CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Distrito Federal

Departamento de Matemática Educativa

EL USO DE LAS GRÁFICAS Y EL FENÓMENO DE OPACIDAD. EL CASO DEL CONCEPTO DE DERIVADA EN LOS ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS EN CHILE

Tesis que presenta

Claudio Enrique Opazo Arellano

Para obtener el grado de

Maestro en ciencias

En la especialidad de Matemática Educativa

Director de Tesis:

Dr. Francisco Cordero Osorio

México, Distrito Federal Septiembre de 2014

ÍNDICE

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACYT) el apoyo financiero para la realización de mis estudios de Maestría. Ya que como extranjero habría sido imposible realizar éstos de no haber contado con el respaldo de una mirada de país, el cual involucra el desarrollo del conocimiento y la ciencia mediante la articulación permanente de los recursos humanos.

Claudio Enrique Opazo Arellano
Becario N° 282096

Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto Las Resignificaciones del Uso del Conocimiento Matemático: la Escuela, el Trabajo y la Ciudad. Clave 0177368

Resumen

Este trabajo problematiza el discurso Matemático Escolar (dME) asumiendo su imposición hegemónica de *significados, procedimientos y argumentaciones*, lo que deriva en la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático en el sistema educativo. Tal situación provoca una opacidad de lo matemático, es decir; de ese conocimiento matemático desde el que aprende.

Así, esta investigación se centra en evidenciar esa opacidad en un contexto específico; en una comunidad de conocimiento, la cual corresponde a los estudiantes de pedagogía en matemáticas en proceso de formación inicial de profesores en Chile. País que en la actualidad, enfrenta el desafío de lograr mejorar la calidad de la educación como parte de los nuevos requerimientos sociales de éste.

Se propuso reconocer aquellos usos de las gráficas en las derivadas que son opacados por el dME, a la luz de las imposiciones que éste genera en el sistema educativo. Para ello se diseñaron un conjunto de actividades que dan cuenta de una epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, a partir de los trabajos que están enmarcados en el programa de investigación de los usos del conocimiento matemático (UCM).

De esta manera, se abordaron tres elementos: una caracterización disciplinar de la formación inicial de profesores de matemáticas, una epistemología del uso de las gráficas en las derivadas y los dos ejes centrales del constructo teórico Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático (MCCM): Institucionalización e Identidad. Estos articulados bajo el marco teórico de la Socioepistemología el cual nos permite discutir el Fenómeno de Opacidad y otros constructos teóricos que debatimos a lo largo nuestro trabajo.

Abstract

In this dissertation School Mathematics Discourse is problematizes assuming its imposition of hegemonic meanings, procedures, and argument, resulting in the exclusion of the social construction of mathematical knowledge in the educational system. This situation causes a mathematics' opacity, that is to say; the mathematical knowledge of the learner.

Thus, this research focuses on making evident the opacity in a specific context; in a community of knowledge, which corresponds to the students of pedagogy in mathematics in a process of initial teacher training in Chile. A country that is currently facing a challenge of improving the quality of education as part of the new social requirements.

It is intented to rocognize those uses of graphs of the derivatives that are eclipsed by the dME, because of the impisition that are genetate en the educational system. For this reason, we also designed a set of activities that reveal an epistemology the uses of a graph of derivates building from diverse studies freamed in research program that gives an account of the uses of mathematical knowledge (UCM).

Hence, three crucial elements are addressed: a disciplinar caracterization of the initial training of teachers of mathematics, a epistemology of the use of the graphics in the derivates and the two elements central of the theoretical construct of the Community model of mathematical knowledge (MCCM): Intitutionalization and Identity. This articulated under a socioapistemological approach the lets us discuss the phenomenon of opacity and other theoretical constructs that discuss a long of us research.

Introducción

El presente trabajo aborda el complejo escenario que, en la actualidad, el dME ha generado en el proceso de enseñanza y aprendizaje. De ahí que hablamos del Fenómeno de Opacidad en la construcción social del conocimiento matemático en el cotidiano del ciudadano. Lo cual nos lleva a identificar, caracterizar y ejemplificar los Significados, Procedimientos y Argumentaciones que son opacados por el dME, particularmente en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas que son parte de las universidades de Chile. Desde nuestra perspectiva, dicha comunidad posee la responsabilidad de ejercer un rol preponderante en la sociedad, y también en la educación chilena. Todo ello mediante acciones educativas claras e intencionadas, las cuales deben ser ejercidas permanentemente con objeto de propiciar en los estudiantes la *construcción social del conocimiento matemático* (CSCM).

Ahora bien, es relevante indicar que la naturaleza del problema es de una alta complejidad, ello porque estamos identificando, caracterizando y denunciando a un sistema de razón que se ha impuesto en el sistema educativo, lo cual ha generado como consecuencia la exclusión de la construcción del conocimiento que se da en el cotidiano del ciudadano, producto de su desarrollo sociocultural (Soto, 2014).

En ese marco tiene sentido considerar que existe una epistemología del conocimiento matemático en el cotidiano no transparente en el dME. A esta idea se ha convenido en llamarle Fenómeno de Opacidad (Gómez, 2013).

De esta manera el dME afecta a comunidades de conocimiento. En este caso, dado los intereses de nuestra investigación, centramos nuestra atención en los estudiantes de pedagogía en matemáticas, en Chile; desde un escenario de formación con una situación específica de las gráficas y de las derivadas de las funciones. Para analizar tal cometido, se desarrolló una secuencia de actividades en torno a la transformación de funciones y sus respectivas derivadas, ello con el objeto de reconocer los usos de las gráficas propios de esa comunidad. Lo cual formuló un marco de referencia que caracterice la construcción del conocimiento matemático de la comunidad en cuestión.

Así, para elaborar la secuencia de actividades desarroladas en este trabajo, se consideró una epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, a través de tres momentos: Uso de las gráficas en el discurso matemático escolar; Uso de las gráficas en las derivadas; Uso de las curvas en las derivadas.

Ahora bien, para reconocer los usos particulares de esta comunidad, incorporamos en la discusión los ejes centrales del MCCM, es decir: la Institucionalización y la Identidad; ello con objeto de identificar a estos en los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Además, consideramos necesario una caracterización disciplinar en torno a la formación inicial de estos estudiantes, con el objeto de lograr mayor entendimiento en relación a las prácticas matemáticas que son hegemónicas en esta comunidad.

A continuación se describe los aspectos que son abordados por cada uno de los capítulos que conforman nuestro trabajo de investigación.

Capítulo I:

En el primer capítulo, se aborda la problemática de nuestro trabajo de investigación, es decir, el Fenómeno de Opacidad en el uso de las gráficas en las derivadas. Ello a partir de los elementos más importantes que permiten tener un panorama general de la problemática que presentamos y pretendemos estudiar. Estos elementos son: un panorama general de la formación docente en Chile, el discurso matemático escolar, el uso de las gráficas y la perspectiva del Cálculo en el sistema educativo.

Capítulo II:

En este capítulo, se presenta la Teoría Socioepistemológica, que enmarca nuestra investigación. Además, se articulan los constructos teóricos Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático y la Categoría de Modelación - Graficación.

Capítulo III:

En el tercer capítulo, se presenta una caracterización disciplinar sobre la formación inicial de nuestra comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas, con el objetivo de lograr mayor entendimiento acerca de ella. Además, se formula una epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, como base para sustentar la construcción de las actividades en torno a la transformación de funciones y sus respectivas derivadas, así como también, para analizar los resultados obtenidos de la puesta en escena. Finalmente, se abordan los aspectos metodológicos que son considerados para nuestro trabajo de investigación.

Capítulo IV:

En este cuarto capítulo, se presentan los resultados de nuestra investigación a partir de las producciones de la puesta en escena realizada con los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Asimismo, realizamos un análisis metodológico de los resultados, articulando los tres elementos que hemos expuesto anteriormente, es decir, a partir de: la Caracterización Disciplinar, la Epistemología del uso de las gráficas en las derivadas, y los dos ejes centrales del MCCM ya indicados.

Capítulo V:

Finalmente, en este capítulo se presentan, los aspectos más relevantes de la investigación, es decir: la concepción algebraica que la comunidad de conocimiento estudiada tiene sobre la derivada. Así también, logramos evidenciar cómo la gráfica, en este contexto específico, no logra un estatus de construcción de conocimiento por parte de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Ello producto del Fenómeno de Opacidad en torno a las construcciones de conocimiento que se dan en esta comunidad. De igual forma, se identificó el desarrollo de estrategias locales en el análisis de las gráficas en las derivadas, las cuales soslayan el análisis global de las curvas.

Así pues, los elementos que se lograron identificar, permitieron establecer algunas reflexiones finales en torno a nuestro trabajo de investigación, las cuales centran la atención en la necesidad de considerar aquellas construcciones particulares de esta comunidad en torno al análisis local de las gráficas en las derivadas como elemento a ser desarrollado en el rediseño del discurso matemático escolar (RdME).

Capítulo I:

Problemática y Pregunta de Investigación

Capítulo I: Problemática y Pregunta de investigación

I.1 Problemática de la Investigación

La comunidad de Matemática Educativa (ME), bajo la Teoría de la Socioepistemología (TS), ha identificado una problemática particular dentro del sistema educativo, ésta es la existencia de un dME, estructurado de tal forma que favorece a las imposiciones de s*ignificados, procedimientos y argumentaciones* (Soto, 2010).

Surge entonces la necesidad de identificar, caracterizar y denunciar[1] al dME, con el fin de favorecer el debate en torno a las influencias que éste tiene en el sistema educativo. Por ello tomaremos la TS como marco teórico de esta investigación, ya que ella nos permite evidenciar cómo el dME ha generado al menos los siguientes tres fenómenos: Exclusión, Opacidad y Adherencia; fenómenos que han sido identificados y caracterizados con mayor precisión bajo esta teoría. Situación que le ha permitido reconocer a la TS cuales son los elementos que permiten que estos fenómenos estén en el sistema educativo, y así también, reconocer las influencias que estos tienen en la CSCM.

Destacamos en este contexto, las investigaciones que anteceden a ésta, ya que ellas han aportado en las diferentes líneas de trabajo en torno a la identificación de cada uno de estos tres fenómenos a partir del trabajo minucioso que la comunidad Socioepistemológica ha realizado.

Ahora bien, la comunidad de ME bajo la TS, ha identificado el carácter hegemónico que se da permanentemente en el proceso de enseñanza y aprendizaje a partir de las influencias que el dME impone en dichos procesos, los mismos por los cuales transitan los distintos actores del sistema educativo, por ejemplo, los estudiantes del nivel básico, medio y universitario, en el contexto chileno o bien, en su homólogo, primaria, secundaria y bachillerato en el sistema educativo mexicano.

[1] Entenderemos denunciar: declarar oficialmente el estado ilegal, irregular o inconveniente de algo.

La relevancia de la hegemonía, identificada por la comunidad de socioepistemólogos es su estatus homogéneo dentro de la construcción del conocimiento matemático, soslayando las construcciones de conocimiento que ocurren en el cotidiano del ciudadano. Ignorando por tanto las prácticas, los usos y la funcionalidad en este tipo conocimiento a partir de situaciones descontextualizas como las propuestas por el dME. Es decir, identificamos al dME como aquel que genera la exclusión en la CSCM dentro del sistema educativo, con base a las imposiciones de *significados, procedimientos y argumentaciones* (Soto, 2010).

Así el mirar críticamente los alcances del dME dentro del sistema educativo permite identificar la opacidad -*fenómeno de opacidad*- en la construcción del conocimiento del ciudadano. Generando una exclusión simbólica de esta construcción y, además, una adherencia a éste (Cordero & Silva-Crocci, 2012). Por ello consideramos relevantes los avances que se han logrado en torno al estudio de los fenómenos de Exclusión, Opacidad y Adherencia, ya que dan cuenta de una línea de pensamiento que aborda el desafío del RdME. El cual tiene por intención, trastocar el conocimiento que se ha transformado en un continuo o bien, uno de tipo permanente en el sistema educativo (Cordero, 2001).

Ahora bien, lo anterior permite ver cómo el foco de atención en nuestra disciplina es de una matriz distinta, en relación a trabajos que se han realizado desde corrientes psicológicas o cognitivas. No obstante, no es nuestra intención desvalorizar a aquellas corrientes, más bien, queremos centrar la discusión en el RdME. Ya que el dME conlleva a una matemática utilitaria basada en objetos matemáticos, soslayando la CSCM.

Planteamos entonces, la trascendencia que ha tenido el dME al soslayar las construcciones del conocimiento por parte del ciudadano, en virtud de no considerar a éste como legítimo provocando de esta manera el Fenómeno de Opacidad (Gómez, 2013), lo cual ha favorecido una epistemología dominante a partir de los objetos matemáticos en los distintos niveles del sistema educativo, como por ejemplo, en la formación inicial de profesores de matemáticas en Chile.

Consecuentemente, nos preguntamos cómo afecta realmente el dME a la comunidad de conocimiento que estudiamos en este trabajo, ya que durante el proceso de formación inicial deben responder tanto a la matemática como tal, como también, al complejo proceso de enseñanza y aprendizaje del cual serán parte en su futuro rol docente. De ahí que desde nuestra perspectiva, el Fenómeno de Opacidad está presente en la formación de los estudiantes de pedagogía en matemáticas en la formación inicial en Chile. Estatus claro en torno al saber predominante en su futuro desarrollo profesional, lo cual deja abierta la discusión en relación a la posesión de cierto tipo y cantidad de saberes.

Es decir, el estudiante que se está preparando para formar a futuros ciudadanos, sólo logra materializar la disciplina a la cual debe dar cuenta desde las imposiciones que este establece, favoreciendo así, la pérdida de las articulaciones que pudiesen existir entre las disciplinas que son parte de los programas de formación inicial de esta comunidad de conocimiento.

Ahora bien, nos parece importante abordar las principales motivaciones que permiten el desarrollo de nuestro trabajo de investigación. De ahí que lo primero a destacar es la relevancia que tiene en la actualidad el estudio del proceso de formación inicial de los estudiantes de pedagogía en Chile, ya que en el último tiempo se han incorporado un conjunto de nuevas estrategias en torno a la mejora de la calidad de la educación y a la formación inicial de profesores. Ello con el objeto de incentivar a los estudiantes a estudiar pedagogías en educación superior, producto de los nuevos requerimientos sociales y por cierto los del propio sistema educativo.

Para lograr tal cometido se han desarrollado un conjunto de políticas de Estado, con objeto de incentivar a los estudiantes interesados en la formación inicial en pedagogía a partir de compensaciones económicas como dinero en efectivo, mantenciones de útiles y alimentación o bien, el pago total de los estudios universitarios. Es decir, observamos una preocupación por parte del Estado de Chile, en torno a la situación actual de la formación inicial en términos de generar los incentivos necesarios para llamar la atención de los nuevos estudiantes.

La segunda motivación, está relacionada con la identificación y caracterización de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas a partir del conjunto de constructos que se han desarrollado bajo la Teoría Socioepistemológica, tales como, las prácticas, los usos y la funcionalidad del conocimiento matemático. Lo cual nos permitirá contar con una mayor precisión en relación al proceso del cual es parte el estudiante en su formación superior. En este contexto, conviene resaltar que a nuestro parecer, haber sido parte de la formación inicial de profesores en Chile, al pertenecer a la comunidad de estudiante de pedagogía en matemáticas, nos permitirá contar con cierto conocimiento auxiliar sobre ésta comunidad en particular.

Nuestra tercera motivación para estudiar a esta comunidad de conocimiento en particular, es fruto de reconocer en ella, la posibilidad de obtener en el futuro un proceso de interacción mediante el diálogo permanente, con base a las investigaciones que se han realizado, de tal manera de contribuir en el desarrollo de dicho proceso. No obstante, esto no será posible sin tener el conocimiento de la comunidad como tal, ya que desde nuestra perspectiva ésta posee un marco de referencia sobre el cual se instalan las nociones de pedagogía y de matemática, transformándose en un binomio del que poco se ha dicho y sobre todo, poca claridad se tiene con respecto a la interacción de los dos elementos: Pedagogía y Matemática; que son parte de la formación de los estudiantes de la comunidad en cuestión.

Nos parece importante indicar que desde el punto de vista disciplinar y desde nuestra perspectiva, el marco de referencia, que sustenta el proceso de la formación inicial de los estudiantes de pedagogía en matemáticas, es el dME. El cual se ha centrado en los objetos matemáticos, y no en su construcción social. Promoviendo de esta manera, una justificación de tipo racional (Cordero, 2001) del conocimiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje que han llevado los integrantes de esta comunidad. Situación que ha trascendido a: los programas de formación, el currículum que da vida a ellos, la enseñanza de los profesores en el sistema educativo y los libros de textos. Lo cual nos muestra que el dME influye en las vidas académicas de los estudiantes que son parte de esta comunidad de conocimiento, ya que ha sido con base en él sobre lo cual se les ha mostrado cómo educar y ser educados.

Ahora bien, situamos la necesidad de conocer la confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar en los estudiantes en formación inicial, ya que desde nuestra perspectiva, ellos están siendo excluidos de la construcción del conocimiento matemático en lo que respecta a la formación en la que se han enfrentado a la matemática en el sistema educativo, y de cómo ellos la deben impartir en el futuro, tal que se opacan las construcciones del conocimiento matemático que son propias de esta comunidad. Dado que ellos dan cuenta del dME en su proceso de formación inicial.

Es decir, al considerar los perfiles profesionales de los profesores que forman a los estudiantes de pedagogía en matemáticas, es posible reconocer un apego a ciertas justificaciones de tipo utilitarias, basadas en los objetos matemáticos. Esto se debe a que aquellos profesores tienen un perfil profesional centrado en las matemáticas, o física en algunos casos, especializándose en áreas como la didáctica de las matemáticas o educación, mediante posgrados. Por tanto, el fenómeno de opacidad en torno a los usos del conocimiento sitúa a los estudiantes de pedagogía en matemáticas dentro de una comunidad en donde se desarrolla un tipo específico de *significados*, *procedimientos y argumentaciones*.

En este contexto, es importante indicar que la Socioepistemología, declarada como una comunidad de conocimiento en Cordero y Silva-Crocci (2012), posee un bagaje amplio en torno a estudios que dan cuenta de cómo vive esa confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar, en diferentes comunidades de conocimiento bajo diferentes tipos de escenarios, por ejemplo: Parra (2008), Gómez (2009), Caballero (2012), Zaldivar (2014). Ello con la intención de conocer las diferentes realidades y fenómenos que son propios de cada una de esas comunidades.

De lo anterior, nace entonces el interés por conocer cuáles son los usos del conocimiento que tienen los estudiantes de pedagogía en matemática en las universidades de Chile, principalmente por el hecho de reconocer en los programas académicos que se dictan en ese país, un perfil académico y profesional con ciertas características comunes entre ellos, en relación a la labor educativa que desempeñarán los futuros estudiantes en el sistema educativo. Los estudiantes, que fueron considerados para este estudio, pertenecen a dos universidades de Chile, la Universidad Santiago de Chile (USACH) y en la Universidad Católica Silva Henríquez (UCSH), ya que ambas son reconocidas en su labor de formación disciplinar y pedagógica de ese país.

Ahora bien, nos parece relevante destacar que nuestro trabajo se sitúa en un programa de investigación, que reconoce los usos del conocimiento. Es decir, entender que es el saber en uso donde el estudiante construye conocimiento matemático escolar. Por lo anterior, nuestro trabajo de investigación aborda el uso de las gráficas en las derivadas, ya que desde nuestra perspectiva teórica, valoramos el proceso de enseñanza y aprendizaje de la gráfica.

Sin embargo, aclaramos que nuestra postura sobre las gráficas, es diferente a las miradas actuales que le brinda el sistema educativo, ya que en el actual escenario, sólo se abordan como una representación de un determinado fenómeno o bien, en el caso particular de las gráficas en las derivadas, ellas representan una derivada específica producto de una centración en la técnica o estrategia de iteración de funciones, y en ningún caso, la gráfica de la derivada se percibe como una construcción de conocimiento matemático. Situación que soslaya el real alcance del uso de las gráficas, generando de esta manera la exclusión del conocimiento matemático a los integrantes de la comunidad estudiada.

Como estrategia metodológica para aproximarnos al problema de investigación, es decir, conocer, analizar y describir los usos de las gráficas de las derivadas se ha conformado una epistemología particular para este escenario, la que hemos denominado *Epistemología de Usos de las gráficas en la Derivadas*. Ésta tuvo por intención, reconocer cómo el dME opaca los usos de las gráficas, mediante la imposición de *significados, procedimientos y argumentaciones* en los estudiantes de pedagogía en matemáticas.

Es importante indicar que a nuestro parecer, la epistemología del uso de las gráficas en las derivadas da cuenta de los momentos por los cuales debería transitar un estudiante de pedagogía en matemáticas. Con objeto de conformar un marco de referencia sobre las gráficas en las derivadas.

Por lo anterior, en la epistemología están inmersos los elementos propios del dME. Para el primer momento se considera el argumento de la primera y segunda derivada. Para el segundo momento, se propone reconocer las transformaciones que se dan cuando se varían determinados parámetros en funciones específicas, con el objetivo de reconocer el comportamiento gráfico y analítico de la derivada transformada, de tal manera de trastocar el dME al concebir a la gráfica como un elemento de argumentación. Finalmente, en el tercer momento, se trabaja con el uso de la curva en las derivadas, con objeto de propiciar el desarrollo de un análisis global de la curva, junto con reconocer a la misma como una argumentación en torno a los comportamientos gráficos.

Para lo anterior, nos basamos en los trabajos de Cordero y Flores (2007) y Cordero, Cen y Suárez (2010). El primero de ellos pone el foco en los usos del conocimiento en las gráficas de las funciones en los libros de textos del nivel primaria y secundaria en México. En tanto el segundo, en el reconocimiento de los funcionamientos y formas de las gráficas de las funciones que se estudian en el plan bachillerato en México, respectivamente.

Ahora bien, nos interesa estudiar el uso de las gráficas en las derivadas, ya que consideramos que la derivada es conceptualizada en el dME únicamente como un objeto matemático, soslayando de esta manera aspectos relevantes tales como las argumentaciones gráficas que se pueden propiciar en la CSCM. Por tal razón, la noción de derivada sólo será adquirida hasta que ésta sea vista como una organización de variaciones simultáneas (Cantoral & Farfán, 1998; Gónzalez, 1999; Montiel, 2005). Esto promoverá el desarrollo de una visión más global de la derivada, dado que permite analizar los comportamientos locales y globales de las variaciones.

Sin embargo, la propuesta actual del dME es totalmente contraria a lo anterior, ya que propicia la adquisición de procedimientos aislados, los cuales no logran ser incorporados por el estudiante, propiciando de esta forma un nivel básico en torno a la derivada. Es decir, sólo se logra apreciar a la derivada como una regla o bien, un simple proceso de iteración de funciones. Promoviendo de esta manera una centración en los objetos matemáticos, lo cual se manifiesta en la concepción de la derivada en el dME a partir de:

a) La definición de límite del cociente incremental

b) La explicación de la secante que deviene tangente

Propuestas que se materializan de manera rutinaria en el dME, soslayando elementos como por ejemplo, la simultaneidad de las derivadas en la Serie de Taylor, entendida como un modelo de predicción (Cordero & Morales, s.f.). De ahí que soslayar aspectos de orden superior, afecta a la construcción del conocimiento matemático, opacando la construcción del conocimiento en torno a los aprendizajes significativos a partir de argumentaciones más bien puestas al servicio de una matemática con base a una justificación racional, prexistente y acabada.

Ahora bien, respecto a las argumentaciones gráficas, es necesario centrar la atención en las categorías del conocimiento que se han construido en el grupo de Matemática Educativa bajo la Teoría Socioepistemológica. Ello con el objeto de generar nuevos marcos de referencia, que centren la atención en aspectos mayormente significativos. En este contexto, destacamos a la categoría del conocimiento denominada Modelación - Graficación (M-G) expuesta por Suárez (2008). Principalmente por reconocer a la Graficación como una modelación en sí misma, y a la modelación, como una construcción de conocimiento (Cordero, 2006). Es decir, se le confiere a la gráfica un nuevo estatus, por ello, es importante mostrar cómo la graficación es una construcción de conocimiento matemático, siempre que ella sea valorizada y resignificada, mediante el desarrollo de escenarios y marcos de referencia prudentes a ésta.

Se evidencia de esta manera, la existencia de una justificación de tipo racional, propia de una instrucción normada, por sobre una funcional, la cual propicia significaciones de orden superior en la construcción del conocimiento (Cantoral, 2013). Es decir, una que propicie ser trascendental y adquirida de manera orgánica por parte del estudiante, en este caso, la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas considerada para el estudio. Lo que permite destacar la necesidad de establecer una matemática bajo una justificación funcional por sobre una racional, ya que esto permitirá trastocar el conocimiento matemático (Cordero, 2001); fruto de incorporar organicamente la matemática al estudiante.

Ahora bien, no es posible trastocar el conocimiento matemático sin rediseñar el actual dME; asimismo, se debe llevar a cabo una elaboración permanente de éste, principalmente por los nuevos fenómenos que van surgiendo en un sistema educativo vivo como el actual. De lo contrario, mantendremos las constumbres en torno al desarrollo del conocimiento matemático, favoreciendo así la centración en los objetos matemáticos, en contra parte de la construcción social del concimiento matemático.

Así pues, damos paso a la revisión de un panorama general de la formación docente en Chile a partir de una perspectiva histórica.

I.2Panorama General de la Formación Docente

Es relevante estudiar a una comunidad integrada por personas específicas que cumplen un rol particular dentro de una determinada sociedad, tal que esto nos ayuda a entender sus prácticas particulares que se dan a razón de su historia, su cultura y acciones permanentes. En este contexto, nos parece importante recoger algunas visiones que se han logrado identificar, a partir de ciertos estudios que se han realizado bajo la TS en torno a la formación docente en México.

En primer lugar, los trabajos que se han realizado dentro de la comunidad Socioepistemológica en relación a lo formación docente, han reconocido principalmente tres líneas de estudio en relación a la comunidad de profesores, las cuales observan cómo influye la formación inicial o bien, la continua, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de pedagogía en matemáticas, como también en los profesores que ya se desempeñan en el sistema educativo. Lezama (2009) retrata estos tres tipos de estudios a partir de lo siguiente:

- Investigaciones centradas en los nuevos profesores de matemática.
- Investigaciones que abordan a profesores en servicios.
- Investigaciones que ponen la atención, en la formación de los formadores.

En este contexto, los trabajos que se han realizado en la comunidad Socioepistemológica han observado cómo el país, la región, la institución en donde se imparte la formación docente influye a la hora de desarrollar una determinada investigación. Es decir, “la formación de los profesores de matemáticas está determinada por la región o país donde ésta se produce, responde a condicionamientos sociales, políticos y culturales así como a tradiciones institucionales" (Lezama, 2009, p.1393). Por tanto es necesario realizar investigaciones como ésta, es decir, investigaciones que permitan identificar aspectos que se han desarrollado en otros trabajos de tal manera de nutrir la red en torno al conocimiento particular sobre una determinada comunidad.

A continuación, ahondamos en algunos trabajos que han dado mayor precisión en torno al rol y desempeño que tiene el profesor en la sociedad actual. Esto con el objetivo de establecer una mirada global sobre el actual estatus de éste en la sociedad. Para ello vamos a considerar trabajos que se han realizado en la comunidad Socioepistemológica, los cuales principalmente abordan a los profesores que ya están en servicio, los cuales aclaramos poseen un perfil distinto a los de Chile. Es decir, en el caso de los profesores en México, unos provenientes de las Escuelas Normales, mientras otros cumplen el rol de profesor, con base a una formación profesionalista en áreas como la ingeniería, la matemática, la auditoria u otras, en contra parte a la realidad de Chile, donde los profesores se forman en el nivel superior mediante las instituciones que el Estado ha avalado para tal proceso.

En este contexto, es importante mostrar cómo se ha logra identificar una pérdida del valor intelectual y económico del profesor dentro de la sociedad (Terrones, 2012); lo cual sitúa a la docencia en un estado de preocupación, ya que esto influye en las nuevas generaciones y también en el sistema educativo, tal que el profesor se siente por debajo del resto de los profesionales. Situación que genera una mirada opaca, un Fenómeno de Opacidad en relación al rol del profesor dentro la sociedad, tal que hace ver a éste como parte de una actividad de servicio en donde se le mide a partir de sus producciones. Es decir, a razón de la cantidad de estudiantes que superan la asignatura o bien, a partir de las producciones técnicas propias de su rol, por ejemplo: llevar el control del libro de clase, las planificaciones diarias, mensuales y anuales entre otras actividades que debe desarrollar el profesor dentro del contrato que le impone el sistema educativo, tal como lo aborda el trabajo de Terrones (2012).

Por otra parte, se identifica al profesor como un factor de cambio social (Balam, 2012). Lo cual implica cambiar la mirada actual en relación al profesor y a quien se está formando para ello, en virtud del trascendental rol que cumplen los profesores en el desarrollo de las futuras generaciones en las distintas sociedades. De ahí que las instituciones que imparten algún tipo de formación docente, debieran realizar transformaciones en sus programas de estudios y también en sus objetivos centrales, ya que al no darle valor de uso al conocimiento que construye el estudiante que se está formando, éste no logra por tanto, ser parte del cambio social al cual se aluda anteriormente.

En este contexto, Yam (2013) nos permite considerar al profesor como un constructor de conocimiento, y sobre todo de nuevos ciudadanos. Lo cual da muestra del real valor que debiera tener el profesor dentro de nuestra sociedad, aun más cuando éste es uno de los agentes importantes del sistema educativo.

De esta forma, hemos considerado trabajos que se han realizado en un contexto diferente al chileno, sin embargo, igualmente rescatamos las ideas centrales en términos de evidenciar la percepción actual de la sociedad global en torno al profesor y su rol en ésta. Así pues, abrimos la discusión en relación al panorama general de la comunidad de estudiantes de pedagogía en Chile a partir de un recorrido histórico en torno a su conformación en el último tiempo.

Ahora bien, la comunidad de conocimiento estudiada posee una rica historia, fruto de los diferentes acontecimientos que han ocurrido durante el último tiempo, de ahí que esperamos evidenciarlos y articularlos posteriormente en nuestro trabajo. Para ello vamos a considerar el análisis de la formación inicial de estudiantes de pedagogía, desde mediados del siglo XIX, momento en el que surgió la primera escuela de Preceptos bajo el mando del educador argentino Domingo Faustino Sarmiento, quien comandó el primer proyecto nacional en torno a lo que posteriormente se conocerá como formación docente. Fruto de esta iniciativa, surge en 1854 la primera Escuela Normal para mujeres bajo la guía de las Monjas del Sagrado Corazón de Jesús, dando inicio de esta manera al desarrollo de la formación inicial de profesores en Chile. Ahora bien, en este contexto según Avalos (2004), las Escuelas Normales miran con entusiasmo las ideas pedagógicas alemanas que abordan el sistema educativo en general y la formación inicial en particular, situación que se materializa en el año 1889 con la contratación del alemán Federico Johow, como director del primer Instituto Pedagógico en Chile.

En este contexto, se destaca que para los primeros años del siglo XX, ya se contaban con cerca de seis Escuelas Normales que preparaban a jóvenes para impartir clases en los primeros años de educación, lo cual más tarde tomaría el nombre del nivel básico.

Consecuentemente, se comenzó a delinear un plan por parte de los académicos que forman a futuros profesores e incluso por los egresados de pedagogía, ello con objeto de establecer un carácter más científico en el desarrollo de las futuras generaciones que se prepararían para la docencia. De ahí que, se buscó refugio intelectual en las ideas de John Dewey, quien fue uno de los promotores de la pedagogía progresista. La cual, realizaba una crítica a la educación de finales del siglo XIX, con objeto de descentralizar los esfuerzos que la educación realizaba en torno al formalismo y autoridad, proponiendo una educación democratizada, colaborativa y participativa.

Ahora bien, destacamos finalmente de este periodo, la incidencia de la formación docente a la promoción, desarrollo y movilidad social que favoreció la apertura de las Escuelas Normales en Chile, ya que esto permitió abrir las puertas académicas a muchos jóvenes de la época.

Brincamos al periodo del Gobierno Militar, el cual influyó en las direcciones que se tomaron durante esos años en torno al desarrollo que traía hasta ese minuto la formación docentes bajo la tutoría de las Escuelas Normales. De hecho, en ese periodo se realizaron dos acciones concretas. La primera de ellas, fue la unificación de las Escuelas Normales.

La segunda acción concreta de parte del Gobierno Militar, tal como se documenta en el trabajo de Avalos (2004), fue la persecución y separación de las distintas Escuelas Normales a todos aquellos académicos de los estudiantes de pedagogía que tuvieran ideas contrarias a las del Gobierno Militar. De ahí que las posibles evidencias de las consecuencias en torno a la formación docente, era solo cosa de tiempo.

Ahora bien, la nueva democracia, consolidada luego de la destitución del Gobierno Militar, proponía una reforma integral en relación al sistema educativo y por cierto en torno a la formación docente, ello a raíz de las evidencias que se dejaban ver, es decir: escasez de infraestructuras, desvaloración de la carrera docente y sin duda lo más trascendental, la escasa motivación de las nuevas generaciones por ser parte de un proceso de formación docente a raíz de la desvaloración del mismo en la sociedad.

De este proceso de renovación, se destacan al menos dos cosas. La primera de ellas, es el desarrollo de una formación continua del profesor. Es decir, una de tipo inicial y la que es desarrodada a la luz de la experiencia del profesor. Ahora bien, la segunda idea trascendental, fue la especialización obligatoria para el estudiante de pedagogía de aquella época, en una disciplina específica. Todos estos avances educativos, se enmarcaron en las propuestas que el presidente Eduardo Frei Ruíz-Tagle impulso en su periodo presidencial.

De ahí en más, se han generado un conjunto de medidas que están ligadas a la búsqueda permanente de la mejora en relación a la calidad y cantidad de estudiantes que ingresan a la formación inicial, ello en virtud de las necesidades actuales y de los nuevos requerimientos sociales que en la actualidad han surgido, por ejemplo, una educación de calidad y gratuita.

A modo de ejemplificar los avances en relación a cantidad de estudiantes que han ingresado al sistema de formación inicial, mostramos la figura 1.1, en la cual se logran apreciar las distintas tendencias a raíz de los cambios vividos en el desarrollo de esta comunidad de estudiantes de pedagogía en Chile.

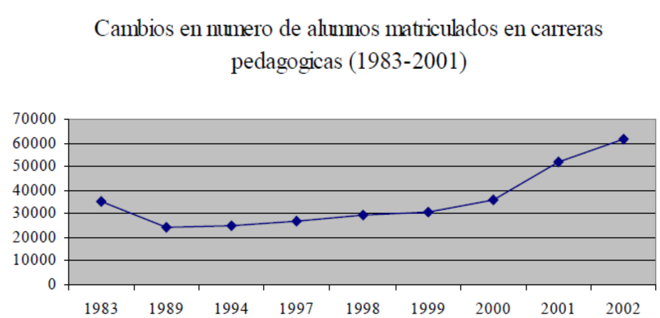
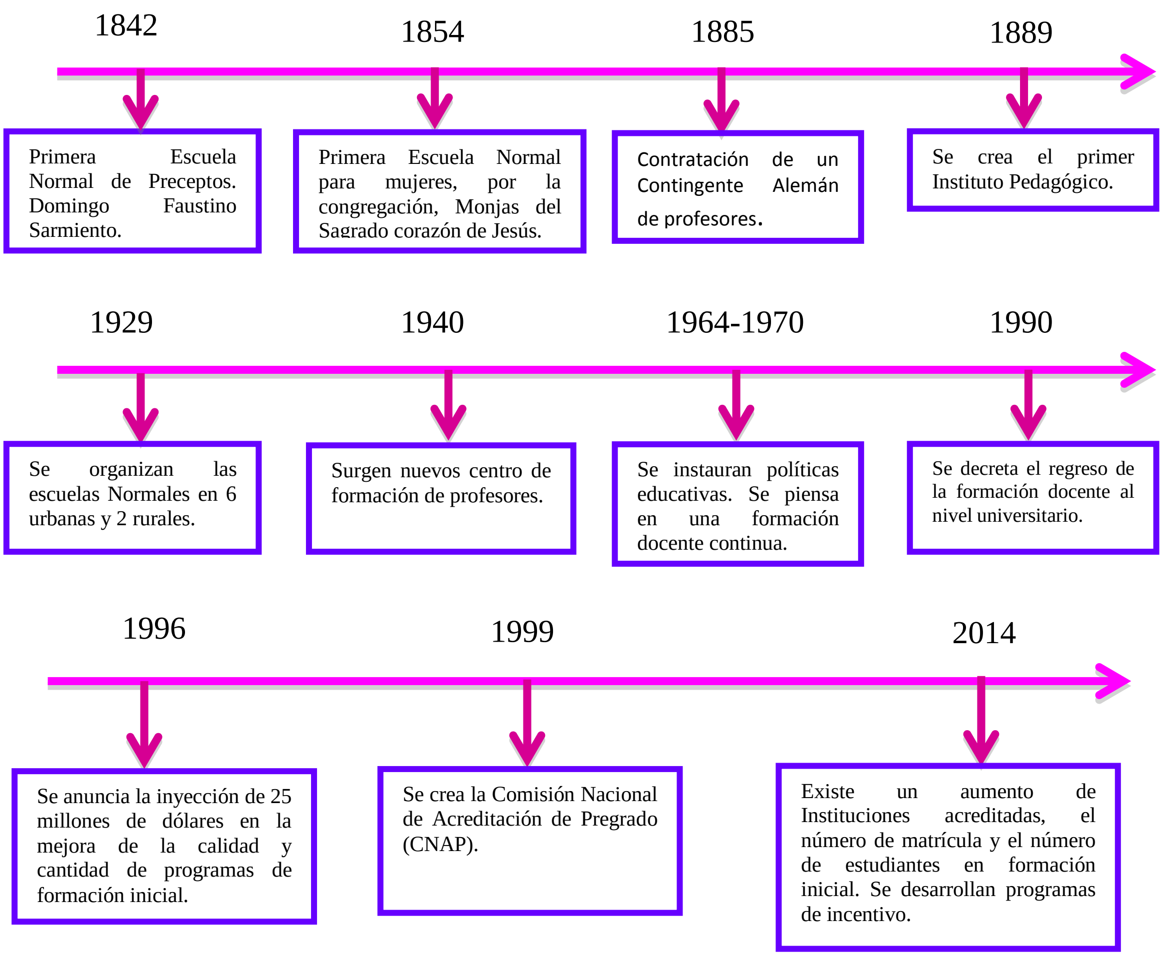


Figura 1.1: Estadísticas División de Educación Superior (2003)

Finalmente, a modo de resumen en torno a lo dicho anteriormente, presentamos una línea de tiempo que expone los momentos más importantes en el desarrollo de la formación docente en Chile, fruto de las reflexiones que se dan en el trabajo de Avalos (2002).



I.3 Discurso Matemático Escolar

Las investigaciones en Educación Matemáticas han ahondado en ciertas problemáticas que se dan en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así estas centran la atención en los procesos cognitivos que están vinculados a las construcciones mentales necesarias para la adquisición de conocimientos. De igual forma hay otras que ponen la atención en el análisis de las relaciones que se dan entre el saber, el alumno y el profesor. Estos y otros más, si bien son un aporte significativo para la disciplina como tal, dejan de lado la construcción social del conocimiento matemático, lo cual desde una postura Socioepistemológica, soslaya la construcción del conocimiento por parte del individuo en un contexto y grupo determinado.

De esta manera los trabajos de investigación dan prioridad a la búsqueda de mecanismos que permiten favorecer los objetos matemáticos que se dan en el dME, los cuales desde una mirada Socioepistemológica no tiene otra intención que fundar un proceso de exclusión, tal como lo indica Soto (2010). Ahora bien, la pregunta natural en este contexto es qué excluye, a quién excluye y cómo lo hace. Con relación a lo anterior, indicamos que estas preguntas son abordadas por la TS mediante el reconocimiento de los Fenómenos de Exclusión, Opacidad y el de Adherencia. De ahí que podemos reconocer que el dME, tiene un predominio en términos epistemológicos por sobre los emergentes, por ejemplo, la epistemología inmersa en la noción de cantidad en el pueblo Otomí (Parra, 2008); así el dME muestra su hegemonía al considerarse éste, como el único marco de referencia en el sistema educativo.

En este contexto, creemos que el centro de la discusión es el reconocimiento de la exclusión como causa de la opacidad de significados para los estudiantes, maestros, programas de formación, centros académicos del nivel superior, formación de profesores, entre otros. Lo cual deviene de una imposición de Significados, Procedimientos y Argumentaciones (Soto, 2010) producto de la exclusión en torno al conocimiento. De ahí que es válido preguntarse, ¿Por qué un discurso como éste ha permanecido en el desarrollo de los recursos humanos en el tiempo? Desde nuestra perspectiva, por el hecho de que sin darnos cuenta todos hemos sido parte de un proceso de *Adherencia* en términos de Cordero y Silva-Crocci (2012). Tal que somos adherente al conocimiento que se construye externamente a nuestra comunidad, lo cual nos lleva a guiar nuestras construcciones de conocimiento únicamente a partir de lo que el sistema impone de manera simbólica, sin acto alguno de ruptura de dicha imposición, dado que impide tanto al maestro como al estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, cuestionar y trastocar la matemática escolar. Generando de esta manera una exclusión del conocimiento, la cual trasciende en una imposición simbólica, lo que por consiguiente, provoca la segregación del conocimiento que se construye en la escuela y en el cotidiano del ciudadano.

Es decir, se están opacando las construcciones del conocimiento del ciudadano, lo cual nos lleva a reconocer el Fenómeno de Opacidad en el sistema educativo. Eso a partir de entender a éste, como una barrera que impide la relación entre el cotidiano y la matemática escolar, tal como lo aborda el trabajo de Gómez *et. al*. (2013). Esto nos permite evidenciar cómo el dME soslaya la construcción del conocimiento que se tiene en el cotidiano. Propiciando así, la construcción del conocimiento desde una justificación de tipo racional, generada por una matemática utilitaria y en ningún caso, una de tipo funcional fruto de la incorporación orgánica del conocimiento, ver figura 1.2.

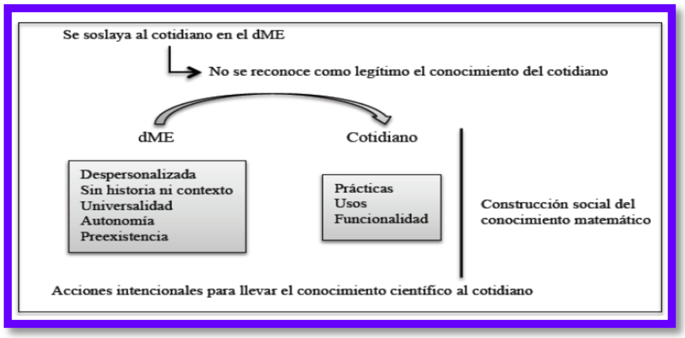


Figura 1.2: El discurso Matemático Escolar y el Cotidiano (Cordero, 2013)

En la figura 1.2, se aborda la problemática que hemos presentado. Sin embargo, es importante mostrar cómo en actualidad se ha reconocido la necesidad de que ambas epistemologías, es decir, la del dME y la del cotidiano, logren dialogar permanentemente entre ellas mediante acciones intencionadas, dado que será en ese escenario en donde se obtendrá la CSCM.

I.4 Perspectiva del Cálculo

La presente investigación aborda la temática del Cálculo, ello con base a la relevancia que éste tiene dentro de la formación matemática que hoy en día los estudiantes del nivel superior deben enfrentar en el estudio de las diferentes disciplinas. Sin embargo aun con ello “los estudiantes no logran una compresión satisfactoria de los conceptos e ideas más relevantes de esta rama de la matemática” (Caballero, 2012, p.1). Lo cual nos invita a reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje en el cual están inmersos los diferentes actores del sistema educativo.

Ahora bien, nos parece importante resaltar algunos reportes de investigación que reconocen al Cálculo como una rama de la matemática que está presente en los programas académicos del área de la ciencia, por ejemplo, en la física, la química e incluso en la formación de estudiantes de pedagogía en matemáticas del nivel universitario, lo cual se logra apreciar, al reconocer que la "La matemática escolar está al servicio de otro dominios científicos y de otras prácticas de referencia, de donde a su vez adquiere sentido y significación" (Cantoral, Farfán, 1998, p.3). Por ello es importante analizar, cómo vive el Cálculo en la matemática escolar del sistema educativo universitario. De ahí que se ha reconocido cómo el Cálculo tiende a la centración en los objetos matemáticos en el proceso de enseñanza de él, propiciando de esta manera argumentaciones utilitarias de la matemática:

> Por lo general, conciben al Calculus como una herramienta que los provee de algoritmos eficientes, a los cuales, a posteriori, se les busca alguna aplicación. Esa concepción, en el mejor de los casos, provoca un buen desarrollo de los procedimientos analíticos de los conceptos y logra matizarlos en los dominios de las funciones; sin embargo, muchas veces se cree que aquellos procedimientos sustituyen cualquier otro tipo de procedimientos, como los intuitivos y los visuales, debido a que el estatus favorece la consideración de los conceptos matemáticos como objetos ya hechos, sin reparar en que pueden ser construidos por los estudiantes de manera funcional para que traten con distintas clases de situaciones (Cordero, 2005, p.269).

De esta manera logramos reconocer en la enseñanza del Cálculo una tendencia en torno a la centración en los objetos matemáticos, generando así una perspectiva de la matemática preexistente y acabada. En este contexto, se logra observar cómo se concreta, en el dME la centración en los objetos matemáticos desde la óptica del Cálculo; Cordero (2008, p.2) nos hace ver lo planteado anteriormente a partir de:

> El cálculo escolar significa el Cálculo (*Calculus*) con una epistemología intencional de ser enseñado y aprendido, por lo que lleva a componentes diferentes entre ambos saberes. Por ejemplo, el Cálculo como un saber contiene conceptos y definiciones explícitas, mientras que el Cálculo como un saber intencional contiene categorías implícitas. Para el primero, los

componentes principales son los objetos matemáticos, tales como la función, el límite, la derivada, y la integral, mientras que para el segundo son los significados situacionales de tales objetos matemáticos, tales como la predicción, la graficación y la analiticidad.

Lo anterior conlleva mirar a la matemática como algo acabado desde la perspectiva de reconocer al Cálculo como un saber descontextualizado, bajo las estrategias mnemotécnicas que se dan tanto en la enseñanza y aprendizaje de él. A modo de ejemplo, consideramos las observaciones realizadas por Cantoral y Farfán (1998) a partir de la aplicación de una secuencia de actividades que han sido implementadas con diferentes grupos de estudiantes. De esta secuencia, consideraremos sólo la tercera etapa, ya que en ella se logra evidenciar el uso de las estrategias mnemotécnicas, al solicitar a los estudiantes reconocer $f'' > 0$ en la figura 1.3.

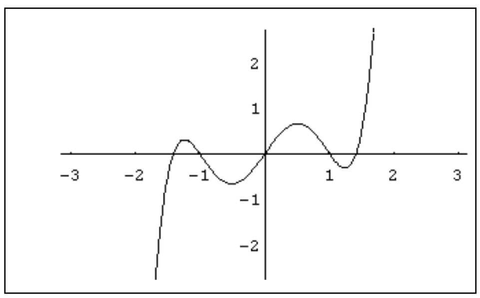


Figura 1.3: Gráfico de una función (Cantoral & Farfán, 1998)

Ahora bien, destacamos en este contexto el tratamiento que en la actualidad se tiene de la derivada en el Cálculo universitario, por ello abordaremos la relación contractual que se evidencia en el nivel educativo antes indicado a modo de ejemplificar la centración que hay en torno a los objetos matemáticos:

Función; valor numérico; función derivada primera; signo de la función derivada primera (para relacionarla con el crecimiento-decrecimiento de la función); valor numérico de la función derivada primera (para significarla como el coeficiente angular de la recta tangente al gráfico en el punto en cuestión); función derivada segunda, signo de la función derivada segunda (para relacionarla con la concavidad positiva-negativa de la función) (Testa, 2004, p.33)

De esta manera, las planificaciones de los cursos de Cálculo están estructuradas con base a las propuestas didácticas que se han desarrollado en el tiempo, de lo cual el trabajo de Montiel (2005) da evidencia a partir de:

a) La definición de límite del cociente incremental.

b) La explicación de la secante que deviene tangente

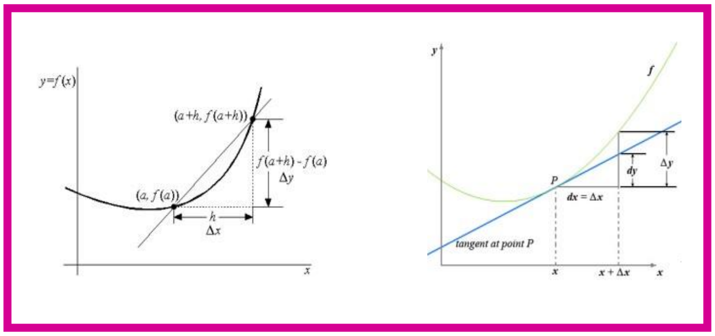


Figura 1.4: Visualización gráfica de la derivada (Gómez, 2013)

Ambas propuestas, son abordadas de manera transversal en la enseñanza de la derivada, lo cual se puede evidenciar los libros de textos que son usados por los profesores. Situación que es abordada en Testa (2004), al reportar de manera más exhaustiva la revisión de la literatura que utilizan los profesores y estudiantes de cálculo diferencial.

Destacamos en este contexto, el reconocimiento de las prácticas educativas en torno a la enseñanza del cálculo y en especial en relación a la noción de la derivada. La cual está centrada en el objeto matemático a partir del uso de elementos técnicos como por ejemplo, las tablas de derivadas. Las cuales son utilizadas como una solución al problema de la construcción de conocimiento. Generando así, una centración en este tipo de recursos, y no en las construcciones del conocimiento matemático por parte de los estudiantes que se están formando para cumplir un rol en la sociedad y en el sistema educativo, (ver figura 1.5).

$$
\begin{aligned}
&f(x) = a && f'(x) = 0\\
&f(x) = x && f'(x) = 1\\
&f(x) = ax && f'(x) = a\\
&f(x) = ax + b && f'(x) = a\\
&f(x) = x^n && f'(x) = nx^{n-1}\\
&f(x) = \sqrt{x} && f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\\
&f(x) = e^x && f'(x) = e^x\\
&f(x) = \ln(x) && f'(x) = \frac{1}{x}\\
&f(x) = a^x (a > 0) && f'(x) = a^x \ln(a)\\
&f(x) = \log_b(x) && f'(x) = \frac{1}{x\ln(b)}\\
&f(x) = \frac{1}{x^n} = (x^n)^{-1} = x^{-n} && f'(x) = -nx^{-n-1} = -nx^{-(n+1)} = \frac{-n}{x^{n+1}}\\
&f(x) = \operatorname{sen}(x) && f'(x) = \cos(x)\\
&f(x) = \cos(x) && f'(x) = -\operatorname{sen}(x)\\
&f(x) = \tan(x) && f'(x) = \sec^2(x) = \frac{1}{cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)\\
&f(x) = \csc(x) && f'(x) = -\csc(x)\cot(x)\\
&f(x) = \sec(x) && f'(x) = \sec(x)\tan(x)\\
&f(x) = \cot(x) && f'(x) = -\csc^2(x)\\
&f(x) = \operatorname{arcsen}(x) && f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\\
&f(x) = \arccos(x) && f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\\
&f(x) = \arctan(x) && f'(x) = \frac{1}{1+x^2}
\end{aligned}
$$

Figura 1.5: Técnicas de derivación

Por lo tanto nuestra hipótesis es que la apropiación de una concepción utilitaria del concepto de derivada por parte del estudiante de pedagogía en matemáticas. Tal que la derivada se concibe desde los procesos algorítmicos como una estrategia de iteración de funciones. Lo cual robustece la enseñanza del Cálculo a partir de una perspectiva de adquisición de conocimiento y no de construcción de éste. Ello mediante el uso de las estrategias de derivación de la primera derivada, lo cual permite determinar por iteración cualquier derivada específica. (Ver figura 1.6).

$$(((f)')' \dots .)' \Rightarrow \text{Iteración}$$

Figura 1.6: Iteración de funciones

I.5 Uso de la Gráfica

Ciertos trabajos (Cantoral, 2013; Cordero, 2008; Cordero, 2013) han puesto en discusión y sobre todo, han resaltado la necesidad de concebir al saber en uso, ya que es ahí donde se da la construcción del conocimiento desde una perspectiva Socioepistemológica. Asimismo, esta postura tensa la visión de adquisición del conocimiento, ya que ésta más bien centra la atención en un conocimiento utiliario, con sentidos restringuidos, en contra parte de uno de tipo funcional.

Ahora bien, ¿Por qué mirar entonces los usos de las gráficas?; ¿Por qué pensar en las gráficas de manera diferente a las propuestas didácticas de la escuela?; para abordar estas preguntas, debemos considerar los diversos estudios que se han desarrollado en relación a los usos de las gráficas en el marco del programa de investigación que se lleva a cabo bajo la TS. En este contexto, destacamos los avances significativos que se pueden apreciar en estudios como el realizado por Torres (2013); donde se reconocen los usos de las gráficas por parte de un grupo de especialistas en transformadores eléctricos en la provincia de Yucatán, México. De igual forma, es el caso del estudio realizado por Parra (2008) donde se reconoce la resignificación de la derivada a partir de la concepción de acumulación en la comunidad de estudiantes de ingeniería.

Es importante entonces establecer el nuevo estatus que se le ha conferido a la gráfica como tal, al posicionar a ésta como una construcción de conocimiento, dado que no sólo se puede aprecia a ella como una representación de un determinado fenómeno o bien, como parte de un proceso vertical de la enseñanza del Cálculo en el nivel universitario. De ahí que el estudiar este proceso vertical, en donde la gráfica sólo representa un objeto matemático (Ferrer, 2012), ha permitido reconocer cómo esta mirada centrada en los objeto matemático soslaya el estatus que la gráfica logra, cuando intensionalmente se presenta una secuencia de situaciones específicas. Por ejemplo, en la linealidad del polinomio. Trabajo que aborda esta temática y da cuenta de nuevas argumentaciones producto de poner a la gráfica, como aquella que guía comportamientos, (Cordero, 2008).

En este contexto, es importante reconocer las diferentes visiones que se han estudiado en torno a la gráfica de una función. Una de ellas es el conocimiento sobre las estrategias que permiten la construcción de una determina gráfica. Otra es la incorporación de aspectos como la interpretación de éstas (Dolores, 2007). Sin embargo, se desconocía cuales eran realmente los usos que se le daban a las gráficas en el dME.

> Habrá que abrir brecha sobre otros horizontes tales como realizar estudios sobre los usos de las gráficas en el discurso matemático escolar, los cuales podrían darnos datos sobre la función y forma de las gráficas según los diferentes contextos disciplinares (Campos, 2003, p.141).

Frente a ello, la comunidad de conocimiento de ME bajo la TS da cabida al desarrollo de estudios en torno a los usos de las gráficas, lo que logra brindar un estatus epistemológico significativo. Un ejemplo de lo anterior es el trabajo realizado por Cordero y Flores (2007). Aquí el interés está centrado justamente en el uso de las gráficas que son parte del dME, el cual se manifiesta de mejor manera en los libros de textos que son utilizados tanto para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el sistema educativo mexicano. Todo ello con objeto de establecer los usos de las gráficas mediantes los funcionamientos y formas, abordando de manera simultánea el análisis de las actividades asociadas a cada uno de los momentos epistemológicos que fueron determinados en dicho trabajo.

Estos tres momentos epistemológicos configurdos a través de una epistemología de usos de la gráfica son nombrados y ordenados tal como lo muestra la figura 1.7:

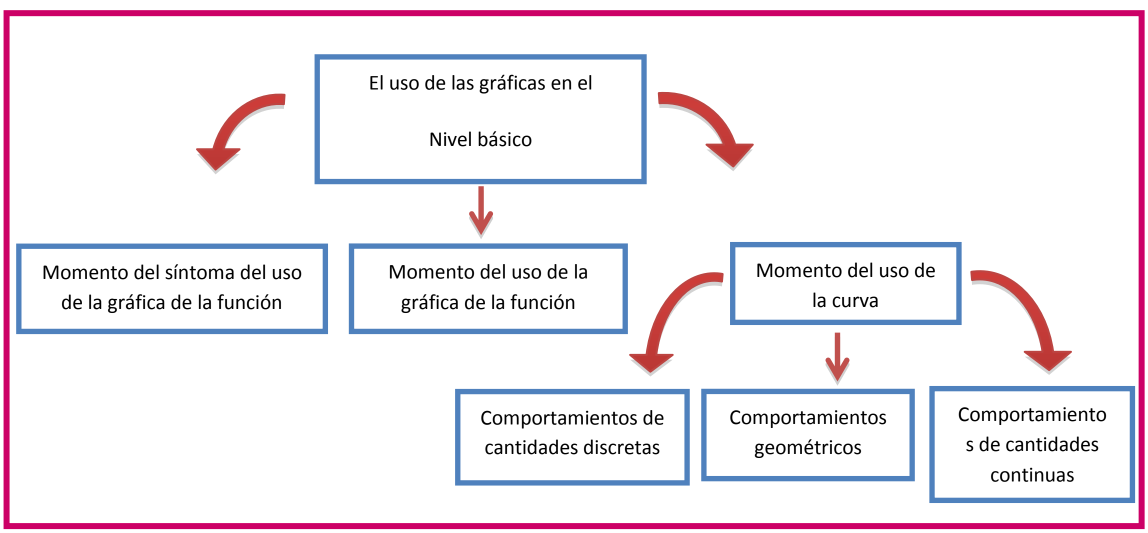


Figura 1.7: Marco de referencia del uso de las en los libros de textos del nivel básico (Cordero & Flores, 2007)

En esta misma línea de investigación, se encuentra el trabajo realizado por Cordero, Cen y Suarez (2010). Sin embargo, en éste existe más bien un tratamiento sobre los funcionamientos y las formas de las gráficas en el plan de bachillerato, lo cual se manifiesta en una revisión de la literatura matemática escolar utilizada en este nivel del sistema educativo mexicano para conocer los usos que le dan a la gráfica. La figura 1.8 muestra un resumen de las gráficas en el plan bachillerato.

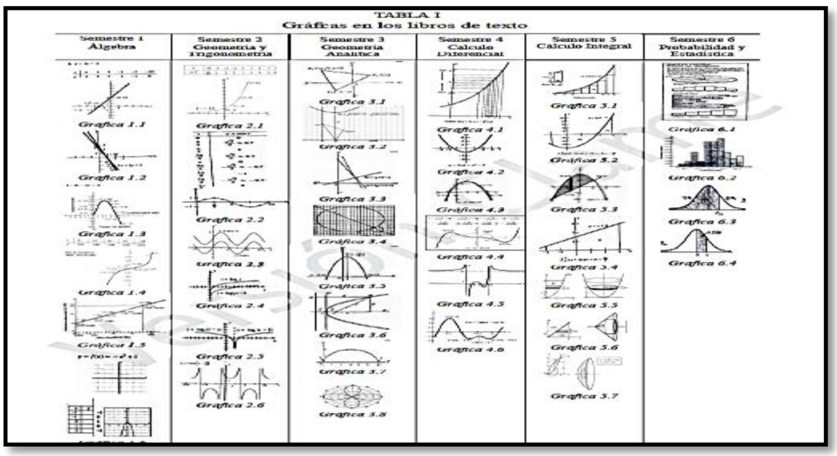


Figura 1.8: Gráficas en los libros de textos (Cordero, Cen, Suarez, 2010)

Ahora bien, es importante el análisis de estos funcionamientos y sus respectivas formas, tal que permiten observar cómo las gráficas se presentan en torno a los usos, cuando se mira la construcción del conocimiento en la enseñanza que reciben los estudiantes. Ya que los usos se dan en el debate entre los funcionamientos y las formas.

I.6 Preguntas de Investigación:

El trabajo de investigación, problematiza el dME a partir de las imposiciones de Significados, Procedimientos y Argumentaciones (Soto, 2010). Situación que en el sistema educativo se logra evidenciar a partir de la centración en los objetos matemáticos.

Destacamos que de esta manera, los alcances que tiene el dME en el sistema educativo; de ahí que nos interesa particularmente la formación inicial de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile, ya que reconocemos en él un Fenómeno de Opacidad en las construcciones sociales del conocimiento matemático de esta comunidad de conocimiento. De esta forma abordamos la problemática bajo la TS, tal que ésta nos permite lograr un mayor entendimiento a partir de los constructos que se han desarrollado en las distintas líneas de investigación.

Ahora bien, creemos importante evidenciar la formación inicial de esta comunidad de conocimiento, ya que ésta representa una rama importante de la sociedad. Por esto se busca evidenciar los usos de las gráficas en las derivadas en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas de dicho país, tal que esto nos ofrecerá la posibilidad de discutir la concepción de gráfica y de derivada que posee ésta comunidad.

De esta forma, para evidenciar los usos que los estudiantes de esta comunidad de conocimiento poseen, se espera utilizar la articulación de los siguientes tres elementos: una caracterización disciplinar de la formación inicial de esta comunidad; una epistemología de usos de las gráficas en las derivadas; y los dos ejes centrales del MCCM: Institucionalización e Identidad. Todo ello con objeto de dar entendimiento a los usos particulares que se dan cuando los estudiantes se ven enfrentados intencionalemente a una situación específica, por ejemplo, la de transformación.

Así, creemos haber identificado algunas preguntas que son relevantes e importantes de plantear. De ahí que al considerar la discusión que se lleva en los distintos foros de educación, podemos observar cómo se dan determinadas preguntas en torno a la formación inicial de profesores de matemáticas. Las cuales, desde nuestro punto de vista, no abordan realmente la problemática de fondo, ya que más bien están a la espera de identificar cuánta matemática, cuánta pedagogía o cuánta didáctica, deben adquirir los estudiantes que se están formando como profesores.

De lo anterior, es que entonces creemos relevante preguntarnos en este trabajo:

¿Cómo se puede caracterizar el conocimiento matemático cotidiano en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile?

¿Cómo usan el conocimiento matemático los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile en torno a las gráficas en las derivadas?

¿Cuáles son los significados, procedimientos y argumentaciones en la construcción de conocimiento de la comunidad de estudiantes en formación inicial en matemática en Chile?

Capítulo 2: Marco Teórico

Capítulo II: Marco Teórico

Este trabajo tiene como marco teórico a la Teoría Socioepistemológica (TS), la cual se aboradará en este apartado a partir de la revisión de dos constructos que son parte de ella, es decir: El Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático y la Categoría de Modelación – Graficación (M-G).

II.1 La Teoría Socioepistemológica

Cerca de los años setenta nace en México la TS a la luz de las reflexiones que se dan en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. Lugar donde hasta el día de hoy, se llevan a cabo posgrados en la disciplina de la ME.

La TS es parte de la disciplina de la ME, la cual tiene por objeto brindar explicaciones acerca de la construcción del conocimiento matemático y las formas en que éste se institucionaliza en el sistema escolar (Soto, 2010). De ahí que en ME han surgido diferentes aproximaciones teóricas, que buscan comprender los distintos fenómenos inmersos en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Así pues, la TS se focaliza en reconocer el proceso de enseñanza y aprendizaje, con objeto de reconocer las construcciones sociales que se dan en los procesos de adquisición y difusión del conocimiento matemático. Sin embargo, aquella postura representaba un desafío, ya que el foco de atención era un camino distinto a los estudios que se estaban realizando, dado que más bien en las teorías predominantes, el interes erá desarrollar estrategias de adquisición de conocimiento desde lo cognitivo. De ahí que la Socioepistemología, logra tomar un estatus relevante dentro de la disciplina, ya que su propuesta lograba incorporar el aspecto sociocultural como eje de la nueva mirada.

De esta forma, el foco de atención de la Socioepistemología erá el reconocimiento de las prácticas sociales en la construcción del conocimiento. Entendiendo a éstas como aquello que hace que una persona haga lo que hace (Gómez, 2009).

Ahora bien, en este proceso de identificación de las prácticas sociales, la Socioepistemología, ha reconocido una pluralidad epistemológica en torno a la construcción del conocimiento matemático, fruto de las diversas realidades en donde se construye conocimiento de éste tipo, de ahí la necesidad de estudiarlas y reconocerlas tal como por ejemplo en Parra (2012).

Debemos por tanto, favorecer los estudios en torno a esta línea de trabajo de tal manera de reconocer las epistemologías que son propias de las construcciones de conocimiento de las distintas comunidades, sobre todo cuando ellas no están presentes en las estructuras del currículum escolar. Esto en virtud de imperar una imposición de *significados, procedimiento y Argumentaciones* que finalmente opacan las nuevas y diferentes epistemologías que van surgiendo en la actividad humana, donde el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intención (Domínguez, 2003). De ahí la relevancia de la TS y los estudios que se llevan en relación a ella.

En este contexto, indicamos que la TS se ha preocupado por dar valor a las diferentes epistemologías que están soslayadas en torno a la CSCM. Esto quiere decir que al hablar de la TS, estamos haciendo alusión a la posibilidad de dar valor al uso del conocimiento de manera situada, contextualizada, con un pensamiento de tipo funcional a partir de los usos del conocimiento matemático (Cordero, 2013).

Así se destaca que la principal problemática de la TS, es la confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar, donde esta última debe reinterpretar y reorganizar la primera (Cordero, 2001); con objeto de establecer un diálogo entre ambas obras que se caracterizan por ser de epistemologías de naturaleza distinta. De ahí que pensar la primera respectivamente, dentro del salón de clases es complejo, tal que ella no considera en su estructura a otras epistemologías, como por ejemplo la del ciudadano en su cotidiano.

En la confrontación que hemos indicado anteriormente, se logran evidenciar ciertos tipos de fenómenos didácticos, los cuales han sido trabajados y reconocidos en diferentes escenarios del ámbito educativo fruto de evidenciarse dos epistemologías de naturaleza distinta, lo cual provoca un proceso de confrontación permanente entre ellas.

Ahora bien, como se ha mostrado hasta aquí, estas dos epistemologías son de naturalezas distintas, como se puede aprecier en la figura 2.1. Cuadro que permite reconocer ambas epistemologías a partir de diferentes perspectivas una de otra, tal que mientras una reconoce al conocimiento como preexistente, la otra concibe más bien la construcción del conocimiento por parte del humano o bien, mientras la primera centra la atención en la adquisición del conocimiento, la segunda reconoce el valor del uso del conocimiento en el humano. Así se expresa por tanto, la distinsión entre una perspectiva y otra.

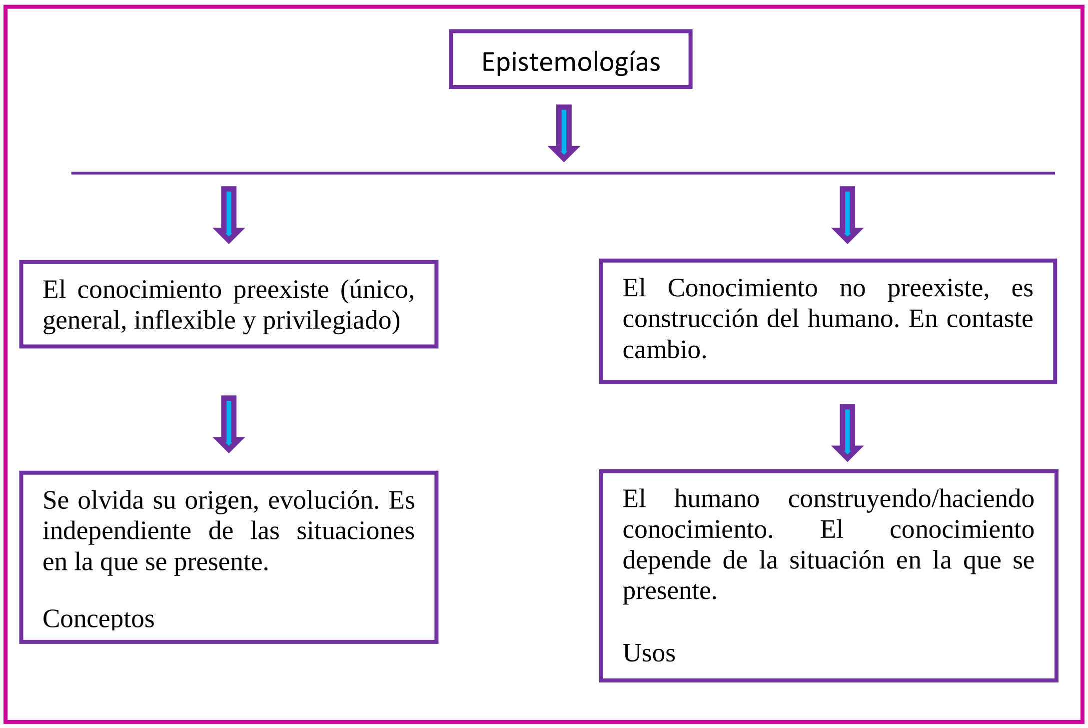


Figura 2.1: Perspectivas epistemológicas (Parra, 2012)

Ahora bien, la TS involucra una serie de constructos como por ejemplo: la construcción social del conocimiento, los procesos de institucionalización, los usos del conocimiento, el lenguaje de herramientas, entre otros (Torres, 2013). Los cuales han contribuido en dar valor a la actividad humana como tal, ya que pone de relevancia en la construcción del conocimiento desde el mismo humano y no para éste.

Así pues, la Socioepistemología ha permitido realizar estudios de orden sistémicos a partir de la articulación de sus dimenciones en torno a los análisis que ella propone. Es decir, abordar la discusión desde: Lo epistemológico, lo cognitivo, lo didáctico y lo sociocultural. Lo cual sin duda ha permitido tener un panorama amplio, tal que ha colaborado en el reconocimiento del por qué un grupo humano se organiza para construir un determinado conocimiento (Gómez, 2009).

Al posicionarse entonces esta investigación desde la Socioepistemología, se estará considerando en su globalidad la funcionalidad del conocimiento matemático, los usos, los funcionamientos y las formas en los diferentes escenarios como por ejemplos: la escuela, el trabajo y la ciudad (Torres, 2013). Todo ello con objeto de reconocer las prácticas sociales que están inmersas en la construcción del conocimiento matemático y propiciar a la vez, la descentralización de los objetos matemáticos.

Ahora bien, por qué pensar en la descentralización de los objetos matemático. Lo relevante de este cuestionamiento, es abordar la problemática de fondo, es decir, los objetos matemáticos se han transformado en la estructura sobre lo cual se han llevado adelante los procesos de enseñanza y aprendizaje. Logrando así que la actividad humana sea puesta al servicio de la matemática, y no así la disciplina al servicio de la actividad humana (Soto, 2010). Lo cual se transforma en una tarea que debemos abordar mediante la consideración de las construcciones del conocimiento que se da de manera particular en las distintas comunidades, tal que de esta manera se da ruptura a la función de los objetos matemáticos como un agente que propicia la homogenidad que busca el sistema educativo.

De esta forma, surge entonces la necesidad de observar más detalladamente las distintas comunidades de conocimiento existentes, como por ejemplo: la Otomí, la Ñuu Savi, la de Sordos, la de los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile, entre otras. Esto con objeto de identificar los usos particulares en torno a la construcción social del conocimiento matemático, reconociendo así, al humano como constructor de conocimiento.

En este contexto, surge preguntarse por qué hablar entonces de comunidades de conocimiento. Desde nuestra perspectiva para lograr identificar las distintas fuentes epistemologícas que se desarrollan cuando se construye socialmente el conocimiento, lograndoasí valorar a éstas. De ahí la necesidad de pensar y proponer un MCCM para lograr identificar los usos particulares de estas comunidades en cuestión.

II.2 Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático (MCCM)

Hablar de un modelo de comunidad de conocimiento, es dar valor y reconocimiento a las identidades de las comunidades en las cuales se construye conocimiento socialmente compartido. Lo cual supone considerar al humano, en una construcción del conocimiento a partir de un otro, en contra parte, al individuo de manera aislada (Cordero, 2013).

Así dentro de la preocupación que tiene la TS en torno a los usos del conocimiento, se ha avanzado de manera importante en el desarrollo del constructo denominado Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático. Ello con la intención de dar valor al uso del conocimiento matemático en las distintas comunidades de conocimiento a partir éste, el cual nos permite justamente, lograr diferenciar una comunidad de otra en términos de cómo se construye el conocimiento y de cómo se usa el mismo.

Ahora bien, para profundizar en el MCCM, es necesario identificar, entender y caracterizar los elementos que lo componen de tal manera de lograr mayor presicion sobre estos. De ahí que a modo de resumen exponemos a elementos a partir de la figura 2.2 y precisamos en ellos más adelante.

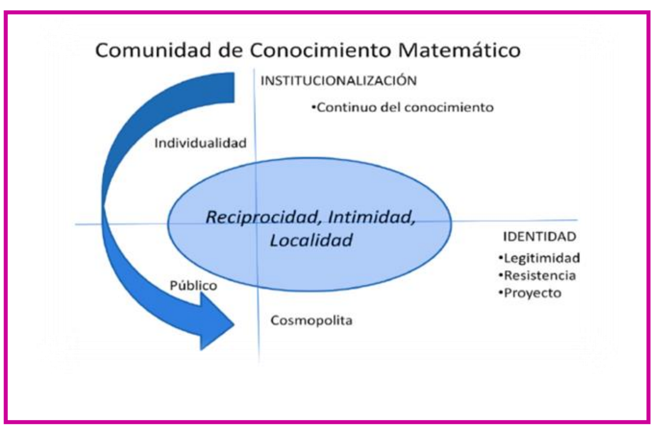


Figura 2.2: Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático Cordero (2013)

El MCCM busca caracterizar a una comunidad en términos del conocimiento que ocurre y se construye en su interior (Cordero, 2013). De esta manera se propicia la distinción de lo individual, lo público y lo universal en torno a la construcción del conocimiento, a partir de la caracterización de la triada: reciprocidad, intimidad y localidad.

Por lo anterior, destacamos que la triada "Permite identificar e interpretar, los códigos internos que se establecen dentro de la comunidad, al asumirse como un todo y no, como un individuo aislado de la construcción de conocimiento matemático" (Torres, 2013, p.48). Por ello se entenderá por reciprocidad, al compromiso mutuo entre los miembros de la comunidad entorno al conocimiento. A la intimidad, como el uso del conocimiento propio y privado de la comunidad, tal que no es público ni se manifiesta de la misma manera en otras comunidades. Finalmente a la localidad, como aquella que permite delimitar al colectivo mismo y caracterizarlo mediante aquello que le es propio.

Así pues, se da cuerpo a la estructura del modelo, el cual además posee como parte de éste, dos ejes centrales, es decir: la Institucionalización y la Identidad. Constructos que permiten tener una mirada global sobre los usos del conocimiento de una comunidad de conocimiento. Por ello, entenderemos a la Institucionalización como el continuo del conocimiento matemático, lo cual señala: la tradición, la cultura y la historia de éste. En virtud de reconocer aquellos aspectos que se han mantenido en el tiempo en una comunidad de conocimiento matemático.

Ahora bien, entenderemos al constructo Identidad como el segundo eje del MCCM a partir de la legitimidad, la resistencia y el proyecto. Tal que es ahí, donde se conforman los *sentidos* que caracterizan a una comunidad de otra (Silva-Crocci, 2012).

Destacamos así que tanto la triada y los dos ejes centrales del modelo, logran configurar un marco de referencia en términos metodológicos cuando se estudian comunidades de conocimento, a partir de la identificación de los usos del conocimiento que se dan en una determina comunidad, cuando sus integrantes se ven enfrentados a una situación específica ya sea en la escuela, el trabajo o la ciudad. De ahí que el ciudadano se concibe inmerso en una comunidad de conocimiento, ya que éste es parte de uno de estos tres escenarios que permiten observar su realidad, su cotidiano.

II.3 Categoría de Modelación - Graficación

Con el fin abrir la discusión en torno a la categoría del conocimiento Modelación-Graficación, analizaremos, el esquema de la figura 2.3.

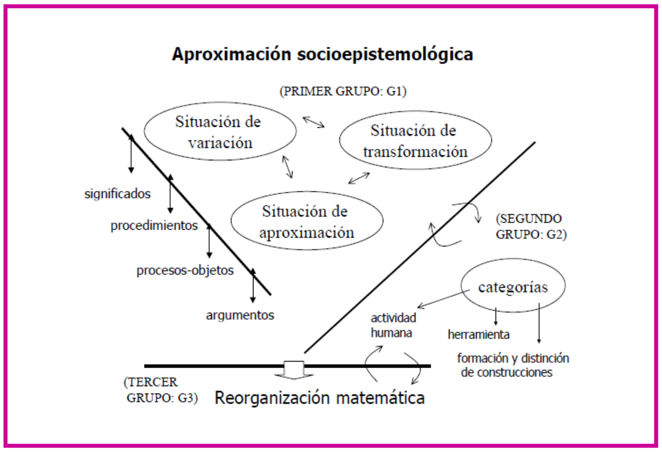


Figura 2.3: Aproximación Socioepistemológica (Domínguez, 2003)

De los gupos que componen a la figura 2.3, el primero de ellos, aborda las cuatro dimensiones que se ponen en juego en la TS, es decir: lo espistemológico, lo cognitivo, lo didáctico y lo social. Esto enmarcado en un cuadro que permite formular la argumentación, como un marco compuesto intencionalmente de significados, procedimientos, procesos y objetos.

En este contexto, reconocemos que la argumentación, se cristaliza a partir de una situación específica, por ejemplo, la predicción tal como lo indica Cantoral (2001, citado en Cordero, 2008). Ésta en ese contexto, se reconoce como una práctica social generadora de conocimiento en el Cálculo. De ahí que hablamos de la predicción, como aquella que se convierte en la argumentación de la situación de variación mediante significados, procedimientos, proceso y objetos específicos.

Asimismo, se han identificado otras argumentaciones, por ejemplo, la analiticidad de las funciones, la cual corresponde a la argumentación de la situación de aproximación; o bien, la modelación-graficación, la cual se convierte en la argumentación de la situación de transformación, donde se resignifica el uso de la gráfica a partir del debate entre sus funcionamientos y formas.

Ahora bien, el segundo grupo que se identifica en la figura 2.3. Da cuenta de la reorganización de la obra matemática, lo cual es una necesidad vital que precisa la matemática escolar en la actualidad. Así para la reorganización de ésta, se espera considerar para ello, las construcciones de conocimiento que se dan en la misma escuela, con objeto de reconocer y valorar las formas de construcción del conocimiento que se da en las actividades particulares del humano en este tipo de escenario. De esta forma, valoramos las reconstrucciones de significados a través de su organización social a partir de las clases de tareas y acciones que estos desarrollan.

Por lo anterior, es importante llamarles entonces a estas reconstrucciones de significados en el Cálculo que se da en la actividad humana, categorías del conocimiento matemático (Cordero, 2001, 2006, 2008, 2013). Ya que ellas son nociones medulares del proceso de reconstrucción de significado, en virtud de contar con un carácter funcional del conocimiento matemático. Es decir, en palabras de Domínguez (2003) al referirnos a la categoría del conocimiento, hacemos referencia al enlace o medio que articula a la epistemología a través de la actividad humana, con aquello que sucede en el salón de clases.

Finalmente, el tercer grupo, trata la "Formulación de un mecanismo que permite objetivar y reproducir la epistemología de las prácticas sociales de referencia para cualquier relación didáctica" (Cordero, 2008, p 29). De ahí que la objetivación y reproducción, buscarán hacer explicita la reorganización matemática de tal manera de lograr una coherencia con los fenómenos educativos. En este contexto la epistemología se transforma por tanto, en la base del diseño de situaciones y de su implementación.

De esta manera hemos abordado la relevancia que tiene en la TS, el desarrollo de situaciones con base a una epistemología, lo cual se transforma finalmente en un mecanismo que busca la obtención de nuevas argumentaciones, todo a partir del reconocimiento de las prácticas sociales particulares al humano que intencionalmente se presentan mediante un diseño de situación con objeto de obtener a éstas. Ver figura 2.4

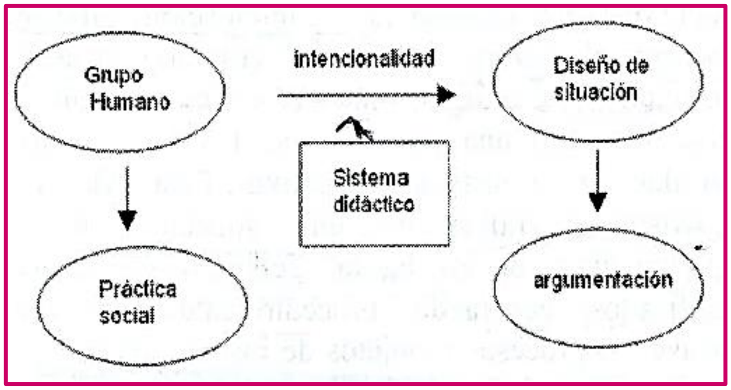


Figura 2.4: La práctica en lo social y la argumentación en lo situacional Cordero (2008)

Ahora bien, de las situaciones que ha trabajado la TS, nos centraremos en explicar el funcionamiento que tiene específicamente la situación de transformación, ya es ésta a nuestro juicio, una de las que permitiría en el futuro, reorganizar la matemática en el sistema educativo, ello con base a trabajos que han reportado su relevancia en el medio, por ejemplo: Suárez (2008).

Así, la argumentación Modelación-Graficación, es fruto del desarrollo de la situación de transformación. Es decir, se logra dar significado a patrones de comportamientos gráficos y analíticos a partir de la variación de parámetros, lo cual conlleva ciertos procesos y objetos que en este caso particular, son las instrucciones que organizan comportamientos, lo cual propicia el desarrollo intencionado de la argumentación antes indicada. Ver figura 2.5.

	Situaciones		
	Transformación	Variación	Aproximación
Resignificados	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Flujo, movimiento, acumulación, estado permanente	Variable, límite, derivada, integración, convergencia
Procedimientos	Variación de parámetros	Comparación de dos estados	Razón de cambio
Procesos y Objetos	Instrucción que organiza comportamientos	Cantidad de variación continua	Función
Argumentación	Graficación-modelación Comportamiento Tendencial	Predicción	Analiticidad de las funciones

Figura 2.5: Socioepistemología del Cálculo y del Análisis (Cordero 2001, 2008)

Habiendo explicado anteriormente los constructos de categoría del conocimiento, además, de haber abordado la situación de Modelación-Graficación; indicamos a continuación, la importancia que tiene la categoría de Modelación - Graficación, dado que se ha logrado identificar a la graficación como una modelación en sí misma, y a la modelación, como una construcción de conocimiento, lo cual soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación (Cordero, 2006).

En este contexto, nos parece importante aclarar que en la actualidad se conciben distintas visiones en torno a la modelación, por ejemplo, en la escuela sólo se considera a ésta, como una actividad que le da un sentido de aplicación a los conocimientos adquiridos en los distintos cursos de matemática (Suárez, 2008). Sin embargo, desde nuestro marco teórico, la Socioepistemología, se reconoce a la modelación como una construcción de conocimiento, la cual posee su propia estructura, constituida por un sistema dinámico, transformándose en un medio que propicia el desarrollo del razonamiento y de la argumentación (Suárez, 2008).

De esta manera la preocupación está puesta en la modelación que se da en la matemática escolar (Cordero, 2013); a partir de concebir a la modelación desde la construcción de conocimiento. Lo cual tensa la visión en torno a la realidad, dado que mientras unos apuestan por aborda la modelación desde la representación de la realidad, otros, como el caso que presenta Cordero (2006), la realidad es algo que se contruye al par del conocimiento.

Capítulo III:

Marco Metodológico

Capítulo III: Marco Metodológico

En este apartado, abordaremos los tres tres elementos que hemos articulado para el análisis de resultados, es decir: una caracterización disciplinar de la formación docente en Chile, la epistemología de usos de las gráficas en las derivadas y los dos ejes principales del Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático: Institucionalización e Identidad. Asimismo, se presentan las actividades y la población que fue parte de la puesta en escena.

III. 1 Caracterización Disciplinar de la Formación docente en Chile

A continuación, se discuten aquellas disciplinas que actualmente son parte de la formación docente en Chile, de tal manera de proporcionar un marco de referencia que permita reconocer y dar mayor entendimiento a las producciones que resultaron de la puesta en escena.

En este contexto, es importante abordar la reflexión actual en torno a la formación docente en Chile, esto con objeto de proveer un panorama general sobre los programas de formación que se dan en ese país, los cuales son vigilados por la relevancia que tienen en el futuro desarrollo de la educación nacional de Chile, tanto por las instituciones del Estado, como también, por la población. De ahí que logramos evidenciar la preocupación que existe actualmente en relación a los profesores en servicio y sobre los que se están preparando para cumplir ese rol, esto con base a los reportes que están en el trabajo Soto (2010); los cuales abordan la imagen que han confeccionado los medios de comunicación sobre los éstos.

Lo anterior, es fruto de los malos resultados educativos que año tras año, son mostrados en los diferentes escenarios de discusión educacional, a partir de las evaluaciones nacionales existentes a la fecha, es decir: SIMCE[2] y PSU[3].

[2] SIMCE: Sistema de Medición de la Calidad de la Educación

En este contexto, indicamos que ambas pruebas son de tipo homogéneas y responden a evaluaciones estandarizadas, lo cual sin duda se aleja de las distintas realidades académicas propias del sistema educativo, por ejemplo, la enseñanza de los profesores rurales. Donde un sólo profesor, tiene a su cargo más de cinco disciplinas en su plan educativo anual. Similar situación es el caso de la educación de los pueblos nativos, por ejemplo, los Pascuenses y Mapuches. De ahí que cuestionamos los actuales instrumentos que están favoreciendo la delimitación y el cuestionamiento a las capacidades de enseñanza tanto de los actuales como futuros docentes.

Sin embargo, es a partir de este tipo de evaluaciones desde donde surgen las críticas inmediatas en torno a la formación inicial, eso en la medida de establecer la existencia de un conjunto de problemas con base a la enseñanza que recibe esta comunidad. De ahí que nuevamente se hacen presentes preguntas sobre cómo enseñar, qué enseñar y cuánto enseñar a los estudiantes de formación inicial.

Ahora bien, como ya hemos indicado los trabajos que se han desarrollado en la comunidad Socioepistemológica, han reconocido el fenómeno de exclusión en relación a la CSCM en distintas comunidades, lo cual tiene su génesis en la imposición de Significados, Procedimientos y Argumentaciones (Soto, 2010). Esta situación, nos lleva a reflexionar sobre otros factores en torno a la baja calidad de la enseñanza de los actuales profesores, y de los que se están preparando para serlo en el futuro. Por ello, creemos que el cuestionamiento central debe estar orientado por preguntas como: ¿A qué se debe o bien, cómo se manifiesta esta imposición en la formación inicial de profesores?; tal que sin duda, esto nos llevará a reflexionar sobre los distintos programas de formación inicial a partir de considerarles un instrumento que permiten identificar las distintas disciplinas que son parte de ellos.

Por lo anterior, establecemos el cuadro de la figura 3.1, como referencia para la caracterización disciplinar que abordamos en el presente apartado, el cual es fruto de las reflexiones que se dan en el trabajo de Soto (2013). De ahí que destacamos el fondo de

[3] PSU: Prueba de Selección Universitaria

nuestra discusión, es decir: reconocer las disciplinas que están presentes en la formación inicial de profesores de matemáticas en Chile.

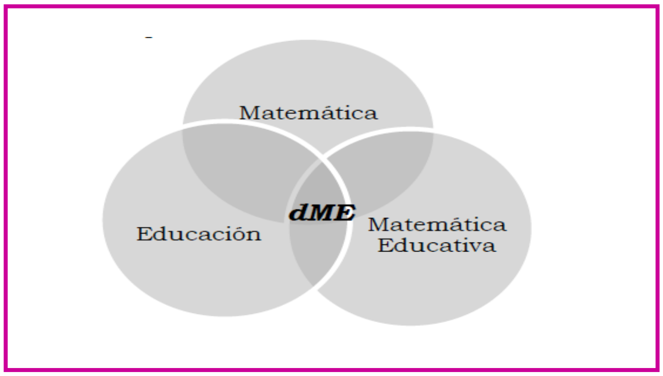


Figura 3.1: Esquema de las diferentes visiones dentro del Campo de la Formación de docentes en Matemáticas (Soto, 2013)

De lo anterior, indicamos que en esta caracterización aparecen a lo menos tres disciplinas, las cuales se pueden reconocer con mayor claridad en el panorama general. La primera de ellas es la Matemática, la cual es el eje central de la formación inicial de la comunidad de conocimiento estudiada, situación que lleva la discusión en torno a cuánta matemática deben aprender los estudiantes de pedagogía de matemáticas en Chile. Asimismo, se logra identificar a la Educación, como el segundo eje de mayor relevancia en la figura 3.1, ya que es un elemento transversal en torno a los programas de formación inicial, con objeto de brindar a los estudiantes las bases pedagógicas y psicológicas requeridas para ejercer su futuro rol docente.

Lo anterior, nos permite inferir ciertas problemáticas en torno a la enseñanza de ambas disciplinas, ya que entonces, algunos se cuestionan qué es más fructífero para su futuro rol de maestros, es decir, el sistema educativo requiere que sea un buen pedagogo o bien, un buen profesor de matemáticas.

Finalmente, se identifica a la didáctica como el tercer eje que está en juego en la formación inicial que se presenta en la figura 3.1. En este contexto, indicamos que la didáctica es una incorporación relativamente nueva en torno a la formación de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Esto se evidencia, en que no existe un consenso en torno a su real valor ni el alcance que tiene en el sistema educativo.

Ahora bien, Soto (2013) en la articulación de estas tres disciplinas, nos muestra cómo surge el dME, el cual genera un discurso dominante sobre el resto, es decir, sobre las producciones que nuestros estudiantes logran construir socialmente como parte de su proceso de formación. De ahí que resaltamos en distintas parte de nuestro escrito, la imposición de s*ignificados, procedimientos y argumentaciones* que se ven impuesta por el dME, opacando así los usos del conocimiento matemático del ciudadano en su cotidiano (Gómez, 2013).

En este contexto, presentamos los perfiles profesionales de los formadores de los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile, aclarando que no son nuestro principal interés, sino más bien, al ser parte del proceso de formación inicial éstos deben ser incorporados dentro de la articulación de la discusión que pretendemos llevar en torno a las influencias que tienen las disciplinas que hemos expuesto anteriormente. De ahí que presentamos en la figura 3.2 los perfiles profesionales de una de las universidades que fue considerada para nuestro trabajo.

CUERPO DOCENTE*

- **Carlos Aguilar Santana**
  Profesor de Matemática y Licenciado en Matemática, UC de Valparaíso.
  Ingeniero Ejecución en Informática, USACH.
  Magíster en Ingeniería Informática, USACH.
- **Jorge Ávila Contreras**
  Licenciado en Matemática, Universidad de Santiago de Chile.
  Magíster en Ciencias en Matemática Educativa, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.
- **Isabel Barros Inostroza**
  Profesora de Estado en Matemáticas y Computación, Universidad de Santiago de Chile.
  Licenciada en Matemática y Computación, Universidad de Santiago de Chile.
- **Tamara Del Valle Contreras**
  Profesora de Matemáticas e Informática Educativa, Universidad Católica Silva Henríquez.
  Magíster en Enseñanza de las Ciencias, Mención Didáctica de las Matemáticas, Universidad Católica de Valparaíso.
- **Leonora Díaz Moreno**
  Profesora de Estado en Matemáticas y Computación, Universidad de Santiago de Chile.
  Magíster Matemáticas, Universidad de Santiago de Chile.
  Magíster en Educación Matemática, Universidad de Santiago de Chile.
  Doctora en Ciencias de la Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- **Carlos Gómez Castro**
  Profesor de Educación Media Tecnológica, Mención en Matemáticas, Universidad de Tarapacá.
- **Francisco Gómez Fernández**
  Profesor de Estado en Física y Matemática, Universidad de Santiago de Chile.
  Licenciado en Educación en Física y Matemáticas, Universidad Técnica.
  Magíster en Educación Matemática, Universidad de Santiago de Chile.
  Magíster en Bioestadística, Universidad de Chile.
  Doctor en Ciencias de la Ingeniería, Universidad de Santiago de Chile.
- **Patricio Pérez Reyes**
  Profesor de Matemática, Mención Estadística, Universidad Tecnológica Metropolitana.
  Licenciado en Educación, Universidad Tecnológica Metropolitana.
  Magíster en Estadística, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- **Felipe Poblete Grandón**
  Licenciado en Matemática, Pontificia Universidad Católica de Chile.
  Magíster en Matemática, Pontificia Universidad Católica de Chile.
  Doctor en Matemática, Universidad de Chile.
- **María Puyol Zanini**
  Profesora de Matemáticas, Universidad Católica de Valparaíso.
  Licenciada en Filosofía y Educación, Universidad Católica de Valparaíso.
  Magíster en Matemáticas Aplicadas, Universidad Técnica Federico Santa María.
  Magíster en Pedagogía, Universidad Mayor.
- **Alonso Quiroz Meza**
  Profesor de Estado de Matemática, Universidad de Chile.
  Magíster en Educación Matemática, Universidad de Santiago de Chile.
- **Ricardo Salinas Paez**
  Licenciatura en Educación Matemática y Ciencias de la Computación, USACH.
  Profesor de Estado en Matemáticas y Computación, USACH.
- **Carolina Silva Jiménez**
  Profesora de Educación Media en Matemáticas e Informática Educativa, Universidad Católica Silva Henríquez.
- **María Téllez Téllez**
  Profesora de Estado de Matemática y Física, Pontificia Universidad Católica de Chile.
  Bachiller en Matemática, Universidad de Chile.

* Nómina de académicos referencial año 2013.

Figura 3.2: Perfiles profesionales de los profesores de la UCSH

http://ww3.ucsh.cl/facultades_escuelas/carreras/educacion/22/pedagogia-en-matematicas-e-informatica-educativa

Para lograr mayor precisión sobre la figura 3.2 hemos considerado realizar un cuadro resumen, para ello mostramos la figura 3.3 de tal manera de establecer una asociación entre los perfiles profesionales, los cuales a nuestro juicio, nos permiten identificar los elementos que subyacen en la formación de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Ya que cada uno de estos perfiles, posee un conjunto de creencias y significados, los cuales sin duda están sustentando el proceso que llevan los formadores de los estudiantes en los distintos salones de clase. De esta manera se puede mostar qué matemática es la que espera evaluar el formador de los estudiantes de pedagogía en matemática; los cuales a la luz de los perfiles profesionales, estos son mayoritariamente los objetos matemáticos.

Perfil General de los Docentes:

- Profesor de Matemáticas.
- Profesor de Matemática – Física.
- Profesor de Matemática e Informática Educativa.

Perfil de la Formación Continua de los Docentes:

- Magister en Educación.
- Magister en Didáctica.
- Magister en Matemática / Educación Matemática.

Figura 3.3: Disciplinas más reiteradas en los perfiles profesionales

Así pues, destacamos la búsqueda de una caracterización disciplinar del proceso de formación inicial, de tal manera de evidenciar en primer término, cuáles son las disciplinas que están sustentando este proceso, así también, para reconocer la predominancia de alguna de ella. Lo cual ya fue abordado, al indicar que desde nuestra perspectiva Socioepistemológica, ese rol lo tiene la matemática. Generando así una centración en los objetos matemáticos, producto de la imposición simbólica a la cual hemos hecho mención anteriormente. De esta manera se da cuenta de las influencias del dME y sin duda de la necesidad de rediseñar a éste, con base a nuevas epistemologías, de tal manera de hacer inclusivo el proceso de enseñanza y aprendizaje en todo el nivel educativo y por cierto en la formación inicial.

De ahí que nuestra disciplina la ME, debe dar continuidad en el tratamiento de estos temas y problemáticas, de tal manera de avanzar en las líneas de investigación que abran el campo de la discusión y de un cambio en torno al sistema educativo y en particular a la formación inicial de profesores de matemáticas.

Con lo anterior y en relación a las reflexiones de nos deja el cuadro de Soto (2013), debemos indicar la oportunidad que tiene hoy la disciplina de la ME en relación a la conformación de nuevos marcos de referencia, en torno a la formación docente y en general sobre la construcción del conocimiento matemático por parte del ciudadano. Por ello se ha dedicado de manera responsable la Socioepistemología, al reconocimiento de la necesidad de aportar de manera concreta en el RdME. Lo cual se ha transformado en la fuente que moviliza a los distintos agentes del grupo que trabaja en la Socioepistemología, en virtud de reconocer al dME como: un agente dominante e impuesto simbólicamente.

Destacamos finalmente de la caracterización disciplinar que hemos expuesto, el fortalecimiento de la construcción de nuevos programas de formación inicial a partir de las mismas escuelas o facultades, existentes en los diferentes campus de enseñanza en Chile, es decir: la de pedagogía y la de matemáticas. Situación que nos hace evidenciar una construcción disciplinar aislada en término del total de las disciplinas que están en juego en tal proceso. Generando así, la centración únicamente en los aspectos dominantes, por ejemplo, el dME y la exclusión que éste genera, al no considerar validos otros conocimientos, por ejemplo, el del ciudadano en su cotidiano (Gómez, 2009).

III. 2 Epistemología del uso de la gráfica en las derivadas

Para la construcción de las actividades que fueron diseñadas para los fines expuestos anteriormente, se consideró la conformación de una espistemología, la cual nos brindara la posibilidad de construir la secucia de actividades y a la vez el análisis de los resultados, de tal forma de analizar la problemática que tratamos en nuestro trabajo.

De esta manera la epistemología que se conformó, se ha distinguido con el nombre: *Epistemología del Uso de las Gráficas en las Derivadas*. La cual posee tres momentos, reflejados de la siguiente manera. Primero, los usos de las gráficas en las derivadas en el discurso matemático escolar. Aquí se da cuenta cómo vive la noción de las derivadas en el dME en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas. En el segundo momento, surgen los usos de las gráficas en las derivadas a la luz de las actividades que tienen como eje de discusión, la transformación de gráficas de funciones y sus respectivas gráficas de las derivadas. Finalmente, el tercer momento trata de discutir el uso de las curvas en las derivadas a partir del análisis global de las mismas.

A continuación, revisamos de manera detallada cada uno de los tres momentos, de tal forma de evidenciar los elementos que se articulan en cada uno de ellos.

Para el primer momento, se ha identificado clave el reconocimiento de los usos de las gráficas en el dME, es decir, cómo vive la noción de la derivada en éste. De ahí que desde nuestra perspectiva y de acuerdo a investigaciones como Cantoral y Farfán (1998), el discurso matemático escolar provee ciertas instrucciones en relación al análisis de las gráficas a partir únicamente de la estrategia mnemotécnicas de la primera y segunda derivada, ver el siguiente esquema:

Argumentos (dME):

Si $f' > 0 \rightarrow f > Creciente$
Si $f' < 0 \rightarrow f < Decrecienete$

Si $f'' > 0 \rightarrow$ Es $\cup$
Si $f'' < 0 \rightarrow$ Es $\cap$

En el segundo momento, intencionalmente hacemos que el estudiante manipule gráficas de funciones y sus respectivas derivadas, con objeto de evidenciar patrones gráficos y analíticos en torno a la construcción del conocimiento matemático. Es por cual se utilizaron los elementos más relevantes de la situación de Transformación reportada en Cordero (1998, 2001, 2006, 2008, 2013). De tal manera de posicionar a la gráfica como una que guía comportamiento en el análisis y construcción de nuevas gráficas.

De lo anterior, surgen trabajos que se han reportado dentro de la Socioepistemología. Los cuales sin duda han aportado en torno a la discusión de la categoría del Comportamiento Tendencial de las Funciones (CTF), por ejemplo, la linealidad del polinomio en Rosado (2004). Trabajo que da cuenta de la resignificación de la derivada a partir de la parte lineal del polinomio, utilizando para ello la resignificación de los patrones de comportamientos gráficos y analíticos mediante la variación de parámetros, con objeto de hacer ver a la gráfica como una instrucción que organice comportamientos gráficos en torno al cero.

De igual forma destacamos el trabajo de Suarez (2008). El cual aborda la categoría de Modelación-Graficación, como una categoría innovadora para su época pero trascendental para los futuros trabajos. Los cuales han permitido nutrir y consolidar a la categoría a partir del desarrollo y posicionamiento de un nuevo estatus de la gráfica. Ya que permite caracterizar a las gráficas como una modelación y a esta misma, como una construcción social del conocimiento matemático, situación que tensa la visión que propone el dME.

Finalmente en el tercer momento, se buscó promover el análisis global de las curvas, de tal manera de favorecer la discusión en términos de los comportamientos. Para tal cometido se favoreció utilizar sólo una parte de la curva, sin el uso del plano cartesiano.

Lo anterior, desde nuestro punto de vista, nos ayudaría a evidenciar cómo las imposiciones de las cuales hemos hablado, se manifiestan en los distintos cursos de Cálculo, ya que la centración está más bien en los objetos matemáticos, a partir del análisis local. Así se opacan las construcciones de conocimiento matemático en torno a los usos globales del análisis de las gráficas en las derivadas.

Ahora bien, para abordar de manera sistémica los diferentes momentos que fueron considerados en la conformación de la epistemología, presentamos la sigura 3.4. Ella refleja gráficamente, nuestro interés sobre cada uno de estos momentos.

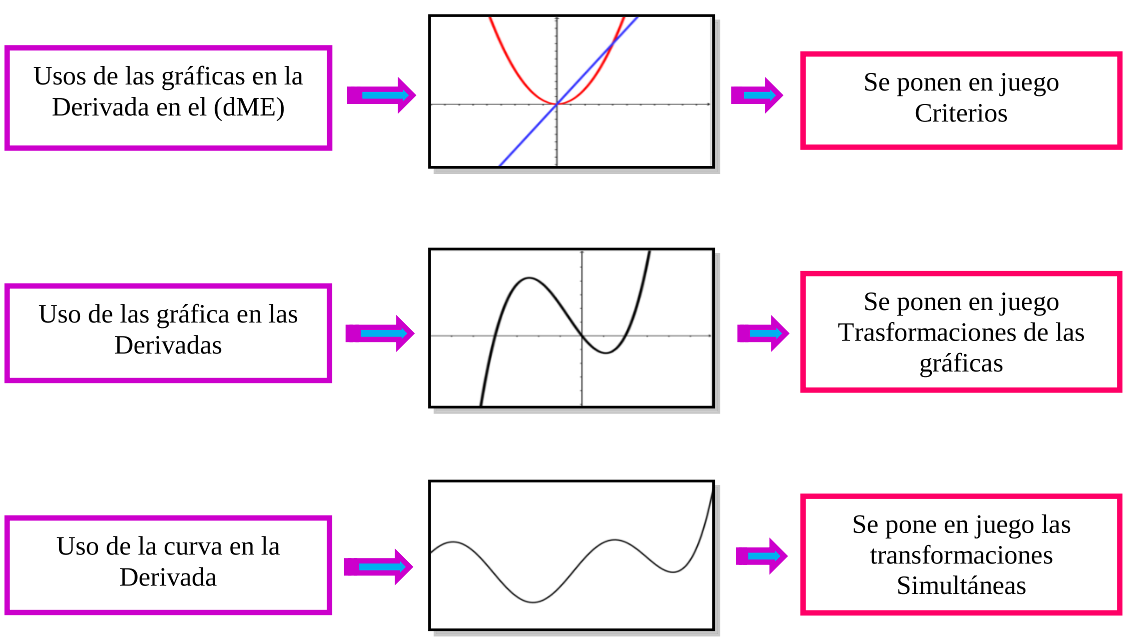


Figura 3.4: Esquema general de nuestra epistemología de usos de las gráficas en las derivadas

III. 3 Comunidad de Conocimiento de estudiantes de pedagogía en matemáticas

En esta sección, abordaremos de manera más detallada algunos de los elementos que componen el MCCM a la luz de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Para tal efecto, vamos a considerar en nuestra discusión los dos ejes centrales que son parte de éste modelo, es decir: la Institucionalización y la Identidad.

De esta manera, ahondamos en estos dos elementos, ya que desde nuestro punto de vista, son los que dan prioridad a nuestro trabajo de investigación. Por ello, mostraremos cómo se conjugan ambos en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cual son parte los estudiantes de esta comunidad. Dejando los aspectos más puntuales en torno a la triada: reciprocidad, intimidad y la localidad; para un estudio posterior, tal que ellos sin duda nos ayudarán en un entendimiento más acabado de esta comunidad.

Así la institucionalización la abordamos desde la perspectiva del continuo del conocimiento (Cordero, 2001); es decir, en términos de aquellos elementos que se han mantenido al paso del tiempo aun cuando la comunidad se ha desarrollado. De ahí que con base a los programas de estudios que hemos tomando en cuenta, es decir el de la Universidad Santiago de Chile y el de la Universidad Católica Silva Henríquez, la Institucionalización está constituida principalmente por dos troncos disciplinares. Los mismos de los cuales hemos dado cuenta en la caracterización disciplinar que hemos realizado anteriormente.

De lo anterior, se logra identificar al tronco matemático, a partir de las siguientes asignaturas: algebra, cálculo diferencial e integral y análisis matemático. Junto con otras de corte geométrico, donde se trata la geometría plana y analítica.

Ahora bien, el segundo tronco que logramos identificar corresponde al área de la pedagogía. Aquí ambas instituciones consideran aspectos similares a la hora de dar un baño de los elementos más relevantes en torno a esta disciplina. De ahí que surgen asignaturas como: Introducción a la Pedagogía, Teoría de la Educación, Teoría de la Enseñanza, Psicología del Aprendizajes y otros en la misma línea. Tal como podemos observar en los programas de ambos planteles educativos que adjuntamos a continuación.

ESTADO DE ACREDITACIÓN:
5 años (Ago. 2013 - Ago. 2018) Acreditada por agencia Qualitas

Código DEMRE : 16045

CAMPO OCUPACIONAL

El Licenciado en Educación en Matemática y Computación está capacitado para desempeñarse profesionalmente como: Profesor de Matemática y Computación en establecimientos de enseñanza media (científico-humanista y técnico-profesional) y en centros de formación técnica. También como: Ayudante de profesor de Matemática y Computación en cátedras universitarias. Ayudante de investigación en equipos de investigación en educación matemática. Encargado de laboratorio de computación en instituciones educativas.

1° Año		2° Año		3° Año		4° Año		5° año	
Semestre 1	Semestre 2	Semestre 3	Semestre 4	Semestre 5	Semestre 6	Semestre 7	Semestre 8	Semestre 9	Semestre 10
Introducción a la Pedagogía en Matemática y Computación	Sociología y Antropología de la Educación	Psicología del Aprendizaje Matemático	Desarrollo Curricular Matemático	Didáctica del Álgebra y del Cálculo	Fundamentos de la Matemática I	Didáctica de la Geometría y la Estadística	Metologogía de la Investigación en Educación Matemática	Gestión Escolar y Aprendizaje Matemático	Electivo
Álgebra I	Álgebra II	Álgebra III	Calculo III	Estadística	Geometría II	Fundamentos de la Matemática II	Aplicaciones Didácticas de la Computación	Seminario de Título I	Seminario de Título II
Matemática Básica	Cálculo I	Cálculo II	Probabilidades Estadísticas	Geometría I	Medición y Evaluación en Educación Matemática	Historia y Epistemología de la Matemática	Psicometría	Práctica IV	
Computación I	Computación II	Sistemas Operativos y Redes	Modelamiento de la Información y Desarrollo de Software	Fundamentos de la Educación Matemática	Computación Educativa	Fundamentos de la Computación	Taller II de Herramientas Didácticas de la Matemática		
Inglés I	Inglés II	Inglés III	Práctica I	Inglés IV	Práctica II	Taller I de Herramientas Didácticas de la Matemática	Práctica III		
			Taller de Inglés I		Taller de Inglés II				

Nota: Los planes de estudios podrán ser modificados en función del mejoramiento continuo de la carrera.

Figura 3.5: Plan de estudio de la USCH

http://www.admision.udesantiago.cl/sites/default/files/mallas_carreras/pedagogia_en_matematica_y_computacion.pdf

PLAN DE ESTUDIO*

1° Semestre	2° Semestre	3° Semestre	4° Semestre	5° Semestre	6° Semestre	7° Semestre	8° Semestre	9° Semestre	10° Semestre
Teoría de la Educación	Contextos Socioculturales: Taller Pedagógico I	Gestión Escolar: Taller Pedagógico II	Optativo de Formación Teológica	Gestión de Aula: Taller Pedagógico III	Optativo de Formación Teológica	Optativo de Formación Ética	Electivo	Práctica Profesional I	Práctica Profesional II
Optativo de Desarrollo Personal	Psicopedagogía del Desarrollo	Construcción Pedagógica del Aprendizaje	Evaluación para los Aprendizajes	Investigación Educativa	Optativo	Optativo	Optativo		Seminario de Grado
Informática I	Teoría de la Enseñanza	Currículo: Teoría y Desarrollo	Optativo	Optativo	Informática IV	Informática V	Taller de Especialidad	Sistemas Numéricos	
Álgebra I	Álgebra II	Informática II	Informática III	Estadística I	Estadística II	Álgebra Lineal	Álgebra Abstracta		
Geometría I	Geometría II	Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III	Análisis Real	Matemáticas Emergentes	Didáctica de las Matemáticas I	Didáctica de las Matemáticas II	
					Electivo	Optativo	Métodos Estadísticos		

* Este Plan de Estudio representa exclusivamente la expresión gráfica del mismo. Sus prerrequisitos, créditos y otros detalles, se especifican en los respectivos programas de estudio.
La Universidad se reserva el derecho de ajustar sus planes de estudio, de acuerdo a la evidencia evaluativa para su mejoramiento continuo.

Plan Especialidad
Plan Común de Educación
Actividades del Plan Común Universidad

Figura 3.6: Plan de estudio de la UCSH

http://ww3.ucsh.cl/facultades_escuelas/carreras/educacion/22/pedagogia-en-matematicas-e-informatica-educativa

En este contexto, destacamos el interés que las casas de estudios han puesto hace unos diez años, en la enseñanza e incorporación de las nuevas tecnologías en los programas de formación inicial de profesores de matemáticas. Esto en virtud de lograr incorporar en el mundo de las tecnologías a los estudiantes de esta comunidad de conocimiento. De esta manera se esperaba que los estudiantes lograran adquirir cierto grado de conocimiento en el tema, y a partir de ello, lograran incorporar en sus futuras clases como profesor, un conjunto de elementos de corte tecnológicos bajo una línea educativa.

De ahí que ambos programas han incorporado hace un tiempo, el área de Informática para la primera universidad y de Informática Educativa para el caso de la segunda. Sin embargo, estas instituciones se diferencian en términos de la visión sobre el área de informática, tal que mientras la primera la concibe a partir de aspectos más técnico de ésta, por ejemplo, la programación. La segunda institución, más bien centra la atención en el desarrollo de estas herramientas, con objeto de apoyar las actividades diarias del aprendizaje de las matemáticas en el aula.

A continuación, abordamos el constructo de Identidad de la comunidad de estudiantes de pedagogía de matemática en Chile. De ahí que vamos a concebir a la identidad de una comunidad de conocimiento, tal como lo hace Cordero y Silva-Crocci (2012). Es decir a partir de un *sentido*, el cual permite identificar y distinguir a una comunidad de otra, dando de esta manera una Identidad particular o bien, un *sentido* tal como lo hemos ya planteado.

En este contexto, es importante identificar el *sentido* que esta comunidad tiene, por ello, utilizaré como referencia mi experiencia en torno a esta comunidad tal que mi formación inicial, se desarrolló en ella. De ahí que desde nuestra perspectiva, el *sentido* que se logra madurar durante el proceso de formación inicial, es la constante preocupación por adquirir las herramientas y estrategias que son parte de nuestra formación, con objeto de lograr un bagaje importante en términos disciplinares, de tal forma de materializar estos, cuando se esté en sistema educativo cumpliendo el rol de profesor.

De lo anterior, destacamos el desafío permanente en el cual se encuentra el estudiante de esta comunidad, ya que enfrenta la tarea de incorporar como estudiantes en formación, un conjunto de conocimiento que en la mayor de las oportunidades, no se logra madurar del todo, fruto del escaso tiempo que se tiene para realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje. De ahí que se puede evidenciar un alto grado de incertidumbre, en relación a aquellos conocimientos, ya no siendo parte de un proceso de aprendizaje, sino justamente, de un proceso de enseñanza como el que debe sobrellevar todo profesor de matemáticas de manera permanente.

III.4 Mecanismo de análisis de usos de las gráficas en las derivadas

Con los elementos que hemos identifcado en esta parte del marco metodológico, hemos logrado articular un mecanismo de análisis en torno a los usos del conocimiento que se dan en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas. Por ello, presentamos a continuación la figura 3.7, la cual recoge: la caracterización disciplinar de la formación inicial de nuestra comunidad, la epistemología del uso de las gráficas en las derivadas y con los dos ejes que son parte del MCCM: Institucionalización e Identidad.

De esta forma, el esquema de la figura 3.7, permite a nuestro parecer dar un entendimiento más acabado en torno a los usos particulares de la comunidad de conocimiento de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Por lo anterior, los dos ejes centrales del Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático, permiten por una parte, reconocer el continuo del conocimiento (Cordero, 2001) en términos del conocimiento que se ha mantenido permanentemente en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas y a la vez, el *Sentido* que se logra identificar en términos de comunidad de conocimiento a partir de la Identidad.

Asimismo, abordamos la identificación de los aspectos que son opacados por el dME, al considerar los *significados, procedimientos y argumentaciones* de esta comunidad, a partir de los usos del conocimiento matemático que se logren evidenciar en las producciones de los estudiantes de pedagogía en matemáticas.

Finalmente, se incorpora en esta articulación, la caracterización disciplinar de la formación inicial que proponemos anteriormente, ya que ésta nos propicia un mayor entendimiento de aquellos usos que son opacados por el dME, fruto de las imposiciones simbólicas a las cuales hemos aludido. De ahí que la caracterización disciplinar, estará nutriendo nuestro análisis, desde el punto de vista de dar cuenta de la aquellos aspectos particulares de las disciplinas dominantes que son parte del proceso de formación inicial.

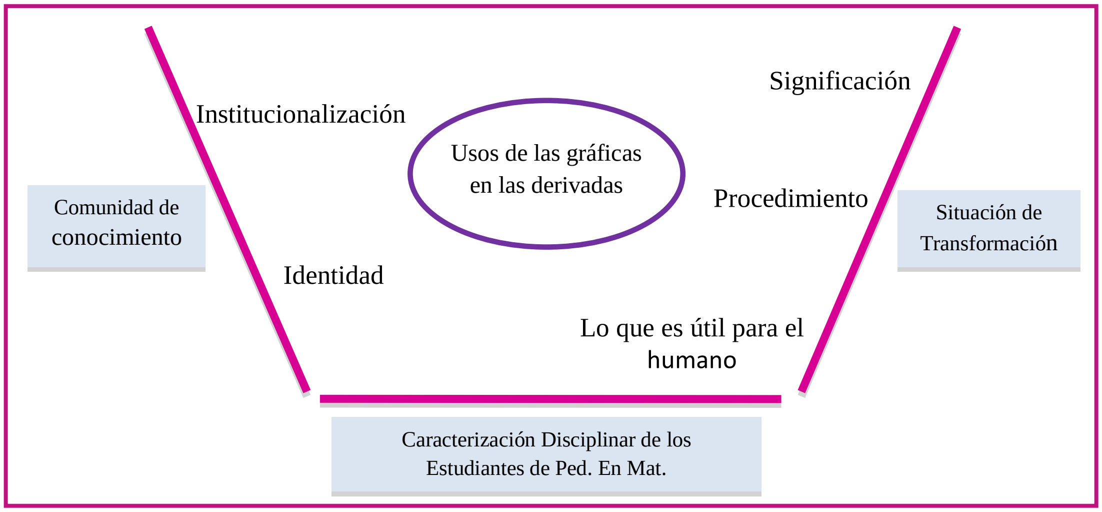


Figura 3.7: Articulación de los tres elementos centrales

III. 5 Sobre el diseño de las actividades

Las actividades tuvieron por intención, reconocer los usos de las gráficas en las derivadas, de tal manera de lograr identificar los *significados, procedimientos y Argumentaciones* que son particulares de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas. Así se consideró conformar una epistemología que permitiera articular la construcción de las actividades con el análisis de las producciones resultantes de la puesta en escena.

Así pues, para realizar el análisis de las producciones se utilizó como eje de referencias, el mecanismo que hemos presentado anteriormente en la figura 3.7, tal que él nos ayudará tanto en el reconocimiento de los aspectos más relevantes, como también, en el entendimiento de las producciones de la puesta en escena tal como se ha indicado anteriormente. Esto a partir del reconocimiento de los uso de las gráficas en las derivadas, centro de discusión en nuestro trabajo, fruto de reconocer que se "Precisa entre otras cosas del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados" (Cantoral & Farfán, 1998).

III. 6 Algunas delimitaciones de las actividades

Destacamos que nuestra secuencia de actividades, fueron puestas en escena con cada uno de los grupos que es descrito, es decir, con estudiantes de la Universidad Santiago de Chile (USACH) y con los de la Universidad Católica Silva Henríquez (UCSH). Ambos grupos de estudiantes fueron parte de tres sesiones de trabajo, en un tiempo de dos horas aproximadamente por cada una de ellas. Para tal efecto, se contó con la disposición de los estudiantes en todo momento. Ahora bien, se solicitó a cada uno de ellos la autorización en torno al uso de este material, únicamente, como elemento de análisis y reporte en nuestra investigación. Asimismo, se consideró conveniente utilizar un medio de grabación de audio, con objeto de registrar los distintos diálogos que fueron parte de la puesta en escena. Material que sin duda nos ayudara en el entendimiento de las posturas de cada uno de ellos.

III. 7 Las Actividades

En esta parte del marco metodológico, expondremos de manera detallada, cada una de partes que componen de las actividades que fueron conformadas para nuestro trabajo. De esta manera se podrá apreciar nuestra intencionalidad en cada una de ellas.

Actividad 1.1

Considere la función $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 0.5x$ para resolver la siguiente actividad. Describa y justifique para cada caso, las estrategias y procedimientos utilizados.

a) Bosqueje la gráfica de la función $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 0.5x$
b) Bosqueje la gráfica de la primera derivada de $f(x)$.
c) Bosqueje la gráfica de la segunda derivada de $f(x)$.

Esta parte de la actividad, contempló conocer las herramientas con las cuales disponían los estudiantes de pedagogía en matemáticas, cuando se enfrentaban a situaciones clásicas en torno a la derivada. Ello con el objeto de reconocer cómo vive el dME en esta comunidad. Así también, se lograba reconer los significados, procedimientos y argumentaciones en un escenario a fin a los cursos de Cálculo.

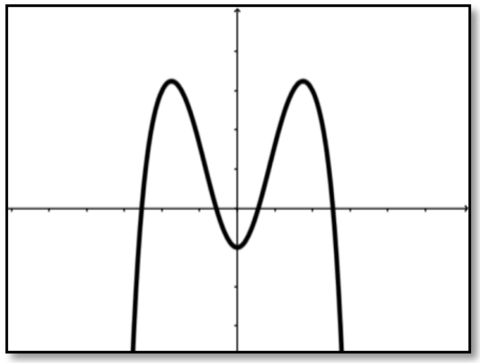
Ahora bien, precisamos querer observar en esta primera parte de la actividad, el uso de las estrategias mnemotécnicas de la primera y segunda derivada. Lo cual es coherente desde nuestra epistemología, a la formación que podría llevar cualquier estudiante en un curso de Cálculo diferencial. Asimismo, pretendíamos mostrar con esta primera actividad, nuestra hipótesis inicial en relación a la concepción de la derivada y de las gráficas de éstas. Lo cual es considerar y utilizar el recurso algorítmico como argumento central en sus producciones. Tal que éste, es favorecido por el discurso que se ha implementado en las escuelas y por cierto en la enseñanza de los estudiantes del Cálculo diferencial, esto a partir de la revisión de textos clásicos tal como lo indica el trabajo de Testa (2004).

De lo anterior, indicamos que este tipo de análisis gráfico de la derivada, y de la confección de bosquejos de ellas, dan cuenta de los aspectos instrumentales de corte escolares que son parte del dME. Los cuales están desprovisto de sentido para los estudiantes, tanto en la construcción como también en la concepción de las gráficas cartesianas, debido a que éste procedimiento, se transforma en el fin último de un proceso. Es decir, lograr establecer un bosquejo en relación a una expresión algebraica.

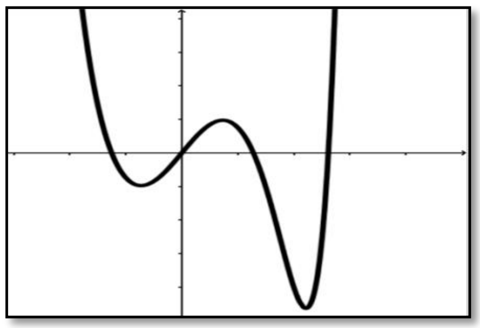
Actividad 1.2

A continuación, considere las figuras 1 y 2 para resolver la siguiente actividad. Solicitamos describir y justificar las estrategias y procedimientos utilizados.

a) Bosqueje para cada una de las figuras, la gráfica de f'.



(Figura 1)



(Figura 2)

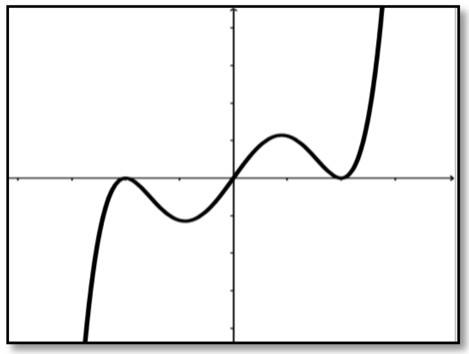
En parte de la primera actividad, las gráficas son puestas como eje de discusión a partir del análisis local de las gráficas, y del uso de las estrategias de la primera derivada, lo cual es coherente con los elementos que se discuten en un curso de Cálculo diferencial. Asimismo, la consideración de los máximos y mínimos en la discusión, los cuales desde nuestra perspectiva, ayudaran en el análisis local que se haga de la gráfica. Ahora bien, esperamos además que los estudiantes tiendan a buscar un posible polinomio, de tal manera de ejercer con autoridad, los recursos didácticos que sus cursos de Cálculo les han provisto.

Actividad 1.3

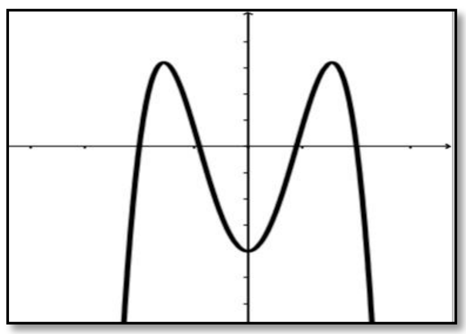
Considere a continuación la figura 3 para resolver la siguiente actividad. Solicitamos describir y justificar para cada caso, las estrategias y procedimientos utilizados.

a) Determine por qué la figura 4 **NO** representa a f', considerando que la figura 3 representa a su función primitiva.

b) A partir de la figura 3, bosqueje la gráfica de f''.



(Figura 3)



(Figura 4)

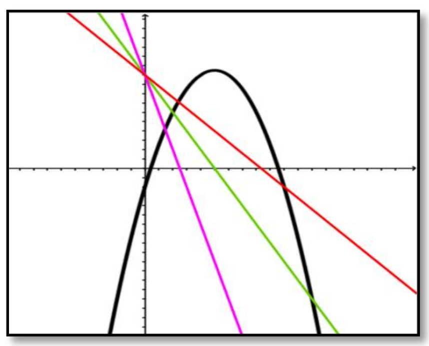
En esta tercera parte, esperamos observar por parte de los estudiantes, el tipo de argumento que éste utiliza en dicho escenario. De ahí que esperamos, el reconocimiento de los máximos y mínimos, como punto de referencia en torno a la distinción de los ceros de la gráfica de la derivada en la figura tres. Lo cual debiera permitir al estudiante, discutir el comportamiento de la gráfica, a partir del argumento de la primera derivada, es decir:

Si $f' > 0 \; \rightarrow f > Creciente$
Si $f' < 0 \; \rightarrow f < Decrecienete$

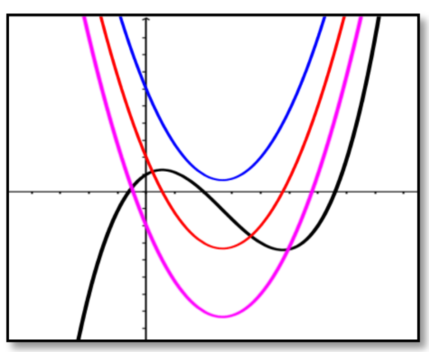
Lo anterior, promueve por tanto un desarrollo local del análisis de las gráficas, tal que más bien se toman como referencia, ciertos puntos específicos. Los cuales mediante la comparación en relación al plano cartesiano, son distinguidos finalmente. Ahora bien, creemos que el estudiante utilizarara la búsqueda de un posible polinomio el cual logre representar a la figura tres, generando así, un referente que permita realizar la distinción de la figura cuatro. Sin embargo, este tipo de estrategia, no le sería del todo útil en caso no logre identificar de manera correcta la figura tres.

Actividad 1.4

Determine, cuál(es) de las gráficas de colores, en cada una de las figuras, **NO** representa(n) la gráfica de f'. Describa y justifique en cada caso las estrategias y procedimientos que le permiten resolver la actividad.



(Figura a)



(Figura b)

Esta actividad, pone el énfasis en la gráfica, es decir, como un elemento que es capaz de proveer de información y de un análisis relevante al estudiante. De ahí que se espera por tanto, analizar cada una de las situaciones a partir de los análisis locales, usando para ello el plano cartesiano como un agente de referencia. Situación que propiciara a nuestro parecer, discutir los mismos aspectos de la gráfica. Lo cual propicia concebir a la gráfica, como algo más que una sola representación, producto de la visión que nos ofrece el dME.

Actividad 1.5

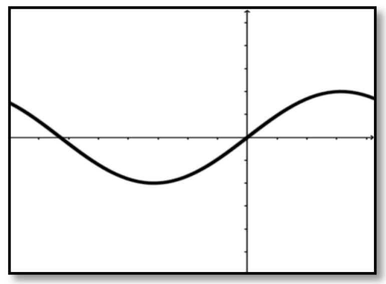
En el siguiente espacio de reflexión, lo(a) invitamos a compartir su experiencia en la resolución de la Actividad 1 mediante comentarios, descripciones o algún análisis particular. Para ello, proponemos llevar la discusión considerando las siguientes preguntas:

¿Cuál(es) fueron las mayores fortalezas y debilidades que logró evidenciar usted al enfrentar el desarrollo de la actividad?, ¿Cuál(es) fueron las herramientas que permitieron desarrollar la actividad?

Para la parte final de esta primera actividad e igualmente para las otras dos actividades, hemos considerado importante, discutir con los estudiantes que fueron parte la puesta en escena, aquellos aspectos que les fueran relevantes y llamativos sobre las actividades que ellos habían realizado. Por ello, hemos dejado este espacio de reflexión con objeto de dejar evidencias de las fortalezas y debilidades que ellos lograron evidenciar en esta primera actividad e igualmente en las otras que vendrían posteriormente.

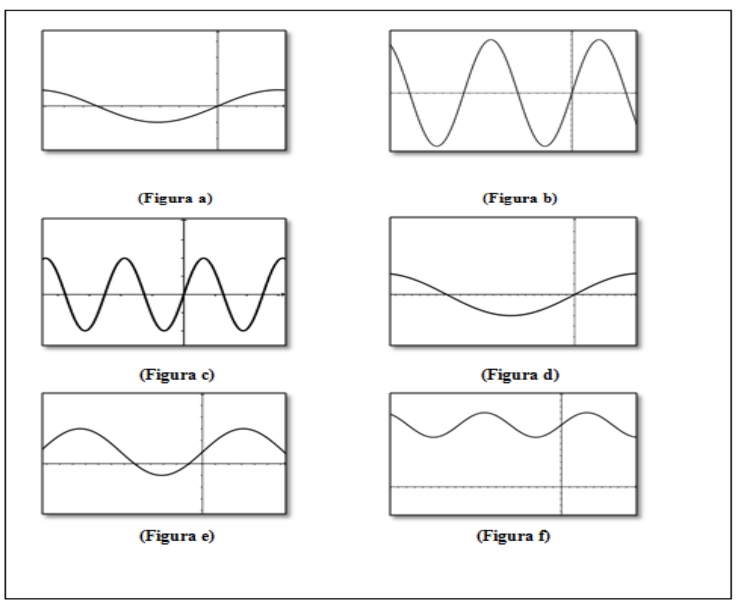
Actividad 2.1

Considere la función $f(x) = \boldsymbol{a}\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{b}\,x) + \boldsymbol{c}$ representada en la figura 5 para resolver la actividad. Solicitamos describir y justificar para cada caso, las estrategias y procedimientos utilizados:



(Figura 5)

a) Determine a qué tipo de transformación (Amplitud, Dilatación, Contracción o bien, traslación vertical) corresponde cada una de las gráficas que se presentan a continuación. Como referencia, considere la gráfica de la figura 5.



b) Bosqueje las gráficas de f' considerando las gráficas del inciso anterior (a), y determine, cómo afectan a f' las transformaciones de f.

c) Determine y describa comportamientos de las gráficas resultantes del inciso anterior (b), comparándolas, con su primitiva.

Esta segunda actividad, contempló reconocer a la gráfica como algo posible de manipular con acciones concreta por parte de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. De ahí que llevamos la discusión de la gráfica, con la misma gráfica, situación muy dispar en los cursos de Cálculos, tal que más bien ahí se propicia el argumento local mediante determinadas estrategias algorítmicas.

De lo anterior, destacamos la búsqueda a la cual hacemos parte al estudiante, ello a partir de dar valor de uso a los aspectos que sin duda él ha conocido y puesto en funcionamiento en escenarios de aprendizaje, pero que sin embargo, no ha significado. Es decir, los patrones analíticos y gráficos que se dan en la variación de parámetro de una función particular. Esto con objeto de dar valor a este proceso que sin duda y de acuerdo a trabajos como Domínguez (2003), Campos (2003), Rosado (2004) han permitido discutir la búsqueda de significados de estos patrones y por cierto de la gráfica como tal.

Actividad 2.2

Considere la gráfica de la función $y = f(x)$ representada en la figura 6. Describa y justifique los procedimientos y estrategias utilizados:

a) Bosqueje las siguientes gráficas a partir de $y = f(x)$:

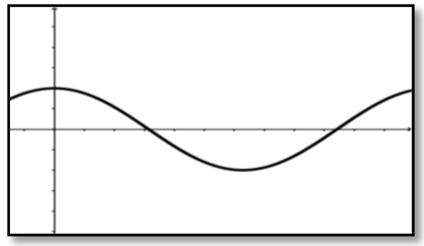
a.1) $y' = f'(x+3)$

a.2) $y' = f'(x) + 3$

a.3) $y' = f'(3x)$

a.4) $y' = 3f'(x)$

b) Determine ¿De qué manera influyen las transformaciones realizadas en el inciso anterior (a), si ahora usted gráficara f'' para cada uno de estos casos? Justifique su respuesta.



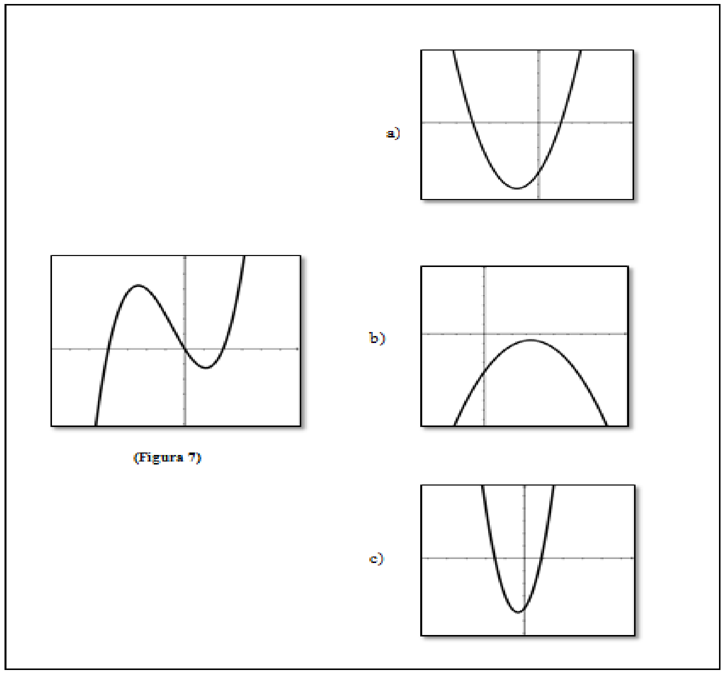
(Figura 6)

Esta actividad, buscó identificar y materializar los patrones analíticos y gráficos de las gráficas en las derivadas a partir del bosquejo de las derivadas solicitadas. Por ello, la actividad anterior 2.1, tiene mucha relevancia, ya que es ella la que permite identificar en primer lugar los aspectos gráficos relacionados con las variaciones de las gráficas entre $f \; y \; f'$. Ahora bien, se espera que lo anterior se logre complementar con el logro de la identificación de las variaciones que propicia cada uno de los parámetros con los cuales se trabaja en la actividad antes indicada, es decir, de la expresión $f(x) = \boldsymbol{a}\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{b}\,x) + \boldsymbol{c}$; a, b y c.

En este contexto, destacamos que el estudiante se enfrenta a una actividad que posee un nivel de complejidad abordable por éste, sin embargo, no desconocemos que de igual forma, éste puede presentar algunas dudas en relación a cuales son realmente esas significaciones en torno a los parámetros de la gráfica de la primera derivada.

Actividad 2.3

Determine qué tipo de transformación gráfica fue aplicada a la figura 7, de tal manera de obtener las derivas representadas en las figuras a), b), c). Describa y justifique las estrategias y procedimientos utilizados.



Esta actividad, es desde nuestro punto de vista crucial en relación a la actividad número dos. La cual da cuenta de una epistemología del uso de la gráfica en la derivada, desde una perspectiva de transformación de gráficas, lo cual propicia un desarrollo de otro nivel en relación a los análisis estándar que provee el dME en los cursos de Cálculo. De ahí que la gráfica de la figura siete, tiene la intención de organizar comportamientos en relación a otras gráficas, tal que éste análisis permite discutir desde nuestro punto de vista, los comportamientos local y global de la gráfica. Ya que los patrones gráficos observados en las actividades anteriores, permiten evidenciar ciertos comportamientos, los cuales nos lleva a pensar a la graficación como una modelación y a ésta, como una construcción de conocimiento (Cordero, 2006).

Sin embargo, creemos que en el desarrollo de esta actividad, los estudiantes podrían tener algún tipo de problema en su resolución, en virtud de no reconocer la gráfica de la figura siete o bien, por el hecho de no haber logrado identificar las características de los patrones gráficos en la actividad anterior.

Actividad 2.4

En el siguiente espacio de reflexión, lo(a) invitamos a compartir su experiencia en la resolución de la Actividad 2 mediante comentarios, descripciones o algún análisis particular. Para ello, proponemos llevar la discusión considerando las siguientes preguntas:

¿Cuál(es) fueron las mayores fortalezas y debilidades que logró evidenciar usted al enfrentar el desarrollo de la actividad?, ¿Cuál(es) fueron las herramientas que permitieron desarrollar la actividad?

Tal como se comentó anteriormente, esta sección fue considerada, con objeto de lograr evidenciar los aspectos que fueron más relevantes a la hora de realizar las actividades, de ahí que se consideraron las fortalezas y debilidades que ellos pudiesen haber presentado en el la actividad.

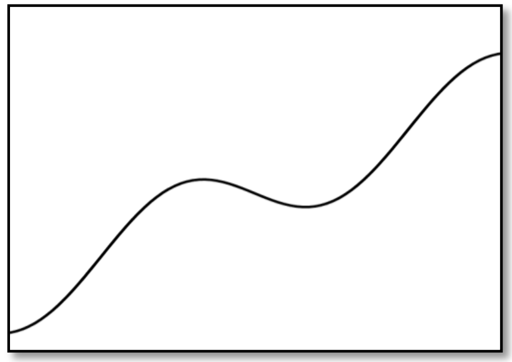
Actividad 3.1

Para resolver la siguiente actividad, considere la figura 8, la cual representa a una determinada función f. Describa y justifique los procedimientos y estrategias utilizados.

a) A partir de la figura 8, bosqueje la curva de f'.

b) Transforme la curva de la figura 8 en su Dilatación y Contracción. Luego, bosqueje cada una de las curvas resultantes por separado. Proponemos para su desarrollo considerar los valores de: 0.5 y 5.

c) Analice los bosquejos del inciso anterior (b), y determine de qué manera influyen las transformaciones realizadas en la curva, cuando usted bosqueja a f'.



(Figura 8)

La primera parte de esta la última actividad, cuenta con el desafío de discutir los aspectos globales de la curva. De ahí que se consideró tomar una parte de ésta, sin dar cuenta del plano cartesiano, tal que ello debía dar pie al logro de nuevas argumentaciones. Ahora bien, algunos trabajos han reportado como el ciudadano en su cotidiano, por ejemplo, en Zaldivar (2014) éstos dan cuenta de una trayectoria, luego de una curva y posteriormente de una gráfica cartesiana. Situación muy contraria a lo que es la formación de un estudiante de pedagogía en matemáticas. Tal vez por el mismo hecho de no dar el valor de uso a la gráfica y por ende a la curva. Finalmente, se consideró en esta actividad, significar la variación de parámetro en las curvas de las derivadas.

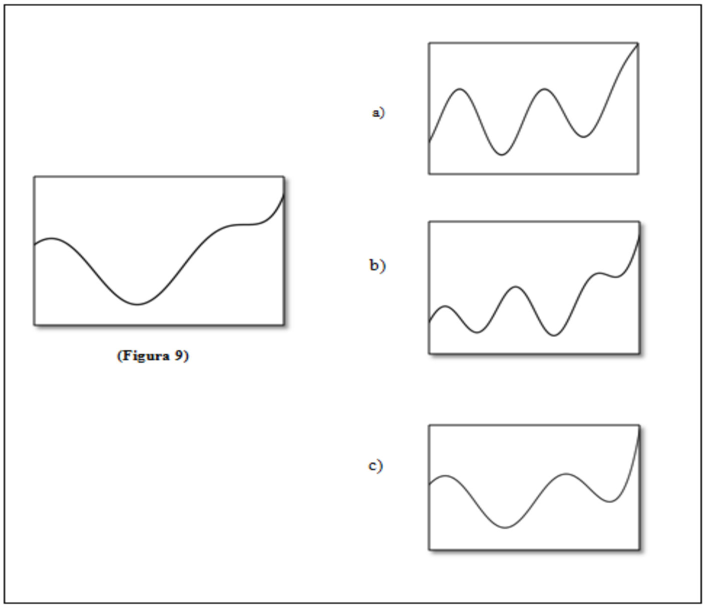
Actividad 3.2

Considere la figura 9 para resolver la siguiente actividad. A continuación, describa y justifique los procedimientos y estrategias utilizados en cada caso.

a) Determine cuál(es) de las siguientes figuras a), b), c) representa(n) la primera variación de la figura 9.

b) Establezca cuál(es) de ellas **No** representa(n) la primera variación. Justifique su respuesta.

c) Considerando la respuesta del inciso (a), bosqueje la segunda variación de la figura 9.



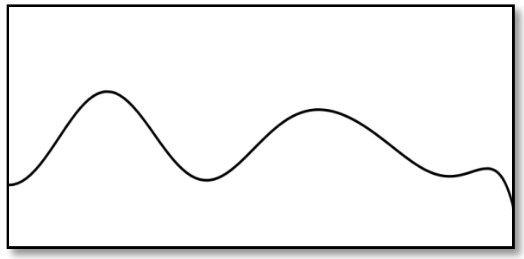
(Figura 9)

En esta parte de la actividad, se esperaba reconocer las argumentaciones que el estudiante lograba construir cuando se enfrentara a una situación de transformación de curvas, lo cual es atípico para él, ya que no se logra tocar estos temas en los planes semestrales del Cálculo Diferencial.

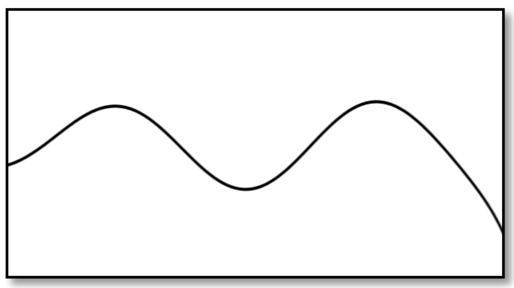
Asimismo, es importante resaltar esta sección de la actividad, ya que ella contribuye en la construcción de las variaciones en términos gráficos. Lo cual desde nuestro punto de vista, permitirá dar cuenta de un análisis global en torno a la simultaneidad de derivadas. Aspecto relevante, tal que ello permite reconocer a la gráfica de una derivada, como una relación gráfica simultánea entre la primera y segunda derivada en este caso. Lo cual sería un paso considerable para el trabajo y para el estudiante.

Actividad 3.3

Determine qué transformación(es) usted logra identificar en la curva correspondiente a la figura 11, la cual representa la segunda variación de la figura 10. Describa y justifique los procedimientos y estrategias utilizados en el desarrollo de la actividad.



(Figura 10)



(Figura 11)

En esta actividad, se contemplaron al menos dos aspectos. El primero de ellos, es la relación de significados gráficos de la curva que mostramos en la figura once. Es decir, esperábamos que los estudiantes lograran identificar las variaciones que se le realizaron a la curva inicial, lo cual suponía poner a la curva, como una instrucción que guía comportamientos. Así pues, creemos que dar espacio a la reflexión de una segunda variación, era un punto de partida en torno al desarrollo de las simultaneidad de las variaciones, cuando se realizan determinadas modificaciones a la curva como en este caso.

Actividad 3.4

En el siguiente espacio de reflexión, lo(a) invitamos a compartir su experiencia en la resolución de la Actividad 3 mediante comentarios, descripciones o algún análisis particular. Para ello, proponemos llevar la discusión considerando las siguientes preguntas:

¿Cuál(es) fueron las mayores fortalezas y debilidades que logró evidenciar usted al enfrentar el desarrollo de la actividad?, ¿Cuál(es) fueron las herramientas que permitieron desarrollar la actividad?

Como ya hemos mencionado anteriormente, esta sección fue pensada para abrir la discusión en relación a ciertos temas en específico, los cuales podían no estar considerándose en la misma puesta en escena. De ahí que esperábamos que los estudiantes, se apropiaran de ésta.

III.8 La población

La secuencia de actividades estaban dirigidas de manera particular, para la comunidad de estudiantes de pedagogía de matemáticas en Chile, de ahí que se han considerado a dos instituciones de ese país, con objeto de la puesta en escena. La elección de las dos instituciones se basa principalmente, por el hecho pertenecer al padrón de universidades que están acreditadas por parte de la Comisión de Acreditación en Chile. Estas instituciones, cuentan con un perfil amplio en relación a las carreras universitarias que imparten, sin embargo, se han destacado por el trabajo con estudiantes en pedagogía. Por ello, se consideró prudente escoger a la Universidad Santiago de Chile (USACH) y la Universidad Católica Silva Henríquez (UCSH). Ambas ubicadas en Santiago de Chile.

De estas dos universidades, indicamos haber trabajo con dos grupos de estudiantes. El primero perteneciente a la USACH. En este grupo participaron estudiantes que iniciaban su tercer año de universidad, hablamos del quinto semestre de un total de diez. Los cursos que ya habían cursado, son principalmente: Algebra, Estadísticas I y Cálculo Diferencial.

Con relación a los estudiantes de UCSH, debemos destacar que ellos al momento de realizar la puesta en escena, estaban en su noveno semestre, lo cual les daba un bagaje mayor en relación a las materias que habían llevado hasta ese minuto. De igual forma fue para el ámbito de las prácticas pedagógicas, instancia académica que sin duda también contribuye en la formación inicial de un profesor de matemáticas.

Destacamos finalmente, que el primer grupo estaba compuesto por tres estudiantes de la Universidad Santiago de Chile y el segundo grupo, por cuatro estudiantes de la Universidad Católica Silva Henríquez.

Capítulo IV:

Análisis de resultados

En el análisis de resultado, abordaremos el análisis de las producciones de los estudiantes que fueron parte de la puesta en escena. Para ello, hemos decidido tomar como referencia ciertas partes de cada una de las actividades, tal que desde nuestra perspectiva, son éstas las que nos permiten ahondar en nuestro objeto de estudio, es decir, reconocer los usos de las gráficas en las derivadas de tal forma de evidenciar aquello que se encuentra opaco en la construcción del conocimiento matemático de la comunidad estudiada.

Ahora bien, realizaremos a continuación, una descripción de cada una de las secciones que hemos seleccionado para el análisis de los resultados. De esta manera, el lector podrá reconocer de mejor forma nuestro interés en cada una de ellas y por cierto, dar mayor entendimiento a los comentarios que realizaremos en cada caso.

Actividad I:

En esta actividad, se espera conocer cómo vive el dME en torno al uso de las gráficas en las derivadas. Además, nos hemos planteado el desafío de observar, cómo vive el análisis local en torno a los comportamientos gráficos en situaciones específicas. Por ello, vamos a considerar la sección (1.1 – 1.2 – 1.4).

Actividad II:

En esta actividad, se consideró abordar una situación de transformación, ello como eje de discusión, en torno al reconocimiento del significado gráfico y analítico de las transformaciones de parámetros de una función determinada. Ello con objeto de hacer ver a la gráfica, como un elemento de construcción de conocimiento matemático. Para tal efecto, vamos a considerar la sección (2.3).

Actividad III:

Con el afán de observar los usos de las curvas en las derivadas en los estudiantes de pedagogía en matemáticas, hemos considero avanzar en tal entendimiento, a razón del análisis de tipo global en torno a los comportamientos que tienen las curvas en las derivadas. Por elloa vamos a reportar la actividad 3.1a) y 3.2 a).

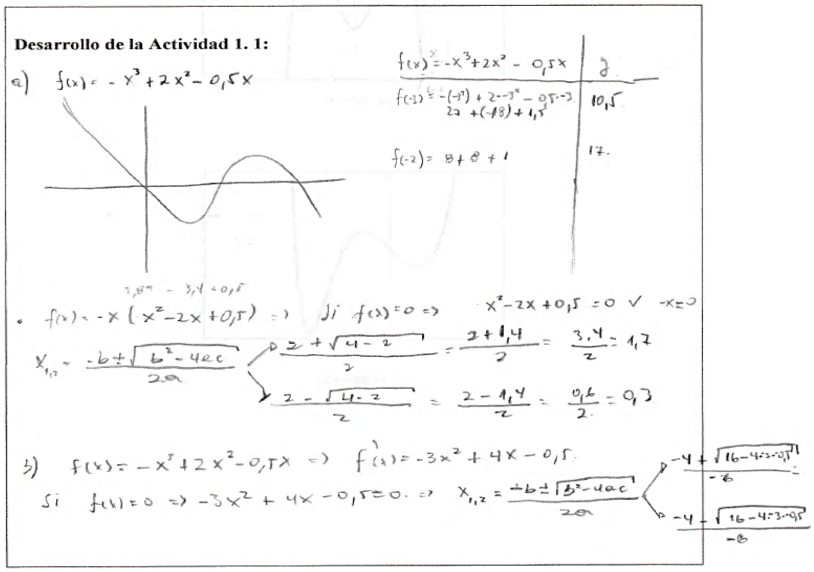
Así pues, a continuación, se describen los resultados de las secciones que han sido identificadas anteriormente. Luego se realizará un análisis general de ellos, a partir de la articulación de los elementos que han sido identificados en el capítulo anterior, a partir del mecanismo que presentamos en la figura 3.7.

IV.1: Actividad 1

Estudiante 1 (UCSH)

Sección 1.1:

El estudiante frente al desafío de bosquejar la gráfica de la expresión que se le daba, realiza desde nuestro punto de vista, lo correcto en términos de lo esperado. Es decir, utiliza las herramientas que le son particulares de su formación, y sobre las cuales se asientan las bases del dME. Esto deja entrever, la carencia de recursos gráficos en sus argumentaciones, lo cual por tanto da cuenta de un asentamiento más bien, en los aspectos que giran en torno a los objetos matemáticos madiante las estrategias algebraicas, esto mediante: 1) la factorización del polinomio dado, 2) luego la búsqueda de los ceros de la expresión cuadrática que resulta de la factorización inicial, para lo cual utiliza las herramientas algebraicas que son parte de su discurso matemático escolar, cuando se enfrenta a escenarios como el presente, para ello, ver figura 4.1.



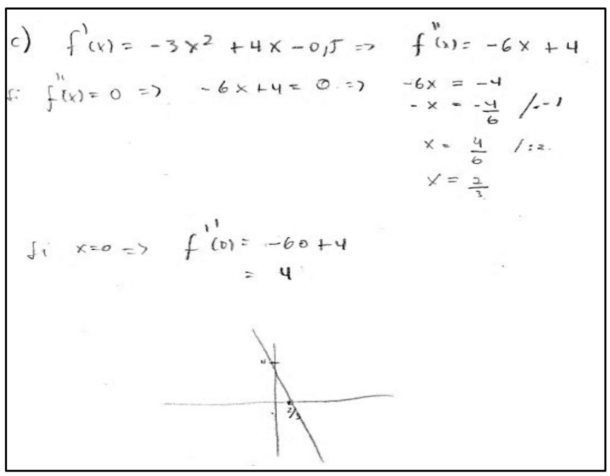


Figura 4.1: Estudiante 1 (UCSH)

Ahora bien, algo relevante a destacar, es la utilización de la expresión algebraica como recurso central de su argumento, es decir, es desde la expresión que surge entonces su trabajo algebraico, lo cual con posterioridad, soporta el proceso que conlleva obtener una derivada particular. De ahí que se logra evidenciar, la rigidez del los argumentos que les ha provisto el sistema educativo, tal que su concepción de derivada, es fruto nada más que de una iteración específica, la cual no logra mayor significado para el estudiante, quedando de esta manera, únicamente la visión de proceso sobre la cual recae encontrar una derivada particular, con base a las reglas de derivación.

Sección 1.2

En esta parte de la actividad, vemos nuevamente como aparece el argumento algebraico en la resolución de la actividad. Ahora bien, esto se logra evidenciar, al observar como el estudiante enfrentado a un problema gráfico, recurrentemente, lleva su problemática a un registro distinto del antes indicado. Ello, porque su estatus de confort no está sustentado en el registro gráfico, en virtud de concebir a la gráfica más bien desde el punto de vista de representación de un determinado fenómeno o bien, en este caso de las gráficas de las derivadas, como una representación de una derivada específica, para ello ver figura 4.1.2. Lo cual sin duda nos permite mostrar como estas herramientas impuestas por el dME, se transforma en el argumento central, dando cuenta así de una aplicación matemática más que de una construcción de conocimiento matemático, fruto de los usos de esta comunidad.

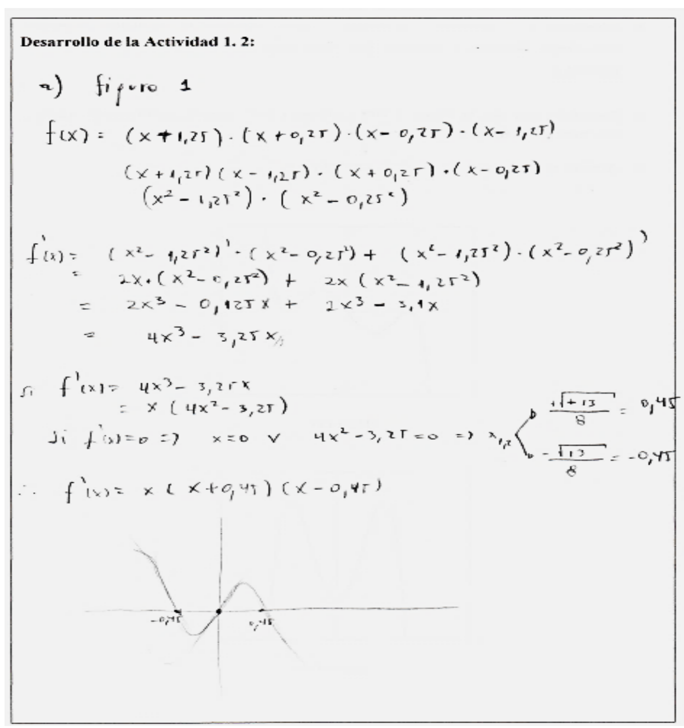


Figura 4.1.2: Estudiante 1 (UCSH)

A lo anterior, agregamos el hecho de concebir como el trabajo que realiza el estudiante, va dando cuenta de un proceso paulatino, con base a las aproximaciones que se tienen de los puntos de corte de la gráfica con respecto al eje de las abscisas. Luego, se presenta entonces, la búsqueda de un polinomio de tal manera de intentar materializar las reglas de las derivadas que él conoce, para finalmente, conseguir un bosquejo de lo solicitado. Destacamos que aun cuando este tipo de procedimiento debe ser parte del estudiante, desde la perspectiva Socioepistemológica, éste no debe ser el único, tal como lo es actualmente, transformando esta realidad, en una preocupación y también, en un llamado de atención al sistema educativo y por cierto que a la formación inicial.

Con base a lo anterior, creemos mostrar cómo la matemática se ha transformado en algo utilitario a partir de este tipo de situaciones, donde no existe de parte del estudiante un sentido para los procedimientos que realiza y mucho menos para los argumentos que genera, por lo cual, creemos que se están soslayando las construcciones de conocimiento matemático que son parte del proceso de formación inicial.

Sección 1.4

Declaramos que el estudiante no da cuenta de esta actividad. Creemos principalmente que esta evasión, es fruto de la escasa relación que logra articular entre la gráfica de la función de color negro y justamente, las gráficas de color. Lo cual se puede entender, sólo cuando vemos cómo aborda los casos anteriores, es decir, a partir de una expresión algebraica sobre la cual se ejerce todo el uso de las estrategias y herramientas de las que está provisto. Ahora bien, a lo anterior le damos mayor entendimiento, cuando reconocemos en los diálogos que se dan en la puesta en escena, lo siguiente:

"*No me facilita el no tener un número visible para establecer una función*". Entendemos en este caso que al contar con una expresión analítica, él no puede poner en uso otro tipo de argumentación. Tal que incluso luego agrega, "*La matemática que se enseña incluso en la universidad esta tan mecanizada, que Yo creo que por eso algunos profesores nos dan bibliografía y nos dicen, saben, estudien de cierta parte o hagan tal cosa, pero incluso en el aprendizaje de la derivada esto también es mecánico*" para lo cual incluso da un ejemplo

"*Si uno tiene un* $x^2 + 2$*, es bajar de grado, y queda dos equis*". De esta manera, él nos evidencia, cuáles son sus significados, sus procedimientos y argumentaciones, que no es más de aquello que hemos denominado en nuestra epistemología, como usos de las gráficas en las derivadas en el dME. Lo cual, da cuenta de una perspectiva finiquitada y preexistente de las matemáticas y por cierto de la imposición de los elementos antes indicados.

Estudiante 4 (UCSH)

Sección 1.1:

El estudiante que presentamos a continuación, nos ofrece a la hora de realizar el análisis de sus producciones, algunos elementos que son de nuestro interés. Lo primero que debemos reconocer en el trabajo que realiza el estudiante, es justamente la primera acción que éste efectúa en torno a su trabajo posterior. Lo cual es, efectuar la factorización del polinomio que se da de tal manera de posteriormente, ejecutar los procedimientos ya conocidos en su formación inicial.

Ahora bien, una vez realizado lo antes descrito, tal como lo muestra la figura 4.2, el estudiante mediante las herramientas que son parte de su bagaje escolar, realiza la búsqueda de los ceros en torno a la expresión algebraica de segundo grado, con objeto de buscar cierta referencia en la recta numérica. Situación que es de nuestro interés, ya que nos permite distinguir este hecho como un primer punto relevante en torno al análisis de los comportamientos gráficos, tal que pone en discusión un análisis de tipo local en la gráfica estudiada a partir de la referencia que le ofrece el plano cartesiano. De ahí que el desarrollo de las estrategias a nivel visual, son relevantes, por ejemplo, éste estudiante no profundiza en la exactitud de los puntos de corte pero si lo hace en torno al estudio de los comportamiento entre intervalos. Ahora bien, para el caso de la gráfica de la derivada, vemos nuevamente, como se hace presente el sentido de iteración entre los estudiantes. Es decir, mediante la determinación de una derivada específica, gracias a las reglas de derivación. Tal que son ellas, las que permiten sustentar todo el trabajo algebraico que en general se realiza y en particular este estudiante nos permite evidenciar.

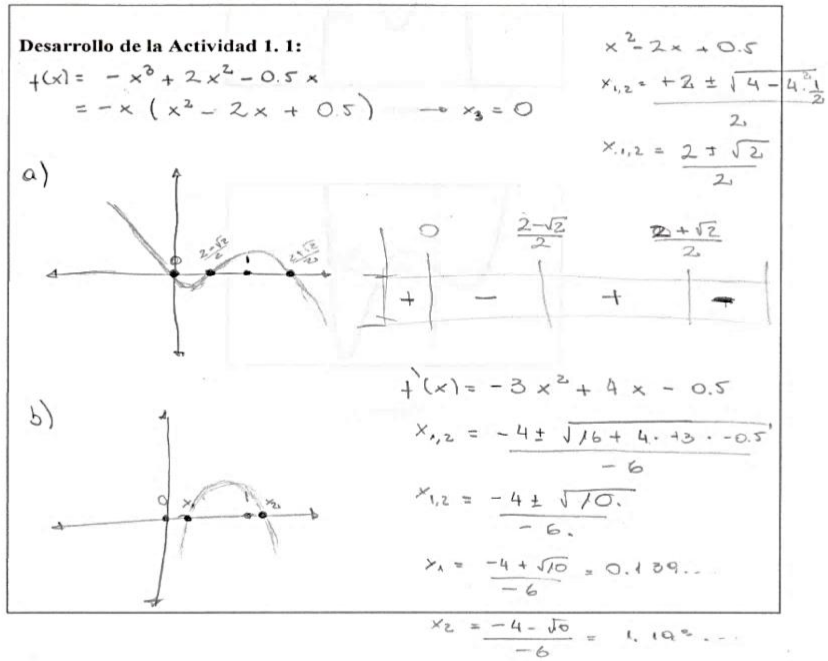


Figura 4.2: Estudiante 4 (UCSH)

Sección 1.2

En esta segunda parte, el estudiante nos permite reconocer con mayor puntualidad, la relevancia que tiene para éste los puntos críticos. Ello a partir de que son éstos los que mediante un análisis local de los comportamientos gráficos, le permiten identificar una tendencia en torno al intervalo que evalúan. Es decir, son los puntos críticos los que le permiten ir dando la tendencia de la gráfica resultante, en términos del bosquejo resultante. Lo cual es importante, ya que abandona los argumentos de tipo algebraicos, por los tipo gráficos, a la luz de los mismos elementos que son parte de la gráfica, tal como lo podemos observar cuando analiza y construye un bosquejo de la primera derivada en la figura uno, para ello ver figura 4.2.1.

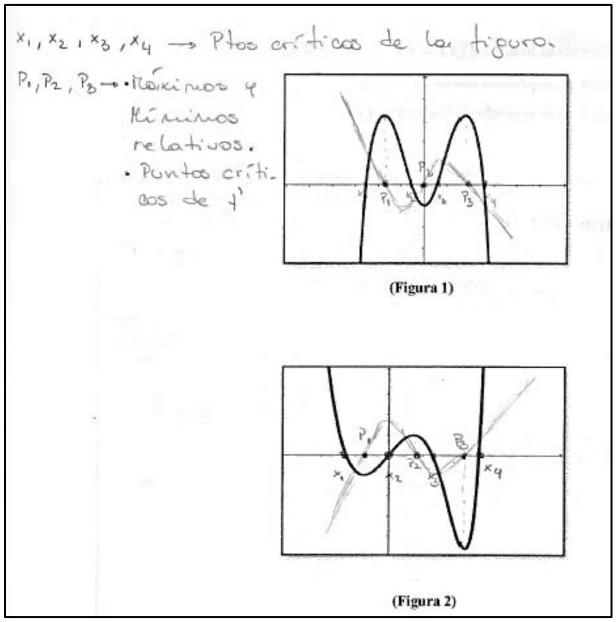
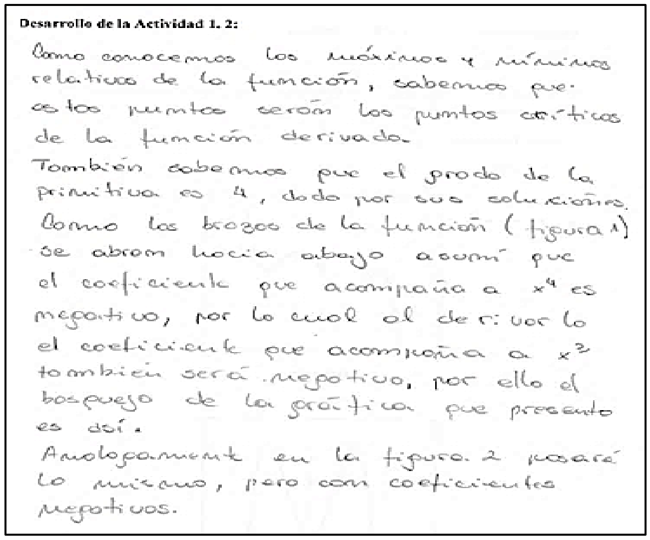


Figura 4.2.1 Estudiante 4 (UCSH)

En este contexto, es relevante rescatar, el grado de análisis que logra mostrar este estudiante. Con ello nos referimos al análisis que éste realiza en torno a la gráfica; para lo cual logra determinar su grado, lo que es importante. Asimismo, lo es el percibir que es de tipo negativo, lo cual da cuenta de su conocimiento en relación a la gráfica de este grado y del comportamiento que puede tener, para ello ver la figura 4.2.2. Ahora bien, esta relación en torno al signo que genera, es importante, ya que va a condicionar el comportamiento que establece de manera posterior para el caso de la gráfica de la primera derivada.



Desarrollo de la Actividad 1. 2:

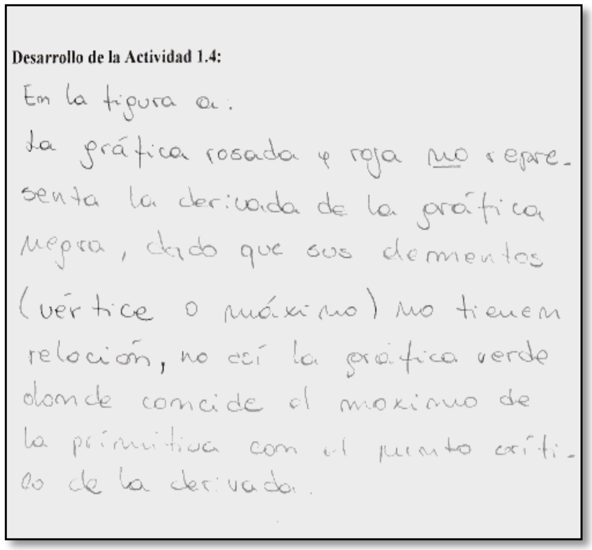
Como conocemos los máximos y mínimos relativos de la función, sabemos que estos puntos serán los puntos críticos de la función derivada.
También sabemos que el grado de la primitiva es 4, dado por sus soluciones.
Como los brazos de la función (figura 1) se abren hacia abajo asumí que el coeficiente que acompaña a x^4 es negativo, por lo cual al derivar lo el coeficiente que acompaña a x^3 también será negativo, por ello el bosquejo de la gráfica que presento es así.
Analogamente en la figura 2 pasará lo mismo, pero con coeficientes negativos.

Figura 4.2.2: Estudiante 4 (UCSH)

Sección 1.4

En esta parte de la actividad, nuestro interés está puesto en el uso de la gráfica en las derivadas, por ello es que ahora no hay expresiones algebraicas que representen a un cierto polinomio, sino más bien, se busca la identificación de la gráfica de la derivada a partir de la misma gráfica primitiva. Ello con objeto de observar, cuales son los usos particulares que tienen los estudiantes de matemática, cuando se enfrentan a una situación como esta.

Ahora bien, algo importante de mencionar nuevamente en este caso, es el uso de los máximos y mínimos como agentes de análisis en torno a los comportamientos gráficos, tal como lo podemos observar en el argumento que el estudiante nos brinda en la figura 4.2.3. Lo cual nos habla de un análisis de tipo local, bajo el esquema de los puntos críticos. Situación que permite distinguir las argumentaciones tradicionales, con base a la búsqueda de un polinomio.



Desarrollo de la Actividad 1.4:

En la figura a:
La gráfica rosada y roja no repre-
senta la derivada de la gráfica
negra, dado que sus elementos
(vértice o máximo) no tienen
relación, no así la gráfica verde
donde concide el máximo de
la primitiva con el punto críti-
co de la derivada.

Figura 4.2.3: Estudiante 4 (UCSH)

Estudiante 2 (USACH)

Sección 1.1

En la figura 4.3, logramos evidenciar nuevamente, cómo se hace presente el aspecto algebraico dentro de los recursos centrales que se ponen en juego a la hora de dar cabida al análisis de tipo gráfico en torno a la derivada. Para ello vemos como hace uso de la técnica de derivación de un polinomio, ya que es desde ahí, donde surge respectivamente la gráfica de la primera y segunda derivada. De lo anterior, logramos evidenciar y poner en discusión los aspectos algebraicos como único argumento frente a escenarios donde se discute la gráfica de las derivadas.

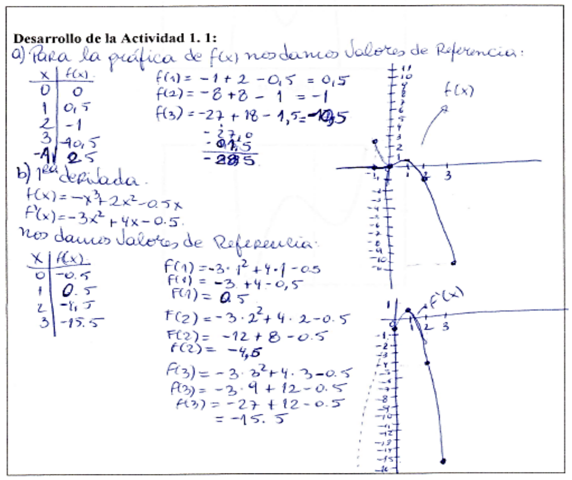


Figura 4.3: Estudiante 2 (USACH)

A lo dicho anteriormente, sumamos el hecho de observar en este caso, cómo el estudiante para la construcción de la gráfica, deja entre ver, la noción de función. Es decir, para cada valor de la variable independiente, se obtiene un valor para la variable independiente, lo cual sin duda nos permite entonces, reconocer el valor que le brinda a la búsqueda de un par ordenado con objeto de discutir comportamiento locales en torno al análisis de las gráficas.

Sección 1.2

Desde nuestro punto de vista, las ideas que nos deja ver el estudiante en la figura 4.3.1; es tal vez el reflejo más claro de las consecuencias en términos de imposición de significados y determinados procedimientos por parte del dME. De ahí que hablamos de una imposición simbólica que termina en un sesgo en relación a la construcción del conocimiento. Lo cual sin duda, nos permite analizar nuevamente la situación actual en el sistema educativo, eso desde el punto de vista de nuestro marco teórico Socioepistemológico. El cual ha denunciado el actual dME y ha propuesto la necesidad de un rediseño del dME, a partir de una matemática bajo una justificación de tipo funcional.

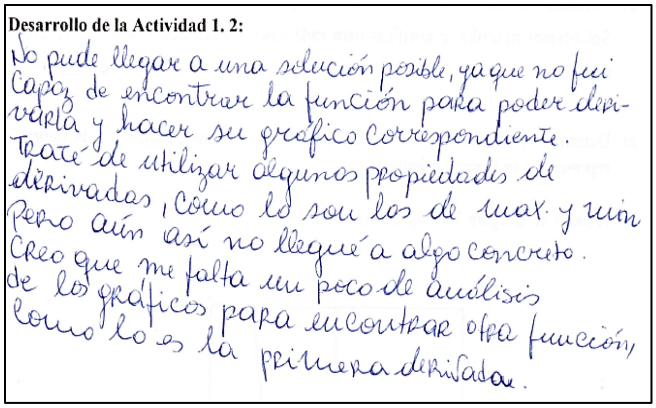

Desarrollo de la Actividad 1. 2:
No pude llegar a una solución posible, ya que no fui
Capaz de encontrar la función para poder deri-
varla y hacer su grafico Correspondiente.
Traté de utilizar algunos propiedades de
derivadas, como lo son los de max. y min
Pero aún así no llegué a algo concreto.
Creo que me falta un poco de análisis
de los gráficos para encontrar otra función,
como lo es la primera derivada.

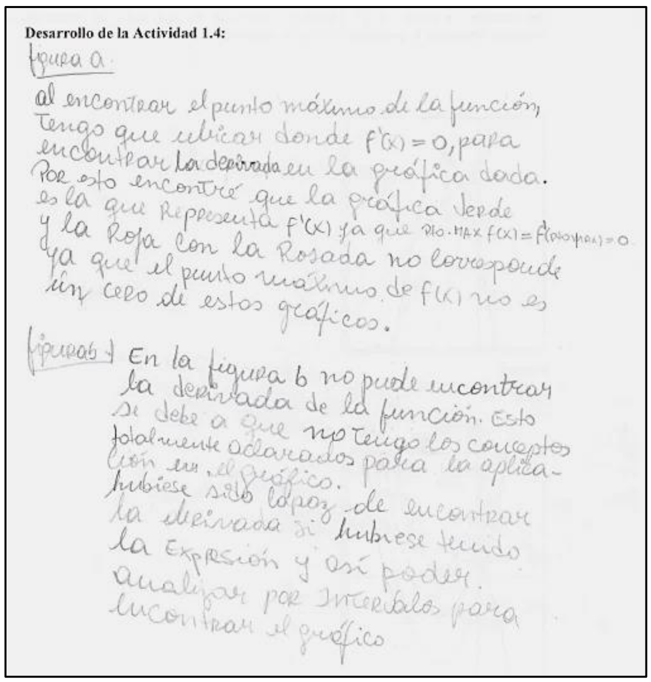
Figura 4.3.1: Estudiante 2 (USACH)

A lo anterior, sumamos el hecho de reconocer la necesidad de contar con un bagaje más amplio en relación a los aspectos gráficos, tal como lo manifiesta este estudiante. Sobre todo, cuando ya se han reportado situaciones similares en otros trabajos, por ejemplo, en Cantoral y Farfán (1998). Ahora bien, si bien para este caso el estudiante identifica la necesidad de contar con un análisis mayor en relación a las gráficas, de igual manera, evidenciamos el tema de fondo para este apartado, es decir, identificar cómo vive el dME en términos del uso de las gráficas en las derivadas. Para ello indicamos, cómo existe la necesidad de basar el argumento, a partir de una función que represente a un determinado polinomio.

Sección 1.4

En esta producción del estudiante, logramos identificar dos tipos de fenómenos en sus respuestas. Por una parte, vemos nuevamente cómo no se logra evidenciar el uso de los máximos y mínimos en las argumentaciones que construyen los estudiantes en escenarios gráficos como el que aborda esta sección. Lo cual, no es más que un síntoma de cómo la imposición de *significados, procedimientos y argumentaciones* que el dME impone simbólicamente, van ejerciendo una cierta hegemonía en torno a un solo tipo de argumentación. En este caso, se hace evidente el uso de la regla de la derivada, una vez conocido el polinomio que representa a la gráfica de la función. Situación que también se logra apreciar en la segunda parte de la respuesta de nuestra estudiante, ya que nos provee de una afirmación tajante sobre sus argumentaciones en torno a las gráficas en las derivadas.

Es decir, indica que "*Hubiese sido capaz de encontrar la derivada, si hubiese tenido la expresión y así analizar por intervalos para encontrar la gráfica*". Esto ha generado en el discurso del estudiante, una estructura en relación a los significados, eso en términos de concebir a la derivada como un proceso de iteración y a la gráfica como una representación de ella, lo cual se logra construir, únicamente si obtenemos la expresión de algún polinomio que la logre representar, tal como se logra evidenciar en la figura 4.3.2.



Desarrollo de la Actividad 1.4:

figura a

al encontrar el punto máximo de la función, Tengo que ubicar donde $f'(x)=0$, para encontrar la derivada en la gráfica dada. Por esto encontré que la gráfica verde es la que representa $f'(x)$ ya que pto. MAX $f(x) = f'(pto\,max) = 0$ y la Roja con la Rosada no corresponde ya que el punto máximo de $f(x)$ no es un cero de estos gráficos.

figura b En la figura b no pude encontrar la derivada de la función. Esto se debe a que no tengo los conceptos totalmente aclarados para la aplicación en el gráfico. hubiese sido capaz de encontrar la derivada si hubiese tenido la Expresión y así poder analizar por intervalos para encontrar el gráfico

Figura 4.3.2: Estudiante 2 (USACH)

Estudiante 3 (USACH)

Sección 1.1

En esta parte de la actividad, el estudiante da cuenta de algunos aspectos más ligados a la búsqueda de comportamientos en torno a la gráfica. Sin embargo, de igual forma utiliza los procedimientos particulares de la regla de la derivada, es decir, utiliza como base de su argumentación el polinomio dado. Lo cual le permite aplicar la regla de la derivada y de esa manera obtener $f' \ o \ bien \ f''$. Ahora bien, para la construcción de las gráficas, utiliza un conjunto de elementos escolares como por ejemplo; al determinar que la primera derivada resulta una expresión de tipo cuadrática, éste utiliza la búsqueda de los ceros de las raíces a partir de la expresión algebraica que se estudian en los niveles escolares de bachillerato o bien, enseñanza media tanto en México como en Chile respectivamente. De manera, encuentra los puntos específicos y construir en este escenario las distintas gráficas que va encontrando como resultado de una iteración de funciones particular.

Destacamos en este contexto, el hecho de observar en el estudiante algunos rasgos parciales en torno a la lectura de comportamiento en torno a la gráfica a partir de la búsqueda de puntos específicos en ciertos intervalos, con objeto de lograr evidenciar cómo se comporta ésta, lo cual sería un buen punto de inicio en torno a un trabajo más relativo a los usos de las gráficas. Sin embargo, debemos indicar la centración que igualmente logran dominar sus argumentaciones, la cual no es otra que la centración en los objetos matemáticos, tal como lo logramos evidenciar en la figura 4.4. Eso en términos del uso de la gráfica en la derivada, tal que su concepción, nos indica los significados y procedimientos que posee en torno a dicho concepto.

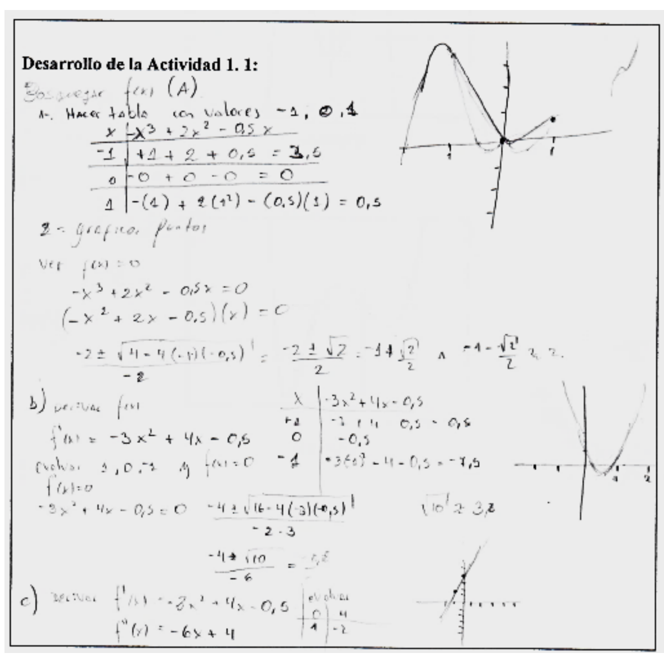


Figura 4.4: Estudiante 3 (USACH)

Sección 1.2

El estudiante en esta parte de la actividad, nos da indicios acerca de la relevancia que tienen los puntos de inflexión en el análisis local la gráfica, tal que son a partir de ellos, desde donde surge por tanto las argumentaciones en torno a los máximos y mínimos. Los cuales pasan a hacer puntos de referencia en torno a los comportamientos que se logran realizar en torno a las gráficas dadas.

Ahora bien, este argumento es fortalecido por el estudiante cuando describe los comportamientos que tiene la gráfica de la primitiva, en función de la primera derivada en términos gráficos. Lo cual es sin duda, una estrategia que ha desarrollado en el tiempo el discurso escolar en torno a las gráficas de las derivadas, de ahí que logramos observar cómo entonces, vive ese discurso en los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Sin embargo, de igual forma estos aspectos son relevantes, ya que nos permiten dar cuenta de aquellos usos que en el estudiante están siendo opacados por la centración en los objetos matemáticos a partir del uso de expresiones algebraicas como referencia en torno a un proceso de iteración, lo cual desencadena una construcción gráfica de éste procedimiento, por contrata parte, al desarrollo del análisis gráfico en torno a las derivadas, lo cual éste estudiante, logra realizar de manera adecuada en sus bosquejos, justamente a partir de un análisis local en términos de los máximos y mínimos tal como se puede apreciar en la figura 4.4.1.

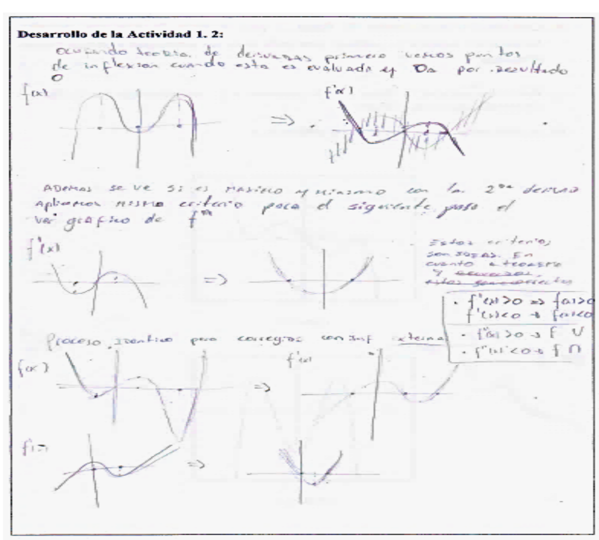
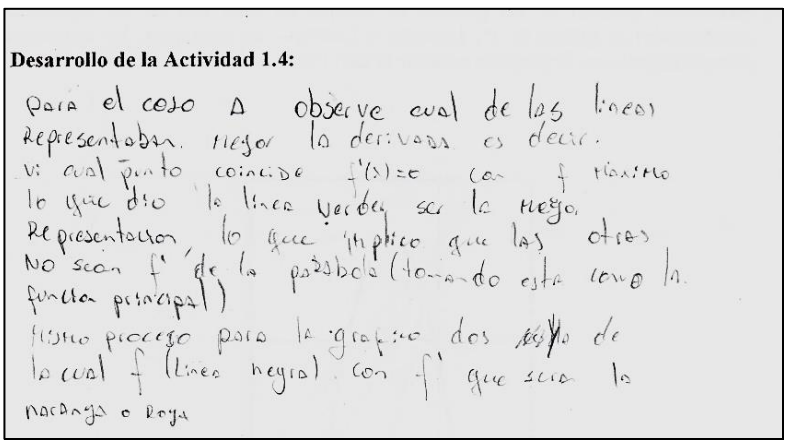


Figura 4.4.1: Estudiante 3 (USACH)

Sección 1.4

Lo relevante de esta sección en término de las argumentaciones que el estudiante logra evidenciar, es específicamente, aquello que desde nuestro punto de vista esta opacado en términos de construcción de conocimiento. Es decir, los puntos máximos y mínimos en torno a los comportamientos gráficos que ellos reconocen, bajo escenarios donde se discute únicamente, aquellos aspectos gráficos, con objeto de dar valor de uso a la gráfica como tal, lo cual es un primer paso en torno a la descentración de los objetos matemáticos.

Lo anterior, lo observamos en la argumentación que el estudiante da cuando realiza la distintición de cuál gráficas de colores representa de mejor forma la gráfica de la primera deriva. Para lo cual el estudiante presenta como argumentación, el uso de los puntos de inflexión como referencia en torno a los puntos de corte en torno al eje de las abscisas, dando cuenta de los puntos máximos y mínimos como eje de la discusión en términos del análisis local de la gráfica en las derivadas, tal como se puede observar en la figura 4.4.2.


Desarrollo de la Actividad 1.4:

Para el caso A observe cual de las lineas representaban mejor la derivada es decir.
vi cual punto coincide f'(x)=0 con f maximo
lo que dio la linea verde ser la mejor
representacion, lo que implica que las otras
no sean f' de la parabola (tomando esta como la
funcion principal)
mismo proceso para la grafica dos [illegible] de
la cual f (linea negra) con f' que seria la
naranja o roja

Figura 4.4.2 Estudiante 3 (USACH)

IV. 2: Actividad 2

Estudiante 3 (UCSH)

Sección 2.3

En esta parte de la actividad, se esperaba que el estudiante significara los patrones gráficos y analíticos. Para lo cual se presentó la gráfica de la figura siete, la cual corresponde a una de tercer grado. Ahora bien, para lograr discutir en términos gráficos se consideró no revelar la expresión algebraica que representaba a la función, de tal manera de que los estudiantes lograran abandonar el lenguaje algebraico y dieran paso a un análisis gráfico en torno a los comportamientos a partir de la actividad 2.1.

Es importante indicar que el estudiante logró construir un bosquejo, el cual se sustenta a partir de los puntos críticos que identifica desde la gráfica primitiva. Esta situación, tiene mucha relevancia para nuestro trabajo, ya que observamos cómo el estudiante utiliza argumentos diferentes a los que hemos descrito anteriormente. De ahí que el análisis local, se logra evidenciar de manera más clara, tal que son los máximos y mínimos en la gráfica de la función primitiva, los que dan sustento a los análisis posteriores del estudiantes. Situación que comienza a validar la relevancia de los máximos y mínimos, asimismo, de la gráfica, a partir de reconocer a ésta, como un cuerpo que permite el desarrollo de este tipo situaciones, al concebir a la gráfica como una que permite guiar comportamientos dentro de un análisis local y global, tal como se logra apreciar en la fiura 4.5.

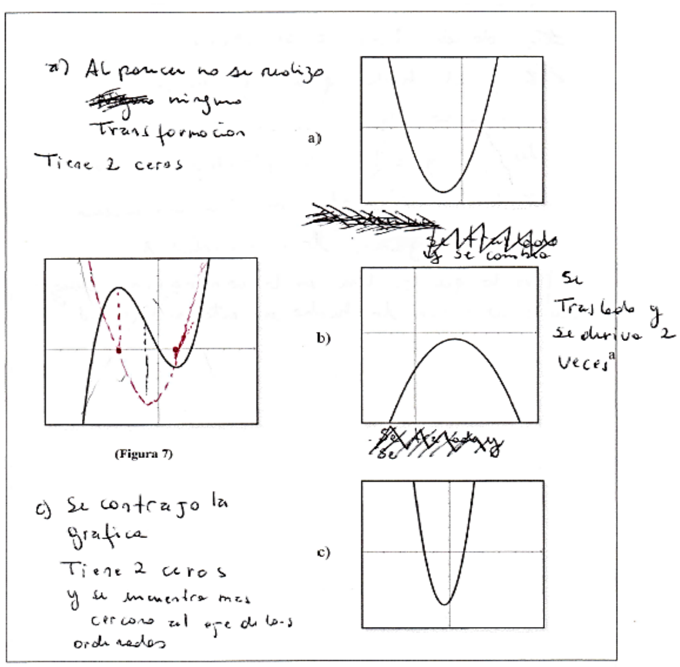


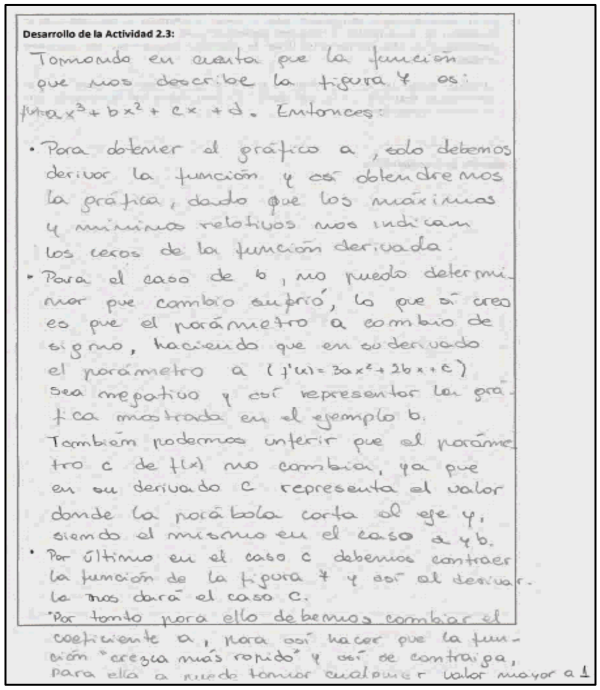
Figura 4.5. Estudiante 3 (UCSH)

Ahora bien, es importante mostrar cómo el bosquejo que estable éste estudiante en función de lo ya antes descrito, le permite al mism, distinguir el tipo de transformación que sufrió la función primitiva. Ello a partir del análisis que realiza, en torno a la dilatación o contracción de la gráfica de la figura (c). Es decir, es el bosquejo que él construye el cual le permite lograr esa distinción en torno al comportamiento de la gráfica de la derivada.

Estudiante 4 (UCSH)

Sección 2.3

En el contexto del análisis gráfico que solicitamos, creemos relevante indicar algunos aspectos que el estudiante nos permite analizar a partir de sus producciones. Lo primero que nos parece importante de indicar, es el hecho de que aun cuando se les presenta una gráfica de un determinado polinomio, el estudiante para ordenar sus ideas en torno a su trabajo, propone un posible polinomio en torno a la gráfica de la figura siete. Ello desde el punto de vista del análisis gráfico al cual inducíamos con la actividad, nos permite evidenciar la rigidez de las imposiciones de *significados, procedimientos y argumentaciones.* Así observamos una centración en los obejtos matemáticos, el cual subyace aun cuando el foco de atención es distinto, como lo se logra apreciar en la figura 4.5.1.



Desarrollo de la Actividad 2.3:

Tomando en cuenta que la función que nos describe la figura 7 es: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Entonces:

- Para obtener el gráfico a, solo debemos derivar la función y así obtendremos la gráfica, dado que los máximos y mínimos relativos nos indican los ceros de la función derivada.
- Para el caso de b, no puedo determinar que cambio sufrió, lo que sí creo es que el parámetro a cambio de signo, haciendo que en su derivada el parámetro a ($f'(x)=3ax^2+2bx+c$) sea negativo y así representar la gráfica mostrada en el ejemplo b.
También podemos inferir que el parámetro c de f(x) no cambia, ya que en su derivada c representa el valor donde la parábola corta el eje y, siendo el mismo en el caso a y b.
- Por último en el caso c debemos contraer la función de la figura 7 y así al derivar la nos dará el caso c.
Por tanto para ello debemos cambiar el coeficiente a, para así hacer que la función "crezca más rápido" y así se contraiga, para ello a puede tomar cualquier valor mayor a 1

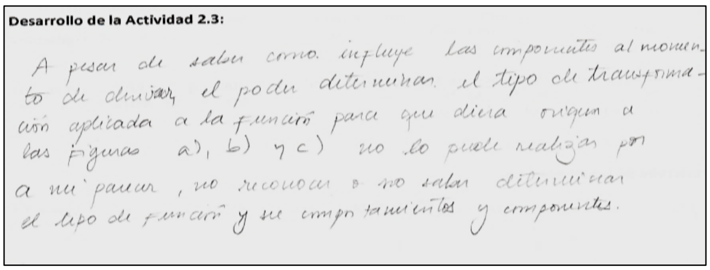
Figura 4.5.1: Estudiante 4 (UCSH)

Destacamos finalmente de esta producción, el hecho de reconocer uno de los objetivos que nos habíamos planteado para esta parte de la actividad. Es decir, dar cuenta de la significación gráficas de la variación de los parámetros de una expresión, lo cual propicia el desarrollo de la visualización de ciertos comportamientos gráficos y analíticos. De ahí que es relevante, dar cuenta de los aspectos tendenciales que están presentes en la argumentación del estudiante, cuando se enfrenta a la dintinción de qué tipo de transformación sufrió la gráfica de la figura siete, de tal manera de obtener la figura (c).

Estudiante 1 (USACH)

Sección 2.3

Creemos importante ahondar en algunos aspectos de la producción que el estudiante nos provee. Algo relevante de indicar, es el hecho de darnos cuenta cómo las influencias del dME limitan el tipo y la argumentación de una persona, en este caso, un estudiante de tercer año de pedagogía en matemáticas. Ya que si observamos el argumento del estudiante "*A pesar de saber cómo influye las componentes al momento de derivar, el poder determinar* *el tipo de transformación aplicada a la función para que diera origen a las figuras a), b) y c) no lo puedo realizar por a mi parecer, no reconocer o no saber determinar el tipo de función*" Aquí desde nuestro punto de vista, podemos nuevamente dar evidencia en torno a las limitante que el dME impone simbólicamente mediante su sistema de razón, el cual se entiende aún más, cuando consideramos que este estudiante aun no enfrenta otras miradas de las matemáticas, como es el caso de la didácticas de las matemáticas o bien, aspectos más cercanos al aula. Lo cual a nuestro parecer, influye fuertemente en este tipo de argumento en torno a su imposibilidad de realizar la actividad.


Desarrollo de la Actividad 2.3:

A pesar de saber como influye las componentes al momento de derivar, el poder determinar el tipo de transformación aplicada a la función para que diera origen a las figuras a), b) y c) no lo puede realizar por a mi parecer, no reconocer o no saber determinar el tipo de función y su comportamientos y componentes.

Figura 4.5.2: Estudiante 1 (USACH)

Estudiante 4 (USACH)

Sección 2.3

El estudiante que presentamos a continuación, nos da cuenta de elementos relevantes y del objetivo que tenía esta sección en la segunda actividad, hablamos de discutir la misma gráfica, tal que es ella la que debia conducir las argumentaciones de los estudiantes y así también, de los comportamientos en términos gráficos. De ahí que este estudiante a nuestro parecer, logra dar cuenta de un análisis local y en algunos aspectos globales, en la medida de incorporar en la discusión los aspectos gráficos en torno a la gráfica de la figura siete, tal como lo muestra la figura 4.5.3. A patir de lo anterior, es como el estudiante logra tratar y reconocer mediante un análisis gráfico, el tipo de transformación que se le aplico a la figura siete para obtener la figura a). Para ello vemos como el estudiante realiza un análisis en intervalos e incluso considera aspectos más cercanos a los signos de la gráfica. Es decir, son los elementos de la gráfica los que le permiten distinguir el tipo de transformación aplicada.

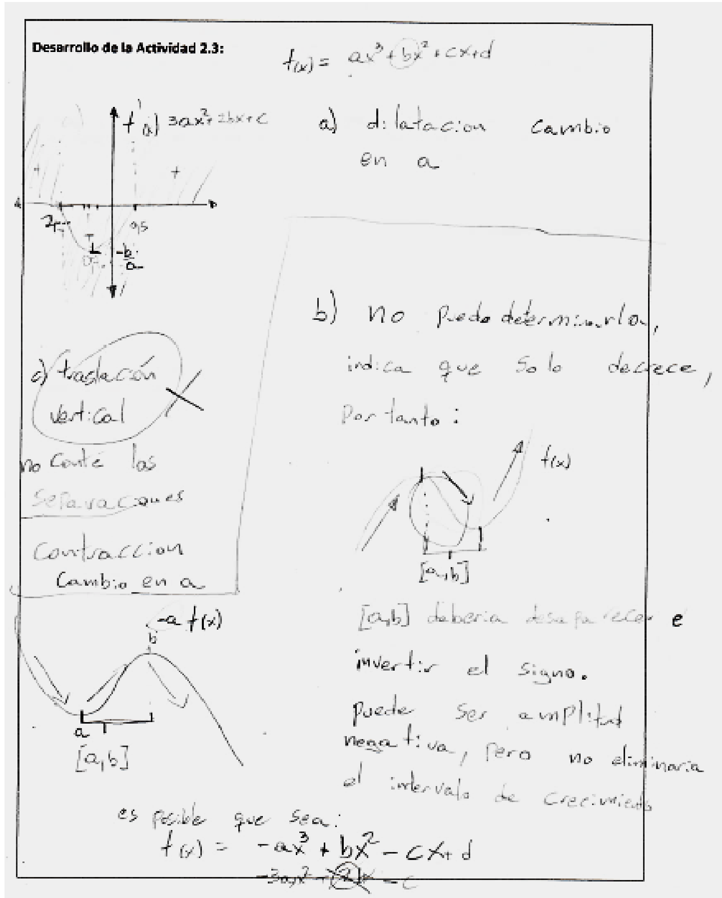


Figura 4.5.3: Estudiante 4 (USACH)

De igual forma, es para el caso de la determinación del tipo de transformación para las figuras b) y c). De ello observamos el análisis local en torno a los comportamientos gráficos, lo cual se sostiene a partir del análisis por intervalos pequeños, lo cual le permite reconocer el comportamiento de la gráfica de la primera derivada y por tanto, de la transformación que se le aplico respectivamente, tal como por ejemplo, para el caso de la figura c).

IV .3: Actividad 3

Estudiante 3 (UCSH)

Sección 3.1 a)

En esta parta de la actividad, observamos cómo el estudiante aun cuando debe realizar un análisis global de la curva que presentamos, da cuenta de cómo para lograr establecer este tipo de análisis, comienza por consideraciones locales en torno a la curva, tal que son los intervalos analizados, los que le permiten construir finalmente el análisis global. Esta situación la vemos reflejada en dos aspectos puntuales. Primero, la búsqueda de parte del estudiante de “puntos relevantes”, ello con objeto de mirar los puntos de inflexión. De ahí que la discusión la traslada en torno a los máximos y mínimos, quienes a estas alturas del análisis que hemos realizado, toman fuerza en relación a los usos particulares que son parte de esta comunidad de conocimiento.

Sin embargo, destacamos que ellos su vez, son opacados por el dME, donde más bien la centración está en los objetos matemáticos, y de ahí su análisis más bien de tipo algebraico, aun cuando la situación está en un contexto gráfico, situaciones que ya hemos reportado anteriormente.

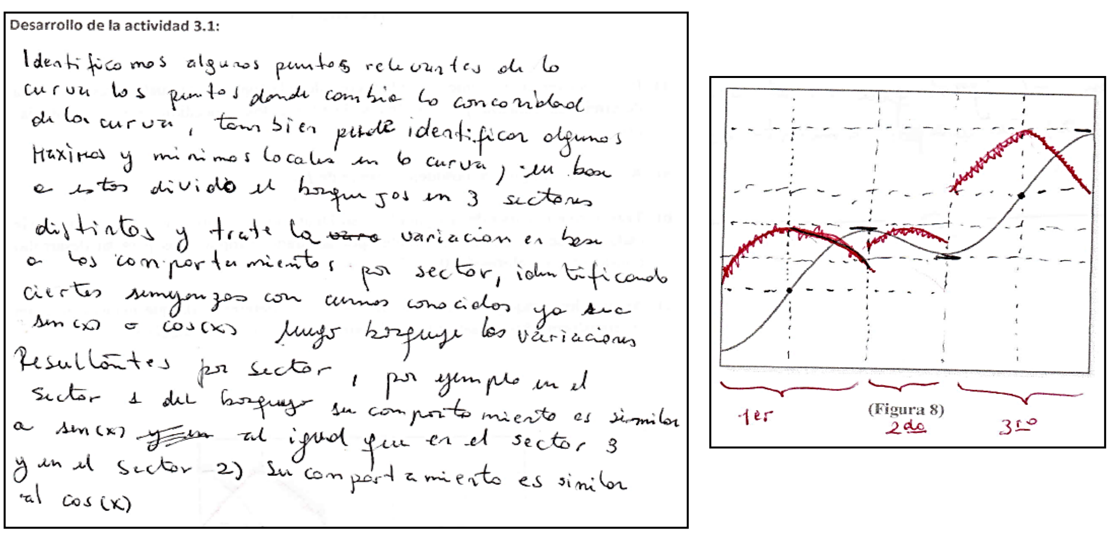


Figura 4.6: Estudiante 3 (UCSH)

Ahora bien, algo importante de mostrar es cómo el estudiante deja de lado el análisis que realiza a partir de un plano cartesiano, pero incluye en el mismo, un tipo de cartografía que le permite mirar determinados sectores, con objeto de poner nuevamente el foco en lo local, tal como lo muestra la figura 4.6. Lo cual nos da indicios de cómo el plano cartesiano, colabora permanentemente en el análisis que los estudiantes de esta comunidad realizan, lo cual nos llama la atención y ponemos en discusión, tal que observamos más bien, una centración en los análisis locales, ello a partir de concebir a la gráfica de la derivada como una representación de una iteración específica. Lo cual soslaya la relevancia de la gráfica como tal, en virtud de no considerarla como una construcción de conocimiento.

Sin embargo, creemos que actividades como esta, en donde se discuten aspectos no tratados en una formación docente como la que hemos descrito, logran evidenciar en el estudiante aspectos relevantes de la gráficas, por ejemplo, la gráfica como una instrucción que organiza comportamientos.

Sección 3.2 a)

Destacamos que el estudiante logra identificar mediante la distinción gráfica que realiza a partir de las gráficas cartesianas que construye, tal como se aprecia en la figura 4.6.1, la curva que representa de mejor manera la primera variación. De ahí por tanto que damos cuenta de algunos aspectos a destacar.

En este contexto, creemos relevante dar espacio de discusión a la propuesta que observamos en la producción del estudiante. Resulta importante denunciar la imposición simbólicas de *significados, procedimientos y argumentaciones* por parte del dME, ello fruto de imponer una centración en los objetos matemáticos, lo cual se manifiesta en este contexto a partir del tipo de análisis de ciertas variaciones, ya que más bien existe predominancia en los aspectos locales, lo cual nos hace pensar en la secuencia que Testa (2004) propone en términos de la enseñanza de la derivada en los cursos de Cálculo.

Ahora bien, creemos relevante dar cuenta además, sobre el uso de la gráfica cartesiana aun cuando se está dando énfasis a la curva, ello con objeto de privilegiar los aspectos globales. Es decir, la gráfica en nuestras actividades se mira desde una perspectiva Socioepistemológica, la cual permite concebir a la gráfica, como una que organiza comportamientos, de ahí que es a nuestro aprecer, una riqueza el uso de actividades que involucren la transformación gráfica de funciones, ya que provee de argumentaciones en donde el centro de argumentación es la tendencia de la gráfica, provocando así, una discusión en términos de la Modelación - Graficación.

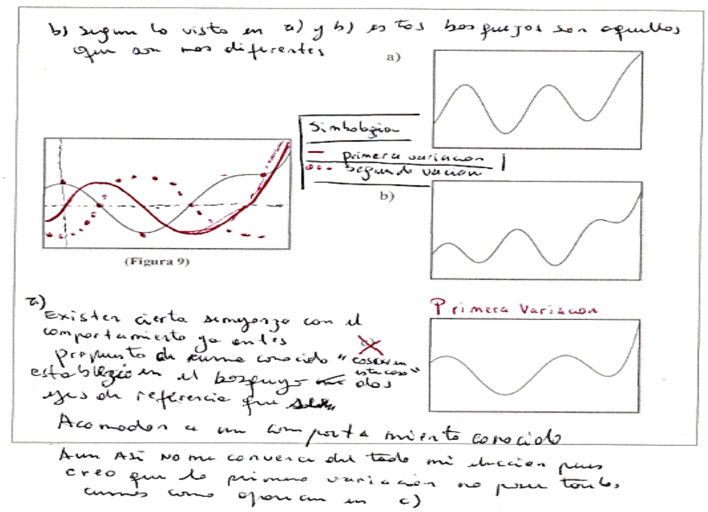


Figura 4.6.1: Estudiante 3 (UCSH)

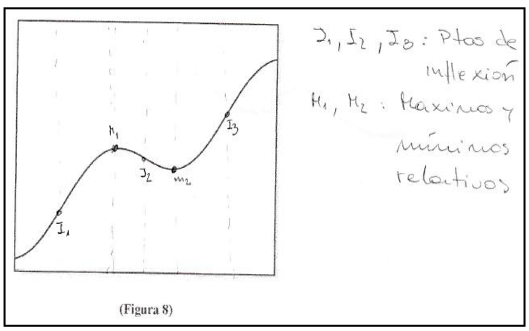
Estudiante 4 (UCSH)

Sección 3.1 a)

El estudiante que analizamos, nos logra proveer de algunos puntos relevantes en tornos al análisis que no logra realizar en torno a una curva. De ahí que nos parece relevante nuevamente, abordar dicha problemática. Lo primero que debemos indicar, es cómo el estudiante entra en conflicto con esta situación, indicando que "*No sé realmente como sería, ya que no tengo ningún sistema de referencia (plano cartesiano) para poder graficarlo*".

Esta situación, nos lleva a reflexionar con objeto de dar entendimiento a la situación provista por el estudiante. En este contexto, creemos fuertemente que el estudiante al no lograr identificar los aspectos globales, difícilmente, podría lograr materializar aspectos locales de manera significativa, tal que de acuerdo a estudios que se han reportado en nuestra comunidad Socioepistemológica, ciudadanos enfrentados en su cotidiano a situaciones de variación, estos dan cuenta de trayectorias, curvas y finalmente la gráfica cartesiana.

Es decir, lo inverso de la propuesta que provee el dME en los cursos de Cálculos mediante un análisis más bien local, centrado en el argumento de la primera y segunda derivada. Lo cual podemos ver reflejado en las palabras de nuestro estudiante, en términos de indicarnos, "*Para poder graficarlo*", lo cual da indicios de que más bien viven ciertos proceso establecidos, los cuales a nuestro juicio, son parte un sistema de razón de tipo simbólico, tal como lo indica Soto (2010) y se logra apreciar en la figura 4.6.2.



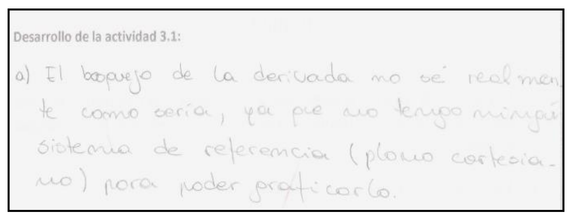


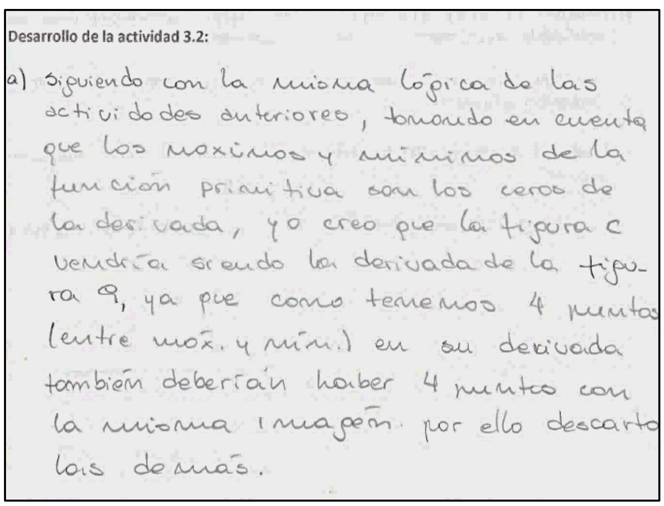
Figura 4.6.2: Estudiante 4 (UCSH)

Sección 3.2 a)

En esta actividad, el estudiante da cuenta del uso de la cuerva en las derivadas, en términos de aspectos locales, ya que son ellos los usos que desde nuestro punto de vista, están siendo opacados en término de la construcción social del conocimiento matemático. Lo cual nos sitúa por tanto, en una reflexión en torno a ello.

Si observamos las respuestas del estudiante, ver figura 4.6.3, lograremos percatar que el aspecto local, es el argumento central en sus argumentaciones. Lo cual nos da indicios por tanto, que es éste elemento el cual está presente en la construcción del conocimiento particular de esta comunidad de estudiante de pedagogía en matemáticas. De ahí por tanto nuestra critica, en términos de que se está soslayando con este trabajo local, los aspectos globales, pero también, observamos en ello una oportunidad en término de que pueden ser estos puntos críticos, los cueles nos pueden proveer de información y de resignificaciones futuras en relación a las gráficas de las derivadas.

De igual forma, rescatamos nuevamente el comportamiento gráfico que logra identificar nuestro estudiante, aun cuando sea de manera local en una situación de análisis global. Ello a partir de que el estudiante logra dar curso a un análisis en términos de comportamientos gráficos, lo cual sin duda es relevante para nuestro trabajo, ya que nos provee de una riqueza en relación a que ciertas acciones conjuntas, las cuales podrían lograr una resignificación del uso de las gráficas en las derivadas a partir de concebir a la gráfica como una construcción social del conocimiento matemático.


Desarrollo de la actividad 3.2:

a) siguiendo con la misma lógica de las actividades anteriores, tomando en cuenta que los maximos y minimos de la funcion primitiva son los ceros de la derivada, yo creo que la figura c vendría siendo la derivada de la figura a, ya que como tenemos 4 puntos (entre máx. y mín.) en su derivada también deberían haber 4 puntos con la misma imagen. por ello descarto las demás.

Figura 4.6.3: Estudiante 4 (UCSH)

IV. 4: Análisis global de los resultados

En esta sección del apartado, trataremos de articular los tres elementos que constituyen nuestro esquema general de análisis de resultado, ello a la luz de las producciones que hemos presentado anteriormente. En este contexto, lo primero que debemos reconocer son los elementos que esperamos articular, es decir: a) La caracterización disciplinar de la formación inicial de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas; b) La epistemología de usos de las gráficas en las derivadas; C) Y finalmente, los dos ejes centrales del MCCM: la institucionalización y la identidad. Ahora bien, de la articulación de estos tres elementos, ver figura 4.1.1; esperamos lograr un mayor entendimiento en términos de los antecedentes que estos nos proveen.

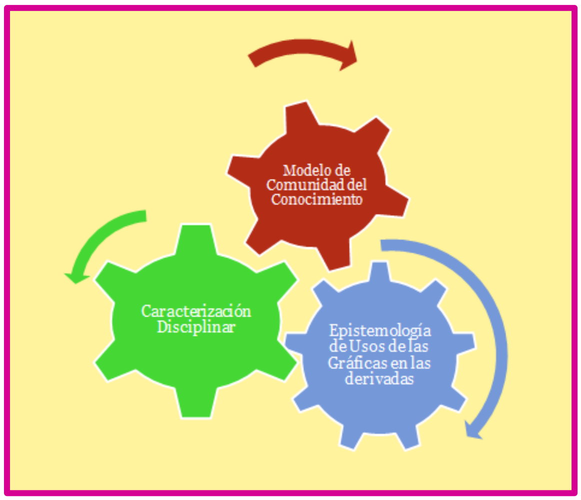


Figura 4.1.1: Esquema de Análisis de Resultado

Lo primero, es identificar la manera en la cual logramos entendimiento de las producciones de los estudiantes de pedagogía en matemáticas a partir de la caracterización disciplinar que proponemos en el capítulo tres. Para tal efecto, abrimos el debate en torno a las producciones de los estudiantes de esta comunidad, identificando el uso de estrategias algebraicas en escenarios no algebraicos. Es decir, aun cuando el estudiante se ve enfrentado al desafío de realizar un análisis en términos gráficos, éste adecua sus argumentaciones desarrolladas en su proceso de formación inicial a partir de aspectos algebraicos. Lo cual se logra evidenciar en las distintas secciones de nuestras actividades que ya hemos presentado. Por ejemplo, en la actividad 1.2, en el estudiante 1 (UCSH); éste estudiante, evidencia desde nuestro punto de vista, cómo aparece la hegemónica del dME en sus procesos de argumentación. Es decir, estamos en presencia de una manifestación concreta en torno a los aspectos que ha abordado Soto (2010, 2013, 2014), en donde hace ver por una parte la exclusión de la construcción de conocimiento matemático y por otra, la hegemonía de la disciplina de la matemática en la conformación de los programas de formación inicial de estudiante de pedagogía en matemáticas.

Lo anterior, permite dar cuenta de la complejidad a la que se enfrentan los estudiantes de esta comunidad, en términos de dar ruptura a los esquemas tradicionales sobre los cuales han sentado sus conocimientos de base en relación a la disciplina de la matemática. De ahí que observar los perfiles profesionales de los profesores de estos estudiantes, es importante, ya que permite lograr mayor entendimiento en relación a qué matemática es la que imparte en sus cursos, e igualmente nos permite idencitificar qué matemática es la que él espera evaluar en sus exámenes. De esa relación es desde donde surge entonces, nuestra reflexión en torno a la exclusión que vive el estudiante de esta comunidad, a partir del fenómeno de opacidad en el cual está inmerso fruto de su contexto, historia, y lugar de producción de conocimento.

Por otra parte, si ahora consideramos en la discusión a nuestra epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, la cual como ya hemos indicado en los apartados anteriores, está configurada a partir de tres momentos. Los cuales abordan a nuestro parecer, los aspectos más trascendentales en torno a la formación inicial que un estudiante de esta comunidad, debiera llevar como parte de su proceso formativo en términos académicos. Por ello en el primer momento, se esperaba evidenciar cómo vive la concepción de derivada y de gráfica en el discurso matemático escolar. Para lo cual, se presentaron en las actividades diferentes situaciones en donde el estudiante debía debatir a partir del uso de las estrategias mnemotécnicas que son parte del dME, la primera y segunda derivada, asimismo, sobre la construcción de las gráficas que representaban tales variaciones.

Lo anterior a partir de concebir al argumento de la primera y segunda derivada, como un elemento valido en términos del análisis gráficos que se lleva de manera permanente en los cursos de Cálculo. Lo cual hace valido y factible para los estudiantes, usar este elemento en escenarios gráficos, por ejemplo, en la actividad I.

Así pues, tomamos como eje de análisis por tanto la actividad 1.1. Ya que ahí los estudiantes desde nuestra perspectiva, nos permiten discutir, algunos aspectos relevantes que pasamos a indicar.

Lo primero, es el hecho de reconocer en los procedimientos que los estudiantes nos muestran en sus producciones, el interés por dar cuenta de un procedimiento algebraico en relación a la derivada. Ya que al revisar los elementos que estos ponen en juego, nos percatamos, cual es la concepción de derivada que ellos poseen como parte de los argumentos que han generado en su proceso de formación inicial. La cual no es otra, que una concepción clásica en donde prevalece el argumento de la definición del límite del cociente incremental o bien, la secante que deviene tangente (Montiel, 2005).

Es decir, se busca el desarrollo de un conjunto de procedimientos que son parte de una iteración de funciones, lo cual coincide con nuestra hipótesis inicial, en términos de que la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de pedagogía, no se logran distanciar de construcciones de conocimiento en relación a la matemática como tal. Lo cual, es algo que debemos denunciar y evidenciar, tal que ello no permite desde nuestra perspectiva, ofrecer la posibilidad de incorporar en la construcción de conocimiento, aquellos aspectos relevantes y particulares del estudiante.

Así en el caso de nuestro trabajo, creemos que una concepción de la deriva a partir de la definición del límite del cociente incremental o bien, la secante que deviene tangente, deja al estudiante de pedagogía en matemáticas desprovisto de otras argumentaciones, tal que no se dejan ver en el dME, aquellas que logran desarrollar por ejemplo: la linealidad del polinomio. Trabajo que permite resignificar la deriva en términos de los comportamientos que se dan a partir de la parte lineal del polinomio en torno al cero. Situación que nos lleva a pensar por tanto, en el fenómeno de opacidad en torno a las construcciones que pudiesen tener los estudiantes de esta comunidad, una vez que ellos se vean enfrentados a este tipo de escenarios.

Ahora bien, desde nuestro punto de vista, es aquí donde se logra reconocer de mejor forma aquellos aspectos que el dME ha soslayado en el proceso de formación de estos estudiantes. Es decir, la gráfica en el escenario de las derivadas, sólo logra la significación de una representación de una iteración específica de una derivada particular. Lo cual logra entendimiento, al reconocer los factores antes indicados en relación a la caracterización disciplinar y en términos de la matemática que se da a partir de una justificación razonada por sobre una funcional (Cordero, 2001).

Ahora bien, al consideramos el segundo momento, debemos recordar nuestra intención inicial. Aquí se trató discutir la transformación de funciones y sus respectivas gráficas, tal que ello permitiría en término del marco de referencia que se ha desarrollado en torno a la situación de transformación (Cordero, 1998, 2001, 2006,2008, 2013) poner a la gráfica como discusión, lo cual es lejano a la realidad educativa que se propone en el dME.

En este contexto, indicamos que los estudiantes desarrollaron en la primera parte de la actividad, la transformación de funciones de tal manera de dar significados a los parámetros de funciones particulares, las cuales se encuentran enmarcadas en los conocimientos previos de los estudiantes, tal que nuestro interés era justamente, dar valor de uso aquel conocimiento que en la actualidad se encuentra aislado de significado para éste. De ahí que destacamos en este contexto, el proceso que los estudiantes llevan en la actividad II, ya que ellos logran desde nuestra perspectiva, identificar parámetro del tipo analítico y gráficos en las gráficas de las funciones.

Con respecto a los elementos que nos permiten discutir el segundo momento que hemos propuesto en nuestra epistemología de usos, debemos indicar que los estudiantes lograron dar significado a los patrones gráficos que se dan, al transformar parámetros en las funciones. De ahí que la gráfica, posee una relevancia que solo se ha logrado enmarcar bajo una mirada Socioepistemológica, eso al construir marcos de referencia que permitan discutir ésta a partir de situaciones específicas, por ejemplo, la de transformación. Logrando de esta manera posisionar a la gráfica como una que logra organizar comportamientos, lo cual se evidencia en las producciones reportadas en la actividad 2.3 en el estudiante tres, quien logra identificar el comportamiento de la gráfica a partir de las transformaciones que se realizan a la figura siete.

Lo cual nos lleva a pensar que de llevarse en adelante una situación de transformación, se lograría materializar de manera más contundente el desarrollo de un bagaje mayor en términos gráficos y por cierto, en términos de los comportamientos que estas gráficas nos proveen. De igual forma, evidenciamos a nuestro parecer, haber logrado en los estudiantes, una resignificación del uso de la gráfica, esto se evidencia al paso de las actividades, ya que la gráfica pasa de ser una representación de una derivada específica, a una que organiza comportamientos en términos de los aspectos locales que utilizan los estudiantes de esta comunidad de conocimiento matamático.

Por último, si consideramos nuestro tercer momento, es decir el cual aborda los aspectos globales de la curva, debemos dar cuenta de un hecho que nos pone a debatir a partir de lo siguiente. Cuando se diseñó la actividad del tercer momento, se pensó en que los estudiantes lograrían debatir los aspectos globales del análisis de las gráficas en las derivadas. De ahí que se consideró dar cuenta del análisis de las curvas en las derivadas ya que ello permitiría ahondar más en los elementos que están presentes en este tipo de análisis.

Sin embargo, al considerar las producciones de los estudiantes, evidenciamos un aspecto que no fue considerado dentro de nuestro diseño, el cual es la necesidad de contar con algún sistema de referencia en torno al análisis de las variaciones que se dan cuando se trata con la primera y segunda de ésta. De lo anterior, debemos destacar que nuestro llamado de atención se produce, cuando observamos y discutimos con los estudiantes, la necesidad intrínseca de contar con un sistema mínimo de referencia. De ahí que al observar las producciones que mostramos en este apartado en la actividad 3.1 a) y 3.2 a), logramos evidenciar una imposición en torno al plano cartesiano en las argumentaciones de los estudiantes.

Ahora bien, es importante de igual forma hacer ver otros trabajos, ya que en función de ellos fueron considerados algunos aspectos para el diseño de nuestras actividades. Entre ellos recae el hecho de reconocer en las producciones que se han reportado, en el contexto de escenarios de divulgación científica, la construcción de conocimiento en términos de trayectorias, curvas y finalmente gráficas (Zaldivar, 2014). Lo cual a nuestro parecer, no debía por tanto limitar el tipo de argumentación que los estudiantes de pedagogía en matemáticas debieron de haber logrado. Sin embargo, al considerar el aspecto del usos de las gráficas y curvas en las derivadas, nos damos cuenta que para realizar tal proceso, es decir; para llevar a cabo la medición del cambios, en términos de cómo cambia y cuanto cambia, el problema si es válido, tal que se debe poseer un sistema que permita lograr medir esos cambios en ambos contextos.

A lo anterior, sumamos el hecho de encontrar trabajos que de alguna manera aluden a la problemática que reportamos en este análisis, y la cual fue evidenciada en la puesta en escena. Por ejemplo, tenemos el trabajo de Caballero (2012), el cual reflexionea acerca del Pensamiento y Lenguaje Variacional; en ese contexto, cuando alude a las estrategias variacionales, específicamente a la estrategia de comparación, éste indica la necesidad de contar con un marco de referencia en el cual se puedan apoyar los individuos. Así da indicios en tono a la necesidad del desarrollo de sistemas de referencias, por ejemplo: plano cartesiano, un punto, una recta, algún valor fijo o conocido. Todo ello, cuando se discuten aspectos similares en escenarios de este tipo. De ahí que pensamos en la necesidad de reconocer en el futuro, cómo se construyen esos ejes de referencia cuando se constituyen problemáticas en donde el cambio y su medición están de por medio.

Finalmente, al considerar los dos ejes centrales del MCCM: la institucionalización y la identidad. Logramos desde nuestro punto de vista, un mayor entendimiento en relación a los aspectos globales y locales que se logran evidenciar en los resultados de nuestros estudiantes de pedagogía en matemáticas. De ahí lo primero que vamos a desarrollar es la discusión en términos de la Institucionalización, reconocida esta como aquella en donde aparece el continuo del conocimiento, tal como lo reporta Cordero (2013). Lo relevante aquí es a nuestro entender, cómo la matemática a partir de su obra, logra distinguir un tipo de justificación, la cual en el sistema educativo se ha transformado en una de tipo utilitaria, sin sentido y en ocasiones bajo el régimen de cierto tipo de procedimientos, por ejemplo, el algorítmico.

De lo anterior, debemos reconocer que dar cuenta del continuo del conocimiento, es hacer eco a la necesidad de lograr entendimiento en torno a los usos particulares que se dan en determinadas comunidades, lo cual no es otra cosa, que dar valor de uso al conocimiento de manera local por sobre lo universal. Además, al observar a la matemática mediante los cursos de Cálculo, vemos como impera la centración en los objetos matemáticos, fruto de concebir a esta rama de la matemática como algo que se debe rendir, sin pensar en los requerimientos previos, ni menos en el discurso escolar del cual se hará parte el estudiante. Por ello creemos en la necesidad de trastocar justamente esa visión. No obstante, debemos en primer lugar reconocer el estatus de ese continuo, el cual a nuestro parecer queda en evidencia en las producciones que presentamos en este apartado.

Asimismo, debemos dar espacio a la reflexión en torno a la Identidad que busca configurar el estudiante de pedagogía en matemática a partir de su formación inicial, la cual a nuestro parecer, es aquella que proviene de la intención de educar en conciencia, bajo esquemas claro de educación y sobre todo, bajo elementos disciplinares que le permitan dar cuenta de un proceso de enseñanza y aprendizaje de calidad. La misma que hoy reclama de manera permanente el sistema educativo en Chile.

De lo anterior, es desde donde surge entonces la necesidad de mirar la Identidad en términos de aquel *Sentido* en palabras de Cordero y Silva-Crocci (2012). Tal que ello nos permite discutir entonces las producciones de los estudiantes en relación a esa búsqueda de *Sentido* y su conformación. Por ello creemos relevante, pensar entonces en lo siguiente. Cómo se logra configurar una identidad, bajo los elementos que hemos provisto en el capítulo tres, cuando de entrada el continuo del conocimiento impone la discusión.

De ahí creemos entonces, que las producciones hablan en ese sentido, es decir; en la necesidad de valorar los usos del conocimiento que los estudiantes ponen en debate, no en términos de dar cuenta de elementos matemáticos a un matemático, sino de discutir aspectos relevantes en términos de un lenguaje como lo es el gráfico, con objeto de dar el estatus que otros trabajos han reportado en torno a las gráficas de funciones o bien, a la noción de derivada. Por ello creemos que esa identidad se ve bloqueada, ya que no se logra configurar, dado que la Matemática y la Pedagogía la soslaya, lo cual opaca por tanto la intención de dar entendimiento de las construcciones de conocimiento que se dan en su formación inicial, ya no a partir de algo que se debe adquirir para superar una asignatura en la universidad, sino, para concretarla en el proceso del cual se hará cargo en su futuro rol docente.

Al cierre de este apartado, sintetizamos con los aspectos más relevantes a la espera de las reflexiones finales en las conclusiones. Lo primero que debemos reconocer, es el uso de un mecanismo que ha permitido dar entendimiento a los usos de las gráficas en las derivadas a partir de los elementos que ya se han descrito. De ahí que se trata de mostrar en los resultados que presentamos en este apartado, los elementos más importantes, por ejemplo: la existencia de una centración en los objetos matemáticos, lo cual alude a una centración dominante de un sistema de razón, tal como lo aborda el trabajo de Soto (2010). Asimismo, creemos haber dado evidencia de los usos de las gráficas, en términos de la relevancia que tendría el desarrollo más acabado de la categoría de conocimiento matemático de Modelación – Graficación (Cordero, 2001, 2006, 2008, 2010, 2013).

Lo anterior, bajo un esquema de trabajo y metodológico, es decir, mediante el reconocimiento de los usos particulares de una comunidad de conocimiento, lo cual solo se logra apreciar, cuando se ahonda en el MCCM. Sin embargo este mecanismo de reconocimiento en torno a esos usos particulares, logra mayor entendimiento desde nuestro punto de vista, cuando se articulan los tres elementos que ya hemos descrito.

Capítulo V:

Conclusiones y Reflexiones

Capítulo V: Conclusiones y Reflexiones

V.1 Conclusiones

El trabajo de investigación reconoció el *fenómeno de opacidad* en el uso de las gráficas, en los estudiantes de pedagogía de matemáticas en Chile: el caso del concepto de la derivada. Para tal efecto, los estudiantes se enfrentaron a una secuencia de actividades que fueron conformadas intencionalmente para conocer los usos particulares de la comunidad de conocimiento matemática antes indicada. Ahora bien, el diseño de las actividades se formulo con base a una epistemología del uso de las gráficas en el contexto de las derivadas. Cabe mencionar que la formulación epistemológica se basó en la resignificación de categorías del uso de las gráficas de los trabajos de Cordero y Flores (2007) y de Cordero, Cen y Suárez (2010).

En este contexto, un aspecto a resaltar fue la consideración teórica-metodológica para caracterizar a los estudiantes de pedagogía de matemáticas en Chile, en términos académicos y disciplinares; la cual consistió en articular constructos del *Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático* (Cordero, 2013).

Así el marco socioepistemológico de nuestra investigación valoriza el uso del conocimiento que las comunidades van construyendo al paso del tiempo, las mismas que en la actualidad son olvidadas por el sistema educativo, soslayando de esta manera, la pluralidad epistemológica en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Generando por tanto una desvinculación de la *construcción social del conocimiento matemático*. Sin embargo, los trabajos que se han realizado bajo la TS han motivado insistentemente la consideración de las diferentes epistemologías reconocidas en ésta. Por ejemplo, en Parra y Cordero (2012), se aborda el conocimiento matemático en una comunidad indígena Otomi.

Destacamos, la precisión que ganamos en torno al reconocimiento de aquellas construcciones sociales que se dan en esta comunidad de conocimiento. Lo cual representaba uno de los objetivos del trabajo, al encontrar un mecanismo que permitiera caracterizar el conocimiento del cotidiano de los estudiantes de esta comunidad de conocimiento matematico. Para tal fin, nos basamos en tres principios, los cuales son: a) Una caracterización disciplinar de la formación inicial de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas; b) Una epistemología del uso de las gráficas en las derivadas; y c) Los dos ejes del Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático: institucionalización e identidad. De esta manera se confeccionó un modelo para articularlos, con objeto de obtener una descripción y entendimiento de los usos de las gráficas de manera más específica, en torno a la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile.

En este contexto, destacamos el hecho de reconocer que la caracterización disciplinar que presentamos, intenta entender aquellos usos que son particulares de esta comunidad de conocimiento matemático. Asimismo, destacamos en consecuencia de lo anterior, que es a partir de esta caracterización disciplinar desde donde se logra identificar, la presencia de tres disciplinas en torno al proceso de formación inicial de este grupo de estudiantes. Donde, dos de ellas, en forma tradicional, se han apropiado de los proceso de formación inicial en Chile. Con lo anterior, nos referimos a la Matemática y la Pedagogía dos disciplinas que de alguna manera permean los programas de estudio de la pedagogía en matemáticas. Una tercera disciplina que más resiente ha intervenido en comparación con otras que componen los programas de la formación inicial, es la Matematica Educativa. Esto mediante la inserción de la Didáctica de las Matemáticas. Con lo anterior, evidenciamos cómo la Matemática Educativa aún no se encuentra inmersa del todo dentro de los formadores de los estudiantes de pedagogía en matemáticas, ni tampoco en los estudiantes que la llevan como asignatura.

Ahora bien, el reconocimiento de las disciplinas que han sustentado el proceso de formación inicial de los profesores, desde nuestro punto de vista, nos permite reconocer con mayor puntualidad cómo vive el dME en tal proceso. Ello en la medida de cuantificar cuanto ha pesado la Matemática en la pedagogía de la matemática. Un ejemplo en este contexto, es la descripción que hemos realizado en torno a los perfiles profesionales de los actuales profesores de las instituciones estudiadas en este trabajo. Ahí logramos apreciar la relevancia que tienen los perfiles profesionales a la hora de reconocer qué matemática es la que vive en los profesores que están a cargo de las nuevas generaciones. Y por tanto qué matemática esperan de los estudiantes de la comunidad estudiada. Así pues, se puede reconocer el fortalecimiento permanentemente del dME mediante la centración en los objetos matemáticos a partir los propios perfiles profesionales que sin duda responden a una concepción de matemática, distinta a la que construyen los estudiantes de pedagogía en matemáticas.

Con lo anterior, desde nuestra perspectiva, abrimos el debate con relación a la construcción del conocimiento matemático de esta comunidad, es decir, uno que está limitado de entrada por dos fuertes disciplinas de las cuales incluso, se aprecia cómo una está por sobre la otra, lo cual ha generado una cierta dominancia en virtud de las imposiciones de *significados, procedimientos y argumentaciones* (Soto 2010). Esta situación se logra evidenciar a nuestro parecer, con los ejemplos que ofrecemos en el análisis de resultados. Instancia donde se observa la centración en los objetos matemáticos a partir del análisis local de los comportamientos de la gráfica, mediante el uso del argumento de la primera y segunda derivada por sobre el desarrollo del análisis global de los comportamientos que se dan en la gráfica a partir de la simultaneidad de las derivadas.

Es decir, desde nuestro punto de vista, poseer la noción de la simultaneidad de las derivadas, permitiría valorar una concepción distinta de estas e igualmente de sus gráficas. Eso en términos de observarla a la derivada, como una que sólo tiene sentido, cuando se logra apreciar de manera simultánea las distintas variaciones, tal como lo aborda Cantoral y Farfán (1998), González (1999) y Montiel (2005). De esta forma, podríamos hablar por tanto de la simultaneidad de las derivadas, tal como lo desarrolla Morales y Cordero (s.f). Trabajo que permite evidenciar los aspectos que la simultaneidad nos provee en términos de concebir a la Serie de Taylor (ST), desde un estatus muy distinto al que se propone en el dME.

Además, si consideramos que en la actualidad la concepción de la derivada, responde más bien a un proceso de adquisición de conocimiento y no de construcción de ella, lo cual sitúa al estudiante en una matemática utilitaria en términos de que el desarrollo de la derivada solo tiene sentido y significado a partir del tratamiento clásico de ésta, lo cual involucra pensar a la derivada desde la iteración de funciones a partir de un proceso algorítmicos y no desde los alcances que se han logrado identificar bajo nuestro marco teórico de la

Socioepistemología, por ejemplo, en Rosado (2004). De lo anterior, surge entonces identificar claramente la existencia de significados en torno a las gráficas en las derivadas, las cuales son más bien vistas, como una representación de una derivada específica, esto mediante el procedimiento de la iteración de funciones a partir de la regla de derivación, lo cual favorece un cierto tipo de argumentación.

En este contexto, es importante identificar que a nuestro parecer, y tal como se ha indicado en el análisis de resultado, los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile, dan evidencia de haber logrado resignificar el uso de las gráficas en las derivadas, más no, el concepto de derivada. Esto desde el punto de vista de observar a la gráfica en primer lugar, como una representación, y posteriormente, luego de abordar la secuencia de actividades, como aquella que permite discutir comportamientos gráficos desde la misma gráfica, en el caso particular de esta comunidad, desde el análisis local que se da a partir de los máximos y mínimos.

Por otra parte, destacamos que en la construcción del esquema del análisis de resultado, se consideró además, la epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, ello a partir de tres momentos, los cuales son descritos con mayor claridad en el capítulo tres. De igual manera destacamos que estos tres momentos, permiten identificar aspectos relevantes para cada caso, tal que ellos son en definitiva los que proveen elementos para la construcción de las actividades y del análisis de la problemática. Para tal efecto, hablamos de un uso de las gráficas en las derivadas en el discurso matemático escolar. Instancia donde se buscó reconocer cómo vive el argumento de la primera y segunda derivada en la comunidad de conocimiento estudiada. Asimismo, propusimos un segundo momento, el cual fue designado con el nombre del uso de las gráficas en las derivadas, donde más bien, surge la posibilidad de dar valor de uso a las gráficas, eso mediante la variación de parámetros de funciones de tal manera de mostrar el significado de los patrones gráficos y analíticos de determinadas funciones. Finalmente, el tercer momento, fue nombrado como uso de las curvas en las derivadas, donde se esperaba discutir los aspectos globales de los comportamientos de las curvas.

De esta forma, con estos dos aspectos relevantes, se configuró un esquema inicial. Sin embargo, incorporamos además el MCCM. El cual nos provee de una cierta especificidad sobre los usos del conocimiento que se dan en una determinada comunidad, cuando estos enfrentan una situación específica. De ahí que consideramos importante incorporar del total de los elementos que son parte del MCCM, solo los dos ejes centrales que lo configuran, tal que para lograr mayor profundidad en aquellos elementos que no consideramos en esta ocasión, creemos que las actividades debieran reestructurarse para lograr tal efecto. Por ello hablamos de la Institucionalización y de la Identidad, tal que desde nuestro punto de vista, estos dos ejes y elementos del MCCM si son posibles de desarrollar bajo las actividades e información que se posee sobre la comunidad de estudiantes de pedagogía de matemática en Chile.

De ahí que para el caso de la Institucionalización, centramos el foco de atención en la idea del continuo del conocimiento, lo cual se desarrolla en el trabajo de Cordero (2001). Ello con la intención de evidenciar aquel conocimiento que permanece aún con el paso del tiempo. Así, nos referimos al continuo en nuestro trabajo, en términos de aquello que se ha mantenido en la formación inicial de profesores de matemáticas, a saber: la centración en los objetos matemáticos provistos por el dME, bajo las estructuras escolares de los programas de estudios.

Ahora bien, para lograr concebir la Identidad de esta comunidad, se recurrió al bagaje que se tenía en torno a ella, esto en términos de haber pertenecido a esta comunidad de conocimiento, lo cual nos daba la posibilidad de abordar dicha problemática. Por tanto, para abordar la identificación de la Identidad creímos que era importante adoptar una postura sobre tal concepto. Por lo mismo, nos refugiamos en la propuesta de Cordero y Silva-Crocci (2012), la cual centra la atención en discutir el reconocimiento de un *Sentido,* en relación a todo aquello que hace una determinada comunidad.

Así pues, se logra configurar una idea de Identidad, en términos de aquellos aspectos que la distinguen de otras. Por ello, para nuestro caso particular, consideramos la permanente preocupación que ronda en los estudiantes de pedagogía en matemáticas, durante el proceso de formación inicial, con relación al establecimiento de aquellas nuevas concepciones que se van materializando en su formación; ya no para adquirirlas para este proceso, sino más bien, para ponerlas a disposición de otros, como sus estudiantes, en los momento en que sean parte de un proceso de enseñanza y aprendizaje como profesores.

De esta manera, se estructuro un esquema de análisis propio, el cual desde nuestra perspectiva, permite identificar, describir y caracterizar de mejor manera a la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Tal que nos provee de elementos relevante en torno a la discusión que pretendemos llevar. Es decir, mostrar los usos que son opacados por el dME a la luz de las imposiciones de *significado, procedimientos y argumentaciones* que son parte de los usos de las gráficas en las derivadas.

En consideración a lo expuesto anteriormente, podemos indicar que el haber presentado una secuencia de actividades que son sustentadas con la epistemología que se construyó en torno de usos de las gráficas en las derivadas, colaboró sustancialmente en el análisis que se realizó con base a las producciones de los estudiantes de nuestra comunidad de conocimiento, a tal punto que nos permitió reconocer aspectos globales de su formación inicial e igualmente aquellos más locales en términos de los bagajes culturales desde el punto de vista de las herramientas matemáticas que el dME les ha provisto en su proceso de formación.

Así hablamos entonces de una centración en los objetos matemáticos, lo cual lleva a hablar a los estudiantes en términos del concepto de función, de límite, de la deriva e integral, tal como lo reporta Cordero (2001), dejando de lado nuevos *Marcos de Referencia* como por ejemplo, las categorías del conocimiento matemático que el marco teórico de la Socioepistemología, ha desarrollado bajo la idea de la CSCM.

De esta manera tratamos de evidenciar, cómo nuestro foco de atención en términos teóricos, nos permite discutir aspectos de orden superior, tal que nuestra propuesta teórica, ha trabajado arduamente para el logro de la identificación del dME, el cual centra todo su desarrollo en torno a los objetos matemáticos, en contra parte, de las construcciones socialmente compartidas como es el caso de la teoría Socioepistemológica. La cual actualmente, considera necesario incorporar en el RdME a todas aquellas epistemologías que el dME ha excluido en la construcción del conocimiento matemático por no considerarlas validas en términos de conocimiento, tal como lo aborda el trabajo de Gómez (2013). Esta situación, nos lleva a pensar por tanto, en la necesidad de lograr materializar tal incorporación de estas epistemologías, las cuales sin duda, son una fuente de desarrollo en torno al RdME.

Ahora bien, a modo de resumen, presentamos el siguiente esquema de la figura 5.1, el cual aborda la problemática central que hemos tratado de discutir en el último párrafo. Es decir, la construcción del conocimiento matemático tiene como eje central un dME, el cual centra la atención en los objetos matemáticos, dando por ejemplo, relevancia al concepto de función, de límite, el de la derivada e integral, pero soslayando en el proceso de enseñanza y aprendizaje a la Predicción, la Modelación-Graficación y la Analiticidad de las funciones.

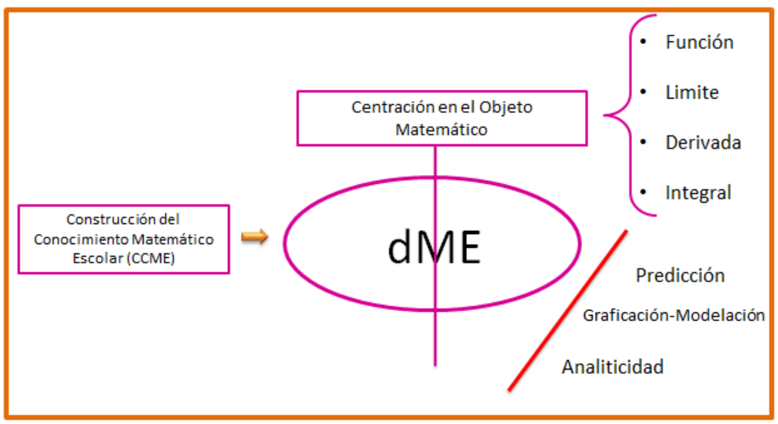


Figura 5.1: Problemática que aborda la TS

Ahora bien, a continuación, destacamos aquellos aspectos más relevantes que nos permitió reconocer nuestro trabajo en torno a la formación inicial de profesores. Lo primero que debemos indicar, es el hecho de reconocer mediante la caracterización disciplinar realizada con base a los elementos que discute el trabajo de Soto (2013); una centración visible de la Matemática y la Pedagogía en la conformación de los programas de formación inicial. Así pues, se logra identificar la fuente que propicia fuertemente el dME a partir de elementos de corte cognitivos. Para lo cual se busca al personal más idóneo en términos de apego a ese dME. De ahí que la revisión de los perfiles profesionales logra dar evidencia de qué matemática busca desarrollar el formador de los estudiantes de esta comunidad de conocimiento matemático. El cual no es otro que el dME, soslayando las CSCM del cotidiano del estudiante de pedagogía de matemáticas en Chile.

Por lo anterior, creemos que esta centración en los objetos matemáticos, deja como huella en el discurso de los estudiantes de pedagogía en matemáticas, un aspecto no menor. Hacemos referencia en términos de nuestro trabajo, a una centración en los aspectos locales en torno a los comportamientos de las gráficas en las derivadas, por sobre los de tipo global. Lo cual se sustenta a partir de dos aspectos puntuales. Primero, si consideramos la existencia de un perfil matemático sustentado en los aspectos más bien algebraicos, lo cual soslaya las argumentaciones gráficas por considerarles más bien un apoyo, y no una construcción de conocimiento, como es el caso de la categoría de Modelación - Graficación (M-G). Instancia que reconoce a la graficación como una modelación y a esta última, como una construcción de conocimiento matemático (Cordero, 2006).

Es decir, la categoría de M-G, nos provee de un nuevo estatus de la gráfica como tal y a la vez, permite pensar en un RdME a partir de esta categoría del conocimiento matemático, fruto de evidenciar la posibilidad de trastocar el conocimiento a partir de ello, a la comunidad estudiantes de pedagogía en matemáticas. Esto ya que la categoría M-G permitiría dar espacio a una justificación de tipo funcional. Así como también, permitiría establecer el dialogo entre el cotidiano del ciudadano y la matemática escolar. Situación que nos deja por tanto, en un paradigma Sociocultural en torno a la construcción del conocimiento matemático; lo cual se traduce en una concepción de construcción de conocimiento a partir de un otro, y no de manera individual.

En segundo lugar, ratificamos el tratamiento que se le da a la primera y segunda derivada en los cursos de Cálculo, tal como lo muestra Cantoral y Farfán (1998). Es decir a partir de un tratamiento mnemotécnico, lo cual centra la discusión, sólo desde el análisis local de los comportamientos que se dan en la gráfica. De ahí que el estudiante enfrentado a curvas, no logra dar cuenta de este tipo de análisis. Sin embargo, debemos indicar tal como lo tratamos en el capítulo anterior, el hecho de habernos percatado de una situación no tratada anteriormente. Con ello nos referimos a la necesidad de dar cuenta de un sistema de referencia en torno a la medición del cambio. Aspecto relevante, tal que en la puesta en escena, los estudiantes se vieron enfrentados a un desarrollo global de las curvas, sin la referencia del plano cartesiano.

Ahora bien, la situación anterior, provocó la discusión y reflexión en torno a dicha consideración, lo cual no había sido incorporado en la construcción de las actividades que abordan el análisis global de las curvas. De ahí que logramos evidenciar expresiones como: “*No puedo saber cómo sería la curva, porque no tengo un plano cartesiano*” Estudiante 2 (UCSH). Lo cual se pondero aún más, cuando en algunos casos como los reportados, para dar cuenta de la actividad los estudiantes imponen su propio sistema de referencia; ya sea mediante un plano cartesiano o bien, algún tipo de segmentación del espacio que discutían.

Lo anterior, nos lleva a reflexionar acerca de lo sucedido en términos de nuestro trabajo. Esto nos deja con el desafío de abordar en un futura investigación, un estudio más acabado en torno a la construcción de los sistemas de referencias, lo cual según reporta Caballero (2012); existe la necesidad de contar con un marco de referencia en el cual se puedan apoyar los individuos, como lo puede ser un punto, una recta o bien, el plano cartesiano. Ahora bien, en niveles avanzados este marco de referencia no es necesario o bien, se puede escoger según las características de la situación que se enfrenta. De ahí que será necesario e importante, conocer cómo se da la relación de las variaciones sucesivas con respecto a las construcciones de los sistemas de referencia que permiten dar cuenta de este tipo de análisis, con relación a los comportamientos gráficos en torno a las gráficas en las derivadas.

De igual forma, creemos que la centración por parte de los estudiantes en torno a los aspectos locales en el análisis de los comportamientos gráficos, nos lleva a cuestionar, el desarrollo de los aspectos globales en torno a los comportamientos que se dan en la gráfica de las derivadas, tal que para ello, se deben realizar desde nuestra perspectiva, un conjunto de acciones previas. En donde se consideren los usos que son particulares de esta comunidad de conocimiento. Tal como es el caso de los puntos críticos, los máximos y mínimos en el análisis local de los comportamientos gráficos de una derivada, tal como lo hemos evidenciado en el análisis de los resultados.

Ahora bien, estas acciones a las cuales hacemos referencia, deben estar guiadas por un fin determinado, el cual desde nuestro punto de vista, es lograr la concepción de la simultaneidad de las derivadas en el análisis global de los comportamientos gráficos. Situación que es diferente en relación a la que se propone en el dME, donde más bien la centración está en los objetos matemáticos mediante el análisis algebraico de expresiones de este tipo. Lo cual genera todo un procedimiento y argumentación en el estudiante a partir de una noción iterativa de la derivada, opacando de esta manera, elementos de variaciones simultánea en donde se discuten aspecto globales, los cuales se pueden desarrollar a partir de los locales, en caso se lleve un tratamiento más propio en términos de las construcciones del conocimiento matemáticos por las cuales transita un estudiante de pedagogía en matemáticas.

En este contexto, creemos haber logrado los objetivos de nuestro trabajo, es decir, encontrar un mecanismo que nos provee de información en torno al conocimiento cotidiano de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Esto a partir de la articulación de los tres elementos que hemos indicado anteriormente, es decir: una caracterización disciplinar de los programas de formación inicial de estudiantes de pedagogía en matemáticas. Asimismo la epistemología de usos de las gráficas en las derivadas y los dos ejes centrales del MCCM: la institucionalización e identidad. De ahí que todos estos elementos, sin duda contribuyeron en el entendimiento de los usos particulares de la comunidad estudiada.

De igual forma, creemos haber logrado abordar los usos de las gráficas que tienen los estudiantes de pedagogía en matemática, ello a partir de reconocer, la búsqueda de los máximos y mínimos, tal que ellos permiten reconocer los comportamientos tendenciales que se dan en torno a éstos puntos. Además, tal como fue indicado anteriormente, observamos ciertos significados, procedimientos y argumentaciones en torno a la gráfica y sobre el concepto de derivada.

Finalmente, abordamos el siguiente esquema, ver figura 5.2. El cual nos permite a nuestro parecer, reconocer cómo se materializa una concepción preexistente y utilitaria de la matemática, ello a partir de los propios ejemplos que hemos expuesto en nuestro análisis de resultado, los cuales dan luces de la centración en los objetos matemáticos a partir de la imposición de *significados, procedimientos y argumentaciones* por parte del dME. Sin embargo, debemos trabajar en un RdME, de tal manera de hacernos cargo de los usos del conocimiento que se construyen socialmente producto de la pluralidad epistemológica que se vive en el cotidiano del ciudadano. Esto a partir de nuevas situaciones que permitan resignificar el conocimiento matemático actual en el sistema educativo.

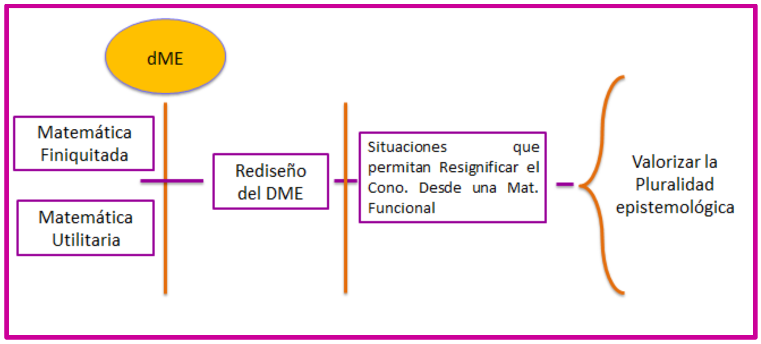


Figura 5.2: Reflexiones en torno al marco teórico de la TS

V.2 Reflexiones

En este apartado, hemos querido abordar algunos puntos importantes que han sido parte del trabajo de investigación que presentamos aquí. Lo primero a discutir, desde nuestro punto de vista, es el desarrollo continuo que necesita el sistema educativo y en particular la formación inicial de profesores en Chile. Esto en la medida de observar aspectos que sin duda nos deben llevar a reflexionar de manera más concreta, sobre cuáles son los reales argumentos que están sirviendo de base conceptual para tal proceso de formación. Un ejemplo de esto, es la consideración solo de la Matemática y la Pedagogía en la construcción de nuevos programas de formación inicial de profesores.

Lo anterior es un síntoma de las influencias que ha tenido el dME en el sistema educativo. Sin embargo, creemos relevante, lograr dar indicios desde nuestro trabajo, sobre los elementos que están permitiendo el mantenimiento de un dME al cual el estudiante, ni el profesor logran trastocar con el conocimiento que se da en sus cotidianos.

Es decir, debemos seguir trabajando en las distintas líneas de investigación con objeto de evidenciar no solo la realidad actual del sistema educativo, sino también el de la formación inicial de profesores. Ya que dicho proceso, sin duda dejará huellas en cada uno de los estudiantes de pedagogía en matemáticas de dicha comunidad de conocimiento. Lo cual provoca una consecuencia inmediata en el proceso de enseñanza que éste llevará a cabo en su futuro rol de profesor, en la sociedad.

De lo anterior, surge entonces el desafío de incorporar a la disciplina de la Matemática Educativa, como uno de los ejes que debe estar presente en la conformación de los nuevos programas de formación inicial, ello no como una necesidad particular, sino más bien, como una que debe intervenir con mayor fuerza en este proceso. Tal que los trabajos que se han desarrollado en esta disciplina y particularmente bajo la TS, permitirían abordar las problemáticas que se dan fuera y dentro del salón de clases. De ahí que desde nuestra perspectiva Socioepistemológica, creemos en la necesidad de en un RdME, el cual aborde el conjunto de epistemologías identificadas hasta el momento y de igual forma, las que se logren identificar en el futuro.

Lo anterior, sin duda, será un buen punto de partida y fuente de movimiento en torno a lo que el dME hoy mira como objetivo y sobre todo, prudente en torno a la formación de recursos humanos.

Es decir, un RdME debe incorporar una mirada global, con objeto de romper la mirada local y homogénea que en la actualidad habita en los diferentes sistemas educativos del mundo. De ahí que esto, será lo que permitirá desde nuestra perspectiva, incorporar a las comunidades de conocimiento que enfrentados a una situación específica, ponen en juego, un conjunto de usos del conocimiento matemático de manera particular y propia. Es decir, estaremos incluyendo los usos del conocimiento de comunidades de los pueblos nativos, como es el caso del pueblo Mapuche en Chile. Así pues, esto contribuirá al logro de un estado de equidad en torno a la construcción del conocimiento en general y el de matemática en particular.

Es decir, lo anterior, nos sitúa abiertamente en un paradigma distinto en términos de objetivos, tal que mientras otras corrientes buscan de manera recurrente, nuevas estrategias para el logro de la adquisición de conocimiento, nuestro marco teórico, piensa en el desarrollo de los recursos humanos a partir de la *construcción social del conocimiento matemático.*

Ahora bien, para llevar un proceso de este tipo, debemos lograr incorporar los nuevos marcos de referencia que se han desarrollado en la Socioepistemología, tal que ello nos permitirá hablar en términos de categorías del conocimiento matemático (Cordero, 2001). Es decir, en términos de la relación entre las epistemologías desarrolladas y aquello que ocurre en el salón de clases. De ahí que esto es un punto de inflexión a nuestro parecer en la discusión central, ya que estamos haciendo evidenciando una cierta necesidad del sistema, pero con una propuesta material y concreta que debemos seguir desarrollando en escenarios como por ejemplo, el de la formación inicial de estudiantes de pedagogía en matemáticas. Tal que de esta manera, se logrará llevar a cabo un proceso de resignificación de los usos del conocimiento matemático.

Finalmente, creemos a la luz de nuestro trabajo, que este proceso de resignificación debe estar guiado al desarrollo de los argumentos globales en torno a los comportamientos gráficos, lo cual consignara desde nuestro punto de vista, al menos dos aspectos favorable en la formación inicial de profesores. Primero, se lograría una resignificación de la gráfica, tal que mediante la categoría de Modelación – Graficación, se podría ahondar en el real estatus que ésta tiene, lo cual hoy es soslayado por el dME. Donde más bien se concibe a la gráfica en un nivel de representación, y no de construcción de conocimiento. De igual forma, en segundo lugar, creemos importante el logro de la resignificación del concepto de derivada, ello a partir de la simultaneidad de ésta. Lo cual es una concepción relevante para el análisis de las variaciones sucesivas que se dan en términos de comportamiento globales en las gráficas de las derivadas, por ello es que es necesario ahondar más en esta concepción, tal que puede contribuir considerablemente a este cambio de mirada en torno al Cálculo y por cierto en torno a las gráficas de las derivadas.

Referencias:

Referencia

Balam, C. (2012). *Una problematización de la matemática del docente: la categoría Modelación-Graficación en situaciones de aprendizaje*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada, D.F., México.

Buendía, G. (2010). Una revisión Socioepistemológica acerca del uso de las gráficas. En G. Buendía (Ed). *A diez años del posgrado en línea en Matemática Educativa en el IPN* (pp.21-40). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa AC.

Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento matemático y lenguaje variacional en profesores de bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Campos, C. (2003). *La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. Épsilon, No. 42, 353 – 369

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(2), 103-128.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell´insegnamento-apprendimiento della matemática. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.

Cordero, F. & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio Socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de textos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (1), 7-38.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano* (265-286). México: Díaz de Santos–Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F.; Cen, C. y Suárez, L. (2010) Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13(2):187-214

Cordero, F. & Silva-Crocci, H. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: El quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 15 (3), 295-318.

Cordero, F. (2013). Matemáticas y el Cotidiano. Diplomado Desarrollo de estrategias de aprendizaje para las matemáticas del bachillerato: La transversalidad curricular de las matemáticas, Módulo III. Documento interno. Cinvestav – IPN.

Dolores, C. (2007). Lectura e Interpretación de Gráficas Socialmente Compartidas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (1), 69-96.

Domínguez. I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Ferrer, M. (2012). *La resignificación del uso de las gráficas: El caso de las funciones lineales*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada, D.F., México.

González, R. (1999). *La derivada como una organización de las derivadas sucesivas: Estudio de la puesta en funcionamiento de una ingeniería didáctica de resignificación*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigaciones y de estudios avanzados del IPN, México.

Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio Socioepistemológico*. Tesis no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Gómez, K. (2013). *La Socialización de la Función del Conocimiento Matemático: Pluralidad Epistemológica y Opacidad del Cotidiano*. Memoria Pre-Doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Gómez, K., Silva-Crocci, H., Cordero, F. y Soto, D. (2013). Exclusión, opacidad y adherencia. Tres fenómenos del discurso matemático escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 26, México. [Aceptado para su publicación].

Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la Socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(2), 219-325.

Morales, A. & Cordero, F. (s.f.). La graficación- modelación y la serie de Taylor. Una Socioepistemología del cálculo. Artículo aceptado en la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* en proceso de publicación.

Parra, T. (2008). *El uso de la gráfica en la ingeniería. Una resignificación de la derivada*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Parra, T. & Cordero, F. (2012). Uso del conocimiento matemático en una comunidad indígena Otomi. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 25, 1015-1022. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigaciones y de estudios avanzados del IPN, México.

Suárez, L. (2008). *Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada, Cinvestav-IPN, México.

Terrones, M. (2010). *La dimensión de profesionalidad de la función docente en matemáticas. Una mirada socioepistemológica.* Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Testa, Z. (2004). *Procesos de resignificación del valor numérico de la función derivada segunda: Un estudio en el sistema escolar Uruguayo*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, D.F., México.

Torres, L. (2013). *Usos del conocimiento matemático. La simultaneidad y estabilidad en una comunidad de conocimiento de ingeniería en un escenario de trabajo*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Silva-Crocci, H. (2010). *Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar*. Tesis de Maestría no publicada. Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión Socioepistemologíca.* Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Soto, D. (2013). El campo de la formación del profesor de matemáticas y la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático. El caso de un programa específico. En Dolores, C; Socorro, M; Hernández, J y Sosa, L. *Matemática Educativa: La formación de profesores* (121-139). México, D.F: Díaz Santos

Soto, D. (2014). *La dialéctica exclusión-inclusión entre el discurso matemático escolar y la construcción social del conocimiento matemático*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.

Yam, E. (2013). *Usos del síntoma de la gráfica de la función, en la práctica de los docentes en formación inicial*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.