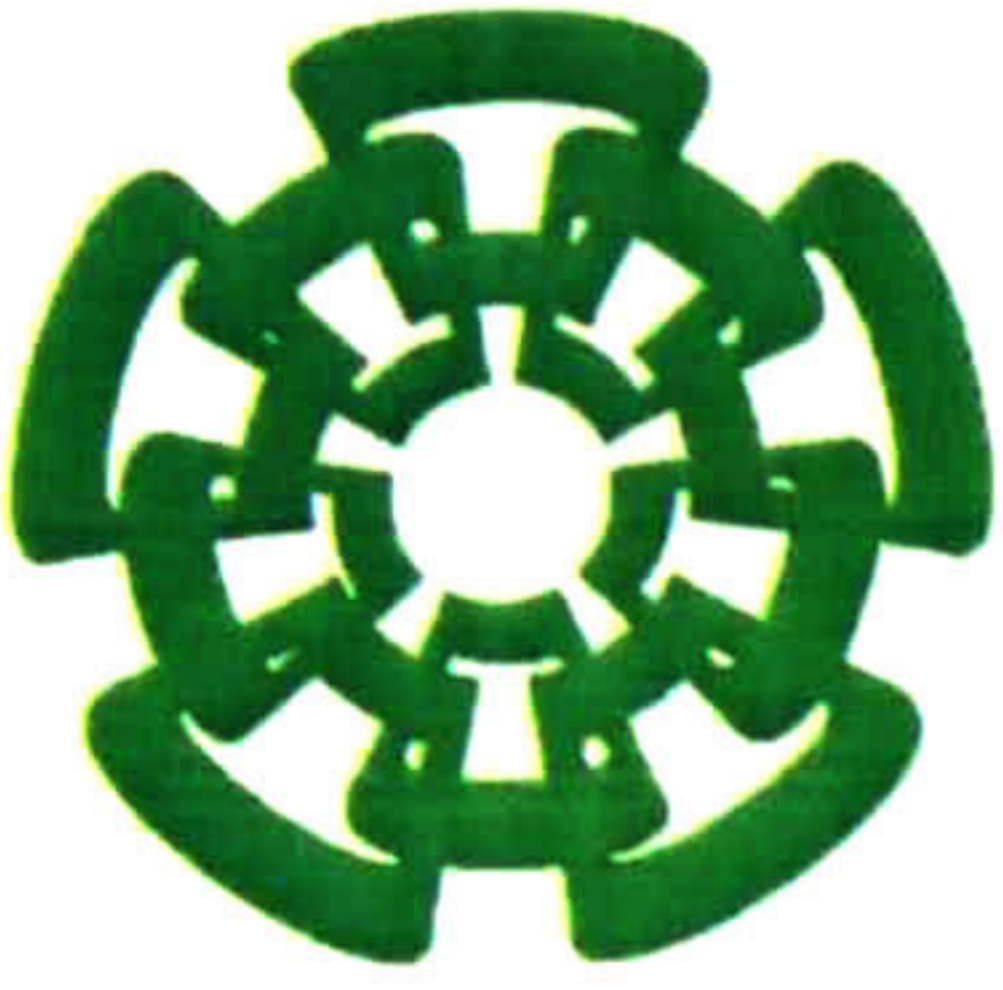




CT-685-SS1

DOU.-2012

XX (199687.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados  
del Instituto Politécnico Nacional  
Unidad Guadalajara

# **Estimación de canales variantes en tiempo para sistemas OFDM utilizando expansión en bases**

Tesis que presenta:

**Fernando Peña Campos**  
para obtener el grado de:

**Maestro en Ciencias**  
en la especialidad de:

**Ingeniería Eléctrica**  
Directores de Tesis

**Dr. Ramón Parra Michel**  
**Dr. Roberto Carrasco Álvarez**



CASE NO.	CT 00589
CT NO.	CT-685-SSI
DATE	27-08-2012
PROG.	Don-2012

ID: 199528-2001

# **Estimación de canales variantes en tiempo para sistemas OFDM utilizando expansión en bases**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**Fernando Peña Campos**

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica  
Universidad de Guadalajara 2004-2008

Becario de CONACYT, expediente no. 40231

Directores de Tesis

**Dr. Ramón Parra Michel**

**Dr. Roberto Carrasco Álvarez**

## Resumen

Los sistemas de comunicaciones modernos se basan en la multiplexación por división de frecuencias ortogonales (OFDM) para lidiar con los canales selectivos en frecuencia. Sin embargo, la creciente movilidad y el uso de frecuencias de portadora mayores produce variaciones en el canal dentro del periodo de un símbolo OFDM (escenarios de variación temporal rápida del canal). Esta condición provoca interferencia entre subportadoras y reducción del rendimiento del sistema. En este trabajo de tesis, se presenta un nuevo algoritmo de estimación de canal para hacer frente a este problema. Este se basa en un enfoque iterativo donde el canal es expandido en un subespacio utilizando las funciones bidimensionales Prolate. El método propuesto resulta en un algoritmo de baja complejidad computacional cuyo desempeño es independiente de los parámetros específicos de propagación tales como, retardos de trayectoria, espectro Doppler, etc., en contraste con los enfoques previos en el estado del arte.

Con el propósito de realizar pruebas comparativas de desempeño, se implementó un modelo de capa física en Simulink® con los algoritmos de estimación actuales así como de las mejoras propuestas. Específicamente, se analiza el caso del sistema de comunicaciones del estándar IEEE 802.16e comúnmente llamado WiMAX móvil, en capa física para la subtrama de bajada. Además de tener una complejidad computacional requerida es menor a la de los algoritmos encontrados en estado del arte, los resultados de simulación en términos de BER muestran que este algoritmo alcanza un desempeño similar al obtenido con el conocimiento perfecto del canal, incluso en velocidades del transceptor de hasta 500 km/h con frecuencia de portadora de 2.4 Ghz. Además, la complejidad computacional requerida es menor a la de los algoritmos encontrados en estado del arte.

## **Abstract**

Modern communication systems rely on orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) for dealing with frequency selective channels. However, the increasing mobility and the use of higher carrier frequencies produce channel variations within an OFDM symbol (fast time-varying scenarios). This condition provokes intercarrier interference (ICI) and performance reduction. In this work, a novel channel estimation algorithm to cope with this problem is presented. It is based on an iterative subspace approach using two-dimensional Prolate functions. The proposed method results in a low complexity algorithm whose performance is independent on the specific propagation parameters such as path delays, Doppler spectrum, etc., in contrast to previous approaches.

For the purpose of comparative performance tests, a physical layer model was implemented in Simulink® with current estimation algorithms as well as the proposed one. Specifically, the down link physical layer subframe of an IEEE 802.16e standard (commonly called WiMAX) is analyzed. Besides having less computational complexity in comparison with the state of the art algorithms, simulation results shows that the proposed algorithm achieves bit error rate (BER) performance near to the one obtained with perfect channel knowledge, even in very-high transceiver mobility with as much as 500 Km/h over a 2.4 Ghz carrier frequency.

## **Agradecimientos**

Quiero dedicar este trabajo y darle las gracias a mis padres Graciela y Fernando, por siempre brindarme su apoyo, haberme dado el impulso para alcanzar mis objetivos, porque confiaron en mis decisiones, y porque siempre han estado ahí para platicar de mis días buenos y malos, darme un consejo o inclusive uno que otro regaño cuando es conveniente.

A mis hermanos Claudia, Bertha, Daniel, por mostrarse entusiastas con lo que hago aunque no tengan idea de que es, y por brindarme su compañía aun cuando estoy irritable, estresado o distante. También a mis sobrinos Enrique y Alondra porque siempre me reciben con alegría cariño, y algunas veces con preguntas extrañas.

A mis tíos Rafael y Lupita, que siempre me han alentado a continuar con mis estudios apoyándome de diferentes maneras para seguir adelante.

A Roxana, por ser además de una colega, mi compañera y mejor amiga. Por hacer mis días en el Cinvestav más interesantes y agradables, por motivarme a trabajar cuando estaba distraído o a distraerme cuando estaba bloqueado, por ser tan paciente y comprensiva conmigo.

A mis asesores, el Dr. Ramón Parra y Dr. Roberto Carrasco, por compartirme sus conocimientos, ser mis guías, poner su confianza en mí, dedicarme el tiempo necesario para discutir sobre conceptos, teorías y cuestiones de la vida cotidiana.

A mis amigos Rosalba, Rene, Juan Carlos, Edgar, Diego, con quienes compartí incontables horas haciendo tareas, resolviendo dudas o discutiendo ideas. De ese tiempo con ellos afiance conocimientos y aprendí diversas formas de ver los problemas (algunas de ellas muy extrañas), lo que me ayudo a crecer en lo personal y profesional. También a los demás compañeros de Tele 07-11 con quienes he compartido tiempo, amistad e ideas. A Laura, quien en últimos momentos me apoyo con observaciones y consejos para mejorar la apariencia de este documento.

A CONACYT por proveer el apoyo económico durante el tiempo que tomo hacer este trabajo.



## Contenido

Resumen .....	1
Abstract.....	2
Agradecimientos.....	3
Contenido .....	4
Capítulo 1. Introducción y conceptos básicos de estimación de canal para sistemas OFDM..	7
1.1 Introducción .....	7
1.2 Características del canal de comunicaciones.....	7
1.2.1 Dispersión en el tiempo.....	8
1.2.2 Variabilidad temporal .....	10
1.3 Estimación del canal en el sistema de comunicaciones .....	11
1.4 OFDM .....	12
1.4.1 Problemática de la interferencia intersimbólica .....	12
1.4.2 FDMA.....	12
1.4.3 Modulación por frecuencias ortogonales (OFDM) .....	14
1.4.4 Prefijo cíclico.....	15
1.4.5 Sistema de comunicaciones OFDM básico .....	16
1.4.6 Ventajas y problemática de OFDM.....	17
1.4.7 OFDM en estándares de comunicación .....	18
1.5 Objetivo general del trabajo de tesis .....	19
Capítulo 2. Estimación de canal invariante en sistemas OFDM.....	20
2.1 Introducción .....	20
2.2 Estado del arte de estimadores de canal invariante en sistemas OFDM .....	20
2.3 Interpolación .....	20
2.3.1 Mínimos cuadrados.....	20
2.3.2 Interpolación por partes.....	22
2.3.3 Lineal .....	22
2.3.4 Polinomios de tercer grado .....	24
2.3.5 Interpolación de Shannon (Filtro Pasa Bajas) .....	25
2.3.6 Filtro de Wiener (LMMSE).....	27
2.4 Modelado de expansión en bases .....	29

2.4.1	Expansión de un proceso estocástico en funciones ortogonales.....	29
2.4.2	Obtención de bases para dominio espectral.....	33
2.4.3	Estimación de los pesos.....	34
2.4.4	Bases.....	35
Capítulo 3.	Modelo de simulación de capa física del estándar WiMAX .....	42
3.1	Introducción .....	42
3.2	Introducción al estándar WiMAX .....	42
3.2.1	Formato de capa física de la subtrama de bajada .....	44
3.3	Modelo de canal en WiMAX .....	55
3.4	Implementación en MATLAB® y Simulink® .....	57
3.4.1	Transmisor .....	58
3.4.2	Generación de canal .....	62
3.4.3	Receptor .....	65
Capítulo 4.	Análisis de desempeño.....	75
4.1	Ambiente de simulación .....	75
4.1.1	Canal invariante en tiempo.....	75
4.1.2	Canal variante en tiempo .....	76
4.1.3	Parámetros de los estimadores.....	77
4.2	Resultados de simulación .....	80
4.2.1	Canal invariante .....	80
4.2.2	Canal variante.....	84
4.3	Conclusiones del capítulo .....	90
Capítulo 5.	Estimación de canales variantes en el tiempo en sistemas OFDM.....	91
5.1	Introducción .....	91
5.2	Estado del arte en estimación de canales variantes en el tiempo y mitigación de ICI en sistemas OFDM .....	91
5.3	Objetivos a cubrir por el estimador propuesto .....	93
5.4	Modelo de sistema OFDM en canales variantes en el tiempo .....	93
5.5	Algoritmo de estimación de canales variantes en el tiempo por modelado de expansión en bases .....	95
5.5.1	Modelo de expansión en bases.....	95
5.5.2	Estimación de los pesos.....	97

5.5.3	Reconstrucción del canal estimado .....	99
5.5.4	Esquema iterativo .....	100
5.5.5	Propiedades del estimador.....	101
5.6	Análisis de complejidad computacional .....	103
5.7	Resultados de desempeño.....	104
5.7.1	Gráficas de desempeño .....	105
Capítulo 6.	Conclusiones y trabajo futuro .....	110
6.1	Conclusiones .....	110
6.2	Trabajo futuro.....	111
Bibliografía	.....	112
Apéndice A - Manual de funcionamiento del entorno de simulación.....		114
A.1	Modelos de Simulación .....	114
A.2	Inicialización de los parámetros de simulación. ....	114
A.2.1	Parámetros directos.....	115
A.2.2	Parámetros indirectos .....	116
A.3	Puertos de entrada/salida de los bloques del modelo.....	118
A.3.1	Receptor .....	120
Acrónimos.....		124
Nomenclatura.....		125
Índice de Figuras.....		126
Índice de Tablas.....		130

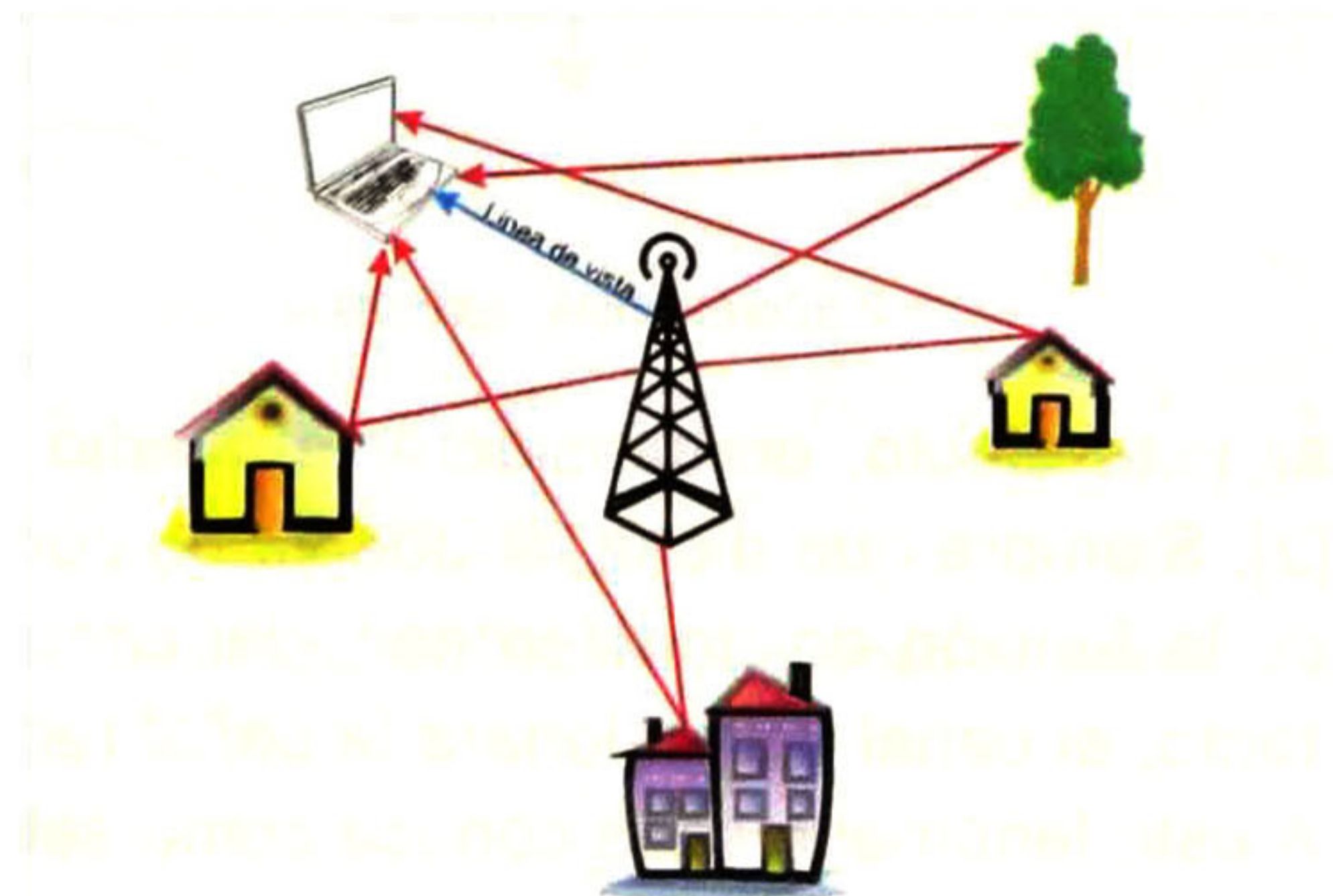
# Capítulo 1. Introducción y conceptos básicos de estimación de canal para sistemas OFDM

## 1.1 Introducción

En la actualidad, existe una gran demanda de servicios de internet de banda ancha para los dispositivos móviles, fenómeno que ha impulsado el desarrollo de sistemas de comunicaciones que puedan establecer dichos enlaces. En este capítulo se describen los retos y distorsiones que presenta el canal de comunicaciones para las conexiones inalámbricas de área metropolitana y la necesidad de desarrollar algoritmos de procesamiento digital de señales para compensar estas alteraciones a la señal recibida. Posteriormente se describe de manera compacta el esquema de modulación por multiplexación frecuencias ortogonales u OFDM (siglas del inglés *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), sus ventajas y desventajas así como algunos de los estándares de comunicaciones inalámbricas que lo utilizan. Por último, se mencionan los objetivos que se pretende cubrir con este trabajo de tesis.

## 1.2 Características del canal de comunicaciones

Los enlaces inalámbricos de área metropolitana presentan diversos ambientes de propagación de la señal con menor o mayor cantidad de obstáculos. Las ciudades de media y alta densidad tienen gran cantidad de edificios, parques, automóviles etc., mientras que en las zonas rurales los obstáculos consisten en montañas, vegetación de gran densidad, etc. Aun en los enlaces establecidos en interiores de casas, oficinas, restaurantes, hoteles etc., existen obstáculos tales como muebles, personas, paredes, etc. Al encontrarse en estos medios de propagación, las ondas electromagnéticas que portan la señal enviada por el transmisor son bloqueadas, difractadas, reflejadas y refractadas [1]. Por tal motivo, al receptor llegan diferentes versiones de la señal enviada por el transmisor que arriban desde diferentes direcciones a la antena en diferentes tiempos de retardo según la longitud de la trayectoria que recorrieron. Este fenómeno es conocido como efecto multitrayectoria (figura 1.1).



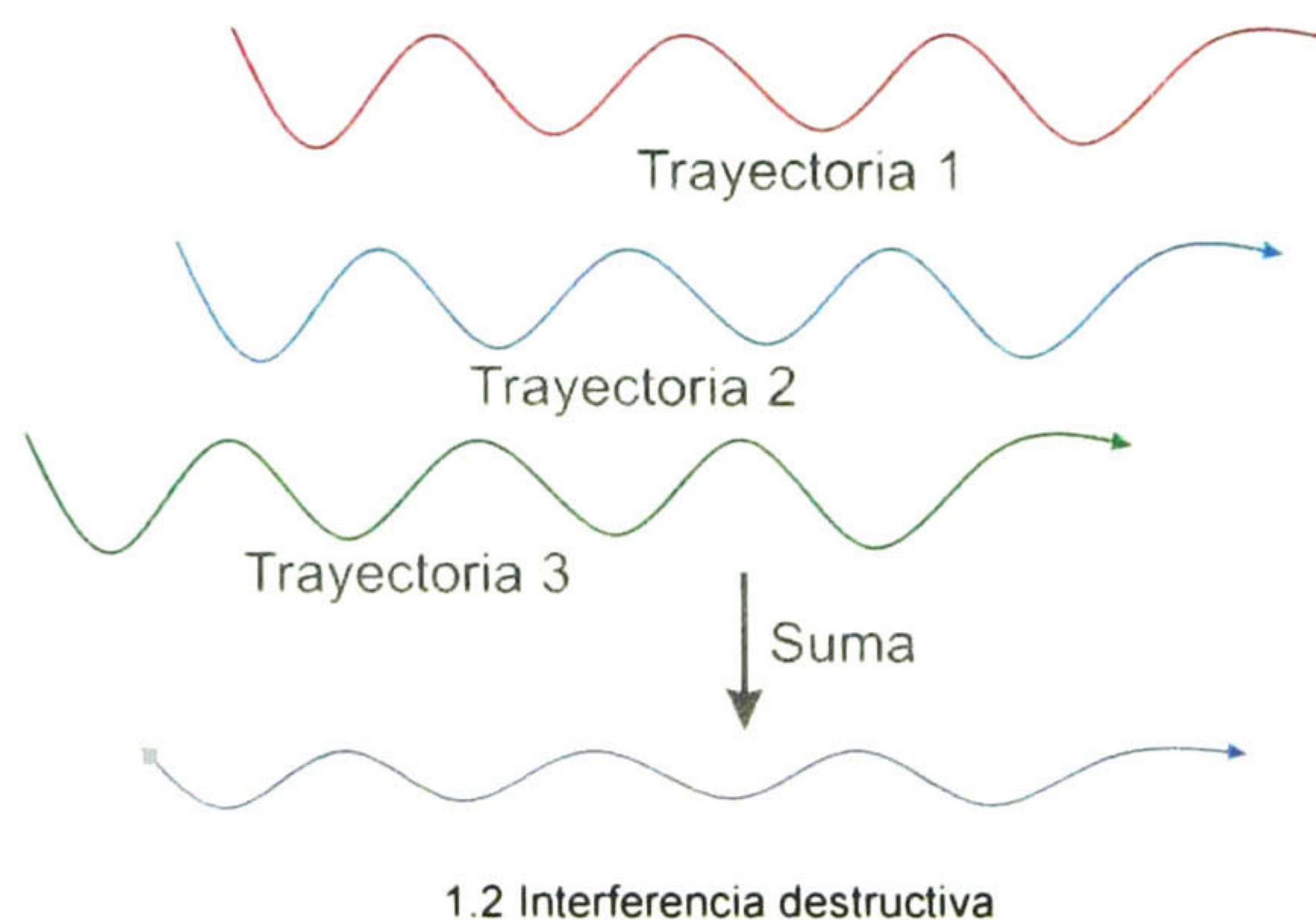
1.1 Recepción de múltiples trayectorias debidas al medio de propagación

Otros factores importantes que afectan la señal transmitida son los cambios en el medio de propagación como la humedad, la presión atmosférica, cualquier tipo de partículas suspendidas, vehículos y personas en movimiento, etc. Estas características generalmente cambian en función del tiempo. Así mismo, el enlace puede ser establecido entre una estación base o punto de acceso inalámbrico hacia uno o varios dispositivos portátiles, como lo son, teléfonos celulares, computadoras portátiles o incluso, automóviles. Dado que en este caso, el dispositivo se puede encontrar en movimiento, las características del entorno a su alrededor cambian. En consecuencia a los factores antes mencionados, se puede concluir que las condiciones del entorno en el cual se propaga la señal electromagnética, se encuentran en un continuo cambio.

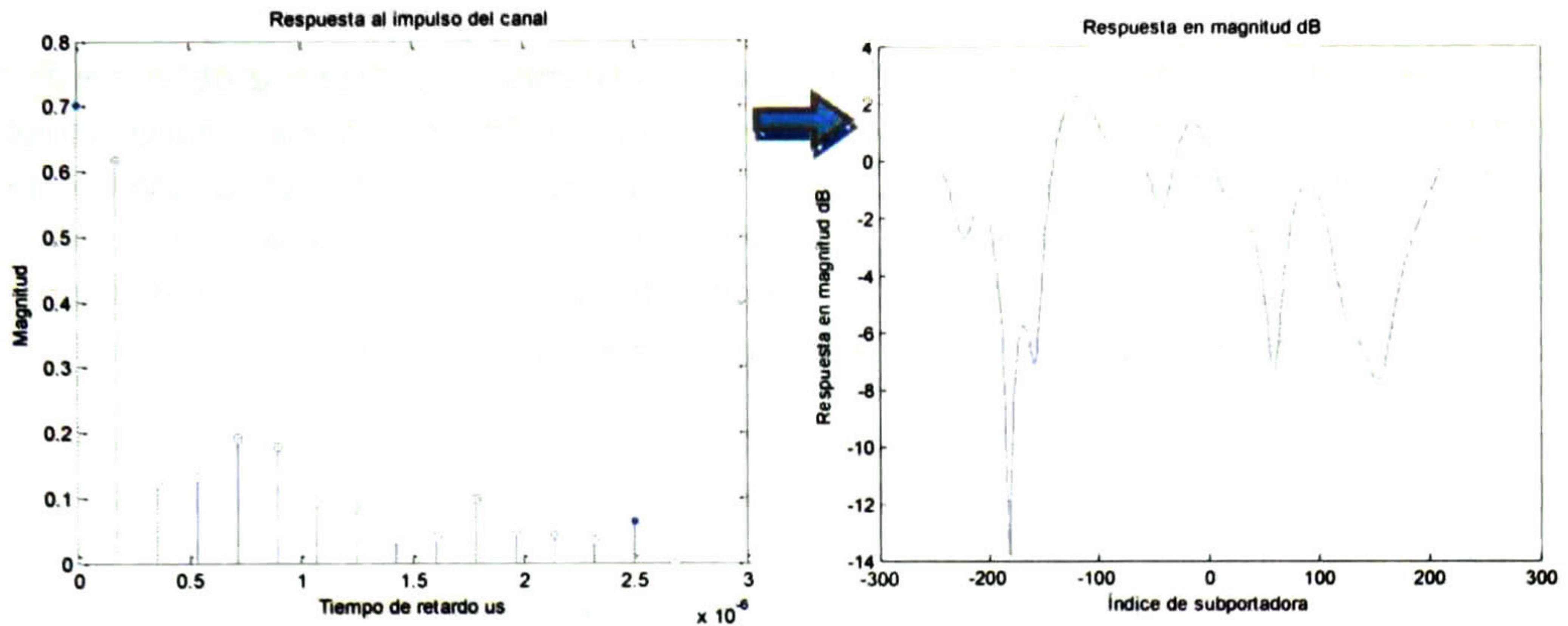
En las siguientes secciones se explica a detalle el impacto que los fenómenos mencionados tienen sobre la señal transmitida y los retos que presentan al receptor en la interpretación de la señal recibida.

### 1.2.1 Dispersión en el tiempo

Se mencionó que en un entorno de transmisión terrestre, las ondas electromagnéticas que arriban al receptor, provienen de diversas trayectorias. Ahora bien, si consideramos que la señal que es enviada por el transmisor consiste en una suma de exponenciales complejas cuya frecuencia reside en un cierto rango  $[-B, B]$ , donde  $B$  es el ancho de banda del sistema, el arribo de versiones de esta señal con diferentes retardos y amplitud implica que la fase para cada una de las exponenciales complejas será diferente entre una versión y otra, lo que provoca que estas señales al sumarse en la antena receptora se interfieran de manera constructiva/destructiva entre sí (figura 1.2).



Otra forma de analizar este efecto, es considerar el medio de propagación como un filtro de respuesta finita [2]. Siempre que dicha respuesta no consista en una delta o cero, su par de Fourier, que es la función de transferencia del canal, no será constante para toda frecuencia y por lo tanto, el canal distorsionara la señal recibida, es decir, modificara su espectro (figura 1.3). A este fenómeno se le conoce como selectividad en la frecuencia.

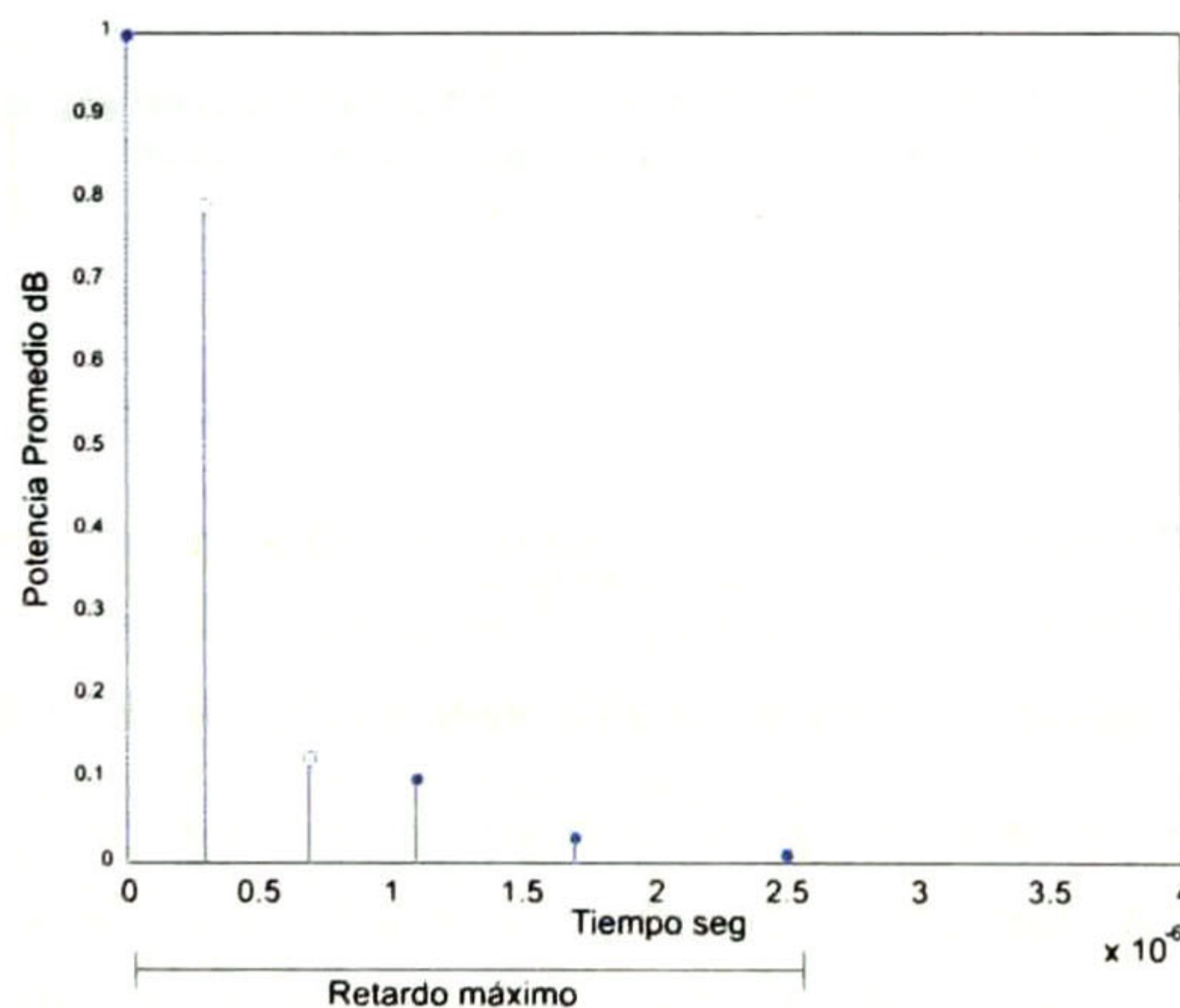


### 1.3 Respuesta al impulso del bloque de canal y su par de Fourier

El retardo máximo o tiempo de diferencia de arribo entre la primera y la última versión de la misma señal en el receptor, determina el ancho de banda de coherencia según la siguiente ecuación [3]:

$$B_c \approx \frac{1}{\tau_{max}}, \quad (1)$$

donde  $B_c$  es el ancho de banda de coherencia del canal y  $\tau_{max}$  es el retardo máximo de dispersión. El concepto de ancho de banda de coherencia cobra importancia en los sistemas de banda ancha, porque determina la correlación que existe en la función de transferencia del canal o dicho de otra forma, el ancho de banda en el cual el canal se puede considerar prácticamente plano [3].

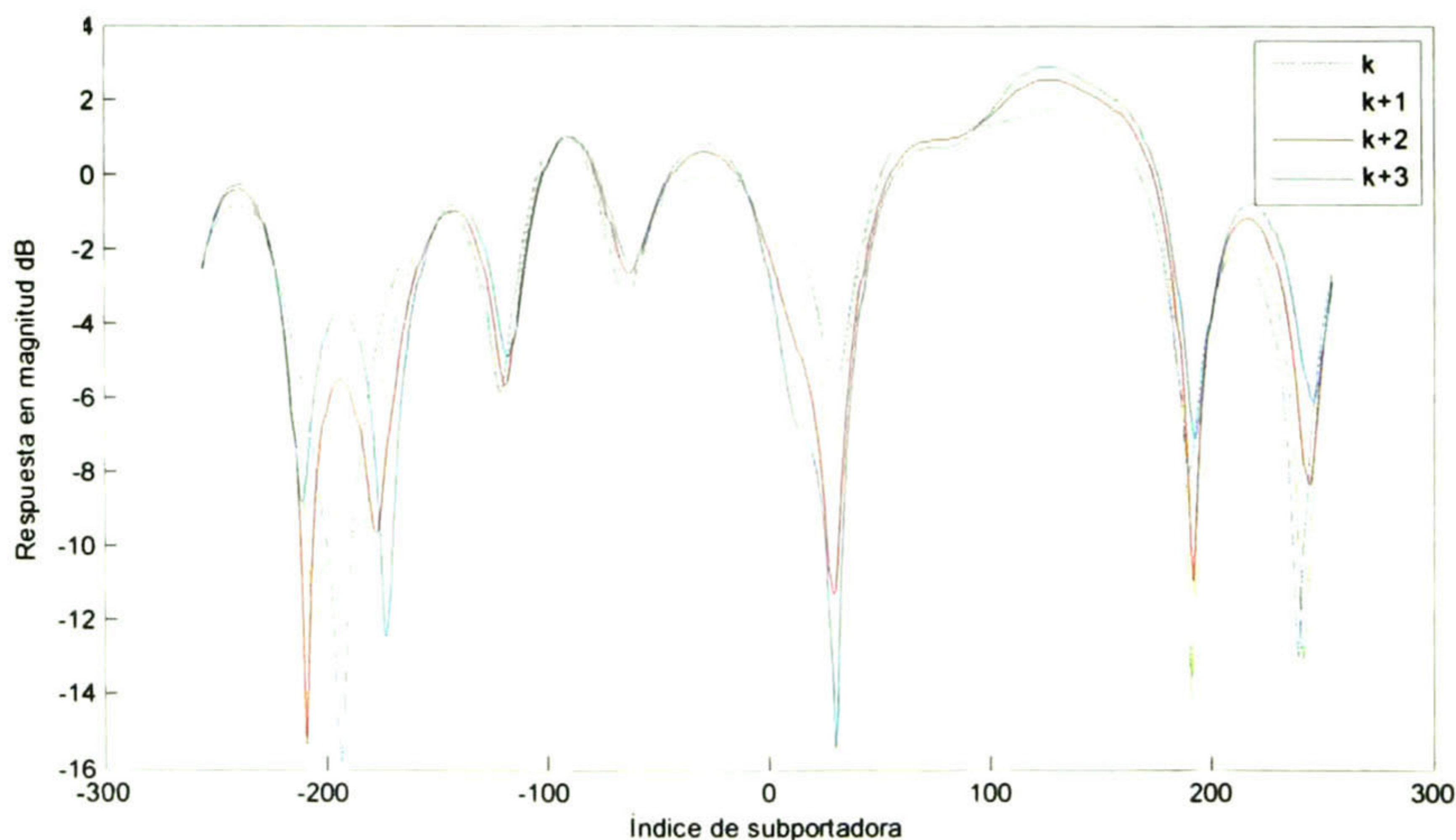


### 1.4 Ejemplo de perfil de potencia de retardo

En los estándares de comunicaciones, el comportamiento de las trayectorias que arriban al receptor se caracteriza estadísticamente. Lo anterior se lleva a cabo mediante campañas de medición en las cuales se obtiene información acerca del comportamiento del canal. La forma más común de presentar esta información estadística acerca de la dispersión del canal es mediante el perfil de potencia de retardo, que muestra trayectorias, con su potencia promedio y tiempo de retardo. La figura 1.4 muestra un ejemplo de perfil de potencia de retardo utilizada en el estándar WiMAX.

### 1.2.2 Variabilidad temporal

Como ya se mencionó anteriormente, el movimiento del receptor y/o el transmisor modifican las condiciones del entorno a su alrededor, lo que provoca cambios en la intensidad, dirección y tiempo de arribo de las trayectorias recibidas del transmisor. Dicha variación deriva en un cambio continuo de la función de transferencia del canal. En la figura 1.5 se muestra la función de transferencia en diferentes instantes de tiempo para un canal modelado según los parámetros de usuario con perfil de potencia de retardo vehicular-A de WiMAX a una velocidad de 120 Km/h con frecuencia de portadora de 2.4 GHz. El periodo de muestreo del canal corresponde al tiempo de símbolo OFDM (revisar sección 3.2.1.10.1).



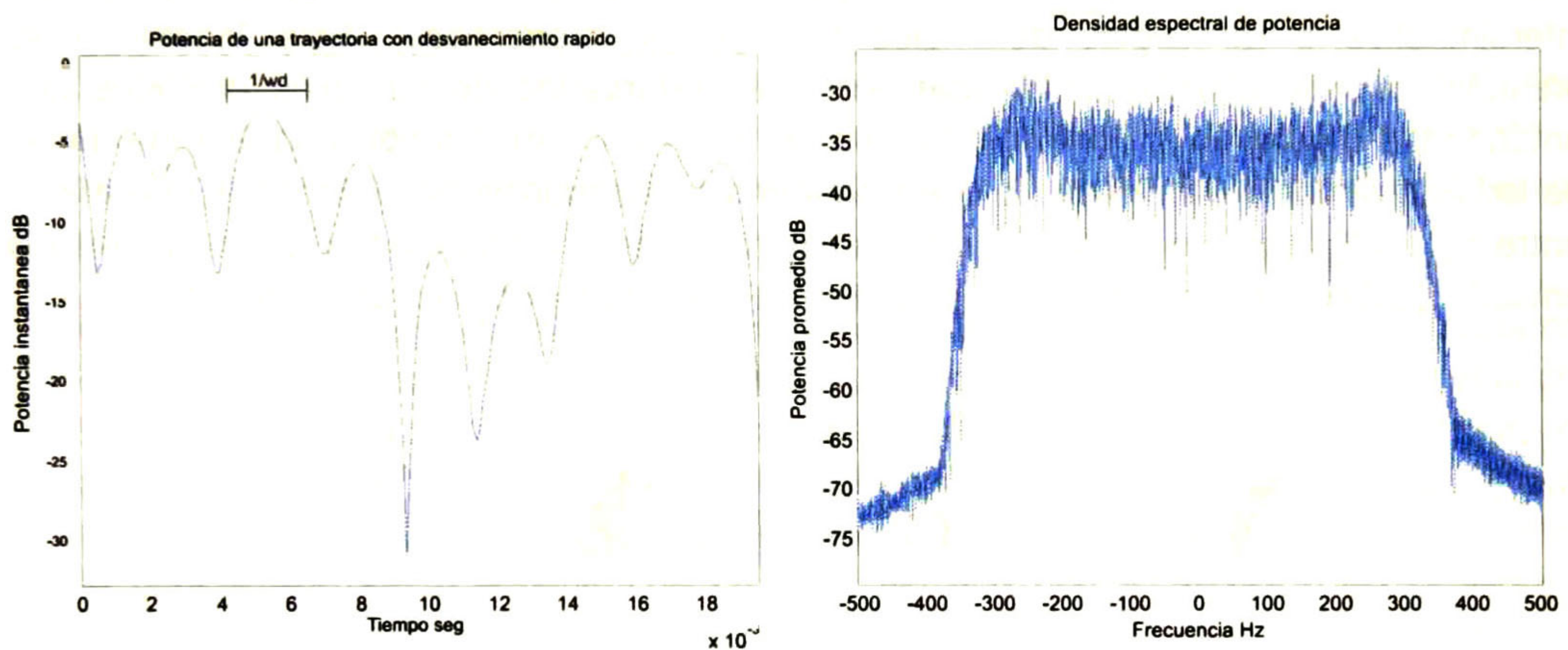
1.5 Espectro de canal variante en diferentes instantes de tiempo

Este efecto de cambio en la atenuación y fase de las componentes espectrales en la señal transmitida ocasiona que se dispersen [3]. Así mismo, la velocidad relativa entre receptor y transmisor ocasiona el efecto Doppler [4] que se manifiesta como un desplazamiento del espectro. Estos fenómenos conocidos comúnmente en conjunto como dispersión Doppler, han sido analizados y caracterizados de manera estadística por varios autores como Jakes [5] y Clark [6]. La intensidad y fase a través del tiempo para cada trayectoria, es un proceso estocástico cuya función de autocorrelación se determina a

partir del espectro Doppler que la caracteriza [3]. Un parámetro importante en la variabilidad temporal del canal es el tiempo de coherencia expresado por la siguiente ecuación:

$$T_c \approx \frac{1}{v_{max}}, \quad (2)$$

donde  $T_c$  es el tiempo de coherencia, que representa el lapso de tiempo dentro del cual, la respuesta del canal se puede considerar constante o correlacionada, y  $v_{max}$  es la máxima frecuencia de dispersión Doppler. En la figura 1.6 se muestra un ejemplo de realización de una sola trayectoria para canal Rayleigh [7], y el correspondiente espectro obtenido de promediar la densidad espectral de potencia o DEP (de sus siglas) de tres realizaciones. Nótese la relación que existe entre la frecuencia máxima Doppler y el tiempo de coherencia.



1.6 Ejemplo de una trayectoria con desvanecimiento rápido y su espectro para una frecuencia Doppler máxima de 300Hz

### 1.3 Estimación del canal en el sistema de comunicaciones

De los fenómenos mencionados en esta sección se puede concluir que el canal puede distorsionar de manera significativa la señal que arriba al receptor. Una forma de lidiar con dichas distorsiones, es conocer el estado del canal, es decir, su función de transferencia o respuesta al impulso para de esta manera aplicar algún mecanismo de compensación. Dado que las condiciones del canal no son las mismas en todo tiempo o lugar, es difícil conocerlas de antemano, es por esto que los sistemas de comunicaciones incorporan en el receptor un bloque que realiza la tarea de estimación de canal de manera periodica. Esta etapa conocida en el ámbito del procesamiento digital de señales como identificación de sistema, requiere que el transmisor mande en alguna forma información conocida tanto por él como por el receptor, para que sirva de entrenamiento al estimar la respuesta del canal y darle seguimiento a través del tiempo.

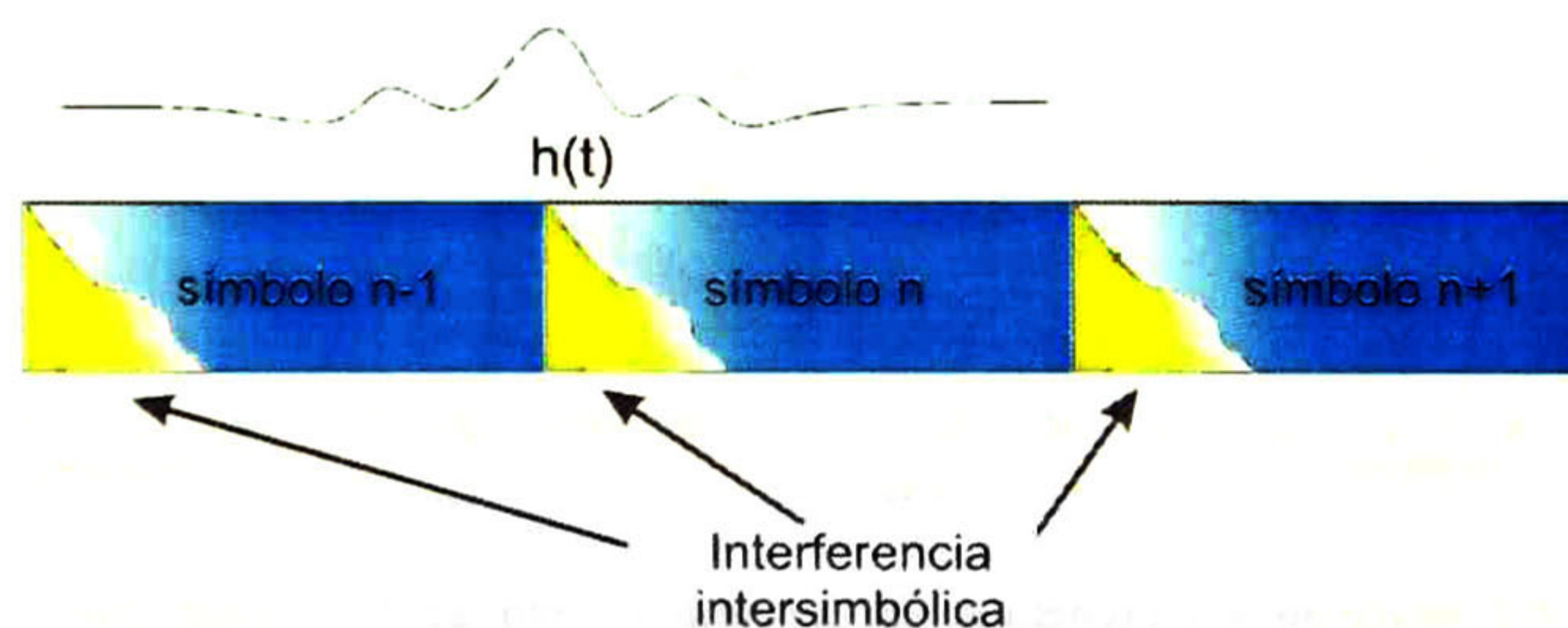


Dado que la calidad de la compensación en los efectos producidos por el canal está relacionada directamente con la precisión del canal estimado respecto al canal real, es importante desarrollar algoritmos de estimación que proporcionen un error de estimación pequeño. Sin embargo, la estimación de canal en el receptor tiene un coste en cuanto a hardware y potencia que están relacionados con la complejidad computacional del algoritmo utilizado, por lo que el algoritmo de estimación debe ofrecer un balance adecuado en cuanto a calidad de estimación y complejidad computacional.

## 1.4 OFDM

### 1.4.1 Problemática de la interferencia intersimbólica

Un problema importante en los canales altamente dispersivos, es decir, que su retardo máximo  $\tau_{max}$  es de un valor cercano o mayor al tiempo de símbolo  $T_s$ , es la interferencia intersimbólica o ISI (siglas del inglés *Intersymbol Interference*). Este fenómeno se presenta cuando al receptor arriban versiones retardadas de símbolos enviados con anterioridad (figura 1.7). Conforme la tasa de transmisión de símbolos se incrementa, el periodo de símbolo disminuye, lo que trae como consecuencia una diferencia aun mayor entre  $\tau_{max}$  y  $T_s$ , y provocando con esto, un aumento en el alcance de la ISI (cada símbolo enviado contiene energía de símbolos anteriores aún más distantes en el tiempo).



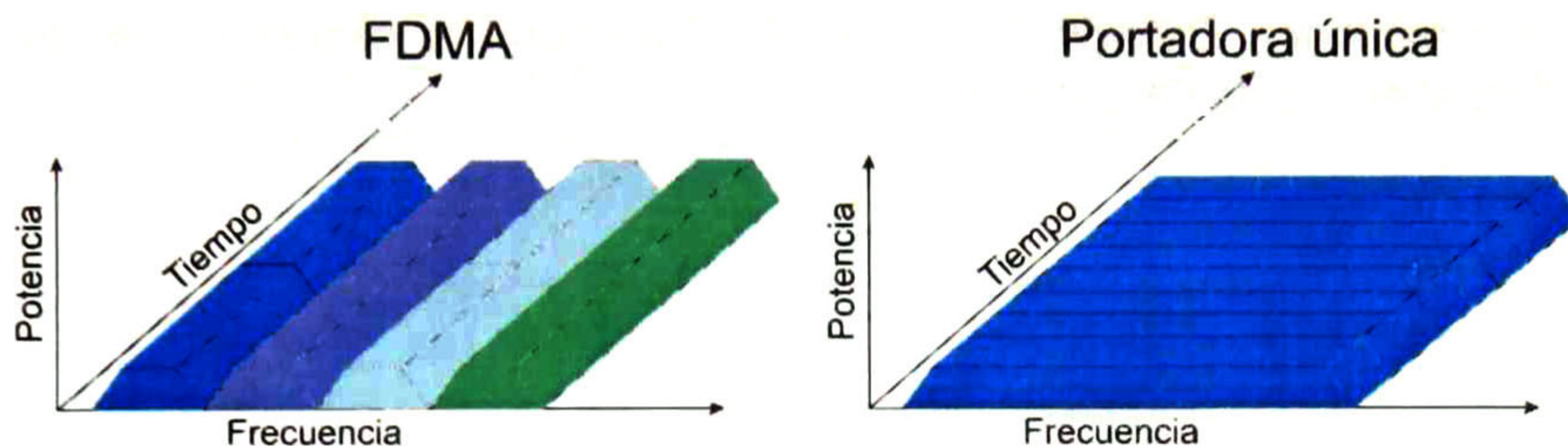
1.7 Interferencia intersimbólica

En los sistemas de comunicación de portadora única de banda ancha, las tasas de transmisión de símbolos requeridas son altas y por ende, el tiempo de símbolo es muy pequeño, lo que generalmente implica que este tipo de sistemas sufra de los efectos de la ISI en el receptor. Para combatir este problema, se utilizan estimadores e igualadores de canal que revierten dicha distorsión, sin embargo, la complejidad computacional de estos algoritmos para sistemas de portadora única se incrementa de manera exponencial conforme se incrementan las tasas de transmisión [8].

### 1.4.2 FDMA

Una forma de reducir los embates de la ISI es aumentar el tiempo de símbolo de tal manera que se cumpla  $\tau_{max} \ll T_s$ . Al hacer esto, la energía relativa de un símbolo anterior contenida en el símbolo actual se reduce, y con ello, disminuye la distorsión del símbolo

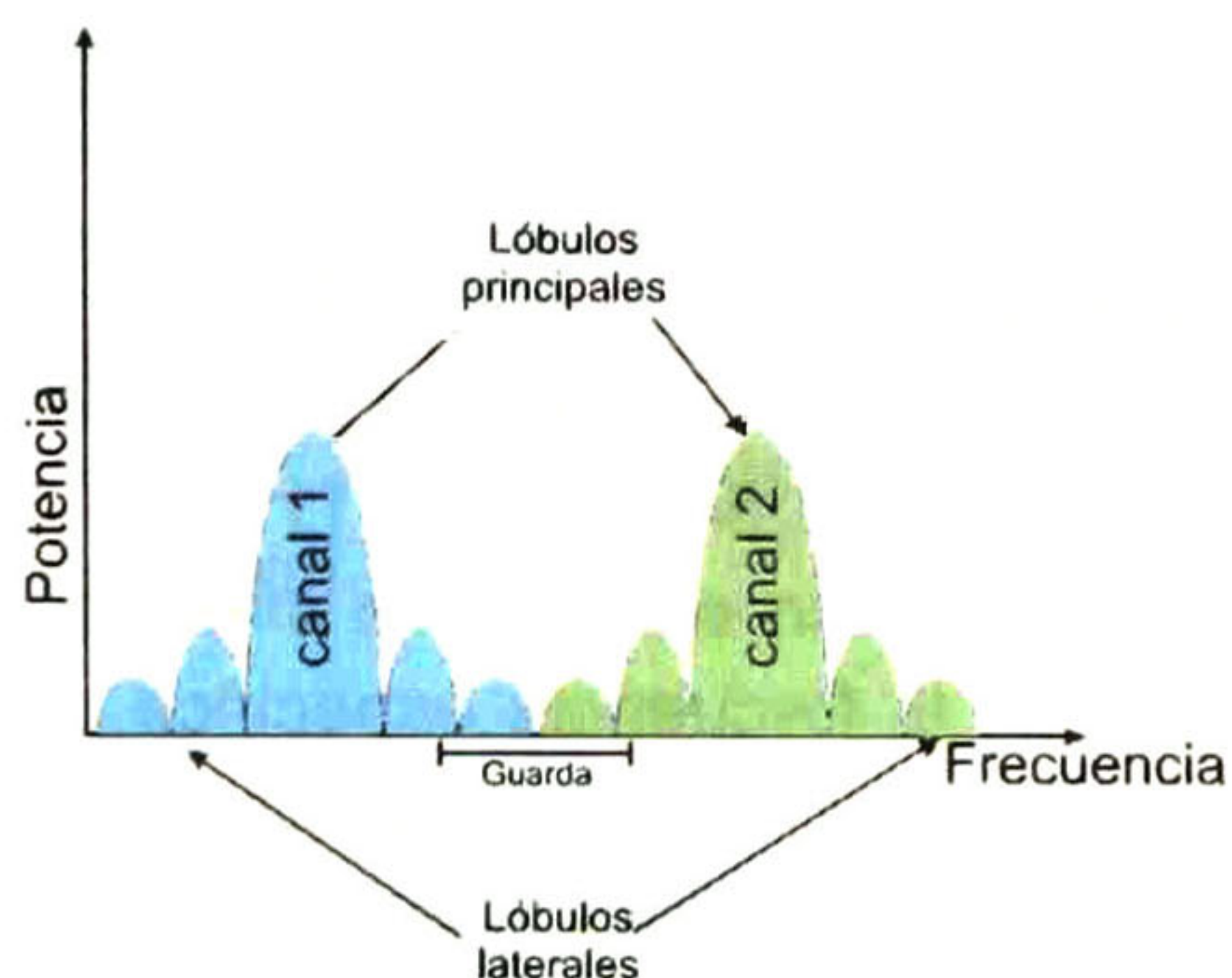
debía a ISI. Sin embargo, ¿cómo conseguir altas tasas de transmisión de bits y periodos de símbolo prolongados de manera simultánea? Una de las soluciones es segmentar el ancho de banda disponible en canales más pequeños. Cada uno de estos canales más pequeños transporta una parte del flujo de datos (figura 1.8). Para conseguir esta segmentación, cada uno de los flujos de datos modula a una portadora centrada en alguno de los segmentos en los que se dividió el subcanal.



1.8 Diferencia entre portadora única y FDMA

De esta manera se reducen las distorsiones provocadas por la ISI, y al mismo tiempo, dado que cada subcanal es más angosto que el ancho de banda del canal completo, el ancho de banda de estos subcanales se aproxima más al ancho de banda de coherencia del canal.

A esta técnica de uso del canal se le denomina FDMA [9] (siglas del inglés *Frequency Division Multiple Access*). Por otro lado, existe un precio que pagar al segmentar el ancho de banda en canales más pequeños. Dado que cada símbolo se encuentra limitado en tiempo por alguna forma de ventana temporal, su espectro no puede estar perfectamente limitado, sino que cada uno de los subcanales tiene lóbulos laterales (figura 1.9), producto de la convolución en el espectro de la señal enviada con el espectro de la ventana utilizada. Estos lóbulos laterales provocan interferencia a los subcanales adyacentes por lo cual es necesario establecer cierto ancho de banda de guarda de separación entre cada uno. Como se puede observar en la figura 1.9, el precio a pagar por la segmentación de canal para combatir el ISI es en este caso, ancho de banda extra que debe ponerse entre cada uno de los subcanales.



1.9 Lóbulos laterales en FDMA

### 1.4.3 Modulación por frecuencias ortogonales (OFDM)

La solución al problema de las bandas de guarda entre cada subcanal fue propuesta por R. W. Chang [10] en 1966, donde se puede resumir que utilizar frecuencias ortogonales elimina la interferencia entre un canal y otro, y permite prescindir de las bandas de guarda entre cada uno de los subcanales. A este esquema de modulación se le conoce como modulación por frecuencias ortogonales u OFDM (siglas del inglés *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Considere la expresión de un símbolo modulado en el esquema OFDM como:

$$s(t) = \sum_k^{N-1} x_k \psi_k(t), \quad (3)$$

donde

$s(t)$	Es la forma de onda con múltiples portadoras modulas.
$x_k$	El símbolo de datos que modula a la $k$ ésima subportadora.
$\psi_k$	La forma de onda de la subportadora $k$ .

Para que el esquema de modulación sea de frecuencias ortogonales, las formas de onda  $\psi_k$  deben ser ortogonales entre si dentro del intervalo de duración del símbolo esto es:

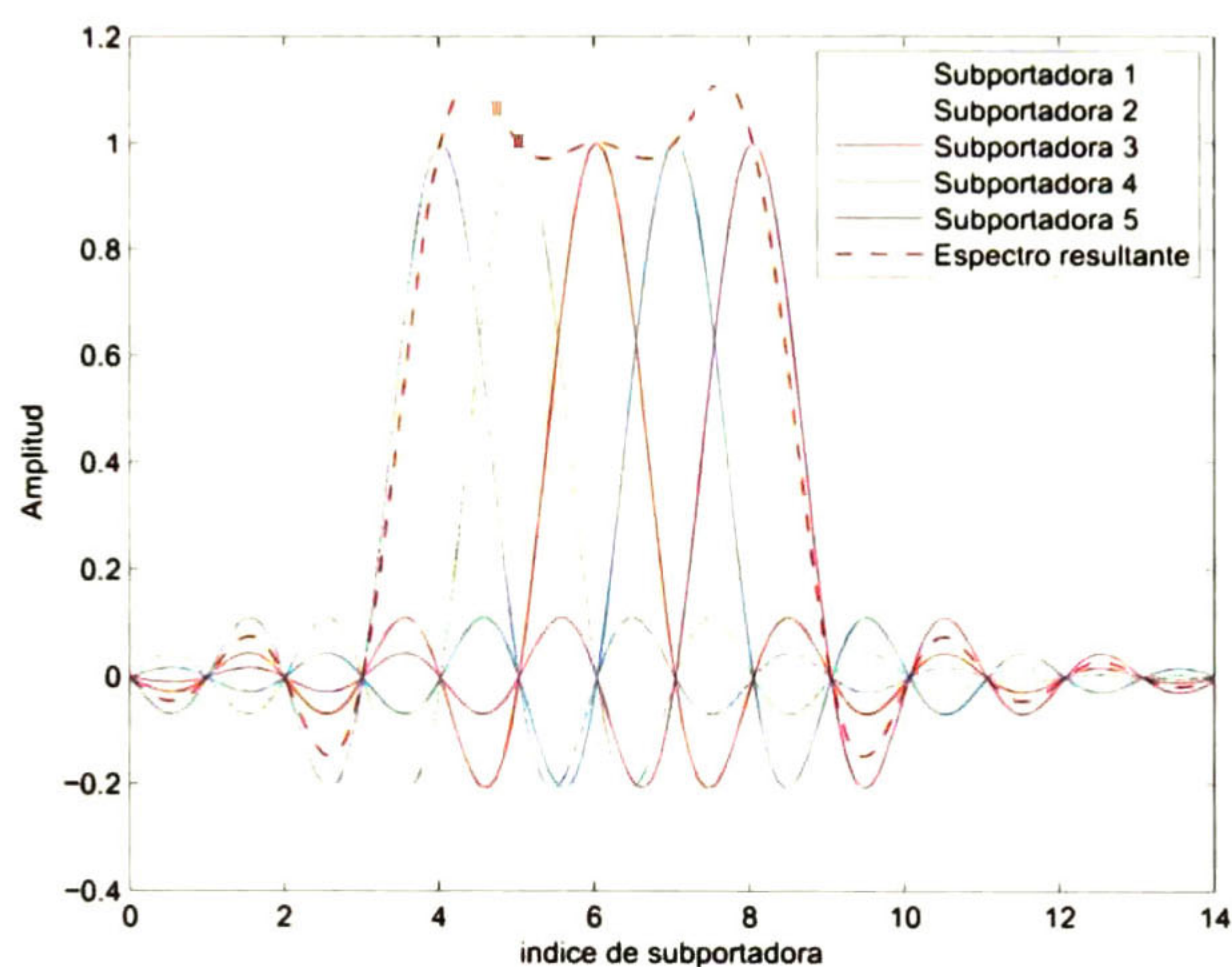
$$\int_0^{T_s} \psi_k(t) \psi_l^*(t) dt = \delta[k - l], \quad (4)$$

donde  $\delta[k]$  es la delta de Kronecker (su valor es uno para argumento igual a cero y cero para cualquier otro argumento). Comúnmente el conjunto de funciones  $\psi_k(t)$  utilizado es:

$$\psi_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_s}} e^{j2\pi f_k t} & t \in [0, T_s] \\ 0 & \text{cualquier otro} \end{cases} \quad (5)$$

donde  $f_k$  es la frecuencia de la  $k$ -ésima subportadora. Es necesario que el tiempo de símbolo  $T_s$  sea un múltiplo entero del inverso del espaciamento entre subportadoras para que el conjunto de señales  $\psi_k(t)$  sean ortogonales [11]. La figura 1.10 muestra la gráfica en el dominio de la frecuencia para un ejemplo de símbolo OFMD con 5 subportadoras donde se puede apreciar que en la frecuencia específica donde se toma la muestra del espectro para cada subportadora, no existe aportación de energía de alguna otra subportadora. Al eliminar el uso de bandas de guarda entre cada subcanal, este esquema de modulación obtiene un aprovechamiento espectral más eficiente.

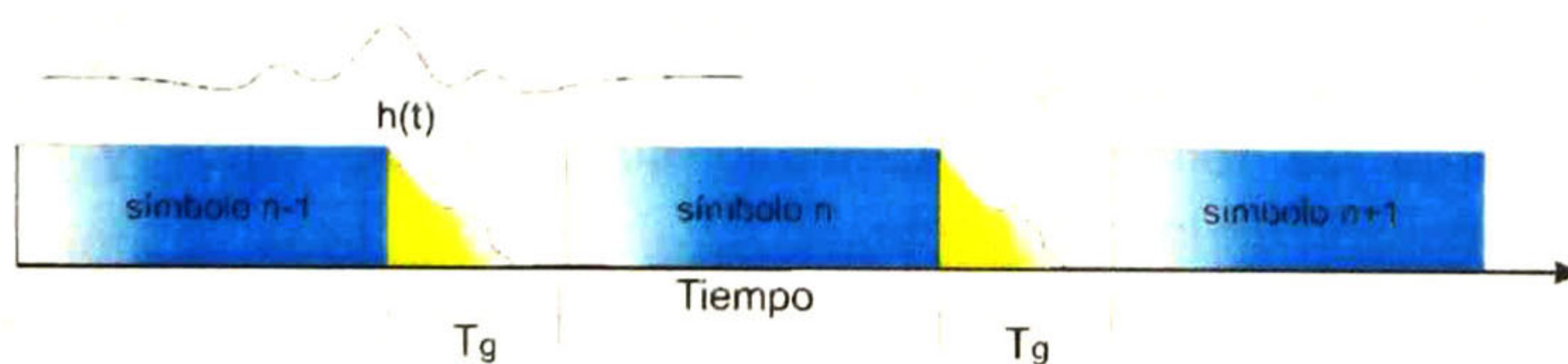
Al sustituir (5) en (3), puede observarse que el resultado es precisamente la expresión de la transformada inversa de Fourier o IFT (siglas del inglés *Inverse Fourier Transform*) de  $x[k]$ , por lo tanto, no es necesario el uso de un modulador individual para cada una de las subportadoras, basta con aplicar la IFT a la señal que se desea modular. Es importante resaltar que una diferencia en la frecuencia de muestreo del receptor o CFO (siglas del inglés *Carrier Frequency Offset*) impacta de manera negativa al sistema porque implica que las muestras en el dominio de la frecuencia no se toman en la posición adecuada lo que deriva en interferencia entre subportadoras o ICI (siglas del inglés *Inter-carrier interference*) debido a la pérdida de la ortogonalidad.



1.10 Espectro de símbolo OFDM

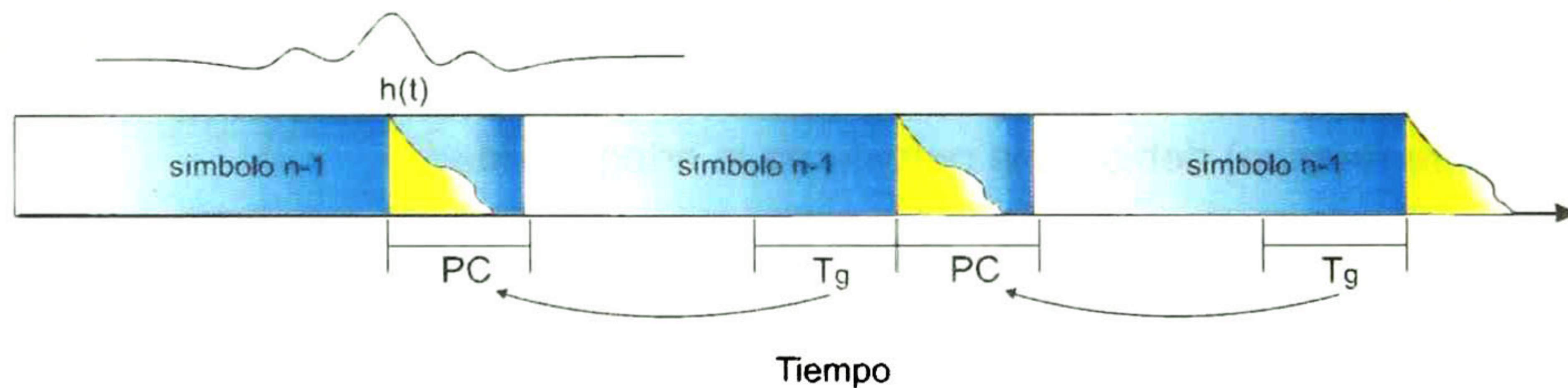
#### 1.4.4 Prefijo cíclico

Volviendo al problema de ISI en el receptor. Se sabe que al haber prolongado el tiempo de símbolo  $T_s$  de tal forma que se cumpliera  $\tau_{max} \ll T_s$  se redujo la ISI. Sin embargo, esta solución no provee una transmisión completamente libre de ISI. Tomando en cuenta que ahora  $T_s$  es muy grande en relación al tiempo de retardo máximo, es razonable optar por insertar al inicio de cada símbolo, un tiempo de guarda  $T_g$  en potencia cero que absorba la respuesta residual del canal del símbolo anterior (figura 1.11). Siempre que  $T_g$  sea mayor que  $\tau_{max}$ , este mecanismo permite un enlace libre de ISI a costa de sacrificar algo de rendimiento en la tasa de transmisión [8].



1.11 Transmisión con tiempo de guarda

Sin embargo, es posible aprovechar de una mejor manera el tiempo de guarda  $T_g$ . Al insertar en este intervalo de tiempo la última porción de símbolo OFDM de tamaño  $T_g$  (figura 1.12), se consigue que el símbolo OFDM extendido aparente ser periódico al ser convolucionado con la respuesta al impulso del canal. Dicha porción de señal al principio de cada símbolo OFDM se llama prefijo cíclico.



1.12 Símbolos OFDM con prefijo cíclico

Esta interesante solución consigue hacer que la operación de convolución lineal que realiza el canal de forma natural con el símbolo OFDM extendido, se convierta en una convolución circular entre la respuesta al impulso del canal y el símbolo OFDM sin extender (también se debe asumir que el canal es cuasi invariante en el periodo de símbolo OFDM). De forma que, al recibir el símbolo OFDM extendido y remover la parte correspondiente al prefijo cíclico, la señal resultante sin tomar en cuenta la aportación de ruido, está dada por [8]:

$$y[n] = h[n] \circledast x[n]. \quad (6)$$

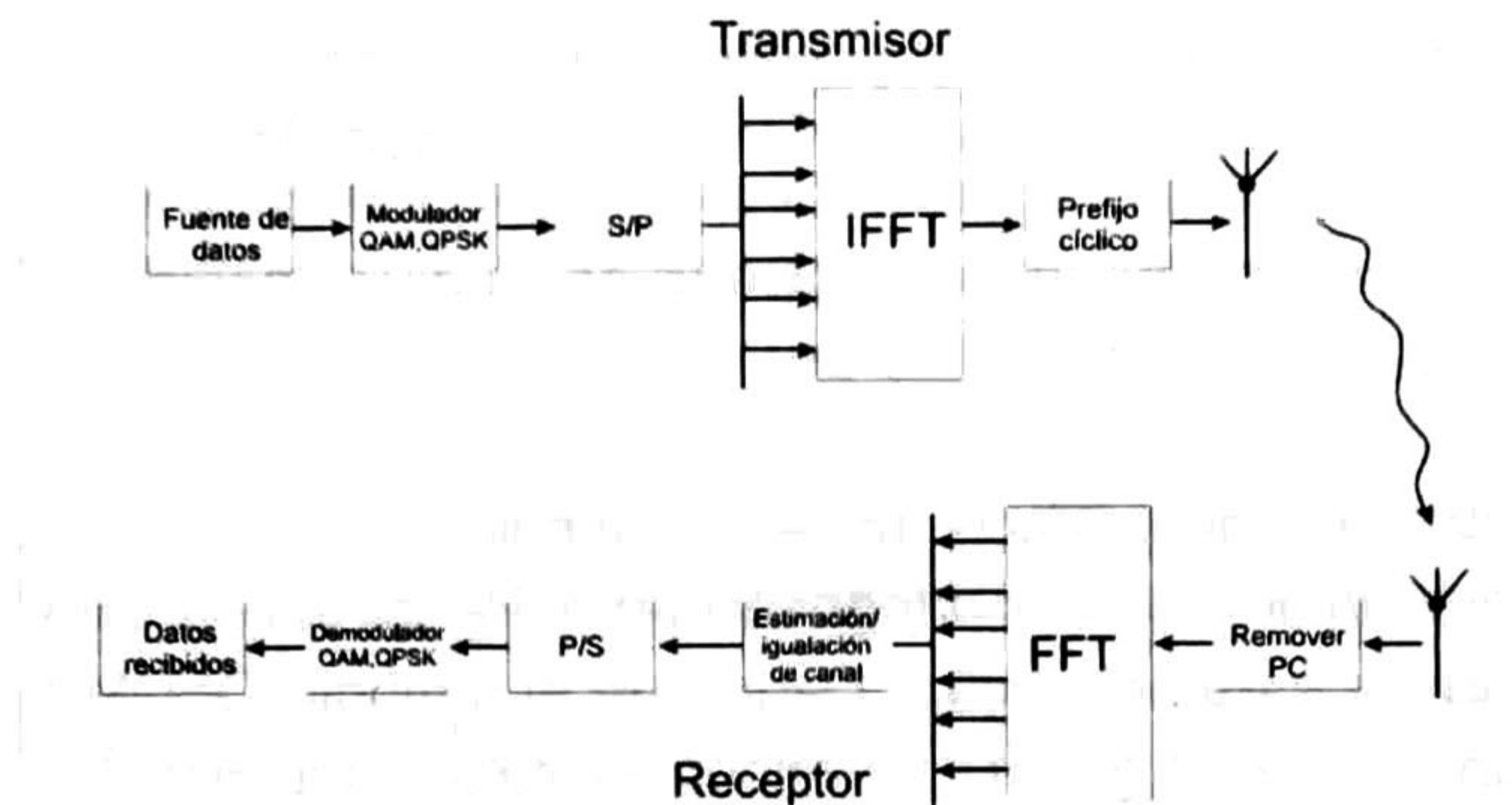
Considerando la propiedad de convolución circular de la transformada discreta de Fourier o DFT (siglas del inglés *Discrete Fourier Transform*), la DFT de (6) se expresa como:

$$Y[k] = X[k]H[k]. \quad (7)$$

La ecuación (7) es de gran relevancia dado que implica que cada subportadora en el receptor se puede ecualizar de manera independiente, lo que ofrece la posibilidad de desarrollar algoritmos de baja complejidad computacional.

#### 1.4.5 Sistema de comunicaciones OFDM básico

Resumiendo los conceptos acerca del esquema de modulación OFDM, en la figura 1.13 se muestra un sistema básico de comunicaciones OFDM en banda base. El bloque S/P realiza la tarea de tomar una cantidad símbolos de datos y mapearlos a su correspondiente posición en la frecuencia.



1.13 Sistema de comunicaciones OFDM básico

#### 1.4.6 Ventajas y problemática de OFDM

Las ventajas que ofrecen los sistemas OFDM en los sistemas de banda ancha son los siguientes [8]:

- **Acceso múltiple al medio.** Como se mostrara en el capítulo 3, el esquema de acceso al medio OFDMA provee de gran flexibilidad en las redes de área local y metropolitana a la hora de asignar los recursos.
- **Sincronización temporal.** Seleccionando un prefijo cíclico de tamaño mayor al retardo máximo del canal, es posible proveer al sistema de cierta robustez a la sincronía de inicio de símbolo.
- **Sistema implementable con IFFT/FFT.** A diferencia de FDMA, la modulación/demodulación de todas las subportadoras se puede realizar en un solo paso mediante el uso de las versiones eficientes de la transformada de Fourier en vez de tener una rama completa de modulación/demodulación por cada subportadora.
- **Baja relación pico-promedio en los dispositivos móviles.** Comúnmente, cada dispositivo móvil tiene asignado solo una pequeña cantidad de subportadoras para transmitir a la estación base, dejando las demás subportadoras de su símbolo OFDM en valor cero, con esto se reduce el problema de la relación pico-promedio o PAR (siglas del inglés *Peak to Average Ratio*). Además, a diferencia de los esquemas de acceso al medio temporales en donde, cada dispositivo móvil transmite en modo ráfaga a toda velocidad en su turno, en OFDM los tiempos de transmisión son más prolongados pero con menor uso de potencia (dado que solo se modula una cantidad de subportadoras) lo que resulta benéfico para la vida útil de las baterías.
- **Robustez ante la ISI.** Bajo condiciones ideales, el prefijo cíclico provee de una transmisión sin ISI.
- **Alta eficiencia espectral.** La ausencia de bandas de guarda entre subcanales permite un mejor aprovechamiento del espectro.

Pero estos beneficios no son proporcionados sin algún costo, algunas de las desventajas que los sistemas OFDM presentan son las siguientes:

- **Sensibilidad a la dispersión Doppler.** La dispersión Doppler provoca interferencia entre las subportadoras.
- **Sensibilidad a CFO.** Uno de los grandes problemas de OFDM, es la necesidad de una sincronización perfecta en la frecuencia de muestreo del transmisor y el receptor para evitar perder la ortogonalidad entre las subportadoras.
- **Alto PAR en la estación base.** Dado que el símbolo OFDM se conforma de la suma de una cantidad grande de exponenciales complejas con amplitud y fases aleatorias, es probable que en algunos instantes de tiempo se produzca suma constructiva en un gran número de ellas, provocando así que se disparen los valores de amplitud en dichos instantes. Este fenómeno implica la necesidad amplificadores con zonas lineales muy grandes para evitar distorsión, los cuales suelen ser energéticamente poco eficientes.
- **Perdida de eficiencia.** El prefijo cíclico así como las bandas de guarda laterales comúnmente utilizados en los sistemas OFDM reduce el rendimiento del sistema, es decir, una proporción de ancho de banda y la potencia transmitida no se dedica específicamente a transmitir datos.

#### 1.4.7 OFDM en estándares de comunicación

Las prestaciones de los sistemas OFDM para superar los canales selectivos en frecuencia han fomentado su uso en diversos estándares de comunicaciones inalámbricas. Entre ellos se encuentran estándares de difusión de video y radio, telefonía celular de 4ta generación, redes locales de banda ancha y redes de área metropolitana. En la siguiente lista se muestran algunos de los estándares que utilizan OFDM:

1-1 Estándares de OFDM

Estándar	Uso principal	Tecnología	Ancho de Banda (Mhz)	Downlink (Mbit/s)	Uplink (Mbit/s)
WiMAX	Internet móvil, redes de área metropolitana.	MIMO-SOFDMA	20	128	56
LTE	Telefonía celular 4g.	OFDMA/MIMO/SC-FDMA	20	100	50
Flash-OFDM	Internet móvil.	Flash-OFDM	1.25	5.3	1.8
			2.5	10.6	3.6
			3.75	15.9	5.4
Wi-Fi	Internet móvil, redes de área local.	OFDM/MIMO	20	300 en arreglos de antena 4x4	
			40	600 en arreglos de antena 4x4	
DVB-T	Difusión de video terrestre	OFDM	6-8	4.98-31.67	n/a

## **1.5 Objetivo general del trabajo de tesis**

Dado el impacto que tiene la selectividad en frecuencia y la variabilidad temporal del canal, sobre el rendimiento de los sistemas de comunicaciones de banda ancha, el objetivo general de este trabajo de tesis se centrará en el estudio y mejora de la etapa de estimación de canal para sistemas OFDM. Principalmente, se requiere encontrar o producir un algoritmo que sea implementarle en la práctica. Para cumplir con esto, se plantean a continuación los objetivos específicos necesarios en orden cronológico.

### **I. Modelo de Simulación de capa física WIMAX.**

Las métricas de desempeño de los diferentes algoritmos de estimación se determinarán mediante simulación, por lo que es necesario diseñar e implementar una plataforma de prueba con el modelo de capa física del sistema. Este modelo debe ser configurable en los parámetros que el estándar lo requiera como son, esquemas de modulación, tamaño de FFT, etc. Además, el modelo debe involucrar un bloque de simulación del canal, con el cual sea posible reproducir las diferentes condiciones del medio de propagación sugeridas por el foro WiMAX para la prueba de dispositivos y bloques de procesamiento.

### **II. Análisis de técnicas de estimación de canal actuales.**

Se debe identificar el estado del arte en los métodos de estimación de canal basados en pilotos contra los cuales se desea obtener una mejora, y llevarlos a la implementación en el modelo de simulación de WiMAX. De esta forma se obtendrán las métricas concernientes al estado del arte en cuanto a complejidad computacional y error en la estimación de canal que deben ser superados.

### **III. Propuesta de mejoramiento en la estimación.**

Se debe plantear un algoritmo o mejora a algunos de los algoritmos de estimación actuales, que ofrezca cierta ventaja en cuanto a error de estimación, complejidad computacional o ambos.

### **IV. Simulación y análisis de desempeño a nivel sistema.**

Se implementarán todos los algoritmos de estimación seleccionados del estado del arte así como el algoritmo propuesto. Plantear los diferentes entornos de simulación basados en las recomendaciones del estándar para realizar un plan de simulaciones que permita obtener las métricas de desempeño.

### **V. Comparativa de desempeño-complejidad entre métodos.**

Realizar un análisis a los resultados arrojados por las simulaciones y complementarlo con las características de complejidad computacional en los algoritmos de estimación para ofrecer tablas de comparación que denoten las ventajas y los pormenores del algoritmo de estimación propuesto contra los que existen en la literatura.



## Capítulo 2. Estimación de canal invariante en sistemas OFDM

### 2.1 Introducción

La estimación de canal forma parte vital del proceso de recepción en los sistemas de comunicaciones de banda ancha. En muchos casos, la distancia entre el transmisor y receptor así como las condiciones del entorno de propagación y los obstáculos, provocan distorsiones en la señal transmitida que de no ser compensadas de manera adecuada, provocan tasas de error inaceptables en el receptor [8]. En este capítulo se abordan los algoritmos de estimación de canal comúnmente usados en los sistemas OFDM con pilotos, específicamente se describen los algoritmos de estimación que consideran el canal cuasi constante durante la transmisión de un símbolo OFDM completo. Estos tienen la ventaja de tener baja latencia puesto que la estimación de canal se realiza utilizando únicamente la información por cada símbolo OFDM.

### 2.2 Estado del arte de estimadores de canal invariante en sistemas OFDM

En la actualidad existen diferentes técnicas en la literatura que afrontan el problema de la estimación de canal. Comúnmente se pueden encontrar métodos en los que se estima el canal en la posición de los pilotos y posteriormente se aplica alguna técnica de interpolación para estimar el canal en las subportadoras de datos. Este procedimiento se explica a detalle en [8], [12] y [13]. Los interpoladores que se suelen utilizar van desde polinomios de primer grado hasta curvas spline. Otra técnica utilizada para obtener la estimación del canal a partir de una primera aproximación en la posición de los pilotos es el mínimo error medio cuadrático lineal. Este algoritmo así como algunas de sus transformaciones para disminuir complejidad computacional, se encuentran descritos en [14], [15] y [16]. En algunos trabajos como [17] utilizan expansión en funciones ortogonales para la estimación de canal.

### 2.3 Interpolación

#### 2.3.1 Mínimos cuadrados

Los métodos de estimación de canal basados en interpolación, estiman la función de transferencia del canal en la posición de los pilotos y posteriormente utilizan alguna técnica de interpolación para determinar la función de transferencia en la posición de las subportadoras de datos. En la literatura el método que se utiliza para la estimación del canal en la posición de los pilotos es el algoritmo de mínimos cuadrados [18].

Partiendo del modelo de símbolo OFDM a la salida del bloque de FFT en el receptor obtenido en la sección 1.4, tomando en cuenta el ruido aditivo, y considerando que el canal es invariante dentro del símbolo OFDM tenemos:

$$Y[k] = X[k]H[k] + N[k], \quad (8)$$

donde:

- $H[k]$  Es la función de transferencia del canal en la posición de la subportadora  $k$ .
- $Y[k]$  La señal recibida en la posición de la subportadora  $k$ .
- $X[k]$  La subportadora transmitida en la posición  $k$ .
- $N[k]$  Contribución del ruido a la subportadora  $k$ .

Para estimar el canal en la posición de los pilotos es necesario separar de la señal recibida las subportadoras que pertenecen a los pilotos, de modo que el símbolo recibido en dichas posiciones se expresa como:

$$Y_p[k] = X_p[k]H_p[k] + N_p[k], \quad (9)$$

donde el subíndice  $p$  indica que el vector está conformado por el muestreo del vector original de la ecuación (8) en la posición de las subportadoras piloto. Expresando (9) en forma de operadores de matrices obtenemos:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{X}_p \mathbf{h}_p + \mathbf{n}_p, \quad (10)$$

donde

- $\mathbf{y}_p$  Es el vector con las subportadoras piloto recibidas.
- $\mathbf{X}_p$  Es la matriz diagonal con los pilotos transmitidos.
- $\mathbf{h}_p$  Es el vector con la función de transferencia del canal en la posición de los pilotos.
- $\mathbf{n}_p$  Es el vector con la aportación del ruido a las subportadoras piloto.

Minimizando el error cuadrático en la estimación de la función de transferencia del canal  $\mathbf{h}_p$ , en la posición de los pilotos tenemos [19]:

$$\hat{\mathbf{h}}_p = \mathbf{X}_p^{-1} \mathbf{y}_p. \quad (11)$$

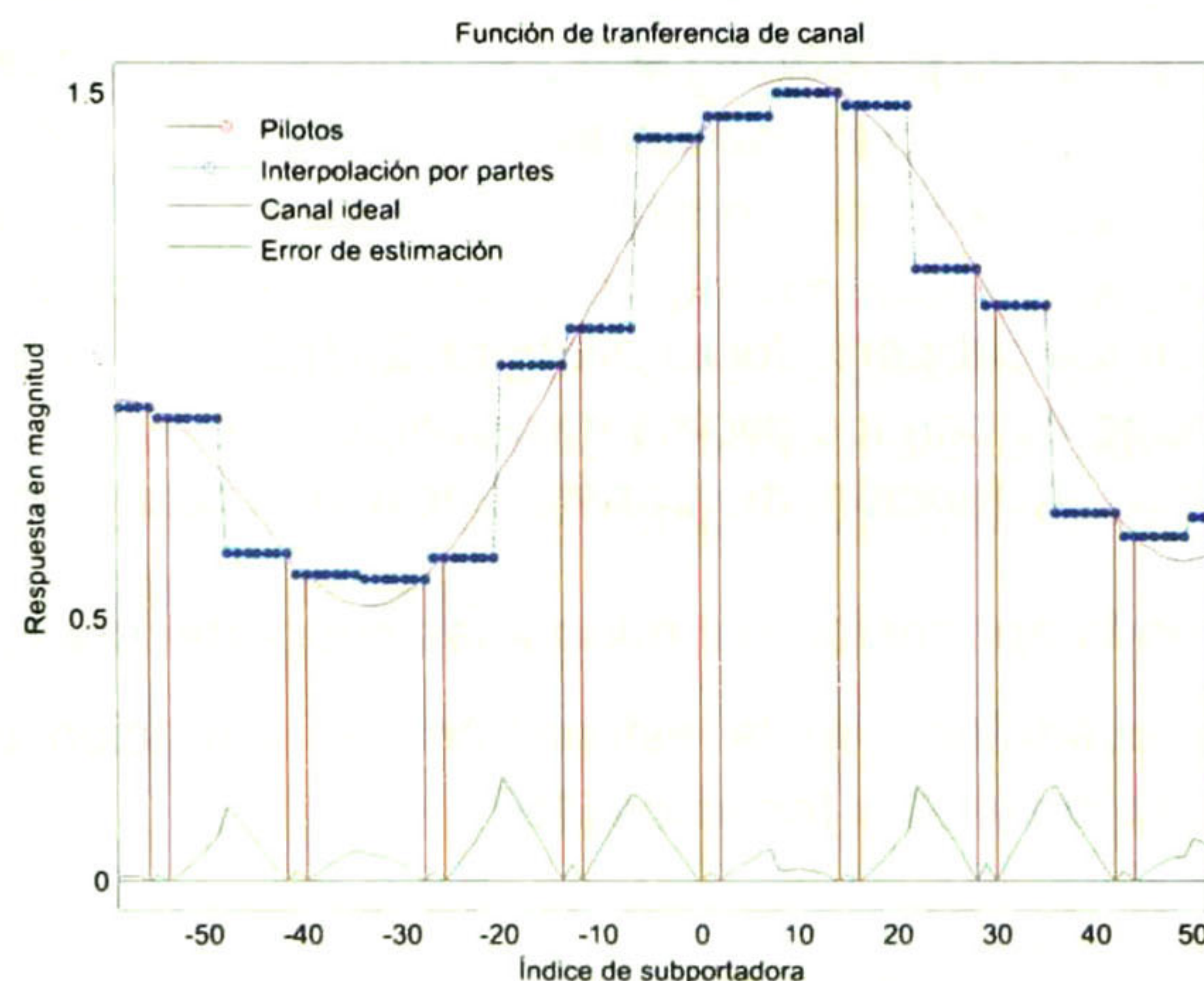
Dado que  $\mathbf{X}_p$  es una matriz diagonal, su inversa es una matriz diagonal cuyos valores son el recíproco de cada uno de los pilotos enviados. Por lo tanto la función de transferencia del canal en la posición de los pilotos se puede determinar de la siguiente forma:

$$\hat{H}_{p_{LS}}[k] = \frac{Y_p[k]}{X_p[k]} \quad (12)$$

Lo anterior se puede resumir en que el canal para la posición de los pilotos estimado en términos de mínimos cuadrados, se puede obtener haciendo la división del valor de la subportadora piloto recibida en cada posición, entre la subportadora enviada como referencia. En las siguientes secciones se describen algunos algoritmos de interpolación que se utilizan para la estimación de canal en las subportadoras de datos.

### 2.3.2 Interpolación por partes

La interpolación por partes tiene bajo costo computacional y consiste en asignar el valor de la función de transferencia de canal estimado en cada subportadora de datos, exactamente igual al valor de canal estimado en la subportadora piloto más cercana. Dado que la forma de onda que adopta la función de transferencia del canal es escalonada, el error sistemático de este método de interpolación puede ser relativamente alto comparado con los demás métodos de interpolación. La figura 2.1 muestra un ejemplo de la estimación del canal utilizando interpolación por partes en un símbolo OFDMA par (ver sección 3.2.1.6). Puede observarse que el error de estimación se vuelve más significativo para las subportadoras de datos que se encuentran más distantes de una subportadora piloto.



2.1 Estimación de interpolación por partes

### 2.3.3 Lineal

En el método de interpolación lineal, la función de transferencia del canal en la posición de las subportadoras de datos se aproxima mediante segmentos de línea recta. El canal en cada subportadora de datos se estima al evaluar la recta que pasa por los dos pilotos

más cercanos, uno al lado izquierdo y otro al lado derecho. La expresión para obtención de la recta y la evaluación en la posición de cada subportadora de datos está dada por la siguiente ecuación [20]:

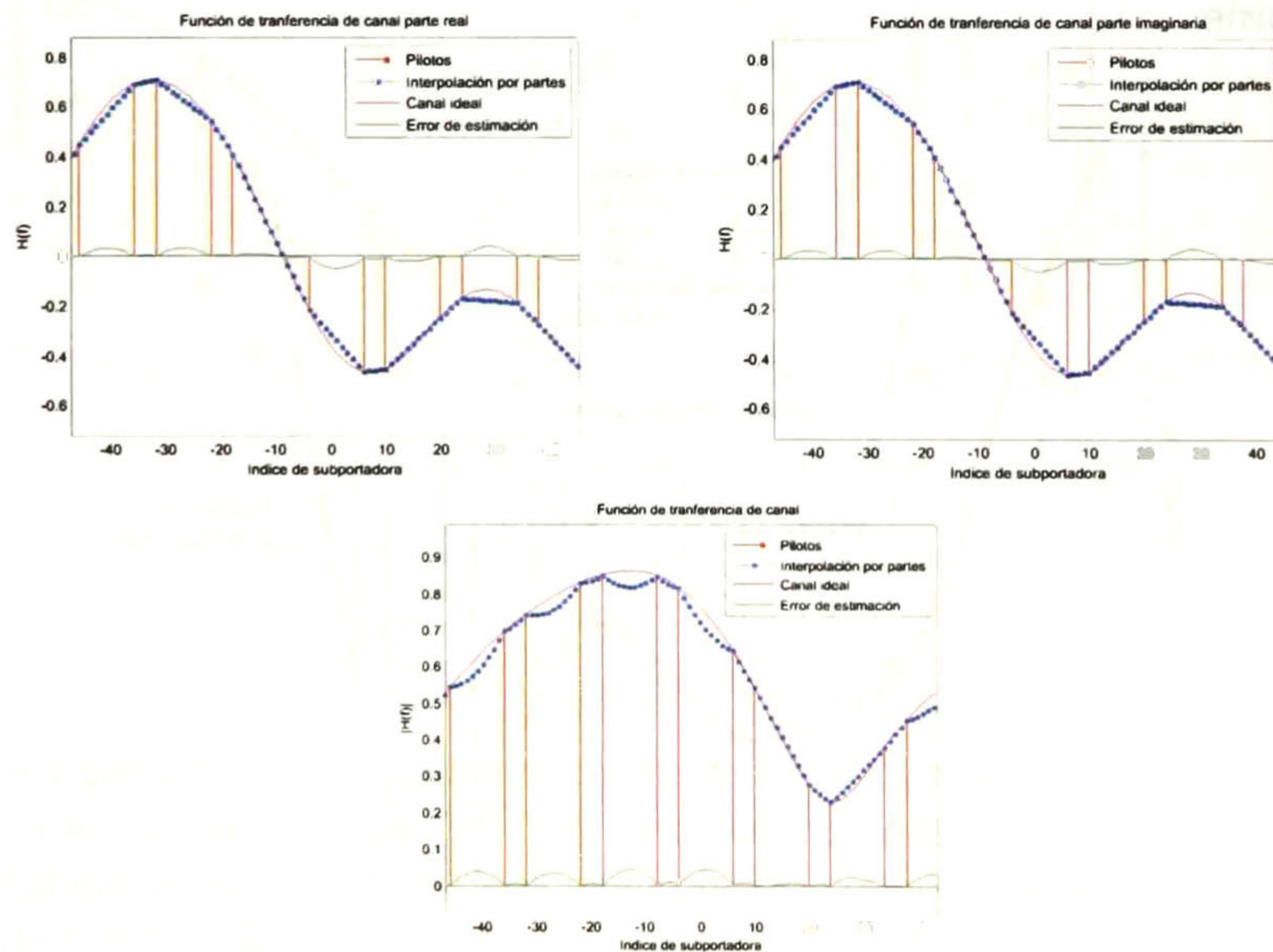
$$\hat{H}[k] = \frac{\hat{H}[p + 1] - \hat{H}[p]}{\Delta p} (k_p) + \hat{H}[p], \quad (13)$$

donde:

- $\hat{H}[k]$  Es el canal estimado en la subportadora  $k$ .
- $\hat{H}[p + 1]$  Es el canal estimado en el piloto más cercano de la subportadora  $k$  a la derecha.
- $\hat{H}[p]$  Es el canal estimado en el piloto más cercano de la subportadora  $k$  a la izquierda.
- $\Delta p$  La distancia entre los pilotos más cercanos en unidades de índice de subportadora.
- $k_p$  El índice de subportadora  $k$  en relación a la subportadora piloto más cercana de la izquierda.

Dado que los valores de la función de transferencia del canal son complejos, una forma simple de obtener la recta de interpolación en el plano complejo, es obtener las rectas para la parte real y la parte imaginaria por separado.

En la figura 2.2 se puede observar el canal estimado mediante interpolación lineal a partir del canal estimado en los pilotos, las gráficas de la parte superior corresponden a la parte real e imaginaria por separado y la gráfica inferior corresponde a la respuesta en magnitud.

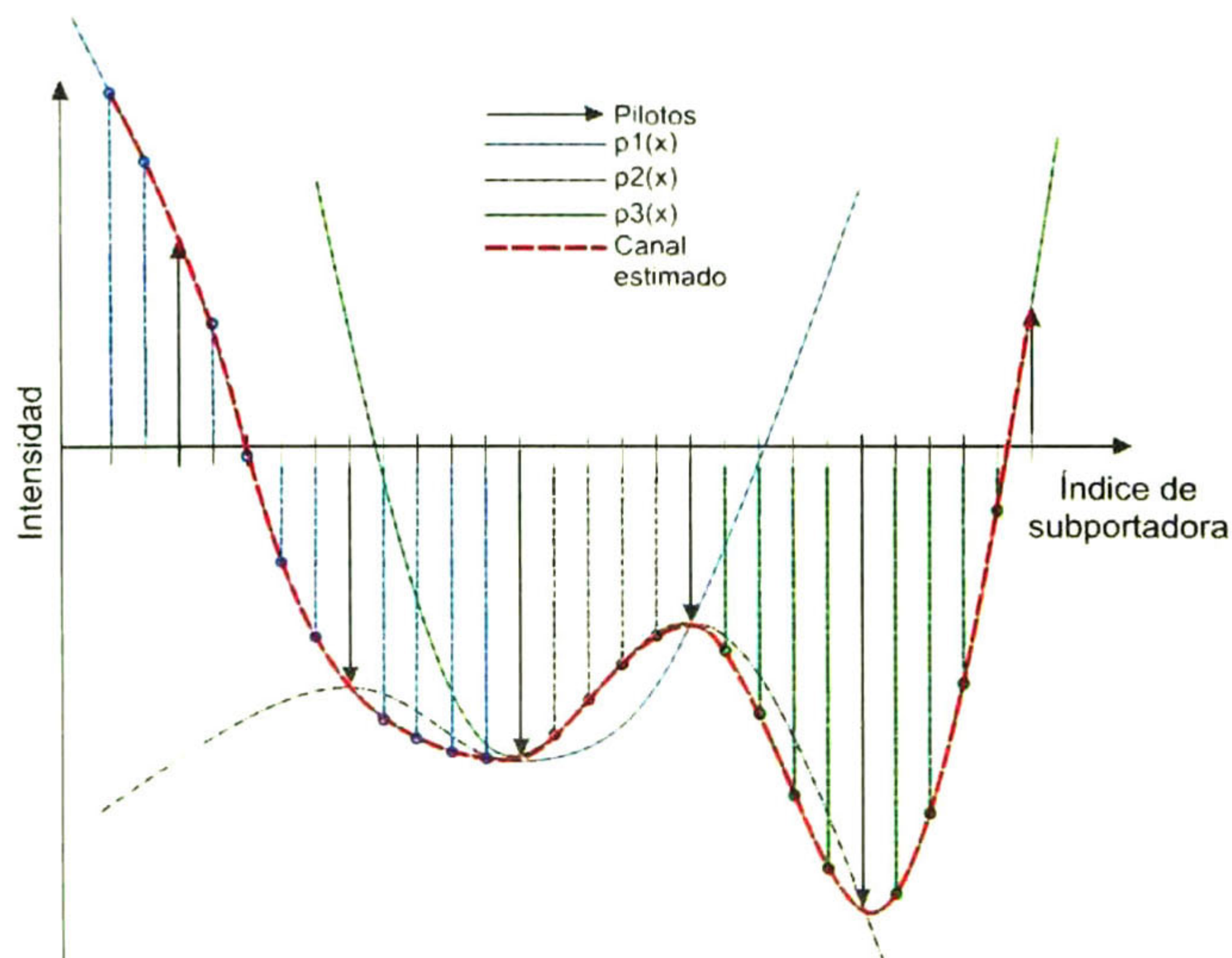


2.2 Estimación de canal por interpolación lineal

### 2.3.4 Polinomios de tercer grado

Como se observó en las gráficas anteriores, las técnicas de interpolación por partes y lineal, producen curvas con transiciones abruptas y poco suavizadas en la estimación del canal. Este fenómeno produce un aumento del error sistemático de la estimación en las portadoras que se encuentran más alejadas de los pilotos. Con polinomios de mayor grado se pueden obtener curvas de trayectorias más suaves que reduzcan este efecto, sin embargo, el uso de polinomios de mayor grado, implica un aumento en la complejidad computacional. En esta sección se revisa la interpolación utilizando polinomios de tercer grado por partes.

La técnica consiste en tomar la estimación del canal en la posición de cuatro pilotos consecutivos y con ellos calcular el polinomio de tercer grado o menor que pase por los cuatro puntos. El canal estimado para las subportadoras de datos que se encuentran entre el segundo y tercer piloto del conjunto con el que se formó el polinomio, se estiman evaluando el polinomio en el instante correspondiente. De esta manera, el canal estimado se construye como una función por partes en donde cada segmento entre subportadoras piloto es un polinomio de grado tres que se calcula utilizando los dos pilotos más cercanos en cada lado. Para el caso particular de la subportadoras de datos que se encuentran en los extremos y que no tienen pilotos en ambos lados, se puede evaluar el mismo polinomio utilizado en el segmento adyacente. Una técnica adicional llamada *cubic spline* [21] agrega algunas restricciones más a la estimación de los polinomios. De esta forma se logra suavizar las transiciones entre uno y otro para así conseguir una forma de onda continua en la reconstrucción del canal. En [22] se propone una técnica de bajo consumo computacional para la interpolación de la función de transferencia del canal entre pilotos utilizando spline.

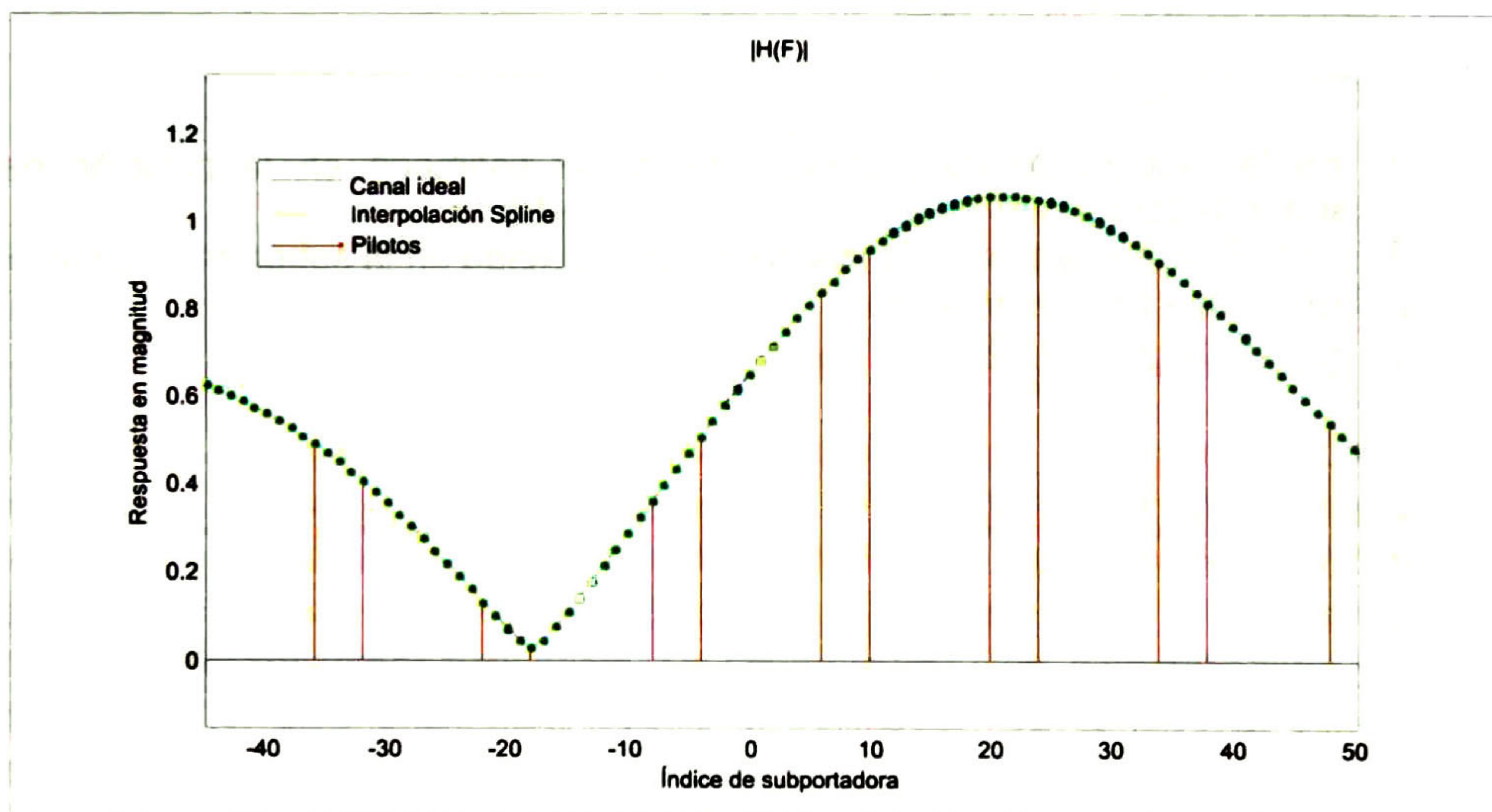


2.3 Interpolación cúbica por partes

En la figura 2.3 se muestra un ejemplo de la forma en que se construye la señal a tramos a partir de tres polinomios de tercer orden. Cada uno de los polinomios se utiliza para evaluar un segmento en particular de la señal y pasa por los dos pilotos adyacentes a cada lado de dicho segmento.

En la literatura pueden encontrarse diferentes algoritmos para obtener los polinomios que permitan la interpolación de curvas a partir de pares ordenados de muestras, como son [23]: interpolación de Lagrange, polinomio de Newton de diferencias divididas, método directo por solución de ecuaciones simultáneas y varios más para *spline*. La complejidad de los algoritmos de interpolación por medio de polinomios radica en la necesidad de calcular casi tantos polinomios como cantidad de pilotos en el símbolo OFDM y evaluarlos en cada una de las subportadoras de datos.

En la figura 2.4 se muestra un ejemplo de interpolación spline cubica para la estimación de canal. Como puede observarse, las curvas de interpolación y de canal real se encuentran traslapadas por lo que puede intuirse que el error de estimación es relativamente bajo.



2.4 Interpolación spline

### 2.3.5 Interpolación de Shannon (Filtro Pasa Bajas)

En [24] se demuestra que si el espaciamiento en el dominio de la frecuencia entre los pilotos cumple con la desigualdad (14), entonces es posible reconstruir la función de transferencia del canal por medio de la interpolación con filtro pasa bajas. En este caso si las subportadoras piloto se encuentran distribuidas con el mismo espaciamiento dentro del símbolo OFDM, es posible reconstruir el canal por medio de un filtro ideal pasa bajas cuyo corte se encuentre exactamente en el valor de la tasa de interpolación.

$$\Delta f_p < \frac{N_p}{2B\tau_{max}}, \quad (14)$$

donde:

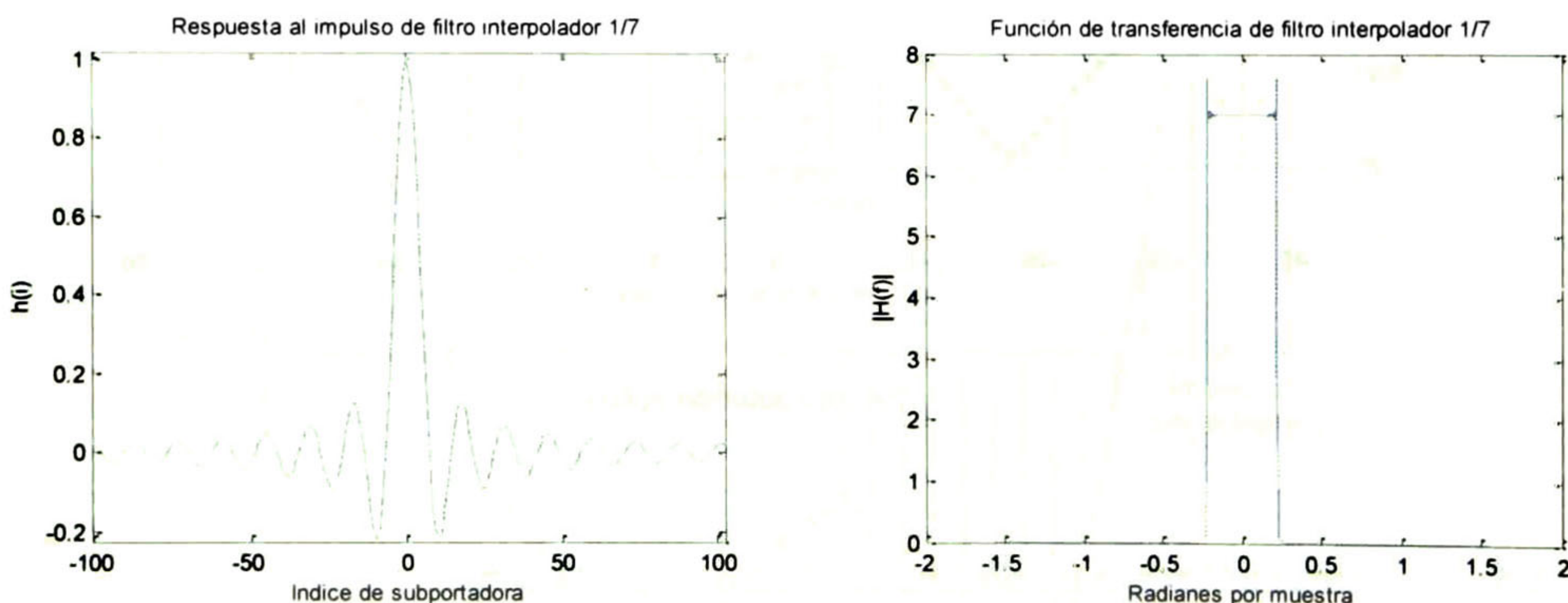
- $\Delta f_p$  Es el espaciamento en Hz de los pilotos en el dominio de la frecuencia.
- $N_p$  Es el número total de pilotos por símbolo OFDMA.
- $B$  Es el ancho de banda del sistema.
- $\tau_{max}$  Es el retardo máximo de dispersión de canal.

La ecuación (15) de la señal reconstruida expresa que la función de transferencia del canal utilizando el filtro interpolador, se forma de la suma de funciones *sinc* cada una centrada y pesada en una subportadora piloto y con cruces por cero en cada espaciamento de piloto [25].

$$x_i[n] = \sum_K x[k] \text{sinc}\left(\frac{n - kL}{L}\right), \quad (15)$$

donde

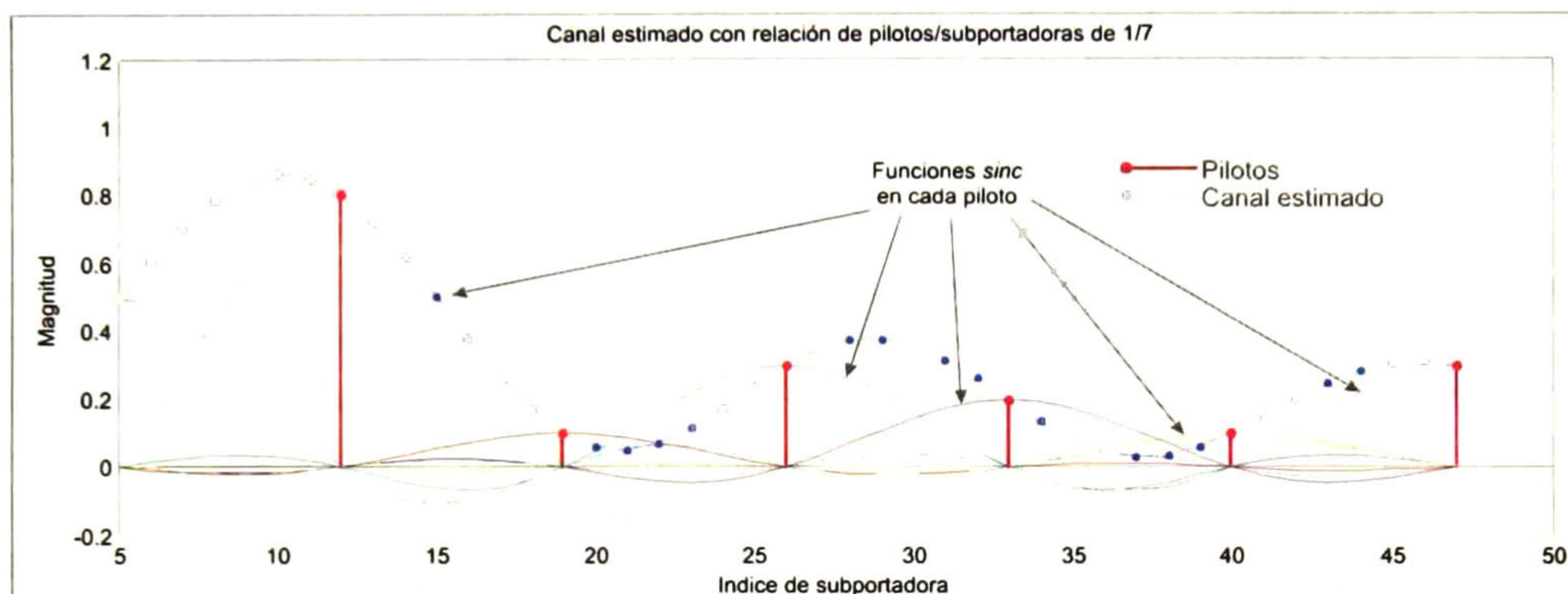
- $x_i[n]$  Es la función de transferencia del canal estimado en la posición de la subportadora n.
- $x[k]$  Es la función de transferencia del canal estimado en la subportadora piloto k.
- $L$  Es la tasa de interpolación.
- $\text{sinc}(k)$  Es la función  $\frac{\text{sen}(\pi k)}{\pi k}$ . Igual a 1 para  $k = 0$ .



2.5 Filtro pasa bajas interpolador 1/7

En la figura 2.6 se muestra un ejemplo de la reconstrucción del canal por medio de la interpolación de filtro pasa bajas cuya función de transferencia y respuesta al impulso se muestran en la figura 2.5. En este caso la tasa de interpolación es de 1/7, una relación semejante a la que se tiene en el estándar WiMAX donde la proporción es de dos pilotos por cada 14 subportadoras (ver sección 3.2.1.6). Sin embargo, este método de

interpolación no se puede utilizar en el estándar WiMAX porque requiere de espaciamiento igual entre los pilotos y esta condición no se cumple en el esquema de subcanalización PUSC. Por tal motivo, para efectos ilustrativos de este documento en el ejemplo se utilizó una distribución de pilotos uniforme. Se puede observar que cada una de las funciones *sinc* es pesada por el valor del canal estimado en la posición de su correspondiente piloto. El canal reconstruido es una función definida por un solo segmento, a diferencia de las funciones reconstruidas por los interpoladores antes mencionados que entregan un canal definido por varios segmentos.



2.6 Señal interpolada utilizando filtro pasabajas

### 2.3.6 Filtro de Wiener (LMMSE)

Los métodos de interpolación anteriormente mencionados no toman en consideración las estadísticas del canal ni las condiciones de SNR en la recepción. Es por esto que dichos métodos pueden tener un pobre desempeño bajo condiciones de alto ruido. El filtrado Wiener aplicado a la estimación de canal en dominio de la frecuencia de los sistemas OFDM desempeña el papel de interpolador. Con este algoritmo se intenta minimizar el error cuadrático medio entre la estimación de canal y el canal real. El desarrollo de este algoritmo se explica a detalle en [15] y [16].

La estimación cruda de canal en las posiciones de los pilotos dada por el algoritmo de mínimos cuadrados  $\hat{H}_{p_{LS}}[k]$ , puede escribirse en términos del canal real como sigue:

$$\hat{H}_{p_{LS}}[k] = H_{p_{LS}}[k] + N_p[k], \quad (16)$$

donde  $H_{p_{LS}}[k]$  es el canal real y  $N_p[k]$  es la aportación del ruido como error en la estimación. Tomando las observaciones del canal estimado en la posición de los pilotos y que la potencia promedio de las subportadoras transmitidas está normalizada, la estimación del canal en términos de mínimo error cuadrático lineal medio se puede escribir en forma vectorial como [26]:

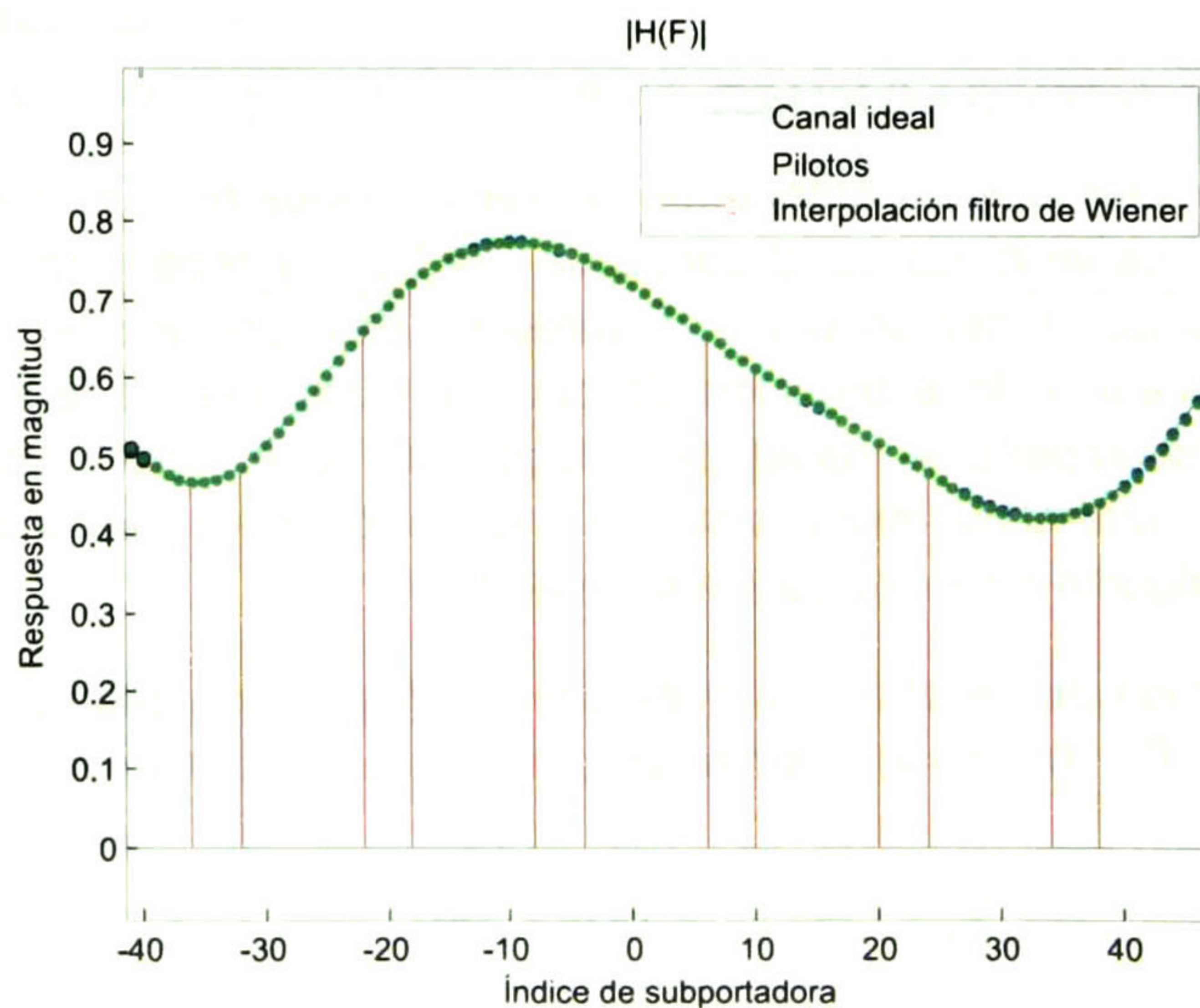


$$\hat{\mathbf{h}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{HHP} (\mathbf{R}_{H_p H_p} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{pLS}, \quad (17)$$

donde:

- $\mathbf{h}_{LMMSE}$  Es el vector del canal estimado en las subportadoras de datos y los pilotos.
- $\mathbf{R}_{HHP}$  Es la matriz de correlación cruzada entre el canal y el canal muestreado en la posición de los pilotos.
- $\mathbf{R}_{H_p H_p}$  Es la matriz de correlación cruzada del canal muestreado en la posición de los pilotos.
- $\sigma^2$  Es la varianza del ruido.
- $\hat{\mathbf{h}}_{pLS}$  Es el vector con la estimación de canal en la posición de los pilotos obtenida por mínimos cuadrados.
- $\mathbf{I}$  Es la matriz de identidad.

La figura 2.7 muestra un ejemplo de estimación de canal utilizando el algoritmo LMMSE. Este algoritmo provee en promedio, la estimación con menor error cuadrático, sin embargo, es necesario del conocimiento de la matriz de correlación del canal, y el cómputo de forma directa de la expresión (17) implica operaciones de inversión de matrices lo que en general conlleva un gran costo computacional. Existen algunas propuestas en [14] y [27] para la reducción de la complejidad computacional en este algoritmo, donde se asume que la matriz de correlación  $\mathbf{R}_{H_p H_p}$  es de tipo dispersa con valores diferentes de cero solo en las diagonales principales.



2.7 Estimación de canal LMMSE

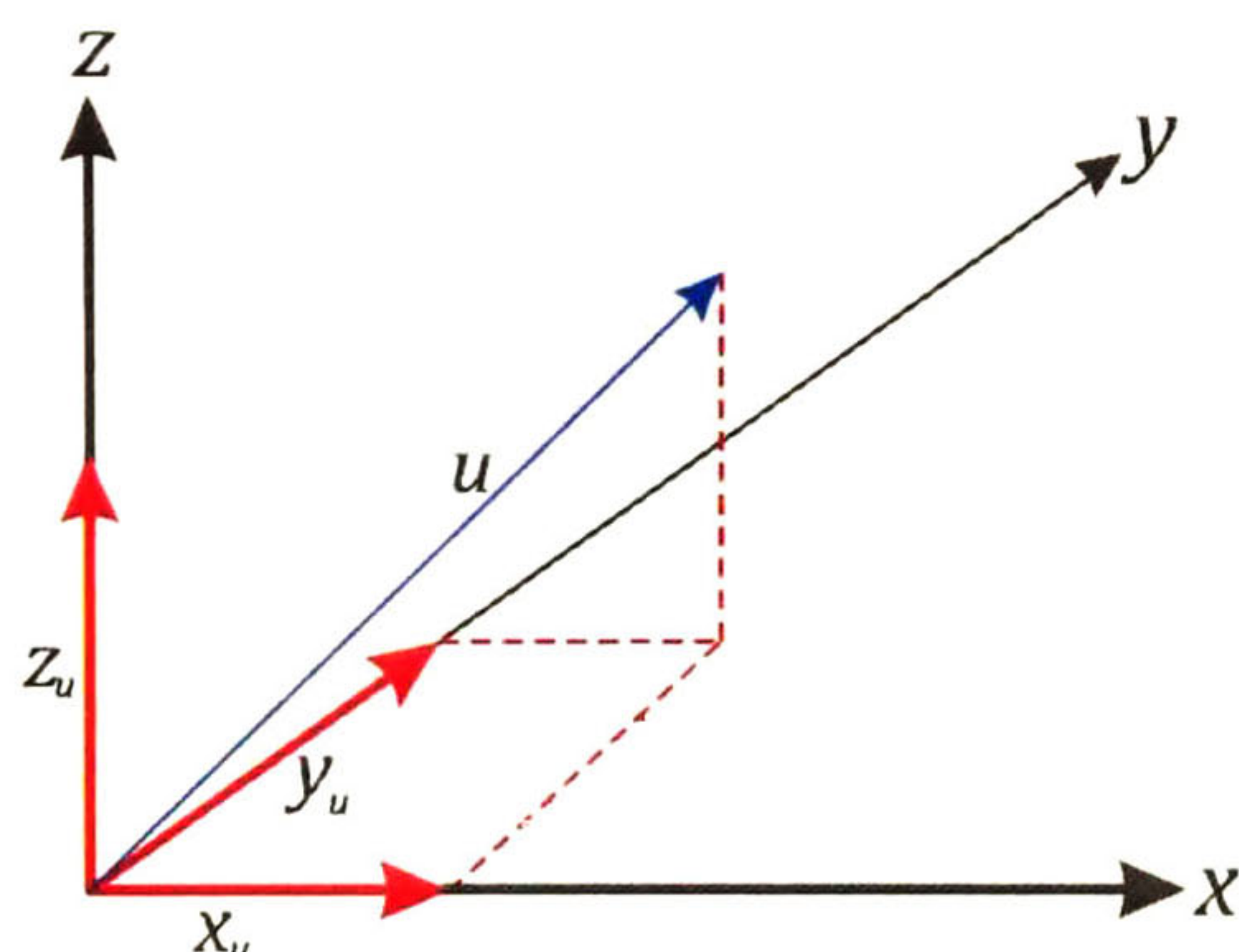
## 2.4 Modelado de expansión en bases

### 2.4.1 Expansión de un proceso estocástico en funciones ortogonales

El problema de estimación de canal en los sistemas OFDM puede abordarse como la búsqueda de un vector dentro de cierto espacio. En principio, la dimensión de este espacio (número de elementos en la base) está determinada por la cantidad de elementos discretos del símbolo OFDM, es decir, el canal se expresa por su función de transferencia, como un vector cuyos elementos son la ganancia y fase para cada exponencial compleja (base de Fourier). Sin embargo, es posible utilizar la información estadística acerca del canal para hacer la búsqueda dentro de un espacio con dimensionalidad menor, y de esta manera, reducir la cantidad de parámetros a estimar para la señal. A esta técnica se le conoce como modelado de expansión en bases o MEB (de sus siglas). Como ejemplo simple de este concepto, considere que el espacio inicial de búsqueda para cierto vector es  $R^3$  y por lo tanto, se requieren al menos tres parámetros para poder especificar a cualquier realización dentro este espacio, de tal manera que dicho vector queda expresado como:

$$\mathbf{u} = (x_u, y_u, z_u), \quad (18)$$

donde  $x_u$ ,  $y_u$  y  $z_u$  son las componentes del vector  $\mathbf{u}$ , que pesan cada uno de los vectores de la base canónica (figura 2.8).



2.8 Representación geométrica de un vector

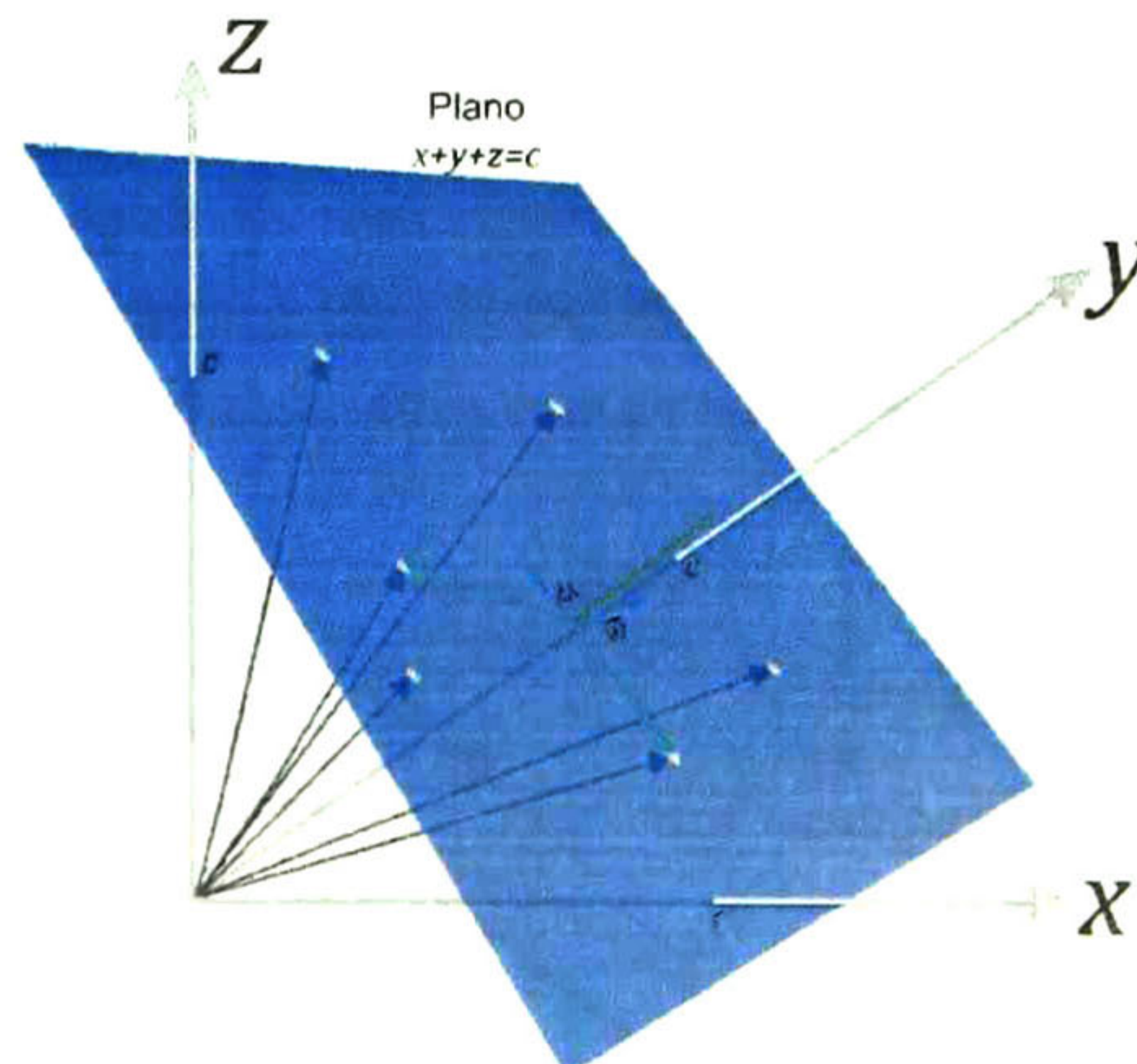
Teniendo  $R^3$  como espacio de búsqueda original, ahora considere que las observaciones estadísticas acerca de las realizaciones del vector de interés  $\mathbf{u}$ , muestran que existe una correlación entre sus componentes que se puede aproximar por la siguiente expresión:

$$x_u + y_u + z_u = c. \quad (19)$$

Dado que se sabe que las realizaciones de  $\mathbf{u}$  cumplen en promedio con (19), el espacio dentro de  $R^3$  cuyos elementos satisfacen esta expresión, es un plano que intercepta los

puntos  $(0,0,c)$ ,  $(0,c,0)$  y  $(c,0,0)$  [28]. Es en esta región donde se encuentran las realizaciones de  $u$ , y por lo tanto, se puede proponer una base que consiste únicamente en dos vectores  $v$  y  $w$ , ortogonales entre sí, que expandan este subespacio. Dado que la nueva base solo consiste en dos vectores (cantidad mínima para expandir un plano), se logra reducir la cantidad de parámetros necesarios para especificar cualquier realización de  $u$ , desde tres en la base original, a solo dos en la nueva base. Un beneficio adicional de esta técnica es que el espacio de ruido observable también se reduce al subespacio de búsqueda. En la figura 2.9 se muestra la visualización geométrica del ejemplo descrito en esta sección. Los vectores en color negro representan realizaciones de  $u$ .

El ejemplo anterior considera un caso muy específico en el que la correlación de las componentes de la señal se puede representar como un plano. En los sistemas OFDM la dimensionalidad del espacio original suele ser mucho mayor (el tamaño de la FFT comúnmente oscila entre 64 y 2048 muestras), y las estadísticas del canal no necesariamente se pueden representar con una función analítica. A continuación se profundizará en los detalles de este concepto aplicado a la estimación de canal.



2.9 Representación geométrica de subespacio plano y sus vectores base

La expresión que representa una señal discreta dentro de un espacio es [29], [2], [30]:

$$x[k] = \sum_{i=1}^K w_i \phi_i[k], \quad (20)$$

donde  $x[k]$  es una señal de energía finita definida dentro del intervalo  $[0, K]$  que se expande en la suma de  $K$  de funciones  $\phi_i[k]$ , ponderadas por los pesos  $w_i$ , y donde  $K$  es igual al número de elementos en el vector, es decir, la base tiene tantos vectores como elementos en cada vector.

Ahora bien, si acotamos la cantidad de funciones de la base a un número finito  $L$ , donde  $L \leq K$ , y considerando que las funciones  $\phi_i[k]$  son ortonormales, es decir, el producto interno de cada función con sí misma es igual a uno y con cada una de las

demás funciones es igual a cero, la energía de error en la representación de  $x[k]$  queda expresado como [29]:

$$E_e = E_x - \sum_{l=1}^L w_l^2, \quad (21)$$

donde  $E_e$  es la energía de error de representación y  $E_x$  es la energía de  $x[k]$ . De (20) y (21) se puede intuir que el error en la representación de un vector, utilizando cierta base de dimensión menor a  $K$ , está relacionado con la distribución de la energía  $w_l^2$  aportada por cada vector de la base a la energía del proceso, así como la cantidad de vectores utilizados en la base. En la práctica, es deseable obtener una base con el menor número de vectores posible, tal que, la mayor parte de la energía del proceso que se desea expandir se encuentre concentrada en dichos vectores. Considerando el caso en el que la cantidad de vectores de la base a utilizar en la representación, sea menor que en la base original, esta representación del proceso estocástico, en principio, permite reducir la cantidad de parámetros a estimar. En este caso, dada una base, es necesario estimar únicamente los pesos para cada uno de los vectores de dicha base para poder realizar la reconstrucción del canal estimado.

En el procesamiento digital de señales, existen algunas bases comúnmente utilizadas como son la exponenciales complejas de la transformada de Fourier, que son de gran utilidad en aplicaciones de los sistemas de comunicaciones, transformada coseno utilizada para la compresión de imágenes y video, etc. En las secciones siguientes se describen la base PROLATE, así como la metodología de obtención de la base en la forma discreta.

#### 2.4.1.1 *Karhunen-Loève*

Una forma de obtener las bases adecuadas para representar un proceso estocástico es la llamada expansión de Karhunen-Loève [29], [30]. Esta base se construye tomando las estadísticas de segundo orden, es decir, la función de covarianza del proceso estocástico. La expansión de Karhunen-Loève, garantiza que los coeficientes  $w_l$  que ponderan cada una de las funciones  $\phi_l[k]$  de la base en (20), son variables aleatorias decorrelacionadas entre sí, y que además, dado un número finito de funciones de la base a utilizar, garantizan que en promedio, el error de representación  $E_e$  es mínimo para las realizaciones del dicho proceso estocástico. Dicho esto, en términos de representación de un proceso estocástico, la base de Karhunen-Loève es la mejor que se puede utilizar.

Dado un proceso estocástico  $x[k]$ , definido dentro del intervalo  $[0, K]$ , cuya función de covarianza está definida por  $C_x[k_1, k_2]$ , las funciones  $\phi_l[k]$  que cumplan con la ecuación (22) conforman la mejor base, en términos de concentración de energía, de dicho proceso.

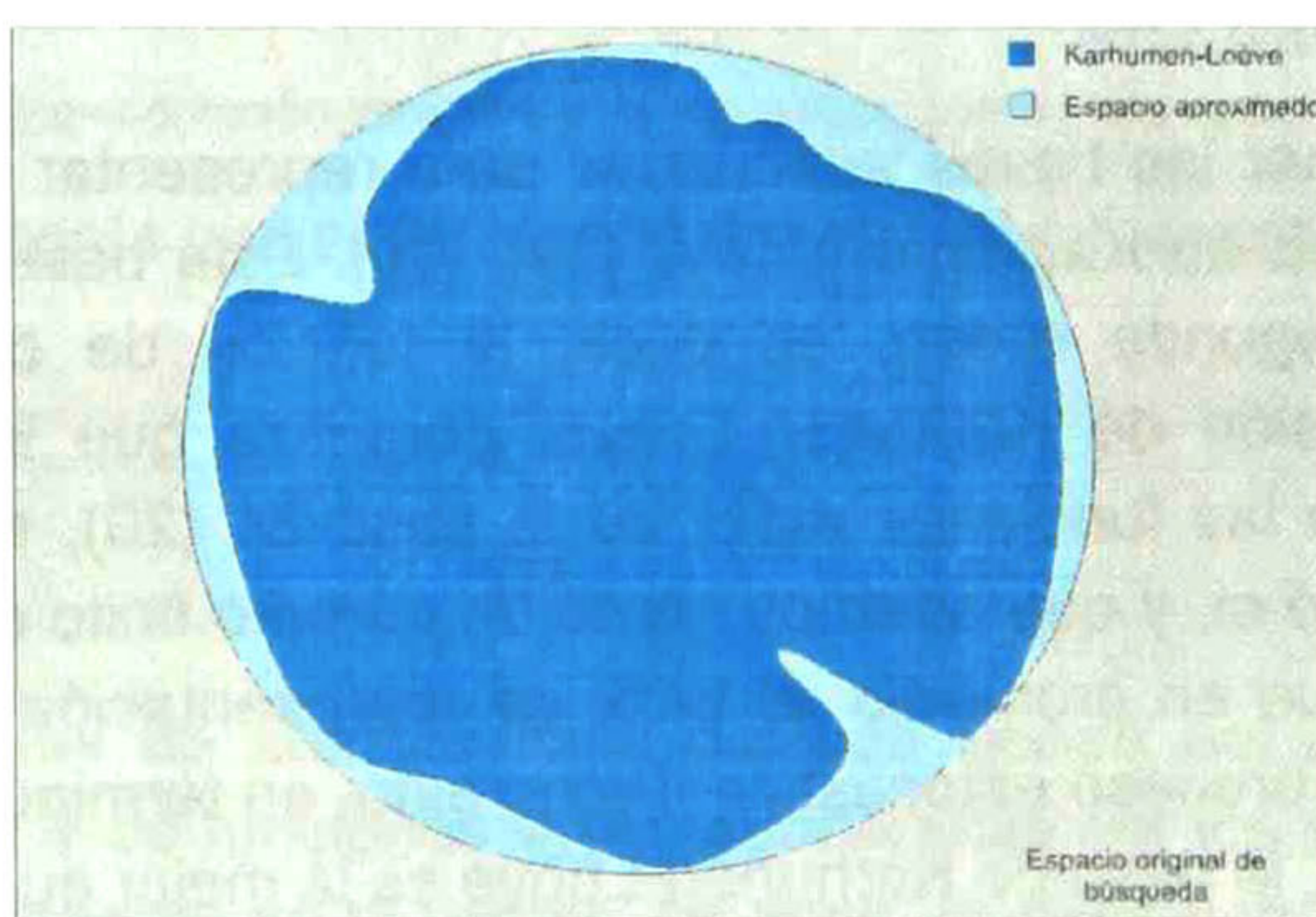
$$C_x \phi_i = \lambda_i \phi_i, \quad (22)$$

donde

- $\lambda_i$  Es el eigenvalor correspondiente al  $i$ -ésimo eigenvector
- $\phi_i$  Es un eigenvector de  $C_x$ .
- $C_x$  Es una matriz cuyos elementos se forman de la función de covarianza  $C_x[k_1, k_2]$ .

Los vectores  $\phi_i$  en (22) son llamados vectores propios o eigenvectores de  $C_x$ ,  $\lambda_j$  los valores propios o eigenvalores de  $C_x$ . Técnicas numéricas de solución a (22) se encuentran en [31] y [32]. Para este trabajo, el análisis se restringirá a los procesos estocásticos discretos donde cada una de las variables aleatorias es de media cero, por lo cual, la matriz de covarianza  $C_x$  es igual a la matriz de correlación  $R_x$  del proceso.

Como se puede concluir de las ecuaciones anteriores, la expansión de Karhunen-Loève, que nos provee de la mejor base para la representación de un proceso estocástico, requiere del conocimiento de la matriz de correlación de dicho proceso, sin embargo, en la práctica el constante cambio en las condiciones del ambiente provoca variaciones en las estadísticas exactas del canal. Este hecho obligaría a la estimación continua de la matriz de correlación del canal así como la solución del sistema (22) para la obtención de los vectores de la base. Estos algoritmos tienen alto costo computacional, lo que vuelve impráctica tal solución. Por otro lado, algunas características provistas por los parámetros del sistema de comunicaciones, así como ciertos valores de cota obtenidos de manera empírica sobre las estadísticas del canal, pueden ser utilizados en la construcción de un núcleo para la ecuación (22) que si bien, no proveen de una base óptima como la de Karhunen-Loève, generan una base que logre expandir el canal aún sin el conocimiento exacto de sus estadísticas y que a su vez provea de una buena representación del proceso con un número reducido de funciones.



2.10 Diagrama de Venn con la representación de las bases subóptimas

La figura 2.10 muestra un diagrama de Venn en el que aparece el subespacio óptimo de búsqueda provisto por la base de Karhunen-Loève y el espacio aproximado que se pretende utilizar. A falta del conocimiento exacto de las características del canal, se

propone un espacio un tanto holgado con la información disponible, que pueda expandir todas o la mayoría de las realizaciones del canal a costa de incrementar un poco la dimensionalidad contra el espacio óptimo. Este incremento del espacio aumenta el ruido observable y los pesos necesarios contra la base de Karhunen-Loève, pero es un precio razonable por prescindir de las estadísticas exactas del canal y del cálculo continuo de eigenvalores y eigenvectores.

Las siguientes secciones de este capítulo describen algunos de los fundamentos utilizados para formar los núcleos de (22), que permitan generar una base con los beneficios mencionados así como el proceso de obtención de las mismas en el dominio de la frecuencia.

#### 2.4.2 Obtención de bases para dominio espectral

El canal que se desea estimar puede ser expresado tanto por su respuesta al impulso como por su función de transferencia. La primera caracterización representa el valor de magnitud y fase de cada una de las trayectorias en el dominio del retardo, y la segunda, la distorsión en magnitud y fase aplicada a cada una de las subportadoras. Dado que la información de entrenamiento contenida en los pilotos se puede obtener de manera directa en el receptor (a la salida de la FFT), de manera intuitiva se puede concluir que en los sistemas OFDM los algoritmos de estimación de canal son más sencillos computacionalmente, si se ejecutan en el dominio de la frecuencia porque no requieren procesamiento extra, que de otro modo, sería necesario para interpretar dicho entrenamiento en el dominio temporal. Es por lo tanto necesario, obtener una base que expanda el canal en el dominio de la frecuencia. Estas base se pueden calcular a partir de las base en el dominio temporal. Considerando la ecuación (20) y aplicando la transformada de Fourier en ambos lados obtenemos:

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}\{x[k]\} &= \mathfrak{F}\left\{\sum_{i=1}^K w_i \phi_i[k]\right\}, \\ X[n] &= \sum_{i=1}^K w_i \mathfrak{F}\{\phi_i[k]\}, \\ X[f] &= \sum_{i=1}^K w_i \phi_i[f],\end{aligned}\tag{23}$$

donde  $\phi_i[f]$  son los vectores de la base en el dominio de la frecuencia. Dado que la transformada de Fourier es un operador lineal, las bases en el dominio de la frecuencia se pueden obtener aplicando la transformada de Fourier a cada una de las funciones de la base en el dominio del retardo. Por lo tanto, el proceso para la obtención de las bases que serán utilizadas en el algoritmo de estimación es el siguiente:

1. Proponer una matriz de correlación  $R_x$  adecuada, que pueda caracterizar de manera robusta el canal.
2. Calcular las bases en dominio temporal obteniendo los eigenvectores de  $R_x$ .
3. Transformar cada una de los eigenvectores utilizando la FFT.

### 2.4.3 Estimación de los pesos

Además de la selección adecuada de la base, es importante seleccionar de manera adecuada el algoritmo utilizado en la estimación de los pesos para cada una de las funciones de la base. En [17] se propone el algoritmo de mínimos cuadrados para la estimación de canal utilizando la base PROLATE, dado que presenta un desempeño aceptable con baja complejidad computacional.

#### 2.4.3.1 Mínimos Cuadrados (LS)

Retomando la ecuación (8) del símbolo a la salida del bloque de FFT en el receptor, y sustituyendo el canal  $H[k]$  por su representación en expansión de funciones ortogonales tenemos:

$$Y[k] = X[k] \sum_{i=1}^N w_i \phi[k] + N[k]. \quad (24)$$

Muestreando (24) en la posición de las subportadoras piloto tenemos:

$$Y_p[k] = X_p[k] \sum_{i=1}^N w_i \phi_p[k] + N_p[k], \quad (25)$$

donde el subíndice p indica que la señal ha sido muestreada en la posición de los pilotos. Al convertir (25) a la forma vectorial obtenemos:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{X}_p \Phi_p \mathbf{w} + \mathbf{n}_p, \quad (26)$$

donde

- $\mathbf{y}_p$  Es el vector con las subportadoras piloto recibidas.
- $\mathbf{X}_p$  Es la matriz diagonal con las subportadoras piloto enviadas.
- $\Phi_p$  Es la matriz cuyas columnas son los vectores de la base muestreados en la posición de los pilotos.
- $\mathbf{w}$  Es el vector con los pesos de la expansión.
- $\mathbf{n}_p$  Es el vector con la aportación del ruido a cada subportadora piloto.

Dado que el receptor conoce los valores enviados en las subportadoras piloto así como la base, podemos realizar el producto de estos componentes en (26) con lo que obtenemos:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{A}\mathbf{w} + \mathbf{n}_p, \quad (27)$$

donde  $\mathbf{A} = \mathbf{X}_p \Phi_p$ . Resolviendo el sistema para  $\mathbf{w}$  con mínimos cuadrados [19] obtenemos:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}} &= (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{y}_p, \\ \hat{\mathbf{w}} &= \mathbf{A}^+ \mathbf{y}_p. \end{aligned} \quad (28)$$

El superíndice  $H$  denota el transpuesto conjugado de la matriz y el superíndice  $+$  denota la pseudoinversa de la matriz.

Una vez obtenido el valor estimado de los pesos, se utilizan para pesar la base completa y con esto obtener la reconstrucción del canal estimado.

#### 2.4.4 Bases

En esta sección se describen las dos bases analizadas en este trabajo de tesis. La información involucrada en la selección y construcción de las bases analizadas en este trabajo para la estimación de canales invariantes consta de dos partes:

- Longitud del prefijo cíclico: El prefijo cíclico en los sistemas OFDM se selecciona de tal manera que sea mayor o igual al máximo retardo de dispersión  $\tau_{max}$ . Por lo tanto se tomara el tamaño del prefijo cíclico como máximo retardo de dispersión.
- Ancho de banda del sistema: En el estándar WiMAX se define una región de guarda, es decir de subportadoras moduladas con valor cero, a cada lado del espectro. Esta ventana cuadrada en el espectro limita el ancho de banda de búsqueda del canal a estimar en el intervalo  $[-w_d, w_d]$  que no incluye las bandas de guarda.

##### 2.4.4.1 *Secuencias esféricas discretas PROLATE*

Como se mencionó en la subsección anterior, las estadísticas del canal que pueden tomarse para la formación de la base son el retardo máximo de dispersión de canal  $\tau_{max}$  y un ancho de banda de interés limitado de  $[-w_d, w_d]$ . En [17] se reporta el uso de la base discreta PROLATE para la estimación de canal bajo estas consideraciones en OFDM.

Las bases esféricas discretas PROLATE propuestas y desarrolladas por Slepian en [33], son un conjunto de funciones ortogonales construidas de manera que su mayor



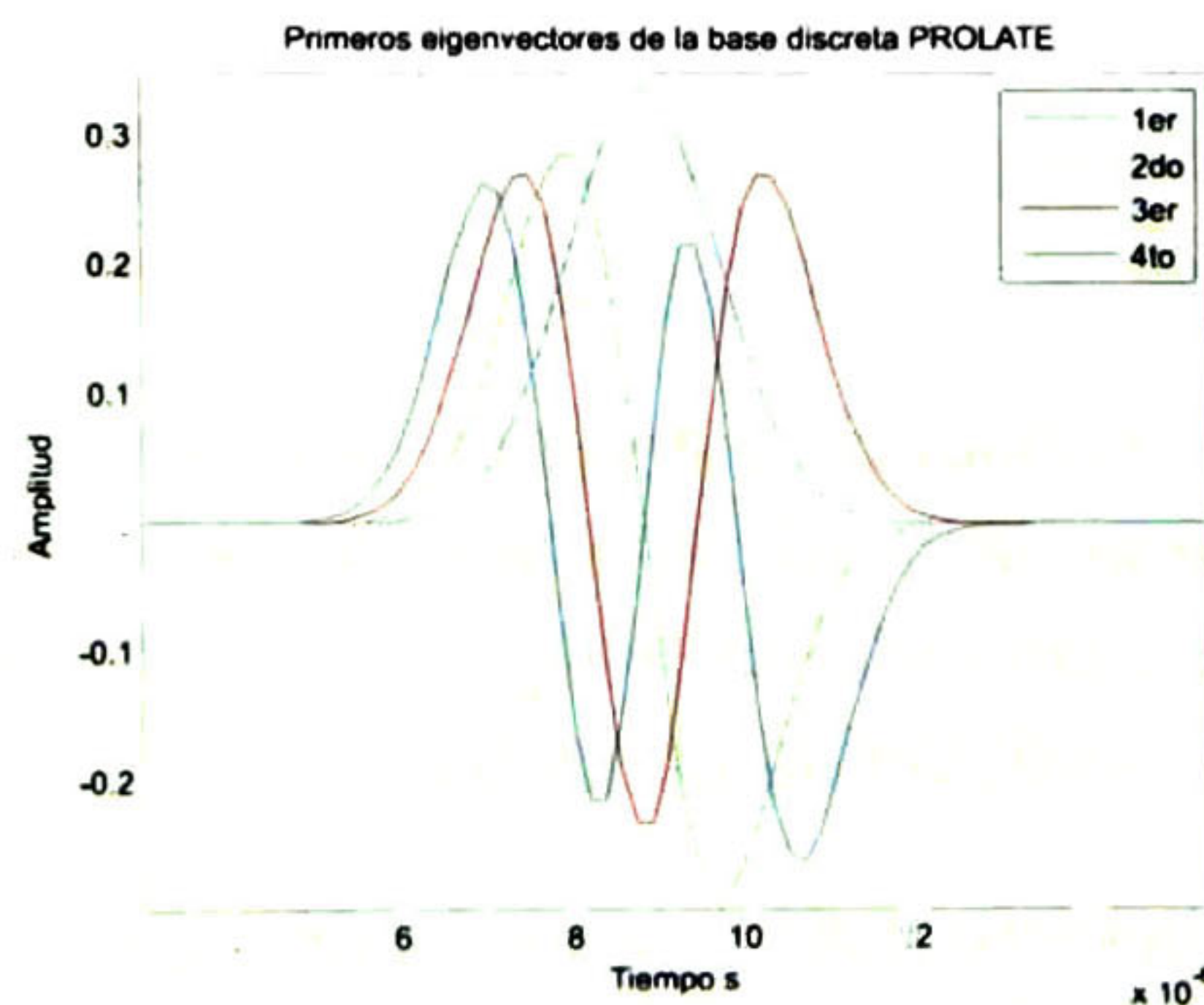
concentración de energía se encuentra limitada en cierto rango de frecuencia, y dentro de un intervalo de tiempo de observación.

En la sección 2.4.1.1 se mencionó que dado un proceso estocástico con cierta matriz de correlación  $R_x$ , las funciones que expanden este proceso con el menor error de representación para determinado número de funciones está dado por la expresión (22). Una forma de calcular el núcleo de la ecuación (22), cuyos vectores  $\phi_i[k]$  tengan la mayor concentración de energía en la banda  $[-w_d, w_d]$ , y que además estén limitados al intervalo  $[0, \tau_{max}]$ , se describe en [34] donde el enfoque que se aborda es el de la búsqueda de los coeficientes que debe tener un filtro FIR, muestreado en el intervalo  $[0, \tau_{max}]$ , para lograr dicha concentración de energía. Como resultado se obtiene que los elementos  $k, l$  de la matriz que servirá de núcleo, estén definidos por la función  $R_x[k, l]$  como:

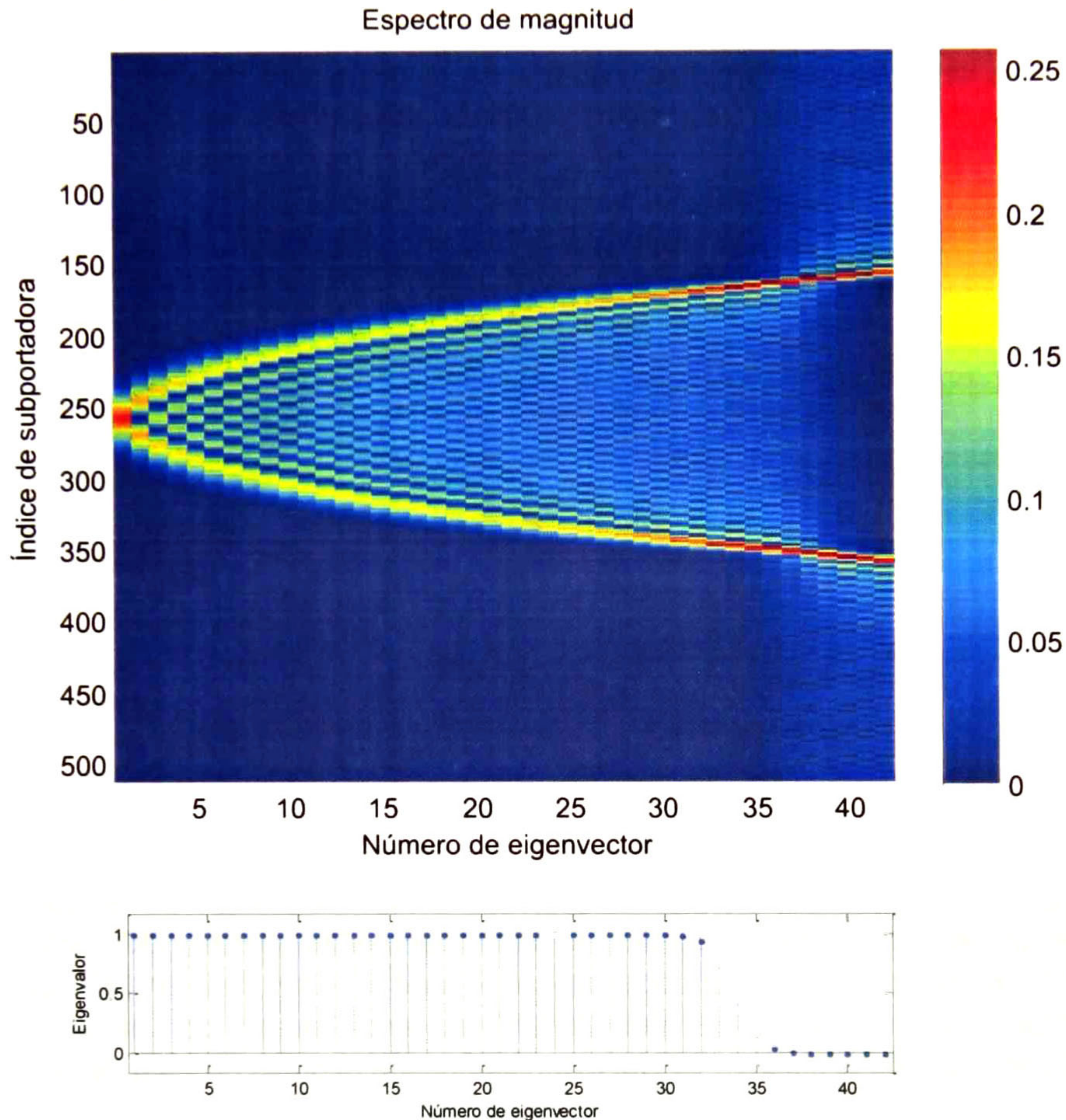
$$[R_x]_{k,l} = \frac{\sin((k-l)w_d\tau_{max})}{(k-l)\pi}$$

$$[R_x]_{k,l} = \frac{\text{sinc}(\rho)w_d\tau_{max}}{\pi} \quad (29)$$

donde  $\rho = \frac{(k-l)w_d\tau_{max}}{\pi}$ . Sustituyendo (29) en (22), la ecuación se obtiene la base esférica PROLATE. Slepian prueba en [33], que al ordenar los eigenvectores de esta base en función de su correspondiente eigenvalor de mayor a menor, la energía del proceso contenida en las primeras  $2w_d\tau_{max} + 1$  eigenfunciones es cercana a uno y decrece rápidamente a cero para las funciones siguientes. Esta cifra es de gran relevancia porque indica la cantidad necesaria de parámetros para representar un proceso utilizando esta base. La figura 2.11 muestra un ejemplo de las primeras cuatro funciones discretas PROLATE para  $\tau_{max} = 20\mu s$ ,  $f_s = 6.3 \text{ Mhz}$  y  $w_d = \frac{1}{3}f_s$ . Aplicando la transformada de Fourier de tamaño 512 a cada uno de los  $2w_d\tau_{max} + 1 = 85$  vectores de la base se obtiene la base en el dominio de la frecuencia (figura 2.12).



2.11 Primeros eigenvectores de la base PROLATE



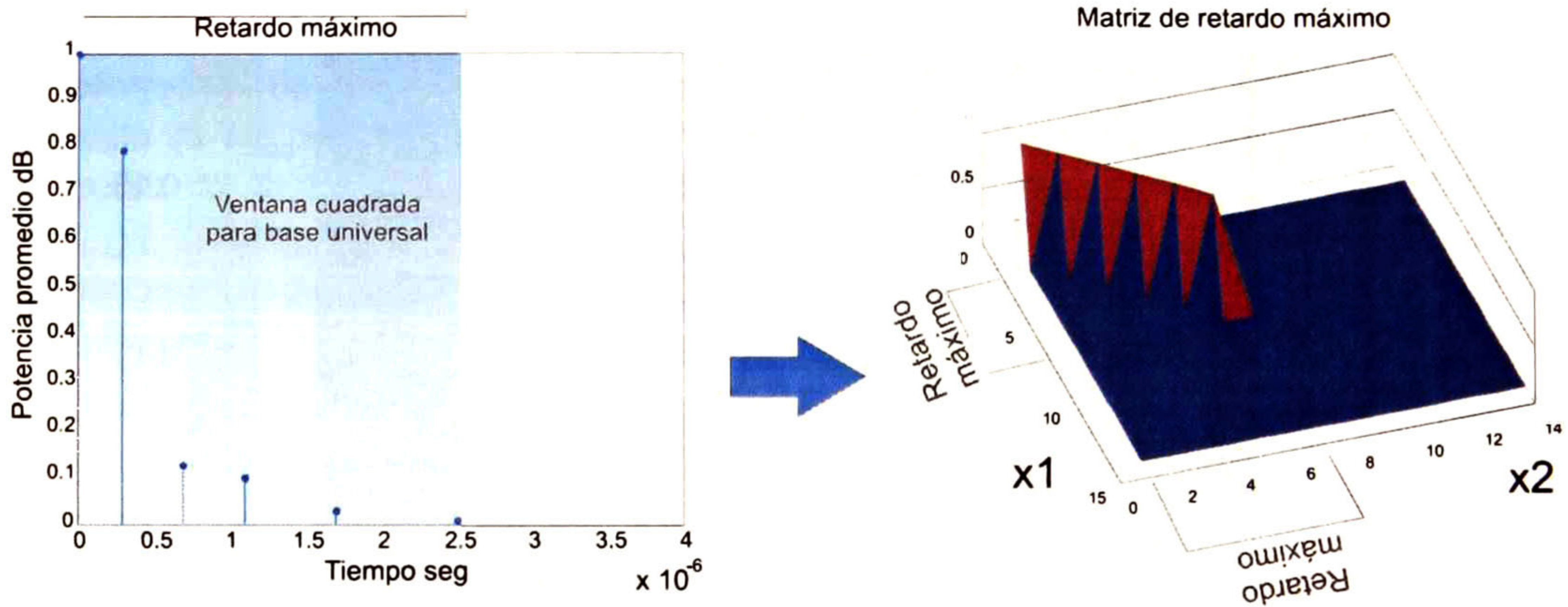
2.12 Principales eigenvectores de base PROLATE en dominio de la frecuencia

#### 2.4.4.2 Bases propuestas

Se ha explicado que las realizaciones del canal pertenecen a un proceso estocástico que en principio tiene un tiempo de retardo máximo  $\tau_{max}$ , que se puede determinar de manera empírica (si consideramos dicho proceso como estacionario en sentido amplio), y además, este tiempo de retardo es el mayor que puede soportar el prefijo ciclo del símbolo sin presentar interferencia intersimbólica. Dicho esto, resulta de gran utilidad aprovechar la metodología propuesta en [35], donde se demuestra que conociendo el retardo máximo de canal  $\tau_{max}$  y las características del filtro formador, es posible obtener un núcleo cuya solución a la ecuación (22), provea de una base universal que pueda representar todas las realizaciones del canal con retardo máximo de dispersión  $\tau_{max}$  en el receptor.

En resumen, el método consiste en construir una matriz diagonal con algún valor mayor que cero en los elementos correspondientes al intervalo de tiempo  $[0, \tau_{max}]$ , por cuestiones de practicidad se utilizan unos (figura 2.13), llamemos a esta matriz, matriz de

retardo máximo. Posteriormente se convolucionan cada una de las filas y las columnas de esta matriz con el filtro formador del sistema de comunicaciones. El resultado es otra matriz que contiene la información acerca de la dispersión máxima de retardo y las características del sistema. Esta matriz se utiliza como núcleo en la ecuación (22) para obtener la base universal.



2.13 Matriz de correlación de máximo retardo

Si bien los sistemas OFDM comúnmente no utilizan filtro formador (se utiliza ventana cuadrada o con una caída muy abrupta), tienen una limitación en el dominio de la frecuencia, producto de las subportadoras de las bandas de guarda y DC (siglas del inglés *Direct Current*). Entonces, para poder aplicar la aproximación dada en [35], es necesario determinar la transformación que tienen las estadísticas del canal cuando es convolucionado con el símbolo OFDM extendido desde el punto de vista del receptor.

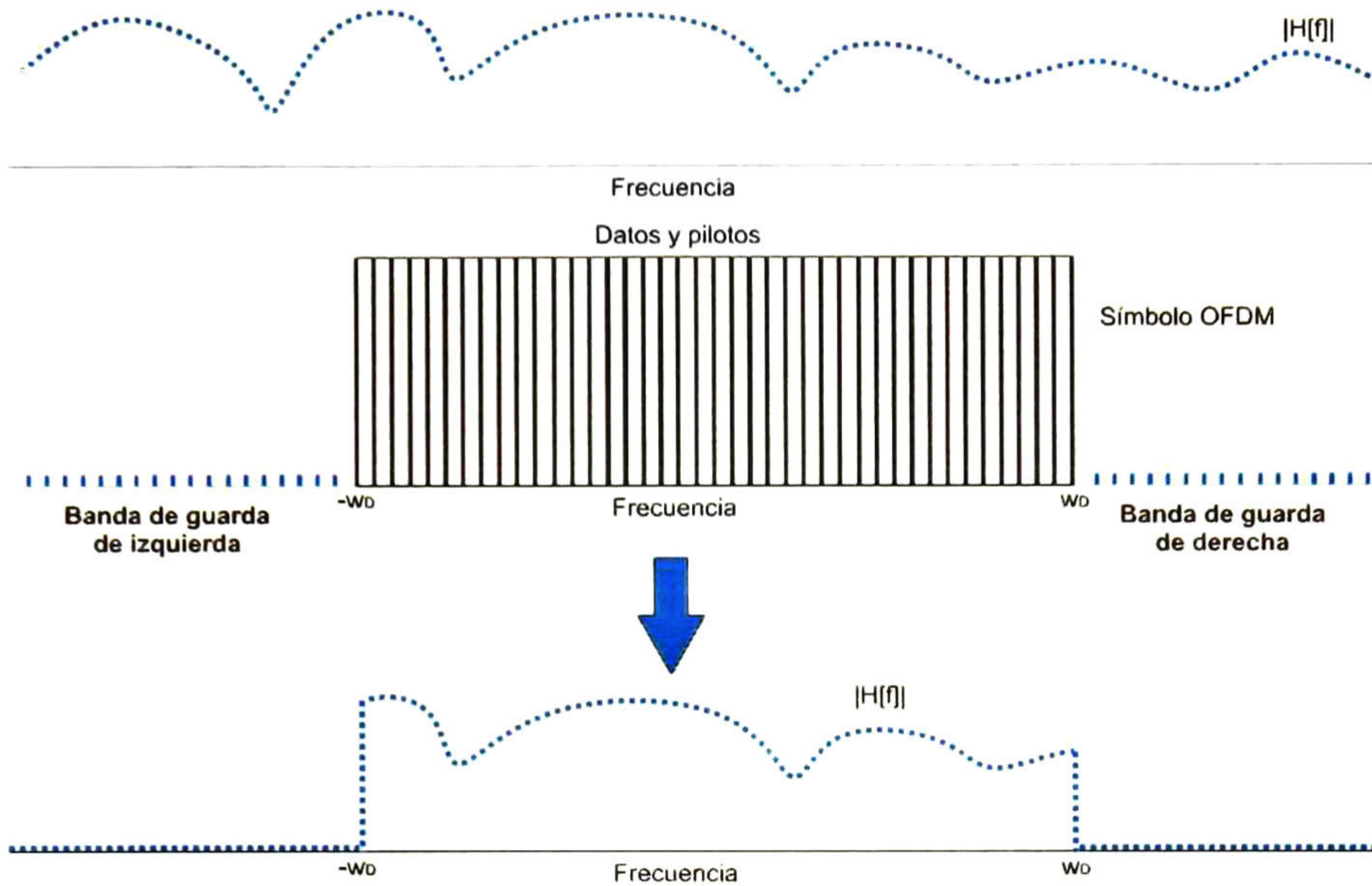
Retomando la ecuación (8) del símbolo OFDM en el receptor a la entrada de la FFT e ignorando la aportación del ruido tenemos que:

$$Y[k] = H[k]X[K] \quad (30)$$

o en el dominio del tiempo:

$$y[n] = h[n] \odot x[n] = \sum_{k=1}^N h[(n - k)_N]x[k], n = 1, 2, \dots, N, \quad (31)$$

donde  $h[n]$  es la respuesta al impulso del canal,  $x[n]$  es la secuencia en tiempo del símbolo OFDM transmitido y  $\odot$  es el operador de convolución circular. De las ecuaciones anteriores, y considerando el canal como la señal de interés, se observa que este se convolucionan de forma circular con el símbolo OFDM. De manera que el canal es multiplicado en el dominio de la frecuencia por la ventana formada de las bandas de guarda del símbolo OFDM (figura 2.14).



2.14 Convolución circular de símbolo OFDM y respuesta del canal

Con esta información, ahora es posible calcular la matriz de correlación a la salida de un sistema donde se convoluciona de manera circular un canal con matriz de correlación  $R_{hh}[n, m]$ , y el símbolo OFDM.

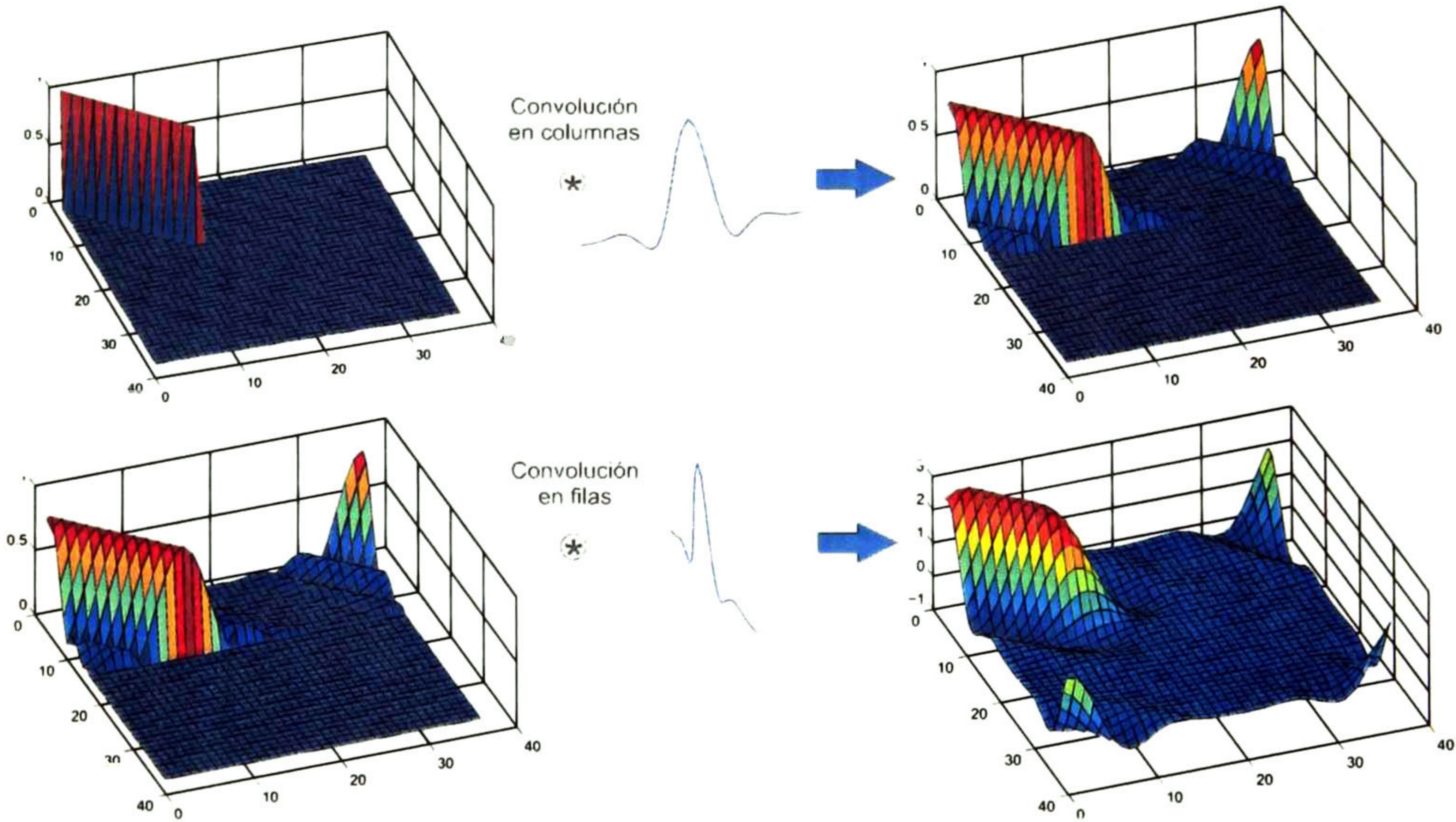
$$[R_{hy}]_{n,m} = \sum_{k=0}^{N-1} R_{hh}[n, (m-k)_N]x[k]$$

$$[R_{yy}]_{n,m} = \sum_{l=0}^{N-1} R_{hy}[(n-l)_N, m]x[l]$$

$$[R_{yy}]_{n,m} = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} R_{hh}[(n-l)_N, (m-k)_N]x[l]x[k] \quad (32)$$

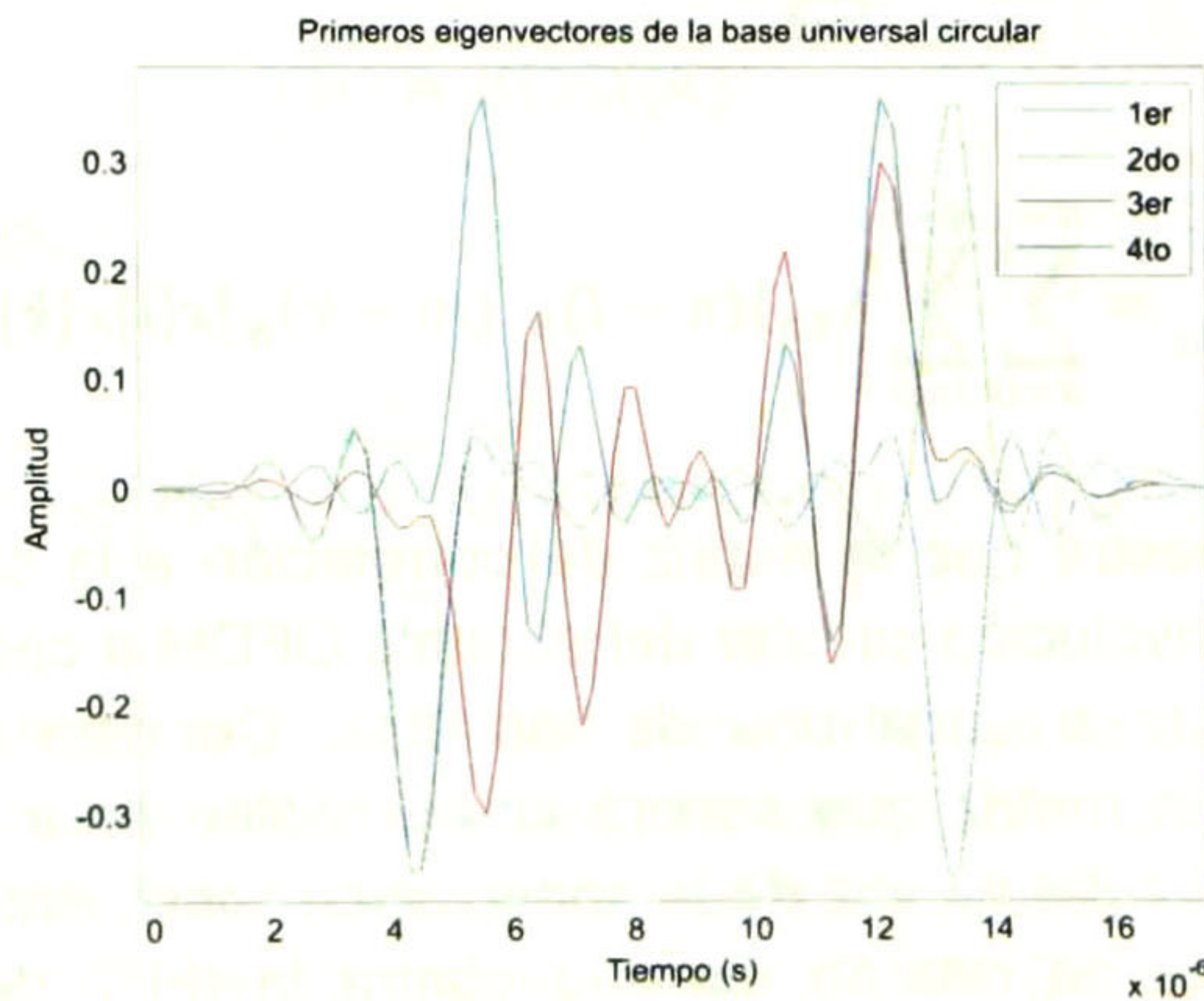
La ecuación (32) muestra que la matriz de correlación a la salida de la convolución circular, es igual a la convolución circular del símbolo OFDM a cada una de las columnas de  $R_{hh}$  y posteriormente a cada una de las filas. De esta manera, retomando el planteamiento de [35], la matriz que servirá como núcleo para (22) se puede obtener aplicando convolución circular en vez de la convolución lineal, entre cada una de las filas y columnas de la matriz de retardo máximo contra la IFFT de la ventana cuadrada establecida por las bandas de guarda. La figura 2.15 muestra de manera gráfica el

procedimiento de convolución circular en cada una de las dimensiones de la matriz de retardo máximo.



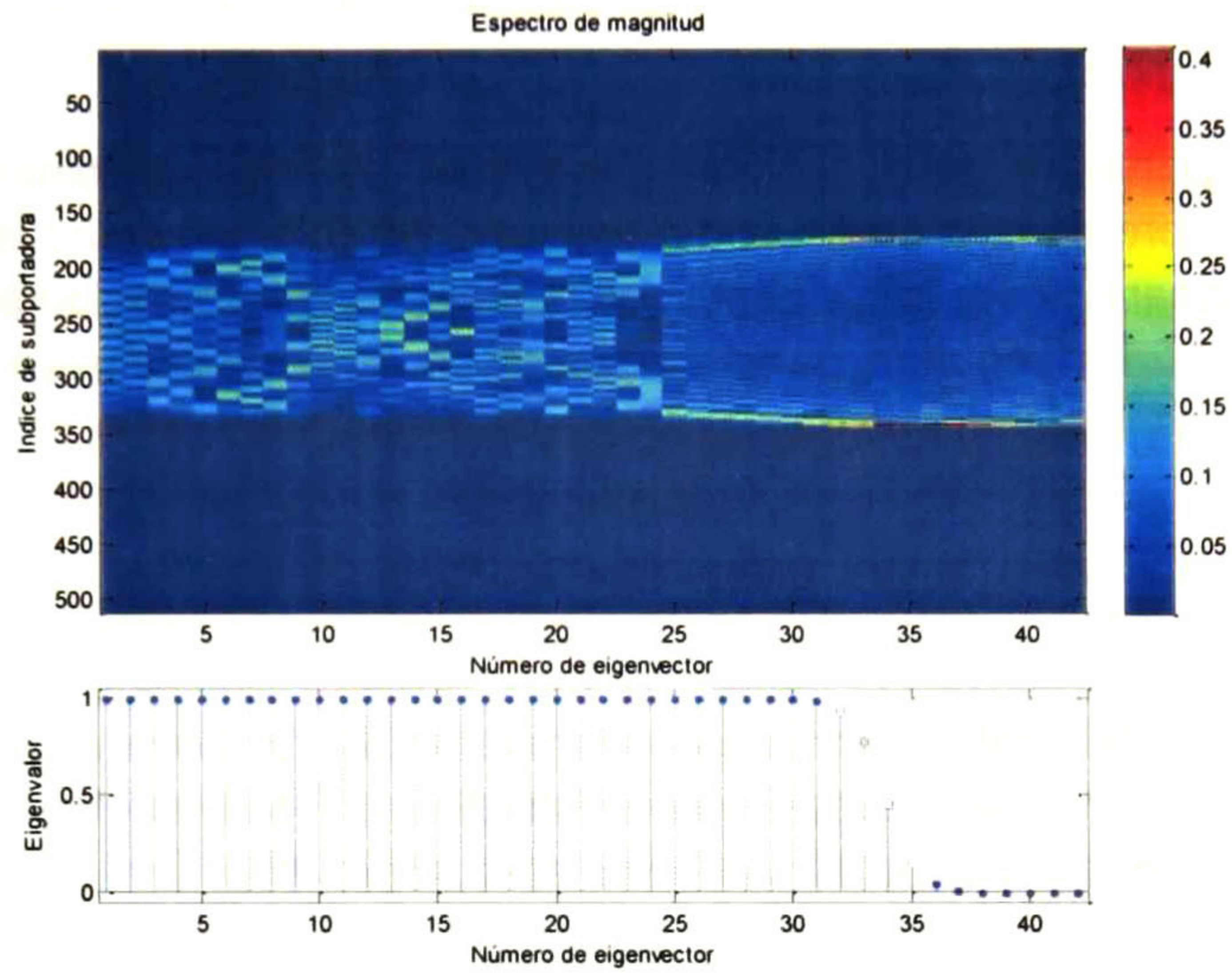
2.15 Convolución circular de las dos dimensiones de una matriz

Utilizando la matriz resultante en la solución de la ecuación (22), obtenemos la base universal circular o BUC por sus siglas. Como fue mencionado antes, basta con aplicar la FFT a cada uno de los vectores de la base para obtener las funciones en el dominio de la frecuencia y poder aplicar alguno de los algoritmos de estimación de canal por expansión en bases antes descritos. La figura 2.16 muestra un ejemplo de las funciones de BUC en dominio del tiempo utilizando los parámetros  $\tau_{max} = 20\mu s$  y  $w_d = \frac{1}{3}f_s$ .



2.16 Primeros eigenvectores de la base universal circular

En la figura 2.17 aparece la BUC en el dominio de la frecuencia para el ejemplo anterior. Se puede observar claramente el efecto del ventaneo en frecuencia en los vectores de la base.



2.17 Principales vectores de la BUC en dominio de la frecuencia

De manera experimental se ha observado que para los diferentes parámetros de generación de las BUC se cumple el mismo criterio de la base PROLATE, en donde la cantidad de eigenvectores necesarios para concentrar prácticamente toda la energía del proceso está dada por  $2w_d\tau_{max} + 1$ .

## Capítulo 3. Modelo de simulación de capa física del estándar WiMAX

### 3.1 Introducción

La primera parte de este capítulo se enfoca en los aspectos básicos para el entendimiento sobre de la capa física del estándar WiMAX, así como la obtención de los parámetros necesarios para implementar los algoritmos de estimación analizados en este proyecto de tesis. La segunda parte se centra en la descripción acerca del diseño e implementación de la plataforma de simulación en Simulink®.

### 3.2 Introducción al estándar WiMAX

WiMAX (siglas del inglés *Worldwide Interoperability for Microwave Access*) es una norma de telecomunicaciones creada por el foro WiMAX como un intento por promover la interoperabilidad entre los dispositivos dentro de la norma 802.16.

En las últimas décadas, la evolución de los servicios proporcionados por las redes celulares ha pasado desde mensajes de texto hasta video de alta definición. Por tal motivo, el crecimiento de aplicaciones multimedia que requieren de internet para los dispositivos móviles, provocó un incremento significativo en la necesidad de conexiones con mayores tasas de transmisión.

WiMAX surge de la creciente demanda por enlaces inalámbricos con gran ancho de banda y que a su vez puedan establecerse dentro de regiones geográficas de grandes dimensiones. Diseñado para dar servicio mayormente especializado en el tráfico de internet, WiMAX soporta diferentes características tanto en capa física como en capa de enlace que permiten un mejor funcionamiento en aplicaciones como voz sobre IP, transmisión de video, navegación en internet, servicios de telefonía celular, etc.

WiMAX opera en las bandas tanto reguladas como no reguladas de 10 a 66 Ghz y de 2 a 11 Ghz por lo que se presenta como un buen candidato de tecnología alternativa para la evolución desde la red celular 3G a 4G.

Algunas de las aplicaciones con más atractivo es el uso de redes WiMAX fijas para proveer servicio de telefonía, televisión por cable e internet de gran ancho de banda en áreas rurales o de baja densidad de población, en donde la instalación de redes cableadas o de fibra óptica no representa una inversión redituable.

WiMAX soporta un ancho de banda en su versión móvil de hasta 40 Mbp para usuarios que se encuentran relativamente cerca de las estaciones base. Sin embargo, a diferencia de lo que sucede en otros estándares, en WiMAX los usuarios que se encuentran a una distancia considerable de la estación base pueden ajustar el esquema de modulación y

codificación para continuar con la conexión sin experimentar un incremento en la tasa de bits erróneos. Esta característica primordial en WiMAX facilita el manejo de la calidad de servicio o QoS (siglas del inglés *Quality of Service*).

Entre las ventajas y desventajas más claras que posee la norma WiMAX se encuentran:

- Independencia de protocolo: Se pueden transportar flujos provenientes de IP, ATM y Ethernet.
- Soporte MIMO: Compatibilidad con arreglos de antenas para enfocar el haz de la señal de manera más concentrada al receptor.
- Limitación de potencia: Dado que trabaja en algunas bandas de uso libre se debe limitar la potencia para evitar interferencias.
- Alto consumo: La alta relación pico-promedio (ver sección 1.4.6) provoca gran consumo de potencia por parte de los amplificadores en los dispositivos móviles.

A nivel mundial, existen muchos proveedores de tecnología WiMAX cuyos productos y servicios van desde el desarrollo de núcleos de procesamiento para los sistemas de comunicaciones, antenas, amplificadores, hasta el diseño e instalación de redes de área metropolitana para grandes ciudades o regiones rurales. Algunos de los proveedores en distintas regiones son:

#### America



Intel – Soporte y desarrollo de soluciones para WiMAX.



Sprint – Redes empresariales 4G basadas en WiMAX



Clear – Desarrollo de redes WiMAX de cobertura metropolitana

#### Europa y África



WBS iBurst Service – Proveedor de equipo como antenas, encaminadores, puntos de acceso y módems



DBD Deutsche Breitband dienste GmbH – Proveedor de servicios de redes de gran ancho de banda

#### Asia y Australia



Packet 1 Networks – Proveedor de redes, acceso a internet y voz sobre IP con tecnología 4g.



### 3.2.1 Formato de capa física de la subtrama de bajada

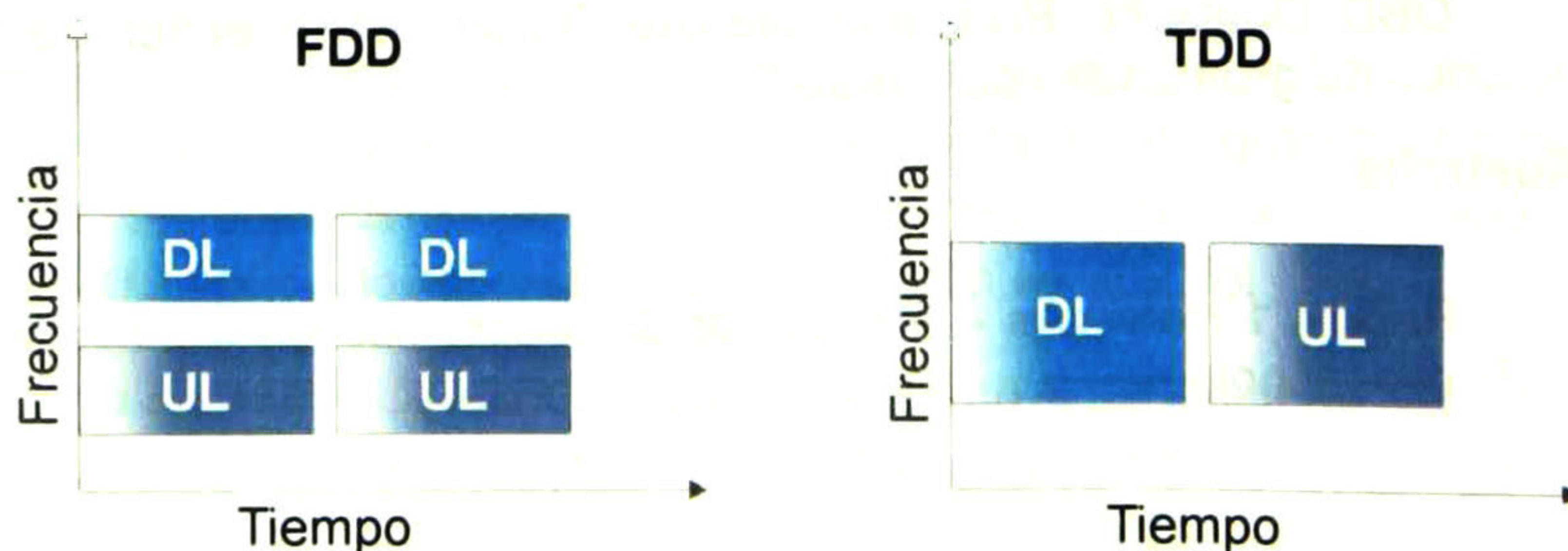
#### 3.2.1.1 Duplexado

El duplexado es el mecanismo por el cual se separan las transmisiones de radio frecuencia o RF (siglas del inglés *Radio Frequency*) de bajada y de subida, es decir, de la estación base hacia los subscriptores y viceversa. Los esquemas que son utilizados de manera más frecuente son duplexado por división de frecuencia o FDD (siglas del inglés *frequency division duplexing*), y duplexado por división de tiempo o TDD (siglas del inglés *time division duplexing*) [36].

WiMAX soporta ambos esquemas de división de los recursos en frecuencia/tiempo para la interfaz aérea. En TDD las dos transmisiones son enviadas a través del mismo canal durante intervalos de tiempo diferentes y no traslapados cada uno. En FDD, las dos transmisiones son enviadas al mismo tiempo, cada una sobre un canal de RF diferente. TDD es el más utilizado generalmente porque ofrece algunas ventajas como son [37]:

- A diferencia de FDD, TDD solo requiere de un canal para las transmisiones de bajada y de subida.
- En TDD los Transceptores son de diseño más simple dado que trabajan en la misma banda además de requerir únicamente conmutación temporal subida/bajada.
- Con TDD la distribución dinámica de los recursos para bajada/subida se realiza de manera más simple.
- Asegura reciprocidad del canal lo cual representa una ventaja para las técnicas de lazo cerrado.

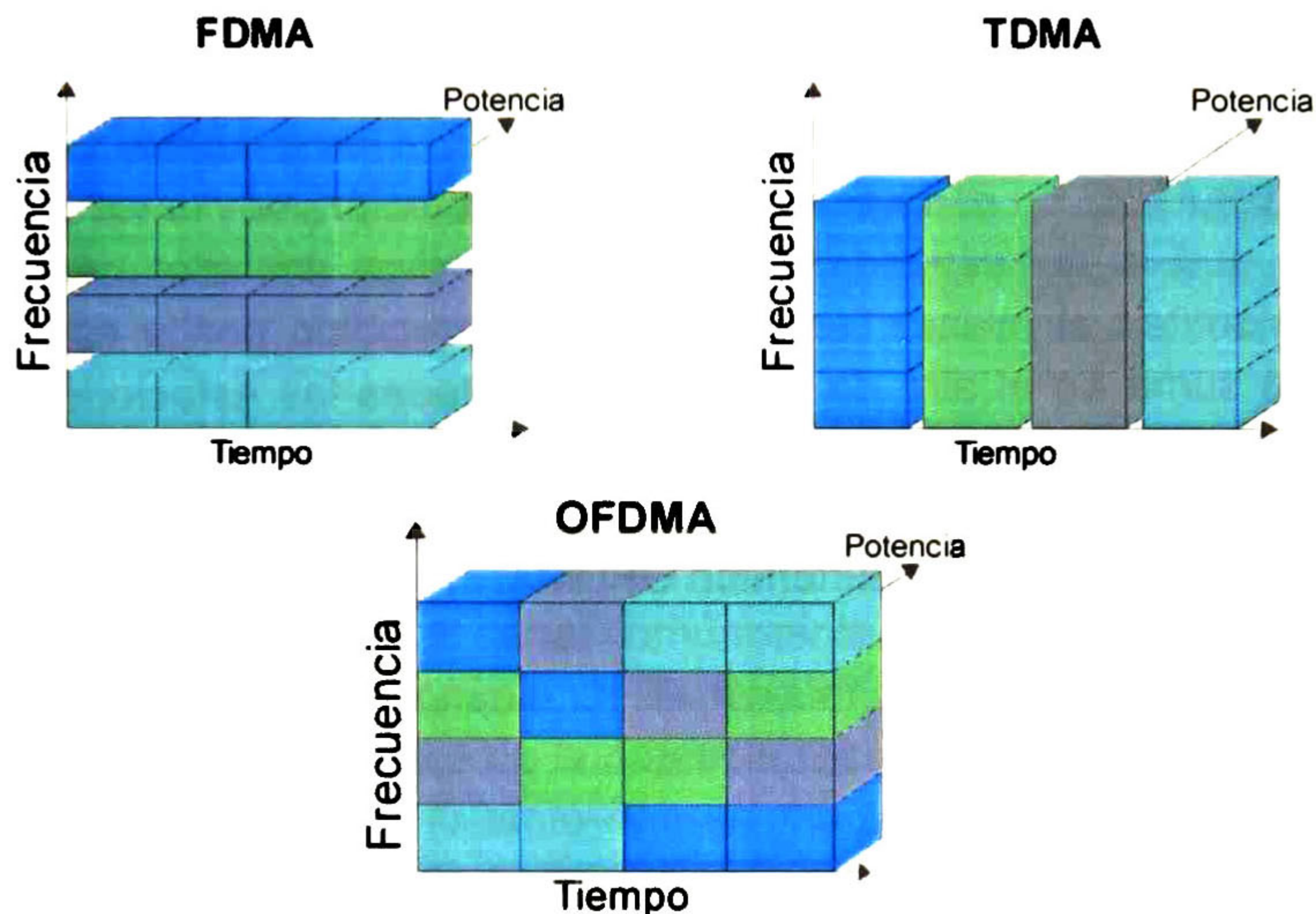
En la figura 3.1 se muestran los dos esquemas de división de los recursos tiempo/frecuencia entre las subtramas de subida y de bajada. Como puede observarse, en el esquema FDD, se puede conseguir una transmisión full dúplex, sin embargo, dado que las subtramas de subida o UL (siglas del inglés *Up Link*) y de bajada o DL (siglas del inglés *Down Link*) se encuentran en diferentes bandas, es necesario insertar una banda de guarda en el espectro entre cada uno de los canales subida/bajada, perdiendo un porcentaje de eficiencia espectral. Además, cambiar las proporciones de ancho de banda de subida/bajada es difícil para el transceptor cuando se utiliza FDD porque ambas subtramas son enviadas en canales diferentes.



3.1 Representación gráfica de los esquemas de duplexado a) FDD y b) TDD

### 3.2.1.2 OFDMA

El estándar WiMAX utiliza OFDMA (siglas del inglés *Orthogonal Frequency Division Medium Access*) como esquema de acceso múltiple al medio. OFDMA consiste básicamente en una combinación de TDMA (siglas del inglés *Time Division Multiple Access*) y FDMA [8]. Los usuarios pueden ser asignados a diferentes subportadoras y en diferentes ranuras de tiempo dentro de la subtrama DL. A diferencia de FDMA, OFDMA no requiere de las guardas entre cada uno de los canales porque las subportadoras son ortogonales entre sí. Además, este esquema permite gran flexibilidad en la forma de acomodar diferentes usuarios dentro de una trama en función de sus requerimientos como tasa de transmisión y QoS.



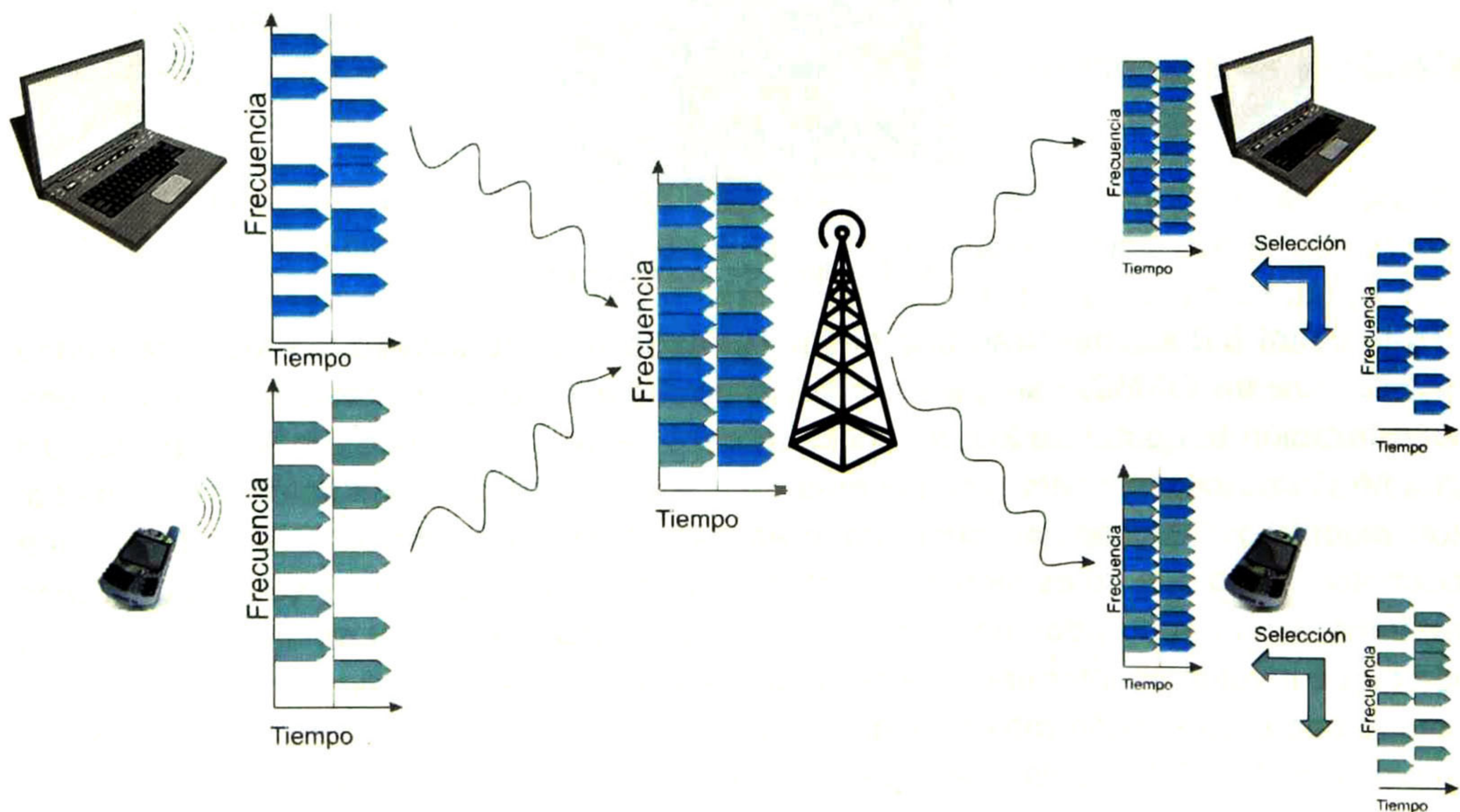
3.2 Esquemas de acceso al medio

En la figura 3.2 se muestran tres diferentes esquemas de acceso al medio, se puede observar que en OFDMA se puede obtener múltiple acceso al medio y a la vez una calendarización temporal de los usuarios. La capa de acceso al medio o MAC (siglas del inglés *Medium Access Control*) se encarga de procesar los algoritmos de control al medio, estos algoritmos asignan las subportadoras así como los símbolos OFDM para cada subscriptor. Dado que no es motivo de estudio de esta tesis el análisis y estudio de dichos algoritmos, serán abordados únicamente los temas concernientes al rendimiento en capa física o que involucren información acerca de los parámetros de configuración del sistema en dicha capa. La versión más reciente del estándar WiMAX [36] soporta el esquema de multiplexado SOFDMA (siglas del inglés *Scalable Orthogonal Frequency Division Multiple Access*) que básicamente es una extensión OFDMA en donde el tamaño de la FFT puede ser cambiado en cada trama.

### 3.2.1.3 Mecanismo de recepción/transmisión

Dado que el esquema de acceso al medio es múltiple, es decir, varios usuarios o dispositivos pueden hacer uso del canal de manera simultánea, es importante aclarar la forma en que la estación base se comunica con los dispositivos móviles y viceversa. La estación base comienza el proceso al enviar la subtrama DL completa, cada uno de los dispositivos móviles reciben la subtrama DL y descartan los símbolos en los cuales no les fue mapeado ningún dato. El dispositivo móvil recibe los símbolos OFDM en los que le fue asignada una o más subportadoras y posteriormente descarta las subportadoras en el dominio de la frecuencia que no pertenezcan a los subcanales que se le fueron asignados.

En el caso de la transmisión de la subtrama de subida el mecanismo es más complejo. Las estaciones móviles deben estar bien sincronizadas tanto en frecuencia de portadora como de muestreo. Cada uno de los dispositivos genera los símbolos OFDM en el tiempo en que le fue asignado. En cada símbolo OFDM la estación móvil modula únicamente las subportadoras que le corresponden y las otras la deja en valor cero. Dado que las estaciones transmiten al mismo tiempo, el símbolo recibido por la estación base es el resultado de la suma en el aire de las señales de todas las estaciones móviles. Por lo tanto, el símbolo OFDM recibido por la estación base tendrá moduladas todas las subportadoras asignadas en total entre todas y cada una de las estaciones móviles. Este esquema de acceso al medio se denomina OFDMA.



3.3 Transmisión de las subtramas a)UL y b) DL

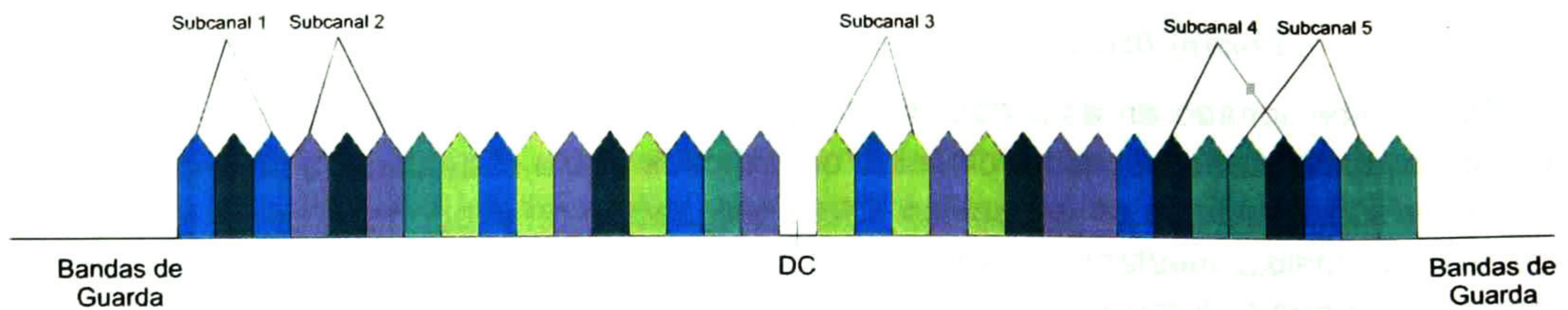
#### **3.2.1.4 Subcanalización**

Se ha mencionado en este documento que en el estándar WiMAX se utiliza OFDMA como esquema de acceso al medio, esto quiere decir que a cada usuario se le asignan un grupo de subportadoras en específico. Dicha asignación de subportadoras en el estándar WiMAX se realiza mediante la asignación de subcanales. Un subcanal es un conjunto lógico de subportadoras dentro de una subtrama. Los modos de permutación son las reglas que nos permitirán establecer el mapeo entre la posición física de cada subportadora y la cantidad de ellas que pertenecen a un subcanal determinado. Agrupando un conjunto de subcanales se forma una región de datos para un usuario. Las regiones de datos son transmitidas utilizando el mismo perfil de ráfaga, es decir, utilizando el mismo esquema de modulación y codificación [8].

De lo anterior se debe concluir que las subtramas del estándar WiMAX se pueden observar desde dos perspectivas, una de ellas es la vista física, es decir, la estructura de la subtrama como es enviada por el transmisor, y la otra es la vista lógica, es decir, la forma que adopta una vez que se ha realizado el reacomodo especificado por el modo de permutación.

#### **3.2.1.5 Permutación**

Como fue visto en la sección <, el canal comúnmente presenta efecto multitrayectoria y por lo tanto, selectividad en el dominio de la frecuencia. Esta característica del canal provoca una distribución no uniforme de la potencia recibida sobre las diferentes regiones del símbolo en la frecuencia. Por lo tanto una asignación de subportadoras contiguas a cada uno de los subscriptores podría ocasionar que algunos de ellos alojaran casi todo su ancho de banda en una zona altamente desvanecida por el canal. Este efecto impacta directamente sobre la calidad de servicio para dichos subscriptores. Por esta razón la solución que se propone en el estándar WiMAX es pasar el símbolo OFDM por un proceso llamado permutación distribuida, antes de ser alimentado al bloque de IFFT. Este proceso consiste en el cambio pseudoaleatorio de la posición de cada una de las subportadoras. El motivo de esta permutación es principalmente proveer a cada subscriptor la posibilidad de distribuir el ancho de banda que le fue asignado sobre diferentes regiones del espectro del canal. Con esto se obtiene una mayor probabilidad para cada uno de los subscriptores de recibir datos de una o algunas subportadoras que no se encuentren en las regiones gravemente desvanecidas por el canal. El estándar también soporta la asignación de subportadoras físicas contiguas a lo cual se le llama permutación adyacente. La permutación de manera adyacente permite al sistema explotar la diversidad de usuarios a través de la asignación de subportadoras a cada usuario en función del canal que experimentan, mientras que la permutación distribuida permite la explotación de la diversidad en la frecuencia [8] y [38].



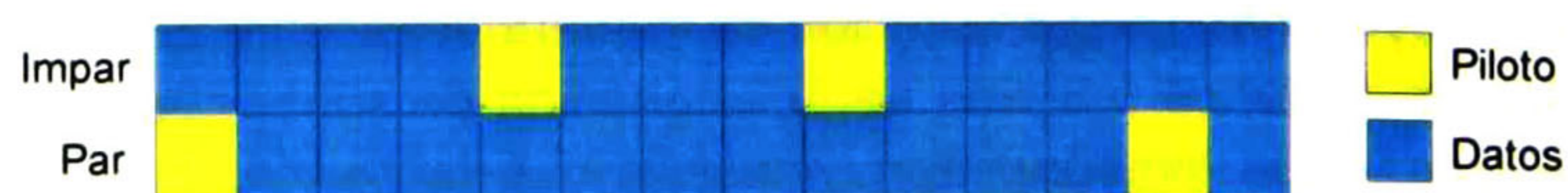
3.4 Esquema de permutación pseudoaleatorio

### 3.2.1.6 PUSC

La asignación de las subportadoras a un subcanal y otros parámetros como son la dimensión de las bandas de guarda, la cantidad de pilotos y el número de subcanales está especificada por el modo de permutación. En el estándar WiMAX se especifica de manera obligatoria para la subtrama DL los modos de permutación PUSC (siglas del inglés *Down Link Partial Usage of Subcarriers*) y AMC (siglas del inglés *Adaptive Modulation Coding*), otro modo de permutación opcional es FUSC (siglas del inglés *Full Usage of Subcarriers*). En esta sección se abordan algunos detalles del modo de permutación PUSC por ser el especificado como obligatorio en el estándar WiMAX, para más información acerca de este modo de permutación, FUSC y AMC se pueden revisar las referencias [39] y [8].

Una subtrama DL puede estar compuesta de zonas con diferentes modos de permutación cada una. A estas zonas se les llama regiones de permutación. El procedimiento descrito en el estándar para la asignación de subportadoras dentro de la subtrama DL utilizando el esquema PUSC es el siguiente [39]:

1. Se dividen las subportadoras no nulas, en clústeres físicos. Un clúster físico dentro del esquema PUSC es un conjunto bidimensional de subportadoras. Cada clúster consiste en 28 subportadoras (pilotos y datos) dentro dos símbolos OFDM consecutivos, es decir 14 subportadoras adyacentes en cada símbolo OFDM. De las 28 subportadoras, 4 son asignadas como pilotos y las 24 restantes como subportadoras de datos. El patrón de asignación de los pilotos se muestra en la figura 3.5, donde el eje vertical de arriba hacia abajo es el tiempo, y en el eje vertical de izquierda a derecha es la posición de la subportadora desde la frecuencia más baja a la más alta. Posteriormente se enumeran los clústeres del 0 a N-1, donde N es el número de clústeres que contiene el símbolo OFDM.



3.5 Estructura del clúster

2. Reenumerar cada clúster físico hacia un clúster lógico. Si el clúster pertenece a la primera zona de permutación de la subtrama DL o pertenece a una zona que utiliza todas las subportadoras del símbolo OFDM el ordenamiento lógico de los clústeres es el mismo que el físico. De otra forma, el ordenamiento sigue una regla pseudoaleatoria, en la tabla 3-1 se muestran los valores de reordenamiento de los clústeres para cada tamaño de FFT.

3-1 Parámetros de Subcanalización

Parametro Por Simbolo OFDM	Tamaño de FFT 512	Tamaño de FFT 1024
Subportadoras de guarda izquierda	46	92
Subportadoras de guarda derecha	45	91
Subportadoras utilizadas	420	840
Subportadoras piloto	60	120
Subportadoras de datos	360	720
Secuencia de reordenamiento de clúster	12, 13, 26, 9, 5, 15, 21, 6, 28, 4, 2, 7, 10, 18, 29, 17, 16, 3, 20, 24, 14, 8, 23, 1, 25, 27, 22, 19, 11, 0	6, 48, 37, 21, 31, 40, 42, 56, 32, 47, 30, 33, 54, 18, 10, 15, 50, 51, 58, 46, 23, 45, 16, 57, 39, 35, 7, 55, 25, 59, 53, 11, 22, 38, 28, 19, 17, 3, 27, 12, 29, 26, 5, 41, 49, 44, 9, 8, 1, 13, 36, 14, 43, 2, 20, 24, 52, 4, 34, 0

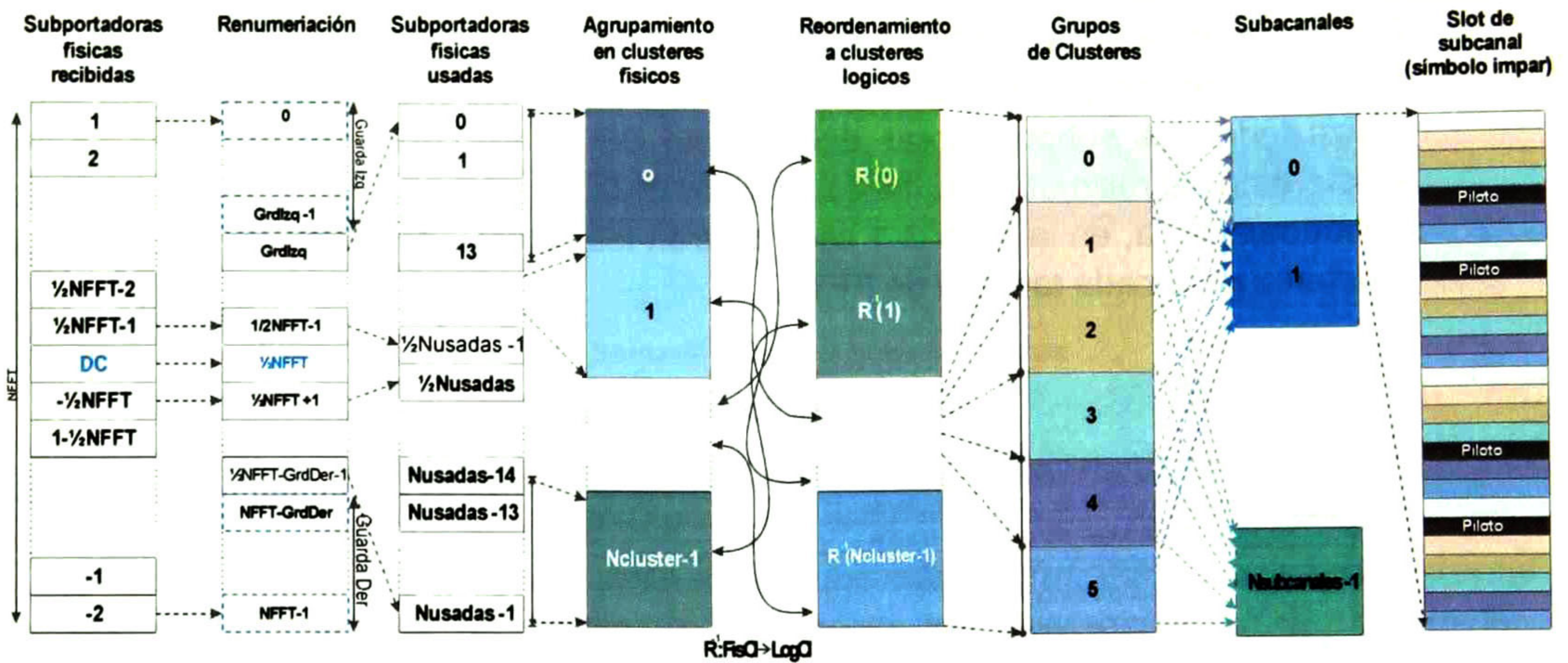
3. Asignar los clústeres lógicos a grupos. La tabla 3-2 muestra los rangos de asignación de clúster a grupo según el tamaño de FFT, de manera opcional se pueden asignar los grupos a segmentos.

3-2 Asignación de clúster a cada grupo

Grupo	Rango de clústeres lógicos FFT 1024	Rango de clústeres lógicos FFT 512
0	0 - 23	0 - 9
1	24 - 39	
2	40 - 63	10 - 19
3	64 - 79	
4	80 - 103	20 - 29
5	104 - 119	

4. Asignar las subportadoras lógicas a subcanales. La asignación se hace de manera separada en cada símbolo OFDM dado que el patrón de los pilotos es diferente en los símbolos pares de los nones. Primero se asignan las subportadoras pilotos. Posteriormente se toman las subportadoras restantes (datos) y se selecciona una subportadora de cada uno de los grupos de manera consecutiva hasta formar un subcanal de 24 subportadoras de datos.

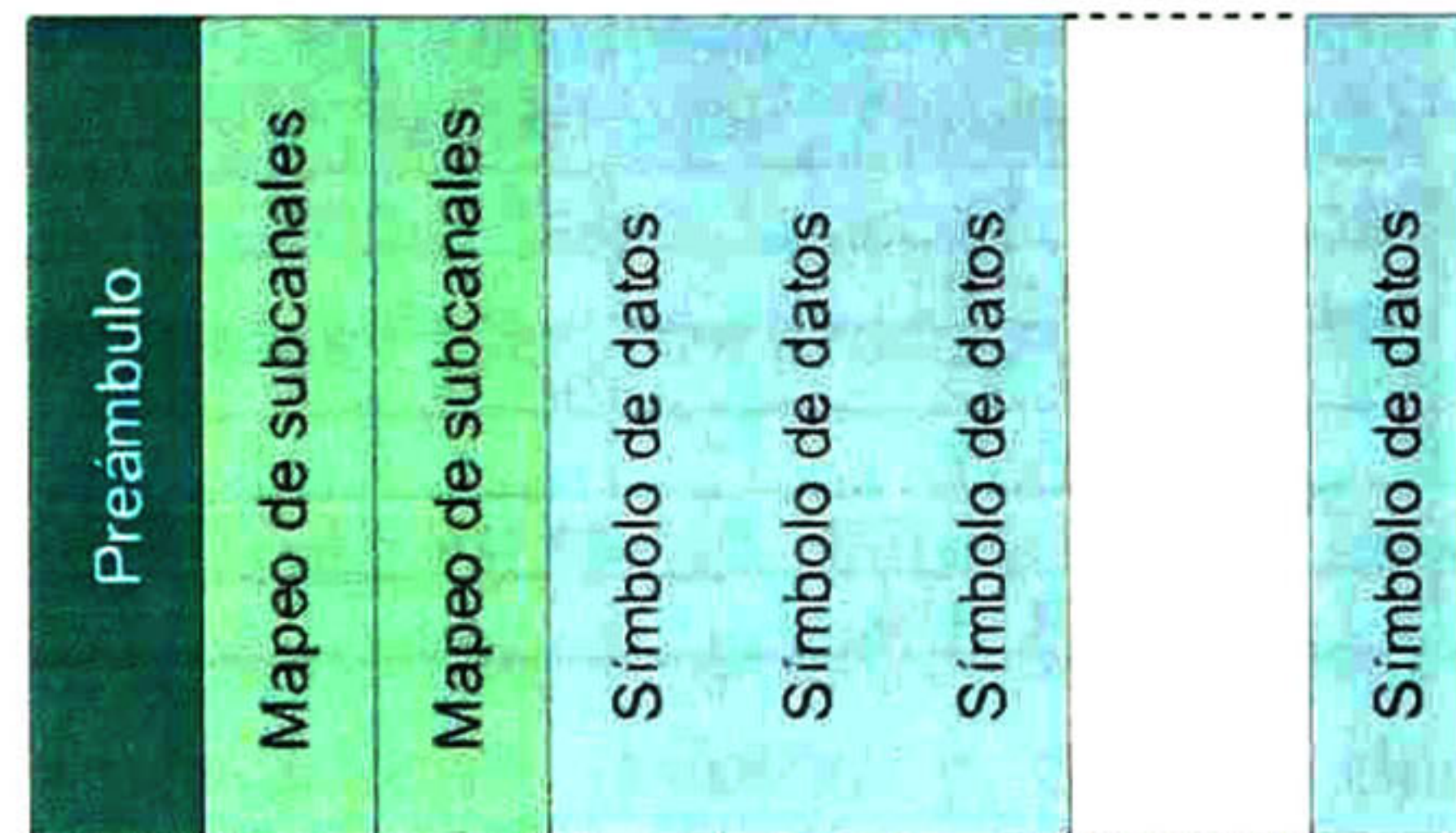
La figura 3.6 muestra un resumen del proceso de selección y enumeración de las subportadoras no nulas. Además se muestra el proceso de mapeo de subportadoras a clústeres, grupos y subcanales descrito en los párrafos anteriores.



3.6 Selección de portadoras no nulas

### 3.2.1.7 Formación del símbolo OFDM de subtrama DL

La subtrama DL se puede dividir en una estructura de tres partes. La primera parte es el preámbulo, la segunda es la señalización de mapeo de subcanales y la tercera corresponde a los símbolos que portan el flujo de datos para los subscriptores.



3.7 Segmentación de subtrama DL en símbolos OFDM

### 3.2.1.8 Preámbulo

En el estándar se definen tres diferentes conjuntos de subportadoras del preámbulo para cada tamaño de FFT. Cada uno de los conjuntos difiere en la posición de las subportadoras que serán utilizadas por el preámbulo. El conjunto de subportadoras es modulado con un código específico de pseudoruido utilizando el esquema BPSK (siglas del inglés *Binary Phase-Shift Keying*). Cada uno de los conjuntos de portadoras puede ser definido completamente por la ecuación (33)

$$\text{PreambleCarrierSet}_n[k] = n + 3k$$

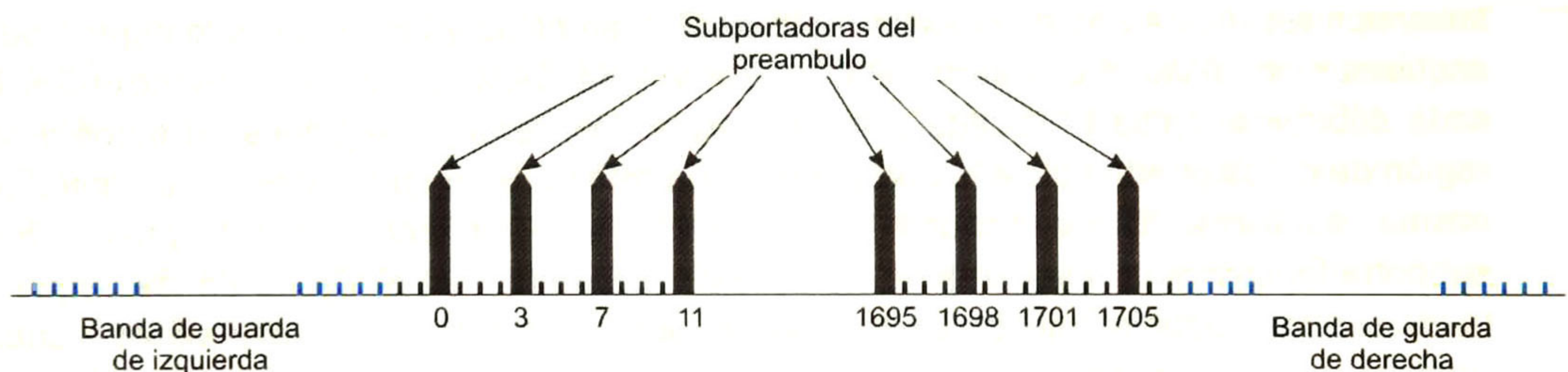
(33)

donde

- PreambleCarrierSet<sub>n</sub>** Especifica todas las subportadoras asignadas al preámbulo.
- n** Es el número del conjunto de subportadoras del preámbulo indexados como 0, 1 y 2.
- k** Es el índice de asignación de portadora. 0-567 para 2048-FFT, 0-283 para 1024 y 0-142 para 512-FFT.

La cantidad de subportadoras de guarda en el preámbulo difiere de la utilizada en los símbolos de datos. En este caso la cantidad de subportadoras de guarda a cada lado del espectro para el tamaño de FFT de 1024 es de 86, mientras que para el tamaño de FFT de 512 es de 42. El número de subportadoras en las bandas de guarda del preámbulo generalmente difiere de las subportadoras de este tipo que se tienen cada símbolo de datos (en los símbolos de datos este parámetro depende del esquema de subcanalización).

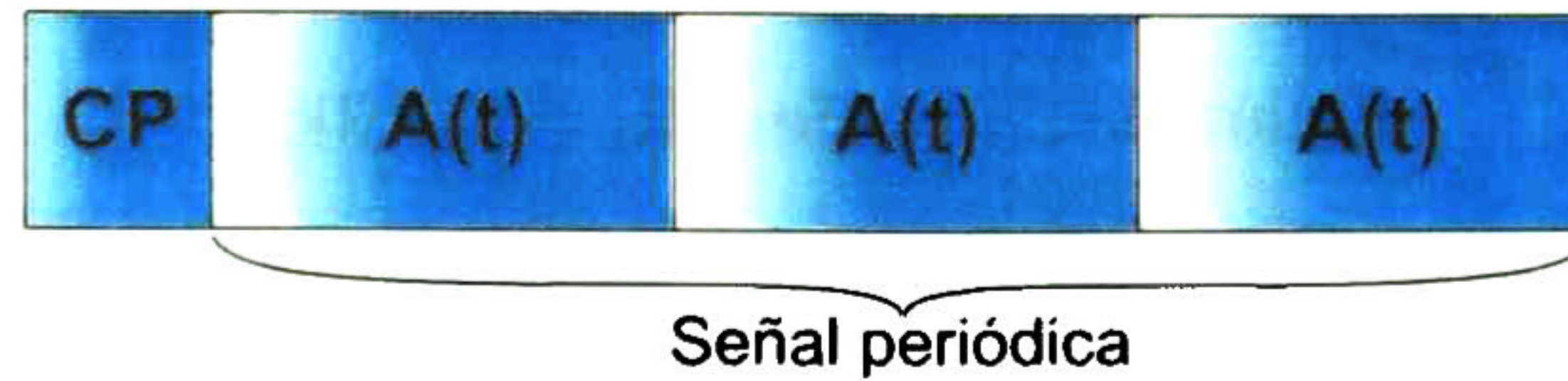
De lo anterior se puede concluir que en cada conjunto de subportadoras se modula una de cada tres subportadoras en el símbolo OFDM. Es importante aclarar que para la evaluación de la variable  $k$ , los índices de subportadora no incluyen a las subportadoras que pertenecen a las bandas de guarda. La potencia de cada subportadora perteneciente al conjunto del preámbulo es acrecentada a 8 veces la potencia de una subportadora de datos.



3.8 Estructura básica del preámbulo en dominio de la frecuencia de transmisión DL FFT-2048

EL motivo de asignar solamente una de cada tres de las subportadoras en el preámbulo es el de obtener en el dominio temporal el efecto de periodicidad dentro del mismo símbolo OFMD. Para esto es necesario que las subportadoras restantes que no pertenecen a conjunto de subportadoras de preámbulo sean dejadas en valor cero. El resultado de la IFFT para el preámbulo es un símbolo OFDM que puede ser segmentado en tres partes iguales. Más adelante se mostraran las ventajas que esta estructura ofrece en la etapa de sincronización del receptor [8].





3.9 Estructura en dominio temporal del preámbulo

El estándar especifica diferentes secuencias de PN cuyo valor es obtenido de una tabla dependiendo del segmento y del identificador de celda de la estación base. Dado que el propósito de utilizar diferentes preámbulos tiene utilidad solo a nivel de capa de enlace (identificación de celda), en este modelo de simulación se utilizará solamente un valor diferente de preámbulo tomado del estándar para cada uno de los tamaños de FFT.

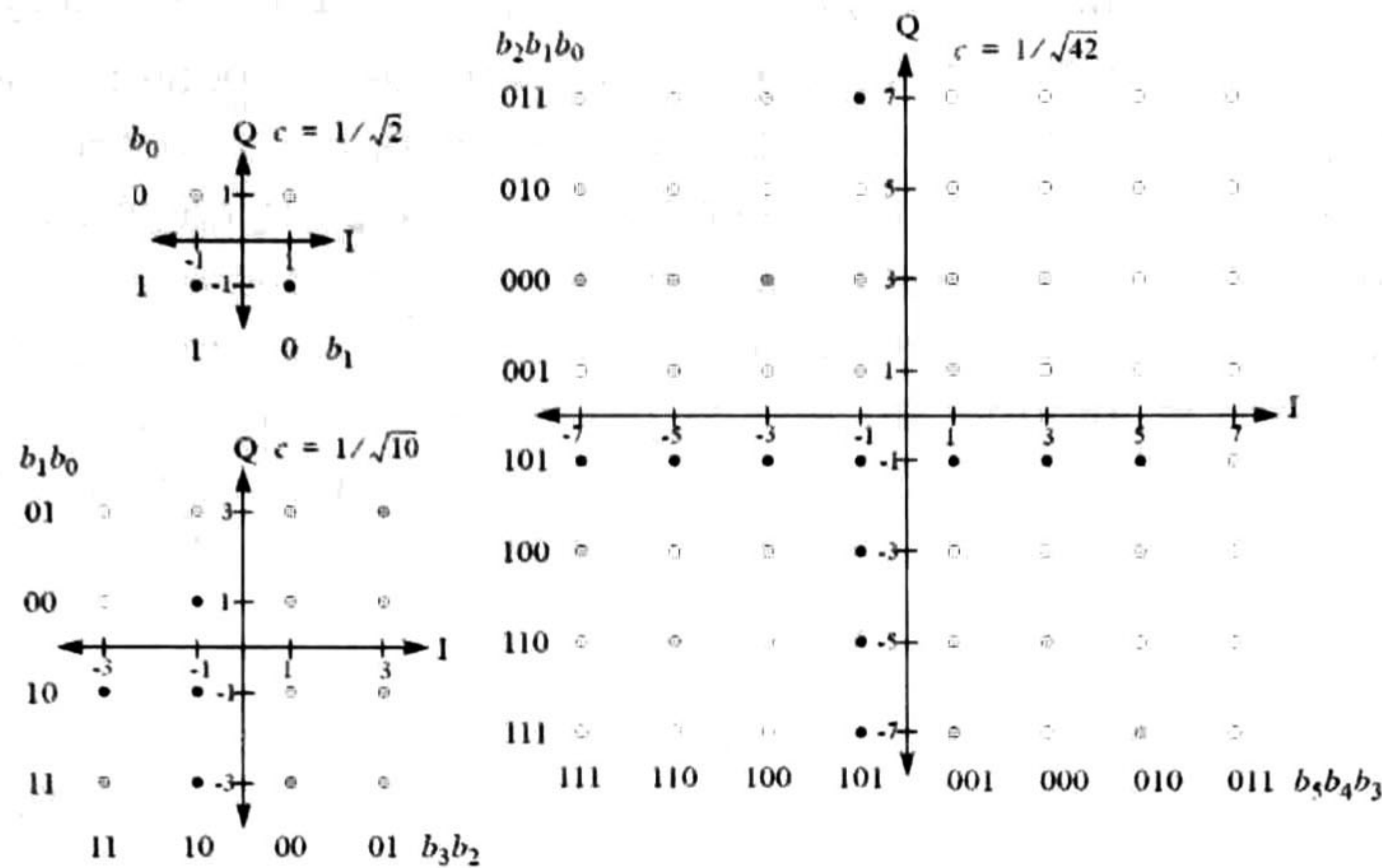
### 3.2.1.9 Símbolo de datos

Los símbolos subsecuentes dentro de la subtrama DL contienen el flujo de datos o carga útil de uno o más subscriptores. Estos símbolos están compuestos por tres tipos diferentes de subportadoras: subportadoras de datos, nulas y pilotos. A continuación se describen los pilotos y las subportadoras de datos.

#### 3.2.1.9.1 Subportadoras de datos

Las subportadoras de datos llevan los símbolos del flujo de datos para los subscriptores. Cada una de ellas es modulada en amplitud y fase utilizando alguno de los esquemas por WiMAX que son: QPSK, 16QAM y 64 QAM. Como ya se mencionó antes, cada subtrama lógica DL puede ser seccionada en diferentes regiones de datos y cada región de datos puede utilizar su propio perfil de ráfaga. Esto quiere decir que dentro de la misma subtrama DL o incluso dentro del mismo símbolo OFDM, puede haber subportadoras con un esquema de modulación diferente dentro alguno de los esquemas mencionados. Usualmente se asigna una región de datos para uno o varios usuarios (multicast [8]), esto implica que cada usuario utiliza comúnmente un solo esquema de modulación de datos a la vez.

Las constelaciones utilizadas en la modulación son normalizadas en potencia. Esto quiere decir que la constelación esta escalada con un factor tal que, la potencia promedio es unitaria al considerar todos los símbolos de la constelación como equiprobables. El mapeo de bits u ordenamiento de la constelación es en código *Gray*. Dicho mapeo binario ofrece menor tasa de bits erróneos o BER (siglas del inglés *Bit Error Rate*). El receptor tiene mayor probabilidad de equivocarse en la demodulación de un símbolo seleccionando uno adyacente en la constelación y bajo la premisa de que la aparición de cada símbolo en el flujo de datos es equiprobable y que la diferencia entre un símbolo de la constelación y el símbolo adyacente difieren en un solo bit, existe mayor probabilidad de que el error sea de solo un bit [2]. En la figura 3.10 aparecen los distintos esquemas de modulación junto con su respectivo parámetro de escalamiento  $c$ .



3.10 Constelaciones soportadas para transmisión de datos

### 3.2.1.9.2 Pilotos

Las subportadoras piloto funcionan a manera de sondeo de las condiciones del canal. Son moduladas utilizando el esquema BPSK con energía 5.5 dB mayor que la subportadoras de datos. La razón de darles mayor potencia y utilizar un esquema tan reducido es el de obtener robustez ante el canal. El valor con el que ha sido modulado cada uno de los pilotos es conocido por el receptor. Dado que los pilotos serán utilizados para la estimación del canal, es de vital importancia la distribución con la que se asignan las posiciones dentro del símbolo. Para cada esquema de subcanalización se considera un balance en la cantidad de pilotos a insertar dentro de cada símbolo OFDM. Una cantidad relativamente grande de pilotos dentro de la trama, ayudará al algoritmo de estimación de canal a ofrecer menor error de estimación, pero costará ancho de banda dado que las subportadoras piloto no pueden llevar datos. En la sección 3.2.1.6 se describe a detalle la posición de los pilotos dentro de la subtrama DL bajo el esquema de subcanalización PUSC.

### 3.2.1.10 Formación de la subtrama de bajada

Cada una de las subtramas DL consiste en un conjunto de símbolos OFDM enviados de manera consecutiva sin tiempo de guarda entre ellos. El contenido y propósito de cada símbolo OFDM dependerá de la posición que este tenga dentro de la subtrama y/o de la zona de subcanalización en la que se encuentre.

El primer símbolo OFDM de la subtrama DL es llamado preámbulo, contiene información de identificación de la estación base. Además, su estructura de características específicas permite al receptor hacer la sincronización temporal y estimación del CFO [8]. En la subtrama UL no se envía preámbulo.

Dado que el mapeo de los datos en OFDM se hace en el dominio de la frecuencia (DF), cada subscritor recibe el símbolo OFDM completo y posteriormente realiza FFT. Esto ocasiona que cada uno de los subscritores tenga la visión completa del contenido del símbolo OFDM aunque solo deba quedarse con una parte completa, parcial o nula del mismo. Por tal motivo, es necesario algún mecanismo de señalización del mapeo de los recursos. Es por esto que en el estándar WiMAX, el grupo de símbolos OFDM posterior al preámbulo contiene la información acerca del mapeo o asignación de dichos recursos para cada uno de los subscritores dentro de la trama. Finalmente, los símbolos siguientes contienen el flujo(os) de datos distribuidos en la forma señalizada por los símbolos de mapeo enviados de esa trama.

En el estándar se define un tiempo de trama fijo de 5 ms, la cantidad de símbolos OFDM transmitidos en total durante toda la trama así como el tamaño de FFT utilizado, dependen del ancho de banda asignado. En la tabla 3-3 se muestran los tamaños de FFT determinados según el ancho de banda.

3-3 Tamaño de FFT para cada ancho de banda

Ancho de Banda del canal (Mhz)	Tamaño de FFT
3.5	512
5	512
7	1024
8	1024
8.75	1024
10	1024

La cantidad de símbolos OFDM de la trama está determinada por el ancho de banda mientras que la proporción de dichos símbolos que es asignada a la subtrama de subida y a la subtrama de bajada puede variar dentro de un rango de valores. La tabla 3-4 muestra el tamaño de trama en símbolos OFDM así como el conjunto de valores que pueden asignarse a la proporción de símbolos bajada/subida para los diferentes anchos de banda. La cantidad de símbolos de subtrama de subida/bajada no incluye el preámbulo. Nótese que una vez seleccionado un valor para la cantidad de símbolos de la subtrama de subida o de bajada dentro del rango dado por la tabla, el número de símbolos de la otra subtrama debe ser tal que el total de símbolos de la trama cumpla con la misma tabla.

3-4 Relación DL-UL para cada ancho de banda

Ancho de Banda (Mhz)	Número de símbolos por trama	Número de símbolos de subtrama (bajada, subida)
5 y 10	48	(35-26, 12-21)
8.75	42	(30-24, 12-18)
3.5 y 7	33	(24-18, 09-15)
8	37	(28-20, 09-17)

### 3.2.1.10.1 Parámetros de subtrama y símbolo

En la sección anterior se definió la estructura interna de cada uno de los diferentes símbolos OFDM dentro de la subtrama DL, sin embargo, los parámetros como son: tiempo de símbolo, espaciamiento entre subportadoras y tiempo de subtrama, no han sido mencionados. La tabla 3-5 muestra un resumen del subconjunto de parámetros seleccionados por el foro WiMAX tomados del estándar 802.16e. Se puede observar que el tiempo de símbolo y trama OFDM han sido fijados en un solo valor para todos los tamaños de FFT. El espaciamiento entre subportadoras para los anchos de banda comunes de 10 Mhz y 5 Mhz también se mantiene en un mismo valor. Los anchos de banda múltiplos de 1.75 Mhz fueron agregados en la última revisión del estándar como una enmienda para soportar compatibilidad con estándares como WiBro [40]. Dado que el tiempo de trama de 5 ms no coincide exactamente con la cantidad de símbolos y su respectiva duración, sino que es ligeramente más pequeño, se inserta al final de cada trama un periodo de transmisión nula que completa el tiempo total de trama. Este periodo también facilita el proceso de sincronización en la siguiente trama al disminuir la interferencia por efecto de dispersión de canal de símbolos en la trama anterior.

3-5 Resumen de Parámetros para WiMAX

Párametro	Valor para cada ancho de banda					
Ancho de banda (Mhz)	3.5	5	7	8	8.75	10
Frecuencia de muestreo (Mhz)	4	5.6	8	8.96	10	11.2
Tamaño de FFT	512			1024		
Relación de tamaño de prefijo cíclico	1/8					
Factor de muestreo	8/7	28/25	8/7	28/25	8/7	28/25
Espaciamiento de subportadoras (khz)	7.8125	10.9375	7.8125	8.75	9.765625	10.9375
Tiempo útil de símbolo (us)	128	91.42857143	128	114.2857143	102.4	91.42857143
Tiempo de prefijo cíclico (us)	16	11.42857143	16	14.28571429	12.8	11.42857143
Tiempo de símbolo OFDM (us)	144	102.8571429	144	128.5714286	115.2	102.8571429
Número de símbolos por trama	34	48	34	37	43	48
Tiempo de trama (ms)	5	5	5	5	5	5

## 3.3 Modelo de canal en WiMAX

En [36] se describe el modelo de canal recomendado para el proceso de prueba y validación de los equipos bajo el estándar WiMAX. Este documento está basado en los modelos propuestos por la ITU en el documento [41] para la evaluación de tecnologías de radio.

El modelo de canal engloba la fenomenología del desvanecimiento provocado por las multitrayectorias y la dispersión Doppler ocasionada por los cambios en el ambiente y la movilidad. Consiste en la representación discreta de la respuesta al impulso en banda base, como una función del tiempo y tiempo de retardo [8]. El modelo usado es un canal discreto estacionario en sentido amplio de dispersión decorrelacionada. Se representa como un filtro FIR (siglas del inglés *Finite Impulse Response*) variable en el tiempo cuyos coeficientes son la intensidad de la señal en un determinado retardo. La intensidad de dicho retardo es proviene de un proceso aleatorio gaussiano complejo de media cero. La

DEP determina el comportamiento y correlación temporal para cada una de las trayectorias [41]. El modelo de canal en términos de entrada/salida se describe como:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{p_n} g_n(t) x(t - \tau_n) \quad (34)$$

donde

- $p_n$  Es la potencia del peso  $n$ .
- $g_n(t)$  Es un proceso complejo gaussiano de media cero que pesa a la réplica  $n$ .
- $x(t)$  Es la señal de entrada.
- $y(t)$  Es la salida del canal.

Cada una de las réplicas tiene su espectro Doppler dado por el espectro de potencia de  $g_n(t)$ . Este espectro controlara la correlación temporal en cada una de las trayectorias o réplicas así como la tasa de desvanecimiento.

Dicho esto, para definir el comportamiento del canal bajo las características del modelo antes mencionado, es necesario definir el espectro Doppler de  $g_n(t)$  para cada una de las trayectorias, la potencia  $p_n$ , así como el tiempo de retardo  $\tau_n$  en el que se encuentran localizadas. El conjunto de estos parámetros para caracterizar las condiciones del canal en un estándar en específico es llamado perfil de potencia de retardo, porque en él se definen precisamente las potencias y posiciones en retardo de cada una de las trayectorias representativas. Nótese que el perfil de potencia de retardo puede ser presentado de manera continua como una densidad de potencia, o de manera discreta con una cierta cantidad de trayectorias.

El estándar especifica tres tipos de usuario diferentes para establecer los parámetros del modelo de canal.

- Peatón-A: Dispositivos en exteriores con baja movilidad
- Peatón-B: Dispositivos en interiores con baja movilidad
- Vehicular-A: Dispositivos a bordo de vehículos que se desplazan a altas velocidades

En la tabla 3-6 se muestra el perfil de potencia de retardo de cada uno de los tipos de usuario.

3-6 Perfiles de potencia de retardo

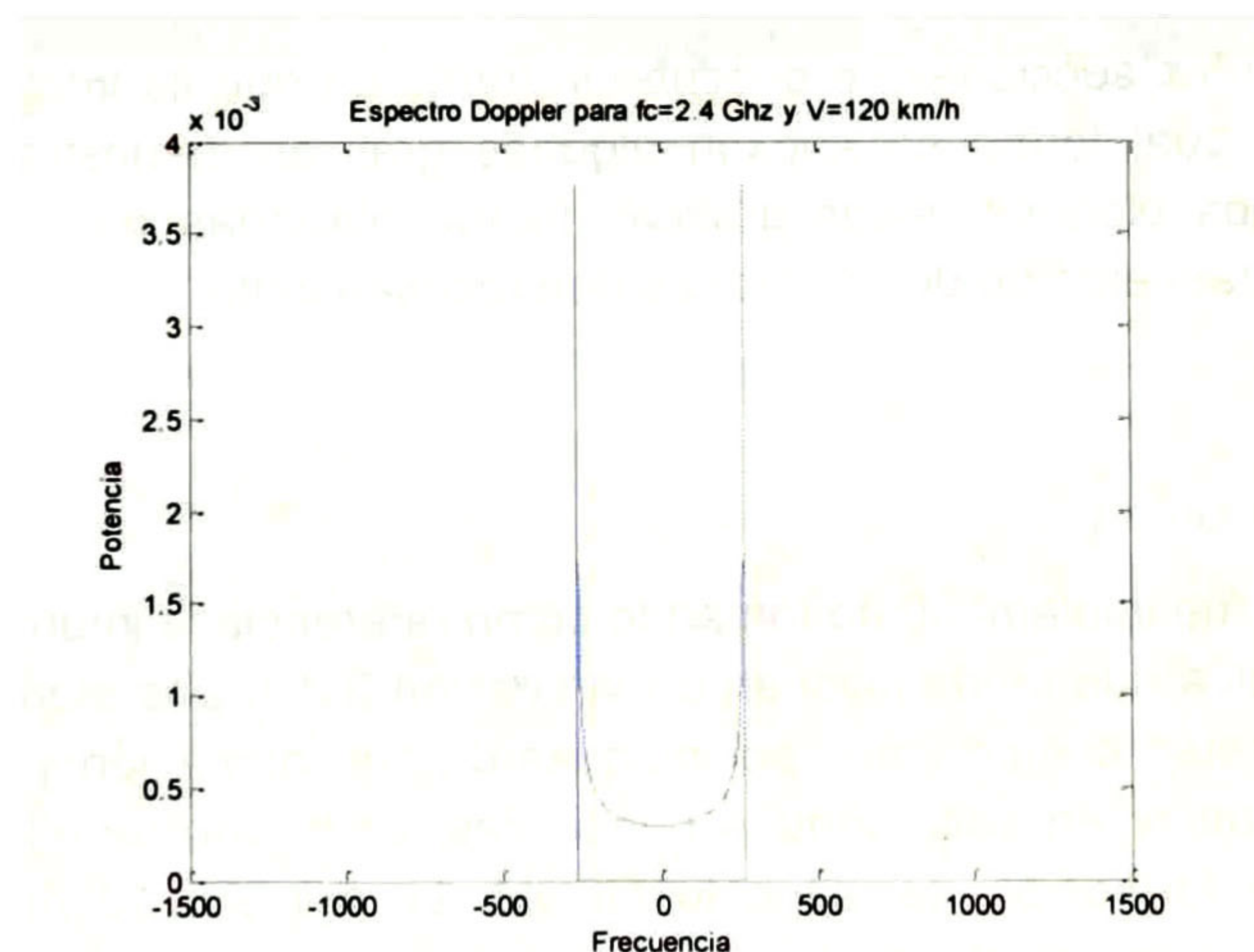
Perfil de potencia	Peatón-A				Vehicular-A						Peatón-B					
Retardo de trayectoria (ns)	0	110	90	410	0	300	700	1100	1700	2500	0	200	800	1200	2300	3700
Potencia de trayectoria (dB)	0	-9.7	-19	-23	0	-1	-9	-10	-15	-20	0	-1	-5	-8	-7.8	-24
Velocidad(km/h)	<=3				60<velocidad<=120						<=3					

Con la velocidad del dispositivo  $v$  y la frecuencia de portadora  $f_c$  se puede aproximar la máxima frecuencia de dispersión Doppler [41] utilizando:

$$f_d = \frac{vf_c}{c} \quad (35)$$

Todas las trayectorias se caracterizan por la densidad espectral de potencia Doppler de forma Jakes [5] que se modela por la ecuación (36). En la figura 3.11 se muestra un ejemplo del espectro Doppler generado con la siguiente expresión:

$$\rho(f) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, & |f| > f_d \\ 0, & |f| \leq f_d \end{cases} \quad (36)$$



3.11 Espectro Doppler de Jakes

### 3.4 Implementación en MATLAB® y Simulink®

El software seleccionado para la simulación del sistema de comunicaciones que será utilizado en la prueba de los diferentes algoritmos de estimación es Simulink®. Las ventajas que ofrece este software para la simulación del modelo son las siguientes:

- Simulación en paralelo de todos los componentes del modelo.
- Facilidad de implementación en bloques separados.

- Simulación símbolo a símbolo lo que reduce la cantidad de memoria necesaria.
- El canal puede ser generado en tiempo de simulación lo cual se apega más con el modelo real, ahorra memoria, además de permitir el extender el tiempo de simulación de manera ilimitada, a diferencia de la generación de canal por bloques de cierto tamaño.
- Modificación simple de los parámetros de simulación en tiempo de compilación o inclusive en tiempo de simulación para algunos casos.

No obstante a que la implementación se realizó en Simulink®, el cálculo de los parámetros de simulación así como las constantes utilizadas se realiza en un script de inicialización programado en MATLAB®.

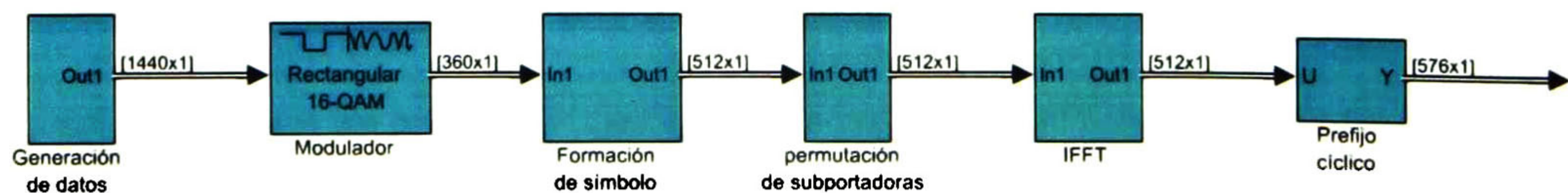
El modelo de simulación tiene flexibilidad en diversos parámetros tanto a nivel de sistema como son: tamaño de FFT, símbolos por trama y esquema de modulación. También es posible establecer de forma paramétrica, el perfil de potencia de retardo del canal así como la velocidad de vehículo, frecuencia de portadora y relación señal a ruido.

Para este modelo se omitieron las etapas de codificación y entrelazado dado que se necesita un análisis de los algoritmos de estimación en los bits en crudo, es decir, sin el impacto de los codificadores y otros bloques utilizados para disminuir el BER.

En las siguientes secciones se describe la forma en que se implementó el modelo de simulación. De igual forma se anexan algunas gráficas demostrativas tomadas de la salida de algunos bloques; estas gráficas fueron utilizadas para la comprobación del correcto comportamiento de dichas etapas de procesamiento.

### 3.4.1 Transmisor

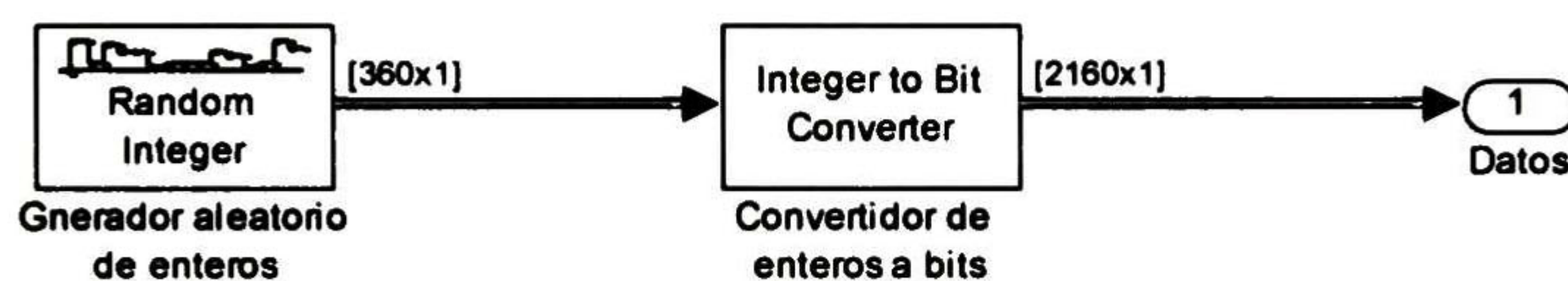
El transmisor fue implementado tomando como referencia la información del estándar a nivel de capa física que se mencionan en la sección 3.2.1. Las etapas de procesamiento en su mayoría están conformadas por bloques de concatenación y escalamiento. Se ha dividido el transmisor en seis bloques principales, cada uno de ellos cumple una tarea específica en la formación del símbolo OFDM. La figura 3.12 muestra los diferentes bloques de los que está conformado el transmisor.



3.12 Estructura del transmisor

### 3.4.1.1 Generación de bits

Este bloque funciona como fuente de datos. Dado que el interés de esta tesis está centrado en el desempeño de los algoritmos de estimación, se ha implementado un único usuario que utiliza todo el ancho de banda. El bloque consta únicamente de un generador de enteros uniformemente distribuidos. El rango de los enteros va desde cero hasta el tamaño de la constelación utilizada en el esquema de modulación menos uno. Los enteros son alimentados a un convertidor de entero a binario. Una salida adicional es utilizada para conectarse al bloque de estimación de BER. El bloque trabaja en modo frame, lo que quiere decir que entrega a la salida conjuntos con 1 ó más bits de manera simultánea. En específico, este bloque entrega en cada intervalo de tiempo la cantidad de bits necesaria para modular todas las portadoras de datos de un símbolo OFDM. En la figura 3.13 aparece el diagrama a bloques de la estructura del generador de bits. Se puede apreciar que la salida del bloque generador de enteros es de tamaño 360, esto es debido a que en el caso de la simulación para esta figura se configuró el sistema para el tamaño de FFT = 512, lo que significa que cada símbolo OFDM tiene 360 subportadoras de datos (revisar tabla 3-1).



3.13 Generador de bits aleatorios

### 3.4.1.2 Modulador

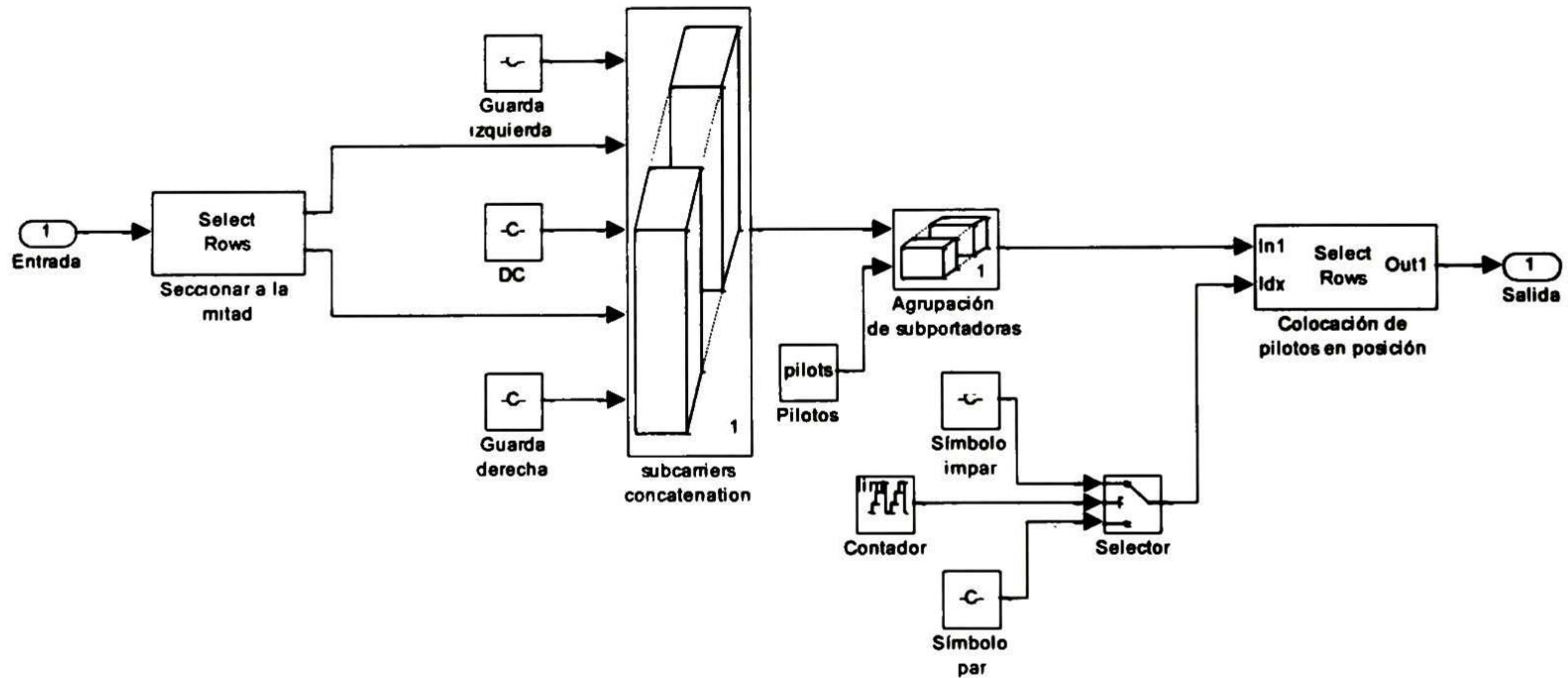
Este bloque mapea conjuntos de bits de tamaño  $\log_2(\text{tamaño de constelación})$  para transformarlos en un solo número complejo. Las constelaciones permitidas por el estándar son QPSK, QAM16 y QAM64. Información más detallada sobre los parámetros de operación de este bloque se menciona en la sección 3.2.1.9.1.

### 3.4.1.3 Formación del símbolo OFDM

En este bloque se forma la estructura en dominio de la frecuencia el símbolo OFDM. La primera etapa concatena las subportadoras de datos. La subportadora DC es insertada al medio de las subportadoras de datos y las bandas de guarda a cada uno de los lados del arreglo. Posteriormente se concatenan a la derecha los pilotos de dicha estructura. Finalmente, un bloque de permutación reordena el símbolo. El reordenamiento consiste en tomar todos los pilotos que fueron colocados al final del arreglo y posicionarlos en un lugar específico dentro del arreglo según el patrón especificado en el estándar y mencionado en la sección 3.2.1.6. Dado que el patrón de inserción de los pilotos varía entre símbolos pares y símbolos nones, es necesario utilizar un bloque contador 1-0, que permita tener certidumbre del patrón que debe seleccionarse para cada símbolo. Los



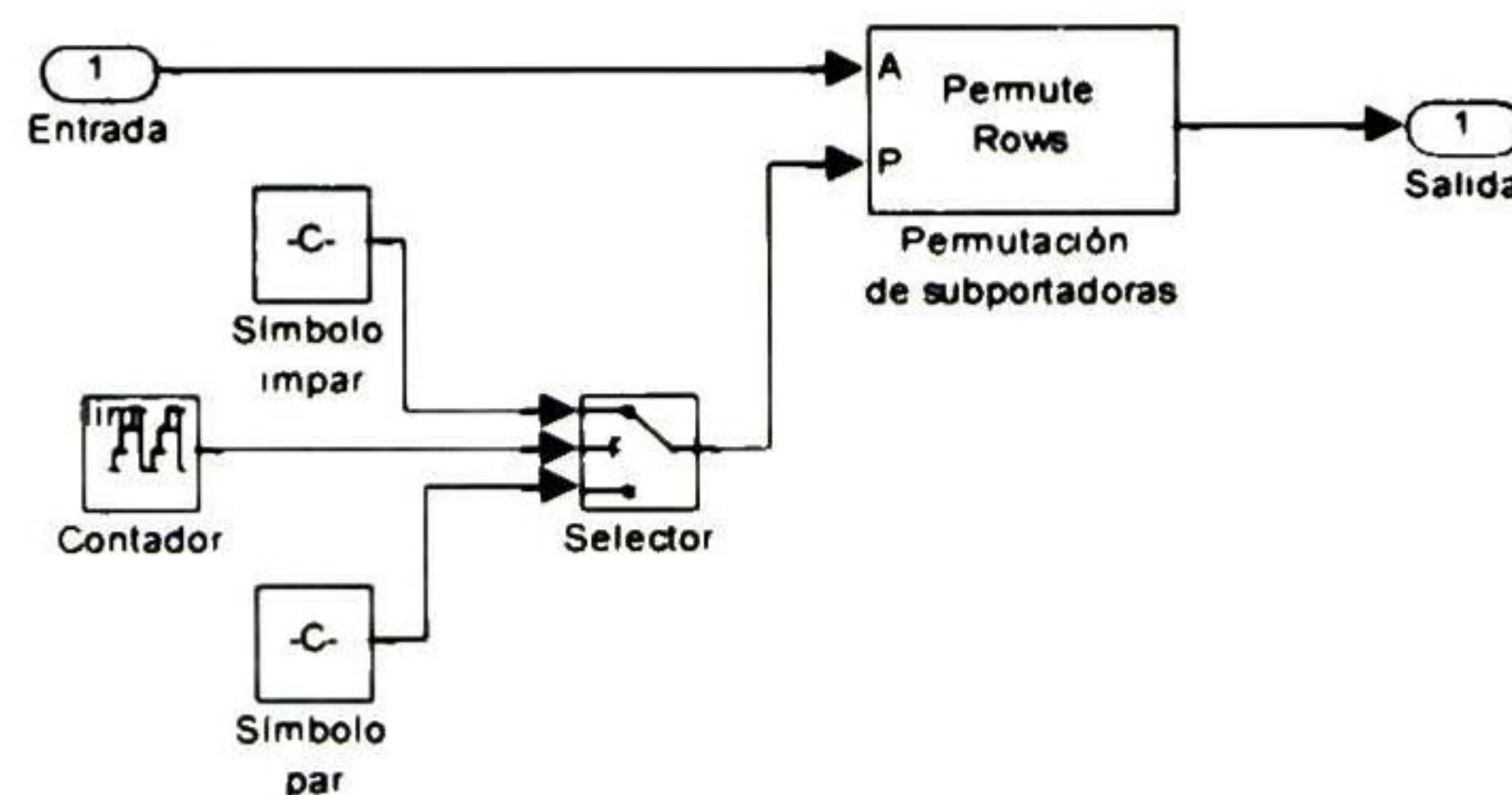
patrones han sido calculados de manera anticipada mediante código Matlab. Este código provee dos arreglos de índices, uno para símbolos pares y otro para los símbolos nones. Estos arreglos de índices proporcionan la posición de la subportadora a la entrada que será colocada en la nueva posición a la salida. Este bloque trabaja en modo *frame*, recibe a la entrada todos los puntos modulados de datos para un símbolo OFDM y entrega a la salida un símbolo OFDM completo con los pilotos, bandas de guarda y DC en posición.



3.14 Estructura del formador de símbolo

### 3.4.1.4 Permutación

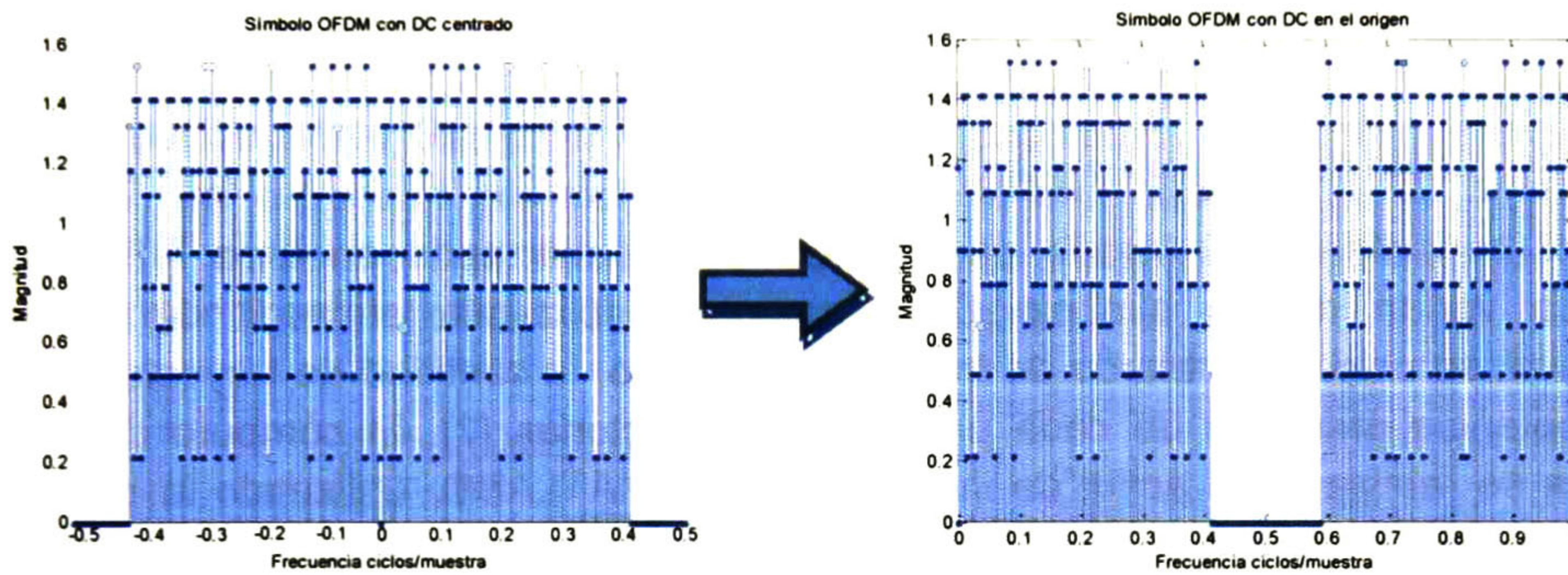
Dado que el modelo de simulación utiliza únicamente un usuario, no es necesario utilizar un modo de permutación porque este no impacta en el rendimiento en términos del BER a nivel de símbolo completo. Sin embargo, para futuras implementaciones hacia el uso de más usuarios, se incluyó un bloque de permutación. Por el momento este bloque elabora una permutación pseudoaleatoria generada en MATLAB® sobre las subportadoras de datos sin mover los pilotos, DC y bandas de guarda. Consta de un contador de símbolo par/impar que selecciona el conjunto de índices a usar calculado previamente por el script de inicialización en MATLAB®. Este bloque entrega a la salida el símbolo OFDM en dominio de la frecuencia con las subportadoras de datos permutadas.



3.15 Bloque de permutación

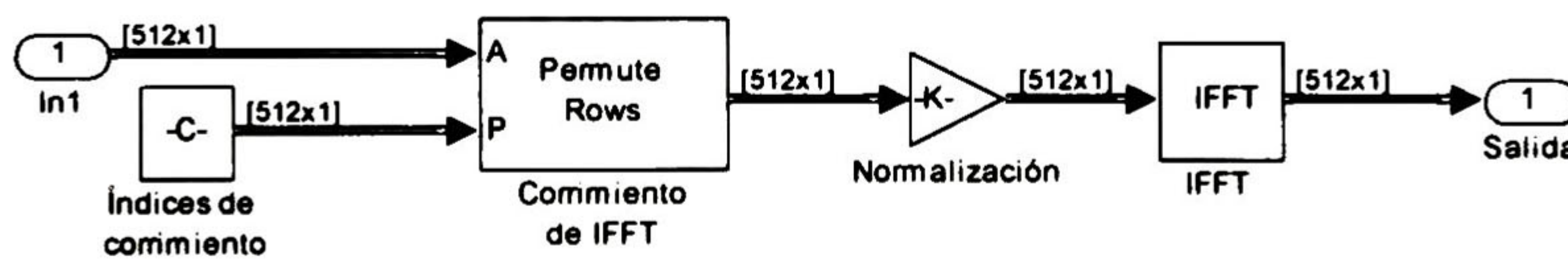
### 3.4.1.5 IFFT

Este bloque realiza la transformada inversa de Fourier sobre el símbolo OFDM. Para ello es necesario hacer un corrimiento del arreglo del símbolo. La entrada se encuentra en el rango  $[-FS/2 - FS/2]$ , sin embargo, el módulo que realiza la IFFT requiere recibir a la entrada el símbolo en el rango  $[DC, F_s]$ , donde  $FS$  es la frecuencia de muestreo. Dado que el símbolo está en dominio discreto, su representación es periódica, por lo tanto para obtener la representación en el rango DC- $FS$  basta con hacer un corrimiento circular hasta que el DC se encuentre en posición [25]. Esta operación se realiza con un bloque de permutación que traslada la primera mitad del espectro hacia la derecha del símbolo. La figura 3.16 muestra un ejemplo del resultado de este corrimiento.



3.16 Corrimiento de IFFT

Por último se realiza un escalamiento que compensa el cambio de magnitud provocado por la IFFT y se alimenta el símbolo resultante al módulo IFFT. La figura 3.17 muestra el diagrama de Simulink® del bloque descrito. Este bloque entrega a la salida un arreglo de tamaño de la IFFT con el símbolo OFDM en el dominio del tiempo.



3.17 Bloque de IFFT

### 3.4.1.6 Prefijo cíclico

Este bloque realiza únicamente la función de copiar las últimas  $\frac{N}{8}$  muestras, donde  $N$  es el tamaño de la FFT, hacia el principio del arreglo del símbolo OFDM. Con este bloque termina el proceso de generación de símbolo OFDM. Este bloque entrega a la salida un símbolo OFDM de tamaño  $9/8$  de la FFT con prefijo cíclico.

### 3.4.2 Generación de canal

Para la generación de canal utilizando los perfiles mencionados en la sección 3.3, se utilizó el método de filtrado descrito en [7] y [42]. Se realizaron dos bloques simuladores de canal, sin varianza temporal y variante en el tiempo. En el canal sin varianza temporal, se genera una realización de canal independiente para cada uno de los símbolos OFDM. La misma realización distorsiona un símbolo OFDM completo y cada una de las realizaciones esta decorrelacionada de un símbolo OFDM a otro. Para la simulación de canal variante, la respuesta al impulso del canal varía entre cada muestra de la entrada. Cada coeficiente del canal en un instante de muestreo esta correlacionado con el canal en los instantes de muestreo anteriores mediante la función de transferencia del espectro Doppler [7].

#### 3.4.2.1 Canal invariante en el tiempo

El canal consiste en el filtrado de la entrada [42] utilizando un filtro FIR cuyos coeficientes varían de un símbolo OFDM a otro. Utilizando el perfil de usuario seleccionado, se calcula el retardo de trayectoria máximo, la cantidad de trayectorias así como la potencia promedio de cada una de las trayectorias [7]. El cómputo de estos parámetros se realiza en el script de inicialización en MATLAB®. Utilizando la potencia promedio de cada trayectoria se fijan las varianzas en un generador de variables aleatorias. El generador de variables aleatorias entrega un conjunto de  $K$  muestras de variables aleatorias de ruido blanco a cada periodo de símbolo OFDM, donde  $K$  es la cantidad de trayectorias diferentes descritas en el perfil de retardo de potencia. Basado en el trabajo descrito en [7], se utilizan las trayectorias para generar los coeficientes del canal en la representación pasa bajas utilizando la expresión

$$h[n] = \sum_{k=1}^K a_k \text{sinc} \left( \frac{\tau_k}{T_s} - n \right), n = 0, 1, \dots, N \quad (37)$$

donde

$h[n]$  Es la respuesta al impulso del canal.

$a_k$  Es la ganancia compleja de la trayectoria número  $k$ .

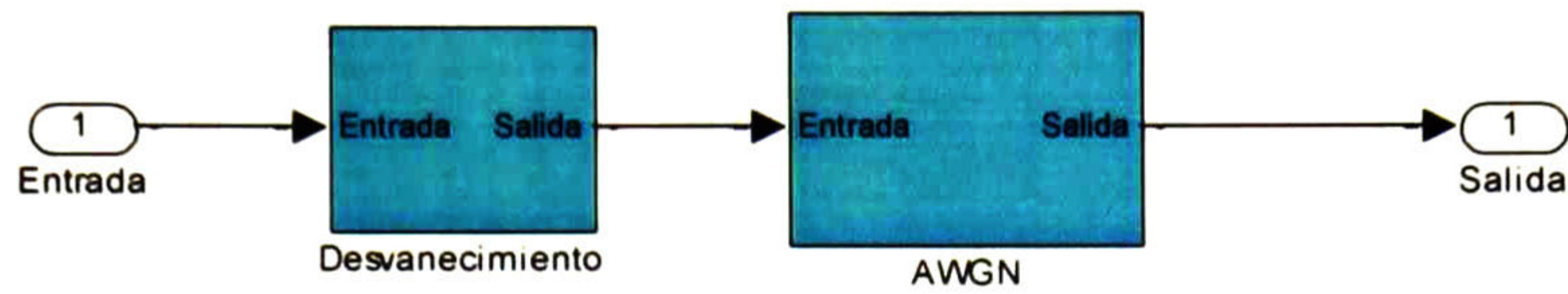
$\tau_k$  El tiempo de retardo de la trayectoria número  $k$ .

$T_s$  Es el tiempo de muestreo del sistema.

$N$  Es la cantidad de muestras del canal en la representación pasa bajas dentro del intervalo  $[0, \tau_{max}]$ .

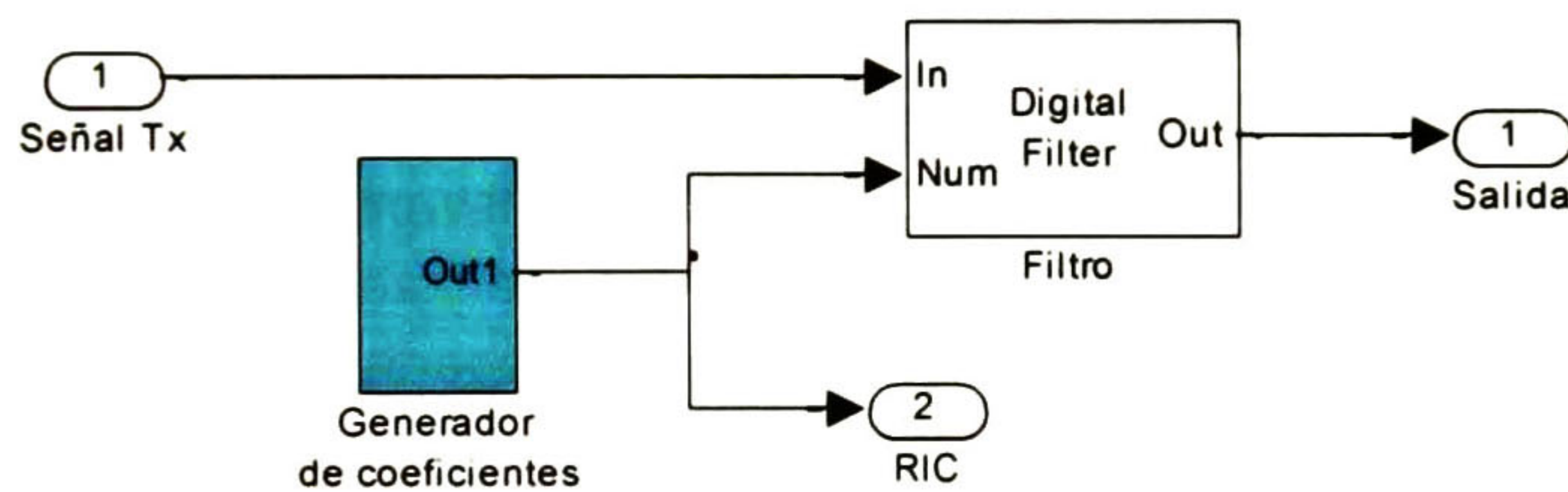
Las muestras obtenidas son alimentadas a los coeficientes del filtro FIR junto con el símbolo OFDM completo a la entrada. En un modelo realista del sistema de comunicaciones, la salida completa del bloque IFFT en el transmisor es alimentada a un

bloque de serializado que entrega en la salida muestra a muestra el resultado de la IFFT. Sin embargo, dado que en este caso el modelo de canal es invariante durante un símbolo OFDM completo, no es necesario utilizar dicho proceso de serializado en el modelo.



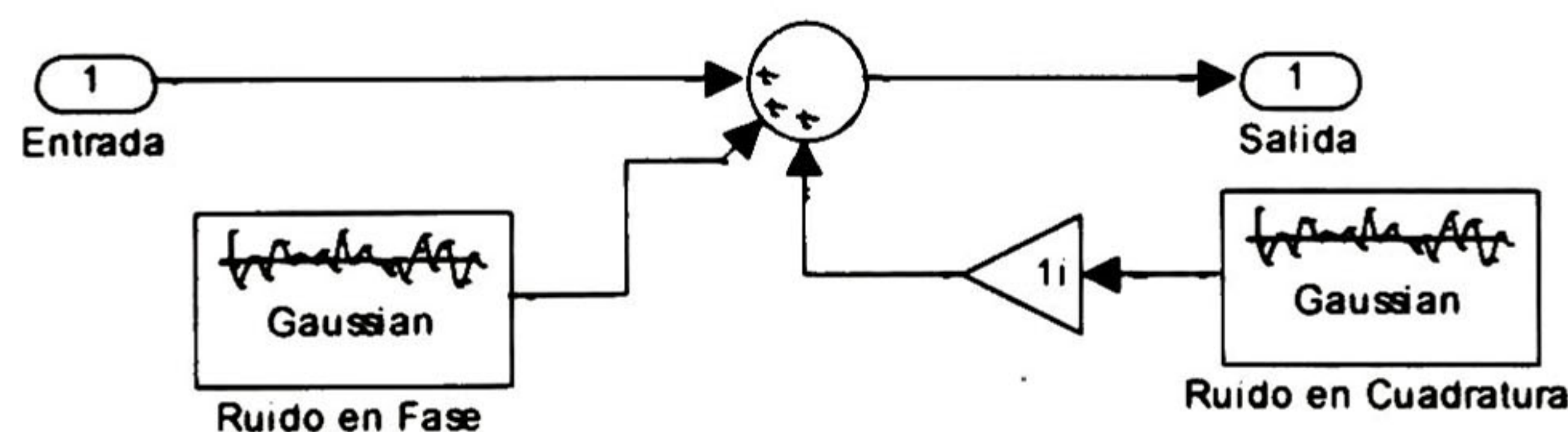
3.18 Estructura del canal

La figura 3.18 muestra el diagrama a bloques del canal invariante en el tiempo. El primer bloque realiza el proceso de dispersión temporal o desvanecimiento en frecuencia. Se observa además un bloque que adiciona ruido blanco gaussiano o AWGN (siglas del inglés *Additive White Gaussian Noise*) en fase y cuadratura a la salida entregada por el filtro FIR. La estructura del bloque de desvanecimiento aparece en la figura 3.19, un bloque "Ira" recibe los coeficientes del canal. Estos coeficientes son utilizados posteriormente para el cálculo del error de estimación.

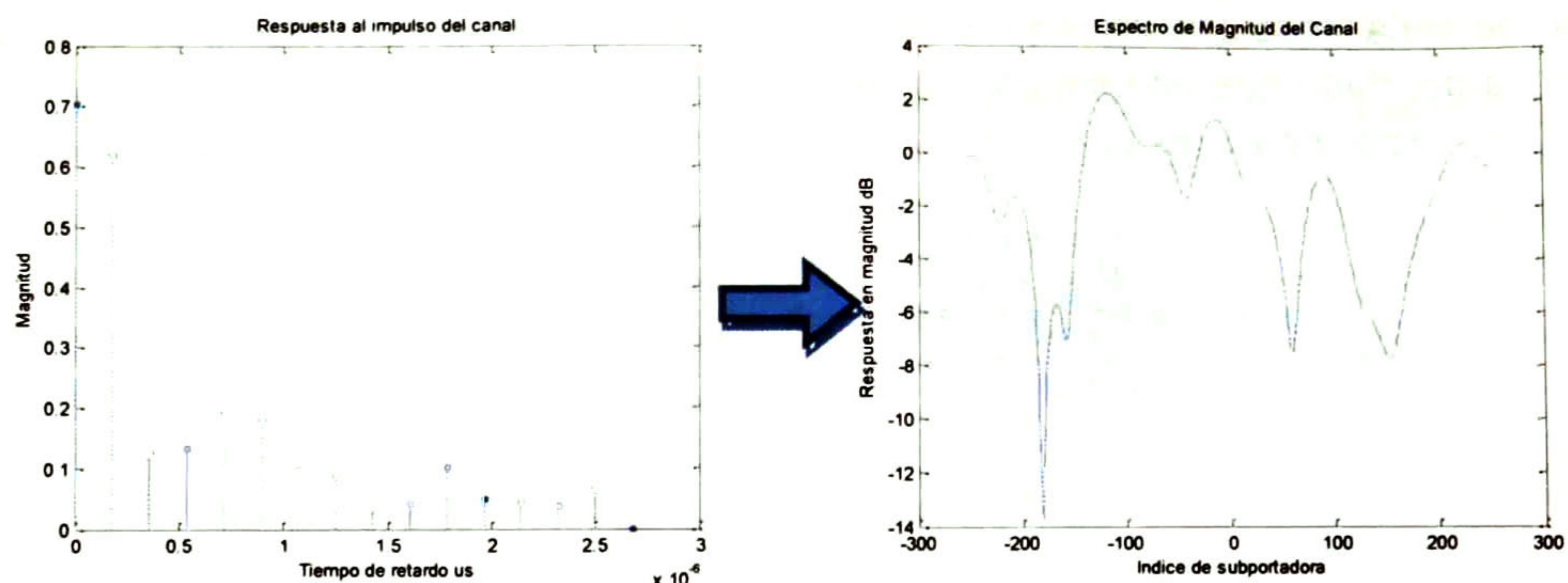


3.19 Estructura del bloque de desvanecimiento

La potencia del ruido es calculada en el archivo de inicialización de MATLAB en función de la SNR fijada para la simulación. La estructura del generador de ruido se muestra en la figura 3.20.



3.20 Bloque de ruido en fase y cuadratura

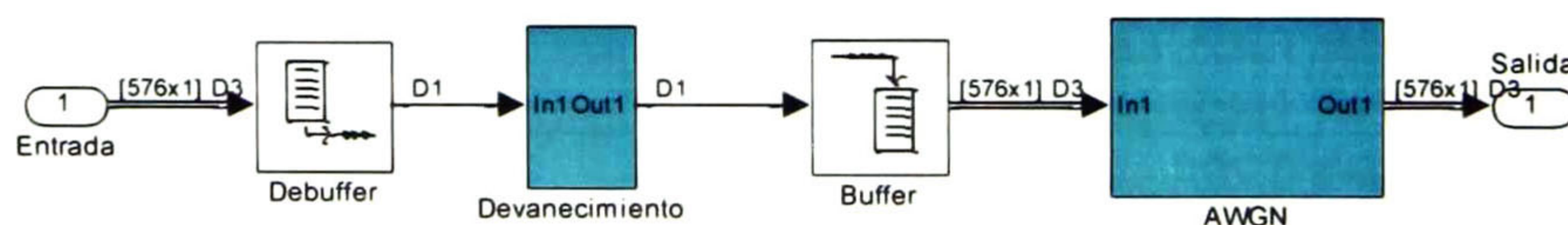


3.21 Respuesta al impulso del bloque de canal y su par de Fourier

En la figura 3.21 aparece la respuesta al impulso y transformada de Fourier para una realización del generador de coeficientes del filtro de canal, se utilizó como parámetro tamaño de FFT de 512 y perfil de potencia de retardo tipo vehicular-A (tabla 3-6).

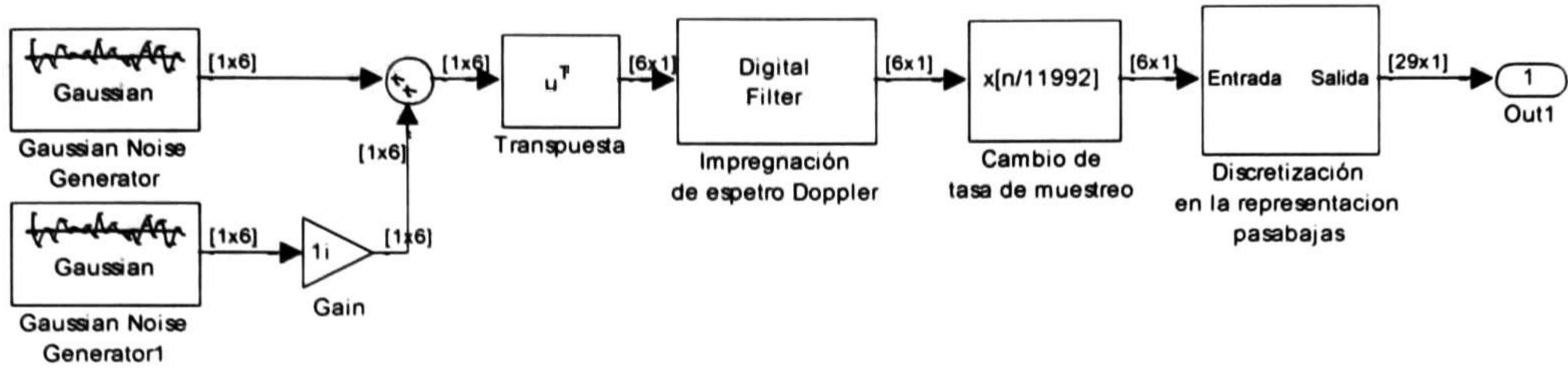
### 3.4.2.2 Canal variante en el tiempo

El canal con variabilidad temporal se creó a partir de la versión invariante. Se incluyó un bloque de serializado a la entrada del bloque de desvanecimiento para simular el paso de la señal muestra a muestra por cada una de las realizaciones del canal. La figura 3.22 muestra este bloque llamado “debuffer” y su contraparte el bloque “buffer” que toma nuevamente las muestras necesarias para entregar a la salida el arreglo de muestras de un símbolo OFDM.



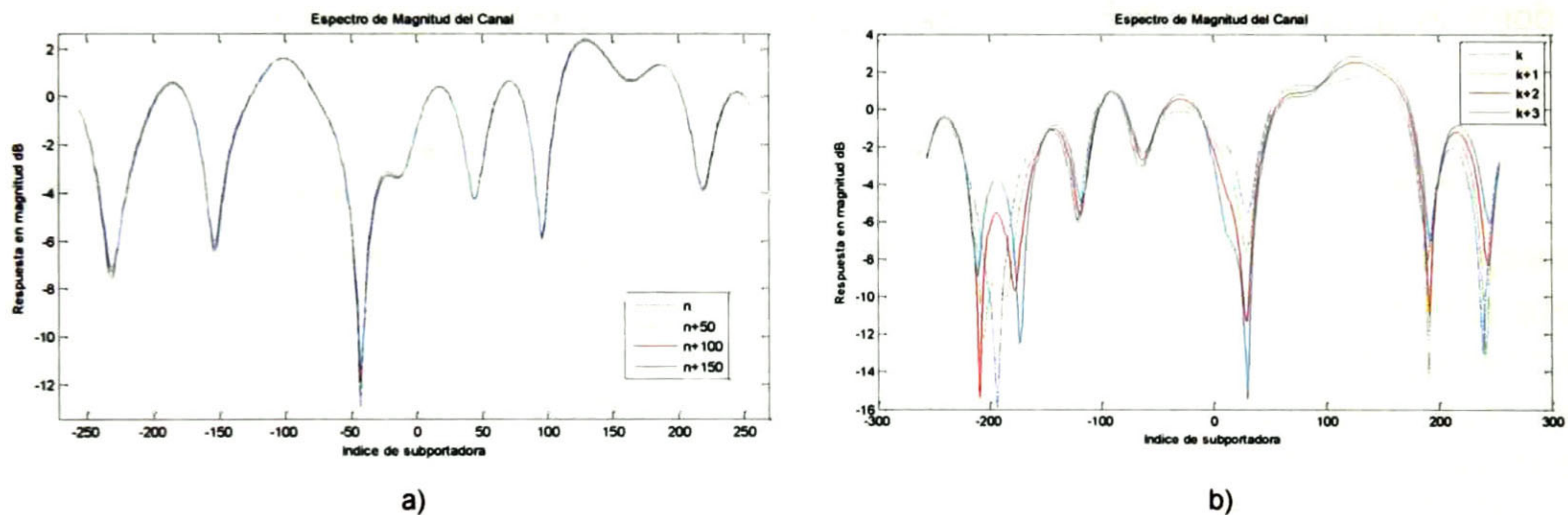
3.22 Estructura del bloque de canal

En el bloque de desvanecimiento basado en [42], se utiliza un filtro FIR variante que simula la respuesta al impulso del canal. Este filtro actualiza los coeficientes que recibe de un puerto, en cada instante de tiempo de la entrada. Además, como se observa en la figura 3.23, el generador de coeficientes ahora incluye una etapa de filtrado multitasa para proveer de correlación temporal a cada una de las trayectorias según el espectro Doppler calculado como se explica en la sección 3.11. Tanto el bloque de dispersión Doppler, como el de interpolación, procesan cada trayectoria como una rama independiente.



3.23 Generador de coeficientes para canal variante en el tiempo

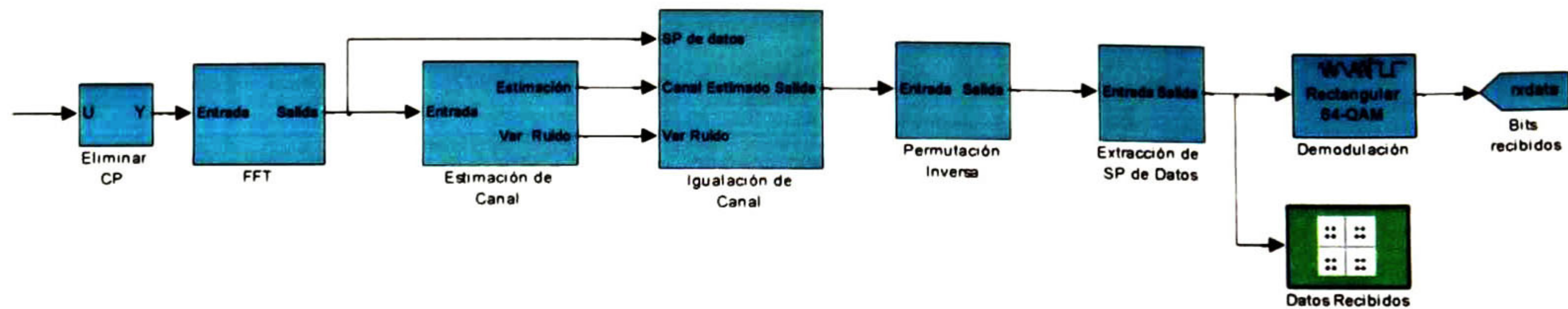
En la figura 3.24a aparece el espectro de magnitud del canal en diferentes instantes de tiempo, se puede apreciar las ligeras variaciones entre cada una de las realizaciones. Sin embargo, en la figura 3.24b se muestra una diferencia más notoria dado que las realizaciones de canal fueron tomadas en instantes de tiempo separados por un periodo de símbolo OFDM, Se utilizó el perfil de usuario vehicular-A con velocidad de 120 km/h y una frecuencia de portadora de 2.4 Ghz como parámetros para esta simulación.



3.24 Realizaciones de canal con variabilidad temporal tomadas a) Por muestra, b) Por símbolo OFDM

### 3.4.3 Receptor

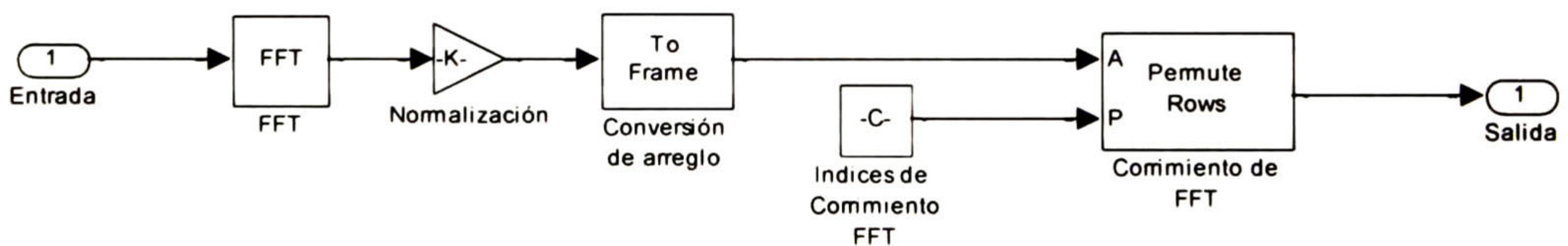
El proceso de recepción fue seccionado en los bloques que realizan la contra parte de cada uno de los bloques del transmisor. Adicionalmente incluye los bloques de estimación e igualación que compensan las distorsiones provocadas por el canal. Se asume sincronía perfecta en el receptor por lo cual no se incluye un bloque de sincronización. El bloque de remoción de prefijo cíclico recibe el símbolo OFDM en perfecta sincronía y elimina la parte correspondiente al prefijo.



3.25 Estructura del receptor

### 3.4.3.1 FFT

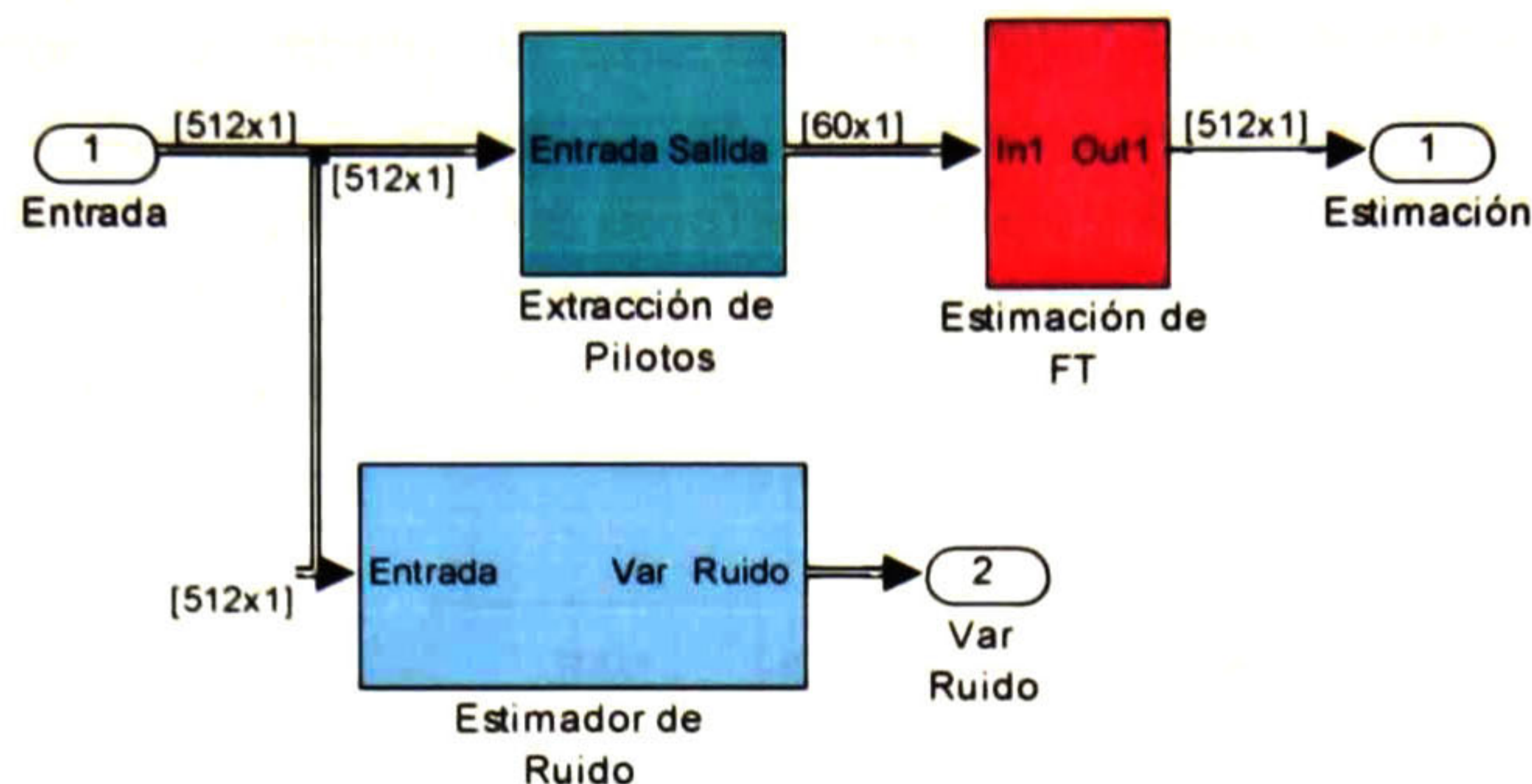
Este bloque tiene una estructura similar al bloque IFFT del transmisor. Consta de un módulo que efectúa la FFT. Posteriormente se pasa la salida por un bloque de normalización que compensa el escalamiento de la FFT, y por último se realiza un corrimiento del símbolo OFDM en frecuencia para obtener la salida ordenada en el rango  $[-F_s/2, F_s/2]$  (ver figura 3.16). Este bloque entrega a la salida el símbolo OFDM en dominio de la frecuencia con representación en el rango antes mencionado.



3.26 Estructura del bloque de FFT

### 3.4.3.2 Estimación de Canal

Para la estimación de canal se elaboraron bloques independientes cada uno con un algoritmo de estimación diferente. Los algoritmos que se implementaron corresponden a lo que se revisaron en el capítulo 2. Estos algoritmos son para canales invariantes. El proceso está particionado en tres bloques principales: extracción de pilotos, estimación de ruido y estimación de función de transferencia. Los algoritmos de estimación implementados se encuentran descritos a profundidad en el capítulo 2, de manera que a continuación se explican únicamente los bloques que componen a cada uno de los algoritmos de estimación.

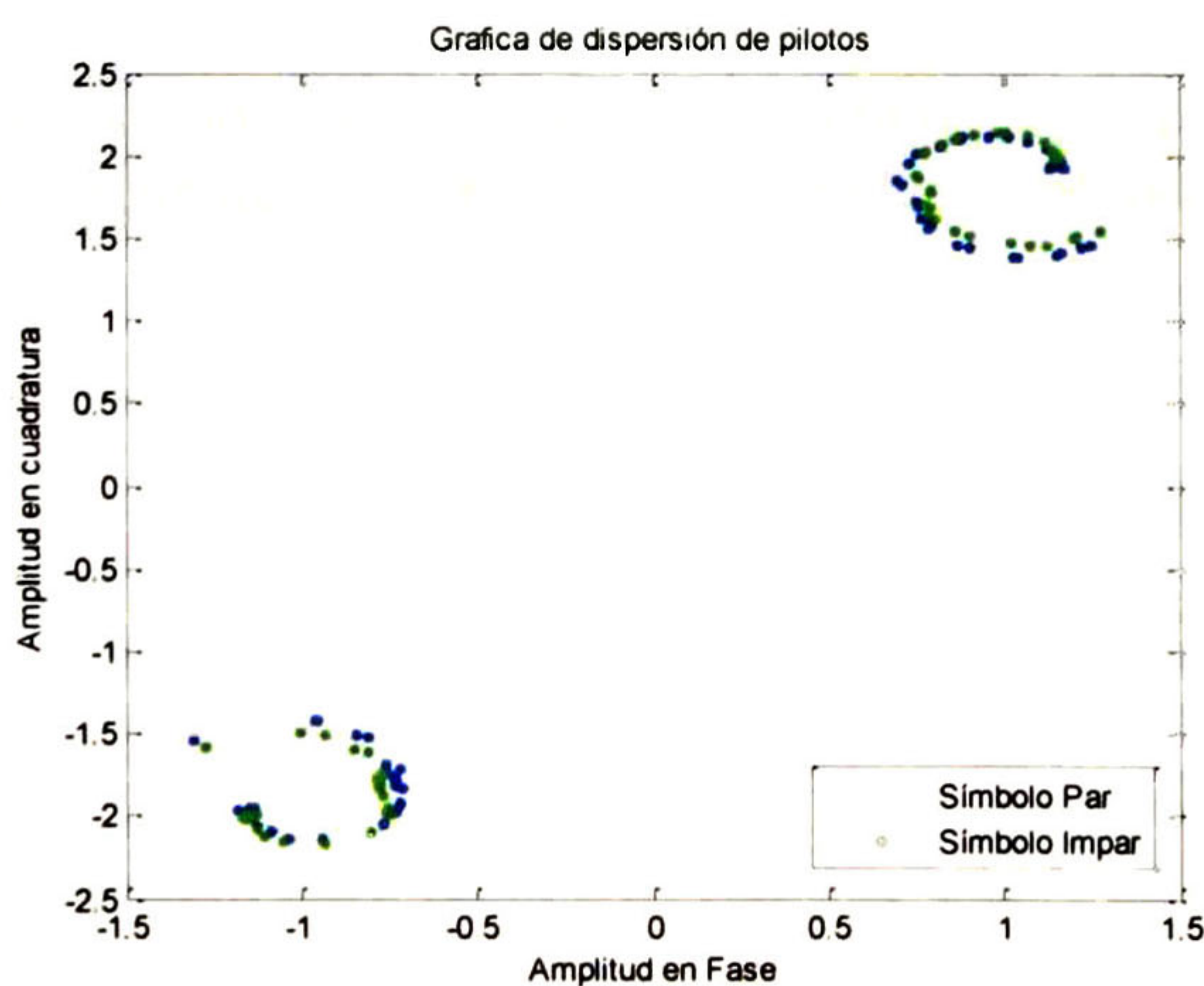


3.27 Estructura del estimador de canal

La salida de estos bloques son: un escalar con la varianza del ruido estimada y un arreglo con los valores del canal estimado en el dominio de la frecuencia (función de transferencia) para cada posición de subportadora. Todos los bloques de estimación del desvanecimiento o función de transferencia del canal descritos en las secciones siguientes entregan a la salida la misma representación del canal estimado.

### 3.4.3.2.1 Extracción de pilotos

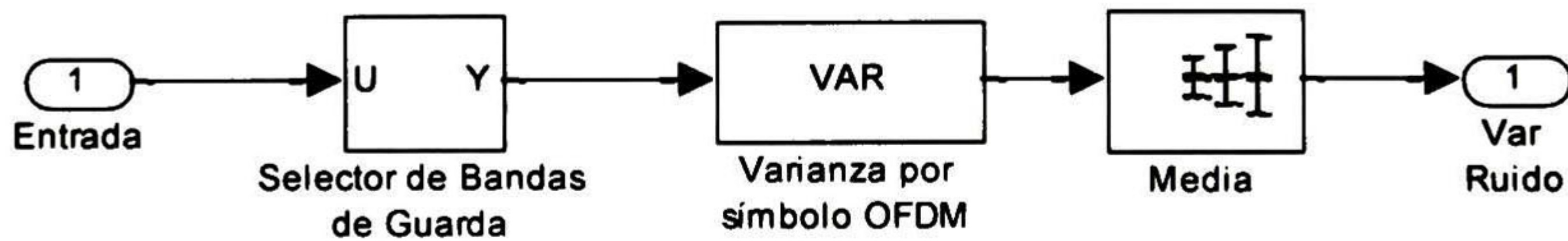
Este bloque selecciona y extrae las portadoras pilotos en cada símbolo OFDM para entregarlas al bloque de cálculo de la función de transferencia. Consta de un contador que indica si se trata de un símbolo par o impar para seleccionar entre los dos conjuntos de índices de posición de pilotos. Los pilotos son entregados a su vez a un bloque que puede mostrar en pantalla la gráfica de la dispersión de los pilotos (figura 3.28). Este bloque entrega a la salida un arreglo con todos los pilotos contenidos dentro del símbolo OFDM.



3.28 Dispersión de pilotos



La estimación de ruido se realiza utilizando las bandas de guarda. Dado que las subportadoras dentro de esta región no han sido moduladas, y suponiendo que no existe desvío de la frecuencia de portadora, la potencia estimada en estas portadoras corresponde únicamente a la potencia del ruido en esa región. Suponiendo que se trata de ruido blanco gaussiano, la estimación de la potencia de ruido en las bandas de guarda provee la estimación de ruido en las demás subportadoras. Este bloque entrega a la salida un escalar con la varianza del ruido.

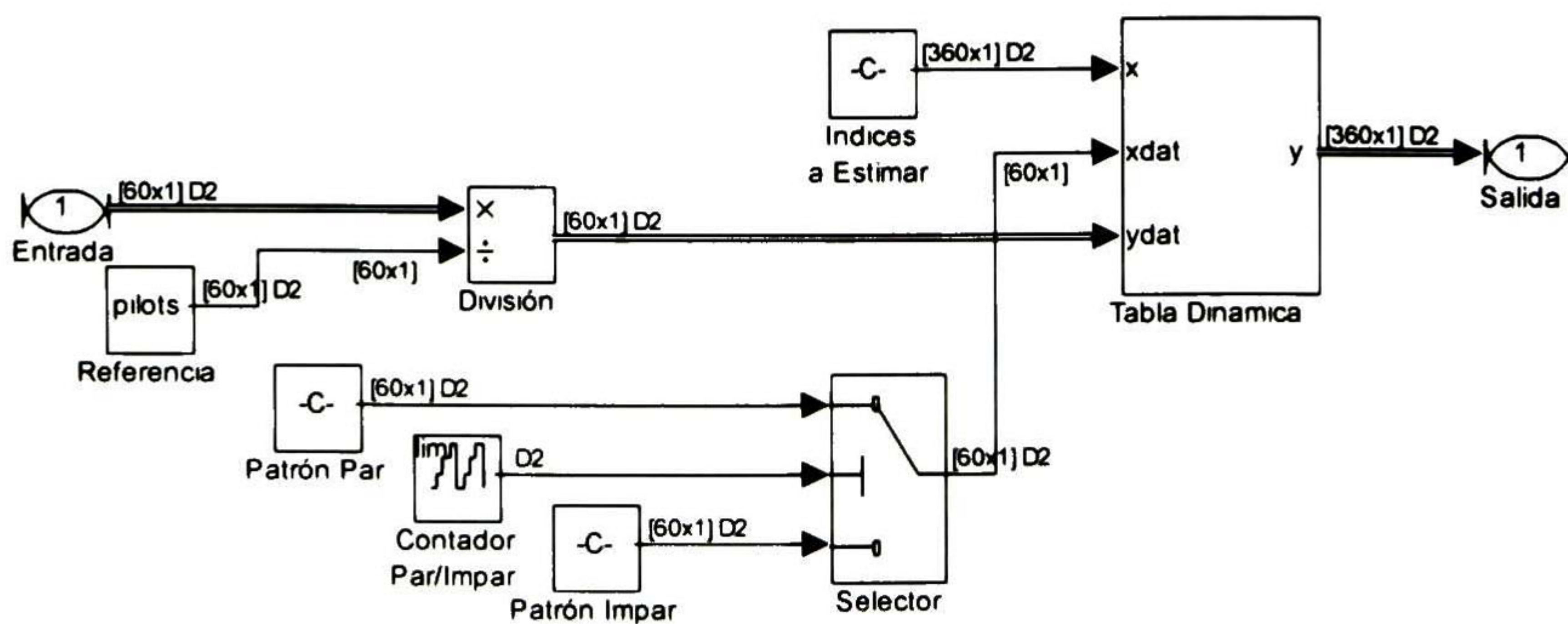


3.29 Estimador de varianza del ruido

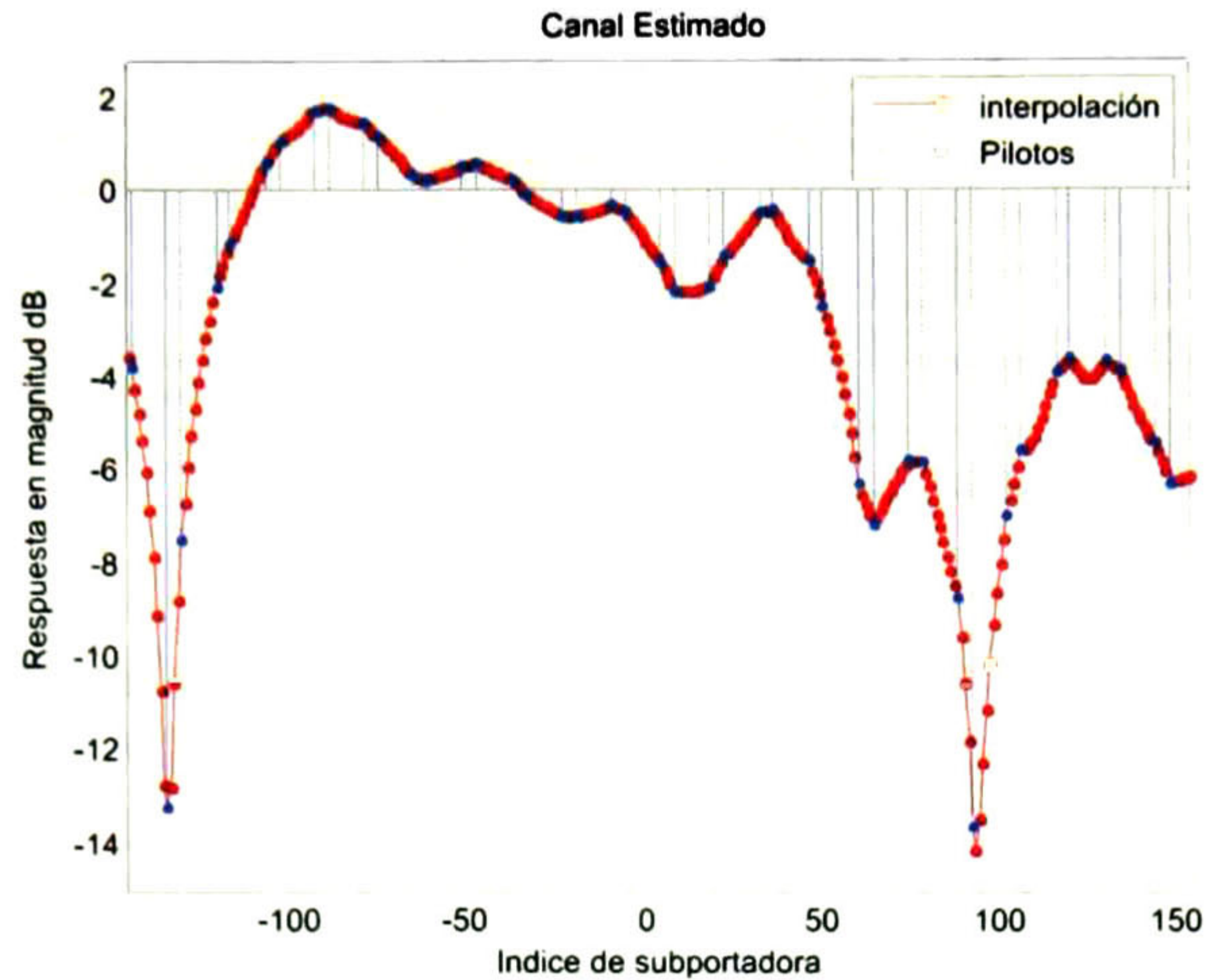
El bloque consta de un extractor de subportadoras de las bandas de guarda seguido por un módulo de cálculo de varianza que se calcula promediando la potencia recibida en todas las subportadoras piloto. El bloque de media, promedia la varianza en una ventana de una cantidad de símbolos OFDM configurable en la inicialización (figura 3.29).

#### 3.4.3.2.2 Estimador por interpolación lineal

Para la estimación por interpolación lineal se utilizó la tabla dinámica de Simulink®. Este bloque recibe como entrada el canal estimado en los pilotos, la posición de donde fueron tomados los pilotos, y los índices de la posición de las portadoras para las que se desea obtener una estimación. La figura 3.30 muestra la estructura del interpolador lineal en donde la estimación del canal en la posición de los pilotos se realiza por mínimos cuadrados, en esencia, la división del piloto recibido entre el piloto enviado. El índice de la posición donde fueron tomados los pilotos es alimentado por un contador que selecciona entre el patrón de símbolos pares e impares. Los índices de portadora a estimar es el vector con los índices de subportadoras de datos. La tabla dinámica calcula de manera automática la interpolación lineal en función del canal estimado en el piloto más cercano de cada extremo.



3.30 Interpolador lineal



3.31 Canal estimado utilizando interpolación lineal

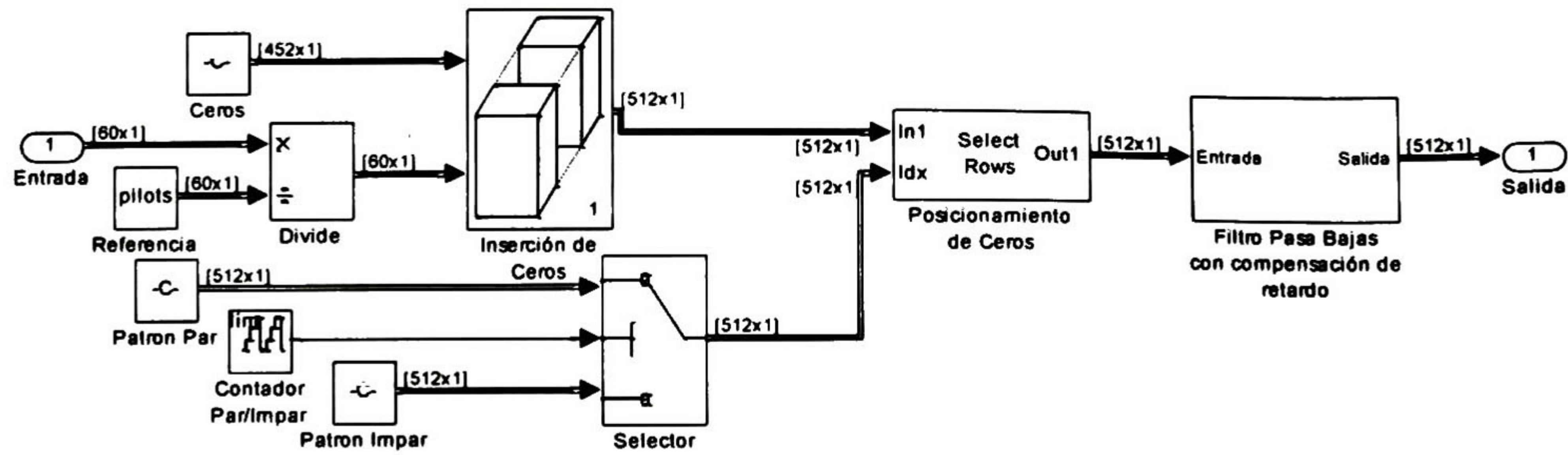
### 3.4.3.2.3 Estimador por interpolación de Shannon (Filtro pasa bajas)

Para la implementación del algoritmo de estimación por interpolación de filtro pasa bajas, se cambió el patrón de los pilotos en ambos grupos de símbolos pares e impares en el modelo de simulación, con el propósito de obtener el mismo espaciamiento entre cada par de pilotos. Se comprobó mediante simulación que este ligero cambio en el patrón de los pilotos, no impacta en el rendimiento de los algoritmos de estimación siempre y cuando la proporción de pilotos por símbolo OFDM se conserve. La figura 3.32 muestra el patrón de pilotos utilizado en símbolos pares e impares para poder realizar la interpolación por filtrado pasa bajas.

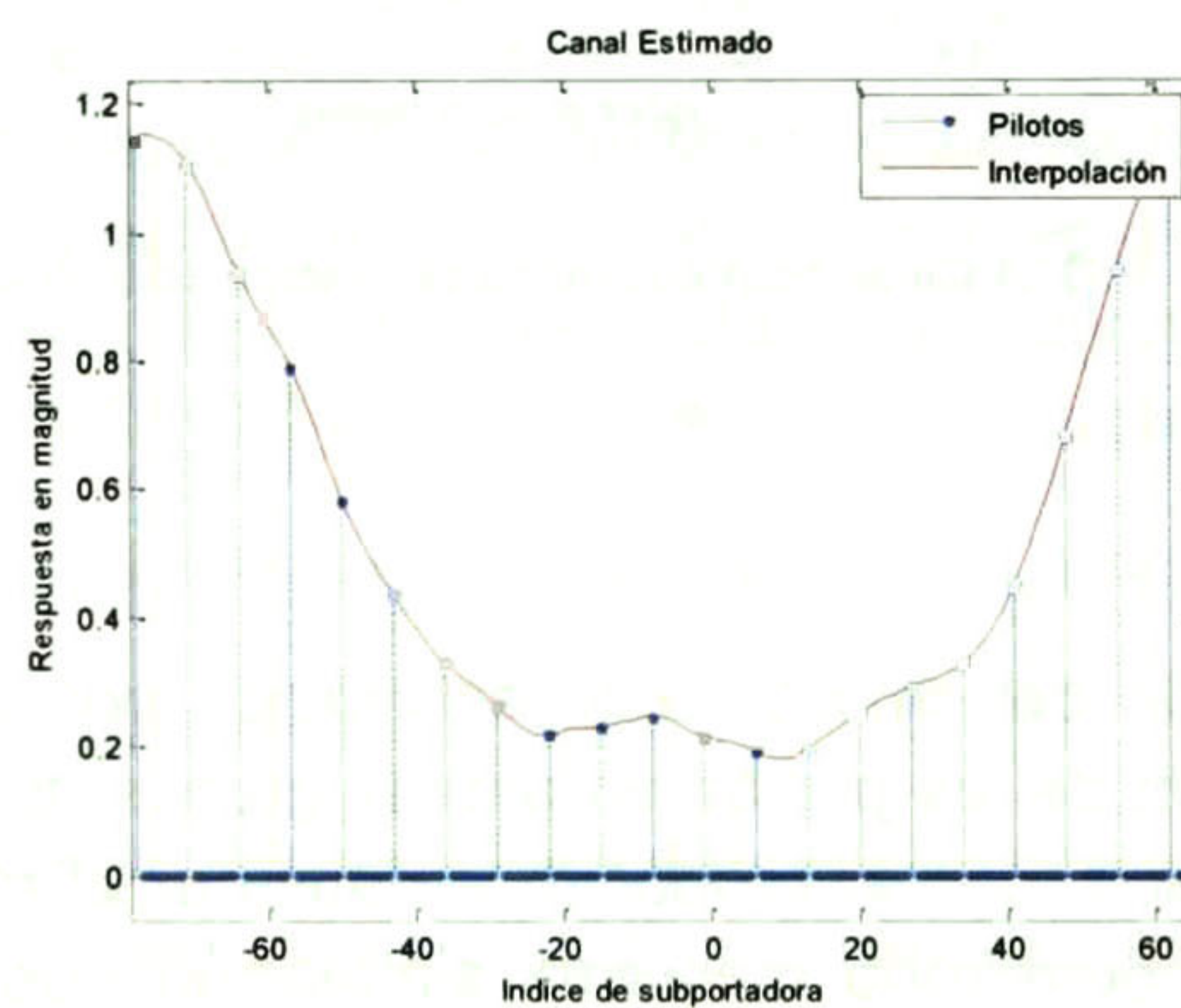


3.32 Patrón de pilotos para interpolación pasa bajas

El primer paso es la estimación del canal en la posición de los pilotos mediante mínimos cuadrados utilizando la división. Posteriormente se colocan de nuevo su posición relativa dentro del símbolo OFDM colocando ceros en las posiciones intermedias correspondientes las subportadoras de datos. Finalmente se filtra el arreglo con un filtro pasa bajas de caída abrupta con frecuencia de corte igual al inverso de la tasa de interpolación (filtro interpolador) [42]. La figura 3.34 muestra la entrada y el resultado de estimación por interpolación.



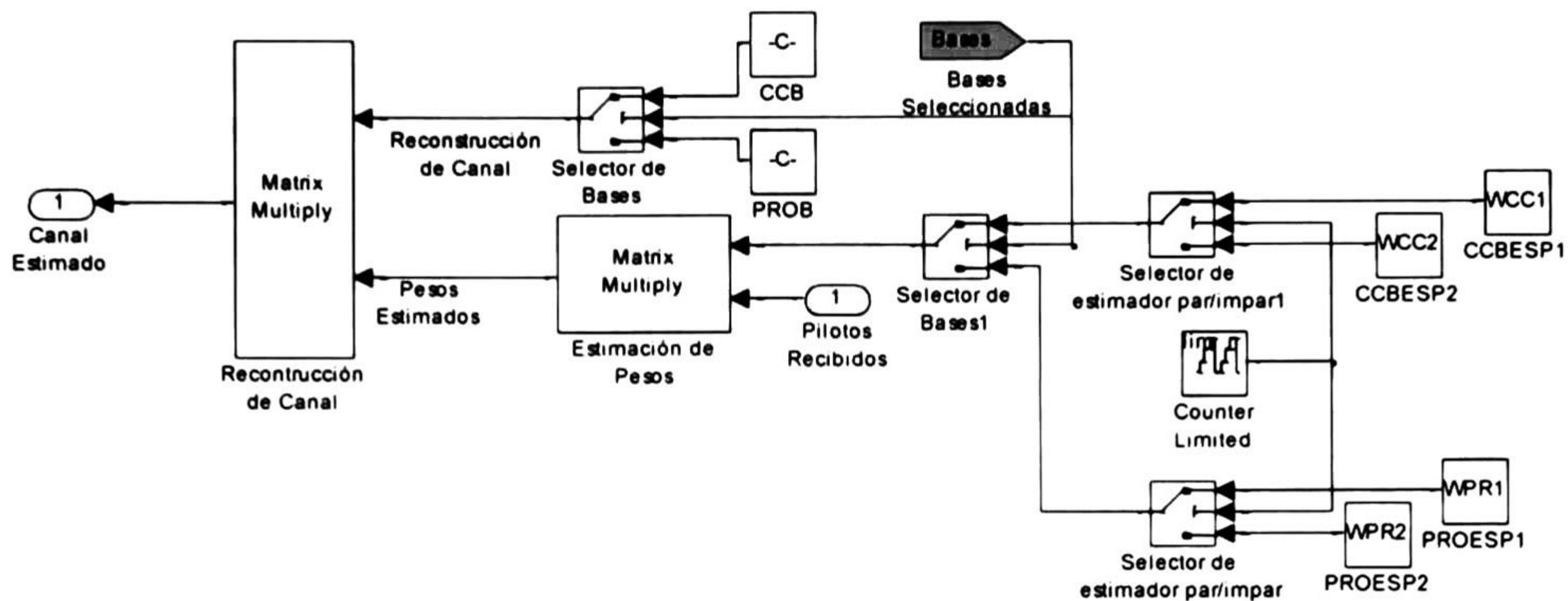
3.33 Estructura del interpolador por filtrado pasa bajas



3.34 Canal estimado utilizando interpolación FPB

#### 3.4.3.2.4 Estimador por proyección en subespacios para canal invariante

La estimación de canal por medio de expansión en subespacios, se reduce a dos productos matriz vector. Con el primer producto se obtiene la estimación en términos de mínimos cuadrados para los pesos  $y$ , el segundo producto realiza la reconstrucción del canal utilizando los pesos estimados y la base completa. En la figura 3.35 se observa la implementación de este algoritmo en bloques de Simulink®. Se calculan de manera previa en el archivo de inicialización, las matrices de pseudoinversa para la estimación de los pesos y las bases. Dado que el patrón de los pilotos es diferente en los símbolos pares del patrón del de los símbolos impares, se cuenta con dos matrices de estimación, uno para cada uno de los casos, además de  $y$  una matriz de base. Un contador que conmuta entre uno y cero sirve de selector para escoger la de matriz de estimación para símbolo par/impar según sea el caso. Se han incluido las matrices necesarias para utilizar ambas bases (PROLATE y de convolución circular) de tal modo que las bases usadas por el algoritmo para la estimación pueden ser cambiadas en tiempo de simulación.

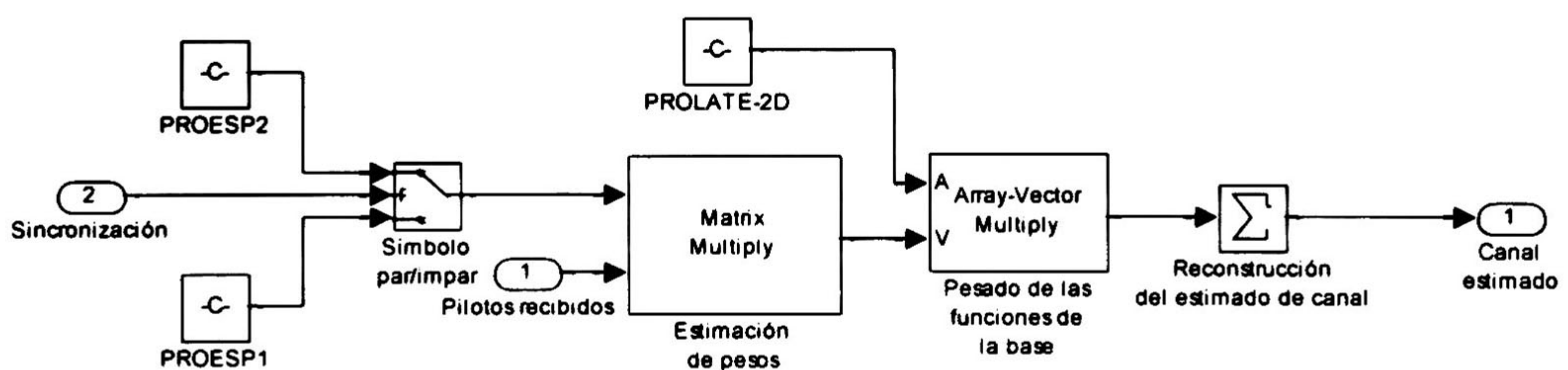


3.35 Estimador por proyección en subespacios para canal invariante

El cálculo de las bases se realiza utilizando el proceso descrito en la sección 2.4.2 tomando como parámetros el tamaño de la FFT, el máximo retardo en el perfil de potencia de retardo y la frecuencia máxima dada por las bandas de guarda. Con estos parámetros se calculan las matrices de correlación tanto para las bases PROLATE como para las bases de convolución circular. Las matrices de pseudoinversa para la estimación se precálculan en el script de inicialización,.

#### 3.4.3.2.5 Estimador por proyección en subespacios para canal variante

En la figura 3.36 se muestra la implementación en Simulink® del estimador propuesto en este trabajo de tesis (descrito en la sección 5.5). El primer bloque selecciona la matriz de proyección para símbolo par/impar según sea el caso. Posteriormente el producto matriz-vector calcula el estimado de los pesos, y para finalizar, el canal estimado se obtiene al pesar y acumular las bases con los bloques de multiplicación de arreglos y de suma de arreglos.



3.36 Estimador de canal variante por proyección en subespacios

#### 3.4.3.3 Igualación de canal invariante

El algoritmo de igualación de canal implementado en el modelo es el MMSE (siglas del inglés *Minimun Mean Square Error*) en la forma del filtro óptimo de Wiener. Este algoritmo de igualación de canal está diseñado para canales invariantes, sin embargo, se simularán pruebas de desempeño con canales variantes también. La ecuación (38) es la expresión

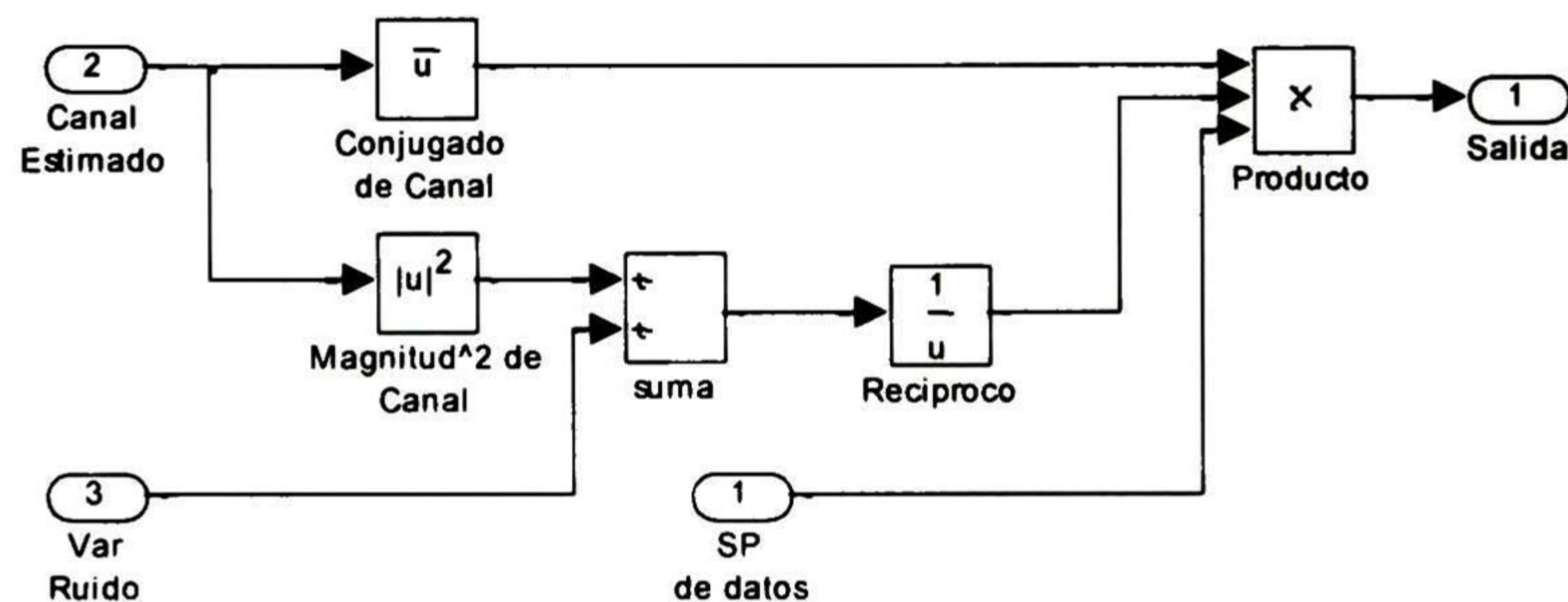
matemática para la obtención del filtro ecualizador en el dominio de la frecuencia considerando potencia de señal unitaria y AWGN. En [43] se puede encontrar una descripción más detallada del algoritmo y su funcionamiento en los sistemas OFDM.

$$W[k] = \frac{H^*[k]}{|H[k]|^2 + \sigma_n^2} \quad (38)$$

donde

- $H[k]$  Son las subportadoras con el canal estimado.
- $W[k]$  Son los coeficientes de ecualización para cada subportadora.
- $\sigma_n^2$  Varianza del ruido

La implementación directa de este algoritmo en Simulink® se muestra en la figura 3.37.



3.37 Estructura del igualador de canal

#### 3.4.3.4 Igualación de canal variante

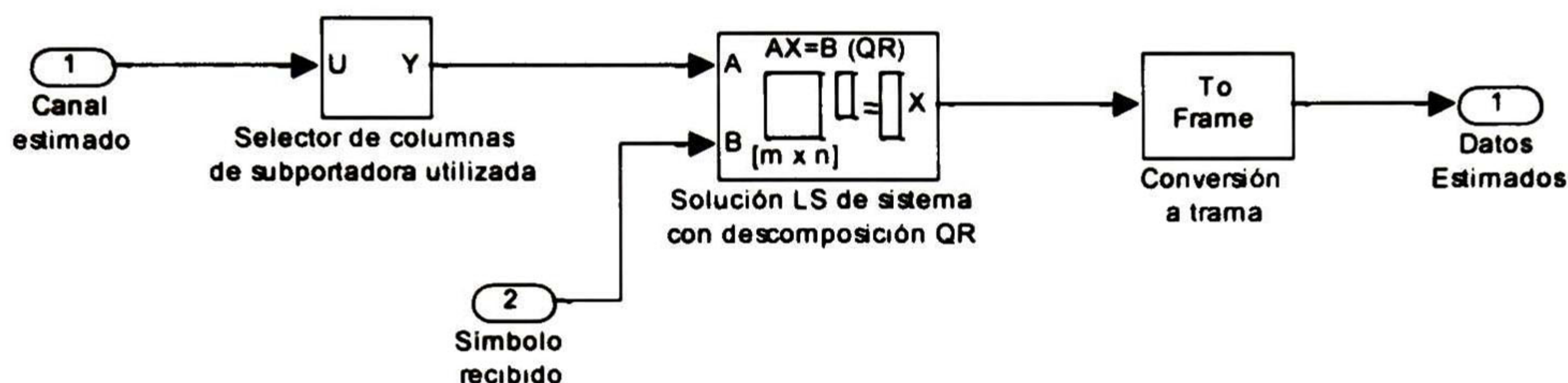
En la figura 3.38 se muestra el ecualizador por mínimos cuadrados para canal variante en el tiempo. La ecuación que modela el símbolo OFDM recibido en el dominio de la frecuencia (en la sección 5.4 se describe a detalle el modelo de sistema OFDM para canal variante):

$$y_n = G_n x_n + w_n, \quad (39)$$

donde  $G_n$  es el canal,  $Y_n$  es el símbolo OFDM recibido en el dominio de la frecuencia,  $X_n$  es el símbolo OFDM transmitido y  $W_n$  es el ruido gaussiano. Considerando (39) como un sistema de ecuaciones y sustituyendo  $G_n$  por el canal estimado  $\hat{G}_n$ , los datos se pueden estimar mediante mínimos cuadrados al utilizar la pseudoinversa de  $\hat{G}_n$  en la forma:

$$\hat{x}_n = \hat{G}_n^+ y_n, \quad (40)$$

En el modelo de simulación, se utiliza un bloque de descomposición QR para obtener el estimado de los datos tal y como se describe en [44]. El bloque QR es alimentado con el estimado de canal que contiene la información acerca de la ICI en cada una de las subportadoras utilizadas. El resultado a la salida es el valor estimado con el que se modulo en el transmisor cada una de las subportadoras utilizadas.



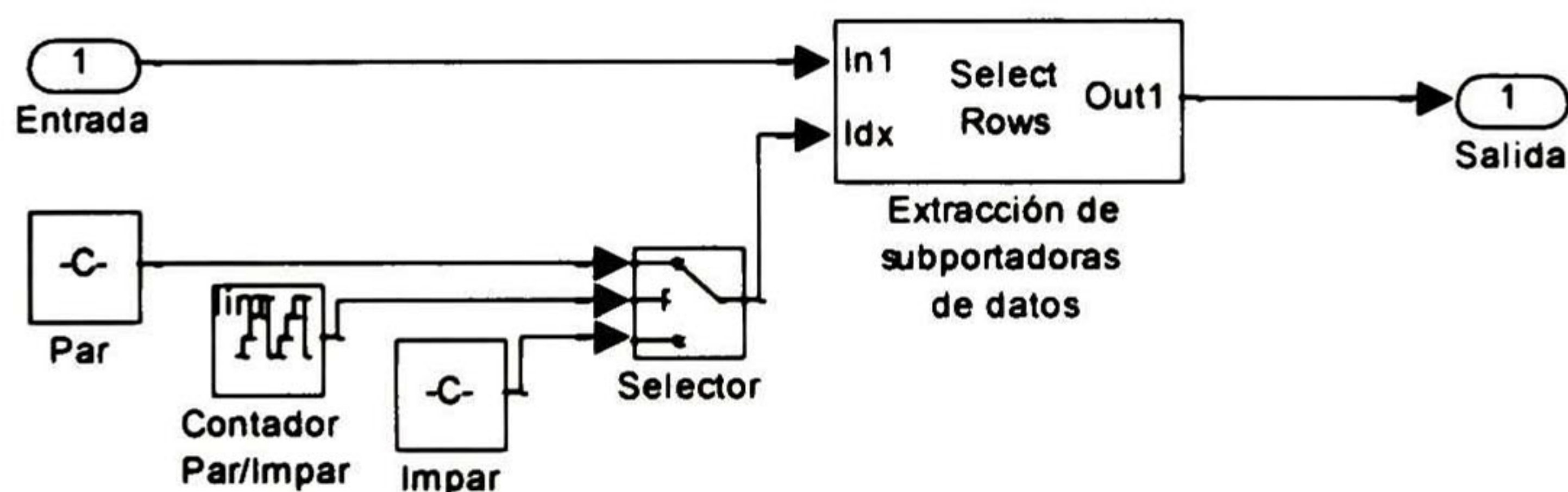
3.38 Estructura del ecualizador para canal variante

### 3.4.3.5 Permutación inversa

Este bloque trabaja de manera similar al bloque de permutación en el transmisor. La estructura es en esencia la misma (ver figura 3.15) con la diferencia de que las constantes que alimentan los índices de reordenamiento de la entrada son diferentes. Para este caso dichos índices son el mapeo inverso de la permutación. Las constantes de permutación inversa son precalculadas en el script de inicialización.

### 3.4.3.6 Extracción de datos

Este bloque se compone de un selector que toma las subportadoras en el arreglo de entrada uno en función de los índices que recibe a la entrada dos. Un selector conmuta los índices entre las posiciones de datos para un símbolo par y uno impar según sea el caso. Este bloque entrega a la salida un arreglo de tipo trama. Cada trama contiene todas las subportadoras de datos dentro del símbolo OFDM.



3.39 Estructura del extractor de subportadoras de datos

### **3.4.3.7 Demodulación**

Dado que en este modelo de simulación no se incluyen esquemas de codificación de canal, se ha seleccionado el criterio de demodulación dura que entrega directamente los bits correspondientes al punto en la constelación más cercano al símbolo recibido después de ser ecualizado.

## Capítulo 4. Análisis de desempeño

En este capítulo se hace un análisis y descripción de la metodología de prueba para los diferentes algoritmos de estimación de canal así como de los resultados obtenidos. La primera parte describe las diferentes métricas de interés y los parámetros de simulación utilizados. En la segunda parte se muestran los resultados de simulación bajo los diferentes parámetros utilizados, así como algunas conclusiones y observaciones acerca de dichos resultados. Por último, en la tercera parte de este capítulo, se muestra la información comparativa acerca de los costos computacionales y el desempeño de los algoritmos de estimación bajo las diferentes métricas.

### 4.1 Ambiente de simulación

Para el análisis de desempeño de los algoritmos de estimación, se optó por dos métricas que aportan información de manera cuantitativa.

- Error cuadrático relativo medio ECRM (por sus siglas): Esta métrica definida por la ecuación (41) cuantifica la energía promedio del error en la estimación en términos de la energía del proceso de interés.

$$ECRM = E \left( \frac{\|\hat{\mathbf{h}}_d - \mathbf{h}_d\|^2}{\|\mathbf{h}_d\|^2} \right) \quad (41)$$

donde  $E(X)$  es la esperanza matemática de  $X$  (estimada utilizando la media muestral),  $\mathbf{h}_d$  es el vector del canal real y  $\hat{\mathbf{h}}_d$  es el vector del canal estimado.

- Tasa de bits erróneos (BER): Dado que el objetivo principal de compensar las distorsiones provocadas por el canal en la señal recibida, es el recuperar los datos con la menor cantidad de información alterada, la tasa de bits erróneos es una buena opción porque provee información directa acerca del desempeño del algoritmo de estimación.

Para la obtención del ECRM, se implementó un bloque en Simulink® que permita estimar esta métrica a partir del envío de una gran cantidad de símbolos ÓFDM. En el caso del BER, se utilizó el bloque ya provisto por las librerías del software.

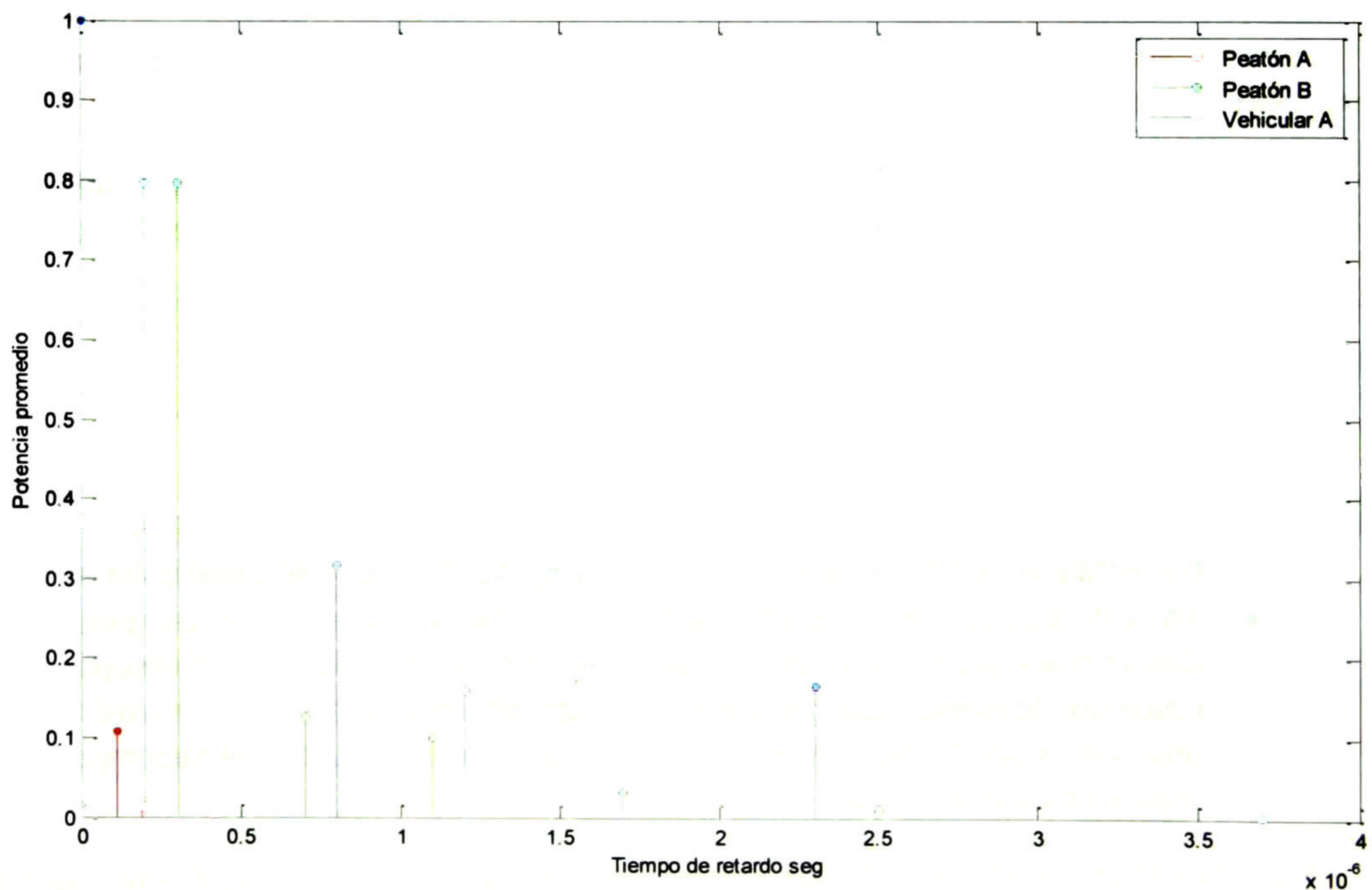
#### 4.1.1 Canal invariante en tiempo

Utilizando el modelo de simulación descrito en el capítulo 3 y basado en el documento de parámetros de prueba recomendados por el foro WiMAX [36], se utilizaron los tres diferentes perfiles de potencia de retardo mencionados en la tabla 3-6 (figura 4.1) para probar todos los algoritmos. Se seleccionaron como parámetros de sistema dentro de la



norma WiMAX: Tamaño de FFT = 1024, constelación de modulación QAM64 y frecuencia de portadora = 2.4 Ghz.

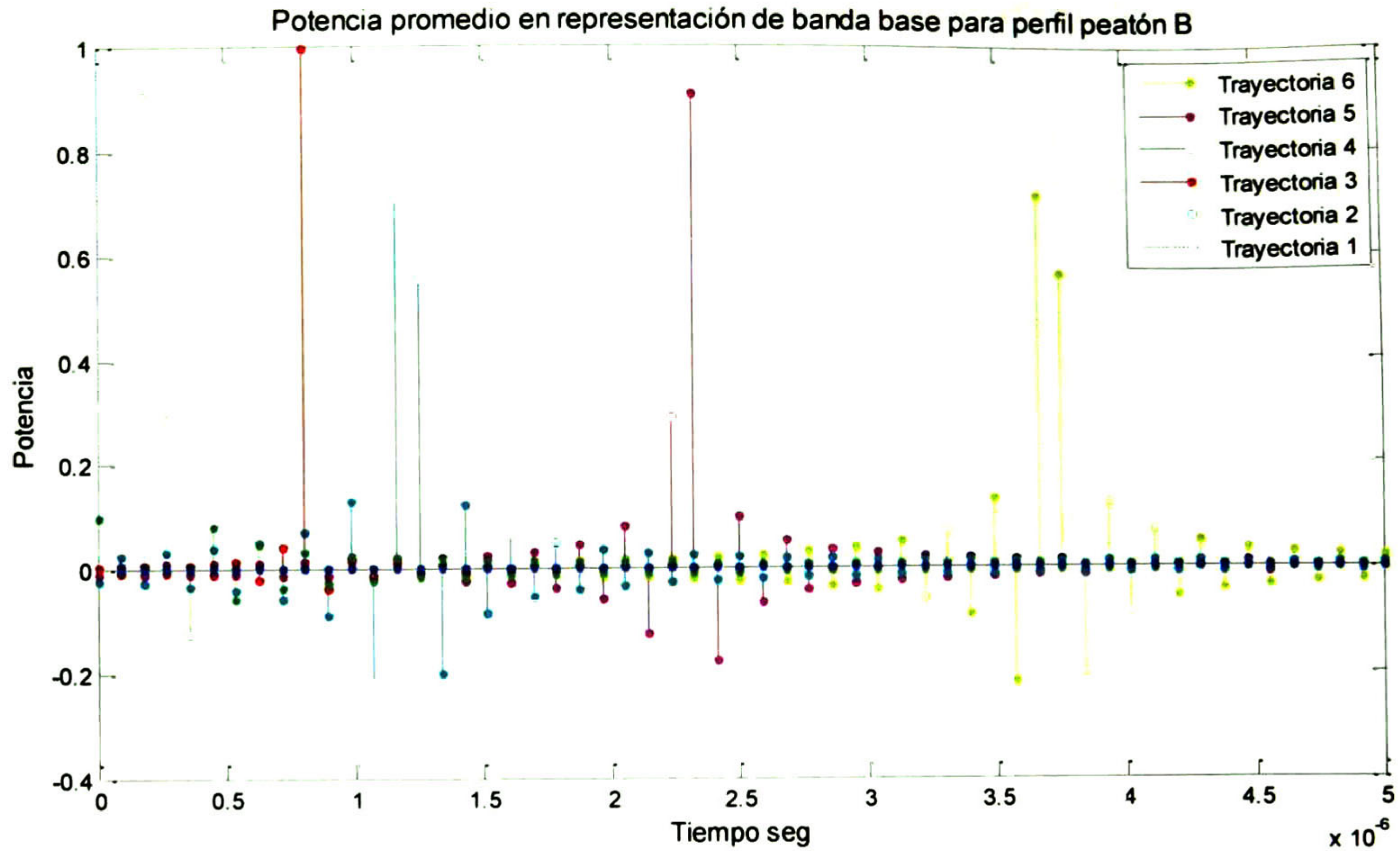
El mecanismo de simulación para el caso de canal invariante consiste en la transmisión consecutiva de símbolos OFDM, en cada símbolo se calcula el ECRM y BER para obtener las métricas promedio de todos los símbolos. Dado que el canal se considera invariante, y con el propósito de reducir la cantidad necesaria de símbolos OFDM necesarios para obtener convergencia en la curvas de resultados, el canal se mantiene constante durante el periodo de tiempo de un símbolo y posteriormente se obtiene otra realización independiente de canal para el siguiente símbolo. Se utilizó el filtro óptimo de Wiener como ecualizador en todas las simulaciones. Además, las semillas en los generadores de datos aleatorios así como de coeficientes para el canal, son las mismas en todos los casos de manera que los diferentes algoritmos de estimación enfrenten las mismas condiciones.



4.1 Perfiles de potencia de retardo del estándar WiMAX

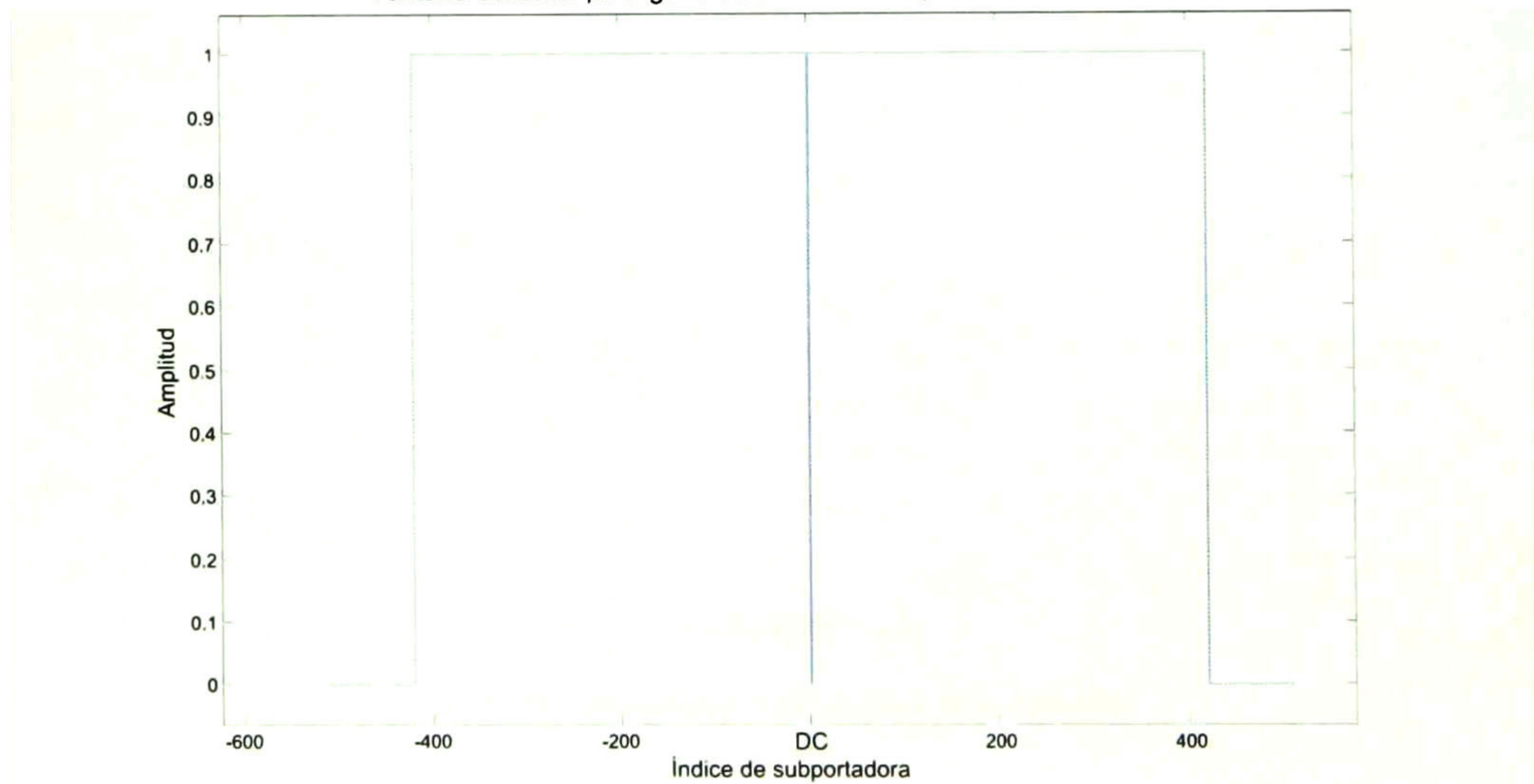
#### 4.1.2 Canal variante en tiempo

Aun cuando los estimadores de canal y el igualador analizados en este trabajo de tesis, consideran que el canal es invariante durante el periodo de un símbolo OFDM, se realizaron pruebas de desempeño en el entorno de canales variantes. Estas simulaciones tienen como objetivo, visualizar de manera cuantitativa, el costo en términos de las métricas de desempeño, cuando se utilizan algoritmos de estimación e igualación de



#### 4.2 Representación en banda base de perfil de potencia de retardo

Ventana utilizada para generación de la BUC, tamaño de FFT=1024



4.3 Ventana para generación de BUC, tamaño de FFT = 1024

Aun cuando la aproximación sobre la cantidad de vectores de la base necesarios para representar el canal con la base PROLATE está dado por la expresión  $2w_d\tau_{max} + 1$ , en el proceso de estimación la relación señal a ruido o SNR (siglas del inglés *Signal to Noise Ratio*) juega un papel importante en este número. Por un lado, una cantidad grande de vectores implica una reconstrucción más fiel del canal, pero requiere de una alta SNR para la correcta estimación de los pesos, y por el otro lado, una cantidad muy reducida de

canal invariante, en canales cuya variabilidad puede ser aún más rápida que la tasa de símbolos OFDM.

En la tabla 3-6 se puede observar que cada uno de los perfiles de potencia de retardo se encuentra asociado a una velocidad máxima de movimiento. Tomando este dato en cuenta y seleccionando como frecuencia de portadora  $f_c = 2.4$  Ghz, se realizaron simulaciones bajo los parámetros de canal indicados en la tabla 4-1. En el caso de los perfiles asociados a peatón, se probó únicamente a velocidad máxima porque velocidades menores derivan en el caso invariante. Para el perfil vehicular, se probó a velocidad media, velocidad máxima y a velocidad superior a la máxima, lo último, con el propósito de observar el desempeño en casos extremos o velocidades de movimiento dentro de la máxima (120 Km/h) pero frecuencias de portadora más grandes que incrementan la dispersión Doppler.

4-1 Parámetros para simulación de canal variante

Perfil de potencia de retardo	Velocidad (Km/h)	$f_d$ (Hz)
Peatón A	3	6.67
Peatón B	3	6.67
Vehicular A	50	111.18
Vehicular A	120	266.85
Vehicular A	200	444.75

#### 4.1.3 Parámetros de los estimadores

En el caso de estimador de canal por expansión en subespacios, es necesario determinar en primera instancia, los parámetros necesarios para generar las bases, y segundo, la menor cantidad de vectores de la base que recojan la mayor parte de la energía del proceso.

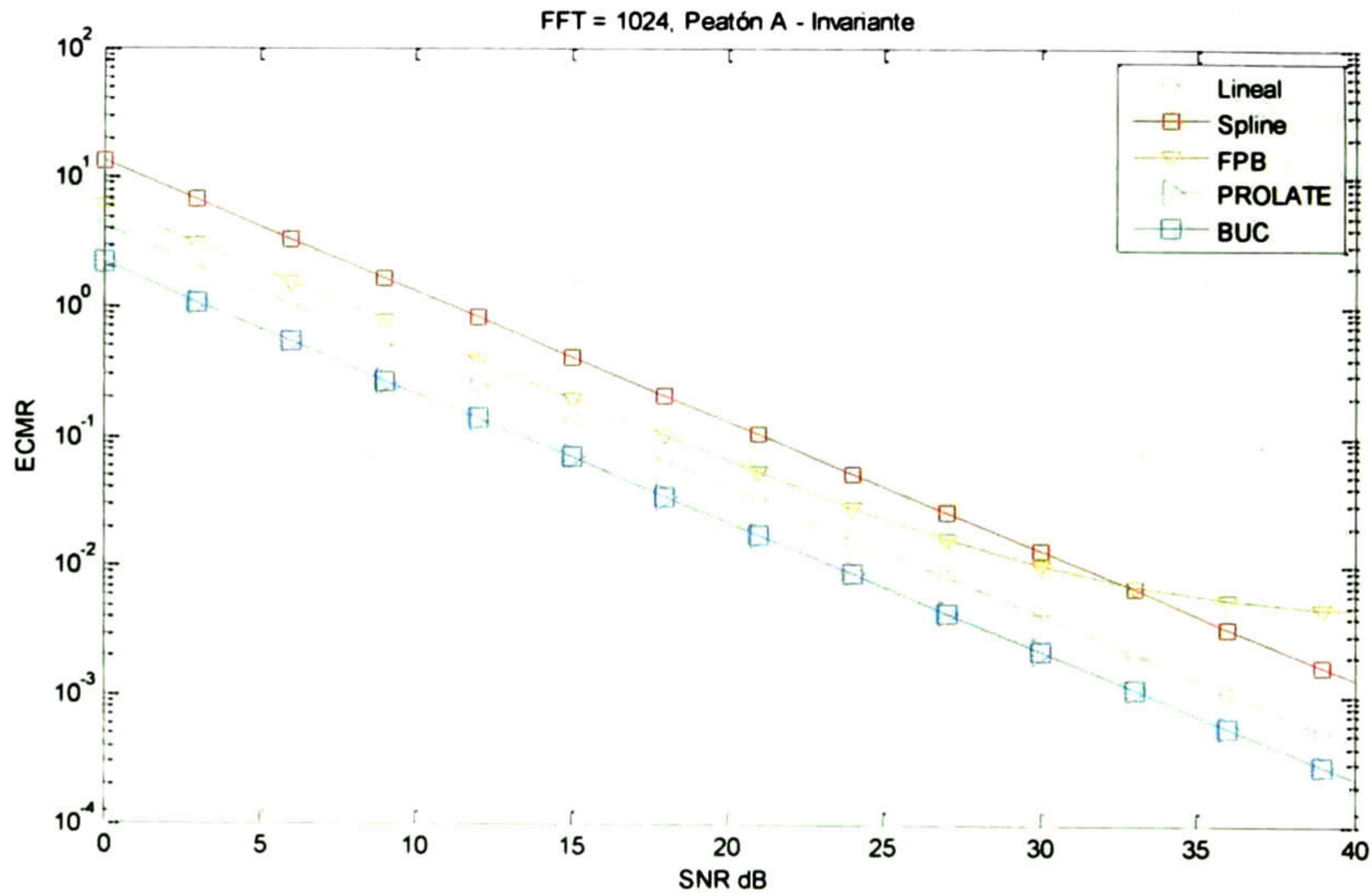
Tanto la base PROLATE como la BUC, requieren del tiempo de retardo máximo  $\tau_{max}$  y el ancho de banda  $w_d$ , estos parámetros se utilizan en la construcción de las bases y el cálculo de funciones necesarias. El parámetro  $\tau_{max}$  se seleccionó basado en las estadísticas del canal de manera tal que en la mayoría de los casos, la dispersión de canal no exceda este valor. En este caso, se consideró de manera experimental un retardo máximo de  $5 \mu s$  tomado del perfil de potencia de retardo del tipo de usuario peatón-B. La figura 4.2 muestra la repartición de energía de cada una de las trayectorias de este perfil a la tasa de muestreo del sistema. Dado que las trayectorias no coinciden exactamente con los instantes de muestreo, se utilizó el procedimiento ya descrito en la sección 3.4.2 propuesto en [7].

Como ya se mencionó en la sección 2.4.4, el ancho de banda  $w_d$  es considerado como el intervalo de subportadoras no nulas en el símbolo OFDM. En el caso de la BUC, el filtro utilizado en el proceso de convolución circular proviene de la ventana que tiene las bandas de guarda y la subportadora DC moduladas con valor cero (figura 4.3).

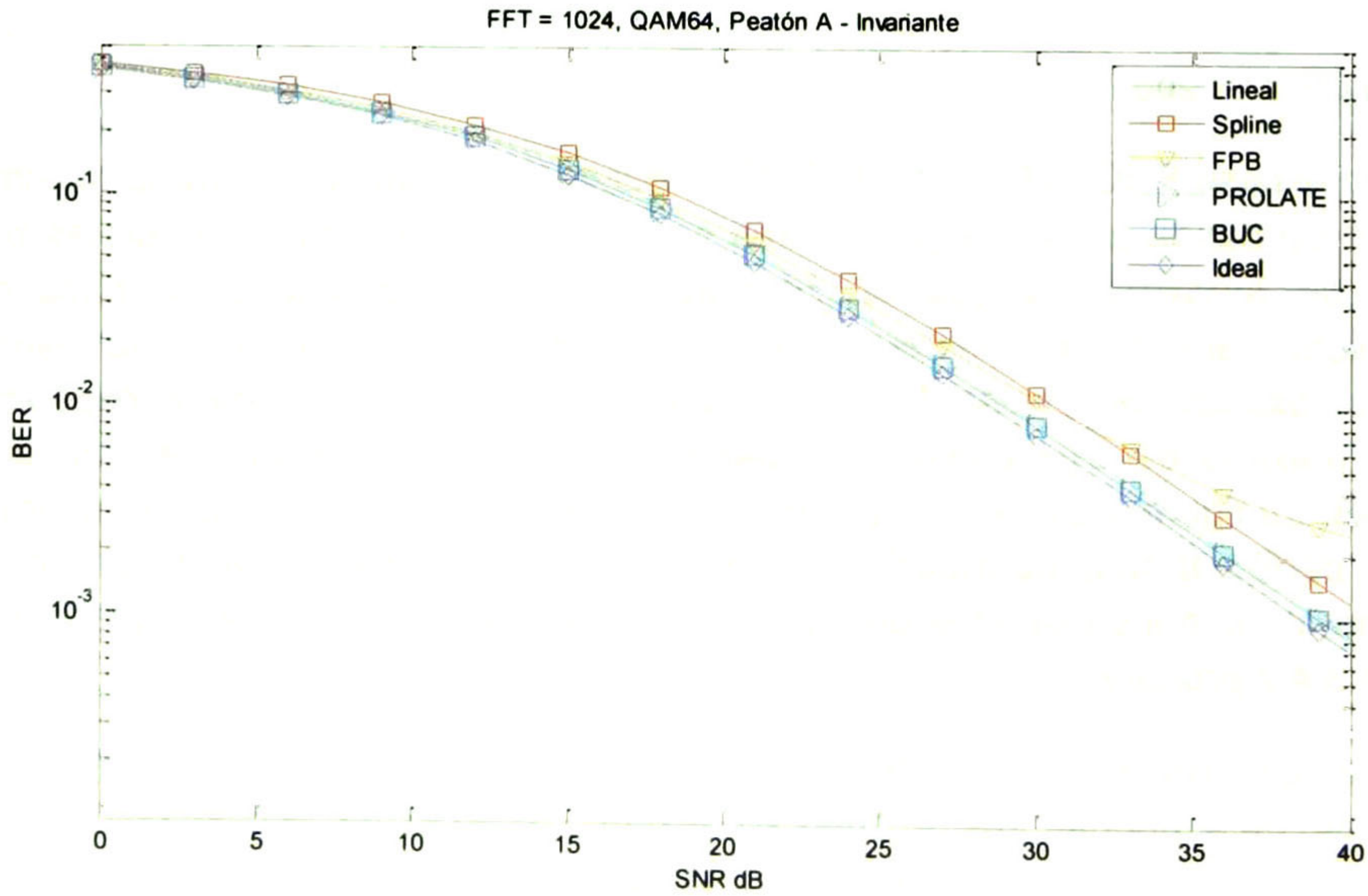
## 4.2 Resultados de simulación

### 4.2.1 Canal invariante

El primer grupo de gráficas pertenece a la simulación de los diferentes algoritmos en un entorno donde el canal varía solamente de un símbolo a otro, es decir, dentro de cada símbolo OFDM el comportamiento es invariante.



4.5 SNR vs ECMR, peatón A invariante

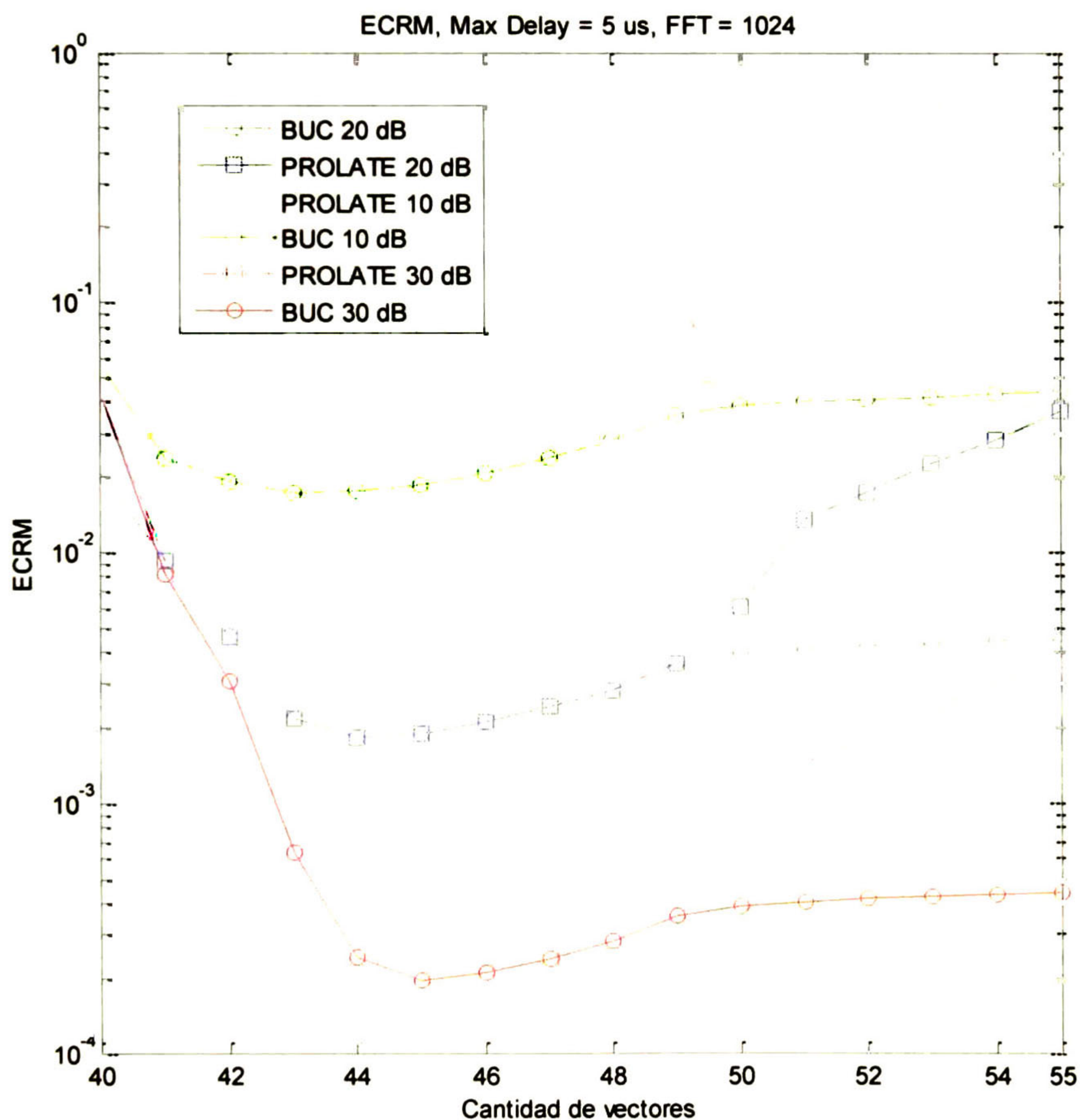


4.6 SNR vs BER, peatón A invariante, 64QAM

vectores permite una mejor estimación de los pesos a costo de reconstruir el canal con menos precisión. Es por tanto necesario, determinar la cantidad de pesos que provea el ECRM de estimación más bajo posible dentro del intervalo de SNR en el que se pretende usar el sistema. Por tal motivo, se realizaron simulaciones de ECRM versus cantidad de vectores de la base a utilizar.

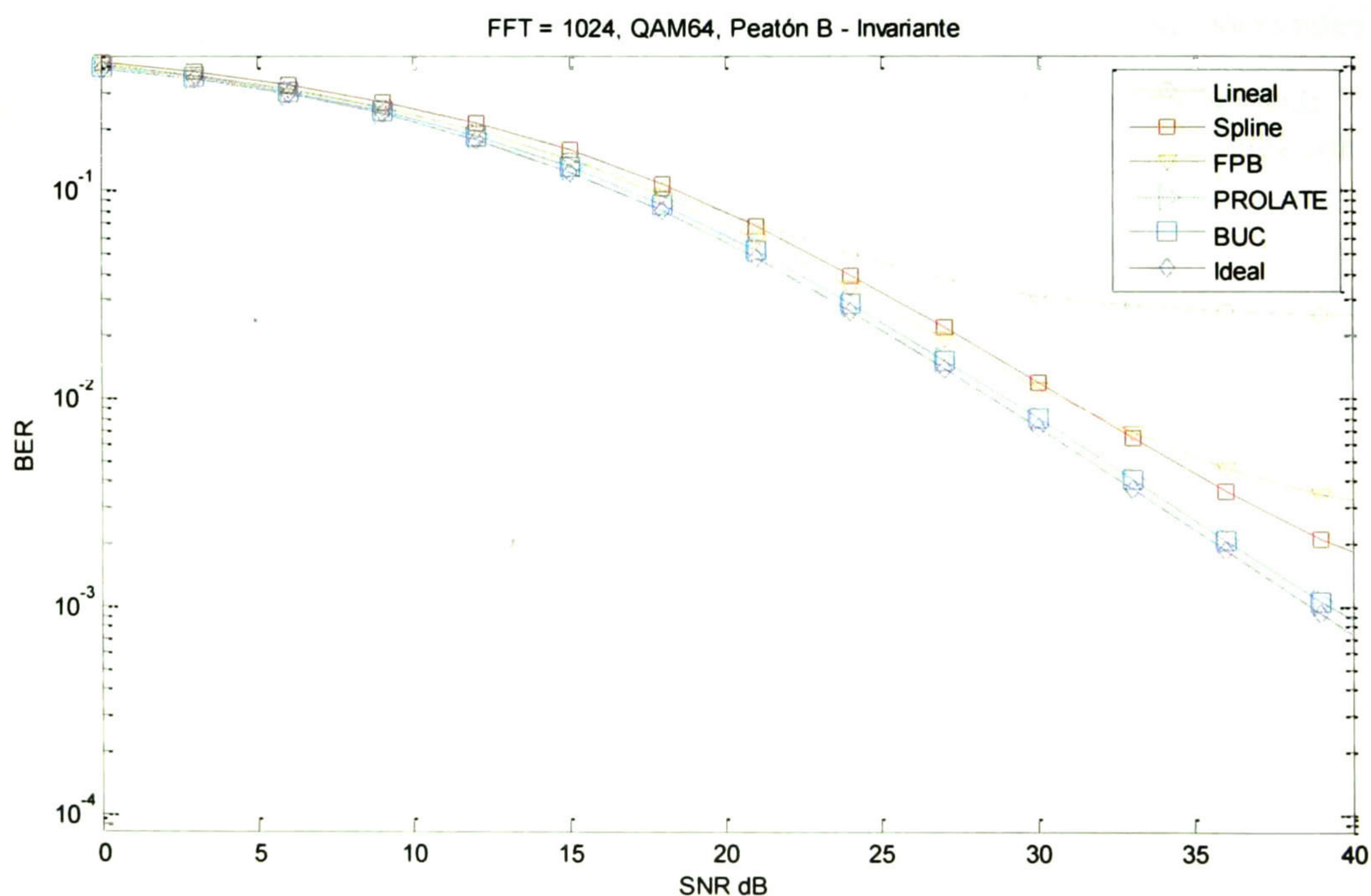
De la figura 4.4 se puede observar que la cantidad de vectores que ofrecen la mejor estimación de canal para el rango de SNR de interés (10dB - 30dB), efectivamente se aproxima a 46, como fue calculado por la expresión  $2w_d\tau_{max} + 1$ . Además, se puede apreciar que las curvas tienen un mínimo, este punto se encuentra donde se establece el balance entre el error de modelado (proviene de no utilizar la base completa) y el error de estimación (propio del efecto del ruido en el algoritmo de estimación de los pesos).

Basado en los resultados de estas simulaciones, la cantidad de vectores que se utilizaron para las pruebas de ECRM y BER versus SNR se fijó en 45.



4.4 Cantidad de pesos en base PROLATE y BUC vs ECRM

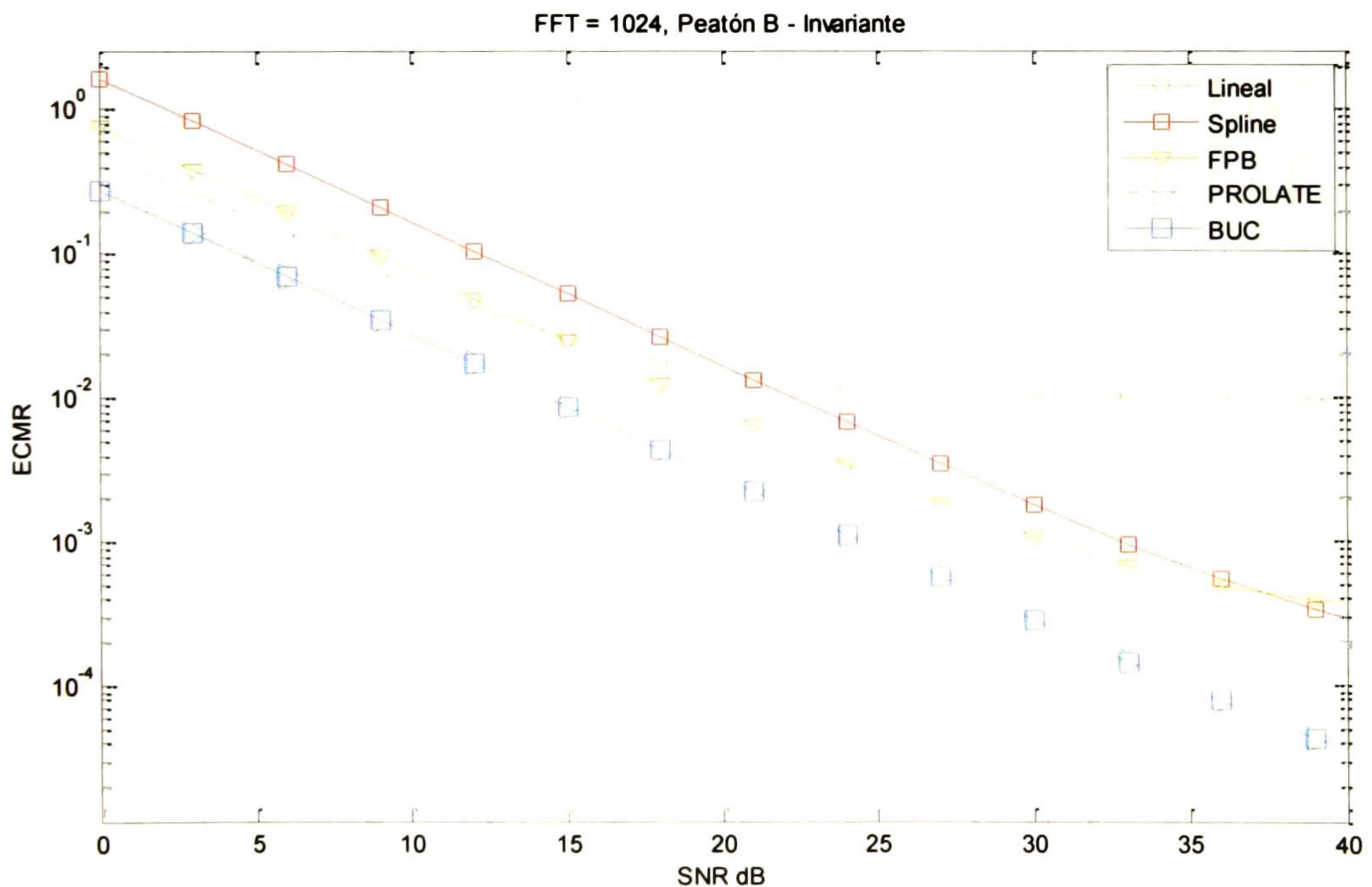
En la figura 4.7 se observa que el interpolador lineal tuvo un desempeño muy pobre. Esto se debe al aumento de la selectividad del canal respecto al perfil de peatón A, lo que hace difícil su aproximación mediante segmentos de recta entre pilotos. La expansión en bases mostró un incremento en el desempeño que se puede explicar por el aumento en el retardo máximo. Desde el punto de vista de subespacios, el retardo máximo en el perfil de peatón B se aproxima más al retardo máximo utilizado en la construcción de las bases, por lo que el subespacio del canal es más parecido al subespacio que expanden dichas bases. Una característica relevante de los splines, fue su bajo desempeño en SNR bajos, esto debido a que los algoritmos de cálculo de los coeficientes para los polinomios de grado 3 tienden a disparar los valores en presencia del ruido.



4.8 SNR vs BER, peatón B invariante, QAM64

En la gráfica 4.9 aparece el ECRM de los algoritmos de estimación para el perfil vehicular A. No se aprecian grandes diferencias en comparación con el desempeño ante el perfil de peatón B, esto debido a que el tiempo de retardo máximo así como la distribución de las trayectorias es similar. La interpolación lineal mostró una ligera mejora en comparación al perfil peatonal B, esto a consecuencia de que el retardo máximo en el perfil vehicular, es menor que en el perfil peatonal B.

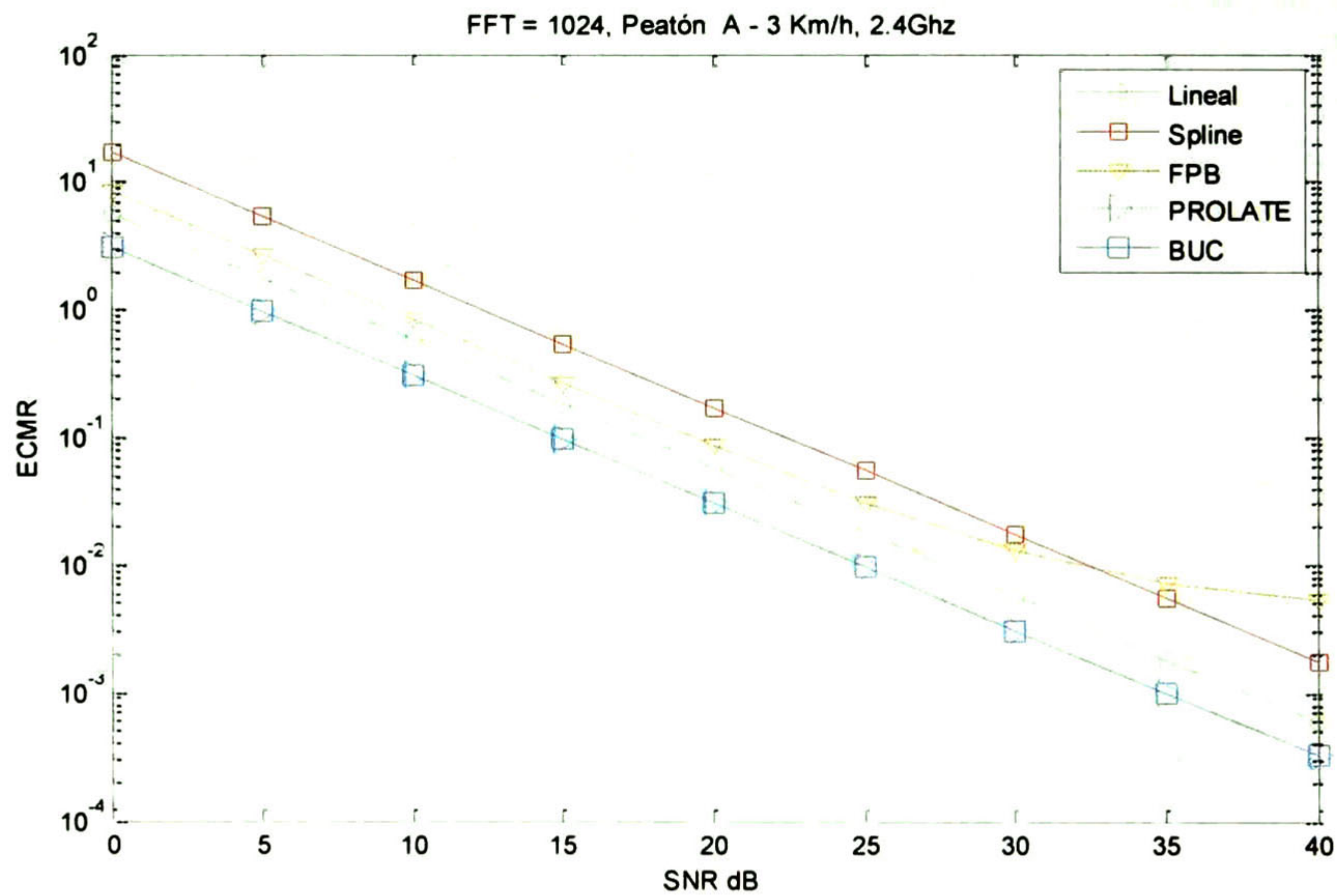
De las gráficas anteriores se puede observar la relación directa que existe entre el ECRM en la estimación y el BER. El algoritmo que tuvo mejor desempeño y bastante cercano al conocimiento del canal real es la expansión en funciones ortogonales, por lo que se hace evidente que la explotación de las características del sistema así como las estadísticas aproximadas del canal, proveen información suficiente para ser utilizada junto con los pilotos en la estimación y reconstrucción del canal de manera efectiva. Un detalle importante es el desempeño similar entre ambas bases, la PROLATE y la BUC. Una explicación a este fenómeno es el que ambas bases son aproximaciones similares al problema de la expansión de un proceso doblemente selectivo. Por un lado la base PROLATE mantiene la limitación en tiempo a costa de los rizados no deseados en las bandas de guarda de la frecuencia (figura 2.12), mientras que por el otro lado, la BUC mantiene el espectro limitado a costa de la aparición de rizados en el dominio temporal más allá del retardo máximo (figura 2.16). La interpolación lineal también tuvo buen desempeño, esto debido a que en el perfil de peatón A, el retardo máximo es relativamente pequeño, lo que provoca la función de transferencia del canal sea casi plana, y por ende, fácilmente aproximada por segmentos de recta. Sin embargo, la interpolación spline mostro un pobre desempeño en comparación con los demás algoritmos. Este resultado pone en evidencia la desventaja de las aproximaciones polinómicas de grados mayores en donde los segmentos casi planos son difíciles de aproximar. Finalmente, el filtrado pasa bajas mostró un desempeño intermedio con una zona asintótica cercana a los 30 dB, lo que indica que esta aproximación presenta un error de modelado, debido a la falta de puntos que mejoren la interpolación en los extremos del símbolo OFDM en el dominio de la frecuencia.



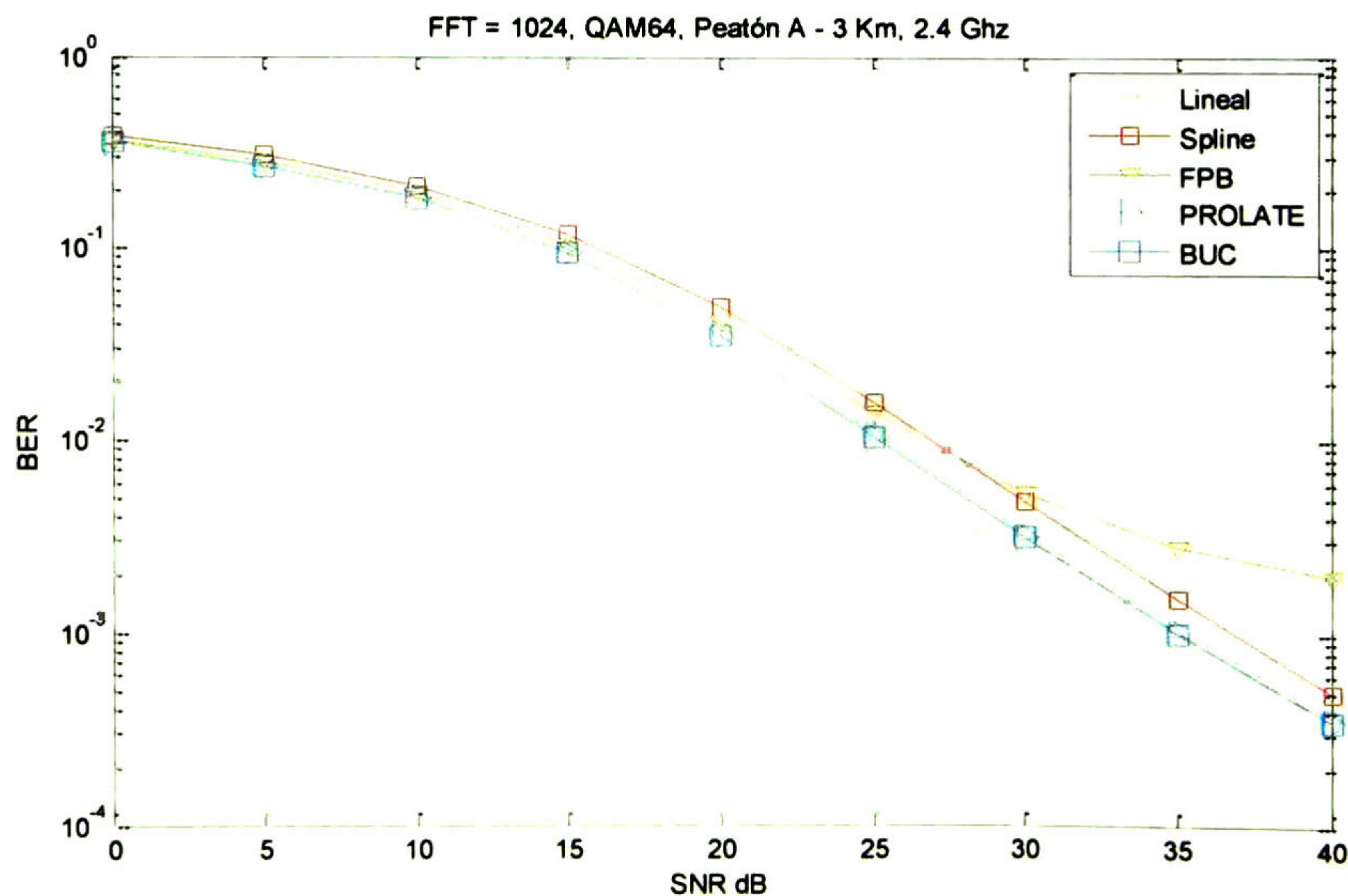
4.7 SNR vs ECRM, peatón B invariante

## 4.2.2 Canal variante

En esta sección se muestran los resultados de aplicar algoritmos de estimación que suponen el canal invariante dentro del símbolo OFDM, cuando en realidad el canal es variante. Observaciones acerca del desempeño en estas condiciones indican si es o no suficiente utilizar esta aproximación y bajo qué casos. Dado que no se utilizó un ecualizador para canal variante, las gráficas de BER no incluyen al canal ideal (el estimador e igualador para canales variantes se abordan en el siguiente capítulo).

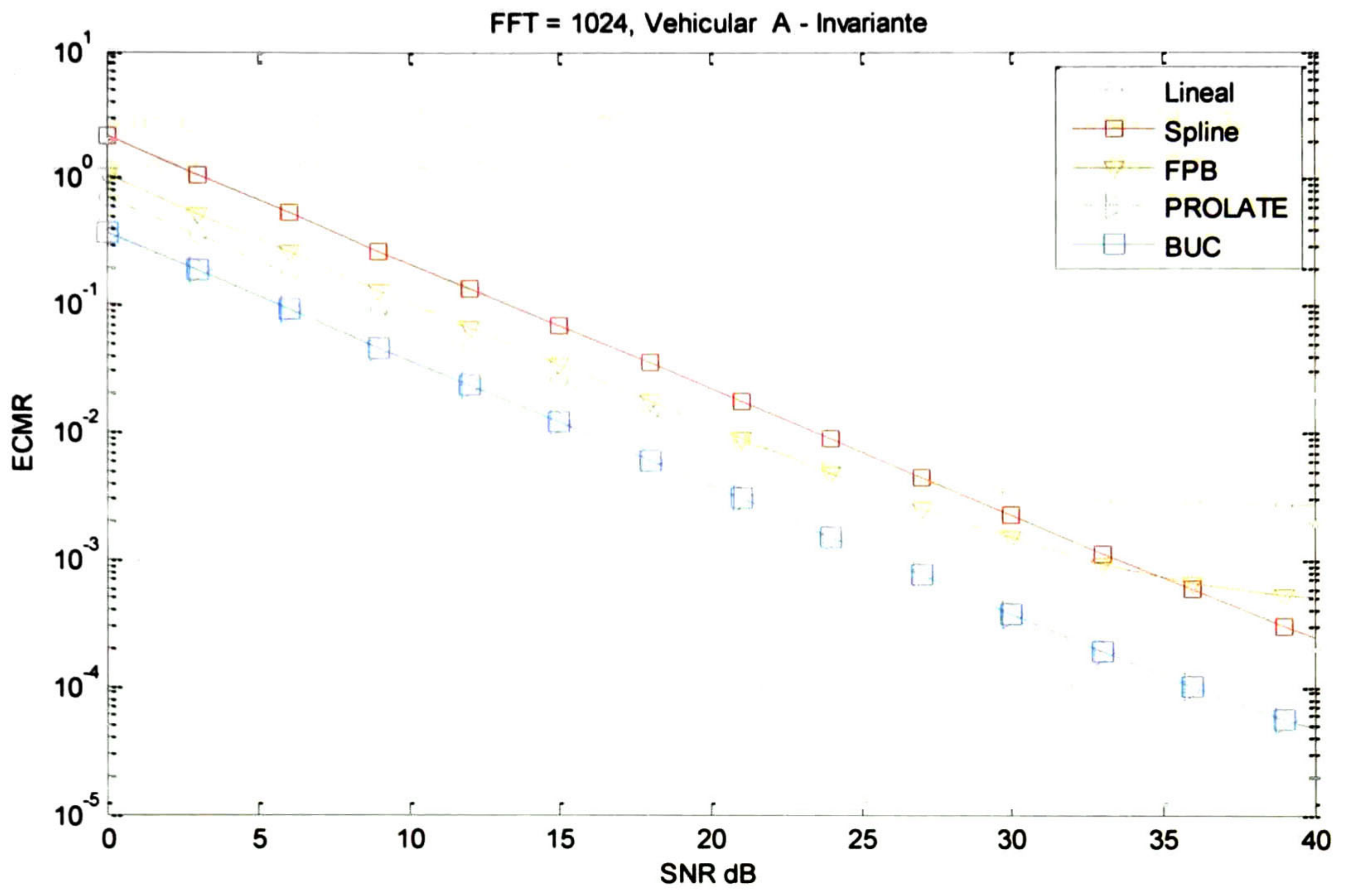


4.11 SNR vs ECRM, peatón A variante 3 Km/h

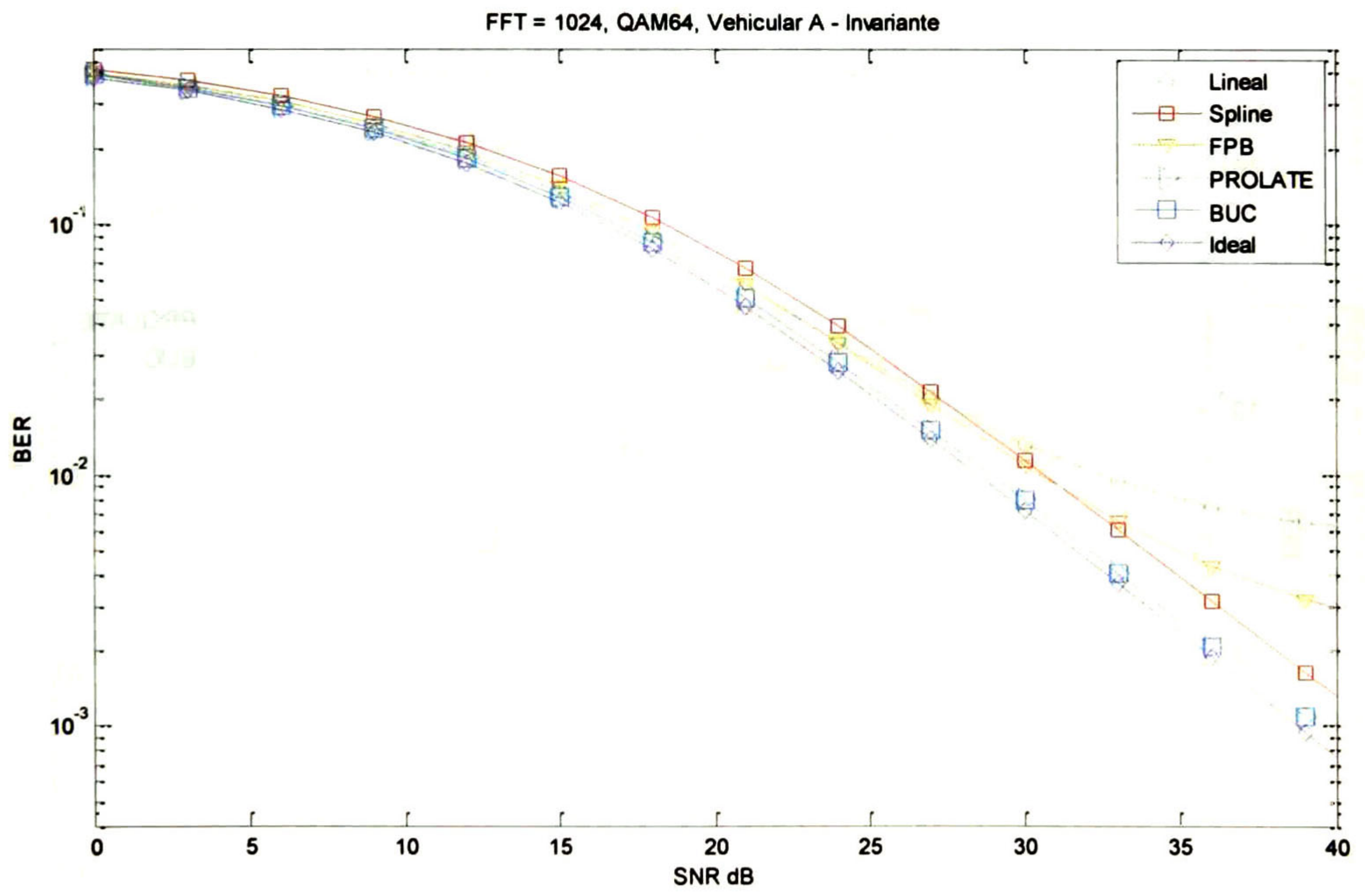


4.12 SNR vs BER, peatón A, variante 3 Km/h, QAM64



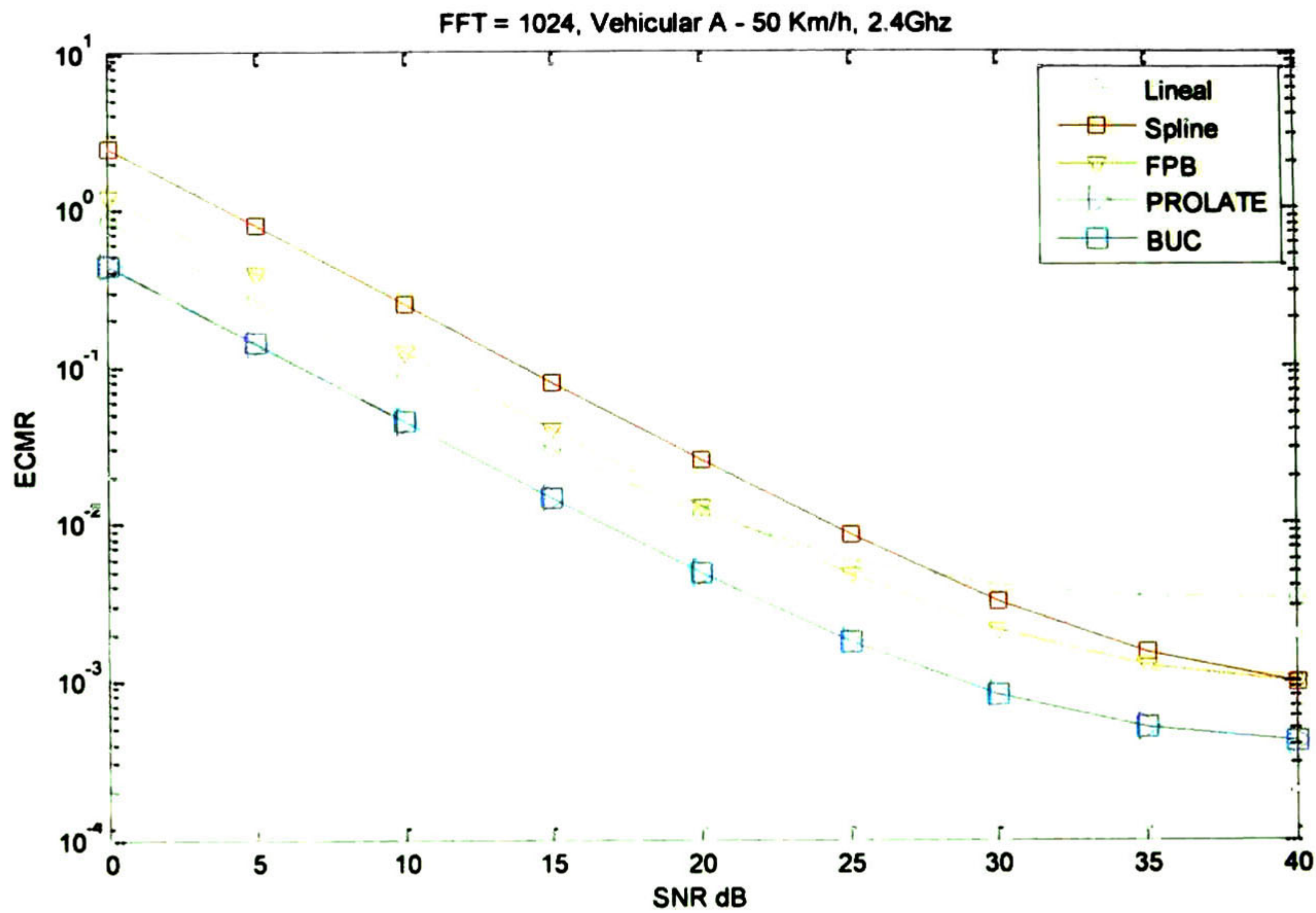


4.9 SNR vs ECRM, vehicular A invariante

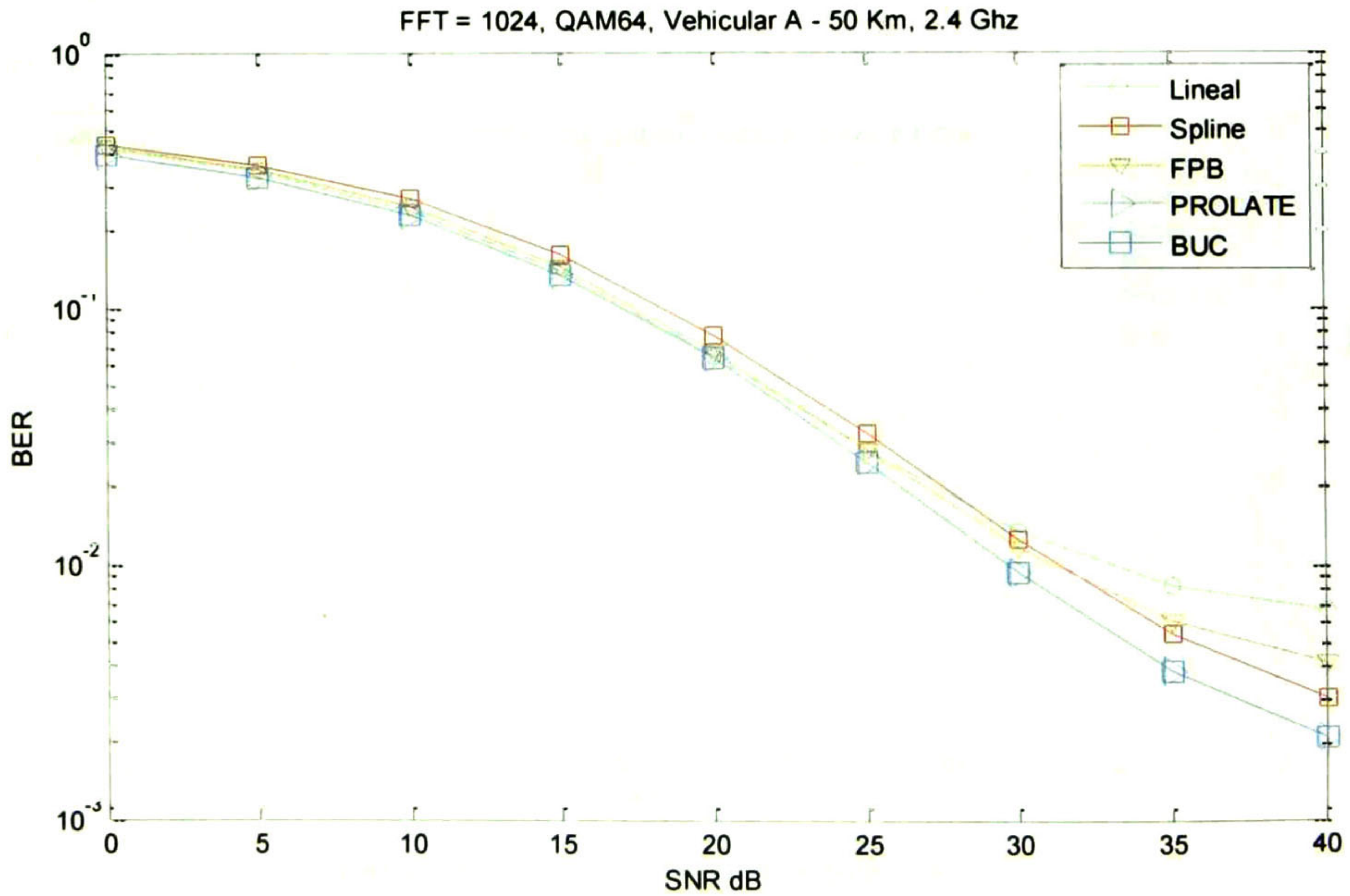


4.10 SNR vs BER, vehicular A invariante, QAM64

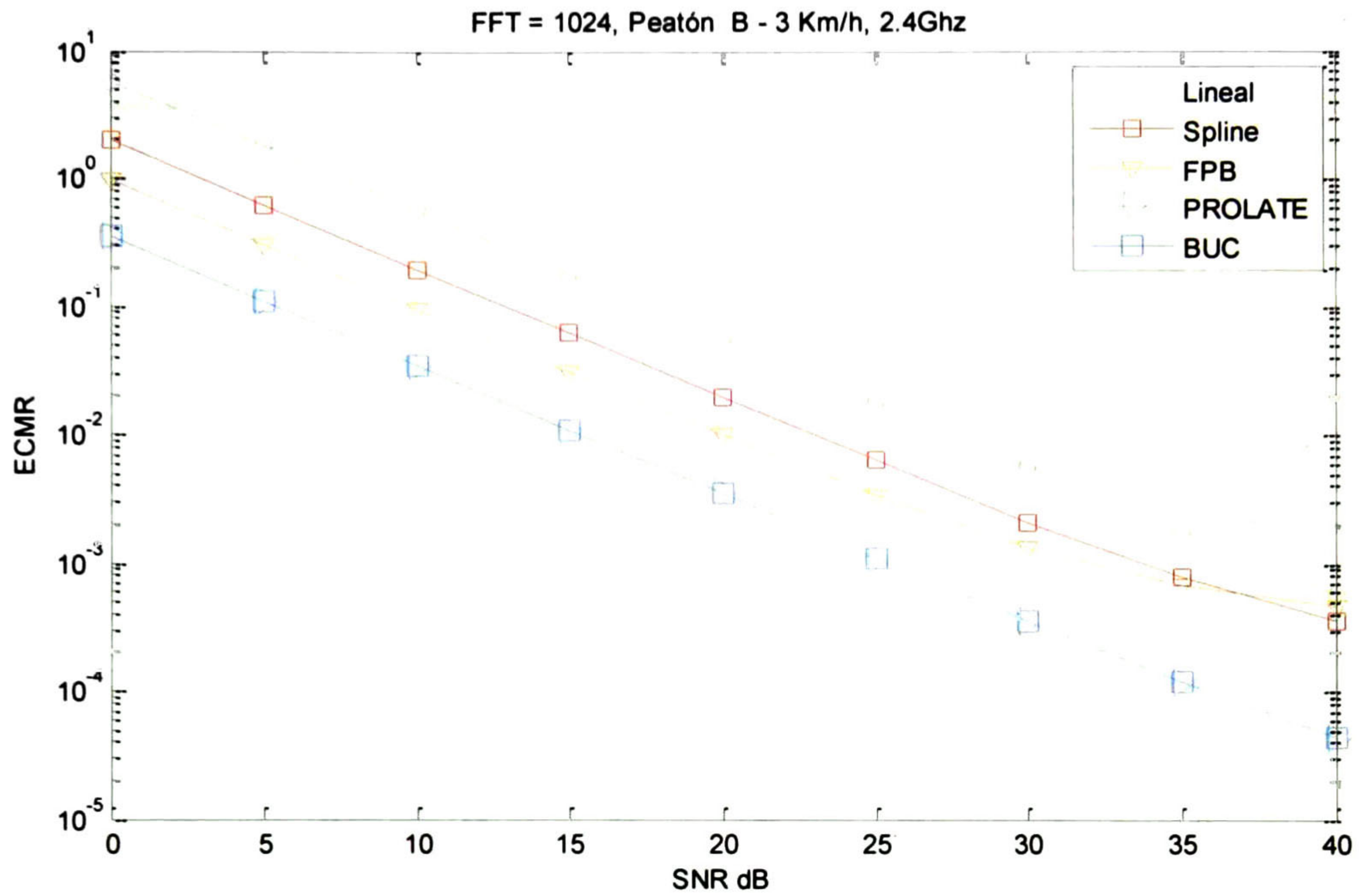
Al comparar las gráficas anteriores contra los resultados obtenidos en canal invariante se observa que no hubo gran pérdida del desempeño, esto se debe a que la frecuencia Doppler a la velocidad de 3 Km/h en una portadora de 2.4 Ghz es de 6Hz, lo que significa que las variaciones del canal son casi imperceptibles dentro de un símbolo OFDM ( $f_{símbolo} \approx 9.7 \text{ KHz}$ ).



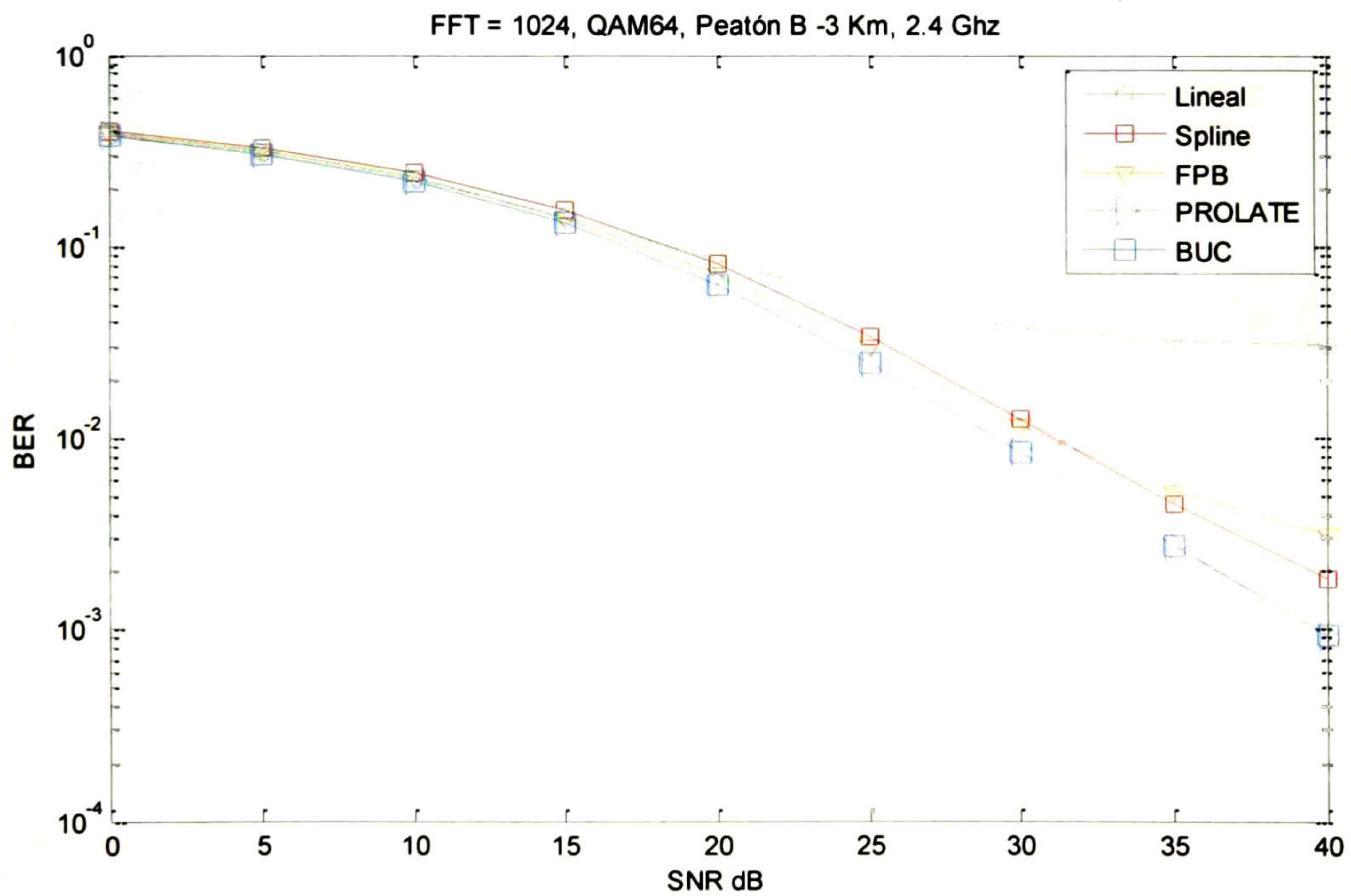
4.15 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 50 Km/h



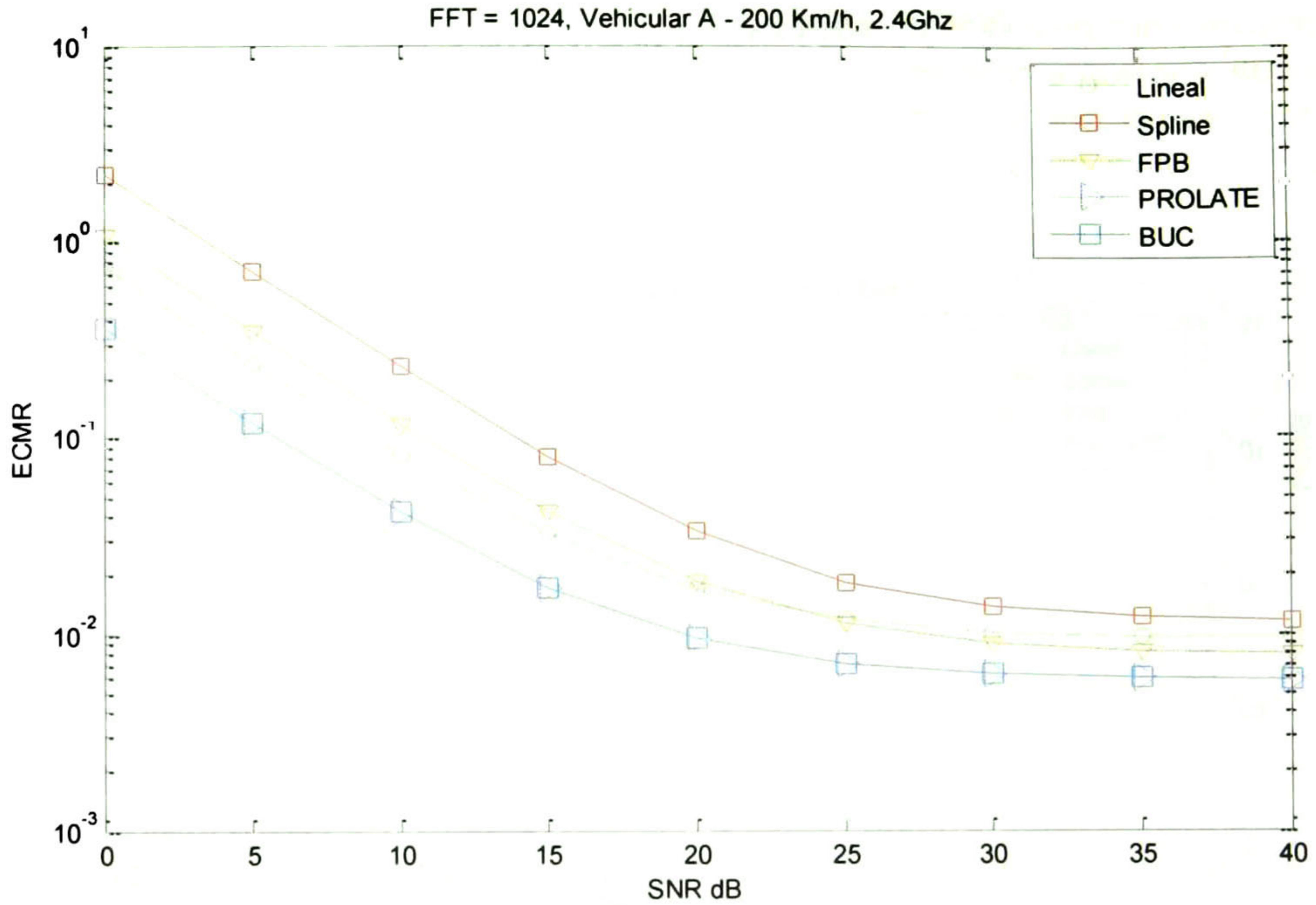
4.16 SNR vs BER, vehicular A, variante 50 Km/h, QAM64



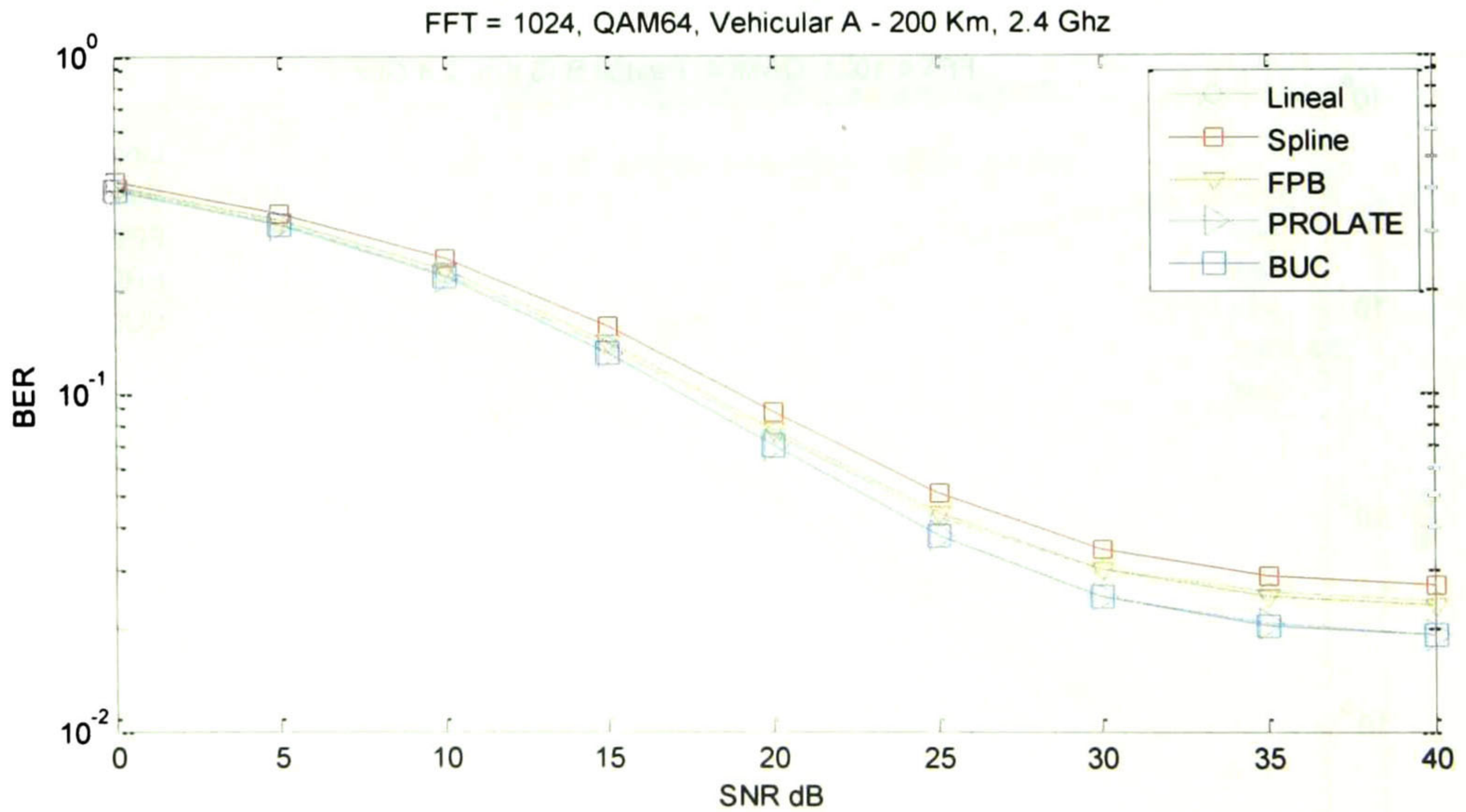
4.13 SNR vs ECRM, peatón B, variante 3 Km/h, QAM64



4.14 SNR vs BER, peatón B, variante 3 Km/h, QAM64

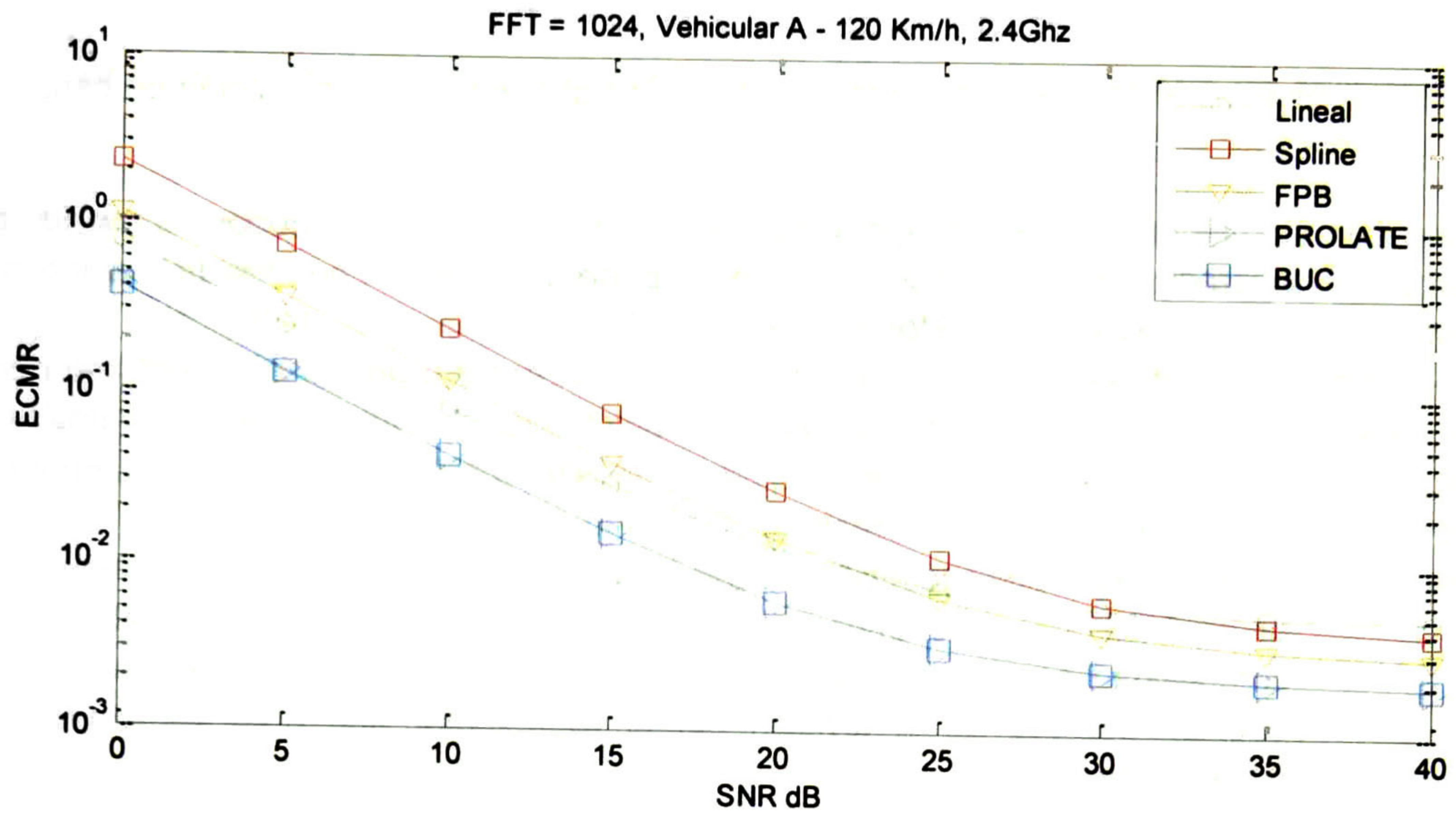


4.19 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 200 Km/h

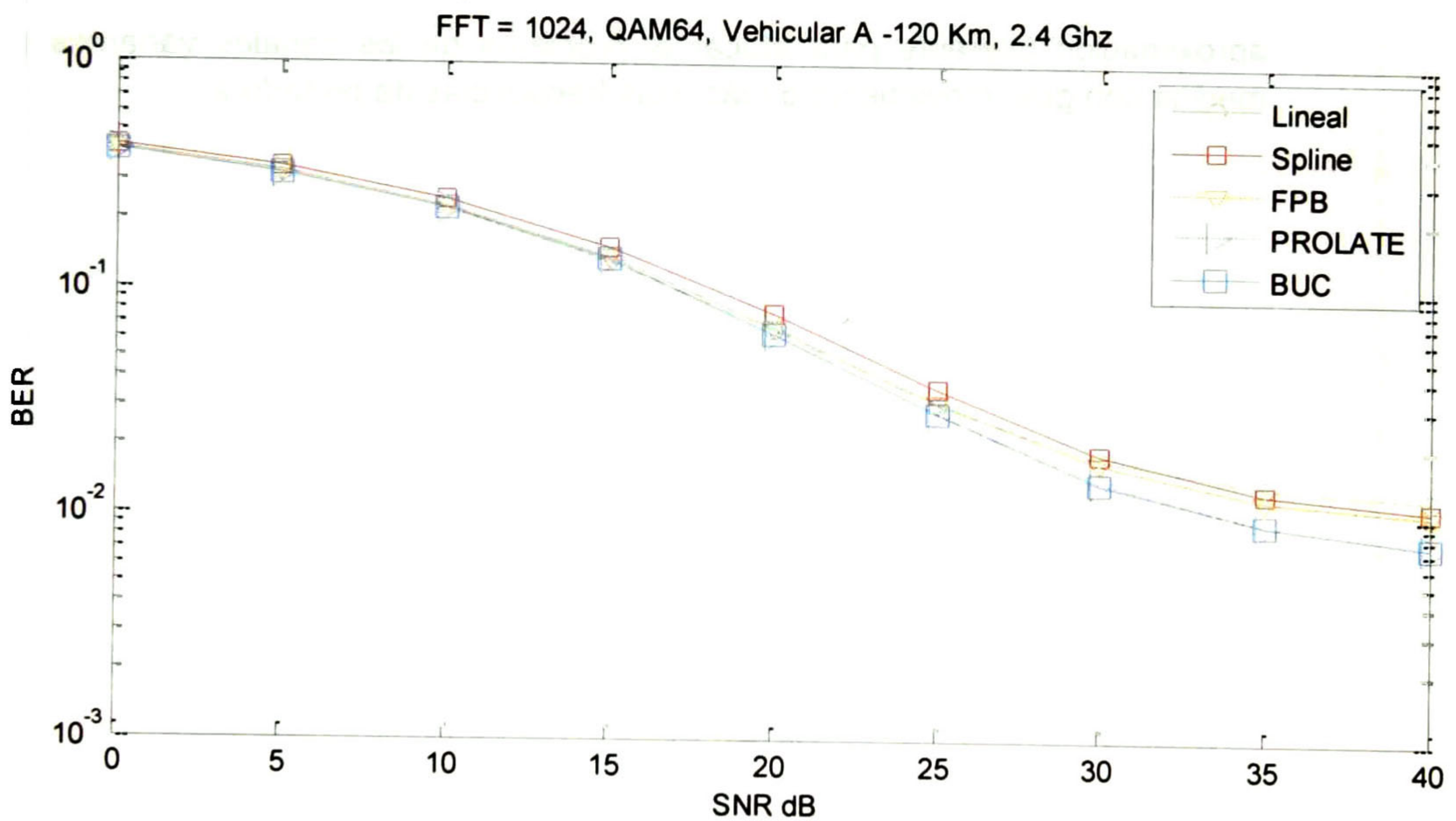


4.20 SNR vs BER, vehicular A, variante 200 Km/h, 64QAM

A diferencia de los perfiles peatonales, el perfil vehicular tiene una velocidad máxima 120 Km/h, lo que significa una frecuencia Doppler mucho mayor. En las gráficas anteriores se puede observar que el desempeño de los algoritmos de estimación decae conforme la velocidad de movimiento aumenta. De manera más específica, se observó



4.17 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 120 Km/h



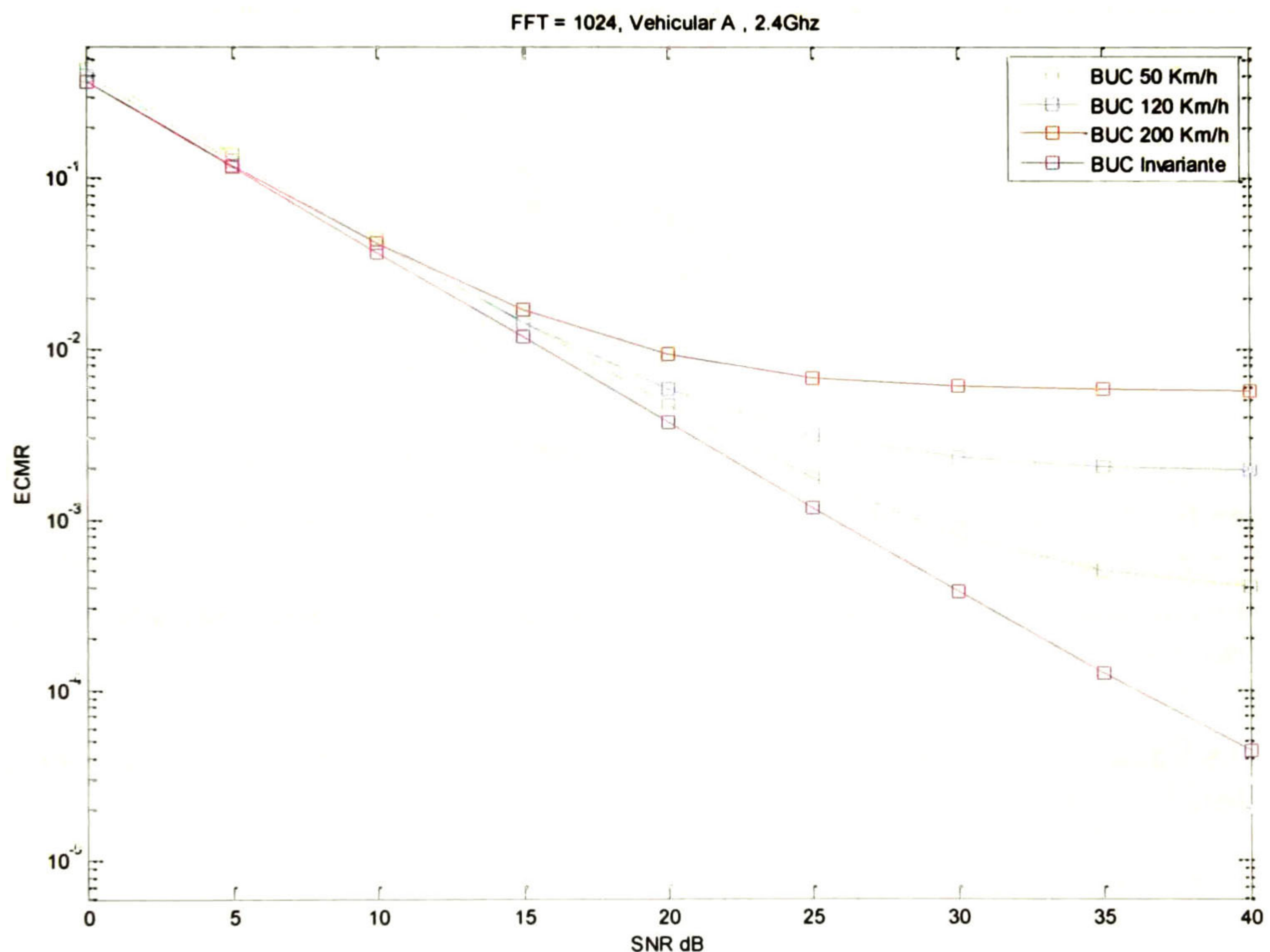
4.18 SNR vs BER, vehicular A, variante 120 Km/h, 64QAM

### 4.3 Conclusiones del capítulo

De las observaciones acerca del desempeño en los algoritmos de estimación de canal se puede concluir lo siguiente:

- El algoritmo de interpolación lineal requiere de la menor cantidad de operaciones, pero presenta un desempeño muy bajo en perfiles de usuario con gran selectividad (peatón B y vehicular A).
- El filtrado pasa bajas tiene un desempeño medio pero en términos reales, no puede ser implementable debido a la distribución no uniforme de los pilotos.
- La interpolación cubica spline, tiene un alto costo computacional comparado con el desempeño que presentó.
- La estimación por expansión en bases, provee de la mejor estimación de canal dentro de los algoritmos invariantes comparados en este trabajo. Su complejidad en la cantidad de operaciones no es la más atractiva, aunque la omisión del uso de la división puede representar una gran ventaja en su implementación.
- Todos los algoritmos presentaron desempeño medio en el canal variante con baja movilidad, por otro lado, ninguno de ellos logró sostener esas métricas en condiciones de alta movilidad. Esto nos lleva a concluir que se requiere de una aproximación diferente para atacar el problema de los canales variantes en medios con gran movimiento o más altas frecuencias de portadora.

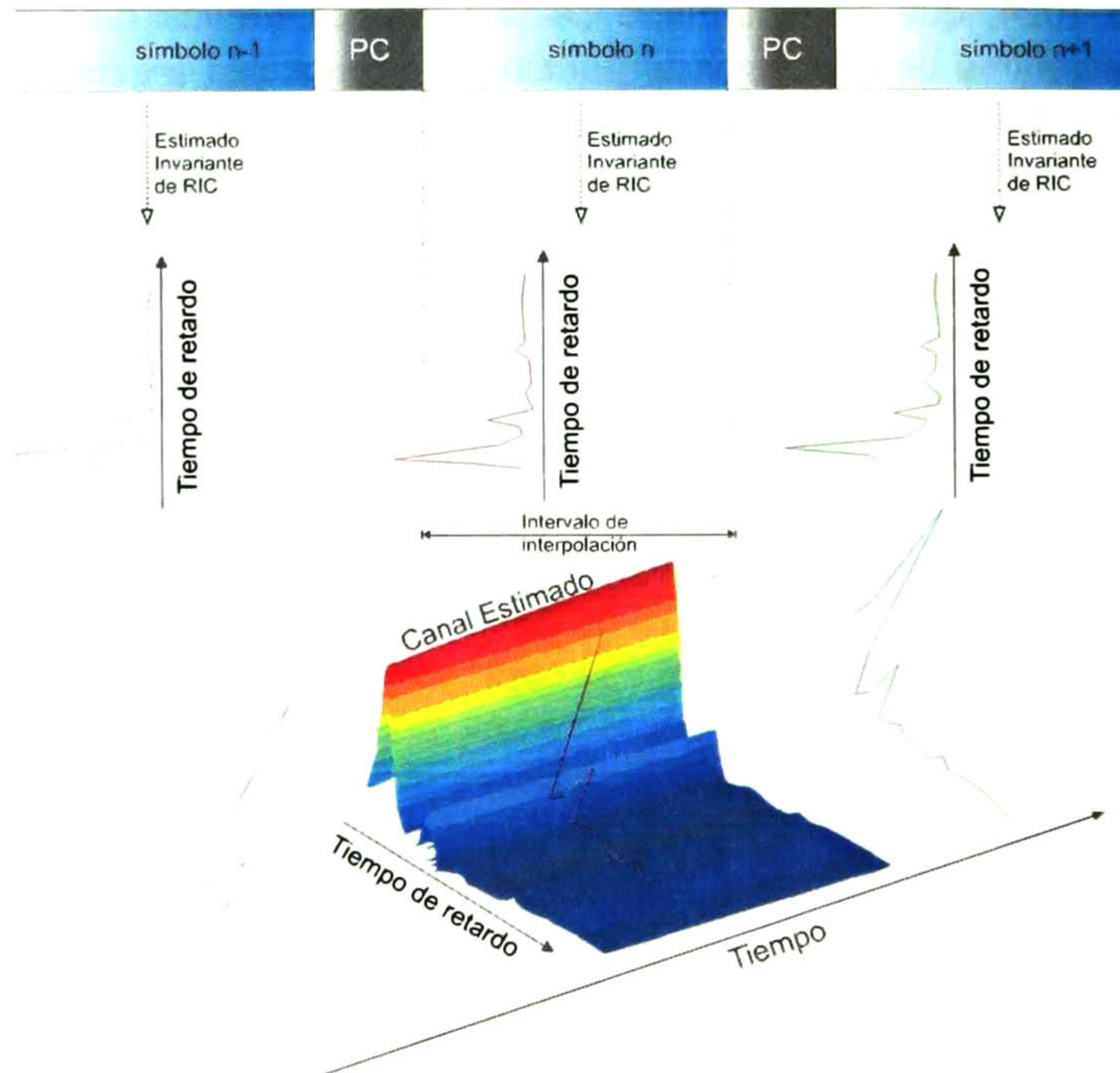
que a medida que el SNR aumenta, el algoritmo ya no muestra decremento en el error de estimación como fue en el caso invariante. Este efecto es consecuencia de considerar que el canal no es variante durante todo el símbolo OFDM. Por lo tanto puede decirse que este estancamiento en el desempeño de los algoritmos se debe al error de modelado. Dado que en cada periodo de muestra el canal varía, el error proviene de estimar solo una vez por cada símbolo, cuando en realidad, el canal cambió en cada una de las muestras (en este caso 1024, que es el tamaño de la FFT). La gráfica 4.21 muestra el caso particular del algoritmo de expansión en funciones ortogonales a diferentes velocidades. Se observa de manera directa el impacto del aumento en la velocidad de movimiento y por ende, la rapidez de cambio del canal. A medida que el canal varía más rápido, el error de modelado se vuelve mucho más notorio aumentando el ECRM y BER. En este caso, se puede apreciar una pérdida desde 4 dB a comparación de cuando el canal se comporta de manera invariante.



4.21 SNR vs ECRM de algoritmo de expansión de bases bajo diferentes velocidades

De las gráficas anteriores se puede concluir que la estimación de canal bajo la premisa de invariabilidad temporal en el intervalo de tiempo de símbolo OFDM, es suficiente solo a baja frecuencia Doppler. Para altas velocidades de movimiento o frecuencias de portadora más altas, aproximar el canal como si este es invariante resulta en un pobre desempeño.

muestras de la RIC en el DT que la gran cantidad de subportadoras en DF. Esta razón conlleva a que los algoritmos de estimación de canal variante basados en interpolación, estiman la RIC y posteriormente hacen una transformación al canal estimado para que pueda ser utilizado con un ecualizador que trabaja en el dominio frecuencial.



5.1 Representación gráfica del funcionamiento de los estimadores de canal variante por medio de la interpolación.

Los trabajos que se encuentran hasta el momento en el estado del arte presentan los siguientes inconvenientes.

- La transformación que se requiere para llevar el estimado de canal desde la representación DT a DF, requiere de una enorme cantidad de FFT que aumentan en gran medida la complejidad computacional.
- En el caso de [47], este algoritmo tiene como requisito el conocimiento exacto del número de trayectorias físicas y su respectivo retardo, lo cual implica la necesidad de algoritmos que puedan estimar previamente estos parámetros (incrementando la complejidad). De esta manera, existe una fuerte dependencia entre la exactitud de los estimadores del retardo y el desempeño del estimador de canal. Además, en canales altamente dispersivos (donde la cantidad de trayectorias físicas es grande) no es práctico estimar el retardo de cada trayectoria.



## **Capítulo 5. Estimación de canales variantes en el tiempo en sistemas OFDM**

### **5.1 Introducción**

En el capítulo anterior, el resultado de las simulaciones de BER mostró que los algoritmos de estimación de canal que asumen el canal como invariante en el tiempo (en el periodo de un símbolo OFDM), funcionan de manera aceptable para ambientes de propagación donde la frecuencia Doppler es baja. Sin embargo, en ambientes con frecuencias Doppler más altas ya sea debido a altas frecuencias de portadora, altas velocidades, o una combinación de ambas, estos algoritmos muestran un desempeño pobre debido a la ICI [45]. En este capítulo se abordan de manera más detallada los efectos de la variabilidad temporal del canal en los sistemas OFDM y una forma en que puede modelarse. También se presenta el estado del arte en estimadores de canales variantes para sistemas OFDM. Por último, se presenta un nuevo algoritmo de estimación de canal que mejora los resultados previos en el estado del arte, pieza principal de este trabajo de tesis.

### **5.2 Estado del arte en estimación de canales variantes en el tiempo y mitigación de ICI en sistemas OFDM**

El problema de la rápida variabilidad temporal del canal así como la ICI derivada de este, se ha abordado por diversos trabajos en la literatura [46] [47] [48] [49]. El común denominador en estas aproximaciones es el de tomar el estimado invariante del canal (se puede utilizar alguna de las técnicas descritas en el capítulo 2) y considerar que es la respuesta al impulso del canal en el instante de tiempo correspondiente a la mitad de símbolo OFDM. Asumiendo esto, los estimados del canal en el símbolo anterior, el símbolo actual, así como el siguiente, pueden ser utilizados en conjunto con alguna técnica de interpolación para estimar las variaciones de canal en todos los instantes de muestreo del símbolo actual (figura 5.1). Las principales variaciones entre cada una de las propuestas radica en la forma de realizar la interpolación: lineal [46], o incluso utilizando polinomios de grado mayor por medio de modelos de expansión en bases [48].

Por último en [47] se propone un algoritmo de estimación basado en el conocimiento exacto del número de trayectorias físicas y su retardo, en el cual, el estimado de canal se realiza expandiendo en bases con la ayuda del filtro de Kalman la variabilidad temporal de cada trayectoria física.

Por razones que serán detalladas más adelante, es conveniente obtener un estimado del canal en DF. Sin embargo, la cantidad de subportadoras en la FFT suele ser mucho mayor que el número de muestras diferentes de cero de la respuesta al impulso del canal o RIC (por sus siglas), por lo que es menos costoso interpolar el reducido número de

donde

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_n^t &= [x_n[0] \quad \cdots \quad x_n[N-1]]^T \\ \mathbf{y}_n^t &= [y_n[0] \quad \cdots \quad y_n[N-1]]^T \\ \mathbf{w}_n^t &= [w_n[0] \quad \cdots \quad w_n[N-1]]^T\end{aligned}$$

y  $\mathbf{H}_n$  es una matriz de tamaño  $N \times N$  cuyos elementos se conforman de los coeficientes de la RIC de la siguiente forma

$$[\mathbf{H}_n]_{k,l} = h_n[k, [k-l]_N]. \quad (44)$$

La relación entre la entrada y la salida del canal en función de los símbolos OFDM en DF se puede obtener al premultiplicar ambos lados de (43) por la matriz de transformación normalizada de Fourier como sigue:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}\mathbf{y}_n^t &= \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{x}_n^t + \mathbf{F}\mathbf{w}_n^t \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{x}_n^t + \mathbf{w}_n,\end{aligned} \quad (45)$$

donde  $\mathbf{y}_n$  es el símbolo OFDM recibido en DF y  $\mathbf{w}_n$  es la aportación del ruido en DF. Los elementos de la matriz de transformación de Fourier se definen como:

$$[\mathbf{F}]_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-\frac{j2\pi(l-1)(k-1)}{N}} \quad l, k = (1, 2, \dots, N). \quad (46)$$

Dado que, por definición  $\mathbf{F}^{-1}\mathbf{F} = \mathbf{I}$  y  $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^+$ , la ecuación (45) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_n &= \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{I}\mathbf{x}_n^t + \mathbf{w}_n \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{F}^H\mathbf{F}\mathbf{x}_n^t + \mathbf{w}_n \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{F}^H\mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{G}_n\mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n.\end{aligned} \quad (47)$$

En la ecuación (47) se modela el símbolo OFDM recibido en  $\mathbf{Y}_n$  en función del símbolo transmitido en DF  $\mathbf{x}_n$  y la matriz de transformación de canal  $\mathbf{G}_n = \mathbf{F}\mathbf{H}_n\mathbf{F}^H$  en presencia de AWGN  $\mathbf{w}_n$ .

Puede observarse que si el canal es invariante en el tiempo, entonces la matriz de canal en DT  $\mathbf{H}_n$  es circulante por lo que la matriz de transformación  $\mathbf{G}_n$  se convierte en una matriz diagonal [50], por lo que cada una de las subportadoras recibidas dependerá solamente del valor transmitido en esa posición, la atenuación del canal más el ruido

### 5.3 Objetivos a cubrir por el estimador propuesto

Una vez mencionado el estado del arte y los inconvenientes que deben superarse en los trabajos actuales, el algoritmo de estimación propuesto en este trabajo de tesis debe cubrir las siguientes características:

- La información a priori sobre las estadísticas del canal que se requieran debe ser muy reducida con el propósito de obtener un algoritmo robusto.
- Obtener un algoritmo que no dependa del número de trayectorias físicas ni de la forma específica de dispersión Doppler de cada una de ellas.
- Que el algoritmo permita obtener el canal estimado en DT o DF sin necesidad de realizar alguna transformación de dominio del estimado de canal en tiempo de ejecución.

### 5.4 Modelo de sistema OFDM en canales variantes en el tiempo

Antes de comenzar con el desarrollo de un algoritmo de estimación de canal variante, es necesario modelar de manera adecuada la forma en que el canal distorsiona la señal enviada. La manera más intuitiva de comenzar con este modelo, es partir de la expresión en el DT de la convolución del canal con la señal enviada. No obstante, dado que los sistemas OFDM trabajan en el dominio de la frecuencia, es conveniente llegar a una expresión que relacione el canal con el símbolo transmitido y recibido en DF

Sea  $x_n[k]$  el  $n$ -ésimo símbolo OFDM transmitido en DT, compuesto de  $N_b$  muestras, de las cuales,  $N_g$  muestras corresponden al prefijo cíclico mientras  $N$  es el tamaño de la FFT, así  $N_b = N_g + N$ . Asumiendo que el prefijo cíclico es suficientemente largo como para absorber la RIC, la transmisión es libre de ISI como se explicó en el capítulo 1 por lo que el símbolo OFDM recibido, sin PC, puede ser expresado en términos de la convolución circular entre el símbolo OFDM enviado en DT y la respuesta al impulso del canal. Para el caso del canal variante en el tiempo:

$$y_n[k] = \sum_{l=0}^{L-1} h_n[k,l] x_n[k-l]_N + w_n[k], \quad (42)$$

donde  $k = (0,1, \dots, N-1)$ ,  $l = (0,1, \dots, L-1)$ ,  $L = \lceil \tau_{max}/T_S \rceil$ ,  $T_S$  es el periodo de muestreo, el operador  $[\cdot]$  denota el redondeo hacia el entero mayor o igual más cercano,  $x_n$  es el símbolo OFDM sin PC transmitido,  $[k]_N$  denota un corrimiento circular módulo  $N$ ,  $h_n[k,l]$  es la respuesta del canal variante en el tiempo correspondiente al  $n$ -ésimo símbolo en el instante  $k$  para un impulso introducido  $l$  muestras antes, y  $w_n(k)$  es el ruido aditivo blanco gaussiano. La ecuación (42) puede ser expresada en términos de matrices y vectores como sigue:

$$\mathbf{y}'_n = \mathbf{H}_n \mathbf{x}'_n + \mathbf{w}'_n \quad (43)$$

como la máxima frecuencia Doppler  $v_{max}$ , se puede utilizar la base Prolate bidimensional. Tomando en cuenta los trabajos [51] y [52], en este trabajo de tesis la base bidimensional se construye a partir del producto externo de dos bases unidimensionales como:

$$\phi_i[k, l] = \phi_{p(Q-1)+q}[k, l] = v_p[k]\gamma_q[l], p = 0, 1, \dots, P - 1, q = 0, 1, \dots, Q - 1.$$

donde  $Q$  y  $P$  son el número de funciones de la base utilizadas en el dominio del tiempo y del tiempo de retardo respectivamente. Cada una de las bases expande una dimensión separada,  $v_p[k]$  que expande la dimensión de tiempo (para darle variabilidad temporal al canal), y el conjunto de funciones  $\gamma_q[l]$  es la base que expande la dimensión de tiempo-retardo. Las funciones base de la dimensión temporal se pueden expresar en términos de la solución a la siguiente ecuación:

$$\sum_{k=1}^K \frac{\sin(2\pi v_{max} T_S (\Delta_k))}{\pi \Delta_k} v_p[k] = \lambda_p v_p[k'], \quad (49)$$

y las bases de la dimensión del tiempo-retardo se obtienen de la solución del sistema:

$$\sum_{l=1}^L \frac{\sin(2\pi \tau_{max} B_{NG} (\Delta_l))}{\pi \Delta_l} \gamma_q[l] = \lambda_q \gamma_q[l'], \quad (50)$$

donde  $\Delta_k = k - k'$ ,  $\Delta_l = l - l'$ ,  $\lambda_p$  y  $\lambda_q$  son los eigenvalores correspondientes a los eigenvectores  $v_p[k]$  y  $\gamma_q[l]$  respectivamente y  $K$  es el tamaño de la FFT, en muestras, de la base temporal. En [33] se establece que el número de secuencias de la base necesarias para concentrar la mayor parte de la energía del proceso, está dado por:

$$\lceil 2B_w T \rceil + 1, \quad (51)$$

donde  $B_w$  y  $T$  son el ancho de banda efectivo y el tiempo de observación respectivamente. Sustituyendo en (51) los parámetros para la base temporal así como la de tiempo-retardo obtenemos:

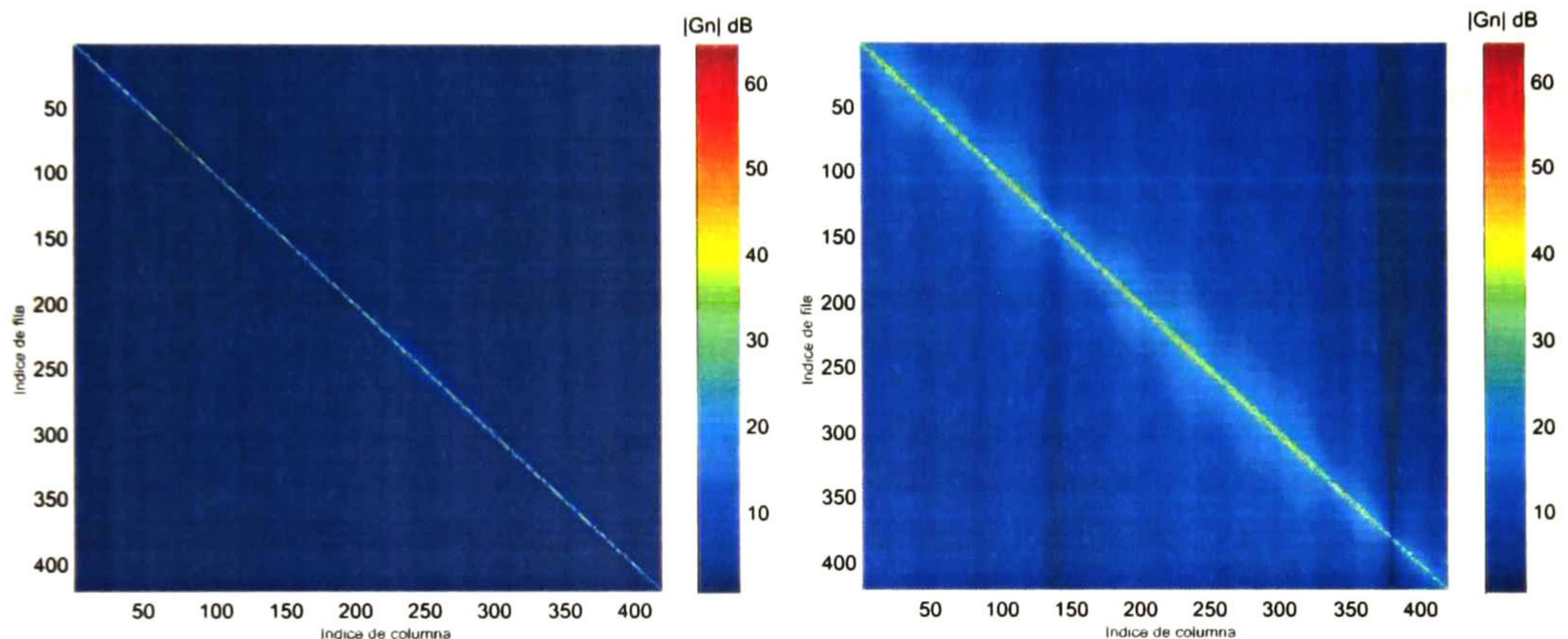
$$\lceil 2B_{NG} \tau_{max} \rceil + 1, \quad (52)$$

$$\lceil 2v_{max} T_S \rceil + 1. \quad (53)$$

Por lo cual, el número de secuencias de la base bidimensional a ser utilizados está dado por:

$$(\lceil 2B_{NG} \tau_{max} \rceil + 1)(\lceil 2v_{max} T_S \rceil + 1) = (P + 1)(Q + 1). \quad (54)$$

gaussiano. Este es otro medio para demostrar el porqué es posible utilizar la ecualización de canal independiente en cada subportadora cuando el canal es cuasi-invariante. A medida que la variabilidad de canal aumenta,  $G_n$  se hace mas dispersa (contiene valores más significativos fuera de la diagonal principal), lo que representa la forma en que una subportadora se ve influenciada por las adyacentes. La figura 5.2 muestra de manera gráfica ejemplos de matriz  $G_n$  con diferentes valores de frecuencia Doppler. Se puede observar que la matriz en el caso de alta dispersión tiene valores significativos en las diagonales adyacentes a la diagonal principal (presencia de ICI). La demostración formal de este fenómeno así como un análisis detallado de las implicaciones en el desempeño de los sistemas OFDM se puede encontrar en [45].



5.2 Matriz de canal  $|G_n|$  para diferentes valores de frecuencia Doppler, 44 Hz en la imagen de la izquierda y 4400 Hz en la imagen de la derecha.

## 5.5 Algoritmo de estimación de canales variantes en el tiempo por modelado de expansión en bases

### 5.5.1 Modelo de expansión en bases

Retomando la explicación del modelado en expansión en bases que se abordó en el capítulo 2, ahora se extiende este concepto para funciones de dos dimensiones de la siguiente manera:

$$h_n[k, l] = \sum_{i=1}^I \rho_i \phi_i[k, l] + \varepsilon_m[k, l], \quad (48)$$

donde  $\rho_i$  es el peso correspondiente a la  $i$ -ésima función base  $\phi_i$  y  $\varepsilon_m$  es el error de modelado (cuando las  $I$  funciones no expanden por completo el proceso). Dado que el conocimiento asumido a priori acerca del canal que se desea expandir es el retardo máximo  $\tau_{max}$ , el ancho de banda efectivo  $B_{NG}$  (sin considerar las bandas de guarda) así

$$\phi_i^{(n+1)}[k, l] = \phi_{p(Q-1)+q}^{(n+1)}[k, l] = v_p[k + N_g + 2N_b]\gamma_q[l] \quad (59)$$

donde  $k = (0, 1, \dots, N - 1)$ , y los superíndices  $(n - 1)$ ,  $(n)$  y  $(n + 1)$  denotan el número de partición (asignado según la posición en el tiempo respecto al símbolo OFDM actual). Sustituyendo la RIC en (55) por el modelo de expansión en bases MEB, la señal recibida se expresa como:

$$\mathbf{y}'_{n-n'} = \sum_{i=1}^I \rho_i \Phi_i^{(n-n')} \mathbf{x}'_{n-n'} + \Xi_m^{(n-n')} \mathbf{x}'_{n-n'} + \mathbf{w}'_{n-n'} \quad (60)$$

donde  $n' = (-1, 0, 1)$ ,  $\Xi_m^{(n)}$  es la matriz del error de modelado en DT y  $\Phi_i^{(n)}$  es una matriz de tamaño  $N \times N$  cuyos elementos están formados por las muestras de la  $i$ -ésima función base de la forma:

$$[\Phi_i^{(m)}]_{k,l} = \phi_i^{(m)}[k, (k-l)_N]. \quad (61)$$

Al transformar (60) al dominio de la frecuencia tal y como se hizo en (47) se obtiene:

$$\mathbf{y}_{n-n'} = \sum_{i=1}^I \rho_i \Theta_i^{(n-n')} \mathbf{y}_{n-n'} + \xi_{n-n'}, \quad (62)$$

donde  $\Theta_i^{(m)} = \mathbf{F} \Phi_i^{(m)} \mathbf{F}^H$  y el error de modelado así como el AWGN se agrupan como sigue:

$$\xi_n = \mathbf{w}_n - \mathbf{F} \Xi_m^{(n)} \mathbf{F}^H \mathbf{x}_{n-n'} = \mathbf{w}_n + \Omega_m^{(n)} \mathbf{x}_{n-n'} \quad (63)$$

La matriz  $\Omega_m^{(n)} = \mathbf{F} \Xi_m^{(n)} \mathbf{F}^H$  contiene el error de modelado en DF. Sean  $\mathbf{x}_n^p$  y  $\mathbf{y}_n^p$  vectores de tamaño  $N_p$  con los elementos de  $\mathbf{x}_n$  y  $\mathbf{y}_n$  en las posiciones de los pilotos respectivamente, y  $\Theta_{i,p}^{(n)}$  una sub-matriz de tamaño  $N_p \times N_p$  formada con las columnas y renglones de  $\Theta_i^{(n)}$  correspondientes a las posiciones de los pilotos, entonces de (62) tenemos:

$$\mathbf{y}_{n-n'}^p = \sum_{i=1}^I \rho_i \Theta_{i,p}^{(n-n')} \mathbf{x}_{n-n'}^p + \xi_{n-n'}^p. \quad (64)$$

Dado que  $\mathbf{x}_n^p$  y  $\Theta_{i,p}^{(n)}$  son conocidos por el receptor, su producto puede ser calculado de antemano, por lo que (64) se puede expresar en la forma:

Ahora que se tienen considerados todos los detalles de la expansión del canal en bases bidimensionales, el siguiente paso consiste en la obtención de algún algoritmo que permita estimar los pesos  $\rho_i$  de cada una de las funciones de la base.

### 5.5.2 Estimación de los pesos

En la mayoría de los estándares de comunicaciones basados en OFDM (WiMAX, LTE, Wifi, etc.) se encuentra una cantidad  $N_p$  de subportadoras llamadas pilotos distribuidas a lo largo de cada símbolo de datos (ver sección 3.2.1.9.2 para más detalles sobre el patrón de pilotos), estas subportadoras son moduladas con valores conocidos por el receptor y funcionan a manera de entrenamiento para los estimadores de canal. En el receptor, la información que cada uno de estos pilotos consiste en un promedio de la FTC [48], para esa portadora en específico. Sin embargo, para la estimación del canal variante, es necesario obtener información de los cambios del canal dentro del periodo de símbolo, de modo que, una posible forma de obtenerla es aprovechando la información de los símbolos adyacentes. En este trabajo de tesis, la estimación de los pesos se realiza con los pilotos del símbolo actual y sus adyacentes (uno a cada lado), no obstante, el procedimiento descrito se puede generalizar fácilmente para utilizar una cantidad mayor de estos símbolos. Por simplicidad, el término símbolo actual estará refiriendo al símbolo cuya RIC se pretende estimar.

Asuma el siguiente arreglo con el símbolo OFDM actual y sus adyacentes sin considerar ISI ni PC de (43),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{n-1}^t \\ \mathbf{y}_n^t \\ \mathbf{y}_{n+1}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{n-1} \mathbf{x}_{n-1}^t \\ \mathbf{H}_n \mathbf{x}_n^t \\ \mathbf{H}_{n+1} \mathbf{x}_{n+1}^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{n-1}^t \\ \mathbf{w}_n^t \\ \mathbf{w}_{n+1}^t \end{bmatrix} \quad (55)$$

Recordando que el subíndice  $n$  se refieren al intervalo de tiempo del símbolo OFDM actual. Dado que se requiere involucrar la información de los tres símbolos OFDM en la estimación del canal, la base temporal es extendida a la duración de tres periodos de símbolo OFDM incluyendo el PC. Esta condición implica la nueva base temporal  $v_p(k)$  se calcule como:

$$\sum_{k=1}^{3N_b} \frac{\sin(2\pi v_{max} T_S (\Delta_k))}{\pi \Delta_k} v_p[k] = \lambda_p v_p[k']. \quad (56)$$

Dado que se requiere proyectar el periodo de tiempo correspondiente a cada símbolo OFDM (símbolo OFDM anterior, actual y siguiente) sin el PC, se define particiones de la base temporal como sigue:

$$\phi_i^{(n-1)}[k, l] = \phi_{p(Q-1)+q}^{(n-1)}[k, l] = v_p[k + N_g] \gamma_q[l] \quad (57)$$

$$\phi_i^{(n)}[k, l] = \phi_{p(Q-1)+q}^{(n)}[k, l] = v_p[k + N_g + N_b] \gamma_q[l] \quad (58)$$

tanto DT como en DF según sea conveniente para el ecualizador. En el caso de la representación en DT, el canal estimado se reconstruye con la expresión:

$$\hat{\mathbf{H}}_n = \sum_{i=1}^I \hat{\rho}_i \Phi_i^{(n)}; \quad (69)$$

mientras que para obtener el canal estimado en la representación DT se puede utilizar la reconstrucción:

$$\hat{\mathbf{G}}_n = \sum_{i=1}^I \hat{\rho}_i \Theta_i^{(n)}. \quad (70)$$

#### 5.5.4 Esquema iterativo

Como se presentó en las subsecciones anteriores, el estimador de pesos depende de la información que portan los pilotos acerca del canal. Sin embargo, los pilotos se encuentran comúnmente en patrones dentro de los símbolos OFDM de datos y por lo tanto, cada uno de los pilotos se ve corrompido por la ICI de las subportadoras de datos adyacentes. Este fenómeno trae consigo una degradación en el desempeño del estimador de los pesos, lo que obliga a proponer alguna metodología que permita mitigar la ICI en los pilotos y con esto mejorar el estimado del canal. Una forma de lograrlo es utilizando un esquema iterativo de la siguiente forma:

1. Se utiliza el estimado de canal para ecualizar y demodular los datos.
2. Con los datos demodulados y el canal estimado se calcula un nuevo símbolo OFDM donde la ICI que fue introducida por los datos, en los pilotos, se mitiga.
3. El símbolo OFDM obtenido en el paso anterior es utilizado para estimar el canal nuevamente.
4. Se puede realizar una nueva iteración, partiendo desde el paso 1, ó se termina el algoritmo ecualizando y demodulando los datos con el nuevo canal estimado.

En cada iteración se le realiza un procesamiento entre los pilotos del símbolo OFDM recibido y el estimado de canal de la iteración anterior para realizar un estimado de canal nuevo. De manera formal, los pilotos que se utilizan para cada iteración, se calculan como:

$$\mathbf{y}_{n-n'}^{(k)} = \mathbf{y}_{n-n'}^{(k-1)} - \hat{\mathbf{G}}_n^{(k-1)} \mathbf{z}_{n-n'}^{(k-1)}, \quad (71)$$

donde el superíndice denota la iteración a la cual corresponde cada elemento.  $\mathbf{y}_{n-n'}^{(0)}$  es el símbolo OFDM recibido,  $\hat{\mathbf{G}}_n^{(k-1)}$  es el canal estimado en la iteración pasada y  $\mathbf{z}_{n-n'}^{(k-1)}$  es un símbolo OFDM construido con los datos estimados en la iteración anterior y ceros en las



$$\mathbf{y}_{n-n'}^p = \Lambda^{(n-n')} \boldsymbol{\rho} + \xi_{n-n'}^p, \quad (65)$$

donde  $\Lambda^{(n)} = \begin{bmatrix} \Theta_{1,p}^{(n)} \mathbf{x}_n^p & \Theta_{2,p}^{(n)} \mathbf{x}_n^p & \dots & \Theta_{l,p}^{(n)} \mathbf{x}_n^p \end{bmatrix}$  y  $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_l]^T$ . Considerando que la estimación de los pesos, para este caso en particular, solo utiliza un símbolo adyacente a cada lado, se puede elaborar un arreglo de símbolos recibidos de (65) en la forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{n-1}^p \\ \mathbf{y}_n^p \\ \mathbf{y}_{n+1}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda^{(n-1)} \\ \Lambda^{(n)} \\ \Lambda^{(n+1)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\rho} + \begin{bmatrix} \xi_{n-1}^p \\ \xi_n^p \\ \xi_{n+1}^p \end{bmatrix}. \quad (66)$$

Como puede observarse en (66), el vector  $\boldsymbol{\rho}$  con los pesos de la base que expande el canal, forma parte de un sistema lineal de ecuaciones que se puede representar como:

$$\mathbf{y}^p = \Lambda \boldsymbol{\rho} + \xi^p, \quad (67)$$

donde  $\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda^{(n-1)} & \Lambda^{(n)} & \Lambda^{(n+1)} \end{bmatrix}^T$ ,  $\mathbf{y}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{n-1}^p & \mathbf{y}_n^p & \mathbf{y}_{n+1}^p \end{bmatrix}^T$  y  $\xi^p = \begin{bmatrix} \xi_{n-1}^p & \xi_n^p & \xi_{n+1}^p \end{bmatrix}^T$ . La ecuación (67) se puede interpretar desde el enfoque clásico de estimación como un vector  $\boldsymbol{\rho}$  transformado por cierta matriz conocida  $\Lambda$ , en un medio con ruido aditivo  $\xi^p$ . Al igual que en el caso del estimador invariante presentado en el capítulo 2, para la estimación de los pesos, este trabajo se remitió a los estimadores lineales y en particular el estimador de mínimos cuadrados por lo que el estimado de los pesos se obtiene mediante:

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = (\Lambda^H \Lambda)^{-1} \Lambda^H \mathbf{y}^p = \Gamma \mathbf{y}^p \quad (68)$$

Una de las principales razones para la selección de LS fue el balance que ofrece entre bajo costo computacional y desempeño medio. En este caso puede observarse que la matriz  $\Gamma$  puede ser calculada de antemano y almacenada en el receptor, de tal forma que el estimado de los pesos se obtiene al realizar el producto  $\Gamma \mathbf{y}^p$ .

### 5.5.3 Reconstrucción del canal estimado

Una vez obtenidos los pesos estimados, el siguiente paso en la estimación del canal es la reconstrucción que consiste en la ponderación de cada una de las funciones de la base. Cada matriz de la base es multiplicada por su correspondiente peso y es acumulada. Dado que solo se requiere el estimado de canal en el periodo de tiempo del símbolo actual, en el proceso de reconstrucción solo se utiliza la partición de la base correspondiente a ese periodo. El algoritmo propuesto puede entregar el canal estimado

$$R_{\hat{\rho}} = E\left[(\hat{\rho} - E[\hat{\rho}])(\hat{\rho} - E[\hat{\rho}])^H\right] \quad (77)$$

$$R_{\hat{\rho}} = E\left[\hat{\rho}\hat{\rho}^H - \hat{\rho}E[\hat{\rho}]^H - E[\hat{\rho}]\hat{\rho}^H + E[\hat{\rho}]E[\hat{\rho}]^H\right]. \quad (78)$$

Sustituyendo (68) en (78), considerando que la media de los pesos es cero y que el estimador de pesos es insesgado (dado que se trata de mínimos cuadrados y se considera AWGN [53]) tenemos:

$$R_{\hat{\rho}} = E\left[\Gamma\mathbf{y}^p(\Gamma\mathbf{y}^p)^H\right] - \Gamma E[\mathbf{y}^p]\boldsymbol{\rho}^H - \boldsymbol{\rho}(\Gamma E[\mathbf{y}^p])^H + E[\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}^H] \quad (79)$$

$$R_{\hat{\rho}} = \Gamma E\left[\mathbf{y}^p(\mathbf{y}^p)^H\right]\Gamma^H + R_{\boldsymbol{\rho}} \quad (80)$$

$$R_{\hat{\rho}} = \Gamma R_{\mathbf{y}^p}\Gamma^H + R_{\boldsymbol{\rho}}, \quad (81)$$

donde  $R_{\mathbf{y}^p}$  es la matriz de covarianza de los pilotos recibidos. Calculando  $R_{\mathbf{y}^p}$  a partir de (67) y asumiendo media cero tenemos:

$$R_{\mathbf{y}^p} = E\left[(\Lambda\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\xi}^p)(\Lambda\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\xi}^p)^H\right] \quad (82)$$

$$R_{\mathbf{y}^p} = E\left[\Lambda\boldsymbol{\rho}(\Lambda\boldsymbol{\rho})^H\right] + \Lambda\boldsymbol{\rho}E[\boldsymbol{\xi}^p]^H + E[\boldsymbol{\xi}^p](\Lambda\boldsymbol{\rho})^H + E\left[\boldsymbol{\xi}^p(\boldsymbol{\xi}^p)^H\right] \quad (83)$$

$$R_{\mathbf{y}^p} = \Lambda R_{\boldsymbol{\rho}}\Lambda^H + R_{\boldsymbol{\xi}^p} \quad (84)$$

Dado que  $\boldsymbol{\xi}^p = \mathbf{w}^p + \boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p$  la matriz de covarianza  $R_{\boldsymbol{\xi}^p}$  puede calcularse como:

$$R_{\boldsymbol{\xi}^p} = E\left[(\mathbf{w}^p + \boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)(\mathbf{w}^p + \boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)^H\right]. \quad (85)$$

$$R_{\boldsymbol{\xi}^p} = E\left[\mathbf{w}^p(\mathbf{w}^p)^H\right] + 2E\left[\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p\mathbf{w}^{p^T}\right] + E\left[(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)^H\right] \quad (86)$$

$$R_{\boldsymbol{\xi}^p} = R_{\mathbf{w}^p} + E\left[(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)^H\right] \quad (87)$$

$$R_{\boldsymbol{\xi}^p} = R_{\mathbf{w}^p} + R_{\mathbf{M}}, \quad (88)$$

donde  $R_{\mathbf{M}} = E\left[(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)(\boldsymbol{\Omega}_m^p\mathbf{x}^p)^H\right]$  es la matriz de covarianza de los pilotos proyectados en la matriz de error de modelado y  $R_{\mathbf{w}^p}$  es la matriz de covarianza del ruido. Sustituyendo (88) en (84), se obtiene para (81) la expresión:

posiciones de los pilotos. De esta forma, en cada iteración el ICI en los pilotos disminuye, se mejora la estimación del canal, y los datos son demodulados con menos errores.

### 5.5.5 Propiedades del estimador

#### 5.5.5.1 Sesgo

El sesgo, definido como la diferencia entre la esperanza matemática del estimador y el valor real del parámetro, se puede calcular para este algoritmo partiendo del modelado en expansión en bases del canal como sigue:

$$\text{Bias} [\hat{h}_n[k, l]] = E [\hat{h}_n[k, l]] - h_n[k, l], \quad (72)$$

$$\text{Bias} [\hat{h}_n[k, l]] = E \left[ \sum_{i=1}^l \hat{\rho}_i \phi_i[k, l] - \varepsilon_m[k, l] \right] - \sum_{i=1}^l \rho_i \phi_i[k, l]. \quad (73)$$

Asumiendo que la aportación del ruido y la ICI en los pilotos es AWGN, el estimado de los pesos que se realizó por medio de mínimos cuadrados es insesgado [53], de modo que (73) se puede reducir de la siguiente forma:

$$\text{Bias} [\hat{h}_n[k, l]] = \sum_{i=1}^l E[\hat{\rho}_i] \phi_i[k, l] - \sum_{i=1}^l \rho_i \phi_i[k, l] - \varepsilon_m[k, l], \quad (74)$$

$$\text{Bias} [\hat{h}_n[k, l]] = \sum_{i=1}^l \rho_i \phi_i[k, l] - \sum_{i=1}^l \rho_i \phi_i[k, l] - \varepsilon_m[k, l], \quad (75)$$

$$\text{Bias} [\hat{h}_n[k, l]] = -\varepsilon_m[k, l]. \quad (76)$$

De (76) se puede concluir que el sesgo del algoritmo de estimación propuesto, queda determinado por las funciones de la base que se descartaron. Considerando que la bases seleccionada es suficientemente ajustada al proceso en cuestión, la mayor parte de la energía se encuentra concentrada en las funciones que se están utilizando por lo que el error de modelado no es significativo, y por lo tanto, el estimador se puede considerar de prácticamente insesgado.

#### 5.5.5.2 Covarianza

Asumiendo que el ruido aditivo, error de modelado y los datos son de media cero además de no estar correlacionados entre sí, la matriz de covarianza  $R_p$  para el algoritmo de estimación propuesto se puede calcular como sigue:

En la tabla 5-2 se muestran los datos comparativos de la complejidad del algoritmo propuesto contra el estado del arte. El número de productos complejos incluye solamente el cálculo de la matriz de canal. Es importante resaltar que la complejidad del algoritmo propuesto es menor a la del estado del arte aún cuando no se han considerado operaciones extra que los trabajos anteriores requieren como el cómputo de los retardos de trayectoria.

5-2 Comparación de complejidad computacional

Trabajo	Complejidad computacional
[48]	$RN^2 + L(N_p + R^2 + RN)$
[47]	$\approx N^3$
Propuesto en DT	$I(3N_p + LN)$
Propuesto en DF	$I(3N_p + N_D N)$

Sustituyendo en la tablas 5-2 con los parámetros de un sistema WiMAX con 512 subportadoras y el perfil de potencia de retardo tipo vehicular-A, el total de productos complejos necesarios para el algoritmo descrito en [48] es de 828,162, 134'217,728 para la propuesta en [47], mientras que el algoritmo presentado en este trabajo solo requiere 359,100. Es importante recordar que estas cantidades no incluyen las transformadas de Fourier que se necesitan en [48] ni la complejidad adicional de los estimadores de retardos necesarios en [47].

### 5.7 Resultados de desempeño

El desempeño del algoritmo propuesto fue probado y comparado con el estado del arte utilizando la plataforma de simulación del sistema WiMAX de bajada descrita en el capítulo 3. Los parámetros de sistema utilizados aparecen en la tabla 5-3.

5-3 Parámetros para la simulación de los estimadores de canal variante

Parámetro	Valor		
Tamaño de FFT	512		
Constelación	64 QAM		
Frecuencia de Portadora (Ghz)	2.4		
No. de Pilotos	60		
No. de subportadoras de guarda	92		
No. de sub de datos	360		
Perfil de potencia de retardo	Vehicular A		
Número de símbolos por corrida	1500		
Velocidad de movimiento (Km/h)	200	500	800
Frecuencia Doppler máxima (Hz)	444	1114	1776

El perfil de potencia de retardo utilizado en todas las simulaciones es el Vehicular-A dado que es el indicado en ambientes exteriores con alta movilidad. No se incluyó esquema de corrección de errores para poder observar de manera directa el impacto del algoritmo de estimación en el BER. Con el fin de proveer condiciones similares en cada simulación a todos los algoritmos de estimación, se utilizaron las mismas semillas en los

$$R_{y^p} = \Lambda R_p \Lambda^H + R_{w^p} + R_M \quad (89)$$

$$R_{\hat{p}} = \Gamma (\Lambda R_p \Lambda^H + R_{w^p} + R_M) \Gamma^H + R_p \quad (90)$$

$$R_{\hat{p}} = (\Lambda^H \Lambda)^{-1} \Lambda^H (\Lambda R_p \Lambda^H) \left( (\Lambda^H \Lambda)^{-1} \Lambda^H \right)^H + R_p + \Gamma (R_{w^p} + R_M) \Gamma^H \quad (91)$$

$$R_{\hat{p}} = (\Lambda^H \Lambda)^{-1} \Lambda^H \Lambda R_p (\Lambda^H \Lambda)^{-1} \Lambda^H \Lambda + R_p + \Gamma (R_{w^p} + R_M) \Gamma^H \quad (92)$$

$$R_{\hat{p}} = 2R_p + \Gamma (R_{w^p} + R_M) \Gamma^H \quad (93)$$

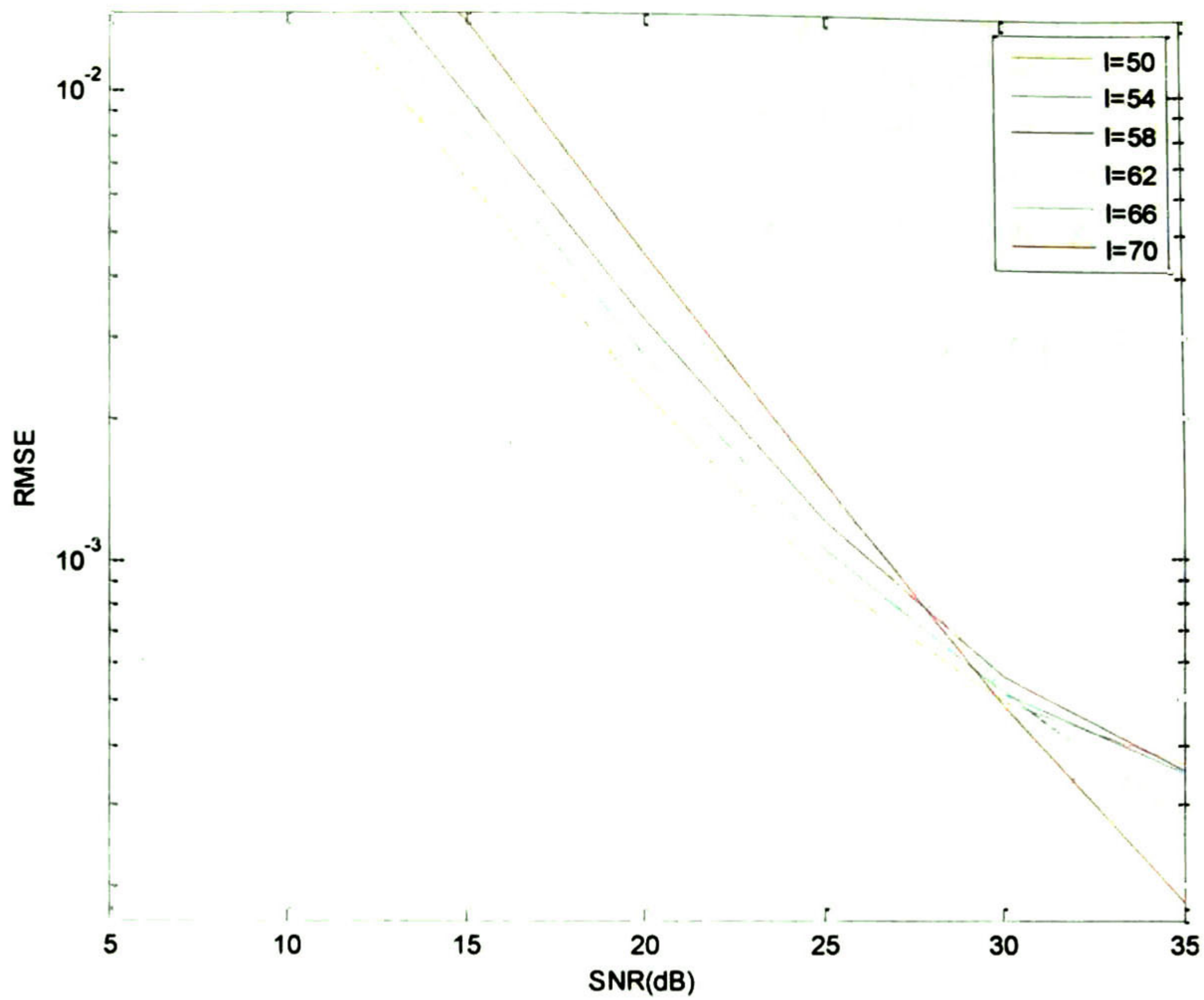
De (93) se puede resumir que la varianza del estimador está determinada por la propia varianza de los pesos, el error de modelado y AWGN. Así mismo, se debe considerar que la ICI se manifiesta de manera aditiva en el las subportadoras, de manera que la matriz de covarianza  $R_{w^p}$  considera la aportación tanto de la ICI como del ruido aditivo.

## 5.6 Análisis de complejidad computacional

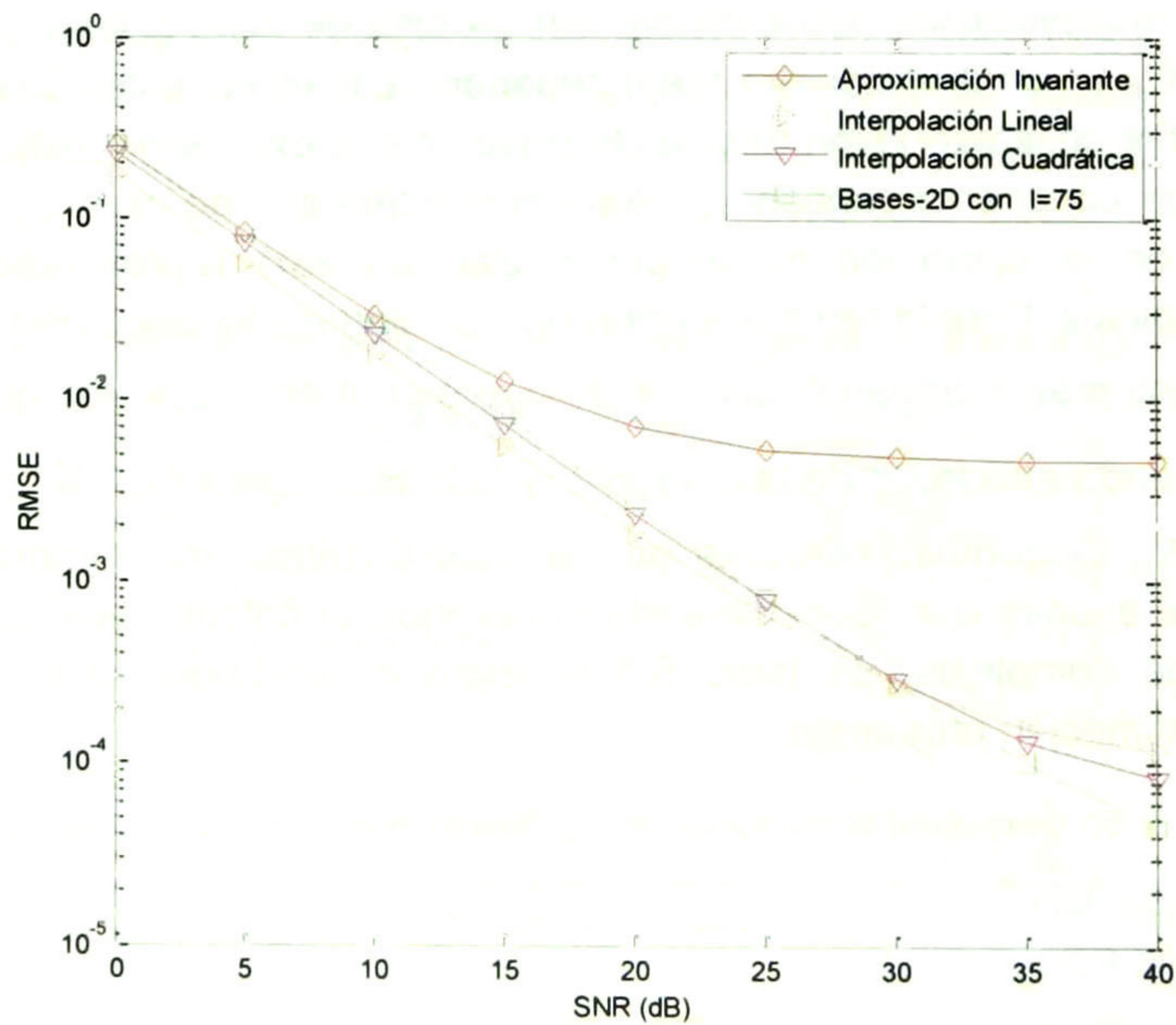
La complejidad computacional de este algoritmo puede ser determinada a partir del análisis de los dos pasos que requiere: estimación de pesos, y reconstrucción del canal. El cómputo de la estimación de los pesos es llevado a cabo con la ecuación (68) que consiste en la multiplicación matriz vector con un total de  $3/N_p$  productos complejos. La complejidad de la reconstrucción del canal depende de la representación del canal que se utilice, DT (mediante la expresión (69)) o DF (mediante la expresión (70)). Para el caso de DT, la matriz de canal solo contiene  $L$  elementos diferentes de cero en cada fila, por lo que el costo de la operación de reconstrucción en esta representación es de  $LN$  productos complejos. Para la representación en FD, algunos trabajos [54] muestran que la matriz  $G_n$  es una matriz diagonal dominante, lo que permite descartar aquellos elementos fuera de una banda alrededor de la diagonal, y con esto, aproximar  $G_n$  como una matriz dispersa con  $N_D$  diagonales diferente de cero sin sacrificar de manera significativa el desempeño del ecualizador. Considerando lo anterior, el cálculo de (70) se ejecuta con  $IN_DN$  productos complejos. La tabla 5-1 muestra el resumen de la complejidad del algoritmo de estimación propuesto.

5-1 Complejidad computacional del algoritmo de estimación de canal propuesto.

Etapa del algoritmo	Cantidad de productos complejos	
Estimación de los pesos	$3/N_p$	
Reconstrucción del canal	DT	DF
	$LN$	$IN_DN$
Total	$I(3N_p + LN)$	$I(3N_p + N_DN)$



5.3 SNR vs RMSE del algoritmo propuesto para diferente número de funciones de la base a estimar, 200 Km/h.



5.4 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 200 Km/h.

Comparando las gráficas 5.4, 5.5 y 5.6 se puede apreciar la forma en que el incremento de la frecuencia Doppler afecta el desempeño de todos los algoritmos,

generadores aleatorios de datos, ruido así como trayectorias del canal. El error de estimación en cada simulación es determinado bajo la métrica de error cuadrático medio relativo ó RMSE (siglas del inglés *Relative Mean Square Error*) calculado como:

$$RMSE = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (\hat{h}_n[k,l] - h_n[k,l])^2}{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (h_n[k,l])^2} \quad (94)$$

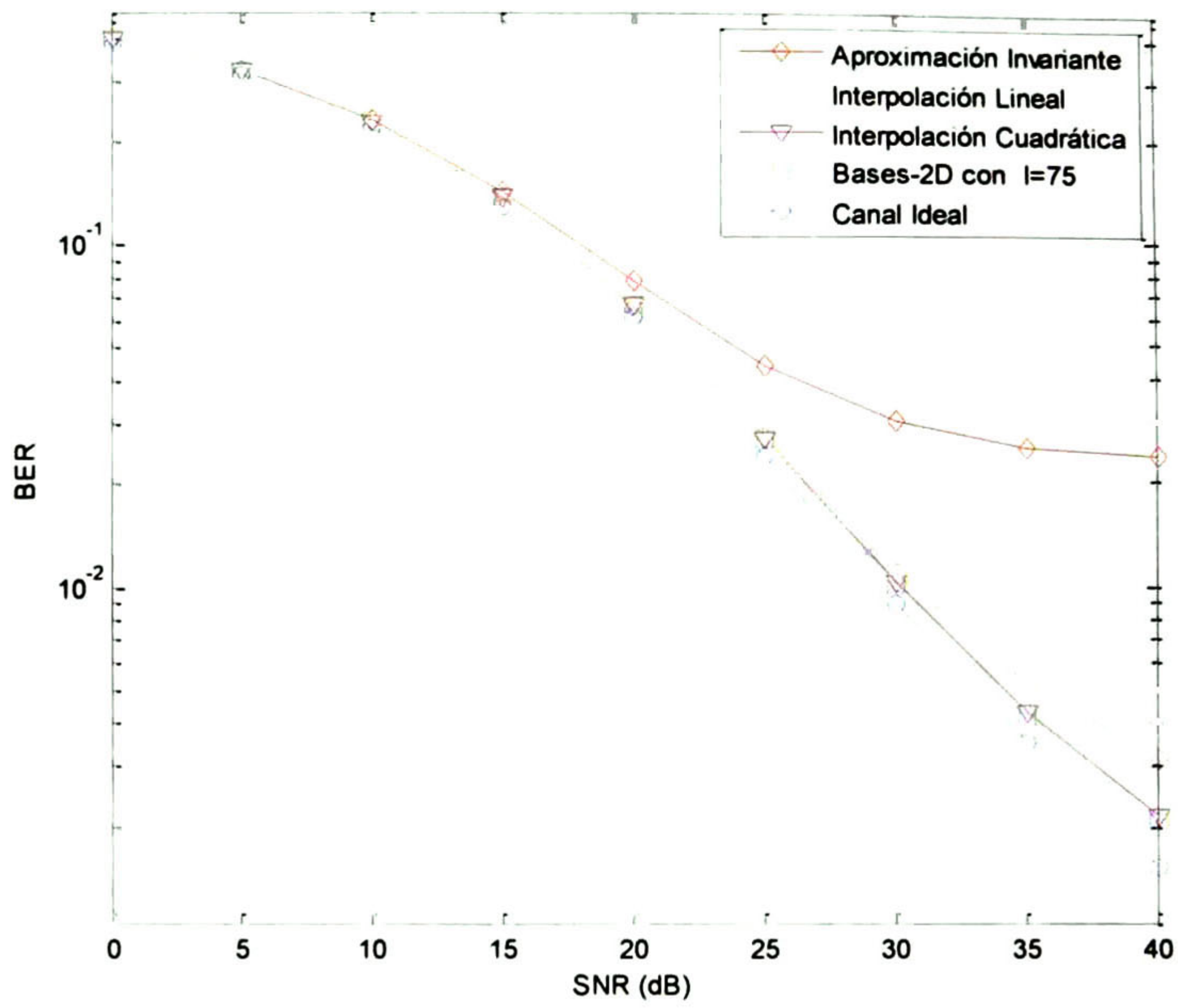
donde  $M$  es el número de símbolos OFDM transmitidos por corrida. La comparación de desempeño se limitó a aquellos algoritmos que trabajan sin el conocimiento de los retardos de trayectoria. Con este propósito, se implementó el algoritmo propuesto en [3], donde la estimación de las variaciones temporales de canal se realiza a través de interpolaciones polinomiales utilizando expansión en bases unidimensional para la dimensión del tiempo.

En el receptor, la ecualización y estimación de los datos se realizó en DF a través de la descomposición QR, una vez hecho esto, el BER fue comparado entre los diferentes algoritmos así como contra el desempeño que ofrece el conocimiento perfecto del canal.

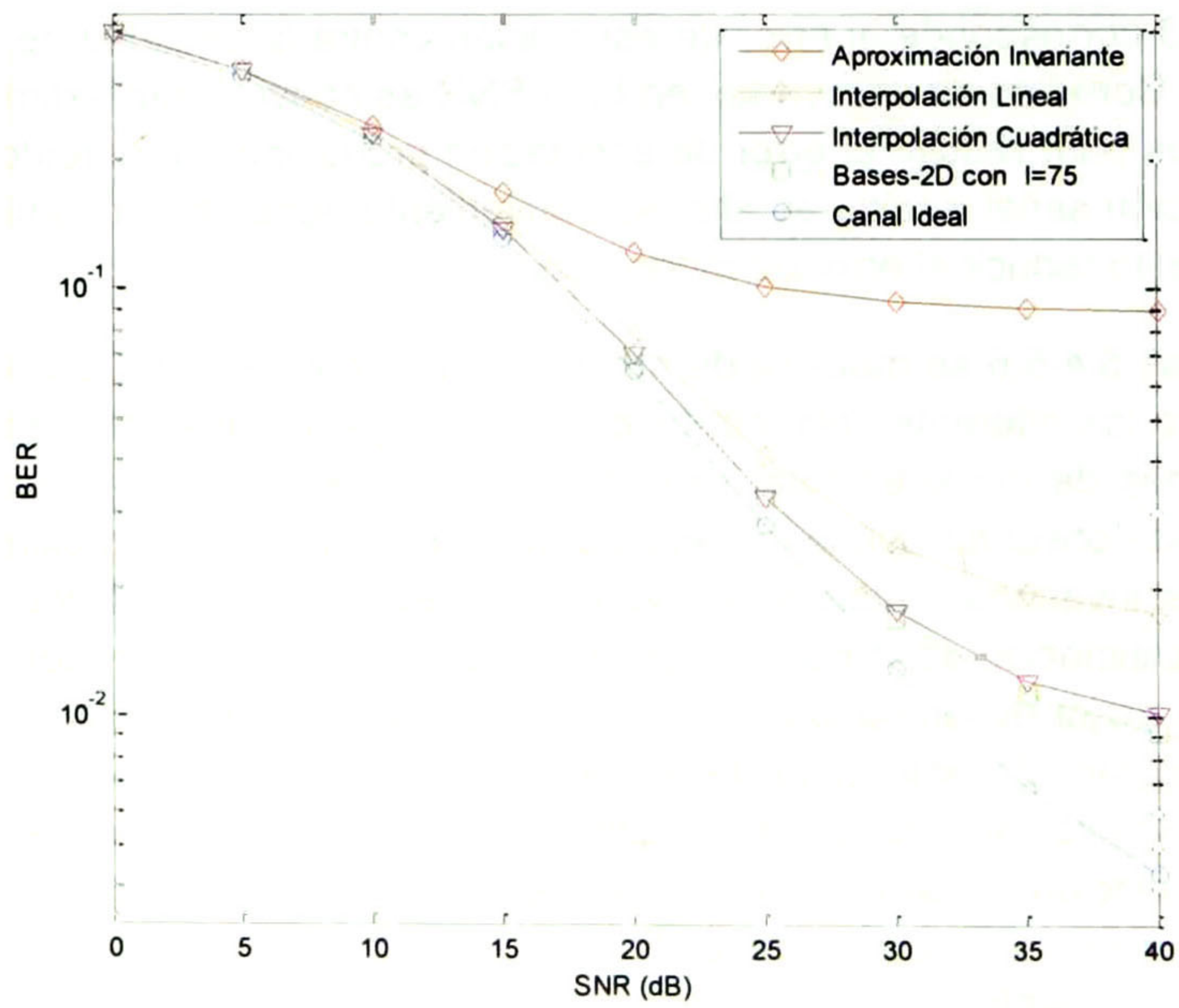
### 5.7.1 Gráficas de desempeño

La figura 5.3 corresponde al error de estimación contra la cantidad de funciones de la base utilizada. Como es de esperarse, en bajo SNR es conveniente estimar una cantidad menor de pesos para reducir el error de estimación producido por el ruido. Por otro lado, cuando la relación señal a ruido es alta, es conveniente aumentar la cantidad de pesos a estimar y con esto reducir el error de modelado.

En las figuras 5.4-5.6 se muestra de manera comparativa el error cuadrático medio de estimación para los diferentes algoritmos cuando se ejecuta una sola iteración, es decir, dos estimaciones de canal en total separadas por el paso de mitigación de ICI en los pilotos. Se puede observar que la ganancia obtenida respecto a la aproximación del canal como si fuese invariante (método convencional) es muy significativa para todos los algoritmos de estimación de canal variante. En la gráfica 5.4 el estimador de interpolación lineal obtuvo el mejor desempeño en bajo SNR, seguido de la interpolación cuadrática y el algoritmo propuesto. En este caso, la frecuencia Doppler no fue demasiado alta, de tal forma que las variaciones del canal se consiguen aproximar con líneas rectas, y por lo tanto, la interpolación lineal con menor número de parámetros a estimar se comporta mejor en bajo SNR. En niveles de SNR alto, el estimador propuesto consiguió mejor desempeño, esto posiblemente a un menor error de modelado.



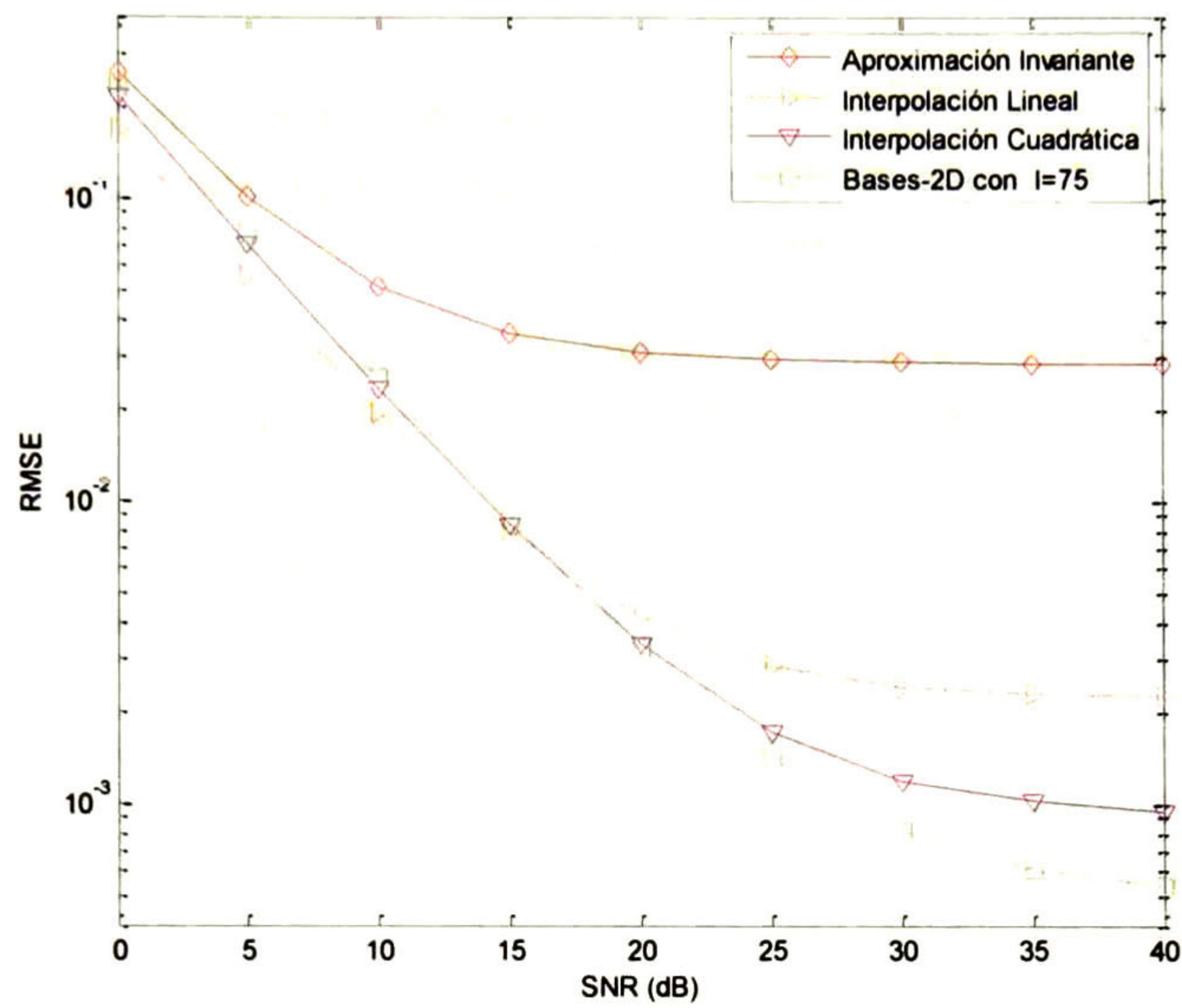
5.7 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 200 Km/h.



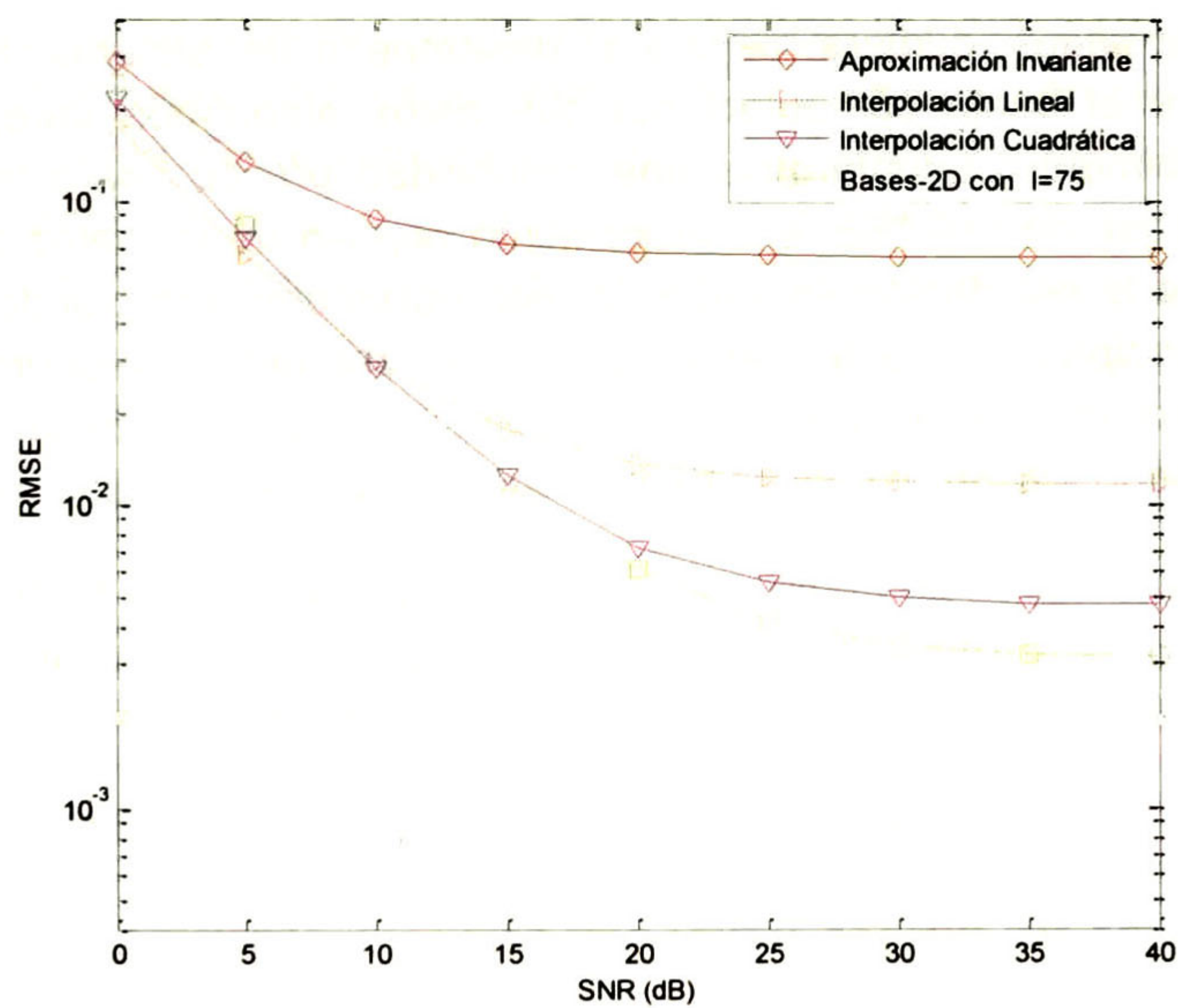
5.8 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 500 Km/h.



mientras que la ganancia en error de estimación del algoritmo propuesto se hace más notoria.



5.5 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 500 Km/h.



5.6 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 800 Km/h.

## Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1 Conclusiones

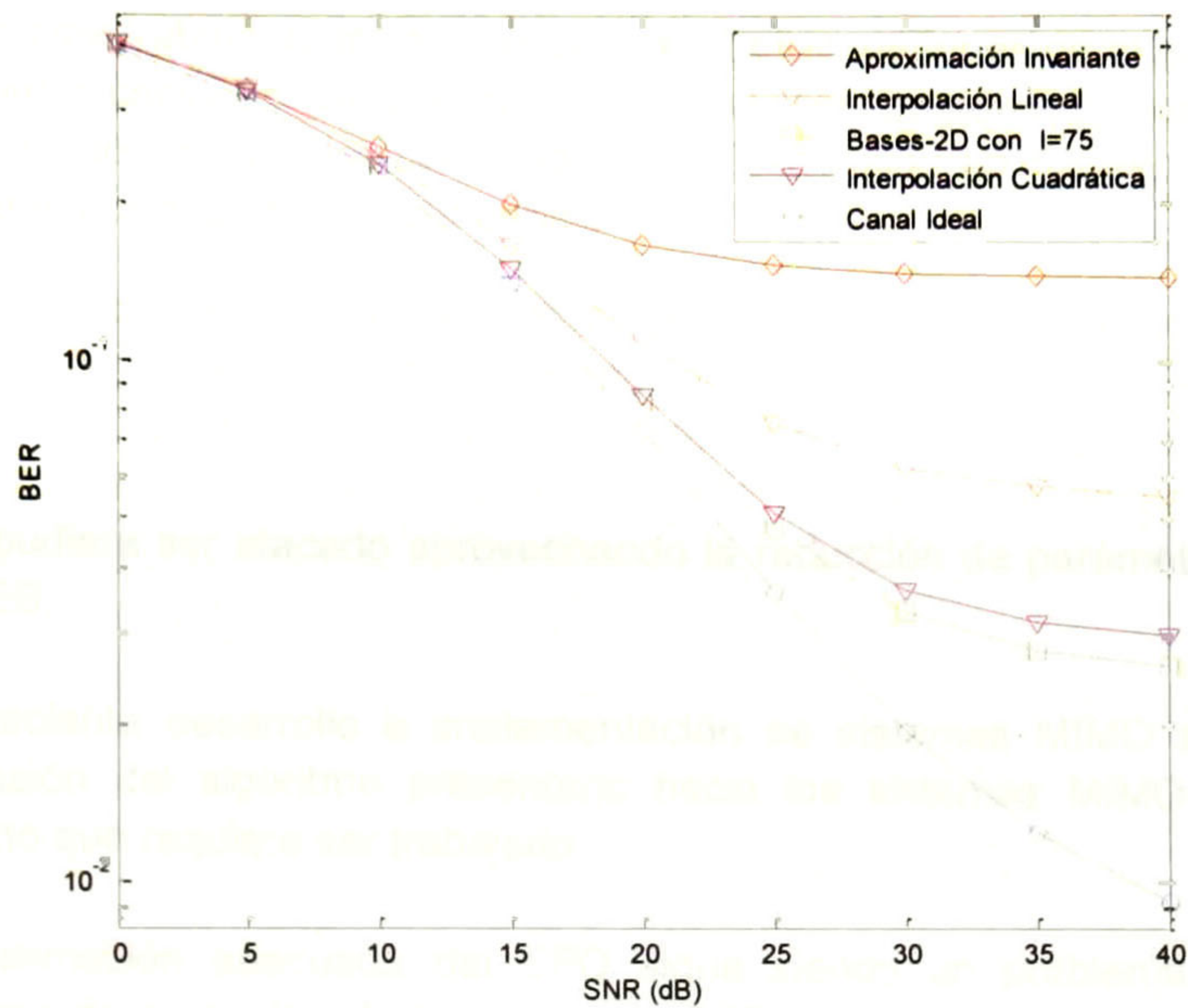
En este trabajo se presentó un nuevo algoritmo de estimación de canales variantes que utiliza la expansión en bases de dos dimensiones. El algoritmo propuesto cumplió con los objetivos al presentar las siguientes ventajas:

- Mitigación adecuada de los deterioros provocados por la ICI.
- Mucha menor complejidad computacional comparada con los algoritmos encontrados estado del arte.
- Es robusto a las formas del perfil de potencia de retardo así como a la de dispersión Doppler, dado que solo requiere de los parámetros de retardo y frecuencia Doppler máximos.
- No depende de la cantidad de trayectorias físicas del canal ni necesita conocer el retardo de cada uno de ellas.
- Dado que la forma en que se almacenan las bases de reconstrucción determina el dominio de representación del canal estimado, este algoritmo permite eludir la computacionalmente costosa tarea de transformar el canal estimado a la representación DF

El algoritmo de estimación que se presentó utiliza mínimos cuadrados como núcleo de estimación para los pesos. Otro estimador como mínimos cuadrados restringidos o el LMMSE para los pesos, pudiera mejorar el desempeño del sistema. Sin embargo, una evaluación sobre el costo computacional que estos algoritmos agregan (inversas de matrices principalmente) apuntaron a una inviabilidad práctica para la implementación. Además, en el caso de LMMSE, el conocimiento preciso de la matriz de correlación del canal, obligaría a la estimación continua de este parámetro, rompiendo con esto una de las premisas principales de este trabajo que es el obtener un algoritmo de estimación robusto. Una aproximación para obtener esta solución se pudiera basar en [55], donde se logra un desempeño MMSE sin necesidad de conocer las estadísticas exactas del canal.

La complejidad que presentó el algoritmo desarrollado pudiera permitir una implementación en hardware. Sin embargo, el ecualizador sigue siendo bastante complejo por lo que una implementación de la estimación de canal variante es inconveniente aun.

La plataforma de simulación que se desarrolló, facilitó en gran medida el proceso de pruebas de desempeño. Dado que se realizó un modelo parametrizable, esta plataforma de simulación puede ser migrada a otros estándares con relativa facilidad lo que ayudará en el desarrollo de futuros trabajos en el área de sistemas OFDM así como en el estudio de bloques particulares del mismo, como pudiera ser el caso del modelado de canales.



5.9 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 800 Km/h.

En las gráficas 5.7-5.9 se muestra el desempeño en términos de BER, de los diferentes algoritmos de estimación de canal para diferentes frecuencias de dispersión Doppler. El comportamiento es similar a los resultados mostrados por la métrica RMSE, sin embargo, la diferencia de desempeño entre los algoritmos se ve disminuida en cierta medida por el algoritmo de ecualización. De manera generalizada se puede concluir que en términos de BER, el algoritmo propuesto tuvo un desempeño ligeramente mejor que el estado del arte, a la par de una reducción significativa en la complejidad computacional del bloque de estimación.

## 6.2 Trabajo futuro

A lo largo de este trabajo de tesis se encontraron otras regiones de mejoramiento en el sistema de comunicaciones OFDM que requieren ser trabajadas, algunas de ellas posiblemente se puedan abordar con modelos de expansión en bases. Las principales áreas reconocidas por el autor de este trabajo son:

- El proceso de ecualización o estimación de datos puede ser mejorado incluyendo de alguna manera información a priori como lo son los valores de las portadoras piloto. Así mismo, la reducción de alta complejidad de los ecualizadores de canal variante existentes, sigue como un problema abierto que pudiera ser atacado aprovechando la reducción de parámetros que ofrece el MEB.
- El creciente desarrollo e implementación de sistemas MIMO sugiere que la extensión del algoritmo presentado hacia los sistemas MIMO-OFDM es un camino que requiere ser trabajado.
- La estimación adecuada del CFO sigue siendo un problema crucial en el proceso de recepción de los sistemas OFDM. Motivo por el cual, el desarrollo de un algoritmo de estimación de CFO utilizando el principio de MEB o mejor aún, un algoritmo de estimación conjunta que reduzca la complejidad total de ambos procesos, puede ser de gran utilidad para aplicaciones prácticas de receptores.
- No se ha encontrado arquitecturas en hardware para la estimación de canal invariante por medio de MEB, por lo que el diseño de una arquitectura eficiente para este algoritmo así como para el estimador de canal variante presentado en este trabajo, es un área de trabajo abierta.

## Bibliografía

- [1] Constantine A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*.: John Wiley & Sons, 1989.
- [2] Valeri Kontorovitch Mazover, Fernando Ramos Alarcón, and Ramón Parra Michel, *Fundamentos de Comunicaciones Digitales*. México: Limusa, 2009.
- [3] Franz Hlawatsch and Gerald Matz, *Wireless Communications Over Rapidly Time-Varying Channels*.: Academic Press, 2011.
- [4] J. L. Eaves and Reedy E. K., *Principles of Modern Radar*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1987.
- [5] Jakes, *Microwave Mobile Communications*.: John Wiley & Sons, 1974.
- [6] R. H. Clarke, "A statistical Theory of Mobile-radio Reception," *Bell Systems Technical Jour*, vol. 47, pp. 957-1000, 1968.
- [7] Cyril-Daniel Iskander and Hi-Tek Multisystems "A MATLAB-Based Object-Oriented Approach to Multipath Fading Channel Simulacion," *MathWorks*.
- [8] Jeffrey G. Andrews, Arunabha Ghosh, and Rias Muhamed, *Fundamentals of WiMAX, Understanding Broadband Wireless Networking*.: Prentice Hall, 2007.
- [9] Theodore S. Rappaport, *Wireless Comunciations, Principles and Practice*.: Prentice Hall , 2002.
- [10] Robert W. Chang, "Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission," *Bell Systems Technical Journal*, vol. 45, pp. 1775-1796, December 1966.
- [11] Volker Kühn, *Wireless Communications over MIMO Channels*.: John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [12] Sinem Coleri, Mustafa Ergen, Anuj Puri, and Ahmad Bahai, "Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangment in OFDM Systems," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 48, no. 3, September 2002.
- [13] Tevfik Yucek, M. Kemal Özdemir, and Hüseyin Arslan, "A Comparative Study of Initial Downlink Channel Estimation Algorithms for mobile WiMAX," *Mobile WiMAX Symposium, 2007. IEEE*, March 2007.
- [14] Wen Zhou and Wong Hing Lam, "A fast LMMSE Channel Estimation Method for OFDM Systems," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2009, p. 13, 2009.
- [15] Jan-Jaap Van de Beek, "On Channel Estimation in OFDM Systems," *IEEE 45th Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pp. 815-819, September 1995.
- [16] Magnus Sandell and Over Edfors, "A Comparative Study of Pilot-Based Channel Estimators for Wireless OFDM," Lulea University of Technology, Research Report 1996.
- [17] Jinho Kim, Chih-Wei Wang, and Wayne E. Stark, "Frecuency Domain Channel Estimation for OFDM based on Slepian Basis Expansion," *IEEE Int. Conf. Communications ICC '07*, pp. 3011-3015, June 2007.
- [18] Hsieh Meng-Han and Che-Ho Wei, "Channel Estimation for OFDM Systems Based on Comb-Type Pilot Arrangement in Frequency Selective Fading Channels," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 44, no. 1, pp. 217-225, 1998.
- [19] Manolakis Dimitris G., *Statistical and Adaptive Signal Processing*.: McGraw-Hill, 2000.
- [20] Rine J. and Renfors M., "Pilot Spacing in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems on Practical Channels," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 42, no. 4, pp. 959-962, 1996.
- [21] C. Boor, *A Practical Guide to Splines*.: Springer-Verlag, 1978.
- [22] Sun Yi, Yu Li, Zhang Qin, and Tang Liangrui, "Wireless Channel Estimation Based on B-Spline Interpolation in OFDM System," *Sixth International Conference on Natural Computation*, vol. 6, pp. 3243-3247, 2010.
- [23] Burden R.L. and Faires J.D., *Análisis Numérico*.: Grupo Editorial Iberoamericano, 1985.
- [24] Speth M., "Optimum Receiver Design for OFDM-Based Broad-Band Transmission - Part II: A Case Study," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 4, no. 49, Abril 2001.
- [25] John G. Proakis and Dimitris G. Manolakis, *Tratamiento digital de señales*.: Pearson, Prentice Hall, 2007.
- [26] Over Edfors, "Analysis of DFT-Based Channel Estimators for OFDM," *Wireless Personal Communications*, vol. 12, no. 1, pp. 55-70, 2000.
- [27] Muhammad Saad Akram, "Pilot-Based Channel Estimation in OFDM Systems," Nokia, Master Thesis 2007.
- [28] James Stewart, *Cálculo Multivariable*, 4th ed.: Thomson Learning, 2004.
- [29] Harry L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*.: Jhon Wiley & Sons, 2001.
- [30] Roberto Carrasco Alvarez, "Estimación de Canales Variantes en Tiempo de Banda Anplia," CINVESTAV , Guadalajara, Tesis Doctoral 2010.
- [31] R. B. Lehoucq and Danny C. Sorensen, "Deflation Techniques for an Implicitly Re-started Arnoldi Iteration," *SIAM J. Matrix Anal. Appl*, vol. 17, no. 789-821, 1996.
- [32] R. B. Lehoucq, D. C. Sorensen, and C. Yang, "Solution of Large Scale Eigenvalue Problems by Implicitly Restarted Arnoldi Methods," Arpack user's guide 1996.
- [33] D. Slepian, "Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty-V," *Bell Syst. Tech J.*, vol. 57, no. 5, May 1978.
- [34] John D. Mathews, J. K. Breakall, and Georg K. Karawas, "The discrete Prolate Spheroidal Filter as Digital signal Processing Tool," *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, vol. 33, pp. 1471-1478, 1985.

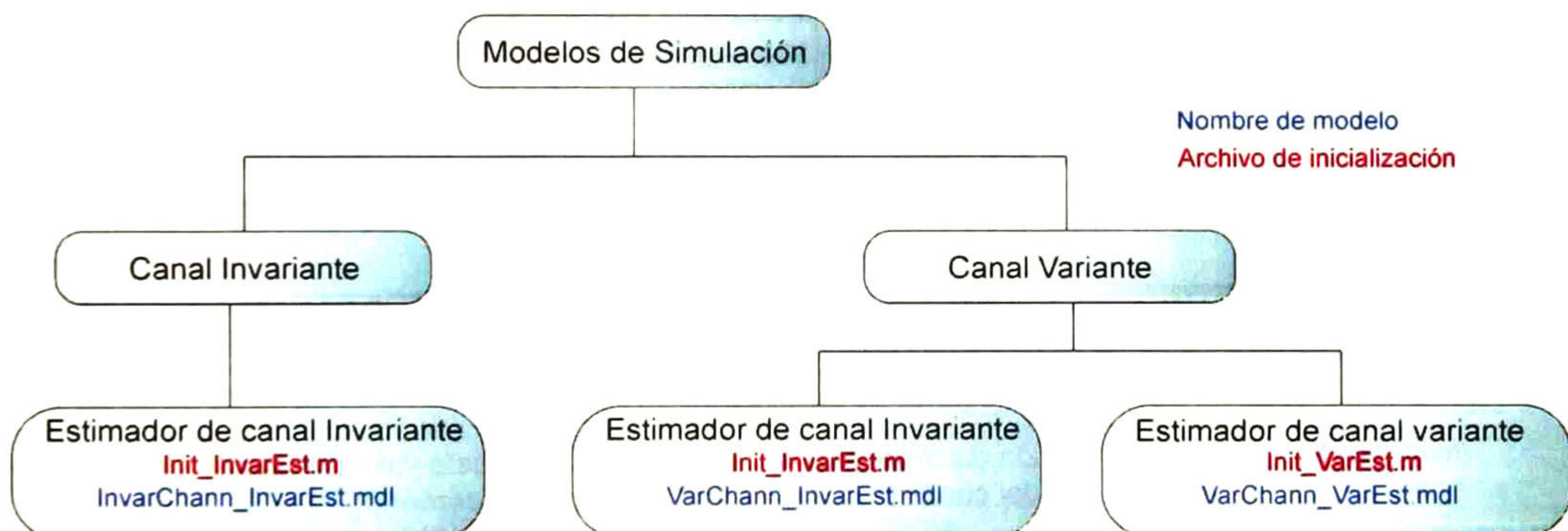
- [35] Ramón Parra Michel, Y. Kontorovitch, and Aldo G. Orozco Lugo, "Simulation of Wide Band Channels With Non-Separable Scattering Functions," *Proceedings of the 2002 International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, vol. 3, May 2002.
- [36] WiMAX Forum. (2005, November) Requirements and Recommendations for WiMAX Forum Mobility Profiles. [Online]. [wimaxforum.org](http://wimaxforum.org)
- [37] Sassan Ahmadi, "Introduction to mobile WiMAX Radio Access Technology: PHY and MAC," Intel Corporation, December 2006.
- [38] Intel, "Understanding WiMAX and 3g for Portable/Mobile Broadband Wireless, Technical White Paper," Intel Corporation, 2004. [Online]. <http://www.itr-rescue.org>
- [39] "IEEE 802.16-2009, IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part16: Air Interface for Broadband Wireless Access Systems," IEEE, Communication Standard <http://standards.ieee.org>, May 2009.
- [40] "TTA Standard, Specifications for 23 GHz Band Portable Internet Service-Physical & Medium Access Control Layer," 2005.
- [41] ITU, "Recomendation ITU-RM.1225, "Guidelines for evaluation of Radio Transmission Technologies for IMT'2000"," Standard 1997.
- [42] Iván de Jesús Loyola Espinoza, "Implementacion eficiente de Emuladores de Canal con funcion de Dispersión Separable," CINVESTAV, Distrito Federal, Tesis de Maestria 2009.
- [43] Qingsheng Yuan, Chen He, Ke Ding, Wei Bai, and Zhiyoung Bu, "Channel Estimation and Equalization for OFDM System with Fast Fading Channels," *IEEE*, vol. 1, pp. 452-455, 2004.
- [44] H. Hijazi and L. Ros, "OFDM High Speed Channel Complex Gains Estimation Using Kalman Filter and QR-Detector," *Wireless Communication Systems. 2008. ISWCS'08. IEEE International Symposium on*, pp. 26-30, October 2008.
- [45] A. Stamoulis, S. N. Diggavi, and N. Al-Dhahir, "Intercarrier Interference in MIMO OFDM," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, pp. 2451-2464, 2002.
- [46] H. M. Park and J. H. Lee, "Estimation of Time-Variant Channels for OFDM Systems Using Kalman and Wiener Filters," in *Proc. VTC-2006 Fall Vehicular Technology Conf.*, 2006, pp. 1-5.
- [47] H. Hijazi and L. Ros, "Joint Data QR-Detection and Kalman Estimation for OFDM Time-Varying Rayleigh Channel Complex Gains," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, pp. 170-178, 2010.
- [48] H. Hijazi and L. Ros, "Polynomial Estimation of Time-Varying Multipath Gains with Intercarriers Interference Mitigation in OFDM Systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 58, pp. 140-151, 2009.
- [49] M. Simko, C. Mehlfuhrer, T. Zemen, and M. Rupp, "Inter-Carrier Interference Estimation in MIMO OFDM Systems with Arbitrary Pilot Structure," in *IEEE 73rd Vehicular Technology Conf. (VTC Spring)*, 2011, pp. 1-5.
- [50] Li Guangjie, Yang Hongwei, Cai Liyu, and Gui Luoning, "A Low-Complexity Equalization Technique for OFDM System in Time-Variant Multipath Channels," in *Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Fall*, Orlando, 2004, pp. 2466-2470.
- [51] P. Slavo Rossi and R. R. Muller, "Slepian-Based Two-Dimensional Estimation of Time-Frequency Variant MIMO-OFDM Channels," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 15, pp. 21-24, 2008.
- [52] V. Kontorovich, S. Primak, A. Alcocer-Ochoa, and R. Parra-Michel, "Mimo Channel Orthogonalizations Applying Universal Eigenbasis," *IET Signal Processing*, vol. 2, pp. 87-96, 2008.
- [53] Steven M. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. Upper Saddle River, United states of america: Prentice Hall, 1993.
- [54] L. Rugini, P. Banelli, and G. Leus, "Simple Equalization of Time-Varying Channels for OFDM," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, pp. 619-621, 2005.
- [55] O. Longoria-Gandara and R. Parra-Michel, "Estimation of correlated MIMO channels using partial channel state information and DPSS," *IEEE Transactions on wireless communications*, 2011.

## Apéndice A Manual de funcionamiento del entorno de simulación

En este apéndice se describen de manera breve la inicialización de parámetros y las características básicas de cada bloque de la plataforma de simulación. Dado que el principal motivo de los modelos descritos aquí es el de realizar pruebas de desempeño, estos difieren gráficamente a modelo base mostrado en el capítulo 3, sin embargo, la estructura y funcionamiento básico es el mismo.

### A.1 Modelos de Simulación

Dado que algunos perfiles de canal se pueden aproximar adecuadamente como invariantes durante el periodo de símbolo mientras que otros no, se cuenta con dos tipos de modelo en este ámbito: con canal invariante en el periodo de símbolo y con canal variante en el periodo de símbolo. Dentro de los modelos con canal variante, se realizó de manera separada uno con estimador e igualador de canal invariante y otro con el estimador e igualador de canal variante. En ambos casos, el estimador que se contempló está basado en MEB, Prolate unidimensional para el estimador invariante, y Prolate bidimensional para el estimador de canal variante. La figura A.1 muestra los diferentes modelos de simulación así como sus respectivos nombres.



A.1 Mapa de modelos de simulación

### A.2 Inicialización de los parámetros de simulación.

Cada uno de los modelos requiere de ciertos parámetros que se inicializan mediante scripts de Matlab. Dado que la inicialización del estimador y ecualizador para canal variante es mucha más exhaustiva y requiere más memoria, se han hecho dos archivos de inicialización diferentes, uno para los modelos con estimador variante y otro para los modelos con estimador invariante.

### A.2.1 Parámetros directos

A continuación se enlistan todos los parámetros que pueden ser modificados de manera directa por el usuario en el archivo de inicialización. Algunos de los parámetros se encuentran solo en el archivo de inicialización para modelos con estimador de canal variante, mientras que otros solo se encuentran en los modelos con estimador de canal invariante.

A- 1 Parámetros de sistema

Nombre del Parámetro	Descripción	Unidades	Valores Elegibles	Tipo de modelo
fftSize	Tamaño de la FFT para el símbolo OFDM	N/a	512,1024,2048	Variante/Invariante
QAMary	Tamaño de la constelación para las subportadoras de datos	N/a	Potencias de 2 2 para BPSK, 16 para 16QAM, etc.	Variante/Invariante

A- 2 Parámetros de simulación

Nombre del Parámetro	Descripción	Unidades	Valores Elegibles	Tipo de modelo
maxNumErrs	Cantidad máxima de bits erróneos recibidos para detener la simulación	Bits	Entero positivo en formato doble	Variante/Invariante
maxNumBits	Cantidad máxima de bits recibidos para detener la simulación	Bits	Entero positivo en formato doble	Variante/Invariante
maxNumSymbols	Cantidad máxima de símbolos OFDM recibidos para detener la simulación	Símbolos OFDM	Entero positivo en formato doble	Variante/Invariante

A- 3 Parámetros de canal

Nombre del Parámetro	Descripción	Unidades	Valores Elegibles	Tipo de modelo
Tmax	Tiempo de retardo máximo en la representación discreta pasabanda del canal	us	Tmax >0 Para OFDM libre de ISI este valor debe ser menor que el PC	Variante/Invariante
userType	Número de perfil de usuario a elegir de la lista	N/a	Dependiendo de la cantidad de perfiles declarados en la lista	Variante/Invariante
SNR	Relación señal a ruido. Este parámetro determina la potencia del ruido	dB	Flotante en formato doble	Variante/Invariante
VeSpKPH	Velocidad de movimiento (Parámetro necesario para calcular la frecuencia Doppler máxima)	Km/h	Flotante positivo en formato doble	Variante
FCa	Frecuencia de portadora (Parámetro necesario para calcular la frecuencia Doppler máxima)	Hz	Flotante positivo en formato doble	Variante



### A.2.1.1 Declaración de perfiles de potencia de retardo.

El archivo de inicialización permite declarar diferentes perfiles de potencia de retardo. El valor del retardo de cada trayectoria para cada perfil es almacenado en una lista, mientras que la potencia promedio es almacenada en otra. A continuación se muestra un ejemplo de código Matlab con los perfiles recomendados por foro WiMAX. La variable `taps_powertbl` almacena en cada elemento de la lista todos los retardos de trayectoria de cada perfil mientras que `taps_delaytbl` almacena la potencia promedio. Es importante tener cuidado en declarar la misma cantidad de retardos que de potencias promedio para evitar incongruencias o errores de compilación del modelo.

```
taps_powertbl = {[0 -9.7 -19 -23],...%Peatón-A
                [0 -1 -9 -10 -15 -20],...%Vehicular-A
                [0 -1 -5 -8 -7.8 -24]};...%Peatón-B
taps_delaytbl = {[0 110e-9 190e-9 410e-9],... %Peatón-A
                [0 300e-9 700e-9 1100e-9 1700e-9 2500e-9],...%Vehicular-A
                [0 200e-9 800e-9 1200e-9 2300e-9 3700e-9]}; %Peatón-B
```

### A.2.2 Parámetros indirectos

Además de la lista de parámetros que se pueden cambiar de forma directa, el modelo requiere de otro grupo de parámetros que son calculados e inicializados de manera automática. El cómputo se realiza utilizando los parámetros indirectos en conjunto con las definiciones propias del estándar 802.16e. Algunos de estos valores configuran los estimadores de canal, tasa de muestreo, espectro Doppler de las trayectorias de canal, etc. No obstante estos valores están declarados por defecto, se pueden manipular para obtener comportamientos más específicos del modelo de simulación. A continuación se listan algunos de los parámetros indirectos que el modelo de simulación requiere para funcionar.

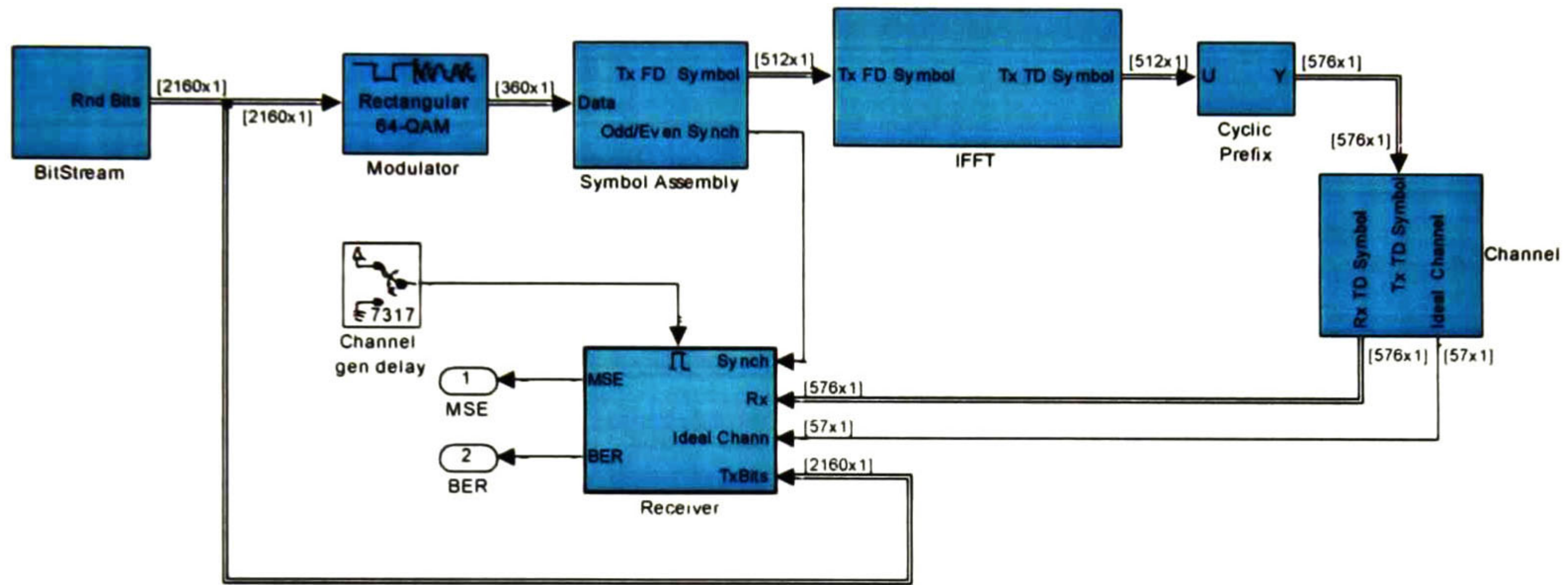
A- 4 Parámetros indirectos

Nombre del Parámetro	Descripción	Unidades	Tipo de modelo
MaxDopplerFrec	Frecuencia Doppler máxima.	Hz	Variante
SamplingFS	Frecuencia de muestreo del sistema.	Hz	Variante/Invariante
SamplePeriod	Periodo de muestreo.	s	Variante/Invariante
BasesNonCeroTaps	Máximo retardo en la construcción de la base Prolate de tiempo-retardo.	Coeficientes	Variante/Invariante
JakesFilterCoeff	Cantidad de coeficientes en el filtro de correlación temporal de muestras de canal.	Coeficientes	Variante
JakesFilterFS	Coeficientes del filtro de correlación temporal de muestras de canal.	Hz	Variante
pindex1 / pindex2	Índices necesarios para la inserción de los pilotos en los símbolos impar/par.	N/a	Variante/Invariante
Base2	Base en el dominio de la frecuencia a ser utilizada por el estimador de canal invariante.	N/a	Invariante
WeigthToEstimate	Número de funciones de la base del tiempo-retardo.	N/a	Variante/Invariante
WeigthToEstimateTime	Número de funciones de la base del tiempo.	N/a	Variante
SymbolPeriod	Periodo de símbolo.	s	Variante/Invariante
DataCarriers	Número de subportadoras de datos.	Subportadoras	Variante/Invariante

Nombre del Parámetro	Descripción	Unidades	Tipo de modelo
n_bits	Número de bits por punto en la constelación.	Bits	Variante/Invariante
GuardNumber	Número de subportadoras de guarda.	Subportadoras	Variante/Invariante
Ref	Vector con los valores de las subportadoras piloto.	N/a	Variante/Invariante
fftpermute	Índices para reordenamiento que se hace en el corrimiento de la FFT.	N/a	Variante/Invariante
NoiseAmp	Desviación estándar del AWGN.	Volts	Variante/Invariante
h	Coefficientes para pasar cada coeficiente físico a la representación discreta pasa bajas.	N/a	Variante/Invariante
GuardIndexes	Posición de las subportadoras de guarda.	N/a	Variante/Invariante
Pilots1/pilots2	Posición de las subportadoras piloto en los símbolos impar/par.	N/a	Variante/Invariante
WPR1 / WPR2	Matrices de entrenamiento para la estimación de los pesos de canal en los símbolos impar/par.	N/a	Variante/Invariante
ProcessSamples	Longitud máxima de la respuesta al impulso del canal.	Muestras	Variante/Invariante
UsedIndexes2	Índices de las subportadoras moduladas (sin incluir bandas de guarda y DC).	N/a	Variante/Invariante
UsedIndexes3	Igual que UsedIndexes2 pero incluyendo DC	N/a	Variante/Invariante
DataIndexes1 / DataIndexes2	Índices de las subportadoras de datos en los símbolos impar/par.	N/a	Variante/Invariante
JakesFilterFS	Frecuencia de muestreo en la etapa de baja frecuencia del generador de coeficientes de canal.	Hz	Variante
Tapspower	Potencia promedio de cada retardo.	Watts	Variante/Invariante
JFilter	Coefficientes del filtro correlacionador temporal.	N/a	Variante
LPassFil	Coefficientes del filtro interpolador para cambio de tasa de los coeficientes de canal.	N/a	Variante
Interpfactor	Relación de cambio de tasa en la generación de los coeficientes de canal.	N/a	Variante
JakesFilterCoeff	Número de coeficientes en el filtro correlacionador Jakes.	Coefficientes	Variante
LpasFilterCoeff	Número de coeficientes en el filtro pasa bajas de cambio de tasa.	Coefficientes	Variante
Baset2d2fdRed1 / Baset2d2fdRed2	Base bidimensional del estimador de canal variante en la iteración 0 para símbolos impar/par.	N/a	Variante
W2DPR1Red / W2DPR2Red	Matrices de entrenamiento para la estimación de los pesos de canal variante en la iteración de los símbolos impar/par.	N/a	Variante
Baset2d1fd / Baset2d2fd	Base bidimensional del estimador de canal variante en la iteración 1 para símbolos impar/par.	N/a	Variante
W2DPR1 / W2DPR2	Matrices de entrenamiento para la estimación de los pesos de canal variante en la iteración 1 de los símbolos impar/par.	N/a	Variante/Invariante
IdChanindexes	Índices para el reordenamiento de los elementos de la matriz de canal.	N/a	Variante/Invariante

### A.3 Puertos de entrada/salida de los bloques del modelo

Dado que en el capítulo 3 se describe de forma detallada la arquitectura interna de cada uno de los bloques del modelo de simulación, esta sección se limitará a los parámetros específicos de cada puerto en dichos bloques. Esta información permitirá la elaboración de bloques personalizados que permitan probar algoritmos que sustituyan algún bloque del sistema de comunicaciones. En las siguientes tablas se muestra cada bloque con las características de sus puertos.



A. 2 Bloques del modelo de simulación con canal variante/invariante

A- 5 Descripción de puertos del generador de bits

Bloque: BitStream					
Descripción: Proporciona los bits de datos aleatorios para cada símbolo OFDM					
Puerto	Modo	Dimensión	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
RndBits	Salida	$DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	

A- 6 Descripción de puertos del ensamblador de símbolo

Bloque: Symbol Assembly					
Descripción: Ensamble del símbolo OFDM completo en DF utilizando los datos a enviar					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Data	Entrada	$DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	
Tx FD Symbol	Salida	$fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	
Odd/Even Synch	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	Sincronización de símbolo par/impar para el receptor

A- 7 Descripción de puertos del modulador

Bloque: Modulator					
Descripción: Mapeo de conjuntos de bits a símbolos en una constelación					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
In	Entrada	$n_{bits} * DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
Out	Salida	$DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-

A- 8 Descripción de puertos de la IFFT

Bloque: IFFT					
Descripción: Transformación del símbolo a DT					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Tx FD Symbol	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	
Tx TD Symbol	Salida	$fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	

A- 9 Descripción de puertos del bloque de prefijo cíclico

Bloque: Cyclic Prefix					
Descripción: Inserción del prefijo cíclico					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
U	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	
V	Salida	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-

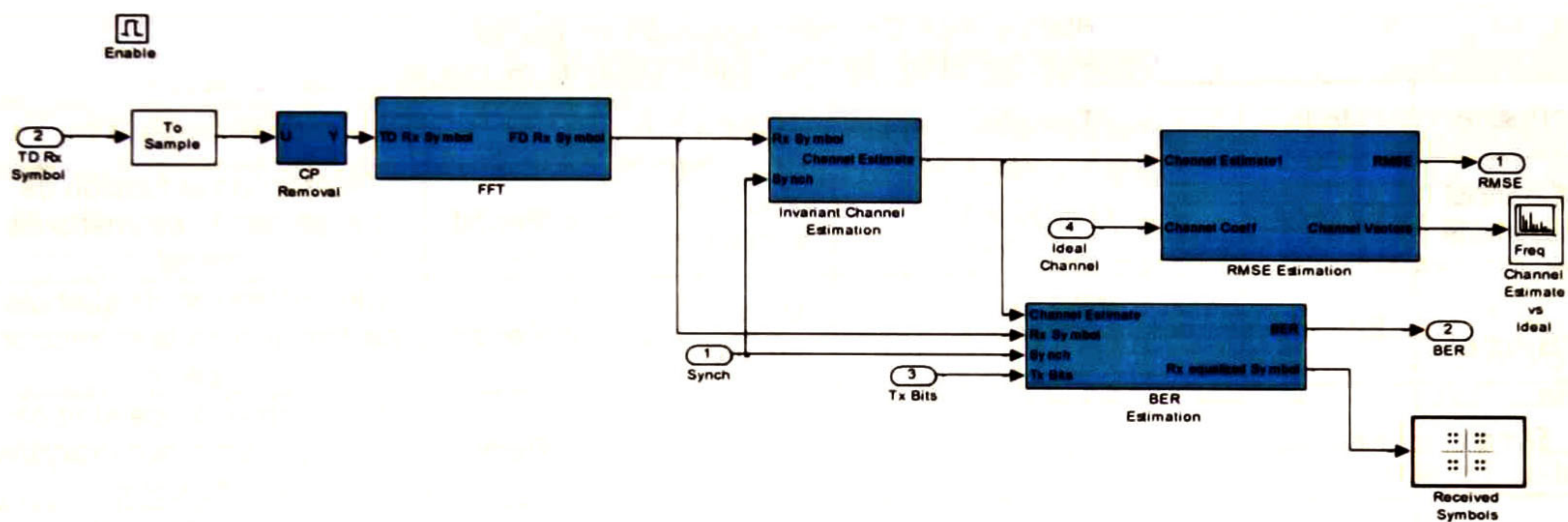
A- 10 Descripción de puertos del canal

Bloque: Channel					
Descripción: Filtrado de la señal con el canal y adición de ruido gaussiano					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Tx TD Symbol	Entrada	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
Rx TD Symbol	Salida	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
Ideal Channel	Salida	$ProcessSamples \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod/ SamplePeriod	La tasa de salida de este puerto es "SamplePeriod" para modelo con canal variante y de "SymbolPeriod" para modelo con canal invariante.

A- 11 Descripción de puertos del receptor

Bloque: Receiver					
Descripción: Procesamiento del símbolo recibido y cálculo de las métricas de desempeño					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Synch	Entrada	1	Sample	SymbolPeriod	-
Rx TD Symbol	Entrada	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
Ideal Channel	Entrada	$ProcessSamples \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod/ SamplePeriod	Coeficientes de la RIC en cada periodo de símbolo / muestra
TxBits	Entrada	$n_{Bits} * DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
BER	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	-
MSE	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	-

A.3.1 Receptor



A. 3 Receptor con estimador de canal invariante

La figura A. 4 muestra el diagrama a bloques del receptor con estimación de canal variante, mientras que la figura A. 3 muestra el receptor con estimación de canal invariante. Los bloques que preceden a la estimación de canal son iguales en ambos modelos.

A- 12 Descripción del removedor de PC

Bloque: Receiver/Cyclic Prefix Remove					
Descripción: Eliminación del prefijo cíclico					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
U	Entrada	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	-
V	Salida	$fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	-

A- 13 Descripción del estimador de canal invariante

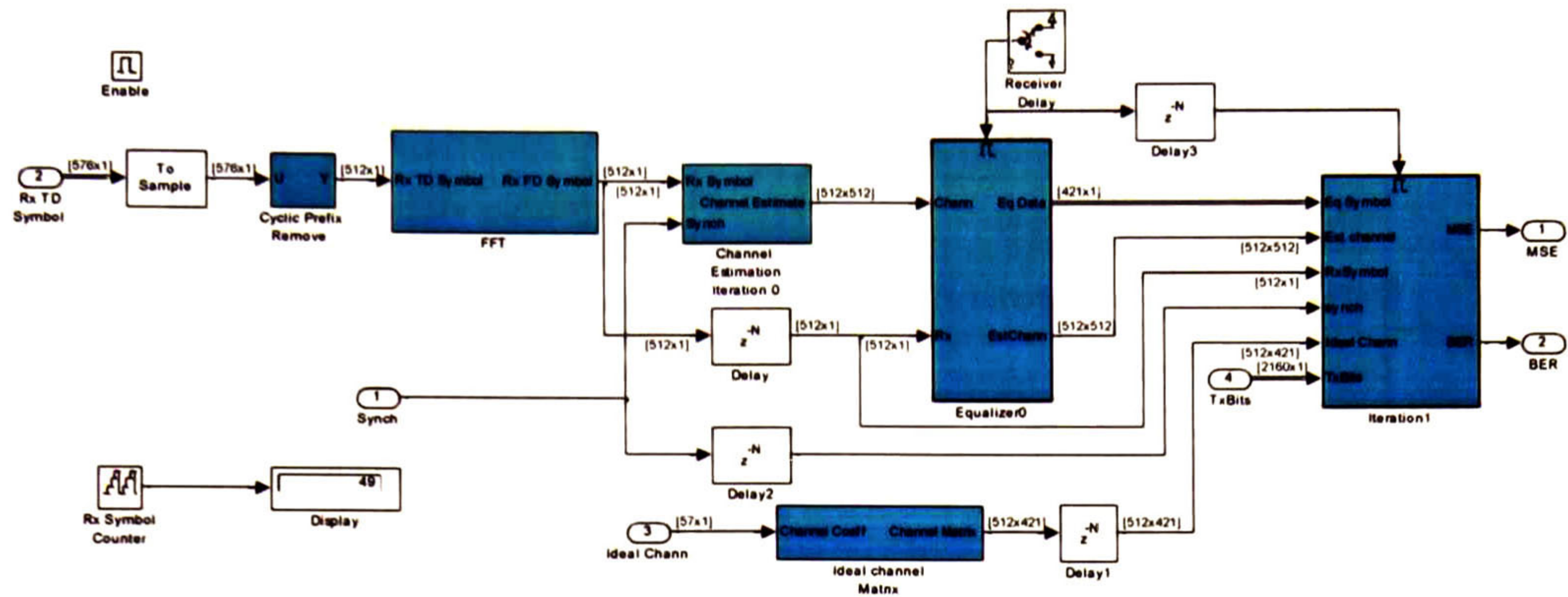
Bloque: Receiver/Channel Estimation (versión invariante) Descripción: Estimación del canal variante/invariante					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Rx FD Symbol	Entrada	$\frac{9}{8} * fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	
Synch	Entrada	1	Sample	SymbolPeriod	Sincronización de símbolo par/impar para la extracción de pilotos
Channel Estimate	Salida	$fftSize \times 1$	Matrix sample	SymbolPeriod	Vector con la función de transferencia estimada de canal

A- 14 Descripción del estimador de BER con ecualizador invariante

Bloque: BER Estimation (versión invariante) Descripción: Estimación del canal variante/invariante					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Channel Estimate	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	Vector con la función de transferencia estimada de canal
Rx Symbol	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	Sincronización de símbolo par/impar para la extracción de pilotos
Synch	Entrada	$fftSize \times 1$	Sample	SymbolPeriod	Sincronización de símbolo par/impar para la extracción de los datos
Tx Bits	Entrada	$n_{Bits} * DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	Bits enviados por el transmisor para compararse con los bits recibidos
BER	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	-
Rx equalized symbol	Salida	$DataCarriers \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	Subportadoras de datos recibidas y ecualizadas

A- 15 Descripción del estimador de RMSE

Bloque: RMSE Estimation (versión invariante) Descripción: Estimación del canal variante/invariante					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Channel Estimate	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	-
Channel Coeff	Entrada	$ProcessSamples \times 1$	Vector sample	SamplePeriod/ SymbolPeriod	Coefficientes del canal en cada instante de muestra / símbolo
RMSE	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	Error de estimación
Channel Vectors	Salida	$2 * fftSize \times 1$	Matriz frame	SymbolPeriod	Vector con la función de transferencia estimada y la ideal



A. 4 Receptor con estimador de canal variante

A- 16 Descripción del estimador de canal variante

Bloque: Receiver/Channel Estimation (versión variante)					
Descripción: Estimación del canal variante/invariante					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Rx FD Symbol	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	-
Synch	Entrada	1	Sample	SymbolPeriod	Sincronización de símbolo par/impar para la extracción de pilotos
Channel Estimate	Salida	$fftSize \times fftSize$	Matrix sample	SymbolPeriod	Matriz con el canal estimado en DF

A- 17 Descripción del ecualizador de canal variante

Bloque: Equalizer (versión variante)					
Descripción: Estimación de las subportadoras de datos					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Chann	Entrada	$fftSize \times fftSize$	Matrix sample	SymbolPeriod	Matriz con el canal estimado en DF
Rx FD Symbol	Entrada	$fftSize \times 1$	Frame sample	SymbolPeriod	Subportadoras de datos estimadas
Eq Data	Salida	$DataCarriers + Nopilots \times 1$	Sample	SymbolPeriod	Subportadoras de datos y pilotos estimadas
EstChann	Salida	$fftSize \times fftSize$	Matrix sample	SymbolPeriod	Matriz con el canal estimado en DF con retardo de ecualizador

A- 18 Descripción del generador de matriz de canal ideal

Bloque: Ideal Channel Matrix					
Descripción: Captura de la RIC en cada instante de muestra y cómputo de la matriz de canal por símbolo OFDM					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Channel Coeff	Entrada	$ProcessSamples \times 1$	Vector sample	SamplePeriod	RIC en cada instante de muestreo
Channel Matrix	Salida	$fftSize \times fftSize -$	Matriz sample	SymbolPeriod	Matriz de canal en DF

A- 19 Descripción del modulo de ejecución de una iteración

Bloque: Iteration1 (versión variante)					
Descripción: Contiene el algoritmo que desempeña una iteración en la mitigación de ICI y estimación de datos, posteriormente calcula las métricas de RMSE y BER					
Puerto	Modo	Tamaño	Tipo	Periodo de muestreo	Observaciones
Eq Symbol	Entrada	$fftSize - GuardNum \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	Símbolo ecualizado en la iteración 0
Est Channel	Entrada	$fftSize \times fftSize$	Matriz sample	SymbolPeriod	Estimado de canal de la iteración 0
RxSymbol	Entrada	$fftSize \times 1$	Vector sample	SymbolPeriod	Símbolo recibido
Synch	Entrada	$fftSize \times fftSize$	Sample	SymbolPeriod	-
Ideal Channel	Entrada	$fftSize \times fftSize - GuardNum$	Matriz sample	SymbolPeriod	Canal Ideal
TxBits	Entrada	$n_{Bits} * DataCarriers \times 1$	Vector frame	SymbolPeriod	Bits transmitidos
MSE	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	Error de estimación
BER	Salida	1	Sample	SymbolPeriod	Tasa de bit erróneos



## Acrónimos

<b>AMC</b>	Adaptive Modulation Control
<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>BPSK</b>	Binary Phase-Shift Keying
<b>BUC</b>	Base Universal Circular
<b>CFO</b>	Carrier Frequency Offset
<b>DC</b>	Direct Current
<b>DEP</b>	Densidad Espectral de Potencia
<b>DF</b>	Dominio de la Frecuencia
<b>DFT</b>	Discrete Fourier Transform
<b>DT</b>	Dominio del Tiempo
<b>DL</b>	Down Link
<b>ECRM</b>	Error Cuadrático Relativo Medio
<b>FDD</b>	Frequency Division Duplexing
<b>FDMA</b>	Frequency Division Multiple Access
<b>FIR</b>	Finite Impulse Response
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transform
<b>FUSC</b>	Full Usage of Subcarriers
<b>ICI</b>	Intercarrier Interference
<b>IFT</b>	Inverse Fourier Transform
<b>ISI</b>	Intersymbol Interference
<b>MAC</b>	Medium Access Control
<b>MEB</b>	Modelado de Expansión en Bases
<b>MIMO</b>	Multiple Input Multiple Output
<b>MMSE</b>	Minimum Mean Square Error
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>OFDMA</b>	Orthogonal Frequency Multiple Access
<b>PAR</b>	Peak to Average Ratio
<b>PUSC</b>	Partial Usage of Subcarriers
<b>QoS</b>	Quality of Service
<b>RF</b>	Radio Frecuencia
<b>RIC</b>	Respuesta al Impulso del Canal
<b>RMSE</b>	Relative Mean Square Error
<b>SNR</b>	Signal to Noise Ratio
<b>SOFDMA</b>	Soft Orthogonal Frequency Division Multiple Access
<b>TDD</b>	Time Division Duplexing
<b>TDMA</b>	Time Division Multiple Access
<b>UL</b>	Up link
<b>WiMAX</b>	Worldwide Interoperability for Microwave Access

## Nomenclatura

- $x(t)$  Señal continua en el instante de tiempo  $t$
- $x[k]$  Señal discreta en la muestra  $k$
- $x$  Vector columna
- $X$  Matriz
- $X^T$  Transpuesta de  $X$
- $X^H$  Transpuesta conjugada de  $X$
- $X^+$  Pseudoinversa de  $X$
- $X^{-1}$  Inversa de  $X$
- $\hat{\cdot}$  Valor estimado
- $[\cdot]$  Redondeo hacia el entero más cercano desde infinito positivo.
- $(k)_N$  Corrimiento circular módulo  $N$  en  $k$  posiciones
- $[X]_{i,j}$  Elemento de la  $i$ -ésima fila y  $j$ -ésima columna de  $X$
- $\|\cdot\|$  Magnitud al cuadrado
- $|\cdot|$  Valor absoluto
- $\mathfrak{F}\{\cdot\}$  Transformada de Fourier

## Índice de Figuras

1.1 Recepción de múltiples trayectorias debidas al medio de propagación .....	7
1.2 Interferencia destructiva .....	8
1.3 Respuesta al impulso del bloque de canal y su par de Fourier .....	9
1.4 Ejemplo de perfil de potencia de retardo .....	9
1.5 Espectro de canal variante en diferentes instantes de tiempo .....	10
1.6 Ejemplo de una trayectoria con desvanecimiento rápido y su espectro para una frecuencia Doppler máxima de 300Hz.....	11
1.7 Interferencia intersimbólica.....	12
1.8 Diferencia entre portadora única y FDMA.....	13
1.9 Lóbulos laterales en FDMA .....	13
1.10 Espectro de símbolo OFDM .....	15
1.11 Transmisión con tiempo de guarda.....	15
1.12 Símbolos OFDM con prefijo cíclico.....	16
1.13 Sistema de comunicaciones OFDM básico .....	17
2.1 Estimación de interpolación por partes.....	22
2.2 Estimación de canal por interpolación lineal .....	23
2.3 Interpolación cúbica por partes.....	24
2.4 Interpolación spline .....	25
2.5 Filtro pasa bajas interpolador 1/7 .....	26
2.6 Señal interpolada utilizando filtro pasabajas.....	27
2.7 Estimación de canal LMMSE.....	28
2.8 Representación geométrica de un vector .....	29
2.9 Representación geométrica de subespacio plano y sus vectores base .....	30
2.10 Diagrama de Venn con la representación de las bases subóptimas .....	32
2.11 Primeros eigenvectores de la base PROLATE .....	36
2.12 Principales eigenvectores de base PROLATE en dominio de la frecuencia.....	37
2.13 Matriz de correlación de máximo retardo.....	38
2.14 Convolución circular de símbolo OFDM y respuesta del canal .....	39
2.15 Convolución circular de las dos dimensiones de una matriz .....	40
2.16 Primeros eigenvectores de la base universal circular .....	40

2.17 Principales vectores de la BUC en dominio de la frecuencia .....	41
3.1 Representación gráfica de los esquemas de duplexado a) FDD y b) TDD .....	44
3.2 Esquemas de acceso al medio.....	45
3.3 Transmisión de las subtramas a)UL y b) DL.....	46
3.4 Esquema de permutación pseudoaleatorio.....	48
3.5 Estructura del clúster.....	48
3.6 Selección de portadoras no nulas.....	50
3.7 Segmentación de subtrama DL en símbolos OFDM .....	50
3.8 Estructura básica del preámbulo en domino de la frecuencia de transmisión DL FFT-2048 .....	51
3.9 Estructura en domino temporal del preámbulo .....	52
3.10 Constelaciones soportadas para transmisión de datos.....	53
3.11 Espectro Doppler de Jakes.....	57
3.12 Estructura del transmisor.....	58
3.13 Generador de bits aleatorios .....	59
3.14 Estructura del formador de símbolo.....	60
3.15 Bloque de permutación.....	60
3.16 Corrimiento de IFFT .....	61
3.17 Bloque de IFFT.....	61
3.18 Estructura del canal.....	63
3.19 Estructura del bloque de desvanecimiento .....	63
3.20 Bloque de ruido en fase y cuadratura .....	63
3.21 Respuesta al impulso del bloque de canal y su par de Fourier .....	64
3.22 Estructura del bloque de canal .....	64
3.23 Generador de coeficientes para canal variante en el tiempo .....	65
3.24 Realizaciones de canal con variabilidad temporal tomadas a) Por muestra, b) Por símbolo OFDM .....	65
3.25 Estructura del receptor .....	66
3.26 Estructura del bloque de FFT .....	66
3.27 Estructura del estimador de canal .....	67
3.28 Dispersión de pilotos .....	67
3.29 Estimador de varianza del ruido .....	68

5.1 Representación gráfica del funcionamiento de los estimadores de canal variante por medio de la interpolación. .... 92

5.2 Matriz de canal  $|G_n|$  para diferentes valores de frecuencia Doppler, 44 Hz en la imagen de la izquierda y 4400 Hz en la imagen de la derecha. .... 95

5.3 SNR vs RMSE del algoritmo propuesto para diferente número de funciones de la base a estimar, 200 Km/h..... 106

5.4 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 200 Km/h. .. 106

5.5 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 500 Km/h. .. 107

5.6 SNR vs RMSE de los diferentes algoritmos de estimación variante, 800 Km/h. .. 107

5.7 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 200 Km/h. .... 108

5.8 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 500 Km/h. .... 108

5.9 SNR vs BER de los diferentes algoritmos de estimación variante, 800 Km/h. .... 109

A.1 Mapa de modelos de simulación ..... 114

A. 2 Bloques del modelo de simulación con canal variante/invariante ..... 118

A. 3 Receptor con estimador de canal invariante ..... 120

A. 4 Receptor con estimador de canal variante ..... 122

3.30 Interpolador lineal.....	68
3.31 Canal estimado utilizando interpolación lineal .....	69
3.32 Patrón de pilotos para interpolación pasa bajas .....	69
3.33 Estructura del interpolador por filtrado pasa bajas.....	70
3.34 Canal estimado utilizando interpolación FPB.....	70
3.35 Estimador por proyección en subespacios para canal invariante.....	71
3.36 Estimador de canal variante por proyección en subespacios.....	71
3.37 Estructura del igualador de canal .....	72
3.38 Estructura del ecualizador para canal variante .....	73
3.39 Estructura del extractor de subportadoras de datos .....	73
4.1 Perfiles de potencia de retardo del estándar WiMAX.....	76
4.2 Representación en banda base de perfil de potencia de retardo .....	78
4.3 Ventana para generación de BUC, tamaño de FFT = 1024 .....	78
4.4 Cantidad de pesos en base PROLATE y BUC vs ECRM .....	79
4.5 SNR vs ECRM, peatón A invariante .....	80
4.6 SNR vs BER, peatón A invariante, 64QAM .....	80
4.7 SNR vs ECRM, peatón B invariante .....	81
4.8 SNR vs BER, peatón B invariante, QAM64 .....	82
4.9 SNR vs ECRM, vehicular A invariante.....	83
4.10 SNR vs BER, vehicular A invariante, QAM64 .....	83
4.11 SNR vs ECRM, peatón A variante 3 Km/h.....	84
4.12 SNR vs BER, peatón A, variante 3 Km/h, QAM64 .....	84
4.13 SNR vs ECRM, peatón B, variante 3 Km/h, QAM64 .....	85
4.14 SNR vs BER, peatón B, variante 3 Km/h, QAM64 .....	85
4.15 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 50 Km/h.....	86
4.16 SNR vs BER, vehicular A, variante 50 Km/h, QAM64.....	86
4.17 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 120 Km/h.....	87
4.18 SNR vs BER, vehicular A, variante 120 Km/h, 64QAM.....	87
4.19 SNR vs ECRM, vehicular A, variante 200 Km/h.....	88
4.20 SNR vs BER, vehicular A, variante 200 Km/h, 64QAM.....	88
4.21 SNR vs ECRM de algoritmo de expansión de bases bajo diferentes velocidades	89

## Índice de Tablas

1-1 Estándares de OFDM.....	18
3-1 Parámetros de Subcanalización.....	49
3-2 Asignación de clúster a cada grupo.....	49
3-3 Tamaño de FFT para cada ancho de banda .....	54
3-4 Relación DL-UL para cada ancho de banda.....	54
3-5 Resumen de Parámetros para WiMAX.....	55
3-6 Perfiles de potencia de retardo.....	56
4-1 Parámetros para simulación de canal variante.....	77
5-1 Complejidad computacional del algoritmo de estimación de canal propuesto. ....	103
5-2 Comparación de complejidad computacional .....	104
5-3 Parámetros para la simulación de los estimadores de canal variante.....	104
A- 1 Parámetros de sistema .....	115
A- 2 Parámetros de simulación .....	115
A- 3 Parámetros de canal.....	115
A- 4 Parámetros indirectos .....	116
A- 5 Descripción de puertos del generador de bits .....	118
A- 6 Descripción de puertos del ensamblador de símbolo.....	118
A- 7 Descripción de puertos del modulador.....	119
A- 8 Descripción de puertos de la IFFT .....	119
A- 9 Descripción de puertos del bloque de prefijo cíclico.....	119
A- 10 Descripción de puertos del canal .....	119
A- 11 Descripción de puertos del receptor.....	120
A- 12 Descripción del removedor de PC.....	120
A- 13 Descripción del estimador de canal invariante .....	121
A- 14 Descripción del estimador de BER con ecualizador invariante.....	121
A- 15 Descripción del estimador de RMSE.....	121
A- 16 Descripción del estimador de canal variante .....	122
A- 17 Descripción del ecualizador de canal variante .....	122
A- 18 Descripción del generador de matriz de canal ideal.....	123
A- 19 Descripción del modulo de ejecución de una iteración.....	123



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.  
UNIDAD GUADALAJARA**

"2011, Año del Turismo en México"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

**Estimación de canales variantes en tiempo para sistemas OFDM  
utilizando expansión en bases**

del (la) C.

**Fernando PEÑA CAMPOS**

el día 15 de Diciembre de 2011.

**Dr. Deni Librado Torres Román**  
Investigador CINVESTAV 3B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

**Dr. Ramón Parra Michel**  
Investigador CINVESTAV 3A  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

**Dr. Omar Humberto Longoria Gándara**  
Coordinador de ingeniería  
electrónica  
Instituto tecnológico y de estudios  
superiores de occidente (ITESO)





CINVESTAV - IPN  
Biblioteca Central



SSIT0010830