Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

Rediseño de una situación específica desde una categoría del cotidiano: de la divulgación a la socialización de la ciencia

Tesis que presenta

Andrés Ruiz Esparza Pérez

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

Especialidad en Matemática Educativa

Director de Tesis: Dr. Francisco Cordero Osorio

México, D.F. Agosto de 2014

Agradezco al Consejo Nacional
de Ciencia y Tecnología
(CONACYT) por el apoyo
financiero para realizar mis
estudios de maestría.

Andrés Ruiz Esparza Pérez
Becario No. 485304

Esta investigación está financiada por CONACYT con el
Proyecto "*Las Resignificaciones del Uso del Conocimiento
Matemático: la Escuela, el Trabajo y la Ciudad*".
Clave 0177368

A mi abuela Norma Guadalupe,
mi pedacito de Cielo
en la Tierra

Te Deum

Ser agradecido es la expresión humanamente más religiosa y social: reconoce uno mismo que lo que ha logrado no es un producto casual y sin sentido proveniente nada más del esfuerzo personal y la buena suerte, sino de todos aquellos que, explícita o implícitamente, han formado parte del camino recorrido para alcanzar una meta. Espero poder incluir a todas y todos los que han hecho posible este logro.

Agradezco en primer lugar al Buen Dios, que me ha regalado la vida, me ha llenado de bendiciones y me ha permitido disfrutar de ellas.

Agradezco a mis padres, Homero y Tetté, quienes me han apoyado en todas mis locuras, aventuras, bajones, errores, y en toda circunstancia, incluso en las que no estuvieron de acuerdo. Sin su apoyo incondicional, su ejemplo de amor cotidiano, y su esfuerzo por sacar adelante a cada uno de sus hijos para que demos lo mejor de nosotros, este logro no hubiera sido posible.

Un agradecimiento muy especial merecen mis tíos Helios y Mary, que han sido también papá y mamá en esta estancia; que desde la primera llamada telefónica me abrieron las puertas de su casa y me recibieron como un hijo más. Gracias a ellos, a mis primo Helios y Said, y a Rosita, por haberme hecho sentir en mi hogar.

Agradezco el cariño de toda mi familia: Mariana, Sofía, Adriana, Rodrigo y Gonzalo, cuya juventud me contagia y me mantiene vivo… el cariño también de mi tíos Chata y Gonzalo, de Lyn y Víctor, que siempre están al pendiente de mí y me motivan a alcanzar mis metas.

A mis profesores de esta etapa formativa, Dra. Asuman Oktaç, Dra. Claudia Acuña, Dra. Rosa María Farfán, Dr. Ricardo Cantoral y Dr. Francisco Cordero; gracias por su valioso tiempo, dedicación y logros compartidos. Francisco, gracias por tu confianza, paciencia y por creer en mí y en este proyecto. A mis sinodales Dra. Magali y Dra. Rosa María, gracias por su valioso tiempo y observaciones.

En la vida también hay copilotos… y agradezco a todas y a todos con quienes he recorrido este camino, y lo que falta… Carmen, Betty, Toño, Jesús y Claudio, gracias por ser auténticos hermanos, por compartir la vida e imprimir algo de ustedes en mí, y permitirme imprimir algo de mí en ustedes… ¡¡vaya biemmm!!; a las y los yucas, compañeros de camino: Karla, Erika, Kika, Mayra, Tere, Eli, Leslie, Irene, Rosa, Olda, Claudia, David, Luis, Sergio, Rafael, Mario, Lalo… gracias por hacer del espacio compartido una extensión de nuestra tierra; a todas y todos los colegas, miembros de esta comunidad académica, y anexos: Daniela Reyes, Daniela Soto, Claudia Méndez, Claudia Rodríguez, Magali, Mago, Rosario, Johanna, María García, Lupita, Minelli, Tamara, Angélica, Lianggi, Mauricio, Rodolfo, Arturo, Víctor, José, Jano, Jasso, Chapu, Claudio Aguirre… gracias por su sincera amistad, ejemplo académico y pachangas compartidas; al personal del Departamento de Matemática Educativa y su biblioteca: Adriana Parra, Gaby Rodríguez, Susana Gómez, Martha Maldonado, Nancy Mena, Juventino Ibáñez, Jadde Desfassiaux, Nicte Ha Lima, Laura López, Yolanda Rosales, Vianney Vargas, Dany Escamilla,; gracias por su compromiso y calidez, sin su labor el departamento no sería una comunidad.

Agradezco especialmente a quienes colaboraron en la puesta en escena de los talleres: Eli, por tu disposición; Rafa, por tu apoyo; mamá, por conseguirme cosas de último minuto; a mis calladas-tímidas-e-inocentes Mariana, Marifer, Mariana, Sofía y Andrea ("tocayita"), por su colaboración para el pilotaje; y papá, gracias por tu compañía y presencia. Gracias, también, Lupita Simón, por confiarnos la responsabilidad de tus niñ@s talento. Gracias, Tamara, por tu apoyo continuo y motivación. Gracias, David, por el apoyo, los ánimos, las críticas y los momentos que hicieron realidad este trabajo. Mi gratitud también a Gabriel Ramírez, por su aportación al trabajo desde la física; a Rodrigo Hoyos por las charlas epistemológicas; a Chalo por la revisión del abstract; a Anaís por las frases científicas y motivadoras; y a Gabriela Gómez, por las porras radiofónicas desde tu cabina.

La vida es viaje… este trabajo tiene, sin duda, la impronta de aquéllos que con su pascua, han dejado también huella en mi vida. Mis abuelos Andrés, Hiram y Lupita; tía Mimí, tío Miguel, tío Payo, tía Imelda, tío Carlos, padre Jorge Laviada…

Aquellos que en la distancia siempre estuvieron al margen de este servidor: Chucho, Majo, Dahir, Alex, mis hermanas y hermanos de Progreso, Mérida y los alrededores del mundo… mis primas y primos, mis hermanit@s ex – alumn@s... gracias por su frecuente preocupación por "la tesis"… a todas y a todos: aquí está y ustedes son también parte de ella.

Gracias por ser vida en mi vida…

Viva la vida. Paz y bien
Andrés Ruiz Esparza Pérez
México, D.F. agosto de 2014

Mientras haya un sueño que perseguir,
mientras haya un anhelo que alcanzar,
mientras pueda hallar lo profundo
en lo cotidiano de vivir,
no dejaré de escribir

"Apología de un lápiz" (fragmento)

Índice

RESUMEN

Esta investigación presenta consideraciones teóricas para el rediseño de una situación específica, planteada desde una matemática funcional, con el propósito de ser implementada en un escenario distinto para el que fue pensado, en este caso, la divulgación científica. La base conceptual de tal rediseño es el constructo teórico que se discute y conforma en el seno de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: el *cotidiano del ciudadano*, el cual es una construcción social de la realidad bajo mecanismos de *mantenimientos de rutina y crisis*.

Se parte de uno de los fenómenos provocados por el discurso matemático escolar, la exclusión. De esta manera, se conforma una epistemología del cotidiano del ciudadano que a su vez, da cuenta de las argumentaciones y los usos del conocimiento matemático. Con base en lo anterior, se adecúa un *taller temático* de divulgación científica, a partir de una categoría para la matemática escolar, el *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático*: se consideran los elementos que son viables para llevarse al escenario propuesto, como las gráficas, y *desde* las representaciones gráficas del ciudadano. Se problematiza y complejiza el cotidiano en el debate entre funcionamientos y formas, que a su vez provoca un desarrollo de usos de las gráficas en actividades experimentales de *modelación* referentes a la transferencia de calor y variación de la temperatura, en la que surgen también argumentaciones sobre la *ley del enfriamiento de Newton*.

La evidencia que se conforma a partir de diversas puestas en escena del *taller*, así como las reflexiones posteriores dentro del grupo de investigación, permiten proponer, en contraposición a la verticalidad de la divulgación para el público lego, un proceso horizontal e incluyente de *socialización científica desde el ciudadano*, en la que su conocimiento cotidiano se reconoce válido por ser social, histórica y culturalmente conformado. Al centrar la atención en el uso del conocimiento y en los procesos sociales de su construcción, favorece la valoración de la ciencia de los ciudadanos, lo que conlleva avanzar en reflexiones sobre la conformación de una *sociedad de conocimiento*.

ABSTRACT

This research presents theoretical considerations to redesign a specific situation, raised from functional mathematics, in order to be implemented in a different scenario for which it was intended, in this case, the popularization of science. The conceptual basis of this redesign is the theoretical construct discussed and forms within the Socio-epistemological Theory of Mathematics Education: the *Quotidian of the Citizen*, which is a social construction of reality under *routine maintenance* and *crisis maintenance* mechanisms.

It starts from one of the phenomena caused by the scholar mathematical discourse, the *exclusion*. Thus, an epistemology of the quotidian of the citizen is formed, who in turn realizes the arguments and uses of mathematical knowledge. Based on the above, a *thematic workshop* on science popularization is designed, from a category for school mathematics, the *development of mathematical knowledge's uses network*: it was considered the elements that are viable to take the proposed scenario, as graphs, and from the graphical representations of the citizen, the quotidian is made problematic, in the debate between *forms* and *functions*, which in turn leads to the development of uses of graphics in experimental modeling activities concerning heat transfer and temperature variation, which also arguments arise about the Newton's law of cooling

The evidence from various staging of the workshop and subsequent discussions within the research group, allows to propose, in contrast to the verticality of the popularization to the lay public, a horizontal and inclusive process of *scientific socialization from the citizen*, where his everyday knowledge is recognized as being valid social, historical and culturally conformed. By focusing on the use of knowledge and social processes of construction, promotes the value of citizen science, which leads progress to reflections on in the establishment of a *knowledge society*.

INTRODUCCIÓN

"*Toda la ciencia no es más que un refinamiento*
del pensamiento cotidiano"
Albert Einstein

Diversas investigaciones han reportado la falta de vinculación entre las matemáticas y la realidad cotidiana; más aún, el paradigma tradicional de enseñanza de las matemáticas las muestra como ajenas a lo cotidiano, puramente abstractas y como un medio para el estudio de las ciencias. Más allá de señalar la problemática, han de considerarse los esfuerzos para restablecer el diálogo entre ambas: la investigación en Matemática Educativa, específicamente a la luz de la Teoría Socioepistemológica, trabaja en la conformación de marcos de referencia (MR) con miras a hacer de la matemática un conocimiento funcional, desde y con el ciudadano. Asimismo, se encuentran hoy día diversas acciones de divulgación o popularización de la ciencia, que fomentan también el interés por el desarrollo del conocimiento científico y tecnológico, en pro de una culturización de la ciencia para toda la sociedad.

Ante estas dos acciones, la conformación de MR y las tareas de divulgación, conviene entonces preguntarse sobre la posibilidad de articularlas con un mismo fin, en un mismo escenario, y estudiar sistemáticamente los alcances y limitaciones de tal articulación bajo una mirada teórica particular.

Ciertos trabajos en el marco socioepistemológico han brindado al acervo científico diversidad de diseños, ya para validar hipótesis epistemológicas, ya para evidenciar usos, o bien, para admitir una categoría con miras al rediseño del discurso matemático escolar. Bajo la consigna anterior, cabe cuestionarse sobre la reproducibilidad de tales diseños en un escenario diferente para el que fueron elaboradas originalmente.

Esta investigación, entonces, presenta consideraciones para el rediseño de una situación específica, planteada desde una matemática funcional, con el propósito de ser implementada en un escenario distinto para el que fue pensado, en este caso, la divulgación científica. La base conceptual de tal rediseño es el constructo teórico que se discute y conforma en el seno de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: el *cotidiano del ciudadano*, entendido como construcción social de la realidad bajo mecanismos de *mantenimientos de rutina y crisis*.

Se propone, pues, tomar el marco de referencia denominado *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático* (drucm) como base para el rediseño de una situación específica, y ponerla en juego en un escenario de divulgación de la ciencia. Se pretende dar cuenta de que en dicho escenario sucede también un desarrollo de usos, y por otro lado, una resignificación del cotidiano del ciudadano.

Bien es sabido que diversas disciplinas han incursionado en la divulgación de su conocimiento como parte de su programa de investigación, en pro de la cultura científica y la democratización del conocimiento. Ante tal apertura, se corre el riesgo de simplemente informar, de ser un espacio de mera exposición unidireccional por parte del divulgador, sin afectar la cultura o el cotidiano del participante. Se ve entonces la pertinencia de sistematizar la labor de la divulgación científica, y desde la perspectiva de la construcción social del conocimiento, se ve la necesidad de establecer un *diálogo* con aquella disciplina que pretende difundir su conocimiento. ¿En qué va a consistir el *diálogo*? El diálogo involucra un *cotidiano disciplinar*, en donde se presupone que existe un *mantenimiento de rutinas*. En este sentido, algo provoca una *crisis*, con la cual se dé un *mantenimiento de crisis*. Así, un objetivo del diálogo es *identificar* el cotidiano como mantenimiento de rutina para plasmarlo en un diseño, de modo que ocurra una situación para divulgación de la ciencia.

Por tanto, se plantea como problemática de investigación la *ausencia de un marco de referencia para incorporar situaciones específicas de construcción social de conocimiento matemático, a un escenario de divulgación de la ciencia.* Ante tal problemática, se considera como pregunta de investigación la siguiente: *¿cómo ha de rediseñarse una situación específica para ser implementada en un escenario de divulgación?* Para ello, se selecciona una situación específica con una epistemología robusta y que ha sido probada y validada en un contexto escolar. Así, con miras a dar una respuesta a la pregunta elaborada, se desarrolla la presente tesis en cinco capítulos:

En el capítulo primero se profundiza en la problemática general que motiva el estudio, así como los diversos trabajos que constituyen un estado del arte no exhaustivo en torno a la divulgación científica y el uso de tecnologías de la información y comunicación en la enseñanza de las ciencias. Posteriormente se exponen los elementos que conforman la investigación: objetivos, hipótesis y preguntas de investigación.

El capítulo segundo comprende las consideraciones teóricas sobre las cuales se fundamenta la investigación, en la que se señala la problemática particular del fenómeno de exclusión. Asimismo, se esboza una epistemología del cotidiano, anclada en argumentaciones y usos del conocimiento en una situación específica. Tal epistemología considera particularmente los usos de las gráficas y los procesos sociales de construcción de la realidad, es decir, los mecanismos de mantenimiento de rutina y crisis.

Los aspectos metodológicos se hallan en el capítulo tercero, donde se encuentran las consideraciones para el rediseño de una situación específica en vistas a la elaboración de un *taller temático* para un escenario de divulgación; los aspectos que se tomaron en cuenta en el rediseño a partir de la categoría de modelación y las acciones llevadas a cabo para la evidencia del trabajo.

En el capítulo cuarto se presentan los resultados de la investigación, fruto del análisis de las puestas en escena del taller, en donde se observa el desarrollo de usos de las gráficas, y la resignificación del cotidiano del ciudadano a través de los momentos planteados previamente. Con tales evidencias, se realiza también un análisis a posteriori de la epistemología propuesta.

Finalmente se hacen algunas consideraciones sobre la investigación en el capítulo quinto, donde se señalan sus alcances, limitaciones y prospectivas, así como reflexiones en torno al tránsito de la divulgación hacia la socialización, y cómo el cotidiano ha de considerarse también en el rediseño del discurso matemático escolar.

Capítulo 1. Antecedentes

"Yo he preferido hablar de cosas imposibles,
Porque de lo posible se sabe demasiado"
Silvio Rodríguez, *Resumen de noticias*

Se plantea la problemática que motiva el estudio, así como los diversos trabajos que constituyen un estado del arte no exhaustivo en torno a la divulgación científica y el uso de tecnologías de la información y comunicación en la enseñanza de las ciencias. Posteriormente se exponen los elementos que conforman la investigación: objetivo, hipótesis y pregunta de investigación.

1.1. Problemática

Delante del universo que lo rodea, el ser humano experimenta el asombro y la admiración, no sólo por aquello que contempla, sino porque advierte en la unidad de su ser la capacidad para estudiarlo e investigarlo. Tal capacidad lo ha llevado a desarrollar modelos para entender y transformar su realidad, y a dicho conjunto sistemático de conocimientos se le llama ciencia (Real Academia Española, 2001). Hoy por hoy, la educación científica de la sociedad es un hecho reconocido, y se sigue admitiendo la necesidad de estos saberes en el currículo básico de cualquier sistema educativo. Sin duda, las matemáticas forman parte de tales currículos, aunque se reconozca que *no se inventaron para ser enseñadas y que sin embargo se enseñan por una necesidad funcional: conservar el saber humano y potenciar las capacidades de acción* (Cantoral, 2013, pág. 28).

Diversas investigaciones (Suárez, 2014; Arrieta, 2003; Briceño, 2010; Cordero 2014) han reportado la falta de vinculación entre las matemáticas y la realidad cotidiana; más aún, el paradigma tradicional de enseñanza de las matemáticas las muestra como ajenas a lo cotidiano, puramente abstractas y como un medio para el estudio de las ciencias (Alanís, 1996). En este sentido, la investigación en Matemática Educativa, bajo la perspectiva teórica de la socioepistemología (TSE), ha señalado como problemática fundamental la distinción entre una obra matemática y la matemática escolar, los cuales se encuentran en confrontación al presentar diferentes objetos de estudio, desarrollo y formas de organización (Cordero, 2001; 2008). Esta situación permite que la matemática sea concebida como un conocimiento utilitario, se deja de lado lo humano y los sentidos, así como los escenarios y las prácticas que hacen de la matemática un conocimiento funcional (Cordero, 2008).

En la enseñanza de las ciencias, los modelos y la modelación juegan un papel fundamental. Son reconocidos como la estrategia por excelencia del ser humano para generar conocimiento (D´Ambrosio, 2009, en Méndez, 2013b), esenciales para la producción, la difusión y la aceptación de conocimiento científico (Giere , 1988 ; Gilbert, 1991; Tomasi, 1988, en Méndez, 2013b); más aún, son aceptados como «*puentes*» entre la teoría y la realidad, por lo que su enseñanza es considerada de gran importancia. Sin embargo, en Méndez (2013b) se reconoce también cómo el actual *discurso matemático escolar* (dME) excluye a los actores de la construcción de los modelos. De este modo, la modelación adquiere el status de un discurso pre establecido, estático y hegemónico (Soto, 2010).

Por otra parte, la divulgación científica ha cobrado auge en los últimos años, como un mecanismo para fomentar la ciencia en la cultura del ciudadano y contribuir a la formación de una sociedad del conocimiento, que valora a éste último como un recurso para el desarrollo personal y social. En el contexto mexicano, el 19 de marzo de 2014 fue publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el decreto por el que se adiciona un segundo párrafo a la fracción XI del artículo 2 de la Ley Orgánica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, en materia de divulgación de la ciencia y la tecnología, el cual versa:

> **XI.** Apoyar la generación, difusión y aplicación de conocimientos científicos y tecnológicos.
>
> Para ello, el CONACyT deberá emprender acciones que fomenten y fortalezcan las actividades de divulgación científica entre los investigadores del país y las organizaciones de la sociedad civil. De igual forma, deberá incentivar la vinculación entre estos actores y las instituciones del sistema educativo nacional a fin de fortalecer la capacitación de los educadores en materia de cultura científica y tecnológica. (Diario Oficial de la Federación, 19 de marzo de 2014)

En este sentido, la labor del programa "Cinvesniñ@s" del Cinvestav, ha contribuido para interesar e integrar a los ciudadanos (principalmente niñas y niños) al desarrollo de la ciencia en el país (Cordero, Albores, Briceño, Cabrera, Canché, Cen & Zaldívar, 2008). Para tal propósito, ha de reconocerse la labor de divulgación no sólo como un "monólogo" del investigador/divulgador, sino que dicha labor permita la participación del ciudadano en la construcción de su conocimiento y puesta en juego de sus saberes. Así, para que Cinvesniñ@s logre el impacto social que presume, deberá crear –entre otras cosas– diseños y materiales de los talleres que difundan el conocimiento sustentado con investigación. Ésta no es un tipo de investigación similar a la que usualmente hace el investigador en su campo laboral. Su dominio de conocimiento científico no es suficiente para crear un ámbito de difusión, requerirá de hacerse de constructos teóricos que sustenten su pertinencia, puesto que la difusión no es una "acción" de la ciencia, sino una intencionalidad epistemológica de la organización humana (Arendt, 2005, en Cordero, y otros, 2008).

Como grupo de investigación, se entiende al conocimiento como un producto social, de modo que un escenario de divulgación no se concibe simplemente como una transmisión unidireccional del conocimiento, sino como un auténtico espacio de construcción del mismo, que simultáneamente involucra y afecta a su cotidiano. Dicho cotidiano está expresado en un *mantenimiento de rutinas* (Berger & Luckmann, 1968), una especie de hábitos o nociones normales en su práctica. Cuando dichas *rutinas* son puestas en *crisis*, por ejemplo, ante un entorno específico que pone en cuestión lo ya sabido y asimilado, o bien, que involucra un análisis más profundo de lo planteado en vistas a tomar una decisión o resolver un problema, se asume que tiene lugar un *mantenimiento de crisis*. De esta forma, se pone en juego el saber del participante de la situación para construir su propio conocimiento. Se propone entonces una sistematización del estudio de la divulgación, que permitirá identificar el cotidiano del participante, expresado en mantenimiento de rutinas, para que sea puesto en crisis y provocar nuevas rutina y usos (Zaldívar, 2014).

En el campo de la Matemática Educativa, en particular, en el grupo que estudia la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, 2013), se han planteado diversas epistemologías para dar cuenta de tal construcción; específicamente, Méndez (2013b) estudió una categoría de modelación para la matemática escolar, la cual da cuenta de cómo dicha categoría provoca un desarrollo en red de usos del conocimiento matemático, así como la manera en la que la comunidad norma dicho desarrollo. Para tal propósito, se realizaron diversos diseños que involucran al participante en situaciones de variación, aproximación y transformación, involucrando también la experimentación y la tecnología.

Se propone, entonces, tomar este marco de referencia denominado *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático* (drucm) como base para el rediseño de una situación específica, y ponerla en juego en un escenario de divulgación de la ciencia. Se pretende dar cuenta de que en dicho escenario sucede también un desarrollo de usos, y por otro lado, una resignificación del cotidiano del ciudadano.

La divulgación no es exclusiva de las matemáticas. Diversas disciplinas científicas han incursionado en la divulgación de su conocimiento como parte de su programa científico, en pro de la cultura científica y la democratización del conocimiento. El espacio que Cinvesniñ@s ofrece está abierto a las diferentes ciencias que pretenden involucrarse en esta labor educativa. Ante tal apertura, se corre el riesgo de simplemente informar, de ser un espacio de mera exposición unidireccional o un "espectáculo" por parte del divulgador, sin afectar la cultura o el cotidiano del participante. Se ve entonces, la pertinencia de sistematizar la labor de la divulgación científica, y desde la perspectiva de la construcción social del conocimiento, se ve la necesidad de establecer un *diálogo* con aquella disciplina que pretende difundir su conocimiento. ¿En qué va a consistir el *diálogo*? El diálogo involucra un *cotidiano disciplinar*, en donde se presupone que existe un *mantenimiento de rutinas*. En este sentido, algo provoca una *crisis*, con la cual se dé un *mantenimiento de crisis*. Así, un objetivo del diálogo es *identificar* el cotidiano como mantenimiento de rutina para plasmarlo en un diseño, de modo que se provoque una situación para divulgación de la ciencia.

1. 2. Estado del arte

Se reconocen dos líneas que anteceden la conformación de la presente investigación. En una de ellas, se encuentran trabajos referentes a la divulgación científica en general, sobre sus métodos, tareas, efectividad, y cómo mejorar tales elementos. En esta línea, se le da particular atención a las investigaciones que han estudiado la divulgación científica desde la disciplina de la Matemática Educativa, en donde se resaltan características como la formación del divulgador, el juego y la actividad matemática, y los usos del conocimiento matemático (Erazo, 2002; Zueck, 2004; Lozano, 2005; Escudero, 2010; Pelay, 2011; Hernández & Buendía, 2013). Interesa también en esta línea aquéllos trabajos que desde la Teoría Socioepistemológica han abordado el cotidiano como objeto de estudio, y han dado una caracterización del mismo desde un escenario de divulgación científica o desde la actividad del ciudadano (Gómez, 2009; Zaldívar, 2009; López, 2012).

En otra línea de trabajos, se identifican aquéllos que han estudiado las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC's) en el aula de matemáticas, su integración y sus ventajas (Drijvers, Kieran & Mariotti, et al, 2010; Lavicza, 2010). De igual modo, se enmarcan en esta línea los trabajos del grupo Modelación y Tecnología (MyT), quienes han estudiado la incorporación de instrumentos como sensores de movimiento y temperatura y calculadoras graficadoras, bajo el marco de la socioepistemología (Briceño, 2010, 2013; Méndez, 2013b; Zaldívar, 2014). Por último, en esta misma línea se destacan los trabajos que han estudiado el uso de las gráficas en diferentes escenarios (Suárez, 2014; Cordero, Cen & Suárez, 2010; Cordero & Flores, 2007).

1.2.1. Estudios sobre divulgación

La investigación de María Erazo (2002) indaga sobre los diferentes medios para la divulgación de la ciencia, vista como un proceso de comunicación social. El principal aporte de su trabajo es la presentación de estrategias de educación no formal, la propuesta de divulgar la ciencia como literatura y la aplicación del modelo llamado de propaganda científica como alternativas para mejorar la divulgación de la ciencia. Reconoce una falta de marco teórico para problematizar la divulgación de la ciencia.

El modelo de propaganda científica al que se hace referencia es el propuesto por Rolando Isita (1995, en Erazo, 2002), quien supuso que el problema principal de la transmisión social del conocimiento científico era la falta de un modelo de comunicación que interactuara y adecuara al sistema científico con los sistemas ideológico y social. La premisa fundamental de su propuesta es que "*la ciencia no solo es parte de la cultura, sino que en ocasiones la determina*". Isita sugiere divulgar la ciencia sin dejar de considerar la influencia de tres subsistemas que conforman la cultura: el ideológico, el científico y el social. Así, un divulgador debe empezar por cuestionarse cuáles son los valores que priman en una sociedad, cuál es su imaginario colectivo y qué estrategias o políticas de Estado aplica ésta en el ámbito científico. De este modo, el interés del divulgador no deberá ser cuántos recibieron su mensaje, sino quiénes lo recibieron y qué efecto les provocó (Erazo, 2002).

El trabajo de Silvia Zueck (2004) expone algunas consideraciones sobre la importancia de los procesos discursivos de las pláticas de divulgación de la ciencia, en particular, aquellas impartidas en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE). A diferencia de Erazo (2002), asume la divulgación de la ciencia como un proceso docente, de modo que su objeto de estudio fueron las charlas que se ofrecían al público en general en dicho instituto, y en este sentido, identifica en el divulgador estrategias como el uso de analogías y la traducción del conocimiento científico a un lenguaje cotidiano. Se hace referencia al *cotidiano* como un lenguaje, al cual es necesario traducir el conocimiento científico.

Entiende la divulgación o popularización de la ciencia en el sentido de Leitao & Albagli (1997, en Zueck, 2004), como "*el resultado de una apreciación de las relaciones entre el pensamiento científico moderno y las culturas nacionales y locales de América Latina*". Así, los programas de divulgación son también un medio para reforzar la identidad cultural.

En un plano más amplio que los anteriores, la investigación de Mónica María Lozano (2005) propone el planteamiento de un *nuevo contrato social*, que parte de reconocer la importancia de la ciencia y la tecnología en la solución de problemas sociales, y a su vez enfatice la capacidad y la obligación de los distintos actores sociales de participar en las decisiones sobre el direccionamiento del sistema científico y tecnológico, de manera que se dirija de manera prioritaria hacia la solución a los problemas colectivos de la sociedad que lo apoya y posibilita. Su trabajo tiene como objetivo general presentar algunas de las implicaciones que tiene para la popularización el establecimiento de un nuevo contrato social de la ciencia y la tecnología, y se sustenta en la idea de que distintos modelos de desarrollo de la ciencia y la tecnología conllevan formas particulares de la relación de la ciencia y la sociedad en las interfases de políticas públicas y de popularización.

Para su propuesta, considera tres modelos de popularización de la ciencia: el modelo de déficit simple, modelo de déficit complejo y modelo democrático. Es justamente el último de ellos el que permite el establecimiento de un nuevo contrato social, pues el énfasis de la popularización ya no está puesto en cómo “traducir” un conocimiento científico para que sea accesible a públicos amplios, sino en el o los individuos que requieren un conocimiento científico, en el para qué se requiere este conocimiento y en cómo este conocimiento se relaciona con otros conocimientos y experticias que ya poseen. El público es reconocido como poseedor de la capacidad no sólo de tomar decisiones sobre la base de la información científica, sino también como sujetos con conocimientos que son importantes para los procesos de toma de decisiones.

Se destaca su crítica a la definición tradicionalmente más aceptada de popularización, pues para la autora, muestra una serie de limitaciones dentro de la asunción de un nuevo contrato social sobre la ciencia. Primero, porque asumir un nuevo contrato implicaría un proceso de entender que no es solamente la información de tipo científico y tecnológico la única pertinente. Segundo, porque implicaría asumir que el público no es lego: tiene una serie de conocimientos y experticias, valores y actitudes que entran en juego al verse abocados a la toma de decisiones que involucran a la ciencia y la tecnología. Tercero, porque se supondría un modelo de comunicación en doble vía en el que también el sistema científico y tecnológico recibe y valora la información proveniente de los otros sistemas y actores sociales y es modificado por ella. Cuarto, porque a pesar de la importancia de informar, generar comprensión y valoración por la ciencia, también se requiere que la popularización contribuya a la solución de conflictos que involucran conocimiento científico y tecnológico, y a pensar la posibilidad de que la ciencia y la tecnología contribuyan a la solución de problemáticas sociales particulares identificadas por los actores. Así pues, para el caso específico de América Latina, propone el término de *apropiación social de la ciencia y la tecnología* (Posada et al, 1995, en Lozano, 2005), entendido como una estrategia de cambio social y cultural dirigida a lograr en el ámbito social una reflexión crítica sobre la ciencia y la tecnología, una relación crítica con el conocimiento, y una promoción de la cultura científica.

En el campo de la Matemática Educativa, se han llevado a cabo recientes investigaciones en torno a la divulgación de la ciencia. Una de ellas es la realizada por el francés Nicolas Pelay (2011), la cual propone ampliar el Contrato Didáctico al poner la mirada sobre las interacciones lúdicas. Plantea que el juego podría ligar el placer y la actividad matemática, y para demostrarlo articula la teoría de las situaciones didácticas, la ingeniería didáctica y las recreaciones de las matemáticas y la física de Jaques Ozanam de 1694. Uno de sus resultados es encontrar que los niños adoptan placer al desarrollar estrategias y razonamientos matemáticas en los juegos propuestos, de manera que apoya la tesis de que el juego es un motor de la *devolución*.

El trabajo de Dinazar Escudero (2010) pretende dar una panorámica general sobre la formación del divulgador en México desde la socioepistemología. Para ello, estudia la labor y formación (en sentido amplio) de tres divulgadores, quienes aunque concuerdan en que sería necesario realizar investigación sobre su labor, sin embargo nunca la han llevado a cabo. Finalmente, afirma que la TSE es capaz de proporcionar una pauta sobre cómo transformar los conocimientos para llevarlos a un escenario de divulgación. Estas afirmaciones abren la posibilidad de un estudio sistemático en un escenario de divulgación, como el que se pretende en el presente trabajo.

Por su parte, el trabajo del profesor Plácido Hernández (Hernández & Buendía, 2013) analiza el uso del saber matemático fuera de la escuela y da cuenta de cómo un grupo humano específico construye conocimiento matemático al ponerlo a interactuar intencionalmente con un fenómeno de naturaleza periódica como el movimiento de los satélites de Júpiter. En particular, explica cómo se usa lo periódico, a través de sus diferentes formas y funcionamientos, en un escenario de educación no formal basándose en una epistemología de prácticas para la periodicidad.

Al cambiar la mirada del desarrollo de objetos matemáticos hacia el conocimiento en uso, se puede reconocer que aunque dicho objeto –una definición, una propiedad– no se conozca en toda su extensión y complejidad, sí se usa e irá adquiriendo y desarrollando diferentes formas y funcionamientos acorde a las situaciones particulares que el humano vaya enfrentando. De ahí entonces, la noción de uso desarrollada bajo esta visión teórica permite analizar el saber matemático –entendido ahora como un conocimiento en uso– en un escenario no escolar, por ejemplo en un ambiente híbrido de enseñanza, en su caso, un museo de ciencias.

Dentro de los trabajos en Matemática Educativa relativos a la divulgación científica, se encuentran particularmente aquellos que hacen referencia al *cotidiano* y al *ciudadano* desde la Socioepistemología. En el primer rubro, está la investigación de David Zaldívar (Zaldívar, 2009), que resulta un acercamiento para entender la función de un escenario de la vida cotidiana cuando se trata de difundir cierto conocimiento entre una población no necesariamente científica. Así pues, logra una caracterización de la función de un escenario de difusión de una situación específica de matemáticas, a la luz de la TSE. En su investigación, se asume el cotidiano como un *mantenimiento de rutinas* (Berger & Luckmann, 1968), como aquello que se usa o permanece, y al ser enfrentado por una crisis, tal mantenimiento evoluciona y provoca el surgimiento de nuevas rutinas. De este modo, la dialéctica *mantenimiento de rutinas – mantenimiento de crisis* de rutinas permite explicar el cotidiano.

Por su parte, Karla Gómez (Gómez, 2009) busca proporcionarle a la difusión de la ciencia un estatus epistemológico de objeto de estudio, articulando para ello el dominio científico y el cotidiano. Profundiza sobre la caracterización teórica del cotidiano, enfatizando elementos como los Procesos Sociales y las Condiciones Humanas, los cuales permiten evidenciar cómo el cotidiano influye en la construcción de conocimiento de los ciudadanos participante en una actividad de difusión de la ciencia.

Finalmente, Silvia López (López, 2012) realiza un estudio que permite identificar elementos presentes en la matemática del *ciudadano* durante su quehacer cotidiano, de modo que se pueda conocer las necesidades y procedimientos utilizados en la vida diaria, y así obtener elementos que permitan establecer una relación entre el discurso escolar y la realidad. Por ello, se considera la conveniencia de ampliar la perspectiva de estudiante a la de ciudadano, como un individuo social con participación activa en su comunidad, como generadores de conocimientos, impulsados por necesidades prácticas y teóricas y compartiendo intereses comunes en la sociedad. Así, todo ciudadano pertenece al menos a una *comunidad de conocimiento* (Cordero, 2011), y en este sentido, se considera al ciudadano como aquel que, dadas sus actividades cotidianas, se encuentra en interacción con otras comunidades de conocimiento. Entonces, a partir de una situación (S_i), en el cotidiano, sucede una comunidad de conocimiento del ciudadano ($CC(C_i)$), y es en estas situaciones en donde interactúan las comunidades de conocimiento, ya que se está mirando al ciudadano como miembro de una comunidad de conocimiento. Finalmente, para caracterizar al cotidiano, se distinguen tres elementos fundamentales que condicionan la vida humana (Arendt, 2005, en López, 2012): el Trabajo, la Labor y la Acción. En segundo lugar, cada condición se expresa socialmente en tres procesos respectivos: el Proceso Institucional, el Proceso Funcional y el Proceso Historial. Esta relación es lo que permite tener mayor entendimiento del cotidiano y la manera en que el humano se condiciona a realizar ciertas acciones que norman el porqué de lo que hacen. En cierto sentido, el primero señala la condición del humano y la segunda la función del humano (Gómez, 2009).

1.2.2. Tecnologías de Información y Comunicación en la enseñanza de las matemáticas

El surgimiento de las nuevas tecnologías de la información y comunicación (comúnmente llamadas TIC's) en la segunda mitad del siglo XX trajo consigo nuevas potencialidades y especulaciones sobre una rápida transformación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, la realidad muestra que esta optimista transformación no se dio como se esperaba. Al respecto, (Lavicza, 2010) comenta que se dieron cambios en la práctica en varios campos de las matemáticas a causa de la tecnología, incluso dio lugar a nuevos campos. Al principio el uso que se le dio fue para los maestros, para demostración de teoremas, y al volverse más accesible, lo usaron los alumnos en clase. Se establecieron estándares para garantizar los beneficios de la tecnología. Sin embargo, resolver el acceso a la tecnología no fue condición suficiente para su integración. La investigación se enfocó en los retos que representaba esta integración. Se previó un futuro prometedor, sin embargo, la evidencia de los últimos quince años indica que la tecnología aún juega un papel marginal en la educación. Ruthven (2007b, citado en Lavicza, 2010) explica este proceso de integración como un ciclo, desde un entusiasmo inicial hasta incertidumbre y aversión.

A pesar de este panorama, las TIC's en la educación matemática son una realidad en diferentes niveles y circunstancias. Se sigue desarrollando investigación en torno a esta temática, inclusive existen diversos marcos teóricos para realizar tales estudios. En un intento por presentar un panorama amplio de ellos, Paul Drijvers (Drijvers, y otros, 2010) se pregunta *¿qué marcos teóricos son usados en la investigación relativa a la tecnología en* *el campo de la educación matemática, y qué ofrecen estos marcos?* Muestra un recorrido un tanto cronológico del surgimiento y desarrollo de diversos enfoques teóricos al respecto, como el *construccionismo*, el marco *proceso – objeto*, el concepto de *milieu* de la teoría de las situaciones didácticas, las *representaciones semióticas* de R. Duval, y la *génesis instrumental*.

En México, la investigación en Matemática Educativa ha considerado estudios al respecto de la tecnología y software en la enseñanza de las matemáticas. Particularmente, el grupo Modelación y Tecnología del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav ha llevado a cabo proyectos de investigación que involucran diversas tecnologías en el aula y en escenarios como la divulgación de la ciencia, al poner en juego la modelación matemática de fenómenos físicos.

Por ejemplo, la investigación de Eduardo Briceño (Briceño, 2013) pretende estudiar el papel que juega el uso tecnológico en el conocimiento matemático del estudiante, para lo cual se enfoca en encontrar una *génesis instrumental* (Artigue, 2002; Defoaud, 2000; Trouche, 2004; Guin y Trouche, 1999, en Briceño, 2010) en una situación de modelación de movimiento (SMM). Con ello, logra evidenciar que el *uso de las gráficas* es lo que norma una integración tecnológica al estudiante, de tal forma que le permite dar argumentos a las preguntas que se la han planteado para explicar el movimiento que él ha modelado. De este modo, su trabajo aporta a la comunidad una ampliación del marco teórico de la génesis instrumental con la teoría socioepistemológica, pues ayuda a entender el papel del uso del instrumento en el conocimiento matemático.

La investigación de Magali Méndez (Méndez, 2013b) identifica la ausencia de un marco de referencia para la modelación matemática en el aula, de modo que propone una categoría de modelación que provoque el desarrollo de una *red de usos de conocimiento matemático* ante situaciones específicas que identifican tipos de variación. Su investigación apuesta que el desarrollo de redes de elementos numéricos, gráficos y algebraicos produce caracterización de las variaciones. Para la categoría que propone, se articulan diferentes elementos presentes en investigaciones y resultados anteriores de la comunidad latinoamericana de Matemática Educativa, a saber: el argumento *Comportamiento Tendencial de las Funciones* (Cordero, 1998, 2003); la categoría *Modelación –*

Graficación (Suárez, 2014), y la *Numerización de los Fenómenos* (Arrieta, 2003). Para el diseño de las situaciones específicas, los anteriores elementos se expresan en situaciones (o momentos) de *transformación, aproximación* y *variación* (Cordero, 2001) en un ambiente de experimentación con tecnología.

Finalmente, dado que se pretende también proporcionar evidencia del *uso del conocimiento matemático* en el cotidiano, se sitúa la presente investigación como parte de aquellas que estudian tales usos. A la luz de la mirada socioepistemológica, se enmarcan diversos trabajos que dan cuenta de ello, por ejemplo, aquellos que estudian comunidades de profesionistas (Covián, 2005; Tuyub, 2008; García Torres, 2008), aquellos que dan cuenta del uso en comunidades específicas (Pérez, 2012; Parra, 2012; Méndez, 2013a), y aquellas referentes específicamente al *uso de las gráficas* en diversos escenarios y comunidades de conocimiento (Suárez, 2014; Cordero, Cen, & Suárez, 2010; Cordero & Flores, 2007; Torres, 2013; Marín, 2014).

En Suárez (2014) se reportan cuatros usos de las gráficas en situaciones de modelación de movimiento: (a) propicia la discusión de la posición, la discusión de la posición, los cambios de posición descritos por la velocidad, rapidez y aceleración; (b) propicia el establecimiento de relaciones entre las características de la gráfica y de la situación a partir de la identificación de las formas básicas de graficación; (c) la graficación representa una herramienta de análisis que proporciona información visual sobre dos o más órdenes de variación; (d) propicia la identificación de los puntos extremos de variación.

En la misma línea, se estudiaron los usos de las gráficas en el bachillerato a través de los textos sugeridos en los programas de curso del Instituto Politécnico Nacional, y se reportan seis usos: (a) distribución de puntos; (b) comportamiento geométrico; (c) análisis de la curva; (d) cálculo de área; (e) cálculo de volumen; y (f) análisis de información (Cordero, Cen, & Suárez, 2010). Por su parte, en el análisis del discurso matemático escolar de educación básica, se identificaron y caracterizaron tres momentos del uso de las gráficas: (a) El uso del síntoma de la gráfica de la función; (b) el del uso de la gráfica de la función; (c) el del uso de la curva (Cordero & Flores, 2007).

Ante este abanico de antecedentes, se ubica la presente investigación como parte de aquellas que atienden a la divulgación de la ciencia, particularmente en el campo de la matemática educativa y el estudio socioepistemológico del cotidiano. De igual modo, se enmarca el presente trabajo entre aquellos que dan cuenta de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, particularmente dando cuenta de la resignificación del uso del conocimiento matemático en una situación específica.

1.3. Elementos de la investigación

Como se ha visto, existen diversos trabajos que versan sobre la divulgación y socialización de la ciencia. Sus esfuerzos han sido encaminados hacia el estudio de la formación del divulgador (Escudero, 2010), sugerencias o alternativas para hacer de ello un servicio más eficiente (Erazo, 2002), inclusive su interacción con el docente (Zueck, 2004). Desde la disciplina de la matemática educativa y su interés por problematizar el saber, se ha reconocido a la divulgación como un escenario válido de construcción del conocimiento, más aun, como un escenario de construcción social del conocimiento, y bajo esta mirada se han realizado estudios que dan cuenta de ello (Zaldivar, 2009, 2014; Hernández, 2013).

El presente estudio retoma la base de los diseños propuestos por Méndez (2013b), quien formula una categoría para la modelación escolar que provoque una matemática funcional. A dicha categoría se le ha nombrado *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático*, en la cual se enlazan diversos usos de elementos matemáticos como la gráfica, las expresiones analíticas y las tablas de datos.

Así pues, se pretende problematizar esta categoría al cuestionar la manera en que pueda ser llevada a un escenario de divulgación. Al ser la categoría explícitamente formulada para la matemática escolar, se considera necesaria la reformulación de los diseños propuestos, con base en lo que se asume por divulgación. En este sentido, se incorpora la categoría del *cotidiano* como una dialéctica mantenimiento de rutinas – mantenimiento de crisis, a la epistemología propuesta por Méndez. De esta manera, se pretende validar lo que se está entendiendo por divulgación como *socialización*, y cómo para llevarla a cabo es necesario un *diálogo* con la disciplina que pretende ser divulgada.

Por tanto, se plantea como problemática de investigación la *ausencia de un marco de referencia para incorporar situaciones específicas de construcción social de conocimiento matemático, a un escenario de divulgación de la ciencia.*

Ante tal problemática, se considera como pregunta de investigación la siguiente: *¿cómo ha de rediseñarse una situación específica para ser reproducida en un escenario de divulgación?* Para ello, se selecciona una situación específica con una epistemología robusta y que ha sido probada y validada en un contexto escolar. Tal situación se encuentra en la investigación de Méndez (2013b).

Para el rediseño de la situación, se ha incorporado la categoría de *cotidiano*, como una dialéctica *mantenimiento de rutina – mantenimiento de crisis*. Dicha incorporación obliga a identificar en el *ciudadano* (López, 2012) el o los mantenimientos de rutinas con respecto a la situación que se plantea. Al poner en crisis tales mantenimientos de rutinas, formuladas ya por la intuición, ya por los conocimientos previos, ya por la cultura o historia particular, se establecen las condiciones para que suceda un nuevo mantenimiento de rutinas, y con ella la resignificación del saber en juego.

En consecuencia, se plantea como hipótesis de investigación que *la incorporación de la categoría de cotidiano en una situación específica provoca una situación de divulgación del conocimiento matemático*, y que para dicha incorporación se ve la necesidad de un *diálogo* con la disciplina científica que se pretende divulgar.

Capítulo 2. Consideraciones teóricas

"Si no creyera en lo que agencio,
si no creyera en mi camino;
si no creyera en lo que creo,
si no creyera en lo que esconde
hacerse hermano de la vida;
si no creyera en quien me escucha,
si no creyera en lo que lucha,
qué cosa fuera…"
Silvio Rodríguez, *La maza*

Se describen las consideraciones teóricas sobre las cuales se fundamenta la investigación, en la que se señala la problemática particular del fenómeno de exclusión. Asimismo, se esboza una epistemología del cotidiano, anclada en argumentaciones y usos del conocimiento en una situación específica. Tal epistemología considera particularmente los usos de las gráficas y los procesos sociales de construcción de la realidad, es decir, los mecanismos de mantenimiento de rutina y crisis.

2. La Matemática Educativa y la Teoría Socioepistemológica

La *matemática educativa* es una disciplina científica relativamente joven, cuyo origen tiene lugar en la segunda mitad del siglo XX, y que tiene como objeto de estudio, en términos generales, los fenómenos didácticos ligados al saber matemático. En este tenor, la disciplina no tiene como objetivo *mejorar* la práctica profesional relativa a la enseñanza de la matemática, sino el estudio científico de problemáticas específicas que suceden cuando un saber constituido socialmente en un ámbito no escolar se introduce en el sistema didáctico, lo cual lo obliga a una serie de modificaciones que afectan su estructura y funcionalidad (Cantoral & Farfán, 2003). En otras palabras, el conocimiento matemático (y más generalmente el científico) no fue diseñado para ser enseñado en el aula tradicional (Cantoral, 2013).

En ese orden de ideas, la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa ha identificado como *problemática fundamental* una confrontación entre la Obra Matemática y la Matemática escolar (ver Figura 1), debido a su distinto desarrollo, objeto de estudio y forma de organización (Cordero, 2008)

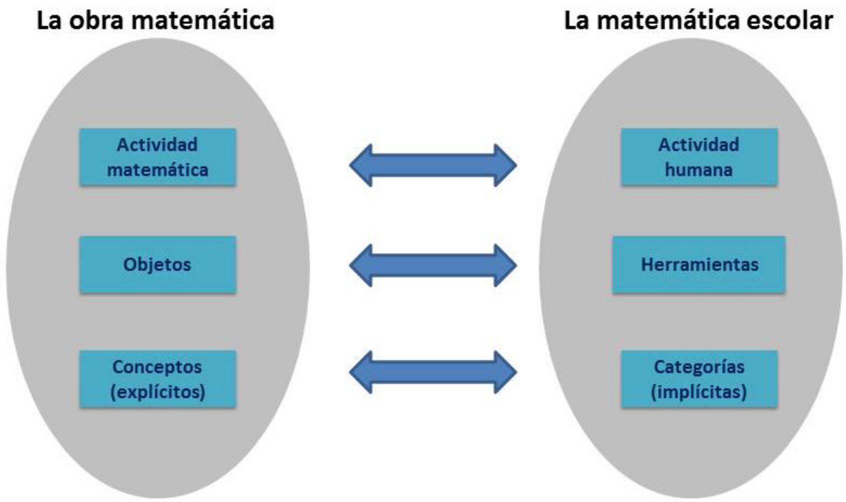


Figura 1. La confrontación de la obra matemática y la matemática escolar

La obra matemática, por un lado, está fundada en la *actividad matemática*, y existen profesionales de esta disciplina que generan nuevo conocimiento a partir de ciertos métodos; así pues, desde esta postura se estudian los *objetos* matemáticos y su organización está explícitamente compuesta de *conceptos*. La matemática escolar, por su parte, tiene a la *actividad humana* como base de su desarrollo, pues se interesa tanto en la relación del estudiante con el conocimiento matemático, como en las relaciones de todo el sistema didáctico –profesor, alumno y saber–. Asimismo, estudia la adquisición tanto de conceptos como de *herramientas* matemáticas, y propone una organización de sus contenidos a través de *categorías* que no resultan explícitas (Suárez, 2014).

Al reorganizar la obra matemática para su difusión institucional, se conforman discursos que la socioepistemología ha denominado *discurso Matemático Escolar* (dME), cuya estructura no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos (Soto, 2010). Así, se han evidenciado una serie de características del dME, a saber:

- **La atomización en los conceptos**: no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución del conocimiento.
- **El carácter hegemónico**: existe una supremacía de argumentaciones, significados y procedimientos, frente a otras.
- **La concepción de que la Matemática es un conocimiento acabado y continuo**: los objetos matemáticos son presentados como si siempre hubiesen existido y como que el orden que siguen fuera lineal.
- **El carácter utilitario y no funcional del conocimiento**: la organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Se busca que el conocimiento tenga un carácter funcional, en el sentido que logre integrar tal conocimiento a la vida para transformarla.
- **La falta de marcos de referencia para la resignificación de la matemática escolar**: se ha soslayado el hecho de que la Matemática responde a otras disciplinas y, por tanto, es ahí donde encuentra una base de significados naturales

Figura 2. Características del dME en (Soto, 2010)

Así pues, el planteamiento fundamental de la teoría socioepistemológica consiste en asumir que el conocimiento matemático se construye a través de prácticas sociales (Cantoral, 2013), de modo que la intención primera de dicha postura es el *rediseño del discurso matemático escolar* (*RdME*) como un proceso de *inclusión* hacia la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM) (Soto, 2014).

2.1. Un nuevo enfoque: La Matemática Funcional

Las características del dME enlistadas anteriormente propician fenómenos asociados a tales características. Por ejemplo, el hecho de ser un sistema hegemónico que promueve a la matemática como un conocimiento acabado y continuo, permite que la matemática escolar no tenga más referente que la matemática misma, y que los únicos conocimientos, argumentaciones y significados sean los dictados por la obra matemática. Ante esto, así como se soslaya el hecho de que la matemática responda a otras disciplinas –y pueda encontrar en ella otros significados–, se deja de lado el conocimiento de comunidades de conocimiento *sui generis*, como son las comunidades originarias, comunidades profesionales, o bien, el conocimiento cotidiano que constituye la construcción subjetiva de la realidad de un ciudadano.

Del mismo modo, la matemática escolar no tiene un marco de referencia (MR) para poder atender la justificación funcional. Su construcción es una condición sin la cual no se podría crear la reciprocidad entre la matemática y el cotidiano. Puede decirse que los modelos educativos, en general, no han logrado relacionar estos dos aspectos. Lo que sucede en uno no sucede en el otro. En particular, al pensar en la matemática del aula, ésta es diferente a la matemática que sucede en el cotidiano (ver Figura 3).

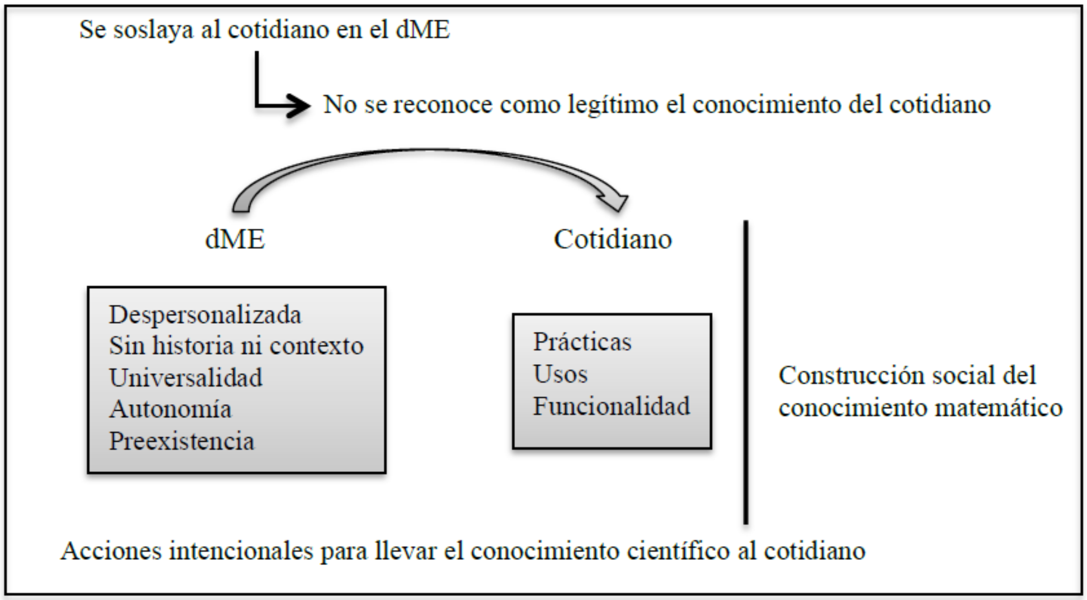


Figura 3. El dME y el cotidiano (Cordero, 2014)

Así, para conformar un estatus epistemológico que rinda cuentas del conocimiento matemático con relación en estos dos aspectos, se requiere ubicar una dimensión social que problematice la relación de los dominios disciplinares de la ciencia y de la vida cotidiana. Dicho propósito requiere entender al conocimiento matemático como una construcción social, lo que conlleva cuestionar la *función social* de la matemática, y no a ella misma. Por eso, importan conceptos en torno al conocimiento como su *institucionalización*, sus *usos* e *instrumentos*, las *prácticas sociales* que norman sus construcciones, el *cotidiano*, la *labor*, el *trabajo* y las *acciones humanas*, como la *identidad*, entre otros (Cordero, 2014).

2.1.1. La Modelación en la Matemática Funcional

El status de la modelación en la matemática escolar tiene, por lo general, dos lentes bajo los cuales mirarla. Por un lado, se concibe como una forma de *representar* una realidad preexistente, la cual puede ser matematizada o cuantificada por alguna estructura matemática llamada modelo; en otro sentido, es vista como la *aplicación* de una estructura de conocimiento a una situación real, con modelos empíricos o analíticos, cuya intencionalidad didáctica estaría encaminada a ejemplificar los objetos de la obra matemática. En ambos casos, se presupone que la modelación está ligada a la realidad.

Dada esa relación con la realidad, conviene acotar de qué realidad se está hablando, en este caso, conviene restringirla para estandarizarla a la educación de la matemática, y en ese sentido, considerar todos los niveles educativos, la diversidad de disciplinas, el trabajo y la ciudad. Se pretende interpretar dicha realidad en lo habitual de tales escenarios, donde se expresan usos rutinarios, es decir, cotidianos del disciplinario, del trabajador y del ciudadano. De lo anterior, se desprende una problemática específica: *la matemática escolar ha perdido el eslabón con el cotidiano*, y en este tenor, se postula la tesis de que la modelación, la funcionalidad y la multidisciplina son, en conjunto, el eslabón entre la matemática y el cotidiano (Cordero, 2014).

Pero, ¿de qué modelación se está hablando? No se asume alguna de las posturas anteriormente mencionadas, sino una *categoría*, formulada al interior de la socioepistemología, que responde a lo que es de utilidad al humano en una situación específica, es decir, es una práctica plasmada específicamente como la argumentación de la situación en cuestión, la cual está compuesta de significaciones o resignificaciones con sus respectivos procedimientos, los cuales se van construyendo de acuerdo con las operaciones que los participantes son capaces de hacer, con las condiciones que ellos son capaces de capturar y transformar y con los conceptos que van construyendo progresivamente (Cordero, 2011). Desde esta postura, la modelación es en sí misma una construcción de conocimiento, no así una "herramienta didáctica" que facilite la construcción de un objeto matemático específico. Se trata de una actividad que trasciende y se resignifica, que transforma al objeto.

Con esta mirada, diversas investigaciones al respecto han proporcionado una categoría de modelación para la matemática escolar, las cuales presumen la inclusión de una matemática funcional en el sistema didáctico, al dirigir la mirada a las prácticas y no a los objetos.

Categorías de modelación para una matemática funcional

a) Modelación - Graficación (Suárez, 2014)

A partir del estudio de la obra de Nicolás Oresme, *Tractatus de configurationibus quelitatum et motuum*, cuya idea central es que las figuras geométricas y el conocimiento sobre las proporciones matemáticas ayudan a 'comprender fenómenos' donde intervienen cualidades que pueden adquirir sucesivamente diferentes intensidades; se plantea un marco de referencia epistemológico, incorporando los elementos de funcionamiento y forma de uso de las gráficas en la modelación, que es llamada Modelación – Graficación (M – G). Se deja de considerar cada una por separado (la modelación como "representación" de la realidad o como "aplicación" de la obra matemática; la graficación como "representación" de una función o como algoritmo de evaluación-tabulación-unión de puntos) y bajo una mirada socioepistemológica, se plantea un nuevo status que las orienta como generadoras de conocimiento, y permite manifestar la resignificación de la variación en situaciones de modelación de movimiento. Esta socioepistemología de la M – G representa un eje para desarrollar acciones en el sistema didáctico, a través del diseño de situaciones de modelación de movimiento.

La investigación aporta tres datos epistemológicos (DE) de la Figuración de las Cualidades en Oresme que proporcionan argumentos sobre la conveniencia didáctica de desarrollar un uso de las gráficas en una situación de modelación del movimiento:

DE1: La gráfica antecede a la función

DE2: La gráfica es argumentativa

DE3: El uso de las gráficas tiene un desarrollo

Tales datos caracterizan un uso de las gráficas que depende de las propiedades geométricas para su descripción (medidas y razones) que proporciona un funcionamiento y una forma de la gráfica diferentes a las asociadas a la representación gráfica de la idea matemática de función.

Desde la socioepistemología, el *uso de las gráficas* se estudia a partir de la identificación del debate entre los elementos de funcionamiento y de forma del uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades. Más precisamente, los elementos de *funcionamiento* son las circunstancias que hicieron posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas en tanto que los elementos de *forma* son las clases de tareas. Estas tareas quedan determinadas por el funcionamiento y éste, a su vez, determina nuevas *formas* y nuevos *funcionamientos*. De tal manera que se caracterice el uso de las gráficas a partir del debate entre el funcionamiento y la forma de la Figuración de las Cualidades, los nuevos funcionamientos y formas se desarrollan en espiral, una representación de esta idea se encuentra en la figura 4a.

En la figura 4b se ilustra el uso de las gráficas haciendo explícito el debate entre el funcionamiento y la forma que se articula en forma de espiral, lo que implica un desarrollo. Las líneas rectas señalan un debate en el que un nuevo funcionamiento obliga una transformación en la forma, de tal manera que pueden establecerse hitos, como el que la gráfica se anticipa al concepto de función. El desarrollo del uso de las gráficas se establece a partir de rompimientos y acomodamientos que se dan al interior del propio uso, uno de ellos es el que se refiere al papel de la gráfica como un argumento para atender los nuevos funcionamientos. Un esquema más simplificado mirando la espiral formada por la evolución de los elementos de funcionamiento y forma desde la parte superior o inferior, estableciendo en el centro, como la esencia de esta construcción, a la categoría de modelación – graficación.

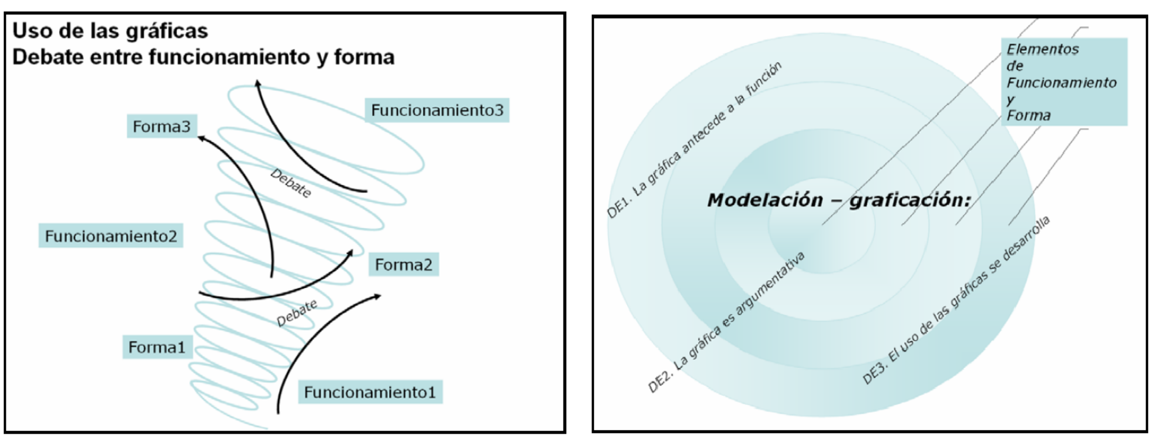


Figura 4. a) Debate entre Fu y Fo. b) Modelación – Graficación como modelo

b) Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático (Méndez, 2013b)

Los trabajos de Méndez proporcionaron elementos para construir una categoría de modelación para la matemática escolar, cuya función se expresa como un marco de referencia que provoque la resignificación del conocimiento matemático, específicamente los tipos de variación. La categoría *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático* (*drucm*) entretejió elementos del Comportamiento Tendencial de las Funciones (CTF) (Cordero, 1998; 2003), la Modelación - Graficación (Suárez, 2014) y aquello que Arrieta (2003) llamó la *numerización* de los fenómenos, proveyendo de elementos para caracterizar el *drucm*, a saber, los usos de las gráficas, las tablas de datos y las expresiones analíticas.

Se retoman elementos primordiales. Por ejemplo, del CTF, el argumento grafico como aquel que establece relación entre una expresión analítica, al identificar y organizar patrones de variación global, mediante las tendencias y los ajustes de la curva. De la M – G, los elementos que evidencian al "uso de las gráficas" como asociado a la figuración de las cualidades de una situación de movimiento para resignificar la variación, expresado en los elementos que provocan los usos de la gráfica detonados por el análisis su variaciones locales con respectos a los cambios en la situación de movimiento. De la numerización de los fenómenos, la importancia de la toma de datos experimentales como elemento esencial en la modelación, para el análisis local de variaciones y determinación de condiciones iniciales, que se establece en coordinación entre estos y el fenómeno. De modo que la experimentación resulta un escenario en donde los estudiantes usan sus conocimientos matemáticos para explicar y comunicar lo que en él ocurre. Además, en dicho escenario suceden otras prácticas que enlazan los usos, como la predicción.

Se planteó la categoría de modelación para la matemática escolar que incluye el uso de las tablas de datos, el uso de las gráficas y el uso de las expresiones analíticas, y su desarrollo en la red. Los núcleos de esta categoría se expresan en la Figura 5:

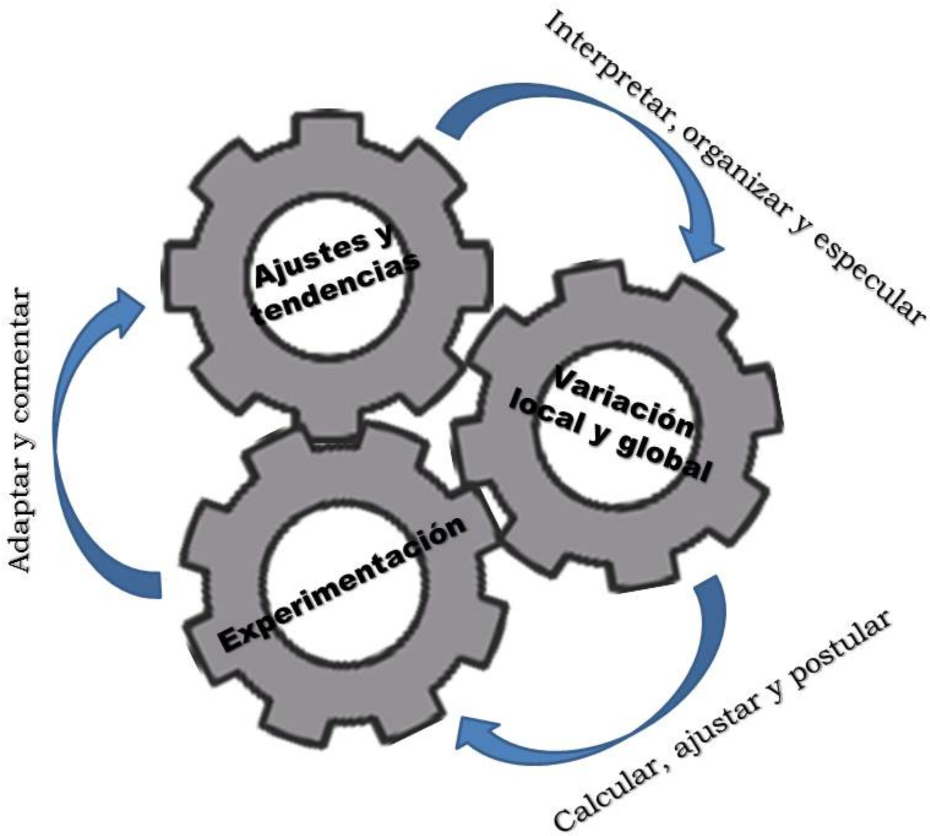


Figura 5. El eje del drucm

El núcleo está enlazado por prácticas y acciones que realiza una comunidad para expresar, desarrollar y enlazar sus usos de conocimiento matemático. Es decir, se formula un eje para esta categoría de modelación, el cual provoca el desarrollo en red los usos del conocimiento matemático expresado como sigue:

Para el uso de la gráfica. Se han identificado sus usos en comunidades de antaño y comunidades actuales, por ejemplo, en la física e incluso en el mismo bachillerato (Arrieta, 2003; García, 2011; Zaldívar & Cordero, 2012; Morales, Mena, Vera & Rivera, 2012; Cordero, Cen & Suárez, 2010, en Méndez, 2013b). Así la gráfica puede tener la función de comunicar o interpretar el camino recorrido de un móvil, es decir: una gráfica de trayectoria, puede funcionar como el argumento que caracteriza un comportamiento global de las condiciones claves para el recorrido de un móvil de un punto a otro, donde no interviene el tiempo como variable determinante. Mientras que una curva bosqueja aspectos generales, partiendo por condiciones particulares (“sería algo así porque inicia en…”, “pasa por…" y "tiende a…"), en donde se caracteriza la relación entre dos variables, y seguramente una de ellas es el tiempo. Sin embargo, no se determinan intervalos precisos.

Y finalmente la gráfica como relación de dos entidades, la cual expresa la variación que sucede al relacionar dos variables. En ésta confluyen variaciones locales y globales que pueden permitir determinar valores puntuales ("es así porque en estos puntos pasa…", "en este intervalo crece o decrece…" y "termina en o tiende a…").

Usos de las tablas numéricas. Las tablas de datos han sido usadas como elementos que permite organizar, interpretar, relacionar o identificar variaciones, como método para calcular variaciones, hasta como argumentos que postulan características de los tipos de variación (Arrieta, 2003; Méndez, 2006 y 2008; Morales, Mena, Vera & Rivera, 2012, en Méndez, 2013b). Por ejemplo, en un experimento donde se estudia la distancia de un móvil a un punto de referencia, cuando el móvil rueda sobre un plano inclinado, la tabla de datos se vuelve una herramienta que determina qué variables estudiar, y así identificar, ordenar y clasificar datos. Después de pasar por este uso, sucede otro para los datos de la tabla, en tanto sus intervalos funcionan como métodos de cálculo (bisección de intervalos, incrementos por cada intervalo); de ahí se usan los datos para identificar variaciones (desde un estado inicial y un estado final, razón de cambio) y postular una regla o relación de variación (condiciones iniciales y la razón de cambio).

Uso de las expresiones analíticas. Funcionan como regla de variación que incluye condiciones iniciales y características propias al tipo de variación, identificando cuántos elementos intervienen en la variación y cómo intervienen según el experimento del cual provengan, su desarrollo está en función de los usos de las gráficas y las tablas de datos. Ahora bien, el funcionamiento de la categoría se puso en juego para resignificar tipos de variación especificas (Tabla 1) ante situaciones de transformación, variación y aproximación (Cordero, 2001), mismos que en los diseños se expresan en los momentos de usos.

Desarrollo de la red de usos de conocimientos matemáticos	Situaciones de aproximación, variación y transformación
Resignificación	De los usos de gráficas, tablas numéricas y expresiones analíticas para caracterizar tipos de comportamiento: lo lineal, lo cuadrático y lo exponencial.
Procedimientos	Identificación de patrones de construcción, condiciones iniciales, variación global y local que caracterizan tipos de variación. Estudio del cambio de una estado final con respecto a su estado inicial de una variación. Caracterización de los efectos al cambiar las condiciones iniciales de la experimentación (variación de parámetros) en las herramientas de predicción. La experiencia
La experiencia	La gráfica como un argumento de construcción y distinción. La justificación funcional distingue lo que es lineal de lo que no es lineal. La caracterización de comportamientos mediante aspectos gráficos y numéricos
Argumentación	La modelación

Tabla 1. Esquema general de la categoría en las situaciones

2.1.2. El Uso del conocimiento

Como se dijo anteriormente, la matemática escolar tiene como marco de referencia a la matemática misma, de modo que los únicos conocimientos, argumentaciones y significados sean los dictados por la obra matemática. Un sistema educativo basado en ese modelo, no crea marcos de referencia que resignifiquen el conocimiento, no hace de la matemática un conocimiento funcional, soslaya lo humano y a los sentidos de todo saber científico (Cordero, 2008). La centración en los conceptos, propio de la obra matemática, crea secuencias insoslayables que en el mejor de los casos hace que emerja el concepto, la función por ejemplo (Cordero & Flores, 2007).

El programa de investigación en el cual se enmarca el presente trabajo requiere entender al conocimiento matemático como una construcción social, lo que conlleva cuestionar la *función social* de la matemática, y no a ella misma. El programa socioepistemológico se propone construir modelos de “uso del conocimiento”, que privilegie la justificación funcional, que dé cuenta de lo que constituye su contenido y poner al descubierto las causas reales del desarrollo social de tal conocimiento, es decir, las prácticas institucionales. Para lograr tal propósito, conviene mirar al *humano haciendo matemáticas* en lugar del producto hecho por el humano.

¿Cuál es la importancia, entonces, de la institucionalización? Al respecto, se establece que:

> un saber, ante todo, es un producto material continuo. Pudiéramos no dominarlo, pero socialmente se acepta que es un conocimiento, como es el caso de la matemática. Lo continuo refleja su permanencia en la vida que es transformada por la matemática y, a la vez, la matemática es transformada. Tal continuo no se destruye porque hay ciertas formas de actuar impuestas o sugeridas desde afuera del individuo (Durkheim, 1982), las cuales son encarnados en sucesos individuales. Tales formas son las instituciones. Con este marco, el Cálculo es un saber que permanece continuamente (transformándose y transformando) en el sistema educativo. Su práctica institucional tiene como función, dar un estatus cultural a las producciones de ese conocimiento (Chevallard, et al. 1998 y Brousseau, 1997) que suceden en el sistema educativo. (Cordero, 2008, pág. 294)

El uso de las gráficas

Se considera, pues, que el "uso de las gráficas" en particular, pudiera adquirir el status de un producto material continuo, ya que permanece en la vida que es transformada y a su vez, el producto es transformado (Cordero & Flores, 2007). Tal status hace relevante, epistemológicamente hablando, el desarrollo del uso de las gráficas, donde ellas se resignifican al debatir entre sus funcionamientos y formas dentro de la situación específica. Dicha postura no soslaya los conceptos, sino que los ubica en un mejor status epistemológico en un modelo consistente con la *práctica social* como generadora de conocimiento matemático.

Para sistematizar el uso de las gráficas, conviene considerar dos elementos teóricos que dan cuenta del uso y su desarrollo: el *funcionamiento* y la *forma*. Para los propósitos de esta investigación, se entenderá el **funcionamiento** como el *propósito* que el participante dé a la gráfica, para qué la emplea; aquello que le es útil para resolver una tarea o problema en cuestión. Es así, la función orgánica de la gráfica en la situación específica. El funcionamiento provoca formas. Y la **forma** será el tipo de tarea o procedimiento que se materializa en la *apariencia perceptible* de la gráfica, así como el modo en que el participante actúa con ella y sobre ella durante esta tarea. De este modo, la forma comprende también gestos, expresiones verbales y producciones pictográficas.

La relación funcionamiento y forma es *dialéctica*, ya que ambos elementos dan origen a un uso de gráfica. Los funcionamientos y formas debaten entre sí y se van reorganizando para dar lugar a otros funcionamientos y formas gráficas, con lo cual la gráfica se resignifica. La **resignificación**, entonces, es interpretada como la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, que se manifiesta en el uso del conocimiento dentro de una situación específica (Cordero, Cen, & Suárez, 2010).

En la conformación de una epistemología del *uso de las gráficas*, diversos trabajos han aportado elementos teóricos que permiten caracterizar tal uso en diferentes escenarios, por ejemplo, en los libros de texto de nivel básico (Cordero & Flores, 2007); en el bachillerato (Cordero, Cen, & Suárez, 2010); en la obra matemática de antaño, específicamente en Nicolás Oresme (Suárez, 2014) y Leonhard Euler (Domínguez, 2003); y en la divulgación de la ciencia (Zaldívar, 2009; 2014).

a) Momentos de uso (Cordero & Flores, 2007)

Se formula una epistemología del uso de las gráficas, donde los funcionamientos y formas de las gráficas son identificados en el marco de momentos en el discurso de los libros de texto de matemáticas y de las ciencias naturales para la educación primaria y secundaria. Reinterpretando a Youschkevitech (Youschkevitech, 1976), se enfoca la atención hacia el uso de las gráficas para determinar que cualquier uso de gráfica del espacio (mapas, ilustraciones, planos, cuadrículas y trayectorias), antes de ser especificada curricularmente la gráfica de la función, se le llama el *síntoma del uso de la gráfica* de la función. Estos usos manifiestan formas relacionadas a cierta clase de tareas en mapas, ilustraciones, planos y cuadrículas, con funcionamientos como ubicación, comparación, optimización de trayectorias y reproducción de figuras. Una vez que la gráfica de la función es declarada curricularmente se le llama *uso de la gráfica de la función*. Se alude a la palabra gráfica sin hacer alusión al concepto de función. Los usos se manifiestan en formas como tablas, pictogramas, gráficas de barras, gráficas poligonales y puntos en planos con ejes cartesianos, cuyos funcionamientos son establecer coordenadas, analizar la distribución de puntos, entre otros. Finalmente, en los libros de texto de educación secundaria aparece un tercer momento alusivo a la gráfica de una función de una curva específica, no como la unión arbitraria de puntos en un sistema de coordenadas, al cual se le llama *uso de la curva*. Este uso manifiesta el comportamiento de las curvas de las funciones en tres direcciones: comportamientos de cantidades discretas, comportamientos geométricos y comportamientos de cantidades continuas.

b) Funcionamientos en Oresme (Suárez, 2014)

En Oresme, (*Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum,* 1379, en Suárez, 2014) se encuentra el funcionamiento y la forma de la gráfica diferente a la de las gráficas cartesianas. Oresme se propuso representar a través de figuras geométricas (rectángulos y triángulos) el modo en que las cosas varían. Parte de la idea que el instante de una cantidad continua es representado por un segmento rectilíneo y que la medida de los instantes es representada por la medida de esos rectilíneos de instante. Además, considera que toda cosa medible, excepto los números, se puede imaginar como una forma de cantidad continua. El funcionamiento y la forma de las figuras (gráficas) no consistían en describir la posición de los puntos respecto de coordenadas rectilíneas, sino que las figuras mismas eran la cualidad de la cantidad continua, en ese sentido las figuras geométricas adquirían un significado global. Las propiedades de la figura podían representar propiedades intrínsecas a la misma cualidad. Tal vez por ello, Oresme resignifica las figuras geométricas para establecer diferentes tipos de variación: usa un rectángulo para representar una variación uniformemente uniforme; un triángulo o trapecio para representar una variación uniformemente deforme; y una figura irregular para representar una variación deformante deforma (Suárez, 2014).

De las Cualidades de Oresme, Suárez identifica los siguientes funcionamientos: la necesidad de 'comprender' fenómenos; la Figuración de las cualidades; la distinción entre cantidad y calidad de movimiento y la caracterización de los extremos de variación.

Estos funcionamientos los resume afirmando que el uso de las gráficas en la modelación:

1) Propicia la discusión de la posición, los cambios de posición descritos por la velocidad, la rapidez y la aceleración
2) Propicia el establecimiento de relaciones entre las características de la gráfica y de la situación a partir de la identificación de las formas básicas de graficación
3) La Graficación es una herramienta de análisis que proporciona información visual sobre dos o más órdenes de variación
4) Propicia la identificación de puntos extremos de variación gráficamente.

La gráfica se considera, entonces, como un modelo para estudiar fenómenos de cambio, es decir, situaciones en donde lo que importa es analizar variaciones sobre las propiedades analíticas de la función.

2.2. Un nuevo paradigma: la Socialización del Conocimiento

El hombre y la mujer son humanos en tanto su capacidad de conocer. No solo tienen tal capacidad de conocer, sino también *conocen que conocen*. La capacidad de conocer le permite al ser humano interactuar con los mundos objetivo y subjetivo, a la vez de transformar su realidad.

En la historia reciente, el asunto del *conocimiento* ha tomado destacada importancia en el estudio de la sociedad, debido al papel que éste juega dentro de la misma, al resultar imprescindible para las actividades educativas, sociales, culturales, económicas, recreativas, de salud, etcétera. Más aún, si al conocimiento se le relaciona con otros dos elementos de la sociedad actual, como son la *tecnología* y la *información*, resulta de mayor importancia su estudio; la tecnología no sólo puede ser considerada como un producto del conocimiento, sino también como factor impulsor para iniciar nuevas búsquedas de otros conocimientos. Además, ha de considerarse la gran cantidad de información con la que se cuenta actualmente, y la remota posibilidad del hombre para asimilarla toda. Así, el conocimiento es un *organizador* de la información y un *orientador* de la tecnología, otorgándole sentido a ambos; por ello, ante un mundo tecnificado y lleno de información, el conocimiento es lo que le da un *carácter social* a la tecnología y a la información (Infante, Ceballos, Charles, Benavides, & Rebolloso, 2007).

Conocimiento y sociedad están íntimamente relacionados. El conocimiento es producto de la actividad social, que a su vez, permite que la sociedad siga existiendo. La sociedad requiere al conocimiento como uno de sus elementos constitutivos, pues todo ciudadano necesita conocer las normas, principios, valores, significados y todo aquello que se establece en la vida social, de modo que puede decirse también que la sociedad es producto del conocimiento. Es así que la sociedad ha convertido al conocimiento como un bien en sí mismo, por lo que se han generado mecanismos de generación, apropiación, institucionalización, difusión, uso y manejo de los conocimientos, mecanismos que se extienden incluso a la economía, política, educación y cultura.

En este sentido, se ha caracterizado la sociedad actual como una *sociedad de conocimiento* (Lane, 1966, citado en Bell, 2001), como el paradigma posterior a una sociedad preindustrial (en la que el bien de consumo principal es la naturaleza) y una industrial (cuyo bien de consumo es el trabajo del hombre). En este sentido, se considera importante el papel del conocimiento en la sociedad presente, pues se ha convertido en el elemento fundamental que implica la cohesión y el desarrollo. La sociedad de conocimiento se define así gracias a que la mayor parte de sus recursos se dedican hacia la formación de productos que tienen su base en el mismo conocimiento.

Uno de los primeros en abordar el estudio de la sociedad del conocimiento fue Daniel Bell en su libro de 1973, *El advenimiento de la sociedad post-industrial* (Bell, 2001), en la que analiza el futuro de la sociedad industrial, y el papel del conocimiento y la tecnología en ella. Su análisis se organiza a partir de la producción de bienes, y cómo ha ido evolucionando hasta el devenir de la sociedad actual. La Tabla 2 presenta tanto una comparación con los esquemas sociales precedentes a la sociedad de conocimiento, como una caracterización de la misma. Bell destaca que el personaje principal de la sociedad posindustrial es el profesional o el *científico*, que trabaja con información y produce conocimiento útil para el desarrollo de su entorno (Bell, 2001).

Asumir al científico como el personaje principal de la sociedad de conocimiento implica un cambio de paradigma en la formación y educación de los ciudadanos. Sin soslayar las actividades de producción primaria (propias de una sociedad preindustrial) ni aquéllas de producción secundaria (como las de la sociedad industrial), la formación de un *espíritu científico* en los ciudadanos será pieza clave para el desarrollo de la sociedad ante las problemáticas que enfrenta.

	Preindustrial	Industrial	Posindustrial
Sector Económico	*Primario* • Extracción • Agricultura • Minería • Pesca • Madera	*Secundario* • Producción de mercancías • Manufacturas • Elaboración de materias primas	*Terciario* • Transporte • Servicio público *Cuaternario* • Comercio • Finanzas • Seguros • Bienes raíces *Quinario* • Salud • Investigación • Educación • Gobierno • Ocio
Ocupacional	• Agricultor • Minero • Pescador • Trabajador no especializado	• Trabajador semiespecializado • Ingeniero	• Profesionales y técnicos científicos
Tecnología	Materias primas	Energía	Información
Proyecto o sentido de la sociedad	Juego contra la naturaleza	Juego contra la naturaleza fabricada	Juego entre personas
Metodología	• Sentido común • Experiencia	• Empirismo • Experimentación	• Teoría abstracta: modelos, modelos reducidos, teoría de la decisión, análisis de sistemas
Principio axial	Tradicionalismo: tierra/ limitación de recursos	Desarrollo económico: control estatal o privado de las decisiones de inversión	Centralidad y codificación del conocimiento teórico

Tabla 2. Comparación de los paradigmas sociales

2.2.1. La divulgación de la ciencia

En la conformación de la sociedad del conocimiento, y en pro de una culturización científica de los ciudadanos en general, la *vulgarización, difusión, divulgación de la ciencia*, o simplemente *divulgación científica*, ha cobrado un papel de considerable importancia. En términos generales, tal acción intencional de la ciencia busca hacer atractivos los resultados de la investigación para el público en general, por medio de un lenguaje sencillo y adaptable a todo tipo de audiencia. Se ha dado particular importancia a la difusión del conocimiento científico y a inculcar desde edad temprana una visión crítica y científica del mundo. Se mencionaba en el capítulo anterior el status de la *divulgación* en el ámbito científico y cómo se han hecho esfuerzos por sistematizarla y tomarla como objeto de estudio, en pro de favorecer el impulso del científico como el personaje central de la sociedad del conocimiento.

Pero entonces, ¿qué es la divulgación científica? O bien, ¿qué postura sobre ella se asume en esta investigación? Philippe Roqueplo (Roqueplo, 1983) propone la definición de F. Le Lionnais:

> *La Divulgación Científica se referirá a toda actividad de explicación y de difusión de los conocimientos, la cultura y el pensamiento científico y técnico, bajo dos condiciones: la primera es que estas explicaciones y esa difusión del pensamiento científico y técnico sean hechas fuera de la enseñanza oficial o de enseñanzas equivalentes. La segunda reserva es que esas explicaciones extra-escolares no tengan por fin formar especialistas, ni tampoco perfeccionarlos en su propia especialidad, ya que por el contrario, reivindicamos completar la cultura de los especialistas fuera de su especialidad.* (Roqueplo, 1983, pág. 21)

Entender la divulgación de la ciencia bajo esta acepción, sigue respondiendo a una visión *vertical* y de *servicio* para el ciudadano. Vertical porque se reconoce un conocimiento ajeno a la sociedad en general –*vulgo*– que institucionalmente se tiene la necesidad de hacerlo llegar a ella, por medio de acciones que transformen tal conocimiento en algo accesible y atractivo. Y servicial, puesto que la divulgación sigue siendo medio para un determinado fin, que es hacer llegar tal conocimiento a esa sociedad que lo desconoce. A pesar de que Roqueplo reconoce que debe hacerse *fuera de la enseñanza oficial*, el carácter que parece adquirir la divulgación (en sentido vertical y servicial) no deja de ser hegemónico y excluyente: impone un conocimiento que alguien ha decidido necesario transmitir; no permite al ciudadano ser partícipe de la construcción del mismo, incluso, la divulgación es capaz de *infantilizar* el mismo conocimiento con tal de ser aprehendido por el ciudadano.

Así pues, al hablar de divulgación científica, se toma en tanto ésta contempla a la población en su conjunto, de tal forma que al hacer referencia a la divulgación entre el público en general, se plantea un proyecto específico para la divulgación: *el de un reparto* *generalizado del saber y de entablar un diálogo entre la ciencia y la población no necesariamente científica a través de la socialización* (Zaldívar, 2014).

De este modo, bajo la mirada socioepistemológica, conviene atender a la *socialización* (en contraposición a la divulgación), reconociéndola como la expresión de los grupos sociales en busca de la permanencia de aquellos conocimientos que consideran deben continuarse (Gómez, 2013a). Bajo esta postura, el conocimiento de la vida cotidiana tendrá que alcanzar mayor robustez y ser entendido en los procesos de socialización del conocimiento (Cordero, Gómez, Silva, & Soto, 2012). Como ya se hizo notar, el dME privilegia ciertos argumentos legitimados y que toman un estatus hegemónico (Soto, 2010), lo que ha opacado otro tipo de argumentos como los que surgen en experimentos y situaciones específicas, que a su vez son la viva expresión de un conocimiento desde la vida cotidiana de los ciudadanos.

Así pues, el proceso de *socialización del conocimiento matemático*, según (Gómez, 2009) se desarrolla bajo tres ejes o Procesos Sociales: El Proceso Institucional (PI) será aquel que exprese la construcción del cuerpo de conocimiento, atendiendo a la *transversalidad* del mismo; el Proceso Funcional (PF) es la expresión del funcionamiento del conocimiento, es decir, el *uso* del conocimiento; y el Proceso Histórico (PH) se manifiesta en aquellas prácticas de la comunidad que permiten organizar el conocimiento, en otras palabras, el *cotidiano*. Por tanto, el proceso de socialización tendrá que poner a la mesa la relación entre el conocimiento matemático y el conocimiento cotidiano: si no se trastoca el conocimiento hacia categorías transversales, no se dirige la mirada hacia los usos y no se concibe la organización del conocimiento dirigido a un ciudadano, se seguirá en un discurso, y por ende una divulgación, verticales, inflexibles y alejados de la realidad cotidiana.

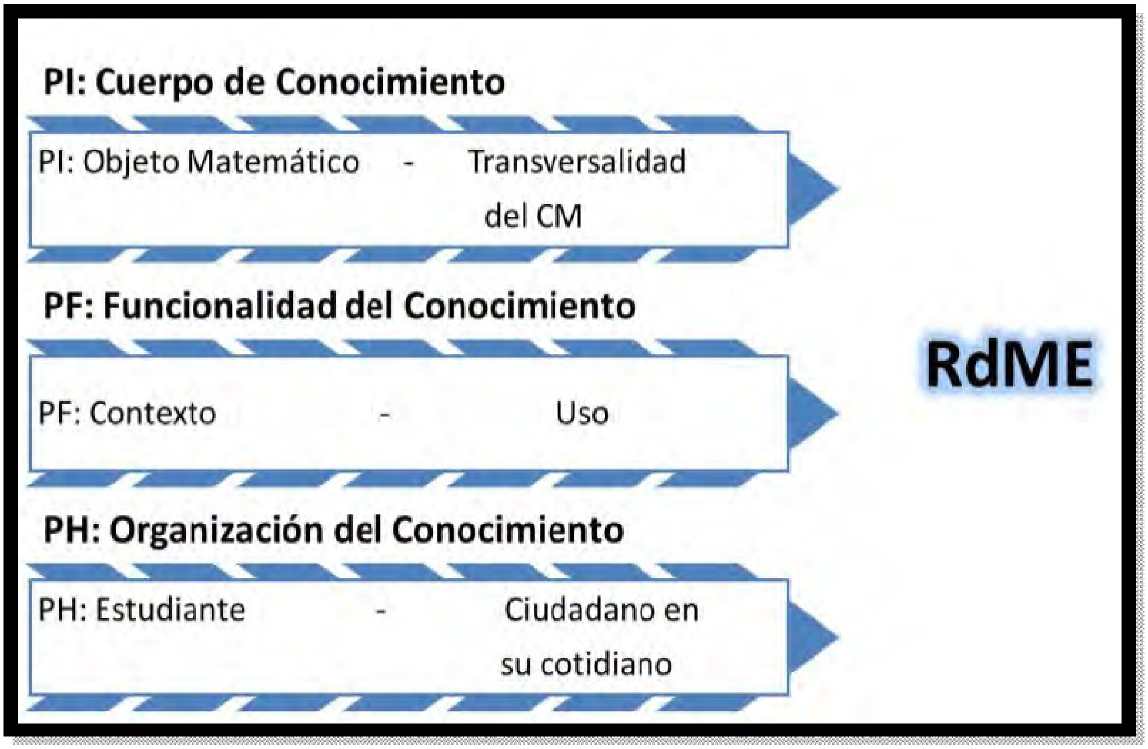


Figura 6. Elementos para propiciar un conocimiento socializable

2.2.2. Cinvesniñ@s: un escenario de socialización

Desde el año 2008, el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav) ha venido implementando el programa “Cinvesniñ@s”, para difundir el conocimiento científico generado en él e instituciones afines, dirigido especialmente a los ciudadanos más pequeños, es decir, los ciudadanos potenciales que dirigirán en un futuro cercano la ciencia del país. Así, la palabra Cinvesniñ@s refleja, en algún sentido, la problemática en cuestión: abrir las puertas del Cinvestav a los niños ciudadanos para interesarlos e integrarlos al desarrollo de la ciencia en el país. De este modo, Cinvesniñ@s conlleva problematizar que la ciencia no puede ser desarrollada si no se logra su *socialización*.

Por la naturaleza del propio Cinvestav, que comprende 28 departamentos en 9 unidades en la República Mexicana, se atiende a tal diversidad en tres grandes ejes: El *epistemológico* (el cual considera aspectos de la organización humana para construir conocimiento, como las prácticas, los instrumentos y los usos de las disciplinas científicas);

el *científico* (que considera la obra científica para presentar el cuerpo de conocimiento, como son, las teorías y metodologías para explicar o modelar fenómenos o acciones de situaciones de la ciencia, de la tecnología y de las ciencias sociales y humanidades); y el *social* (el cual atiende la funcionalidad de la ciencia, por ejemplo, las respuestas a la sociedad: contaminación, reserva ecológica, salud y educación, entre otras). Por tanto, un programa de difusión del conocimiento científico como Cinvesniñ@s, ayudará al niño ciudadano a valorar en su cotidiano el quehacer científico, tecnológico y el de las ciencias sociales y humanidades, a través de las tareas fundamentales para construir ciencia (Cordero, y otros, 2008).

Para que Cinvesniñ@s logre el impacto social que pretende, se deberá crear la tendencia en las diferentes áreas disciplinarias, de hacer diseños y materiales de los talleres que difundan el conocimiento sustentado con investigación. Ésta no es el tipo de investigación similar a la que usualmente hace el investigador en su campo laboral. Su dominio de conocimiento científico no es suficiente para crear un ámbito de difusión, requerirá de hacerse de *constructos teóricos* que sustenten su pertinencia. Esto debido a que la difusión no es una “acción” de la ciencia sino una intencionalidad epistemológica de la organización humana (Arendt, 2005, en Cordero, y otros, 2008).

El constructo teórico que se postula desde diversas investigaciones en la Teoría Socioepistemológica es precisamente el referente al *cotidiano* (Zaldívar, 2009, 2014; Gómez, 2009, 2013; López, 2012). Al hablar de *cotidiano*, puede entenderse como los conocimientos previos, el sentido común, o bien, de acuerdo a lo que compete en esta investigación, las matemáticas informales, puede decirse que “de la calle”. Bajo estos sentidos, diversas posturas pretenderían establecer un nexo entre tal conocimiento informal para ser llevado a uno formal y establecido, como lo es el dME. Asumir el cotidiano en dicho sentido o alguno similar, mantiene la visión platónica de una realidad preestablecida y un conocimiento preexistente, al que ha de llegarse, en el mejor de los casos, por las acciones educativas. Más aún, bajo esas miradas, el conocimiento cotidiano se considera erróneo: ha de cambiarse y paulatinamente transformarse a lo que la institución escolar dicta como correcto. Se soslaya, por tanto, la posibilidad de problematizar el saber, y el discurso escolar continúa opacando el conocimiento cotidiano.

Así pues, para caracterizar este constructo desde la TSE, se considera el trabajo de Peter L. Berger y Thomas Luckmann (Berger & Luckmann, 1968). Los autores sostienen que la sociedad existe como realidad tanto objetiva como subjetiva, y el ciudadano establece cierta *simetría* entre ellas, la cual no resulta estática ni definitiva; tal simetría tiene que producirse y reproducirse *in actu*, para mantenerse en equilibrio continuo. Más aún, existen dos procesos de socialización que permiten la construcción de esta visión objetiva y subjetiva en el ciudadano: se habla de socialización primaria y secundaria. El la socialización primaria se construye el primer mundo del individuo, crea una abstracción progresiva que va de los roles y actitudes de otros específicos, a los roles y actitudes en general. La socialización primaria finaliza, entonces, cuando el concepto del otro generalizado se ha establecido en la conciencia del individuo, por lo que ya es miembro efectivo de la sociedad y posee subjetivamente un mundo y un yo. Por su parte, la socialización secundaria es la internalización de "submundos" institucionales o basados sobre instituciones; es la adquisición del conocimiento específico de "roles" que tienen que ver –directa o indirectamente– con la división del trabajo. Los "submundos" institucionales internalizados en la socialización secundaria son generalmente realidades parciales que contrastan con el "mundo de base" adquirido en la socialización primaria. Así, establecer y mantener la coherencia en la socialización secundaria presupone ciertos procedimientos conceptuales para integrar los diferentes cuerpos de conocimiento.

De este modo, toda sociedad debe desarrollar procedimientos de mantenimiento de la realidad para salvaguardar cierto grado de simetría entre la realidad objetiva y la subjetiva. Berger y Luckmann distingues dos tipos: *mantenimiento de rutina* y *mantenimiento de crisis*. El primero está destinado a mantener la realidad internalizada en la vida cotidiana, y el segundo, en las situaciones de crisis. La realidad de la vida cotidiana se mantiene porque se concreta en *rutinas*, y se reafirma continuamente en la interacción del individuo con otros, por lo que el vehículo más importante del mantenimiento de la realidad es el *diálogo*.

Los autores sostienen que la realidad subjetiva puede *transformarse*, o bien, pasar un proceso de *alternación*, similar a la socialización primaria. Para lograrlo, han de ponerse condiciones tanto sociales como conceptuales, en la que la condición más importante consiste en disponer de una estructura de plausibilidad eficaz, es decir, de una base social que sirva como "laboratorio" de transformación (Berger & Luckmann, 1968).

Asumir la postura anterior remite a la posibilidad de *afectar* al cotidiano del ciudadano *desde* el ciudadano mismo, bajo la premisa de disponer las condiciones para tal transformación o alternación de la realidad subjetiva. En este sentido es que se propone a la *socialización* en contraposición a la divulgación, como un proceso de construcción y re – construcción de la realidad, cuyo punto de partida es el *cotidiano*, fruto de los procesos de socialización primaria y secundaria, que enfrenta mecanismos de mantenimiento de rutina y mantenimiento de crisis para salvaguardar la simetría entre lo objetivo y subjetivo.

2.2.3. El cotidiano en el diseño de Situaciones para la Socialización de la Ciencia

Como constructo teórico, el *cotidiano* puede caracterizarse bajo la dialéctica *mantenimiento de rutina* y *mantenimiento de crisis* (maR – maC) (Ver Figura 7), lo cual permite la simetría entre la realidad objetiva y subjetiva. Decir que la *socialización de la ciencia* pretende afectar ese cotidiano, implica establecer condiciones para dar cuenta de ello. Con miras a la funcionalidad del conocimiento, específicamente el matemático, desde

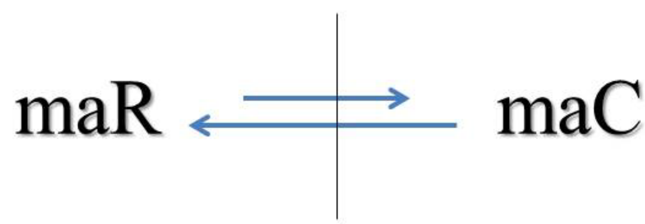


Figura 7. Dialéctica del cotidiano

la TSE se articula este constructo del cotidiano con un marco de referencia que dé cuenta de los usos del conocimiento en situaciones específicas. Así pues, conviene evidenciar tales procesos de mantenimiento en las *argumentaciones* de los ciudadanos en situaciones específicas, que a su vez manifiestan *usos* del mismo conocimiento. Así, un mantenimiento de rutina estará expresado en un primer uso del conocimiento en el cotidiano del ciudadano, aquel que se expresa en *formas culturales de saberes, histórica y socialmente conformadas* *y estructuradas, que son concretas, pragmáticas, vivenciales y se mantienen* (Zaldívar, 2014).

Para desarrollar ese *uso*, producto del debate de su *funcionamiento* y *forma* (Fu y Fo), ha de ponerse en *crisis*, propiciada por la situación específica (Se), que a su vez ha sido conformada en una epistemología de usos. Tal crisis, y su consecuente mantenimiento, permitirán un *desarrollo de usos*, al debatir entre nuevos funcionamientos y formas, logrando complejizar el uso inicial, y de este modo, *resignificar* el cotidiano.

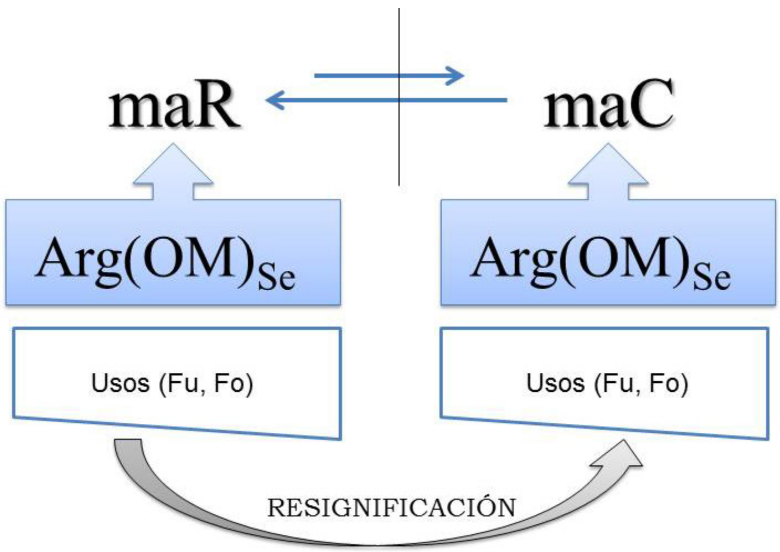


Figura 8. La resignificación como la unidad de análisis

En la dialéctica maR – maC se encuentran enlazados procesos de resignificación del uso y diversas argumentaciones. El modelo de la unidad de análisis (ver Figura 8) afirma que la construcción del argumento situacional conforma el debate que existirá entre el *funcionamiento* y la *forma* del uso dentro de la situación específica. De esta manera se considera que la resignificación será un proceso en el cual cierto uso de conocimiento matemático se desarrolla intencional y progresivamente ante situaciones donde se problematiza el conocimiento matemático. La resignificación exhibirá también un desarrollo progresivo de las argumentaciones en una situación específica.

Caracterizar la dialéctica maR – maC anclada a las argumentaciones y los usos en una situación específica, implica a su vez, caracterizar las resignificaciones del cotidiano sobre un asunto específico. Es así que se asume el Modelo de Resignificación del Cotidiano

(Zaldívar, 2014) para el diseño y posterior análisis de la situación específica, en este caso, un *taller* en el marco de un escenario de socialización de la ciencia (Figura 9).

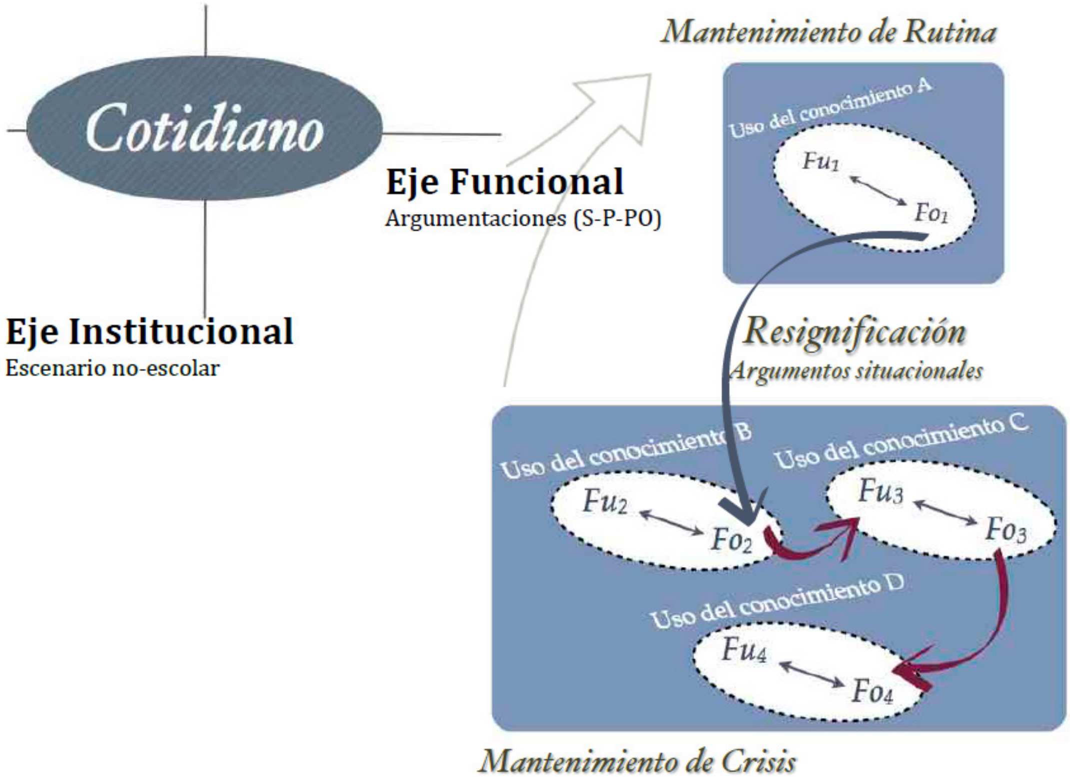


Figura 9. Modelo de resignificación del cotidiano

Capítulo 3. Aspectos metodológicos

"*Todo arde si le aplicas la chispa adecuada*"
Enrique Bunbury, *La chispa adecuada*

Se precisan los aspectos metodológicos así como las consideraciones para el rediseño de una situación específica en vistas a la elaboración de un *taller temático* para un escenario de divulgación, a partir de la contraposición de un objeto matemático (la ley del enfriamiento de Newton) en la matemática escolar, con las categorías planteadas para una matemática funcional; se presentan también los aspectos que se tomaron en cuenta en el rediseño a partir de la categoría de modelación y las acciones llevadas a cabo para la evidencia del trabajo

3.1. La Ley del Enfriamiento de Newton y la Matemática Funcional

La perspectiva teórica con la que se formula la presente investigación, asume el rediseño del discurso matemático escolar (*RdME*) como un mecanismo de acción e intervención en el sistema didáctico, a fin de trastocar la matemática escolar. La base del rediseño son marcos de referencia novedosos, frutos de un programa de investigación socioepistemológico, que asume a la actividad humana como fuente de reorganización. De tal premisa, se hace necesaria examinar la actividad humana en los diferentes escenarios que dan cuenta del uso y funcionalidad del conocimiento matemático. Como se ha dicho, este trabajo aporta elementos hacia tales marcos de referencia, a través del estudio de escenarios en donde el conocimiento *es sacado del aula*, es decir, no tiene la intencionalidad expresa de ser enseñado o aprendido, como es el caso de la divulgación de las ciencias.

En este sentido, examinar la actividad humana implica indagar, más que el conocimiento explícito de una ley o teorema que ha sido "aprehendido", implica preguntarse sobre las leyes o teoremas que de cierto modo *viven* en el cotidiano de los ciudadanos, expresados en mantenimientos de rutinas, como formas culturales de saberes matemáticos que han sido histórica y socialmente estructurados y conformados.

Con miras a la resignificación del cotidiano, se propone el fenómeno de la transferencia del calor y la consecuente variación de las temperaturas como un referente para la argumentación en una situación específica. Clásicamente, en la educación formal, la *ley del enfriamiento de Newton* es representada por una ecuación diferencial lineal. Para la presente investigación, y por sus objetivos, el referente para la ley será la variación y la tendencia de la temperatura.

Con esa consideración se diseñaron diversos experimentos para la resignificación del cotidiano, y se pusieron en juego en escenarios de divulgación de la ciencia. De este modo, no interesó mirar propiamente la ley del enfriamiento de Newton como un objeto escolar "aprehendido", sino investigar la *ley del enfriamiento de los ciudadanos*, y cómo se pone en juego al argumentar sobre situaciones específicas.

3.2. Estatus de la "Ley del Enfriamiento de Newton" en el Sistema Educativo

Además de las leyes de la dinámica, de la gravitación universal y el desarrollo del cálculo infinitesimal junto con Leibnitz, se le atribuye a Isaac Newton (1642 – 1727) el establecimiento empírico de una ley que modela el enfriamiento de un cuerpo ante una fuente de calor, o bien, en una temperatura ambiente más cálida. La ley apareció por primera vez en un artículo de Newton en la *Royal Society* en 28 de mayo de 1701, y publicado anónimamente en *Philosophical Transactions* del mes de marzo y abril de 1701 (O'Sullivan, 1990).

Según la ley de Newton acerca del enfriamiento, *la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del medio que le rodea* –la temperatura ambiente–. Si $T(t)$ representa la temperatura del objeto en el momento t, T_m es la temperatura constante del medio que lo rodea y $\frac{dT}{dt}$ es la rapidez con que se enfría o calienta el objeto, la ley de Newton del enfriamiento se traduce en el enunciado matemático:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

en donde k es una constante de proporcionalidad. Como se supone que el objeto se enfría, se debe cumplir que $T > T_m$, en consecuencia, se tiene que $k < 0$ (Zill & Cullen, 2009)

Se trata, pues, de una ecuación diferencial lineal de primer orden, cuya solución puede obtenerse con el método de variables separables como sigue:

$$\frac{dT}{T-T_m} = kdt$$

$$\int \frac{dT}{T-T_m} = \int kdt$$

$$\ln(T-T_m) = kt + c$$

$$T - T_m = e^{kt+c}$$

$$T - T_m = e^{kt} \cdot e^{c}$$

Se conviene que $e^c = C$

$$T - T_m = Ce^{kt}$$

$$\boxed{T(t) = T_m + Ce^{kt}}$$

Si se considera que $T < T_m$, es decir, que el objeto se calienta, se tiene que:

$$T(t) = T_m + Ce^{kt}$$

$$T(0) = T_m + Ce^{k\cdot 0}$$

$$T(0) = T_m + C$$

$$C = T(0) - T_m$$

De modo que si la temperatura inicial del objeto es menor que la del ambiente, se tiene que $C < 0$.

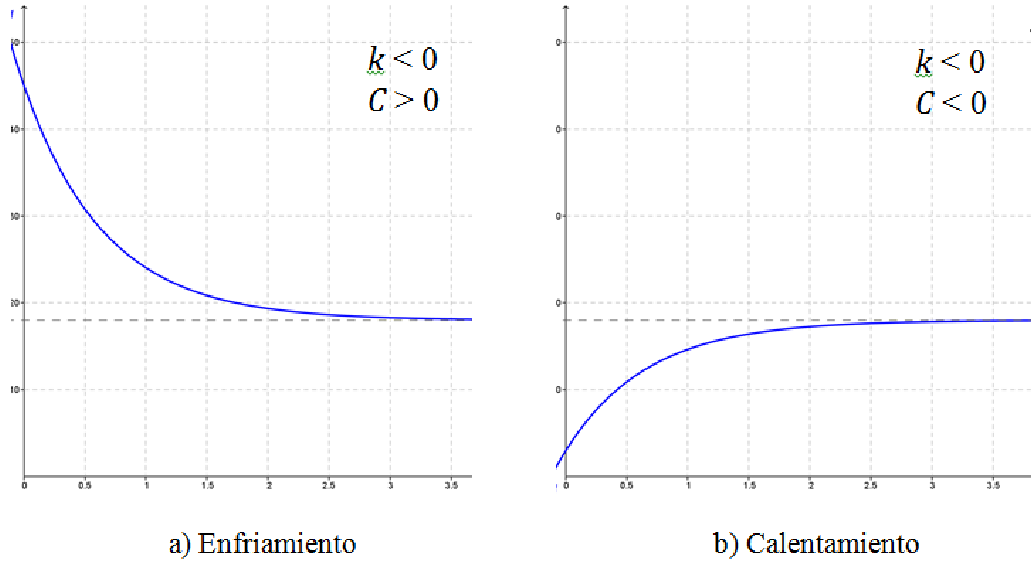


Figura 10. Patrones de comportamiento gráfico de la LEN

Esta ley se encuentra generalmente en el contenido curricular de un curso de ecuaciones diferenciales, al tratarse de un modelo que puede resolverse explícitamente de manera analítica. En textos de cálculo universitario, se proporciona el modelo como un resultado ya obtenido, y permite ejemplificar un uso del modelo para una situación problemática, como por ejemplo el enfriamiento de un pastel después de sacarlo del horno, o de un trozo de carne después de ser extraído de un ambiente más frío.

3.3 Diseño del instrumento para la toma de datos

3.3.1. Re-diseño de una situación específica

La conformación del instrumento metodológico para la toma de datos (taller de divulgación de la ciencia) está basado en una *epistemología del uso de las gráficas*, que a su vez dará cuenta de la dialéctica *mantenimiento de rutinas – mantenimiento de crisis*. Se problematiza la *estabilidad de la solución de una ecuación diferencial de primer orden*, en este caso, la Ley del Enfriamiento de Newton (LEN). En el desarrollo del taller, se observará la *resignificación del cotidiano*, a través de las argumentaciones de la situación específica.

El taller es el resultado del *rediseño de una situación específica*. La situación base fue tomada de (Méndez, 2013b), quien propone una categoría de modelación para la matemática escolar, sustentada en la articulación de elementos que provocan una matemática funcional. En este sentido, el rediseño de la situación incorpora la categoría del *cotidiano* que previamente se ha establecido, como una dialéctica *mantenimiento de rutinas – mantenimiento de crisis*. Adicionalmente, se incorporan también otras actividades experimentales que responden a dicho propósito. Se muestra el diseño inicial de Méndez, y posteriormente, el rediseño resultante como un *taller temático*.

Diseños de situación para el desarrollo de red de usos del conocimiento matemático (drucm) (Méndez, 2013b)

Los diseños fueron estructurados por momentos en los que emergen los usos que se entrelazaban en otros diseños, estos se distinguen por el tipo de las preguntas que se realizan. Cada momento está caracterizado principalmente por una situación.

El Momento 1: Está caracterizado por la emergencia de usos que explican los cambios que ocasiona la modificación de condiciones en el experimento que se realizó. Usos detonados por la situación de transformación, en donde se caracterizan variaciones globales. Es decir, por el comportamiento del tipo de variación.

Un uso de la gráfica implica reconocer lo que expresa el espacio de graficación o lo que comunica la gráfica según el experimento. Otro uso es identificar en la curva qué relación hay entre las variaciones de la amplitud, la inclinación o rapidez de crecimiento o decrecimiento de la curva al modificar las condiciones de un experimento. Un uso más que se devela al caracterizar la forma de la curva con respecto al tipo de patrón de construcción (si corresponde a una línea, a una cuadrática o a una exponencial).

El Momento 2: Está caracterizado por el estudio del cambio de una posición a otra, para determinar cuánto varia algo en ese intervalo, o bien, en los intervalos en donde sucede un cambio (propio de la situación de variación). Para el caso del uso de la gráfica, esto se expresa cuando se explican intervalos de cambios en dicha gráfica, o para determinar en qué intervalo estaría un valor específico, o bien para comparar patrones de crecimiento por intervalos.

El Momento 3: Se caracteriza por los usos del conocimiento cristalizados ante la intención de acercarse lo más posible a un valor específico. Estos usos se valen de las propiedades de variación en intervalos pequeños cercanos al valor que se quiere aproximar (esto sucede en la situación de aproximación). Uno de los usos de las gráficas, para este momento, se manifiesta cuando emergen métodos que sirven para acercarse a un valor especifico (ubicar puntos o valores que se desconocen). Por ejemplo, al interpolar valores a través de la gráfica para conocer el valor aproximado de otro. O cuando a través de la gráfica se ubica la variación en un intervalo y su imagen, y a partir de esto se divide el intervalo en las partes necesarias hasta acercarse al valor que se requiere.

El enfriamiento del silicón

El diseño de situación (DS) parte de análisis del enfriamiento del silicón. Para su implementación, se usan calculadoras graficadoras o un software que permita utilizar el sensor de temperatura. Los estudiantes forman un arreglo experimental y se estudian las condiciones que afectan al enfriamiento de una sustancia como la silicona.

La experimentación tiene la intención de promover en el escenario (escolar, en este caso) el desencadenamiento del *drucm*, para explicar aquello que intervienen en el descenso de la temperatura, incorporando la relación entre las condiciones experimentales con los parámetros que afectan a las variaciones. De este modo, suceden desarrollos de usos que expresan las condiciones e intervalos de decrecimiento de la temperatura.

<table>
<tr><th>DS</th><th>Variante 1</th><th>Variante 2</th><th>Variante 3</th></tr>
<tr><td>Momento 1</td><td colspan="3">Realizaremos un experimento que nos permita estudiar qué influye en el enfriamiento del silicón.

Para ello vamos a calentar silicón y a colocarlo sobre el sensor de temperatura y esperar a que marque su temperatura máxima y de ahí iniciar la toma de datos de su enfriamiento</td></tr>
<tr><td>Momento 2</td><td>Realizamos tomas de datos en distintos lugares del país por la mañana y a medio día en Acapulco (33ºC- 25ºC), Durango (29ºC- 13ºC), Tijuana (14ºC-20ºC) y México (24.6ºC-13ºC). La gráfica en el plano corresponde a alguno de los estados, a qué estado y en qué condición ambiental crees que se tomaron los datos.
Bosqueja un par de gráficas de los otros estados donde se realizó la toma

</td><td>Según la tabla de datos:
<table><tr><th>Tiempo</th><th>Temperatura</th></tr><tr><td>0</td><td>83.06</td></tr><tr><td>0.5</td><td>77.50131833</td></tr><tr><td>1</td><td>72.4711851</td></tr><tr><td>1.5</td><td>67.91934317</td></tr><tr><td>2</td><td>63.80031411</td></tr><tr><td>2.5</td><td>60.07294381</td></tr><tr><td>3</td><td>56.69999132</td></tr><tr><td>3.5</td><td>53.64775674</td></tr><tr><td>4</td><td>50.88574454</td></tr><tr><td>4.5</td><td>48.38635887</td></tr></table>
¿Cómo podríamos saber a qué temperatura estuvo el silicón en el tiempo 1.5s?
Sí tuvieras una temperatura ambiente de 5 ºC, ¿Cómo se reflejaría esto en la gráfica?</td><td>Realizamos una toma de datos cuando la temperatura ambiente era de 5ºC.
¿Cómo podría ser la gráfica del enfriamiento del silicón dada esta condición?
Bosqueja a continuación.

</td></tr>
<tr><td>Momento 3</td><td>¿Cómo describirían que enfría el silicón con respecto al tiempo?</td><td>¿Cómo podríamos saber a qué temperatura estuvo el silicón en el tiempo 5.7s?
¿Cómo describirían qué enfría el silicón?</td><td>¿Cómo describirían que enfría el silicón con respecto al tiempo?</td></tr>
</table>

Tabla 3. Variantes del Diseño de Situación

1. (Antes de ver la gráfica de la calculadora) ¿Cómo sería la gráfica que exprese el enfriamiento del silicón?
2. Una vez que observes la gráfica. ¿Hasta qué temperatura enfriará el silicón?
3. ¿Qué pasaría si hiciéramos el experimento en Ottawa Canadá?

Según la tabla de datos:

Tiempo	Temperatura
0	83.06
0.5	77.50131833
1	72.4711851
1.5	67.91934317
2	63.80031411
2.5	60.07294381
3	56.69999132
3.5	53.64775674
4	50.88574454
4.5	48.38635887

4. ¿Cómo podríamos saber a qué temperatura estuvo el silicón en el tiempo 1.5s?
5. ¿Cómo podríamos saber a qué temperatura estuvo el silicón en el tiempo 5.7s?
6. Sí tuvieras una temperatura ambiente de 5 ºC, ¿Cómo se reflejaría esto en la gráfica?
7. ¿Cómo describirían que enfría el silicón?

Tabla 4. Variante 2 del Diseño de Situación

Diseño del taller temático "¿Frío o caliente?"

Para el diseño del taller, se retoma del diseño de Méndez la *experimentación* como actividad detonante. De los tres momentos propuestos, se centra la atención en el Momento 1, en el cual se privilegia la *situación de transformación*, puesto que se busca la resignificación de un patrón de comportamiento, lo exponencial en este caso. Finalmente, cada momento en el *drucm* provoca diferentes usos de gráfica, tablas de datos y expresiones analíticas. Para este rediseño, se rescatan los *usos de la gráfica* principalmente, debido a la naturaleza del escenario de divulgación.

Dadas las actividades formuladas, se emplean sensores de temperatura *Go! Temp* de la marca *Vernier* ©, conectados con el paquete *TI – nspire Teacher Software*™ de la marca Texas Instruments, versión 3.6.0.550. En el espacio físico para la realización del taller, se implementa un proyector de video que permita ampliar la pantalla del software y las gráficas que en él se generan, de modo que los participantes tengan una clara visión de lo que ocurre. Las producciones escritas de los participantes son solicitadas en hojas en blanco que previamente se les proporciona y al final del taller se recolectan.

Se formula el taller en tres momentos: mantenimiento, anticipación – crisis, y generación, los cuales incluyen al menos una actividad, y pretenden un desarrollo de usos de la gráfica al debatir entre los distintos funcionamientos y formas en cada momento.

MOMENTO 1. Momento de mantenimiento.

El primer momento del taller pretende evocar en el participante, los aspectos que están relacionados con el fenómeno a tratar, es decir, la transferencia del calor. Para ello, se establecen dos actividades.

En la primera actividad, la manera en que se evocan tales aspectos es por medio de representaciones pictográficas –dibujos– que expresen la interpretación de su realidad subjetiva y cómo explican el fenómeno en cuestión.

Actividad 1. Dibuja algo que se enfría y/o algo que se calienta.

Al asumir los *mantenimientos de rutina* como argumentación, esta actividad entonces permite entender las variadas formas culturales de saber (asociadas al fenómeno), constituidas y estructuradas histórica y socialmente, que son concretas, pragmáticas, vivenciales, que se repiten, y son usadas para salvaguardar cierto grado de simetría entre la realidad subjetiva y la objetiva, es decir, involucra al ser social en tanto el "otro" inmerso en un escenario (Zaldívar, 2014). De esta manera, se identifica en este momento un primer uso del conocimiento, a través de sus funcionamientos y formas.

La segunda actividad, a la vez de tener un carácter utilitario para el taller, rescata también un primer acercamiento al uso de las gráficas como argumentaciones.

Actividad 2. Se tienen tres sensores de temperatura, cada uno en tres tazas con agua a tres diferentes temperaturas (caliente, templada y fría). Cambiar los sensores de taza y observar las gráficas producidas.

a) Identificar el sensor a través de la gráfica producida
b) Describir el movimiento de taza a taza de otro participante, con base en la gráfica

La primera intención de esta actividad fue meramente utilitaria, es decir, lo que se propone con el inciso a: identificar el sensor del participante. Al ser trasladado el sensor por diferentes temperaturas, la gráfica que va produciendo permite establecer una relación entre la altura y la temperatura, relación que a su vez está expresada en el cotidiano de los ciudadanos (lo caliente es una temperatura alta, lo frío es una temperatura baja). De este modo, se valida este mantenimiento de rutina, y por otra parte, al agregar el inciso b, se establece un primer uso de la gráfica.

Al pedir a un participante que describa el movimiento de otro participante, se provoca una lectura de la gráfica como explicación de un fenómeno pasado. El uso en este momento puede ser caracterizado como un *Momento de Síntoma de Uso de la Gráfica* (MSU) (Cordero & Flores, 2007), pues propiamente no ha sido declarada esa gráfica como una función específicamente. Según esta perspectiva, tales usos de gráficas manifiestan *formas* con relación a cierta clase de tareas en mapas, ilustraciones, planos y cuadrículas, con *funcionamientos* como ubicación, comparación y optimización de trayectorias.

<table>
<tr><th colspan="2">Momento de mantenimiento</th></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Usos de la gráfica</u>: identificar cambios asociados al traslado del sensor
<u>Funcionamiento del uso</u>: establecimiento de relaciones entre las características de la gráfica y de la situación
<u>Forma del uso</u>: formular un patrón de comportamiento o ajuste de tipo icónico/gestual/verbal que expresa lo observable</td></tr>
<tr><th>Elementos de construcción</th><th>Argumentaciones</th></tr>
<tr><td>Significados</td><td>La variación como cambio de estado de agregación de la materia</td></tr>
<tr><td>Procedimientos</td><td>Producción icónica/gestual/verbal de un patrón de comportamiento</td></tr>
<tr><td>Procesos – objetos</td><td>La estabilidad de la transferencia del calor</td></tr>
</table>

MOMENTO 2. Momento de anticipación – crisis.

Para este momento de la situación, se plantean tres tipos de *experimentos* de variación de la temperatura, que se corresponden con las tres actividades que lo conforman. La constante aquí es la clase de tareas que se piden a los participantes: anticipar la gráfica de la temperatura de acuerdo a la descripción verbal del experimento, y explicarla de acuerdo a sus argumentaciones del fenómeno a observar.

Este segundo momento plantea también el advenimiento de una crisis, o bien, un mantenimiento de crisis. Por un lado, la tecnología confronta las producciones gráficas previas de los participantes, proveyéndoles de un patrón de comparación que permite reformular sus argumentos, o bien, ajustar sus interpretaciones de acuerdo a lo generado por el software. Por otro lado, se provoca un desarrollo de uso de la gráfica: además de establecer una relación entre la gráfica y la situación, se propicia la discusión de la temperatura y los cambios de ella descritos por el enfriamiento, el calentamiento o el equilibrio térmico. En este sentido, puede hablarse de Momento de Uso de la Gráfica y Momento de Uso de la Curva (Cordero & Flores, 2007): se incorpora el uso de la palabra gráfica, sin que el concepto de función sea mencionado explícitamente. De igual modo, se discuten comportamientos sobre una cantidad continua (la temperatura), donde el interés está en discutir la variación con la estrategia de predicción, es decir, poder intuir después de analizar algunos estados cuales son los estados posteriores.

Las actividades-experimentos se describen a continuación.

Actividad 3. A una taza con la mitad de agua templada, se le verterá agua fría, con el sensor adentro de la taza.

a) *¿Qué es lo que va a pasar*?

b) *¿Cómo va a ser la gráfica que va a proporcionar el sensor*?

c) Una vez realizado el experimento, *¿en qué se parecen sus gráficas y en qué no?*

Actividad 4. Se calienta un trozo de silicón en una pistola hasta derretirse, y se coloca en el silicón derretido el sensor de temperatura.

a) *¿Qué es lo que va a pasar*?

b) *¿Cómo va a ser la gráfica que va a proporcionar el sensor*?

c) Una vez realizado el experimento, *¿en qué se parecen sus gráficas y en qué no?*

Actividad 5. Consideremos dos recipientes con agua a diferentes temperaturas: una olla o vasija amplia con agua fría, y una taza con agua caliente.

a) *¿Cómo es la gráfica de la temperatura de cada uno?*

b) *¿Qué ocurrirá al introducir la taza en la olla?*

c) *¿Cómo serán las gráficas producidas por el sensor?*

d) Una vez realizado el experimento, *¿en qué se parecen sus gráficas y en qué no?*

Es justamente la última pregunta en todas las actividades la que se presupone que desarrolla un mantenimiento de crisis, al poner en confrontación las gráficas anticipadas por los participantes, con aquéllas generadas con la tecnología. Tal confrontación provoca un ajuste de sus argumentos, por el debate entre los funcionamientos y formas del uso de las gráficas en este momento.

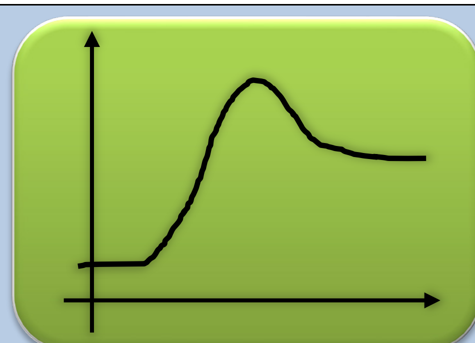
Momento de anticipación - crisis	
Usos de la gráfica: *interpretación cualitativa del experimento a realizar* Funcionamiento del uso: *discusión de la temperatura y los cambios de temperatura descritos por el enfriamiento, el calentamiento o el equilibrio térmico* Forma del uso: *formular un patrón de comportamiento o ajuste de tipo icónico/gestual/verbal que expresa lo observable*	
Elementos de construcción	Argumentaciones
Significados	La variación exponencial como ascenso/descenso de la temperatura
Procedimientos	Producción icónica/gestual/verbal de un patrón de comportamiento
Procesos – objetos	Ley del enfriamiento de Newton

MOMENTO 3. Momento de generación

El tercer momento de la situación plantea una tarea de reversibilidad, es decir, ya no se presenta un fenómeno para anticipar su gráfica, sino que se les da a los participantes el bosquejo de una gráfica y se les pide plantear los lineamientos de un experimento que produzca tal gráfica. Se provoca también una discusión de los procedimientos para su generación, de modo que pueda llegarse a un consenso, y finalmente, realizar el experimento y certificar sus argumentos.

Así, la intención de este momento es validar el mantenimiento de crisis que el momento anterior ha provocado, y poner en juego el desarrollo de usos que la situación ha inducido. La función se resignifica en el uso de la gráfica como un patrón que organiza comportamientos.

Actividad 6. Dada la siguiente gráfica, realizar un experimento que la genere.



Momento de generación	
Usos de la gráfica: *identificación de patrones de comportamiento* Funcionamiento del uso: *establecimiento de relaciones entre las características de la gráfica y de la situación* Forma del uso: *producción experimental de un patrón similar al dado*	
Elementos de construcción	Argumentaciones
Significados	La variación exponencial como estabilidad del aumento/descenso de la temperatura
Procedimientos	Manipulación de la realidad para obtener un patrón
Procesos – objetos	La función como instrucción que organiza comportamientos

3.3.2. Puesta en escena y toma de datos

Una vez diseñado el taller, se programaron fechas para su aplicación en un escenario como para el que fue diseñado. Este espacio lo proporcionó primeramente la “VI Feria Científica”, llevada a cabo los días 20 y 21 de marzo de 2014 en la Escuela Preparatoria Dos de la Universidad Autónoma de Yucatán. De igual modo, se trabajó con un grupo del programa “Niñ@s talento” de la Ciudad de México, como parte de su formación extracurricular propia del programa, el día 12 de abril del mismo año. Finalmente, en el marco del cursillo “La modelación y la transversalidad del conocimiento matemático: el caso de la transferencia del calor” en el VI Congreso Internacional de Modelación y Formación en Ciencias Básicas, realizado en Medellín, Colombia, los días 7 y 8 de mayo de 2014, se realizó el taller con los asistentes al mismo, en su mayoría jóvenes universitarios de diversos programas académicos.

Para su análisis posterior, se videograbaron las puestas en escena y se recopilaron las producciones escritas de los participantes (hojas de trabajo), la cual consistió en hojas en blanco en donde elaboraron las consignas del taller. El investigador juega también el rol de divulgador, de modo que se tiene una *observación participante*.

3.4. Análisis de evidencias y formulación de la unidad de análisis

Para dar cuenta de cómo se afecta al cotidiano, y cómo éste se complejiza en un desarrollo de usos, se retoman algunos episodios y se estudian las producciones de los participantes. En este sentido, la unidad mínima de análisis es la *resignificación* de los usos de las gráficas, en su debate entre funcionamientos y formas.

En resumen, el esquema metodológico que se conformó para la presente investigación consiste en lo siguiente:

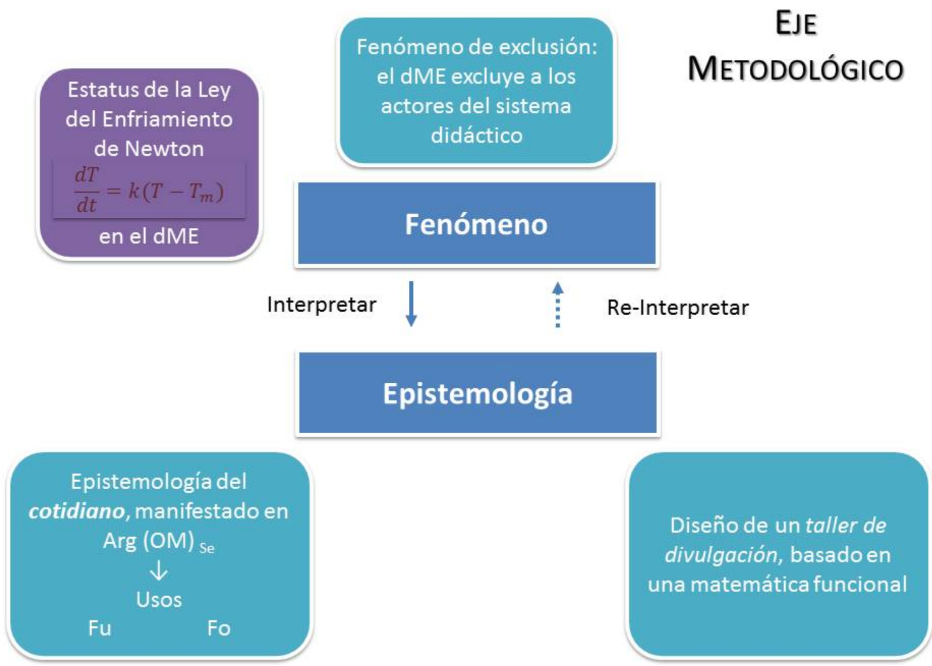


Figura 11. Eje metodológico

1. **Identificación de la problemática fundamental, y el fenómeno de exclusión como problemática particular**. La confrontación de la obra matemática y la matemática escolar conforma el dME, y éste a su vez produce tres fenómenos reportados: exclusión, opacidad y adherencia (Soto, 2010; Gómez, 2013b; Silva-Crocci, 2013). Se parte del fenómeno de exclusión al reconocer que el dME excluye a los actores del sistema didáctico, al ser un sistema de razón que impone significados y procedimientos, opacando también el conocimiento cotidiano del ciudadano. Así, se decide por un objeto matemático para dar cuenta de los aspectos opacados por el discurso, y cómo éste excluye a los actores de la construcción del conocimiento.
2. **Planteamiento de una epistemología del cotidiano**. Asumir que la realidad se construye mediante procesos sociales, y se salvaguarda en equilibrio por mecanismos de mantenimiento, implica asumir una epistemología del cotidiano expresada en argumentaciones y manifestada en usos en una situación específica.

Así, si se busca afectar el cotidiano, ha de reconocerse cómo se constituye éste y cómo se transforma.

3. **Diseño de un taller temático**. En la búsqueda de la funcionalidad del conocimiento, se conforma un taller para la divulgación de la ciencia, que parte del rediseño de una situación específica previa, la cual da cuenta de una matemática funcional.
4. **Análisis de las resignificaciones del cotidiano y revisión de la epistemología propuesta**. Mediante la observación a posteriori de los episodios, se da evidencia de los usos y su desarrollo, en los mecanismos de mantenimiento de rutina y crisis. Se toma el Modelo de Resignificación del Cotidiano (Zaldívar, 2014) para presentar dicha evidencia, y con ella, se revisa la epistemología propuesta del cotidiano.

Capítulo 4. Resultados de la Investigación

"El científico busca lo común en lo diverso,
separa lo esencial de lo superfluo:
y es lo que continuamente hace Sancho Panza,
que busca respuestas sensatas
a los disparates de Don Quijote"
Jorge Wagensberg

Una vez formulada la epistemología, diseñado el taller con base en la misma, y haber sido puesto en marcha en los escenarios correspondientes, se presentan los resultados obtenidos, fruto del análisis de las participaciones de los ciudadanos en los mismos.

El análisis del taller se realiza bajo el Modelo de Resignificación del Cotidiano, propuesto por Zaldívar (2014), el cual permite caracterizar los mantenimientos de rutina y crisis a través de los usos del conocimiento y su desarrollo, en este caso, de las gráficas.

Se plasman algunos extractos y producciones gráficas que ejemplifican los usos de los ciudadanos participantes en el taller, que a su vez dan cuenta de las argumentaciones en la situación específica.

Finalmente, con los resultados obtenidos, se revisa la epistemología propuesta y cómo ésta atiende al fenómeno didáctico observado a priori.

4.1. Construcción de la evidencia empírica

Para dar evidencia de la epistemología formulada y la situación específica que la provoca, se seleccionaron algunos talleres para el análisis de las intervenciones de los participantes, sus producciones escritas, verbales y gestuales.

El taller fue impartido por primera vez durante los días 20 y 21 de marzo de 2014, en el marco de la VI Feria Científica de la Escuela Preparatoria Dos de la UADY. De esta puesta en escena, se seleccionaron ciertos episodios para ser analizados; los criterios para la elección fueron, por una parte, que se hayan realizado los tres momentos del diseño (en algunos casos, por el corto tiempo que disponían para estar en un taller, no se realizó todo el diseño); y por otra parte, se tomó en cuenta aquellos episodios donde era clara la interacción y discusión de los participantes.

El taller se realizó en dos ocasiones posteriores con diferentes participantes. En una ocasión, el día 12 de abril de 2014, con cuatro adolescentes (tres niñas y un niño) del programa “Niñ@s talento” del Gobierno de la Ciudad de México. Finalmente, y como parte del cursillo “La modelación y la transversalidad del conocimiento matemático: el caso de la transferencia del calor” en el VI Congreso Internacional de Modelación y Formación en Ciencias Básicas, realizado en Medellín, Colombia, los días 7 y 8 de mayo de 2014. De este modo, se tienen episodios que conforman los "datos duros" de la evidencia. De todos ellos, se analizan las producciones escritas (generalmente gráficas), verbales y gestuales, a través de los videos y audios tomados en tales puestas. El eje para dicho análisis son los Momentos por los cuales está conformado el diseño de situación, a través de los cuales se observan los usos del conocimiento matemático y su desarrollo provocado por una *crisis* en el mantenimiento de rutina.

4.2. Análisis de los momentos del taller "¿Frío o caliente?"

Se pretende caracterizar las resignificaciones del cotidiano que se generan de las argumentaciones sobre la variación de la temperatura y la ley del enfriamiento a través de los usos de las gráficas, manifestados en los funcionamientos y las formas.

Se conformaron tres momentos en el desarrollo del taller, los cuales permiten evidenciar un desarrollo de usos del conocimiento matemático, específicamente de las gráficas. Se presentan, entonces, los momentos y la participación de los ciudadanos en ellos.

MOMENTO 1. Momento de Mantenimiento

El primer momento del taller pretende evocar en el participante, los aspectos que están relacionados con el fenómeno a tratar, es decir, la transferencia del calor. Para ello, se establecen dos actividades. En la primera actividad, la manera en que se evocan tales aspectos es por medio de representaciones pictográficas –dibujos– que expresen la interpretación de su realidad subjetiva y cómo explican el fenómeno en cuestión. El propósito de esta actividad es recuperar de los participantes las maneras como expresan el calentamiento o enfriamiento de un objeto, y cómo tales expresiones les permiten describir el fenómeno.

Actividad 1. Dibuja algo que se enfría y/o algo que se calienta.

Propiamente hablando, en este momento no aparecen gráficas cartesianas en las producciones de los participantes, y tampoco se esperaban. La instrucción de la actividad no pide explícitamente una gráfica, sin embargo, algunas producciones permiten ver implícitamente los ejes cartesianos que se utilizarán más adelante, a saber, el tiempo y la temperatura.

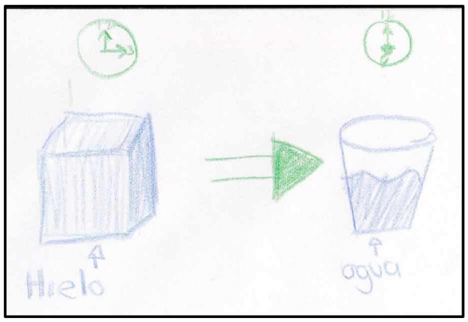


Figura 12

Por ejemplo, en la Figura 12, el ciudadano describe el calentamiento de un cubo de hielo a través del tiempo, y hace explícito tal temporalidad con sus dibujos superiores de un reloj; el hecho de dibujar dos posiciones distintas de las manecillas del reloj permite asumir que se refiera a tiempos o momentos distintos, y por otra parte, indica que el objeto era *hielo* y después *agua*, es decir, un cambio de estado de agregación de la materia.

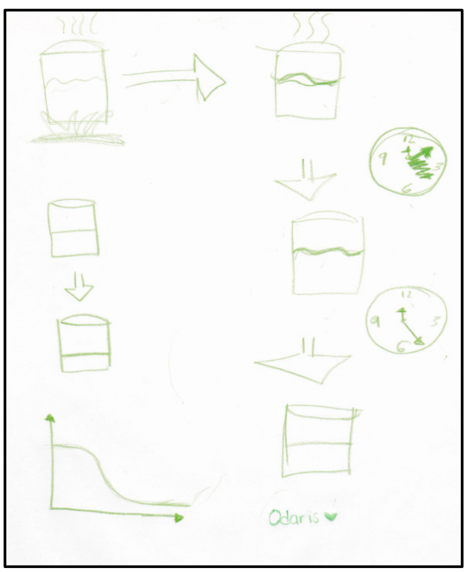


Figura 13

El ciudadano que produjo la Figura 13 no sólo describe la variación de la temperatura con respecto al tiempo, sino que enfatiza los diferentes momentos de la temperatura con trazos que hacen diferente cada momento: un trazo muy pronunciado cuando el agua hierve, junto con ondas que hacen referencia al vapor, un trazo menos pronunciado en un segundo momento, y sin el dibujo del vapor, y finalmente un trazo casi recto del nivel del agua.

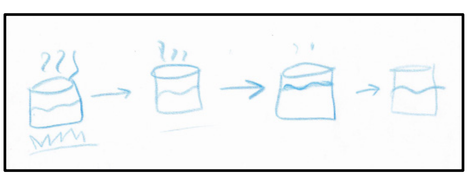


Figura 14

En cuanto a la Figura 14, el participante realiza una secuencia de momentos del enfriamiento de un líquido después de calentarse. De manera similar al anterior, enfatiza con trazos las diferentes temperaturas, y aunque no dibuja explícitamente algo que haga referencia al tiempo, la sucesión de momentos y las flechas entre ellos da cuenta de la temporalidad.

En este sentido, se identifica el cotidiano como mantenimiento de rutina asociado al fenómeno de cambio de temperatura, entendido éste como un *cambio de estado de agregación de la materia*. Los ciudadanos toman en su mayoría un cambio de temperatura como un cambio de estado: de sólido a líquido (hielo a agua, Figura 12), de líquido a gaseoso (agua a vapor, Figura 13, Figura 14). Identifican *lo que cambia* (muchas veces se hace referencia al agua, tal vez por ser el ejemplo que en el discurso se ha adoptado para mostrar tres estados de agregación en una misma sustancia), e identifican también *cómo cambia*, es decir, en sentido cualitativo. No es posible responder con tales producciones *cuánto cambia*, por ejemplo. Puede decirse que el cotidiano del ciudadano hacia este fenómeno responde a identificar el cambio cualitativo, no así lo cuantitativo de tal variación

Las producciones anteriores, similares en diversas puestas en escena, permiten asumir la *ley del enfriamiento del ciudadano* como un *cambio de estado de agregación*, es decir, un cambio *discreto*, expresado por estadios del cuerpo que se enfría o calienta. De igual modo, esta actividad del Momento de Mantenimiento indica un síntoma de uso de las gráficas (Cordero & Flores, 2007), en el cual dicho uso es *explicar* la variación de la temperatura; el funcionamiento de la gráfica es *describir los cambios de temperatura*, manifestado en formas a manera de *patrones de cambio de estado de agregación*.

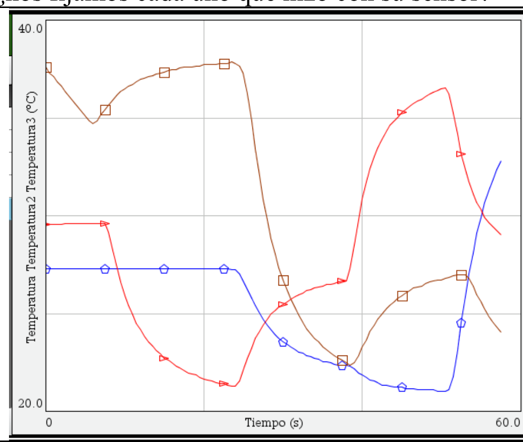
La segunda actividad, a la vez de tener un carácter utilitario para el taller, rescata también un primer acercamiento al uso de las gráficas como argumentaciones.

Actividad 2. Se tienen tres sensores de temperatura, cada uno en tres tazas con agua a tres diferentes temperaturas (caliente, templada y fría). Cambiar los sensores de taza y observar las gráficas producidas.

c) Identificar el sensor a través de la gráfica producida
d) Describir el movimiento de taza a taza de otro participante, con base en la gráfica

La primera intención de esta actividad fue meramente utilitaria, es decir, lo que se propone con el inciso a: identificar el sensor del participante. Al ser trasladado el sensor por diferentes temperaturas, la gráfica que va produciendo permite establecer una relación entre la altura y la temperatura, relación que a su vez está expresada en el cotidiano de los ciudadanos (lo caliente es una temperatura alta, lo frío es una temperatura baja). Interesaba que los participantes identificaran el sensor que estaban manipulando, para reconocer posteriormente las gráficas producidas por él en el software.

Sin embargo, además de cumplir con el requerimiento de identificar el propio sensor, esta actividad provoca un primer uso del conocimiento matemático asociado a la gráfica, puesto que el sensor produce en el software diversas gráficas de acuerdo a los traslados que un participante haya hecho de su sensor. De este modo, y con un sentido grupal, se pedía a un participante que describiera el traslado del sensor de su compañero, pues por lo regular cada quien se concentraba en su propio sensor, mas no en uno ajeno.

I[1]	Ok! Bueno, vamos a ver otra cosa que hacen los sensores… además de que nos da la temperatura (…) la puede ir tomando así por determinado tiempo, y va arrojando un dibujito. Les voy a pedir que cambiemos el sensor de taza, a una taza distinta de donde estaba, para ver el movimiento que hace ahí la gráfica… a donde sea… vamos a cambiarla una vez más… y vamos a cambiarlo una vez más… vamos a ver (…) ¿nos fijamos cada uno que hizo con su sensor?
	
P3	No…
I	Bueno, tú te fijaste lo que hiciste con el tuyo, pero ¿te fijaste en lo que hizo tu compañera?
P2	Creo que primero lo pasó aquí… luego lo pasó acá
P3	No, primero lo puse en el agua fría
P2	O sea…
I	¿cuál era tu sensor, te acuerdas?
P3	El azul
I	El azul… con la gráfica del azul, ¿puedes decirme lo que hizo tu compañera?
P2	Ok… primero lo tuvo que haber pasado a uno que sea más… ¿**baja**? O sea, una que esté **más fría**… después… lo pasó a una que estaba con **más temperatura, más caliente**
A	Ok, y con la mía, creo que era la café, ¿no? el último sensor, el que no estaba tomando nada, el cafecito… con la gráfica café, ¿puedes decirme de dónde a dónde fue el sensor?
P3	Sí, primero estaba en una más caliente, después pasó a una que estaba un poco más fría, y después lo pasó a una que estaba un poco más caliente, pero **no tan caliente como la primera**

Este uso de las gráficas permite *explicar* el cambio de temperatura, con *formas* manifestadas en expresiones verbales y gestuales que indican ascensos y/o descensos de la

[1] En las transcripciones, "I" es el investigador, quien también funge el papel de divulgador. Las intervenciones identificadas por P*i* o A*i* corresponden a los participantes en el taller

gráfica, cuyo *funcionamiento* es establecer relaciones entre las características de la gráfica y la situación.

El primer momento del taller concluye con estas dos actividades. Se han evocado aspectos del *cotidiano* del ciudadano que están en relación con los cambios de temperatura de un cuerpo, específicamente, lo que se ha llamado *ley del enfriamiento del ciudadano*, como *cambio de estado de* agregación en estadios discretos, y por otra parte, las relaciones gráficas caliente – temperatura alta – gráfica "alta", y también frío – temperatura baja – gráfica "baja[2]". Los siguientes momentos complejizan estos aspectos, al provocar usos de la gráfica distintos a los primeros y enfrentarlos a una Situación de Transformación, lo cual en conjunto permite un *mantenimiento de crisis* en el ciudadano, quien en la construcción social de su realidad, procura una simetría entre lo subjetivo y lo objetivo.

MOMENTO 2. Momento de anticipación – crisis

Para este momento de la situación, se plantean tres tipos de *experimentos* de variación de la temperatura, que se corresponden con las tres actividades que conforman el momento. La constante en este momento es la clase de tareas que se piden a los participantes: anticipar la gráfica de la temperatura de acuerdo a la descripción verbal del experimento, y explicarla de acuerdo a sus argumentaciones del fenómeno a observar.

Durante la puesta en escena de los talleres, se fueron realizando los experimentos de acuerdo al tiempo e interacción de los ciudadanos. Por lo general, se realizaban los dos primeros («enfriamiento repentino», «calentamiento repentino») y si era posible, se realizaba el tercero («equilibrio térmico»). Se pedían tres tareas dentro de la actividad: la primera consistía en anticipar lo que ocurriría de manera verbal, es decir, se les preguntaba *¿qué pasaría?*, de acuerdo a lo que el propio divulgador-investigador relataba del experimento. La segunda tarea consistía en anticipar de manera gráfica el comportamiento de la temperatura en el experimento, por lo que se les pedía dibujar la gráfica que produciría el sensor durante el experimento. Los participantes dibujaban un bosquejo del comportamiento gráfico de la temperatura, y el divulgador-investigador solicitaba explicar a sus compañeros la razón de tal bosquejo. Finalmente, los participantes realizaban el

[2] Se entrecomillan *alta* y *baja*, pues tal altura gráfica resulta relativa en el contexto.

experimento descrito, y observaban las gráficas producidas por los sensores. La última tarea consistía en señalar las semejanzas y diferencias de su bosquejo con la gráfica generada, lo cual provoca un *mantenimiento de crisis* en la búsqueda de la simetría entre lo subjetivo y lo objetivo.

De acuerdo a lo que se realiza en el primer experimento «enfriamiento repentino», es posible señalar tres fases del mismo:

- <u>Fase previa</u>: el sensor toma la temperatura del agua templada, sin cambio
- <u>Fase de descenso</u>: se mezclan las aguas, y la temperatura resultante desciende hasta su punto mínimo
- <u>Fase de estabilidad</u>: la temperatura de la mezcla comienza a ascender lentamente por acción de la temperatura ambiente

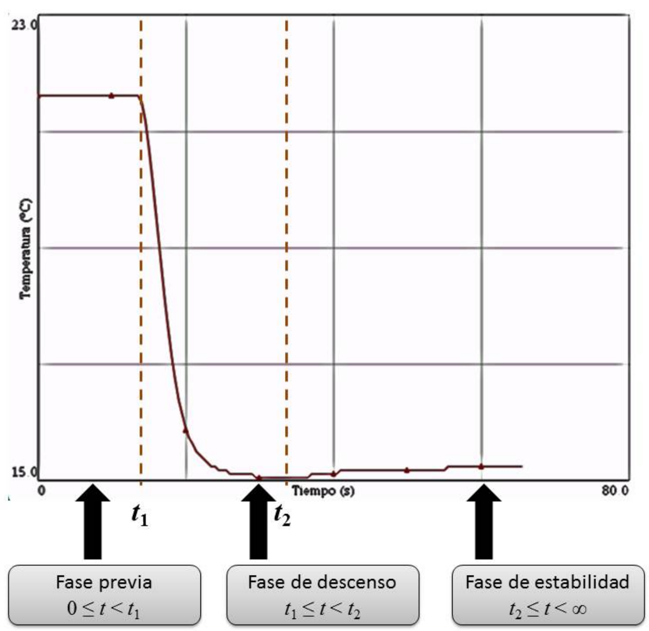
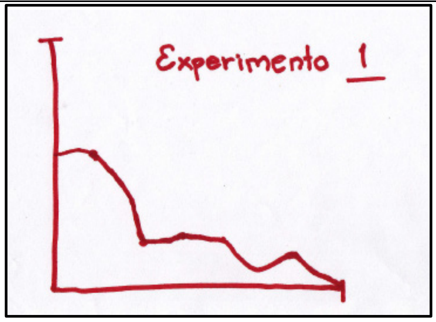
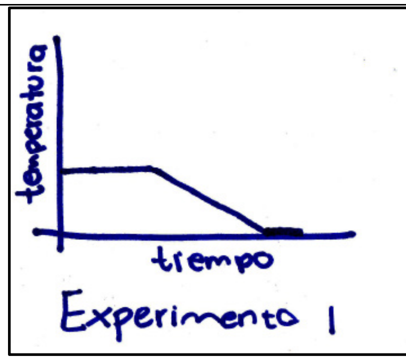
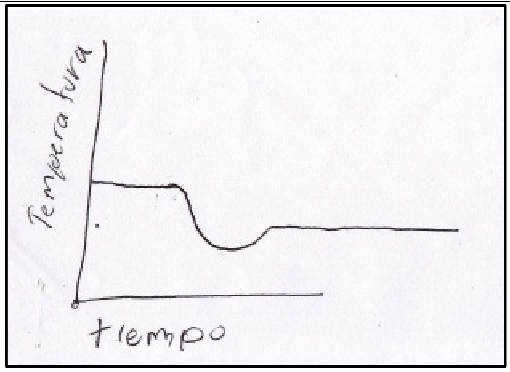
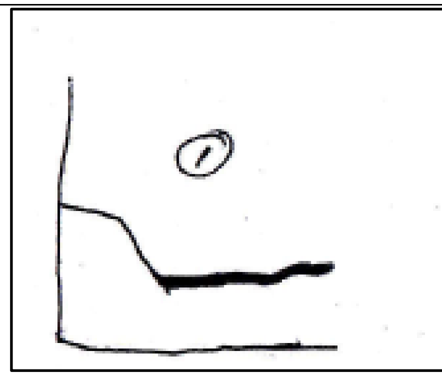


Figura 15. Fases del experimento «enfriamiento repentino»

El siguiente episodio muestra cómo los participantes usan las gráficas para explicar este fenómeno y describir sus fases.

I	Muy bien, quiero proponerles ahora que hagamos unos “experimentos”: vamos a poner en una taza, la mitad de agua al tiempo, le pondremos el sensor, y a esa agua le vamos a tirar agua muy fría, agua con hielo, ¿vale? Antes de que hagamos el experimento, lo que les quiero preguntar es la gráfica que va a sacar el sensor. Primero, ¿qué va a pasar con la mezcla?
E1	Va a ir disminuyendo
I	Va a ir disminuyendo, eso quiere decir que... se va enfriando, ¿cómo va a ser entonces la gráfica? ¿La pueden dibujar? […] ¿Listos? E1, cuéntame tu gráfica

E1	 Empezó en templado, su grafica sería por aquí [*señala el lugar del eje vertical donde inició su gráfica*], a la mitad, sería templado, entonces sería… tendría un cambio drástico de temperatura y estaría bajando; después como que más o menos tendría la misma, pero seguiría bajando constantemente
I	Ok, ahora E2,
E2	 Bueno, en el mío va a estar en constante porque va a estar como al tiempo, y cuando le derramemos el agua fría va abajar [*señala con su mano hacia abajo*], baja la temperatura (…) y a lo mejor va a seguir un poco constante [*realiza con su mano un movimiento de vertical de izquierda a derecha*], no estoy segura 
I	¿No estás segura? Bueno, ahora lo veremos si sí o si no; ¿y por ahí, E3?

E3	 Va a estar al tiempo, y con el tiempo… se va a enfriar por el agua fría, entonces en lo que el agua al tiempo [*rota su mano sobre el mismo eje, como un molino*] se enfría, o saca una temperatura entre las dos, va a tener un bajón y luego va a seguir con la temperatura que llega
I	Ok, ¿y la tuya, E4?
E4	 Lo que pasa es que estaría a una temperatura normal, y luego al ponerle el agua fría se… el agua fría se iría hasta el fondo de la taza, porque el agua fría es más densa que el agua tibia, y luego empezarían… empezarían a ir a un punto donde la temperatura más o menos esta entre la fría y la tibia, y se mantendría, y luego empezaría a subir por el ambiente.
I	Ok, muy bien. ¡Pues hagamos el experimento! (*los chicos realizan el experimento según las instrucciones del investigador*)
E2	Ya es constante
I	¿Ya es constante? Pues parece que sí… el sensor está tomando datos por unos tres minutos aproximadamente.
I	Bien, de lo que dibujamos y lo que apareció, ¿en qué se parece lo que dibujamos y en lo que está ahí, y en que no?
E1	En que bajó
I	¿En eso se parecen?
E1	Sí
I	¿En qué más se parecen?
E2	Que al principio estuvo constante
I	¿Y en que son distintas?
E2	Es que… ya después de que bajó igual permaneció un rato constante, y después siguió como bajando y luego… subió…
I	Ok, ¿y si dejáramos el sensor, no sé, unos 10 min, como se vería reflejado ahí en la gráfica?
E3	Que la misma temperatura, el hielo ya se derritió y estaría a una temperatura ambiente
I	¿Y cómo lo veríamos en la gráfica?
E3	En la línea [*señala la última parte de la gráfica*]
I	¿Cómo la que pusiste?
E3	Sí

En este fragmento del episodio, relativo al experimento «enfriamiento repentino», los participantes articulan producciones escritas (dibujos, gráficas), expresiones verbales y gestuales, para la interpretación del fenómeno que se realiza, y para su posterior explicación cuando el divulgador-investigador lo solicita.

Las fases del experimento en las cuales se centra la atención es en la segunda y tercera, es decir, la fase de descenso de temperatura (cuando el agua fría se agrega a la templada) y la fase de estabilidad (el ascenso lento de la temperatura al acoplarse al ambiente). Para la fase de descenso, los participantes formulan este hecho como una gráfica decreciente, con un descenso representado de manera lineal, o bien, con cierta concavidad. Algunos participantes realizan incuso un descenso totalmente vertical en la gráfica. Las expresiones que utilizan son principalmente verbos como: baja, disminuye, desciende, se enfría; en ocasionas se acentúan estas acciones con adverbios de modo: drásticamente, muy rápido, de golpe. El gesto que hacen los participantes generalmente para describir el descenso es un movimiento de la mano (a veces con el índice) de arriba abajo, en forma rápida.

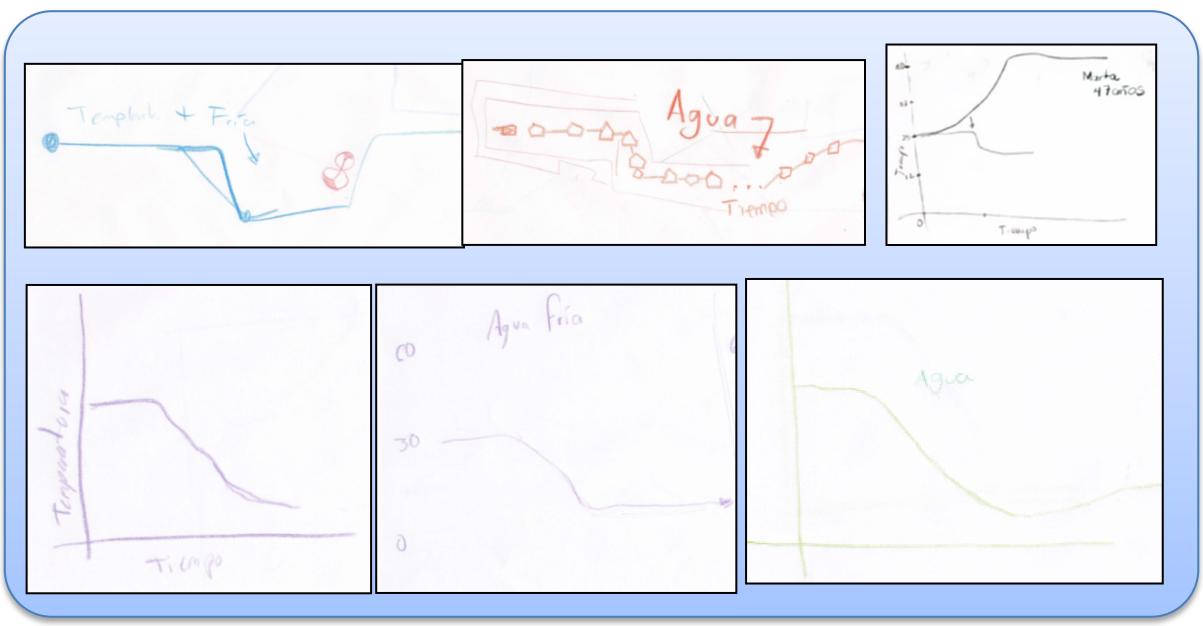


Figura 16. Producciones anticipadas del experimento «enfriamiento repentino» que identifican las tres fases

La fase de estabilidad es dibujada en las producciones de los ciudadanos como una línea recta, o bien, una porción creciente de gráfica con pendiente pequeña. Cabe destacar que no en todas las ocasiones que se pide anticipar la gráfica, es dibujada esta fase. En algunos episodios, los participantes modificaron su gráfica inicial, incorporando una línea que diera cuenta de este hecho. Algunas expresiones que utilizan para referirse a esta fase son: "sigue un poco constante", "se mantiene", "ya es constante", "se equilibra", "se estabiliza". En cuanto a los gestos, el fragmento de episodio arriba escrito presenta dos: un movimiento de la mano de un lado a otro de forma horizontal, y en otro participante, un movimiento de la mano rotando sobre su eje de un sentido a otro.

Figura 17. Producciones anticipadas del experimento «enfriamiento repentino» que identifican dos fases

El uso de la gráfica en el experimento es la interpretación cualitativa del mismo, en la que el *funcionamiento* es la discusión de la variación de la temperatura cuando ésta desciende de modo repentino, y cuyas *formas* son patrones de ajuste icónicos, gestuales o verbales, asociados a un patrón de comportamiento exponencial, decreciente y asintótico.

El experimento anterior remitía al enfriamiento repentino de un volumen de agua. En cuanto al experimento «calentamiento repentino», la mirada se centra en un objeto que se calienta hasta derretirse, y entonces se deja enfriar a temperatura ambiente. De igual modo, se les pedía a los ciudadanos participantes que anticiparan el comportamiento de la gráfica que produciría el sensor, y con ello, se explique el fenómeno que ocurriría. Se divide también este experimento en cuatro fases:

- Fase previa: el sensor está a temperatura ambiente
- Fase de ascenso: el silicón derretido se deposita en una hoja de papel aluminio y se coloca el sensor
- Fase de descenso: el silicón comienza a enfriarse
- Fase de estabilidad: una vez frío el silicón, se adecúa a la temperatura ambiente

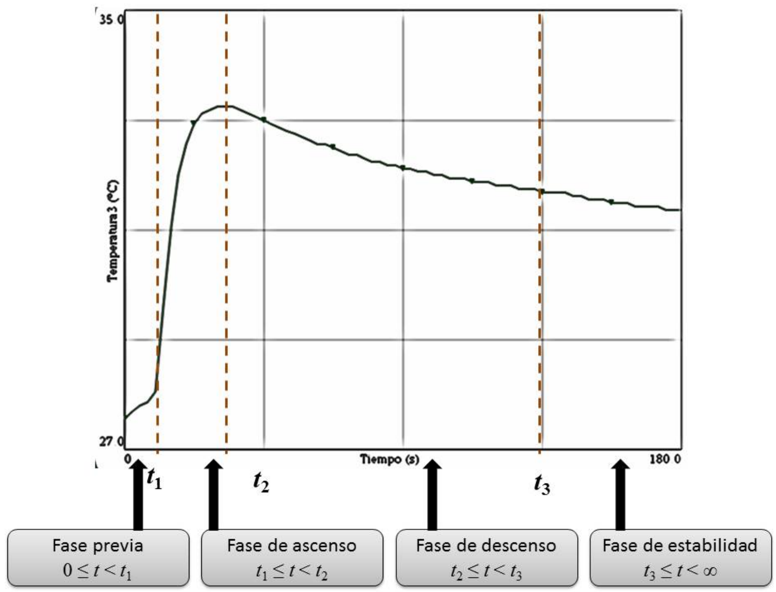
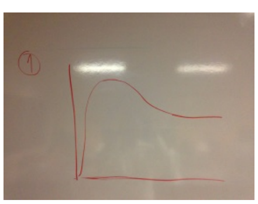
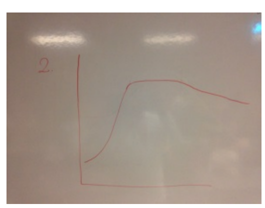
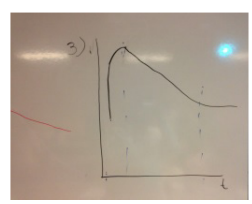


Figura 18. Fases del experimento «calentamiento repentino»

El siguiente episodio muestra cómo los participantes usan las gráficas para explicar este fenómeno y describir sus fases.

I: antes del experimento, hagamos unas preguntas similares a las del experimento anterior. Lo primero que nos preguntamos, ¿qué va a ocurrir?
Varios: se va a calentar (…) baja la temperatura (…) aumenta la temperatura (…) se va a calentar y en un rato disminuye (…) va a conservar el calor hasta cierto momento
M3E5: se va a calentar bruscamente [movimiento rápido de la mano hacia arriba] pero baja despacio [movimiento de la mano hacia abajo en diagonal, lentamente]
I: ok, entonces, dibujen la gráfica que consideren que va a mostrar el sensor. Les voy a pedir a algunos que pasen y dibujen su gráfica en el pizarrón
   Gráficas del experimento 2, realizadas por los estudiantes en la pizarra
I: vamos a pedirle a M1E2 que nos explique su gráfica por qué su gráfica es así
M1E2: porque en el momento que se pone la barra en el papel aluminio, pues la temperatura va a subir, y por el papel aluminio se va a conservar el calor, se mantiene un poquitico y ya después va bajando hasta una temperatura ambiente, porque no va a enfriarse
I: bien, gracias; M2E4, cuéntanos tu gráfica
M2E4: en nuestra presentación, es parecida a la de ellos, llega a una temperatura ambiente, pero disminuye muy lentamente [Gesto de su brazo hacia abajo]
I: gracias, finalmente M3E3
M3E3: en el momento en que lo ponemos, va a subir la temperatura muy bruscamente, luego va a bajar lentamente… y luego se mantiene constante
I: eso de “lentamente” y “bruscamente”, ¿Cómo se ve en tu gráfica?

M3E3: pues… rápidamente [señala el primer trazo de su gráfica, casi vertical, con un gesto rápido de la mano hacia arriba], y lentamente aquí [señala el segundo trazo, casi recto e inclinado hacia abajo, con una pendiente visiblemente distinta a la anterior], y ya luego se mantiene constante
I3: con respecto al inicio de la gráfica, me interesa mucho saber qué pasó, por qué la primera, la segunda y la tercera tienen el comienzo un poquito diferente, por qué por aquí [señala la gráfica 1] parte casi desde cero, en cambio acá [gráfica 2], hay una distancia, y aquí [gráfica 3], inmediatamente sube, ¿qué pasó que hubo inicios diferentes?
M2E4: en el tiempo que se dejó ese poquito de temperatura ambiente, pues se dejó un momentico aquí [el sensor] y se le colocó la silicona (…) nos demoramos un poquito en poner el sensor en la silicona
I: ¿se demoraron un poquito?
M2E2: pues no debería empezar desde cero, porque no estamos trabajando a temperatura cero… va a empezar con un registro de la temperatura ambiente, que es más o menos 25º, por eso en el tiempo cero va a marcar la temperatura ambiente.
I3: por eso, su gráfica comienza a una temperatura más o menos desde acá [señala la altura de la gráfica 2 donde empieza]
M3E2: es que si el termómetro está afuera, marca la temperatura que tenemos… allá [señala su computadora] dice 16º, por el clima, ¿cierto? (…) I3: ahí hay un cambio de temperatura, pero también reconozco mi temperatura ambiente con que comienzo a tomar el dato, y aquí los de adelante [mesa 1] habían marcado desde cero
I: bien, hagamos entonces el experimento (…)
I: ahora bien, la mesa 1, ¿en qué se parece la gráfica que dibujaron y la que produjo el sensor?
M1E2: aumentó la temperatura al principio
I: se parece nada más en el aumento de temperatura, ¿y aquí por qué ya no se parece? [señala el trazo descendiente de su gráfica]
M1E2: porque era más constante
M1E3: no es que era más constante, sino que descendía más rápido, como esa [señala la gráfica 3]
I: ok, ¿la mesa 3? Misma pregunta
M3E3: no, pues se parece bastantico (…?...) la pendiente tendría que ser un poquitico más… inclinado hacia la derecha
I2: ¿y qué significaría eso?
M3E3: que la temperatura pues no baja tan rápido, que la temperatura es… habría allá como una línea
I: la mesa 2, con lo que alcanzó a ver en su gráfica [antes de eliminarla sin intención], ¿en qué se parecen y en qué no?
M2E5: se parece en la forma como ascendió y descendió, ¿en qué no se parecen? Al llegar al tope pensamos que iba a permanecer allá, y empezó a decaer más rápido de lo que habíamos calculado

Los participantes interpretan el fenómeno que ocurrirá en el experimento, sin embargo, las diferencias principales de sus gráficas radica en el *establecimiento de las condiciones iniciales*. Por ejemplo, el equipo uno consideró que el sensor comenzaría a tomar datos desde cero, es decir, que el sensor parte de temperatura cero al iniciar; por tanto, su gráfica inicia en el origen cartesiano, y sube hasta lo que consideraron como temperatura máxima. El equipo dos realiza una interpretación, y por tanto una gráfica distinta, pues considera la temperatura ambiente en la cual se encuentra el sensor al iniciar a tomar datos, de tal modo que el bosquejo inicia en un punto intermedio del eje vertical entre el origen y la temperatura máxima alcanzada por el silicón. Una interpretación similar realiza el equipo tres, aunque el trazo es distinto, al no partir directamente del eje vertical, sino que su bosquejo empieza a ascender en algún punto del primer cuadrante, con una altura similar a la temperatura en la que finaliza el experimento (temperatura ambiente). De este modo, es notable la consideración de las condiciones iniciales para la resolución de una ecuación diferencial, y cómo ellas se plasman y se reinterpretan en los bosquejos gráficos.

El uso de la gráfica en el experimento «calentamiento repentino» es la interpretación cualitativa del mismo, en la que el *funcionamiento* es la discusión de la variación de la temperatura cuando ésta asciende de modo repentino, y cuyas *formas* son patrones de ajuste icónicos, gestuales o verbales, asociados a un patrón de comportamiento exponencial, decreciente y asintótico.

El último experimento que se propone en el taller es uno relativo al equilibrio térmico, en donde también se pide anticipar las gráficas generadas por los sensores y explicar con ellas el fenómeno en cuestión. Una vez observado y discutido el comportamiento del enfriamiento y calentamiento, se pone en juego ahora la conjunción de ambos. El experimento consiste en introducir una taza de agua caliente en un recipiente más grande con agua fría o hielo. Cada recipiente tiene un sensor de temperatura, y un sensor más permanece fuera, a temperatura ambiente.

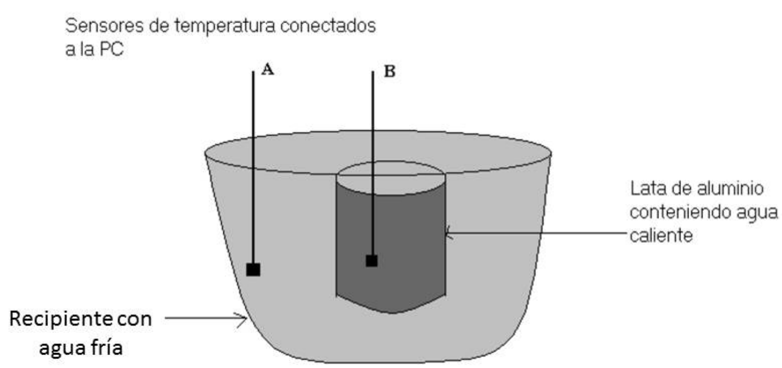
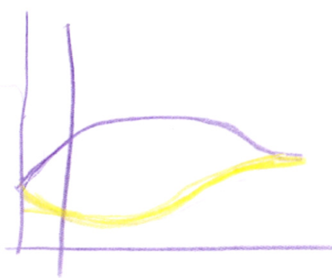
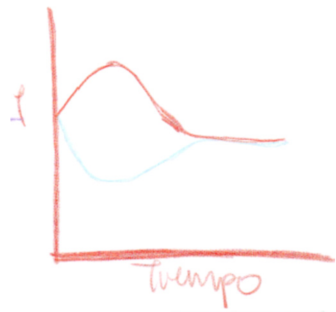
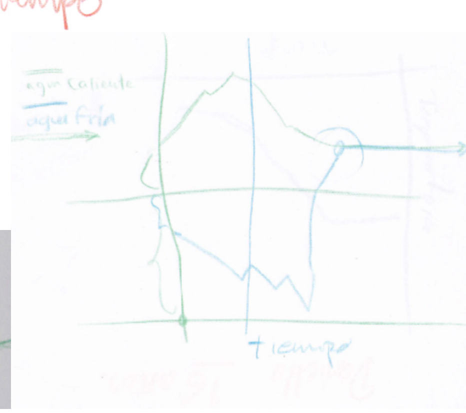
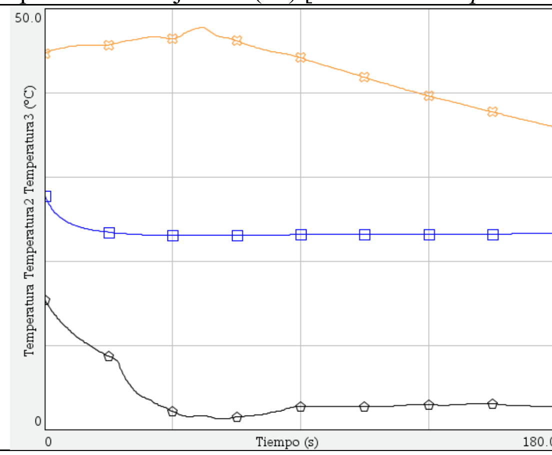


Figura 19. Arreglo para el experimento «equilibrio térmico»

El divulgador-investigador pregunta –en analogía a una competencia– cuál es la que gana, si el agua fría o el agua caliente. Se está preguntando a los participantes si lo que sucede es que el agua fría enfriará a la caliente, o bien, el agua caliente calentará a la fría. Al respecto, las producciones (escritas, verbales y gestuales) dan cuenta de cómo los participantes asumen una transferencia de calor de igual magnitud en ambos cuerpos en contacto. Algunas de las producciones que dan cuenta de ello se plasman a continuación.

I	Bueno… les quiero proponer un experimento más… vamos a usar dos sensores: vamos a poner en una olla un poco de hielo, ya vamos a meter dentro de la olla una taza con agua caliente, y vamos a poner un sensor en el hielo, y otro sensor en la taza de agua caliente, de manera que van a salir dos gráficas, ¿pudieran imaginarse cómo van a ser esas dos gráficas, en un mismo plano?
P2	La del agua caliente va a subir… [*se deja tiempo para que realicen sus gráficas*]
I	¿Listos? A ver, cuéntenme sus gráficas
	   
P1	Esa es mi gráfica… la línea verde representa el agua caliente, la línea azul el agua fría; yo puse eso así, que como no sé cuánto va a ser la temperatura aquí, tampoco sé cuánto va a ser la temperatura aquí, pero va a descender… la de la fría va a estar abajo que la de la caliente, y va llegar un momento en el que se va a… estabilizar… se va a… ¿cómo se llama? Es un…
P3	¿Estabilizar?
P4	¿Equilibrio térmico?
P1	¡Un equilibrio térmico! Va a haber un equilibrio térmico, independientemente si este está afuera, o está adentro, va a haber un equilibrio térmico
I	Ok, cuéntame la tuya
P2	Sí, es lo mismo, porque se supone que esto debe tener la misma temperatura, y el otro debe tener la misma temperatura…
P3	… porque están a temperatura ambiente…
P2	…entonces deben iniciar en el mismo punto, y el del agua caliente obviamente va a subir, y el del agua fría va a bajar, pero va a llegar…
P3	… el agua caliente en algún punto va a pasar su temperatura al agua fría para que logren el equilibrio, y se van a unir un poco…
P2	…entonces va a empezar a… descender, y este va a empezar como que a… calentarse; entonces uno se derrite, y se pone más caliente, y el caliente se pone frío, y llegan a tener la misma temperatura
I	Ok, ¿y la tuya?
P4	Sí, básicamente es lo mismo, como que la caliente comienza para arriba, y la fría comienza hacia

	abajo, pero yo siento que se van a encontrar en un punto más cercano al agua fría, como que el hielo va a calentar primero al agua fría, y después va a haber un punto en que las dos van a comenzar a subir… al mismo ritmo, hasta acercarse a la temperatura del ambiente
I	Ok, bueno, pues vamos a probar sus conjeturas (…) [*se realiza el experimento descrito*]
I	
I	Bien, los primeros segundos la café iba hacia abajo, y la amarilla estaba más o menos… estable, ¿no? y ahorita parece que está pasando lo que dijeron que iba a pasar (…) vamos a ver, la misma pregunta que hicimos hace rato, ¿en qué se parecen y en qué no se parecen las gráficas?
P1	¿En qué se parecen? Bueno, yo le puse aquí el tiempo, y creo que si se dejara, si se tomaran los datos un poco más, hasta esperar a que el hielo se derrita, tal vez sí llegaría a este punto, al que predije aquí en mi gráfica… pero como solamente fue hasta 180 segundos, pues… pasó algo similar a esto
I	Ok, pero básicamente lo que habías interpretado sucedió… ok, ¿la tuya?
P4	Pues, la mía, básicamente sí, como que comenzó con la caliente que fue descendiendo, y la fría también; como dice mi compañero, si se prolongara más el tiempo pues… me imagino que sí se llegarían a encontrar en un punto; **lo que me pareció interesante es que sí, efectivamente como que la caliente comenzó a descender más rápido de lo que la fría se calentaba**
I	Sí, porque parecía hace rato que dijeron que iban a ser al mismo tiempo, ¿no?
P4	Ajá, como que… en un punto intermedio; pero como que es más hacia el lado de la fría que se acercan
I	Ya… ¿ustedes?
P2	Sí, es técnicamente eso, pero igual y depende de qué tan caliente haya estado el agua caliente, qué tanto hielo le hayas puesto al agua fría, porque si le pones poquito hielo, pues la caliente no se va a calentar… ¡no se va a enfriar tan rápido!… se va a tardar más… entonces igual y depende de eso, pero sí es técnicamente lo mismo, una sube, otra baja, y se van a encontrar
P3	Igual y teniendo en cuenta que el punto en el que esto inició fue como… aquí [], porque no empezó a tomar los datos desde que estaban afuera, sino que le pusiste ya el sensor, fue donde iniciaste, entonces este punto no sería igual… pero si lo hubieses puesto que estuviesen afuera, y luego los pusiésemos adentro, entonces sí hubiera pasado esto, y de ahí en el punto… va a llegar el momento en el que, como dices tú, en un lapso de tiempo más largo, van a llegar a unirse, porque va a haber el equilibrio de temperaturas

La gráfica que los participantes bosquejaban antes del experimento fue complementada con las expresiones y los gestos. A pesar de la conjetura inicial (una transferencia calorífica de magnitud igual o semejante), las explicaciones verbales y la realización experimental permiten reajustar las argumentaciones de los participantes, incluso sus bosquejos, para explicar con mayor claridad lo que ocurre y que su gráfica sea más específica.

Al ser estudiantes de tercero de preparatoria, han llevado de manera curricular un curso de física, de modo que el concepto de *equilibrio térmico* les resulta familiar, por lo cual es evocado en su diálogo. Reconocen el fenómeno como un objeto del discurso escolar que tienen como referente, y en este sentido, el taller aporta elementos para complejizar el uso de dicho conocimiento, al incorporar el comportamiento gráfico y las argumentaciones del objeto/fenómeno en la situación específica.

De igual modo, el participante P3 es capaz de considerar las condiciones iniciales del experimento en su última intervención, pues relaciona las diversas circunstancias en las que pudo realizarse el arreglo experimental, y cómo dichas maneras se reflejarían en un bosquejo.

El segundo momento presume entonces de haber logrado un desarrollo de usos de la gráfica. La explicación de los procesos de enfriamiento y calentamiento ya no está en términos de estadios discretos –como en el primer momento– sino como un patrón de ajuste continuo de forma exponencial y asintótica a la temperatura ambiente. De igual modo, han aparecido explícitamente los ejes cartesianos de tiempo (eje horizontal) y temperatura (eje vertical), en gran parte por la presencia de la tecnología que genera las gráficas de ese modo. Como se dijo anteriormente, la variable del tiempo se encuentra presente en las producciones, ya al reconocer distintos estadios de la temperatura de la materia, ya al ser dibujado como un reloj o flechas en una secuencia temporal. Esta presencia es incorporada ahora en una gráfica cartesiana. La gráfica es usada para interpretar cualitativamente el experimento, ya no solo para explicar un hecho pasado, sino para anticipar un comportamiento futuro, con un patrón de ajuste más preciso. En este sentido, se resignifica como un patrón que organiza comportamientos, por lo que puede hablarse de un *nuevo mantenimiento de rutina* producto de una crisis en el anterior, que ha complejizado el uso de la gráfica y la discusión de los fenómenos de enfriamiento y calentamiento.

MOMENTO 3. Momento de generación

El tercer momento de la situación plantea una tarea *inversa*, es decir, ya no se presenta un fenómeno para anticipar su gráfica, sino que se les da a los participantes el bosquejo de una gráfica y se les pide plantear los lineamientos de un experimento que produzca tal gráfica. Se provoca también una discusión de los procedimientos para su generación, de modo que pueda llegarse a un consenso, y finalmente, realizar el experimento y certificar sus argumentos.

I: Ahora, antes de hacer un experimento más, quiero que hagamos algo "al revés", yo les voy a dar la gráfica, y ustedes me van a decir que hay que hacer para generar una gráfica como esta con los sensores
E3: el agua… primero en agua al tiempo, y luego meterla en agua caliente… y luego meterla en agua un poco menos fría, pero que tampoco esté al tiempo
I: ¿están de acuerdo?
E2: yo creo que no es necesario ya ponerlo en algo que no esté tan caliente, sino dejar que la temperatura baje…
E1: se puede nivelar, ¿no? [desplaza su mano de izquierda a derecha en línea recta]
E4: o echarle agua al tiempo
I: ¿a qué le echaríamos el agua al tiempo?
E4, E3: al agua caliente
I: bien, como hay varias hipótesis y varios sensores, vamos a realizar cada uno su conjetura.
(los chicos se preparan para realizar los experimentos)
I: vamos a recordar qué es lo que decían… E3 decía que hay que…
E3: meterlo… cuando esté al tiempo, meterlo a la caliente, y luego a una menos fría
I: bien, ¿por aquí, E2?
E2: en agua igual… normal, al tiempo, y luego a caliente, ajá, caliente, y luego (…) y también regresando luego al tiempo, para que dé… vaya disminuyendo… bonito
I: ok, ¿tienen todo lo que necesitan para hacer sus experimentos? empezamos a tomar datos, y ya pueden hacer sus experimentos. Ustedes me dicen hasta cuándo dejamos ya de tomar datos con el sensor
(los chicos realizan sus experimentos planteados)
I2: E4, ¿para ti qué es el equilibrio?
E4: cuando ya tienen la misma temperatura, por eso es una línea recta
E3: es que… yo recuerdo que la otra gráfica estaba como que más abajo
E4: es que creo que no debimos haberle echado… era mucha caliente y le echamos poca tibia. Tenia que ser más o menos mitad y mitad para que compartirán la misma temperatura
E2: aja, agua templada poco a poco para que no baje completamente así, y que vaya haciendo… más lento le debimos haber echado
I: bien, ahí están las gráficas generadas, y la que queríamos generar.
E2: quedó constante y luego subió, en cambio la de ella luego va bajando
E3: es que… cuenta desde ese triángulo
I: desde aquí, ¿no? [*señala la gráfica en el punto en el que coinciden las tres*]
E3: aja, sí, desde ahí
I: ¿cómo hicieron que hiciera esta subida?
E2, E3: metiéndolo en agua caliente
I: muy bien, y luego… aquí hay dos, una que se fue para acá, y otra que se fue más para abajo, ¿por qué fue esa diferencia?

E: es que… ella [E1] le siguió echando más agua a la caliente
I: ok, y ahí no le echaron más…
I2: algo interesante que podríamos observar con lo anterior, es esta parte [señala la parte creciente de la gráfica] de la curva, ¿cómo puedo obtener curvas más inclinadas o menos inclinadas?
E3: o sea, si lo pones de golpe, el agua fría… si está en agua fría y lo pones de golpe en agua caliente, se va a ir
I2: va a tener como este comportamiento [señala la gráfica creciente], es como interpretándolo, como si yo corriera
E1: era como la velocidad [dirige su mano hacia arriba]
I2: ¡exactamente!
E1: muy arriba o muy abajo, por decir, aquí poco a poco pues va… [indica con la mano derecha una subida]
I2: va subiendo de una manera más lenta… en ese sentido, algo que dijo E2, la pendiente, ¿ustedes están en secundaria? Tu, E4, estás en…
E4: primer año de prepa
I2: estás viendo algebra, ¿no?
E4: estamos viendo trigonometría
I2: y ustedes seguramente en secundaria, ahí empiezan como a hablar de pendiente, ¿no? lo que una pendiente significa, y otro significado que tendría la pendiente es justamente para medir este tipo de variaciones, es decir, si me muevo rápido o despacio; la pendiente, en otro sentido, es la velocidad con la cual esta curva [señala las generadas por el sensor] puede aproximarse a otra, por ejemplo, si la quiero más así [señala con su brazo una pendiente muy inclinada] tendría que hacer una cosa, pero si la quiero más así [señala con su brazo una pendiente menos inclinada] tendría que hacer otra cosa, es decir, nosotros podríamos controlar cómo movernos, y así voy a producir un cierto tipo de gráficas
I: la otra que podríamos hacer, sería como generar una gráfica de este tipo [ppt], en el anterior, esta pendiente o cambio fue muy pronunciado, en esta otra, ¿Cómo tendríamos que hacerle para generar un cambio no tan pronunciado?
E2: pasar el agua más lento entonces
E1: el agua caliente
I: claro, para que vaya subiendo poco a poco.

La gráfica que se les pidió reproducir presentaba un comportamiento similar al ya trabajado en los experimentos anteriores: tenía una fase previa, que no presenta cambios; una fase de ascenso – descenso, y finalmente, una fase de estabilidad, es decir, una tendencia asintótica de la gráfica a una temperatura. La diferencia radicaba en el ascenso de la gráfica, pues éste no era de modo “repentino”, es decir, un ascenso grande en un lapso corto.

Tal gráfica mereció dos tipos de consideración para ser generada: en principio, la participante E3 del extracto anterior, propuso trasladar el sensor en tazas con agua a diferentes temperaturas (como la actividad 2 del momento 1), de modo que se generen gráficas como la de aquél experimento. Por otro lado, los demás participantes asumieron que podía realizarse como una mezcla de aguas a diferentes temperaturas, lo cual finalmente devino en realizarse.

El análisis posterior de las gráficas generadas en sus arreglos experimentales permitió discutir con los participantes el significado de la *pendiente* como una medida de la variación de una cantidad continua, en este caso la temperatura. Específicamente, E1 relacionó esa inclinación en analogía con la *velocidad*, en una situación de movimiento. La velocidad con la que se vertiera el agua que cambiaría la temperatura, influiría en el comportamiento gráfico que se busca generar.

Es así que en este momento de la situación, el uso de la gráfica está asociado a la identificación de patrones de comportamiento, cuyo *funcionamiento* es establecer relaciones entre las características de la gráfica y de la situación, y las *formas* son los tipos de arreglo experimental que se plantearon para generar la gráfica planteada.

En síntesis, el taller ha permitido identificar un mantenimiento de rutina con respecto al fenómeno físico planteado, y el análisis muestra que el *ciudadano* expresa el fenómeno de calentamiento o enfriamiento desde su *cotidiano*, en estadios discretos que dan cuenta de un cambio de estado de agregación de la materia. Al incorporar los experimentos, y con ellos añadir ideas de continuidad, variación y tendencia, el *cotidiano* es problematizado y el *ciudadano* desarrolla usos de las gráficas que le permiten argumentar con respecto a la situación, y en ese sentido, salvaguardar la simetría entre lo objetivo y lo subjetivo. Este desarrollo de usos, de lo discreto a lo continuo, de la permanencia a la variación, y de la estable como permanencia a la tendencia, permite hablar de nuevos usos y mantenimientos de rutina enriquecidos por el tránsito en los momentos del taller.

De modo esquemático, se plasman los usos, sus funcionamientos y formas en el Modelo de Resignificación del Cotidiano (Zaldívar, 2014), para el caso particular del taller aquí descrito (ver Figura 20)

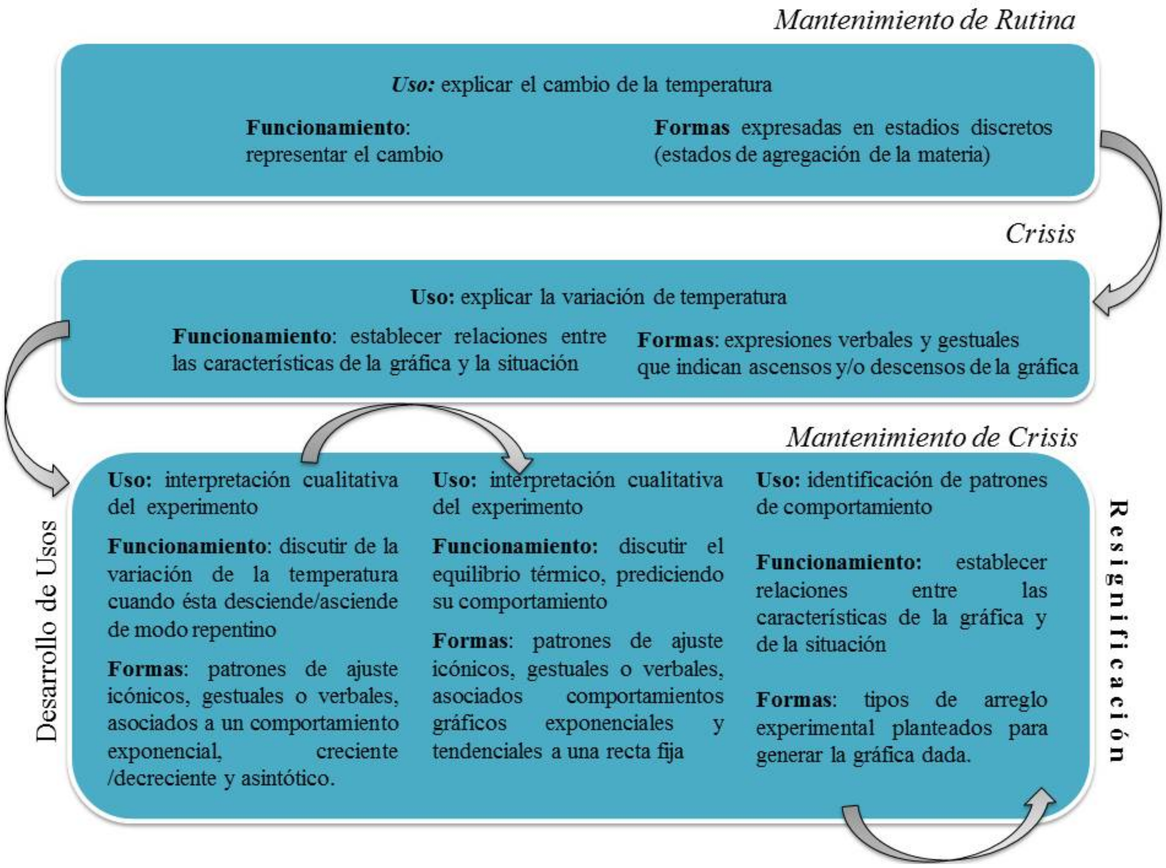


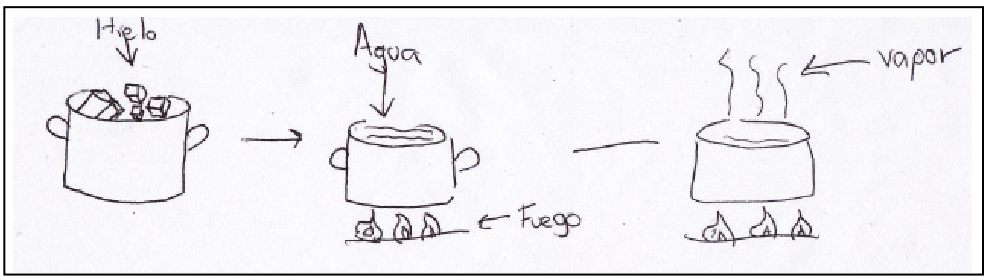
Figura 20. Evidencia en el Modelo de Resignificación del Cotidiano

4.3. Análisis *a posteriori* de la epistemología propuesta y el diseño

El apartado anterior mostró las resignificaciones del cotidiano a través del uso de las gráficas, evidenciados por un desarrollo de usos de las mismas, que a su vez fueron provocados por un mantenimiento de crisis en el cotidiano de los ciudadanos participantes.

Parte fundamental del eje metodológico consta de revisar la epistemología planteada para el diseño y cómo ésta fue puesta en acción en el desarrollo del taller. En este caso, se planteó para el mismo una *epistemología del cotidiano*, manifestada en argumentaciones de la obra matemática en la situación específica. La construcción social de la realidad implica, a su vez, una simetría entre la realidad objetiva y subjetiva. De este modo, el cotidiano del ciudadano (entendido como una dialéctica *mantenimiento de rutinas – mantenimiento de crisis*) afronta las situaciones que se le presentan buscando dicha simetría, sin que esto impida desarrollar nuevas rutinas, o bien, nuevos usos del conocimiento.

En el primer momento del taller (momento de mantenimiento) se observó cómo el ciudadano afronta una situación que consiste en explicar algo que se calienta o enfría. Tal explicación está fundada en estadios discretos, como paso de un estado de agregación de la materia a otro. Carece de elementos continuos, como la *variación* y la *tendencia*. Siguiendo a Zaldívar (2014), la estabilidad aparece, pero como *búsqueda de permanencia*. El uso asociado en este momento puede caracterizarse como un *síntoma de uso de la gráfica*, en la cual la variación es de un estadio a otro de manera discreta. Así, una pregunta que puede provocar una *crisis* en el ciudadano es *explicar qué es lo que pasa entre tales estadios*.



a) b) c)

Figura 21. ¿Qué ocurre entre a) y b)? ¿o entre b) y c)?

Cuestionar el *paso* entre los estadios puede resultar interesante en posteriores puestas en escena del taller, pues implica para el ciudadano explicar con mejor detalle el proceso de cambio de un estado de agregación a otro. Tal situación problemática podría hacer que manifieste argumentos sobre la continuidad y la variación que en este trabajo no se alcanzan a reportar.

La continuidad y el patrón de variación aparecen en el participante al interactuar con la tecnología. En este sentido, puede decirse que ella provoca un *mantenimiento de crisis* en su cotidiano, por una parte, al confrontar la realidad subjetiva del ciudadano con aquello que se manifiesta como objetivo. Y por otro lado, provoca un uso de las gráficas con patrones de ajuste similares a los producidos, gráficas que en un principio no son producidas por los participantes, sino hasta después de interactuar con el sensor.

Sin embargo, a pesar de haber observado patrones de tipo exponencial en las gráficas producidas en la actividad 2 del primer momento, algunos episodios explícitamente indican cómo el ciudadano asume un comportamiento *lineal* o *proporcional* en la variación de la temperatura: al mismo lapso de tiempo corresponde un mismo ascenso/descenso de la temperatura. Esto se corroboró en algunas producciones gráficas, como por ejemplo, un participante que al pedírsele que dibuje la gráfica del enfriamiento del agua (experimento «enfriamiento repentino») comentó que "*no le daría la hoja*" y su trazo llegó hasta la orilla del papel. En otros momentos, se les pidió el cálculo numérico de la temperatura después de cierto tiempo, con base en unas condiciones iniciales. El recurso usado invariablemente era la *regla de tres*, que confirma la premisa de asumir el comportamiento como lineal. En este sentido, uno de los logros del diseño es problematizar esta relación, al menos en términos gráficos: los participantes usan las gráficas como patrón de ajuste exponencial para describir la variación de la temperatura en los experimentos de enfriamiento, calentamiento y equilibrio térmico. Más aún, en el tercer momento del taller, dicho patrón de ajuste exponencial resignifica la gráfica como una instrucción que organiza un comportamiento. De este modo, la variación de la temperatura se complejiza, confrontando lo lineal con lo exponencial, y provocando un desarrollo de usos de las gráficas.

La discusión sobre la forma de la gráfica puede ser un factor para desencadenar también futuras discusiones y argumentaciones. En los experimentos, y en las gráficas que se les pidió anticipar, la variación se centró en el comportamiento creciente y decreciente, y finalmente asintótico. Poca observación se hizo sobre la *concavidad* de la gráfica. En este sentido, el tercer momento puede complementarse con la discusión sobre la posibilidad de generar alguna de las siguientes formas gráficas con un experimento de variación de temperatura:

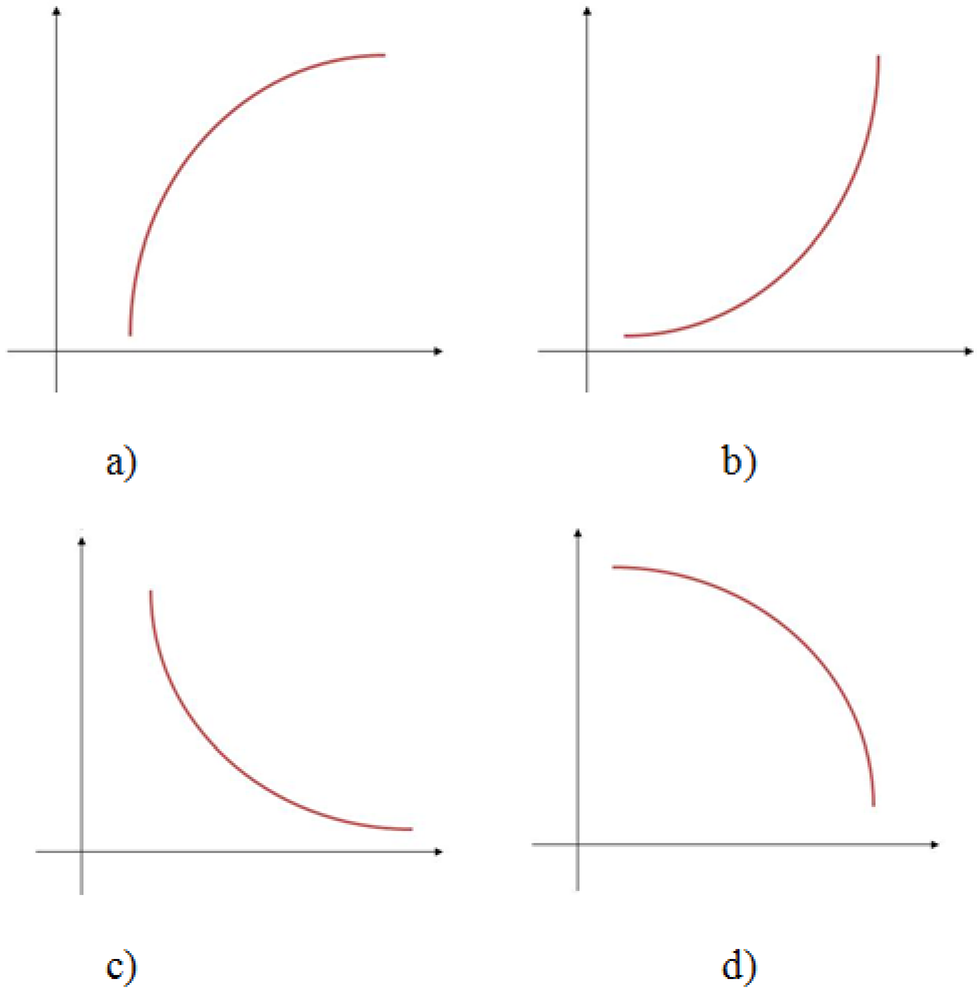


Figura 22. Formas gráficas de distintas concavidades

Finalmente, conviene retomar el *fenómeno de exclusión* (Soto, 2010; 2014), el cual se asumió como punto de partida de la problemática de nuestra investigación. Tal fenómeno caracteriza cómo el discurso matemático escolar excluye a los actores de la construcción de su conocimiento, por ser un sistema de razón que impone argumentaciones, significados y procedimientos.

En este sentido, llevar una situación a un escenario de *socialización* (Gómez, 2013b) permite la interacción de los ciudadanos como *comunidad de conocimiento*, que a su vez, provoca argumentaciones del objeto en cuestión, manifestados en usos de las gráficas. Así, la socialización permite vigilar el fenómeno de exclusión, pues permite a los ciudadanos abandonar la centración en el concepto, al darle prioridad al uso del conocimiento; del mismo modo, se soslaya el carácter hegemónico del conocimiento –

visto desde el dME– ya que la situación provoca que emerjan argumentaciones, significados y procedimientos propios del contexto y la especificidad del momento. En un marco de socialización, pueden observarse y retomarse los medios y problemas que dieron lugar a la matemática, de modo que es posible contribuir al abandono de la idea de esta ciencia como un producto acabado y continuo, que no permite enriquecerse ni actualizarse, pues ha sido algo intocable y dogmático. Del mismo modo, un escenario de tal naturaleza permite la construcción de marcos de referencia distintos al proporcionado por la matemática misma, de modo que el conocimiento sea funcional para el humano; el carácter transversal de la matemática la vincula con otras disciplinas científicas, de tal modo que esos significados alternativos puedan fundamentarse en argumentaciones que vinculan la matemática con el conocimiento científico de otras disciplinas.

Así pues, desde la teoría socioepistemológica, se amplía la visión de la divulgación, la cual conserva todavía un carácter servicial y vertical de comunicación de un conocimiento dado, que se reconoce necesario transmitir a un *vulgo* o una comunidad no científica que no lo *posee*, mediante acciones que *infantilicen* o *simplifiquen* tal conocimiento. La divulgación sigue siendo un servicio *para* el ciudadano, impulsado por políticas públicas o intereses que atienden al paradigma social que se asuma en el modelo educativo o en los lineamientos derivados de él. La socialización, en cambio, caracterizado en la TSE por (Gómez, 2013b), propone una visión *desde* el ciudadano. En esta línea, la conformación del taller asume justamente partir desde su *cotidiano* para provocar *crisis* en cierto mantenimiento de rutina, que se verifique por un desarrollo de usos y resignificaciones de dicho cotidiano. Asumir este *desde* implica reconocer al ciudadano como sujeto epistémico, como capaz de construir conocimiento desde su cultura, sus contextos y su historia (inclusive la escolar), ya no con la finalidad exclusiva de aprobar para concluir un proceso formativo, sino para incorporar tal conocimiento a su cotidiano y le sea funcional para su vida y la transformación de su realidad.

Capítulo 5.
Reflexiones Finales

"*Somos prehistoria que tendrá el futuro…*
Al final del viaje está el horizonte,
al final del viaje partiremos de nuevo,
al final del viaje comienza un camino,
otro buen camino, que seguir
descalzos contando la arena"
Silvio Rodríguez, *Al final de este viaje*

5.1. El cotidiano en el diseño de situaciones: de la divulgación a la socialización

Las tendencias que han prevalecido en el diseño de actividades de divulgación científica siguen considerando un paradigma vertical, en el cual es necesario adaptar o transformar un conocimiento específico para ser enseñado, transmitido y que resulte atractivo y necesario para la comunidad que lo desconoce. A pesar de reconocer cierta "independencia" de la divulgación científica con respecto a los escenarios escolares, la visión anterior permite asumir hipotéticamente que más bien parecen estar unidos por un mismo paradigma educativo.

En este sentido, los alcances de la presente investigación y otras relativas a la divulgación de la ciencia como un proceso de socialización, apuntan a un cambio de paradigma, que a su vez exige un tránsito del alumno al ciudadano, visto como miembro de una comunidad, con una cultura e historia específica, que en conjunto constituyen su cotidiano; y un tránsito de la divulgación como servicio hacia la socialización como proyecto de apropiación científica del conocimiento, vista *desde* el ciudadano, en contraposición de la visión *para*.

En consecuencia, una respuesta que se propone ante la pregunta de investigación planteada (*¿cómo ha de rediseñarse una situación específica para ser reproducida en un escenario de divulgación?*) es precisamente la consideración del rediseño *desde* el cotidiano del ciudadano, que lo problematice y provoque argumentos ante la situación específica, y a su vez desarrolle usos, funcionamientos y formas.

El rediseño que se logró en la investigación, partiendo desde el cotidiano para lograr su resignificación, es un ejemplo de la conveniencia de considerar este constructo en la elaboración de actividades en pro de la socialización de la ciencia y la búsqueda de la funcionalidad del conocimiento. En este sentido, *la socialización de la ciencia debe considerar y resignificar el cotidiano del ciudadano* (Gómez, 2013b).

5.2. El cotidiano en el rediseño del discurso matemático escolar

Se ha reportado cómo el discurso matemático escolar vigente provoca fenómenos sociales (exclusión, opacidad, adherencia) que, en conjunto, hacen de las matemáticas y su enseñanza un problema, cuyas consecuencias son, entre otras, la deserción escolar, el fracaso académico y la aversión hacia dicha disciplina (Soto, 2010; Gómez, 2013b; Silva-Crocci, 2013).

Al asumir la Teoría Socioepistemológica como marco para la presente investigación, ha de responderse entonces a uno de los propósitos de la misma, es decir, el rediseño del discurso matemático escolar (RdME). Así, se sostiene que los procesos de socialización atienden y vigilan los fenómenos de exclusión y opacidad, pues reconocen el conocimiento cotidiano como valioso, al ser éste social e históricamente conformado. En este sentido, se fortalece uno de los Principios de la TSE, el Principio del relativismo epistemológico (pRE) (Cantoral, 2013), al aportar evidencia de cómo los participantes construyen conocimiento al argumentar sobre la situación específica y resignificar su cotidiano. Admitir sus argumentaciones como válidas va más allá de clasificarlas como correctas o erróneas: es reconocer el status de su cotidiano como un conocimiento coherente con la construcción racional de su realidad, y que a su vez, es proclive de ser transformado.

Particularmente, se dio evidencia de un desarrollo de usos de grafos discretos que expresaban cualitativamente un fenómeno, hacia el uso de gráficas continuas que permitían la explicación cuantitativa del mismo. Siendo la continuidad, la variación y la tendencia elementos fundamentales de un pensamiento y lenguaje variacional, esta investigación aporta elementos para el diseño de situaciones que resignifiquen los usos relacionados a tales objetos matemáticos. De este modo, *el rediseño del discurso matemático escolar ha de considerar y resignificar el cotidiano del ciudadano*.

5.3. Alcances, limitaciones y prospectivas

Uno de los principales logros de la investigación es el *diseño de una situación para la socialización de la ciencia*, fruto del rediseño de una situación específica para la matemática escolar. Así, se dispone de un taller temático que da evidencia de la funcionalidad del conocimiento y de las argumentaciones que nacen en él, fruto de la problematización del cotidiano. El taller es, entonces, ejemplo de cómo a pesar de haber sido puesto en escena en diferentes latitudes y contextos, se mantienen invariables ciertas rutinas y usos del conocimiento ante las actividades que plantea.

La investigación igualmente da cuenta de cómo implementar el constructo teórico del *cotidiano* en el diseño de situaciones en escenarios no escolares, a su vez de la pertinencia de provocar una resignificación de ese conocimiento. Anclar la dialéctica del cotidiano como *mantenimiento de rutina – mantenimiento de crisis* a las argumentaciones y los usos permitió observar y evidenciar dicho constructo, así como los mecanismos involucrados en su conformación.

Esto último permite reconocer también a la investigación como un tipo de *réplica* de los trabajos de Zaldívar (2009, 2014), bajo ciertas reservas: se parte del fenómeno de exclusión para dar cuenta de cómo la socialización vigila dicho fenómeno; se problematiza la transferencia de calor y la ley del enfriamiento de Newton, para resignifcar el cotidiano del ciudadano; y se aportan elementos para el rediseño de situaciones específicas en vistas al diseño de actividades para la socialización de la ciencia.

Por otro lado, hay considerables limitaciones que merecen reportarse. Si bien se propuso inicialmente ampliar la categoría *desarrollo de red de usos del conocimiento matemático* (drucm) al rediseñarla para un escenario de divulgación, los resultados muestran que solamente algunos aspectos de ella pudieron implementarse en dicho escenario. La *red de usos* considera usos de las gráficas, las tablas de datos y las expresiones analíticas para la caracterización de los tipos de variación lineal, cuadrática y exponencial. El diseño del taller a partir de esta categoría privilegió los usos de las gráficas con miras a la caracterización de una variación exponencial asintótica. El intento por hacer uso de las tablas de datos producidas también por los sensores en el desarrollo del taller generaban desinterés y pérdida de atención de los participantes en las actividades del mismo. Asimismo, en el diseño del taller temático se toma como referente solo una de las situaciones para el rediseño del cálculo escolar propuestas por Cordero (2001), es decir, la Situación de Transformación.

En ese sentido, y con miras a investigaciones futuras, convendría evaluar los otros elementos no considerados del *drucm* en un escenario de socialización de la ciencia (tablas, expresiones), generando tareas específicas que remitan a un apremiante uso de ellos. Así también, dado que los resultados actuales remiten solo a un tipo de variación, podría trabajarse en el diseño de situaciones que permitan caracterizar los tipos de variación propuestos, anclados a un elemento invariante que permita la resignificación.

Del mismo modo, resultaría pertinente diseñar situaciones para la socialización basadas en las situaciones de aproximación, variación, y la naciente situación de selección (Del Valle, 2014), con miras a la socialización y resignificación del *calculus* en los ciudadanos.

Finalmente, dado que se proporciona en esta investigación un marco para el rediseño de situaciones, convendría también estudiar los procesos propios del profesor en el ejercicio de su actividad profesional, visto también como socializador, y cómo el cotidiano es considerado en la reflexión de su práctica, en su proceso continuo de empoderamiento (Reyes, 2011) y en la deconstrucción del conocimiento (Cabrera, 2009) para el diseño de actividades en el aula.

Referencias Bibliográficas

Alanís, J. (1996). *Estudio para el rediseño del discurso didáctico del cálculo en las escuelas de ingeniería: Instalación y desarrollo de un lenguaje variacional.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Bell, D. (2001). *El advenimiento de la sociedad post - industrial.* Madrid: Alianza.

Berger, P., & Luckmann, T. (1968). *La construcción social de la realidad.* Buenos Aires: Amorrortu editores.

Cabrera, L. (2009). *El Pensamiento y Lenguaje Variacional y el desarrollo de competencias. Un estudio en el marco de la Reforma Integral de Bachillerato.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Briceño, E. (2008). *El uso de las gráficas desde una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Briceño, E. (2010). *Lo que norma una integración tecnológica en un escenario de difusión. De las trayectorias hacia el desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional.* Documento pre doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Briceño, E. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Barcelona: gedisa.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Educación y Pedagogía, 15*(35), 203-214.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2*(1), 56-74.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 4*(2), 103-128.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(3), 265-286.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica, 20*(1), 59-79.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama, & A. Romo (Edits.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (págs. 285-309). México D.F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F. (2011). La modelación y la graficación en la matemática escolar. En L. M. Rodríguez-Salazar, R. Quintero-Zazueta, & A. Hernández Ulloa, *Razonamiento Matemático. Epistemología de la Imaginación. (Re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa* (págs. 377-399). Barcelona; México: Gedisa; Cinvestav.

Cordero, F. (2014). *Matemáticas y el Cotidiano.* Diplomado Desarrollo de estrategias de aprendizaje para las matemáticas del bachillerato: la transversalidad curricular de las matemáticas Módulo III, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Invetigación en Matemática Educativa, 10*(1), 7-38.

Cordero, F., Albores, A., Briceño, E., Cabrera, L., Canché, E., Cen, C., & Zaldívar, D. (2008). Cinvesniñ@s. Una experiencia de difusión del conocimiento científico. *Avance y Perspectiva, 2*(4), 33-47.

Cordero, F., Cen, C., & Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(2), 187-214.

Cordero, F., Gómez, K., Silva, H., & Soto, D. (2012). Exclusión, Cotidiano e Identidad: Una problemática fundamental del aprendizaje de la matemática. En R. Flores (Ed.). (pp. 1041-1048). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Del Valle, T. (2014). Los usos de la optimización en una situación de selección. En Cordero, F. (Ed.), *Diálogo entre grupos de investigación. Reflexión sobre la conformación de programas de investigación en la Matemática Educativa*. México: Gedisa. Manuscrito enviado para publicación.

Diario Oficial de la Federación de México (2014, 19 marzo). DECRETO por el que se adiciona un segundo párrafo a la fracción XI del artículo 2 de la Ley Orgánica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, en materia de divulgación de la ciencia y la tecnología [en línea]. Disponible en: http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5337522&fecha=19/03/2014 [2014, 9 julio]

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M.-A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y., . . . Meagher, M. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical

Perspectives. En C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (Edits.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (págs. 89 - 132).

Erazo, M. (2002). *Alternativas para una mejor divulgación de la ciencia.* Tesis inédita de licenciatura, Universidad Politéctina Salesiana, Facultad de Ciencias Humanas y Sociales, Quito, Ecuador.

Escudero, D. (2010). *Un análisis de la labor y la formación del divulgador. Un estudio de casos.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

García-Torres, E. (2008). *Un estudio sobre los procesos de institucionalización de las prácticas en ingeniería biomédica. Una visión socioepistemológica.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio socioepistemológico.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Gómez, K. (2013a). La institucionalidad, funcionalidad e historicidad. Elementos para el rediseño del discurso matemático. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26* (págs. 1325 - 1332). México, D.F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Gómez, K. (2013b). *La Socialización de la Función del Conocimiento Matemático: Pluralidad Epistemológica y Opacidad del Cotidiano.* Documento predoctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Hernández, P., & Buendía, G. (2013). Resignificacion del conocimiento matemático en escenarios de divulgación: el uso de la periodicidad. En L. Sosa, J. Hernández, & E. Aparicio (Ed.), *Memorias de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, (págs. 137-145). México, D.F.

Infante, J., Ceballos, M., Charles, L., Benavides, B., & Rebolloso, R. (2007). *Hacia la sociedad del conocimiento.* México: Trillas.

Lavicza, Z. (2010). Integrating technology into mathematics teaching at the university level. *ZDM Mathematics Education, 42*, 105 - 119.

López, S. (2012). *Un estudio de la matemática del ciudadano.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Lozano, M. (2005). *Hacia un nuevo contrato social: la popularización de la ciencia y la tecnología.* Tesis inédita de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Filosofía y Letras, México, D.F.

Maletta, H. (2009). *Epistemología aplicada: Metodología y técnica de la producción científica.* Lima, Perú: Consorcio de Investigación Económica y Social.

Marín, E. (2014). *El uso de las gráficas en una comunidad de conocimiento matemático de economistas: el caso de la microeconomía aplicada.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Méndez, C. (2013a). *Comunidad de Conocimiento Matemático de Sordos*. Documento pre doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Méndez, M. (2013b). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: la modelación para la matemática escolar.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

O'Sullivan, C. (1990). Newton's law of cooling. A critical assessment. *American Journal of Physiscs, 58*(10), 956 - 960.

Parra, T. (2012). El uso de la cantidad de una comunidad de conocimiento matemático de artesanos-comerciantes otomíes. Documento pre doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques. Élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique.* Tesis inédita de doctorado, Universite Claude Bernard Lyon 1, Institut Camille Jordan, Lyon.

Pérez, R. (2012). *Usos de la oralidad numérica Ñuu savi*. Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Real Academia Española. (2001). Ciencia. En *Diccionario de la lengua española* (22.a ed.). Recuperado de http://lema.rae.es/drae/?val=ciencia

Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Roqueplo, P. (1983). *El reparto del saber.* Buenos Aires: gedisa.

Silva-Crocci, H. (2013). *Matemática Educativa en Latinoamérica: Adherencia e Identidad disciplinar.* Documento pre doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Soto, D. (2010). *Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Soto, D. (2014). *la dialéctica exclusión - inclusión entre el discurso matemático escolar y la construcción social del conocimiento matemático.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Suárez, L. (2014). *Modelación - Graficación para la matemática escolar.* México: Diaz de Santos.

Torres, L. (2013). *Usos del Conocimiento Matemático. La Simultaneidad y Estabilidad en una Comunidad de Conocimiento de la Ingeniería Química en un Escenario de Trabajo.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Tuyub, I. (2008). *Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica. Un modelo sobre la construcción social del conocimiento.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Youschkevitech, A. (1976). The concept of function up to the middle of the 19th century. En *Serie: Antologías 1* (R. Farfán, Trad., págs. 99 - 145). México, D.F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.

Zaldívar, D. (2009). *Una caracterización de la función de un escenario de difusión de la ciencia desde una visión Socioepistemológica. El caso de la resignificación de lo estable.* Tesis inédita de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México D.F.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar.* Tesis inédita de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Zill, D., & Cullen, M. (2009). *Differential Equations with boundary-Value Problems* (7a ed.). Belmont, CA: Brooks/Cole.

Zueck, S. (2004). *La divulgación de la ciencia como un proceso docente: el caso de un astrónomo del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.* Tesis inédita de maestría, Universidad Iberoamericana de Puebla, Puebla.