



xx(93344.1)



# CINVESTAV

CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN  
UNIDAD GUADALAJARA

## **Diseño de Generadores de secuencias pseudoaleatorias para CDMA empleando señales caóticas**



Tesis que presenta  
**Pablo Velarde Alvarado**

Para obtener el grado de  
**Maestro en Ciencias**

En la especialidad de  
**Ingeniería Eléctrica**

Guadalajara, Jalisco Marzo de 2001

**CINVESTAV I. P. N.  
SECCION DE INFORMACION  
Y DOCUMENTACION**

CLASIF.:	
ADQUIS.:	tesis - 2001
FECHA:	19-sep-01
PROCED.	Serv. Bibliografico

**Diseño de Generadores de Secuencias  
Pseudoaleatorias para CDMA empleando señales  
Caóticas**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**Pablo Velarde Alvarado**

Ingeniero en Electrónica  
Universidad Autónoma de Guadalajara 1989-1993

Becario de CONACYT, expediente no. 138511

Director de Tesis:  
**Dr. Valeri Kontorovitch Mazover**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Marzo de 2001

# Resumen

Un generador de secuencias pseudoaleatorias es utilizado en un sistema de comunicación de espectro disperso para generar un código único que permita que varios usuarios compartan al mismo tiempo un mismo canal, este esquema de acceso múltiple es conocido como Acceso Múltiple por división de código, CDMA (*Code Division Multiple Access*) que es utilizado en sistemas de telefonía celular digital, terminales de datos inalámbricas, sistemas de posicionamiento global, etc. Un recurso limitado en los sistemas de este tipo es la cantidad de códigos que se pueden generar, mismos que determinan la cantidad de usuarios soportados por el sistema, de igual forma, es importante que estos códigos tengan buenas propiedades estadísticas para que se evite la interferencia entre usuarios, con ello, los generadores actuales están limitados en la cantidad de códigos disponibles. En esta tesis se propone un nuevo método de generación de códigos para CDMA basado en tecnología no lineal específicamente en la teoría de caos. Los resultados obtenidos demuestran que las secuencias generadas por este método observan propiedades estadísticas similares a las secuencias actuales incluso en algunos casos mejores. La aplicación de las secuencias convencionales y caóticas sobre el estándar IS-95/CDMA a través de los resultados de simulación demuestran que estas últimas favorecen a reducir la interferencia de acceso múltiple debido a las mejores propiedades que estas poseen, traducándose esto, en un incremento en el número de usuarios soportados por el sistema con respecto al que emplea secuencias convencionales. Por otro lado, se obtienen resultados similares del desempeño de las secuencias convencionales y caóticas en ambientes con ruido Gaussiano aditivo y desvanecimiento de Rayleigh.

# Índice

Resumen	I
Índice	II
Agradecimiento	VII
<b>Prefacio</b>	
Objetivo de la tesis	VIII
Motivación de la tesis	VIII
Organización de la tesis	IX
Lista de abreviaturas	X
<b>1 Introducción</b>	1
1.1 Conceptos básicos de espectro disperso	2
1.2 Tipos de sistemas de espectro disperso	5
1.2.1 Espectro disperso por secuencia directa	6
1.2.2 Espectro disperso por salto de frecuencia	8
1.2.3 Espectro disperso por salto de tiempo	9
1.2.4 Espectro disperso por sistemas híbridos	10
1.3 Secuencias pseudoaleatorias	11
1.3.1 Ruido blanco aleatoria Gaussiano	11
1.3.2 Secuencia pseudoaleatoria	12
1.3.3 Propiedades de las secuencias pseudoaleatorias	13
1.4 Generación de secuencias pseudoaleatorias	13
1.4.1 Los registros lineales de desplazamiento con retroalimentación	13

1.5	Tipos de secuencias pseudoaleatorias	16
1.5.1	Secuencias de máxima longitud	16
1.5.2	Códigos de Gold	20
1.5.3	Secuencias de Kasami	22
1.5.4	Código de Barker	22
1.5.5	Código de Hadamard-Walsh	23
1.6	Resumen del estándar IS-95A e IS-95B	24
1.6.1	Coordinación de frecuencia y tiempo	26
1.6.2	Descripción de las operaciones del enlace de bajada	26
1.6.2.1	Síntesis del CAI para el enlace de bajada	27
1.6.3	Esquema de multiplexaje ortogonal	28
1.6.4	Canales del enlace de bajada	29
1.6.4.1	Canal de tráfico	30
1.6.4.2	Canal piloto	31
1.6.4.3	Canal de sincronía	31
1.6.4.4	Canal de paginación	32
1.7	Especificación de las secuencias PN en el estándar IS-95	32
1.7.1	El código largo para IS-95	32
1.7.2	El código corto para IS-95	34
1.8	Consideraciones de desvanecimiento	35
1.8.1	Recepción multitrayectoria	35
1.8.2	Tipos de desvanecimiento	35
1.8.3	Desvanecimiento de Rayleigh	36
1.8.4	Difusión del retardo	37
1.8.5	Desplazamiento Doppler	37
1.9	Conclusiones del capítulo	39
<b>2</b>	<b>Teoría de caos</b>	<b>41</b>
2.1	Historia del caos	41
2.2	Sistemas lineales	43
2.2.1	El concepto de sistema	43
2.2.2	Propiedades de los sistemas lineales	43
2.3	Sistemas dinámicos no lineales	44

2.3.1	El significado de la no linealidad	44
2.3.2	Definición del sistema dinámico no lineal	44
2.3.3	El espacio de estado	45
2.3.4	La ecuación logística diferencial	45
2.3.5	El modelo de crecimiento	45
2.3.6	El modelo de crecimiento limitado – El mapa logístico	46
2.4	El atractor	51
2.5	El diagrama de bifurcación	51
2.6	Sensibilidad a las condiciones iniciales	52
2.7	Órbitas y análisis gráfico	53
2.8	Fractales	56
2.9	Series de tiempo	57
2.10	Exponentes de Lyapunov	58
2.11	Conclusiones	59
	Apéndice A-2 “El mapa del gato de Arnold”	60
	Apéndice B-2 “El Atractor de Lorenz”	63
<b>3</b>	<b>Propiedades estocásticas y métodos para la generación de señales caóticas</b>	<b>65</b>
3.1	Introducción	65
3.2	La señal caótica	66
3.3	Generación de señales caóticas empleando mapas logísticos	69
3.3.1	Resultados de simulación empleando mapas logísticos	71
3.4	Generación de secuencias caóticas empleando el polinomio de Chebychev	74
3.5	Generación de señales caóticas resolviendo un sistema de Lorenz	77
3.6	Generación de señales caóticas mediante el circuito de Chua	82

3.7	Resultados comparativos entre los métodos empleados y conclusiones	86
<b>4</b>	<b>Desempeño de secuencias convencionales y caóticas en un sistema de DS/CDMA</b>	<b>89</b>
4.1	Obtención de las propiedades estadísticas de secuencias típicas	89
4.1.1	Secuencias de máxima longitud	90
4.1.2	Secuencias de Gold	92
4.1.3	Secuencias de Kasami	95
4.2	Secuencias caóticas	96
4.3	Simulación de un sistema de acceso múltiple de espectro disperso	100
4.3.1	Planteamiento del sistema de DS/CDMA	104
4.3.2	Recepción con filtro igualador	105
4.3.3	Procedimiento para la simulación del sistema DS/CDMA	105
4.3.4	Gráficas de desempeño de error	107
4.4	Conclusiones	110
<b>5</b>	<b>Simulación del canal de tráfico del enlace de bajada para el estándar IS-95A empleando secuencias PN típicas y secuencias caóticas</b>	<b>111</b>
5.1	El enlace de bajada	111
5.2	Procedimiento de simulación	114
5.3	Desempeño del sistema bajo condiciones de ruido Gaussiano aditivo	115
5.4	Desempeño del sistema con interferencia causada por señales de otras células	117
5.5	Desempeño del sistema en un canal con desvanecimiento de Rayleigh	120
5.5.1	Procedimiento de simulación	121
5.5.2	Resultados para un canal con desvanecimiento Rayleigh	123

5.6 Conclusiones del capítulo	125
Apéndice A-5	126
Apéndice B-5	130
<b>6 Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>133</b>
<b>Referencias</b>	<b>136</b>
<b>Referencias en Internet</b>	<b>140</b>

# Agradecimiento:

Un amplio agradecimiento por el interés y apoyo para la elaboración de esta tesis a:

Mis queridos padres:

Pablo Velarde Márquez y María del Carmen Alvarado

Mis hermanos:

Marisol  
Claudia Maribel  
Alicia  
Abraham  
Miguel Ángel

Mi asesor el Dr. Valeri Kontorovitch Mazover

Mis compañeros de generación

y

Al CONACyT

# Prefacio

## Objetivo de la tesis

El principal objetivo de esta tesis es el diseño de un generador de secuencias pseudoaleatorias para sistemas de comunicación basados en la tecnología de espectro disperso, basándose en teoría no lineal y caos y su posterior implementación dentro del estándar de telefonía celular IS-95. Con este fin se proponen diversos métodos no lineales para la generación de secuencias pseudoaleatorias que son analizados individualmente y a partir de estos resultados seleccionar el método mas conveniente y poder aplicar finalmente la evaluación en el desempeño de un sistema operando con un generador de secuencias convencionales y el propuesto.

## Motivación de la tesis

El crecimiento inusitado de los sistemas de comunicación basados en la tecnología de espectro disperso, como por ejemplo el de la telefonía celular ha estado exigiendo que los sistemas estén en capacidad de soportar un mayor número de usuarios sin que ello lleve a un decremento en la calidad del servicio, la teoría del caos es una alternativa viable como respuesta a esa demanda, permitiendo que los sistemas que operen bajo este nuevo concepto presenten mejor desempeño en términos de BER y en capacidad de usuarios. Otro reto que se tiene en este campo es el relacionado con la seguridad, cada vez es mayor el problema del fraude en la telefonía celular, como lo es la falsificación por clonado. Las características de los sistemas caóticos (sensibilidad a las condiciones iniciales) hacen que las señales generadas por estos sistemas sean mucho mas difíciles de detectar o interceptar en comparación con un sistema convencional basado en dispositivos lineales. Por estas razones, el trabajo realizado en esta tesis permite dar el primer paso para el diseño de secuencias de dispersión para CDMA que permitan cumplir con las expectativas marcadas.

## **Organización de la Tesis**

Esta tesis está dividida en seis capítulos, en el primer capítulo se abordan las referencias esenciales de la teoría de espectro disperso, haciendo hincapié en el generador de la secuencia pseudoaleatorias como solo las características y requerimientos que deben de cumplir, también se presenta un resumen del estándar IS-95. Para el capítulo dos esta dedicado a la teoría del caos, desde referencias históricas hasta la introducción a los sistemas dinámicos no lineales en sus diferentes tipos: como el mapa logístico, muy importante para explicar las principales características del caos. Este capítulo contiene también dos apéndices que ejemplifican como existe orden dentro del caos. El capítulo tres está dedicado a la generación de señales caóticas empleado cuatro tipos de sistemas, cabe señalar que de los resultados obtenidos aquí se selecciona el método empleado para la generación de secuencias de dispersión para el sistema de acceso múltiple de los capítulos siguientes. En el capítulo cuatro se simula un sistema convencional de acceso múltiple basado en secuencias directas comparándose resultados al emplear secuencias convencionales y caóticas así como para diferente número de usuarios. El capítulo cinco se dedica a la simulación en Matlab del estándar IS-95 y obtener resultados al usar los dos tipos de secuencias en cuestión: convencionales y caóticas, para obtener los desempeños de ambos sistemas bajos canales de propagación con ruido Gaussiano aditivo y con desvanecimiento de Rayleigh así como el desempeño logrado bajo diferente número de señales de interferencia de células adyacentes. Por último de hacen las conclusiones así como el trabajo futuro de esta tesis.

# Lista de abreviaturas

CDMA	Acceso múltiple por división de código, <i>Code Division Multiple Access</i>
Código PN	secuencia pseudoaleatoria, código de dispersión
DSSS	Espectro disperso por secuencia directa, <i>Direct Sequence Spread Spectrum</i>
F-FH	Saltos de frecuencia rápidos, <i>Fast-Frequency Hopping</i>
FSSS	Espectro disperso por salto de frecuencia, <i>Frequency Hopping Spread Spectrum</i>
GPS	Sistema de Posicionamiento Global, <i>Global Positioning System</i>
IS-95	Estándar Interino - 95, <i>Interim standar -95</i>
Banda ISM	Banda Industrial, Científica y Médica, <i>Industrial, Scientific &amp; Medic Band</i>
LFSR	Registro lineal de corrimiento retroalimentado, <i>Linnear Feedback Shift Register</i>
LPD	Baja probabilidad de detección, <i>Low Probability of Detection</i>
LPI	Baja probabilidad de intercepción, <i>Low Probability of Interception</i>
MAI	Interferencia de acceso múltiple, <i>Multiple Access Interference</i>
MSRG	Generador Modular de registros de desplazamientos, <i>Modular Shift Register Generator</i>
MTSO	Central de conmutación de telefonía móvil, <i>Mobile Telephone Switching Office</i>
PSTN	Red pública de telefonía conmutada, <i>Public Switched Telephone Network</i>
S-FH	Saltos de frecuencia lentos, <i>Slow-Frequency Hopping</i>
Sistema 3G	Sistema de tercera generación
SSRG	Generador simple de registros de desplazamiento, <i>Simple Shift Register Generator</i>
THSS	Espectro disperso por saltos de tiempo, <i>Time Hopping Spread Spectrum</i>
VSATS	Terminales satelitales de muy pequeña apertura, <i>Very Small Aperture Satellite Terminals</i>
WLAN	Red de área local inalámbrica, <i>Wireless Local Area Networt</i>

## **Introducción**

La tecnología de espectro disperso está siendo aplicada en muchas áreas de las comunicaciones modernas tales como telefonía celular, Sistemas de Posicionamiento Global (*Global Positioning System*, GPS), Terminales Satelitales de muy pequeña apertura (*Very Small Aperture Satellite Terminals*, VSATS) y Redes de área local inalámbrica (*Wireless Local Area Network*, WLAN), solo por nombrar algunas. El concepto medular detrás de esta tecnología involucra la dispersión frecuencial de datos para que sean transmitidos sobre un ancho de banda mucho mas grande del necesario para una transmisión convencional. La dispersión usualmente se logra modulando los datos con una secuencia pseudoaleatoria que va a mas alta frecuencia. Cuando se demodula la señal combinada de la secuencia de dispersión y los datos con un código de dispersión idéntico generado localmente y alineado en tiempo hace que la potencia del ancho de banda de la señal combinada se concentre en el ancho de banda de los datos. Este proceso conduce a una ganancia efectiva llamada ganancia de procesamiento. La medición de la ganancia de procesamiento se da como la relación de la tasa de datos con la tasa del código de dispersión. Múltiples usuarios pueden coexistir en el mismo ancho de banda si a cada usuario se le asigna un diferente código de dispersión. A los sistemas que utilizan esta técnica son llamados sistemas de acceso múltiple por división de código (*Code Division Multiple Access*, CDMA).

En los últimos años se han desarrollado nuevas técnicas para la transmisión de información basadas en espectro disperso en las que proponen el uso de señales caóticas para la generación de las secuencias de dispersión [12-22, 25-32]. La generación de secuencias de dispersión para los sistemas convencionales está basada en el uso de Registros Lineales de Corrimiento (*Linear Feedback Shift Register*, LFSR), en un nuevo esquema se propone que sean sustituidos mediante la utilización de generadores de caos los cuales producen señales caóticas y a partir de estas señales producir el nuevo conjunto de secuencias de dispersión. Los sistemas de comunicación de espectro disperso basados en teoría caótica parecen prometer mucho debido a su simplicidad de implementación y a los beneficios que brindan entre los cuales podemos citar los siguientes:

- Tener un conjunto numeroso de códigos pseudoaleatorios con buenas propiedades de autocorrelación y correlación cruzada que se traduce en un mejor desempeño del sistema debido a que se reduce la interferencia de acceso múltiple (*Multiple Access Interference*, MAI) y en una mayor cantidad de usuarios soportados [25,27].
- Lograr auto-sincronización entre transmisor y receptor, que es está basada en la respuesta síncrona caótica [12]. De acuerdo a este principio podemos formar un par “maestro-esclavo”, donde el maestro es un sistema caótico y el esclavo es un sistema actuando como un filtro acoplado. El efecto del primer sistema sobre el segundo es la respuesta síncrona caótica. De esta forma los sistemas maestro y esclavo pueden ser sincronizados sin necesidad de una señal externa de sincronización. El descubrimiento de esta propiedad ha traído un gran interés para la aplicación de las propiedades del caos en sistemas de espectro disperso.
- Garantizar seguridad en las comunicaciones, la transmisión de información en una forma segura es una meta que se ha estado persiguiendo desde hace mucho tiempo. Una transmisión inalámbrica está expuesta a ser interceptada por un receptor no autorizado; en este sentido se han desarrollado muchas técnicas para proteger la información contra manos intrusas, la tecnología de espectro disperso es una de esas técnicas y sin lugar a dudas es la mas segura ello debido a las características de pseudoaleatoriedad de las secuencias de dispersión con ello se realiza simultáneamente dispersión y encriptación. Cuando las secuencias de dispersión son producidas por procedimientos no lineales la capacidad de proteger la información aumenta ya que estos sistemas poseen una baja probabilidad de intercepción (*Low Probability of Interception*, LPI) así como baja probabilidad de detección (*Low Probability of Detection*, LPD). [32].

### 1.1 Conceptos básicos de espectro disperso

La tecnología de comunicación por espectro disperso fue usada en un principio estrictamente para aplicaciones militares a inicios de los años cuarenta [2]. El propósito original de este esquema de modulación fue brindar a las señales transmitidas un nivel de robustez contra interferencia intencional (*Jamming*) y no intencional, también para poder lograr un nivel alto de seguridad ante receptores no deseados [4]. La liberación para el uso en aplicaciones civiles y comerciales alcanzó rápidamente gran popularidad, como ejemplo podemos citar la tecnología de CDMA.

En espectro disperso se utiliza un código pseudoaleatorio que es independiente de la información el cual se emplea como una señal moduladora para dispersar la energía de la señal sobre un ancho de banda mucho mas grande que el ancho de banda de la información, la señal resultante tiene una mas baja densidad de potencia (Figura 1.1), posteriormente en receptor es aplicado un proceso inverso de dispersión usando una réplica sincronizada del código pseudoaleatorio para recuperar la señal de información [1]. Este excesivo ancho de

banda mitiga los efectos dañinos de la interferencia ya sea deliberada como el “*jamming militar*” o no intencionada como la de los usuarios que comparten el mismo canal.

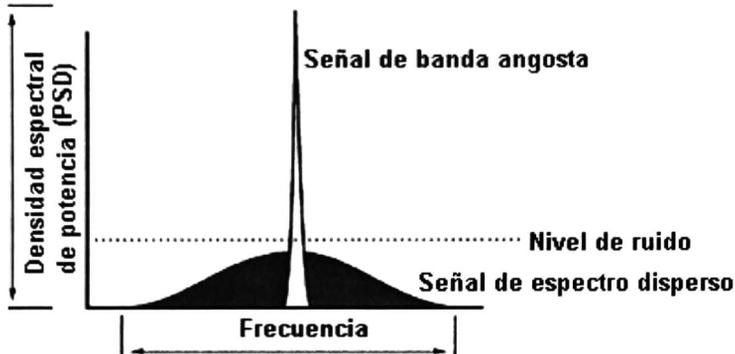


Figura 1.1 Dispersión del espectro

Las ventajas que brindan los sistemas de espectro disperso son las siguientes:

1. **Baja densidad espectral de potencia y efectivo control de potencia.** Debido a que la señal está dispersa sobre una gran banda de frecuencia, la densidad espectral de potencia resultante es muy baja, de este modo otros sistemas de comunicación no se ven afectados. Esto es importante debido a que existen regulaciones gubernamentales que establecen los límites máximos para los niveles de densidad espectral, y evitar con ello interferencia nociva entre los sistemas operando en la misma banda o bandas vecinas. Como ejemplo podemos citar la banda banda ISM o banda Industrial, Científica y Médica (*Industrial, Scientific & Medic Band* ISM band) ubicada en los 902 a 928 MHz, en la que no se requiere licencia de operación y es para usos de telefonía inalámbrica, médicos, científicos e industriales en baja potencia (H15). En esta banda la Comisión Federal de Comunicaciones (*Federal Communication Commission, FCC*) establece en su Parte 15 que la operación de equipos en esta banda (1) no debe de causar interferencia dañina y (2) tolerar cualquier interferencia dañina de su propia operación. Para cumplir con estas metas la FCC limita a 1 watt la potencia máxima permitida además de que existan lapsos de supervisión de nivel no mayores de una hora, en este sentido los equipos de espectro disperso superan estos lineamientos ya que un transmisor de espectro disperso puede operar a solo un 10% de la potencia máxima permitida (esto es 0.1 watt) y para el caso de supervisión de niveles, puede realizar actualizaciones cada 30 segundos [H16] logrando con esto un efectivo control de potencia.
2. **Privacidad debido al uso de códigos aleatorios.** El aplicar un código que es desconocido por un usuario hostil, implica que sea muy difícil detectar el mensaje de un usuario.

3. **El uso de espectro disperso implica la reducción de los efectos de multitrayectoria.** En un canal de radio no existe una sola trayectoria entre un transmisor y un receptor. Debido a las reflexiones (y refracciones) una señal será recibida de un número de trayectorias diferentes. Todas las señales de las diferentes trayectorias son copias de la misma señal transmitida pero con diferentes amplitudes, fases, retardos y ángulos de arribo. Al sumarse estas señales en el receptor tendrá un resultado constructivo en algunas frecuencias y destructivo en otras, conocido como desvanecimiento selectivo [37]. En el dominio del tiempo esto resulta en una señal dispersada. La modulación de espectro disperso puede combatir esta interferencia de multitrayectoria; sin embargo, la forma en la que esta se logra depende del esquema de modulación empleado (secuencias directas, saltos de frecuencia, saltos de tiempo o sistemas híbridos) que se explicaran mas adelante.
4. **Capacidad de acceso múltiple.** Si múltiples usuarios transmiten una señal de espectro disperso al mismo tiempo, el receptor es capaz de distinguir entre los usuarios siempre y cuando cada usuario posea un código único que tenga una correlación cruzada suficientemente baja con los otros códigos. El correlacionar la señal recibida con el código de cierto usuario solamente concentrará la señal de este usuario, mientras que las otras señales de espectro disperso permanecerán dispersadas sobre el ancho de banda extenso. De esta forma, en el ancho de banda de la información la potencia del usuario deseado será más grande que la potencia de interferencia, siempre y cuando no existan demasiados usuarios interfiriendo.
5. **Gran desempeño contra la interferencia intencional (Anti-Jam).** Esta característica resulta del extenso ancho de banda usado para transmitir la señal. De acuerdo a Shannon la capacidad del canal en un ambiente de ruido Gaussiano esta dado por [38]:

$$C = W \log_2(1 + S/N) \quad (1.1)$$

C = capacidad en bits por segundo

W = ancho de banda

S = potencia de la señal

N = potencia del ruido

Este teorema establece que la capacidad de un canal es proporcional a su ancho de banda y a la relación señal-ruido en el canal. Al expandir el ancho de banda a varios MHz o aún varios cientos de MHz hay mas que suficiente ancho de banda para transportar a la tasa de datos requerida y tener mas para contrarrestar los efectos del ruido. Esta característica de Jamming se expresa como “ganancia de procesamiento”. La ganancia de procesamiento está definida como la relación del ancho de banda de la señal de espectro disperso ( $BW_{RF}$ ) y la tasa de información ( $R_{info}$ ) y su expresión es la siguiente [9]:

$$\text{Ganancia de procesamiento} = G_p = \frac{BW_{RF}}{R_{inf}} \quad (1.2)$$

Este es básicamente el factor de dispersión. La ganancia de procesamiento determina el número de usuarios que pueden ser soportados por un sistema, la cantidad de resolución de multitrayectoria, también como una medida de la capacidad para interferir una señal (*jam*). Para un sistema de espectro disperso siempre es deseable tener un valor de ganancia de procesamiento tan alto como sea posible.

6. **Rechazo a la interferencia.** Es similar al punto anterior, solo que este tipo de interferencia no es intencional y es originada por la operación sistemas de banda angosta. Al correlacionar la señal codificada con una señal de banda angosta se dispersará la potencia de la señal de banda angosta, en consecuencia se reducirá la potencia de interferencia sobre el ancho de banda de la información. Esto se puede ilustrar en la Figura 1.2. La señal de espectro disperso (*s*) recibe una señal de interferencia de banda angosta (*i*), en el receptor la señal de espectro disperso es “concentrada” mientras que la señal de interferencia es dispersada, haciendo que esta aparezca como ruido de fondo comparativamente con la señal concentrada o señal de interés.

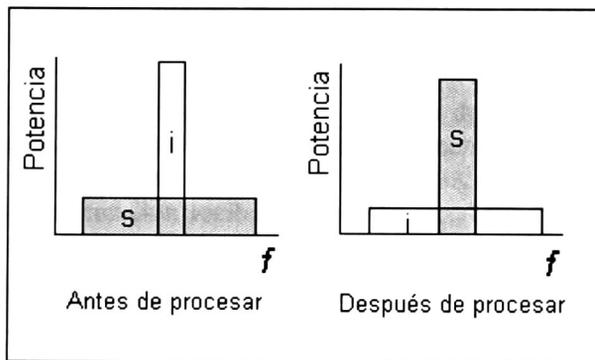


Figura 1.2 Rechazo a la interferencia

## 1.2 Tipos de sistemas de espectro disperso

Existen varios métodos para originar dispersión en una portadora; sin embargo, todos los sistemas de espectro disperso pueden ser vistos como un proceso que involucra dos modulaciones. En la primera, la información por transmitir se modula con una forma de modulación convencional ya sea analógica o digital. En la segunda, la portadora es modulada por un código de dispersión causando que esta se expanda sobre un ancho de banda mas grande. Estos esquemas son utilizados para comunicaciones de acceso múltiple (CDMA) y están clasificados como se aprecia en la Figura 1.3 [36]:

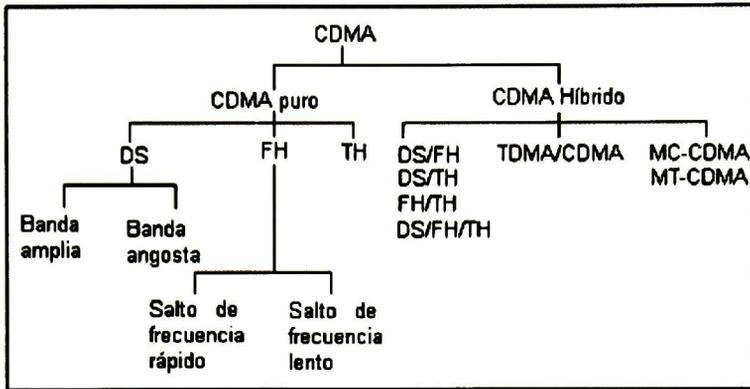


Figura 1.3 Clasificación de CDMA

### 1.2.1 Espectro disperso por secuencia directa (DS)

En un sistema de acceso múltiple basado en la técnica de secuencias directas (*Direct Sequence, DS*), la señal modulada con la información es directamente modulada por una señal digital de codificación. La señal de datos puede ser ya sea analógica o digital, en la mayoría de los casos es digital. Cuando la señal es digital la modulación de datos es frecuentemente omitida y esta es directamente multiplicada por la señal de codificación la señal resultante modula la portadora de banda amplia. Es de esta multiplicación directa donde este método de secuencia directa toma su nombre [36].

En la Figura 1.4 se muestra un diagrama de un transmisor de DS-SS en el que se usa una secuencia pseudoaleatoria (o código PN) en conjunto con una modulación PSK M-aria para desplazar pseudoaleatoriamente la fase de la señal PSK de acuerdo a la tasa del chip (los bits de la señal de codificación reciben el nombre de “chips”), la tasa de chips esta dada por  $R_c = 1/T_c$ , una tasa que es un entero múltiplo de la velocidad de símbolos  $R_s = 1/T_s$  [10], donde  $T_c$  y  $T_s$  son la duración del chip y símbolo respectivamente. En la Figura 1.5 se ilustra este procedimiento donde una señal de datos de banda angosta  $b(t)$  es multiplicada por el código pseudoaleatorio de banda amplia  $c(t)$  para generar la señal transmitida:

$$m(t) = c(t) \cdot b(t) \tag{1.3}$$

La señal resultante del producto, tendrá un espectro igual a la convolución de los dos espectros separados resultando que esta tenga casi el mismo espectro del código PN. Por ello, el código PN, es también llamado código de dispersión.

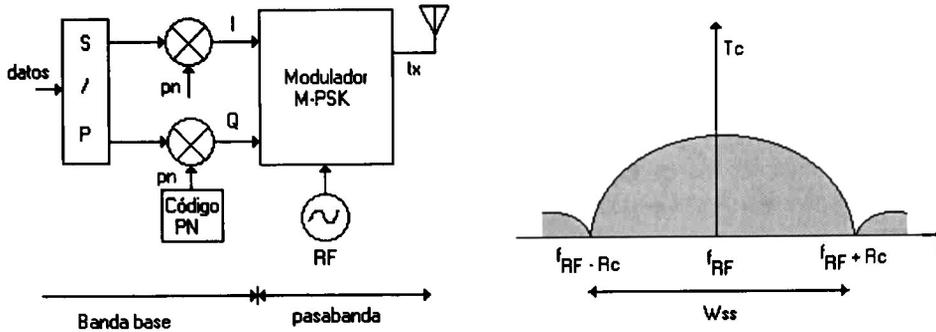


Figura 1.4 Bloques del sistema de DS y su espectro de frecuencia

Después de la transmisión de la señal, el receptor usa demodulación coherente para “concentrar” la señal de espectro disperso y recuperar la información usando una secuencia código generada localmente. Para poder realizar el proceso de recuperación el receptor no solamente debe de conocer la secuencia de codificación que se usó para dispersar la señal, si no también que los códigos generados de la señal recibida y los que se generaron localmente deban de estar sincronizados. Esta sincronización debe de establecerse en el principio de la recepción y mantenerse hasta que la señal en su totalidad haya sido recibida.

:

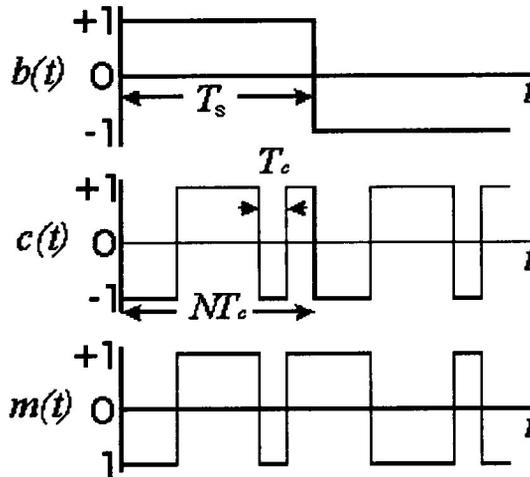


Figura 1.5 Formas de onda ilustrando el procedimiento de secuencia directa

La señal recibida  $r(t)$  consistirá de la señal transmitida  $m(t)$  mas cierta interferencia aditiva:

$$\begin{aligned}
 r(t) &= m(t) + i(t) \\
 &= c(t) \cdot b(t) + i(t)
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

Para recuperar el mensaje original la señal recibida es alimentada al demodulador que consiste de un multiplicador seguido de un integrador. El multiplicador está provisto de un código PN que se genera localmente y que es una réplica del que se usó para la transmisión, además de estar en sincronía con este. La salida del multiplicador esta dada por:

$$\begin{aligned} z(t) &= c^2(t) \cdot b(t) + c(t) \cdot i(t) \\ &= b(t) + c(t) \cdot i(t) \end{aligned} \tag{1.5}$$

Se nota el hecho que  $c^2(t) = 1$  para toda  $t$ . La señal original es multiplicada en dos ocasiones por el código PN y es regresada nuevamente a su forma de banda angosta, mientras que la interferencia es multiplicada una sola vez y es dispersada espectralmente a la salida del multiplicador. Un integrador después del multiplicador puede filtrar la secuencia de datos original de la interferencia.

### 1.2.2 Espectro disperso por salto de frecuencia (FH)

En este tipo de sistema de salto de frecuencia (*frequency hopping, FH*) una secuencia pseudoaleatoria es generada en el modulador y es usada en conjunto con una modulación FSK M-aria para desplazar pseudoaleatoriamente la frecuencia de la portadora de la señal FSK, a una tasa de saltos igual a  $R_h$ . La señal transmitida ocupa un número de frecuencias en tiempo, cada una por un periodo de  $T_h = 1/R_h$ , conocido como tiempo de residencia. FHSS divide el ancho de banda disponible en N canales y los saltos entre estos canales son de acuerdo al código PN. En cada tiempo de salto de frecuencia el generador PN alimenta al sintetizador de frecuencia una palabra de frecuencia (secuencia de n chips) la cual va a determinar una de las  $2^n$  posiciones de frecuencia  $f_{hi}$ , el transmisor y el receptor siguen el mismo patrón de saltos de frecuencia [5,8].

El ancho de banda transmitido esta determinado por las posiciones de los saltos mas bajos y altos y por el ancho de banda por posición de salto ( $\Delta f_{ch}$ ) (Figura 1.6). Para un salto determinado el ancho de banda instantáneo que ocupa es idéntico al ancho de banda de una transmisión M-FSK convencional, el cual es mucho menor que  $W_{ss}$ . De este modo, la señal de FHSS es una señal de banda angosta y su potencia de transmisión esta concentrada en la totalidad del canal. Promediando sobre muchos saltos resulta que el espectro de FH/M-FSK ocupe la totalidad del ancho de banda de espectro disperso. Debido que los saltos generalmente resultan con discontinuidad de fase (dependiendo de la implementación) se requiere una demodulación no coherente en el receptor.

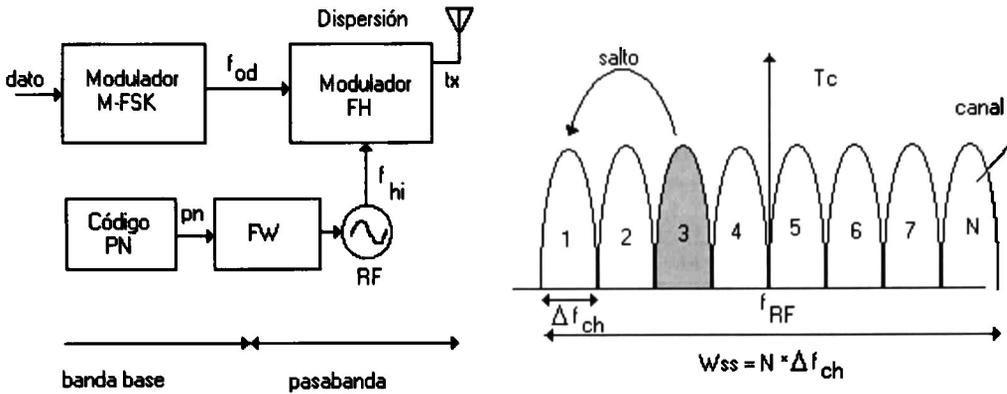


Figura 1.6 Bloques del sistema de FHSS y su espectro de frecuencia

Dentro del esquema de salto de frecuencia se puede hacer una distinción que esta basada en la velocidad de los saltos de la portadora. Si la velocidad de los saltos es mucho mas grande que la tasa de símbolos a este sistema se le llama “salto de frecuencia rápido” (*Fast Frequency Hopping, F-FH*) [36]. En este caso, la portadora cambia un número de veces durante la transmisión de un símbolo, de modo que un bit es transmitido en diferentes frecuencias. Si la velocidad de salto es mucho menor que la tasa de símbolos a este esquema se le llama “salto de frecuencia lento” (*Slow Frequency Hopping, S-FH*), en este caso múltiples símbolos son transmitidos en la misma frecuencia.

### 1.2.3 Espectro disperso por salto de tiempo (THSS)

En este tipo de sistema la señal de datos es transmitida en veloces ráfagas de tiempo a intervalos determinados por el código asignado al usuario. El eje del tiempo está dividido en tramas y cada trama esta dividida en  $M$  ranuras o *slots*, durante cada trama el usuario transmitirá en una de las  $M$  ranuras de tiempo, la ranura de tiempo que se usará para esta transmisión dependerá del código PN asignado al usuario [36]. Debido a que el usuario transmite todos su datos en una en lugar de usar las  $M$  ranuras, la frecuencia que se necesita para esta transmisión se incrementa por un factor  $M$ . Un diagrama de bloques para un sistema TH-CDMA se presenta en la Figura 1.7.

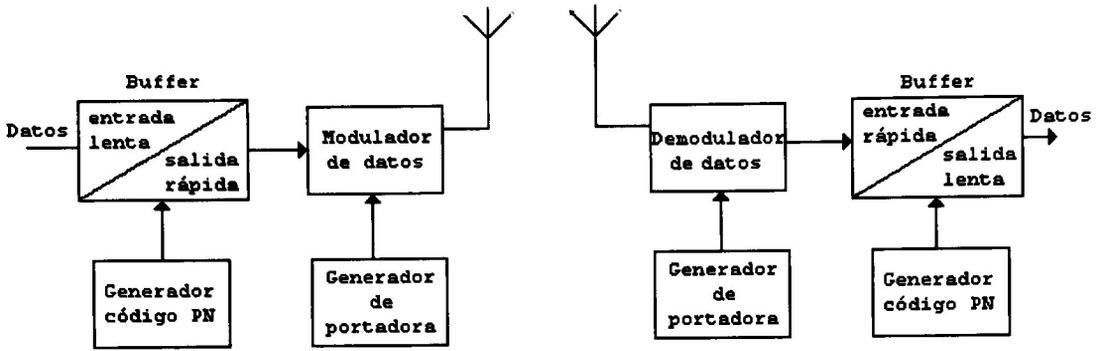


Figura 1.7 Diagrama de bloques de un transmisor/receptor de TH-CDMA

En la Figura 1.8 se muestra las gráficas de tiempo contra frecuencia para los tres sistemas anteriormente mencionados, al comparar los esquemas de secuencia directa y salto de frecuencia con el de salto de tiempo este último usa la totalidad el espectro de banda amplia pero solo por periodos cortos de tiempo en lugar de partes del espectro durante todo el tiempo.

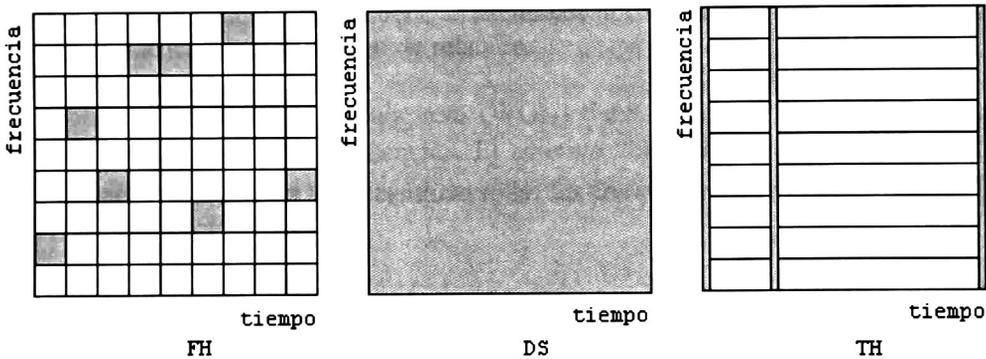


Figura 1.8 Gráfica de tiempo-frecuencia para los sistemas FH, DS y TH

### 1.2.4 Espectro disperso por sistemas híbridos

Los sistemas de CDMA híbridos están formados por aquellos sistemas que incluyen una combinación de dos o mas de los métodos de espectro disperso mencionados anteriormente o también de alguna combinación de CDMA con alguna otra técnica de acceso múltiple. Al combinar las tres técnicas básicas de espectro disperso resultan cuatro posibles sistemas híbridos: DS/FH, DS/TH, FH/TH, y DS/FH/TH; y al combinar CDMA con TDMA o con modulación multiportadora se obtienen dos mas: CDMA/TDMA y MC-CDMA.

La idea del sistema híbrido es combinar las ventajas específicas de cada técnica de modulación. Si tomamos por ejemplo el sistema conformado por DS/FH, tiene la ventaja de la capacidad anti-multitrayectoria del sistema de DS junto con la operación ventajosa contra

el problema de “cerca-lejos” (*near-far problem*) del sistema FH. Por supuesto, la desventaja yace en el incremento de la complejidad del transmisor y el receptor.

### 1.3 Secuencias pseudoaleatorias

Todos los sistemas de acceso múltiple basados en técnicas de espectro disperso hacen uso de un tipo especial de secuencia, esta secuencia de tipo binario puede ser identificada con varios nombres como son: secuencia de dispersión, secuencia pseudoaleatoria o secuencia PN, la abreviatura PN proviene del inglés *pseudo-noise*; también se puede usar indistintamente el nombre de secuencia o código. En esta sección y las siguientes revisaremos las propiedades, formas de generación, tipos de secuencias así como su definición dentro del estándar IS-95.

#### 1.3.1 Ruido blanco aleatorio Gaussiano

Un punto de partida en el estudio de las secuencias de dispersión es conocer las propiedades del ruido blanco Gaussiano ya que es sobre este el que se hacen frecuentes alusiones cuando se refiere a las secuencias pseudoaleatorias, de hecho el mismo nombre de este tipo de secuencias marca un tipo de relación.

El ruido blanco Gaussiano de media cero (WGN) tiene la misma densidad espectral de potencia  $G_{WGN}$  para todas las frecuencias. El adjetivo “blanco” es usado en el sentido de que la luz blanca contiene en igual cantidad todas las frecuencias dentro de la banda visible de radiación electromagnética.

La función de autocorrelación del WGN, está dada por la inversa de la transformada de Fourier de la densidad espectral de potencia del ruido  $G_{WGN}(f)$  [H17]:

$$Ra_{WGN}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} WGN(t) \cdot WGN(t + \tau) dt = F^{-1} \{G_{WGN}(f)\} = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (1.6)$$

La función de autocorrelación  $Ra_{WGN}(\tau)$  es cero para toda  $\tau \neq 0$ , esto significa que para dos muestras diferentes de WGN, no importando que tan juntas en tiempo se encuentren están descorrelacionadas y estas dos muestras son estadísticamente independientes. El WGN ideal está totalmente descorrelacionado de sus versiones desplazadas de tiempo para cualquier  $\tau \neq 0$ . Entonces, el ruido Gaussiano blanco puede considerarse que tiene una distribución aleatoria.

### 1.3.2 Secuencia pseudoaleatoria

Una secuencia pseudoaleatoria también conocida como secuencia PRN (*Pseudo-random Noise*) es una secuencia de números binarios, (por ejemplo  $\pm 1$ ) la cual parece ser aleatoria; pero de hecho es perfectamente determinística debido a que tiene un periodo. La secuencia parece ser aleatoria en el sentido de que los valores binarios y de las rachas ocurren en la misma proporción que si la secuencia hubiera sido generada basándose en el experimento del lanzamiento de una moneda común y corriente. En el experimento, cada cara resulta en un valor binario y la cruz en otro valor binario. La secuencia PN parece haber sido generada del tal experimento. Al analizar estadísticamente esta secuencia se puede ver que la función de autocorrelación es parecida a la del ruido blanco Gaussiano, solo que en este caso la función es periódica, de ahí el nombre de secuencia de ruido pseudoaleatorio. Las aplicaciones de las secuencias pseudoaleatorias, incluyen sincronización de señales, determinación de distancias con radar, generación de números aleatorios, resolución de multitrayectoria, criptografía, identificación de señales en sistemas de comunicación de acceso múltiple [6].

No existe un algoritmo que usando una máquina de estados finitos pueda producir una secuencia verdaderamente aleatoria, ello debido a su carácter finito obliga a la secuencia a ser periódica, lo que comúnmente lo mejor que se puede hacer es generar secuencias con un periodo muy largo, la llamada secuencia pseudoaleatoria

### 1.3.3 Propiedades de las secuencias pseudoaleatorias

Una secuencia pseudoaleatoria debe de cumplir las Principios de Golomb para que se asemeje a una secuencia aleatoria, estos principios establecen [H18]:

- **Principio 1:** El número de ceros y de unos por periodo deben ser igual tanto como sea posible.
- **Principio 2:** La mitad de las rachas en una secuencia tiene longitud 1, un cuarto tienen longitud 2, ...,  $1/2^i$  tienen longitud  $i$ . Además, para cualquier longitud, la mitad de las rachas son bloques y la otra mitad son espacios. Un bloque es una secuencia de la forma .. 011110... y un espacio es uno de la forma ...10000001... cualquiera que sea el tipo es una racha.
- **Principio 3:** El valor de la autocorrelación  $AC(k)$  fuera de fase tiene el mismo valor para toda  $k$ , la función de autocorrelación esta definida como:

$$AC(k) = (\text{concordancias} - \text{diferencias}) / p \quad (1.7)$$

Esta función compara una secuencia de periodo  $p$  y sus desplazamientos de  $k$  espacios. La correlación fuera de fase se refiere cuando  $p$  no divide a  $k$ .

## 1.4 Generación de secuencias pseudoaleatorias

### 1.4.1 Los registros lineales de desplazamiento con retroalimentación

Los registros lineales de desplazamiento retroalimentados (*Linear Feedback Shift Register*, LFSR), son el método más común para producir secuencias pseudoaleatorias, un LFSR de longitud  $n$  ( $n$  es el número de registros) producirá siempre secuencias periódicas, cualquiera que sean las condiciones iniciales del registro de desplazamiento (exceptuando la condición de todo ceros), después de un número finito de pulsos de reloj las condiciones iniciales serán reproducidas [8]. Debido a que el número máximo de combinaciones diferentes de  $n$  dígitos binarios es  $2^n$  el periodo no puede exceder de  $2^n$ . Como la condición inicial de solo ceros no está permitida debido a que ciclaría al generador el número máximo de estados posibles es de  $2^n - 1$ . En la figura 1.9 se presenta una configuración de un LFSR.

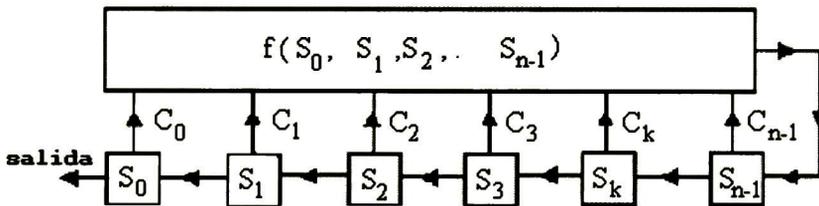


Figura 1.9. Generador de secuencias pseudoaleatorias

De la Figura 1.9, considerando que  $f(S_0, \dots, S_{n-1})$  es una función lineal, por ejemplo [H18]:

$$f(s) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i s_i \quad (1.8)$$

La salida está determinada por los valores iniciales  $S_0, S_1, \dots, S_{n-1}$  y la relación en la recursión lineal [H18]:

$$s_{k+n} = \sum_{i=0}^{n-1} c_i s_{k+i} \quad k \geq 0 \quad (1.9)$$

Podemos considerar el siguiente ejemplo de un LFSR de longitud  $n = 4$   $c_0 = c_2 = c_3 = 1, c_1 = 0$  (estos términos son llamados variables de conexión) y con un estado inicial  $(0, 1, 1, 0)$ , la secuencia que se propaga a través de este generador:

Tiempo	Estados del LFSR	Salida
0	0,1,1,0	
1	1,1,0,1	0
2	1,0,1,0	1
3	0,1,0,0	1
4	1,0,0,0	0
5	0,0,0,1	1
6	0,0,1,1	0
7	0,1,1,0	0

Tabla 1.1 Ejemplo de propagación de una secuencia

Debido a que nuevamente se ha alcanzado la condición inicial, este LFSR produce una secuencia con periodo 7. La longitud de la secuencia esta determinado por el número de registros ( $n$ ) del LFSR, entonces existen  $2^n$  estados posibles, pero el estado de solo ceros no se alcanza a menos que se inicie con el, de modo que hay en total  $2^n - 1$  estados posibles.

Los LFSR que producen secuencias pseudoaleatorias son caracterizables mediante su polinomio característico [H18]:

$$f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_{n-1}x^{n-1} + x^n = \sum_{i=0}^n c_i x^i \quad (1.10)$$

donde  $c_n = 1, c_0 = 1$

Este polinomio depende solamente de las variables de conexión. Cada polinomio  $f(x)$  con  $f(0) = 1$  divide a  $x^m + 1$  para determinados valores de  $m$ . El valor mas pequeño para lo cual esto es verdadero es llamado el periodo de  $f(x)$ . Un polinomio irreducible (o sea, no factorizable) de grado  $n$ , tiene un periodo que divide a  $2^n + 1$ . Un polinomio irreducible de grado  $n$  cuyo periodo es  $2^n + 1$  se le llama polinomio primitivo.

Cada secuencia de registros de desplazamiento es periódica con un periodo igual a  $P \leq 2^n - 1$ , a la secuencia que tiene el máximo periodo posible, se le llama secuencia de máxima longitud (*m-sequence*), y tiene un periodo  $P = 2^n - 1$  [9].

Existen dos tipos de configuraciones mediante las cuales un polinomio irreducible (polinomio primitivo) se puede implementar mediante un LFSR, una de ellas es el generador simple de registros de desplazamiento (*Simple Shift Register Generator, SSRG*), como se muestra en la Figura 1.10 y el generador Modular de registros de desplazamientos (*Modular Shift Register Generator, MSR*G) [11].

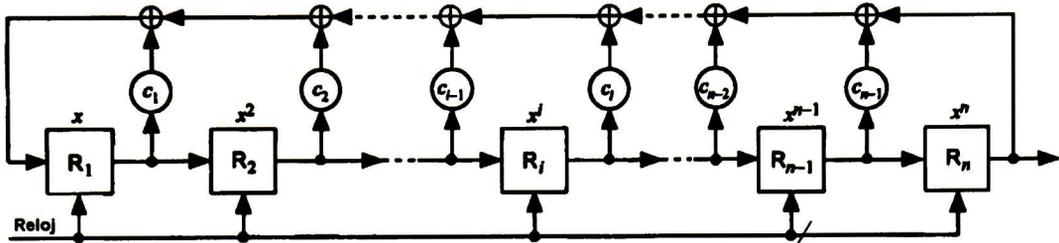


Figura 1.10 configuración SSRG para el polinomio  
 $f(x) = 1 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_ix^i + \dots + c_{n-1}x^{n-1} + x^n$

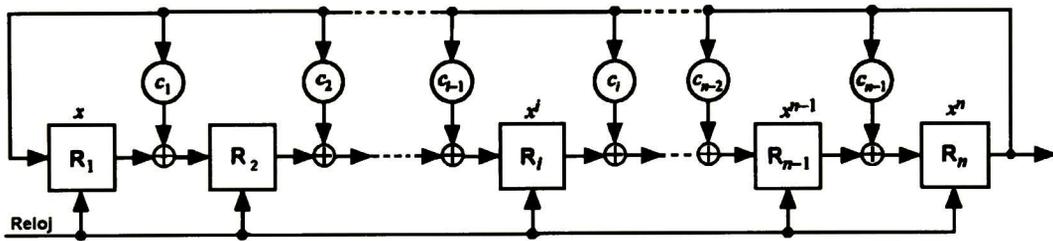


Figura 1.11 configuración MSR para el polinomio  
 $f(x) = 1 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_ix^i + \dots + c_{n-1}x^{n-1} + x^n$

Los dispositivos de almacenamiento binario de los LFSR's están representados en las Figuras 1.10 y 1.11 mediante  $R_1, R_2, \dots, R_n$  como cada una de las etapas del LFSR. Los coeficientes del polinomio  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$  funcionan como interruptores, cada salida de la etapa  $R_i$  está conectada a un sumador de módulo-2 a través del interruptor  $c_i$ . Si  $c_i = 0$  para alguna etapa  $i$ , no hay conexión de derivación al sumador módulo-2, mientras que si  $c_i = 1$  se establece una derivación al sumador de módulo-2. Cada etapa del registro  $R_i$  está también identificada con la potencia del término  $x^i$  del polinomio. Las conexiones en la configuración SSRG se hacen de acuerdo al polinomio característico y la suma combinada (módulo-2) de las salidas de todas las etapas es retroalimentada a la etapa inicial del LFSR. Una característica diferente en la configuración MSR es que la salida de la última etapa esta retroalimentada a cada una de las etapas a través de los interruptores  $\{c_i\}$  como se puede apreciar en la Figura 1.11. Se puede notar que la última etapa está siempre retroalimentada con la primera etapa  $R_1$  y la salida de la etapa  $R_i$  es sumada en módulo-2

con la salida de la última etapa  $R_n$ . Cuando la salida ya sea de un SSRG o un MSRG es tomada de la última etapa la secuencias resultantes son PN.

En las implementaciones de SSRG y MSRG, la fase o desplazamiento de la secuencia de máxima longitud producida es posible controlarla de dos maneras [11]: seleccionando la carga inicial del registro de desplazamiento y el otro método es combinando ciertas salidas de las etapas de los registros de desplazamiento. Las salidas que deben de conectarse para obtener el desplazamiento deseado en la secuencia se especifica en un vector máscara.

## 1.5 Tipos de secuencias pseudoaleatorias

### 1.5.1. Secuencias de máxima longitud

Las secuencias de máxima longitud o secuencias-m son por definición los códigos de periodo mas largo que pueden ser generados por un LFSR de longitud determinada. Para un LFSR la máxima longitud de una secuencia que puede ser generada es de  $2^n - 1$  donde  $n$  es el número de etapas del LFSR. Las secuencias de máxima longitud tienen las siguientes propiedades que son útiles en las aplicaciones de espectro disperso [8]:

- **Periodo de la secuencia:** Una secuencia de máxima longitud tiene  $N = 2^n - 1$  bits y el periodo de esta secuencia es  $N$
- **Propiedad de balance:** Esta propiedad determina que la relación de unos y ceros en una secuencia de máxima longitud, una condición que es importante ya que esta similitud en la cantidad de unos y ceros en la secuencia máxima, permite que la componente de corriente directa pueda ser despreciada en una secuencia-m o en una señal modulada por código, el número de unos y ceros se puede determinar como sigue:

$$\begin{aligned} \text{número 1's} &= 2^{n-1} \\ \text{número de 0's} &= 2^{n-1} - 1 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Se puede observar que el número de 1's difiere del número de 0's en uno

- **Propiedad de rachas:** Una racha es una sucesión de unos o de ceros en forma consecutiva en la secuencia. En una secuencia de máxima longitud estas rachas están perfectamente cuantificadas, hay exactamente  $2^{r-(p+2)}$  rachas de longitud  $p$  de ceros y de unos en cada secuencia de máxima longitud (excepto que solo hay una racha que contiene  $r$  unos y una que contiene  $r - 1$  ceros; esto es, no hay rachas de ceros de longitud  $r$  o de unos de longitud  $r - 1$ ).

- **Propiedad de autocorrelación:** La autocorrelación para una secuencia de máxima longitud se refiere al grado de similitud que existe entre una secuencia y una versión desplazada de sí misma, la autocorrelación se determina mediante el número de valores que coinciden menos el número de valores que no coinciden, en todo lo largo de la secuencia que se analiza.

La autocorrelación es periódica para este tipo de secuencias y esta dada por:

$$R_{pn}(j) = \sum_{i=0}^N pn_i \cdot pn_{i-j} \quad \text{para } 0 \leq j \leq N-1$$

$$= \begin{cases} N & \text{para } j = 0 \\ -1 & \text{el resto} \end{cases} \quad (1.12)$$

$pn_i$  denota el  $i$ -ésimo elemento de la secuencia PN.

La autocorrelación para este tipo de secuencias se dice que es bi-valuada, ya que solo presenta dos cantidades para todos los valores de desplazamiento, presenta un valor máximo cuando el desplazamiento es cero y  $-1$  para el resto. Estos valores pueden ser graficados como una función de desplazamiento.

En la Figura 1.12 se presenta una gráfica típica de la autocorrelación de una secuencia de máxima longitud, los valores se encuentran normalizados y en la Figura 1.13 para una secuencia no máxima.

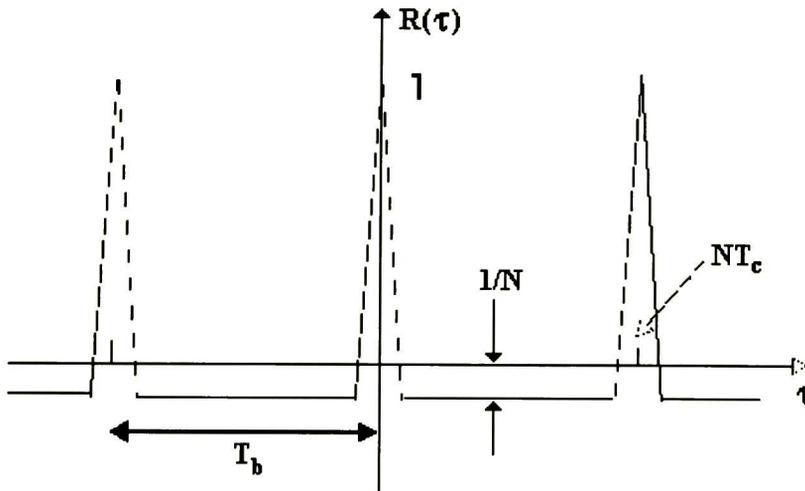


Figura 1.12 Gráfica de autocorrelación para una secuencia máxima

- **La correlación cruzada** de dos secuencias, es la medida de similitud entre dos códigos diferentes, las secuencias- $m$  tienen valores picos muy altos de correlación cruzada (ver Tabla 1.2)
- **El número de códigos posibles** para una longitud de código en particular es muy pequeño (ver Tabla 1.1)

$m$	$N = 2^n - 1$	No. de secuencias- $m$	$R_{m,máx}$	$R_{G,máx}$
3	7	2	5	5
4	15	2	9	9
5	31	6	11	9
6	63	6	23	17
7	127	18	41	17
8	255	18	95	33
9	511	48	113	33
10	1023	60	383	66
11	2047	176	287	66
12	4095	144	1407	129

Tabla 1.2 Valores máximos de correlaciones cruzadas de secuencias- $m$  ( $R_{m,máx}$ ) y secuencias de Gold ( $R_{G,máx}$ ).

Existe un término para la propiedad de una secuencia, o un par de secuencias y está relacionada con la habilidad del receptor para reconocer el punto exacto de sincronización, esta propiedad es llamada *índice de discriminación (ID)* y denota la diferencia en correlación entre la secuencia completamente correlacionada (perfectamente sincronizada) y el pico de menor autocorrelación o de correlaciones cruzadas [8]. (ver Figura 1.13).

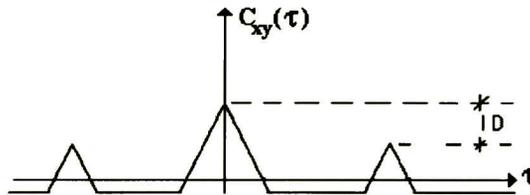


Figura 1.13 Gráfica de correlación cruzada

- **Propiedad de adición lineal:** Esta es otra propiedad importante de las secuencias de máxima longitud también es conocida como propiedad deslaza-y-suma (*shift-and-add property*) en la cual dos o mas secuencias se pueden sumar. Cuando dos secuencias- $m$  de longitud diferente, como podría ser  $(2^n - 1)$  y  $2^p - 1$  son sumadas, el resultado es una secuencia compuesta cuya longitud resultante es  $(2^n - 1)(2^p - 1)$ ,



En el caso de generación de secuencias compuestas el número máximo de secuencias que pueden ser generadas es [8]:

$$\frac{(2^n - 1)(1 - \frac{1}{pf_1})(1 - \frac{1}{pf_2}) \dots (1 - \frac{1}{pf_R})}{2^n} \quad (1.13)$$

donde  $n$  es la longitud del generador (número de etapas) y  $pf_1, pf_2, \dots$  son los factores primos de  $2^n - 1$ . La ecuación anterior muestra una división entre dos, esto se debe a que las secuencias máximas que el generador produce la mitad de ellas son imágenes inversas de si mismas, y estas no son útiles, por ello se realiza esa división para descartarlas.

### 1.5.2. Códigos de Gold

Los códigos de Gold son producidos mediante una operación de OR-exclusivo (suma de módulo-2) entre dos secuencias máximas de igual longitud. Las secuencias se suman chip a chip en manera síncrona. Debido a que las secuencias-m son de igual longitud, los dos generadores de código mantienen la misma relación de fase y los códigos generados son de la misma longitud al de los códigos base que fueron usados, pero con la diferencia que estas nuevas secuencias generadas no son máximas, por ello, la función de autocorrelación será de menor calidad que la de las secuencias-m [7]. Cada cambio en la posición de la fase entre las dos secuencias-m generadoras causa que una nueva secuencia de Gold sea generada.

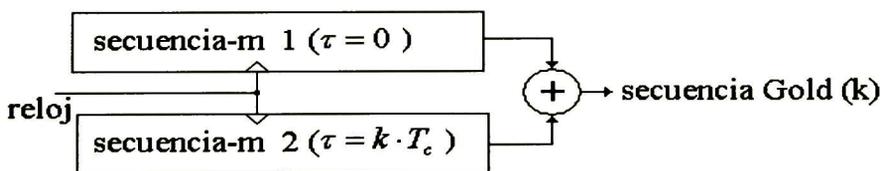


Figura 1.15 Generador de códigos de Gold

Cualquier generador de códigos Gold formado con un par de LFSRs de  $n$  etapas, puede generar  $2^n - 1$  secuencias de longitud  $2^n - 1$  mas las dos secuencias-m base, da un total de  $2^n + 1$  secuencias.

Además de la ventaja de generar un gran número de códigos, los códigos de Gold pueden ser seleccionados para agruparlos en conjuntos cuyas propiedades de autocorrelación y correlación cruzada entre códigos sea uniforme y este limitada. Cuando se seleccionan

especialmente secuencias- $m$ , llamadas secuencias- $m$  preferidas o *pares preferidos*, se obtienen secuencias de Gold que tienen tres valores de correlación (ver Tabla 1.3).

$n$	Longitud de la secuencia $N_c$	Tres valores de la correlación cruzada normalizada
Impar	$2^n - 1$	$-1/N_c$ $-(2^{(n+1)/2} + 1)/N_c$ $(2^{(n+1)/2} - 1)/N_c$
Par (excepto $4 \cdot k$ )	$2^n - 1$	$-1/N_c$ $-(2^{(n+2)/2} + 1)/N_c$ $(2^{(n+2)/2} - 1)/N_c$

Tabla 1.3 Características de correlación de secuencias de Gold

En la Tabla 1.3 se muestran las características de correlación cruzada de secuencias de Gold obtenidas de pares preferidos [8]. Estos valores de correlación cruzada depende del número de etapas de los LFSR ( $n$  par o impar).

La forma en que están configuradas las derivaciones del LFRS determina la formación de pares preferidos de secuencias- $m$ , en la Tabla 1.4 aparecen varias configuraciones de LFSR que son pares preferidos para diferentes longitudes de LFSR's, así como los tres valores de correlación cruzada, comparando los valores de correlación cruzada presentados en las Tabla 1.2 y 1.4 se puede ver que las secuencias de Gold exhiben mejores propiedades de correlación cruzada que las secuencias de máxima longitud.

$n$	$N_c$	Pares preferidos de secuencias máximas	Tres valores de correlación cruzada		
5	31	[5,3] [5,4,3,2]	7	-1	-9
6	63	[6,1] [6,5,2,1]	15	-1	-17
7	127	[7,3] [7,3,2,1] [7,3,2,1] [7,5,4,3,2,1]	15	-1	-17
8	255	[8,7,6,5,2,1] [8,7,6,1]	31	-1	-17
9	511	[9,4] [9,6,4,3] [9,6,4,3] [9,8,4,1]	31	-1	-33
10	1023	[10,9,8,7,6,5,4,3] [10,9,7,6,4,1] [10,8,7,6,5,4,3,1] [10,9,7,6,4,1]	63	-1	-65
11	2047	[11,2] [11,8,5,2] [11,8,5,2] [11,10,3,2]	63	-1	-65

Tabla 1.4 Pares preferidos de secuencias máximas

### 1.5.3 Secuencias de Kasami

Las secuencias de Kasami tienen valores óptimos de correlación cruzada que casi se acercan al límite inferior de Welch [37]. Este límite desarrollado por Welch en 1974, dice que el límite mas bajo de la correlación cruzada entre cualquier par de secuencias binarias de periodo  $N$  de un conjunto de  $M$  secuencias está dado por:

$$\phi_{\max} \geq N \sqrt{\frac{M-1}{MN-1}} \quad (1.14)$$

El cual para grandes valores de  $N$  y  $M$  se puede aproximar a  $\sqrt{N}$

El procedimiento de generación de las secuencias de Kasami es el siguiente [H19]: De la secuencia de máxima longitud  $\mathbf{a}$ , se obtiene una nueva secuencia, tomando cada  $q$  ésimo bit de la secuencia  $\mathbf{a}$ , este proceso se denota como  $a[q]$ ; esta nueva secuencia es una versión diezmada de  $\mathbf{a}$  y se identifica como  $\mathbf{a}'$ . Al elegir  $q = 2^{m/2} + 1$ , donde  $m$  es el grado de la secuencia  $\mathbf{a}$ , hace que la secuencia  $\mathbf{a}'$  sea periódica y su periodo es de  $2^{m/2} - 1$ . Al repetir  $\mathbf{a}'$   $q$  veces se obtiene una nueva secuencia identificada como  $\mathbf{b}$ . Con las secuencias  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  se forma un nuevo conjunto de secuencias al sumar  $\mathbf{a}$  y la secuencia  $\mathbf{b}$  con desplazamientos ciclos de  $2^{m/2} - 2$  chips. Incluyendo  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  obtenemos un conjunto de  $2^{m/2}$  secuencias. La correlación y correlación cruzada de este tipo de secuencias toma valores del conjunto  $\{1, -(2^{m/2} + 1), 2^{m/2} - 1\}$ . Por consiguiente, el valor máximo de correlación cruzada entre cualquier par de secuencias del conjunto es:

$$\phi_{\max} = 2^{m/2} + 1 \quad (1.15)$$

Este valor de  $\phi_{\max}$  satisface el valor del límite inferior de Welch para un conjunto de  $2^{m/2}$  secuencias de longitud  $N = 2^{m/2} + 1$ , por lo tanto, la secuencias de Kasami son óptimas.

### 1.5.4 Código de Barker

El número de estados  $n$ , en un LFSR determina la longitud del periodo de la secuencia- $m$ . Los códigos de Barker brindan códigos con diferentes longitudes y propiedades de autocorrelación similares a las de las secuencias de máxima longitud [10].

Barker (11) = 1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 -1  $\Sigma = +1$  (balanceado)

Barker (13) = 1 1 1 1 1-1 -1 1 1 -1 1 1 -1 1  $\Sigma = +5$  (no balanceado)

### 1.5.5 Códigos de Walsh-Hadamard

Los códigos de Walsh-Hadamard son generados en un conjunto de  $N = 2^n$  códigos con longitud  $N = 2^n$ . El algoritmo de generación es el siguiente [10]:

$$H_N = \begin{bmatrix} H_{N/2} & H_{N/2} \\ H_{N/2} & -H_{N/2} \end{bmatrix} \quad \text{con } H_0 = [1]$$

Los renglones (o columnas) de la matriz  $H_N$  son los códigos Hadamard-Walsh

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

En cada caso el primer renglón (renglón 0) consiste únicamente de unos y cada uno de los otros renglones contiene  $N/2$  ceros y  $N/2$  unos. El renglón  $N/2$  inicia con  $N/2$  unos y termina con  $N/2$  ceros.

La distancia (número de elementos diferentes) entre cualquier par de renglones es exactamente  $N/2$ . Para  $H_8$  la distancia entre cualquier renglón es 4. De esta forma la distancia de Hamming del código de Hadamard es 4. Los códigos de Walsh-Hadamard pueden ser usados como códigos de bloque en un codificador de canal.

Todos los renglones son mutuamente ortogonales:

$$\sum_{k=0}^{N-1} h_{ik} h_{jk} = 0 \tag{1.16}$$

para todos los renglones  $i$  y  $j$ . La correlación cruzada entre cualquier par de estos códigos de la misma matriz es siempre cero, cuando están siempre perfectamente sincronizados. En un sistema CDMA síncrono, esto asegura que no exista interferencia entre señales transmitidas y la estación base.

## 1.6 Resumen del estándar IS-95A e IS-95B

El título completo del estándar IS-95 es “*Mobile Station-Base Station Compatibility Standar for Dual-Mode Wideband Spread Spectrum Cellular System*” lo cual indica el hecho que es una interfase común de aire, (*common air interface, CAI*), este no especifica completamente como el sistema será implementado, solo las características y limitaciones que serán impuestas en los protocolos de señalización y estructuras de datos. El *Interim Standar-95* o IS-95 como popularmente se le conoce, es uno de los estándares de CDMA para sistemas de comunicación personal inalámbrica (PCS) especificado por la Asociación de la Industria de las Telecomunicaciones (*Telecommunications Industry Association, TIA*). Este estándar pertenece a los sistemas de celulares de segunda generación y está basado en CDMA, en su revisión A y en su revisión B. Este opera en la banda de los 800MHz y en la banda de 1.9GHz para PCS. Un canal de IS-95 ocupa 1.25MHz de espectro en cada enlace [H22]. En las siguientes secciones veremos con mas detalle las características de este estándar.

El estándar IS-95 es un sistema de “modo dual”, que es capaz de operar en modo digital y analógico, para facilitar la transición entre los sistemas celulares analógicos a los sistemas digitales. Por consiguiente, hay secciones del IS-95 para ambos sistemas, analógico y digital.

Las características relevantes de este estándar incluyen la incorporación de un sofisticado control de potencia en conjunto con circuitos de actividad de voz el cual es crítico para evitar una excesiva transmisión de potencia que contribuye al nivel de interferencia total en el sistema CDMA. Está estimado que en una conversación bidireccional típica, la tasa promedio de datos es de 3kbps, la cual con control de potencia incrementa la vida de la batería del teléfono. Para superar los efectos de desvanecimiento y de *shadowing* se emplea un intercalador con 20 ms de duración aunado con codificación de control de error. También es empleado un procesamiento de Rake para tomar ventaja de los retardos de multitrayectoria mayores de  $1\mu s$  [6].

El sistema IS-95, al igual que todos los sistemas celulares, hace interfase con la red pública de telefonía conmutada (*Public Switched Telephone Network, PSTN*) a través de una central de conmutación de telefonía móvil (*Mobile Telephone Switching Office, MTSO*), como puede verse en la Figura 1.16. En esta figura, las estaciones móviles muestran la comunicación con estaciones base mediante enlaces de radio “de bajada” (base a móvil) y “de subida” (móvil a base).

CDMA es el método seleccionado para los sistemas de 3G, como es confirmado por las propuestas enviadas por el Instituto Europeo de Estándares de Telecomunicaciones (*European Telecommunications Standards Institute*, ETSI), la *Association Radio Industry Business* (ARIB) y la *Telecommunications Industry Association* (TIA). Los usuarios de 3G cdma2000 usan una interfase de aire CDMA basado en el estándar IS-95B existente para proveer un servicio de calidad de voz tipo alámbrico así como servicios con altas velocidades de datos que andan en el rango de 144-kbps para usuarios móviles y 2 megabits por segundo (Mbps) para usuarios estacionarios. Es importante notar que cdma2000 es una propuesta de fondo del TIA para el estándar *International Mobile Telecommunications-2000* (IMT-2000) [H23]. Cdma2000 es una propuesta de Estados Unidos, existen otras propuestas para los sistemas de tercera generación por países Europeos, Japón y Korea y todos ellos están basados en CDMA de banda amplia (Wideband CDMA, WCDMA) [36].

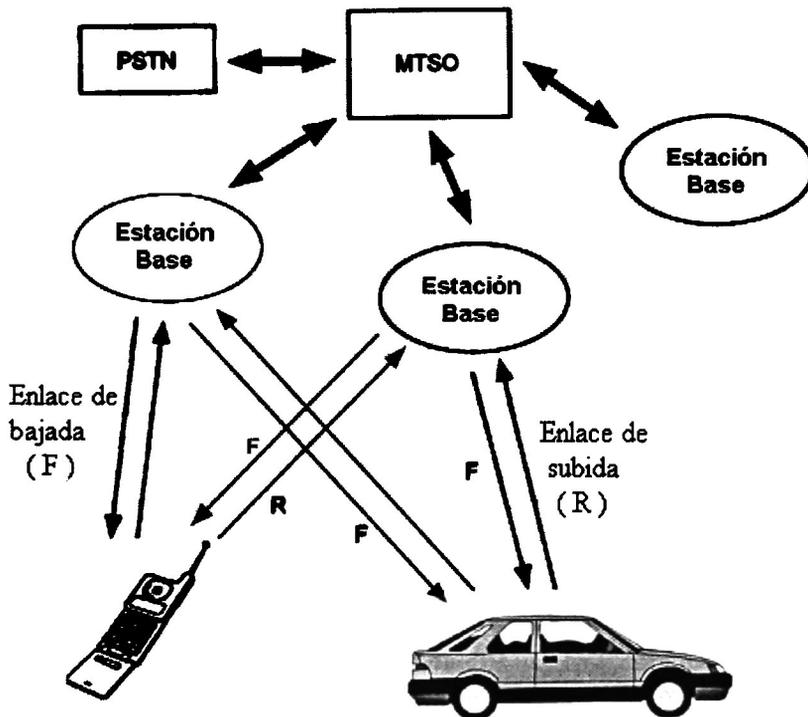


Figura 1.16 Arquitectura del sistema celular

Las comunicaciones de radio sobre los enlaces de bajada y subida del sistema digital de comunicaciones que están especificados en el estándar IS-95 están organizados en canales. La Figura 1.17 muestra los diferentes tipos de canales que son diseñados en IS-95, los canales son: Piloto, sincronización, paginación, y canales de tráfico, para el enlace de bajada y canales de acceso y tráfico para el enlace de subida.

Las técnicas de modulación y de acceso múltiple son diferentes en los enlaces de bajada y de subida. Ambos enlaces del sistema IS-95 tienen en todas sus transiciones requerimientos estrictos de frecuencia y tiempo.

### 1.6.1 Coordinación de frecuencia y tiempo

La arquitectura de este sistema celular (Figura 1.16), es la siguiente: un número de sitios de estaciones base están conectadas y controladas a través de un controlador de estaciones base que esta asociado con una central de conmutación de telefonía móvil MTSO, los cuales hacen interfase con la red pública de telefonía conmutada (PSTN) a través de un centro de conmutación móvil (*Mobile Switching Center, MSC*). Varios MTSOs de una región están a su vez bajo el control de un Centro de Administración de Operaciones (*Operations Management Center OMC*). Cada MTSO (también llamado controlador de estación base *Base Station Controller, BSC*) tiene una función de coordinación de tiempo y frecuencia.

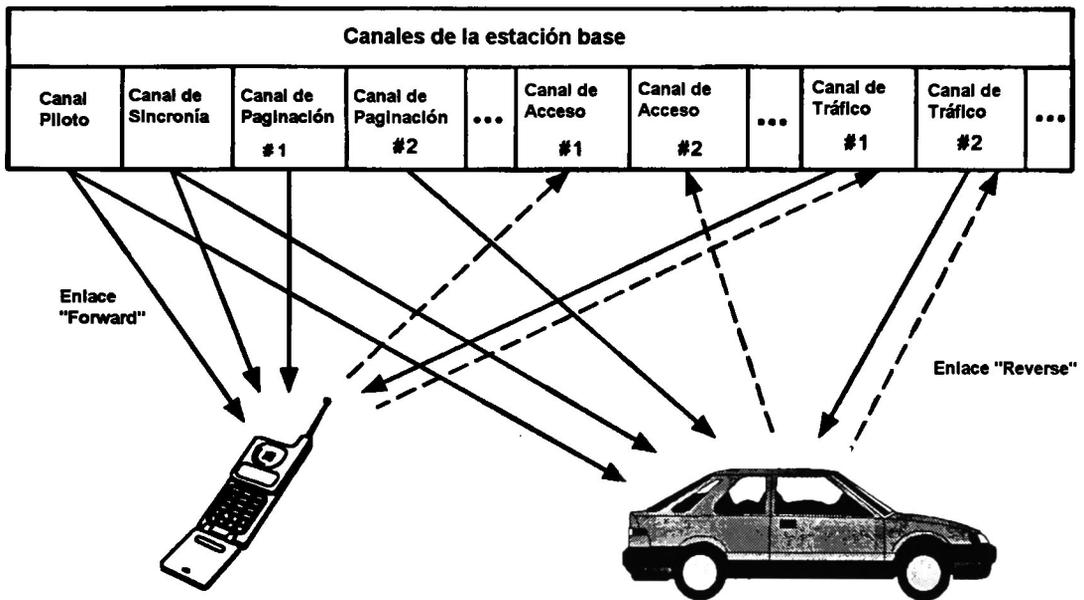


Figura 1.17 Enlaces de los canales de bajada y subida

### 1.6.2 Descripción de las operaciones del enlace de bajada

La estructura del canal del enlace de bajada consiste de hasta 64 transmisiones simultaneas, distintos canales con funciones variadas son multiplexadas ortogonalmente en la misma portadora de RF. Uno de estos canales es una señal piloto de alta potencia que es transmitida continuamente como una referencia de fase coherente para la recepción de portadoras moduladas por información. Otro de estos canales es un canal de sincronización transmitido continuamente y que es usado para transportar la información del sistema de todos los usuarios en la célula. Hasta siete canales de paginación se emplean para llamadas entrantes a móviles en la célula y transportan información de asignaciones de canal y otros mensajes

de señalización. El resto de estos canales son designados para canales de tráfico, cada uno de los cuales está transmitiendo voz y datos a un usuario móvil.

### 1.6.2.1 Síntesis de CAI para el enlace de bajada

El documento del IS-95 especifica un CAI para el sistema celular de CDMA que diferentes fabricantes de equipo para el sistema pueden usar, con el fin de asegurar que las implementaciones de sus diseños (posiblemente diferentes en algunos aspectos) funcionen en conjunto. Las principales características del CAI para el enlace de bajada son las siguientes [11]:

- **Multiplexaje:** la canalización del enlace de bajada está basada en un esquema de multiplexaje por división de código, usando un conjunto ortogonal de subportadoras digitales, conocidas como funciones de Walsh.
- **Rechazo de interferencia:** la señal en el enlace de bajada es modulada por secuencias directas empleando un código pseudoaleatorio con el fin de aislar las señales recibidas de una estación base particular y discriminar señales recibidas de otras estaciones base. En el sentido de que el receptor usa la fase del código PN para distinguir señales de estaciones base (no canales individuales), la “C” de CDMA en el enlace de bajada se refiere a la fase del código PN igual que las funciones de Walsh.
- **Modulación:** las señales del enlace de bajada presentan portadoras de RF I (coseno) y Q (seno) moduladas por diferentes flujos de datos bipolares ( $\pm 1$ ) en banda base codificados por códigos PN, por consiguiente generan una forma de modulación QPSK (*quaternary phase-shift keying*).
- **Forma del pulso:** la forma de los pulsos digitales de banda base a la salida de los canales I y Q, es determinada por un filtro FIR que está diseñado para controlar el espectro de la potencia radiada a una mínima interferencia de frecuencia adyacente.
- **Tasa de chip de PN:** la tasa de chip del código PN es de 1.2288Mcps y es 128 veces la máxima tasa de datos a 9.6 kbps.
- **Ancho de banda efectivo:** se especifica la tasa de chips del código PN y el control de espectro, la energía de la señal del enlace de bajada está casi totalmente contenida en un ancho de banda de 1.25MHz.
- **Codificación de voz:** se especifica un *vocoder* de tasa variable, con tasas de datos 1200, 2400, 4800, y 9600 bps dependiendo de la actividad de voz.
- **Codificación para control de errores:** el enlace de bajada usa un codificador convolucional con tasa de  $\frac{1}{2}$ , con decodificación de Viterbi.

- **Intercalado:** para proteger contra patrones de ráfagas de errores (causado por un canal con desvanecimiento), el enlace de bajada intercala los símbolos codificados antes de la transmisión, usando un intervalo de 20 ms.

### 1.6.3 Esquema de multiplexaje ortogonal

En el enlace de bajada, cada canal es distinguido por una secuencia ortogonal de Walsh modulada por los datos codificados. Las secuencias de Walsh son los renglones de las matrices de Hadamard, cuyas dimensiones son potencias de 2 y son ortogonales cuando se correlacionan sobre su periodo. Los datos en los canales de paginación y de tráfico son encriptados (*scrambling*) usando una fase asignada de un código PN que provee un grado de privacidad, pero no es usado para distinguir los canales. Las asignaciones de canal se muestran en la Figura 1.18 con sus correspondientes secuencias de Walsh  $H_i$ , donde  $i = 0, 1, 2, \dots, 63$ .

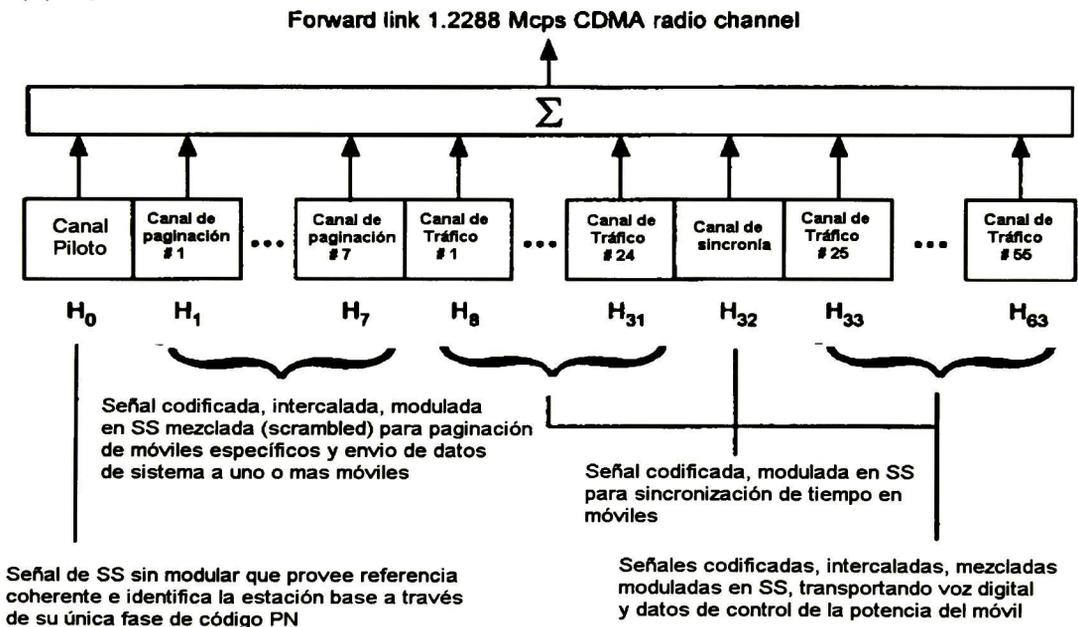


Figura 1.18 Asignaciones de canal para el enlace de bajada

La tasa de datos de banda base de cada uno de los canales que está siendo multiplexado varía. Con una tasa máxima de 19.2 kilo-símbolos por segundo (ksps). Cada flujo de datos de banda base del canal es combinado con una secuencia de Walsh asignada de 64 chips que se repite a una tasa de 19.2 kbps. De esta forma la combinación multiplexada ortogonalmente de los canales del enlace de bajada forma un flujo de datos de banda base con una tasa de  $64 \times 19.2 \text{ kbps} = 1.2288 \text{ Mcps}$ .

Como puede apreciarse en la Figura 1.19 el flujo de datos multiplexado para un canal en particular es combinado separadamente con dos diferentes códigos PN cortos que son

identificados con los componentes en cuadratura de la portadora I y Q. Los códigos I y Q se denotan como  $PN_I(t, \theta_i)$  y  $PN_Q(t, \theta_i)$ , respectivamente. Los cuales son generados por un LSFR. La notación  $\theta_i$  es el parámetro de fase del código PN asignado a una estación base particular, el cual es seleccionado de 512 posibles valores. De este modo, a diferencia del QPSK convencional, el cual asigna símbolos alternados de banda base para los canales en cuadratura I y Q, el sistema IS-95 asigna los mismos datos a cada canal en cuadratura. Las dos señales de banda base en cuadratura son “conformadas” (*shaped*), usando filtros FIR, Figura 1.19, con el fin de controlar la forma del espectro emitido. Las señales conformadas de los canales I y Q son moduladas por una portadora en fase ( $\cos 2\pi f_c t$ ) y por portadora en cuadratura ( $\sin 2\pi f_c t$ ), para después ser combinadas y transmitidas.

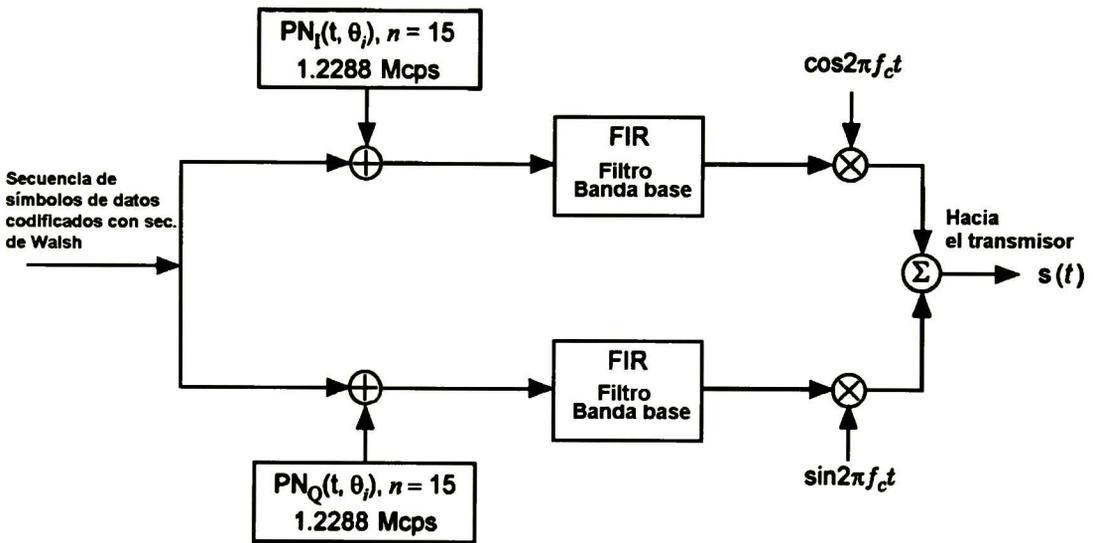


Figura 1.19 Dispersión en cuadratura del enlace de bajada

### 1.6.4 Canales del enlace de bajada

Las operaciones de multiplexaje ortogonal en el enlace de bajada se muestran en la Figura 1.20. Los canales del enlace de bajada consisten de un canal piloto, un canal de sincronía, canales de paginación y canales de tráfico, como puede ver es la figura. Cada canal es modulado por una secuencia de Walsh específica para el canal, denotada  $H_i$ , donde  $i = 0, 1, 2, \dots, 63$ . El estándar IS-95 asigna  $H_0$  para el canal piloto,  $H_{32}$  para el canal de sincronización, de  $H_1$  a  $H_7$  para los canales de paginación, y el resto de los  $H_i$  para canales de tráfico. Se puede apreciar que la secuencia PN del canal-I y la del canal-Q, simultáneamente modulan cada uno de los canales del enlace de bajada.

### 1.6.4.1 Canal de tráfico

El canal de tráfico puede aceptar tasas de datos a 9600 bps, 4800 bps, 2400 bps y 1200 bps, recibiendo de un codificador de voz con tasa variable de bits (QCELP, *Qualcomm Code Excited Linear Prediction*) se incluyen también bits de verificación y bits de cola (la secuencia de cola de codificador convolucional controla el codificador convolucional a un estado conocido al final de cada trama) [11]. Las señales son procesadas en tramas de 20 ms de duración.

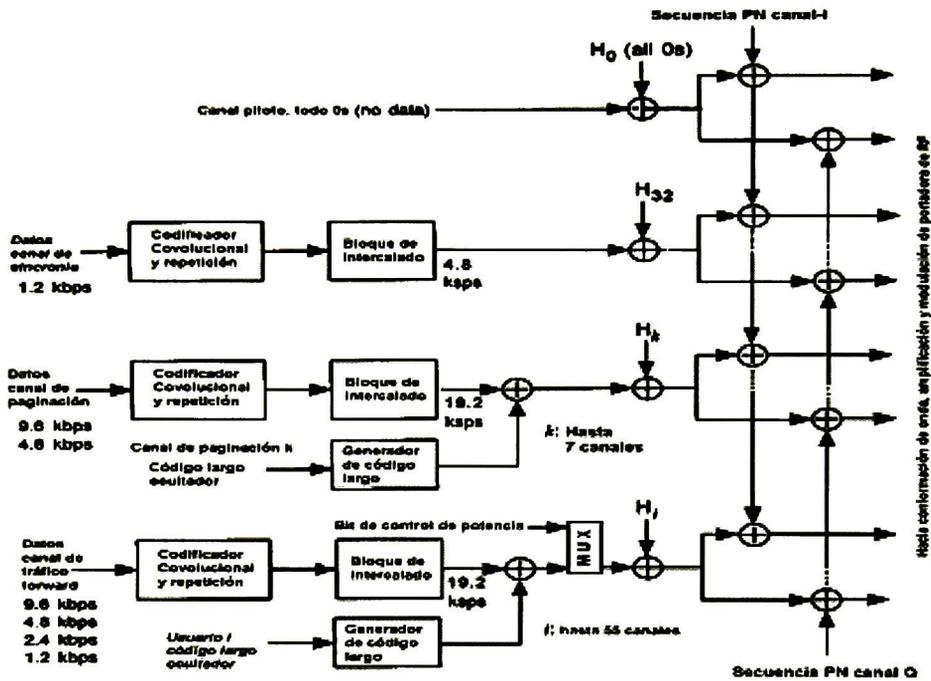


Figura 1.20 Operaciones de multiplexaje en el enlace de bajada

Un código convolucional, con una restricción de longitud de  $K = 9$  y una tasa de  $\frac{1}{2}$  protege a cada señal.

Cuando la tasa es menor de 19200 bps, el transmisor repite los bits codificados (con un factor 1, 2, 4 u 8) para conseguir aumentar la tasa a 19200 bps, que corresponde a 384 bits en una trama de 20ms.

Un intercalador permuta los bits codificados en una trama, esto disminuirá la influencia de ráfagas de error, que son típicos en comunicaciones inalámbricas.

La secuencia en banda base es encriptada por una secuencia PN obtenida de un generador de códigos largos ( una secuencia PN con una longitud de  $2^{42} - 1$  a una tasa de 1.2288 Mbps) y de un enmascarador de código largo (un desfase de tiempo determinado por el número de serie electrónico (*Electronic Serial Number*, ESN) de la estación móvil para los canales de tráfico). El periodo del código largo es:

$$\frac{2^{42} - 1}{1.2288 \text{ Mcps}} = 3.5 \times 10^6 = 41.4 \text{ dias} \quad (1.17)$$

Para hacer coincidir la tasa de la secuencia del código largo con los 19200 bps de la tasa de banda base, un diezmador extrae 1 de 64 bits de la secuencia del código largo.

El flujo de símbolos de banda base es dispersado mediante la multiplicación con una secuencia de Walsh de longitud 64, y así se produce una tasa de chip en banda base de 1.2288 Mcps. Existen 64 secuencias ortogonales de Walsh, cierta de las cuales son asignadas a diferentes usuarios del canal. Todas las transmisiones de los usuarios ocurren sincrónicamente de la estación base, de modo que esas transmisiones están también sincronizadas al receptor de cualquier suscriptor individual (CDMA síncrono). El uso de un conjunto de secuencias ortogonales permite un perfecto rechazo de la interferencia de otros usuarios asociada con cualquier trayectoria de la transmisión dentro de la célula.

La secuencia de datos en banda base es duplicada en los canales I y Q de un modulador I-Q. Posteriormente son dispersados con diferentes secuencias piloto en los canales I y Q. Esta secuencia PN tiene una longitud de  $2^{15}$  chips. Un desfaseamiento en las secuencias PN es asignado a cada estación base y están sincronizadas al UCT (*Universal Coordinated Time*). Para demodular una señal recibida una estación móvil sincroniza la secuencia PN generada localmente con la secuencia PN generada en el transmisor [10]. Las señales recibidas de otras estaciones base, con diferentes valores de desfaseamiento de la secuencia PN aparecen como un ruido de bajo nivel en el receptor, debido a las propiedades de correlación de las secuencias.

El ancho de banda de señal de CDMA es de 1.23 MHz. El ancho de banda de un canal AMPS (usando la misma banda de frecuencia) es de 30 kHz. Por consiguiente el ancho de banda de una señal de CDMA corresponde al ancho de banda acumulado de 41 canales AMPS [10].

### 1.6.4.2 Canal Piloto

El canal piloto usa Walsh 0, una secuencia de solo ceros, (o solo 1's). El canal no contiene información, solamente la secuencia PN corta. Este provee a la unidad móvil con un señalizador, referencia de tiempo y fase (para detección coherente). Los canales I y Q de los canales de tráfico (conteniendo la misma información) pueden ser dispersados independientemente para determinar la amplitud de los canales. La secuencia piloto puede ser empleado por canales con propósitos de sondeo para determinar las amplitudes y fases de varios componentes de multitraectoria en el receptor de la unidad móvil (receptor de Rake).

### 1.6.4.3 Canal de sincronía

El canal de sincronía usa Walsh 32, una secuencia de 32 0's seguida por 32 1's. Este provee a la unidad móvil con datos de sincronización de tiempo crítico: El reloj del sistema

(obtenido de GPS), el desfasamiento de la secuencia PN corta y la tasa de los canales de paginación de la estación base (4.8 kbps o 9.6kbps).

#### 1.6.4.4 Canal de paginación

Una señal de CDMA transporta hasta 7 canales de paginación y usa Walsh 2 al Walsh 7. Los canales de paginación transmiten información a las terminales que no tienen llamadas en progreso.

La ubicación de todos estos canales en el espectro de frecuencia se puede apreciar en la Figura 1.21

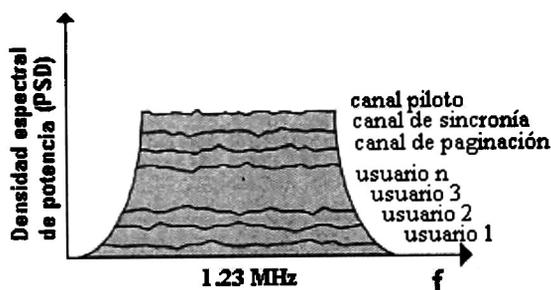


Figura 1.21 Espectro de los canales en IS-95/CDMA

### 1.7 Especificación de secuencias PN en el estándar IS-95

Tres tipos de secuencias PN son especificadas en el estándar IS-95 y son [5]:

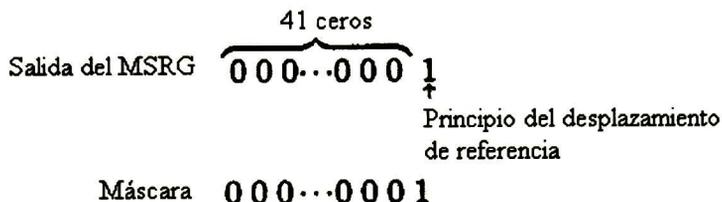
- Una secuencia “larga” ( $n = 42$ ) que es usada para encriptar los datos del usuario con diferente código de desplazamiento para cada usuario con propósitos de acceso múltiple.
- Dos secuencias “cortas” ( $n = 15$ ) que son usadas para dispersar los componentes en cuadratura de las señales de los componentes en cuadratura de las señales de los enlaces de subida y bajada, con diferentes código de desplazamiento para cada célula.

#### 1.7.1 El código PN largo para IS-95

La secuencia PN larga usada en IS-95 para mezclar los datos del usuario tiene un polinomio característico de grado 42 (Ecuación 1.18), el periodo de esta secuencia es de 41 días [11].

$$f_s(x) = 1 + x^7 + x^9 + x^{11} + x^{15} + x^{16} + x^{17} + x^{20} + x^{21} + x^{23} + x^{24} + x^{25} + x^{26} + x^{32} + x^{35} + x^{36} + x^{37} + x^{39} + x^{40} + x^{41} + x^{42} \quad (1.18)$$

El reloj para el sistema celular CDMA es el mismo que se emplea en GPS (*Global Positioning System*). Una referencia en el desplazamiento de fase del código largo, está sincronizada al reloj del sistema de CDMA iniciándose con una referencia particular. Esta referencia para el desplazamiento de fase del código largo está especificado en el estándar IS-95 y se establece cuando la salida del MSRSG es el primer uno lógico después de 41 ceros y la máscara es todo ceros excepto para el uno lógico en el bit mas significativo (MSB).



Las máscaras especificadas para el código largo en el enlace de bajada son mostradas en la Figura 1.22

**Máscara del código largo para el canal de acceso**



- NCA:                      Número del canal de acceso
- NCP:                      Número del canal de paginación
- ID\_BASE:                Identificación de la estación base
- PN\_PILOTO:            Desfase del código PN para el canal de bajada
- NSE:                      Número de serie electrónico

**Máscara del código largo público para canales de los canales de tráfico**



**Máscara del código largo para el canal de paginación**

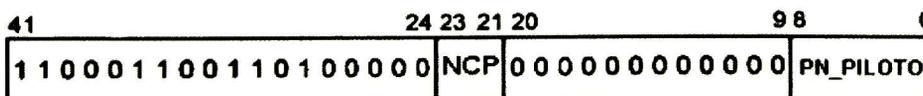


Figura 1.22 Máscaras del código largo usadas en IS-95

### 1.7.2 El código PN corto para IS-95

Las dos secuencias pseudoaleatorias cortas usadas en IS-95 son usadas para dispersar los componentes en cuadratura (I y Q) de las señales en los enlaces de bajada y subida. Cada una de las secuencias está implementada con un polinomio característico de grado  $n = 15$ .

La secuencia PN corta del canal-I tiene el siguiente polinomio característico [11]:

$$f_I(x) = 1 + x^2 + x^6 + x^7 + x^8 + x^{10} + x^{15} \quad (1.19)$$

y la secuencia corta del canal-Q tiene el polinomio característico [11]:

$$f_Q(x) = 1 + x^3 + x^4 + x^5 + x^9 + x^{10} + x^{11} + x^{12} + x^{15} \quad (1.20)$$

El periodo de una secuencia PN corta es de  $2^{15} - 1 = 32,767$  chips. En el sistema celular IS-95 CDMA para obtener un periodo de  $2^{15}$  los códigos PN reales son modificados insertándoles un cero adicional al final de cada una de las secuencias de referencia [11].

La referencia en el desplazamiento de fase (*zero offset*) de los dos códigos cortos está especificado en el estándar IS-95 y ocurre cuando la salida de los registros de desplazamiento es el primer uno lógico después de 15 ceros (en este se incluye el cero extra), como se muestra en la Figura 1.23.

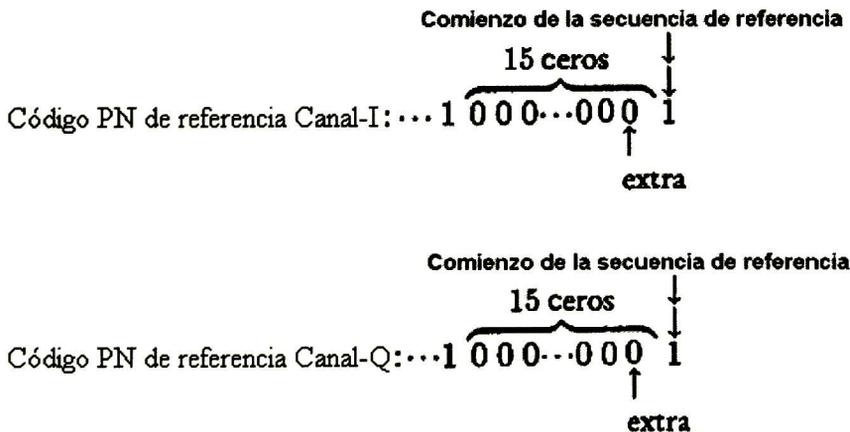


Figura 1.23 Secuencias cortas de referencia



El desvanecimiento en pequeña escala está clasificado generalmente a ser de “plano” o “selectivo en frecuencia”. “Plano” implica que el canal tiene una ganancia constante en la amplitud, así como una respuesta lineal de la fase, sobre un ancho de banda el cual es más grande que el ancho de banda de la señal transmitida, para esta situación se dice que la señal recibida está sufriendo un *desvanecimiento plano*. En este tipo de desvanecimiento las características espectrales de la señal transmitida se preservan. Sin embargo, el nivel de la señal recibida, cambiará con el tiempo debido a las fluctuaciones de la ganancia del canal causado por la multitrayectoria. Los canales con desvanecimiento plano son también conocidos como canales de amplitud variante [H33, 6].

Las envolventes de las señales con desvanecimiento plano, frecuentemente pueden ser descritas de acuerdo a distribuciones Rayleigh o Ricean. Para la distribución de Rayleigh esta se emplea para describir la distribución de la envolvente alrededor de su valor RMS, cuando la línea de vista entre el transmisor y el receptor está obstruida y solo están arribando múltiples componentes multitrayectoria fuera de fase. Por otro lado, la distribución de Ricean describe la envolvente de la señal cuando existe una componente dominante de la línea de vista en la señal recibida [H33]. A medida que la señal dominante de línea de vista se debilita la distribución de Ricean se degrada a una distribución de Rayleigh.

“Selectivo en frecuencia” implica que el canal posee una ganancia constante y una respuesta lineal de la fase, sobre un ancho de banda el cual, es más pequeño que el ancho de banda de la señal transmitida, bajo estas condiciones, la respuesta al impulso del canal tiene una difusión del retardo que es más grande que la duración de la forma de onda del mensaje transmitido. Cuando esto ocurre la señal recibida incluye versiones múltiples de la forma de onda transmitida, cada una de las cuales está retardada en tiempo, y por ello, la señal recibida está distorsionada. Visto desde el dominio de la frecuencia, determinados componentes de frecuencia de la señal recibida tienen ganancias mayores que otros [6].

Los desvanecimientos “rápidos” y “lentos” relacionan el tiempo de coherencia del canal,  $T_c$ , con el periodo del símbolo de la señal transmitida,  $T_s$ . El desvanecimiento rápido ocurre cuando  $T_c < T_s$ , en consecuencia, el canal cambia más rápido que la señal transmitida. Por otro lado, el desvanecimiento lento, ocurre cuando  $T_c > T_s$ , por lo cual, el canal cambia más lentamente que la señal transmitida. Generalmente en las transmisiones móviles de hoy en día, el desvanecimiento es casi siempre lento, debido a que las difusiones Doppler son usualmente menores de 100 Hz, mientras que las tasas de símbolo son del orden de 30 KHz o más.

### 1.8.3 Desvanecimiento Rayleigh

Como se comentó anteriormente las múltiples señales reflejadas pueden causar interferencia constructiva o destructiva en el receptor. Para el caso de desvanecimiento rápido estas variaciones ocurren a muy cortas distancias (típicamente distancias de un



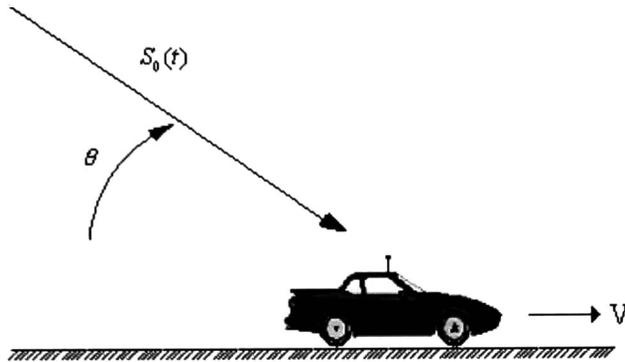


Figura 1.26 Recepción mientras la unidad móvil se desplaza

La señal recibida para estas condiciones puede expresarse de la siguiente manera [40]:

$$S(t) = a_0 e^{j(\omega_0 t + \phi_0 - \beta V t \cos \theta)} \quad (1.21)$$

donde  $a_0$  representa la amplitud,  $\phi_0$  la fase, la frecuencia angular  $\omega_0$  es igual a  $2\pi f_0$  donde  $f_0$  es la frecuencia de la portadora y  $\beta = 2\pi / \lambda$ , con  $\lambda$  como la longitud de onda. Una frecuencia adicional está contribuyendo como resultado del movimiento de la unidad móvil y es debido al efecto Doppler. Esta frecuencia adicional está expresada como sigue [40]:

$$f_d = f_m \cos \theta \quad (1.22)$$

Donde  $f_m$  es la máxima frecuencia Doppler y esta dada por  $f_m = V / \lambda$ . La frecuencia Doppler o desplazamiento Doppler puede ser positiva o negativa dependiendo del ángulo de arribo

El desplazamiento Doppler puede causar problemas significantes si la técnica de transmisión es sensible a las variaciones en la frecuencia de la portadora (por ejemplo *Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing*, COFDM), o cuando la velocidad relativa es alta (por ejemplo en los satélites de órbita baja) [H34].

## 1.9 Conclusiones del capítulo

En este capítulo de introducción se han revisado a manera de repaso los conceptos fundamentales de la teoría de espectro disperso, que son necesarios para el desarrollo de la presente tesis. En este contexto podemos hacer las siguientes conclusiones:

Los aspectos teóricos para el uso de espectro disperso en ambiente hostil de interferencia han sido conocidos por mas de cuarenta años. Es hasta recientemente que implementaciones prácticas se han hecho factibles. Inicialmente las técnicas de espectro disperso fueron desarrolladas para propósitos militares y sus implementaciones fueron excesivamente costosas. Nuevos advenimientos tecnológicos como las fabricación masiva de circuitos integrados y las técnicas avanzadas de procesamiento de señales han hecho posible que sean menos costosos los sistemas de espectro disperso para aplicaciones civiles, como ejemplo se puede citar la tecnología de CDMA descrita en el estándar IS-95.

Los sistemas de espectro disperso tienen cualidades únicas que no pueden obtenerse de sistemas convencionales de banda angosta, como son la inmunidad a la interferencia que le permite operar a mas alta eficiencia que los sistemas convencionales, la ventaja de no haber cargos por conceptos de otorgamiento de licencias la banda de ISM (902 928 MHz) es atractiva para los fabricantes y usuarios, la superposición espectral que le permiten a los sistemas de espectro disperso convivir con los sistemas existentes, las técnicas para mitigar los efectos de multirayectoria, etc.

Se revisaron en este capítulo las diferentes variedades de códigos de dispersión que se emplearan en las diferentes simulaciones de sistemas de acceso múltiple para este proyecto de tesis. Entre ellos podemos citar las secuencias máximas, los códigos de Gold usados en los sistemas de GPS. También están los códigos de Kasami y otro subconjunto de los códigos pseudoaleatorios son los códigos de Barker que originalmente fueron desarrollados para radar, por último los códigos de Walsh usados en IS-95 son muy importantes ya que realizan la canalización. Los códigos de dispersión que son útiles para espectro disperso deben de cumplir con las propiedades de autocorrelación y correlación cruzada para que el sistema de comunicación se mantenga en el nivel de desempeño deseado. En este sentido, se observó que los códigos de Gold y de Kasami presentan mejores propiedades de correlación cruzada que las secuencias de máxima longitud, lo que los hace factibles para emplearlos en un sistema de acceso múltiple.

Los diferentes tipos de sistemas de espectro disperso fueron investigados en este capítulo incluyendo secuencia directa, salto de frecuencia, salto de tiempo y sistemas híbridos. La gran ventaja de los sistemas de salto de frecuencia es que pueden coexistir mejor con la interferencia de banda angosta y esto hace que la industria tienda a favor de salto de frecuencia.

En la secciones 1.6 y 1.7 se describieron la características del estándar IS-95B, enfocándose especialmente a la estructura del enlace de bajada, los principales parámetros de este estándar se listan en la Tabla 1.5.

Ancho de Banda	1.25 Mhz
Tasa de chip	1.2288 Mc/s
Banda de frecuencia para enlace de subida	869 –894 MHz 1930-1980 MHz
Banda de frecuencia para el enlace de bajada	869-894 MHz 1850-1980 MHz
Longitud de la trama	20 ms
Codificación de voz	QCELP 8 Kb/s ACELP 13Kb/s
Soft handover	Si
Codigos de dispersión	Walsh y secuencias de máxima longitus

Tabla 1.5 Parámetros de la interfase de aire IS-95

Por último en este capítulo se dio un vistazo al fenómeno de propagación que se produce por la recepción multitrayectoria llamado desvanecimiento y la potencia de la señal recibida puede experimentar variaciones profundas en los niveles de potencia de la señal recibida, estas variaciones de la envolvente pueden ser destructivas o constructivas, un modelo para representar estas variaciones es a través de la distribución de Rayleigh.

## Teoría del Caos

### 2.1 Historia del caos

La dinámica caótica pudo haber tenido sus orígenes en el trabajo del físico matemático francés Henri Poincaré por los años de 1800's. Poincaré trató de solucionar el problema de los tres cuerpos celestiales (el sol, el planeta y la luna) que experimentan atracción gravitacional mutua [H7]. Primeramente él trató de contestar la antigua pregunta de si el sistema solar sería estable por siempre o si algunos planetas eventualmente emprendiesen el vuelo. Para responder esta pregunta, Poincaré comenzó a mirar el problema desde un punto de vista diferente. En vez de seguir todas las trayectorias de cada órbita, concibió un enfoque geométrico para analizar el problema. De este enfoque él fue capaz de mostrar que el problema de los tres cuerpos tiene una complicada dinámica orbital, lo que nosotros ahora llamamos caos.

Otro experimentador del caos fue el meteorologista llamado Edward Lorenz. En 1960 estaba trabajando en un problema para predecir el clima. Tenía una computadora con la cual modelaba el clima con 12 ecuaciones. Un día, en 1961 Lorenz quiso ver nuevamente unos datos, introdujo los números de nuevo a la computadora, pero para ahorrar con el papel y el tiempo, solo calculó con tres números decimales en vez de seis. Obtuvo resultados radicalmente diferentes. Lorenz trató de encontrar la explicación de eso. Así surgió la teoría que está tan de moda en nuestros días: **la teoría del caos**.

Según las ideas convencionales los resultados tendrían que ser prácticamente los mismos ya que Lorenz corrió el mismo programa y los datos de inicio fueron casi los mismos. Esas diferencias muy pequeñas no pueden tener efecto verdadero en los resultados finales. Lorenz demostró que esa idea era falsa. Al efecto que tienen las diferencias pequeñas e iniciales después se le dio el nombre de “efecto mariposa” que dice [H10]:

*“El movimiento de una simple ala de mariposa hoy produce un diminuto cambio en la atmósfera. Después de un cierto periodo de tiempo, el comportamiento de la atmósfera diverge del que debería de haber tenido. Así que, en un periodo de un mes, un tornado que*

*habría devastado la costa de Indonesia no se forma. O quizás, uno que no se habría de formar se forma”*

Este fenómeno, y toda la teoría del caos es también conocida como dependencia sensitiva a las condiciones iniciales. Una variación pequeña puede cambiar drásticamente el comportamiento de un sistema a largo plazo. Por ejemplo con un número inicial de 1.001 el resultado puede ser totalmente diferente que con 1.000543. Es simplemente imposible alcanzar este nivel de eficacia al medir. De esta idea Lorenz derivó que era imposible predecir exactamente el tiempo. Pero todo eso llevó a Lorenz a otros aspectos de lo que viene llamándose teoría del caos.

Lorenz intentó encontrar un modelo menos complejo que dependiera sensitivamente de las condiciones iniciales. Miró las ecuaciones de convección y las simplificó. El sistema ya no tuvo que ver con la convección, pero si dependía mucho de los datos iniciales y esta vez había solo tres ecuaciones.

Las ecuaciones del sistema también parecían tener un comportamiento hecho totalmente al azar. Pero después de verlos en una gráfica, sucedió algo sorprendente. La salida siempre quedó en una espiral doble. Anteriormente, solo estaban identificados dos tipos de comportamientos: el resultado fijo, donde las variables nunca cambian y el comportamiento periódico donde el sistema está en un circuito cerrado y se repite indefinidamente. Las ecuaciones de Lorenz son definitivamente ordenadas porque siguieron una espiral. Nunca se pararon, ni se repitieron, o sea no son periódicos. A la imagen que dieron las ecuaciones le dio el nombre de **Atractor de Lorenz** [ver apéndice B-2].

La Teoría del Caos nos dice que el comportamiento de un sistema dinámico se puede predecir en el corto plazo con una alta probabilidad de ocurrencia. Y que en el mediano y largo plazo su predicción es errática, porque depende de pequeños cambios en múltiples condiciones ambientales que hemos considerado estables. Es decir, podemos conocer las condiciones iniciales de un sistema, pero nunca las finales, ya que al existir múltiples variables en constantes cambios aleatorios, nos es muy difícil analizar y controlar todas y cada una de ellas [H25].

Por ejemplo, los meteorólogos son incapaces de prever los fenómenos climáticos más allá de los próximos 4 días, en la mejor de las hipótesis. La opinión pública cree de buena gana que actualmente, al contar con instrumentos de observación perfeccionados, podrían anunciarnos el tiempo que hará dentro de ocho días, incluso dentro de un mes. Esto no es posible. El tiempo es imprevisible por definición, es el resultado de una de una suma de circunstancias inciertas, es un sistema dinámico inestable. Esto quiere decir que la menor variación en un lugar cualquiera del planeta tiene como consecuencia efectos considerables.

## 2.2 Sistemas lineales

### 2.2.1 El concepto de sistema

Un sistema se puede ver como cualquier proceso que produce una transformación de señales. Entonces, un sistema tiene una señal de entrada y una señal de salida la cual está relacionada con la entrada a través de la transformación del sistema [38]. Los sistemas están clasificados en dos tipos: los sistemas de tiempo continuo y de tiempo discreto. Un sistema de tiempo continuo es aquel en que las señales de entrada de tiempo continuo son transformadas en señales de salida de tiempo continuo. La relación entrada-salida de un sistema de tiempo continuo se puede representar con la siguiente notación:

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad (2.1)$$

De forma similar, un sistema de tiempo discreto, transforma entradas de tiempo discreto en salidas de tiempo discreto y se representa de la siguiente forma:

$$x[n] \rightarrow y[n] \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Propiedades de los sistemas lineales

Las propiedades fundamentales de los sistemas de tiempo continuo y discreto se resumen a continuación:

**Sistemas sin memoria:** Un sistema sin memoria es aquel sistema cuando su salida para cada valor de la variable independiente depende solo de la entrada en ese mismo instante de tiempo. Como por ejemplo el sistema de la ecuación  $y[n] = (2x[n] - x[n]^2)^2$  el valor de  $y[n]$  en cualquier instante de tiempo  $n_0$  solo depende del valor de  $x[n]$ . Un ejemplo de un sistema con memoria es [38]:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] \quad (2.3)$$

**Causalidad:** Un sistema es causal si su salida en cualquier instante de tiempo depende solo de los valores de la entrada en el tiempo presente y en el pasado. Este tipo de sistemas es también llamado no anticipativo, ya que la salida del sistema no anticipa valores futuros de la entrada. En consecuencia, si dos entradas a un sistema causal son idénticas hasta el mismo tiempo  $n_0$  o  $t_0$ , las salidas correspondientes deben también ser iguales hasta el mismo tiempo.

**Invariancia con el tiempo:** Un sistema es invariante en tiempo si un desplazamiento de la señal de entrada causa un desplazamiento en tiempo en la señal de salida. En específico, si  $y[n]$  es la salida de un sistema de tiempo discreto invariante en el tiempo cuando  $x[n]$  es la entrada, entonces,  $y[n - n_0]$  es la salida cuando se aplica  $x[n - n_0]$  y de manera similar para el caso de sistemas continuos.

**Linealidad:** Es aquel sistema que posee la importante propiedad de superposición: si una entrada consiste de la suma ponderada de varias señales, entonces la salida es solo la superposición, esto es, la suma ponderada de las respuestas del sistema a cada una de estas señales.

## 2.3 Sistemas dinámicos no lineales

### 2.3.1 El significado de la no linealidad

En geometría la linealidad se refiere a objetos Euclidianos: líneas, planos, etc. Estos objetos aparentan ser los mismos no importando cuanto los examinemos [H2]. Un objeto no lineal, por ejemplo una esfera, luce distinto a diferentes escalas, cuando lo vemos lo suficientemente cerca luce como un plano y visto desde una distancia suficientemente lejana luce como un punto.

En álgebra, se define la linealidad en términos de funciones que tienen la propiedad  $f(x+y) = f(x)+f(y)$  y  $f(ax) = af(x)$ . La no linealidad está definida como la negación de lo lineal [H2]. Esto significa que la salida de  $f$  puede estar fuera de proporción de las entradas  $x$  o  $y$ . De este modo, las herramientas fundamentales de simplificación ya no se pueden utilizar. Por ejemplo, en un sistema lineal si tiene dos ceros  $f(x) = 0$  y  $f(y) = 0$ , entonces automáticamente tenemos un tercer cero para  $f(x+y) = 0$  (de hecho, tenemos una cantidad infinita de ceros, debido a que la linealidad implicaría que  $f(ax+by) = 0$  para cualquier  $a$  o  $b$ ), esto es llamado el *principio de superposición*, del que se obtienen muchas soluciones a partir de pocos. En los sistemas no lineales no sucede esto, cada solución debe intentar obtenerse con avidez.

La linealidad es un caso especial, ningún modelo para un sistema real es verdaderamente lineal, algunas cosas son preferiblemente estudiadas como aproximaciones lineales de los modelos reales o trabajadas en las regiones del sistema en la que se comporta linealmente bajo determinadas condiciones. Otro punto interesante, es que los sistemas no lineales exhiben sorprendentes y complejos comportamientos que no se presentan en los sistemas lineales, tal es el caso de la bifurcación, el caos, el solitón [H26], etc.

### 2.3.2 Definición del sistema dinámico no lineal

Un sistema dinámico consiste de un espacio fase o espacio de estado abstracto, cuyas coordenadas describen la dinámica del estado en cualquier instante; y de una regla dinámica la cual especifica la tendencia futura inmediata de todas las variables de estado, dados solamente los valores presentes de esas mismas variables de estado [H2].

Los sistemas dinámicos son deterministas, si hay una única consecuencia a cada estado y es estocástico o aleatorio si existe más de una consecuencia con alguna distribución de probabilidad. La mayoría de la ciencia no lineal trata con los sistemas determinísticos. Los sistemas dinámicos pueden ser divididos en dos grupos: los mapas discretos y los sistemas continuos [H29]. Los mapas discretos son vistos en tiempo discreto, como por ejemplo el mapa logístico analizado más adelante. Por otro lado, los sistemas de tiempo continuo,

están definidos en tiempo continuo y están representados por una o mas ecuaciones diferenciales, como ejemplo tenemos el sistema de Lorenz [Apéndice B-2]

### 2.3.3 El espacio de estado

También llamado *espacio fase* y está definido como la colección de todos los posibles estados del sistema dinámico, el espacio de estado puede ser *finito* (ejemplo, en el lanzamiento de una moneda, tenemos dos estados posibles: águila y sol); *infinito contable* (ejemplo: las variables de estado son enteros); *infinito no contable* (ejemplo: las variables de estado son números reales) [H2]. Los sistemas dinámicos forman *manifolds* dentro del espacio de estado [H27]. Un *manifold* es cualquier espacio geométrico suavizado (línea, superficie o sólido). La condición de suavidad asegura de que el *manifold* no pueda tener ningún borde afilado. Los *manifold* de una dimensión son las curvas, por ejemplo una línea recta infinita, otro ejemplo de una dimensión es un círculo. Los *manifold* de dos dimensiones son las superficies, por ejemplo la superficie de un cilindro infinito, la superficie de una esfera, la superficie de un *torus*. Los *manifolds* de tres dimensiones son mas difíciles de visualizar. La superficie de un cono es un ejemplo de una superficie que no es un *manifold* esto se debe a que el pico del cono no cumple con la condición de suavizado[34].

Los sistemas dinámicos pueden ser de todo tipo de formas y tamaños, como ejemplos: el movimiento planetario, los modelos de población, modelos económicos, reacciones químicas, los sistemas climáticos, sistemas mecánicos, etc [H11].

### 2.3.4 La ecuación logística diferencial

Para ilustrar un sistema no lineal se utilizará la ecuación logística diferencial también conocida como *mapa logístico*, este modelo se utiliza frecuentemente para introducir a los principales conceptos del *caos* [H28]. La ecuación logística es un modelo simple de población para una especie dada que no tenga depredadores, pero si suministros de alimentos ilimitados [H12]. Robert May un matemático australiano fascinado en la biología, estudió el comportamiento de este modelo en su dependencia en la selección del parámetro de control  $r$  [H9].

### 2.3.5 El modelo de crecimiento

El comportamiento de este sistema esta dado por la siguiente expresión [H30]:

$$x(n+1) = r x(n) \tag{2.4}$$

Esta ecuación dice que los cambios de  $x$  de un periodo de tiempo  $n$  al siguiente periodo

$n + 1$ , dependen de  $r$ , si  $r$  es mayor que uno,  $x$  va a ir creciendo en las iteraciones sucesivas, si  $r$  es menor a uno  $x$  irá disminuyendo, como un ejemplo de este modelo iniciemos en  $n = 1$  con una población de 16 y  $r = 1.5$ , en cada año  $x$  se está incrementando por un 50%, de este modo en los años 2, 3, 4, 5,... tenemos magnitudes de 24, 36, 54,....., nuestra población esta creciendo exponencialmente, en el año 25 tendremos mas de un cuarto de millón de individuos.

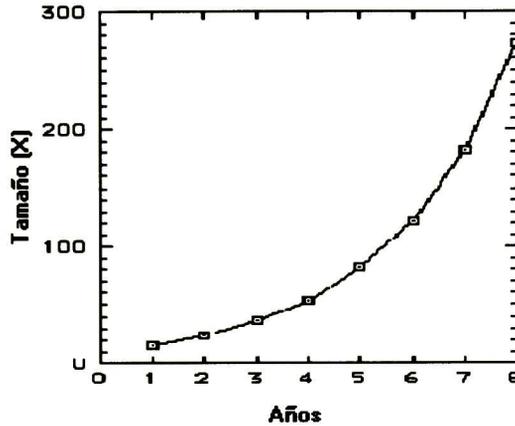


Figura 2.1 Modelo de crecimiento con  $r = 1.5$

Se puede notar que al iterar este modelo lineal se está produciendo un crecimiento ilimitado  
Figura 2.1

### 2.3.6 Modelo de crecimiento limitado – El mapa logístico

El mapa logístico previene el crecimiento ilimitado inhibiendo el crecimiento cuando este alcanza un nivel. Esto se logra con un término adicional,  $[1 - x(n)]$ .

En este modelo el máximo crecimiento está normalizado a uno y este nuevo modelo queda representado de la siguiente manera [H29]:

$$x(n+1) = r x(n) [1 - x(n)] \quad 0 < r \leq 4 \quad (2.5)$$

Al graficar  $x(n+1)$  contra  $x(n)$  (Figura 2.2), vemos que tenemos una función que especifica el cambio al estado siguiente de modo no lineal, por ello este sistema es no lineal. Esta gráfica recibe el nombre de curva logística.

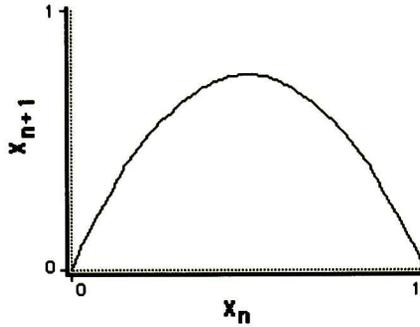


Figura 2.2 Modelo de crecimiento limitado

El término  $[1-x(n)]$  sirve para inhibir el crecimiento porque a medida que  $x$  se va acercando a 1, el término  $[1-x(n)]$  se va acercando a cero.

Es necesario iterar esta nueva función para ver su comportamiento, supondremos los siguientes valores  $r = 3$  y  $x(1) = 0.1$  (condición de inicio).

$$x(2) = r x(1)[1 - x(1)] = 3(0.1)(0.9) = 0.27$$

$$x(3) = r x(2)[1 - x(2)] = 3(0.27)(0.73) = 0.591$$

$$x(4) = r x(3)[1 - x(3)] = 3(0.591)(0.409) = 0.725$$

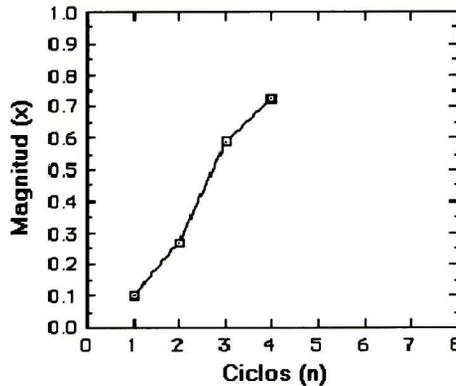


Figura 2.3 Comportamiento del mapa logístico,  $r = 3$

A continuación se analiza el comportamiento para diferentes valores del parámetro de control  $r$  Comenzando cerca de cero y terminando en  $r = 4$ . A través de estos diferentes resultados revelaran las principales características de los sistemas caóticos.

## Para $r$ menor que 1

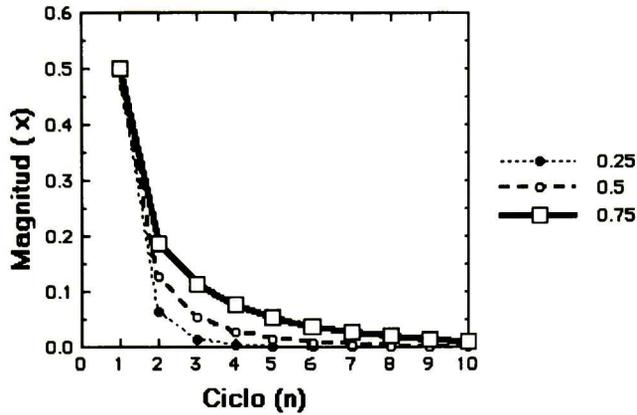


Figura 2.4 Comportamiento del mapa logístico para  $r = 0.25, 0.5$  y  $0.75$  con condición inicial  $x(1) = 0.5$  para todos los casos.

Se puede observar que para cualquier valor de  $r$  menor de 1,  $x$  tenderá a llegar a cero, este tipo de comportamiento se le conoce como *atractor de un punto*.

## Para $r$ entre 1 y 3

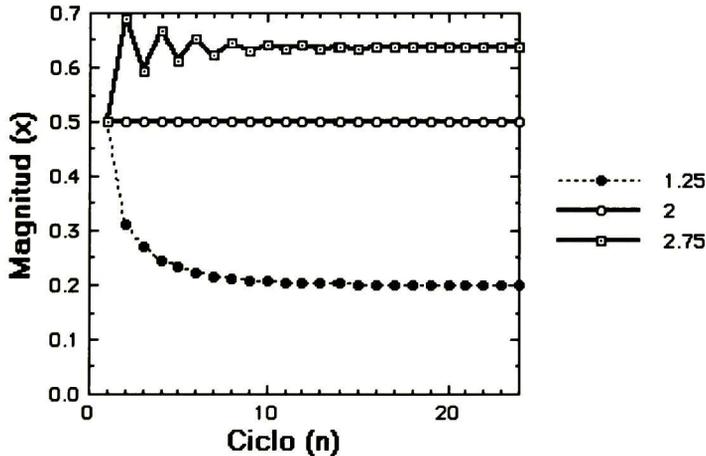


Figura 2.5 Para este caso el parámetro de control toma los valores  $r = 1.25, 2$  y  $2.75$ , en todos los casos el valor inicial  $x(1) = 0.5$ , ahora independientemente del valor inicial tenemos atractores de un punto diferentes de cero.

En el contexto demográfico,  $x = 0$  corresponde a una población nula: la vida no aparece espontáneamente de la nada, pero si hay una cantidad de individuos, por pequeña que sea, la especie no desaparecerá (en este modelo simple), sino que tenderá a un valor estacionario no nulo que dependerá de la cantidad de alimento disponible  $r$ .

### Para $r$ mayor que 3

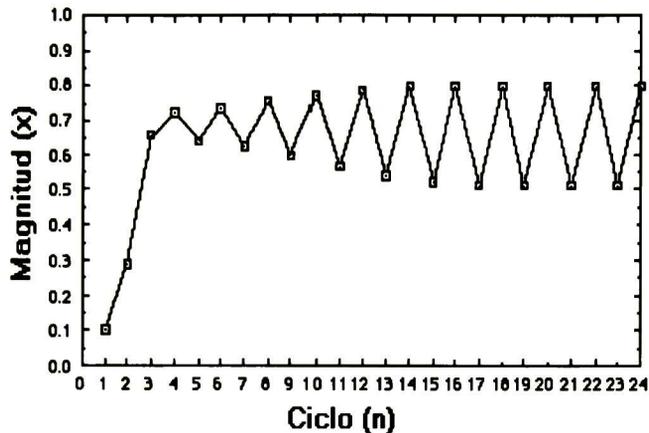


Figura 2.6 Comportamiento del mapa logístico para  $r = 3.2$

Al cambiar el valor de  $r$  por arriba de 3, en este caso  $r = 3.2$  el sistema se fija alternando entre dos valores apareciendo un atractor de dos puntos (ver Figura 2.6), este fenómeno se le llama *bifurcación* al cambio de un atractor de  $n$  puntos a uno de  $2n$  puntos. En nuestro contexto demográfico, la comida ha aumentado hasta llegar al punto en que una generación pequeña dispone de tanto alimento que tiene un rápido crecimiento de forma súbita, mientras que en la siguiente generación hay demasiados individuos pero una cantidad insuficiente de comida, por lo que la población vuelve a bajar en la siguiente generación, y así sucesivamente. Este es de hecho un comportamiento estable, y puede observarse en algunas colonias de bacterias.

Si seguimos incrementando el valor  $r$ , este ciclo de periodo 2 se convierte en un ciclo de periodo 4, después en uno de periodo 8, y así sucesivamente.

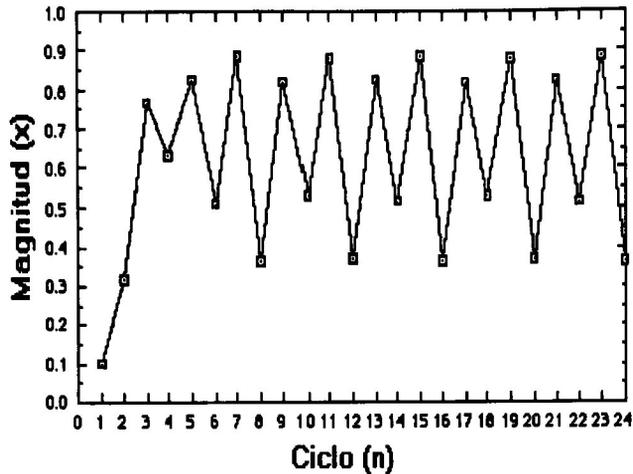


Figura 2.7 Comportamiento del sistema para  $r = 3.54$ , aquí aparece un atractor de 4 puntos

En cada bifurcación, el sistema sufre un cambio drástico en su comportamiento a largo plazo. A medida que  $r$  aumenta, las bifurcaciones ocurren cada vez más rápido, hasta que finalmente, para  $r$  aproximadamente igual a 3.5699, el periodo del ciclo se hace infinito. Si  $r$  crece por encima de este valor crítico (manteniéndolo por debajo de 4), el sistema ya no sigue un ciclo periódico, sino que siempre varía sin repetirse a sí mismo. La siguiente gráfica corresponde a una de esas órbitas, para  $r = 3.99$ .

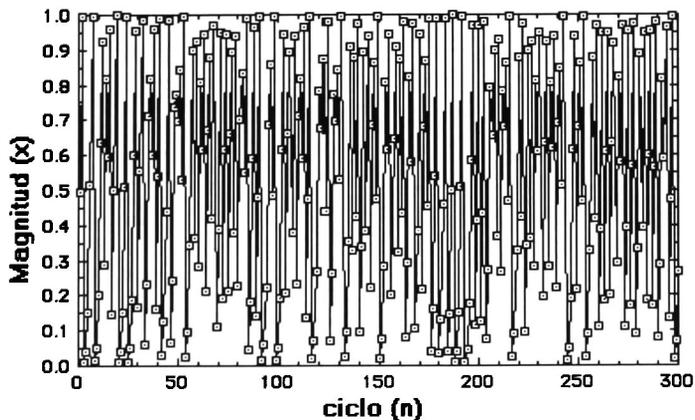


Figura 2.8 Comportamiento caótico del mapa logístico para  $r = 3.99$

Para el caso de  $r = 3.99$  aparece una gran cantidad de atractores se identifica como atractor de  $N$ -puntos, tenemos aquí el *comportamiento caótico*, como puede apreciarse en la gráfica de la Figura 2.8.

## 2.4 El atractor

Un atractor es un estado en el cual un sistema se establece a medida que el tiempo tiende a infinito. El atractor es también un subconjunto del *manifold* [33]. Podemos imaginarnos por ejemplo una canica rodando en un tazón, si comenzamos soltando la canica en una parte interior del tazón, con un ligero impulso para que alcance el filo del tazón, entonces con el tiempo la canica descansará en la parte inferior del tazón con velocidad cero: así este punto de equilibrio es el atractor.

Los atractores pueden ser simples, como el del ejemplo anterior. Otro ejemplo de un atractor es un círculo limitado, el cual es una órbita periódica que está atrayendo. Más asombrosamente los atractores pueden ser caóticos y/o extraños.

## 2.5 El diagrama de bifurcación

Una bifurcación, como ya se mencionó, es una duplicación de periodo, esto es un cambio de un atractor de  $N$ -puntos a uno de  $2N$  puntos, el cual ocurre cuando el parámetro de control  $r$  cambia. El diagrama de bifurcación es una síntesis de la sucesión en la duplicación de periodos producidos por los incrementos de  $r$  [H28]. En la gráfica de la Figura 2.9 se presenta un diagrama de bifurcación para el mapa logístico, el parámetro  $r$  esta sobre eje  $x$ , para cada valor de  $r$  el sistema se establece en sus atractores (eje  $y$ ), y el número de estos son los que se grafican a cada cambio de  $r$ .

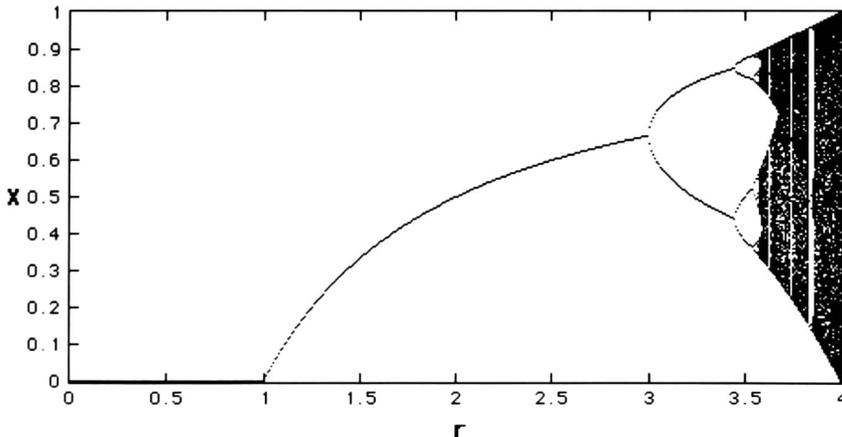


Figura 2.9 Diagrama de bifurcación para  $r$  entre 0 y 4

Se puede ver en la gráfica que para todos los valores de  $r$  menores que uno, la gráfica se mantiene en cero, cero es el atractor de un punto para todos los valores de  $r$  menores a uno. Para  $r$  entre uno y tres tenemos atractores de un punto también, pero la posición del atractor se eleva conforme aumenta el valor de  $r$ . En  $r = 3$ ,  $r = 3.45$ ,  $r = 3.54$ ,  $r = 3.564$ ,  $r = 3.569$ , ocurre bifurcación. Para valores superiores de 3.57 comienza el comportamiento

caótico al aumentar en gran medida el número de atractores y tornarse la gráfica en una región oscura, sin embargo, no para todos los valores mayores de 3.57 el sistema se comporta caóticamente, podemos notar que hay ventanas de comportamiento periódico dentro de la zona crítica. Por ejemplo para  $r = 3.83$  existe solo un atractor de 3 puntos.

## 2.6 Sensibilidad a las condiciones iniciales

Otra característica importante que surge en la región caótica es la sensibilidad a las condiciones iniciales, para ver esto supongamos que tenemos un mapa logístico operando en la región caótica con  $r = 4$  y con condición inicial de  $x(1) = 0.1$ , se calcula y grafica 25 iteraciones de este mapa, posteriormente se hace lo mismo pero ahora con un valor inicial muy próximo al anterior de  $x(1) = 0.101$ .

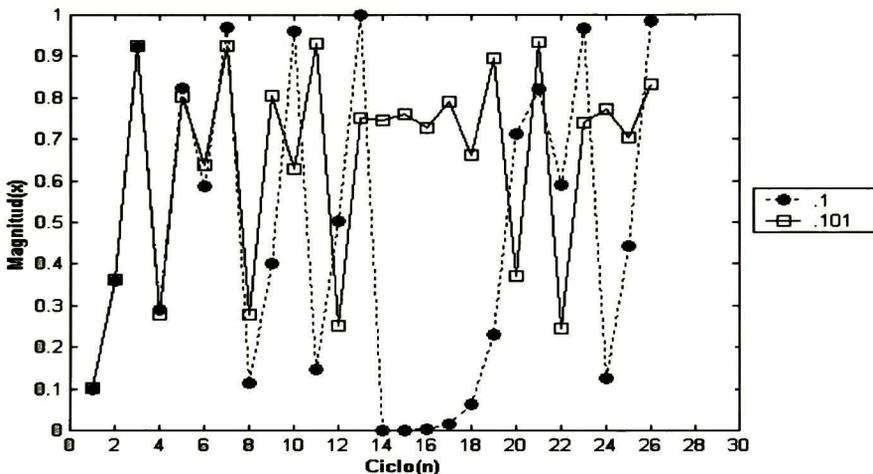


Figura 2.10 Gráfica del mapa logístico con dos valores iniciales próximas

Con esta muy pequeña diferencia en las condiciones iniciales se puede ver que después de muy pocas iteraciones el sistema comienza a dar respuestas diferentes (ver Figura 2.10). En la Figura 2.11 se aprecia el valor del error en cada iteración y en el que se aprecia el crecimiento exponencial del error para algunos puntos de la iteración. Este comportamiento es probablemente el porque los pronósticos del clima son poco confiables aun con pocos días de anticipación. Nuestra capacidad para medir el sistema global del clima es limitada y los sistemas del clima en la mayor parte del tiempo exhiben una dependencia sensitiva.

Esta sensibilidad a las condiciones iniciales en la teoría del caos, es una idea totalmente revolucionaria debido a que los científicos estuvieron dedicados casi por trescientos años a los sistemas lineales (ciencia clásica), con la idea de la suma del todo es igual a la suma de sus partes y en el que las perturbaciones en el estado inicial de un sistema lineal necesariamente resultarían en perturbaciones proporcionales en cualquier estado final. Bajo este principio lineal resulta imposible predecir con certeza y precisión el comportamiento

futuro de un sistema, bien sea físico, biológico o social y solo se hace posible la predicción en sistemas de gran simpleza.

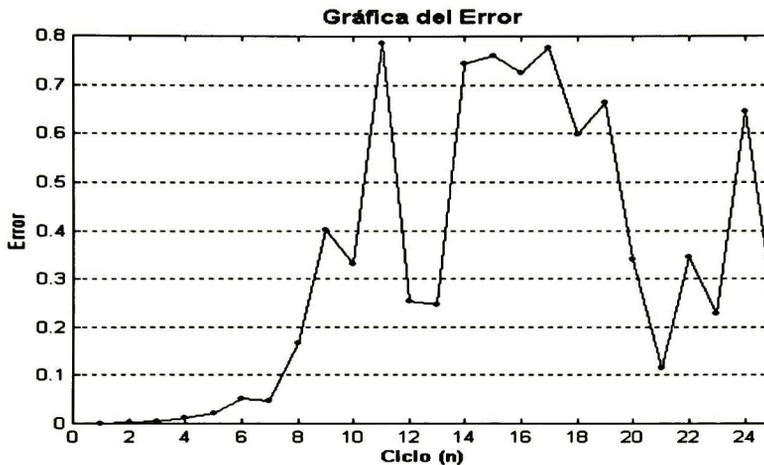


Figura 2.11 Gráfica de error de la diferencia en la iteración de un mapa con condiciones iniciales próximas.

## 2.7 Órbitas y análisis gráfico

Mediante la técnica del análisis gráfico es posible apreciar el comportamiento del sistema al iterar una función. Consiste en realizar un análisis geométrico de las órbitas generadas y determinar a partir de este análisis si existe periodicidad o no.

Si tomamos como ejemplo la función  $S = \sqrt{x}$  y la aplicamos sucesivamente al resultado, esto es:

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{x} \\
 S^2 &= \sqrt{\sqrt{x}} \\
 S^3 &= \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

aclarando que  $S^2$  no significa el cuadrado de  $S$ , si no que significa la segunda iteración de la función  $S$  en  $x$  y así sucesivamente para las demás iteraciones. La lista de las iteraciones sucesivas de un punto  $x$  o un número es llamada la órbita de ese punto. En caso particular de esta función para los valores de  $x > 0$  las iteraciones sucesivas convergerán al número 1. Y esto puede denotarse así:

$$S^n(x) \rightarrow 1 \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (2.7)$$

Este tipo de comportamiento en la órbita de un sistema dinámico convergiendo hacia un valor fijo cuando  $n$  tiende a infinito, no es el único; existen otros comportamientos como es el de punto fijo, denotado  $F(x_0) = x_0$ . En este tipo de comportamiento los puntos de la iteración no se mueven al realizar cualquier iteración  $F^n(x_0) = x_0$ . Otro tipo de órbita es la órbita periódica o ciclo, una órbita es periódica si en algún momento regresa al valor del que comenzó, esto es que existe un entero  $N$  tal que  $F^N(x_0) = x_0$ . El punto  $x_0$  es llamado punto periódico de periodo  $N$ . El entero positivo mas pequeño es llamado el periodo primo de la órbita. Como ejemplo la órbita de  $x_0$  con periodo 4 repitiéndose cíclicamente es la siguiente:

$$x_0, x_1, x_2, x_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \dots \quad (2.8)$$

Existe un procedimiento geométrico simple para analizar el comportamiento de órbitas en sistemas dinámicos. Para describir la órbita de un punto  $x_0$  de la función  $S(x)$ , primeramente se dibuja una línea diagonal  $y = x$  sobre la función  $S(x)$ . El valor de inicio  $x_0$  es llamado semilla de la órbita [H4]. El siguiente punto en la órbita de  $x_0$  es el número  $S(x_0)$  que se obtiene dibujando una línea vertical desde el punto  $(x_0, x_0)$  en la diagonal hacia la gráfica de  $S$ , este punto de intersección tiene una coordenada 'y' que es precisamente  $S(x_0)$ . Podemos ver este punto también sobre el eje 'x' trazando una línea horizontal desde el punto de intersección anterior a la línea diagonal y el valor de  $S(x_0)$  esta precisamente debajo de este punto. Se puede seguir repitiendo el procedimiento para ir obteniendo los valores de iteración.

En la gráfica siguiente se muestra el procedimiento para obtener el valor de la primera iteración con la función  $S = \sqrt{x}$

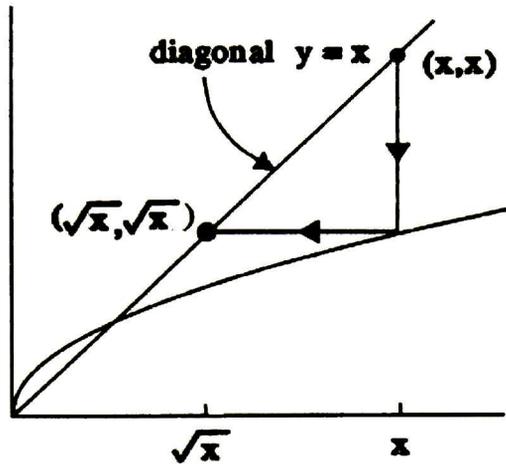


Figura 2.12 Procedimiento para obtener el valor de una iteración

También se puede ver el comportamiento de la órbita para valores de  $x_0$  mayores de 1 y para valores entre 0 y 1, en ambos casos se puede ver que al valor que convergen es uno.

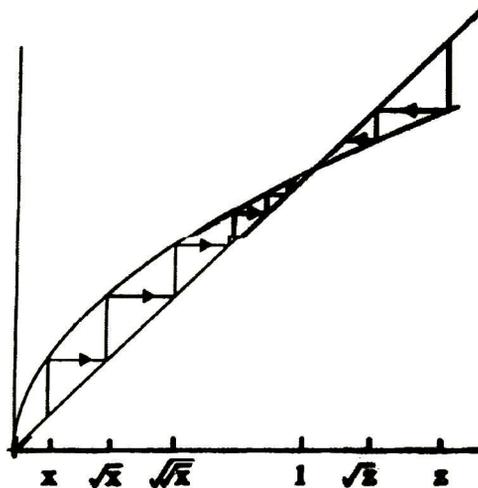


Figura 2.13 Convergencia de la iteración hacia el valor de 1

En la Figura 2.14 se muestra un análisis gráfico para la función  $C(x) = \cos(x)$  y se puede ver que la órbita converge al valor de 0.73908

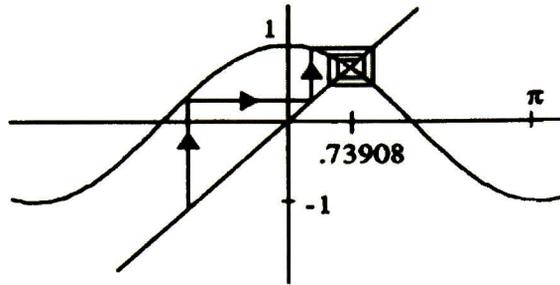


Figura 2.14 Análisis gráfico para la función  $C(x) = \cos(x)$

Un caso muy interesante resulta el análisis gráfico efectuado al mapa logístico  $F(x) = 4x(1-x)$ , en la Figura 2.15 la gráfica de la órbita muestra la complejidad de la órbita y no existe la convergencia a un punto específico como en los casos anteriores, tenemos aquí un comportamiento caótico.

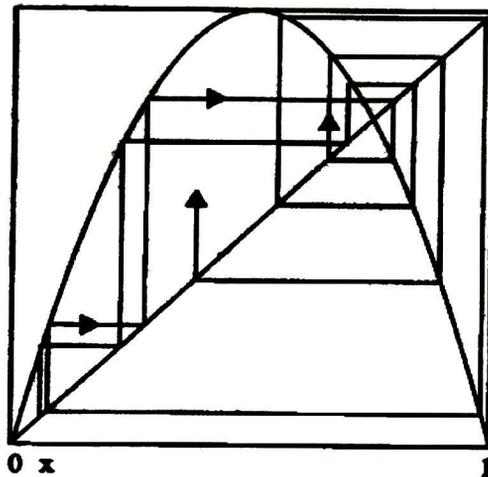


Figura 2.15 Análisis gráfico para el mapa logístico

## 2.8 Fractales

Una forma de definir un fractal es mediante una negación, un fractal es un conjunto que no se parece a un objeto euclidiano (punto, línea, plano, etc) no importando cuanto se aproxime para verlo. Si miramos alguna pieza al ir enfocando cada vez mas de cerca al final este parecerá una línea recta, un fractal nunca parecerá una línea recta. Ejemplos simples de fractales incluyen los conjuntos de Cantor, las curvas de Sierpinsky, el conjunto

de Mandelbrot. Los Fractales también describen en forma aproximada muchos objetos del mundo real, tales como nubes, montañas, turbulencias, líneas costeras, raíces y ramas de árboles, así como venas y pulmones del cuerpo humano.

Mandelbrot define el fractal de la siguiente manera [H3].:

Una figura geométrica u objeto natural se le llama fractal si este combina las siguientes características (a) sus partes tienen la misma forma o estructura como el todo, excepto que estos están a diferente escala y pueden estar ligeramente deformados; (b) su forma es extremadamente irregular, extremadamente interrumpida o fragmentada y permanecen así, cualquiera que sea la escala de revisión. (c) este contiene “distintos elementos” cuyas escalas son muy variadas y cubren un rango grande.

Frecuentemente los sistemas dinámicos caóticos exhiben estructuras fractales en el espacio de estado. Sin embargo no hay una relación directa. Hay sistemas caóticos que no tienen límite de conjunto fractal como por ejemplo el mapa del gato de Arnoldo; y hay estructuras fractales que pueden originarse de dinámica no-caótica.

## 2.9 Series de tiempo

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones las cuales están ordenadas en tiempo (o espacio). Estas series de tiempo tienen gran utilidad en la interpretación de señales provenientes de sistemas no lineales. Mediante el uso de series de tiempo nos es posible interpretar algún fenómeno físico en caso de que no se tengan por ejemplo las ecuaciones que gobiernan al sistema, pudiéndose ver al sistema como una caja negra cuya salida es la secuencia de tiempo. En las secuencias de datos obtenidas en la observación del sol estas no nos dan una información completa acerca del sol, sin embargo nos proveen con cierta capacidad de predicción como la siguiente: *Una fluctuación en el campo magnético solar se seguirá poco después de una ráfaga de radiación solar* [H3].

El análisis aplicado a las series de tiempo nos permite encontrar los estados del sistema, su estabilidad, bifurcaciones así como los diferentes parámetros de control. Existen diferentes técnicas que pueden ser empleadas para encontrar el atractor de un sistema dinámico y estos son: (i) Examinar las series de tiempo “a ojo”; (ii) Examinando correlaciones; (iii) Haciendo un gráfico del plano fase; (iv) Haciendo una selección de Poincaré (v) Aplicar transformada de Fourier a la salida; (vi) La dimensión D del atractor puede ser encontrada *en principio* midiendo únicamente una sola variable de estado; (vii) Encontrando los exponentes de Lyapunov (también útiles para confirmar la presencia de caos).

## 2.10 Exponentes de Lyapunov

Una forma de caracterizar un sistema dinámico es a través de su o sus exponentes máximos de Lyapunov ( $\lambda_i$ ). Estos son una medida de la rapidez de divergencia de las órbitas cuyas condiciones iniciales son infinitesimalmente cercanas [H2]. Si el exponente es menor que cero el sistema es periódico de otra forma es probable que sea caótico, el exponente de Lyapunov es cero en los puntos de bifurcación. Su número de estos exponentes es igual a la dimensión del espacio fase, cuando se menciona el exponente de Lyapunov, se refiere al más grande porque es el más importante, llamado Máximo Exponente de Lyapunov (ELM). Una aproximación del exponente de Lyapunov es calculada numéricamente con la evolución de dos trayectorias que inicialmente están muy cercanas. Como ejemplo tenemos el caso de un sistema de dos dimensiones con órbitas  $x$  y  $y$ , una aproximación del exponente de Lyapunov es [H14]:

$$\gamma(t) = \frac{\ln(d(t)/d(0))}{t-t_0} \quad (2.9)$$

la distancia en el espacio fase de las dos trayectorias es [H14]:

$$d(t) = \sqrt{(x_a(t) - x_b(t))^2 + (y_a(t) - y_b(t))^2} \quad (2.10)$$

Para este caso tenemos que  $a$  y  $b$  denotan las dos órbitas en un sistema de dos dimensiones. El límite para un lapso grande de tiempo de  $\gamma(t)$  es  $\lambda$ , que resulta ser el máximo exponente de Lyapunov [H4]. Esta definición es construida de modo que [H14]:

$$d(t) \approx d(0)e^{\lambda t} \quad (2.11)$$

Un exponente de Lyapunov nos será útil como un indicador de caos cuando su valor sea positivo y máximo, ya que de la ecuación 2.11 se puede ver que la divergencia entre trayectorias inicialmente muy cercanas después de un largo tiempo divergirán totalmente en forma exponencial (caos).

## 2.11 Conclusiones

En el presente capítulo se ha dado un vistazo a los principales conceptos de la teoría del caos, se definieron conceptos importantes como es la idea de un sistema dinámico no lineal, otro concepto importante es el de espacio de estado o espacio fase, la iteración del mapa logístico fue también muy útil para explicar las características principales del caos, como son la sensibilidad a las condiciones iniciales, la ocurrencia de atractores y bifurcación, que ocurre al ir cambiando el carácter del sistema mediante la variación del parámetro de control  $r$ . Con ello, se pudo constatar que el complejo comportamiento de los sistemas no lineales que aunque todo pareciera caótico el sistema logra algún tipo de patrón pero no en una forma periódica. La razón de este comportamiento caótico es por el hecho de que cada valor no es calculado independientemente, es una ecuación de serie de tiempo en el que cada valor depende del anterior y así sucesivamente (iteración).

Se destaca que para la ciencia clásica, causa y efecto se corresponden totalmente y se relacionan proporcionalmente. Es decir, que en una teoría lineal se suman las partes y tendrás la totalidad. Pero que en una teoría no lineal la suma de las partes no da la totalidad, o sea, que los grupos no se portan como sus miembros.

Se estudió también un método gráfico para las órbitas y detectar en estas la presencia de caos, este método gráfico nos permitió ver si un sistema convergía a algún valor o si no lograba converger a algún punto en específico. Una herramienta que es muy útil como indicador de caos es el exponente máximo de Lyapunov, un valor positivo de este nos indica la presencia de caos en una serie de tiempo.

Con estas base teóricas se procede al siguiente paso, el análisis individual de varios sistemas generadores de caos, determinar las características y el de las señales producidas (caóticas) para establecer comparaciones entre estas y elegir el método mas conveniente para el objetivo de esta tesis.

## Apéndice A-2

### El mapa del gato de Arnold

Este mapa fue descubierto por el matemático ruso Vladimir I. Arnold y este mapa es llamado así debido a que lo descubrió utilizando una imagen de su gato. Este es una simple y elegante demostración e ilustración de algunos de los principios del caos, es decir, el orden fundamental para la evolución aparentemente aleatoria de un sistema. Una imagen se realiza con una transformación que aparentemente aleatoriza la organización original de sus pixels. Sin embargo, si se itera un número de veces suficiente, como por arte de magia, la imagen reaparece.

Si hacemos

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

que sea una matriz  $n \times n$  de alguna imagen, el mapa del gato de Arnold es la transformación

$$\Gamma \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix} \bmod n \quad (\text{A.2})$$

donde mod es el modulo de

$$\begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

y n, por ejemplo,

$$\begin{aligned} 3.142 \bmod 1 &= 0.142 \\ 150 \bmod 100 &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 123 \\ 150 \end{bmatrix} \bmod 100 = \begin{bmatrix} 23 \\ 50 \end{bmatrix}$$

El modulo será simplemente el residuo de la división de  $\begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix}$  y n

Para entender mejor el mecanismo de transformación, descompongamos la imagen a sus piezas elementales.

1. Recortar en la dirección x por un factor de 1

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix}$$

2. Recortar en la dirección de y por un factor de 1

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix}$$

3. Evaluar el modulo

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \bmod n$$

Este proceso puede verse el proceso de iteración de la siguiente figura usando el mapa del gato de Arnold

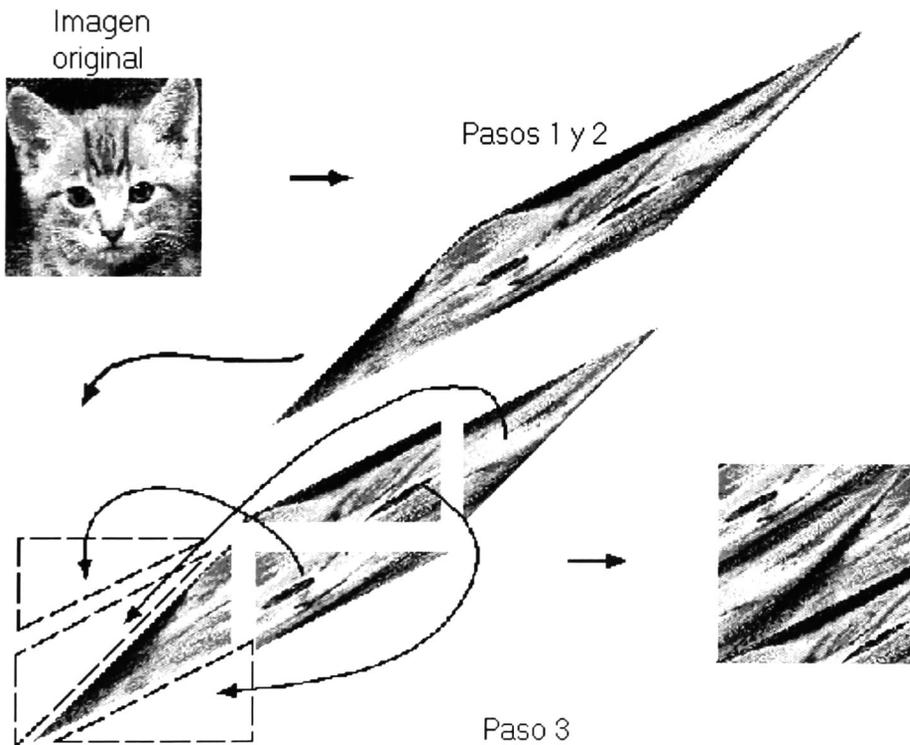


Figura A.1 Pasos del proceso del gato de Arnold

La imagen resultante puede volverse a iterar en repetidas ocasiones para llegar a tener una imagen completamente ilegible algo parecido a la estática que se observa en la TV, provocado por un aparente orden inteligible en los píxeles, si se continua repitiendo este proceso de transformación se llega a obtener nuevamente la imagen original, si se requirieron 50 iteraciones se dice que la imagen tiene un periodo de 50. Se puede comentar que en general a medida que el número de renglones y columnas  $n$  aumenta el periodo también aumenta pero esto no se cumple siempre, por ejemplo para una imagen de  $101 \times 101$  tiene un periodo de 25, mientras que otra imagen de  $124 \times 124$  tiene un periodo de 15. Para analizar el orden que emerge de este mapa caótico es conveniente analizar lo que sucede con un píxel en forma individual. Considerar por ejemplo el píxel (52,13) de una imagen de  $124 \times 124$ . El proceso de transformación es:

$$\begin{aligned} & \Gamma \begin{bmatrix} 32 \\ 13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 32+13 \\ 13+2*32 \end{bmatrix} \bmod 124 = \begin{bmatrix} 45 \\ 58 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 103 \\ 37 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 16 \\ 53 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 69 \\ 122 \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \begin{bmatrix} 67 \\ 65 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ 73 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 81 \\ 30 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 111 \\ 17 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 21 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 25 \\ 46 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 71 \\ 117 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 64 \\ 57 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 121 \\ 54 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 51 \\ 105 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 32 \\ 13 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Después de 15 iteraciones el píxel retorna a su posición original, y lo mismo sucedería con el resto de los píxeles de la imagen. El periodo de la imagen es de 15. Cuando se itera una función muchas veces el resultado puede ser casi impredecible, contrario a lo que sucede con este mapa.

## Apéndice B-2

### El Atractor de Lorenz

Quizá uno de los símbolos más identificable con el efecto mariposa es el famoso atractor de Lorenz. Edward Lorenz un curioso meteorologista estaba buscando una forma de modelar la acción del comportamiento caótico de un sistema gaseoso. Así pues, él tomó unas ecuaciones que se emplean en el campo de la dinámica de fluidos y luego las simplificó y obtuvo el siguiente sistema tridimensional:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{B.1}$$

La delta representa “el número de Prandtl” que es la relación de la viscosidad del fluido con su conductividad térmica; sin embargo, este valor no se necesita conocer de forma exacta, de ahí que Lorenz simplemente usó el valor de 10. La variable  $r$  representa la diferencia en temperatura entre el máximo y mínimo del sistema gaseoso. El parámetro  $b$  es la relación entre la anchura y la altura de la caja que se usa para contener los gases del sistema. Lorenz uso  $8/3$  para este parámetro. La variable  $x$  del sistema de ecuaciones representa la relación de rotación del cilindro, y “ $y$ ” representa la diferencia de temperatura en los lados opuestos del cilindro y la variable “ $z$ ” representa la desviación del sistema a partir de una linealidad, donde una línea recta vertical que representa la temperatura. Si uno fuera a trazar las tres ecuaciones diferenciales en un plano de tres dimensiones, usando por supuesto la ayuda de la computadora, ninguna estructura o curva compleja aparecería, en vez de esto lo que aparece unas formas como de tejido conocidas como atractor de Lorenz. Debido a que el sistema nunca se repite a si mismo las trayectorias nunca se interceptan haciendo lazos sobre si mismos eternamente [HYV8].

En la figura B.2 se muestra el atractor obtenido a partir de los siguientes datos:

$$\sigma = 16, r = 45, b = 4, \text{ posiciones de inicio: } (x, y, z) = (8, 8, 14) \text{ con pasos de } .0001$$

El atractor se mantendrá “tejiendo” entre dos alas hacia delante y atrás, este movimiento aparentemente aleatorio refleja el caos con el cual se maneja el proceso. Lorenz logró no solo un gran avance en la teoría del caos sino en la vida también. Lorenz demostró que los sistemas complejos muestran un orden y que nunca se repite. Debido a que nuestra mundo está clasificad como un sistema dinámico complejo, nuestras, vidas, el clima y nuestras experiencias nunca se repiten; sin embargo estos muestran patrones de forma.

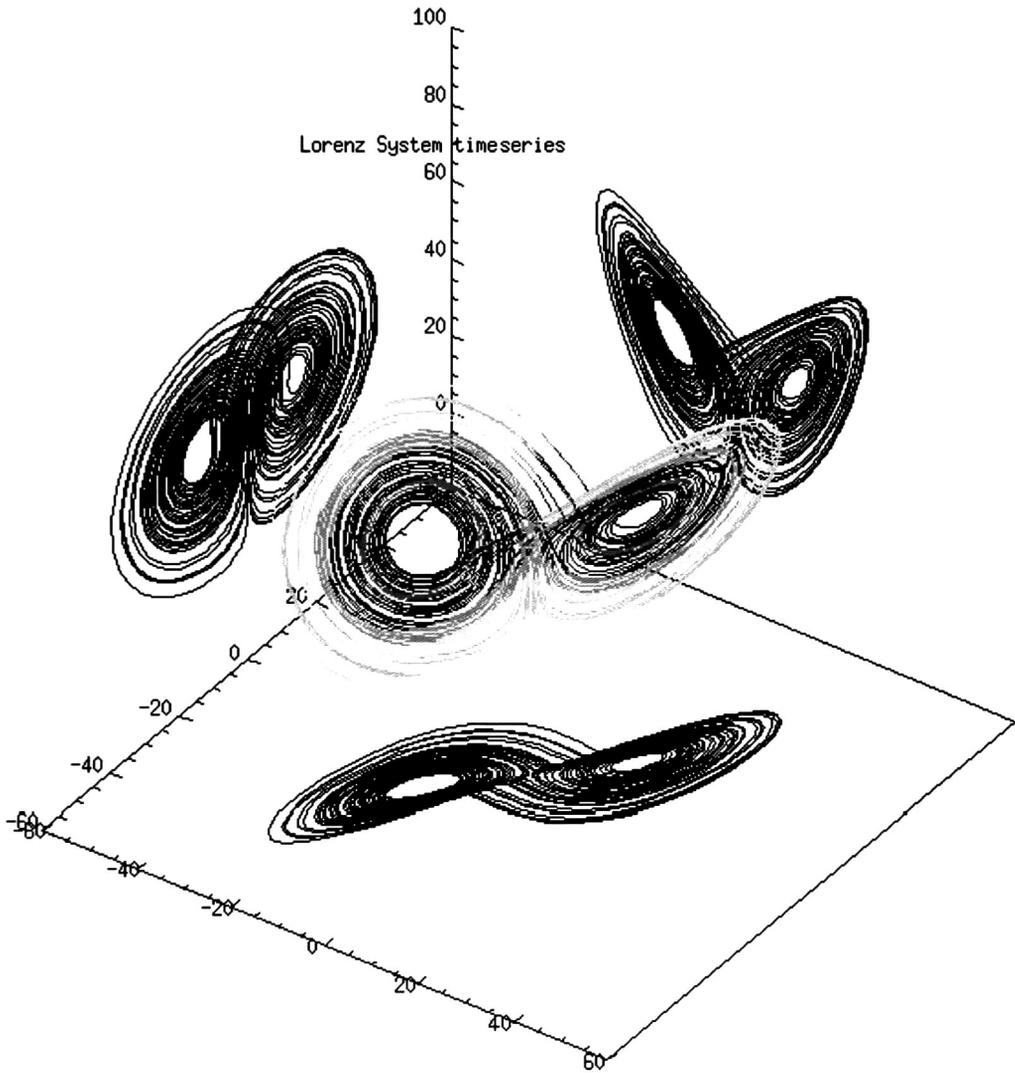


Figura B.2 Gráficas de atractores de Lorenz en el espacio x, y, z

## **Propiedades estocásticas y métodos para la generación de señales caóticas**

### **3.1 Introducción**

Los algoritmos para la generación de secuencias pseudoaleatorias binarias pueden ser lineales o no lineales, mediante el uso de un algoritmo lineal se han podido construir secuencias tales como las Gold y de Kasami, pero este tipo de secuencias tienen diversas desventajas como son que no brindan confiabilidad debido a que son simples de predecir, caso en que las secuencias no lineales son mucho más impredecibles, otras desventajas son las siguientes:

- Pertenecen a un conjunto de secuencias que forman un ensamble de bajo volumen
- La nomenclatura de las longitudes de las secuencias dentro de los intervalos fijos no es grande
- Estos algoritmos pierden la propiedad de balance
- La correlación cruzada se va degradando a medida que aumenta el volumen del ensamble.

El fenómeno del caos ofrece la posibilidad en la generación de señales pseudoaleatorias, empleando en este caso algoritmos no lineales. Con estos métodos es posible construir sistemas grandes de señales con mejores propiedades, con esta clase de sistemas dinámicos no lineales podemos variar los parámetros para cambiar así el carácter del comportamiento en una gran extensión y poder controlar ampliamente la forma y la calidad de la señal aperiódica generada. Las características que podemos cambiar son: las funciones de autocorrelación y correlación cruzada así como otras propiedades estadísticas de la señal.

### 3.2 La señal caótica

El procesamiento digital de señales caóticas es una rama nueva la cual utiliza los resultados de la teoría de sistemas caóticos en el dominio del procesamiento digital. En esta sección se explicaran las propiedades de los modelos de señales caóticas y señales estocásticas.

La forma común para hablar de una señal caótica es suponerla como la salida de un sistema caótico. Esto tiene tres consecuencias [24]:

1. La señal hereda las propiedades de estacionalidad y ergodicidad del propio sistema.
2. Las propiedades relevantes de la señal son definidas en términos del propio sistema dinámico. La estimación de tales propiedades, por lo tanto, incluyen los pasos de reconstrucción del espacio fase para revelar la dinámica del sistema.
3. La aparente irregularidad de las señales caóticas se reduce a la única fuente de aleatoriedad en el sistema caótico: su imprecisión en el conocimiento de las condiciones iniciales. Esta falta de conocimiento es análoga a la selección aleatoria de una realización de la muestra en un proceso estocástico.

Una noción de una señal caótica es la siguiente:

*“ Una señal caótica es una señal de valor continuo con tasa positiva finita de entropía y una tasa infinita de redundancia ” [24].*

Esta definición descansa en varios conceptos de teoría de la información los cuales necesitan mayor discusión.

A diferencia de las señales con alfabetos discretos, las señales de valor continuo  $\{x(n)\}$  consisten de muestras con entropía infinita  $H(x)$ . Esto se puede comprender al considerar versiones cuantizadas de la muestra  $x(n)$ . Si la resolución del cuantizador  $\beta$  se reduce a cero, el número de pasos de cuantización diverge hacia infinito, al igual que el contenido de información con esta resolución. Este concepto tiene su contraparte formal en la definición del tamaño de la partición  $\beta$  la cual sirve para discretizar la distribución continua de  $x(n)$  antes de la evaluación de su entropía  $H_\beta(x)$ . Con esta herramienta,  $H(x)$  es esencialmente obtenida del limite de operación [24]:

$$H(x) = \lim_{\beta \rightarrow 0} H_\beta(x) \quad (3.1)$$

Debido a la divergencia del límite (3.1) en variables de valor continuo, a menudo se renormaliza como la entropía diferencial. Este proceso de renormalizar es adecuado aplicarlo en señales caóticas donde la exactitud de las condiciones iniciales juega un papel importante.

Las muestras individuales de una señal regularmente dependen unas de otras. Para medir la cantidad de información nueva e independiente en una muestra de señal, se emplea la tasa de entropía  $\bar{H}(x)$ . Esta puede expresarse ya sea como la entropía condicional de  $x(n)$  dadas todas sus muestras pasadas hasta infinito o también como la entropía promedio evaluada sobre un bloque infinito de muestras [24]:

$$\begin{aligned}\bar{H}(x) &= \lim_{m \rightarrow \infty} H(x(n) | x(n-1), \dots, x(-m)) \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{H((x(n), \dots, x(n-m+1)))}{m}\end{aligned}\quad (3.2)$$

Como un complemento de  $\bar{H}(x)$ , la tasa de redundancia  $\bar{R}(x)$  cuantifica la información redundante y predecible en  $x(n)$ . Esta se define mediante la información mutua entre la muestra presente y sus muestras pasadas hasta infinito [24]:

$$\bar{R}(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} I(x(n); x(n-1), \dots, x(n-m)). \quad (3.3)$$

La suma de la información nueva  $\bar{H}(x)$  y de la información redundante  $\bar{R}(x)$  es igual a total de la información en una muestra,  $H(x)$ . Esta igualdad también es válida para resoluciones  $\beta$  que sean finitas y diferentes de cero [24]:

$$\bar{H}_\beta(x) + \bar{R}_\beta(x) = H_\beta(x). \quad (3.4)$$

Para señales de valor continuo sabemos que  $H(x) = \lim_{\beta \rightarrow 0} H_\beta(x) = \infty$ , entonces por lo tanto, de la ecuación (3.4)  $\bar{R}(x)$  y  $\bar{H}(x)$  deben de divergir también. Esta observación es la clave para definir los varios tipos de señales. En la tabla 3.1 se presenta una nueva taxonomía de un proceso estocástico estacionario.

Proceso Estocástico			
Señal aleatoria $\bar{H}(x) = \infty$		Señal determinística $\bar{R}(x) = \infty$	
Ruido Blanco $\bar{R}(x) = 0$	Ruido filtrado $\bar{R}(x) > 0$	Caótico $\bar{H}(x) > 0$	Singular $\bar{H}(x) = 0$

Tabla 3.1 Características señales aleatorias y caóticas

1. En la base de esta clasificación esta el proceso estocástico estacionario.
2. Estos pueden ser subdivididos en señales determinísticas las cuales tienen  $\bar{R}(x) = \infty$  y en señales aleatorias con  $\bar{H}(x) = \infty$ .
3. Las señales determinísticas con  $\bar{H}(x) = 0$  son llamadas singulares. Ejemplos de estas se pueden encontrar en las sinusoides y otras señales perfectamente predecibles. Las señales determinísticas con  $\bar{H}(x) > 0$  son llamadas *señales caóticas*. En este caso,  $\bar{H}(x)$  es igual a la entropía de Kolmogorov-Sinai, la cual refleja la dependencia de la señal en su pasado remoto, como la tasa de entropía permanece finita, hablar aquí de un proceso de innovación carecería de sentido.
4. Las señales aleatorias tienen una tasa de entropía infinita y son caracterizadas por una señal de innovación con una tasa de entropía infinita. Si  $\bar{R}(x) = 0$ , estas señales son llamadas *ruido blanco* y la señal es idéntica a su propia innovación. Si  $\bar{R}(x) > 0$ , estas no son ruido blanco, y pueden ser vistas de mejor manera como una versión filtrada de una innovación de ruido blanco.  $\bar{R}(x)$  mide la ganancia de predicción en bits.

Existen importantes diferencias que se pueden establecer entre un modelo de señal caótico y un modelo de señal de ruido filtrado, en el primer modelo depende de una selección aleatoria de un solo estado de su pasado. Mientras que la cantidad total de información desconocida es infinita, la tasa en la cual se desarrolla es finita. Por otro lado, los modelos de ruido filtrado tienen una afluencia constante de nueva

información aleatoria vía la innovación de señal. Por lo tanto, su tasa de entropía es infinita. Esta situación se resume en la Figura 3.1.

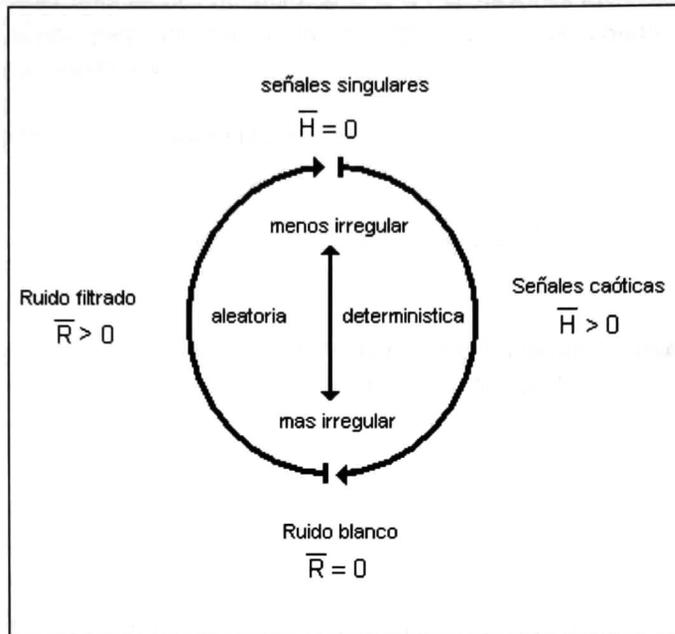


Figura 3.1 Modelos de señal determinística y aleatoria

En este esquema están representados los dos tipos de señales fundamentales, las aleatorias y las determinísticas, se puede ver por ejemplo que al incrementar la tasa de redundancia  $\bar{R}(x)$  de una señal aleatoria (por ejemplo, al hacer mas angosto el ancho de banda de un modelo autoregresivo), nunca obtendremos una señal singular. Por otro lado, incrementando la tasa de entropía  $\bar{H}(x)$  de una señal determinística nunca tendremos un auténtico ruido blanco.

### 3.3 Generación de señales caóticas empleando mapas logísticos

Una ecuación de diferencias analiza las condiciones en instantes discretos y define las condiciones para el tiempo  $n + 1$  como una función de las condiciones en el tiempo  $n$ , por ejemplo  $x_{n+1} = f(x_n)$ . Si  $x$  es un número real en el intervalo de  $(x_{\min}, x_{\max})$ . La función  $f$  es entonces llamada mapa del intervalo  $(x_{\min}, x_{\max})$  de si misma, debido a que genera un valor en este intervalo por otro valor dado en el intervalo.

En un sistema dinámico cuyo espacio de estado es de tres dimensiones puede, al menos en teoría, ser convertido a un mapa mediante la sección de Poincaré, debido a que la

sección de Poincaré define las condiciones en intervalos dados y las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento en estos intervalos son determinísticas.

Los mapas son mucho mas fáciles de analizar que las ecuaciones diferenciales. Debido a esto, son muy útiles para investigar la sensibilidad a las condiciones iniciales, mecanismos de bifurcación, etc.

El mapa logístico esta definido como [H29]:

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) \quad x_n \in [0,1] \quad (3.5)$$

La ecuación diferencial correspondiente a este mapa originalmente es usada para modelar el crecimiento de la población [H35]. Esta ecuación es la siguiente [23]:

$$\frac{dy}{dt} = ay - by^2 \quad (3.6)$$

esta ecuación puede representar el crecimiento de una población para una especie dada, el número de individuos de la especie se aproxima por la variable real "y". Los parámetros a y b controlan el crecimiento o la disminución de la población.

La iteración del mapa logístico presenta características importantes que ya se analizaron anteriormente como son la bifurcación, el régimen caótico y la dependencia del estado inicial. Lo importante ahora es hacer notar que las señales generadas por este tipo de sistemas ofrecen la posibilidad de ser empleadas en las comunicaciones de espectro disperso, como una opción de las secuencias pseudoaleatorias generadas por registros lineales de corrimiento, sean secuencias máximas, secuencias Gold o de Kasami.

En esta sección generaremos secuencias caóticas empleando este modelo no lineal y analizaremos sus propiedades estadísticas: autocorrelación y correlación cruzada utilizando rutinas escritas en Matlab.

### 3.3.1 Resultados de simulación en la generación de señales caóticas empleando mapas logísticos.

Se consideran los siguientes datos para iterar sobre la ecuación logística:

El parámetro de control se elige con un valor de  $r = 4$ , lo cual garantiza la operación en la región caótica, se emplearan dos valores iniciales muy próximos para cada una de las secuencias generadas y así también demostrar la sensibilidad de las condiciones iniciales, la longitud de la secuencia es de 1000 muestras.

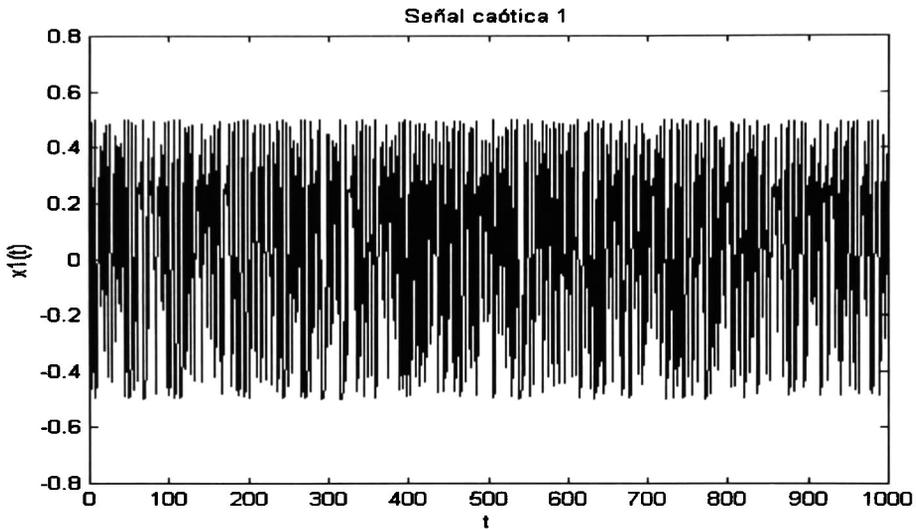


Figura 3.3 Señal caótica 1 (mapa logístico)

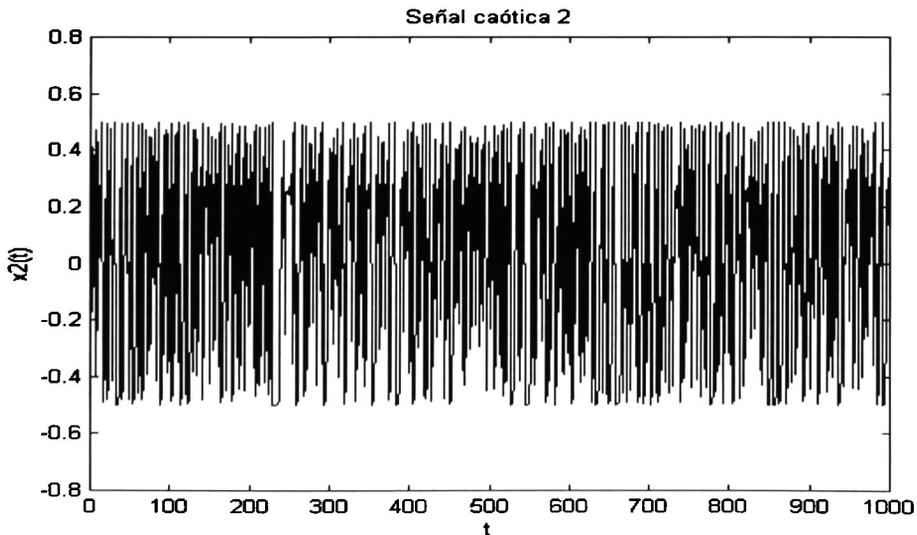


Figura 3.4 Señal caótica 2 (mapa logístico)

Las gráficas de autocorrelación para cada señal generada son las siguientes:

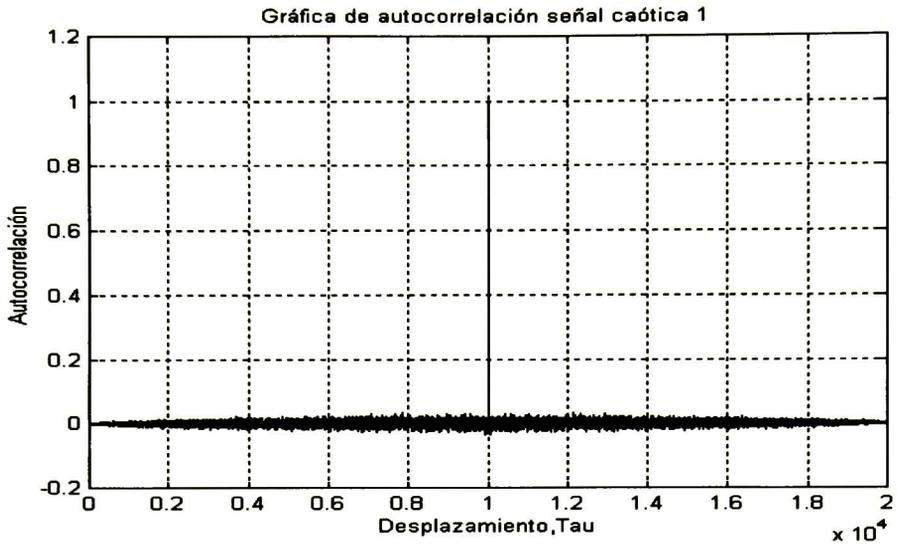


Figura 3.5 Gráfica de autocorrelación señal caótica 1 (mapa logístico)

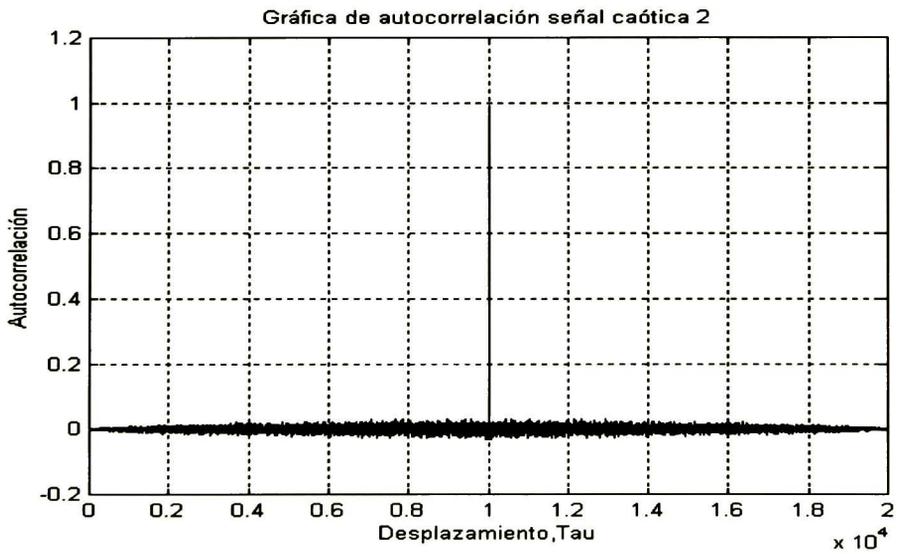


Figura 3.6 Gráfica de autocorrelación señal caótica 2 (mapa logístico)

La gráfica de correlación cruzada para estos señales es la siguiente:

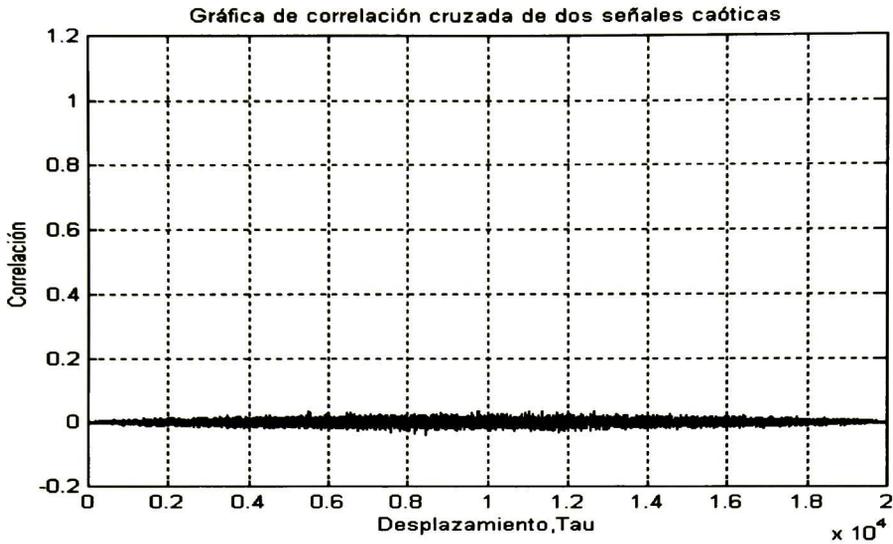


Figura 3.7 Correlación cruzada para las dos señales caóticas (mapa logístico)

De los resultados obtenidos, es posible notar en primer lugar la sensibilidad de este sistema, ya que las dos condiciones iniciales están muy próximas (0.0001) y aún con esta pequeña diferencia la señal producida es completamente diferente a la otra señal generada, como puede verse al correlacionar ambas señales (véase Figura 3.7), otro resultado importante es el que cada una de estas señales también exhibe excelentes propiedades de autocorrelación (Figuras 3.5 y 3.6) con un parecido al ruido blanco Gaussiano.

### 3.4 Generación de secuencias caóticas empleando el polinomio de Chebychev

Una forma mas de generar señales caóticas es empleando el mapa de el polinomio de Chebyshev de segundo orden, el cual es el siguiente [14],:

$$X_{j+1} = 2X_j^2 - 1 \quad (3.7)$$

se sabe que este polinomio es ergódico y presenta un comportamiento caótico. La solución exacta es dada por  $X_i = \cos(2^i \theta_0)$  [2].

La iteración de este polinomio produce series de tiempo con excelentes propiedades estadísticas para la generación de secuencias pseudoaleatorias, tal y como puede apreciarse en las gráficas obtenidas al analizar dos señales caóticas con valores iniciales de 0.5 y 0.45.

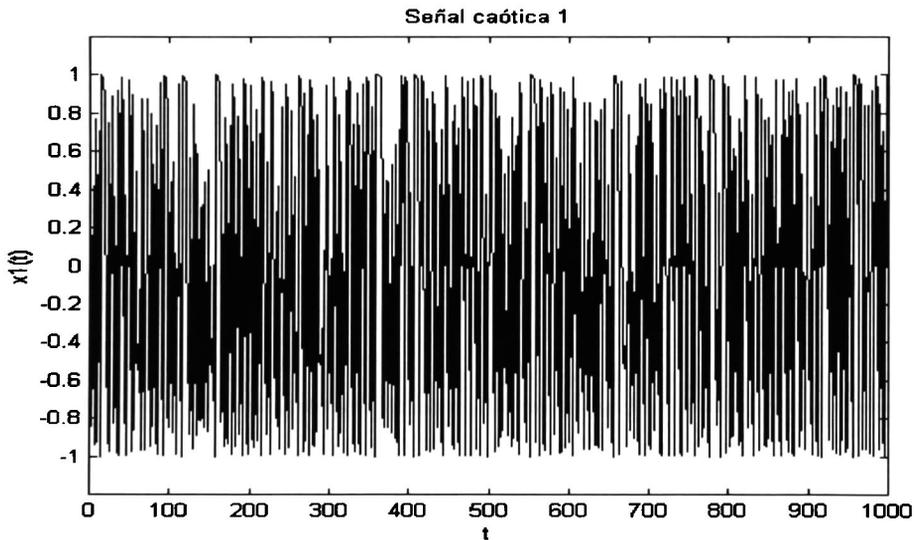


Figura 3.8 Señal caótica 1 (Pol. Chebychev)

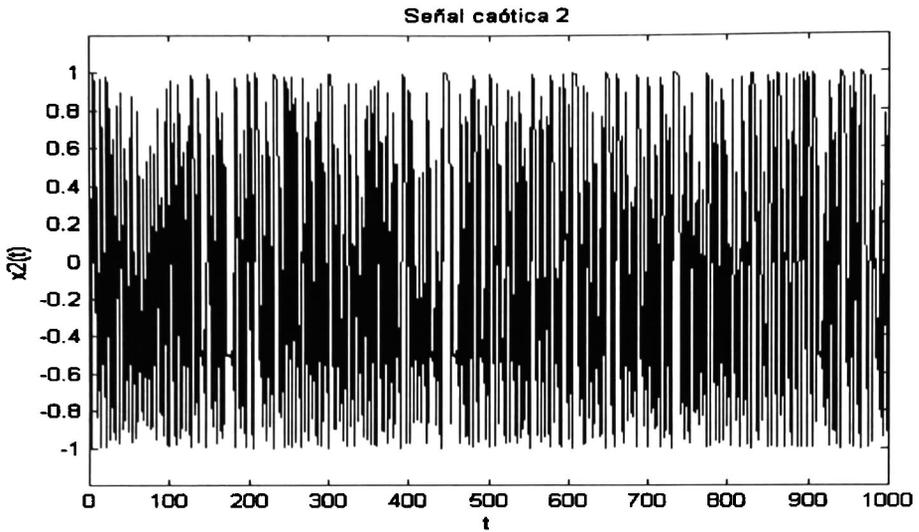


Figura 3.9 Señal caótica 2 (Pol. Chebychev)

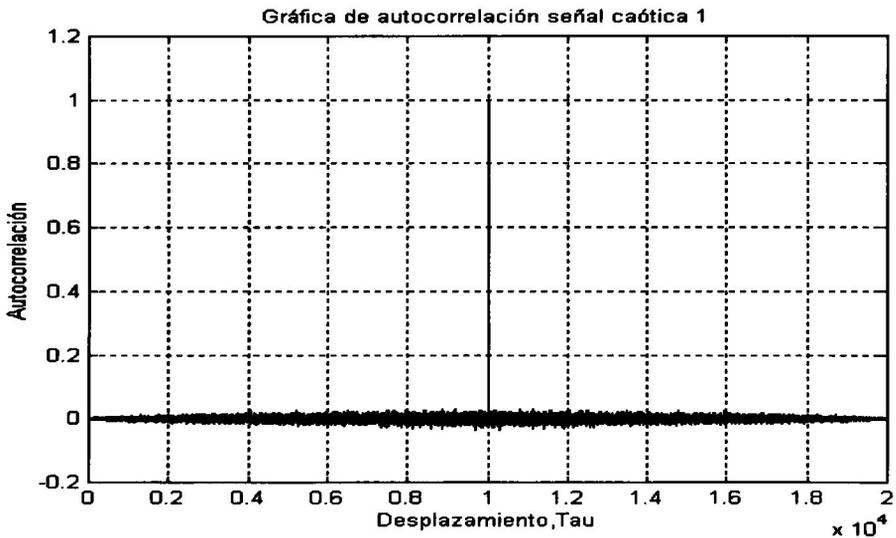


Figura 3.10 Gráfica de autocorrelación señal caótica 1 (Pol. Chebychev)

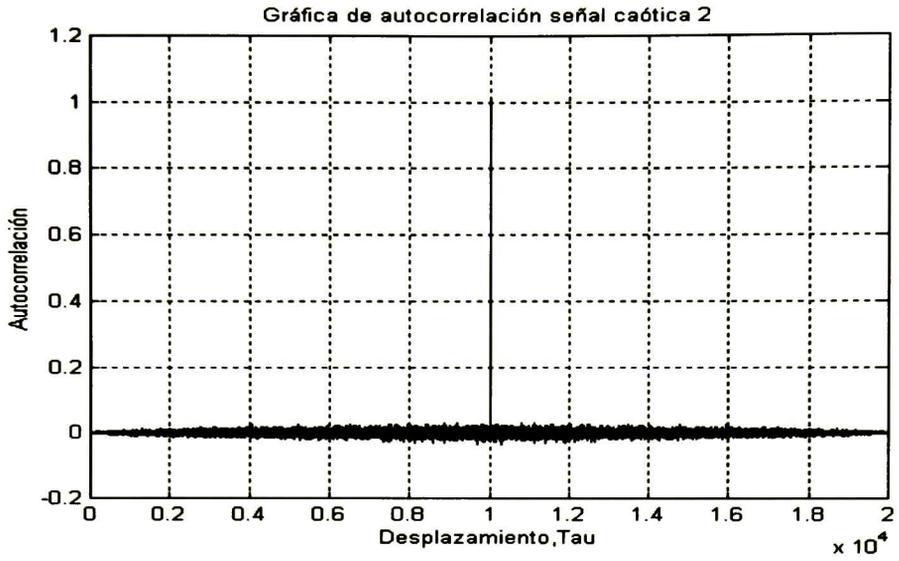


Figura 3.11 Gráfica de autocorrelación señal caótica 2 (Pol. Chebychev)

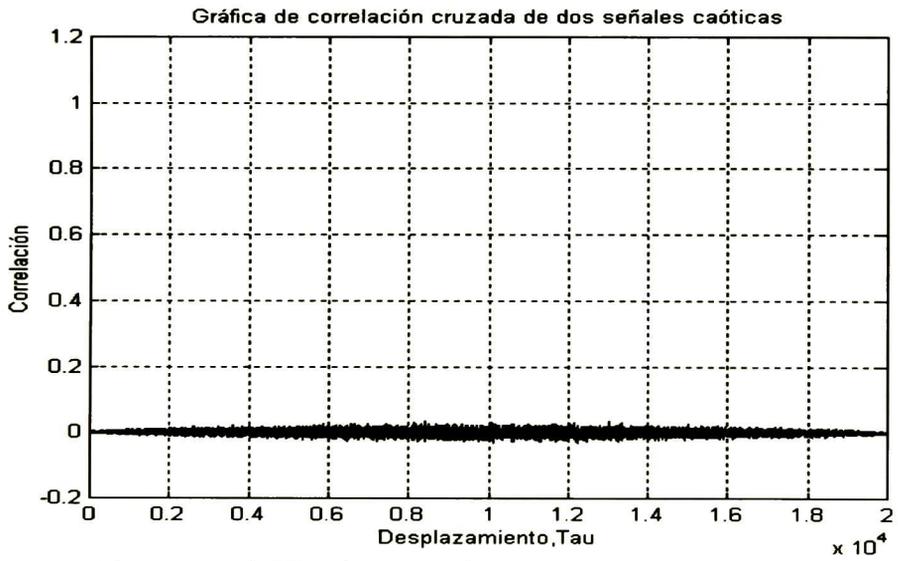


Figura 3.12 Gráfica de correlación cruzada (Pol. Chebychev)

### 3.5 Generación de señales caóticas resolviendo un sistema de Lorenz

Este tercer método de generación de señales caóticas se realiza resolviendo el conocido sistema de Lorenz, este sistema de ecuaciones diferenciales solo puede ser resuelto numéricamente y las soluciones resultantes exhiben un comportamiento pseudoaleatorio.

El sistema de ecuaciones es el siguiente [18]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma (y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= -y - xz + rx \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{3.8}$$

El parámetro  $r$  es la relación del número de Rayleigh dividido entre el número crítico de Rayleigh. El parámetro  $\sigma$  es el número de Prandtl y el tercer parámetro es  $b$  que esta relacionado con el número de la onda horizontal del sistema.

Valores típicos son  $r = 28$ ,  $\sigma = 10$ ,  $b = 8/3$  o un segundo conjunto de valores es:  $r = 45.92$ ,  $\sigma = 16$ ,  $b = 4$ .

Este sistema de ecuaciones diferenciales es posible resolverla con los métodos de **Runge-Kutta** de cuarto orden. Estos métodos se basan en aproximar una función usando su expansión de serie de Taylor; un método de **Runge-Kutta** de primer orden usa una expansión de serie de Taylor de primer orden, un método de Runge-Kutta de segundo orden usa una expansión de serie de Taylor de segundo orden, etc.

La serie de Taylor para evaluar  $f(b)$  está dada por la siguiente expresión [42]:

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots\tag{3.9}$$

Suponiendo que  $(b-a)$  representa el tamaño del paso  $h$ , podemos describir la serie de Taylor así [42]:

$$f(b) = f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots\tag{3.10}$$

Es posible simplificar mas la ecuación si se supone que  $y_a = f(a)$ ,  $y_b = f(b)$ ,  $y'_a = f'(a)$  y así [42]:

$$y_b = y_a + h y'_a + \frac{h^2}{2!} y''_a + \dots + \frac{h^n}{n!} y^{(n)}_a + \dots \quad (3.11)$$

Este tipo de ecuación estima el valor de la función  $y_b$  usando una línea recta que es tangente a la función  $y'_a$ , (Figura 3.13) para calcular el valor de  $y_b$  se usa un pequeño paso  $h$ , igual a  $(b - a)$  y un punto de partida  $y'_a$ .

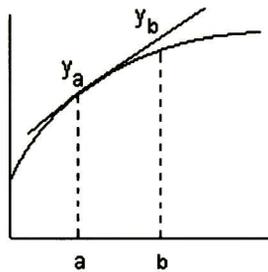


Figura 3.13 Calculando  $y_b$  usando el método de Runge-Kutta de primer orden

Matlab posee varias funciones para calcular soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales, la que se emplea en esta sección es la función *ode45*.

Para una versión modificada de las ecuaciones de Lorenz [20]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \sigma (y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= -20 y - xz + rx \\ \frac{dz}{dt} &= 5 xy - bz \end{aligned} \quad (3.12)$$

y con los siguientes parámetros y condiciones iniciales:

$$\sigma = 16, b = 4, r = 45 \text{ y } x(0) = 0, y(0) = 1, z(0) = 0$$

La serie de tiempo que se obtuvo al resolver este sistema para la variable  $x$  se muestra en las Figuras 3.14 y 3.16

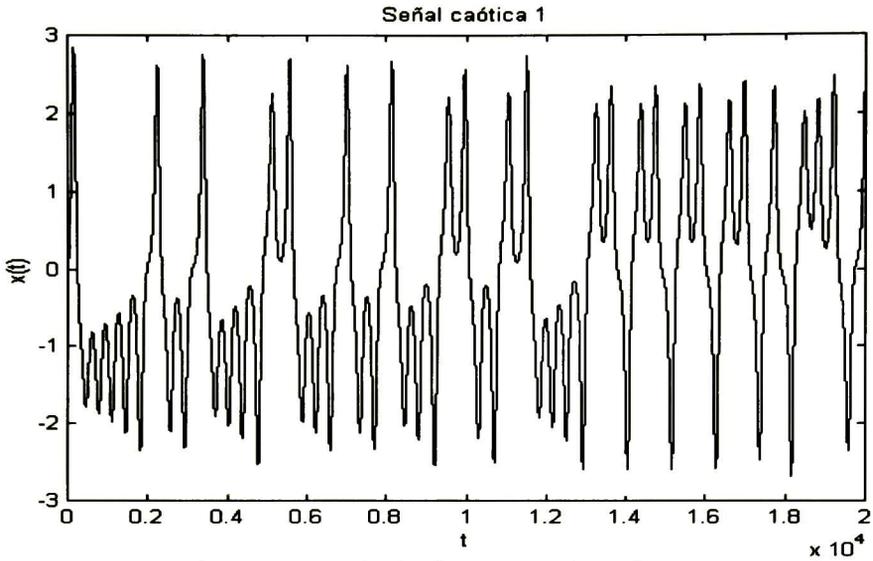


Figura 3.14 Serie de tiempo señal caótica 1

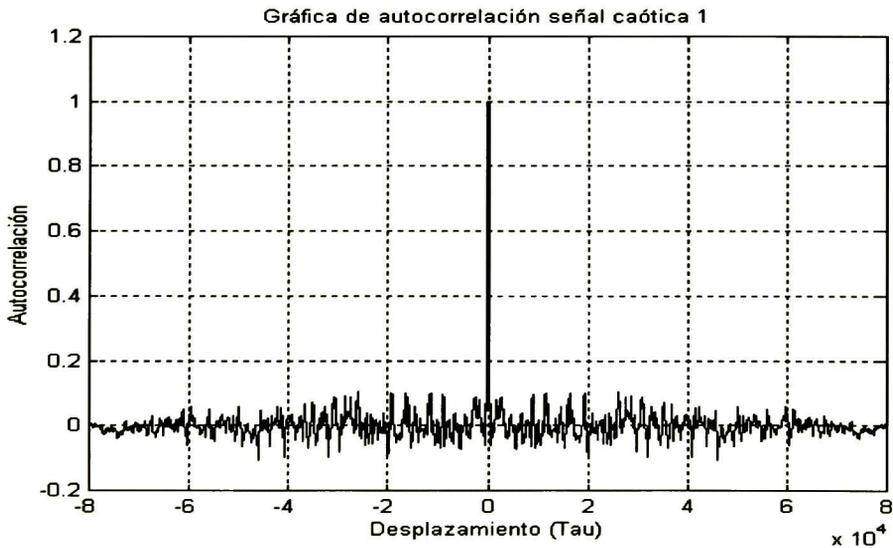


Figura 3.15 Gráfica de autocorrelación para señal caótica 1

el valor de la varianza para los lóbulos de la autocorrelación es  $\sigma^2 = 0.0025$

Se genera una segunda señal caótica sus condiciones iniciales son:

$$x(0) = 0, y(0) = 1 z(0) = 1$$

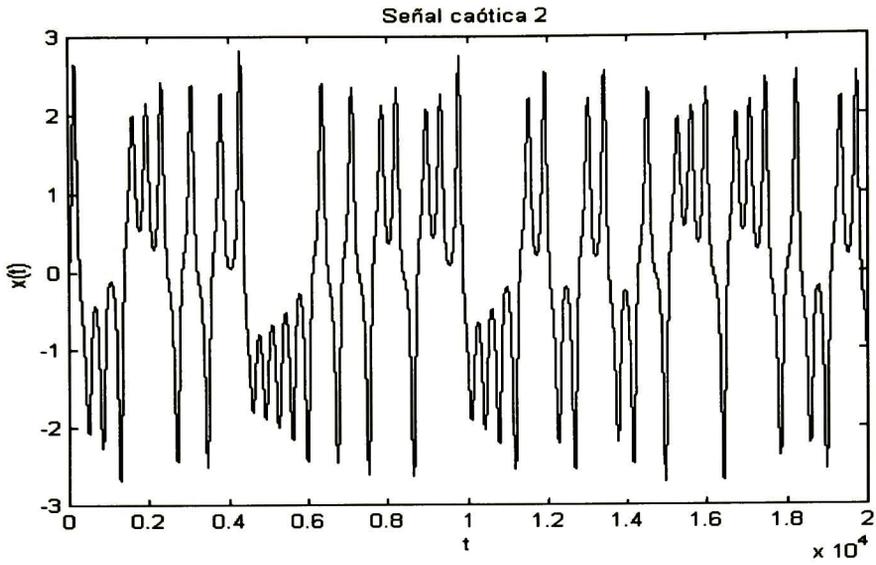


Figura 3.16 Serie de tiempo para señal caótica 2

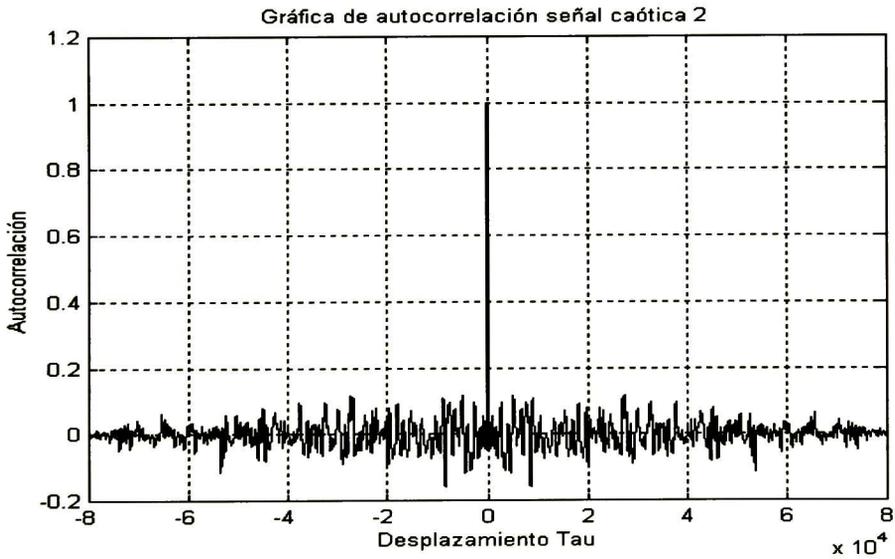


Figura 3.17 Gráfica de autocorrelación para señal caótica 2

el valor de la varianza para los lóbulos de la autocorrelación es  $\sigma^2 = 0.0023$

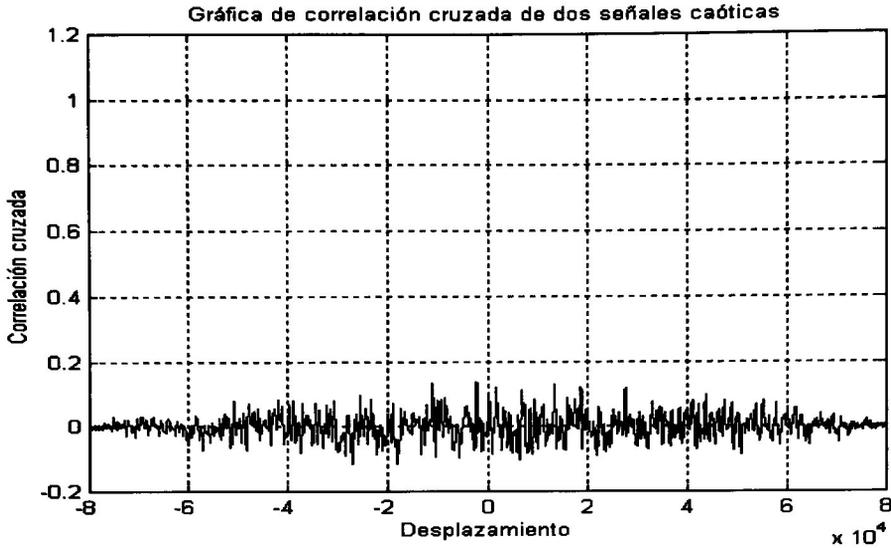


Figura 3.18 Gráfica de correlación cruzada

el valor de la varianza para la correlación cruzada es  $\sigma^2 = 0.0012$

Unas figuras interesantes se obtienen al graficar las series de tiempo producidas para cada una de las variables,  $x$ ,  $y$  y  $z$ , al graficar  $x$  vs.  $y$  así como  $z$  vs.  $x$  Figura 3.19 y 3.20. Se puede ver el comportamiento caótico de la serie, de igual forma como los valores de la serie se mantienen moviéndose en torno a dos puntos, (atractor) y los valores que toma la serie forman una figura acotada y ordenada.

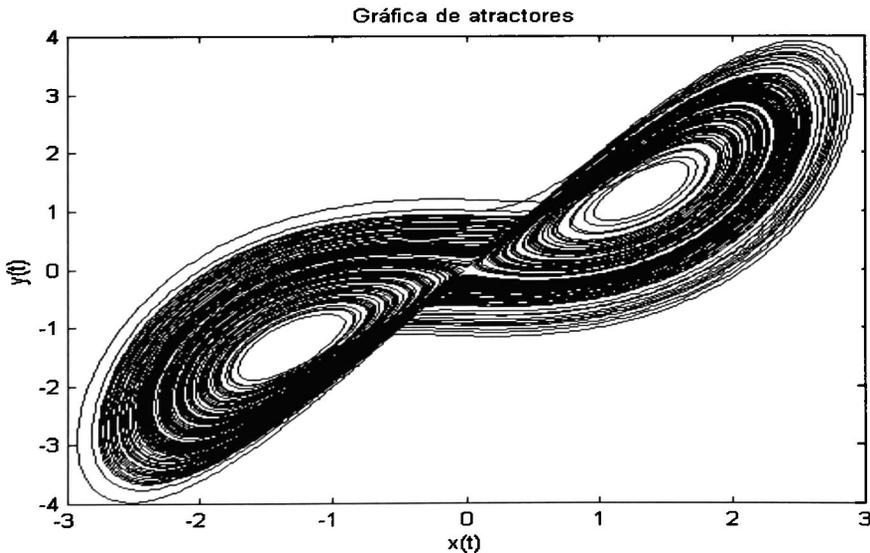


Figura 3.19 Gráfica de atractores de las órbitas de  $x$  y  $y$

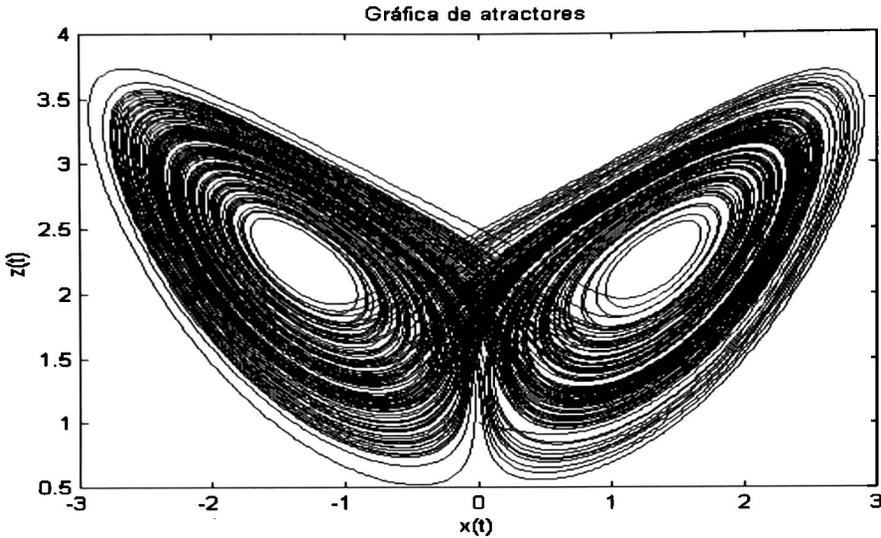


Figura 3.20 Gráfica de atractores de las órbitas de  $x$  y  $z$

### 3.6 Generación de señales caóticas mediante el circuito de Chua

El circuito de Chua (Figura 3.21) consiste de 4 elementos lineales (un resistor, un inductor y dos capacitores) y un elemento no lineal llamado diodo de Chua, el diodo de Chua es fabricado como circuito integrado (chip) o este elemento no lineal puede ser implementado usando amplificadores operaciones y diodos [H36]. Las características de voltaje contra corriente de este componente no lineal se aprecian en la Figura 3.22.

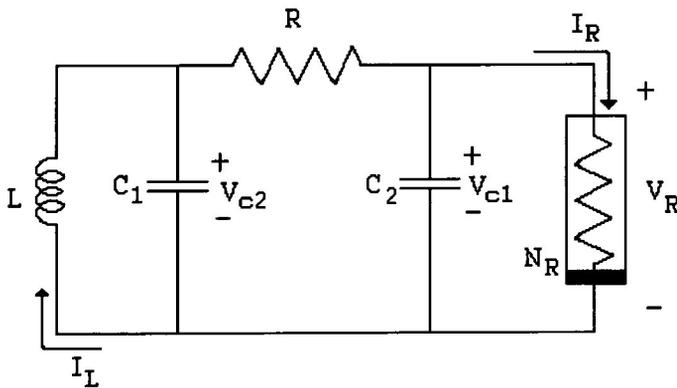


Figura 3.21 El circuito de Chua

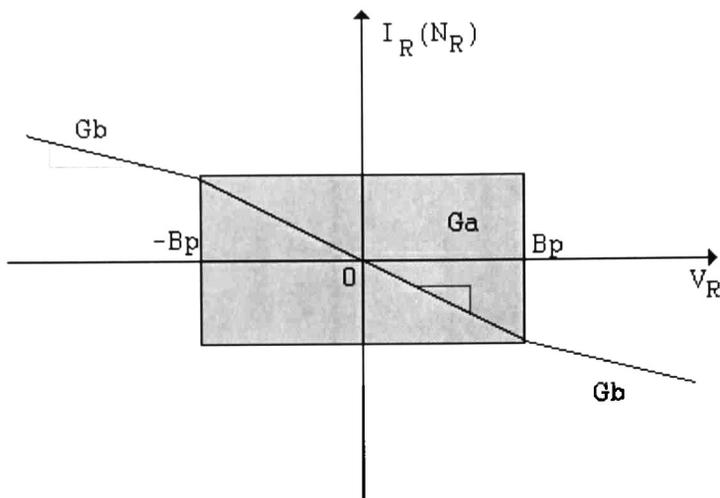


Figura 3.22 Características del componente no lineal

Las ecuaciones de estado para este circuito son las siguientes [43]:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= \frac{1}{R} (v_{C2} - v_{C1}) - h(v_{C1}) \\ C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} &= \frac{1}{R} (v_{C1} - v_{C2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donde  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  e  $i_L$  son el voltaje a través del capacitor C1 y C2 respectivamente así como la corriente sobre el inductor L y  $h(\cdot)$  es la característica no lineal del diodo de Chua.

$$h(v_{C1}) = \begin{cases} G_a v_{C1} & -B_p < v_{C1} < B_p \\ G_b v_{C1} - (G_a + G_b) & v_{C1} \geq B_p \\ G_b v_{C1} + (G_a + G_b) & v_{C1} \leq -B_p \end{cases} \quad (3.14)$$

La implementación del circuito de Chua se realizó usando un circuito propuesto por Michael Cross [H36] y fue implementado usando Workbench, los valores de voltaje en el capacitor C1 (Figura 3.23) de este modelo se almacenaron en un archivo para después ser analizados en Matlab.

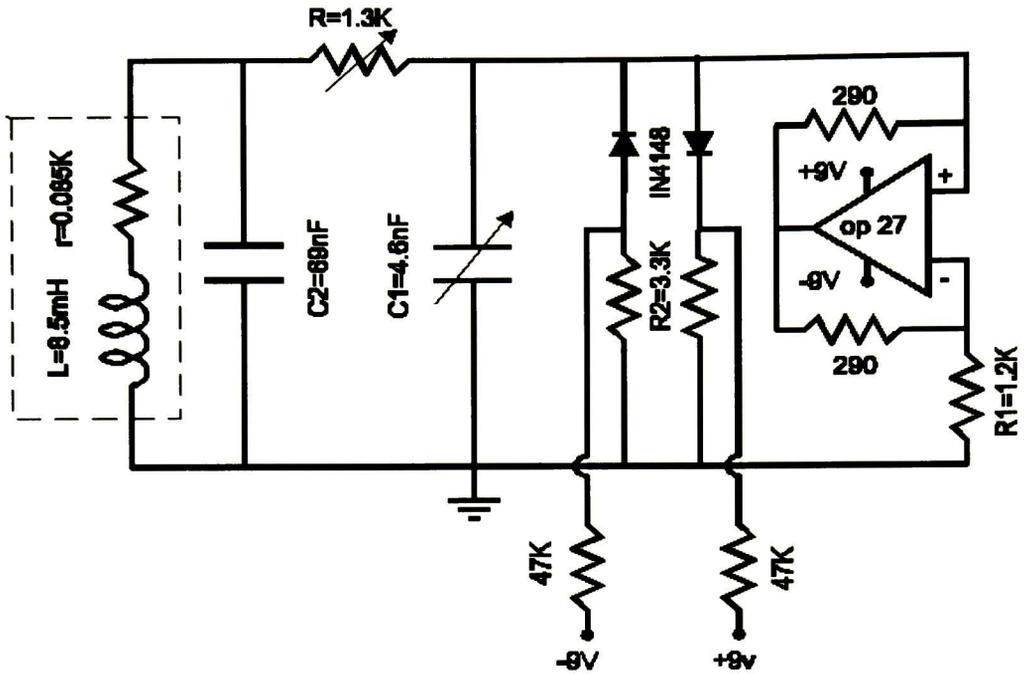


Figura 3.23 Circuito de Chua utilizado para la generación de señales caóticas

La señal de voltaje tomada en las terminales del capacitor 1 para un valor de  $C_1$  4.6nF se puede apreciar en la Figura 3.24, variando este valor de capacitancia permite generar las diferentes señales caóticas.

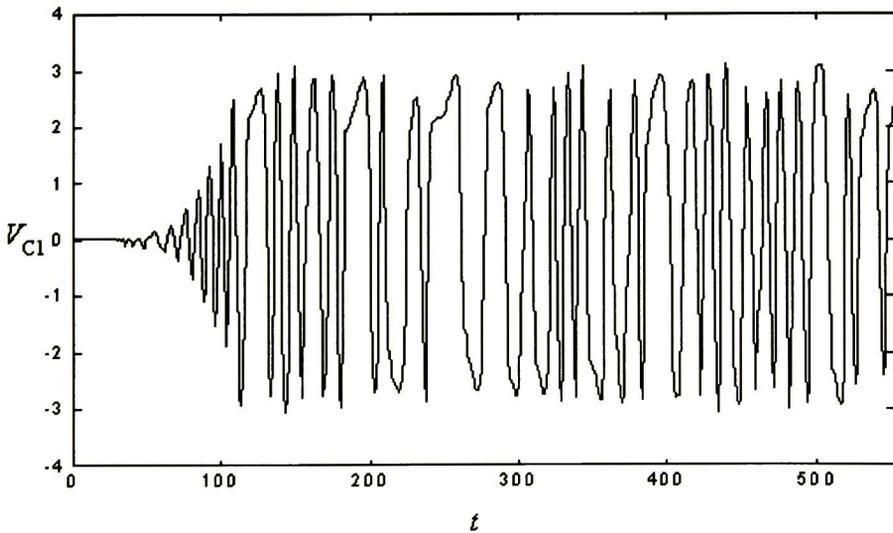


Figura 3.24 Gráfica de voltaje  $V_{C_1}$

Las gráficas del análisis de autocorrelación y correlación cruzada aplicado a las señales caóticas obtenidas se muestran a continuación:

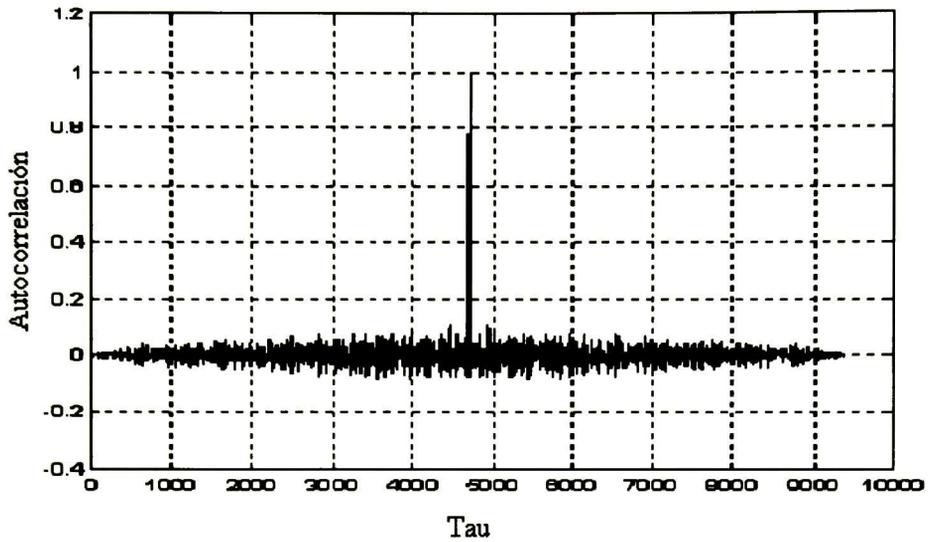


Figura 3.25 Autocorrelación de la señal caótica 1

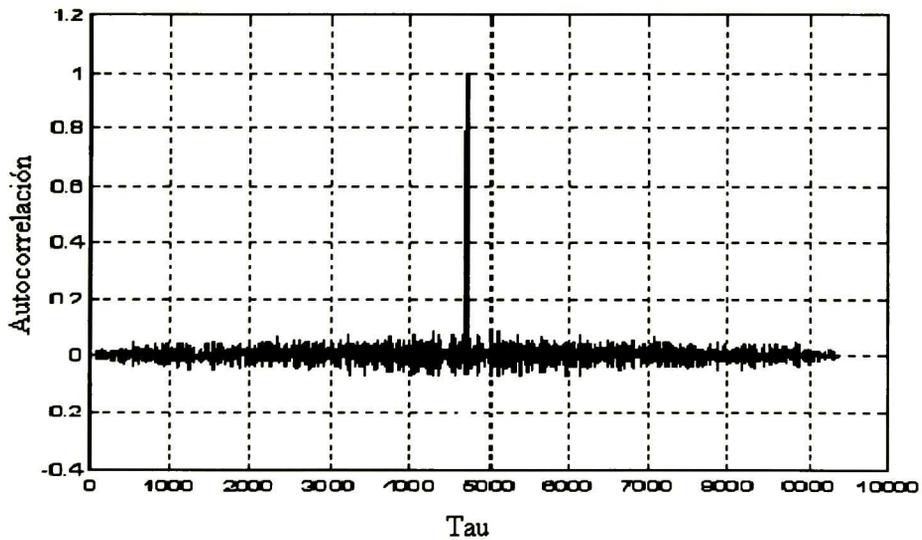


Figura 3.26 Autocorrelación de la señal caótica 2

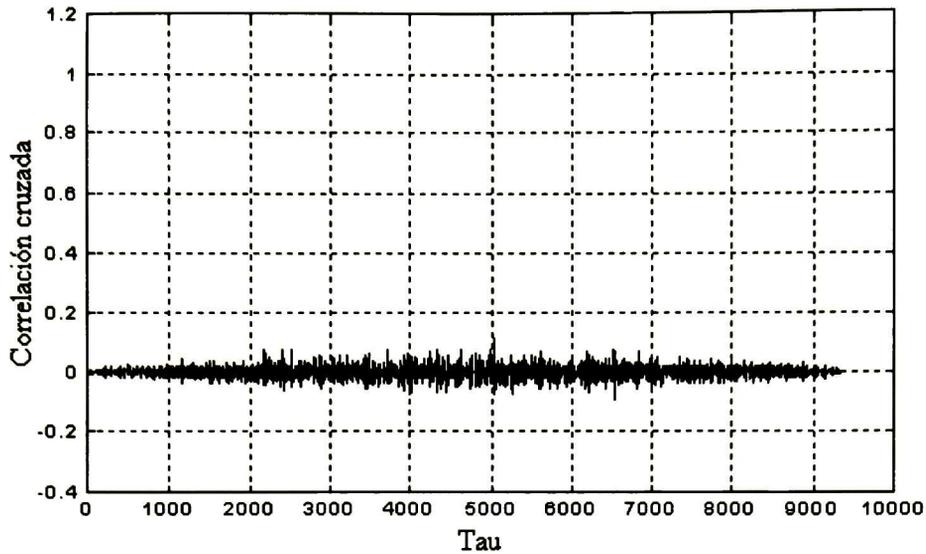


Figura 3.27 Correlación de las dos señales caóticas

### 3.7 Resultados comparativos entre los métodos empleados y conclusiones

En esta sección se presentan los resultados en la generación de señales caóticas y de secuencias caóticas binarias, los cuatro métodos empleados para la generación de señales caóticas fueron: el mapa logístico, el polinomio de Chebychev, la serie de tiempo de la solución de un sistema de ecuaciones de Lorenz y el circuito de Chua. A estas señales continuas se le realizaron pruebas estadísticas para reconocer su viabilidad para la generación de secuencias pseudoaleatorias, se obtuvo las autocorrelaciones para cada señal caótica así como el valor máximo en el lóbulo lateral de la autocorrelación así como el valor de la varianza en este lóbulo, de igual forma se obtuvieron correlaciones cruzadas entre diferentes señales caóticas, el valor máximo de correlación cruzada y su varianza. En todos los métodos se constata que las señales generadas por los cuatro métodos exhiben propiedades de similitud al ruido blanco Gaussiano, como se puede observar en las figuras de autocorrelación y correlación cruzada obtenidas para los cuatro métodos. En la Tabla 3.2 se muestra un resumen de estos valores obtenidos. Se puede observar que las mejores propiedades estadísticas las poseen las señales caóticas generadas por medio del mapa logístico y del polinomio de Chebychev seguidas por las generadas resolviendo un sistema de Lorenz y por último el circuito de Chua.

Posterior a la generación de la señal caótica se procedió a la generación de la secuencia binaria mediante un proceso de discretización, el criterio de generación de la secuencia binaria caótica es:

$$c_k = g\{x(t) - E_t(x(t))\}_{t=kT_d} \quad (3.15)$$

donde:

$$g(x) = 1 \quad x \geq 0 \quad \text{y} \quad g(x) = -1 \quad x < 0$$

$x(t)$  es la señal caótica continua,  $E_r(x(t))$  representa el valor medio de la función y  $T_d$  representa el periodo de muestreo de la señal  $x(t)$ . Las longitudes de secuencias binarias fueron de 127, 255 y 511 chips, a estas secuencias binarias se le realizaron las mismas pruebas estadísticas, para comprobar si seguían conservando el carácter pseudoaleatorio. Los resultados de las secuencias binarias caóticas se pueden observar en la Tabla 3.3

Método	Autocorrelación	Correlación cruzada	Varianza (cc)
1. Mapa logístico	0.0317	0.0361	1.5241e-004
2. Polinomio de Chebychev	0.0308	0.0327	5.0393e-005
3. Sistema de Lorenz	0.1015	0.1369	0.0011
4. Circuito de Chua	0.1569	0.1531	0.0001

Tabla 3.2 Resumen de propiedades estadísticas de las señales caóticas generadas

Método	Longitud 127			Longitud 255			Longitud 511		
	AC	CC	VARcc	AC	CC	VARcc	AC	CC	VARcc
1	0.2756	0.1969	0.0067	0.1686	0.1843	0.0035	0.1155	0.1272	0.0020
2	0.1496	0.1811	0.0060	0.1373	0.1529	0.0039	0.1155	0.1311	0.0019
3	0.1811	0.1811	0.0053	0.1843	0.1843	0.0034	0.1155	0.1311	0.0018
4	0.2832	0.2045	0.0080	0.1978	0.2356	0.0092	0.1325	0.2185	0.0030

Tabla 3.3 Resumen de propiedades estadísticas de las secuencias binarias caóticas generadas

AC = autocorrelación (valor pico)

CC = correlación cruzada (valor pico)

VARcc = varianza de la correlación cruzada

A partir de los resultados que se muestran en la Tabla 3.3 podemos concluir que de los cuatro métodos empleados para la generación de secuencias pseudoaleatorias (binaria), los métodos del sistema de Lorenz y del polinomio de Chebychev presentan los mejores resultados estadísticos, ello es debido a que entre menor sean los valores de correlación cruzada y de autocorrelación menor es la interferencia que existe por acceso múltiple entre los usuarios de un sistema. Una observación que se puede hacer es que las propiedades de la secuencia van mejorando a medida que la longitud de la secuencia va en aumento. El siguiente paso es el emplear un generador de estos como generador de secuencias de dispersión, por ejemplo el sistema de Lorenz y simular un sistema de acceso múltiple con un determinado número de usuarios y comparar el desempeño de la

tasa de errores (*Bit Error Rate*, BER) contra un sistema convencional, esta prueba quedará realizada en el siguiente capítulo. Se ha decidido la selección del método del sistema de Lorenz sobre el método del polinomio de Chebychev, ya que se notó que el sistema de Lorenz ofrece más estabilidad en lo que se refiere a la sensibilidad ante cambios ligeros de las condiciones iniciales, esto indica que este sistema la respuesta del sistema no puede variar drásticamente ante una muy ligera perturbación externa. Un factor más para la selección del método de Lorenz es que este resulta conveniente para el trabajo futuro de esta tesis, esto cuando sea considerada la sincronización ya que este trabajo solo se ha considerado que el transmisor y el receptor están perfectamente sincronizados. El tema de sincronización en sistemas basados en el circuito de Lorenz ha sido estudiado por varios autores [H31,H37] y se ha demostrado que el sistema de Lorenz ofrece una robustez en la sincronización ante perturbaciones de la señal manejadora [18].

## **Desempeño de secuencias convencionales y caóticas en un sistema de DS/CDMA**

En este capítulo se presenta un análisis de las propiedades estadísticas de secuencias de máxima longitud, secuencias de Gold, secuencias de Kasami y secuencias caóticas, posteriormente se realiza un análisis comparativo del desempeño de un sistema de acceso múltiple de espectro disperso de secuencias directas donde se empleen secuencias convencionales así como secuencias caóticas. El sistema de comunicación estará conformado por seis, siete y ocho usuarios, y se emplearán las secuencias convencionales y caóticas. Los desempeños de estos sistemas se harán de acuerdo a los desempeños de error ( $E_b/N_0$  versus BER) que se obtengan mediante los procesos de simulación realizados en Matlab.

Para la generación de las secuencias caóticas se utilizó el método de resolver un sistema de ecuaciones de Lorenz, Mediante los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se pudo ver que de los cuatro métodos analizados el método de polinomios de Chebychev y el sistema de Lorenz presentan las mejores propiedades estadísticas, pero el sistema de Lorenz resulta mas estable a pequeñas variaciones de las condiciones de inicio, este tipo una relevancia en cuestiones prácticas ya que una implementación en la vida real los sistemas están expuestos a diversas perturbaciones mismas que en el caso del método del polinomio de Chebychev no estaría en capacidad de tolerar y por ende esa pequeña variación provocar un conjunto erróneo de secuencias de dispersión. Otra consideración tomada en cuenta para la selección del método de Lorenz, es la relacionada con el tema de sincronización [H31,H37], se ha estudiado que la capacidad de sincronización en el método de Lorenz es altamente robusta ante perturbaciones en la señal manejadora [18]. Esta es una propiedad importante, que aunque en este trabajo se considera que los sistemas en el transmisor y receptor se encuentran perfectamente sincronizados

Por último se concluye con una tabla donde se resumen todos los resultados obtenidos al analizar el conjunto de secuencias pseudoaleatorias obtenidas (Tabla 4.1).

### **4.1 Obtención de propiedades estadísticas de secuencias típicas**

Las secuencias que se analizan en esta sección son las siguientes:

- secuencias de máxima longitud
- secuencias de Gold
- secuencias de Kasami

Se escribieron rutinas en Matlab para implementar los generadores para estos tipos de secuencias, los cuales están basadas en Registros Lineales de Corrimiento con Retroalimentación (LFSR), para las siguientes longitudes de la secuencia: 31,63,127,255 y 511 chips

#### 4.1.1 Secuencias de máxima longitud

*Longitud:* 31 (n = 5 etapas del LSFR)

*Configuración del LFSR, [C1,C2,C3,...Cn] :* seq1:[5,2], seq2:[5,4,3,2]

- Gráfica de autocorrelación:
- Gráfica de correlación cruzada:
- Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0323, Varianza = NA
- Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0323, Varianza = NA
- Correlación cruzada: Valor máximo = 0.2903, Varianza = 0.0341

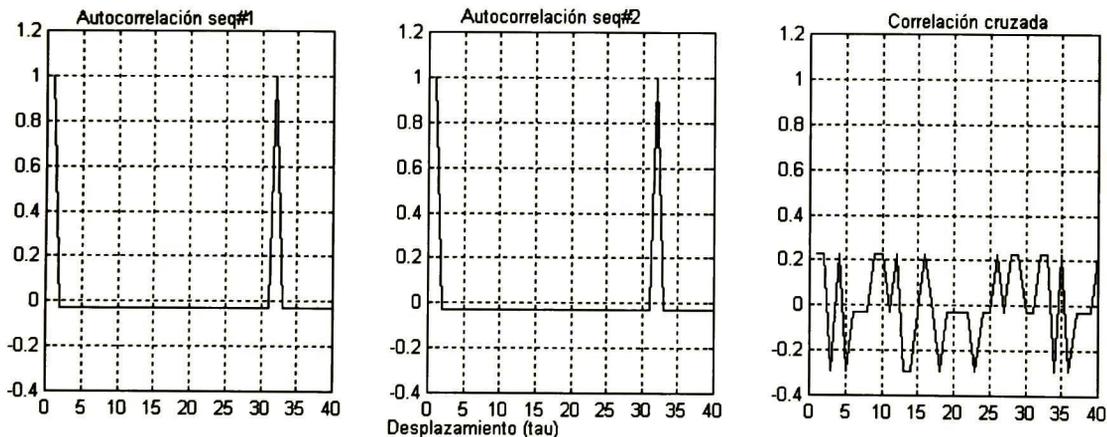


Figura 4.1

*Longitud:* 63 (n = 6 etapas del LSFR)

*Configuración del LFSR, [C1,C2,C3,...Cn] :* seq1:[6,1], seq2:[6,5,2,1]

- Gráfica de autocorrelación:
- Gráfica de correlación cruzada:
- Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0159, Varianza = NA
- Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0159, Varianza = NA
- Correlación cruzada: Valor máximo = 0.2381, Varianza = 0.0164

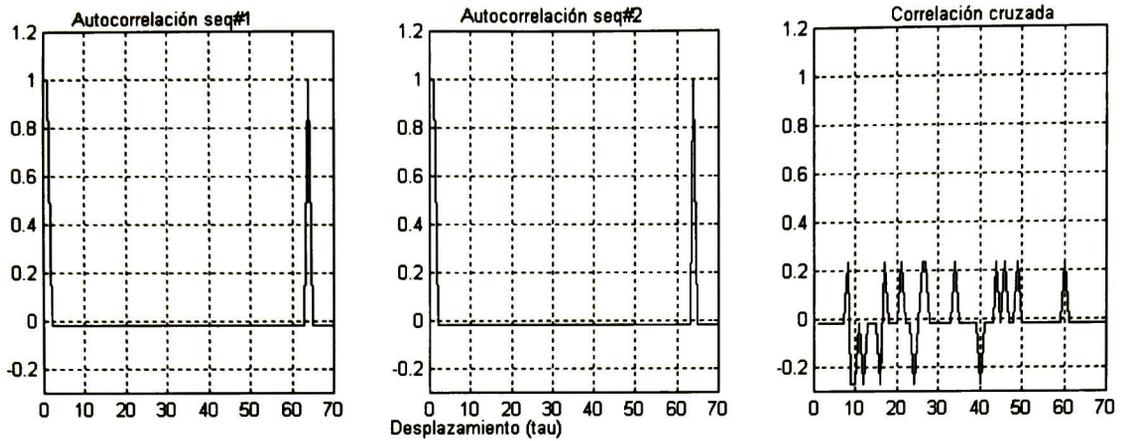


Figura 4.2

Longitud: 127 (n = 7 etapas del LSFR)

Configuración del LFSR, [C1,C2,C3,...Cn] : seq1:[7,1], seq2:[7,3]

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0079, Varianza = NA

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0079, Varianza = NA

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.1181, Varianza = 0.0080

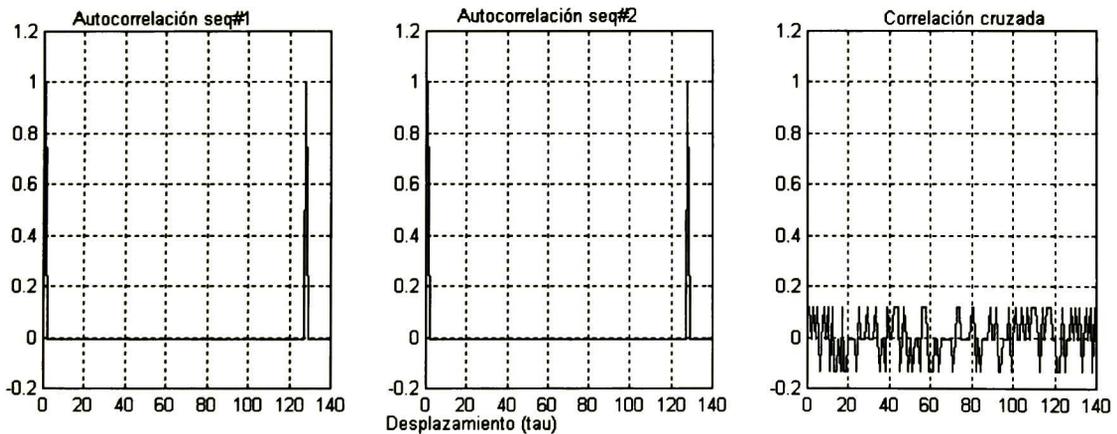


Figura 4.3

Longitud: 255 (n = 8 etapas del LSFR)

Configuración del LFSR, [C1,C2,C3,...Cn] : seq1:[8,4,3,2], seq2:[8,6,5,3]

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0039, Varianza = NA

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0039, Varianza = NA

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.1216, Varianza = 0.0040

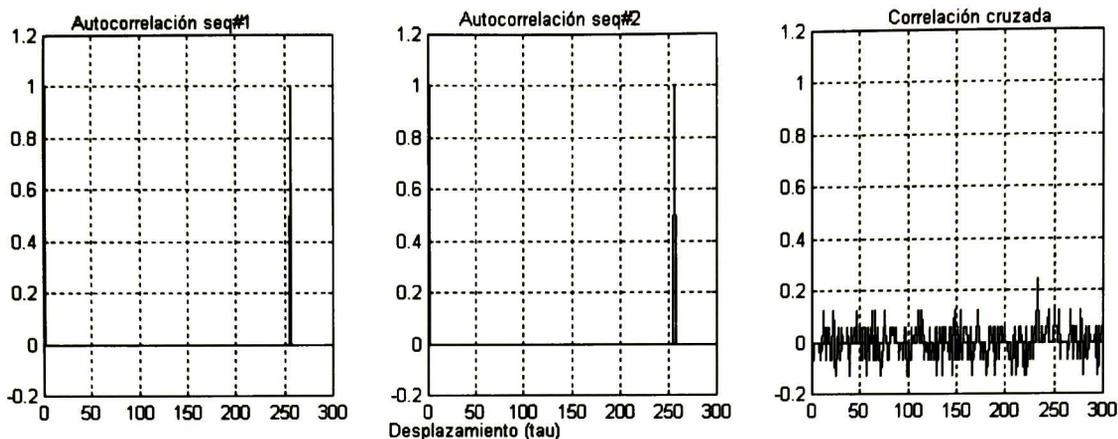


Figura 4.4

Longitud: 511 (n = 9 etapas del LSFR)

Configuración del LFSR, [C1,C2,C3,...Cn] : seq1:[9,4], seq2:[9,6,4,3]

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0020, Varianza = NA

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0020, Varianza = NA

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.0607, Varianza = 0.0020

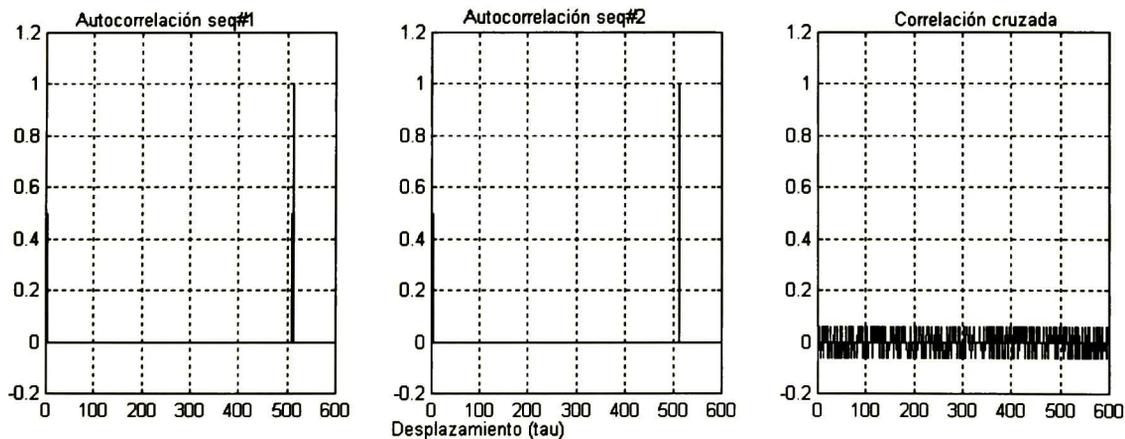


Figura 4.5

### 4.1.2 Secuencias de Gold

Longitud: 31 (n = 5 etapas del LSFR)

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0294

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0459

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0460

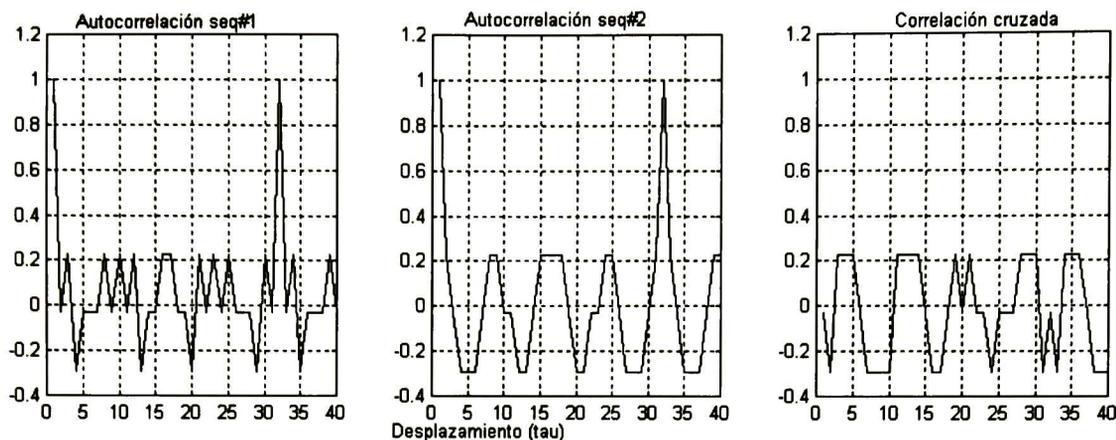


Figura 4.6

Longitud: 63 (n = 6 etapas del LSFR)

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.2381, Varianza = 0.0169

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.2381, Varianza = 0.0085

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.2381, Varianza = 0.0122

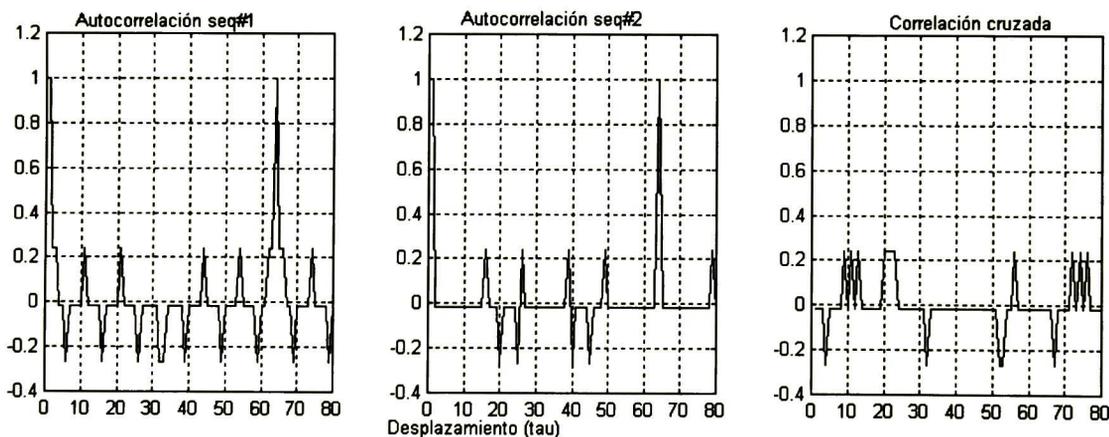


Figura 4.7

Longitud: 127 (n = 7 etapas del LSFR)

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.1181, Varianza = 0.0071

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.1181, Varianza = 0.0072

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.1181, Varianza = 0.0079

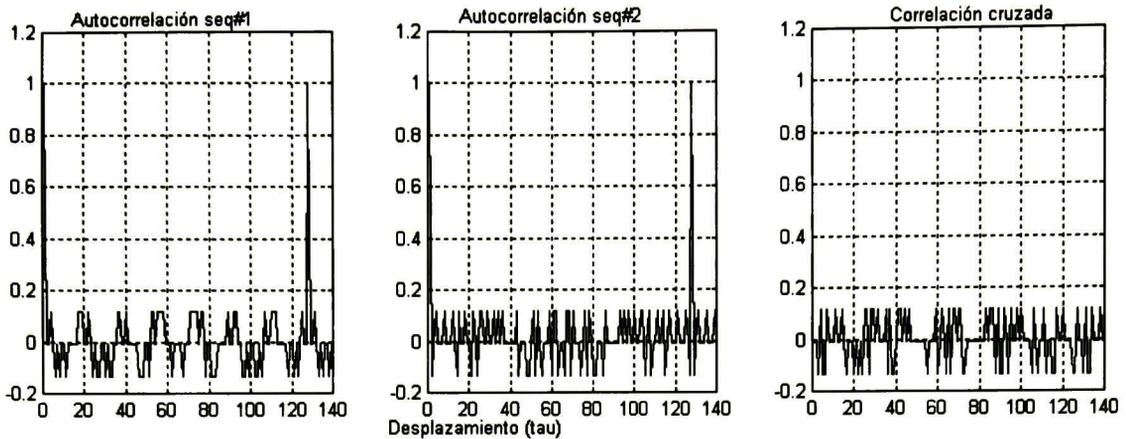


Figura 4.8

Longitud: 255 (n = 8 etapas del LSFR)

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.1843, Varianza = 0.0041

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.1843, Varianza = 0.0038

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.1843, Varianza = 0.0041

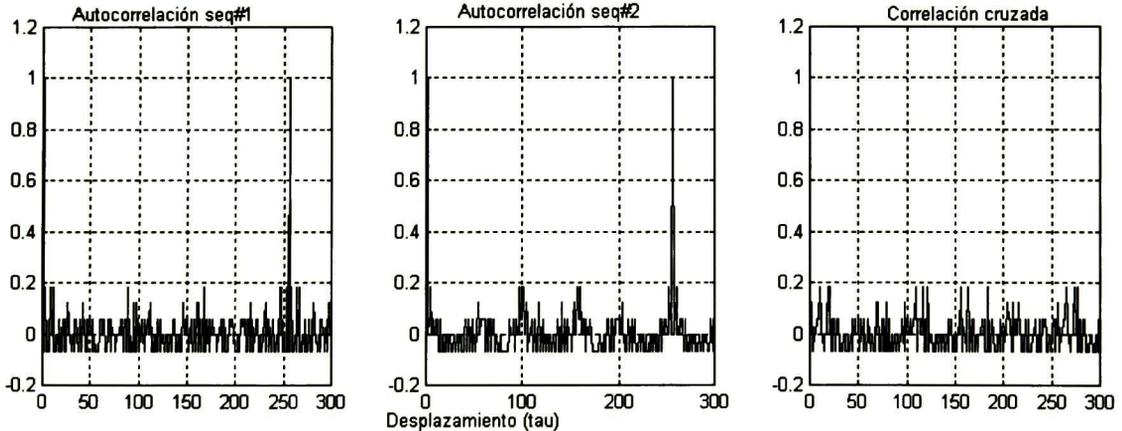


Figura 4.9

Longitud: 511 (n = 9 etapas del LSFR)

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0607, Varianza = 0.0022

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0607, Varianza = 0.0019

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.0607, Varianza = 0.0021

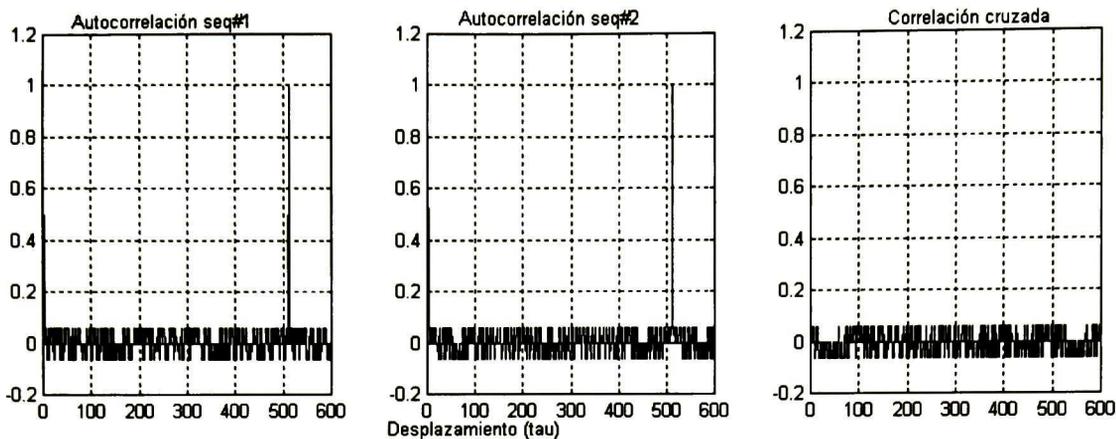


Figura 4.10

### 4.1.3 Secuencias de Kasami

*Longitud:* 31 (No está definida para esta longitud de código)

*Longitud:* 63

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.1111, Varianza = 0.0141

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.1111, Varianza = 0.0141

e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.1111, Varianza = 0.0132

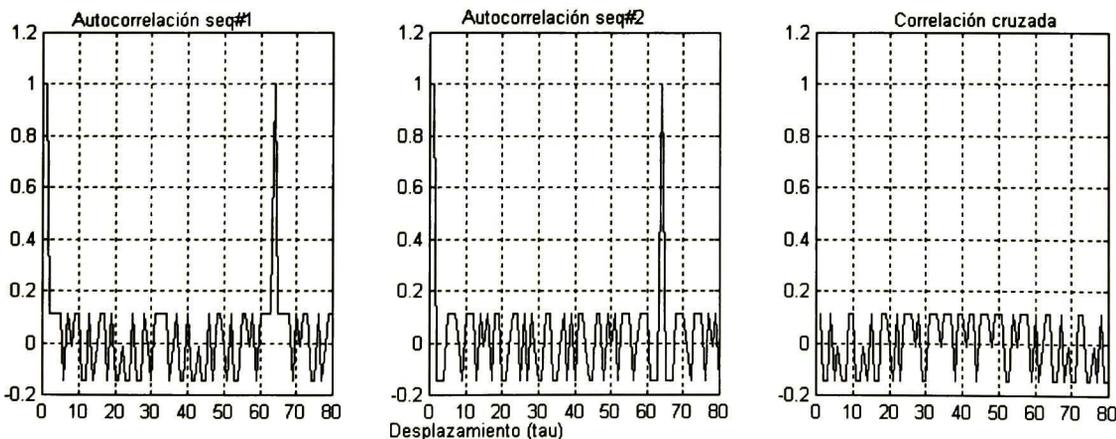


Figura 4.11

*Longitud:* 127 (No está definida para esta longitud de código)

Longitud: 255

- a) Gráfica de autocorrelación:
- b) Gráfica de correlación cruzada:
- c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.0588, Varianza = 0.0037
- d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.0588, Varianza = 0.0037
- e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.0588, Varianza = 0.0037

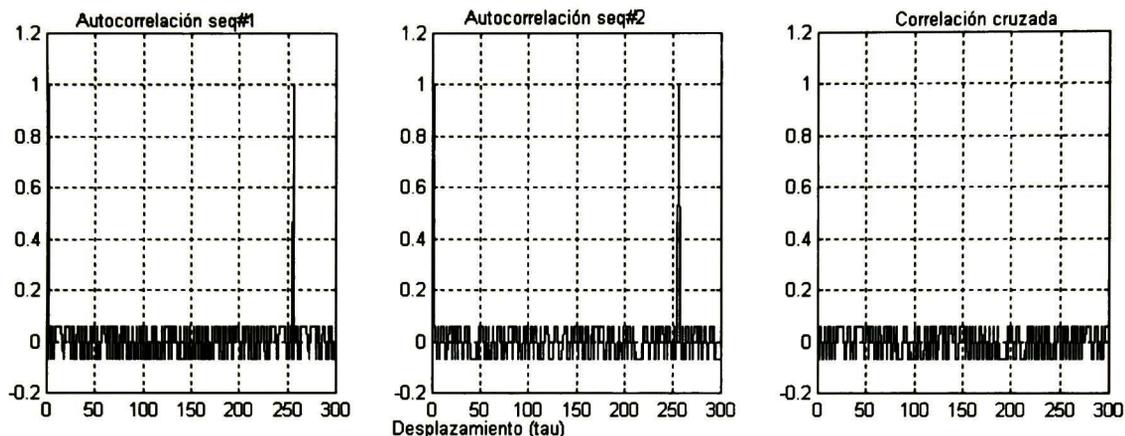


Figura 4.12

Longitud: 511 (No está definida para esta longitud de código)

## 4.2 Obtención de propiedades estadísticas de secuencias caóticas

Longitud: 31

Condiciones iniciales:  $(x, y, z)$

señal caótica 1:  $(0.5, 0, 0)$       señal caótica 2 :  $(0.66, 0.8, 0.14)$

- a) Gráfica de autocorrelación:
- b) Gráfica de correlación cruzada:
- c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0247
- d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0247
- e) Correlación cruzada: Valor máximo = 0.2258, Varianza = 0.0247

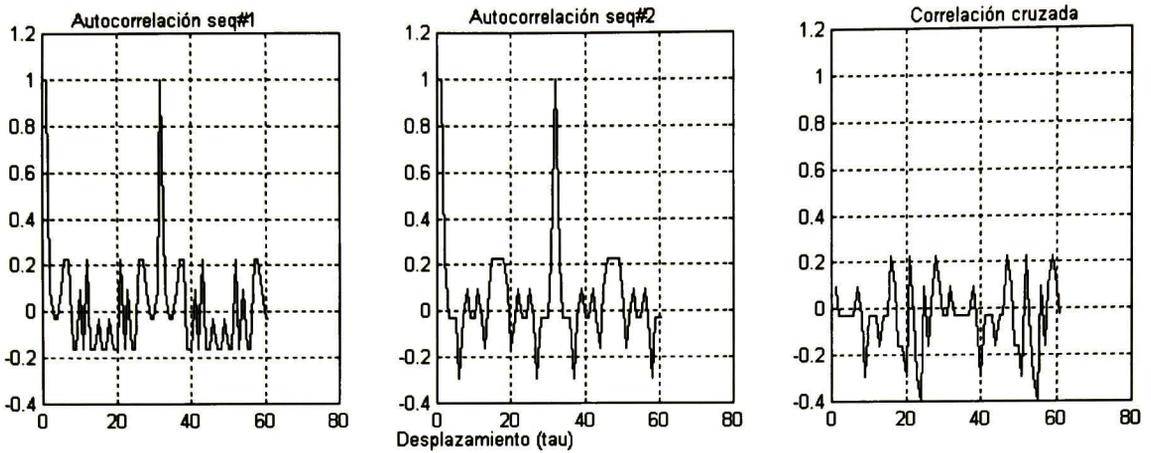


Figura 4.13

Longitud: 63

Condiciones iniciales:  $(x, y, z)$

señal caótica 1:  $(1, 1, 0.4)$       señal caótica 2 :  $(0, 1, 0.7)$

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.1746, Varianza = 0.0112

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.1746, Varianza = 0.0112

e) Correlación cruzada:                      Valor máximo = 0.2063, Varianza = 0.0112

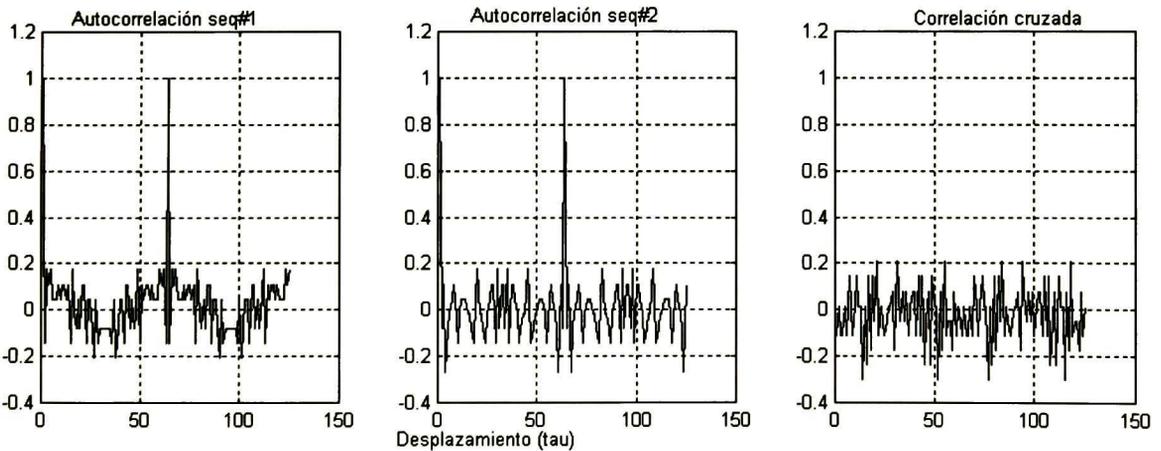


Figura 4.14

Longitud: 127

Condiciones iniciales:  $(x, y, z)$

señal caótica 1:  $(0, 1, 1)$       señal caótica 2:  $(0, 1, 0.7)$

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.1811, Varianza = 0.0075616

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.14961, Varianza = 0.0055497

e) Correlación cruzada:                      Valor máximo = 0.2126, Varianza = 0.0073667

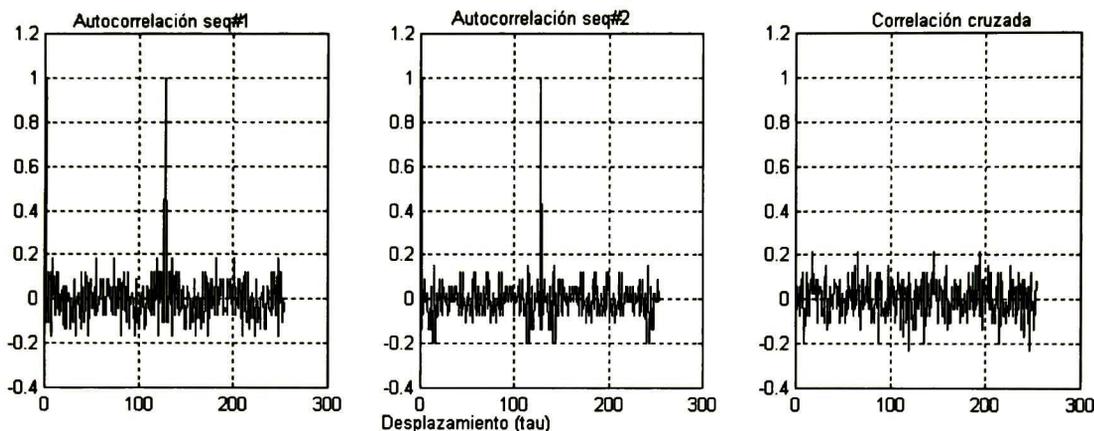


Figura 4.15

Longitud: 255

Condiciones iniciales:  $(x, y, z)$

señal caótica 1:  $(0, 1, 1)$       señal caótica 2:  $(0, 1, 0.7)$

a) Gráfica de autocorrelación:

b) Gráfica de correlación cruzada:

c) Lóbulo de autocorrelación seq1: Valor máximo = 0.18431, Varianza = 0.00454

d) Lóbulo de autocorrelación seq2: Valor máximo = 0.1841, Varianza = 0.0040257

e) Correlación cruzada:                      Valor máximo = 0.16863, Varianza = 0.0047141

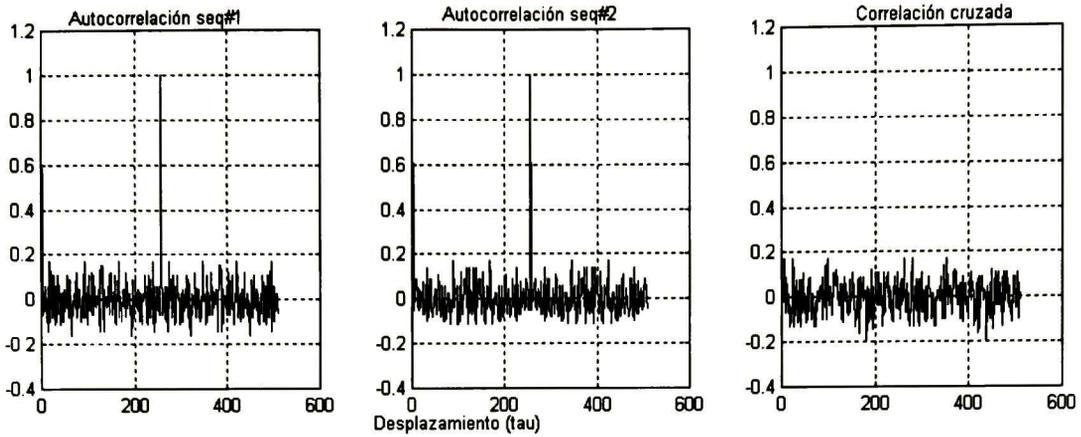


Figura 4.16

Longitud de la secuencia	Secuencia de máxima longitud	Secuencia de Gold	Secuencia de Kasami	Secuencia Caótica
31	$AC_{ML} = 0.0323$ $CC_M = 0.2903$ $\sigma_{AC}^2 = NA$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0341$	$AC_{ML} = 0.2258$ $CC_M = 0.2258$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0459$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0460$	ND	$AC_{ML} = 0.2258$ $CC_M = 0.2258$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0247$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0247$
63	$AC_{ML} = 0.0159$ $CC_M = 0.2381$ $\sigma_{AC}^2 = NA$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0164$	$AC_{ML} = 0.2381$ $CC_M = 0.2381$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0169$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0122$	$AC_{ML} = 0.1111$ $CC_M = 0.1111$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0141$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0132$	$AC_{ML} = 0.1746$ $CC_M = 0.1746$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0112$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0112$
127	$AC_{ML} = 0.0079$ $CC_M = 0.1181$ $\sigma_{AC}^2 = NA$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0080$	$AC_{ML} = 0.1181$ $CC_M = 0.1181$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0072$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0079$	ND	$AC_{ML} = 0.1811$ $CC_M = 0.14961$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0076$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0073$
255	$AC_{ML} = 0.0039$ $CC_M = 0.1216$ $\sigma_{AC}^2 = NA$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0040$	$AC_{ML} = 0.1843$ $CC_M = 0.1843$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0041$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0041$	$AC_{ML} = 0.0588$ $CC_M = 0.0588$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0037$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0037$	$AC_{ML} = 0.1843$ $CC_M = 0.1841$ $\sigma_{AC}^2 = 0.0046$ $\sigma_{CC}^2 = 0.0047$

Tabla 4.1 Resumen del análisis realizado a las diferentes secuencias pseudoaleatorias

### 4.3 Simulación de un sistema de acceso múltiple de espectro disperso

En esta parte del capítulo se presentan las secuencias pseudoaleatorias que serán empleadas en un sistema de comunicación de acceso múltiple de espectro disperso. Para el caso de las secuencias de máxima longitud se emplearon registros lineales de desplazamiento (LFSR) cuya configuración de estos se realizó de acuerdo a tablas de conexiones de retroalimentación [1] que aseguran que la secuencia producida sea máxima y que este conjunto de configuración no produzca secuencias que sean imágenes [1], con esto se asegura que no se produzcan secuencias con malas propiedades de correlación cruzada.

Para poder generar una secuencia de máxima longitud con una longitud de código de 127 chips es necesario emplear un registro lineal de desplazamiento de siete etapas, las conexiones de retroalimentación que se emplearon para generar las ocho secuencias que identificarían a los ocho usuarios máximos soportados por el sistema fueron las siguientes:

Usuario 1	[7,1]
Usuario 2	[7,3]
Usuario 3	[7,3,2,1]
Usuario 4	[7,4,3,2]
Usuario 5	[7,6,4,2]
Usuario 6	[7,6,3,1]
Usuario 7	[7,6,5,2]
Usuario 8	[7,6,5,4,2,1]

Tabla 4.2 Configuración de los LFSR's

Las ocho secuencias se muestran en la Figura 4.17 y 4.18, la generación de las secuencias de Gold se realizó con la combinación de secuencias máximas, tal como se explicó en capítulos anteriores. Para el caso de las secuencias caóticas, estas se generaron resolviendo un sistema de Lorenz y la serie de tiempo que se obtuvo se discretizó con el procedimiento descrito en la sección 3.7.

**El conjunto de secuencias máximas generadas:**

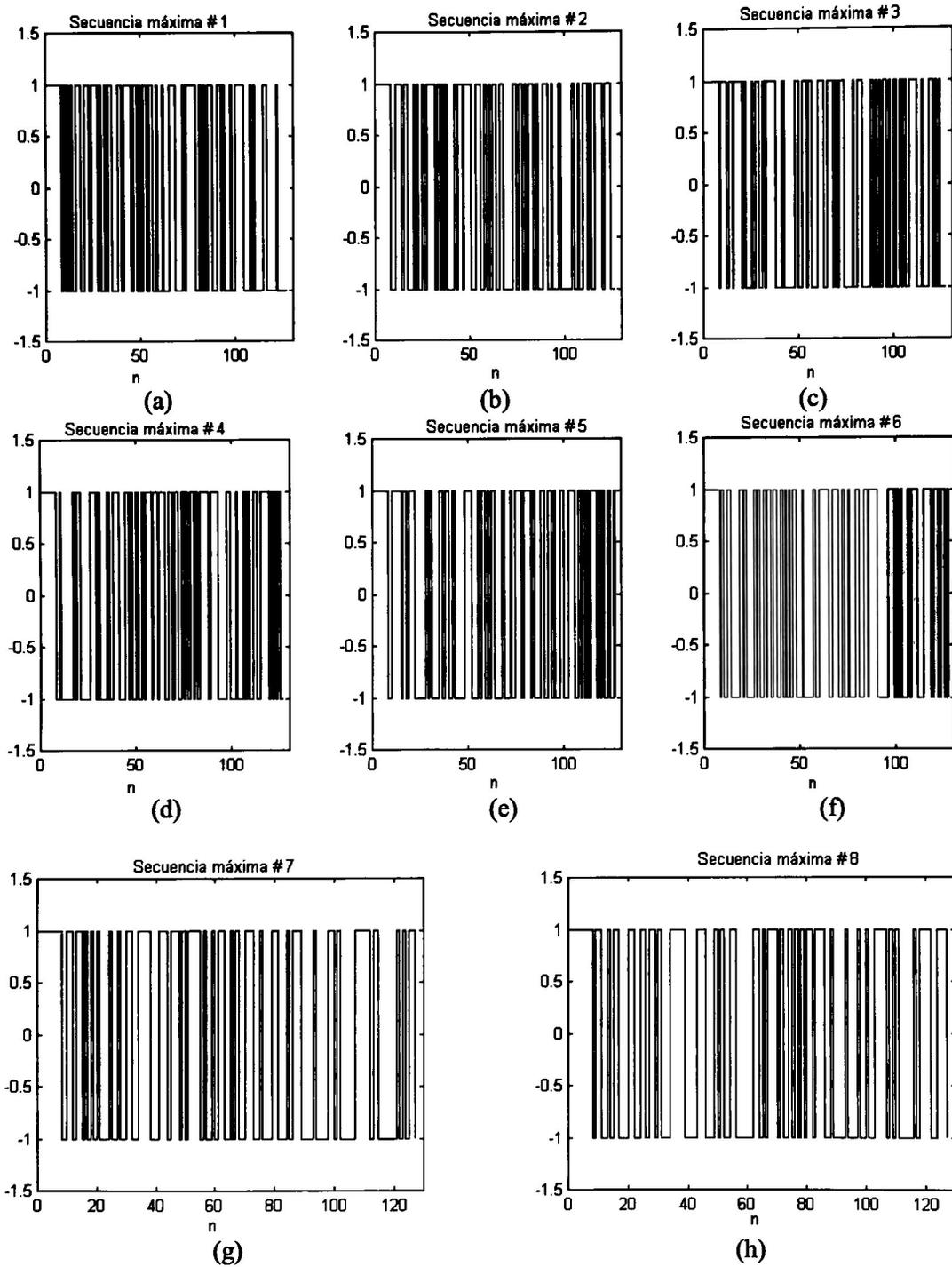


Figura 4.17 Secuencias máximas para la simulación del sistema DS/CDMA

**El conjunto de secuencias de Gold generadas:**

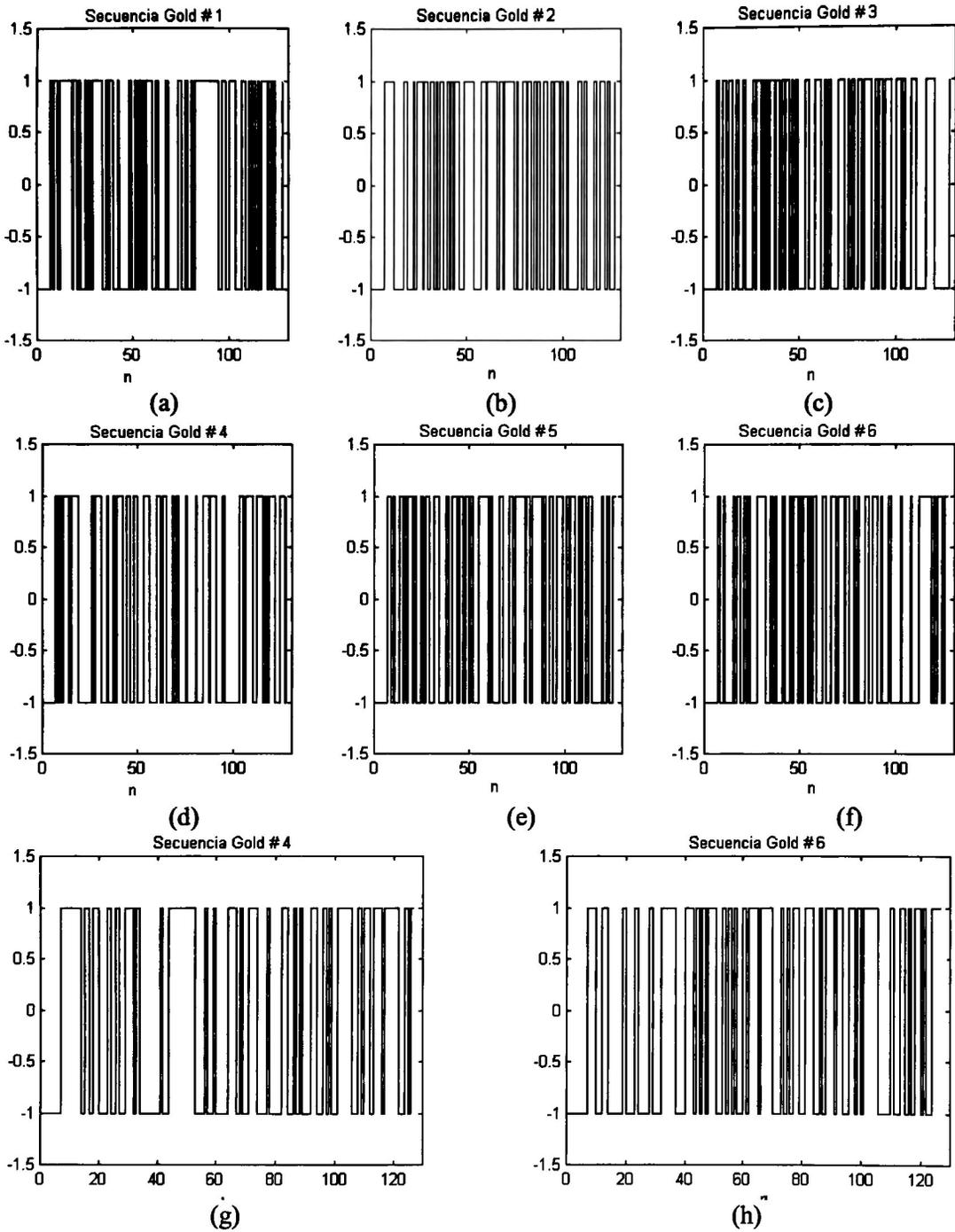


Figura 4.18 Secuencias de Gold para la simulación del sistema DS/CDMA

**El conjunto de secuencias caóticas generadas:**

Para generar este conjunto de secuencias se seleccionaron un conjunto de señales caóticas producidas por igual número de condiciones iniciales, la selección se hizo de acuerdo a un criterio del valor máximo de lóbulos de la autocorrelación así como un valor máximo de correlación cruzada entre secuencias caóticas producidas, el valor máximo no debería de superar el valor de 0.2 de los valores normalizados, posteriormente estas señales fueron discretizadas y se obtuvieron las siguientes ocho secuencias dispersoras para la simulación del sistema de acceso múltiple.



(a)



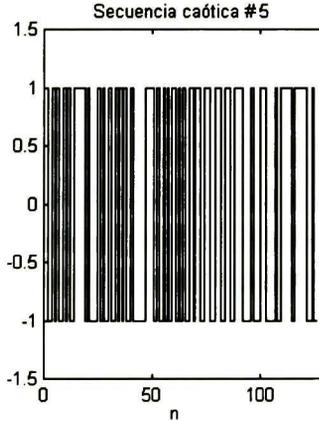
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

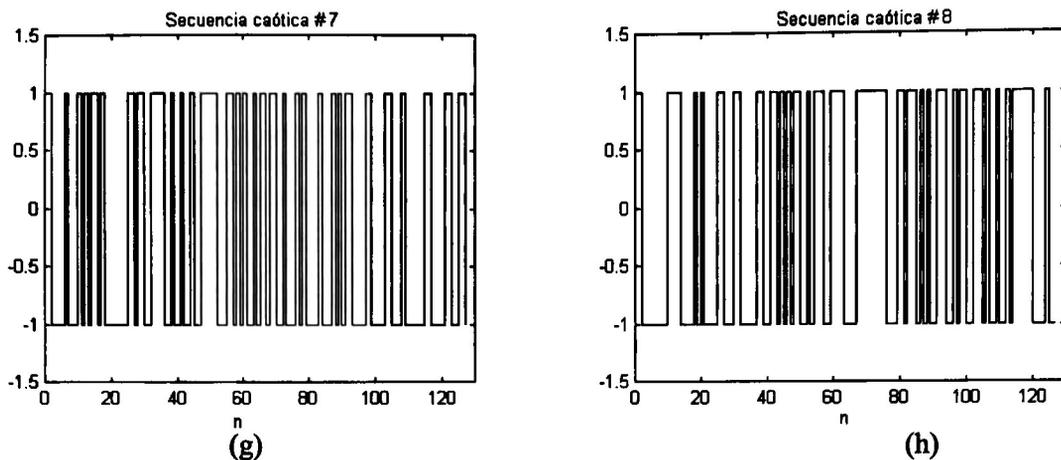


Figura 4.19 Secuencias caóticas para la simulación del sistema DS/CDMA

### 4.3.1 Planteamiento del sistema DS/CDMA

Una vez preparadas las secuencias se dispersión se procedió a obtener resultados del desempeño en términos de BER vs.  $E_b/N_0$  para un sistema de acceso múltiple, se empleó un sistema de modulación coherente, en el cual se transmiten secuencias de símbolos binarios  $\{1,0\}$  desde el transmisor hasta el receptor sobre un canal que degrada la señal transmitida con ruido blanco Gaussiano aditivo (AWGN) de densidad espectral  $N_0/2$  para todo  $\omega$ . Los símbolos binarios están relacionados con dos formas de onda, denotada como  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ . Estas formas de onda están definidas para existir en el intervalo  $(0,T)$ . Una de estas señales es transmitida cada  $T$  segundos de modo que la tasa de información transmitida es de  $R_b = 1/T$  símbolos binarios (bits). Durante el intervalo de señalización  $k$ , el transmisor asocia un símbolo digamos un 1 binario, con  $s_1(t - kT)$  y el otro símbolo 0 con  $s_2(t - kT)$ . Se asume que el receptor tiene un perfecto conocimiento de  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$  así como el tiempo preciso en que arribaran en el receptor. La probabilidad del símbolo que fue transmitido se asumirá por simplicidad que los símbolos son igualmente probables pero no se sabe cual fue transmitido. Durante cada  $T$  segundos de señalización el receptor observa la forma de onda  $s_1(t)$  o  $s_2(t)$  contaminada con AWGN y procesa esta información para minimizar la probabilidad de cometer un error.

La mínima probabilidad de error es lograda cuando el receptor supone que la señal que fue transmitida es la que dada la forma de onda recibida contaminada con ruido fue la mas probable que haya sido transmitida. Tal receptor es llamado *receptor de máxima verosimilitud* [35].

El receptor para estos esquemas de señalización puede realizarse mediante dos estructuras equivalentes: una implementación de *filtro acoplado* y una implementación de *correlador*. Para esta simulación se empleó la primera, el filtro acoplado.

### 4.3.2 Recepción con el filtro acoplado

Esta implementación consiste de tres partes: 1) un filtro acoplado 2) un muestreador el cual toma muestras de la salida del filtro acoplado cada  $T$  segundos del intervalo de señalización y 3) un comparador de umbral. Un diagrama de bloques se presenta en la Figura 4.20.

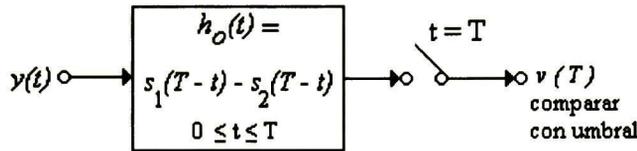


Figura 4.20 Implementación de filtro acoplado

Para señales igualmente probables el comparador de umbral se fija a [7]:

$$k = \frac{1}{2}[s_{o1}(T) + s_{o2}(T)] \quad (4.1)$$

donde  $s_{o1}(T)$  y  $s_{o2}(T)$  son las señales de salida del filtro acoplado en el instante de muestreo correspondiente a  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ . Un filtro acoplado para cualquier señal tiene una respuesta al impulso que es la inversa desplazada en tiempo de la señal, debido a que se está tratando con dos señales en este caso, el filtro acoplado esta igualando la diferencia de dos señales y tiene una respuesta al impulso [7]:

$$h_o(t) = s_2(T-t) - s_1(T-t) \quad (4.2)$$

### 4.3.3 Procedimiento para la simulación del sistema de DS/CDMA

Para la implementación del sistema de comunicación de acceso múltiple se propuso lo siguiente: el sistema se evaluó mediante el desempeño de las tasas de errores de bit, para un sistema en el cual existían 6, 7 y 8 usuarios, se empleo un esquema de modulación digital coherente, con señalización antipodal de banda base, las señales de información han de dispersarse mediante los tres diferentes tipos de secuencias a analizar: secuencias máximas, secuencias de Gold y las secuencias caóticas, la longitud de estas secuencias es de 127 chips, las señales de espectro disperso de cada usuario son combinadas y pasadas a través de un canal donde se contaminan con ruido blanco Gaussiano aditivo (AWGN) y después hacia un receptor de espectro disperso que usa una réplica del código pseudoaleatorio y la separación de la información deseada se realiza implementado con un filtro acoplado el cual solo responde a las señales que son codificadas con el código pseudoaleatorio que corresponde a su propio código, posteriormente se evalúa la señal recibida. Todo este proceso se

realizo programándolo en Matlab. El diagrama de sistema se muestra en la Figura 4.21 donde aparece el sistema con el número máximo de usuarios analizados. Los resultados finales pueden apreciarse a través de las gráficas de  $E_b/N_0$  contra tasa de error (BER). El BER es una función de la relación de la energía del bit y la potencia del ruido ( $E_b/N_0$ ) en decibeles, los diferentes valores de  $E_b/N_0$  se obtuvieron cambiando los valores de la varianza del ruido blanco Gaussiano, los valores de la varianza que se manejaron en esta simulación fueron las siguientes: 1.9, 1.5, 1, 0.8, 0.4, 0.3 y 0.2. El parámetro de  $E_b/N_0$  se obtuvo dividiendo la energía por bit, que para este caso se consideró con un valor unitario entre la densidad espectral de potencia del ruido. Estos cocientes fueron posteriormente convertidos a decibels. Para cada valor de  $E_b/N_0$  se obtuvo una tasa de error que corresponde al número de errores de bit recibidos en relación con el número total de bits transmitidos.

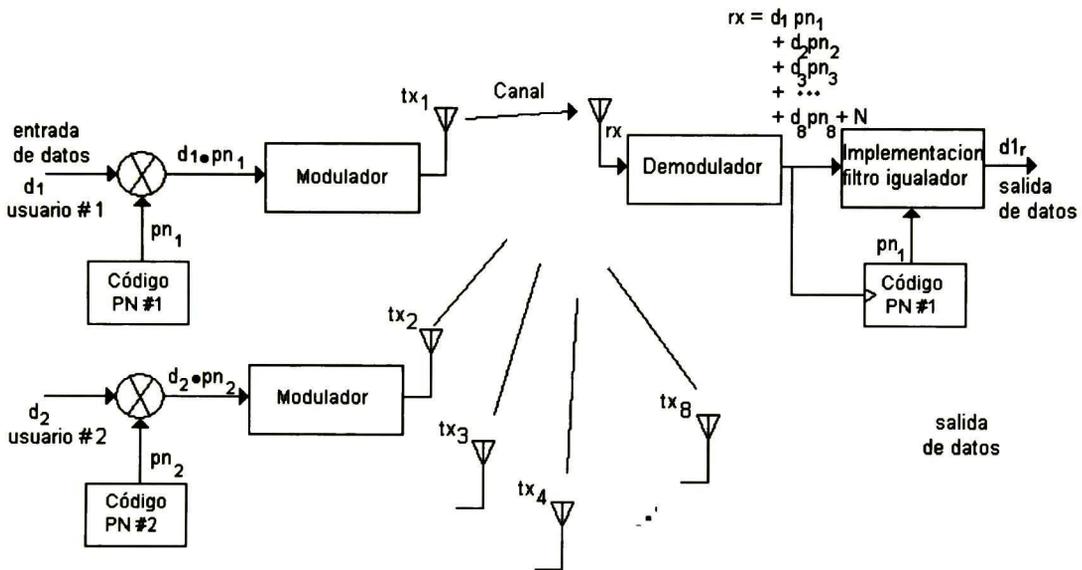


Figura 4.21 Esquema del sistema de acceso múltiple usado para la simulación

### 4.3.4 Gráficas de desempeño de error

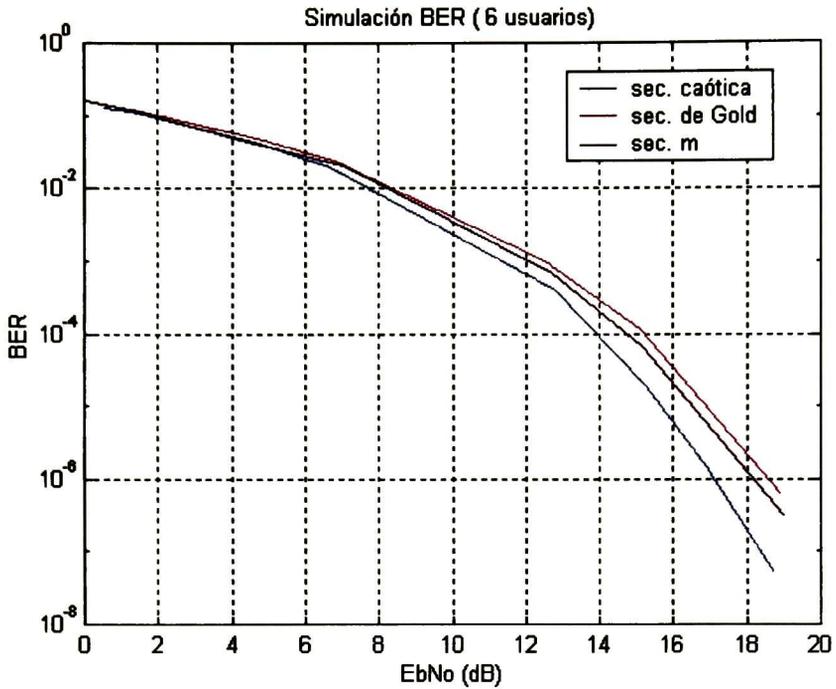


Figura 4.22 Desempeño del sistema con 6 usuarios

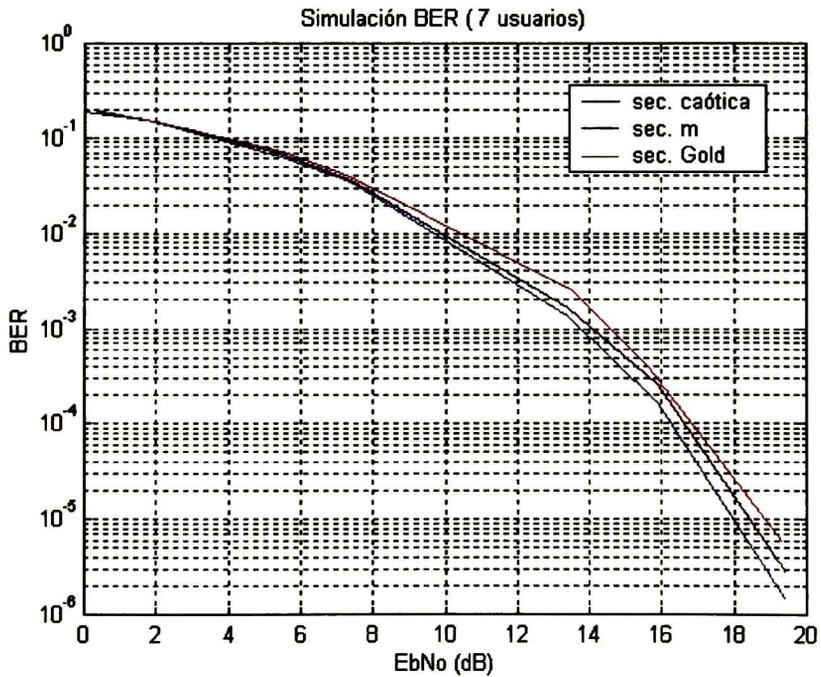


Figura 4.23 Desempeño del sistema con 7 usuarios

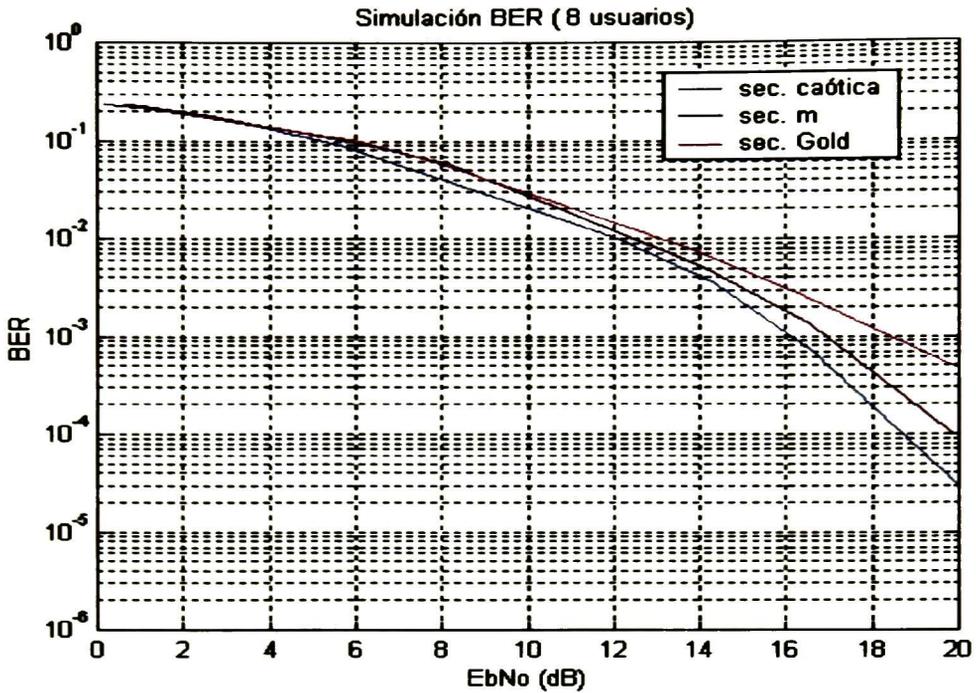


Figura 4.24 Desempeño del sistema con 8 usuarios

Secuencias máxima longitud					
6 usuarios		7 usuarios		8 usuarios	
$E_b/N_0$	BER	$E_b/N_0$	BER	$E_b/N_0$	BER
0.057583	0.15783	0.38681	0.19162	0.66049	0.23495
1.4243	0.11566	1.929	0.15025	2.0601	0.18399
4.4158	0.04438	5.427	0.06811	6.138	0.097874
7.0675	0.020679	7.3763	0.035604	7.8308	0.060622
12.68	0.000686	13.382	0.001667	13.923	0.007455
15.15	6.69e-005	15.889	0.0002559	16.43	0.0025398
19.013	3e-007	19.443	2.8e-006	20.03	0.0004541

Tabla 4.3

Secuencias de Gold					
6 usuarios		7 usuarios		8 usuarios	
$E_b/N_0$	BER	$E_b/N_0$	BER	$E_b/N_0$	BER
0.45117	0.14313	0.021936	0.19219	0.19581	0.23434
1.5329	0.11802	1.9816	0.15163	2.4045	0.18292
4.7152	0.04754	5.4867	0.07111	6.1154	0.09589
6.8126	0.023808	7.377	0.039145	8.118	0.057674
12.51	0.00099	13.529	0.002456	13.975	0.00533
15.113	0.0001164	15.594	0.000408	16.553	0.0013668
18.955	6e-007	19.344	5.6e-006	19.867	0.0001011

Tabla 4.4

Secuencias caóticas					
6 usuarios		7 usuarios		8 usuarios	
EbNo	BER	EbNo	BER	EbNo	BER
0.57428	0.12866	0.4486	0.18923	0.78112	0.23202
1.2479	0.11309	1.9393	0.14718	2.6781	0.17988
4.7739	0.04187	5.4448	0.06488	5.6442	0.08989
6.7113	0.019219	7.3728	0.034224	12.117	0.010029
12.772	0.000393	13.401	0.001362	14.347	0.003496
15.246	1.93e-005	15.886	0.0001658	16.63	0.000675
16.791	1.7e-006	19.422	1.5e-006	20.1	2.72e-005
18.74	5e-008				

Tabla 4.5

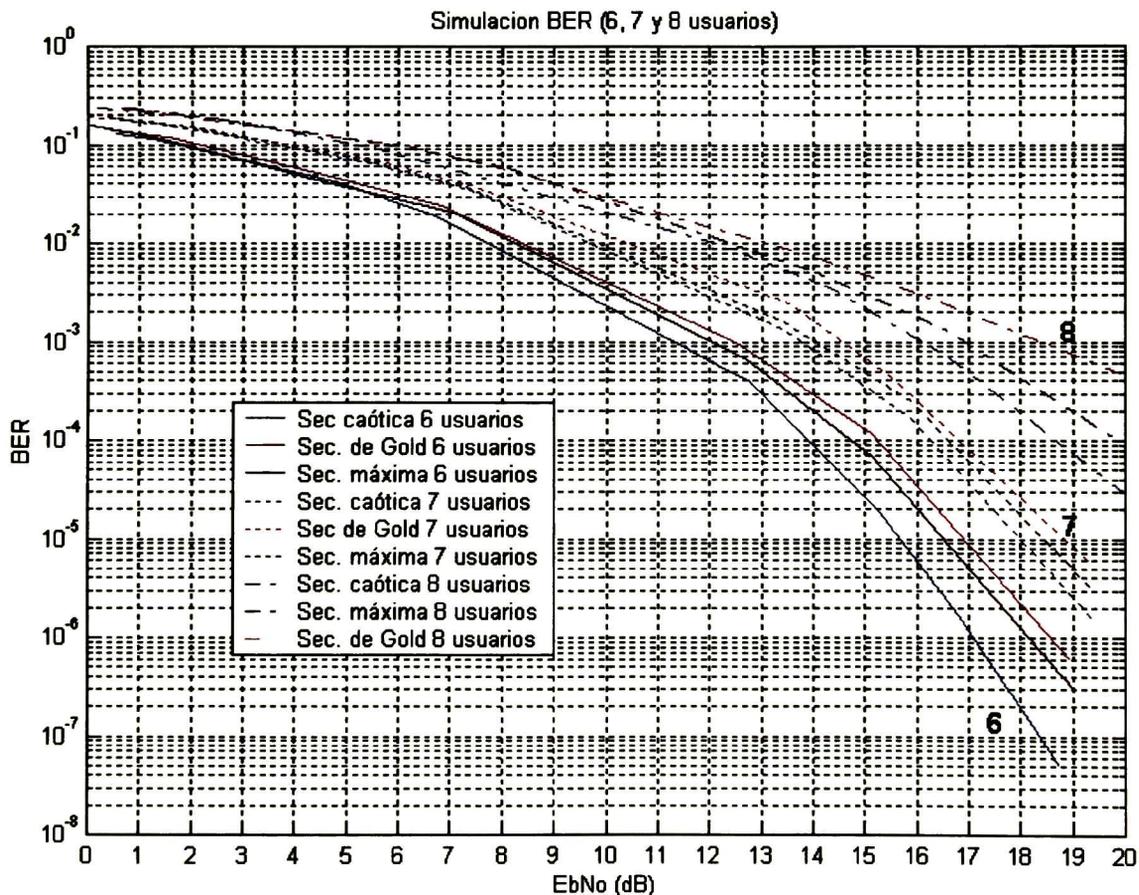


Figura 4.25 Desempeño del sistema DS/CDMA para 6, 7 y 8 usuarios

El conjunto de gráficas que se presentan en las Figuras 4.22 a 4.25 son resultado de los procesos de simulación del sistema propuesto, y las tablas que se presentan son los puntos correspondientes a cada una de las curvas (Tablas 4.3 a 4.5).

En la última gráfica de simulación BER (Figura 4.25) es posible ver en conjunto el desempeño del sistema bajo los diferentes tipos de secuencias y longitudes en presencia de ruido blanco Gaussiano, donde destaca el hecho que las secuencias caóticas (líneas azules) presentan el mejor comportamiento, para comprobar esto se puede ver por ejemplo, que para lograr una tasa de BER de  $1e-06$  para este esquema de modulación con 6 usuarios, es necesario 18.5 dB de relación  $E_b/N_0$  si se emplean secuencias de Gold y 18 dB si se emplean secuencias de máxima longitud, mientras que si se emplean secuencias caóticas se requieren 17 dB por lo que se puede ver que el consumo de potencia es menor que el requerido por los otros sistemas.

### 4.4 Conclusiones

Las señales caóticas que se generaron en este capítulo fueron analizadas primeramente en sus propiedades estadísticas: varianza, correlación cruzada y autocorrelación, al aplicar el mismo análisis a secuencias típicas: secuencias máximas, secuencias de Gold y de Kasami se pudo notar que este nuevo conjunto de secuencias posee valores estadísticos que hacen que sea posible proponerlas como secuencias de dispersión en un sistema de CDMA.

La Tabla 4.1 muestra un resumen comparativo de todas las secuencias en cuestión. Una vez realizadas estas pruebas se procedió a simular un sistema de comunicaciones de acceso múltiple, de espectro disperso utilizando la técnica de secuencia directa (DS) y empleando también un esquema de modulación en banda base BPSK, se analizaron pruebas con 6, 7 y 8 usuarios, a cada usuario se le asignó un código de dispersión único, se observó que el desempeño es mejor que las dos secuencias típicas contra las cuales se comparó la secuencia de dispersión caótica, se vio que en presencia de ruido blanco es posible tener una ganancia de 1 dB en secuencias máximas y 1.5 dB al usar secuencias de Gold, se pudo notar que con un aumento de ocho usuarios esta proporción aumentó a 2 dB en el caso de secuencias de Gold mientras que en las secuencias máximas se conservó la ganancia de 1 dB.

Para el siguiente capítulo se simulará el estándar IS-95, donde las secuencias cortas serán sustituidas por las secuencias caóticas para así obtener el desempeño bajo este tipo de secuencias.

## **Simulación del canal de tráfico del enlace de bajada para el estándar IS-95A empleando secuencias PN tradicionales y secuencias caóticas**

En el presente capítulo se realizarán una serie de simulaciones para el enlace de bajada del estándar IS-95A. Se pondrán a prueba las secuencias pseudoaleatorias tradicionales (secuencias de máxima longitud), así como las secuencias caóticas ya analizadas anteriormente. Analizaremos el desempeño de este sistema de acceso múltiple usando estos tipos de secuencias bajo un ambiente de un canal con ruido blanco Gaussiano y en un canal con desvanecimiento de Rayleigh. Los resultados serán expresados en términos de la tasa de errores de bit, (BER) y operando con diferentes cantidades de usuarios. Por último se realiza un análisis del desempeño del sistema cuando una señal de un usuario esta sometida a una interferencia que es originada por usuarios de células adyacentes.

### **5.1 Enlace de bajada**

El enlace de bajada tiene definidos los siguientes canales lógicos:

**Canal piloto:** Es usado por la estación base para proveer una fase de referencia a todas las estaciones móviles para lograr una modulación coherente. Este tiene asignado el código de Walsh 0

**Canal de sincronía:** En este canal una señal codificada intercalada y modulada por espectro disperso es usada para adquirir el tiempo inicial de sincronización. Este canal tiene asignado el código de Walsh 32.

**Canal de paginación:** Este es usado para transmitir información de control a la estación móvil

**Canales de tráfico:** Estos son usados para transmitir la información del usuario junto con señalización de tráfico.

En este trabajo solo se simulará el canal de tráfico del enlace de bajada, una breve descripción de este se presenta a continuación:

Se toma un bloque de 172 bits de información del usuario a la vez, y se alimentan a los bloques de la Figura 5.1. Diferentes tasas de datos se permiten como entrada, dependiendo de la actividad de voz. Sin embargo, la tasa final a la salida es siempre la misma, o sea, 1.2288Mchips/s. Las tasas y la longitud de la trama en cada bloque está especificado en la Tabla 5.1

Bloque	Tasa de datos (bps)			
	8600	4000	2000	800
Datos de usuario	8600	4000	2000	800
Indicador de calidad de trama	9200	4400	2000	800
Indicador de calidad de trama	9600	4800	2400	1200
Codificador convolucional	19200	9600	4800	2400
Repetición de símbolo	19200	19200	19200	19200
Bloque intercalador	19200	19200	19200	19200
Función de Walsh	1228800	1228800	1228800	1228800
Modulación en cuadratura	1228800	1228800	1228800	1228800

Tabla 5.1 Tasas de datos en el canal de tráfico del enlace de bajada

Los bloques y su función son:

- **Indicador de calidad de la trama:** Este bloque añade código CRC de 12 bits a la trama de 172 bits (para tasas de datos de 9600 bps)  
Para 4800 bps el código CRC es de 8 bits, y para tasas mas bajas no se tiene.
- **Codificador de extremo:** Este bloque simplemente añade 8 ceros al extremo de cada trama para conducir al codificador convolucional de regreso al estado de todos ceros.
- **Codificador convolucional:** Este bloque realiza codificación de corrección de error al usar una tasa de convolución de  $\frac{1}{2}$ . Las funciones generadoras son,  $g_0 = 753(octal)$  y  $g_1 = 561(octal)$  y un limitador de longitud de  $K = 9$ . El estado inicial del codificador convolucional es todos ceros.
- **Repetidor de símbolo:** Este bloque repite los bits de batos para hacer que la tasa a la salida sea de 19.2Kbps haciéndola esta independiente de la tasa de entrada. Para esta simulación se usa una tasa de 9600 bps, por lo cual este bloque no realiza ya ninguna función.

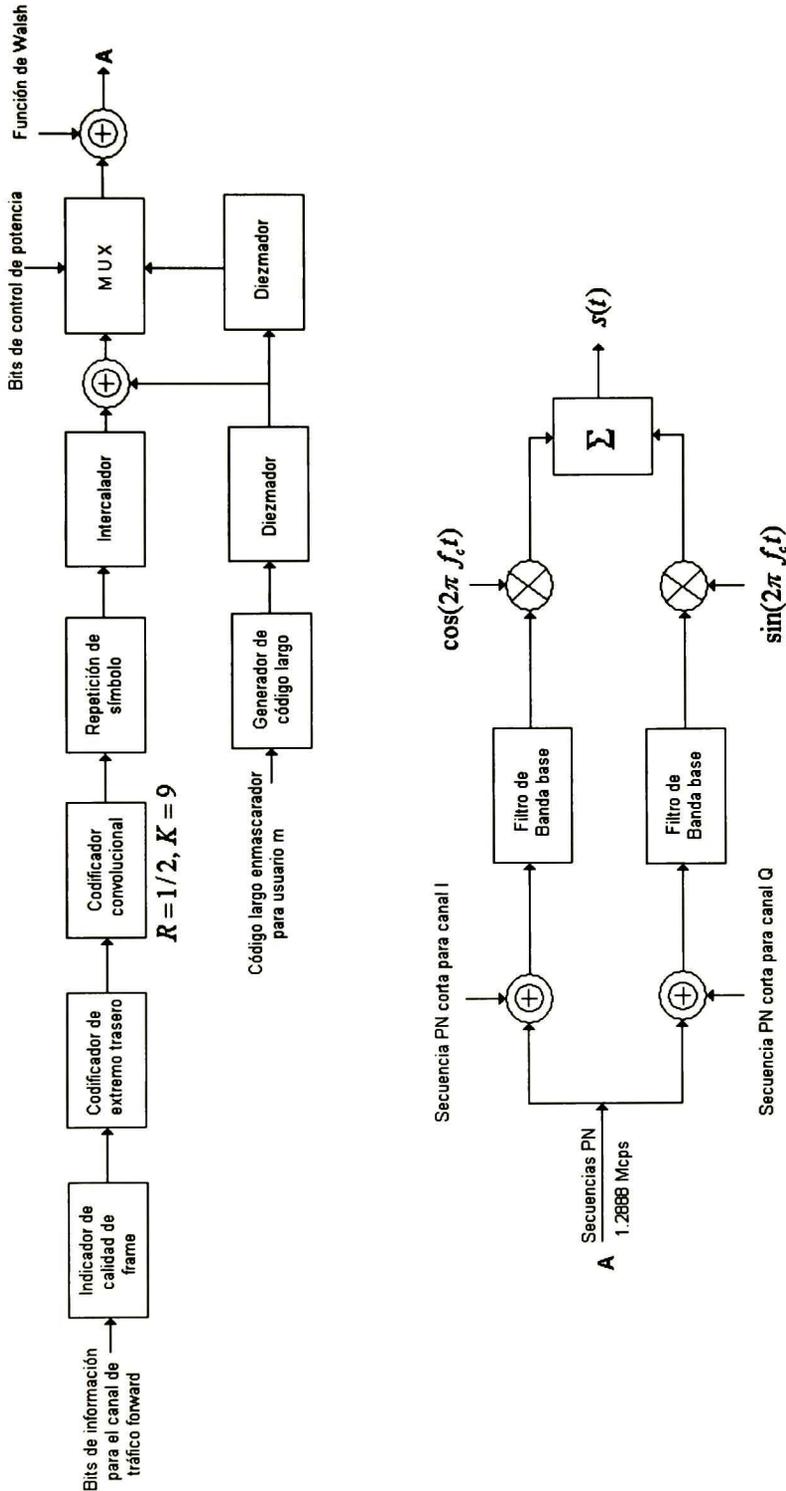


Figura 5.1 Canal de tráfico en el enlace de Forward

Figura 5.1 Canal de tráfico en el enlace de bajada

- **Bloque intercalador:** Después de la codificación convolucional y la repetición, los símbolos son enviados a un bloque de 20ms de intercalado, que es un arreglo de 24 renglones por 16 columnas.
- **Código largo enmascarador/MUX:** Después del intercalado, la secuencia en banda base es mezclada con una secuencia PN larga. Estas secciones encriptan los datos del usuario y añaden los bits para el control de potencia. Estos bloques no se implementan en esta simulación.
- **Función de Walsh:** Sirve para dispersar los datos usando códigos de Walsh. La secuencia de Walsh se repite cada  $52.083 \mu\text{s}$ , la cual es igual a un símbolo de datos codificados, de esta forma cada símbolo de datos está dispersado por 64 chips de Walsh, incrementándose con esto la tasa de datos en 64 veces. Estos códigos de Walsh ortogonales permiten que diferentes usuarios en la misma célula usen simultáneamente la misma banda de frecuencia.
- **Modulación en cuadratura:** La salida del modulador con códigos de Walsh es dispersada por dos secuencias diferentes llamadas secuencia en fase (I-phase) y secuencia en cuadratura (Q-phase). Posteriormente estas son moduladas como componentes en fase y cuadratura de un esquema QPSK.
- **Filtro de banda base:** Esto es usado como formador de pulso para limitar el ancho de banda, en esta simulación este bloque no se implementa.
- **Modulación en frecuencia:** Los canales I y Q son modulados en frecuencia con una portadora con valor  $f_c$ . Para esta simulación no se emplea portadora ya que se aplica en banda base.

## 5.2 Procedimiento de la simulación

La implementación del estándar IS-95A se realizó mediante rutinas escritas en Matlab,

El procedimiento de simulación inicia por generar los bits de información del usuario a una tasa de 9600 bps, posteriormente se forman tramas con 172 bits de información más 12 bits de calidad de la trama. Estos últimos son usados para control de error, haciendo que la trama tenga una longitud final de 184 bits. Estos datos sin codificar son pasados al siguiente bloque de convolución el cual genera la secuencia codificada, los parámetros que se le pasan a este son la tasa de código ( $R = \frac{1}{2}$ ) así como la longitud de los registros de corrimiento  $K = 9$ , posteriormente los datos codificados son intercalados y convertidos a un bloque de  $24 \times 16$ , los bloques se guardan en columnas y se leen renglón por renglón para que de esta forma sea logrado el intercalado de los datos. Dentro de esta simulación se realiza también una dispersión ortogonal de los datos intercalados usando una matriz de

código de Walsh del cual se usa el 55vo. renglón de la matriz para indicar un canal de tráfico asignado, esta dispersión se realiza multiplicando los datos intercalados con el código de Walsh.

Se generan los códigos pseudoaleatorios cortos para enmascarar la información del usuario, cuya longitud fue de 24576 chips un código de estos se emplea para dispersar el canal I y otro código para dispersar sobre el canal Q, el resultado es una señal compleja en banda base y es la que se transmite finalmente. En la primera parte de la simulación se emplean códigos convencionales generados por LFSR's con el fin de poder realizar una comparación con el rendimiento obtenido cuando se empleen las secuencias caóticas. El método utilizado para la generación de secuencias caóticas fue discretizando una serie de tiempo de la solución de un sistema de Lorenz que cumplían con los criterios mencionados en los capítulos anteriores. Para el proceso de demodulación, en esta simulación no se aplica la decodificación de Viterbi solo se demodula hasta el código de Walsh. Se inicia por reproducir las secuencias PN cortas para hacer la demodulación de los canales I y Q, la secuencia PN del canal I se multiplica por la parte real y la secuencia PN del canal Q se multiplica por la parte imaginaria de la señal recibida, como ambos canales I y Q traen la misma información los datos obtenidos después de la correlación son simplemente el promedio a la salida.

Por último se realiza la correlación con el código de Walsh, la cual se realiza dividiendo la secuencia obtenida en la etapa anterior en tramas de 64 bits y cada uno de los cuales es correlacionado contra el código asignado al canal.

Para determinar la cantidad de errores obtenidos se realiza una comparación entre la trama convolucionada que se transmitió contra la trama obtenida del proceso de demodulación, este proceso se realizó para diferentes relaciones de señal a ruido  $E_s/N_o$  que permita construir las curvas de desempeño de error para los diferentes sistemas.

### **5.3 Desempeño del sistema bajo condiciones de ruido Gaussiano aditivo**

En esta sección se pone a prueba el sistema IS-95A en un ambiente en el cual la señal transmitida se ve afecta por un canal con ruido Gaussiano aditivo, primeramente las secuencias de dispersión que se emplean son las convencionales usadas en este estándar (secuencias de máxima longitud), posteriormente las secuencias de dispersión son reemplazadas por las secuencias caóticas. El desempeño bajo estas condiciones se presenta en la Tabla 5.2 y en la Figura 5.2 se resumen los resultados.

Se consideró que el sistema esta operando con 6 usuarios, se puede ver en la gráfica que los resultados en desempeño del sistema cuando se emplean secuencias caóticas es ligeramente mayor al que emplea secuencias convencionales, esto es debido a la mejores propiedades

estadísticas que poseen la secuencias caóticas, ello se traduce a una mayor resistencia bajo ambientes ruidosos de operación.

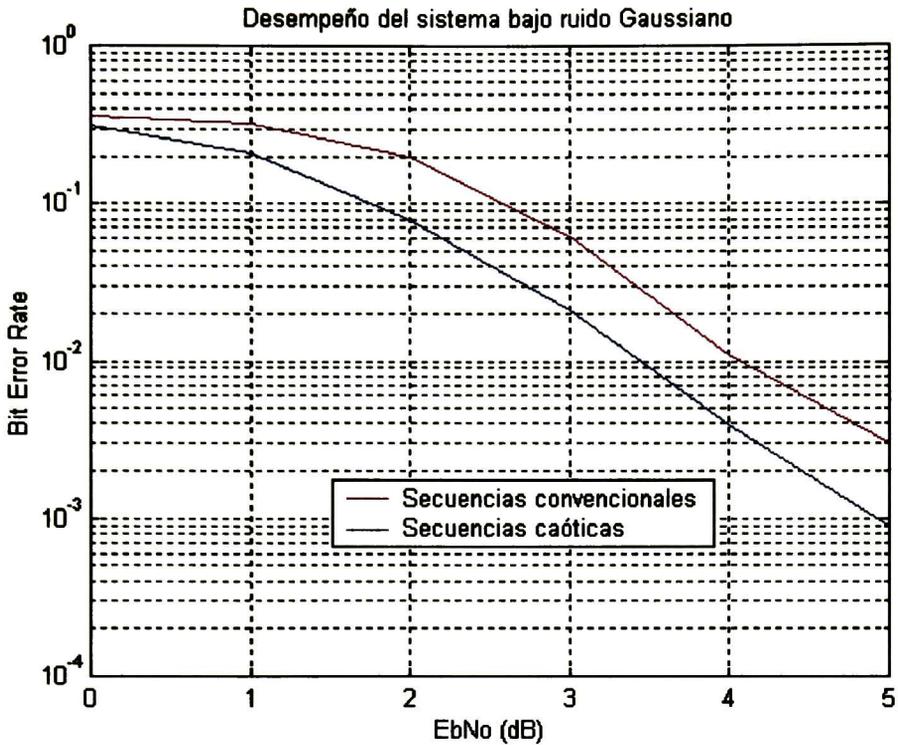


Figura 5.2 Desempeño del sistema usando secuencias convencionales y caóticas

Se puede apreciar en la Figura 5.2 que hacer la comparación entre los dos tipos de sistemas hay una mejoría de menos de un decibel para una tasa de error de bit determinado cuando se usa una secuencia caótica en lugar de la secuencia convencional, cuyas longitudes para ambos casos son de 24576 chips.

## 5.4 Desempeño del sistema con interferencia causada por señales de otras células

En esta parte de la simulación se analizó el efecto que tiene la interferencia causada por otros usuarios de células adyacentes dentro del estándar IS-95, para esta simulación se implementó un sistema donde se tenía la señal de interés de un usuario y diferentes relaciones de señales de interferencia, tal como puede verse en las tablas de resultados obtenidas, diez a una, quince a una, etc.

Prueba	BER en una trama convolucionada bajo diferentes relaciones de señales de interferencia a un usuario en un sistema usando secuencias pseudoaleatorias convencionales								
	10 a 1	15 a 1	20 a 1	25 a 1	30 a 1	35 a 1	40 a 1	45 a 1	50 a 1
1	2	2	5	6	11	11	21	19	25
2	3	6	6	8	10	11	15	16	30
3	3	5	8	6	20	16	13	16	20
4	5	2	8	12	13	15	15	22	27
5	4	5	7	9	11	18	14	23	16
6	0	4	7	10	7	18	16	20	29
7	1	7	10	10	15	7	14	21	22
8	2	5	10	6	16	12	17	15	22
9	0	4	9	12	4	16	19	17	18
10	1	5	3	5	12	17	14	17	19
11	3	5	8	4	13	13	12	26	19
12	4	4	9	10	19	13	28	20	22
13	2	3	6	13	14	14	13	23	17
14	4	4	4	8	14	11	17	21	28
15	1	3	8	8	14	10	20	18	25
16	5	4	11	9	12	15	14	12	21
17	1	2	5	10	14	15	17	16	22
18	5	4	8	10	15	17	16	13	23
19	1	5	9	14	8	10	22	30	28
20	1	9	7	14	9	12	6	25	24
<b>Total de errores</b>	48	88	148	184	251	271	323	390	457
<b>Promedio</b>	2.4	4.4	7.4	9.2	12.55	13.55	16.15	19.5	22.85
<b>BER promedio</b>	0.0063	0.0115	0.0193	0.0240	0.0327	0.0353	0.0421	0.0508	0.0595

Tabla 5.2 BER causado por interferencia de otras células hacia un usuario empleando secuencias convencionales

Prueba	BER en una trama convolucionada bajo diferentes relaciones de señales de interferencia a un usuario de un sistema IS95/CDMA usando secuencias pseudoaleatorias caóticas								
	10 a 1	15 a 1	20 a 1	25 a 1	30 a 1	35 a 1	40 a 1	45 a 1	50 a 1
1	0	2	3	9	11	15	22	15	23
2	0	4	10	9	11	10	12	15	13
3	0	4	8	8	16	6	13	7	18
4	1	2	4	8	9	9	17	17	19
5	1	5	8	9	14	16	13	28	22
6	1	5	3	5	11	14	14	25	23
7	1	2	3	6	11	9	11	18	21
8	1	3	3	8	4	12	18	21	23
9	3	3	3	10	9	15	12	13	15
10	2	2	4	10	14	13	15	22	18
11	5	4	5	11	16	10	8	20	24
12	3	1	8	4	10	14	15	16	15
13	1	4	11	8	16	10	16	21	17
14	5	4	5	10	9	8	13	16	15
15	2	6	6	9	7	16	15	17	17
16	2	4	9	4	5	14	14	9	21
17	1	5	7	8	13	11	17	14	21
18	2	5	2	9	6	15	14	17	22
19	0	4	5	4	9	11	17	22	21
20	2	5	10	11	10	12	15	16	19
<b>Total de errores</b>	33	74	117	160	211	240	291	349	387
<b>Promedio de errores</b>	1.65	3.7	5.85	8	10.55	12	14.55	17.45	19.35
<b>BER promedio</b>	0.0043	0.0096	0.0152	0.0208	0.0275	0.0313	0.0379	0.0466	0.0504

Tabla 5.3 BER causado por interferencia de otras células hacia un usuario empleando secuencias caóticas

Al graficar estos datos de señales de interferencia versus la tasa de errores (ver Figura 5.3), nos da una idea muy clara de cómo un sistema que está empleando secuencias de dispersión caóticas tiene un mejor desempeño lo que puede verse como un 10% mejores que las secuencias convencionales (secuencias máximas).

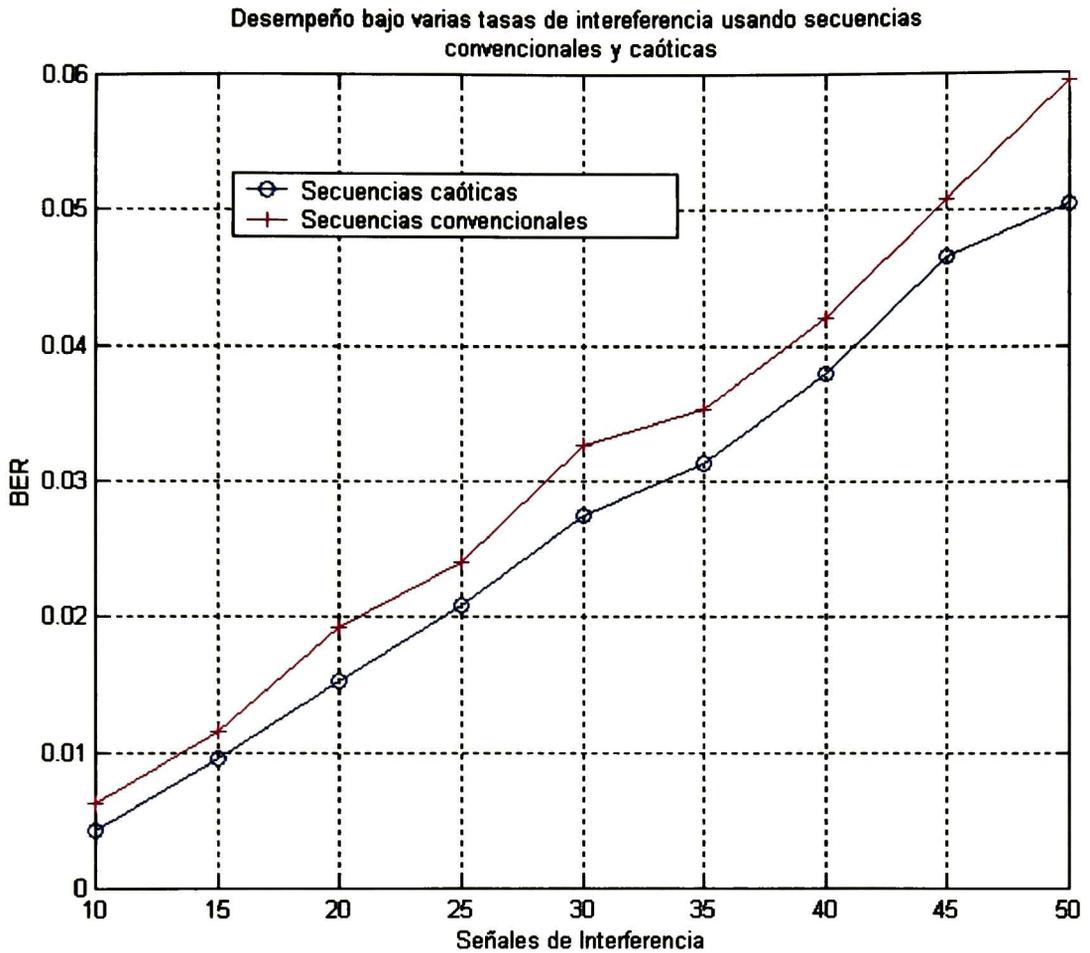


Figura 5.3 Gráfica del desempeño para interferencia de acceso múltiple

Esto puede verse como un mayor soporte de usuarios para un sistema de acceso múltiple ya que al fijar la tasa de errores de bit se obtendría que el sistema basado en secuencias convencionales sería superado en un 10% en el soporte de cantidad de usuarios para una relación de señal a ruido determinada.

Puede también observarse en la Figura 5.3 que el desempeño del sistema se decrementa linealmente a medida que el número de señales interferentes se incrementa para ambos sistemas.

## 5.5 Desempeño del sistema en un canal con desvanecimiento de Rayleigh

En esta sección las características del canal se han modificado y ahora se presentan fenómenos de propagación de señal que describen de un modo mas adecuado los procesos de degradación que sufre una señal cuando se trata con comunicaciones móviles. Estos efectos relacionados con la transmisión multitrayectoria son, como ya se comentó en el capítulo uno: el desvanecimiento, la difusión del retardo y el desplazamiento Doppler.

En la simulación anterior se utilizó un modelo de canal AWGN y en el cual los bits son afectados solamente por el ruido de la siguiente forma:

$$y_k = ax_k + n_k$$

donde  $n_k$  es el ruido y  $a = 1$  para AWGN

Con desvanecimiento de Rayleigh, la palabra código será afectada por desvanecimiento variante en tiempo en un canal:

$$y_k = a_k x_k + n_k$$

donde  $n_k$  es el ruido y  $a_k$  es una variable aleatoria de desvanecimiento con distribución Rayleigh.

El desvanecimiento con distribución Rayleigh es comúnmente usado para describir la naturaleza estadística variante en el tiempo en la envolvente de una señal con desvanecimiento plano.

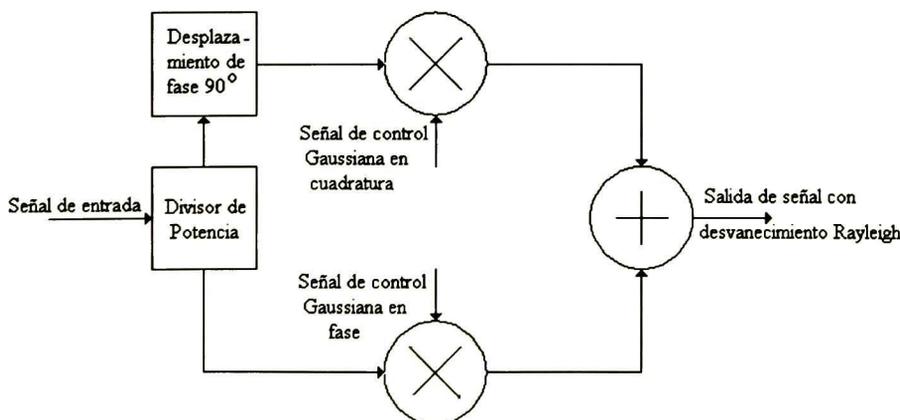


Figura 5.4 Simulador de desvanecimiento de Rayleigh

Un método comúnmente usado para simular el desvanecimiento de una señal provocado por el canal se muestra en la Figura 5.4, este método fue presentado fue construido por

Arredondo, Chriss y Walker [41]. Este modelo también puede incorporar los efectos del desplazamiento Doppler originados por el desplazamiento de un vehículo, utilizando para este fin filtros conformadores de ruido.

### 5.5.1 Procedimiento de simulación

Para esta simulación se emplearon los mismos parámetros y bloques de las simulaciones anteriores de este capítulo, la única modificación para esta simulación es la característica del canal, el cual ahora presenta multitrayectoria, difusión de retardo y efecto Doppler.

La simulación del canal de Rayleigh fue hecha utilizando una de las librerías del blockset de comunicaciones de Simulink en su versión 4.0 (Apéndice A-5). Este blockset cuenta con bloques de desvanecimiento Rayleigh y Rician, el cual implementan una simulación en banda base para un canal con desvanecimiento, este bloque es muy útil para la simulación de sistemas de comunicación inalámbrica. Estos bloques incluyen los efectos de multitrayectoria, efectos de esparcimiento, así como desplazamientos Doppler que surgen del movimiento relativo entre el transmisor y el receptor.

Para efectos de utilizar y configurar esta librería de canal, es necesario hacer las siguientes consideraciones:

**Categorización de las trayectorias de señal.** Para este punto tenemos que tener en cuenta los tipos de trayectorias de señal que se consideran en el proceso de simulación, es decir, el tipo y número de señales reflejadas, si existe trayectoria de señal con línea de vista (o trayectoria directa) entre el transmisor y el receptor.

Una vez identificados los tipos de señales es posible determinar el bloque adecuado para la simulación consultando la Tabla 5.4

<b>Trayectorias de señal</b>	<b>Bloque de canal</b>
Línea de vista directa desde el transmisor al receptor	Canal con desvanecimiento Ricean
Una o mas trayectorias reflejadas al receptor	Canal con desvanecimiento Rayleigh

Tabla 5.4 Tabla para la selección de librería de canal

#### **Elección apropiada de los parámetros del bloque:**

**Parámetro de frecuencia Doppler:** el movimiento relativo entre el transmisor y el receptor causa desplazamiento Doppler en la frecuencia de la señal. El parámetro de frecuencia Doppler es el máximo desplazamiento Doppler que sufre la señal.

**Vector de retardo:** debido a que un canal refleja las señales en múltiples lugares, una señal transmitida viaja al receptor a través de varias trayectorias que pueden tener diferentes longitudes, por ello tienen asociado diferentes retardos. El parámetro de vector de retardo,

especifica el retardo para cada trayectoria. La longitud de este vector determina el número de trayectorias para la simulación.

### Cálculo del desplazamiento Doppler para la simulación

Si la altura de la antena en el área de las celdas es de 30 mts. y la unidad móvil esta usualmente a 2 Km o más, entonces la incidencia angular de la onda directa y de la onda reflejada es muy pequeña.

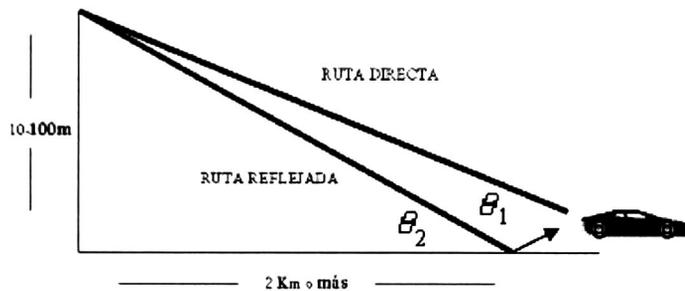


Figura 5.5 Ángulos de incidencia

Si consideramos que la altura de la antena es de 30 metros y la unidad móvil se encuentra a una distancia de 2 Km. el ángulo de incidencia puede calcularse fácilmente aplicando la tangente trigonométrica.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{30}{2000} = 0.85^\circ$$

Ahora, para una transmisión de 850 MHz la longitud de onda es aproximadamente de 0.35 metros [11], si la velocidad de la unidad móvil es de 90 Km/h o 25 mts/seg, la frecuencia de desplazamiento Doppler asociado con esto esta dada de acuerdo con la fórmula 1.22:

$$f_d = f_m \cos \theta$$

donde

$f_m$  es la frecuencia Doppler

$$f_m = \frac{V}{\lambda} = \frac{25}{0.35} = 71.42 \text{ Hz}$$

Por lo tanto la frecuencia de desplazamiento es

$$f_d = 71.42 [\cos(0.85)] = 71.41 \text{ Hz}$$

Este valor de desplazamiento Doppler será considerado para todas las simulaciones.

### Definición de las trayectorias

Para esta simulación se consideró que el canal producía tres trayectorias y que los retardos a cada una de estas trayectorias son los siguientes:

$$\text{retardo 1} = 0 \text{ seg}$$

$$\text{retardo 2} = 2 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

$$\text{retardo 3} = 14.5 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

La señal compleja obtenida a la salida del bloque del canal de desvanecimiento Rayleigh está formada por la multiplicación de cada muestra de la señal de entrada (banda base) con muestras de un proceso aleatorio complejo con distribución Rayleigh y es posteriormente alimentada a un bloque de ruido Gaussiano [Apéndice B-5] el cual añade ruido Gaussiano a la señal de entrada para posteriormente seguirse con los procesos normales de demodulación y obtener las tasas de error bajo diferentes relaciones de señal a ruido  $E_s/N_o$

## 5.5.2 Resultados para un canal con desvanecimiento Rayleigh

Una vez definidos todos los parámetros de esta simulación se procedió a correr la simulación y se obtuvieron los siguientes resultados:

Las tasas de error que se obtuvieron al correr estas simulaciones se presentan en la Tabla 5.4, mismos que a la vez fueron graficados tal como se muestra en la Figura 5.6.

$E_s/N_o$ (dB)	Tasa de error de Bit (BER)	
	Sec. convencional	Sec. caótica
1	0.5728	0.5802
3	0.5088	0.5633
5	0.4623	0.5075
7	0.4093	0.4561
9	0.3124	0.3124
11	0.2070	0.2083

Tabla 5.5 Resultados en el desvanecimiento multitrayectoria

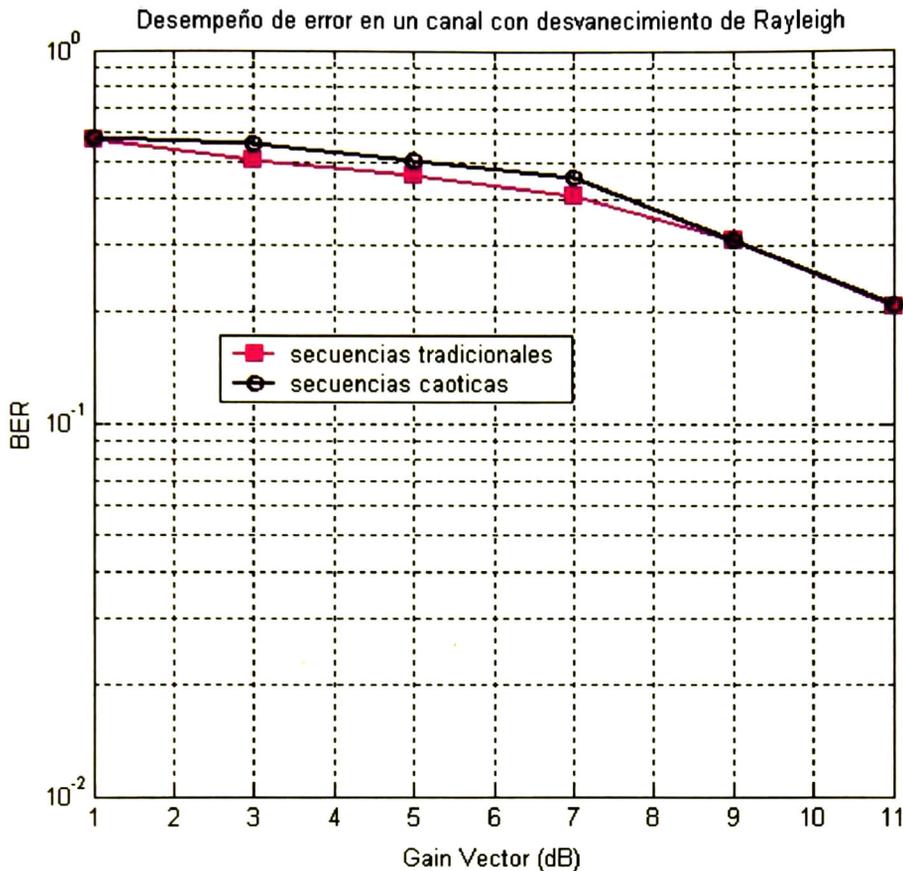


Figura 5.6 Desempeño de error en canal con desvanecimiento Rayleigh

Estos resultados permiten observar el efecto nocivo sobre la señal recibida, el cual se refleja en las altas tasas de error, estos desvanecimientos provocan que la señal transmitida sufra de atenuaciones mayores de hasta 30 dB en los casos más extremos, tal y como puede observarse en la Figura 5.7 donde se tiene la envolvente de la señal transmitida y la envolvente desvanecida debido a las características del canal.

Al partir de estos resultados se puede observar que el comportamiento del sistema IS95 operando con ambos tipos de secuencias presentan un comportamiento similar sobre un canal que tiene multitrayectoria aunado con efecto Doppler originado por la movilidad de la terminal receptora.

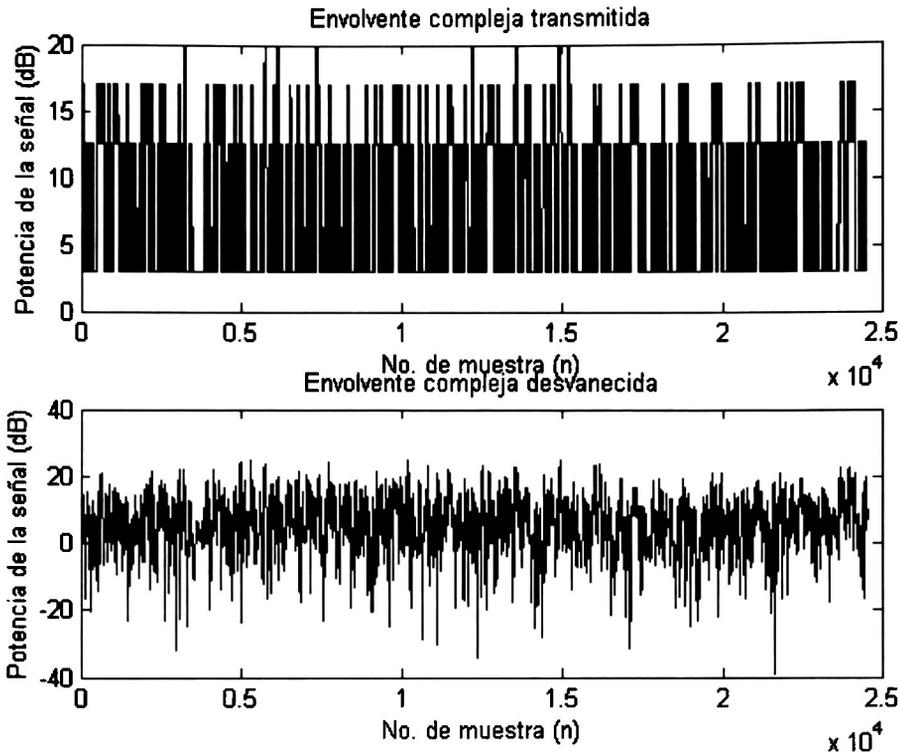


Figura 5.7 Envlovente compleja transmitida y posteriormente desvanecida

## 5.6 Conclusiones del capítulo

Este capítulo ayudó a conocer principalmente las características y modo de operación del estándar IS-95 en sus bloques fundamentales, así como las respuestas del sistema de comunicación móvil bajo diferentes canales de propagación: canal con desvanecimiento de Rayleigh y canal con ruido Gaussiano aditivo. Las rutinas elaboradas en Matlab así como el uso del blockset de Simulink permitieron realizar el conjunto de simulaciones y obtener los resultados mas importantes de este trabajo.

Al haber probado las dos clases de secuencias de dispersión sobre el estándar IS-95, convencionales y caóticas, se observó que el desempeño del sistema sobre un canal con ruido Gaussiano aditivo y en un canal con desvanecimiento de Rayleigh fue muy similar para ambos sistemas, por otro lado al realizar la simulación de desempeño del sistema considerando las señales de interferencia originadas por las transmisiones de otras células el sistemas que utilizó las secuencias de dispersión caóticas superó en desempeño al sistema convencional en aproximadamente un 10% lo cual implica que estos sistemas pueden soportar mayor cantidad de usuarios ya que los niveles de interferencia entre usuarios de otras células se reducen debido a las mejores características estadísticas de las secuencias de dispersión.

## Apéndice A-5

En este apéndice se presenta la documentación para la configuración del bloque de la librería de canales para canal con desvanecimiento de Rayleigh perteneciente al blockset de comunicaciones de Simulink

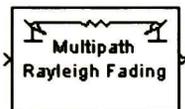
### Multipath Rayleigh Fading

Baseband simulation of multipath Rayleigh fading propagation channel

#### Library

Channels

#### Description



The Multipath Rayleigh Fading block implements a baseband simulation of a multipath Rayleigh fading propagation channel. This block is useful for modeling mobile wireless communication systems. For details about fading channels, see the works listed in "References"

The input is a complex scalar or vector signal. If it is a vector, then its entries represent consecutive samples of a single channel rather than concurrent samples of multiple channels. This block does not process multichannel data.

Relative motion between the transmitter and receiver causes Doppler shifts in the signal frequency. The **Doppler frequency** parameter is the *maximum* Doppler shift that the signal undergoes. The Jakes PSD (power spectral density) determines the spectrum of the Rayleigh process.

Since a multipath channel reflects signals at multiple places, a transmitted signal travels to the receiver along several paths that may have different lengths and hence different associated time delays. Fading occurs when signals traveling along different paths interfere with each other. In the block's parameter mask, the **Delay vector** specifies the time delay for each path. If the **Normalize gain vector to 0 dB overall gain** box is unchecked, then the **Gain vector** specifies the gain for each path. If the box is checked, then the block uses a multiple of **Gain vector** instead of the **Gain vector** itself, choosing the scaling factor so that the channel's effective gain considering all paths is 0 dB.

The number of paths is the length of **Delay vector** or **Gain vector**, whichever is larger. If both of these parameters are vectors, then they must have the same length; if exactly one of these parameters is a scalar, then the block expands it into a vector whose size matches that of the other **vector** parameter.

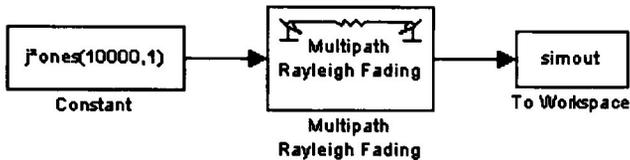
The **Sample time** parameter is the time between individual entries of the input signal. Note that if the input is a vector of length  $n$ , then the *block's* sample time (as Simulink's Probe block reports, for

example) is actually  $n \cdot \text{Sample time}$ . To test this, attach a Probe block to one of the connection lines in the example below. The probe indicates that the block's sample time ( $T_S$ ) is 0.01 seconds, which is the product of the input length (10,000) and the **Sample time** parameter ( $10^{-6}$  seconds).

The block multiplies the input signal by samples of a Rayleigh-distributed complex random process. The scalar **Initial seed** parameter seeds the random number generator.

## Example

This example illustrates the fading of a constant signal.



To build the model, gather and configure these blocks:

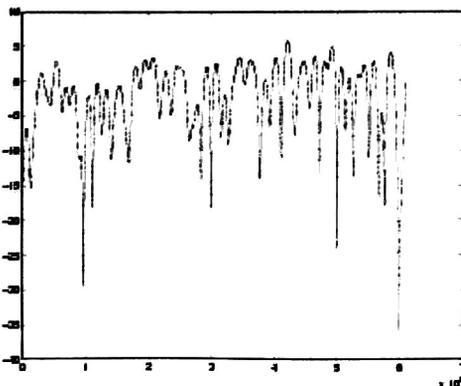
- Constant, in Simulink's Sources library
  - Set **Constant value** to `j*ones(10000,1)`
- Multipath Rayleigh Fading, with default parameters
- To Workspace, in Simulink's Sinks directory
  - Set **Save format** to `Matrix`

Connect the blocks as shown above. Also, in the model window's **Simulation Parameters** dialog box, set **Stop time** to 0.6.

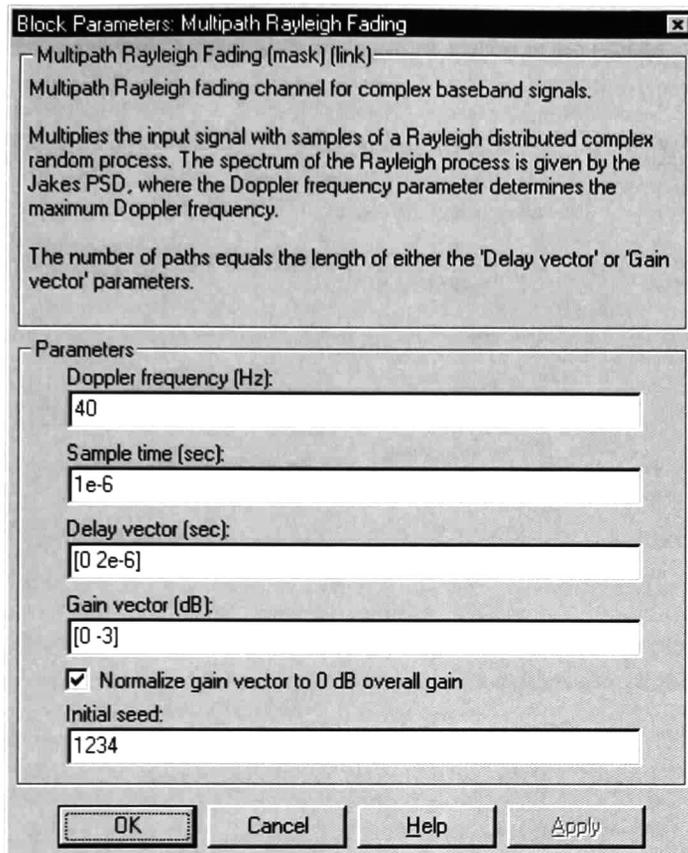
Run the model. After the simulation stops, plot the faded signal's power (versus sample number) by executing this command at the MATLAB prompt.

```
simout = simout. ; plot(20*log10(abs(simout(:))))
```

The resulting figure is below.



## Dialog Box



**Doppler frequency (Hz)**

A positive scalar that indicates the maximum Doppler shift.

**Sample time (sec)**

The sample time of the input.

**Delay vector (sec)**

A vector that specifies the propagation delay for each path.

**Gain vector (dB)**

A vector that specifies the gain for each path.

**Normalize gain vector to 0 dB overall gain**

Checking this box causes the block to scale the **Gain vector** parameter so that the channel's effective gain (considering all paths) is 0 decibels.

**Initial seed**

The scalar seed for the Gaussian noise generator.

**Algorithm**

This implementation is based on the direct form simulator described in [1].

Some wireless applications, such as standard GSM (Global System for Mobile Communication) systems, prefer to specify Doppler shifts in terms of the speed of the mobile. If the mobile moves at speed  $v$  making an angle of  $\theta$  with the direction of wave motion, then the Doppler shift is

$$f_d = (vf/c)\cos \theta$$

where  $f$  is the transmission carrier frequency and  $c$  is the speed of light. The Doppler frequency is the maximum Doppler shift arising from motion of the mobile.

## Apéndice B-5

En este apéndice se presenta la documentación para la configuración del bloque de la librería de canales para canal con ruido Gaussiano aditivo perteneciente al blockset de comunicaciones de Simulink

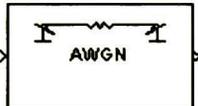
### AWGN Channel

Add white Gaussian noise to the input signal

#### Library

Channels

#### Description



The AWGN Channel block adds white Gaussian noise to a real or complex input signal. When the input signal is real, this block adds real Gaussian noise and produces a real output signal. When the input signal is complex, this block adds complex Gaussian noise and produces a complex output signal. This block inherits its sample time from the input signal.

This block uses the DSP Blockset's Random Source block to generate the noise. The **Initial seed** parameter in this block seeds the noise generator. **Initial seed** can be either a scalar or a vector whose length matches the **Number of channels** parameter. For details on **Initial seed**, see the Random Source block reference page in the *DSP Blockset User's Guide*.

#### Frame-Based Processing and Input Dimensions

This block can process multichannel signals that are frame-based or sample-based. The guidelines below indicate how you should configure the shape of the input signal and the **Number of channels** parameter depending on how you want the block to interpret your data.

If your input is sample-based and scalar, then do not check the **Frame-based inputs** box. The block will add scalar Gaussian noise to your signal.

If your input is a vector that represents a frame of data from one channel, then check the **Frame-based inputs** box and set **Number of channels** to 1. The block will add a frame of Gaussian noise to your signal.

If your input is a vector or matrix that has  $n$  elements, each of which represents a sample from one of  $n$  independent channels, then do not check the **Frame-based inputs** box. The block will add independent Gaussian noise to each channel.

If your input is an  $m$ -by- $n$  matrix that represents length- $m$  frames from  $n$  independent channels, then check the **Frame-based inputs** box and set **Number of channels** to  $n$ . The block will add a length- $m$  frame of Gaussian noise independently to each channel.

For more information about frame-based processing in Simulink<sup>®</sup>, see the section "Understanding Samples and Frames" in the *DSP Blockset User's Guide*.

### Specifying the Variance Directly or Indirectly

You can specify the variance of the noise generated by the AWGN Channel block using one of four modes:

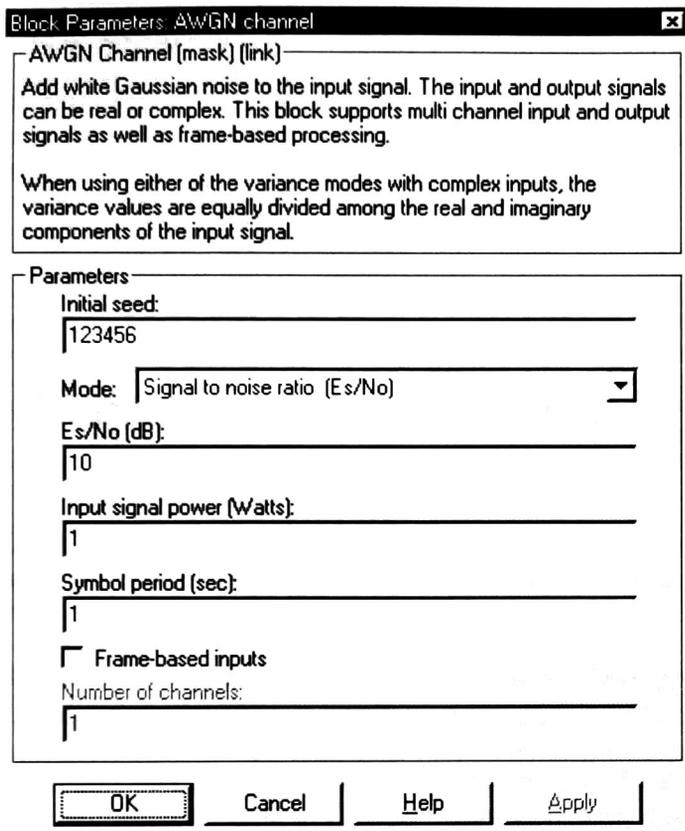
- **Signal to noise ratio (Es/No)**, where the block calculates the variance from these quantities that you specify in the block mask:
  - **Es/No**, the ratio of signal energy to noise power spectral density
  - **Input signal power**, the root mean square power of the input symbols
  - **Symbol period****Signal to noise ratio (SNR)**, where the block calculates the variance from these quantities that you specify in the block mask:
  - **SNR**, the ratio of signal power to noise power
  - **Input signal power**, the root mean square power of the input samples
- **Variance from mask**, where you specify the variance in the block mask. The value must be positive.
- **Variance from port**, where you provide the variance as an input to the block. The variance input must be positive, and its sampling rate must equal that of the input signal.

In both **Variance from mask** mode and **Variance from port** mode, these rules describe how the block interprets the variance:

- If the variance is a scalar, then all signal channels are uncorrelated but share the same variance.
- If the variance is a vector whose length is the **Number of channels** parameter, then each element represents the variance of the corresponding signal channel.

**Note:** If you apply complex input signals to the AWGN Channel block, then it adds complex zero-mean Gaussian noise with the calculated or specified variance. The variance of each of the quadrature components of the complex noise is half of the calculated or specified value.

### Dialog Box



These parameter fields vary, depending on the Mode setting.

**Initial seed**

The seed for the Gaussian noise generator.

**Mode**

The mode by which you specify the noise variance: **Signal to noise ratio (Es/No)**, **Signal to noise ratio (SNR)**, **Variance from mask**, or **Variance from port**.

**Es/No (dB)**

The ratio of signal energy per symbol to noise power spectral density, in decibels. This field appears only if **Mode** is set to **Es/No**.

**SNR (dB)**

The ratio of signal power to noise power, in decibels. This field appears only if **Mode** is set to **SNR**.

**Input signal power (Watts)**

The root mean square power of the input symbols (if **Mode** is **Es/No**) or input samples (if **Mode** is **SNR**), in watts. This field appears only if **Mode** is set to either **Es/No** or **SNR**.

**Symbol period (sec)**

The duration of a channel symbol, in seconds. This field appears only if **Mode** is set to **Es/No**.

**Variance**

The variance of the white Gaussian noise. This field appears only if **Mode** is set to **Variance from mask**.

**Frame-based inputs**

Check this box if your input signal represents frame-based data.

**Number of channels**

The number of independent channels in the input and output signals.

## **Conclusiones y trabajo futuro**

En el presente capítulo se realizan las conclusiones referentes a este trabajo de tesis, seguida de esta se presentan algunas sugerencias para trabajo futuro.

El diseño de un generador de secuencias pseudoaleatorias para CDMA fue abordado durante el transcurso de este proyecto, para ello se analizaron varias alternativas como fuentes de generación de señales caóticas, que son: el mapa logístico, el polinomio de Chebychev, el circuito de Chua y el sistema de Lorenz. La selección del método que es empleado como generador para las simulaciones de los capítulos anteriores está basado en un análisis de las propiedades estadísticas de las señales caóticas y de las secuencias binarias obtenidas.

Las secuencias caóticas usadas como secuencias de dispersión para la tecnología de espectro disperso representan mayores beneficios desde el punto de vista comercial ya que permiten mayores usuarios en el sistema y además el se obtiene un mayor grado de seguridad debido a la dificultad que representa el que sean reconstruidas. Estos beneficios son logrados debido a que los sistemas caóticos dependen sensiblemente de sus condiciones iniciales, esto es, una pequeña variación en la condición inicial produce una secuencia diferente, permitiendo la generación de muchas secuencias con poco esfuerzo y con valores muy bajos en la función de la correlación cruzada.

Al comparar los sistemas de acceso múltiple convencionales y caóticos se han obtenido las siguientes conclusiones:

- 1 La evaluación de los cuatro diferentes métodos para la generación de señales caóticas permitió proponer al sistema de Lorenz como el método seleccionado para generación de secuencias de dispersión para las simulaciones de los sistemas de acceso múltiple de espectro disperso realizadas en este trabajo de tesis.

- 2 Para el caso de la simulación del estándar IS95 se obtuvo un beneficio de poco menos de 1 dB en el uso de secuencias caóticas con respecto a secuencias convencionales (secuencia de máxima longitud) en un ambiente de ruido Gaussiano aditivo.
- 3 Para el caso de la simulación del estándar IS95 se obtuvo un desempeño similar en el uso de secuencias caóticas con respecto a secuencias convencionales en un canal de propagación con desvanecimiento de Rayleigh.
- 4 También, los resultados de simulación demostraron un beneficio al incrementar en un 10% en el desempeño sobre la interferencia de acceso múltiple de un sistema usando secuencias caóticas con respecto al sistema con secuencias convencionales, este es el resultado mas trascendental de este trabajo, ya que esto permite un 10% o mas de soporte de usuarios para una tasa de errores determinada. Con esto se concluye que un sistema empleando secuencias caóticas está en capacidad de soportar mayor número de usuarios que un sistema con secuencias convencionales.
- 5 Al evaluar las propiedades de los generadores de secuencias pseudoaleatorias, tanto los basados en por elementos lineales (sistema convencional) como los caóticos, se pudo comprobar que estos últimos superan en la capacidad para generar secuencias con mejores propiedades estadísticas así como el número de secuencias generadas. Este es otro factor importante que favorece al crecimiento de un sistema de acceso múltiple de espectro disperso al tener disponibles un mayor número de códigos.
- 6 Adicionalmente, se puede concluir que el método de generación basado en la oscilación caótica posee una habilidad que es particularmente importante en la cuestión de seguridad en las comunicaciones cuando se desea transmitir información confidencial sobre un canal en el que otras partes comparten el acceso. Se observó a través de las simulaciones que estos generadores de caos poseen un rico y complicado comportamiento, el cual favorece a que la probabilidad de detección por un receptor no deseado pueda ser reducida considerablemente, debido a que sin un conocimiento del tipo de no-linealidad en la cual se esta aplicando la dispersión así como el dispositivo no lineal asociado, la información no puede ser descifrada una vez que la señal haya podido ser interceptada.

Por todos estos resultados el empleo de las secuencias caóticas es un método viable para ser empleadas como secuencias de dispersión en un sistema de espectro disperso.

- 1 Como trabajo futuro creo interesante realizar un estudio en el empleo de las secuencias de dispersión caóticas para los sistemas de la tercera generación de comunicaciones de radio móvil (3G), como es el estándar cdma2000 para analizar las desempeño que se pudieran obtener sobre estos.

- 2 Desarrollar una implementación en hardware, como por ejemplo en un procesador digital de señales (DSP), de los generadores de secuencias revisados en este trabajo y cuyas secuencias producidas sea posible compararlas estadísticamente con los resultados teóricos obtenidos en este trabajo.
- 3 Proponer una estructura de elementos que permitan que los sistemas de transmisor y receptor puedan realizar la sincronización de las secuencias pseudoaleatorias de los generadores basados en el sistema de Lorenz.
- 4 Extender el análisis de la simulación del estándar IS-95 para el enlace de subida en el que se incorporen otros elementos del mismo, como por ejemplo, el receptor de Rake, el decodificador de Viterbi, etc., con el objeto de precisar mas aún los resultados obtenidos.

# Referencias

- [1] Ramjee Prasad, "*CDMA for wireless personal communications*", Mobile Communications Series, Artech House Publishers, 1996
- [2] Sergio Verdu, "*Multiuser detection*", Cambridge University Press. 1998
- [3] Marvin K. Simon, Jim Komura, Robert A. Scholtz, Barry K. Levitt, "*Spread Spectrum Communications Handbook*" Revised edition McGraw Hill. 1994
- [4] Raymond L. Pickholtz "Theory of spread-spectrum communications – A Tutorial, IEEE Trans. Commun. Vol com-30 pp. 855-884, May 1982
- [5] Savo Glisic, Branka Vucetic, "*Spread Spectrum CDMA systems for wireless communications*", Artech House Publishers, Boston London, 1997
- [6] Jerry D. Gibson, "*The communications handbook*" IEEE Press, pp. 94 1996
- [7] Roger L. Peterson, Rodger E. Ziemer, David E. Borth , "*Introduction to spread spectrum communications*",1995. Prentice-Hall, Inc.
- [8] Robert C. Dixon, "*Spread spectrum systems with commercial applications*", Third Edition, 1994. John Wiley & Sons, Inc.
- [9] Andrew J. Viterbi, "*CDMA Principles of spread spectrum communication*", 1995. Addison-Wesley Publishing Company
- [10] Ir. J. Meel, "*Spread Spectrum (SS) Introduction*" Hogeschool Voo Wetenschap & Kunst [De Nayer Instituut], Belgium oct. 1999
- [11] Jhong Sam Lee, Leonard E. Miller, "*CDMA systems Engineering Handbook*", 1998, Artech House Publishers
- [12] David Muñoz Rodríguez, Delfino Sandoval y Joaquín Álvarez Gallegos, "*Señales caóticas y su aplicación en comunicaciones*, Avance y perspectiva, Vol.16 septiembre-octubre de 1997
- [13] G. Heidari and C. D. McGillem, '*Chaotic sequences for spread spectrum: An alternative to PN-sequences*' 1992 IEEE ICSTWC, 1992 pp.437-440.
- [14] K. Unemo and K. Kitayama '*Spreading sequences using periodic orbits of chaos for CDMA*', Electronics Letters, vol.35, No.7 pp545-546, 1<sup>st</sup> April 1999

- 
- [15] Chi-Chung Chen, Ezio Biglieri, Kung Yao and Ken Unemo, '*Design of chaotic spread spectrum sequences using ergodic theory*' December 17, 1999 University of California, LA, Politecnico di Torino, Italy.
- [16] Gianluca Mazzini, Gianluca Setti and Riccardo Rovatti, '*Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDAMA Part-I: System modeling and results*', IEEE Transactions on circuits and systems I. Vol.44 No.10, October 1997
- [17] Gianluca Mazzini, Gianluca Setti and Riccardo Rovatti, '*Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDAMA Part-II: Some theoretical performance bounds*, IEEE Transactions on circuits and systems I. Vol.45 No.4, April 1998.
- [18] Kevin M. Cuomo '*Synchronization of Lorenz-Based Chaotic circuits with applications to communications*', IEEE Transactions on circuits and systems II: Analog and digital signal processing, Vol.40, No.10 October 1993.
- [19] V. Ya. Kislov and V. V. Kislov, '*A novel class of signals for communications systems: Wideband chaotic signals*', Journal of communications technology and electronics, Vol.42, No. 8, pp.962-973. 1997
- [20] D. Sandoval-Morantes and D. Munoz-Rodriguez, '*Chaotic Sequences for multiple access*' Electronics Letters 5<sup>th</sup> February 1998, Vol. 34 No.3, pp.235-237.
- [21] G. Heidari and C. D. McGillem, '*Chaotic sequences for spread spectrum: An alternative to PN-sequences*' 1992 IEEE ICSTWC, 1992 pp.437-440.
- [22] S. V Emets and S.O. Starkov '*Digital Chaotic Techniques for signal generation and informations transmittion*', Journal of communications technology and electronics. V.45 #4, 2000 p.p. 425-432
- [23] P.G. Drazin, "*Nonlinear Systems*", Cambridge texts in applied mathematics, Cambridge University Press, 1992
- [24] Gernot Kubin, '*What is a chaotic signal?*' Gernot Kubin, Institute of communications and High-Frequency Engineering Vienna University of Technology, Gusshausstrasse 25/389, A-1040 Vienna, Austria.
- [25] Hi Saigui Zou Yong Hi Jiandong Bao Liu, "*A Synchronous CDMA system using discrete coupled-chaotic sequence*", IEEE pp.484-487, 1996
- [26] A.S. Dmitriev "*Application maps with stored information in CDMA communication systems*" pp. 211-241 IEEE COC'97

- [27] Ling Cong, Wu Xiaofu and Sun Songgen “*Chaotic complex spreading sequences with multiple access performance better than purely random sequences*”, ICCT’98 October 22-24 1998 Beijing China
- [28] Jörg Schweizer, Martin Hasler, “*Multiple access communications using chaotic signals*”, pp. 108-111 IEEE 1996
- [29] Ricardo Rovatti, Gianluca Setti, “*Toward sequences optimization for chaos-based asynchronous DS-CDMA systems*”, pp. 2174-2179 IEEE 1998
- [30] Géza Kolumbán Michael Peter Kennedy, “*FM-DCSK A novel Method for chaotic communications*”, pp. IV-477- IV-480 IEEE 1998
- [31] Jing – tng Wu Xu Hongli and Li Nengwen “*An approach toward chaotic signal generators*” International Conference on Circuits and Systems, June 1991 China
- [32] Sathyanarayan S. Rao, Stephen P. Howard, “*Correlation performance of chaotic signals in spread spectrum systems*” IEEE Digital Signal Processing Workshop 1996
- [33] Chris C. King “*Fractal and Chaotic Dynamics in Nervous Systems*” Mathematics Department, University of Auckland, 1991
- [34] Nicholas B. Tufillaro, Jeremiah Reilly, and Tyler Abbott “*An experimental approach to nonlinear dynamics and chaos*”, Addison-Wesley 1992
- [35] Bernard Sklar, “*Digital Communications Fundamentals and applications*”, PTR Prentice Hall . 1988
- [36] Ramjee Prasad, “*An overview of CDMA Evolution Toward Wideband CDMA*”, Delft University of Technology, Nokia Telecommunications. IEEE Communications Surveys. Fourth Quarter 1988. Vol.1 No.1
- [37] Proakis, John G. “*Digital Communications*”, 3<sup>rd</sup> Edition, (Mc Graw-Hill series in electrical and computer engineering. 1995
- [38] Oppenheim Alan V., Willsky Alan S., “*Señales y sistemas*” Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. 1984
- [40] Lee C.Y. William “*Mobile communications Engineering, Theory and applications* “ Second Edition, MacGraw-Hill Telecommunications, 1997
- [41] G. A. Arredondo, W. H. Chriss, and E. H. Walker. “*A Multipath Fading Simulator for Mobile Radio*”. IEEE Transactions on Vehicular Technology, VT-22(4):241-244, November 1973.

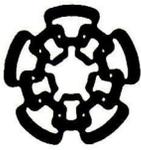
- [42] Etter Delores M., "Solución de problemas de ingeniería con Matlab", Segunda Edición Prentice Hall, 1998
- [43] Jeff S. Markwell, "Survey of chaos for use in Spread-Spectrum Communications" EEL6503 December 4, 1998

# Referencias en Internet

- H1 “*La teoría del Caos: Ideas sobre creatividad, sutileza, control orden, armonía, complejidad fractales*”: <http://elcaos.tripod.com/index.html>
- H2 “*sci.nonlinear FAQ*” (Sept 2000): <http://amath.colorado.edu/appm/faculty/jdm/faq.html>
- H3 “*Time series Department of Mathematics*”, University of Toronto, Canada (1999): <http://www.math.utoronto.ca/~pivato/latex/dynaslides/node44.html>
- H4 “*The chaos Hypertextbook*”: <http://hypertextbook.com/chaos/>
- H5 “*An experimental approach to nonlinear dynamics and chaos*”:  
<http://cnls-www.lanl.gov/People/nbt/Book/node1.html> (1992)
- H6 “*Geometric 2-Manifolds and Coverings*”:  
<http://www.math.cornell.edu/~dwh/books/eg00/00EG-17/>
- H7 School of Physics – “*Applied Chaos Lab of Georgia Tech*”:  
<http://www.physics.gatech.edu/chaos/> (2000)
- H8 Manus J. Donahue III, “*An Introduction to Mathematical Chaos Theory and Fractal Geometry*”: <http://www.duke.edu/~mjd/chaos/chaos.html> (1997)
- H9 Alexander Bogomolny “*Emergence of Chaos*” :  
<http://www.cut-the-knot.com/blue/chaos.html> (2000)
- H10 Mike Ross, Mike Traeger, Andrea Kraynak, “*The Chaos Experience*”:  
<http://library.thinkquest.org/3120/> (1997)
- H11 John Banks, “*Chaos: Type of systems*”, La Trobe University,  
<http://johnbanks.maths.latrobe.edu.au/chaos/animated/Variety.html>
- H12 Blair D. Fraser, adaptación por Jordi García Ojalvo, “*Caos en sistemas discretos*”:  
<http://segre.upc.es/nllab/iterated-es.html>
- H13 Ermel Stepp , “*Fractal Frequently Asked Questions and Answers*”  
<http://www.sun.rhbnc.ac.uk/~uhap045/316/fractalfaq.html> (1995)
- H14 Jack Wisdow, “*Lyapunov Exponents*”  
<http://geosys.mit.edu/~solar/text/node8.html#SECTION00080000000000000000>  
Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences, September 4 1998

- H15 Dan Strassberg, "Spread-spectrum communication rises from military roots to star in wireless world"  
<http://www.ednmag.com/ednmag/reg/1994/122294/26df4.htm>, December 22 1994
- H16 Axxon Corporation, "*What is spread spectrum?*"  
[http://www.axonn.com/Tech\\_SpreadSpectrum.html](http://www.axonn.com/Tech_SpreadSpectrum.html)
- H17 A.R. Williams, Aston University, "*Gaussian Noise Processes*"  
<http://www.eeap.aston.ac.uk/teltec/tutorials/>
- H18 Bill Cherowitzo, University of Colorado at Denver Mathematics Department "*Linear Feedback Shift Registers*"  
<http://www-math.cudenver.edu/~wcherowi/courses/m5410/m5410fsr.html>
- H19 Byoung Jo Choi "*Spreading Sequences*", University of Southampton  
<http://www-mobile.ecs.soton.ac.uk/bjc97r/pnseq-1.1/doc.html>
- H21 Ericsson "CDMA systems – cdma2000",  
[http://www.ericsson.se/cdmasystems/3gcdma2000\\_tech.shtml](http://www.ericsson.se/cdmasystems/3gcdma2000_tech.shtml)
- H22 Guerrero O. Gerardo, "Temas de espectro disperso", Universidad de las Américas, Puebla,  
<http://webserver.pue.udlap.mx/~lgojeda/>
- H23 Pelletier Benoit, "*cdma2000*", The Telecommunications & Signal Processing Laboratory in the Department of Electrical & Computer Engineering at McGill University  
<http://www.tsp.ece.mcgill.ca/wireless/>
- H24 Ferrer Carolina, "*Una compleja máquina de narrar*", Universidad de Chile,  
<http://www.uchile.cl/facultades/filosofia/publicaciones/cyber/Cyber3/textos/CFERRER.HTML>
- H25 "*Teoría del Caos*" [http://members.tripod.com/AndreaBenki/a\\_del\\_caos.htm](http://members.tripod.com/AndreaBenki/a_del_caos.htm)
- H26 Telecom. & IT Solutions, "*Proyecto de sistemas ópticos*"  
[http://www.cpqd.com.br/site\\_espanhol/produtos/lightd/solitons.htm](http://www.cpqd.com.br/site_espanhol/produtos/lightd/solitons.htm)
- H27 Schoner Bernd "*State space reconstruction of Non-Linear Systems*"  
<http://www.media.mit.edu/~schoner/papers/DA/node7.html>, May 1996
- H28 Clayton Keith "*Basic concepts in Nonlinear Dynamics and Chaos*"  
<http://www.vanderbilt.edu/AnS/psychology/cogsci/chaos/workshop/Workshop.html>
- H29 Fraser Blair, "*The logistic Equation*", The Nonlinear Lab  
<http://www.apmaths.uwo.ca/~bfraser/itermaps/logistic.html>, 1999
- H30 Radcliffe Edward B. "*Introducción a la ecología de poblaciones*" Universidad de Minesota  
<http://ipmworld.umn.edu/cancelado/spchapters/ecologySp.htm>

- H31 “*El Caos y su sincronización*” <http://fmmeteo.usc.es/ELECTRONICA/sincronizacion.html>
- H32 Joung Jinsoup “Multipath Fading”, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, <http://users.ece.gatech.edu/~jyoung/research.htm>
- H33 Rappaport Theodore “*Types of fading*” Virginia Tech's Mobile & Portable Radio Research Group (MPRG) <http://www.mprg.ee.vt.edu/research/glomo/node11.html>  
January 31 1997
- H34 Lawrey Eric, “The suitability of OFDM as a modulation technique for wireless Telecommunications, with a CDMA comparison”  
<http://www.eng.jcu.edu.au/eric/thesis/4thyrthesis/Thesis.htm> October 1997
- H35 Glenn Elert, “Measuring Chaos”, The Chaos Hypertextbook  
<http://hypertextbook.com/chaos/42.shtml> , 2000
- H36 Michael Cross, “Chua’s Circuit” [http://www.cmp.caltech.edu/~mcc/chaos\\_new/Chua.html](http://www.cmp.caltech.edu/~mcc/chaos_new/Chua.html)  
January 31, 2000
- H37 Guanrong Chen, “Control and Synchronization of Chaotic Systems” (A Bibliography)  
<http://www2.egr.uh.edu/~chengr/chaos-bio.html> Department of Electrical and Computer Engineering University of Houston, Houston, TX 77204-4793, USA January 1, 1997



**CENTRO DE INVESTIGACION Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN  
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: "Diseño de Generadores de Secuencias Pseudoaleatorias para CDMA empleando Señales Caóticas" del Sr. Pablo Velarde Alvarado, el día 30 de Marzo de 2001.

Dr. José Luis Leyva Montiel  
Investigador Cinvestav 3B  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara, Jalisco

Dr. Deni Librado Torres Román  
Investigador Cinvestav 2C  
CINVESTAV DEL IPN  
Guadalajara, Jalisco

Dr. Valeri Kontorovitch Mazover  
Investigador Cinvestav 3E  
CINVESTAV DEL IPN  
México, D.F



CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000003925