theta & L_{akd} \cos\theta & L_{a1q} \sin\theta & L_{a2q} \sin\theta \\ L_{afd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{akd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{a1q} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{a2q} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{afd} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{akd} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{a1q} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{a2q} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{ffd} + L_{lfd} & L_{kfd} & 0 & 0 \\ L_{fkd} & L_{kkd} + L_{lkd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{11q} + L_{l1q} & L_{21q} \\ 0 & 0 & L_{12q} & L_{22q} + L_{l2q} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

En (2.43) $L_{aa0} > L_{aa2}$, y L_{aa2} es cero para una máquina de rotor cilíndrico. Los subíndices afd , akd , $a1q$ y $a2q$ en (2.44) denotan inductancias mutuas entre los devanados del estator y del rotor. Las inductancias de magnetización se definen como:

$$L_{mq} = \frac{3}{2}(L_{go} - L_{aa2}) \quad (2.46)$$

$$L_{md} = \frac{3}{2}(L_{go} + L_{aa2}) \quad (2.47)$$

Las inductancias propias de los ejes d y q se obtienen como la suma de las inductancias de magnetización y de dispersión, obteniendo:

$$L_d = L_{ls} + L_{md} \quad (2.48)$$

$$L_q = L_{ls} + L_{mq} \quad (2.49)$$

$$L_0 = L_{aa0} - 2L_{ab0} \quad (2.50)$$

donde L_{ls} es la inductancia de dispersión.

Se pueden relacionar las inductancias de magnetización con las inductancias mutuas por las siguientes expresiones:

$$L_{akd} = \frac{N_{akd}}{N_a} \frac{2}{3} L_{md} \quad (2.51)$$

$$L_{a1q} = \frac{N_{a1q}}{N_a} \frac{2}{3} L_{mq} \quad (2.52)$$

$$L_{a2q} = \frac{N_{a2q}}{N_a} \frac{2}{3} L_{mq} \quad (2.53)$$

$$L_{ffd} = \left(\frac{N_{afd}}{N_a} \right)^2 \frac{2}{3} L_{md} \quad (2.54)$$

$$L_{kkd} = \left(\frac{N_{akd}}{N_a} \right)^2 \frac{2}{3} L_{md} \quad (2.55)$$

$$L_{11q} = \left(\frac{N_{a1q}}{N_a} \right)^2 \frac{2}{3} L_{mq} \quad (2.56)$$

$$L_{22q} = \left(\frac{N_{2q}}{N_a} \right)^2 \frac{2}{3} L_{mq} \quad (2.57)$$

$$L_{12q} = \left(\frac{N_{a2q}}{N_{a1q}} \right) L_{11q} \quad (2.58)$$

$$L_{fkd} = \left(\frac{N_{akd}}{N_{afd}} \right) L_{ffd} \quad (2.59)$$

Es conveniente expresar las variables del rotor por su equivalente visto del lado del estator, como se indica:

$$i'_j = \frac{2}{3} \frac{N_j}{N_s} i_j \quad (2.60)$$

$$v'_j = \frac{N_s}{N_j} v_j \quad (2.61)$$

$$\Psi'_j = \frac{N_s}{N_j} \Psi_j \quad (2.62)$$

donde j puede ser kd , fd , $1q$ y $2q$.

Los enlaces de flujo pueden ser escritos como:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3}(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}'_{dq} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

donde \mathbf{L}_s esta definido por (2.43) y

$$\mathbf{L}'_{sr} = \begin{bmatrix} L_{md} \cos \theta & L_{md} \cos \theta & L_{mq} \sin \theta & L_{mq} \sin \theta \\ L_{md} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{md} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L_{fd} + L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & L_{kd} + L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{l1q} + L_{mq} & L_{mq} \\ 0 & 0 & L_{mq} & L_{l2q} + L_{mq} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Las ecuaciones de voltaje expresadas del motor en términos de las variables de la máquina referidas a los devanados del estator son:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s + \frac{d\mathbf{L}_s}{dt} & \frac{d\mathbf{L}'_{sr}}{dt} \\ \frac{2}{3} \frac{d(\mathbf{L}'_{sr})^T}{dt} & \mathbf{r}'_r + \frac{d\mathbf{L}'_r}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}'_{dq} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

En las ecuaciones (2.63) y (2.66)

$$i'_j = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_j} \right)^2 r_j \quad (2.67)$$

$$L'_{ij} = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_j} \right)^2 L_{ij} \quad (2.68)$$

donde $j = kd, fd, lq$ y $2q$

2.3.7. ECUACIONES DEL PAR EN VARIABLES DE LA MÁQUINA *abc*.

La expresión para el par electromagnético puede ser escrita en variables de la máquina *abc* como:

$$\begin{aligned}
 T_e = & \left(\frac{P}{2} \right) \left\{ - \frac{(L_{md} - L_{mq})}{3} \left(i_{as}^2 - \frac{1}{2} i_{bs}^2 - \frac{1}{2} i_{cs}^2 - i_{as} i_{bs} - i_{as} i_{cs} + 2 i_{bs} i_{cs} \right) \sin 2\theta_r \right. \\
 & + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs}^2 + i_{cs}^2 - 2 i_{as} i_{bs} + 2 i_{as} i_{cs}) \cos 2\theta) \\
 & - L_{mq} (i_{1q} + i_{2q}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \sin \theta_r - \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \cos \theta_r \right] \\
 & \left. + L_{md} (i_{fd} + i_{kd}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \cos \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \sin \theta_r \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

La ecuación anterior es positiva para par motor. El par y la velocidad pueden ser relacionadas con la siguiente expresión:

$$T_e = J \left(\frac{2}{P} \right) \frac{dw_r}{dt} + D_m \left(\frac{2}{P} \right) w_r + T_l \tag{2.70}$$

donde J es en $kg - m^2$; representa la inercia del rotor y de la carga conectada. La constante D_m es el coeficiente de viscosidad asociado con el sistema rotacional de la máquina y la carga mecánica, con unidades N.m.s por radian y es generalmente pequeña y frecuentemente despreciada.

2.4. ECUACIONES DE VOLTAJE EN UN MARCO DE REFERENCIA ARBITRARIO.

Las ecuaciones de voltaje de los devanados del estator de un motor síncrono pueden ser expresadas en un marco de referencia ortogonal. Las ecuaciones de voltaje para los devanados del estator escritas en un marco de referencia *dqo* son [30]:

$$\mathbf{v}_{dq}^s = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{dq}^s + w \Psi_{qd} + \frac{d\Psi_{dq}^s}{dt} \tag{2.71}$$

donde

$$(\Psi_{qd})^r = [\Psi_d \quad -\Psi_q \quad 0] \tag{2.72}$$

Entonces de (2.34)-(2.37) con el número de vueltas apropiado incluyendo un superíndice r usado para denotar el marco de referencia del rotor, las ecuaciones de voltaje del rotor en forma matricial son

$$\mathbf{v}_{dq}^r = \mathbf{r}_r \mathbf{i}_{dq}^r + \frac{d\Psi_{dq}^r}{dt} \tag{2.73}$$

Para un sistema magnético lineal, las ecuaciones de los enlaces de flujo expresados por 2.42 son transformadas a un marco de referencia arbitrario como se indica:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{dq} \\ \Psi'_{dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{KL}_s(\mathbf{K})^{-1} & \mathbf{KL}'_{sr} \\ \frac{2}{3}(\mathbf{L}'_{sr})^T(\mathbf{K})^{-1} & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} \\ \mathbf{i}'_{dq} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

donde

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Todas las matrices de inductancias de (2.74) son senoidales excepto \mathbf{L}'_r . Estas matrices de inductancias pueden ser transformadas en matrices constantes sólo si el sistema de referencia ortogonal gira a la velocidad del rotor ($w = w_r$). Por lo tanto, la variación de las inductancias con la posición del rotor puede ser eliminada de las ecuaciones de voltaje sólo si el marco de referencia es el rotor.

2.5. ECUACIONES DE VOLTAJE EN EL MARCO DE REFERENCIA DEL ROTOR .

Las ecuaciones (2.5)-(2.7) y (2.31)-(2.33) asociadas con los circuitos del estator, conjuntamente con las ecuaciones (2.34)- (2.37) asociadas con los circuitos del rotor, describen completamente el comportamiento eléctrico de un motor síncrono. Sin embargo, las inductancias de estas ecuaciones varían con respecto al ángulo θ el cual varía con respecto al tiempo. Esto introduce una considerable complejidad al resolver las ecuaciones dinámicas del motor. Una forma más simple de analizar su comportamiento físico es obteniendo una transformación apropiada para las variables del estator.

R. H. Park propuso un cambio de variables en el análisis de la maquina síncrona [29]. Ésta transformación elimina la variación en el tiempo de las inductancias en las ecuaciones del voltaje. Las ecuaciones de Park se obtienen de (2.71) y (2.73) haciendo la velocidad del marco de referencia arbitrario igual a la velocidad del rotor $w = w_r$. Obteniendo:

$$\mathbf{v}_{dqs} = \mathbf{r}'_s \mathbf{i}_{dqs} + w_r \Psi_{qd} + \frac{d\Psi_{dqs}}{dt} \quad (2.76)$$

$$\mathbf{v}_{dqr} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}_{dqr} + \frac{d\Psi_{dqr}}{dt} \quad (2.77)$$

donde

$$(\Psi_{qd})^T = \begin{bmatrix} -\Psi_{qs} & \Psi_{ds} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Para un sistema magnético lineal, los enlaces de flujo en un marco de referencia general pueden ser expresados en el marco de referencia del rotor haciendo $\theta = \theta_r$, y entonces \mathbf{K} se convierte en \mathbf{K}_s . De esta manera

$$\begin{bmatrix} \Psi_{dqs} \\ \Psi_{dqr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} \\ \mathbf{i}'_{dq} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Desarrollando y simplificando las expresiones, se puede mostrar que

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{mq} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} = \begin{bmatrix} L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

$$\frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

donde

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_r & -\sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

La transformación inversa de (2.83) está dada por

$$(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 1 \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

2.5.1 ENLACES DE FLUJO DEL ESTATOR EN MARCO DE REFERENCIA dqo .

Las ecuaciones de los enlaces de flujo del devanado del estator, en el marco de referencia del rotor en forma expandida tienen la forma,

$$\Psi_d = L_d i_d + L_{md} i_{fd} + L_{md} i_{kd} \quad (2.85)$$

$$\Psi_q = L_q i_q + L_{mq} i_{1q} + L_{mq} i_{2q} \quad (2.86)$$

2.5.2 ENLACES DE FLUJO DEL ROTOR.

Los enlaces de flujo de los devanados del rotor en forma expandida son de la forma siguiente:

$$\Psi_{fd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{md} i_{kd} + L_{md} i_d \quad (2.87)$$

$$\Psi_{kd} = L_{md} i_{fd} + L_{kkd} i_{kd} + L_{md} i_d \quad (2.88)$$

$$\Psi_{1q} = L_{11q} i_{1q} + L_{mq} i_{2q} + L_{mq} i_q \quad (2.89)$$

$$\Psi_{2q} = L_{22q} i_{2q} + L_{mq} i_{1q} + L_{mq} i_q \quad (2.90)$$

donde todas las inductancias son independientes de la posición del rotor. Nótese que los efectos de la saturación no son considerados.

Es interesante notar que i_o no aparece en las ecuaciones de los enlaces de flujo del rotor. Esto es por que la componente de secuencia cero de la corriente no produce FMM neta que cruce el entrehierro.

2.5.3 ECUACIONES DE VOLTAJE EN MARCO DE REFERENCIA dqo .

Las expresiones (2.5)-(2.7) son las ecuaciones básicas del rotor en términos de enlaces de flujo y corrientes por fase. Al aplicar la matriz de transformación (2.83) al sistema de ecuaciones (2.76) los voltajes, corrientes y enlaces de flujo son como se muestra a continuación:

$$v_d = \frac{d\Psi_d}{dt} - \Psi_q \omega_r + R_a i_d \quad (2.91)$$

$$v_q = \frac{d\Psi_q}{dt} + \Psi_d \omega_r + R_a i_q \quad (2.92)$$

$$v_o = \frac{d\Psi_o}{dt} + R_a i_o \quad (2.93)$$

Las ecuaciones de voltaje para los devanados del rotor son:

$$v_{fd} = \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + R_{fd} i_{fd} \quad (2.94)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{kd}}{dt} + R_{kd} i_{kd} \quad (2.95)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + R_{1q}i_{1q} \quad (2.96)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{2q}}{dt} + R_{2q}i_{2q} \quad (2.97)$$

Las ecuaciones de los voltajes y enlaces de flujo en forma matricial tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \Psi\mathbf{w} + \dot{\Psi} \quad (2.98)$$

donde

$$\mathbf{v} = [v_d \quad v_q \quad v_{fd} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.99)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}[R_s \quad R_s \quad R_{fd} \quad R_{kd} \quad R_{1q} \quad R_{2q}] \quad (2.100)$$

$$\mathbf{i} = [i_d \quad i_q \quad i_{fd} \quad i_{kd} \quad i_{1q} \quad i_{2q}]^T \quad (2.101)$$

$$\Psi\mathbf{w} = [-w_r\Psi_q \quad w_r\Psi_d \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.102)$$

$$\Psi = [\Psi_d \quad \Psi_q \quad \Psi_{fd} \quad \Psi_{kd} \quad \Psi_{1q} \quad \Psi_{2q}]^T \quad (2.103)$$

donde

$$\Psi = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{md} & 0 & L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{mq} & 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_{lfd} + L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & L_{md} & L_{lkd} + L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{l1q} + L_{mq} & L_{mq} \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{mq} & L_{l2q} + L_{mq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{1q} \\ i_{2q} \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

2.5.4. POTENCIA ELÉCTRICA Y PAR ELÉCTRICO.

La potencia trifásica del estator se puede definir como sigue:

$$P_t = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.105)$$

Expresando los voltajes y corrientes de fase abc en términos de las componentes en el marco de referencia $dq0$, se tiene

$$P_t = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (2.106)$$

El par electromecánico puede ser determinado de la consideración básica de la actuación de fuerzas en conductores como el producto punto de las corrientes y los flujos. Alternativamente, el par puede ser calculado derivando la expresión para la potencia transferida a través del entrehierro.

Usando (2.91) y (2.92) para expresar las componentes de voltaje en término de los flujos y las corrientes, y desarrollando y simplificando, se encuentra:

$$P_t = \frac{3}{2} \left[(i_d \frac{d\Psi_d}{dt} + i_q \frac{d\Psi_q}{dt} + 2i_0 \frac{d\Psi_0}{dt}) + (i_q \Psi_d - i_d \Psi_q) \omega_r + (i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2) R_a \right] \quad (2.107)$$

El par electromecánico (T_e), se obtiene por la división de la potencia transferida a través del entrehierro por la velocidad del rotor

$$T_e = \frac{3}{2} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \frac{\omega_r}{\omega_m} \quad (2.108)$$

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{3}{2} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d)$$

donde $\omega_r = d\theta_r/dt$.

La ecuación de oscilación (2.70) y las ecuaciones de voltaje (2.91)-(2.97) conjuntamente con las ecuaciones de enlace de flujo (2.85)-(2.90) y del par electromecánico (2.108) describen el comportamiento dinámico del motor en términos de las componentes dqo

2.6. MOTOR SÍNCRONO DE IMANES PERMANENTES.

El desarrollo de los Motores Síncronos de Imanes Permanentes [MSIP] se ha incrementado recientemente debido a su gran eficiencia, alto factor de potencia y alta densidad de potencia. Esto ha motivado el uso de controladores de alto desempeño para motores de corriente alterna. El análisis matemático del MSIP es el caso más simple de una máquina síncrona de polos salientes.

Los motores síncronos de imanes permanentes son motores polifásicos con rotor de imán permanente. Estas máquinas son similares a la máquina síncrona desarrollada en la sección anterior excepto que el devanado de campo es reemplazado por imanes permanentes. La máquina síncrona de imanes permanentes puede ser analizada de manera similar al caso con devanado de excitación, tomando en cuenta la simplificación de que la máquina es excitada por una corriente de campo de valor constante.

2.6.1 DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE UN MSIP.

Para describir el modelo matemático del MSIP se hacen las siguientes consideraciones:

1. El sistema magnético es lineal.
2. Las sobrecorrientes en el estator pueden ser toleradas sin provocar una desmagnetización significativa en el imán permanente.
3. No se consideran devanados de amortiguamiento.

Procediendo de manera similar como en el motor con devanado de campo y con las anteriores consideraciones, las ecuaciones de voltaje del MSIP son:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d\Psi_{abc}}{dt} \quad (2.109)$$

$$\mathbf{r}_s = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_s] \quad (2.110)$$

donde r_s es la resistencia del devanado en el estator.

Los enlaces de flujo pueden ser expresados como:

$$\Psi_{as} = L_{asas} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + \Psi_{asm} \quad (2.111)$$

$$\Psi_{bs} = L_{bsas} i_{as} + L_{bsbs} i_{bs} + L_{bscs} i_{cs} + \Psi_{bsm} \quad (2.112)$$

$$\Psi_{cs} = L_{csas} i_{as} + L_{csbs} i_{bs} + L_{cscs} i_{cs} + \Psi_{csm} \quad (2.113)$$

donde

$L_{asas}, L_{bsbs}, L_{cscs}$

son las inductancias propias de los devanados del estator;

$L_{bsas}, L_{asbs}, L_{csbs}$

son las inductancias mutuas entre los devanados del estator.

Las ecuaciones (2.111)-(2.113) en forma matricial se pueden escribir como:

$$\Psi_{abcs} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abcs} + \Psi'_m \quad (2.114)$$

donde

$$\Psi'_m = \Psi'_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

donde Ψ'_m es la amplitud de los enlaces de flujo creados por el imán permanente referidos al devanado estator. En otras palabras, la magnitud de Ψ'_m es proporcional a la magnitud del voltaje inducido en condiciones de circuito abierto en cada devanado de fase del estator.

La matriz de inductancias (\mathbf{L}_s) puede ser escrita mediante:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \\ -L_{ab0} - L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) & L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos (2\theta - \pi) \\ -L_{ab0} - L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) & -L_{ab0} - L_{aa2} \cos (2\theta - \pi) & L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.116)$$

La expresión del par electromagnético del MSIP en variables abc , se expresa por:

$$T_e = \left(\frac{P}{2} \right) \left\{ \frac{(L_{md} - L_{mq})}{3} \left(i_{as}^2 - \frac{1}{2} i_{bs}^2 - \frac{1}{2} i_{cs}^2 - i_{as} i_{bs} - i_{as} i_{cs} + 2 i_{bs} i_{cs} \right) \sin 2\theta, \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs}^2 i_{cs}^2 - 2 i_{as} i_{bs} + 2 i_{as} i_{cs}) \cos 2\theta \right\} + \Psi'_m \left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \cos \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \sin \theta_r \} \quad (2.117)$$

donde

$$L_{md} = L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{aa2} - L_{ls} \quad (2.118)$$

$$L_{mq} = L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{aa2} - L_{ls} \quad (2.119)$$

El par electromagnético es positivo para el caso motor. El par y la velocidad pueden ser relacionadas como sigue:

$$T_e = J \left(\frac{2}{P} \right) \frac{dw_r}{dt} + D_m \left(\frac{2}{P} \right) w_r + T_l \quad (2.120)$$

Donde J representa la inercia del rotor y de la carga conectada en $kg\ m^2$; T_l es el par de la carga en $Nm\ s$. La constante D_m es el coeficiente de viscosidad asociado con el sistema rotacional de la máquina y de la carga mecánica, en $Nm\ s$ por radian, su valor es generalmente pequeño y se desprecia frecuentemente.

2.6.2. ECUACIONES DE VOLTAJE Y PAR EN EL MARCO DE REFERENCIA dqo .

Las ecuaciones de voltaje en marco de referencia del rotor dqo , pueden ser escritas directamente usando la misma técnica descrita en la sección (2.3), obteniendo

$$v_{qd} = r_s i_{dq} + w_r \Psi_{dq} + \frac{d\Psi_{qd0}}{dt} \quad (2.121)$$

donde

$$(\Psi_{dq})^T = [\Psi_d \quad -\Psi_q \quad 0] \quad (2.122)$$

$$\Psi_{qd0} = \begin{bmatrix} L_{mq} + L_{ls} & 0 & 0 \\ 0 & L_{md} + L_{ls} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_o \end{bmatrix} + \Psi'_m \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

En la ecuación (2.123), los enlaces de flujo debido al imán permanente son constantes y no dependen de la posición del rotor.

En forma expandida, las ecuaciones de voltaje son:

$$v_q = r_s i_q + w_r \Psi_d + \frac{d\Psi_q}{dt} \quad (2.124)$$

$$v_d = r_s i_d - w_r \Psi_q + \frac{d\Psi_d}{dt} \quad (2.125)$$

$$v_o = r_s i_o + \frac{d\Psi_o}{dt} \quad (2.126)$$

donde

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (2.127)$$

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi'_m \quad (2.128)$$

$$\Psi_o = L_{ls} i_o \quad (2.129)$$

Sustituyendo (2.127)-(2.129) en (2.124)-(2.125) y mientras $d\Psi'_m/dt = 0$, se puede escribir

$$v_q = \left(r_s + \frac{dL_q}{dt} \right) i_q + w_r L_d i_d + w_r \Psi'_m \quad (2.130)$$

$$v_d = \left(r_s + \frac{dL_d}{dt} \right) i_d - w_r L_q i_q \quad (2.131)$$

$$v_o = \left(r_s + \frac{dL_{ss}}{dt} \right) i_o \quad (2.132)$$

La siguiente expresión corresponde al par electromagnético del MSIP

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) [\lambda_d i_q - \lambda_q i_d] \quad (2.133)$$

Substituyendo (2.127) y (2.128) en (2.133) se encuentra:

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) [\Psi'_m i_q + (L_d - L_q) i_q i_d] \quad (2.134)$$

El par electromagnético es positivo para el MSIP. El desplazamiento angular del rotor (θ) es expresado con la siguiente relación:

$$\theta = \int_0^t w_r(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (2.135)$$

donde ξ es una variable de integración.

2.6.3. ECUACIONES DE ESTADO DEL MSIP.

La formulación de las ecuaciones de estado para el MSIP se encuentra manipulando las ecuaciones de voltaje (2.130) y (2.131), junto con los enlaces de flujo (2.127) y (2.128). En forma particular, resolviendo (2.130) para di_q/dt , se obtiene:

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{r_s}{L_q}i_q - w_r i_d \frac{L_d}{L_q} - \frac{\Psi'_m}{L_q} w_r + \frac{1}{L_q} v_q \quad (2.136)$$

Resolviendo (2.131) para di_d/dt , se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{r_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d} w_r i_q + \frac{1}{L_{ss}} v_d \quad (2.137)$$

Sustituyendo (2.134) en (2.120) y resolviendo para dw_r/dt se encuentra la siguiente ecuación:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \frac{\Psi'_m i_q + (L_d - L_q) i_q i_d}{J} - \frac{P T_l}{2 J} \quad (2.138)$$

Usando la notación matricial (2.136)-(2.138) son representadas como en [31]:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_q \\ i_d \\ w_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L_q} & -w_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{\Psi'_m}{L_q} \\ w_r \frac{L_q}{L_d} & -\frac{r_s}{L_d} & 0 \\ \frac{3P^2}{8} \frac{\Psi'_m}{J} & \frac{3P^2}{8} \frac{(L_d - L_q)}{J} i_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ w_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{P}{2J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ T_l \end{bmatrix} \quad (2.139)$$

2.7. ECUACIONES DE ESTADO DEL MOTOR SÍNCRONO.

Para el desarrollo del control por modos deslizantes en los siguientes capítulos, se usará un modelo dinámico en el marco de referencia del rotor (dq), con corrientes del estator y enlaces de flujo del rotor como variables de estado. Derivando (2.104) donde los elementos de la matriz de inductancias son constantes, se tiene:

$$\dot{\Psi} = L \frac{di}{dt} \quad (2.140)$$

Sustituyendo (2.140) en (2.98) y reordenando los términos, se encuentra la siguiente expresión como en [32]:

$$L \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{G}\mathbf{i} + \mathbf{V} \quad (2.141)$$

donde $\mathbf{i} = (i_d, i_q, i_{fd}, i_{kd}, i_{1q}, i_{2q})^T$ $\mathbf{V} = (v_d, v_q, v_{fd}, 0, 0, 0)^T$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_{fd} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & L_{md} & L_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{1q} & L_{mq} \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{mq} & L_{2q} \end{bmatrix} \quad (2.142)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -R_s & w_r L_q & 0 & 0 & -w_r L_{mq} & -w_r L_{mq} \\ -w_r L_d & -R_s & w_r L_{md} & w_r L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{fd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{1q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{2q} \end{bmatrix}$$

La ecuación del par electromagnético en función de las corrientes es como sigue:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} [(L_d - L_q) i_d i_q + L_{md} i_q (i_{fd} + i_{kd}) - L_{mq} i_d (i_{1q} + i_{2q})] \quad (2.143)$$

El par electromagnético y la velocidad del rotor se relacionan con la siguiente expresión:

$$J \frac{dw_r}{dt} = \frac{3}{2} (T_e - T_L) \quad (2.144)$$

Es conveniente la representación de la dinámica eléctrica del motor en términos de las corrientes del estator y enlaces de flujo del rotor. Esto se obtiene usando la siguiente transformación entre los flujos y corrientes:

$$\boldsymbol{\Psi}_r = \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i} \quad (2.145)$$

donde

$$\boldsymbol{\Psi}_r^T = (\psi_{fd}, \psi_{kd}, \psi_{1q}, \psi_{2q})$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{md} & 0 & L_{fd} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & L_{md} & L_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{1q} & L_{mq} \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{mq} & L_{2q} \end{bmatrix}.$$

Manipulando (2.140), (2.141) y (2.144), se encuentra el modelo completo del MS en el espacio de estado requerido, y tiene la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, T_L) + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (2.146)$$

donde

$\mathbf{x}^T = (\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T)$ es el vector de estados

$\mathbf{x}_1^T = (w_r, i_q, i_d, \Psi_{fd})$

$\mathbf{x}_2^T = (\Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})$

$\mathbf{u}^T = (v_q, v_d, v_{fd})$ es el vector de entradas de control.

$\mathbf{f}^T = (\mathbf{f}_1^T, \mathbf{f}_2^T)$

$\mathbf{B}^T = (\mathbf{B}_1^T, \mathbf{B}_2^T)$

con

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}i_q i_d - a_{12}i_d \Psi_{1q} + a_{13}i_d \Psi_{2q} + a_{14}i_q \Psi_{fd} + a_{15}i_q \Psi_{kd} - a_L T_L \\ -a_{21}w_r i_d - a_{22}i_q + w_r (a_{23} \Psi_{fd} + a_{24} \Psi_{kd}) + a_{25} \Psi_{1q} + a_{26} \Psi_{2q} \\ -a_{31}i_d + a_{32}w_r i_q + a_{33} \Psi_{fd} + a_{34} \Psi_{kd} + w_r (a_{35} \Psi_{1q} + a_{36} \Psi_{2q}) \\ -a_{43}i_d - a_{44} \Psi_{fd} + a_{45} \Psi_{kd} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{53}i_d + a_{54} \Psi_{fd} - a_{55} \Psi_{kd} \\ -a_{62}i_q - a_{66} \Psi_{1q} + a_{67} \Psi_{2q} \\ -a_{72}i_q + a_{76} \Psi_{1q} - a_{77} \Psi_{2q} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} \\ 0 & 0 & b_{43} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = 0$$

a_{ij} , ($i = 2, \dots, 8$; $j = 1, \dots, 8$) y a_m son constantes que dependen de los parámetros del motor síncrono.

Se hace notar que empleando los enlaces de flujos en el rotor ($\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q}$) y las corrientes del estator (i_d, i_q) como variables de estado, la dinámica del rotor en (2.146) se comporta como un subsistema lineal de parámetros constantes. La ecuación (2.143) en función de las nuevas variables es:

$$T_e = p_1 i_q i_d - p_2 i_d \Psi_{1q} + p_3 i_d \Psi_{2q} + p_4 i_q \Psi_{fd} + p_5 i_q \Psi_{kd} \quad (2.147)$$

Se asume que el par de carga T_L puede variar como una función del tiempo suave tal que, durante el transitorio del sistema en lazo cerrado es constante y no conocido y satisface la siguiente expresión:

$$\dot{T}_l = 0$$

Las componentes del vector de control son acotadas como se indica:

$$|u_i| \leq U_{i0}, \quad i = d, q, fd \quad (2.148)$$

En base a los sistemas de ecuaciones dinámicas (2.139) y (2.146) se diseña el control de velocidad para el MSIP y MSDE respectivamente.

CAPÍTULO 3

CONTROL POR BLOQUES CON MODOS DESLIZANTES Y OBSERVADOR NO LINEAL.

3.1 INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se extiende la técnica de control por bloques con modos deslizantes para resolver los problemas de control de sistemas no lineales con dinámica interna y de seguimiento de una trayectoria de referencia, en presencia de perturbaciones externas.

Esta técnica es relativamente simple y ventajosa, especialmente cuando se aplica en sistemas multivariables, donde el problema de control es dividido en un número de subproblemas de menor complejidad. Para obtener esta descomposición, es necesario tener una representación especial del sistema, denominada Forma Controlable por Bloques [FCB], que consiste de un conjunto de r bloques controlables que pueden tener distintas dimensiones. Este método ha sido empleado en forma satisfactoria en el control de sistemas lineales y no lineales. En este capítulo se propone un método generalizado para aplicar la técnica de MD para el problema de regulación de la velocidad de un motor síncrono.

El problema se enfoca en la construcción de una variedad no lineal en el espacio de estado del sistema, de manera tal que la dinámica de la ecuación de modos deslizantes en esta variedad tenga las propiedades deseadas. Se determinan las condiciones, bajo las cuales la solución del sistema, en lazo cerrado, tiende asintóticamente al valor de referencia y por lo tanto, el error de trayectoria tiende a cero.

Al desarrollar la ecuación para la entrada de control, se supone que todas las variables de estado y la perturbación externa, están disponibles para ser medidas o retroalimentadas. Esta suposición puede no ser totalmente cierta en la práctica, ya que algunas variables de estado no son accesibles directamente por que los sensores o transductores, para algunos estados no están disponibles en el mercado o son muy caros. En este caso para poder aplicar la retroalimentación de estado es necesario diseñar un sistema dinámico llamado “observador”, de manera que se puedan retroalimentar las componentes utilizadas en la construcción de la variedad no lineal, utilizando sólo la parte del sistema que se puede medir.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: En la sección 3.2, se formula el problema de un sistema no lineal sujeto a perturbaciones. En la sección 3.3, se describe un procedimiento para aplicar la técnica de control por bloques. También, se formulan las condiciones que se deben de cumplir para asegurar la estabilidad del sistema en lazo cerrado y con dinámica cero. En la sección 3.4 se presenta el diseño de un observador no lineal.

3.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considere el siguiente sistema no lineal sujeto a perturbaciones:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u} + \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t) \quad (3.1)$$

con una salida

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$$

donde $\mathbf{y} \in \mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^p$ $\mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $\mathbf{u} \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^m$ es el vector de control acotado por

$$|u_i| \leq u_0, \quad u_0 > 0 \quad (3.2)$$

y $\mathbf{w} \in \mathbf{W} \subset \mathbf{R}^p$ \mathbf{w} es una perturbación originada por un sistema externo.

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{p}(\mathbf{w}). \quad (3.3)$$

El mapeo desconocido $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t)$ representa las perturbaciones internas y externas del sistema con retroalimentación. Se supone que los vectores de campo $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t)$, y las columnas de $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}$ son mapeos suaves y acotados de clase $C_{[0, \infty)}^\infty$, con $\mathbf{f}(0, t) = 0$, y el rango $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = m$ para todo $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ y $t \geq 0$.

El problema de diseño del control por modos deslizantes se separa en dos partes:

Primero, se diseña una variedad de espacio de estado

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{s} = (s_1, \dots, s_m)^T \quad (3.4)$$

de manera que el movimiento del sistema sobre esta variedad tenga propiedades deseadas y la siguiente ecuación de Modos Deslizantes (MD)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t), \quad \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

donde $\mathbf{f}_s = (\mathbf{I}_n - \mathbf{B}(\mathbf{GB})^{-1}\mathbf{G})\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}_s = (\mathbf{I}_n - \mathbf{B}(\mathbf{GB})^{-1}\mathbf{G})\mathbf{g}$, $\mathbf{GB}(\mathbf{G} = \partial s/\partial \mathbf{x})$ tiene rango pleno para $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ y $t \geq 0$.

La ecuación de MD (3.5) cumple con las propiedades deseadas, estabilidad asintótica del vector de estados \mathbf{x} e invariancia del vector de salida y con respecto a la perturbación externa \mathbf{w}

Segundo, se elige un control discontinuo de la forma:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} u_i^+(\mathbf{x}, t) & \text{si } s_i(\mathbf{x}) \geq 0 \\ u_i^-(\mathbf{x}, t) & \text{si } s_i(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; \quad (3.6)$$

que garantice la convergencia de la proyección del movimiento del sistema en el subespacio \mathbf{s} , descrito por,

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{Gf} + \mathbf{GBu} + \mathbf{Gg}, \quad (3.7)$$

donde $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_m)^T$. Los renglones de la matriz $\mathbf{G} = \partial s/\partial \mathbf{x}$ son los gradientes de las funciones $s_i(\mathbf{x})$, $u_i^+(\mathbf{x}, t)$ y $u_i^-(\mathbf{x}, t)$ que son funciones suaves que se seleccionan.

3.2.1 MÉTODO DEL CONTROL EQUIVALENTE

La ecuación de modos deslizantes, sobre la variedad (3.4), se obtiene utilizando el método del control equivalente [33]. Este método consiste en encontrar la derivada del vector \mathbf{s} (3.7); la cual se iguala a cero, así:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{Gf} + \mathbf{GBu}_{eq} + \mathbf{Gg} = 0 \quad (3.8)$$

Se supone que existe solución del sistema de ecuaciones algebraicas (3.8), con respecto al control m -dimensional. Esta solución será referida como el control equivalente, $\mathbf{u}_{eq}(\mathbf{x}, t)$, y tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{u}_{eq}(\mathbf{x}, t) = -(\mathbf{GB})^{-1}(\mathbf{Gf} + \mathbf{Gg}). \quad (3.9)$$

Sustituyendo el control equivalente (3.9) en el sistema (3.1), se obtiene,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t), \quad \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (3.10)$$

donde

$$\mathbf{f}_s = (\mathbf{I}_n - \mathbf{B}(\mathbf{GB})^{-1}\mathbf{G})\mathbf{f} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{g}_s = (\mathbf{I}_n - \mathbf{B}(\mathbf{GB})^{-1}\mathbf{G})\mathbf{g} \quad (3.12)$$

Se hace notar que (3.10) es de orden reducido $(n - m)$, la que simplifica el diseño del control. La ecuación (3.8) es no lineal y, además, está sujeta a perturbaciones. Para estabilizar al sistema (3.8) en ausencia de perturbaciones y seleccionando la variedad (3.4), se pueden usar técnicas de la teoría de linealización por retroalimentación; y especialmente, la técnica de control por bloques [34].

3.3 CONTROL POR BLOQUES

La técnica de control por bloques permite obtener directamente un sistema linealizado en lazo cerrado con valores propios deseados que coinciden con las ganancias del controlador [34]. La técnica requiere del diseño de la variedad no lineal de modos deslizantes para los sistemas no lineales sin perturbación [28], los cuales se presentan en la Forma No Lineal Controlable por Bloques que consiste en r bloques,

En este trabajo se usa la técnica de control por bloques para resolver el problema de la invariancia de modos deslizantes. En realidad, el movimiento de modos deslizantes es invariante solamente sobre las perturbaciones que pertenecen al subespacio del control (es decir, que satisfacen la condición de apareamiento "matching") [35]. Si las perturbaciones pertenecen al subespacio del control, entonces existe una matriz $(m \times p)$ $\mu(\mathbf{x}, t)$ tal que,

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mu(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \text{ y } t \geq 0. \quad (3.13)$$

Sustituyendo (3.13) en (3.12) se tiene que:

$$\mathbf{g}_s = \left(\mathbf{I}_n - \mathbf{B} (\mathbf{GB})^{-1} \mathbf{G} \right) \mathbf{g} = \left(\mathbf{I}_n - \mathbf{B} (\mathbf{GB})^{-1} \mathbf{G} \right) \mathbf{B}\mu = 0 \quad (3.14)$$

En este caso, la ecuación de MD (3.5) se reduce a:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0.$$

Esto significa que el movimiento de modos deslizantes (3.10) es invariante con respecto a las perturbaciones que satisfacen la condición (3.13). Muchos sistemas de origen electromecánico, por ejemplo, el generador y el motor síncrono, pueden ser sometidos a perturbaciones que no pertenecen al subespacio del control, en otras palabras, no satisfacen la condición (3.13). El problema de diseño del control para esta clase de sistemas está considerado en [35]. El control que garantiza el movimiento acotado sobre la dinámica de operación deseada, está diseñado bajo condiciones en donde el sistema original se presenta en la forma regular [36] y para la dinámica normal de operación es necesario la existencia de una función de Lyapunov.

3.3.1. CONTROL POR BLOQUES Y MODOS DESLIZANTES, DE SISTEMAS CON DINÁMICA CERO INCLUYENDO PERTURBACIÓN.

En la práctica las plantas son afectadas por perturbaciones, que son originadas en las señales de referencia, variación de los parámetros o por perturbaciones externas. Por lo tanto es importante solucionar el problema de diseño de control que asegure el seguimiento de la salida a un valor de referencia y el rechazo a perturbaciones. Se considera el siguiente sistema no lineal sujeto a perturbaciones:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, t) + \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, t)\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_1(\mathbf{x}_1, t)\mathbf{w}(t), \quad (3.15a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t) + \mathbf{B}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t)\mathbf{x}_{i+1} + \mathbf{D}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t)\mathbf{w}(t), \quad i = 2, \dots, r-1 \quad (3.15b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{f}_r(\bar{\mathbf{x}}_r, \mathbf{x}_{r+1}, t) + \mathbf{B}_r(\bar{\mathbf{x}}_r, \mathbf{x}_{r+1}, t)\mathbf{u} + \mathbf{D}_r(\bar{\mathbf{x}}_r, \bar{\mathbf{x}}_{r+1}, t)\mathbf{w}(t), \quad (3.15c)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{r+1} = \mathbf{f}_{r+1}(\bar{\mathbf{x}}_r, \mathbf{x}_{r+1}, t) \quad (3.15d)$$

con la salida

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_1, \quad (3.16)$$

donde $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_{r+1})^T$ $\bar{\mathbf{x}}_i = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i)^T$ $i = 2, \dots, r$, \mathbf{x}_i es un vector $n_i \times 1$ y los índices (n_1, n_2, \dots, n_r) definen la estructura del sistema (3.13), como

$$n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r \leq m \quad (3.17)$$

Con $\sum_{i=1}^{r+1} n_i = n$.

Definición 3.1. Se dice que el sistema (3.15) es de la “Forma no lineal controlable por bloques con perturbación y dinámica cero” referida al sistema (3.1) si la matriz \mathbf{B}_i , que aparece antes del vector del control ficticio, \mathbf{x}_{i+1} , tiene rango completo.

$$\text{rango}[\mathbf{B}_i] = n_i \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n \quad t \in [0, \infty) \quad \text{y } i = 1, \dots, r. \quad (3.18)$$

Es fácil observar que el grado relativo del sistema (3.15), con respecto a su salida (3.16), es r . Se nota que la dinámica del motor síncrono se puede presentar en la forma (3.15) donde la perturbación se presenta por la variación del par de carga y la salida es la velocidad del motor.

La condición $n_i \leq n_{i+1}$ de (3.17) significa que $n_i = n_{i+1}$ o $n_i < n_{i+1}$. Por lo tanto se considera la planta con estructura,

$$n_1 < n_2 = n_3 = \dots = n_r \quad (3.19)$$

que incluye a los dos casos.

Donde la salida $\mathbf{y}(t)$ debe seguir a una señal de referencia $\mathbf{q}(\mathbf{r}(t))$ originada por un exosistema,

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad (3.20)$$

donde $\mathbf{g}(0) = 0$.

En resumen, el problema consiste en el diseño de una estrategia de control para el sistema no lineal (3.1), de manera que la salida sea invariante a perturbaciones \mathbf{w} , producidas por el sistema externo (3.3).

El procedimiento para la solución del problema consiste en tres partes:

- a) Transformación del sistema (3.15) a la forma deseada.
- b) Elección del control discontinuo.
- c) Análisis de estabilidad de la dinámica de modos deslizantes.

3.3.2. TRANSFORMACIÓN A LA FORMA DESEADA.

Para transformar al sistema (3.15) a la forma deseada, se introducen las siguientes hipótesis:

- H1)** Los elementos de $\mathbf{f}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t)$, $\mathbf{B}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t)$ y $\mathbf{D}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t)$, son funciones continuamente diferenciables de orden $(i-1)$, $i = 1, \dots, r$, con respecto a todos sus argumentos sobre el intervalo $t \in [0, \infty)$, y todas las derivadas están acotadas.
- H2)** Se cumple la condición de la expresión (3.16).

En base de las hipótesis anteriores, tomando en cuenta la estructura (3.17), se introduce la transformación recursiva,

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{q}(\mathbf{r}) \equiv \Phi_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{r}), \quad (3.21a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_2 &= \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2 + \left[\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{x}_1, t) + \mathbf{d}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) - k_1 \mathbf{z}_1 \right] \\ &\equiv \Phi_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t) \end{aligned} \quad (3.21b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_3 &= \bar{\mathbf{B}}_3(\bar{\mathbf{x}}_2, t)\mathbf{x}_3 + \left[\bar{\mathbf{f}}_2(\bar{\mathbf{x}}_2, t) + \mathbf{d}_2(\bar{\mathbf{x}}_2, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) + k_2 \Phi_2(\bar{\mathbf{x}}_2, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \right] \\ &\equiv \Phi_3(\bar{\mathbf{x}}_3, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (3.21c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{i+1} &= \bar{\mathbf{B}}_{i+1}(\bar{\mathbf{x}}_i, t)\mathbf{x}_{i+1} + \left[\bar{\mathbf{f}}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t) + \mathbf{d}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) + k_i \Phi_i(\bar{\mathbf{x}}_i, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \right] \\ &\equiv \Phi_{i+1}(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t), \quad i = 3, \dots, r-1, \end{aligned} \quad (3.21d)$$

$$\mathbf{z}_r = \Phi_r(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \quad (3.21e)$$

donde \mathbf{z}_i es un vector de variables nuevas, además, k_i es un valor escalar positivo, y

$$\bar{\mathbf{B}}_{i+1} = \bar{\mathbf{B}}_i \mathbf{B}_{i+1}$$

Proposición 3.1 Suponga que las hipótesis (H1 y H2), propuestas para el sistema (3.15), se cumplen. Entonces la transformación (3.21) reduce el subsistema (3.15a)-(3.15c) a la siguiente forma deseada, presentada en las nuevas coordenadas \mathbf{z} , como,

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = -k_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{E}_{11} \mathbf{z}_2, \quad (3.22a)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = -k_2 \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_3, \quad (3.22b)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_i = -k_i \mathbf{z}_i + \mathbf{z}_{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-1, \quad (3.22c)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_r = \bar{\mathbf{f}}_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) + \bar{\mathbf{B}}_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, t) \mathbf{u} \quad (3.22d)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{r+1} = \bar{\mathbf{f}}_{r+1}(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, t) \quad (3.22e)$$

donde

$$\bar{\mathbf{f}}_r = (\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) = \frac{\partial \Phi_r}{\partial \mathbf{x}_r} \dot{\mathbf{x}}_{r+1} + \frac{\partial \Phi_r}{\partial \mathbf{w}} \dot{\mathbf{w}} + \frac{\partial \Phi_r}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial \Phi_r}{\partial t}, \quad \mathbf{z}_i = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_r)^T \quad \bar{\mathbf{B}}_r = \bar{\mathbf{B}}_{r-1} \mathbf{B}_r, \quad \mathbf{E}_{1,1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_1} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{E}_{1,1} \in \mathbf{R}^{n_1 \times n_2}$, \mathbf{I}_{n_1} es una matriz identidad.

3.3.3. ELECCIÓN DEL CONTROL DISCONTINUO.

El sistema (3.15) con variables \mathbf{z} y \mathbf{x}_{r+1} se presenta como un sistema cuasi linealizado,

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = -k_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{E}_{1,1} \mathbf{z}_2 \quad (3.23a)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_i = -k_i \mathbf{z}_i + \mathbf{z}_{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-1, \quad (3.23b)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_r = \bar{\mathbf{f}}_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) + \bar{\mathbf{B}}_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, t) \mathbf{u}, \quad (3.23c)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{r+1} = \bar{\mathbf{f}}_{r+1}(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \quad (3.23d)$$

donde $\bar{\mathbf{f}}_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}_{r+1}, t)$ es una función acotada y $\text{rango} \bar{\mathbf{B}}_r = m$.

Puesto que $\bar{\mathbf{B}}_r$ tiene rango pleno, la elección natural de la variedad de modos deslizantes es

$$\mathbf{z}_r = 0, \quad \mathbf{z}_r = \Phi_r(\bar{\mathbf{x}}_r, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \quad (3.24)$$

Tomando en cuenta el acotamiento (3.2), la ley de control discontinuo se elige como,

$$\mathbf{u} = -U_0 \text{sign}(\bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{z}_r), \quad U_0 > 0. \quad (3.25)$$

Donde U_0 es el valor máximo de la señal de control.

El control (3.25) garantiza la convergencia del movimiento del sistema en lazo cerrado sobre la variedad (3.24) en un tiempo finito.

$$t_s < t_0 + \frac{1}{\eta} \|\mathbf{z}_r(t_0)\|_2, \quad \eta > 0.$$

Para probar la estabilidad del sistema (3.23), se elige la siguiente función definida positiva:

$$V_r = \frac{1}{2} \mathbf{z}_r^T \mathbf{z}_r \quad (3.26)$$

como la función candidata de Lyapunov. La derivada de (3.26) a lo largo de (3.22c)-(3.24) es

$$\dot{V}_r = \mathbf{z}_r^T (\bar{\mathbf{f}}_r + \mathbf{d}_r) - U_0 \mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r \text{sign}(\bar{\mathbf{B}}_r^T \mathbf{z}_r)$$

donde $\mathbf{s}^T \text{sign}(\mathbf{s}) = \|\mathbf{s}\|_1$ y $\|\mathbf{s}\|_1 \geq \|\mathbf{s}\|_2$, así se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= \mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r \bar{\mathbf{B}}_r^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_r + \mathbf{d}_r) - U_0 \|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2 \\ &\leq -\|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2 \left[U_0 - \|\bar{\mathbf{B}}_r^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_r + \mathbf{d}_r)\|_2 \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

En la región

$$\|\bar{\mathbf{B}}_r^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_r + \mathbf{d}_r)\|_2 \leq r_0, \quad r_0 < U_0 \quad (3.28)$$

la derivada de la función (3.26) es:

$$\dot{V}_r \leq -q_0 \|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2, \quad q_0 = U_0 - r_0.$$

Bajo la condición $\|\bar{\mathbf{B}}_r^{-1}\|_2 \leq b_0$, se puede estimar:

$$\|\mathbf{z}_r^T\|_2 = \|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r \bar{\mathbf{B}}_r^{-1}\|_2 \leq \|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2 \|\bar{\mathbf{B}}_r^{-1}\|_2 \leq b_0 \|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2$$

entonces $\|\mathbf{z}_r^T \bar{\mathbf{B}}_r\|_2 \geq \frac{1}{b_0} \|\mathbf{z}_r^T\|_2$, y por lo tanto

$$\dot{V}_r \leq -\eta \|\mathbf{z}_r\|_2, \quad \eta = \frac{q_0}{b_0}$$

La función seleccionada es definida negativa y asegura la convergencia del estado a la variedad $\mathbf{z}_r = 0$.

De $\dot{V}_r = \frac{1}{2} \|\dot{\mathbf{z}}_r^T\|_2^2$ en (3.26), se despeja $\|\dot{\mathbf{z}}_r\|_2 = \sqrt{2\dot{V}_r}$ y se tiene,

$$\dot{V}_r \leq -\eta \sqrt{2V_r}. \tag{3.29}$$

Usando el lema de comparación [37], se puede estimar la solución de desigualdad diferencial (3.29) como,

$$V_r(t) \leq \frac{1}{2} \left(\sqrt{2V_r(t_0)} - \eta(t - t_0) \right)^2$$

o

$$\|\mathbf{z}_r(t)\|_2 \leq \|\mathbf{z}_r(t_0)\|_2 - \eta(t - t_0).$$

Por lo tanto $\|\mathbf{z}_r(t)\|_2$ se desvanece en un tiempo finito,

$$t_s < t_0 + \frac{1}{\eta} \|\mathbf{z}_r(t_0)\|_2,$$

y en el siguiente instante los modos deslizantes convergen a la variedad $\mathbf{z}_r = 0$.

3.3.4. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA POR MODOS DESLIZANTES.

Para obtener la ecuación por modos deslizantes se usa el método de control equivalente [30]. Por lo tanto, se tiene que $\dot{\mathbf{z}}_r = 0$ y $\mathbf{z}_r = 0$. Por lo anterior, la dinámica por modos deslizantes sobre la variedad $\mathbf{z}_r = 0$, está gobernada por el sistema de orden reducido $(n - n_r)$

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = -k_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{E}_{1,1} \mathbf{z}_2 \tag{3.30a}$$

$$\dot{\mathbf{z}}_i = -k_i \mathbf{z}_i + \mathbf{z}_{i+1}, \quad i = 2, \dots, r-2, \tag{3.30b}$$

$$\dot{\mathbf{z}}_{r-1} = -k_{r-1}\mathbf{z}_{r-1}, \quad (3.30c)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{r+1} = \tilde{\mathbf{f}}_{r+1}(\bar{\mathbf{z}}_{r-1}, \mathbf{x}_{r+1}, t), \quad (3.30d)$$

donde $\bar{\mathbf{z}}_{r-1} = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{r-1})^T$

En esta sección, se analizan las condiciones de estabilidad del sistema (3.30), y después se estima la región de convergencia para estas soluciones. El análisis se basa en las propiedades de solución del subsistema (3.30a)-(3.30d) y la solución de la dinámica cero de la planta.

Para simplificar, se redefinen variables $\xi = \bar{\mathbf{z}}_{r-1}$ y $\eta = \mathbf{x}_{r+1}$, entonces el sistema (3.30) queda de la siguiente forma

$$\dot{\zeta} = \mathbf{A}_1 \xi, \quad (3.31a)$$

$$\dot{\eta} = \mathbf{q}(\xi, \eta, \mathbf{w}, r, t), \quad (3.31b)$$

donde $\mathbf{q} = \tilde{\mathbf{f}}_{r+1}$ y

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -k_1 \mathbf{I}_{n_1} & \mathbf{E}_{2,1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 \mathbf{I}_{n_2} & \mathbf{I}_{n_2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -k_{r-2} \mathbf{I}_{n_{r-2}} & \mathbf{I}_{r-2,1} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{r-2} \mathbf{I}_{n_{r-1}} \end{bmatrix}$$

Se analiza el comportamiento del sistema (3.31a) en una región $D_1 \times D_2$ acotada por

$$D_1 = \{ \xi \in \mathbf{R}^{n-n_r-n_{r+1}} \quad \|\xi\|_2 \leq r_1 \} \quad \text{y} \quad D_2 = \{ \eta \in \mathbf{R}^{n_{r+1}} \quad \|\eta\|_2 \leq r_2 \} \quad (3.32)$$

Debido a que el sistema (3.31a) es autónomo y la matriz \mathbf{A}_1 es Hurwitz, entonces existe una función de Lyapunov de la forma cuadrática,

$$V_1 = \xi^T \mathbf{P}_1 \xi, \quad \mathbf{P}_1 > 0, \quad (3.33)$$

con las siguientes propiedades:

$$\alpha_{\min}(\mathbf{P}_1) \|\xi\|_2^2 \leq \xi^T \mathbf{P}_1 \xi \leq \alpha_{\max}(\mathbf{P}_1) \|\xi\|_2^2 \quad (3.34a)$$

$$\|\xi^T \mathbf{P}_1\| \leq \alpha_{\max}(\mathbf{P}_1) \|\xi\|_2, \quad (3.34b)$$

donde \mathbf{P}_1 es una solución definida positiva de la ecuación de Lyapunov,

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 = -\mathbf{Q}_1,$$

para $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_1^T > 0$, y, además

$$\xi^T \mathbf{Q}_1 \xi \geq \alpha_{\min}(\mathbf{Q}_1) \|\xi\|_2^2, \quad (3.35)$$

Bajo las relaciones (3.34) y (3.35), la solución del sistema (3.31a) se calcula como,

$$\|\xi(t)\|_2 \leq q_1 \|\xi(t_s)\|_2 e^{-q_2(t-t_s)} \quad (3.36)$$

con,

$$q_1 = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}(\mathbf{P}_1)}{\alpha_{\min}(\mathbf{P}_1)}} \quad \text{y} \quad q_2 = \frac{\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_1)}{2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_1)}.$$

Debido a que la solución (3.36) es exponencialmente estable se tiene un subespacio invariante,

$$\{\xi = 0, \eta \in D_2 \in \mathbf{R}^{n+1}\} \quad (3.37)$$

Definición 3.2 La dinámica del sistema (3.31) sobre el subespacio invariante (3.37),

$$\dot{\eta} = \mathbf{q}(0, \eta, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \quad (3.38)$$

se denomina dinámica cero.

El sistema (3.38) depende de perturbaciones no desvanecientes, \mathbf{w} y \mathbf{r} . Por lo tanto se introducen las siguientes hipótesis:

H1) La solución de la dinámica cero (3.38) converge exponencialmente a un conjunto compacto,

$$\|\eta\|_2 \leq b_2, \quad \forall t \geq t_2 \quad (3.39)$$

y, además;

H2) El mapeo $\mathbf{q} : D_2 \times [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^{n+1}$ es continuo en el tiempo y localmente Lipschitz en ξ y η tal que,

$$\|\mathbf{q}(\xi, \eta, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) - \mathbf{q}(0, \eta, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t)\|_2 \leq L \|\xi\|_2, \quad \forall \xi \in D_1, \quad \forall \eta \in D_2, \quad \forall \xi \in t_s \quad (3.40)$$

y L es una constante Lipschitz.

Bajo las consideraciones anteriores y usando el teorema inverso [37] existe para todo $\|\eta\|_2 \leq \mu_1$ en $D_1 \times D_2 \times [0, \infty)$, una función de Lyapunov $V_2(\eta, t)$, que satisface las siguientes propiedades,

$$c_1 \|\eta\|_2^2 \leq V_2(\eta, t) \leq c_2 \|\eta\|_2^2, \quad (3.41a)$$

$$\frac{\partial V_2(\eta, t)}{\partial t} + \frac{\partial V_2(\eta, t)}{\partial \eta} \mathbf{q}(0, \eta, \mathbf{w}, \mathbf{r}, t) \leq c_3 \|\eta\|_2^2, \quad (3.41b)$$

$$\left\| \frac{\partial V_2(\eta, t)}{\partial \eta} \right\|_2 \leq c_4 \|\eta\|_2 \quad \forall \|\eta\|_2 \geq \mu_2 > 0, \quad (3.41c)$$

con las constantes positivas, c_1 , c_2 , c_3 y $\mu_2 = b_2 \sqrt{\frac{c_1}{c_2}}$.

Ahora bajo las hipótesis anteriores (H1 y H2), con la existencia de la función de Lyapunov y con las propiedades (3.39) para la dinámica cero (3.38), se establece la siguiente proposición sobre las soluciones de las ecuaciones de modos deslizantes (3.31).

Proposición 3.1 Se supone que se cumplen las hipótesis (H1 y H2), además, también se cumplen las siguientes relaciones,

$$\|\xi(t_s)\|_2 < \frac{r_2}{q_1} \sqrt{\frac{c_1}{c_2} \frac{c_3 \bar{h}}{c_4 L}}, \quad 0 < \bar{h} < 1 \quad (3.42a)$$

$$\|\eta(t_s)\|_2 < r_2 \sqrt{\frac{c_1}{c_2}}. \quad (3.42b)$$

Entonces, la solución $(\|\xi(t)\|, \|\eta(t)\|)^T$ del sistema (3.31) es uniforme y últimamente acotada, y, además, $\xi(t)$ converge exponencialmente a cero.

Teorema 3.1 Si se satisfacen las hipótesis H1 y H2 y, además, las condiciones (3.42a) y (3.42b), entonces, la solución del sistema (3.15) con la estructura (3.17) y con la ley de control discontinuo (3.24)-(3.25) es uniforme y últimamente acotada, además, el error de seguimiento converge exponencialmente a cero, y es invariante a las perturbaciones.

3.4 OBSERVADOR NO LINEAL.

En la sección anterior se considera y se resuelve el problema de diseño de la ley del control suponiendo que se dispone de toda la información de las variables de estado, así como de las perturbaciones. Es común que se pueda medir solo una parte del vector de los estados o del vector de salida del sistema. Por lo tanto, para realizar el diseño del control, es necesario diseñar un observador que permita obtener las estimaciones de los estados no medibles y de la perturbación externa.

La solución general del problema de diseño de observadores para sistemas no lineales no existe, así como no existe la solución analítica de la ecuación diferencial no lineal para el caso general. Por lo que se define una clase de sistemas no lineales, para los cuales se pueda diseñar un observador no lineal. En esta sección se considera una clase de sistemas no lineales, que abarcan a los sistemas electromecánicos.

Se considera un sistema, que consiste de tres subsistemas interrelacionados y con perturbación,

$$\dot{y}_1 = f_1(y_1, y_2, x) + D_1 w, \quad (3.43a)$$

$$\dot{y}_2 = f_2(y_1, y_2, x) + B_2 u, \quad (3.43b)$$

$$\dot{x} = f_3(y_2, x) + B_3 u, \quad (3.43c)$$

donde $y_1 = (y_{11}, \dots, y_{1m_1})^T$ y $y_2 = (y_{21}, \dots, y_{2m_2})^T$ son vectores de las variables de estado, que son medibles,

y $x = (x_{31}, \dots, x_{1m_3})^T$ es un vector de las variables no medibles; f_1 y f_3 son las siguientes funciones,

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{x}) = \mathbf{f}_{11}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) + \sum_{i=1}^{m_2} y_{2i} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{x}, \quad (3.44a)$$

$$\mathbf{f}_3(\mathbf{y}_2, \mathbf{x}) = \mathbf{A}_3 \mathbf{x} + \mathbf{f}_{33}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \quad (3.44b)$$

Las matrices, \mathbf{D}_1 , \mathbf{B}_2 y \mathbf{B}_3 son matrices con elementos constantes, y \mathbf{w} es una perturbación originada por un sistema externo,

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{S}\mathbf{w}, \quad \mathbf{w} \in \mathbf{R}^{m_4}. \quad (3.45)$$

Suponga que las siguientes hipótesis se cumplen:

h1 El sistema (3.44) es localmente estable (entrada-estado).

h2 Las matrices $\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{S} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m_1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\}$ son observables; y

h3 La matriz \mathbf{A}_3 es Hurwitz.

Se observa que el sistema (3.43) presenta en el caso general la dinámica del motor y generadores eléctricos, donde,

- el vector, \mathbf{y}_1 representa variables mecánicas, ángulo y velocidad, las cuales son medibles,
- el vector, \mathbf{y}_2 representa las corrientes del estator, las cuales son medibles,
- el vector \mathbf{x} representa los flujos del rotor que no son medibles.

Por ejemplo, en caso del motor síncrono con devanado de excitación se tiene,

$$\mathbf{y}_1 = \omega, \quad \mathbf{y}_2 = (i_d, i_q)^T \text{ y } \quad \mathbf{x} = (\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})^T$$

Para estimar el vector de estados \mathbf{x} y el vector de perturbación \mathbf{w} , se propone el siguiente observador no lineal,

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}}_1 = \mathbf{f}_{11}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) + \sum_{i=1}^{m_2} y_{2i} \mathbf{A}_{1i} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}_1 \hat{\mathbf{w}} + \mathbf{L}_1(\mathbf{y}_1 - \hat{\mathbf{y}}_1) \quad (3.46a)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{w}}} = \mathbf{S}\hat{\mathbf{w}} + \mathbf{L}_2(\mathbf{y}_1 - \hat{\mathbf{y}}_1) \quad (3.46b)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_3 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{f}_{33}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) + \mathbf{B}_3 \mathbf{u}, \quad (3.46c)$$

donde $\hat{\mathbf{y}}_1$, $\hat{\mathbf{w}}$, $\hat{\mathbf{x}}$ son estimaciones de las variables \mathbf{y}_1 , \mathbf{w} y \mathbf{x} , respectivamente.

La estabilidad del observador (3.46) se analiza a partir del sistema de ecuaciones de los errores de observación,

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{L}_2 & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} + [\mathbf{A}_1(t) \boldsymbol{\varepsilon}_3], \quad (3.47a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 = \mathbf{A}_3 \boldsymbol{\varepsilon}_3 \quad (3.47b)$$

donde $\varepsilon_1 = y_1 - \hat{y}_1$, $\varepsilon_2 = w - \hat{w}$, $\varepsilon_3 = x - \hat{x}$ y $A_1(t) = \sum_{i=1}^{m_2} y_{2i}(t) A_{1i}$.

Teorema 3.2 Suponga que las hipótesis h1-h3, propuestas para el sistema (3.44), se cumplen. Por lo tanto, la solución del sistema (3.47) es asintóticamente estable.

Prueba. La solución del sistema autónomo (3.47b) con $t_0 = 0$ está dada por,

$$\varepsilon_3(t) = T_3 \exp[\lambda_3(t)] \Gamma_3^{-1} \varepsilon_3(0)$$

donde

$$T_3 \exp[\lambda_3(t)] \Gamma_3^{-1} = \exp[A_3(t)], \quad \exp[\lambda_3(t)] = \text{diag}[\lambda_{31}, \dots, \lambda_{3m_3}]$$

Entonces, la solución del sistema autónomo (3.47b) es,

$$\varepsilon_0(t) = T_0 \exp[\lambda_0(t)] \Gamma_0^{-1} \varepsilon_0(0) + R_0(t),$$

donde

$$\varepsilon_0 = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)^T \quad T_0 \exp[\lambda_0(t)] \Gamma_0^{-1} = \exp[A_0(t)], \quad A_0 = \begin{bmatrix} L_1 & D_1 \\ L_2 & S \end{bmatrix},$$

$$\exp[\lambda_0(t)] = \text{diag}[\lambda_{01}, \dots, \lambda_{0, m_1 + m_4}] \quad \text{y} \quad R_0(0) = \int_0^t T_0 \exp[\lambda_0(t - \xi)] \Gamma_0^{-1} A_1(\xi) \varepsilon_3(\xi) d\xi.$$

Con las propiedades de los índices característicos de Lyapunov [38], se tiene,

$$\chi[\varepsilon_3(t)] = \text{Re}[\lambda_3] \quad (3.48a)$$

y

$$\chi[T_0 \exp[\lambda_0(t)] \Gamma_0^{-1} \varepsilon_0(0)] = \text{Re}[\lambda_0].$$

Bajo la hipótesis h1, la solución del sistema (3.43) $[y_1(t), y_1(t), x(t)]$ está acotada para cualquier señal de entrada $u(t)$ acotada. Por lo tanto los elementos de la matriz $A_1(t)$ son acotados, lo que resulta,

$$\chi[A_1(t)] = 0.$$

por lo tanto

$$\chi[R_0(t)] = \text{Re}[\lambda_0]$$

Entonces,

$$\chi_0 = \chi[\varepsilon_0(0)] = \chi[T_0 \exp[\lambda_0(t)] \Gamma_0^{-1} \varepsilon_0(0) + R_0(t)] = \max\{\text{Re}[\lambda_0], \text{Re}[\lambda_0 + \lambda_3]\} = \lambda_0. \quad (3.48b)$$

Bajo la hipótesis h3, el vector de índices característicos de Lyapunov χ_3 en (3.48a) es negativo. Ahora, bajo la hipótesis h2 existen matrices L_1 y L_2 tales que la matriz A_0 tenga los valores propios deseados. Para el caso particular de los sistemas electromecánicos, A_0 es una matriz Hurwitz. Por lo tanto el vector de índices característicos de Lyapunov, χ_0 (3.48b) es negativo también. Esto significa que la solución del sistema (3.47) es asintóticamente estable por lo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_i(t) \rightarrow 0, i = 1, 2, 3$$

Como resultado, se tiene

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_1(t) \rightarrow y_1(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{w}(t) \rightarrow w(t) \quad \text{y} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) \rightarrow x(t).$$

CAPÍTULO 4

DISEÑO DEL CONTROLADOR PARA UN MOTOR SÍNCRONO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se utilizan los resultados obtenidos en el capítulo tres sobre control por bloques con modos deslizantes para sistemas no lineales, para diseñar un controlador para un MSIP y el MSDE basado en los modelos matemáticos descritos en el capítulo dos.

En este capítulo se diseñan dos controladores para dos tipos de motores síncronos:

- a. Motor Síncrono de Imanes Permanentes (MSIP).
- b. Motor Síncrono con Devanado de Excitación (MSDE).

4.2. DISEÑO DEL CONTROLADOR DEL MSIP.

El modelo matemático del MSIP (2.139) es un sistema dinámico no lineal con dos entradas de control. Si de alguna forma se puede hacer que la componente de la corriente $i_d = 0$, se obtiene un comportamiento similar al de un motor de c.d. con excitación de flujo constante.

El diseño del algoritmo de control está basado en el modelo del MSIP que tiene la forma siguiente:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_2 + a_{12}x_2x_3 - b_1T_l \quad (4.1)$$

$$\dot{x}_2 = -a_{21}x_2 - a_{22}x_1x_3 - a_{23}x_1 + b_2v_q \quad (4.2)$$

$$\dot{x}_3 = -a_{31}x_3 - a_{32}x_1x_2 + b_3v_d \quad (4.3)$$

donde: $x_1 = w_s$, $x_2 = i_q$, $x_3 = i_d$, $a_{11} = \frac{P^2}{2} \frac{1}{J} \frac{3\Psi_m'}{4}$, $a_{12} = \frac{3P^2}{8} \frac{1}{J} (L_d - L_q)$, $b_1 = \frac{P}{2} \frac{1}{J}$, $a_{21} = \frac{r_s}{L_q}$.

$$a_{22} = \frac{L_d}{L_q}, \quad a_{23} = \frac{\Psi_m'}{L_q}, \quad b_2 = \frac{1}{L_q}, \quad a_{31} = \frac{r_s}{L_d}, \quad a_{32} = \frac{L_q}{L_d}, \quad b_3 = \frac{1}{L_d}.$$

El objetivo del controlador es regular la velocidad del motor. Por lo que la principal señal de error está definida como la diferencia entre la velocidad de la máquina y la velocidad de referencia, se propone el siguiente cambio de variable:

$$z_1 = (w_r^* - x_1) \quad (4.4)$$

donde w_r^* es la velocidad de referencia.

Como se tienen dos variables de control independientes, lo que da un grado más de libertad y se puede tomar ventaja de ello. La corriente de eje directo puede ser una segunda variable a controlar. Definiendo el error de seguimiento de la corriente como

$$z_3 = i_d^* - x_3 \quad (4.5)$$

donde ($i_d^* = 0$) es la señal de referencia. Primero se diseña el control de la corriente en eje directo y finalmente el control para la velocidad. El controlador se diseña con este orden para simplificar el diseño y el análisis de la estabilidad en lazo cerrado.

4.2.1. CONTROL DE LA CORRIENTE (i_d).

Tomando la derivada con respecto al tiempo de (4.5) y usando la expresión (4.3) se obtiene:

$$\dot{z}_3 = a_{31}x_3 + a_{32}x_1x_2 - b_3v_d \quad b_3 > 0 \quad (4.6)$$

Se elige el control discontinuo como:

$$v_d = u_{do} \text{sign}(z_3) \quad (4.7)$$

donde u_{do} es el valor máximo de la señal de control para v_d .

La condición de existencia de modos deslizantes es equivalente a la condición de estabilidad, por lo tanto se selecciona una función de Lyapunov definida positiva de la siguiente forma:

$$V_d = \frac{1}{2} z_3^2 \quad (4.8)$$

Derivando con respecto al tiempo sobre la trayectoria de (4.5) se obtiene

$$\dot{V}_d = z_3 \dot{z}_3 \quad (4.9a)$$

$$\dot{V}_d = z_3 (a_{31}x_3 + a_{32}x_1x_2) - b_3u_{do}|z_3| \quad (4.9b)$$

$$\leq -|z_3|(-|a_{31}x_3 + a_{32}x_1x_2| + b_3u_{do}) \quad (4.9c)$$

donde $z_3 \text{ sign } z_3 = |z_3|$

La derivada de la función de Lyapunov es negativa si:

$$b_3u_{do} > |a_{31}x_3 + a_{32}x_1x_2| \quad (4.10)$$

Por lo tanto (z_3) es igual a cero después de un intervalo de tiempo finito t_{s1} .

4.2.2. CONTROL DE LA VELOCIDAD.

Después del tiempo t_{s1} , cuando el control de modos deslizantes ocurre sobre la superficie $z_3 = 0$ (4.5), se tiene que $\dot{x}_3 = 0$. Sustituyendo este valor en (4.1) se tiene una nueva expresión para la dinámica de la velocidad:

$$\dot{\bar{x}}_1 = a_{11}x_2 - b_1T_l$$

Por lo tanto, la dinámica de z_1 junto con la dinámica de x_2 , se representa por un sistema controlable por bloques con perturbación compuesto de dos bloques con las ecuaciones siguientes.

$$\frac{dz_1}{dt} = \dot{w}_r^* - a_{11}x_2 + b_1T_l \quad (4.11a)$$

$$\frac{d\bar{x}_2}{dt} = -a_{21}x_2 - a_{23}x_1 + b_2v_q \quad (4.11b)$$

Empleando los resultados del capítulo anterior, se elige la dinámica deseada para z_1 como un sistema lineal de primer orden:

$$\frac{dz_1}{dt} = -c_1z_1 \quad c_1 > 0 \quad (4.12)$$

La convergencia de (4.12) depende de la constante c_1 .

4.2.2.1. CÁLCULO DE LA CORRIENTE DESEADA.

Igualando (4.11a) y (4.12), se obtiene:

$$-c_1 z_1 = \dot{w}_r^* - a_{11} x_2 + b_1 T_l \quad (4.13)$$

Despejando x_2 de (4.13) se obtiene:

$$x_2^* = \frac{1}{a_{11}} (c_1 z_1 + \dot{w}_r^* + b_1 T_l) \quad (4.14)$$

El segundo paso del diseño del controlador consiste en crear una segunda superficie de modos deslizantes (z_2) para controlar la velocidad del motor. Entonces se define

$$z_2 = x_2^* - x_2 \quad (4.15)$$

Tomando la derivada con respecto al tiempo de (4.15) y usando (4.11b) se tiene:

$$\dot{z}_2 = \frac{dx_2^*}{dt} + a_{21} x_2 + a_{23} x_1 - b_2 v_q \quad (4.16)$$

Se elige el control discontinuo como:

$$v_q = u_{qo} \text{sign}(z_2)$$

donde u_{qo} es el valor máximo de la señal de control para v_q .

La condición de existencia para los modos deslizantes es equivalente a la condición de estabilidad; por lo tanto se selecciona una función de Lyapunov cuadrática

$$V_q = \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4.17)$$

Derivando (4.17) con respecto al tiempo sobre las trayectorias (4.15) se obtiene:

$$\dot{V}_q = z_2 \dot{z}_2 \quad (4.18a)$$

$$\dot{V}_q = z_2 \left(\frac{dz_2^*}{dt} + a_{21} x_2 + a_{23} x_1 \right) - b_2 u_{qo} |z_2| \quad (4.18b)$$

$$\leq -|z_2| \left(\left| \frac{dz_2^*}{dt} + a_{21} x_2 + a_{23} x_1 \right| + b_2 u_{qo} \right) \quad (4.18c)$$

La derivada de la función de Lyapunov (4.18) es definida negativa si

$$b_2 u_{qo} > \left| \frac{dz_2^*}{dt} + a_{21}x_2 + a_{23}x_1 \right| \quad (4.19)$$

Se puede concluir que el controlador propuesto tiene buena robustez.

El controlador propuesto fuerza a la corriente i_d a un valor igual a cero y entonces el par eléctrico es proporcional a la corriente (i_q). Por lo tanto la desmagnetización del imán permanente no se presenta y la reacción de la armadura solo existe en el eje q . Esto es deseable para operar en el modo deslizante con variables de control (con conmutación rápida), la cual mantiene idealmente a $z_2 = 0$ con una frecuencia de conmutación grande. En la práctica, la frecuencia de conmutación es alta y ésta está limitada por el procesador digital de acuerdo a la máxima frecuencia de conmutación permitida de los elementos semiconductores. La ley de control mantiene un ciclo de amplitud relativamente bajo y funciona casi de la misma forma que un controlador de histéresis.

4.2.3. DISEÑO DEL CONTROLADOR SIN EL SENSOR DE VELOCIDAD.

4.2.3.1. ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD

En algunas aplicaciones especiales del MSIP los sensores de la velocidad son relativamente grandes y costosos por lo que es necesario diseñar un observador de la velocidad del rotor. Este diseño es utilizado en aplicaciones como: vehículos aeroespaciales y eléctricos, brazos mecánicos y robots.

Sabiendo que la corriente de eje directo es medible se define

$$\frac{dx_2}{dt} = -a_{21}x_2 + x_1(-a_{22}x_3 - a_{23}) + b_2 v_q \quad (4.20)$$

Se propone el siguiente observador para la estimación de la velocidad como:

$$\frac{d\hat{x}_2}{dt} = -a_{21}x_2 + b_2 v_q - v \quad (4.21)$$

donde

\hat{x}_2 es la corriente estimada de eje de cuadratura

v es la señal de entrada del observador

Definiendo el error entre la corriente medida y la estimada

$$\varepsilon = x_2 - \hat{x}_2 \quad (4.22)$$

Derivando (4.22) con respecto al tiempo, se obtiene la dinámica del error de observación, como sigue:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (a_{22}x_3 - a_{23})x_1 + v \quad (4.23)$$

Empleando la técnica de control unitario, se elige

$$v = -l_1 \frac{\varepsilon}{|\varepsilon|} \quad (4.24)$$

La estabilidad del observador es investigada con la función de Lyapunov cuadrática siguiente;

$$V_\varepsilon = \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (4.25)$$

Tomando la derivada de (4.25) a lo largo de la trayectoria de (4.22) y con la señal de entrada (4.24), se encuentra

$$\dot{V}_\varepsilon = \varepsilon \dot{\varepsilon} = (a_{22}x_3 - a_{23})x_1\varepsilon - l_1 \frac{\varepsilon^2}{|\varepsilon|} \quad (4.26a)$$

$$= (a_{22}x_3 - a_{23})x_1\varepsilon - l_1|\varepsilon| \quad (4.26b)$$

$$\leq -|\varepsilon| \left[-(a_{22}x_3 - a_{23})x_1 + l_1 \right] \quad (4.26c)$$

Por lo tanto en (4.22) y (4.23) implica que existen MD sobre la superficie $\varepsilon = 0$ después de un tiempo finito si $l_1 > (a_{22}x_3 - a_{23})$. Aplicando el método de control equivalente [33] se define:

$$\dot{\varepsilon} = (a_{22}x_3 - a_{23})x_1 + v_{eq} = 0$$

La velocidad calculada \tilde{w} se obtiene como:

$$\tilde{x}_1 = \frac{v_{eq}}{(a_{22}x_3 - a_{23})} \quad (4.27)$$

Este resultado se usa en la siguiente la sección para estimar el par de carga.

4.2.3.2 ESTIMACIÓN DEL PAR DE CARGA PARA EL MSIP.

Empleando el resultado de la sección anterior se tiene:

$$\tilde{x}_1 = x_1 \quad (4.28)$$

En la práctica el par de la carga es desconocido; por lo tanto es necesario diseñar un observador para incluirlo en el calculo de la corriente deseada (4.14). Se propone el siguiente observador no lineal:

$$\frac{\hat{d}x_1}{dt} = a_{11}x_2 + a_{12}x_2x_3 - b_1\hat{T}_l + l_1(x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.29)$$

$$\frac{\hat{d}T_l}{dt} = l_2(x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.30)$$

donde

\hat{x}_1 es la velocidad estimada.
 \hat{T}_l es el par de la carga estimado
 l_1 y l_2 son los parámetros del observador.

Usando (4.29) y (4.30) la dinámica del error de observación está dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{T}}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & -\frac{1}{J} \\ l_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{T}_l \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

donde $\bar{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $\bar{T}_l = T_l - \hat{T}_l$.

El sistema de ecuaciones (4.31) es un sistema lineal autónomo que es asintóticamente estable con una elección adecuada de los valores de l_1 y l_2 . Esto significa que el error del observador decae exponencialmente a cero. La posición del rotor puede ser decodificada con diversos dispositivos electrónicos comerciales.

El controlador sin sensores para el MSIP es de la forma:

$$v_q = u_{qo} \text{sign}(\hat{z}_2)$$

donde

$$\hat{z}_2 = \frac{1}{a_{11}} (c_1 (w_r^* - \tilde{x}_1) + \dot{w}_r^* + b_1 \hat{T}_l) - x_2$$

4.3. DISEÑO DEL CONTROLADOR PARA UN MSDE.

El diseño del algoritmo de control está basado en el modelo del motor síncrono (2.146) presentado de la forma siguiente:

$$\frac{dw_r}{dt} = a_{11} i_q i_d - a_{12} i_d \Psi_{1q} + a_{13} i_d \Psi_{2q} + a_{14} i_q \Psi_{fd} + a_{15} i_q \Psi_{kd} - a_L T_L \quad (4.32a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -a_{21} w_r i_d - a_{22} i_q + w_r (a_{23} \Psi_{fd} + a_{24} \Psi_{kd}) + a_{25} \Psi_{1q} + a_{26} \Psi_{2q} + b_{21} v_q \quad (4.32b)$$

$$\frac{di_d}{dt} = -a_{31} i_d + a_{32} w_r i_q + a_{33} \Psi_{fd} + a_{34} \Psi_{kd} + w_r (a_{35} \Psi_{1q} + a_{36} \Psi_{2q}) + b_{32} v_d + b_{33} v_{fd} \quad (4.32c)$$

$$\frac{d\Psi_{fd}}{dt} = -a_{43} i_d - a_{44} \Psi_{fd} + a_{45} \Psi_{kd} + b_{43} v_{fd} \quad (4.32d)$$

$$\frac{d\Psi_{kd}}{dt} = -a_{53} i_d + a_{54} \Psi_{fd} - a_{55} \Psi_{kd} \quad (4.32e)$$

$$\frac{d\Psi_{1q}}{dt} = -a_{62} i_q - a_{66} \Psi_{1q} + a_{67} \Psi_{2q} \quad (4.32f)$$

$$\frac{d\Psi_{2q}}{dt} = -a_{72}i_q + a_{76}\Psi_{1q} - a_{77}\Psi_{2q} \quad (4.32g)$$

La meta del control es lograr que la velocidad de la máquina (w_r) siga a una señal de referencia $w(t)_{ref}$. Por lo que la principal señal de error está definida como la diferencia entre la velocidad de la máquina y la velocidad de referencia, obteniendo:

$$\varepsilon_w = w_r - w_{ref}(t) = z_1 \quad (4.33)$$

Teniendo tres entradas de control independientes (v_d, v_q, v_{fd}), se eligen tres salidas controlables: el enlace de flujo en el devanado de excitación (Ψ_{fd}), la corriente en eje directo del estator (i_d) y la velocidad del rotor (w_s). Definiendo las siguientes señales auxiliares de control, como:

$$\varepsilon_{fd} = \Psi_{fd} - \Psi_{ref} \quad (4.34)$$

y

$$\varepsilon_d = i_d - i_{ref} \quad (4.35)$$

donde Ψ_{ref} y i_{ref} son las señales constantes del enlace de flujo y de la corriente deseada respectivamente. Las salidas auxiliares de control Ψ_{fd} y i_d tienen un grado de libertad relativo igual a 1, mientras que la principal salida de control (w_r) tiene dos grados de libertad. Primero se diseña el control de lazo cerrado para el enlace de flujo en el devanado de excitación, después el control de lazo cerrado para i_d , y finalmente el control de lazo cerrado para la velocidad w_r . El controlador se diseña con este orden, para simplificar el diseño y el procedimiento del análisis de la estabilidad en lazo cerrado.

4.3.1.1. CONTROL DE LAZO CERRADO DEL ENLACE DE FLUJO EN EL DEVANADO DE EXCITACIÓN (Ψ_{fd}).

Tomando la derivada con respecto al tiempo de (4.34) y usando la expresión para $\dot{\Psi}_{fd}$ definida en (4.32) se obtiene:

$$\dot{\varepsilon}_{fd} = f_4(\mathbf{x}) + b_{43}v_{fd} \quad (4.36)$$

donde $f_4(\mathbf{x}) = -a_{43}i_d - a_{44}\Psi_{fd} + a_{45}\Psi_{kd}$

Considerando el acotamiento (2.148), se puede seleccionar el control discontinuo como

$$v_{fd} = -U_{fd0} \text{sign}(\varepsilon_{fd}) \quad (4.37)$$

donde U_{fd0} es el valor máximo de control en devanado de excitación.

La condición de existencia de modos deslizantes será investigada con la función candidata de Lyapunov, de forma cuadrática,

$$V_{fd} = \frac{1}{2} \varepsilon_{fd}^2 \quad (4.38)$$

Tomando la derivada a lo largo de las trayectorias (4.34) del sistema e_{fd} y considerando la ley de control (4.37), se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{fd} &= \dot{\varepsilon}_{fd} \varepsilon_{fd} \\ \dot{V}_{fd} &= f_4(\mathbf{x}) \varepsilon_{fd} - b_{43} U_{fd0} \text{sign}(\varepsilon_{fd}) \varepsilon_{fd} < 0 \\ f_4(\mathbf{x}) \varepsilon_{fd} - b_{43} U_{fd0} |\varepsilon_{fd}| &\leq 0 \end{aligned}$$

donde $\text{sign}(\varepsilon_{fd}) \varepsilon_{fd} = |\varepsilon_{fd}|$.

Por lo tanto en (4.37) es definida negativa si

$$U_{fd0} > |v_{fd}^{eq}(\mathbf{x})| \quad (4.39)$$

donde U_{fd0} es el voltaje máximo de control del voltaje de excitación, $v_{fd}^{eq}(\mathbf{x})$ es el voltaje de control equivalente, cuando $\dot{\varepsilon}_{fd} = 0$ en (4.36), obteniendo la siguiente expresión:

$$v_{fd}^{eq} = -b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x}) \quad (4.40)$$

por lo tanto ε_{fd} es igual a cero después de un intervalo de tiempo finito (t_{s1}).

Note que el voltaje de control v_{fd} se suministra con un convertidor por separado. Esta es una característica básica de una fuente de baja impedancia. Entonces el controlador responde más rápido en el devanado de campo, pero el efecto de amortiguamiento por la inducción de corrientes transitorias en el circuito de campo de baja impedancia es reducido.

4.3.1.2. CONTROL DE LA CORRIENTE EN EJE DIRECTO DEL ESTATOR (i_d).

La señal de referencia i_{ref} en (4.35) se elige igual a cero, por que con la ausencia de corriente de eje directo en el estator no hay par de reluctancia y el par eléctrico es máximo. Tomando la derivada de (4.35) con respecto al tiempo, se encuentra, la dinámica del error e_d que está gobernada por la siguiente expresión:

$$\dot{e}_d = f_3(\mathbf{x}) + b_{32} v_d + b_{33} v_{fd} \quad (4.41)$$

donde $f_3(\mathbf{x}) = -a_{31} i_d + a_{32} w_s i_q + a_{33} \Psi_{fd} + a_{34} \Psi_{kd} + w_s (a_{35} \Psi_{1q} + a_{36} \Psi_{2q})$

Tomando en cuenta el acotamiento de las componentes del vector (2.148), se elige el siguiente control discontinuo:

$$v_d = -U_{d0} \text{sign}(\varepsilon_d) \quad (4.42)$$

donde U_{d0} es el voltaje máximo de control del voltaje en eje d .

Sé demostró que (4.32) es estable para una entrada-salida. Por lo tanto después del periodo $[0, t_{s1}]$ el sistema de lazo cerrado (4.35), con las señales de control acotadas (4.37) y (4.42) es estable y el voltaje de excitación en el devanado de campo es:

$$v_{fd}(t) = v_{fd}^{eq}(\mathbf{x}(t)) = -b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x}(t)) \quad t \geq t_{s1}$$

La estabilidad de los modos deslizantes será investigada con la función candidata de Lyapunov cuadrática siguiente,

$$V_d = \frac{1}{2} \varepsilon_d^2 \quad (4.43)$$

Tomando la derivada de (4.34) a lo largo de la trayectoria de (4.35) y con el control (4.42), se encuentra que

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= \varepsilon_d \dot{\varepsilon}_d \\ \dot{V}_d &= f_3(\mathbf{x}) \varepsilon_d + u_{fd}^{eq} - b_{32} U_{d0} \text{sign}(\varepsilon_d) \varepsilon_d \end{aligned} \quad (4.44)$$

Por lo tanto la derivada \dot{V}_d (4.44) es definida negativa si

$$U_{d0} > |b_{32}^{-1} [f_3(\mathbf{x}) + b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x})]|$$

Con esta condición la corriente (i_d) converge a cero en un tiempo finito (t_{s2}); donde $t_{s2} > t_{s1}$.

4.3.1.3. CONTROL DE LAZO CERRADO DE LA VELOCIDAD (w_r .)

Después del tiempo (t_{s2}), cuando el control de modos deslizantes ocurre en las superficies (4.34) y (4.35), se tiene que

$$i_d = 0 \quad (4.45)$$

y

$$\Psi_{fd} = \Psi_{ref} \quad (4.46)$$

sustituyendo (4.45) y (4.46) en (4.32) se tiene una nueva expresión para el par eléctrico (T_e), como sigue:

$$\bar{T}_e = p_5 \Psi_{kd} i_q + p_4 \Psi_{ref} i_q$$

Entonces el sistema (4.32a)-(4.32b) queda de la siguiente forma:

$$\frac{dz_1}{dt} = \bar{f}_1(T_L, \dot{w}_{ref}) + b_w(\mathbf{x})i_q \quad (4.47a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \bar{f}_2(\mathbf{x}) + b_{21}v_q \quad (4.47b)$$

donde

$$\bar{f}_1 = -a_L T_L - \dot{w}_{ref}(t)$$

$$b_w = a_{15}\Psi_{kd} + a_{14}\Psi_{ref}$$

$$\bar{f}_2 = -a_{22}i_q + w_s(a_{24}\Psi_{kd} + a_{23}\Psi_{ref}) + a_{25}\Psi_{1q} + a_{26}\Psi_{2q}$$

La condición de existencia para los modos deslizantes es equivalente a la condición de estabilidad del movimiento de las trayectorias sobre el subespacio z_2 descrito por el siguiente sistema:

$$\frac{dz_1}{dt} = -c_1 z_1 + z_2 \quad (4.48)$$

Usando (4.33), se despeja la transformación inversa como:

$$z_2 = \bar{f}_1(T_L, \dot{w}_{ref}) + b_w(\mathbf{x})i_q + c_1 z_1 \quad (4.49)$$

Ahora tomando la derivada de z_2 resulta

$$\dot{z}_2 = f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) + b_{21}u_q + a_{15}\Psi_{kd}\bar{f}_2(\mathbf{x}) + a_{15}\Psi_{kd}b_{21}u_q + a_{15}i_q\bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) \quad (4.50)$$

donde

$$\bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) = (a_{54}\Psi_{ref} - a_{55}\Psi_{kd}), \quad f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) = -\ddot{w}_{ref} + a_{14}\Psi_{ref}\bar{f}_2(\mathbf{x}) + c_1(-c_1 z_1 + z_2)$$

Tomando en cuenta la acotación del vector de control (2.148), se selecciona el control discontinuo como:

$$u_q = -U_{q0} \text{sign}(z_2) \quad (4.51)$$

donde U_{q0} es el valor máximo de la señal de control de voltaje en eje q .

Entonces se selecciona una función de Lyapunov definida positiva para analizar la estabilidad de los modos deslizantes de la siguiente forma

$$V_q = \frac{1}{2} z_2 z_2^T$$

Se obtiene la derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias (4.49) y con el control (4.51), se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V}_q &= \left\{ f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) + a_{15} \Psi_{kd} \bar{f}_2(\mathbf{x}) + a_{15} i_q \bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) - (b_{21} + a_{15} \Psi_{kd} b_{21}) U_{q0} \text{sign}(z_2) \right\} z_2 \\ &\leq -|z_2| \left[(b_{21} + a_{15} \Psi_{kd} b_{21}) U_{q0} - \left(f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) + a_{15} \Psi_{kd} \bar{f}_2(\mathbf{x}) + a_{15} i_q \bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) \right) \right] \end{aligned}$$

donde $\Psi_{kd}(t)$ es positivo para todo t .

La región donde la derivada \dot{V}_q es negativa, se define por la siguiente desigualdad

$$(b_{21} + a_{15} \Psi_{kd} b_{21}) U_{q0} > \left| \left(f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) + a_{15} \Psi_{kd} \bar{f}_2(\mathbf{x}) + a_{15} i_q \bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) \right) \right|$$

utilizando la técnica de control equivalente [33], para $\dot{z}_2=0$ se obtiene:

$$v_{qe} = (b_{21} + a_{15} \Psi_{kd} b_{21})^{-1} \left(f_q(\ddot{w}_{ref}, i_q, w_s, \dot{z}_1, \mathbf{x}_2) + a_{15} \Psi_{kd} \bar{f}_2(\mathbf{x}) + a_{15} i_q \bar{f}_5(\Psi_{ref}, \Psi_{kd}) \right)$$

Entonces en un tiempo finito ($t_{s3} > t_{s2}$) el sistema original queda reducido a la forma deseada con perturbación y dinámica cero de la siguiente forma:

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (4.52a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}, \mathbf{x}_2, w_r, T_L, \Psi_{ref}) \quad (4.52b)$$

donde $\mathbf{x}_2 = (\Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})$, y

$$\bar{\mathbf{f}}_2 = \begin{bmatrix} a_{54} \Psi_{ref} - a_{55} \Psi_{kd} \\ -a_{62} i_q - a_{66} \Psi_{1q} + a_{67} \Psi_{2q} \\ -a_{72} i_q + a_{76} \Psi_{1q} - a_{77} \Psi_{2q} \end{bmatrix}$$

El movimiento del sistema (4.52) con control (4.37) y (4.42) que garantiza modos deslizantes sobre la superficie $z_2 = 0$, cuando $\varepsilon_{fd} = 0$ y $\varepsilon_d = 0$, describe el sistema de Ecuaciones de Modos Deslizantes de la siguiente forma:

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 \quad (4.53a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{f}}_2(z_1, 0, \mathbf{x}_2, w_r, T_L, \Psi_{ref}) \quad (4.53b)$$

donde $\mathbf{x}_2 = (\Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})$, y

$$\tilde{\mathbf{f}}_2 = \begin{bmatrix} a_{54}\Psi_{ref} - a_{55}\Psi_{kd} \\ -a_{62} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14}\Psi_{ref} + a_{15}\Psi_{kd}} - a_{66}\Psi_{1q} + a_{67}\Psi_{2q} \\ -a_{72} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14}\Psi_{ref} + a_{15}\Psi_{kd}} + a_{76}\Psi_{1q} - a_{77}\Psi_{2q} \end{bmatrix}$$

La propiedad básica del control por modos deslizantes es que el control genera el subespacio (ξ) invariante, donde

$$\{\xi = (0, 0, 0, 0)^T \quad \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^3\} \quad \xi = (z_1, z_2, \varepsilon_d, \varepsilon_{fd})^T$$

La dinámica del vector \mathbf{x}_2 en este subespacio invariante es referida como la dinámica cero del sistema. Para calcular esta dinámica, como se refiere en el capítulo tres, es necesario sustituir (ξ) por el vector \mathbf{x}_1 , obteniendo la siguiente expresión;

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 \quad (4.54a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{f}}_2(\xi, \mathbf{x}_2, w_{ref}, T_L, \Psi_{ref}) \quad (4.54b)$$

donde

$$\bar{\mathbf{f}}_2 = \begin{bmatrix} a_{54}\Psi_{ref} - a_{55}\Psi_{kd} \\ -a_{62} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14}\Psi_{ref} + a_{15}\Psi_{kd}} - a_{66}\Psi_{1q} + a_{67}\Psi_{2q} \\ -a_{72} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14}\Psi_{ref} + a_{15}\Psi_{kd}} + a_{76}\Psi_{1q} - a_{77}\Psi_{2q} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Cuando el vector ξ se desvanece, se tiene:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{fd} = 0 &\Rightarrow \Psi_{fd} = \Psi_{ref}, \\ \varepsilon_d = 0 &\Rightarrow i_d = 0, \\ z_1 = 0 &\Rightarrow w_r = w_{ref} \\ z_2 &= 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto la dinámica cero se representa como,

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(0, \mathbf{x}_2, w_r, T_L, \Psi_{fd})$$

Este subsistema se puede dividir en una parte lineal y otra no lineal

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_2 + \mathbf{g}(\Psi_{kd}, w_{ref}, T_L) \quad (4.56)$$

donde

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -a_{55} & 0 & 0 \\ 0 & -a_{66} & a_{67} \\ 0 & a_{76} & -a_{77} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}(\Psi_{kd}, w_{ref}, T_L) = \begin{bmatrix} a_{54} \Psi_{ref} \\ a_{62} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14} \Psi_{ref} + a_{15} \Psi_{kd}} \\ a_{72} \frac{a_1 T_L + \dot{w}_{ref}}{a_{14} \Psi_{ref} + a_{15} \Psi_{kd}} \end{bmatrix}$$

donde $\mathbf{g}(x, w)$ es el término que contiene la perturbación que no se desvanece.

Para estimar la región (3.47) se hacen las siguientes hipótesis

- La matriz $\bar{\mathbf{A}}$ es Hurwitz,
- $\|\mathbf{g}(\Psi_{kd}, w_r, T_L)\| \leq p_2$

Si la matriz $\bar{\mathbf{A}}$ es Hurwitz, entonces existe una función de Lyapunov de forma cuadrática,

$$v_1 = \mathbf{x}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{x}_2, \quad (4.57)$$

donde $\mathbf{P}_2 > 0$

con las siguientes propiedades,

$$\alpha_{\min}(\mathbf{P}_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2 \leq \mathbf{x}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{x}_2 \leq \alpha_{\max}(\mathbf{P}_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2 \quad \text{y} \quad \|\mathbf{x}_2 \mathbf{P}_2\| \leq \alpha_{\max}(\mathbf{P}_2) \|\mathbf{x}_2\|_2$$

donde \mathbf{P}_2 es una solución definida positiva de la siguiente ecuación de Lyapunov,

$$\mathbf{P}_2 \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P}_2 = -\mathbf{Q}_2$$

para $\mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_2^T > 0$, y además $\mathbf{x}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}_2 \geq \alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2$. Con las propiedades anteriores y derivando (4.57) se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -\mathbf{x}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}_2 + 2\mathbf{x}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{g} \\ &\leq -\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2 + \alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) \theta_2 \|\mathbf{x}_2\|_2^2 + 2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2) p_2 \|\mathbf{x}_2\|_2 - \alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) \theta_2 \|\mathbf{x}_2\|_2^2 \\ &= -\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) (1 - \theta_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2 - \|\mathbf{x}_2\|_2 (\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) \theta_2 \|\mathbf{x}_2\|_2 - 2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2) p_2) \\ &= -\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2) (1 - \theta_2) \|\mathbf{x}_2\|_2^2 \end{aligned}$$

para todo,

$$\|\mathbf{x}_2\|_2 \geq \frac{2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2)}{2\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2)\theta_2}$$

Entonces por el lema 5.2 en [37] la solución de la dinámica cero se calcula como,

$$\|\mathbf{x}_2(t)\|_2 \leq c_1 \|\mathbf{x}_2(t_0)\|_2 e^{-c_2(t-t_0)} \quad \forall t < t_{dc}, \quad (4.58)$$

con

$$c_1 = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2)}{\alpha_{\min}(\mathbf{P}_2)}} \quad \text{y} \quad c_2 = \frac{(1-\theta_2)\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_1)}{2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_1)}$$

Por lo tanto (4.56) converge exponencialmente al conjunto compacto (3.39) definido como,

$$\|\mathbf{x}_2\|_2 \leq b_2, \quad b_2 = \frac{2\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2)}{\alpha_{\min}(\mathbf{Q}_2)\theta_2} \sqrt{\frac{\alpha_{\max}(\mathbf{P}_2)}{\alpha_{\min}(\mathbf{P}_2)}}, \quad \forall t \geq t_{dc}.$$

Se usa la proposición 3.3 y se concluye que la solución de la ecuación de modos deslizantes (4.52) es uniformemente acotada. Por lo tanto (4.54) es autónoma y exponencialmente estable con $k_1 > 0$. Por lo tanto

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_1(t) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_r(t) = w_{ref}$$

Un punto de equilibrio para este sistema es definido por w_{ref} , ψ_{ref} y el valor del par de la carga T_L . Los resultados de la simulación que se presentan en el capítulo siguiente, muestra que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

4.4 DISEÑO DE UN OBSERVADOR NO LINEAL PARA UN MSDE

Para los controladores diseñados en la sección anterior, se consideran que todas las variables de los estados y las perturbaciones están disponibles. En realidad solo se puede medir, la velocidad w_r y las corrientes de estator i_d e i_q . Entonces el sistema del motor síncrono (4.32) con perturbación, se puede presentar como un caso particular del sistema (3.43), donde $y_1 = w_r$, $y_2 = (i_q, i_d)^T$, $\mathbf{x} = (\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})^T$ y $\mathbf{w} = T_L$. La planta para el diseño del observador es:

$$\begin{aligned}
 \dot{w}_r &= -a_{11}i_q(t)i_d(t) - a_{12}i_d(t)\Psi_{1q} + a_{13}i_d(t)\Psi_{2q} + a_{14}i_q(t)\Psi_{fd} + a_{15}i_q(t)\Psi_{kd} - a_L T_L \\
 \dot{T}_L &= 0 \\
 \dot{\Psi}_{fd} &= -a_{43}i_d(t) + a_{45}\Psi_{kd} - a_{44}\Psi_{fd} + b_{43}v_{fd} \\
 \dot{\Psi}_{kd} &= -a_{53}i_d(t) + a_{54}\Psi_{fd} - a_{55}\Psi_{kd} \\
 \dot{\Psi}_{1q} &= -a_{62}i_q(t) - a_{66}\Psi_{1q} + a_{67}\Psi_{2q} \\
 \dot{\Psi}_{2q} &= -a_{72}i_q(t) + a_{76}\Psi_{1q} - a_{77}\Psi_{2q}
 \end{aligned} \tag{4.59}$$

El observador para los flujos magnéticos del rotor y del par de carga es:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{w}}_r &= -a_{11}i_q(t)i_d(t) - a_{12}i_d(t)\Psi_{1q} + a_{13}i_d(t)\Psi_{2q} + a_{14}i_q(t)\Psi_{fd} + \\
 &\quad a_{15}i_q(t)\Psi_{kd} - a_L T_L + l_1(w_r - \hat{w}_r) \\
 \dot{\hat{T}}_L &= l_2(w_r - \hat{w}_r) \\
 \dot{\hat{\Psi}}_{fd} &= -a_{43}i_d(t) + a_{45}\hat{\Psi}_{kd} - a_{44}\hat{\Psi}_{fd} + b_{43}v_{fd} \\
 \dot{\hat{\Psi}}_{kd} &= -a_{53}i_d(t) + a_{54}\hat{\Psi}_{fd} - a_{55}\hat{\Psi}_{kd} \\
 \dot{\hat{\Psi}}_{1q} &= -a_{62}i_q(t) - a_{66}\hat{\Psi}_{1q} + a_{67}\hat{\Psi}_{2q} \\
 \dot{\hat{\Psi}}_{2q} &= -a_{72}i_q(t) + a_{76}\hat{\Psi}_{1q} - a_{77}\hat{\Psi}_{2q}
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

donde

\hat{w}_r es la estimación de la velocidad del rotor

\hat{T}_L es la estimación del par de carga

$\hat{\Psi}_{fd}$, $\hat{\Psi}_{kd}$, $\hat{\Psi}_{1q}$, $\hat{\Psi}_{2q}$; son la estimaciones de los enlaces de flujo del rotor

l_1 y l_2 son las ganancias del observador.

Se definen los errores de estimación como

$$\tilde{w}_r = w_r - \hat{w}_r, \tag{4.61}$$

$$\tilde{T}_L = T_L - \hat{T}_L, \tag{4.62}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{fd} \\ \tilde{\Psi}_{kd} \\ \tilde{\Psi}_{1q} \\ \tilde{\Psi}_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{fd} \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_{1q} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{fd} \\ \hat{\Psi}_{kd} \\ \hat{\Psi}_{1q} \\ \hat{\Psi}_{2q} \end{bmatrix} \tag{4.63}$$

La estabilidad del observador (4.60) se analiza con la dinámica del error de observación,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = A(t)\boldsymbol{\varepsilon}, \tag{4.64}$$

donde $\varepsilon = (\tilde{w}_r, \tilde{T}_L, \tilde{\Psi}_{fd}, \tilde{\Psi}_{kd}, \tilde{\Psi}_{1q}, \tilde{\Psi}_{2q})^T$

Se hace notar que (4.64) es un sistema lineal con parámetros variantes en el tiempo.

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}(t) \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -l_1 & a_L \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12}(t) = \begin{bmatrix} \bar{a}_{13}(t) & \bar{a}_{14}(t) & \bar{a}_{15}(t) & \bar{a}_{16}(t) & \bar{a}_{17}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} -a_{44} & a_{45} & 0 & 0 \\ a_{54} & -a_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{66} & a_{67} \\ 0 & 0 & a_{76} & -a_{77} \end{bmatrix}, \text{ y}$$

$$\bar{a}_{13}(t) = a_{13}(t)i_d(t), \quad \bar{a}_{14}(t) = a_{14}i_q(t), \quad \bar{a}_{15}(t) = a_{15}i_q(t), \quad \bar{a}_{16}(t) = a_{16}i_d(t).$$

La dinámica de (3.57) para el motor síncrono es localmente estable (entrada estado). La matriz que cumple la hipótesis (h2) para el motor síncrono es de la forma:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 & a_l \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

la cual es observable, por lo tanto existen valores l_1 y l_2 , tal que la matriz \mathbf{A}_{11} tenga los valores deseados, donde los valores propios de \mathbf{A}_{22} son:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(a_{77} + a_{66}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a_{77} - a_{66})^2 + 4a_{67}a_{76}}$$

$$\lambda_{3,4} = -\frac{1}{2}(a_{44} + a_{55}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a_{44} - a_{55})^2 + 4a_{54}a_{45}}$$

reales y negativos. Por lo tanto las hipótesis (h1-h3) de la sección (3.4) se cumplen y con la proposición 3.4 se puede concluir que el sistema (4.64) es asintóticamente estable. Entonces por el teorema 3.2 se tiene

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{T}_L &= T_L & \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{w}_r &= w_r \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\Psi}_{fd} &= \Psi_{fd} & \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\Psi}_{kd} &= \Psi_{kd} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\Psi}_{1q} &= \Psi_{1q} & \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\Psi}_{2q} &= \Psi_{2q} \end{aligned}$$

Los resultados del observador $\hat{\Psi}_i$, $i = fd, kd, 1q, 2q$ y \hat{T}_L son utilizados en las leyes de control (4.37), (4.42) y (4.51).

CAPÍTULO V

SIMULACIONES

5.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se establecieron las bases para el control de la velocidad para dos tipos de motores síncronos. En el capítulo dos, se desarrolló el modelo matemático de séptimo orden para un motor síncrono con devanado de campo y después para un motor de imanes permanentes. En el capítulo tres se describieron las bases matemáticas para el control por bloques con modos deslizantes, así como para el diseño de observadores para estimar los estados no medibles y de la perturbación externa. Por último en el capítulo cuatro se aplicaron las técnicas desarrolladas para controlar la velocidad de los dos tipos de motores síncronos.

En este capítulo se presentan los resultados de simulación de los algoritmos propuestos, ante diferentes perturbaciones. Se analizan los resultados del desempeño de los controladores propuestos y de los observadores desarrollados. Primero se presentan los resultados del motor de imanes permanentes, en lazo abierto ante aceleración libre y posteriormente, una vez estabilizado, se aplica un par de carga de forma de escalón. Se continúa con la respuesta dinámica del motor con el controlador propuesto ante diferentes perturbaciones de par de carga y con diferentes valores de velocidad deseada. Después se muestran los resultados del motor con devanado de campo excitado en donde se analizan cuatro casos con diferentes perturbación en la carga y ante diferentes requerimientos de velocidad deseada. Por último se dan los resultados del desempeño del observador y de los controladores propuestos.

5.2 MOTOR SÍNCRONO DE IMANES PERMANENTES.

Una característica de los motores síncronos es que la velocidad del rotor en estado estable depende solo de la frecuencia del voltaje de alimentación del estator y del número de polos independiente de los parámetros del motor de la carga.

En esta sección, se presentan los resultados de las simulaciones para el motor de imanes permanentes en lazo abierto ante un cambio súbito del par de carga, con voltaje nominal. Posteriormente se muestran los resultados del comportamiento dinámico del motor bajo la acción del controlador y del observador propuesto.

5.2.1 PARÁMETROS DEL MOTOR SINCRONO DE IMANES PERMANENTE.

El MSIP consiste de un rotor de superficie magnética con geometría isotrópica donde las inductancias L_d y L_q son iguales; aunque el algoritmo desarrollado puede considerar inductancias de valor diferente y así poder conocer el desempeño del control en caso de saliencia diferente de cero en el rotor. Los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de imanes permanentes analizado son los siguientes:

$$P = 2 \text{ polos}, \Psi'_m = 0.319Vs, r_s = 2.6\Omega, L_d = L_q = 6.06mH, J = 3.5 \times 10^{-5} Nm, v_s = 127 \text{ volts}.$$

5.2.2 RESPUESTA DINÁMICA DEL MSIP EN LAZO ABIERTO ANTE UN CAMBIO SÚBITO DEL PAR DE CARGA.

El motor se arranca con voltaje pleno con carga cero, en el instante de 0.35 seg se aplica un par de carga de 3.5 N-m y así permanece constante. La expresión del par mecánico aplicado a la flecha del motor es:

$$T_l = \begin{cases} 0 \text{ N} \cdot \text{m} & t < 0.35 \text{ seg} \\ 3.5 \text{ N} \cdot \text{m} & t \geq 0.35 \text{ seg} \end{cases} \quad (5.1)$$

Los voltajes aplicados a los devanados de las fases del estator son:

$$\begin{aligned} v_{as} &= v_s \cos(2\pi f) \text{ volts} \\ v_{bs} &= v_s \cos\left(2\pi f - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ volts} \\ v_{cs} &= v_s \cos\left(2\pi f + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ volts} \end{aligned}$$

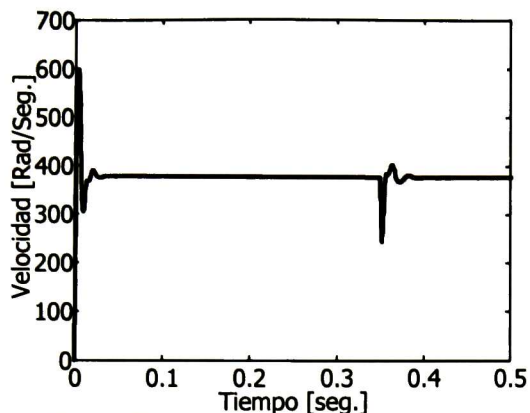


Fig. 5.1 Dinámica de la velocidad del rotor ante un escalón del par de carga.

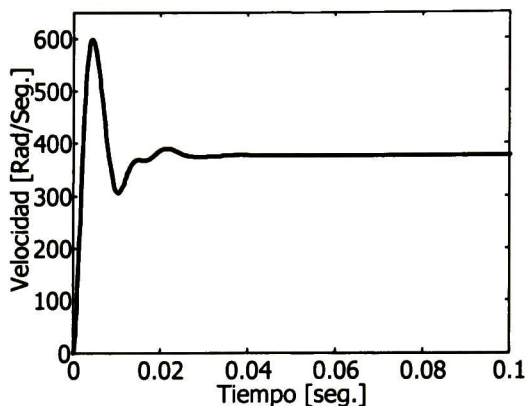


Fig. 5.2 Ampliación del comportamiento de la velocidad durante la aceleración libre.

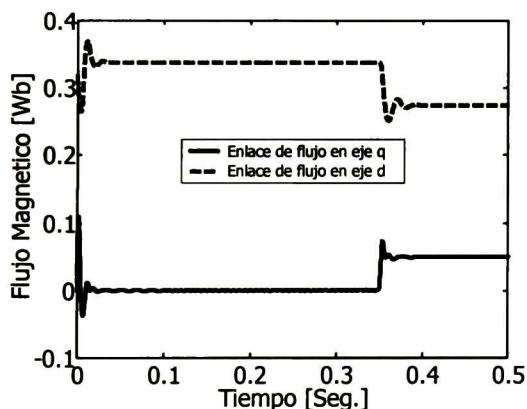


Fig. 5.3 Comportamiento dinámico de los enlaces de flujo del MSIP Arranque en vacío

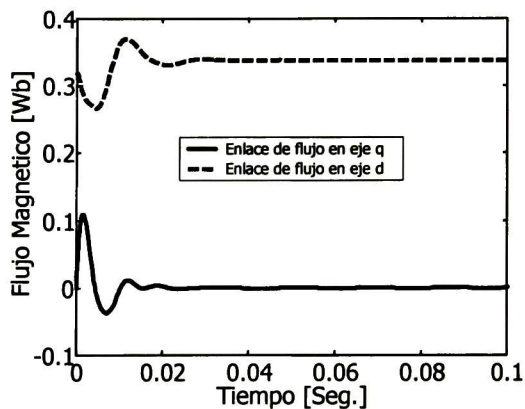


Fig. 5.4 Ampliación del comportamiento de los enlaces de flujo d y q . Arranque en vacío

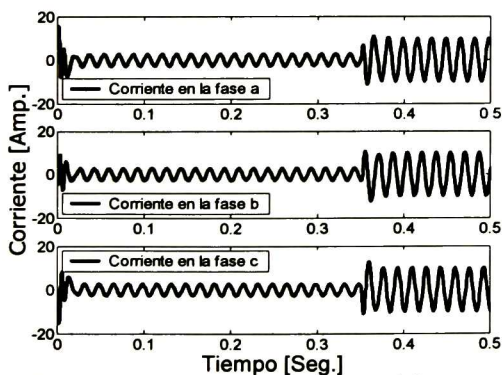


Fig. 5.5 Respuesta de las corrientes del estator ante un escalón de par de carga.

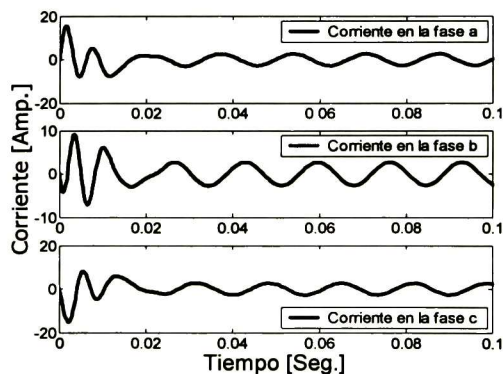


Fig. 5.6 Comportamiento de las corrientes de fase durante la aceleración libre.

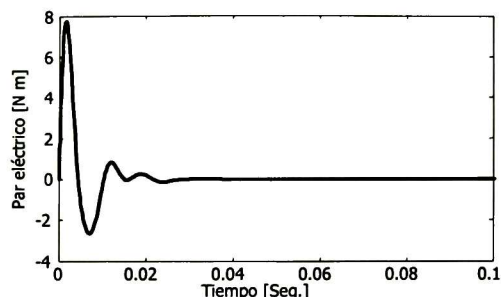


Fig. 5.7. Respuesta del par eléctrico durante la aceleración libre.

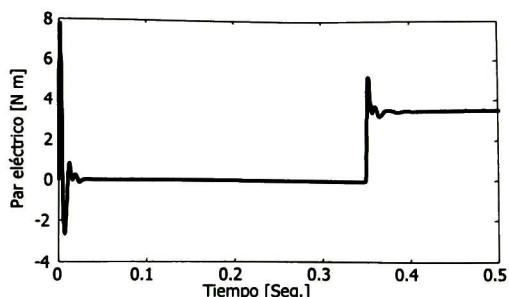


Fig. 5.8 Comportamiento del par eléctrico ante un escalón del par de carga.

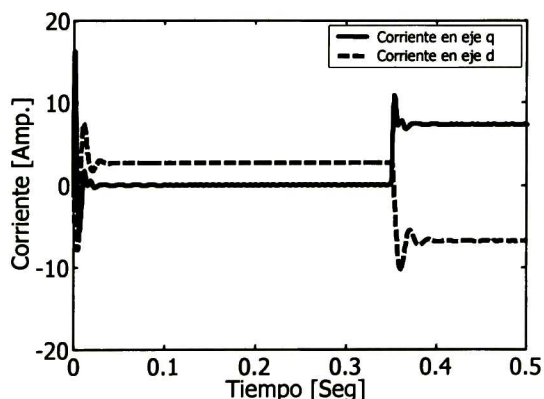


Fig. 5.9 Comportamiento dinámico de las corrientes del estator en eje d y q del MSIP.

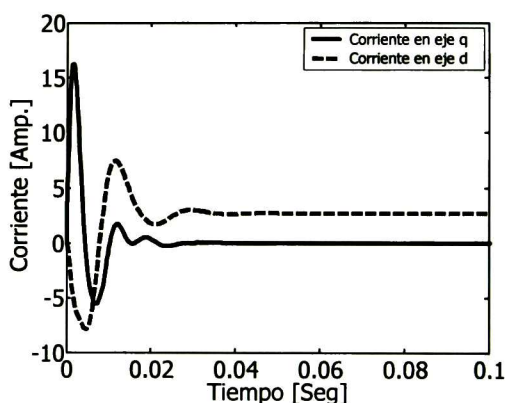


Fig. 5.10 Ampliación del comportamiento de las corrientes en eje d y q .

En las Figs. 5.1-5.10, se muestran los estados del MSIP en lazo abierto para una perturbación de par de carga como se indica en (5.1). La respuesta dinámica de la velocidad del rotor se muestra en las Figs. 5.1, 5.2, se observa una oscilación con un valor pico de 600 rad/seg. que se amortigua en 0.35 seg. aproximadamente. Se observa que en los instantes de arranque y de la aplicación del par de carga, el par electromagnético presenta la mayor razón de cambio figs. 5.7, 5.8. La corriente de eje directo experimenta un cambio de valor que la hace negativa (diferente de cero) y prácticamente simétrica respecto de la componente de eje de cuadratura, como se muestra en la Fig. 5.9.

La dinámica del par electromagnético es relativamente rápida, tarda aproximadamente 0.05 segundos en lograr la estabilidad e igualar al par de carga.

5.2.3 APLICACIÓN DE LA LEY DE CONTROL AL MSIP

A continuación, se presentan los resultados de la dinámica del motor con la acción del controlador y el estimador propuestos. Los parámetros son los descritos en la sección anterior. Se supone que parámetros y todos los estados son conocidos. Se analizan dos casos:

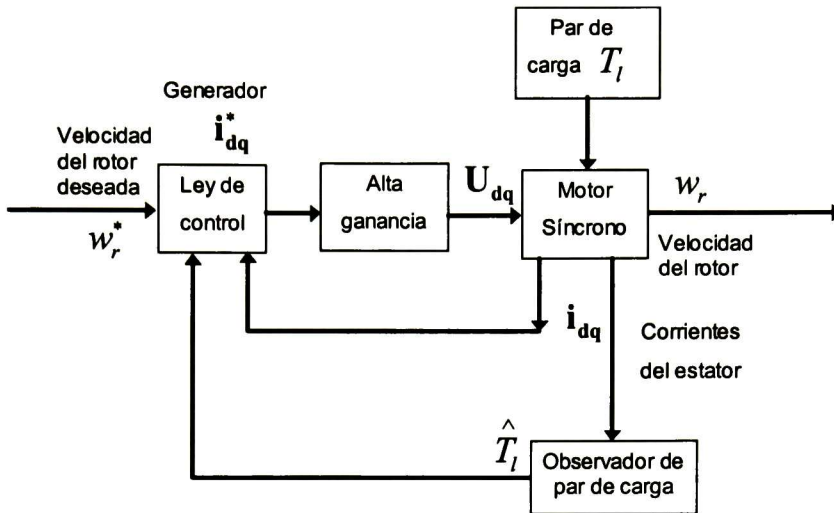


Fig. 5.11 Diagrama de bloques del esquema de control propuesto para el MSIP.

Caso 1. El motor se arranca en vacío y después de un segundo se aplica un par de carga de 2 N·m. y posteriormente en el instante de 2.5 seg. se le aplica un par de carga de -0.5 N·m. El motor deberá cumplir con los requerimientos de velocidad deseada (referencia) como se indica a continuación:

$$T_l = \begin{cases} 0 & \text{N} \cdot \text{m} & t < 1 \text{ seg} \\ 2.0 & \text{N} \cdot \text{m} & 1 \text{ seg.} < t < 2.5 \text{ seg} \\ -0.5 & \text{N} \cdot \text{m} & t > 2.5 \text{ seg} \end{cases} \quad w_r^* = \begin{cases} 0 & \text{rad / seg} & t < 0.25 \text{ seg} \\ 100 & \text{rad / seg} & .25 \text{ seg} < t < 2 \text{ seg} \\ 50 & \text{rad / seg} & 2 \text{ seg} < t < 3.5 \text{ seg} \\ -50 & \text{rad / seg} & t > 3.5 \end{cases}$$

El valor propio para la dinámica deseada para el motor controlado (expresada por 4.14) es $c_1 = 100$. La velocidad de convergencia del estimador del par de carga es determinada por la elección de los eigenvalores del sistema expresado por (4.18), para este motor, los eigenvalores propuestos son $\lambda_{1,2} = -440$, y las ganancias calculadas para el estimador son: $l_1 = 880$ y $l_2 = -6.776$.

El sistema de control tiene dos estructuras de control de lazo cerrado: una corriente de control de lazo interno y otra corriente de control de lazo externo, con la interacción de estas se obtiene la dinámica deseada en lazo cerrado. El diagrama de bloques del sistema de control se muestra en la Fig. 5.11. Las componentes voltajes de control son:

$$u_{d0} = 440 \text{ sign}(e_d) \quad u_{q0} = 440 \text{ sign}(e_q)$$

Los resultados de las simulaciones para el motor aplicando el controlador por modos deslizantes propuesto en la sección (4.2) se muestran en las Figs. 5.12-5-16. La Fig. 5.12 muestra la respuesta a cambios en la velocidad deseada y calculada, donde se puede observar buen desempeño. Se observan pequeñas variaciones de velocidad que se presentan en los instantes en que ocurren los cambios de par de carga (1 y 3.5 segs.). Un acercamiento de la velocidad durante el arranque en vacío y en el instante de aplicación de la carga en 1 seg. se muestran en las Figs. 5.14 y 5.15 respectivamente. La máxima variación de carga es de 12.5 rad/seg y se estabiliza en 0.025 seg

En la Fig. 5.13 muestra el par de carga (T_l) aplicado al motor, y la dinámica estimada del par de carga (\hat{T}_l) usada en el controlador.

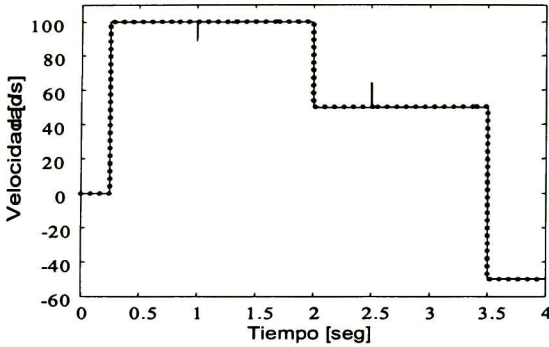


Fig. 5.12 Velocidad del motor (línea continua) y velocidad deseada (línea punteada).

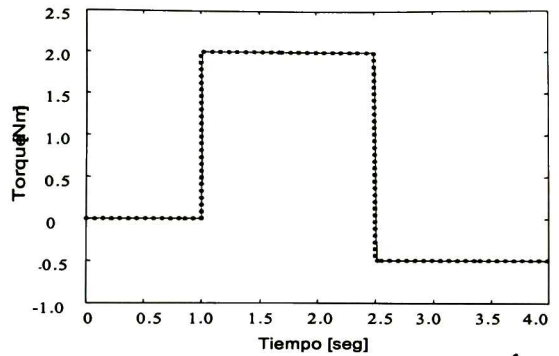


Fig. 5.13 Par de la carga T_l y su estimación \hat{T}_l

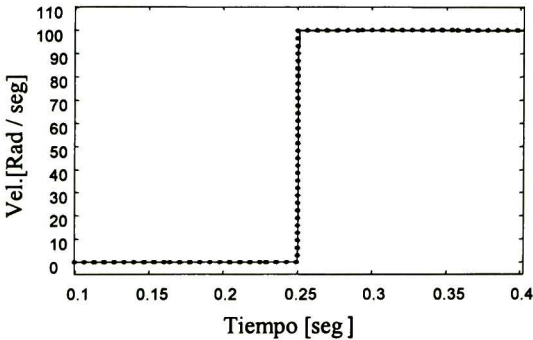


Fig. 5.14 Ampliación del comportamiento de la velocidad inicial.

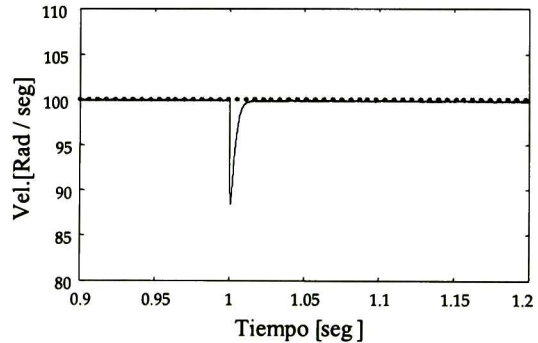


Fig. 5.15 Ampliación del transitorio de la velocidad al incrementar el par de la carga.

La Fig. 5.16 muestra el comportamiento de la corriente en eje q donde se pueden observar los sobre impulsos, con una magnitud máxima de 22 amp., los cuales son provocados por los cambios en las condiciones de operación del motor. En la Fig. 5.17 se muestra el seguimiento dinámico del par eléctrico y del par de carga. Se muestra en la Fig. 5.18 el error de seguimiento de la velocidad. En la Fig. 5.19 se muestra el error de estimación del par de carga, después de la perturbación a los 1 y 2.5 seg.

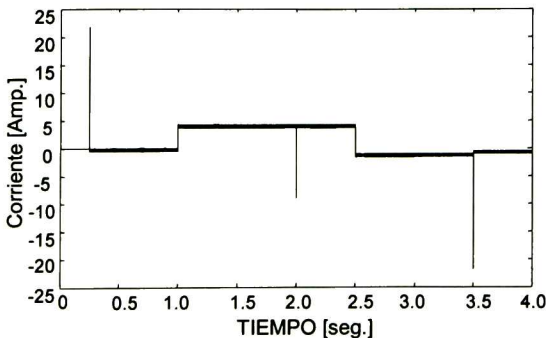


Fig. 5.16 Corriente en eje q

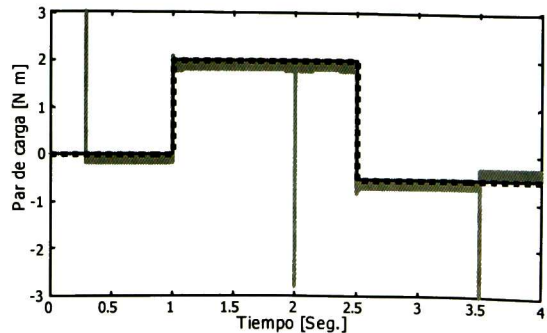


Fig. 5.17 Par de carga actual (línea punteada) y par eléctrico (línea continua)

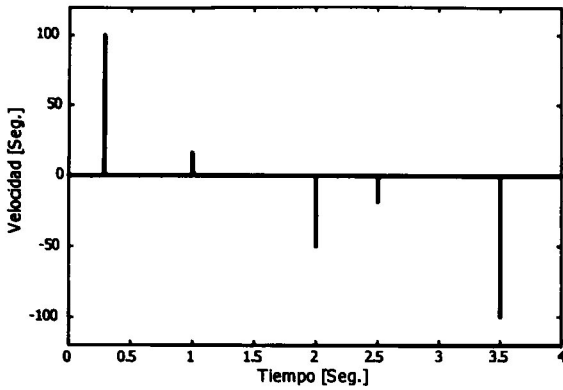


Fig. 5.18 Error entre la velocidad del rotor y velocidad deseada. Z_1

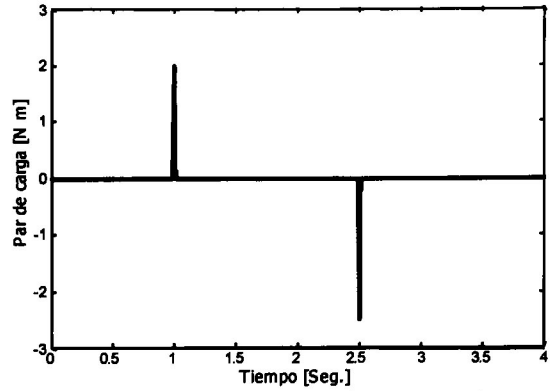


Fig. 5.19 Error entre el par de carga y el par estimado.

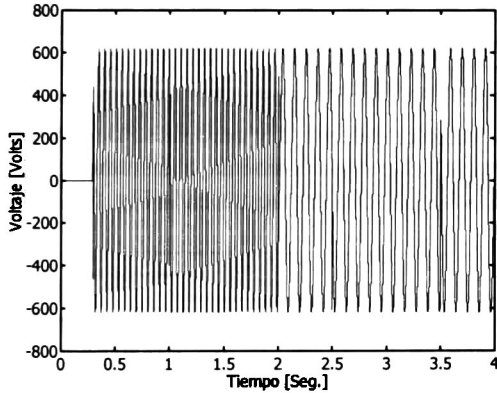


Fig. 5.20 Voltaje en la fase a para el caso 1.

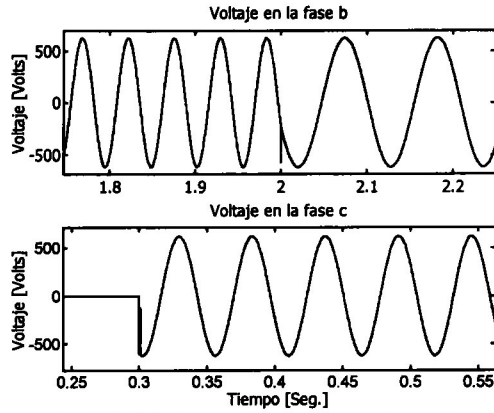


Fig. 5.21 Voltaje en la fase b y c para el caso 1.

En las Figs. 5.20-5.23 se observa la variación de la corriente y voltaje cuando el par de carga aumenta o disminuye.

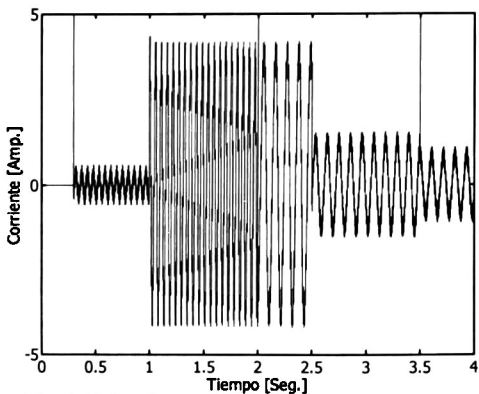


Fig. 5.22 Corriente en la fase a para el caso 1.

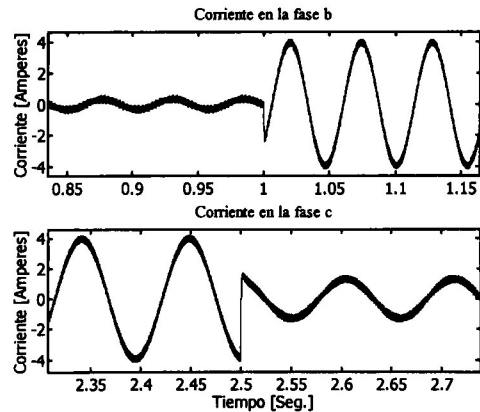


Fig. 5.23 Corriente en la fase b y c para el caso 1.

Caso 2: Con la idea reducir las variaciones bruscas en la dinámica del motor se aplican componentes de carga mas pequeñas. Los requerimientos de velocidad deseada bajo los cambios de par se representan por las siguientes funciones:

$$T_l = \begin{cases} 1.0 \text{ N}\cdot\text{m} & t < 0.5\text{seg} \\ 1.1 \text{ N}\cdot\text{m} & 0.5 \text{ seg.} < t < 1.5\text{seg} \\ 1.2 \text{ N}\cdot\text{m} & 1.5 \text{ seg.} < t < 2.5\text{seg} \\ 1.3 \text{ N}\cdot\text{m} & 2.5 \text{ seg.} < t < 3.5\text{seg} \\ 1.1 \text{ N}\cdot\text{m} & t > 3.5\text{seg} \end{cases} \quad w_r^* = \begin{cases} 0 \text{ rad/seg} & t < 0.5\text{seg} \\ 15 \text{ rad/seg} & 0.5 \text{ seg} < t < 1.5 \text{ seg} \\ 60 \text{ rad/seg} & 1.5 \text{ seg} < t < 2.5 \text{ seg} \\ 90 \text{ rad/seg} & 2.5 \text{ seg} < t < 3.5 \text{ seg} \\ 25 \text{ rad/seg} & t > 3.5\text{seg} \end{cases}$$

Los parámetros del motor son los ya definidos, por lo que los valores propios y las ganancias calculadas son los del caso 1: $c_1 = 100$, $\lambda_{1,2} = -440$, $l_1 = 880$ y $l_2 = -6.776$.

Los voltajes de control son:

$$u_{d0} = 440 \text{ sign}(e_d)$$

$$u_{q0} = 440 \text{ sign}(e_q)$$

En la Fig. 5.24 se muestran la respuesta a cambios en la velocidad deseada y calculada, donde se puede observar que no hay oscilaciones en la dinámica de la velocidad cuando aumenta o disminuye el par de carga. En este caso los cambios de par no son mayores a 0.2 N- m., como se muestra en la Fig. 5.25.

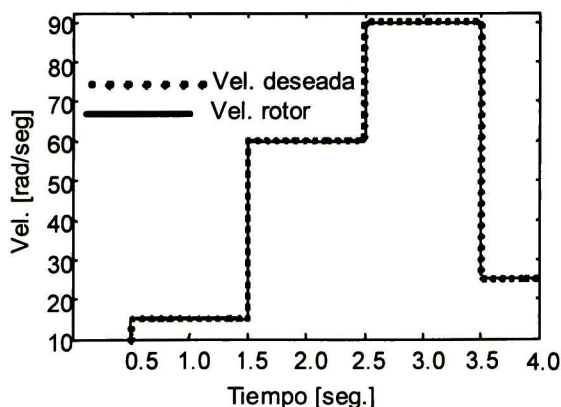


Fig. 5.24 Velocidad del motor (línea continua) y velocidad deseada (línea punteada)

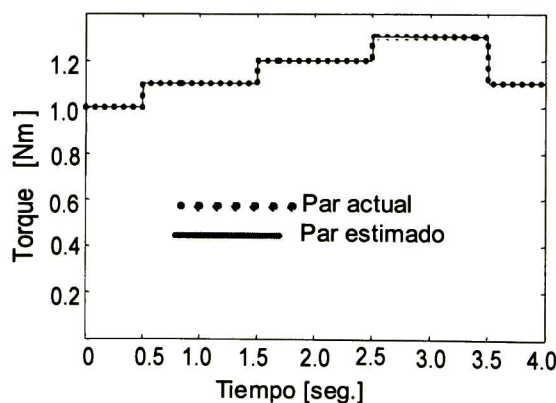


Fig. 5.25 Par de carga y su estimación.

En la Fig. 5.28 se muestra el seguimiento dinámico del par de carga, el par de carga calculado y el par eléctrico, donde el error del par calculado se presenta en la Fig. 5.27. El error de seguimiento de la velocidad se muestra en la Fig. 5.26. La Fig. 5.29 muestra el comportamiento de la corriente en el eje q donde se pueden observar los sobre impulsos, con una magnitud máxima de 11 amp., los cuales son provocados por los cambios en las condiciones de operación del motor.

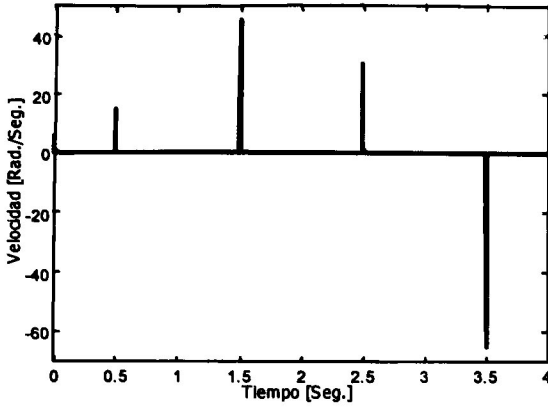


Fig. 5.26 Error entre la velocidad del rotor y velocidad deseada. z_1

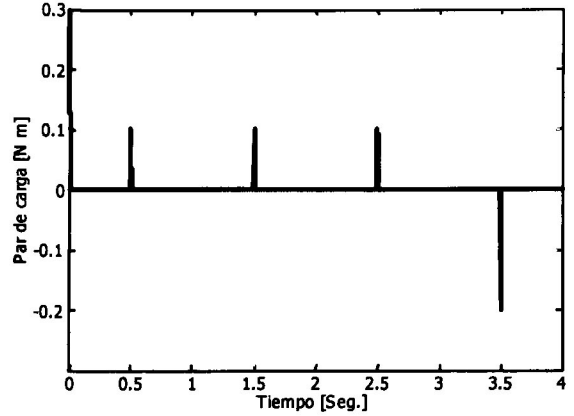


Fig. 5.27 Error entre el par de carga y el par estimado.

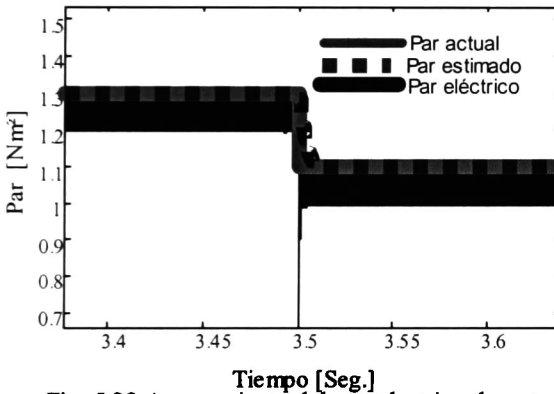


Fig. 5.28 Acercamiento del par electrico durante un decremento del par de carga y el seguimiento dinámico del par estimado

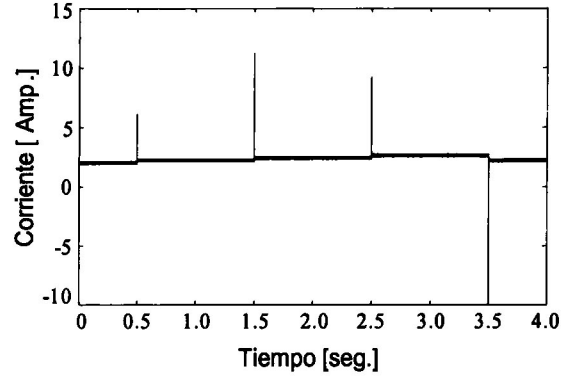


Fig. 5.29 Corriente en eje directo del MSIP

En las Figs. 5.30-5.33 se observa la variación de la frecuencia del voltaje y de la corriente a los requerimientos de la velocidad deseada.

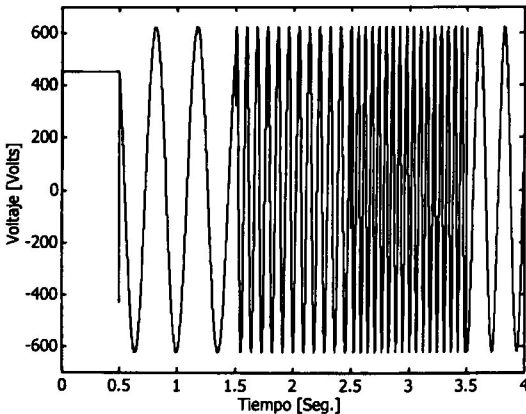


Fig. 5.30 Voltaje en la fase a para el caso 2.

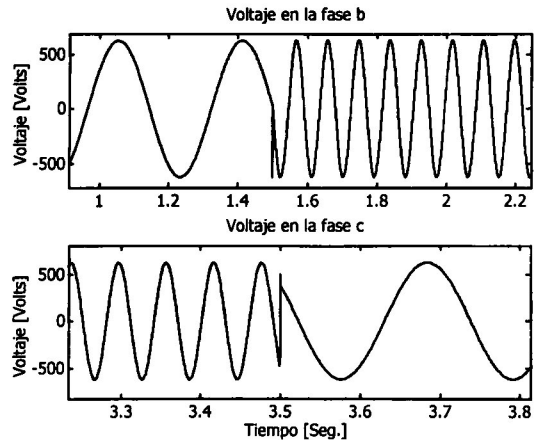


Fig. 5.31 Voltaje en la fase b y c para el caso 2.

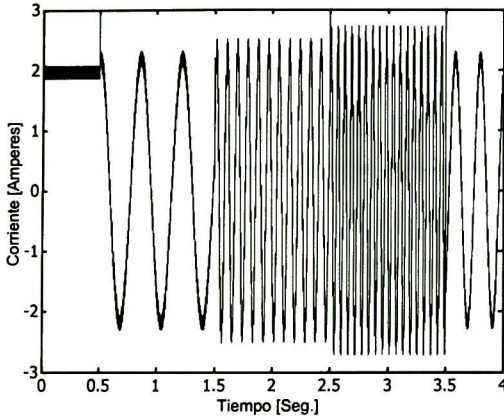


Fig. 5.32 Corriente en la fase a para el caso 2.

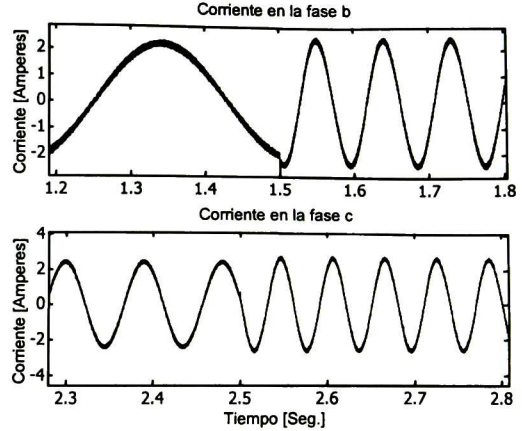


Fig. 5.33 Corriente en la fase b y c para el caso 2.

5.3 MOTOR SÍNCRONO CON DEVANADO EXCITADO.

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones para el motor síncrono con devanado excitado, primero en lazo abierto ante un cambio súbito del par de carga, aplicando voltaje nominal y posteriormente se aplican los voltajes de control en lazo cerrado diseñados en (4.23) (4.28) y (4.37) para regular la velocidad al valor deseado. El par de carga y la magnitud del enlace de flujo en el devanado de excitación son estimados con (4.47) e incorporados en los algoritmos de control.

5.3.1 PARÁMETROS DEL MSDE.

El MSDE analizado tiene una potencia de 20 kvA y es representado por un modelo de séptimo orden (2.146) con los parámetros indicados de la siguiente tabla:

Tabla 1. Parámetros del motor síncrono.

R_s	R_{fd}	R_{kd}	R_{1q}	R_{2q}	J	ω_s
0.1	0.016	0.113	0.1133	0.1133	0.2	$2\pi f$
L_d	L_q	L_{fd}	L_{kd}	L_{1q}, L_{2q}	L_{mq}	L_{md}
4.89mH	4.79mH	4.48mH	4.39mH	2.91mH	2mH	4mH

5.3.2 RESPUESTA DINÁMICA DEL MSDE DURANTE UN CAMBIO SÚBITO DEL PAR DE CARGA EN LAZO ABIERTO.

El motor se arranca con un par de carga de 51.03 N-m, después el par de carga se hace cero y posteriormente de nuevo cambia a 51.03 N-m, siempre se mantiene el voltaje nominal constante. El par de carga se puede expresar por la función:

$$T_l = \begin{cases} 51.03 \text{ Nm}^2 & t < 2 \text{ seg} \\ 0 \text{ Nm}^2 & 2 \text{ seg.} < t < 5 \text{ seg} \\ 51.03 \text{ Nm}^2 & t > 5 \text{ seg} \end{cases} \quad (5.2)$$

Los voltajes aplicados a los devanados del estator son:

$$v_{as} = 440 \cos(2\pi f) \text{ volts} \quad v_{bs} = 440 \cos(2\pi f - \frac{2\pi}{3}) \text{ volts} \quad v_{cs} = 440 \cos(2\pi f + \frac{2\pi}{3}) \text{ volts}$$

En las figuras 5.34-5.39 se puede observar la dinámica de los diferentes estados del motor síncrono en lazo abierto ante variaciones del par de carga definido por (5.2). En la Fig. 5.34 se puede observar el comportamiento dinámico de la velocidad del rotor en el instante en que aumenta el par de carga, en este instante ocurre el par de aceleración máximo, el cual se atenúa gradualmente a medida que el par electromagnético lo compensa. El sobre impulso máximo de la velocidad es de 10.5 rad./seg. Con un tiempo de establecimiento de 1.5 seg. En las Figs. 5.36-5.37 se muestra el cambio de magnitud de las corrientes de eje *d* y *q* durante un cambio súbito del par de carga.

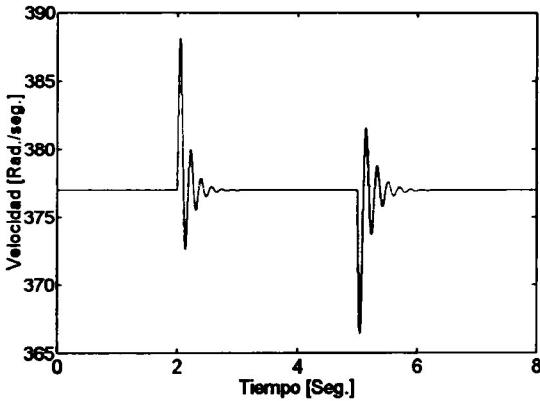


Fig. 5.34 Respuesta dinámica de la velocidad del MS durante el cambio del par de carga.

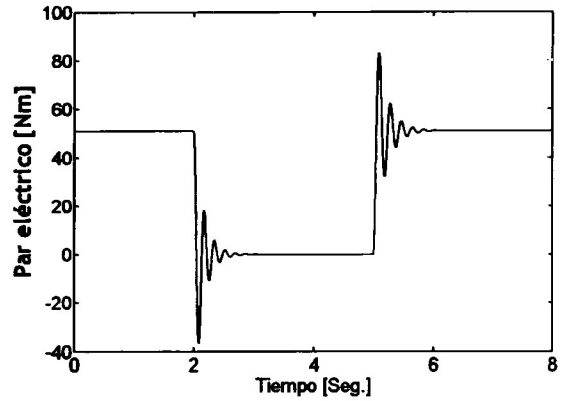


Fig. 5.35 Respuesta del par eléctrico.

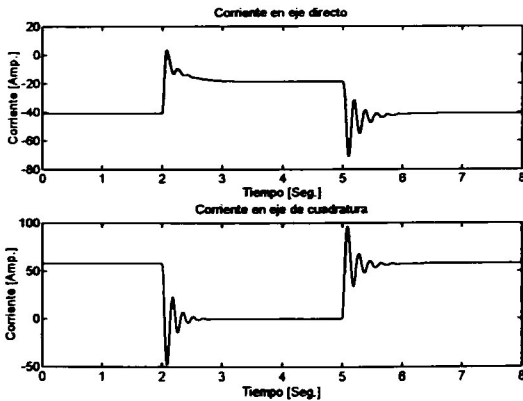


Fig. 5.36 Respuesta dinámica de las corrientes en eje directo y cuadratura

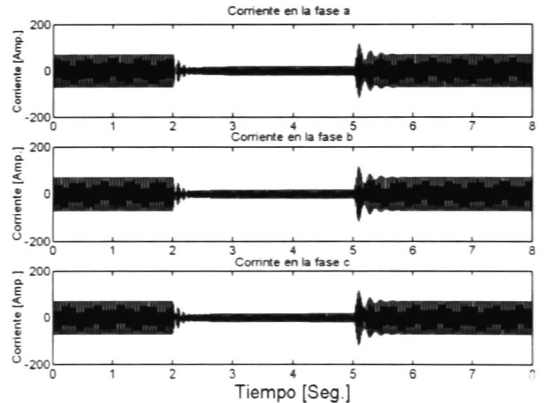


Fig. 5.37 Respuesta dinámica de las corrientes en el estator.

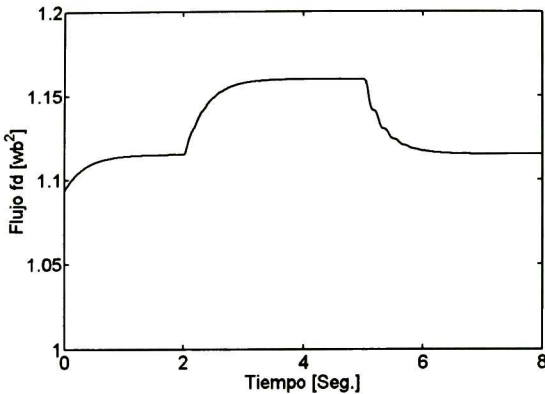


Fig. 5.38 Enlace de flujo en el devanado de excitación Ψ_{fd}

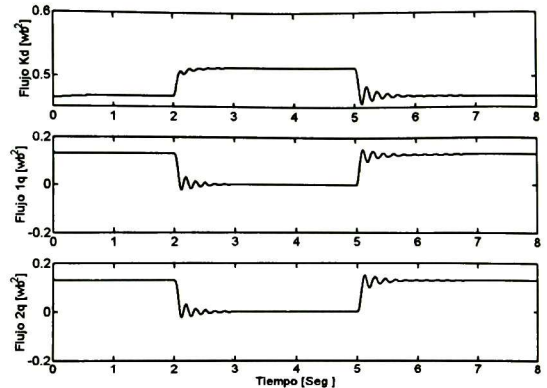


Fig. 5.39 Enlaces de flujo en los devanados de amortiguamiento k_d, l_q y $2q$

5.3.3 APLICACIÓN DE LA LEY DE CONTROL AL MSDE

En esta sección se muestran los resultados de los algoritmos de control diseñados en el capítulo 4, se presentan las trayectorias de los estados para un MSDE en lazo cerrado aplicando la ley de control propuesta en el capítulo anterior, suponiendo que todos los parámetros y estados son conocidos. Los valores de los parámetros del MS son los mismos de la sección anterior.

Para el caso 3 se analiza la dinámica del motor del ante un par de carga y velocidad de referencia descritas por las siguientes funciones,

$$T_l = \begin{cases} 20 \text{ Nm}^2 & t < 1.75 \text{ seg} \\ 40 \text{ Nm}^2 & t > 1.75 \text{ seg} \end{cases} \quad \omega_{ref} = \begin{cases} 0 \text{ rad/seg} & t < 1 \text{ seg} \\ 377 \text{ rad/seg} & 1 \text{ seg} > t < 4 \text{ seg} \\ 100 \text{ rad/seg} & t > 4 \end{cases}$$

La ganancia del controlador correspondiente a (4.35) es $c_1=300$, los voltajes máximos de la señal de control son los siguientes: $u_{d0}=800\text{v}$, $u_{q0}=800\text{v}$, $u_{f0}=13.748\text{v}$, y las ganancias del observador no lineal expresadas por (4.47) son: $l_1 = 90$ y $l_2 = -400.2$.

El diagrama de bloques del sistema con retroalimentación de los estados observados y el estimador del par de la carga se muestra en la Fig 5.40. Todas las condiciones iniciales de la planta y del observador son igualadas a cero. La magnitud del enlace de flujo de referencia es $\Psi_{ref} = 3 \text{ wb}^2$

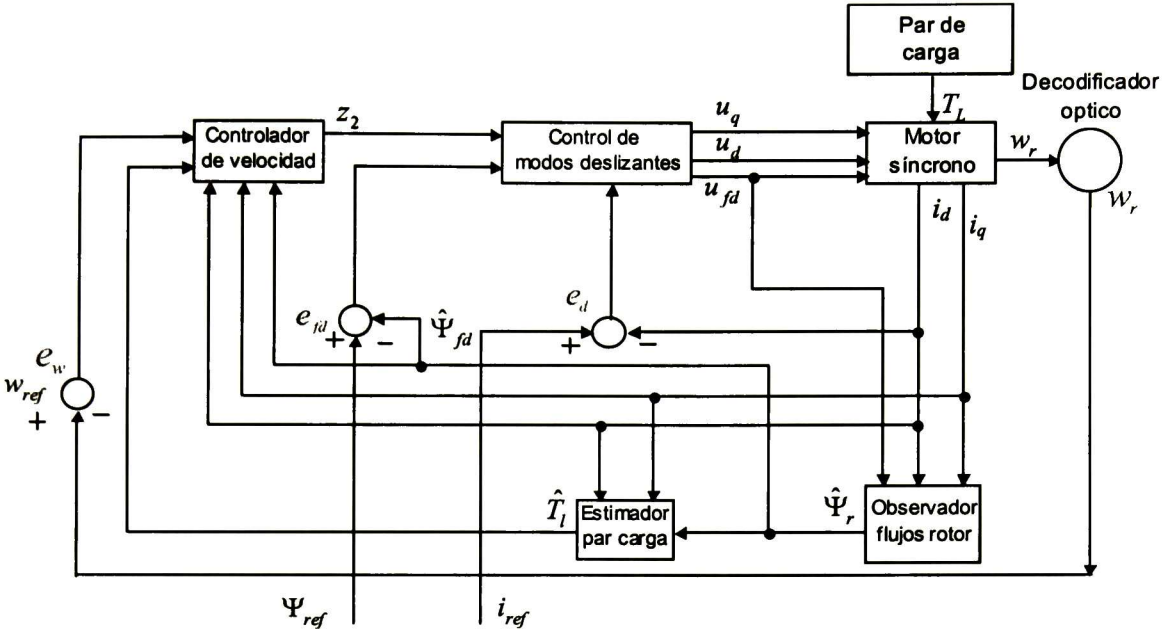


Fig. 5.40 Diagrama de bloques del sistema de control propuesto para el MSDE.

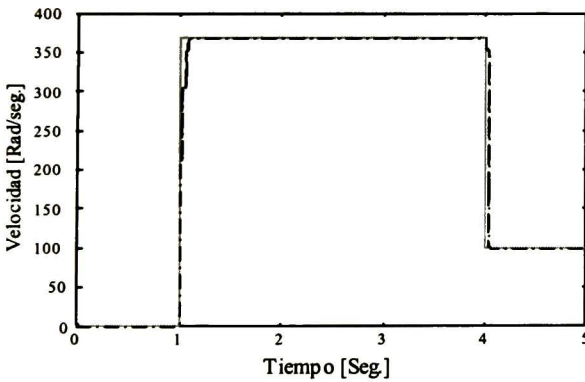


Fig. 5.41 Velocidad del motor (línea punteada) y velocidad de referencia (línea continua).

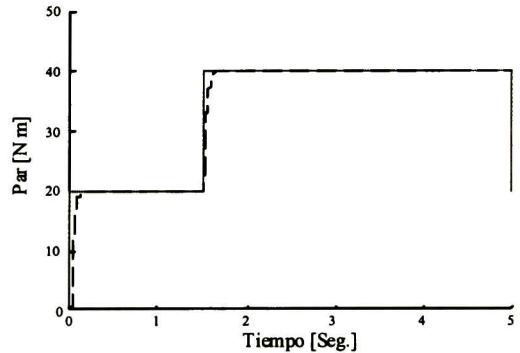


Fig. 5.42 Par actual de la carga (línea continua) y par estimado (línea punteada)

En las Figs. 5.41-5.48 se muestra el desempeño de algunas variables de interés como por ejemplo: la velocidad del rotor (w_r), la dinámica del estimador del par de carga (\hat{T}_L), los voltajes de control y la dinámica de la estimación de los enlaces de flujo en el rotor ($\hat{\Psi}_{fd}, \hat{\Psi}_{kd}, \hat{\Psi}_{1q}, \hat{\Psi}_{2q}$). De las gráficas se observa el buen desempeño dinámico de las variables en lazo cerrado.

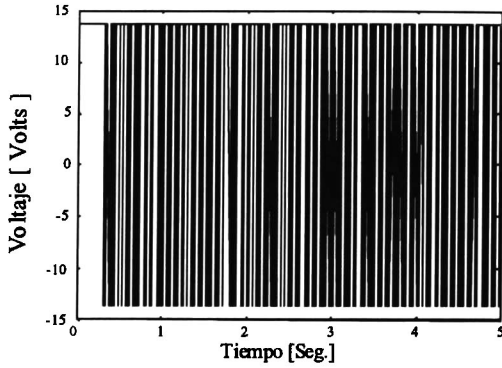


Fig. 5.43 Voltaje de control en devanado de excitación

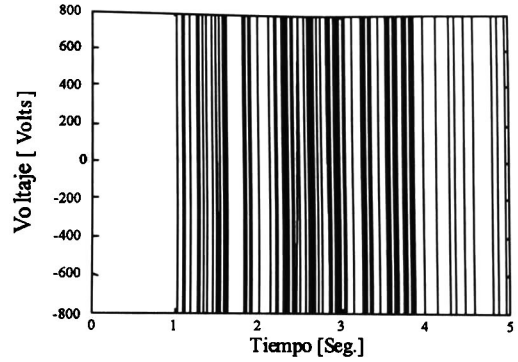


Fig. 5.44 Voltaje control en eje d

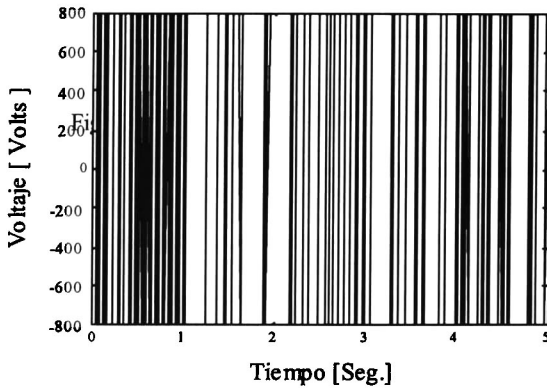


Fig. 5.45 Voltaje de control en eje q

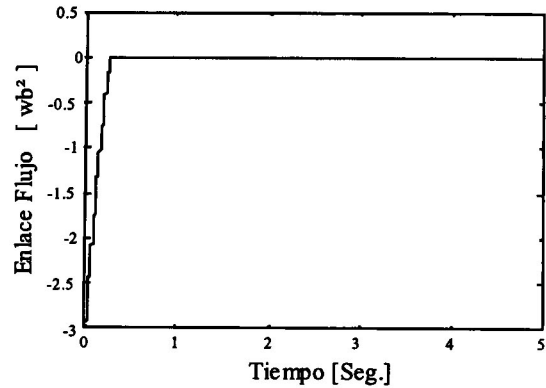


Fig. 5.46 Superficie de modos deslizantes e_{fd}

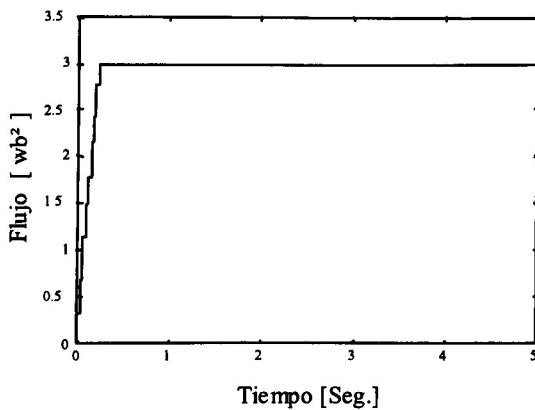


Fig. 5.47 Estimación del flujo del devanado de excitación Ψ_{fd}

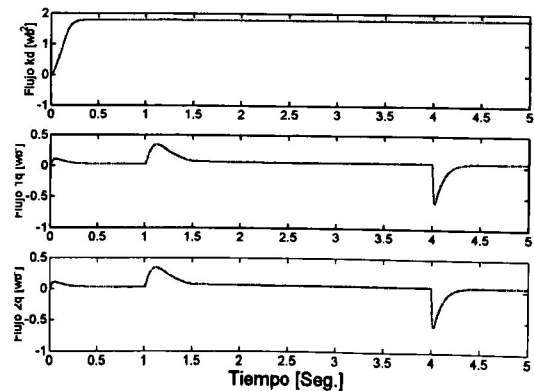


Fig. 5.48 Enlaces de flujo kd , lq y $2q$ actual y estimado

El error de seguimiento de la velocidad deseada y del error de estimación del par de carga se muestran en las Figs. 5.49 y 5.50.

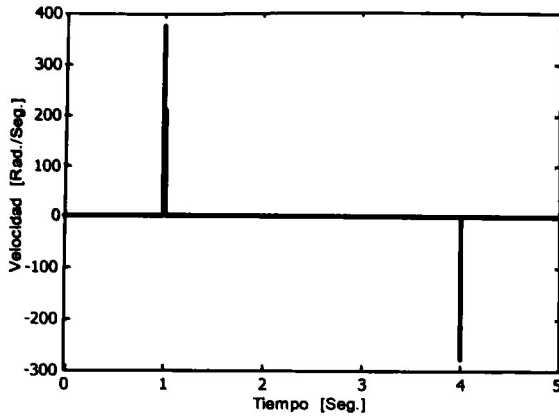


Fig. 5.49 Error entre la velocidad deseada y la velocidad de referencia.

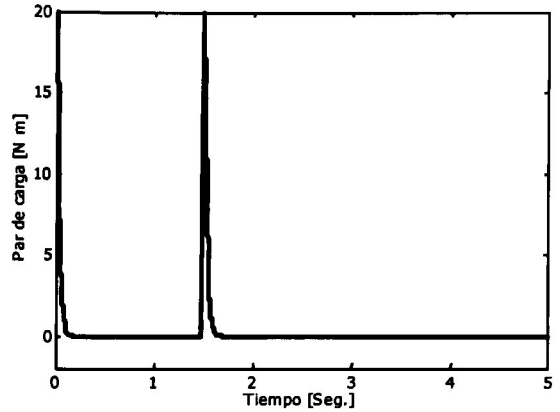


Fig. 5.50 Error entre el par de carga y el par estimado.

Los voltajes y corrientes en coordenadas *abc* se muestran en las Figs. 5.51-5.54.

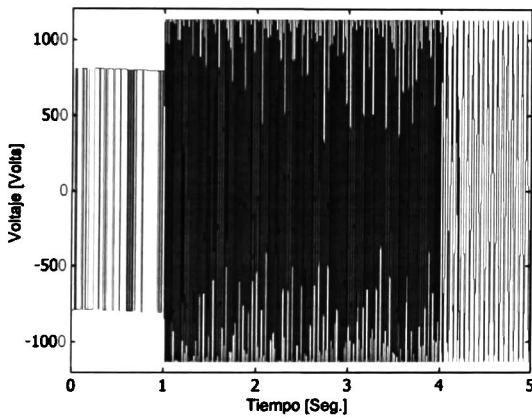


Fig. 5.51 Voltaje en la fase a para el caso 3.

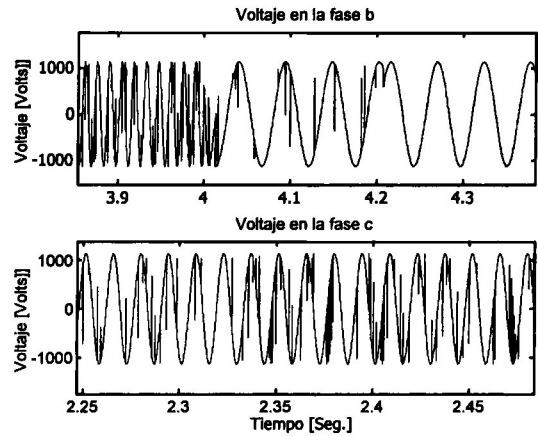


Fig. 5.52 Voltaje en la fase b y c para el caso 3.

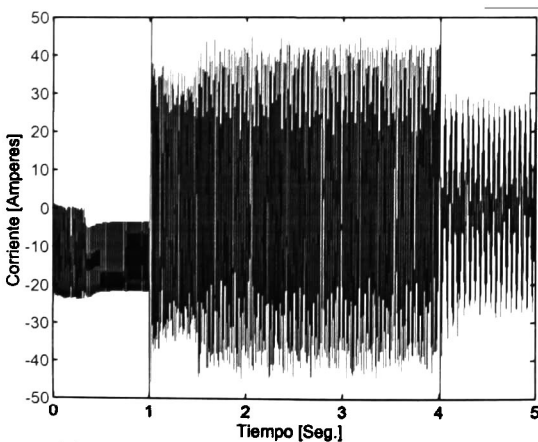


Fig. 5.53 Corriente en la fase a para el caso 3.

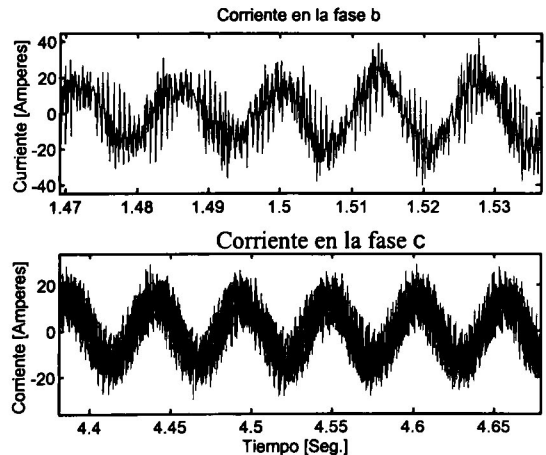


Fig. 5.54 Corriente en la fase a para el caso 3.

En la Fig. 5.55 se muestra el error de estimación del flujo en el devanado de excitación.

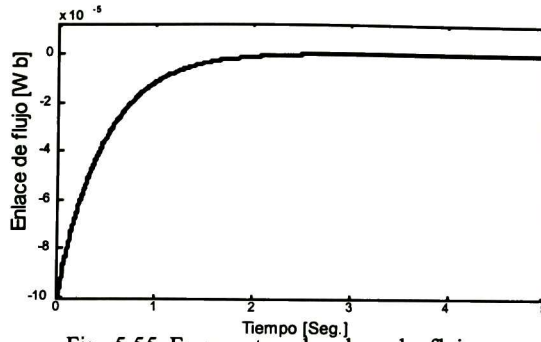


Fig. 5.55 Error entre el enlace de flujo y su estimación en el devanado de excitación.

Para el caso 4 se controla la velocidad del motor cuando se aplica un par de carga con la velocidad de referencia, descrita por la siguientes funciones,

$$T_l = \begin{cases} 20 \text{ Nm}^2 & t < 1.75 \text{ seg} \\ 40 \text{ Nm}^2 & t > 1.75 \text{ seg} \end{cases} \quad \omega_{ref} = \begin{cases} 0 \text{ rad/seg} & t < 1 \text{ seg} \\ 377 \text{ rad/seg} & 1 \text{ seg} > t < 4 \text{ seg} \\ 100 \text{ rad/seg} & t > 4 \end{cases}$$

Los parámetros del motor, ganancias, valores propios son los mismos que el caso anterior: $c_1=300$, $u_{d0}=800\text{v}$, $u_{q0}=800\text{v}$, $u_{f0}=13.748\text{v}$, $l_1 = 90$ y $l_2 = -400.2$.

Todas las condiciones iniciales de la planta y observador son igualadas a cero. La magnitud del enlace de flujo de referencia ($\Psi_{ref} = 3 \text{ wb}^2$).

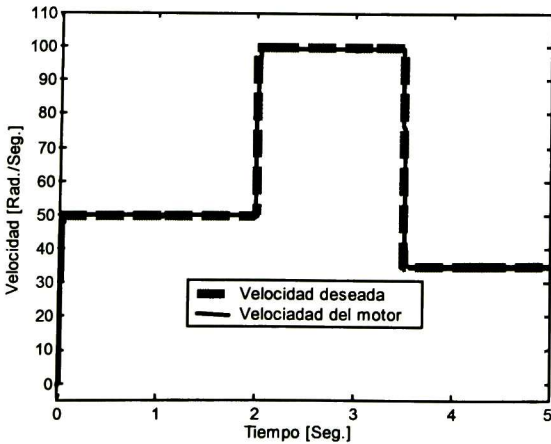


Fig. 5.56 Velocidad del motor y velocidad deseada.

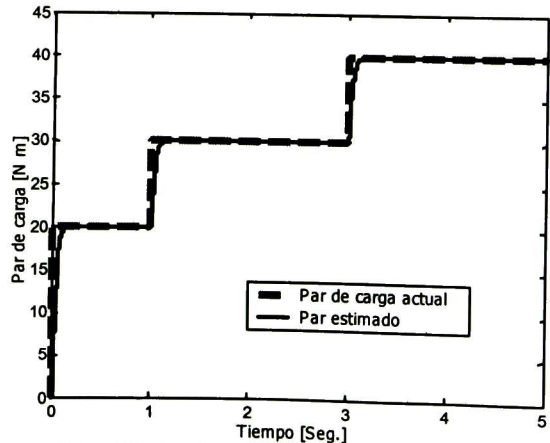


Fig. 5.57 Par de carga actual y par estimado

La Fig. 5.58 muestra el error de seguimiento de la velocidad deseada. El error de estimación del par de carga se muestra en la Fig. 5.59.

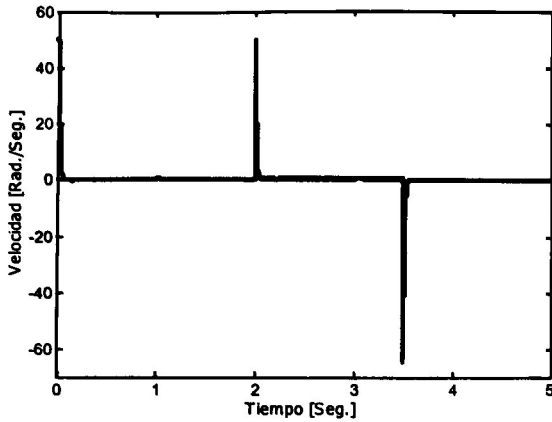


Fig. 5.58 Error de la velocidad del motor y velocidad deseada.

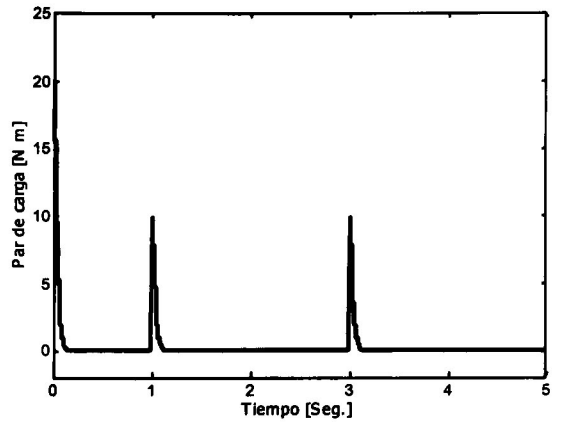


Fig. 5.59 Error entre el par de carga y par estimado

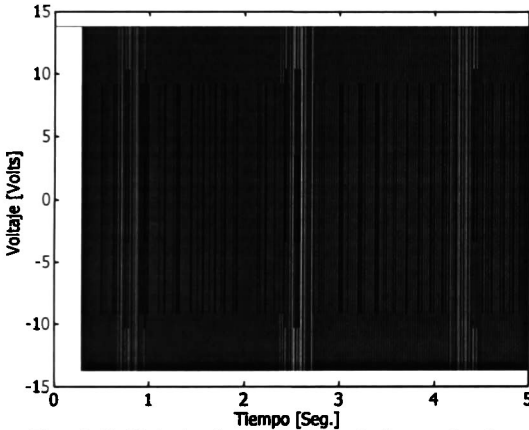


Fig. 5.60 Voltaje de control en el devanado de excitación para el caso 4.

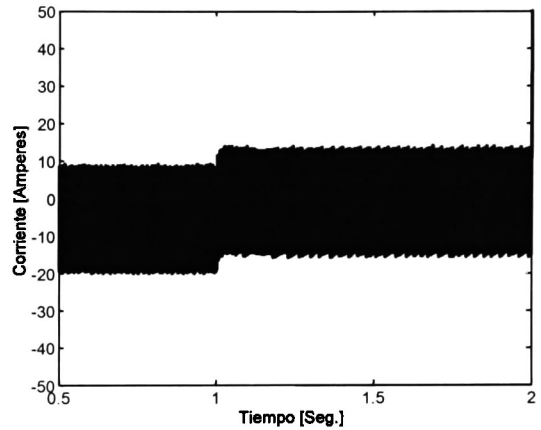


Fig. 5.61 Corriente en eje directo para el caso 4.

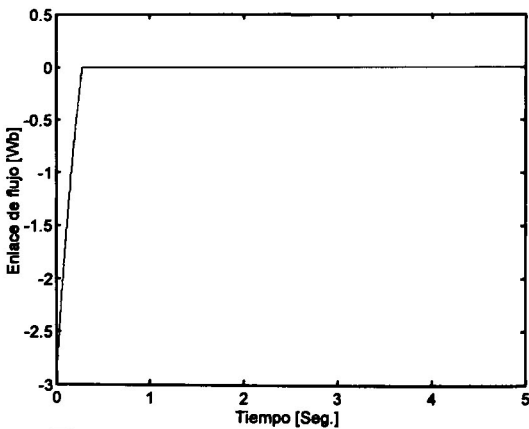


Fig. 5.62 Error entre flujo estimado y flujo en el devanado de excitación para el caso 4.

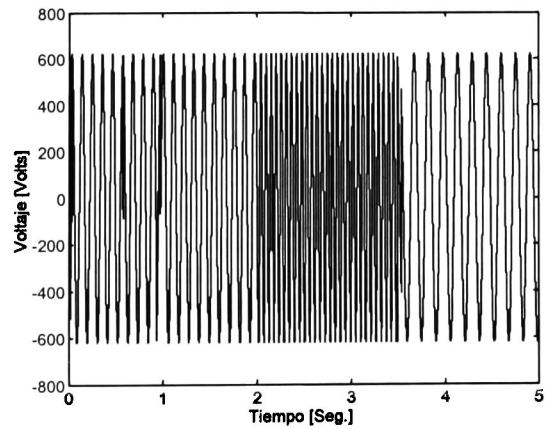


Fig. 5.63 Voltaje en la fase a para el caso 4.

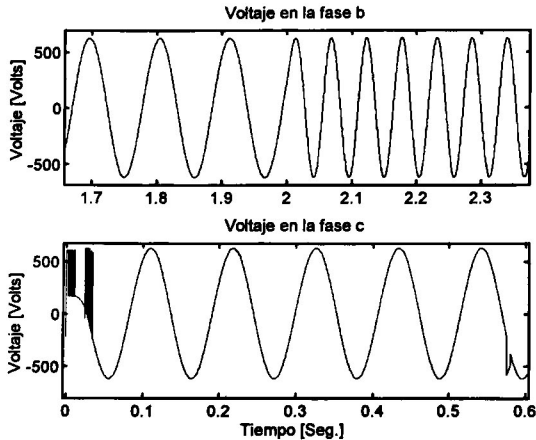


Fig. 5.64 Voltaje en la fase b y c para el caso 4.

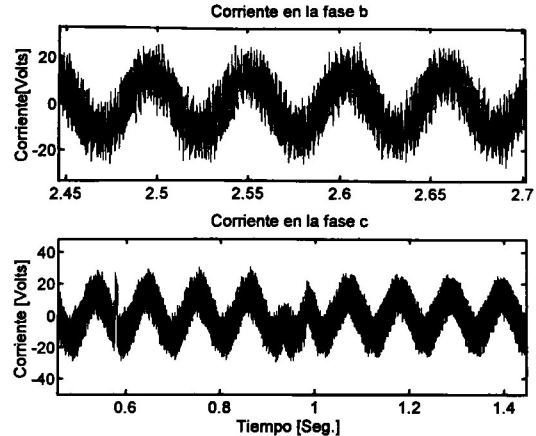


Fig. 5.65 Corriente en la fase b y c para el caso 4.

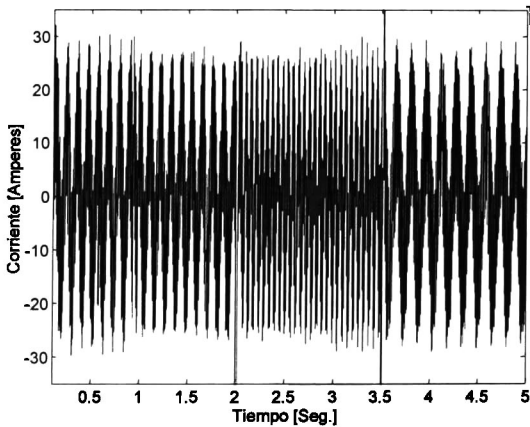


Fig. 5.66 Corriente en la fase a para el caso 4.

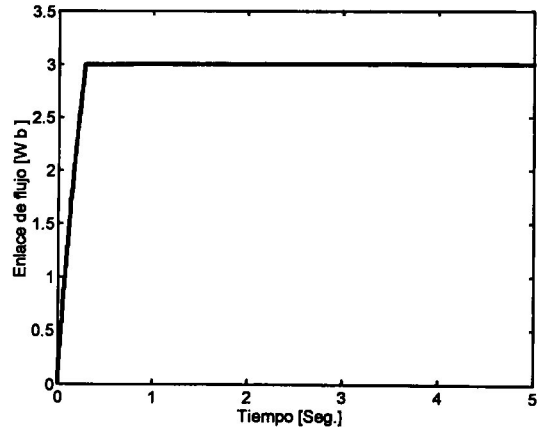


Fig. 5.67 Estimación del enlace de flujo en el devanado de excitación para el caso 4.

De los resultados obtenidos en los casos 3 y 4 se puede concluir que se logra la dinámica deseada de la velocidad del rotor y la magnitud del enlace de flujo en el devanado de excitación sin sobre impulso al implementar el controlador por modos deslizantes. El tiempo de estabilización de la velocidad es de 0.17 seg. El tiempo en el que el par estimado es igual al par de carga actual es de 0.19 seg. Se puede apreciar que el observador para los flujos magnéticos es eficiente. El flujo estimado, alcanza rápidamente al flujo magnético real; por lo tanto el error converge rápidamente a cero. Es evidente que la técnica proporciona resultados apropiados ya que se logra un mejor desempeño para los dos casos operativos de estudio (cambio de velocidad y perturbación del par de carga). Se puede concluir que el diseño del controlador con MD y con la inclusión de control por bloques es una herramienta muy confiable y robusta en la regulación de la velocidad proporcionando al motor síncrono la posibilidad de trabajar a diferentes velocidades de operación con excelente desempeño.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 CONCLUSIONES.

Las conclusiones mas importantes de este trabajo consisten en que se hizo un análisis de sistemas no lineales con perturbación en la FCB, se propusieron estrategias de control discontinuo tal que la dinámica de MD es la deseada, se analizaron las condiciones de estabilidad del sistema en lazo cerrado y de la invariancia del error de seguimiento con respecto a las perturbaciones. Basado en los resultados anteriores se propusieron leyes de control discontinuas para un MSIP y un MSDE. Se demostró estabilidad del sistema en lazo cerrado con dinámica cero.

Se diseñó una ley de control por modos deslizantes para controlar dos salidas del motor síncrono de imanes permanentes, la velocidad del rotor ω_r y la corriente en estator de eje directo i_d . Esta ley de control de modos deslizantes presenta robustez y estabilidad en presencia de perturbaciones externas, como es el caso del par de carga T_l .

La gran ventaja que presenta la ley de control para el MSIP propuesta es que requiere de pocos cálculos debido a que se cuenta con imán permanente por lo que no requiere controlar el flujo magnético del rotor. El controlador presenta robustez ante variaciones del par de carga aun para cambios relativamente grandes, y el seguimiento de la trayectoria de la velocidad presenta un pequeño transitorio de duración despreciable. Para el MSIP se propuso un algoritmo de control sin sensor de velocidad.

Se diseñó una ley de control por modos deslizantes por bloques para controlar tres salidas del motor síncrono con devanado excitado que son la velocidad del rotor w_r , la corriente en estator de eje directo i_d y la magnitud del flujo magnético en el devanado de excitación. Esta ley de control de modos deslizantes presenta robustez en presencia de perturbaciones externas, como es el caso del par de carga T_l .

Se diseñaron observadores no lineales para estimar las variables no medibles del motor (flujos del rotor) y la perturbación externa (par de carga). La respuesta del MSDE al estimar los estados $(\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{1q}, \Psi_{2q})$ y el par de carga (T_L) como perturbación externa por medio del observador no lineal (desarrollado) en lazo cerrado es estable. La velocidad del rotor (w_r) en los dos controladores propuestos converge a la velocidad de referencia w_{ref} en un tiempo muy pequeño, inclusive si los requerimientos de la velocidad en el rotor son de baja y alta magnitud.

Los resultados de las simulaciones demuestran que la acción conjunta de los controladores discontinuos y los observadores no lineales tienen un buen desempeño en regímenes en estado transitorio y en estado estable. Si comparamos los resultados presentados en esta investigación con respecto a las investigaciones reportadas por otros autores podemos notar que el control propuesto es más robusto y considera un modelo completo (séptimo orden).

6.2 APORTACIONES.

Se extendió la formulación de la técnica de control por bloques y modos deslizantes para sistemas con dinámica cero incluyendo perturbación para un motor síncrono con devanado excitado.

Se propone una metodología para el diseño de controladores discontinuos para dos clases de motores síncronos dependiendo de la capacidad de carga, con el objetivo de regular la velocidad del rotor y disminuir las oscilaciones por perturbaciones externas.

6.3 TRABAJOS FUTUROS.

Este trabajo forma parte de un conjunto de acciones orientadas a implementar nuevas técnicas no lineales para analizar el comportamiento de diferentes tipos de motores eléctricos. Por lo tanto se sugiere desarrollar los siguientes trabajos para extender la aplicación de estas técnicas:

- Incorporar el efecto de la saturación magnética en los dos controladores.
- Diseñar un observador adaptable para estimar el valor de las resistencias del motor y el coeficiente de inercia para el MSDE.
- Realizar un análisis más detallado para la elección óptima de las ganancias para el MSDE.
- Construcción de dos prototipos para llevar a la práctica estos resultados.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- [1] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-22, 212-222, 1977.
- [2] B. Grčar, P. Cafuta, and M. Znidarič, "Nonlinear control of synchronous servo drive," in *Proc. IEE Int. Conf. CONTROL '94*, Coventry, U.K., March 1994, pp. 1198-1203.
- [3] J.J. Carroll and D. M. Dawson, "Tracking control of permanent magnet brushless dc motors using partial state feedback," in *Proc. 2nd IEEE Conf. Contr. Applicat.*, Sep. 1993, pp. 147-152.
- [4] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez, "*Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems*," Berlin, Germany: Springer-Verlag, Sept. 1998, Communications and Control Engineering.
- [5] V. Petrovic, R. Ortega, A. M. Sstankovic, "Design and implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 15, pp. 871-880, Sep. 2000.
- [6] V. Petrovic, R. Ortega, A. M. Sstankovic, "Interconnection and damping approach to control of PM synchronous motors," *IEEE Trans. Control Sys. Techno.*, vol. 9, No. 6, pp. 811-820, Nov. 2001.
- [7] Z. Chen, M. Tomita, S. Doki and S. Okuma "New adaptive sliding observers for position and velocity-sensorless controls of brushless dc motors," *IEEE Trans. Indus. Electro.* vol. 47, pp. 582-591, Jun. 2000.
- [8] Y. Han, J. Choi and Y. Kim "Sensorless PMSM drive with a sliding mode control based adaptive speed and stator resistance estimator," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 36, No. 5, pp. 3588-3591, Sep. 2000.
- [9] In-C. Baik, K. Kim and M. Young "Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique," *IEEE Trans. Control Sys. Techno.*, vol. 8, No. 1, pp. 47-54, Jan. 2001.

- [10] Z. Chen; M. Tomita, S. Doki, S. Okuma. "An adaptive sliding observer for sensorless control of synchronous motors," Control Applications, 2001, Proceedings of the 2001 IEEE International Conference, 2001 pp. 738 -743
- [11] V. I. Utkin. *Sliding mode control in electromechanical systems*, Taylor & Francis, London 1999.
- [12] S. Morimoto, Y. Takeda and T. Hirasu, " Current phase control methods for permanent magnet synchronous motors" , *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 5, pp. 133-139, April. 1990.
- [13] I. Boldea and S. A. Nasar, *Electric drives*. CRC Press LLC, Boca Raton, Fla., USA. 1999.
- [14] D. W. Novotny, and T. A. Lipo, *Vector control and dynamics of AC drives*. Clarendon Press., Oxford University, UK , 1996.
- [15] K. H. Bayer, H. Waldmann, and M. Weibelzahl, "Field orientated close-loop control of a synchronous machine with the New Transvektor control system" *Siemens Rev.*, vol. 39, no 5, pp. 220-223, May. 1972.
- [16] D. Richlein, "Gearless drive for a cement mill," *Siemens Rev.*, vol. 38, no 9, pp. 398-401, Sept. 1971.
- [17] "Rolling mill drives based on a synchronous motor with cycloconverter" Siemens Aktiengesellschaft, W. Germany, Publication Order No. E281/2077-101, 128193 SD 3801
- [18] L. Terens, J. Bommeli, and K. Peters, "The cycloconverter-fed synchronous motor," *Brown Boveri Rev.*, vol 4/5, pp. 122-132, 1982.
- [19] R. P. Pallmann, "First use of cycloconverter ac motor in an aluminum hot strip mill," *Siemens: Energy Automation*, vol. XIV, pp 26-29, Mar./Apr. 1992.
- [20] A. Kappner and F. Kleiner, "User benefits and areas of application for large ac variable speed drive," *Siemens: Energy Automation*, vol. X, pp 4-25, Oct. 1988.
- [21] W. A. Hill, R. A. Turton, R. J. Duncan, and C. L. Schwalm, "A vector-controlled cycloconverter drive for an ice-breaker," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. IA-23, pp. 1036-1041, Nov./Dec. 1987.
- [22] M. A. Brass and B. C. Mecrow, "The role of damper circuits in field oriented synchronous drives," in *Proc. IEE Conf.*, London, U.K., Sept. 1993, pp.115-120.
- [23] T. Nakano, H. Ohsawa, and K. Endoh, "A high performance cycloconverter-fed synchronous machine drive system," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. IA-20, pp. 1278-1284, Sept./Oct. 1984.
- [24] T. Kailath, *Linear Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980.
- [25] G. C. Verghese and S. R. Sanders, "Observers for flux estimation in induction machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 35, pp. 85-94, Feb. 1988.
- [26] V. I. Utkin. *Sliding modes in control and optimization*, New York, Springer-Verlag, 1992
- [27] P. Shayama Das, and Ajit K., "Observer-based stator-flux-oriented vector control of cycloconverter-fed synchronous motor drive," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. IA-33, pp. 943-955, July/OAug. 1997.

- [28] G. Luk'yanov, "A block method of synthesis of nonlinear systems at sliding mode," *Automation and Remote Control*, vol. 59, no. 7, pp. 916-933, 1998
- [29] R. H. Park, "Two-Reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis part I," *AIEE Trans.*, Vol. 48, pp. 1929; Part II, Vol. 52, pp. 352-355, 1933.
- [30] P. Krause, F. Nozari, T. Skvarenina, and D. W. Olive. "The theory of neglecting stator transients." *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. 98, January/February 1979, pp. 141-148.
- [31] P. Krause, *Analysis of Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [32] P. M. Anderson, *Power System Control and Stability*. IEEE Press New York , 1994.
- [33] V. I. Utkin. "Application of equivalent control method to the systems with large feedback gain," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-23, pp. 484-496, 1978.
- [34] G. Luk'yanov. "Optimal nonlinear block control method," *Proceeding of the 2nd European Control Conference*, Groningen, pp. 1853-1855, 1993.
- [35] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, Marino, R., "Robustness of adaptive nonlinear control under an extended matching condition," I.F.A.C. pp. 192-197 (1989)
- [36] G. Luk'yanov. and V. I. Utkin "Methods for reducing dynamic systems to regular form" *Automation and Remote Control*, vol. 42, no. 4, part. I, pp. 413-420.
- [37] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Prentice Hall, Inc. Simon and Schuster, New Jersey, 1996.
- [38] A. H. Nayfeh, *Applied nonlinear dynamics*, Wiley Series in Nonlinear Science, New York, 1995.

PUBLICACIONES

Durante la realización de este trabajo y hasta la fecha de su publicación se han presentado los siguientes artículos técnicos:

Omar Aguilar M., José Cañedo C., y Alexander Georgievich L., “Control no lineal robusto de la velocidad de un motor síncrono de imanes permanentes por modos deslizantes.” Memoria técnica del congreso RVP-AI 2002, organizado por el IEEE sección México.

Omar Aguilar M., Alexander Georgievich L., y José Cañedo C., “Observer-Based Sliding Mode Control of Synchronous Motors”, aceptado para su presentación en el congreso IFAC 2002 a celebrarse en Guadalajara, Jal., México.

Control No Lineal Robusto de la Velocidad de un Motor Síncrono de Imanes Permanentes por Modos Deslizantes.

Omar Aguilar

José M. Cañedo,

Alexander G. Loukianov

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN Unidad Guadalajara

canedo[jlouk][oaguilar]@gdl.cinvestav.mx

Prol. López Mateos Sur 590, C.P. 45090

Guadalajara, Jalisco, México.

Resumen: Los motores síncronos de imanes permanentes (MSIP) alimentados por inversores se han incrementando en una gran variedad de aplicaciones en el control de la velocidad. En este trabajo, se aplica una técnica reciente para el diseño de un controlador para la regulación de la velocidad de un MSIP. El sistema opera con sensores de velocidad, de posición y de las corrientes del estator, los voltajes de control aplicados al estator son determinados por una función de switcheo. El diseño del controlador presenta un sistema de lazo cerrado para el cual un observador no lineal sencillo es implementado para estimar el par de carga desconocido. El MSIP cuenta con un rotor isotrópico donde las inductancias de la planta no dependan de la posición del rotor. Las ganancias del controlador son ajustadas para mejorar la respuesta del MSIP usado frecuentemente en aplicaciones industriales. Los resultados de las simulaciones muestran la robustez del controlador propuesto.

I. INTRODUCCIÓN

DESPUÉS de la introducción de los materiales magnéticos compuestos de tierras raras, los MSIP han ganado rápidamente popularidad por su alto desempeño y superior densidad de potencia en aplicaciones de controladores de frecuencia variable. Esta popularidad es justificada por las diferentes ventajas sobre los motores comúnmente usados. La ausencia de la excitación externa en el rotor elimina las pérdidas en el rotor y hace que la MSIP sea altamente eficiente. De esta forma, la ausencia del devanado del rotor hace que los anillos colectores en el rotor y las escobillas sean obsoletos, por lo tanto se reduce el costo de mantenimiento. Los nuevos materiales magnéticos son capaces de crear altos campos magnéticos que producen alta densidad de potencia. En este trabajo, se aplica el reciente desarrollo de la técnica de modos deslizantes para regular la velocidad de un MSIP. En donde se toma como objetivo el diseño de controladores para motores síncronos utilizando sensores de posición o de velocidad.

El sistema de control tiene una estructura de control de lazo cerrado, que compara una corriente de control de lazo interna y una corriente de control externa obteniendo una dinámica deseada de lazo cerrado en el modo de operación deseado.

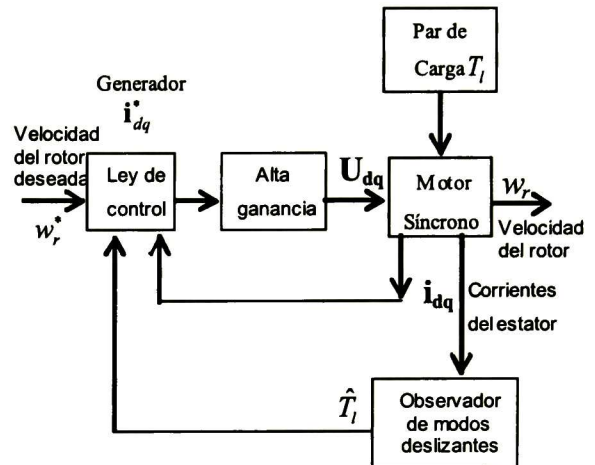


Fig. 1. Diagrama de bloques del control propuesto.

El control de lazo interno fuerza a las corrientes del estator a seguir una trayectoria deseada despreciando el retraso dinámico por el ajuste del switcheo del inversor trifásico a oponerse al error entre la corriente deseada y la corriente medida del estator en cada iteración del proceso digital. Esto permite al motor síncrono ser tratado como una planta multivariable no lineal en la cual las variables de control son las dos componentes vectoriales de la corriente del estator y la variable controlable la velocidad del rotor. Por lo tanto; tenemos dos variables de control y una variable controlable, por lo que hay un grado de libertad disponible para mejorar el comportamiento del sistema. En este caso las variables de control se eligen para mantener el vector de las corrientes del estator y el vector de los enlaces de flujo perpendiculares, como en un control vectorial convencional. Si el diseño del controlador hace que la corriente de eje directo sea igual a cero ($i_d=0$), simplifica el algoritmo, y además evita la desmagnetización del imán permanente.

Diferentes métodos de control han sido propuestos para mejorar el desempeño del MSIP en [1]-[6], [9]. Como también, muchas configuraciones del rotor y geometrías de los imanes permanentes han sido propuestas. Por ejemplo, motores con imanes en la superficie y motores con imanes en

el interior son usados generalmente en [7],[8]. Donde los valores de las magnitudes relativas de las inductancias de eje d y eje q dependen de la configuración del rotor.

II. PROCEDIMIENTO DEL DISEÑO DEL CONTROL

II.1 ECUACIONES BÁSICAS DE UN MSIP.

El modelo no lineal que describe el comportamiento dinámico de un MSIP esta definido por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (2.1)$$

donde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ w_r \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} x_1 + P \frac{1}{L_d} x_2 x_3 \\ -P \frac{1}{L_q} x_1 x_3 - \frac{R}{L_q} x_2 - P \frac{\Phi}{L_q} x_3 \\ \frac{P^2 \Phi}{4 J} x_2 - \frac{P T_l}{2 J} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Los parámetros usados en estas ecuaciones se definen como sigue:

- v_d, v_q son los voltajes del estator en eje directo y cuadratura respectivamente;
- i_d, L_d son la corriente e inductancia de eje directo respectivamente;
- i_q, L_q son la corriente e inductancia de eje de cuadratura respectivamente;
- R resistencia del devanado en el estator;
- w_r velocidad mecánica del motor;
- P número de pares de polos;
- Φ enlace de flujo creado por los imán permanente;
- J momento de inercia del motor;
- T_l par de carga;
- w_r^* velocidad deseada del rotor;

f_1, f_2, f_3 son funciones no lineales del modelo de un MSIP.

La relación entre las variables eléctricas y mecánicas es $w_e = P w_m$.

El modelo del motor (2.1) es un sistema dinámico no lineal con dos entradas de control v_d y v_q . Si de alguna forma se puede hacer que la componente de la corriente; $i_d = 0$ se obtiene un comportamiento similar al de un motor de c.d. con excitación de flujo constante. En el sistema de ecuaciones (2.1)-(2.5) las corrientes y voltajes con subíndices d y q no son medibles directamente. Estas variables son transformadas en un sistema de coordenadas (a b c) y así estas son medibles. Para obtener esta transformación, es necesario conocer la posición del rotor (θ_r) o el ángulo delta (δ).

Para el control de un MSIP podemos diseñar la función de switcheo requerida como la diferencia entre la corriente deseada y las corrientes reales, seleccionando la función de switcheo para las dos componentes de corriente i_d y i_q como:

$$\begin{aligned} e_d &= i_d^* - i_d \\ e_q &= i_q^* - i_q \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde i_d^* e i_q^* es el valor deseado para las corrientes i_d y i_q respectivamente. La ley de control tiene la siguiente forma

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{sign}(\mathbf{e}) \quad (2.7)$$

donde la función signo esta definida como:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

y

$$\mathbf{e} = (e_d \quad e_q)^T \quad (2.9)$$

y \mathbf{u}_0 son los valores máximos de la señal de control para v_d y v_q respectivamente.

El control por modos deslizantes existe cuando se cumple la siguiente desigualdad ($\mathbf{e}_i \dot{\mathbf{e}}_i < 0$) para $i=d$ y q .

$$e_d \dot{e}_d = e_d \left(\frac{di_d^*}{dt} + \frac{R}{L_d} i_d - w_r i_q \right) - \frac{1}{L_d} v_{d0} |e_d| < 0 \quad (2.10)$$

$$e_q \dot{e}_q = e_q \left(\frac{di_q^*}{dt} + \frac{R}{L_q} i_q + w_r i_d + \frac{1}{L_q} \Phi w_r \right) - \frac{1}{L_q} v_{q0} |e_q| < 0 \quad (2.11)$$

en que cada desviación de cada una de las superficies de switcheo y su derivada en el tiempo tienen signos opuestos si

$$v_{do} > \left| L \frac{di_d^*}{dt} + Ri_d - Lw_r i_q \right| \quad (2.12)$$

y

$$u_{qo} > \left| L \frac{di_q^*}{dt} + Ri_q - Lw_r i_d + \Phi w_r \right| \quad (2.13)$$

donde

$$[\text{sign}(\mathbf{e})]\mathbf{e} = |\mathbf{e}| \quad (2.14)$$

Esto es deseado para operar en el modo deslizante con variables de control (con switcheo rápido), la cual mantiene idealmente $\mathbf{e} = 0$ con una frecuencia, de switcheo infinita. En la practica, la frecuencia de switcheo es alta y esta limitada por el procesador digital de acuerdo a la máxima frecuencia de switcheo permitida de los elementos semiconductores. Esta ley de control mantiene un ciclo de amplitud relativamente bajo y funciona casi de la misma forma como un controlador de histéresis

II.2.CALCULO DE LA CORRIENTE DESEADA.

El flujo magnético del MSIP es calculado por los parámetros de las ecuaciones anteriores. De acuerdo con (2.5) la derivada de la velocidad del rotor es

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{P}{2} \left(\frac{T_e - T_l}{J} \right) \quad (2.15)$$

donde:

$$T_e = \frac{P}{2} i_q \Phi = k_t i_q \quad (2.16)$$

sustituyendo (2.16) en (2.15) encontramos la siguiente expresión:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{3}{2} \frac{k_t i_q}{J} - \frac{3}{2} \frac{T_l}{J} \quad (2.17)$$

definiendo el error como la diferencia entre la velocidad deseada y la velocidad del rotor tenemos:

$$e_r = (w_r^* - w_r) \quad (2.18)$$

derivando la ecuación anterior con respecto al tiempo resulta:

$$\frac{de_r}{dt} = \frac{dw_r^*}{dt} - \frac{dw_r}{dt} = \frac{dw_r^*}{dt} - \left(\frac{3}{2} \frac{k_t i_q}{J} - \frac{3}{2} \frac{T_l}{J} \right) \quad (2.19)$$

Cuando la velocidad del rotor es igual a la velocidad deseada en un tiempo finito podemos escribir la siguiente expresión.

$$\frac{de_r}{dt} = -c_1 e_r \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) describe el comportamiento deseado del error, el cual se comporta como un sistema lineal de primer orden, este sistema converge exponencialmente a cero en un

tiempo finito, la velocidad de la convergencia depende de la constante c_1

Sustituyendo (2.17) en (2.19) y despejando i_q y asumiendo medible la velocidad y sin conocer el par de la carga, la corriente deseada (i_q^*) puede ser calculada de acuerdo a la siguiente ecuación resultante:

$$i_q^* = \frac{2}{3} \left(\frac{dw_r^*}{dt} \frac{J}{k_t} + \frac{c_1 e_w J}{k_t} \right) + \frac{T_l}{k_t} \quad (2.21)$$

En (2.16) i_q^* solo depende del par de la carga y del coeficiente de inercia, dado que el error de la velocidad (e_w) y dw_r^*/dt tienden a cero en un tiempo finito. Esto nos indica que el controlador propuesto tiene buena robustez ante la variación de los parámetros de la maquina. La corriente en el eje directo del estator deseada es ajustada a cero. El control propuesto fuerza a que la corriente i_d sea igual a cero y el par eléctrico es proporcional a la corriente de eje de cuadratura i_q . Si la componente de eje directo de la corriente de armadura i_d es cero, la desmagnetización del imán permanente nunca ocurre. Este método es ampliamente usado ya que la reacción de la armadura solo existe en el eje q .

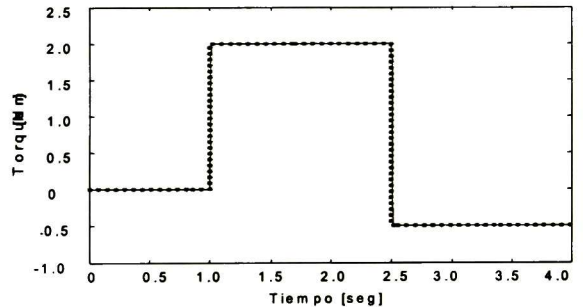


Fig. 2. Par actual de la carga (línea punteada) y par de la carga estimado (línea sólida).

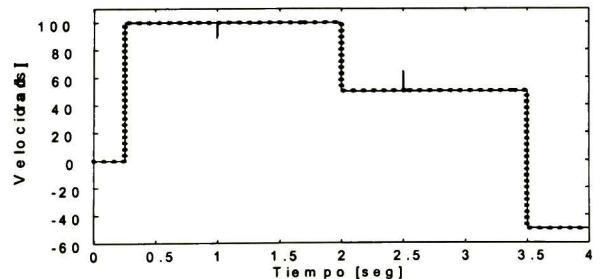


Fig. 3 Respuesta dinámica de velocidad a lazo cerrado a diferentes valores.

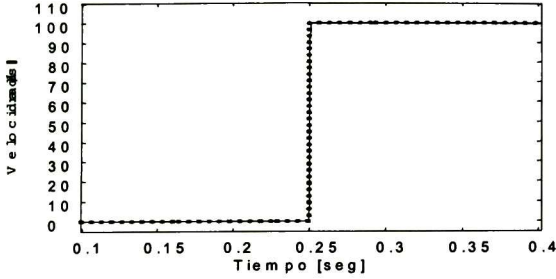


Fig.4. Acercamiento del transitorio de la velocidad inicial

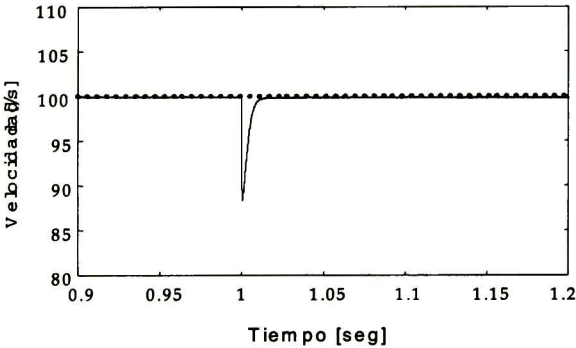


Fig. 5. Acercamiento del transitorio de la velocidad al incrementar el par de la carga.

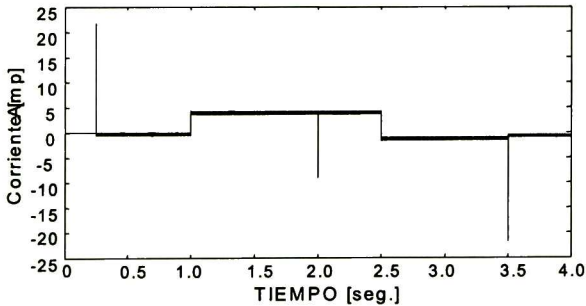


Fig. 6. Corriente en el eje q (i_q) del MSIP

III. ESTIMACIÓN DEL PAR DE CARGA

En la practica el par de la carga es desconocido por lo tanto es necesario diseñar un estimador para incluirlo en el calculo de la corriente deseada. Las ecuaciones que describen al estimador no lineal son:

$$e_w = w_r - \hat{w}_r \quad (3.1)$$

$$\frac{d\hat{w}_r}{dt} = \frac{\tau_p i_q}{J} - \frac{\hat{T}_l}{J} - l_1 e_w \quad (3.2)$$

$$\frac{d\hat{T}_l}{dt} = l_2 e_w$$

donde

e_w es el error entre la velocidad del rotor y la velocidad estimada.

\hat{w}_r es la velocidad estimada.

\hat{T}_l es el par de la carga estimado

l_1 y l_2 son los parámetros del estimador.

$$\tau_p = \frac{3P\Phi}{2}$$

El estimador descrito por la ecuación 3.2 combinado con las ecuaciones dinámicas del motor, se puede describir por el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{w}_r} \\ \dot{\hat{T}_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & -\frac{1}{J} \\ l_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_r \\ \hat{T}_l \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

El sistema (3.3) produce el seguimiento dinámico del error del estimador el cual es un sistema lineal autónomo y es asintóticamente estable para una elección adecuada de los valores de l_1 y l_2 . Esto significa que el error del estimador decae exponencialmente a cero. La posición del rotor así como su velocidad pueden ser decodificadas con diversos dispositivos comerciales.

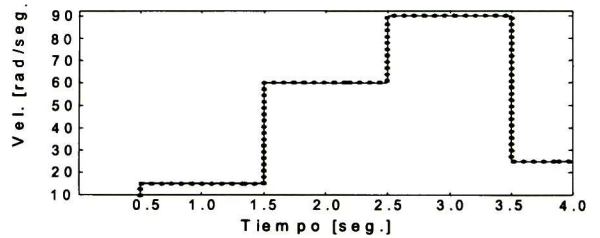


Fig. 7 Respuesta dinámica de velocidad a lazo cerrado a diferentes valores

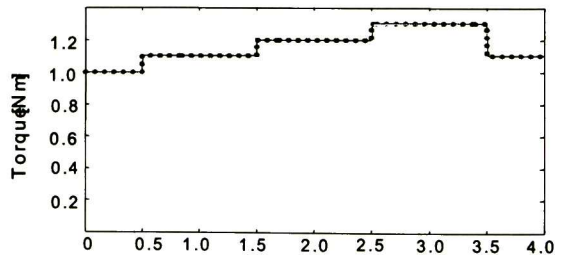


Fig. 8. Par actual de la carga (línea punteada) y par estimado (línea sólida).

IV. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.

El MSIP fue modelado utilizando (2.5) en conexión estrella (Y), con los siguientes parámetros trifásicos, $P = 2$, $\Phi = 0.319V \cdot s$, $R = 2.6\Omega$, $J = 3.5 \times 10^{-5} kg \cdot m^2$

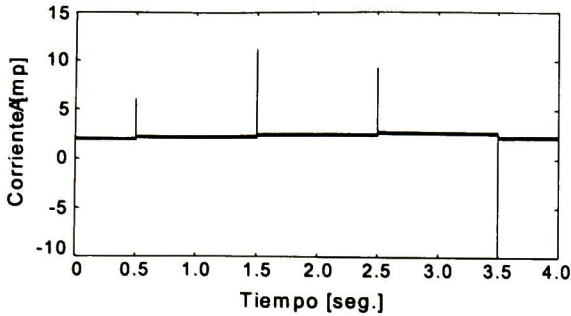


Fig. 9. Corriente en el eje q (i_q) del MSIP

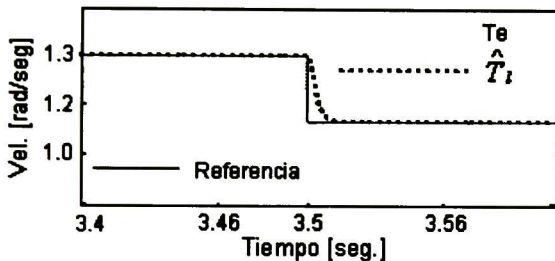


Fig. 10. Respuesta dinámica del par eléctrico, el par mecánico de la carga (línea sólida referencia) y respuesta del par estimado (línea punteada).

El MSIP seleccionado tiene un rotor con superficie magnética montada, tal que tiene una geometría isotrópica donde las inductancias L_d y L_q son iguales, en la simulación se pueden considerar inductancias de valor diferente y así poder conocer el desempeño del control en caso de saliencia, en este caso $L_d = L_q = 6.06mH$. Los resultados de la simulación del controlador para la MSIP y el control de la velocidad se muestran en la Fig. 3 y Fig. 7.

Las velocidades alcanzadas en el MSIP de ω_r se encuentran en el rango de $[0-370rad/seg.]$. Las respuestas dinámicas ante diferentes condiciones son mostradas en la Fig. 2 y Fig. 8. El controlador y el estimador tienen buena respuesta dinámica con las especificaciones del diseño del control cuando $J(J = J_o)$. Si se presenta un ligero cambio en la inercia del rotor $J(J = 3J_o)$ la respuesta de la dinámica de la velocidad presenta un pequeño amortiguamiento

El rango de convergencia del estimador de la carga es determinado por la colocación de los polos del sistema (3.3). Para estas simulaciones, los dos polos están ajustados arbitrariamente para $\lambda_{1,2} = -440$ del sistema (3.3) con $l_1 = 880$ y $l_2 = -6.776$.

V. CONCLUSIONES

El controlador y el observador no lineal por modos deslizantes presentan un buen desempeño y estabilidad ante la variación de los parámetros de la planta y perturbaciones del cambio del par de la carga. Como también presenta un buen comportamiento a los requerimientos de cambio de velocidad..

VI. REFERENCIAS.

- [1] B. Sneyers, D. W. Novotny, y T. A. Lipo, "Field weakening in buried permanent magnet ac motors drives," *IEEE Trans. In. Appl.*, vol. IA-21, pp.398-407, Mar./Abr.1985.
- [2] T. M. Jahns, G. B. Kliman, y T. W. Neumann, "Interior permanent-magnet synchronous motor for adjustable speed drives," *IIE Trans.Ind. Appl.*, vol IA-22, pp. 738-747, Jul/Ago. 1986.
- [3] P. Viarouge, M. L. Mazenec, y C. Andrieux, "Design and construction of brushless permanent-magnet servo motor for direct-drive appreciation," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-23, pp 526-531, Mayo/Jun 1987.
- [4] Jahns, "Flux-weakening regime. operation of an interior permanent-magnet synchronous motor drive," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-23, pp. 681-689, Jul/Ago. 1987.
- [5] R. S. Colby y D. w. Novotny, "Efficient operation of surface-mounted PM synchronous motors" *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-23, pp. 1048-1054, Nov./Dic. 1987
- [6] B. K. Bose, " A high-performance inverter-fed drive system of an interior permanent magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-24, pp 987-997, Nov/Dic. 1998.
- [7] E. Richter, T. Miller, T. W. Neuman, y T. L. Hudson, " The ferrite permanent ac motor-a technical and economical assessment," *IEEE Trans.Ind. Appl.*, vol. IA-21, pp 644-650, Mayo-Jun 1985.
- [8] T. Sebastian y G. R. Slemon, "Operating limits of inverter-driven permanent magnet motor drives," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-23, pp. 327-33, Mar./Abr.1987.
- [9] Y. Takeda y T. Hirasu. "Current phase control methods for permanent magnet synchronous motors considering saliency." In *IEEE Trans Electronics Specialist conf. Rec.*, Abr. 1988 pp. 409-414.
- [10] Vadim Utkin, Jürgen Guldner y Jingxin Shi "Sliding mode control in electromechanical systems," Ira ed., E. Rogers y O'eilly Taylor & Francis, 1999.
- [11] Paul C. Krause "Analysis of electric machinery" Ira ed. Mcgraw-Hill book Company 1987.pp 499-534.

Omar Aguilar Mejía Nació en Pachuca, Hidalgo, en 1976. Ingeniero Electricista, Tecnológico de Pachuca, (1999) Actualmente esta estudiando en el Cinvestav unidad Guadalajara, para obtener la M.C. en Ingeniería Eléctrica en la especialidad de Sistemas eléctricos de Potencia. Área de investigación: Control de motores síncronos.

José Manuel Cañedo Castañeda Ingeniero Electricista, Universidad de Guadalajara, (1971). Maestro en Ciencias con Especialidad en Sistemas Eléctricos de Potencia ESIME SEPI- IPN. México (1974). Doctor en Ciencias, Especialidad en Sistemas y Redes Eléctricas, Instituto Energético de Moscú, (1985). Miembro del SNI (Nivel I). Áreas de Investigación: Operación y Control de Sistemas Eléctricos, Máquinas Eléctricas.

Alexander Georgievich Loukianov. Maestría en Ingeniería Eléctrica (Automatización y Control) Instituto Politécnico de la Unión Soviética, Facultad de Automática y Radio Electrónica (Marzo 1975). Doctorado en Ingeniería Eléctrica (Automatización y Control), Institute of Control Sciences (antes Instituto de Automática y Telemecánica). Academia de Ciencias de Rusia, (Marzo 1986). Miembro del SNI (Nivel I). Áreas de Investigación: Control de Sistemas No Lineales, Control Robusto con Modos Deslizantes, Control de Motores Eléctricos.

RVP-AI/02-CSA-13 PONENCIA RECOMENDADA POR EL COMITE DE CONTROL SUPERVISORIO Y AUTOMATIZACIÓN DEL CAPITULO DE POTENCIA DEL IEEE SECCION MEXICO Y PRESENTADA EN LA REUNION DE VERANO, RVP-AI/02 ACAPULCO, GRO., DEL 7 AL 13 DE JULIO DEL 2002

OBSERVER-BASED SLIDING MODE CONTROL OF SYNCHRONOUS MOTORS

Omar Aguilar, Alexander G. Loukianov and José M. Cañedo

*CINVESTAV del IPN, Automatic Control Department,
Apdo. Postal 31-438, C.P. 44550, Guadalajara, Jalisco, México, e-mail
(oaguilar@gdl.cinvestav.mx), (louk@gdl.cinvestav.mx), (canedoi@gdl.cinvestav.mx)*

Abstract: Based on a nonlinear complete order model of a synchronous motor, a novel inner-loop sliding mode current control scheme is proposed. A nonlinear observer is designed for estimation of the rotor fluxes. The simulations predict the system to be robust with respect to external load torques. *Copyright © 2002 IFAC*

Keywords: Synchronous motor, sliding mode control, observer.

1. INTRODUCTION

A fundamental problem in the design of feedback controllers is that of stabilizing and achieving a specified transient performance in the presence of external disturbances and plant parameter variations. A typical controller requires quick response, high accuracy and robust performance. A relatively simple approach, especially when dealing with nonlinear plants, is based on the use of sliding mode control, see (Utkin, *et al.*, 1992). This technique was successfully implemented to design a discontinuous control scheme for permanent magnet synchronous motors, see (Utkin, *et al.*, 1999; Dodds, *et al.*, 1996). In this paper we investigate the sliding mode control for the detailed (7^{th} order) model of synchronous motor with controlled excitation flux, taking into account the dynamics of the damper windings. Note that based on the reduced order model, drives for synchronous motors have been designed using a cycloconverter and vector control, see (Shyama, *et al.*, 1997; Nakao *et al.*, 1984). Brass (1993) has shown, however, that the effects of unmodeled rotor electrical dynamics cannot be neglected since they affect the electromechanical dynamics. The detailed 7^{th} order model of synchronous motor is high nonlinear multivariable system with external perturbation.

In this paper we shall resort to the block control (Loukianov, 1998) and sliding mode (Utkin, 1992) techniques, which overcome most of these problems: they are simple, computationally low demanding and take into account structural constraints of the controller. The nonlinear block control technique, see (Loukianov, 1998), is applied to design nonlinear sliding manifold.

A version of a discontinuous control law is considered. Three sliding surfaces are designed to control appropriately three outputs: the rotor speed, excitation flux and d-axis current. We have three control inputs to accomplish this.

The paper is organized as follows. Section 2 reviews the detailed 7^{th} order model of synchronous motor. In section 3 the block control technique is applied to design three nonlinear sliding surfaces. Section 4 presents a nonlinear observer design. This observer estimates the excitation and rotor fluxes. Section 5 discusses the simulation results.

2. SYNCHRONOUS MOTOR MODEL

For the sliding mode control in the next section, we use the dynamic model of a synchronous motor given in the rotor coordinate frame, the (d, q) coordinates, with the stator current components and rotor flux as state variables, see (Krause, 1987):

$$\mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{G} \mathbf{i} + \mathbf{V} \quad (1)$$

where

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_{fd} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & L_{md} & L_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{lq} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & 0 & L_{2q} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -R_s & w_s L_q & 0 & 0 & -w_s L_{mq} & -w_s L_{mq} \\ -w_s L_d & -R_s & w_s L_{md} & w_s L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{fd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{lq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{2q} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i} = (i_d, i_q, i_{fd}, i_{kd}, i_{lq}, i_{2q})^T \quad \mathbf{V} = (V_d, V_q, V_{fd}, 0, 0, 0)^T$$

i_d and i_q are the direct-axis and quadrature-axis stator currents; V_d , V_q and V_{fd} are the direct-axis and quadrature-axis stator voltages control input and the excitation voltage control input; i_{fd} is the field current; i_{kd} , i_{lq} and i_{2q} are the direct-axis and quadrature-axis damper windings currents respectively; R_s and R_{fd} are the stator and field resistances; R_{kd} , R_{lq} and R_{2q} are the damper windings resistances; L_d and L_q are the direct-axis and quadrature-axis self-inductances; L_{fd} is the rotor self-inductance; L_{kd} , L_{lq} and L_{2q} are, respectively, the direct-axis and quadrature-axis damper windings self-inductances; L_{md} and L_{mq} are the direct-axis and quadrature-axis magnetizing inductances.

The complete mathematical description includes also the mechanical equation given by

$$J \frac{dw_s}{dt} = T_e - T_L \quad (2)$$

where w_s is the angular velocity, J is the moment of the inertia; T_L is the load torque, and T_e is the electrical torque that can be expressed in terms of the currents as follows:

$$T_e = \frac{3P}{4} [(L_d - L_q) i_d i_q + L_{md} i_q (i_{fd} + i_{kd}) - L_{mq} i_d (i_{lq} + i_{2q})] \quad (3)$$

It is more suitable the representation of the electrical dynamics in terms of the stator currents i_d and i_q , the field flux Ψ_{fd} and the rotor fluxes, Ψ_{kd} , Ψ_{lq} and Ψ_{2q} . This can be obtained using the following transformation between fluxes and currents:

$$\Psi = \mathbf{L}_0 \mathbf{i} \quad (4)$$

where $\Psi^T = (\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{lq}, \Psi_{2q})$ and

$$\mathbf{L}_0 = \begin{bmatrix} L_{md} & 0 & L_{fd} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & 0 & L_{md} & L_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{lq} & L_{mq} \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & L_{mq} & L_{2q} \end{bmatrix}$$

Here all the state variables as well as the parameters of the model (1)-(4) are expressed in real unit. Combining equations (1)-(3) and using relationship (4), the complete model of the motor synchronous is presented in the nonlinear state-space form:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, T_L) + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (5)$$

where $\mathbf{x}^T = (x_1^T, x_2^T)$ is the state vector with $\mathbf{x}_1^T = (w_s, i_q, i_d, \Psi_{fd})$, $\mathbf{x}_2^T = (\Psi_{kd}, \Psi_{lq}, \Psi_{2q})$, and $\mathbf{u}^T = (V_q, V_d, V_{fd})$ are the vector control input, $\mathbf{f}^T = (f_1^T, f_2^T)$, $\mathbf{B}^T = (\mathbf{B}_1^T, \mathbf{B}_2^T)$ with \mathbf{f}_1 , \mathbf{f}_2 , \mathbf{B}_1 and \mathbf{B}_2 given by:

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{12} i_q i_d + a_{13} i_d \Psi_{2q} + a_{14} i_q \Psi_{fd} + a_{15} i_q \Psi_{kd} + a_{16} i_d \Psi_{lq} + a_{17} i_d \Psi_{2q} - a_L T_L \\ -a_{21} w_s i_d - a_{22} i_q + w_s (a_{24} \Psi_{fd} + a_{25} \Psi_{kd}) + a_{26} \Psi_{lq} + a_{27} \Psi_{2q} \\ a_{31} w_s i_q - a_{33} i_d + a_{34} \Psi_{fd} + a_{35} \Psi_{kd} + w_s (a_{36} \Psi_{lq} + a_{37} \Psi_{2q}) \\ -a_{43} i_d - a_{44} \Psi_{fd} + a_{45} \Psi_{kd} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} \\ 0 & 0 & b_{43} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = 0,$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{53} i_d + a_{54} \Psi_{fd} - a_{55} \Psi_{kd} \\ -a_{62} i_q - a_{66} \Psi_{lq} + a_{67} \Psi_{2q} \\ -a_{72} i_q + a_{76} \Psi_{lq} - a_{77} \Psi_{2q} \end{bmatrix}$$

where a_{ij} , ($i=2, \dots, 8$; $j=1, \dots, 8$) and a_m are constant parameters depending on the synchronous motor parameters: R_s , R_{fd} , R_{kd} , R_{lq} , R_{2q} , L_q , L_d , L_{md} , L_{mq} , L_{fd} , L_{kd} , L_{lq} , L_{2q} , poles number P and moment of inertia J , respectively. We assume that the load torque T_L can be changed at a low rate. Thus,

$$\dot{T}_L = 0 \quad (6)$$

The components of the control vector must be bounded:

$$|V_i| \leq U_{i0}, \quad i=q, d, fd \quad (7)$$

and the vector of measured signals is:

$$\mathbf{y} = (w_s, i_d, i_q)^T$$

Note that employing the rotor fluxes ($\Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{lq}, \Psi_{2q}$) and stator currents (i_d, i_q) as the state variables in (5) instead of the current i_{fd} , i_{kd} , i_{lq} , i_{2q} , enables to represent the rotor dynamics in (5) as a linear subsystem with constant parameters, given the possibility of design an observer for the estimation of the rotor fluxes.

3. CONTROL DESIGN

The control goal is to make the speed w_s be equal to a reference signal $w(t)_{ref}$. Hence, the main control error can be defined as

$$e_w = w_s - w_{ref}(t) \quad (8)$$

Having three control inputs V_d , V_q and V_{fd} , we can choose two additional outputs to be controlled: the flux in the winding excitation, Ψ_{fd} , and the current

i_d . Thus, we define the following auxiliary control errors:

$$e_{fd} = \Psi_{fd} - \Psi_{ref} \quad (9)$$

and

$$e_d = i_d - i_{ref} \quad (10)$$

where Ψ_{ref} and i_{ref} are, respectively, reference constant signals for the flux Ψ_{fd} and the current i_d . Because of the auxiliary control outputs Ψ_{fd} and i_d have relative degree be equal to 1, while the main control output w_s has relative degree 2, we first will design the flux linkage Ψ_{fd} control loop, then the current i_d control loop, and finally the speed w_s control loop, in order to simplify the control design and closed-loop stability analysis procedures.

3.1 The flux linkage Ψ_{fd} control loop

Using (9) and (5) the dynamics for e_{fd} is derived as

$$\dot{e}_{fd} = f_4(\mathbf{x}) + b_{43}V_{fd} \quad (11)$$

Now, considering the bound (7), a control strategy can be proposed of the form

$$V_{fd} = -U_{fd0} \text{sign}(e_{fd}) \quad (12)$$

The sliding mode existence condition for discontinuous control (12), gives (Utkin, 1992)

$$\dot{e}_{fd} e_{fd} = f_4(\mathbf{x}) e_{fd} - b_{43} U_{fd0} \text{sign}(e_{fd}) e_{fd} < 0$$

Therefore, we assume that the following condition is satisfied:

$$U_{fd0} > \left| V_{fd}^{eq}(\mathbf{x}) \right| \quad (13)$$

where $V_{fd}^{eq}(\mathbf{x})$ is the *equivalent control* which is calculated from $\dot{e}_{fd} = 0$ as

$$V_{fd}^{eq} = -b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x}) \quad (14)$$

By virtue of the condition (13) the values of e_{fd} and \dot{e}_{fd} have opposite signs, and the error e_{fd} reaches zero after a finite time interval t_{s1} .

Note that the voltage V_{fd} may be supplied by a separate converter with closed loop voltage control, thus underlining the characteristics of a low impedance voltage source. It would of course be possible also to substitute a control loop for the field current in order to eliminate the effect of changing field winding resistance due temperature. The drive would then respond faster in the field winding range, but the damping effect by transient currents induced in the low impedance field circuit, would be reduced.

3.2 The current i_d control loop.

Because of the absence of d-axis stator current there is no reluctance torque, and only the q-axis reactance is involved in finding the terminal voltage, i.e. there is no direct magnetization or demagnetization of d-axis, only the field winding acts to produce flux in this direction. Therefore, we chose the reference

signal in (10) as $i_{ref} = 0$. For this situation, the field current in the d-axis and the stator current in the q-axis are 90° apart as is the case in the dc machine. In this case, the dynamics of e_d is governed by

$$\dot{e}_d = f_3(\mathbf{x}) + b_{32}V_d + b_{33}V_{fd} \quad (15)$$

Taking into account (7), the following control law is selected:

$$V_d = -U_{d0} \text{sign}(e_d) \quad (16)$$

It is known that the plant (5) is input-to-state stable. Therefore, during the time period $[0, t_{s1}]$ the closed loop system (15) with the bounded controls (16) and (12), is stable. After this time we have

$$V_{fd}(t) = V_{fd}^{eq}(\mathbf{x}(t)) = -b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x}(t)) \text{ for } t \geq t_{s1}$$

Hence, the sliding mode stability condition for this case can be derived of the following form:

$$U_{d0} > \left| b_{32}^{-1} [f_3(\mathbf{x}) + b_{43}^{-1} f_4(\mathbf{x})] \right|$$

Under this condition the current i_d converges to zero in a finite time t_{s2} , $t_{s2} > t_{s1}$.

3.3 The speed w_s control loop.

After the time t_{s2} , when the sliding motion occurs on the surfaces (9) and (10), we have

$$\Psi_{fd} = \Psi_{ref} \text{ and } i_d = 0$$

Hence, the expression for the electrical torque T_e is reduced to

$$T_e = a_{15} \Psi_{kd} i_q + a_{14} \Psi_{ref} i_q$$

Therefore, the dynamics of e_w (8) together with dynamics of i_q can be presented as the block controllable form, consisting of two blocks (Loukianov, 1998):

$$\frac{de_w}{dt} = \bar{f}_1(T_L, \dot{w}_{ref}) + b_w(\mathbf{x}) i_q \quad (17)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \bar{f}_2(\mathbf{x}) + b_{21} V_q \quad (18)$$

$$\text{where } \bar{f}_1 = -a_L T_L - \dot{w}_{ref}, \quad b_w = a_{15} \Psi_{kd} + a_{14} \Psi_{ref},$$

$$\bar{f}_2 = a_{22} i_q + w_s (a_{25} \Psi_{kd} + a_{24} \Psi_{ref}) + a_{26} \Psi_{1q} + a_{27} \Psi_{2q}.$$

The sliding mode controller design is divided into two steps. First, exploring the block control technique a sliding surface will be formed. Then, a discontinuous control law will be designed to make attractive this surface.

To assign the desired dynamics for e_w as

$$\frac{de_w}{dt} = -c_1 e_w \quad (19)$$

with $c_1 > 0$, assuming that $b_w(t)$ is positive function of time, we choose the fictitious control i_q in the first block (17) of the following form:

$$i_q^* = -b_w^{-1} (\bar{f}_1 + c_1 e_w) \quad (20)$$

Then the sliding surface can be formed as

$$s_q = i_q - i_q^* = 0 \quad (21)$$

and the discontinuous control strategy can be proposed as

$$V_q = -U_{q0} \text{sign}(s_q) \quad (22)$$

The projection motion on the subspace s_q can be derived using (18)-(22) as:

$$\frac{ds_q}{dt} = \bar{f}_2(\mathbf{x}) - b_{21}U_{q0} \text{sign}(s_q)$$

where $\bar{f}_2 = f_2 - \frac{di_q^*}{dt}$. Under the following condition:

$$b_{21}U_{q0} > |\bar{f}_2(\mathbf{x})|$$

the control (22) guaranties the convergence of the state to the surface (21). Once this achieved, the sliding motion is governed by the first order equation (19) with the desired eigenvalue $-c_1$.

A crucial property of the sliding mode control (12) (16) and (22) when applied to (5) is that, it yields the invariant subspace $\{? = (0,0,0,0)^T, \mathbf{x}_2 \in R^3\}$ where $? = (e_w, s_q, e_d, e_{fd})^T$. The dynamic of \mathbf{x}_2 on this invariant subspace is referred to as the *zero dynamics*. To derive this dynamics, the vector \mathbf{x}_1 is changed by ? :

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{f}}_2(?, \mathbf{x}_2, w_{ref}, T_L, \Psi_{ref}), \tilde{\mathbf{f}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)_{\mathbf{x}_1 = \varphi(\xi)}$$

where mapping φ is defined by (8)-(10), (20) and (21). Then, the vector ? is zeroed, thus:

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{f}}_2(0, \mathbf{x}_2, w_{ref}, T_L, \Psi_{ref})$$

An equilibrium point for this system is defined by w_{ref} , Ψ_{ref} and the value of the load torque T_L . The simulation results presented in the Section 5 show that this equilibrium point is asymptotically stable.

4. OBSERVER DESIGN

As stated previously, we consider the speed w_s and stator currents i_d and i_q as measured signals, and the remaining state variables Ψ_{fd} , Ψ_{kd} , Ψ_{1q} , Ψ_{2q} , and the load torque T_L can be estimated by means of the nonlinear observer described by

$$\begin{aligned} \dot{\hat{w}}_s &= -a_{12}i_d\hat{\Psi}_{1q} + a_{13}i_d\hat{\Psi}_{2q} + a_{14}i_q\hat{\Psi}_{fd} + a_{15}i_q(t)\hat{\Psi}_{kd} \\ &\quad + a_{16}i_d\hat{\Psi}_{1q} + a_{17}i_d\hat{\Psi}_{2q} - a_L\hat{T}_L + l_1(w_s - \hat{w}_s) \\ \dot{\hat{T}}_L &= l_2(w_s - \hat{w}_s) \\ \dot{\hat{\Psi}}_{fd} &= -a_{43}i_d + a_{45}\hat{\Psi}_{kd} - a_{44}\hat{\Psi}_{fd} + b_{43}V_{fd} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\Psi}}_{kd} = -a_{53}i_d + a_{54}\hat{\Psi}_{fd} - a_{55}\hat{\Psi}_{kd}$$

$$\dot{\hat{\Psi}}_{1q} = -a_{62}i_q - a_{66}\hat{\Psi}_{1q} + a_{67}\hat{\Psi}_{2q}$$

$$\dot{\hat{\Psi}}_{2q} = -a_{72}i_q + a_{76}\hat{\Psi}_{1q} - a_{77}\hat{\Psi}_{2q}$$

where $\hat{\Psi}_{fd}$, $\hat{\Psi}_{kd}$, $\hat{\Psi}_{1q}$, $\hat{\Psi}_{2q}$, \hat{w}_s and \hat{T}_L are the estimated variables; l_1 and l_2 are observer gains. The stability of observer (23) may now be analyzed by examining the following error dynamics.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{w}}_s \\ \dot{\tilde{T}}_L \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} \tilde{w}_s \\ \tilde{T}_L \end{bmatrix} - \mathbf{A}_2(t)\tilde{?} \quad (24)$$

$$\dot{\tilde{?}} = \mathbf{A}_\Psi \tilde{?} \quad (25)$$

where $\tilde{w}_s = w_s - \hat{w}_s$, $\tilde{T}_L = T_L - \hat{T}_L$, $\tilde{?} = ? - \hat{?}$;

$$? = \begin{bmatrix} \Psi_{fd} \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_{1q} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix}, \tilde{?} = \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{fd} \\ \tilde{\Psi}_{kd} \\ \tilde{\Psi}_{1q} \\ \tilde{\Psi}_{2q} \end{bmatrix}, \hat{?} = \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{fd} \\ \hat{\Psi}_{kd} \\ \hat{\Psi}_{1q} \\ \hat{\Psi}_{2q} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_\Psi = \begin{bmatrix} -a_{44} & a_{45} & 0 & 0 \\ a_{54} & -a_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{66} & a_{67} \\ 0 & 0 & a_{76} & -a_{77} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -l_1 & a_L \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2(t) = \begin{bmatrix} a_{13}(t) & a_{14}(t) & a_{15}(t) & a_{16}(t) & a_{17}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{a}_{13}(t) = a_{13}i_d(t), \bar{a}_{14}(t) = a_{14}i_q(t),$$

$$\bar{a}_{15}(t) = a_{15}i_q(t), \bar{a}_{16}(t) = a_{16}i_d(t).$$

Thus, the nonlinear observer (23) can be seen as a linear system with time varying parameters when the currents $i_q(t)$ and $i_d(t)$ are assumed to be known functions. We can see that the subsystem (25) is autonomous, and the matrix \mathbf{A}_Ψ is Hurwitz since its eigenvalues:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(a_{77} + a_{66}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a_{77} - a_{66})^2 + 4a_{67}a_{76}} \quad (26)$$

$$\lambda_{3,4} = -\frac{1}{2}(a_{44} + a_{55}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a_{44} - a_{55})^2 + 4a_{54}a_{45}} \quad (27)$$

are real and negative. Hence,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{?}(t) = 0 \quad (28)$$

Because of the elements of the matrix $\mathbf{A}_2(t)$ in (24) are bounded, by virtue of (28) the subsystem (24) can be represented as

$$\begin{bmatrix} \tilde{w}_s \\ \tilde{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & -a_L \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w}_s \\ \tilde{T}_L \end{bmatrix} \quad (29)$$

The eigenvalues of (29) calculated as

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}l_1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{l_1^2 - 4l_2a_L} \quad (30)$$

can be assigned by appropriate election of observer gains l_1 and l_2 . Therefore, the system (24)-(25) is asymptotically stable. The resulting estimates \tilde{x}_i , $i = 2, \dots, 6$ and \hat{T}_L are employed in the control laws (12) and (22).

5. CONTROL LAW SIMULATIONS

The simulations were performed to demonstrate the effectiveness of the proposed control algorithm. Throughout, the synchronous motor was modeled using (5) with parameters of the synchronous motor with a rated power of 20 KVA, that is shown in Table 1. The block diagram of the overall control system is depicted schematically in Fig. 1.

The controller gains in (12), (16) and (22) were adjusted to $U_{do} = 800\text{v}$, $U_{qo} = 800\text{v}$, $U_{fo} = 13.748\text{v}$, $c_1 = 300$, and the nonlinear observer gains in (23)

were chosen as $l_1 = 90$ and $l_2 = -400$. All initial conditions of the plant and observer are set to zero.

Table 1. Parameters of the synchronous motor

R_s	R_{fd}	R_{kd}	R_{1q}	R_{2q}
0.1	0.016	0.113	0.1133	0.1133
J	ω_s	L_{mq}	L_{md}	L_{2q}
0.2	ω_{ref}	2mH	4mH	2.91mH
L_d	L_q	L_{fd}	L_{kd}	L_{1q}
4.89mH	4.79mH	4.48mH	4.39mH	2.91mH

In the simulation (Fig 2), the speed of the loaded motor ($T_L = 20 \text{ (N}\cdot\text{m}^2)$) is required to reach first its rated value 370 (rad/seg), and finally 100 (rad/seg). At 1.5s the load torque T_L is increased up to 40 (N-m²) which is 200% greater than the initial value (Fig 3), and finally, again 20 (N-m²). The Figures (3) and (7-8) show the performance of the nonlinear observer. The reference value of the excitation flux Ψ_{ref} is equal to 3 web.

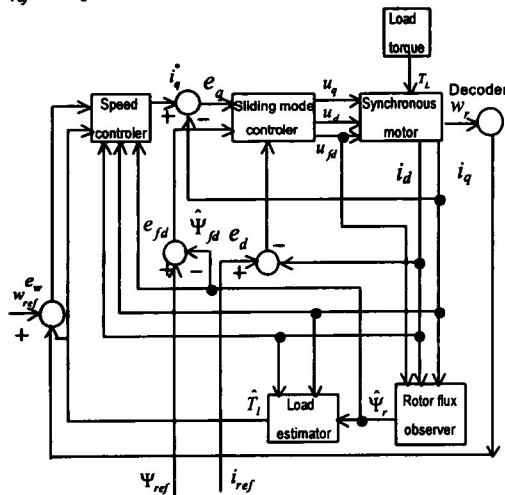


Fig. 1 Overall control system block diagram.

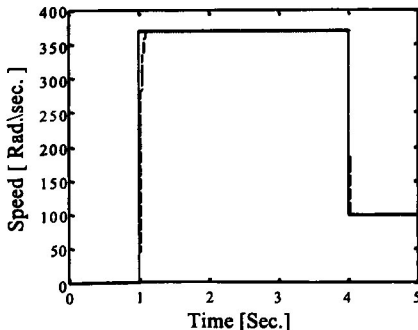


Fig. 2- Motor speed reference (solid line) and speed response w_s (dotted line).

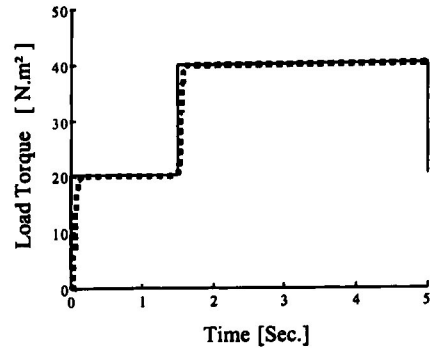


Fig. 3- Actual load torque (solid line) T_L and its estimate (dotted line).

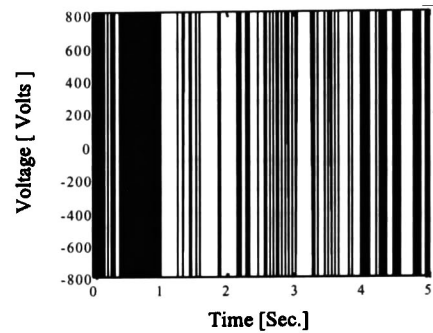


Fig. 4- Voltage control in q axis (V_q)

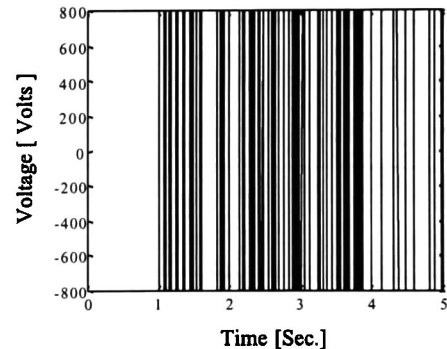


Fig. 5 Voltage control in axis (V_d)

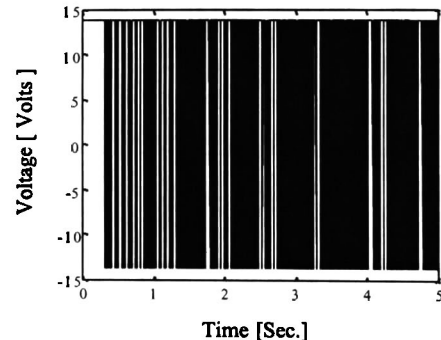


Fig. 6 Voltage control in d axis (V_{fd})

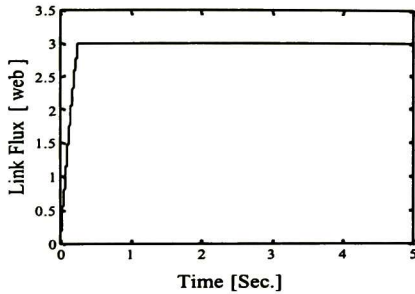


Fig. 7- Winding Excitation flux estimated $\hat{\Psi}_{fd}$

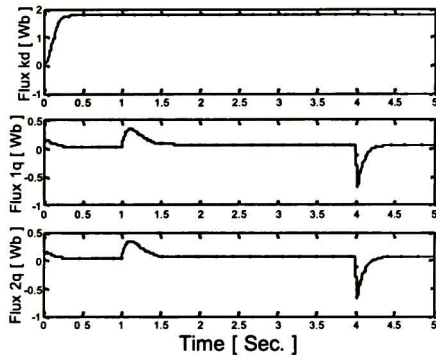


Fig. 8. Actual flux link (solid line) and its estimate (dotted line) on damper windings .

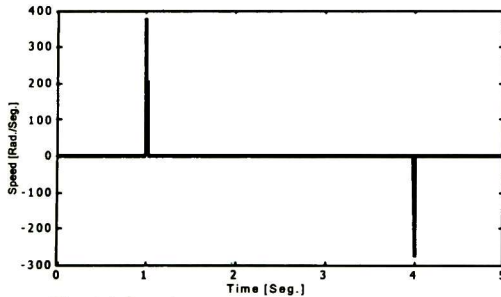


Fig. 5.9 Speed error.

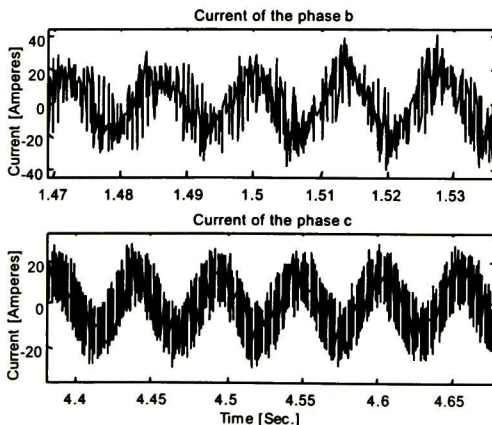


Fig. 5.10 Current on the phase b and c.

An important issue of the electrical drives is the capability to reject the effects of load torque disturbances. Fig. (3) shows the responses of observer when a step load torque T_L is suddenly applied after running up. With a maximum speed change is only 1 rad/sec. the speed of rotor returns to the desired value within 0.01 sec., as it is shown in Fig. 2. This reveals that the performance of the overall closed-loop system is robust to the load disturbance.

6. CONCLUSIONS

A sliding mode controller for a synchronous motors is proposed exhibiting robust stability and performance when the plant experiences large disturbances.. Complete analysis of stability of the closed-loop system including the rotor flux and load torque nonlinear observer, is given, and effectiveness of this design is demonstrated through simulations.

Compared with the conventional nonlinear control and vector control, see (Shyama, *et al.*, 1997; Nakao *et al.*, 1984), schemes, the proposed robust nonlinear control scheme provides good transient responses under the load torque and rotor speed desired variations.

REFERENCES

- Loukianov, A. G. (1998) Nonlinear Block Control with Sliding Mode, *Automation and Remote Control*, Vol.59, No.7, pp. 916-933.
- Shyama, P. Das and Chattopadhyay, K. (1997), Observer-Based Stator-Flux-Oriented Vector Control of Cycloconverter-Fed Synchronous Motor Drive, *IEEE Trans. Industry Applications* Vol. 33, No. 4, pp. 216-228.
- Dodds S. J., Utkin, V. A., and Vittek, J. (1996), Self Oscillating Synchronous Motor drive Control System with Prescribed Closed-Loop Speed Dynamics, *Proceedings of the 2nd EPE Symposium*, Vol. 2, pp. 23-28, Nancy, France.
- Hill, W. A., Turton R. A., Dungan, R. J. and C. L. Schwalman, (1987), A vector-controlled cycloconverter drive for an ice-breaker, *IEE Trans. Ind. Applicat.*, Vol. A-23, pp. 1036-1041.
- Brass, M. A. and B. C. Mecrow (1993), The role of damper circuits in field oriented synchronous drives, in *Proc. IEE Conf.*, London, U. K. pp. 115-120.
- Utkin Vadim, Jurgen Guldner, Jingxin Shi, (1999) *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor&Francis, London.
- Utkin, V.I. (1992) *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, Berlin.
- P.C. Krause, (1987) *Analysis of electric machinery*, McGraw-Hill, Singapore.

APÉNDICE A

$$a_{43} = \frac{R_{kd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} (L_{md} - L_{fd})$$

$$a_{45} = \frac{R_{fd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}}$$

$$a_{44} = \frac{R_{kd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} \frac{L_{kd}}{L_{md}}$$

$$a_{53} = \frac{R_{kd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} (L_{md} - L_{fd})$$

$$a_{54} = \frac{R_{kd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}}$$

$$a_{55} = \frac{R_{kd} L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} \frac{L_{fd}}{L_{md}}$$

$$a_{62} = \frac{R_{1q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}} (L_{2q} - L_{mq})$$

$$a_{67} = \frac{R_{1q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}}$$

$$a_{66} = \frac{R_{1q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}} \frac{L_{2q}}{L_{mq}}$$

$$a_{72} = \frac{R_{2q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}} (L_{1q} - L_{mq})$$

$$a_{76} = \frac{R_{2q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}}$$

$$a_{77} = \frac{R_{2q} L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{1q} L_{2q}} \frac{L_{1q}}{L_{mq}}$$

$$d_1 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} (L_{md} - L_{kd})$$

$$d_2 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} \frac{L_{kd}}{L_{md}}$$

$$d_3 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}}$$

$$d_4 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} (L_{md} - L_{fd})$$

$$d_5 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}}$$

$$d_6 = \frac{L_{md}}{L_{md}^2 - L_{fd} L_{kd}} \frac{L_{fd}}{L_{md}}$$

$$d_7 = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q} L_{1q}} (L_{mq} - L_{2q})$$

$$d_8 = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q} L_{1q}} \frac{L_{2q}}{L_{mq}}$$

$$d_9 = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q} L_{1q}}$$

$$d_{10} = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q} L_{1q}} (L_{mq} - L_{1q})$$

$$d_{11} = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q} L_{1q}}$$

$$d_{12} = \frac{L_{mq}}{L_{mq}^2 - L_{2q}L_{1q}} \frac{L_{1q}}{L_{mq}}$$

Las constantes en (2.147) son

$$p_1 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (-L_{md}d_1 - L_{md}d_4 + L_{mq}d_7 + L_{mq}d_{10})$$

$$p_2 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} L_{mq} (-d_8 + d_{11})$$

$$p_3 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} L_{mq} (d_9 - d_{12})$$

$$p_4 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} L_{md} (-d_2 + d_5)$$

$$p_5 = \frac{3}{2} \frac{P}{2} L_{md} (d_3 - d_6)$$

La inversa de la matriz (2.142) es

$$\mathbf{L}^{-1} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & L_{13} & L_{14} & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & 0 & 0 & L_{25} & L_{26} \\ L_{31} & 0 & L_{33} & L_{34} & 0 & 0 \\ L_{41} & 0 & L_{43} & L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & L_{52} & 0 & 0 & L_{55} & L_{56} \\ 0 & L_{62} & 0 & 0 & L_{65} & L_{66} \end{bmatrix}$$

De la ecuación (2.137), podemos escribir

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{i} = \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{R} + w \Psi_{dq}) \mathbf{i}$$

donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_{11}R_s i_d - L_{11}w_r L_q i_q + L_{13}R_{fd} i_{fd} + L_{14}R_{kd} i_{kd} - L_{11}w_r L_{mq} i_{1q} - L_{11}w_r L_{mq} i_{2q} \\ L_{22}R_s i_q + L_{22}L_d w_r i_d + L_{25}R_{1q} i_{1q} + L_{26}R_{2q} i_{1q} + L_{22}w_r L_{md} i_{fd} + L_{22}w_r L_{md} i_{kd} \\ L_{31}R_s i_d - L_{31}w_r L_q i_q + L_{33}R_{fd} i_{fd} + L_{34}R_{kd} i_{kd} - L_{31}w_r L_{mq} i_{1q} - L_{31}w_r L_{mq} i_{2q} \\ L_{41}R_s i_d - L_{41}w_r L_q i_q + L_{43}R_{fd} i_{fd} + L_{44}R_{kd} i_{kd} - L_{41}w_r L_{mq} i_{1q} - L_{41}w_r L_{mq} i_{2q} \\ L_{52}w_r L_d i_d + L_{52}R_s i_q + L_{52}w_r L_{md} i_{fd} + L_{52}w_r L_{md} i_{kd} - L_{55}R_{1q} i_{1q} - L_{56}R_{2q} i_{2q} \\ L_{62}w_r L_d i_d + L_{62}R_s i_q + L_{62}w_r L_{md} i_{fd} + L_{62}w_r L_{md} i_{kd} - L_{65}R_{1q} i_{1q} - L_{66}R_{2q} i_{2q} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Sustituyendo (A.1)- (A.4) en (A.5) y agrupando se tiene

$$a_{11} = \frac{P}{2} \frac{1}{J} e_1$$

$$a_L = \frac{P}{2} \frac{1}{J}$$

$$a_{12} = \frac{P}{2} \frac{1}{J} e_2$$

$$a_{13} = \frac{P}{2} \frac{1}{J} e_3$$

$$a_{14} = \frac{P}{2} \frac{1}{J} e_4$$

$$a_{15} = \frac{P}{2} \frac{1}{J} e_5$$

$$a_{21} = L_{11}R_s - L_{13}R_{fd}d_1 - L_{14}R_{kd}d_4$$

$$a_{22} = -L_{11}L_q + L_{11}L_{mq}d_7 + L_{11}L_{mq}d_{10}$$

$$a_{23} = -L_{13}R_{fd}d_2 + L_{14}R_{kd}d_5$$

$$a_{24} = L_{13}R_{fd}d_3 - L_{14}R_{kd}d_6$$

$$a_{25} = L_{11}L_{mq}d_8 - L_{11}L_{mq}d_{11}$$

$$a_{26} = L_{11}L_{mq}d_9 - L_{11}L_{mq}d_{12}$$

$$a_{31} = L_{22}L_d - L_{22}L_{md}d_1 - L_{22}L_{md}d_4$$

$$a_{32} = L_{22}R_s - L_{25}R_{1q}d_7 - L_{26}R_{2q}d_{10}$$

$$a_{33} = -L_{22}L_{md}d_2 + L_{22}L_{md}d_5$$

$$a_{34} = L_{22}L_{md}d_3 - L_{22}L_{md}d_6$$

$$a_{35} = -L_{25}R_{1q}d_8 + L_{26}R_{2q}d_{11}$$

$$a_{36} = L_{25}R_{1q}d_9 - L_{26}R_{2q}d_{12}$$

$$b_{21} = L_{11}$$

$$b_{23} = L_{13}$$

$$b_{31} = L_{22}$$

$$b_{43} = L_{33}$$



Cinvestav

**Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados del IPN**

Unidad Guadalajara

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: CONTROL NO LINEAL ROBUSTO DE UN MOTOR SÍNCRONO POR MODOS DESLIZANTES del(a) C. Omar AGUILAR MEJÍA el día 16 de Diciembre de 2002 .

DR. EDGAR NELSON
SANCHEZ CAMPEROS
INVESTIGADOR CINVESTAV
3B
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. ALEXANDER
GEORGIEVICH
LOUKIANOV
INVESTIGADOR
CINVESTAV 3B
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JUAN MANUEL RAMÍREZ
ARREDONDO
INVESTIGADOR CINVESTAV
3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JOSÉ JAVIER RUIZ
LEÓN
INVESTIGADOR
CINVESTAV 2C
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JOSÉ MANUEL CAÑEDO
CASTAÑEDA
INVESTIGADOR CINVESTAV
2C
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003929