Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

El rol de los constructos Cotidiano y Matemática Funcional en la Matemática Educativa: sus diversidades ontológicas y epistemológicas

TESIS

Que presenta:

Julio José Yerbes González

Para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

En la especialidad de Matemática Educativa

Director de tesis:

Dr. Francisco Cordero Osorio

CIUDAD DE MÉXICO. Agosto 2016

Agradezco al Consejo Nacional de
Ciencia y Tecnología (Conacyt) el apoyo
financiero para realizar de mis
estudios de Maestría.
Julio José Yerbes González
Becario No. 627907

Agradecimientos

A Dios

Por la vida, la salud y la oportunidad de poder estudiar un posgrado

A mis padres Luis y Miriam, a mis hermanas Rosa y Ana y a mi sobrino Zaki

Por su apoyo en este proyecto de vida, económico y emocional. por las notitas de voz de Zaki que siempre me motivaban

En especial al Dr. Francisco Cordero Osorio

Por creer en mi trabajo, por la orentación, recomendaciones y consejos, que sin duda me han hecho crecer como persona y como profecional. Gracias

A mis profesores: Dr. Ricardo Cantoral, la Dra. Rosa María Farfán y a la Dra. Gisela Montiel

Por todo el profesionalismo puesto en los seminarios, que sin duda me han aportado mucho a mi vida profesional y personal.

A Luis, Irene, Melby y Triny

Por estar ahi, ayer, hoy y siempre. Por su amistad, apoyo, motivación y consejos que siempre aportan a mi vida profesional y personal. Gracias

Agradecimientos

A Mayra, Angelica, Claudia, Karla,Johana, Rosario, Mario, Claudio

Por hacer de mi estadía en el DF una bonita experiencia, ya que gracias a su compañia me sentía en familia y como si estuviese en casa. Gracias por todo

A Cristina, Diana, Gaby, Nayeli, Marisol, Vicente, Toño, Cristian, Josue, Fabían, Rodolfo

A Adriana, Gabriela, Jade, Laura, Lic. Rodolfo, Daniel

Por hacer que la vida de estudiante en cuanto sea más llevadera, por ayudarme a resolver problemas y por estar ahi siempre, siempre, con una sonrrisa.

Pos su amistad, apoyo y motivación, que durante este proceso he tenido, y se que seguiré teniendo apesar de que sea a larga distancia

A Amy, Carolina, Julián, Tony, Wilber y Ricardo

A Eddie, Landy y Martha

Por la orientación, el apoyo y motivación para que continue aprendiendo y me siga formando como profesional. Gracias

Agradecimientos

A Tia Geny, Karlita, Tio Carlos y Carlitos

Por su cariño, apoyo, ánimos. Por creer en mi, por estar ahí desde siempre

A los compañeros de básica y tecnologías de la educacion

Por ser parte de esta gran etapa de mi vida profesional

A Marisol

Porque a pesar de todo, sigues y seguirás estando ahí para acompañarme, tan cerca y tan lejos. Gracias

Les agradezco de todo corazón

Julio José Yerbes González

Agosto 2016

México, Distrito Federal

Índice

Resumen

El cotidiano y la matemática funcional son constructos que aparecen en la literatura de la disciplina Matemática Educativa. Su aparición señala un momento del desarrollo disciplinar: estudiar el conocimiento matemático fuera de la escuela para dar respuestas a las problemáticas de su aprendizaje y enseñanza áulica. Las respuestas son diversas y muchas veces tensan las posturas ontológicas y epistemológicas que subyacen en las investigaciones; pero a pesar de esto podríamos decir que en la mayoría de los estudios no atienden la reciprocidad entre el conocimiento matemático del cotidiano o funcional y la matemática escolar. Se dan evidencias de este hecho a través de ejemplos que dibujan situaciones específicas donde la matemática escolar es un punto fijo que se revindica.

Se reconoce que no sólo en la Teoría Socioepistemológica se busca caracterizar un conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela, sino que en la disciplina Matemática Educativa, existen otras perspectivas teóricas de carácter Sociocultural, que han abanderado posturas y han realizado estudios sobre dicho conocimiento.

Así, el objetivo de esta investigación, fue entender la diversidad ontológica y epistemológica que, muchas veces, subyacen en los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional*. Y cómo estos constructos intervienen en las problemáticas de enseñar y aprender matemáticas, sobre todo en su relación recíproca entre lo escolar y lo no escolar. Para ello se realizó un estado de arte en el que se exhiben las diferentes posturas sobre el conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela. Las distinciones estuvieron en términos de ver al cotidiano como instrumento para la matemática escolar o en reconocerla como un conocimiento desde la comunidad que la construye. En ese sentido, desde el Programa Socioepistemológico, el cotidiano adquiere un carácter más de construcción social; es decir, se identifican categorías del conocimiento matemático del entorno cotidiano y funcional propio de

la gente, a diferencia de las otras perspectivas que identifican la matemática escolar como útil para la gente fuera de la escuela.

Un elemento a destacar, es que el estatus del conocimiento matemático fuera de la escuela, adquiere en otras perspectivas un valor de incompleto e informal, es decir, parece ser que el conocimiento verdadero es la matemática escolar y no lo que la gente construye.

Julio José Yerbes González
Distrito Federal, 2016

Abstrac

The daily and are functional mathematical constructs that appear in the literature of the discipline Mathematics Education. His appearance marks a time of disciplinary development: study the mathematical knowledge outside school to respond to the problems of learning and teaching courtly. The answers are varied and often tense ontological and epistemological positions underlying investigations; but despite this we could say that in most studies do not address the reciprocity between mathematical knowledge or functional everyday and school mathematics. Evidence of this fact is given through examples that draw specific situations where school mathematics is a fixed point that revindica.

It is recognized that not only in theory socioepistemological seeks to characterize a mathematical knowledge that takes place outside of school, but in the discipline Mathematics Education, other theoretical perspectives of Socio-cultural character, which have flagman positions and have conducted studies on such knowledge.

Thus, the objective of this research was to understand the ontological and epistemological diversity that often underlie the Cotidiano and Functional Mathematical constructs. And how these constructs involved in the problems of teaching and learning mathematics, especially in their reciprocal relationship between the school and no school. To this end a state of art in which the different positions on the mathematical knowledge that takes place outside school exhibit was held. Distinctions were in terms of seeing the everyday as a tool for school mathematics or recognize as knowledge from the community that builds. In that sense, from the socioepistemological Program, the daily acquires a character more social construction; that is, categories of mathematical knowledge of self and functional environment of everyday people are identified, unlike the other perspectives that identify the school as mathematics useful for people outside school.

One point worth noting is that the status of mathematical knowledge outside school, acquires a value other perspectives incomplete and informal, that is, it seems that true knowledge is school mathematics and not what people build.

Julio José Yerbes González

Distrito Federal, 2016

Introducción

Una problemática que daña a la educación en general y en especial a la educación matemática, es la no vinculación entre el conocimiento escolar y el conocimiento del cotidiano. Es decir, el cotidiano no es considerado como un referente para la escuela y a su vez el conocimiento de la escuela no influye en el cotidiano de la gente (Cordero 2016).

Trabajos de investigación con la visión socioepistemológica han logrado ciertas aproximaciones al respecto. Han caracterizado al discurso Matemático Escolar (dME) como el causante de dicha separación, el cual impone en las aulas de matemáticas los elementos a discutir, a enseñar y por ende a aprender, ocasionando así, que estudiantes y docentes no se cuestionen sobre lo que se aprende y se enseña (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015).

Este discurso Matemático Escolar está carente de Marcos de Referencia que permitan la vinculación entre el conocimiento de cotidiano y el conocimiento escolar, así, dentro de un Programa Socioepistemológico toma sentido la postura de la construcción social de conocimiento matemático como un factor para el rediseño del discurso matemático escolar, apostándole a la creación de un programa permanente.

Un cuestionamiento obligado fue preguntarse ¿cuál es la postura que adoptan otras perspectivas teóricas sobre el conocimiento matemático del cotidiano, cómo es que lo caracterizan y cuál es su propuesta para aliviar las problemáticas en el aula de clases de matemáticas?

Una hipótesis que se desarrolla en esta investigación es que existe una postura del conocimiento del cotidiano, algunas veces subyace en los planteamientos, que está caracterizada por la centración en los objetos matemáticos: esto difícilmente mueve o trastoca la matemática escolar. Ante esto, en Cordero (2016), se explicita que en la revisión de algunas investigaciones, se observó que la postura es tender puentes entre la matemática fuera de la escuela y la matemática escolar, proponiendo actividades para los estudiantes donde la matemática fuera de la escuela es un apoyo para entender mejor la matemática escolar. Sin embargo, no se analiza las prácticas matemáticas cotidianas para identificar y caracterizar cómo es que se construye conocimiento en esos escenarios. No se valoran los usos del conocimiento en los cotidianos de la gente, de las profesiones y de la escuela.

Por tal situación decidimos realizar un análisis de las posturas (ontológicas y epistemológicas) que en otras perspectivas se toman para estudiar el conocimiento del cotidiano. Para tal fin, se configuró desde la Teoría Socioepistemológica un cuadro teórico-metodológico para realizar la distinción entre los constructos, por lo que ahí se caracterizan los elementos de una perspectiva centrada en el objeto matemático y los elementos de la construcción social de conocimiento matemático.

A continuación se describe el contenido de los cinco capítulos que conforman esta investigación.

En el Capítulo 1, se presentan elementos para dimensionar la problemática fundamental en la cual se enmarca el trabajo: la carencia de diálogo entre el cotidiano y lo escolar. Misma que permite cuestionarnos dentro de la investigación, cómo es atendido y considerado el conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela por otras perspectivas.

Posteriormente son exhibidos en el Capítulo 2 los aspectos teóricos que dotan de un sustento a esta investigación, así como nuestra postura de cómo desde un Programa Socioepistemológico se toma como referente a la Construcción Social de Conocimiento Matemático para un rediseño del discurso Matemático Escolar. Un elemento importante para la investigación es exhibir la postura que este programa tiene sobre el conocimiento matemático del Cotidiano y su propuesta para afectar el aula, así que a manera de ilustración se presenta un ejemplo desde el Programa.

El objetivo de esta investigación es distinguir, entre otras perspectivas teóricas, los constructos Cotidiano y Matemática Funcional que tienen lugar en un Programa

Socioepistemológico, es así, que en el Capítulo 3 se presentan los elementos metodológicos que permiten el análisis y la organización de la información, para que sea organizada en un estado de arte.

En el Capítulo 4 se conforma un estado de arte de algunas perspectivas de corte sociocultural que dan cuenta de un conocimiento matemático fuera de la escuela.

Por último, en el Capítulo 5, se presentan los resultados obtenidos del contraste entre las posturas del conocimiento matemático del Cotidiano, así como las prospectivas que esta investigación tiene para continuar en esta línea y seguir aportando elementos para la creación de Marcos de Referencia desde los usos de conocimiento Matemático.

Capítulo 1. Problemática. La ausencia de reciprocidad entre la matemática escolar y el cotidiano

En este primer capítulo, se presentan los elementos que permiten dimensionar una problemática en la cual enmarcamos el trabajo; esta es la ausencia de reciprocidad entre la matemática escolar y el cotidiano de la gente. Donde la primera ha olvidado y soslayado el conocimiento matemático del cotidiano, imponiendo lo que un profesor debe enseñar y por ende lo que un estudiante debe aprender.

Encontramos investigaciones, en la disciplina de la matemática educativa en el mundo, donde consideran el conocimiento matemático del cotidiano; no a priori para ganar presencia de la reciprocidad sino, algunas veces, para hacer ver que es insuficiente; y otras veces para hacer ver cómo ese conocimiento en el cotidiano se nutre de la matemática escolar.

1.1. La matemática escolar y el conocimiento de cotidiano

Una de las posturas propuestas en la reforma educativa (Reforma Educativa, sf) es que todo conocimiento que sea enseñado en las escuelas debe permitir a los estudiantes desenvolverse plenamente en su vida cotidiana y en el mundo globalizado. Específicamente en la matemática escolar, hemos de cuestionarnos ¿qué quiere decir que un conocimiento matemático permita a un individuo desenvolverse en la vida cotidiana?

Sin embargo, una de las realidades que acontecen demuestran altos índices de reprobación por parte de los alumnos en asignaturas de matemáticas, y un ejemplo de ello se puede apreciar en las pruebas estandarizadas (Planea, 2015, 2015b). Adicional a ello, es común escuchar cuestionamientos por parte de los estudiantes sobre para qué estudian matemáticas, para qué les van a servir, para qué se las enseñan si nunca las han usado, las matemáticas son muy difíciles, entre otros comentarios más (Hirsch y Roth, 2016).

Ante estos comentarios la primera reacción es comenzar a buscar al culpable de dicha situación, suele atribuirse al profesor, al estudiante, a los planes o programas de estudio. Sin embargo nunca se piensa en que la matemática que se enseña pueda ser el meollo de los cuestionamientos que realizan los estudiantes o de los malos resultados que puedan salir en pruebas estandarizadas.

En la Teoría Socioepistemológica, existen planteamientos más allá de sólo pensar en los errores o dificultades que tiene los estudiantes, se plantea una problemática fundamental que tiene que ver con la introducción del conocimiento matemático al aula de clases. Ese conocimiento que ha sido construido socialmente en ámbitos no escolares, ha ocasionado una despersonalización y descontextualización de la matemática escolar, también genera consensos de qué se debe enseñar y cómo se debe enseñar, afectando así a profesores y estudiantes, este es denominado discurso Matemático Escolar (dME) (Cantoral, 2013).

En particular, en un Programa Socioepistemológico con énfasis en los usos del conocimiento matemático, se critica las propuestas innovadoras de los programas oficiales que llegan a las aulas de clase, los cuales presumen que van a mejorar los aprendizajes de los estudiantes, a través de "el conocimiento del cotidiano" o de "llevar la matemática a la realidad de los estudiantes". En términos llanos suena razonable dichas propuestas, pero tales planteamientos no consideran al conocimiento como una construcción social, motivo por el cual no coincide con la realidad educativa (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015).

A continuación, se presentan tres investigaciones que dan muestra de lo que ha ocasionado el dME, así como sus propuestas para contrarrestarlo, (Freudenthal, 1981; Arcavi, 1999; Carraher, Carraher & Schliemann ,2007).

El efecto de la matemática escolar

En primera instancia, Freudenthal (1981), en una conferencia, hace explícito que lo que conviene es prestar más atención a los procesos de aprendizaje en contraposición de los productos. En específico, se deben observar qué procesos de aprendizaje sigue la humanidad a través de su historia.

En Carraher, Carraher & Schliemann (2007), se reporta una investigación realizada en 1982, donde se realiza una entrevista en Brasil a niños que oscilan entre los 9 y los 15 años de edad, donde algunos niños asistían a la escuela regular y otros trabajaban a diario vendiendo cocos en las calles. A todos los niños se le aplicaron dos pruebas, una informal y una formal. La primera era en forma de diálogo y comprendía situaciones que comúnmente enfrentan los niños que trabajan en la venta de cocos, mientras que la formal era escrita y contenía los mismos problemas orales pero en un formato escolar, el siguiente cuadro muestra la resolución de una niña ante el mismo problema en las dos pruebas.

Prueba Informal	Prueba Formal
Cliente: ¿Cuánto es de dos cocos? **Niña:** Ochenta **Cliente:** Toma un billete de 200, ¿cuánto va a ser mi cambio? **Niña:** Ciento veinte	**Examinador:** Haga esta cuenta ahora, 200 menos 80 **Niña:** Escribe $\begin{array}{r}200\\ \underline{-80}\\ 800\end{array}$ **Examinador:** ¿Cómo lo hace? **Niña:** Baja el cero aquí y aquí (muestra los ceros del resultado). Aquí da 8

Figura 1.1. Ejemplo retomado de Carraher, Carraher & Schliemann (2007) p. 39.

En el ejemplo anterior es posible observar cómo el dME no permite que los niños usen los conocimientos que provienen de sus experiencias y de su cotidiano. Y es que se reconocen dos tipos de razonamientos, uno razonado y uno funcional; cuando se abordan este tipo de problemas en el formato de la escuela, suele pasar que se olvida el conocimiento proveniente de sus experiencias y se intenta usar los razonamientos que la escuela ha impuesto, llevándola a obtener una solución equivocada.

Otro resultado que exhiben, Carraher, Carraher y Schliemann (2007), es que al intercambiar los problemas, es decir, que un niño de la escuela resuelva los problemas de un niño de la calle y viceversa, impacta el hecho que ninguno de los dos niños pudo resolver los problemas opuestos.

En la investigación referida en párrafos anteriores, deja en evidencia cómo la matemática escolar ha impactado en los estudiantes, de tal suerte que no pueden resolver un problema del cotidiano. Más aún es el dME el que ha olvidado al cotidiano y ha hecho que lo escolar se separe cada vez más de la realidad del estudiante.

Por otro lado, hay investigaciones que afirman que todo currículo de matemáticas debe incluir problemas realistas. Ante esto, casi todos los libros de texto los incluyen para atender la solicitud del currículo, sin embargo, tales "problemas realistas" siguen siendo problemas de resolución de ejercicios, por lo que la conexión que establecen con la realidad es artificial. Por tanto, él se propone que los problemas realistas deben estar inspirados en situaciones de la vida diaria, específicamente aquellas que puedan despertar un interés en los estudiantes y que al aplicar las herramientas matemáticas puedan entender más las situaciones dadas (Arcavi, 1999).

Así, de las tres investigaciones citadas en los párrafos anteriores se puede observar una constante, la cual consiste en que centran la atención en una crítica a la matemática que se enseña en las escuelas. Ante este problema, cada uno propone voltear la mirada hacia los conocimientos matemáticos que tiene lugar fuera de la escuela, con la finalidad de transformar la educación matemática, todo esto desde cada uno de los matices que les brindan sus perspectivas teóricas.

Desde la perspectiva socioepistemológica, también se realiza una reflexión enfocada a reconocer conocimientos funcionales y conocimientos utilitarios; el discurso Matemático Escolar, ha olvidado al conocimiento matemático del cotidiano de la gente, es decir ese conocimiento funcional que se desarrolla en la escuela, el trabajo y en la ciudad.

Propósitos de la investigación

Dentro del Programa Socioepistemológico (Cordero, 2015), nos hemos cuestionado sobre cuáles son los usos del conocimiento matemático de la gente, que a causa del dME han sido olvidados en la escuela, es decir, no son tomados en cuenta al momento de realizar planes y programas, al planear las clases y al enseñar a los estudiantes. Por tanto, una línea de investigación dentro de este programa, es el estudio de los usos del conocimiento matemático de la gente organizada en comunidades de conocimiento, con la finalidad de construir marcos de referencia con respecto a dichos usos funcionales, por ejemplo, los trabajos de Gómez (2015); López (2012); Parra (2015); Pérez (2012) y Torres (2013).

En la sección anterior fueron exhibidas tres investigaciones con perspectivas teóricas diferentes que hacen un llamado hacia el estudio de las matemáticas fuera de la escuela, además se explicitó que la Socioepistemología también tiene interés por ese tipo de conocimientos. Sin embargo no son las únicas, que se han dado a la tarea de identificar y caracterizar las matemáticas que se encuentran fuera de la escuela, según sus planteamientos teóricos.

Es así, que se reconoce una diversidad de caracterizaciones de la "matemática fuera de la escuela" que existen en la disciplina de la Matemática Educativa y en la Educación Matemática. Por tanto, el objetivo que se persigue en este trabajo es realizar una distinción de los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional,* productos de la reflexión teórica en un programa Socioepistemológico, en contraposición de aquellos otros constructos que dan cuenta de las matemáticas fuera de la escuela desde otras perspectivas.

Por tanto, esta investigación, se propuso responder la siguiente cuestión, ¿cuál es el estatus de los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional* en la disciplina?

Esto, nos lleva a construir un estado del arte que permita tener un panorama de la diversidad de perspectivas, las caracterizaciones que acuñan y sus posibles propuestas para llevar un "conocimiento que tiene lugar fuera de la escuela", al aula de clases de matemáticas. Un aspecto importante es exhibir ejemplos de lo que se considera desde sus posturas como "matemáticas fuera de la escuela", conformando así los datos para analizar en esta investigación.

La hipótesis del trabajo, se formula a partir de planteamientos desde la Teoría Socioepistemológica, por ejemplo la descentración del objeto matemático es una situación que caracteriza a dicha teoría como un programa alternativo, (Cantoral 2013). Entonces, se considera que la hipótesis sobre la distinción del constructo *Cotidiano* y *Matemática Funcional*, que se desarrollan en un Programa Socioepistemológico, en contraposición de los otros constructos o caracterizaciones propuestas por otras perspectivas teóricas, persiguen los siguientes puntos.

- Descentración del objeto matemático vs Una centración en el objeto
- Marco de referencia de usos del conocimiento matemático vs Epistemología dominante del conocimiento matemático
- El rescate del conocimiento matemático del otro vs El olvido del conocimiento matemático del otro

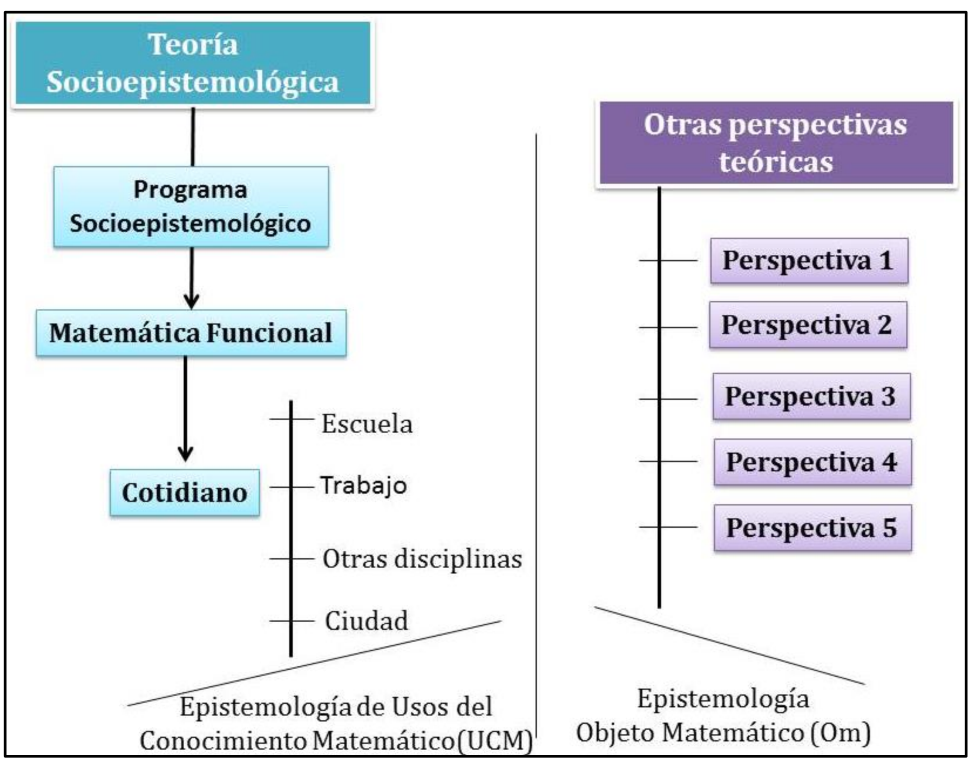


Figura 1.2. Hipótesis en la distinción de los constructos

Por último, la intención de realizar un contraste y una distinción entre posturas, ontológicas y epistemológicas, sobre cómo se está concibiendo al conocimiento matemático que tiene lugar fuera del aula, es para darle un estatus a dichos constructos dentro de la disciplina, es decir, mostrar qué elementos se están considerando y que otras perspectivas no consideran y viceversa. Se ha de reafirmar que dentro del programa Socioepistemológico se tiene como tesis, la idea de incluir lo olvidado, es decir, no se debe olvidar el conocimiento de la gente, quien es la constructora del conocimiento matemático en situaciones específicas. Cabe resaltar que no descartamos que con este estudio se identifiquen elementos que puedan llevar a una reflexión y resignificar los constructos que se plantean en el programa.

En cuanto a la disciplina como tal, el estudio pretende ser un referente que detalle la forma y los aspectos relevantes del estudio de las matemáticas fuera de la escuela. Y cómo dentro de la disciplina un objetivo que todos comparten es la intención de afectar el aula, este trabajo se concibe como una referencia para poder "llevar" al aula de clases un conocimiento matemático funcional obtenido del cotidiano de la gente.

Capítulo 2. Aspectos teóricos para la investigación

En este capítulo se exhiben constructos de la Teoría Socioepistemología que dan sustento a la investigación. Uno de ellos, es la construcción social de conocimiento matemático, permitiendo así, cuestionar la función social de la matemática, en lugar de la matemática misma (Cordero, 2016).

También se plasman las bases sobre lo que se estará entendiendo por Cotidiano y Matemática Funcional, constructos en el seno de un programa Socioepistemológico. Para ello, se presentará un ejemplo donde, se rescata un conocimiento matemático desde la observación de una comunidad de conocimiento de ingenieros químicos industriales hasta, la elaboración de una situación de aprendizaje para una comunidad específica acorde a la que se observó.

Por último, se presentan los aspectos teóricos, específicos, que se pusieron en juego, para construir los elementos metodológicos que permitieron un análisis profundo de aquellas perspectivas teóricas que consideran desde su postura conceptos como el cotidiano o las matemáticas fuera de la escuela.

2.1. La construcción social de conocimiento matemático. Una propuesta para trastocar al dME

El discurso matemático escolar

Al hablar de educación, de manera general se entiende que, debe acercar al ciudadano a su realidad, sin embargo, esto no suele ocurrir verdaderamente en las aulas de clase, es decir, a pesar de que la epistemología de la matemática tiene un fuerte vínculo con la realidad, esto no sucede con la matemática escolar pues está desvinculada de la realidad (Cordero, 2016).

Ante la problemática, donde lo escolar y la realidad se han considerado dos entes separados y ajenos, la Teoría Socioepistemológica ha caracterizado al agente causante de dicha separación, al cual se ha denominado el *discurso Matemático Escolar (dME)*. En Cordero, et al (2015), se expresa que debido a que no se considera a la gente en la enseñanza aprendizaje, es que se ha creado un discurso matemático escolar, el cual genera tres fenómenos, la adherencia, la opacidad y la exclusión[1].

En específico, este trabajo no pretende dar respuesta explícita a ninguno de los tres fenómenos antes mencionados, sino que atiende la problemática del olvido del conocimiento del otro, al estudiar un conocimiento matemático no escolar, privilegiando así a los objetos matemáticos (Cordero, 2016).

Por otro lado, el discurso matemático escolar, se puede ver reflejado en los programas de estudio, en los currículos y en los modelos educativos, generando así una epistemología dominante (Cordero, et al 2015).

Las citas anteriores, dejan ver que una de las problemáticas claras que existe en la enseñanza aprendizaje de la matemática es la *no vinculación de la realidad* con la matemática que se enseña en las aulas de clase. Pareciera ser trivial esta problemática, es decir, se puede llegar a pensar que bastaría con enseñar aplicaciones, o colocarle un contexto a la matemática escolar, sin embargo, haciendo este tipo de estrategias no se trastoca el dME, la matemática escolar permanece fija, y por ende adherente a una epistemología dominante que está centrada en el objeto matemático.

Ese dME no trastocado afecta a estudiantes y profesores, ya que sus interacciones en el aula de clases, son normadas y reguladas por este discurso (vertical), pues este determina (sin reciprocidad y sin entorno) qué se debe enseñar, cómo se debe enseñar, genera los consensos, se privilegian ciertas explicaciones, contenidos y ejemplos, esto ocasiona una limitación o demerita las experiencias que los estudiantes tienen, (Cantoral, 2013).

[1] Para ahondar más aspectos sobre este constructo que caracteriza la problemática fundamental de un Programa Socioepistemológico, véase el libro de Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto (2015).

En la Figura 2.1, se presentan ciertos aspectos relevantes que permiten caracterizar a las dos epistemologías; una perteneciente al discurso Matemático Escolar (dME) y la otra, perteneciente a la Construcción Social de Conocimiento Matemático (CSCM), la cual se propone desde la teoría socioepistemológica para afectar las prácticas del aula (Soto 2014; Cordero et al, 2015).

dME	CSCM
Hegemonía	Pluralidad Epistemológica
Utilidad	Funcionalidad
Centración en objetos matemáticos	Centración en prácticas sociales
Sin marcos de Referencia	Transversalidad
Continuidad y linealidad del conocimiento matemático	Desarrollo de usos del conocimiento matemático

Figura 2.1. Categorías del dME y de la CSCM, (Soto ,2014, p. 77; Cordero, et al, 2015, p. 69).

Los aspectos que se presentan permiten tener un referente hacia donde apuntar una propuesta para afectar el aula donde se enfoque la atención en la *Construcción Social de Conocimiento Matemático*, (Cantoral 2013; Soto 2014; Cordero, en prensa).

Esto permite reconocer dos epistemologías, que no dialogan, es por ello que se propone confrontarlas a través del Rediseño del discurso Matemático Escolar (RdME) (Cordero, et al, 2015).

Así, la propuesta desde la Socioepistemología es el RdME, a través de CSCM, esto último permite el reconocimiento de otras epistemologías que se encuentran ausentes en las aulas de clase, estas son las de la gente organizada en comunidades. Por tanto, se han realizado estudios en este sentido que permitan rescatar esas epistemologías o esos usos del conocimiento matemático; ver por ejemplo trabajos de Gómez (2015), Méndez (2015), Parra (2015), Pérez (2012), Torres (2013), Tuyub (2008), o Zaldívar (2014).

El RdME se construye en función de la descentración de los objetos matemáticos, ya que es la epistemología dominante en la escuela, en su lugar se deben ofrecer otros marcos de referencia que permitan la resignificación del conocimiento matemático, donde:

> "La resignificación será la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, o sea, será el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su *funcionamiento* y *forma* de acorde con lo que organizan los participantes" (Cordero, 2008, p.293).

En la misma línea, Cantoral (2013) afirma que el RdME va más allá de la elaboración de una nueva currícula y de unidades temáticas de enseñanza; es decir, el cambio debe ser más profundo: la propuesta es hacer un cambio en la mirada sobre la educación matemática, donde hay que transitar de un programa clásico a un programa alternativo[2].

Es pertinente resaltar que la propuesta sobre el RdME, no es un trabajo trivial y no basta con hacer una sola investigación, sino que se requiere muchos estudios al respecto. En Cordero, Gómez y Viramontes (2009), se ha considerado que el RdME debe ser parte de un Programa Permanente que permita a los docentes y estudiantes, trastocar la matemática escolar y generar variantes del dME.

Así, dentro de dicho programa permanente y considerando que el RdME debe ofrecer otra mirada diferente a la centración de conceptos matemáticos, se propone la construcción de Marcos de Referencia (MR) a partir de estudios que rescatan el conocimiento matemático de la gente organizada en comunidades de conocimiento.

[2]Para profundizar sobre los aspectos de estos dos programas, el clásico y el alternativo, ver Cantoral (2013), página 34.

Estos MR que se proponen son en oposición a la centración en el objeto matemático y con la finalidad de favorecer una pluralidad epistemológica, los cuales se caracterizan como sigue:

> Se propone otro marco de referencia (MR) enfocado a lo que pudiera ser el conocimiento institucional cuya base es la manifestación de sus usos en el discurso matemático escolar U(CM), en otros dominios y en el cotidiano, donde se resignifican (Res) al debatir entre sus funcionamientos (Fu) y sus formas (Fo) al paso de la vivencia escolar, del trabajo y de la ciudad. En ese sentido lo institucional será aquello que hace que la categoría de conocimiento matemático ζ(CM) se desarrolle y permanezca, se acepte como producto material social que tenemos que enseñar y aprender, (Cordero, 2016, p.11)

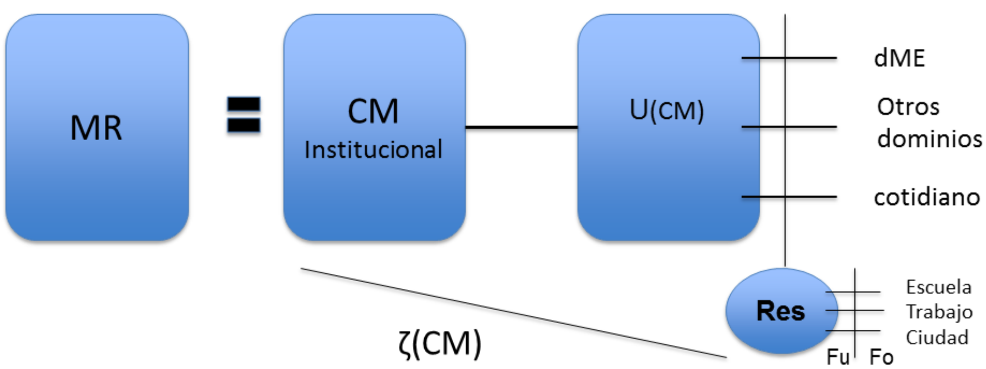


Figura 2.2. Construcción de marcos de referencia, Cordero (2016).

Por tanto, en este trabajo al realizar la distinción entre los constructos del *Cotidiano* y *Matemática Funcional* de los propuestos por otras perspectivas teóricas para caracterizar un conocimiento matemático no escolar, tiene la intención de aportar elementos para el RdME, en específico mostrando que desde la perspectiva del programa socioepistemológico se propone algo diferente para trastocar la matemática escolar, que justamente está en la creación de MR que expresen conocimientos funcionales, dentro de un programa permanente.

2.2. El Cotidiano y la Matemática Funcional

Como se ha hecho explícito el objetivo de esta investigación es realizar una distinción de los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional,* entre perspectivas teóricas de la disciplina. Con esto queremos establecer el estatus de esos constructos en el Programa Socioepistemológico, el cual se ha hecho referencia en esta investigación.

Por tanto, es importante mostrar la postura que se trabaja desde el progama mencionado: cuáles son las concepciones ontológicas y epistemológicas que subyacen al planteamiento, qué filosofía lo rige, también, cómo se ejemplifica el cotidiano y la matemática funcional, así como a partir de este se pretende incidir en el aula de clases de matemáticas.

En primera instancia, por sí mismo, la palabra "cotidiano" puede significar diversas cosas, desde una actividad que se realiza con frecuencia, algo que sucede comúnmente, también es usado para hacer referencia a un escenario que nada tiene que ver con la escuela o el trabajo. Dicha caracterización común, deja abiertas muchas posibilidades sobre las prácticas o actividades que ahí tienen lugar. También suele considerarse como un lugar y resulta algo ambiguo, ya que pareciera que todos los individuos pertenecen a las mismas comunidades, que no existen distinciones y que todos realizan las mismas actividades con el mismo fin. Sin embargo, éstas son caracterizaciones desde la palabra misma de "cotidiano", las cuales no son las que persigue el Programa Socioepistemológico.

Cabe mencionar que desde los inicios de la formulación del programa Socioepistemológico, se tuvo la necesidad de proponer un constructo para caracterizar el conocimiento del "*cotidiano*" de la gente y la matemática que es usada por los individuos organizados en comunidades. Se reconocen las comunidades, en tanto su conocimiento matemático, y se asume que existen múltiples comunidades que se organizan para desenvolverse en su vida, y cada una es diferente y tiene sus conocimientos propios y particulares que conviene rescatar.

En Gómez, (2009), se afirma que las explicaciones que tienen lugar en el *Cotidiano*, dependen del contexto, de la cultura y de los usos, así se reconoce que existe una diferencia entre las realidades de dos personas una de clase baja contra otra de clase alta, esto ocasiona que sus conocimientos también sean diferentes, por tanto, el conocimiento funcional para unos no lo es para todos.

Lo anterior, da cuenta de la particularidad, localidad, intimidad y especificidad del conocimiento para las personas, es decir, cada persona inmersa en una comunidad desarrollará un uso de conocimiento a lo largo de su historia, acorde a su cultura y cosmovisión, sin embargo, ese mismo conocimiento puede no ser de importancia o relevancia para otra comunidad cuya cosmovisión y cultura son diferentes. Así, se reconoce la existencia de una pluralidad de usos del conocimiento matemático, anclados a diversas comunidades que se encargan de darle un uso, darle vida y hacer que permanezca a lo largo de su historia.

Por su parte, Zaldívar (2009, 2014), expresa que el cotidiano no corresponde a un conjunto de hechos, o a contextos de significación relativos a los conocimientos previos de los estudiantes, sino que corresponde a una categoría que hace referencia a un conocimiento legítimo anclado a un escenario y a una situación específica. Este conocimiento es funcional y para caracterizarlo se propone un mecanismo de Mantenimiento de Rutinas y de Crisis, dejando ver las argumentaciones expresadas y los sistemas de usos en un escenario de conocimiento no escolar. Estas "rutinas" tienen la característica que se repiten y se mantienen, pero también se transforman a lo largo de la historia de la comunidad.

En cuanto al conocimiento que se encuentra en el cotidiano, se le ha dado el carácter de Matemática Funcional,

> "la cual sus usos son resignificados en situaciones específicas donde la mayoría de las veces la matemática no es el objeto de estudio, sino más bien, para la matemática educativa, el objeto de estudio es la transversalidad de los usos del conocimiento matemático en los diferentes

escenarios: la escuela, el trabajo y la ciudad. En ese tránsito los usos son resignificados" (Cordero, 2016, p. 2).

Por otro lado, en López (2012), se explica que el conocimiento escolar (acabado y utilitario), únicamente es afectado por el conocimiento matemático, el cual tiene como características que es un conocimiento continuo y sistematizado. También se reconoce la propuesta de que el conocimiento escolar debe afectar al cotidiano, situación que no ocurre (ver ejemplos en el capítulo 1). Así, dentro de la Teoría Socioepistemológica se propone la reciprocidad del conocimiento del Cotidiano y el conocimiento de la matemática escolar, a partir de la caracterización y estudio del conocimiento matemático del cotidiano, la cual se concibe como el RdME.

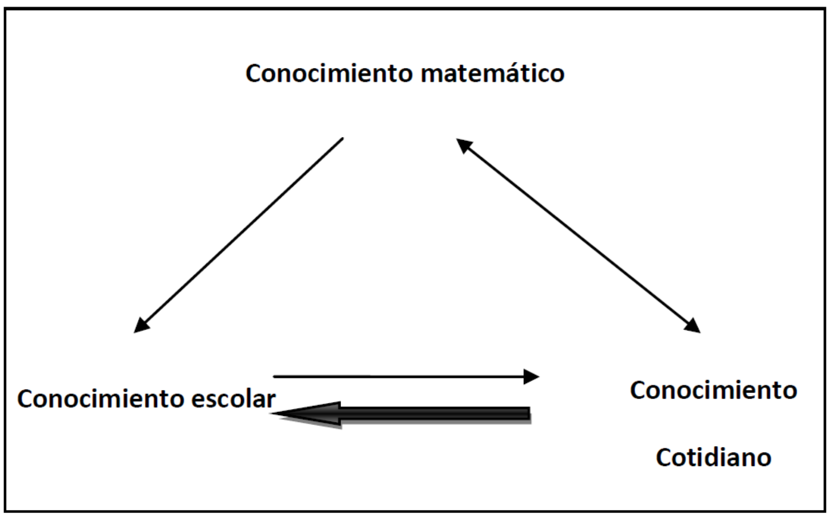


Figura 2.3. Relación entre los conocimientos matemáticos (López 2012, p. 7).

De este modo, en el programa socioepistemológico se pretende estudiar y caracterizar el conocimiento del cotidiano, expresado en argumentaciones y resignificaciones, para recuperar los elementos que permitan la conformación de epistemologías del uso del conocimiento matemático, y que a su vez sean los marcos de referencia para el RdME. Con esos marcos se propone afectar el aula de clases con un conocimiento funcional desde el cotidiano (Cordero et al, 2015).

Esto nos lleva a formular la noción del *Cotidiano* para este trabajo de la siguiente manera, que permita concebir desde el conocimiento funcional rescatado de la comunidad, hasta la conformación de una propuesta para afectar el aula de clases de matemáticas.

Pensando en el RdME, es que tiene lugar el estudio de la matemática funcional en el cotidiano, al cual se le ha denominado Cotidiano con Adjetivo porque depende de la Comunidad de Conocimiento [3]en donde se desarrolle dicha matemática funcional (Cordero, 2016). Con la intencionalidad de crear Marcos de Referencia que den la pauta para la generar epistemologías de usos y con ello poder diseñar situaciones de aprendizaje para el aula. Cabe resaltar que también se tiene presente a la Comunidad de Conocimiento a la que se dirige la situación, pensando en los niveles educativos o en las es especificidades de una carrera, por ejemplo, Suarez (2014), a partir de la categoría de conocimiento Modelación-Graficación, es que configura ciertos experimentos para estudiantes de bachillerato donde la gráfica se inserta como la principal herramienta para obtener ciertas argumentaciones. Por otro lado, en Pérez-Oxté (2015) se retoma la epistemología propuesta por Torres (2013) para configurar una situación de aprendizaje dirigida a estudiantes en formación de la carrera de Ingeniería Química Industrial del estado de Yucatán, (ver Figura 2.4).

Conviene aclarar que en el trabajo se estará entendiendo Situación de aprendizaje (hacer funcional el conocimiento matemático) como se caracteriza en Pérez-Oxté (2015), se precisa de la problematización del saber matemático (resignificación de usos), en el sentido de que surjan elementos para construir una epistemología de usos del conocimiento matemático propia a una CCM específica. Por otro lado debe expresar la funcionalidad del conocimiento matemático, logrando así una descentración del objeto matemático.

[3] Comunidad de Conocimiento Matemático (CCM), "No cualquier conjunto de personas juntas componen una comunidad. Se debe distinguir a la comunidad de conocimiento de la individualidad, de lo público y de la universalidad o de lo cosmopolita. En ese sentido reconocemos tres elementos: Reciprocidad, intimidad y localidad… estos tres elementos permiten identificar lo propio de la comunidad" (Cordero, Méndez, Parra y Pérez, 2014, p. 73).

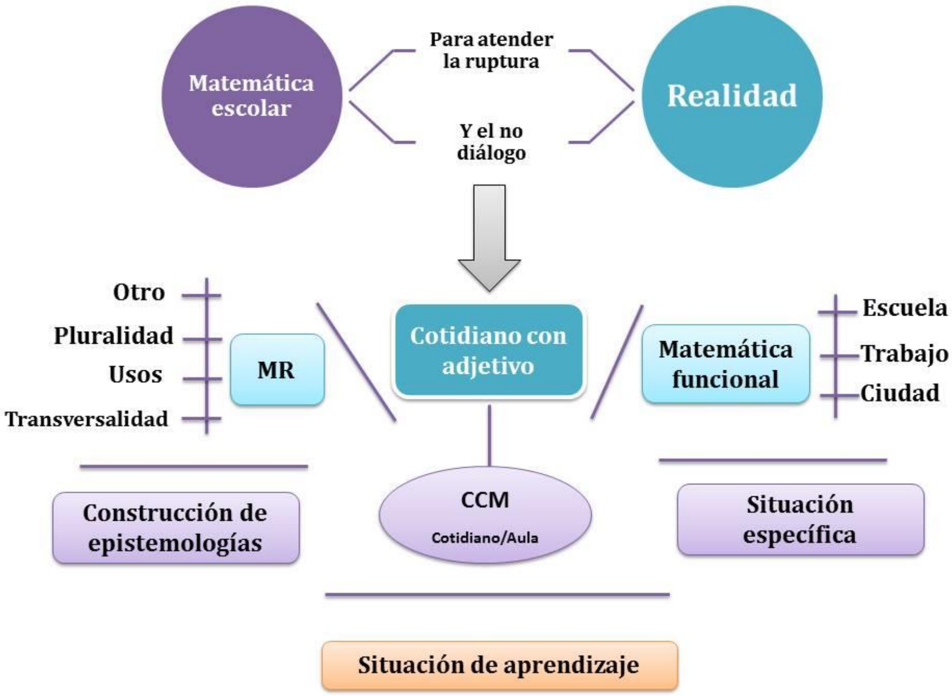


Figura 2.4. El cotidiano con adjetivo para afectar el aula de matemáticas

Por tanto, en este trabajo la distinción a realizar de los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional*, incluye desde la caracterización y observación de un conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela, hasta las propuestas que se generan para afectar el aula.

Un ejemplo. Del cotidiano de un Ingeniero Químico Industrial para el aula de matemáticas de Ingenieros Químicos en Formación

En la sección anterior, se expuso la postura adoptada en esta investigación con respecto al *Cotidiano*, a la *Matemática Funcional*, y a la *Situación de Aprendizaje*. Por tanto para realizar el contraste y distinción en este trabajo, precisamos de un ejemplo que deja ver el tránsito que se esquematiza en la Figura 2.4; es decir, desde el rescate de un conocimiento matemático fuera de la escuela, hasta la propuesta para afectar el aula.

El ejemplo, será presentado en dos partes, primero el rescate del conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela y cómo este es retomado para generar una Situación de Aprendizaje, estas dos partes son extraídas de los trabajos de Torres (2013) y de Pérez-Oxté (2015).

En primera instancia, el trabajo de Torres (2013), consistió en identificar y caracterizar los usos de conocimiento matemático de una Comunidad de Conocimiento Matemático de Ingenieros Químicos Industriales (CCM(IQI)) del Estado de Yucatán, en un escenario del trabajo y ante una situación específica, la cual consistía de anticipar posibles fallas de un transformador eléctrico.

En ese entorno, tiene lugar el uso de la gráfica en el trabajo de la CCM(IQI), que desde la óptica del Programa Socioepistemológico, ellos usan la Simultaneidad de derivadas y la estabilidad en dos niveles, global y local. Permitiendo, aportar elementos para la construcción de un marco de referencia centrado en los usos que apoye el RdME desde y con el ingeniero.

Para poder obtener la información con respecto a los usos de conocimiento matemático, Torres (2013), realizó un estudio etnográfico en la comunidad para poder observar sus usos de conocimiento matemático. Ahí, centró la atención en una situación específica, la observación y medición de gases en un transformador con la intención de realizar un diagnóstico del mismo, para los cuales ellos tienen ya un protocolo que les permite dicho diagnóstico.

En la Figura 2.5, se puede apreciar la caracterización de la Comunidad de Conocimiento a través del Modelo (Cordero, 2016), exhibiendo los elementos correspondientes a los ejes del modelo que rigen, la identidad y la institucionalización.

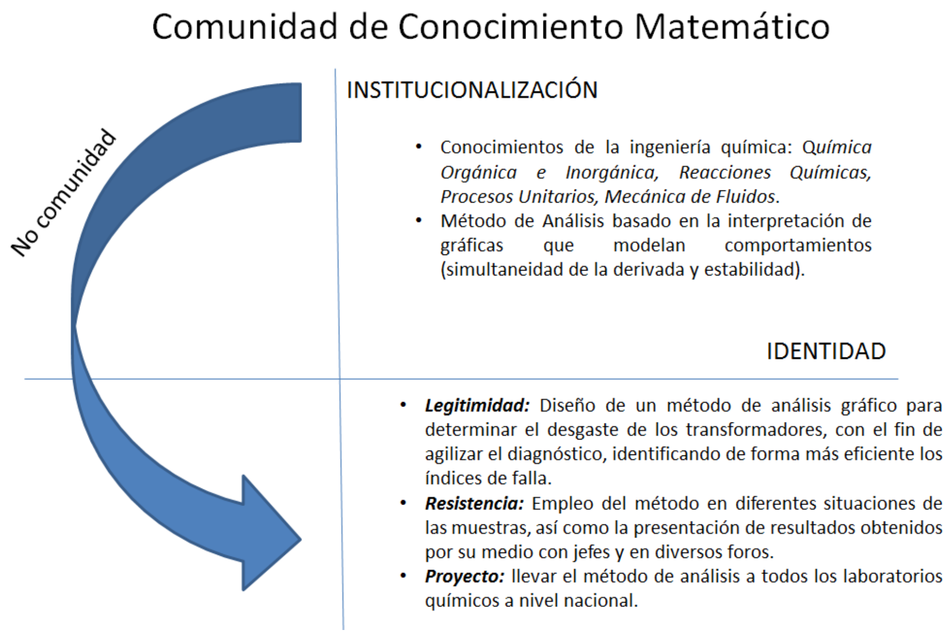


Figura 2.5. Comunidad de Conocimiento Matemático de Ingenieros Químicos Industriales, tomado de Torres (2013), p. 71.

En lo que corresponde a la Figura 2.6, se presentan los elementos importantes que se rescatan de la comunidad, es decir, su *reciprocidad, intimidad y localidad*, propios de la CCM(IQI).

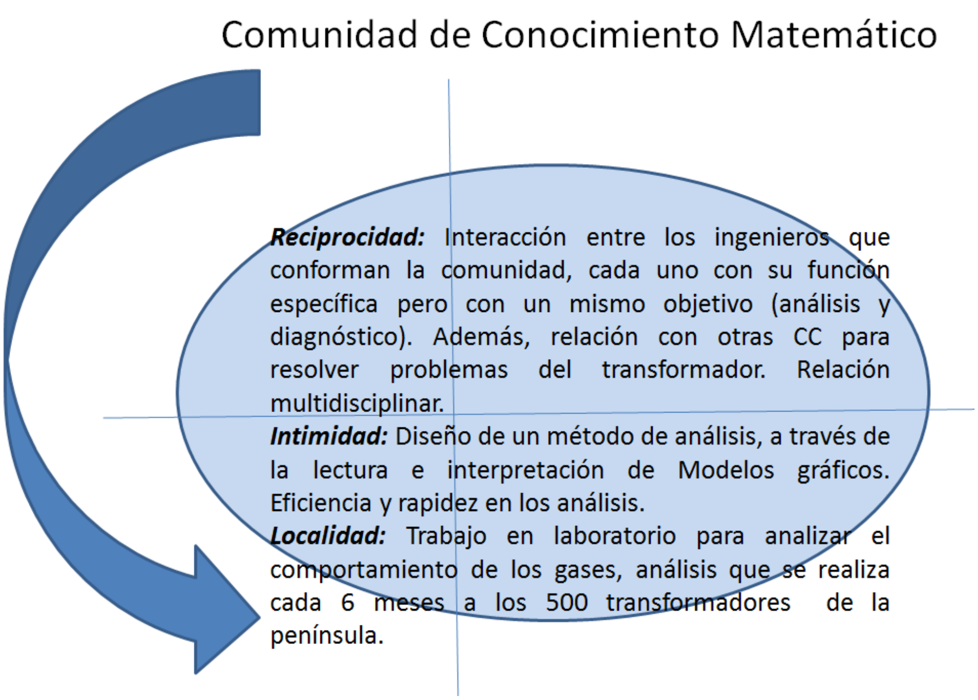


Figura 2.6. Elementos propios a la CCM(IQ), Torres (2013), p.77

Los elementos descritos en las Figuras, 2.5 y 2.6, permiten entender el conocimiento del cotidiano en el escenario del trabajo y en una situación específica de la comunidad a la cual se observó, así como también poder ser profundos en la caracterización de la matemática funcional propia y desarrollada por esa comunidad para un fin intrínseco de su realidad.

De esta forma, en la Figura 2.7, se presentan las gráficas que se obtuvieron de la observación del quehacer del IQI. Estas son un referente para el diagnóstico de los transformadores eléctricos.

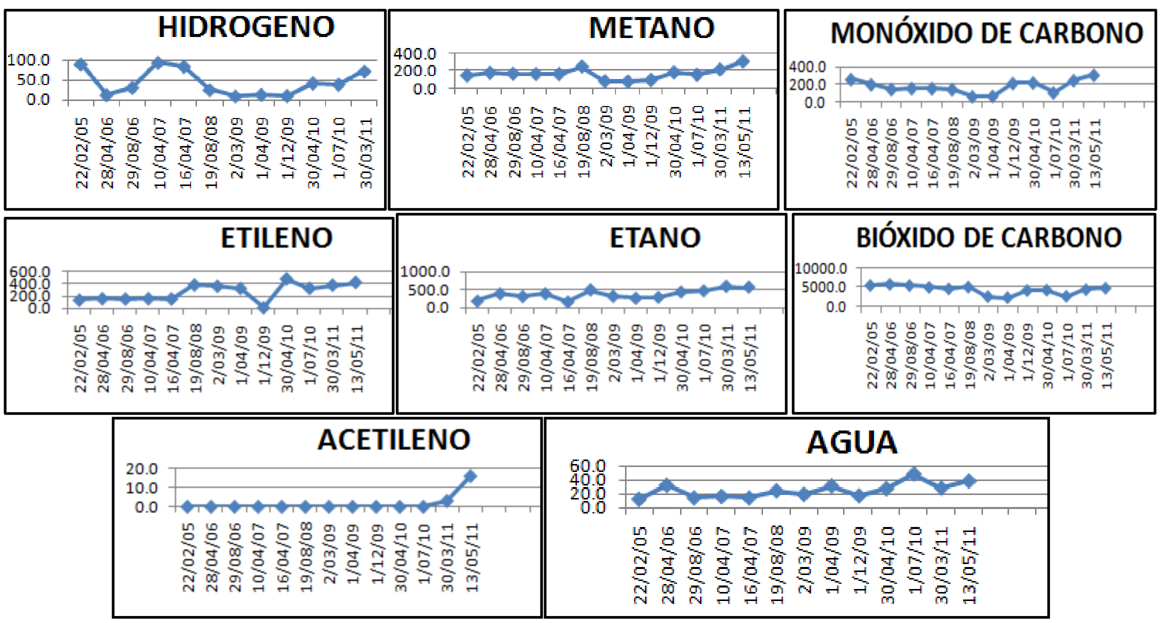


Figura 2.7. Ejemplos de modelos gráficos usados por el IQI, extraído de Torres (2013), p. 85.

Lo importante para el trabajo que desarrollamos a lo largo de este escrito, es la perspectiva del Programa Socioepistemológico sobre el cotidiano y el conocimiento matemático funcional, así rescatamos los elementos que Torres (2013), exhibe como el conocimiento funcional de la comunidad.

Torres (2013), enfatiza que el uso del conocimiento matemático de la comunidad observada, está en las siguientes categorías: en el uso de las gráficas, en la observación de variaciones, en la categoría del comportamiento tendencial [4]de las funciones, la modelación-graficación y la predicción. Todos estos elementos son parte intrínseca y esencial para el trabajo de los ingenieros químicos industriales. Además, se observó la simultaneidad de derivadas como un elemento que se puede incluir en la categoría modelación-graficación, como un proceso de la predicción.

Lo observado por Torres, en la comunidad de ingenieros químicos, es un claro ejemplo de lo que se planteó en el apartado anterior, donde se afirmó que en el programa la centración no está en los objetos matemáticos, sino en los usos del conocimiento matemático en una situación específica por parte de la comunidad.

La relevancia del hecho consiste en que vislumbra un punto de inflexión en el desarrollo disciplinar de la matemática educativa; la cuestión es *qué conocimiento matemático* y no *qué es el conocimiento matemático* (Cordero, 2016). Lo que nos ha llevado a definir el *programa* en cuestión: nos interesa estudiar cómo usa la gente su conocimiento del cotidiano, así como también nos permite reconocer una pluralidad epistemológica de la matemática.

En la misma línea, en el trabajo de Torres (2013), la pregunta no estuvo en términos sobre si usan la función lineal, si usan ecuaciones, o si usan la parábola, es decir la postura no es ir al cotidiano a ver qué matemática escolar vive ahí, sino más bien, reconocer la pluralidad y el rescate del conocimiento funcional que han construido a lo largo de su historia, y que día con día por su quehacer es legitimado y transformado.

Por su parte, Pérez-Oxté (2015) retoma la epistemología obtenida y propuesta por Torres (2013) con la intención de generar una situación de aprendizaje que rescate los usos de conocimiento matemático y exprese la funcionalidad del mismo, con la finalidad de incluir ese conocimiento funcional en el aula con una comunidad de

[4]"El comportamiento tendencial de las funciones (ctf) es un argumento que establece relaciones entre funciones y está compuesto de una colección coordinada de conceptos y se da en situaciones del Cálculo donde se discuten aspectos globales de variación" (Cordero, 1998, p.56).

Ingenieros Químicos Industriales en Formación pertenecientes a la Universidad Autónoma del estado de Yucatán.

Un primer aspecto que Pérez-Oxté considera para la situación de aprendizaje, es cuestionarse ¿qué problematiza o resignifica la CCM(IQI)?, para ello resultó crucial el desarrollo de usos de conocimiento matemático, y la resignificación de la gráfica en el diagnóstico del transformador eléctrico en el escenario del trabajo.

El cuestionarse sobre los usos desencadenó el reconocimiento de tres momentos del uso de la gráfica, en la Figura 2.7, se muestran dichos momentos, y los elementos clave que se consideran para la situación de aprendizaje, que son, el tipo de argumentación a generar, los funcionamientos ($\mathcal{Fu}$) y formas ($\mathcal{Fo}$).[5]

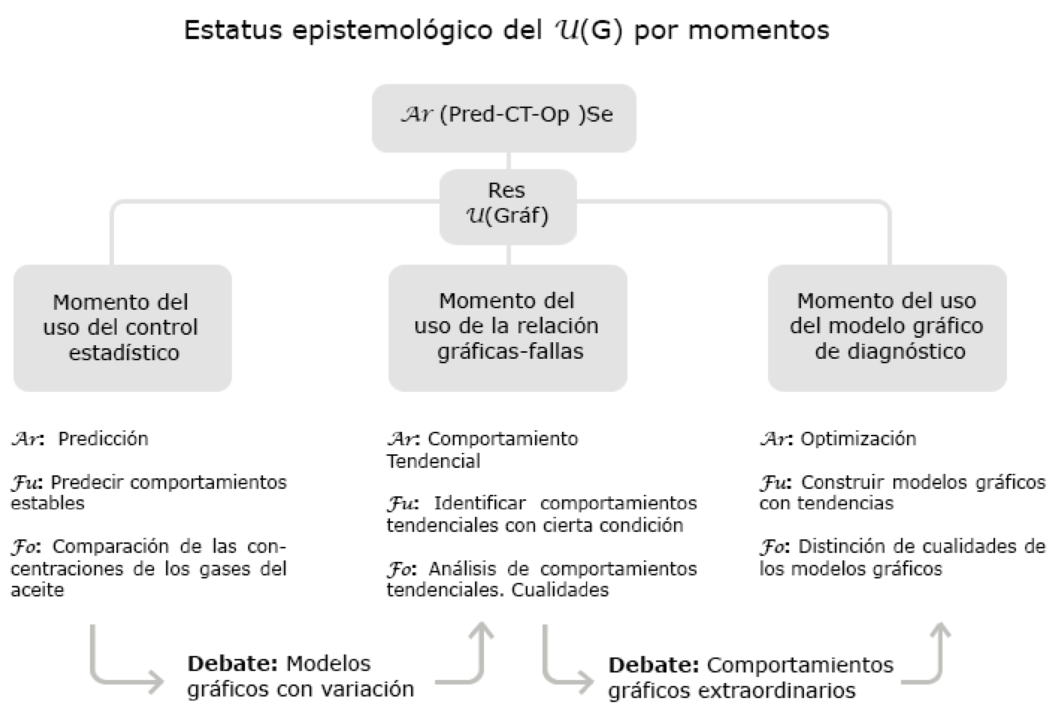


Figura 2.7. Estatus epistemológico de uso de la gráfica, tomada de Pérez-Oxté (2015), p. 40.

Adicional a las argumentaciones generadas, se resignificó a la luz de la comunidad de conocimiento de Ingenieros Químicos Industriales, la epistemología de usos de lo

[5] Para ahondar más en estos constructos véase Cordero y Flores (2007).

matemático propuesto en Cordero (2008) y Del Valle (2015). Esta resignificación fue a la luz de lo propio y lo funcional en la comunidad (Ver Figura 2.8).

	SITUACIONES		
Elementos de construcción	Variación	Transformación	Selección
Significaciones	Estado permanente de concentración de gases	Patrones de comportamientos gráficos	Patrones de adaptación gráficos
Procedimientos	Identificación y comparación de las concentraciones de gases	Variación de parámetros en modelos gráficos	Distinción de cualidades en modelos gráficos
Instrumento útil al humano	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Lo estable en comportamientos de las concentraciones de los gases
Argumentación	**Predicción del estado de un transformador eléctrico**	**Comportamiento tendencial en los modelos gráficos**	**Optimización de modelos gráficos**

Figura 2.8. Epistemología del uso de la gráfica de una CCM](IQI) en formación, Pérez-Oxté 2015), p. 43).

La conjunción de todo lo anterior permitió el diseño de una situación de aprendizaje, donde se puso en juego la funcionalidad del conocimiento matemático, dirigida a una Comunidad de Conocimiento Matemático de Ingenieros Químicos Industriales en Formación, misma que se exhibe en la Figura 2.9.

LO MATEMÁTICO EN EL USO DE MODELOS GRÁFICOS DE CONCENTRACIONES DE GASES DE UN TRANSFORMADOR ELÉCTRICO

Introducción. Un grupo de ingenieros químicos industriales son encargados de determinar el desgaste de transformadores eléctricos en el estado de Yucatán. Con el fin de agilizar el diagnóstico, identificando de forma más eficiente los índices de falla diseñaron un método gráfico. Para ello analizan los comportamientos de las concentraciones de los gases del aceite del transformador eléctrico.

Momento 1

Tres de los ocho gases disueltos en el aceite de un transformador eléctrico son: Hidrógeno, Etileno y Acetileno. Cada uno con diferente nivel de concentración indican fallas como son, descargas parciales, puntos calientes y arco, respectivamente. Estos gases, permiten identificar diferentes problemas que pueden ocurrir dentro de un transformador, los cuales, se pueden prevenir si se identifican los índices de fallas antes de que éstas ocurran.

1. Las siguientes gráficas muestran las concentraciones *ppm* de tres gases del aceite de un transformador eléctrico a lo largo del tiempo. Predice el estado del transformador a partir de realizar lo que se te indica a continuación.

1.1 En términos globales, describe la variación de las concentraciones de los gases en las gráficas que se muestran a continuación.

1.2 Si del año 2008 al 2009 el Etileno disminuyó de 14 ppm a 7ppm ¿Cómo

cambia la concentración del gas Etileno después del 2009?

1.3 De acuerdo al análisis de las variaciones de las concentraciones de los gases, ¿Cuál es el estado del transformador eléctrico en los últimos 5 años? Describe los aspectos que te llevaron a concluir el estado del transformador.

1.4 ¿Cuáles son las características de las gráficas que garantizan que el transformador está en buenas condiciones o no?

Figura 2.9. Primer momento de la Situación de Aprendizaje de una CCM(IQI) en formación, (Pérez-Oxté 2015, pp. 45 y 46).

En el momento presentado de la situación de aprendizaje es posible observar que lo que se pretende poner en juego, son los usos de la gráfica caracterizados en la Figura 2.8, situación que nos lleva a afirmar que el diseño no está centrado en el objeto matemático, sino en una matemática funcional propia de una Comunidad.

Es así, que en lo que corresponde a esta sección se mostró un ejemplo desde el Programa Socioepistemológico, desde la observación de los usos del conocimiento matemático funcional, hasta una propuesta para el aula, esto con la intención de que en la revisión posterior de otras perspectivas que pretendan caracterizar un conocimiento matemático fuera del aula, se pueda realizar el contraste, dependiendo de lo que exhiban, si es la caracterización, o el ejemplo en el "Cotidiano" o bien su propuesta para el aula.

2.3. Epistemología centrada en el objeto VS epistemología desde los usos del conocimiento matemático

En este apartado, se pretende exhibir algunas ideas generadas y conjuntadas en una propuesta teórico-metodológica de importancia para la investigación; es decir, dado nuestro objetivo que es distinguir los constructos de interés, se genera la hipótesis de que el aspecto principal está en la epistemología que domina y sustenta.

Es así, como en el cuadro de la Figura 2.10 se conjuntan elementos puntuales que tienen el propósito de evidenciar la centración en el objeto matemático de las diversas perspectivas que estudian un conocimiento matemático fuera del aula de clases. Para la conformación de dicho cuadro, se han retomado elementos y aspectos de las siguientes investigaciones, Cantoral (2013), Cordero, et al, (2015), Cordero y Flores (2007), López (2012), Zaldívar (2009; 2014), se construyó un cuadro (ver Figura 10) que permitió el análisis de los datos con la finalidad de obtener elementos para evidenciar la distinción de los constructos en juego.

Matemáticas fuera de la escuela en diferentes perspectivas	**Matemática Funcional (Programa Socioepistemológico)**
Usos Casuales	Usos Permanentes
Justificación Razonada	Justificación Funcional
Matemática para el Cotidiano	Matemática desde el Cotidiano
Conceptos Matemáticos	Argumentaciones de Usos
Individuo	Ser con otro/ El otro

Figura 2.10. Distinción de los constructos: Matemática no Escolar y Matemática Funcional

En cuanto a los elementos del cuadro presentado en la Figura 2.10, estaremos entendiendo lo siguiente:

En Zaldívar (2009; 2014) se caracteriza una propuesta para hacer operable la idea del Cotidiano desde el Programa Socioepistemológico a través del mecanismo de Mantenimiento de Rutinas y mantenimiento de Crisis. Donde el interés está en identificar aquel conocimiento que permanece al enfrentarse a una situación específica, es decir, aquello que es "natural" y constante en la gente al poner en uso un conocimiento matemático. Además, es necesario identificar aquellas crisis que surgen, ya que constituyen un elemento para observar constante en la práctica en cuanto al uso de conocimiento matemático.

En el párrafo anterior se especifican ciertos elementos que permiten entender los elementos del conocimiento matemático que nos interesa rescatar. Por tanto, nuestro interés no está en el uso casual de cierto conocimiento matemático, sino en aquel que permanece, ya que al permanecer en la comunidad, podemos inferir que es un elemento propio que forma parte de su cotidiano. Cabe aclarar, que ante esta postura, no se está afirmando que no se construye conocimiento matemático en tales situaciones, sino que al ser esporádicos, no permiten distinguir o caracterizar a la comunidad desde lo propio, lo local y lo íntimo.

Por otro lado, un elemento para caracterizar a los usos del conocimiento matemático en situaciones específicas, es la *Justificación Funcional* que tiene lugar, la cual se puede concebir como una categoría que "se refiere a que los mecanismos de desarrollo del uso del conocimiento en la situación específica son funcionales en contraparte de una justificación razonada, es decir, lo que norma la justificación no es una proposición lógica sino aquello que le es de utilidad a lo humano" (Cordero y Flores, 2007, p. 34).

Así, podemos afirmar que el tipo de justificación que caracteriza a la matemática funcional es una justificación basada en elementos y argumentos que reflejan que dicho conocimiento les es de utilidad en su cotidiano. En contraparte, si se resaltaran en el "cotidiano" las justificaciones, lógicas, estructuradas y formales, estaremos en un posicionamiento centrado en el objeto matemático.

La justificación razonada puede estar acompañada de la postura de encontrar la matemática escolar en el quehacer (Cotidiano) de las personas, es decir, si usan y cómo usan en sus actividades, a la función, al rectángulo, a la derivada, a la integral, a la ecuación cuadrática y lineal, etc. A la orientación anterior, le hemos denominado como "Matemática para el Cotidiano" porque no se trastoca el conocimiento de la matemática escolar. En contraparte, en el Programa Socioepistemológico se investiga cómo es que las comunidades de conocimiento construyen su conocimiento matemático; es decir, el interés es caracterizar y rescatar ese conocimiento que le es funcional a la comunidad, en lugar de ir a ver si usan la matemática escolar.

Lo anterior, deja ver dos posturas diferentes, una caracterizada por ver los conceptos matemáticos y la otra por reconocer los usos del conocimiento matemático. En Cordero, et, al (2015), se explicita que en el ámbito escolar es común darle un estatus mayor al concepto o procedimiento matemático, lo que implica una centración en los objetos matemáticos, la cual ocasiona que el foco esté en la malla conceptual que circunda o está asociada a dicho concepto o procedimiento matemático.

A continuación se presenta un ejemplo propuesto en Gómez (2009), ahí se muestra las diversas expresiones que la gente (participaron desde niños de educación básica, jóvenes hasta personas mayores) en un escenario de divulgación, expresan aspectos de la estabilidad ante una situación específica de movimiento caracterizada por gráficas tiempo-distancia que se obtenían a través de sensores de movimiento.

Conviene resaltar que el comportamiento tendencial de las funciones, es intrínseco a la gráfica, esto debido a que surge de manera natural al intentar dar una explicación a cierto fenómeno, para este ejemplo, la situación de movimiento no tenía el énfasis en encontrar la expresión analítica de la función, sino en los argumentos que emergen en la situación, (Cordero y Gómez 2010).

En la Figura 2.11, se presenta el contraste sobre la estabilidad en dos escenarios, uno que es en la escuela donde predomina el dME y el otro es en el cotidiano específicamente en un escenario de divulgación. En él se puede observar cómo en el discurso, la estabilidad está en términos de la asintoticidad, es decir, cuando $x \to \infty$. Por el contrario, en el cotidiano la estabilidad se expresa a través de elementos como, líneas, rapidez, altura, picos, tamaño, peso, anchura, regularidad, los cuales son muy diferentes a lo que dicta el dME.

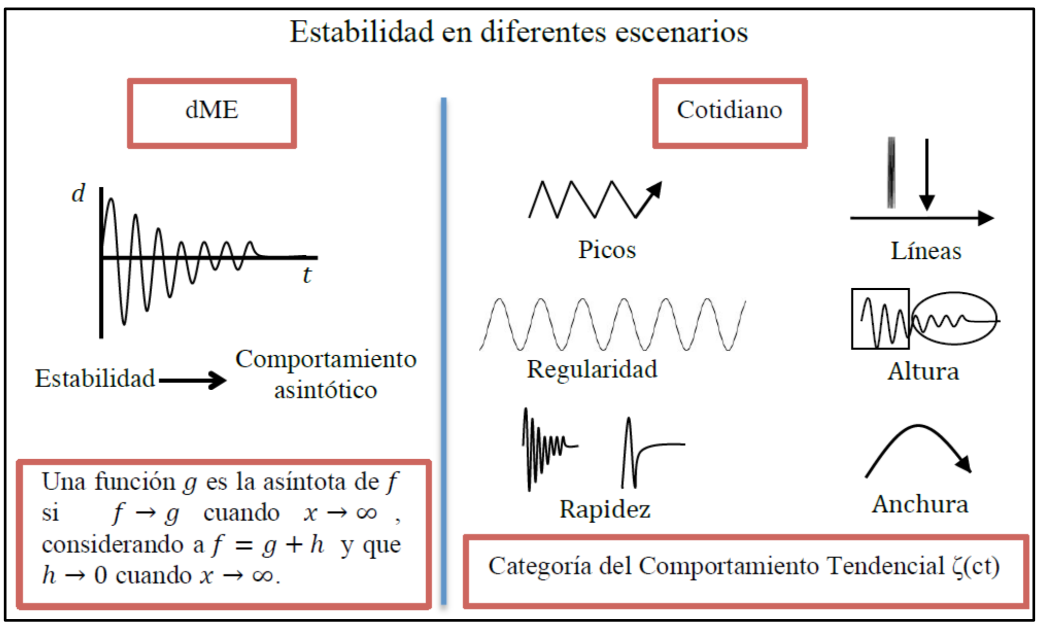


Figura 2.11. Argumentaciones sobre la estabilidad expresadas desde el cotidiano de (Cordero y Gómez 2010, p. 926)

Así, en el ejemplo se puede apreciar, cómo las personas resignifican un fenómeno de manera diferente, además que el dME olvida y soslaya dichas experiencias y argumentaciones, anteponiendo el objeto matemático como un fin. Esto es lo que lleva a la afirmación de que el cotidiano de la gente es un sujeto olvidado en la escuela, y que trabajos como el de Gómez (2009), permiten rescatarlo para la construcción de MR desde los usos del conocimiento, que provean epistemologías para el RdME.

En el ejemplo representado en la Figura 2.11, se puede ver cómo en un escenario de la escuela donde el dME dictamina qué se debe enseñar y aprender, la "necesidad" está en términos de encontrar la función, o verificar si cierta función cumple la regla o la propiedad establecida. En contraparte que en el cotidiano, las experiencias son las que influyen y determinar los argumentos para describir dicho movimiento. Esto nos conduce al planteamiento de que se puede dar que en algunas perspectivas teóricas al estudiar un conocimiento matemático no escolar, su punto de referencia sea encontrar una función, o verificar si cumple con las propiedades, o que concepto matemático están usando en cierta situación, esto es lo que estaremos catalogando como una epistemología centrada en el objeto matemático, ya que la intención es verlos en el "Cotidiano".

Dos elementos de relevancia a contrastar son los conceptos matemáticos contra los usos de conocimientos, así como el individuo en relación con el objeto matemático, contra el rescate del conocimiento del otro.

Lo anterior evidencia nuestra postura, es decir, en la teoría considera pertinente la descentración del objeto matemático, para considerar aquellas argumentaciones ($Ar(Om)_{Se}$) propias a una comunidad sobre dichos objetos matemáticos (Om), en situaciones específicas (Se). Esto tiene sentido, ya que dichas argumentaciones son la expresión de ciertas prácticas sociales (PS), que generan conocimiento matemático (CM), (ver Figura 2.12), (Cordero, 2008).

Por tanto, no se plantea la eliminación del objeto matemático sino que se propone una nueva mirada hacia otro tipo de conocimientos que por generaciones y a causa del dME han sido soslayadas y olvidadas en las aulas de clase. Esto dota de sentido el interés de saber cómo es que son consideradas las matemáticas no escolares por otras perspectivas teóricas; esto es, para conocer en donde se pone el énfasis, en rescatar el conocimiento de la gente o en continuar con el predominio del objeto matemático, a través de nexos o vinculaciones que pueden llegar a ser artificiales.

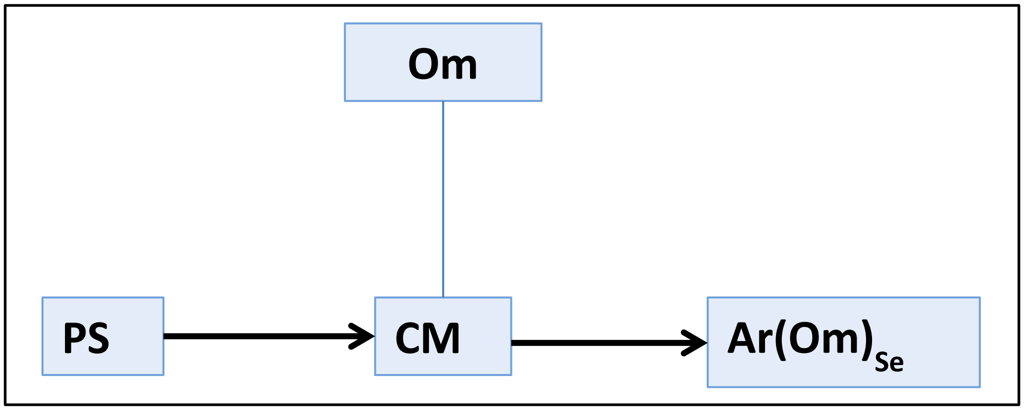


Figura 2.12. Postura ante el objeto matemático (Cordero, 2008).

Es así, que lo expuestos a lo largo de este capítulo, son considerados como sustento teórico de la investigación, permitiéndonos construir elementos para poder llevar a cabo nuestro objetivo en la investigación, distinguir, de otras teorías, los constructos *Cotidiano* y *Matemática Funcional*; que si bien, implícitamente está la distinción de posturas teóricas, permitiendo reforzar la idea de que la socioepistemología es una teoría alternativa que ofrece trastocar el conocimiento en la matemática escolar para incorporar un conocimiento funcional.

Capítulo 3. Aspectos metodológicos para la investigación

En este tercer capítulo se presentan los aspectos metodológicos que fueron considerados para poder realizar el estado de arte, el cual es un producto que ofrece este trabajo.

Para poder realizar la distinción, entre las diferentes perspectivas teóricas, de los constructos *Cotidiano y Matemática Funcional* fue necesario hacer un análisis de documentos para poder conformar el estado de arte que destaque elementos de relevancia para poder mirar algunas ideas coincidentes y otras no coincidentes con otras perspectivas teóricas.

Por otro lado, con la finalidad de ser más puntual y específico en la información a incluir en el estado de arte, se valió de dos ejes: los usos del conocimiento matemático y las resignificaciones de usos, los cuales permitieron tomar decisiones en la construcción del estado de arte.

En el primer eje, se contrastan elementos desde una postura socioepistemológica, en contraposición a la centración en los objetos matemáticos. Este eje, expresado en un cuadro (ver Figura 2.10), tiene la finalidad de analizar los ejemplos que puedan ser rescatados de cada una de las perspectivas a analizar. El segundo eje presenta una epistemología de situaciones, donde se presenta un tratamiento de lo matemático o del conocimiento del cotidiano. En este eje expresado en un cuadro (ver Figura 2.10), el énfasis está en mirar un conocimiento funcional de la matemática descentralizado del objeto matemático.

3.1. Objeto de investigación y las perspectivas a analizar

Como se ha mencionado en capítulos anteriores, el objetivo de la investigación es realizar un estudio que permita distinguir con fundamentos los constructos *Cotidiano y Matemática Funcional* de otras ideas propuestas por otras perspectivas teóricas. Así, la investigación se posiciona en las de tipo cualitativa.

Un aspecto que se considera para la investigación es referente a lo que Bowen (2009) expresa sobre las investigaciones de tipo cualitativas, las cuales requieren de técnicas robustas para la recolección de los datos a analizar, así como las decisiones que se tomaron en la realización de la investigación.

El objetivo que se persiguió en esta investigación, dictaminó que nuestro objeto de estudio posee un carácter teórico y está constituido por las caracterizaciones, ejemplos, especificaciones, y formas de operar a dicho conocimiento matemático fuera de la escuela desde otras perspectivas teóricas.

Por tanto, el medio natural para recolectar los datos a analizar en esta investigación, se recuperaron de ciertos artículos y libros publicados por los precursores de ciertas perspectivas teóricas. Es pertinente aclarar, que las perspectivas que se consideraron son de carácter sociocultural.

Sabiendo así que los datos en esta investigación estarán conformados por la información de dichos documentos, es que se consideró necesario realizar una revisión y un análisis del contenido de documentos de investigación.

Así, la metodología en la cual se apoyó la investigación es el análisis de documentos (López, 2002). Esta se caracteriza porque su énfasis está en resaltar las ideas fundamentales y la esencia propuesta por los autores, la cual es plasmada en tales documentos, además se reconoce que este método puede llegar a ser subjetivo, por lo que se recomienda cotejar la información en diversas fuentes y generar una unidad de análisis que permita guiar el trabajo para mantener una objetividad, (López, 2002).

Por su parte, Bowen (2009), menciona con respecto a esta metodología, que un punto importante a considerar en el análisis de documentos, es el proceso sistemático que se debe seguir al revisar y evaluar los documentos.

De esta manera, la propuesta para organizar y presentar toda la información, es la configuración de un estado de arte. En este se pretenden exhibir las posturas de diversas perspectivas teóricas, ante el estudio de un conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela, así como sus propuestas de como considerarlo para generar proposiciones para afectar el aula.

Los términos o constructos tomados en cuenta para la investigación son:

- Academics Mathematics
- School Mathematics
- Everyday Mathematics
- Etnomatemáticas
- Matemáticas Realistas
- Workplace Mathematics
- Household Knowledge
- Matemáticas Cotidiana

Éstos se consideran, porque los términos hacen referencia a poner cierto cuidado a las matemáticas y prácticas matemáticas fuera de la escuela con el propósito de contribuir a la enseñanza de la matemática en las aulas de clase.

3.2. Elementos para analizar las perspectivas teóricas

Para esta investigación se realizó un estado de arte, a partir de la revisión y análisis de documentos. Por tanto, es necesario hacer explícitos los elementos que se consideraron, a continuación se enlistan algunos aspectos generales:

- Autor(es) que escribe (n) el artículo o libro
- Formación del autor(es)
- Año en que se publica el artículo o libro
- Ejemplos que se proponen como un conocimiento matemático fuera de la escuela
- Caracterización del conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela

- Propuesta para afectar el aula de clases teniendo como antecedente el reconocimiento de un conocimiento matemático que está fuera de la escuela

Otro punto importante a resaltar, es que se procuró elegir artículos propios a los principales autores (pioneros) de las perspectivas teóricas.

En la investigación se reconoce que los elementos anteriores son importantes pero no revelan información para analizar. Por lo que, se coincidió con lo que Bowen (2009) expresa sobre el establecimiento de categorías que permitan a la investigación, analizar e interpretar la información y así aportar a la problemática que se atiende. Estas categorías, deben ser acordes con el objetivo de la investigación.

Dada la necesidad de analizar cada postura teórica, lo que se está entendiendo por cada constructo abordado que pretende dar cuenta de un conocimiento matemático fuera de la escuela, y la propuesta que dibujan sobre cómo visualizan el proceso que siguen para conformar iniciativas para afectar al aula de clases a partir de considerar conocimientos fuera de la escuela, es como se plantearon los siguientes cuestionamientos para orientar el análisis:

- ¿Cuáles fueron los motivos que llevaron a pensar en una matemática “fuera de la escuela”?
- ¿De qué naturaleza es el conocimiento matemático cuando se piensa “fuera de la escuela”?
- ¿A qué prácticas o actividades se refieren para caracterizar a ese conocimiento matemático?
- ¿Cuáles son los elementos que los llevan a formular propuestas para afectar al aula a partir de ese conocimiento?

Se considera pertinente resaltar, que algunos de estos datos no serán explícitos en los documentos, por lo que se tendrá que realizar inferencias. Por otro lado, reconocemos la diversidad y variabilidad en los estilos de escritura y en los propósitos de las publicaciones, por lo que no todas las perspectivas documentadas cubren todos los puntos antes mencionados, sin embargo, se consideran extraer elementos que sean pertinentes para el estado de arte.

Los elementos presentados en párrafos anteriores, son de carácter general, y para poder ser más finos en la extracción y análisis de la información, es que se proponen elementos de corte socioepistemológico para tratar la información. Estos tienen el objetivo de mostrar un contraste entre dos diferentes epistemologías de conocimiento matemático Y otro cuadro que se construyó desde el Programa Socioepistemológico donde se evidencian situaciones que pueden conformar categorías del conocimiento matemático provenientes de las experiencias desde comunidades de conocimiento.

Epistemología centrada en el objeto VS Epistemología de los usos del conocimiento matemático

Como se ha declarado en la primera sección de este capítulo la investigación que se reporta es de tipo cualitativa. Una de las contras de este tipo de investigación es que pueden ser subjetivas. Teniendo en cuenta esto, es que se pretende usar los siguientes dos cuadros (ver figura 3.1 y 3.2) que han sido configurados desde la Teoría Socioepistemológica.

Esto además de ayudar a limar la subjetividad, conforma para este trabajo una unidad de análisis para realizar la distinción entre los constructos, de tal suerte que se pueda evidenciar la distinción con las otras perspectivas.

Así, el primer cuadro es acorde a la hipótesis de la investigación que se planteó en el primer capítulo, es decir, que un elemento importante para la investigación es la epistemología en la que se sustentan las diferentes propuestas de las Matemáticas fuera de la escuela. En particular se presume que el *Cotidiano* y por ende la *Matemática Funcional* que se trabaja en el Programa Socioepistemológico, están basados en una epistemología basada en los usos de conocimiento. En contraparte a las otras caracterizaciones del "Cotidiano" cuya epistemología está centrada en el objeto matemático.

El cuadro presentado en la Figura 3.1, pretende realizar un contraste entre dos epistemologías, una centrada en el objeto matemático y la otra desde los usos del conocimiento matemático. Para la conformación de dicho cuadro, se han retomado elementos y aspectos de las siguientes investigaciones, Cantoral (2013), Cordero, et al, (2015), Cordero y Flores (2007), López (2012), Zaldívar (2009; 2014). Este cuadro tiene la intención de guiar el análisis de los datos, para luego marcar las diferencias entre los constructos.

Matemáticas fuera de la escuela en diferentes perspectivas	**Matemática Funcional (Programa Socioepistemológico)**
Usos Casuales	Usos Permanentes
Justificación Razonada	Justificación Funcional
Matemática para el Cotidiano	Matemática desde el Cotidiano
Conceptos Matemáticos	Argumentaciones de Usos
Individuo	Ser con otro/ El otro

Figura 3.1. Distinción de los constructos: Matemática fuera de la escuela y Matemática Funcional

Cabe resaltar que se es consciente que a lo mejor una perspectiva no va a tener todos los elementos ilustrados en la primera columna de la tabla. Por otro lado, la información de la Figura 3.1, únicamente nos permite esclarecer elementos de tipo teóricos sobre la visión y la perspectiva, sin embargo precisamos de otros elementos que nos permitan distinguir el conocimiento matemático que discuten las demás perspectivas con respecto a lo que desde el programa socioepistemológico ponemos en juego.

De esta manera, surge la necesidad de hacer uso de la Figura 3.2.

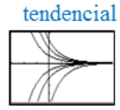
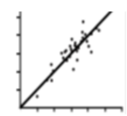
	SITUACIONES			
CONSTRUCCIÓN DE LO MATEMÁTICO	**VARIACIÓN**	**TRANSFORMACIÓN**	**APROXIMACIÓN**	**SELECCIÓN**
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Límite Derivación Integración Convergencia	Patrón de adaptación
Procedimientos	Comparación de dos Estados $f(x+h)-f(x)=\alpha h$ $\alpha=f'(x)$	Variación de parámetros $y=Af(Bx+C)+D$	Operaciones lógico formales (cociente) $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$	Distinción de cualidades
Instrumentos	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analíticas	Lo estable
Argumentación	Predicción $E_0+Variación=E_f$	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones $f(x+h)=f(x)+f'(x)h+f''(x)\frac{h^2}{2}+\ldots$	Optimización 

Figura 3.2. Cuadro socioepistemológico de situaciones que ilustran lo matemático (Cordero, 2008, p 282; Del Valle, 2015, p. 84).

En la Figura 3.2, se presenta el cuadro de situaciones de variación, transformación, aproximación y selección con énfasis en las argumentaciones que se generan. Importa mirar los elementos de construcción para hablar de lo matemático, según se consideran desde el Programa Socioepistemológico que contribuyen hacia una Matemática Funcional, y que adquieren significado en comunidades de conocimiento matemático. Es decir, la parte medular es mostrar la coherencia que desde la teoría socioepistemológica se está entendiendo por el "Cotidiano" en tanto se concibe como un conocimiento funcional y que muchas de las veces ha sido olvidado en el aula de clases.

Con lo anterior, se pone de manifiesto que el énfasis no está en la centración del objeto matemático pero sí en rescatar, en la escuela el conocimiento funcional de situaciones específicas que suceden en comunidades de conocimiento matemático. De esta manera, importan las *significaciones,* los *procedimientos* y los *instrumentos* que generan *argumentaciones* como la predicción, el comportamiento tendencial, la analiticidad de las funciones o la optimización.

En la siguiente Figura 3.3, se esquematizan las acciones llevadas a cabo para conformar el estado de arte.

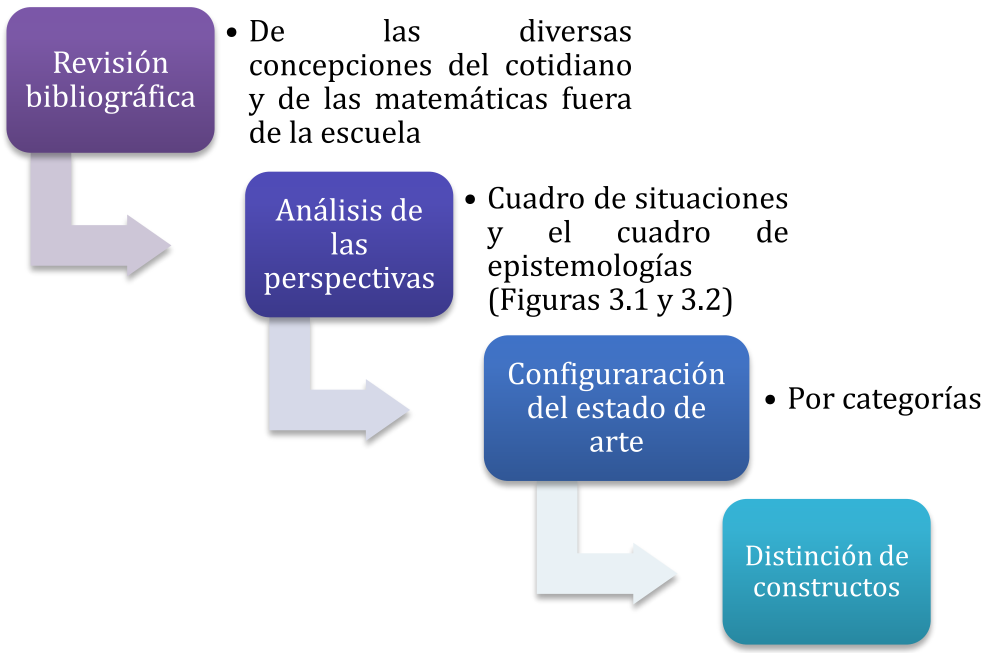


Figura 3.3. Metodología para la investigación que se desarrolla.

Como puede notarse en la Figura 3.3, son cuatro las acciones que a grandes rasgos se consideraron para responder la pregunta de investigación. La revisión bibliográfica de acuerdo a las perspectivas que se enlistan en la sección 3.1 de este capítulo, a partir de lo que reportan sobre las matemáticas fuera de la escuela. El análisis de las diferentes perspectivas se realiza en función de los cuadros propuestos en las figuras 3.1 y 3.2. La organización del estado de arte, se concibe por categorías, las cuales van a estar en términos de cómo se concibe al conocimiento matemático fuera de la escuela y los elementos que se tienen en cuenta para incidir en el aula de clases.

Capítulo 4. Un estado de arte sobre las matemáticas no escolares

En este capítulo se presenta un estado de arte que provee datos relevantes para el estudio, los cuales fueron elegidos de tal suerte que permiten la distinción de los constructos (cotidiano y funcional) encontrados en la literatura de la Matemática Educativa.

Entre los elementos que se detallan, están los aspectos ontológicos y epistemológicos plasmados en las diversas problemáticas con matices diferentes, los cuales han sido un elemento fundamental para que algunos investigadores o perspectivas teóricas volteen la mirada hacia aquellas matemáticas que no se encuentran en la escuela. En esencia, la mayoría se debe a que la matemática que aprenden los estudiantes en la escuela no la pueden relacionar, aplicar o usar en su vida, por lo que se dedican a encontrar alternativas para que esta brecha sea disminuida.

Un elemento primordial en este apartado se centra en cómo diferentes perspectivas teóricas proponen atender aquellas matemáticas que no se encuentran en la escuela. Será a través de caracterizaciones y ejemplos que se rescatan y de las diferentes perspectivas y que se ponen en discusión en este capítulo. Persiguiendo como objetivo la distinción de un constructo que el programa socioepistemológico ha acuñado como "Conocimiento del Cotidiano".

Por otro lado, cada caracterización tiene una intencionalidad, en algunos casos explícita y en otros implícita de cómo es que se pretende afectar el aula de matemáticas, con las investigaciones realizadas del cotidiano y las matemáticas no escolares.

Para cerrar este capítulo, se presenta una línea de tiempo con los constructos que se consideraron, así como también una línea donde se muestren algunos eventos en el tiempo, que desde la perspectiva del investigador fueron importantes en la comunidad para el estudio del cotidiano y las matemáticas no escolares. Por último se presenta un mapa que permite ver qué comunidades se han preocupado por el estudio de los constructos que esta investigación problematiza.

4.1. Las matemáticas modernas

Se pretende mostrar algunos elementos de lo que fue la crítica a la Matemática Moderna a cargo de Morris Kline, un matemático de formación, cuyas ideas posteriormente se enfocaron a la educación de las matemáticas. Con esta idea, se pretende abrir la discusión sobre el porqué se tuvo la necesidad de mirar fuera de la Matemática Escolar para estudiar sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

En primera instancia, la Matemática Moderna o "Nuevas Matemáticas", es como se le conoció a la reforma que se realizó en Estados Unidos de América a principios de los años 50's, su origen se remonta a una crítica al plan de estudios vigente en esa época debido a que se imponen procesos mecánicos. Sin embargo el trasfondo del cambio fue en otro sentido, es decir debido a que durante la segunda guerra mundial, se descubrió que los militares no estaban bien preparados en matemática, por lo que se organizaron cursos especiales para elevar su conocimiento. Por otro lado, el observar que los rusos estaban lanzando el primer Sputnik, sintieron que estaban por debajo de los rusos en cuanto al nivel de matemáticas y ciencias, por lo que el gobierno financió con más razón el proyecto de la Matemática Moderna (Kline, 1973).

Por tanto, la propuesta que fue dirigida al nivel primaria y secundaria, pretendía el abandono del plan que contenía una matemática tradicional, anticuada y caduca, por una matemática moderna que incorporase al algebra abstracta, topología, lógica simbólica, teoría de conjuntos y el álgebra de Boole (Kline, 1973).

En lo que corresponde al origen de este movimiento de las Matemáticas Modernas, es posible observar que su problemática era más de tipo política y económica por parte del país (Estados Unidos de América), al sentir que sus pobladores tenían un menor conocimiento y por ello el país no se podía desarrollar. Un primer pensamiento pudiese ser que el centro serían las aplicaciones de la matemática, sin embargo fue todo lo contrario, su centro fue la matemática abstracta y formal.

En la Figura 4.1, se presenta un episodio donde Kline ejemplifica el énfasis de la enseñanza de las Matemáticas modernas en una clase de educación básica.

Matemática Moderna

El siguiente episodio es propia de una clase de matemáticas con énfasis en las matemáticas modernas, propuesto por Kline (1973).

- La maestra pregunta:
-¿Por qué $2 + 3 = 3 + 2$?
- Los estudiantes responden decididamente:
-Porque ambos son iguales a 5
- No – reprueba la profesora-, la respuesta correcta es: porque se cumple la propiedad conmutativa de la suma.
La siguiente pregunta es;
- ¿Por qué $9 + 2 = 11$?
De nuevo los estudiantes responde a la vez:
- 9 y 1 son 10 y 1 más son 11.
- Falso –exclama la profesora- la respuesta correcta es que por definición de 2,

$$9 + 2 = 9 + (1 + 1)$$

Pero como se cumple la propiedad asociativa de la suma

$$9 + (1 + 1) = (9 + 1) + 1$$

Ahora bien, $9 + 1$ son 10, por definición de 10, y $10 + 1$ son once por definición de 11.

(Kline, 1973, p. 4)

Figura 4.1. Extracto de una clase de matemáticas modernas en la educación básica

En la Figura 4.1, se puede apreciar donde estaba el énfasis de la enseñanza de las Matemáticas Modernas. Se puede decir que un aprendizaje basado en esta perspectiva, recaía en enunciar correctamente las propiedades de la suma (conmutativa, asociativa, distributiva y elemento neutro). En otras palabras, su interés estaba centrado en una matemática formal, cuya lógica sea también formal y estructurada. Una consecuencia evidente es la invalidación de los conocimientos y experiencias de los estudiantes al seguir otro tipo de lógica.

Una de las críticas que realiza Kline (1973), es que con ese plan, parece ser que el interés fue formar matemáticos, dadas las características de enseñanza y su priorización en la formalidad matemática. Tomando en cuenta las realidades, no se tiene certeza de que todos los niños que estudian en una escuela primaria se inclinen por elegir dicha carrera, y suele pasar que el grueso de dichos niños elegirán diversas profesiones en ámbitos sociales, trabajos o empleos técnicos.

En cuanto a su aceptación en las escuelas tuvo varios motivos: uno fue la obtención de prestigio; otros, simpatizaban con el cambio, o por la coerción implícita que las pruebas estandarizadas de selección para el collage iban a contener aspectos de las matemáticas modernas; incluso el deseo de que sus estudiantes avanzaran al siguiente nivel. Con esos tenores se implementa la reforma, Kline (1973).

Es así que contemplando estos y otros elementos de porqué la reforma de la Matemática Moderna fue un fracaso, es que el autor propone desde su visión cómo debe ser la nueva reforma, así como también qué elementos debe considerar.

En primer lugar, se debe considerar a los objetivos de los niveles a los cuales se va a dirigir, así como también a los estudiantes. Por otro lado, las matemáticas que se enseñen deben tener un fuerte vínculo con la cultura que se vive, de tal suerte que los estudiantes puedan desarrollar la capacidad de aplicar las ideas y conocimientos aprendidos en su vida y en la profesión que ellos elijan en el futuro, Kline (1973).

En cuanto a la organización de los contenidos la propuesta es la siguiente:

> Las interpretaciones tradicionales y modernas presentan las matemáticas como un continuo desarrollo acumulativo lógico. El álgebra precede a la geometría porque en ésta se utiliza el álgebra. La trigonometría viene tras la geometría porque ésta se utiliza en aquélla. Desde el nuevo enfoque se incluiría lo que fuera interesante, informativo y culturalmente significativo, con la ligera restricción tan sólo de incluir los primeros conceptos y técnicas que se usarán más tarde. En otras palabras, tendríamos una orientación objetiva, no temática (Kline, 1973, p. 170)

En la afirmación anterior podemos confirmar, la afirmación que hicimos sobre el predominio de la lógica formal en la matemática moderna, situación que hasta nuestros días en algunos casos se puede observar esa misma lógica en el discurso matemático escolar.

Otro elemento que se soslayó con la matemática moderna es la motivación hacia el estudio de la matemática. Ante esto Kline, resalta que una forma de lograr interés es presentándole a los estudiantes problemas tomados de las ciencias o de la vida real, pero también en algunas ocasiones resulta conveniente presentar las matemáticas y posteriormente una situación para aplicarlas.

Kline (1973) menciona que se soslayó el problema de la motivación hacia el estudio de las matemáticas. Para interesar a los estudiantes, no siempre es necesario que antes de introducir un tema matemático se trate un problema sacado de las ciencias o de la vida real. A veces es más conveniente introducir un tema matemático, presentar las matemáticas e inmediatamente después aplicarlas a una situación no matemática. Por ejemplo, un tema de geometría elemental es el de las líneas paralelas. Se puede explicar este tema y después mostrar cómo un simple teorema permite calcular la circunferencia de la tierra, en la Figura 4.2, se presenta un ejemplo citado por el autor de cómo esta última dirección puede ser implementada.

Aplicación de la Matemática

El siguiente ejemplo muestra la postura de mostrar el conocimiento matemático y después problemas de aplicación.

> La parábola puede explicarse en cuanto curva como un problema de lugar geométrico. Y luego puede enseñarse el uso de la parábola en la focalización y dirección de las ondas de luz y radio. Los dibujos de los faros de los automóviles, las antenas de radio, los reflectores e incluso las linternas comunes, muestran estos usos en situaciones reales.
>
> (Kline, 1973, p. 174).

Figura 4.2. Propuesta para remplazar a las matemáticas modernas.

En lo que corresponde al ejemplo presentado en la Figura 4.2, se puede observar la propuesta del autor sobre mirar hacia fuera del aula de clases de matemáticas para poder tener un programa que vincule a las matemáticas con la realidad, situación que no hizo la matemática moderna.

Para la propuesta de las direcciones que Kline considera, está fuertemente la aplicación de los conocimientos matemáticos en situaciones reales, donde el sentido que se persigue es el de una matemática que hoy llamaríamos escolar; ver donde se aplica, pudiendo ser artificial para los estudiantes. Por otro lado, la lógica formal sigue predominando en su propuesta de unas matemáticas aplicadas, pues para poder ver las aplicaciones se debe conocer los conceptos y propiedades de un objeto matemático a aplicar.

Un aporte que se considera importante de la crítica que realiza Kline, en términos de quienes deben ser los encargados de realizar los planes, ese tipo de personas deben tener un amplio espectro no solo de matemáticas, sino también de cómo estas han influenciado en la cultura, además deberán ser educadores, para poder decidir qué se debe enseñar en cada nivel educativo dependiendo de los estudiantes, sin embargo no existe el programa apropiado para preparar a estas personas Kline (1973).

En la reflexión anterior, observamos una importante dirección que desde los años 50´s se reporta, esta es que los encargados de la educación matemática no deben ser ni matemáticos ni pedagogos. Kline, lo deja en el sentido de una combinación de los dos, con otros elementos, que desde la visión del programa Socioepistemológico los encargados de la educación matemática deben ser personas capaces de ser sensibles a la construcción social del conocimiento matemático y sus usos privilegiando una matemática funcional.

Por último, la propuesta descrita en este apartado se considera que es un punto de inflexión para comenzar a realizar estudios que den cuenta de las matemáticas fuera de la escuela como la mejor alternativa para incidir en el aprendizaje de las matemáticas, que para el caso descrito en este apartado, ese conocimiento se concibe como una aplicación del conocimiento matemático, y esto es debido a la formación de Kline, como matemático.

Algunos reportes históricos y sociológicos de prácticas fuera de lo escolar

A continuación se exhiben ciertos reportes de tipo histórico y sociológico que permiten la caracterización de prácticas matemáticas fuera de lo escolar.

Moschkovich (2002), reconoce que en el trabajo con la matemática moderna, se pueden distinguir dos conocimientos, el *pure scientist* y *applied scientists*, esta distinción es moderna y surge después del renacimiento, ante esto Høyrup (1994), citado por Moschkovich (2002) afirma que:

> This division, however, is bound up with the specific Modern understanding of the connection between the two levels. Roughly speaking, fundamental knowledge is assumed to be found by "*pure scientists*" and then to be worked upon, recast, and synthesized in new ways by "*applied scientists*" or technologists in consideration of the problems and possibilities of current practice. (Høyrup, 1994, p. 26, citado por Moschkovich, 2002).

Ante esto, Høyrup (1994) citado en Moschkovich (2002), afirma que en el mundo pre-moderno no había una separación de niveles de conocimiento, pero si se pueden apreciar diferentes prácticas matemáticas. El reconoce dos tipos de conocimiento diferentes al conocimiento puro y aplicado, es decir, el mira el conocimiento matemático *scientific* and *subscientific* en la descripción de las prácticas matemáticas pre modernas.

Las caracterizaciones que se proponen ante los dos conocimientos mencionados en el párrafo anterior son: el conocimiento *scientific,* este se construye sistemáticamente con la intención de que dicho conocimiento sea para su crecimiento propio, además su intención no es crear un conocimiento que sea aplicado. Por otro lado el conocimiento *subcientific*, se refieren a los conocimientos matemáticos de diversos trabajos o profesiones, por ejemplo, albañiles, contadores, arquitectos, de manera específica estos utilizan transacciones comerciales y prácticas geométricas entre otros (Høyrup, 1994, citado por Moschkovich, 2002)

Conviene reconocer que la postura que Høyrup ante la distinción entre estos dos tipos de conocimiento está anclada a lo que él está observando de las prácticas matemáticas posteriores a la época del renacimiento, donde se puede observar de manera implícita en su postura una centración en el objeto matemático, lo llevan a observar un conocimiento que es puro y otro aplicado.

En contraparte a las dos prácticas descritas anteriormente, se presenta un registro de carácter sociológico que permite describir dos prácticas, *mathematical workers y mathematical of mathematicians*, las cuales son caracterizadas como sigue:

> Mathematical workers produce mathematical objects ... they work with two general classes of raw materials. One is the class of all things, events, and processes (excluding mathematical objects) that can be "mathematized." The second is the class of all mathematical objects. Mathematical workers work primarily with raw materials of the first class. Mathematicians, and especially pure mathematicians, work primarily or exclusively with raw materials of the second class (Restivo, 1993, p. 254, citado en Moschkovich, 2002).

Algo que llama la atención en las prácticas propuestas por Høyrup y Restivo, es que tienen ciertas similitudes, es decir *pure scientist* con *mathematical of mathematicians*, debido a que a ambas les interesa el conocimiento formal, sistemático, estructurado que tiene que ver con los objetos matemáticos, que a su vez es construido por cierta parte de la población. Así mismo, *applied scientists* tiene similitudes con *mathematical workers*, se concibe como los conocimientos específicos de la clase trabajadora de la población, los cuales nada tiene que ver con el objeto matemático.

Por otro lado Moschkovich (2002), señala que las prácticas como *Everyday mathematical practices*, obedecen a una metodología de tipo etnográfica, es por ello que la concibe como opuesta a *mathematical of mathematicians* la cual se conoce a través de los escritos de tipo autobiográfico. Continuando con las metodologías, la práctica de los matemáticos como las que reporta Schoenfeld’s (1985) citado en Moschkovich (2002), usan una metodología de tipo cognitivo para el análisis de los protocolos de estudiante ante la resolución de problemas.

Los reportes descritos en esta sección, permiten mirar las diferentes metodologías que cobijaron cada una de las prácticas descritas anteriormente, elemento que las caracteriza y puede ser utilizado para establecer diferencias o similitudes entre ellas.

4.2. Matemáticas Realistas

En este apartado se pretende mostrar la perspectiva de Freudenthal un matemático holandés, que se interesó por la enseñanza de la matemática y aportó ideas relevantes que sirvieron para crear la perspectiva teórica, *Realistic Mathematics Education*.

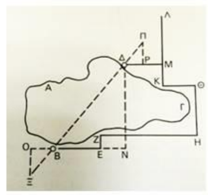
Sus ideas parten de observar la historia y el desarrollo de la matemática, donde se percata que en la antigüedad hubo un momento con los griegos, en que la matemática lógica y abstracta avanzaba en forma y en contenido en contraposición a la matemática aplicada. También reconoció que la matemática abstracta ha perdurado, al igual que otras ciencias continuaron haciendo uso de las matemáticas para su desarrollo. Sin embargo, ante este predominio de la matemática formal y lógica, apenas 1 de 100 bachilleres que aprendía matemáticas han hecho un uso de ellas, (Freudenthal, 1967).

Ante la afirmación anterior, es que Freudenthal (1967), exhibe su primera postura ante el aprendizaje de la matemática, donde reconoce que es difícil describir o entender cómo es que se aprende matemáticas, pero algo que si se puede hacer, es mostrar como uno usa un conocimiento matemático, con la intención de que el interesado en aprender pueda imitarlo. Un ejemplo de esta postura, se muestra en la Figura 4.3.

Realistic Mathematics Education

A continuación se presenta un ejemplo del quehacer de un matemático, que un individuo puede observar e imitarlo para aprender matemáticas.

«El Monte $AB\Gamma\Delta$ (Figura) debe ser perforado desde B hasta Δ. Primero se rodea el monte por medio de una línea quebrada $BEZH\Theta KM\Delta$ cuyos trozos formen siempre ángulos rectos entre sí. Midiendo estos trozos se pueden calcular las distancias BN y ΔN, imposibles de medir directamente. En B se construye ahora un triángulo $BO\Xi$ tal, que BO es prolongación de EB y el ángulo en O es recto, siendo además $OE : OB$ igual a la relación $N\Delta : BE$, conocida. Entonces $B\Xi$ determina la dirección en que hay que empezar a perforar a partir de B, procediéndose en Δ en forma análoga»



Un Topógrafo actual seguiría en esencia el mismo método, sin usar las construcciones auxiliares, ya que con esta relación $\Delta N{:}BN$, se sabe el valor de la tangente ΔNB y con ello y una tabla de tangentes puede averiguar el valor del ángulo. Este no se ve obligado a seguir métodos geométricos, sino usa métodos analíticos. Así como ni usaría ángulos rectos, pues ya se conoce la tabla de logaritmos, (Freudenthal, 1967, pp. 12-14).

Figura 4.3. Ejemplo del quehacer de un matemático (Freudenthal, 1967).

En el ejemplo de la Figura 4.3, es posible observar que el conocimiento matemático central es el ángulo y lo relevante es su medida. Por otro lado, dado que es un problema antiguo, se limita a contrastar cómo se resolvió en aquella época, con la forma en que se resolvería en la actualidad.

Esta perspectiva de Freudenthal refleja su formación como matemático, al proponer que un estudiante debe observar a un matemático para poder aprender matemáticas, es decir, el matemático es el experto que tiene conocimiento, y si se quiere aprender hay que imitarlo. Esta postura, aunque no sea explícito pero coarta al estudiante a aprender la lógica formal sobre la que comúnmente hacen uso los matemáticos. Sin embargo, un elemento que reconoce y lo toma como punto de partida para la propuesta anterior, es que considera que la matemática escolar no es adecuada para los estudiantes, ya que no pueden usar lo que aprenden.

Freudenthal (1968), reconoce que la matemática se distingue de otras ciencias porque un pequeño grupo de conocimiento puede ser aplicado a muchas situaciones, esto lo considera una virtud de la matemática que denomina flexibilidad. En esta misma línea afirma que las matemáticas modernas tenían el objetivo de hacer más pequeño el conjunto de conocimiento y poder mejorar la flexibilidad de la matemática.

Una evolución de la visión correspondiente a la imitación del quehacer de un matemático, inicia con una crítica a la idea de enseñar matemáticas aplicadas, esto debido a que al estar ancladas a un contexto particular se deja de lado una de las mayores virtudes de la matemática que es su flexibilidad de adaptarse a varias situaciones, ante esto Freudenthal el expresa que "Indeed it is the marvellous power of mathematics to eliminate the context, and to put the remainder into a mathematical form in which it can be used time and again." (Freudenthal, 1968, p. 5). También se opone rotundamente a la idea de enseñar matemáticas para que después sean aplicadas por los estudiantes, esto lo considera un orden equivocado.

Una de sus filosofías, es que la enseñanza de las matemáticas deben estar relacionadas con la realidad, esto porque cree que si las matemáticas no tienen un fuerte vínculo con la realidad vivida, ese conocimiento no perdura y es olvidado por el individuo, ya que no forma parte de sus experiencias vividas. Por ello con base a lo que necesitan las personas en su vida diaria y en su profesión, es que se apuesta a que aprendan a matematizar ciertos aspectos de la realidad (Freudenthal, 1971).

Ante la perspectiva a analizar suele hacerse mucho énfasis en el concepto de realidad por lo que nos cuestionamos, en qué estatus Freudenthal considera el concepto de "realidad".

En uno de sus libros destina un apartado que lleva por título Mathematics and reality, en él, habla de realidades, y declara que:

> Mathematical realities are early phenomena in individual development, that is, not only geometrical realities but arithmetical ones as well. [...]Reality is historically, culturally, environmentally, individually, and subjectively determined. [...] I prefer to apply the term "reality" to that which at a certain stage common sense experiences as real", (Freudenthal, 2002, p. 17).

Por otro lado, para la teoría que desarrolla Freudenthal, es que existe escasa permeabilidad entre el aula y las experiencias de la escuela con las experiencias de la vida, (Freudenthal, 2002).

Con esto se puede observar que sus declaraciones en torno al concepto “realidad” la define en términos del “sentido común” y las “experiencias” y también declara niveles.

La situación juega un papel importante para hablar de realidades. La realidad es una referencia, ya sea una realidad directa o que pueda imaginarse por el individuo. Para ser un poco más específicos con qué se está entendiendo por realidad, de acuerdo a Freudenthal:

> “In spite of hundreds of years of resistance -- even on the part of mathematicians -- negative and complex numbers and their operations have become as real to mathematicians as positive ones had been for centuries, and whole numbers for millennia, and at they now belong to the reality of most people who have learned some mathematics” (Freudenthal, 2002, p. 17).

Del extracto anterior es posible inferir que la “realidad” depende del individuo y en qué momento se encuentre, del mismo modo parece que el paradigma que predomina es el ser con cosa, es decir no se considera al individuo inmerso en una comunidad en la que juntos construyen conocimiento.

Así, su propuesta es considerar a las matemáticas como una actividad humana, a lo cual menciona que:

> Of course you know that mathematics is an activity because you are active mathematicians. It is an activity of solving problems, of looking for problems, but it is also an activity of organizing a subject matter. This can be a matter from reality which has to be organized according to mathematical patterns if problems from reality have to be solved. It can also be a mathematical matter, new or old results, of your own or of others,

> which have to be organized according to new ideas, to be better understood, in a broader context, or by an axiomatic approach, (Freudenthal, 1971, pp. 413-414)

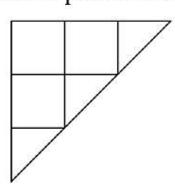
Teniendo esto como referencia, es que acuña la perspectiva de partir del medio ambiente hacia las matemáticas; en específico primero el mundo real y después la matematización. En cuanto al mundo real hay varias acepciones, una es que se encuentra representado por un contexto que envuelve un problema matemático. Incluso las matemáticas más abstractas deben se enseñadas en contextos más concretos. Es así que la postura que promueve es que la matematización tenga prioridad en lugar de que la tenga la resolución de problemas (Freudenthal, 1981).

El siguiente extracto (Figura 4.4) tiene la intención de ejemplificar desde la perspectiva de Freudenthal, la resolución de problemas, en él se pretende hacer énfasis en el papel del contexto ante un problema, por lo que se muestran dos procedimientos realizados para que sean contrastados.

Realistic Mathematics Education

El siguiente ejemplo de resolución de un problema, pretende ilustrar como está visualizando Freudenthal, al contexto
Freudenthal (1981).

En un contexto de arrendamiento de jardines, se tenía que averiguar el costo de alquiler por parcela, donde por cada cuadro se pagaba 5 florines.



Los niños que permanecieron en el contexto de los cuadros de tierra y de los florines por pagar, obtuvieron la respuesta correcta, de 22 ½ de florines, mientras que todos los otros que se divorciaron prematuramente del contexto del problema y lo esquematizaron como un problema de multiplicación numérico, 4 ½ × 5, obtuvieron la solución incorrecta, 20½, (Freudenthal, 1981, pp. 144, 145).

Figura 4.4. Situación expuesta para mostrar la importancia del contexto.

En el ejemplo de la Figura 4.4, se aprecias dos soluciones a un mismo problema, donde una considera el contexto y la otra no, la diferencia está en que al eliminar el contexto, el estudiante se pierde entre los cálculos y la algoritmia, lo que lo lleva a una solución erróneo.

Freudenthal (1981), afirma que para evitar este tipo de errores al resolver problemas, es que el centro debe estar en la matematización y no en la resolución de problemas con el uso de recetas o algoritmos.

En esa misma línea, es que la matematización tiene un papel importante para el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva del autor, por lo que afirma, "What humans have to learn is not mathematics as a closed system, but rather as an activity, the process of mathematizing reality and if possible even that of mathematizing mathematics" (Freudenthal, 1968, p. 7).

El autor considera que una virtud de la matemática es la sistematización, la cual debe ser aprendida por los estudiantes, sin embargo por otro lado está la búsqueda del resultado, esto es a lo que él llama un sistema cerrado, debido a que lo que interesa y el énfasis recae en el resultado, por encima de los procesos.

Si bien, se puede interpretar o atribuir diversos significados a la idea de matematización, por lo que Freudenthal para distinguir su postura acuña dos tipos, una horizontal y otra vertical, las cuales caracteriza de la siguiente manera: *Matematización horizontal*, significa ir del mundo de la vida real al mundo de los símbolos matemáticos, en contraparte la *Matematización Vertical*, consiste en poder moverse entre los símbolos mediante una manipulación, (Freudenthal, 2002).

Parece ser que el primer tipo de matematización que define, corresponde con la simbolización matemática de fenómenos, problemas o situaciones de la vida real de un individuo. En contraparte con la matematización vertical, que pretende que un individuo establezca relaciones entre los conceptos y teoremas matemáticos, sin un contexto, es decir meramente intramatemático.

En la Figura 4.5 se presenta un ejemplo referido por el autor, donde exhibe como ve los dos tipos de matematización en una misma situación, específicamente en la división.

Realistic Mathematics Education

A continuación se presenta un ejemplo referido por Freudenthal (2002), denominado División, donde exhibe a la matematización horizontal y vertical.

Matematización horizontal en un problema de distribución. Al dividir un número de objetos entre un número de personas (por ejemplo naipes a los jugadores que se encuentran alrededor de una mesa), se puede iniciar el reparto de objetos de uno en uno, o bien por grupos iguales de objetos , hasta que ya no queden objetos a repartir.

«**Matematización vertical**. Es posible apreciarla en la búsqueda de acciones cada vez más grandes, con el fin de acortar el proceso. Este proceso es un ejemplo notable de esquematización progresiva (en este caso algoritmización progresiva, que posteriormente evoluciona en el algoritmo estándar de la división», (Freudenthal, 2002, p. 43).

Figura 4.5. Ejemplos de matematización horizontal y vertical.

En la Figura 4.5, Freudenthal muestra como el ve en una misma situación los dos tipos de matematización, que si bien desde la perspectiva del Programa Socioepistemológico podemos observar que en cada una de las matematizaciones predomina un tipo de lógica, para la matematización vertical predomina la lógica formal, esquemática, y algorítmica, en contraparte a la matematización horizontal, donde lo que predomina es lo que la situación demanda en un determinado momento.

Uno de los intereses de observar el trabajo de Freudenthal es por la antigüedad que tiene su perspectiva, es decir es uno de los investigadores de formación matemático que observa que hay que cambiar las matemáticas que se enseñan en la escuela, y una de las mejores formas es mirar fuera del aula cómo la matemática está presente. De manera adicional, sus ideas y su perspectiva dieron origen a una corriente teórica muy fuerte en el mundo de la educación matemática, la *Realistic Mathematics Education*.

Freudenthal planteaba la postura de estudiar dichas matemáticas en la realidad, para lo cual el teorizaba en ciertas ideas que se debería considerar para estudiar y trabajar estas matemáticas; éstas tres las ideas se presentan en Freudenthal (1968), las cuales consisten en atender a la matemática como un actividad humana, la segunda es la propuesta de una matematización desde contextos y finalmente él considera que la matemática debe ser para todos los estudiantes. Estas ideas, proponen un cambio de mirada sobre el conocimiento matemático pensando en el aula diferente a los que se habían formulado en aquella época, es decir, el considerar voltear la mirada hacia fuera de la escuela, son elementos que sus seguidores han retomado para continuar con el estudio de las matemáticas realistas.

Por último, un elemento que pudimos observar en sus propuestas es la centración implícita en un modelo individualista, donde la relación a establecer es estudiante y matemática, situación que contrasta con lo que se trabaja en el programa Socioepistemológico: comunidades de conocimiento matemático.

4.3. Matemáticas en la vida diaria

En lo que concierne a esta caracterización del conocimiento matemático fuera de la escuela, Carraher, Carraher y Schliemann (2007), consideran que existen ciertos fenómenos en la resolución de problemas de índole matemáticos que ocurren en la vida diaria. Por ejemplo, ciertos métodos para la resolución de problemas coinciden cuando un niño resuelve un problema o cuando lo realiza un adulto.

En este fenómeno participan de manera articulada, las Matemáticas, la Psicología y la Educación; el primero por el contenido del problema, el segundo en el sentido de los razonamientos que realiza el niño y el tercer porque se desea saber cómo aprendió tales métodos para resolver problemas.

Por otro lado, estos autores plantean la existencia y diferencia de dos tipos de matemáticas, una como una ciencia formal, que es concebida en el seno de la comunidad científica, y la otra como una actividad humana, la cual no se encuentra regida por las leyes de la lógica.

En lo que respecta a las matemáticas como actividad humana, pueden ser aquellas matemáticas que se practican en el salón de clase, debido a que el interés está en el aprendizaje del alumno, además se considera que:

> “Como actividad humana, las matemáticas son una forma particular de organizar los objetos y los acontecimientos en el mundo. Podemos establecer relaciones entre los objetos de nuestro conocimiento, contarlos, medirlos, sumarlos, dividirlos, etc., y verificar los resultados de las diferentes formas de organización que escogemos para nuestras actividades” (Carraher, et al, 2007, p. 13).

Así, el aprendizaje de conceptos matemáticos puede que no exija una formalidad como se exige en las ciencias, en lugar de ello, puede exigir la observación de los eventos del mundo (Carraher, et al, 2007).

Para ejemplificar lo que en esta perspectiva se considera como “matemáticas en la vida cotidiana” conviene explicitar la postura que toman para analizarla, ésta se basa en la idea central de la teoría piagetiana, la cual plantea que en la organización de la acción se pueden encontrar elementos que indiquen las estructuras lógico-matemáticas que están implícitas en la propia acción de los sujetos.

A continuación se presenta un ejemplo (Figura 3) que refieren los autores como *Matemáticas en la vida cotidiana*, para este estudio se eligió el problema del diseño de escala, por la simplicidad de éste para aplicarlo a maestros de obra (albañiles) y estudiantes, así como también por su definición matemática en términos de proporcionalidad. De acuerdo a la investigación de los autores, tales problemas fueron propuestos por el entrevistador, donde los participantes debían calcular algunas medidas reales de la construcción, pero una dificultad es que los planos no tenían explícitas las escalas.

Un punto importante que se observa en este trabajo es que al inicio de la "aplicación" de los problemas, el entrevistador frente a los involucrados obtenía el primer par de medidas con la intención de que su enfoque sirviera como modelo para la resolución de los problemas subsiguientes, esto se ilustra en la Figura 4.6.

Matemáticas en la vida diaria

El estudio consistió en mostrarle a algunos albañiles y estudiantes cuatro planos, los cuales no tenían explicita la escala y se mostraban algunas medidas, con la intención que ellos las calcularan. Las escalas que se manejaron fueron, 1/100, 1/50, 1/40 y 1/33.3, a continuación se muestran dos resoluciones de los maestros de obra, Carraher, et al. (2007).

> «Nueve centímetros, 3 metros. Esta escala es…1/50, no, porque entonces sería 4 metros y medio. Si la señora diseñó de esta manera es por que está segura. Eso yo no se, (E. ¿porqué no? El señor resolvió todos los otros). Porque no da exacto para 1 a 50, no da exacto para 1 a 1 y tampoco da exacto para 1 a 20. la mas simple es 1 a 1, no tiene que calcular, halla los centímetro y ya sabe los metros. Ahora , esta de aquí muestra 9 cm y 3m. Nunca trabaje con esa, no, solo trabaje con las otras tres » (Carraher, et al, 2007. p. 118).

> «En el papel es 5 centímetros. La pared es para tener 2 metros. Ahora, una cosa tengo que explicarle a la señora. Ésa no es una escala con la cual la gente trabaja en la construcción. Ésa la gente tiene que dividir... Un metro vale 2 centímetros y medio. Aquí (en el plano) está mostrando 8 centímetros. Un metro, 2 centímetros y medio. Dos metros 5 centímetros. Tres metros 7 centímetros y medio. Ahora, 25 dividido por 5. Tres metros, 7 centímetros y medio, 3 metros, pero todavía faltan 5 milímetros. Si yo tengo 2 centímetros y medio valiendo 1 metro ése (muestra 5 milímetros) y ése (muestra 2.5 centímetros) dividido por 5. entonces es 20 centímetros de pared, ahí yo sumo, es 3 metros y 20» (Carraher, et al, 2007. p. 121).

Figura 4.6. Ejemplo extraído de Carraher, et al. (2007)

Del trabajo realizado por los albañiles y los estudiantes, se identificaron cuatro estrategias para resolver los problemas de escala:

- Uso de la regla de tres
- Soluciones aditivas incorrectas
- Prueba de hipótesis
- Descubrimiento de relaciones

En lo que respecta al uso de la regla de tres, resulta adecuada para trabajar los problemas que involucran las escalas 1/100, 1/50 y 1/40, pero no permite una generalización hacia las otras escalas. Por otro lado los albañiles y estudiantes usan con más frecuencia la estrategia de la búsqueda de la relación, (Carraher, et al, 2007).

Una conclusión del trabajo donde se exhiben diversos ejemplos como el de la Figura 4.6, es que el trabajo de un albañil, donde es frecuente que exista una ausencia de escolaridad, se pueden desarrollar estrategias generales para resolver problemas, bajo el esquema de proporcionalidad, característico de razonamiento formal, (Carraher, et al, 2007).

Los autores expresan que al presentar una nueva escala cuya definición requiere la inversión de la definición habitual de escala, es posible que los maestros aplican sencillamente un algoritmo aprendido para la resolución de escalas, pero comprendiendo, de hecho, la existencia de una relación proporcional entre los pares de números.

Por otro lado, es posible apreciar que no se observa a los albañiles en su lugar de trabajo, usando sus planos y resolviendo problemas que ahí surgen. Esto se debe a la metodología que se llevó acabo, es decir, se les propuso tres situaciones, en las cuales las escalas a trabajar eran parte de su cotidiano, y adicionalmente una situación que no pertenecía a su cotidiano. Se evidenció que las estrategias que ellos usan en su día a día, no son efectivas para las escalas que se usan escolarmente.

Reflexionando sobre las conclusiones que se realizan del estudio, es posible percatarse de que la intención en todo momento era evidenciar si los albañiles ponían en juego estrategias que se trabajan en la escuela. Otro elemento que se observa, es que los autores ya sabían que el concepto matemático, en este caso la proporcionalidad, iban a poner en juego mediante las situaciones presentadas, de tal suerte que logren su objetivo.

Por último, cabe recalcar que el trabajo de dichos autores fue realizado por diez años en la maestría en psicología.

Con esto, la perspectiva de la noción de matemáticas en la vida diaria, se basa en la búsqueda de situaciones donde se usen los conceptos matemáticos como el caso de la proporcionalidad, en lugar de observar el conocimiento que les permite a los individuos desarrollarse plenamente en su vida.

4.4. Etnomatemáticas

Para este apartado se reporta una perspectiva sociocultural, que ha compartido la problemática de mirar hacia fuera del aula de clases de matemáticas en busca de conocimientos para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Esta es denominada Etnomatemática, siendo D'Ambrosio el creador.

Uno de los intereses de la *Etnomatemática* es lograr un reconocimiento del conocimiento que surge en ciertas poblaciones, ya que en la educación existe una renuencia a reconocer las relaciones interculturales (D'Ambrosio 2002).

Esta renuencia y el interés de rescatar los conocimientos de las culturas, es debido a que en la Etnomatemática, se reconoce que existe una "matemática dominante" la cual,

> é um instrumento desenvolvido nos países centrais e muitas vezes utilizado como instrumento de dominação. Essa matemática e os que a dominam se apresentam com postura de superioridade, com o poder de deslocar e mesmo eliminar a "matemática do dia-a-dia, (D'Ambrosio, 2002, p. 18)

Así, adquiere sentido la premisa de que cualquier individuo en el mundo, realiza prácticas matemáticas que están incorporadas a su rutina cotidiana, estas puede que las reconozca o no (D'Ambrosio 1999).

Al respecto de las afirmaciones anteriores, es que podemos deducir que para la *Etnomatemática*, el conocimiento matemático es parte de la rutina de las personas en sus diferentes escenarios, por ello es que tiene sentido su propuesta de rescatar dicho conocimiento que la escuela ha olvidado, situación que también es un elemento que se comparte con el Programa Socioepistemológico.

Por otro lado, el nombre Etnomatemática, puede generar confusiones sobre lo que significa o sobre lo que la perspectiva pretende; es decir, se puede pensar que su objetivo es caracterizar la matemática de una cultura, sin embargo, D'Ambrosio (2014), aclara esta confusión explicitando que se habla de la *Etnomatemática* de una cultura debido a que:

> Las matemáticas son cuerpos de conocimiento que se elaboran a partir de prácticas cualitativas y cuantitativas, tales cómo hacer comparaciones, ordenaciones, clasificaciones, inferencias, y de los sistemas de códigos de medidas, de peso y de cantidades (números), qué han sido acumulados, a través de las generaciones, en determinados ambientes naturales y culturales, (D'Ambrosio, 2014, p. 102)

Con respecto a la caracterización anterior, un posible cuestionamiento es lo que se está entendiendo por conocimiento desde esta perspectiva, con la finalidad de poder entender de una mejor manera su planteamiento. A continuación exponemos una cita que pretende caracterizar la idea de conocimiento:

> "Entendemos el conocimiento como algo que emana de la gente, esencialmente como consecuencia de la tendencia humana hacia la explicación, comprensión y consideración de su entorno inmediato y de la realidad en general, realidad entendida en su sentido más amplio y en cambio permanente como resultado de la propia acción humana" (D'Ambrosio, 1999, p. 353)

A la par de la postura anterior es que se realiza un reconocimiento y una distinción de dos tipos de conocimiento científico, la ciencia erudita (formal o académica) y la ciencia cultural (práctica popular o de la calle); la distinción de estas está en el rigor, la naturaleza, su dominio y qué y cuánto se puede hacer con cada uno de los conocimientos, (D'Ambrosio, 1999).

Es así, que con todo lo anterior se genera un programa denominado *Etnomatemática*, tiene por objetivo entender el saber/hacer matemático desde el punto de vista, histórico, social, cognitivo y pedagógico. Este saber se encuentra a lo largo de la historia de la humanidad, y está inmerso y contextualizado de las diferentes comunidades, pueblos o naciones (D'Ambrosio, 2013).

Un elemento constante en las premisas y en la caracterización del programa es la vida cotidiana, que justamente es un elemento que nos interesaría saber cómo es que lo conciben y que relevancia le otorga, ya que parte de los intereses de realizar el estado del arte es lograr una distinción del constructo *Cotidiano* que tiene lugar en un Programa Socioepistemológico con respecto a otros programas de investigación. Si bien después de la revisión a diversos artículos notamos que no se explicita una caracterización de vida cotidiana o de cotidiano, por lo que a continuación presentamos unas citas con la intención de poder inferir que es lo que se está entendiendo por estos constructos.

Con respecto a lo cotidiano D'Ambrosio (2013), menciona que este se encuentra impregnado por los saberes y quehaceres propios de la cultura. Estos conocimientos son catalogados como la etnomatemática de lo cotidiano, donde esta no es aprendida en la escuela, sino que se aprende en el ambiente familiar, en los juegos, el trabajo, con los amigos y compañeros. Un ejemplo son las prácticas de profesionales en la medicina, particularmente cirujanos cardiólogos, los cuales tiene ciertos criterios para tomar decisiones sobre el tiempo y riesgo en las nociones topológicas en la manipulación de la sutura, (D'Ambrosio, 2013).

Otro ejemplo relevante para esta discusión es que se reconoce que las Etnomatemáticas son diferentes en ambientes diferentes, por ejemplo, las personas del polo norte, por el clima que predomina, si deseasen nutrirse la agricultura no es una opción, sino la opción más viable es la pesca, por lo que deben desarrollar estrategias para que esta actividad sea exitosa, ante las condiciones del lugar donde el día dura seis meses y la noche seis meses. Sin duda su percepción del tiempo es diferente que la de una persona que tiene un cotidiano en la franja del ecuador, donde la agricultura si es una opción y los días duran 12 horas y las noches 12 horas.

Realizando un análisis de los dos ejemplos anteriores, es que podemos inferir que para la *Etnomatemática* el "cotidiano" expresa un espacio o ambiente donde tienen lugar ciertas actividades que son desarrolladas por individuos que están inmersos en dicho lugar.

Otro elemento a resaltar de los ejemplos anteriores, es que la etnomatemática no se centra únicamente en "ambientes" o cotidianos culturales o de originarios, sino que se percibe que están realizando ambiente incluso en profesiones como la medicina.

Por otro lado, el término cultura parece ser un elemento fuerte dentro de la perspectiva, por lo que es de nuestro interés conocer que se está entendiendo por ésta, a lo cual D'Ambrosio (2005, p. 104), declara que "Consideramos cultura como o conjunto de mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento compartilhados por indivíduos vivendo num determinado tempo e espaço. Ao longo da história, as percepções".

Si bien, los ejemplos de párrafos anteriores muestran ciertos elementos de lo que se considera dentro de la perspectiva *Etnomatemática*, sin embargo con la finalidad de tener más claridad de cuál es el papel de estos, para poder determinar que un conocimiento es etnomatemático en la Figura 4.7, se presenta otro ejemplo retomado de D'Ambrosio (2013), donde se caracteriza el tiempo y el espacio desde una cultura, ante la necesidad de la alimentación.

Etnomatemática

Los siguientes extractos son pertenecientes a D'Ambrosio (2013), donde el presenta un ejemplo de etnomatemática asociada al tiempo y el espacio.

Es debido a la necesidad del humano de alimentarse en competencia con otras especies, que lo llevan al desarrollo de instrumentos de piedra que le permitan carne de tal suerte que se mejore su calidad y cantidad. Las dimensiones de la piedra tendrían que ser determinadas para que se logre su objetivo al cortar. Esto fue hace mas de 500 mil años y es posible que sea la primera manifestación matemática de la especie.

Aproximadamente hace 250 mil años, del consumo de animales muertos, se pasa a cazarlos, esto permite el desarrollo de lanzas para matar animales más grandes y más fuertes que el humano. Así, se desarrolla la observación y el análisis para poder ser certero en la caza. Posteriormente se ve la viabilidad de cazar en manadas, por lo que tiene lugar la organización de grupos de caza con una estructura jerárquica y liderada. Esto permitió el desarrollo de capacidades como clasificar objetos (individuos) por cualidades específicas.

Posteriormente 40 mil años atrás, tuvo lugar la organización de las primeras sociedades. La cooperación entre los grupos centrada en mitos y representaciones simbólicas, dio paso al surgimiento del canto (tiempo) y la danza (espacio), permitiendo que muchos individuos se reúnan para situar en un tiempo y espacio sus elementos simbólicos.

Todas las invenciones anteriores fueron el presagio de la agricultura que tuvo lugar hace 10 mil años, actividad que fue muy importante para la humanidad. Esta actividad representa en particular para las civilizaciones del Mediterráneo, la transición de una visión matriarcal a una patriarcal del mundo al generar nuevos dioses masculinos, debido a que solo tenía dioses femeninos.

El aumento de la población, lleva a la necesidad de desarrollar instrumentos intelectuales para planificar el cultivo de la cosecha, su almacenamiento, es así que surgen mitos y cultos, así como se requiere conocer donde (espacio) y cuando es mejor plantar, cosechar y almacenar,

La geometría [geo= tierra, metría=medida] es el resultado de la práctica de los faraones para distribuir las tierras productivas cercanas al rio Nilo entre los habitantes.

Los calendarios sintetizan el conocimiento y el comportamiento necesario para el éxito del cultivo, cosecha y almacenamiento. Estos están asociados a los mitos y cultos dirigidos a las deidades, locales, permitiendo así la supervivencia de la comunidad. Por otro lado el calendario reconocido internacionalmente es el proclamado por el Papa Gregorio XIII y entra en vigor el 15 de octubre de 1582, sin embargo en el mundo se usan aproximadamente 40 calendarios.

Figura 4.7. Etnomatemática, espacio y tiempo.

En lo que respecta al ejemplo de la Figura 4.7, una reflexión del autor es la siguiente:

> Muchos tal vez se extrañen del énfasis que yo doy a la comprensión de la alimentación y de las cuestiones agrícolas. Sin duda, alimentación, nutrirse para sobrevivir, siempre fue la primera necesidad de todo ser vivo. Con el surgimiento de la agricultura las primeras sociedades organizadas comienzan a ser identificables. La geometría y los calendarios son ejemplos de una etnomatemática asociada al sistema de producción, la respuesta a la primera necesidad de las sociedades organizadas: alimentar al pueblo, (D'Ambrosio, 2013, p. 29).

Anteriormente se presentó un ejemplo de lo que se considera como etnomatemática, a la par se mostró una cita del autor que lo confirma. Estos elementos nos permiten inferir algunos elementos sobre cómo esta perspectiva está concibiendo al conocimiento matemático que se encuentra fuera de las aulas.

Un elemento a resaltar y el mismo autor lo afirma es el interés por mostrar diversos hechos de la historia de la humanidad que permiten ver cómo es que se llegó a la construcción del calendario, es decir el énfasis está más en la historia y en las actividades del individuo que en el conocimiento matemático, a esto le llamaremos una *lógica histórica*. Este énfasis tiene sentido debido a que la historia es un elemento propio de la perspectiva.

En la misma línea, se puede percibir que el conocimiento matemático no se trastoca, es decir el énfasis está en conocer cómo surge el calendario, cuál fue su uso en las civilizaciones antiguas y que acontecimientos desencadenó. En lugar de acentuar los elementos o actividades que permiten su construcción, por ejemplo, la observación de patrones, la determinación de regularidades, el conteo, entre otras prácticas que permiten cuantificar el tiempo.

Continuando con la reflexión, pareciera ser que el papel del conocimiento matemático es como una herramienta, debido a que el énfasis está en rescatar los elementos culturales que lo circundan y que le permitieron surgir.

Por último, es también de nuestro interés conocer cuál es su perspectiva y como es que dicho conocimiento etnomatemático debe afectar al aula de clases. Una crítica que se realiza sobre la educación es que existe una insistencia de colocar planes de estudio nacionales a todos los niños de una cierta edad (D'Ambrosio, 2002). En la cita anterior es posible observar que la crítica está en contra de la estandarización de los planes donde se considera a todos los niños por igual.

Es así, que la perspectiva lo que propone es una educación multicultural, donde:

> Las prácticas y percepciones de los que aprenden son el sustrato sobre el cual se construye el nuevo conocimiento. Así, el conocimiento nuevo se tiene que basar en la historia individual y cultural de quienes aprenden y se tiene que reconocer la diversidad de las culturas existentes, presente en comunidades específicas, en todo el mundo. Esta es la esencia de una nueva postura educativa llamada educación multicultural (D'Ambrosio, 1999, p. 349).

A pesar de proporcionarle un valor fundamental al conocimiento etnomatemático, ellos consideran que no están rechazando a la matemática académica, debido a que por la conquista de los europeos, esta se convirtió en un conocimiento propio de la edad moderna y conduce nuestro día a día. Por otro lado, es equívoco considerar que la etnomatemática puede sustituir a una "buena matemática académica", que es esencial para un individuo inmerso en el mundo moderno, claro está que de esta matemática académica se está excluyendo, aquello inútil y obsoleto que está en los programas vigentes y que su lógica y permanencia es el conservadurismo dañino y el carácter propedéutico insostenible. Por tanto, la propuesta pedagógica de la Etnomatemática, es darle vida a la matemática a través de situaciones reales en el tiempo y el espacio, las cuales permitan la exploración de las raíces culturales y la práctica de la dinámica cultural (D'Ambrosio, 2013).

Al observar y analizar su propuesta educativa surgen dos reflexiones, la primera es que al igual que desde el programa Socioepistemológico critica la universalización de los contenidos, además de que la matemática escolar es un elemento nocivo para las personas, sin embargo es de reconocerse que se pueden rescatar ciertos conocimientos del dME, que al darle otro énfasis pueden ser productivos para los estudiantes.

Por último, con su postura en la educación queda claro que la Etnomatemática su foco no es trastocar el conocimiento matemático, pero si usar a este como un referente o herramienta para poder rescatar los aspectos culturales de un pueblo, comunidad o país, es decir el conocimiento matemático fuera de la escuela debe buscar el rescate de la cultura, más que las formas y funciones de dicho conocimiento en la comunidad.

4.5. Matemáticas cotidianas

En este apartado se presentan algunas caracterizaciones y ejemplos encontrados en la literatura de la disciplina (Matemática Educativa) con respecto a las diferentes nociones que pretenden dar cuenta, de aquellas matemáticas que se encuentran fuera de la escuela.

Dentro de la disciplina, se puede encontrar el término *Matemáticas Cotidianas*, en lo que respecta a éste, Corbalán (2001), sostiene que son las matemáticas que se encuentran en los alrededores de las personas.

Este autor especialista en la divulgación de las matemáticas, considera que las matemáticas escolares y la vida de los estudiantes están separadas como si fuesen dos rectas paralelas, sin un punto en común, por lo que él considera que "uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas tendría que ser tender puentes entre esas dos rectas paralelas" (Corbalán, 2001, p. 43).

Con respecto a cómo se deben crear los puentes y que características deben tener estos, es que el autor afirma que:

> "Una de nuestras tareas fundamentales que tenemos que realizar en la enseñanza es lograr una graduación personalizada para cada uno de

nuestros alumn@s de unas 'gafas' invisibles y alojadas en el cerebro que les permitan percibir las matemáticas que hay a su alrededor y actuar en consecuencia" (Corbalán, 2001, p.45).

Ante lo anterior, comenta que no es una tarea fácil, debido a que generalmente los estudiantes creen que las matemáticas son una especie de operación, la cual difiere la forma en cómo se piensa o se resuelven problemas:

$$"Matemáticas = números = algoritmos\ de\ operación"$$

En la Figura 4.8 y Figura 4.9, se presentan dos ejemplos que permiten evidenciar lo que el autor referido en párrafos anteriores se refiere a las *Matemáticas Cotidianas*.

Matemáticas cotidianas

Logotipos geométricos y publicidad
Estos son la primera imagen que da una empresa, en este recuadro de muestran algunos anagramas matemáticos, los cuales tiene un alto costo.
Arte y Matemáticas
«Hay muchos ejemplos destacados de esas relaciones (Escher, Mondrian, Carvajal,...). Pero mucho más cercano es un recorrido artístico por la localidad en que cada uno viva. Yo presento unas bonitas fotos de Pilar Moreno de Zaragoza, pero en todos los sitios hay algo parecido» (Corbalán, 2001, p. 46).

Figura 4.8. Ejemplo extraído de Corbalán (2001).

Figura 4.9. Ejemplo extraído de (Corbalán, 2007, p. 7).

Con respecto a los ejemplos ilustrados en las dos figuras anteriores, en Corbalán (2001), se declara que existe mucha geometría en la fachada y en el diseño los edificios, así como también que en lo que acontece a la publicidad es posible mirar una gran variedad de figuras geométricas en los logos de muchas marcas, las cuales se graban con facilidad en la mente de las personas, lo que hace que la geometría sea importante para la publicidad.

Por otro lado, se muestra la propuesta del autor para incidir en el aula de clases con su postura, es decir, se pretende que el estudiante busque e identifique en su entorno cercano un concepto matemático propio de la matemática escolar que él ya conoce, para después contextualizarlo de algunas aplicaciones. Así, se puede inferir que el estudiante en la acción referida anteriormente debe poner en juego las definiciones que el discurso matemático escolar le brinda.

Para finalizar, consideramos importante mostrar algunos datos del autor que propone esta caracterización de las matemáticas no escolares. Él es licenciado en Matemáticas, con doctorado en Filosofía y Letras, ejerce la docencia y es catedrático en el I.E.S. Francisco Grande Covián de Zaragoza. Es responsable de proyectos dedicados al estudio y divulgación de las matemáticas y ha escrito varios libros dedicados a la divulgación de las matemáticas (retomado de Real Sociedad Matemática Española, 2010).

Como se ha podido observar, la postura de Corbalán para la enseñanza de las matemáticas está centrada en una relación unidireccional de los conceptos matemáticos y su aplicación en la vida cotidiana, como es la importancia de las formas geométricas en carteles de publicidad. En esta postura de manera implícita está considerando nuevamente una lógica formal, al poner en juego las propiedades y definiciones de los objetos matemáticos (que previamente el estudiante debe conocer), para que se puedan localizar dicha matemática en su vida cotidiana, situación que contrasta con lo que un humano realiza en su vida, es decir su conocimiento lo adapta a la situación, no la situación a su conocimiento.

4.6. Everyday Mathematics

En este apartado que se desarrolla a continuación, se pretende mostrar un conjunto de investigaciones que caracterizan y trabajan con un conocimiento matemático fuera de la escuela, éstas se encuentran publicadas en el Handbook, Everyday and academic mathematics in the classroom en el año 2002. En cuanto a lo que se intenta esquematizar en esta publicación, son las diferentes acepciones que le otorgan a dicho conocimiento que se encuentra fuera de la escuela, así como la distinción entre el *everyday mathematics*, *academic mathematics* y *school mathematics*, todo esto resaltando las posturas ontológicas y epistemológicas de cada autor.

An Introduction to Examining Everyday and Academic Mathematical Practices

La primera investigación que se presenta es desarrollada por Judit N. Moschkovich, la cual es profesora asistente en el departamento de Educación en la Universidad de California, de Santa Cruz, Santa Cruz.

En Moschkovich (2002), se señala que existen diversas etiquetas para referenciar a las prácticas matemáticas, las cuales son complejas y no mutuamente excluyentes: *everyday, academic, professional, workplace y school*. Éstas pueden ser consideradas como everyday practices, donde ciertos individuos son los que participan en cada una de ellas. Por ejemplo, los involucrados en *academic* y *school mathematics*, son los matemáticos para la primera y los profesores y estudiantes, para la segunda.

En la misma línea, Moschkovich (2002) presenta las siguientes características de ciertos conocimientos matemáticos (Ver Figura 4.10), algunos se mencionaron en el párrafo anterior, *Academic Mathematics* son las prácticas de un matemático; *School Mathematics*, se refiere a aquellas prácticas que tienen lugar en la escuela específicamente en el aula de matemáticas y son de los estudiantes y profesores; *Everyday Mathematics*, corresponde a las prácticas matemáticas de niños y adultos que son diferentes de las prácticas académicas y escolares; por último *Workplace mathematics*, son consideradas parte o subconjunto de *Everyday Practices*, y constan de aquellas prácticas de niños y adultos que tienen lugar en sus lugares de trabajo y también son diferentes a las académicas y escolares.

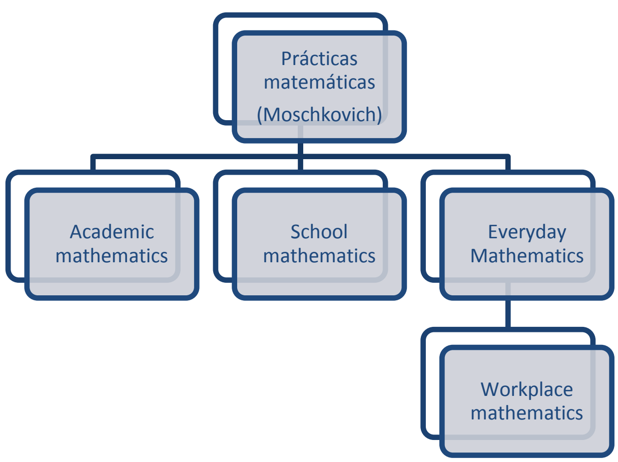


Figura 4.10. Prácticas matemáticas caracterizadas por Moschkovich.

De lo anterior es posible observar, que en las caracterizaciones se tiene la necesidad de especificar o acotar *Everyday Mathematics*, por ejemplo, las *Workplace mathematics* son parte de esta caracterización. Esto permite inferir que la autora considera que existen dos intencionalidades dentro de las prácticas cotidianas, la que tiene lugar en los espacios de trabajo y la que ocurre fuera de ese espacio, como pudiese ser espacios donde un individuo juega, pasea, o sale de compras.

Por otro lado, el foco de la autora en el escrito revisado está en mostrar las diferencias entre dos propuestas para mejorar las prácticas matemáticas del aula, para ello las analiza al mismo tiempo. Éstas son, *everyday mathematical practices*, donde se sugiere que los estudiantes realicen actividades cotidianas en escenario de compra, venta, construcción, clasificación, ordenación, entre otras. La segunda propuesta está centrada en las ac*ademic mathematical practices,* este tipo de prácticas consideran a los estudiantes en la práctica como si fuesen unos matemáticos, por lo que su interés es que ellos trabajen con los objetos matemáticos, argumenten, realicen pruebas o conjeturas, abstracciones y generalizaciones.

En lo que respecta a estas dos propuestas que la autora menciona que una posible estrategia para afectar las prácticas matemáticas del aula, sería por ejemplo:

> "Students could work on applied problems, paralleling everyday mathematical practice, and engage in mathematical arguments about these problems, paralleling the sorts of arguments academic mathematicians might make. Applied problems, everyday contexts, and an everyday approach to mathematics problems can provide reasons for using mathematical tools and representations and can serve as a starting point for further and more formal mathematical activity", (Moschkovich, 2002, p.9).

De lo anterior se considera pertinente resaltar la perspectiva que denota la autora con respecto a la articulación o que se tiene que hacer con las matemáticas encontradas en el cotidiano (incluyendo los espacios de trabajo), donde las practicas que ahí tienen lugar, son meramente un instrumento para llegar a una matemática formal, es decir, el centro y la finalidad está en los conceptos u objetos matemáticos, que pueden abordarse o trabajarse a partir del cotidiano, con esto es posible reflexionar que el estatus de la matemática del cotidiano dentro de esta perspectiva, pasa a segundo plano.

Por último, otra inferencia que se puede realizar es que su postura no promueve trastocar el conocimiento matemático escolar, es decir este es un punto fijo.

The Everyday and the Academic in Mathematics

La investigación que en los siguientes párrafos se reporta, es desarrollada por Abraham Arcavi, el cual es un profesor asociado del departamento de enseñanza de las ciencias, en el Instituto de Ciencia Weizmann. Una de las intenciones que declara este autor es que su interés está en reducir la distancia que existe entre el *Everyday mathematical practice* y *mathematics in school (or academic)*, para lo cual establece una caracterización de esas matemáticas cotidianas, así como su distinción con las prácticas académicas. Por otro lado también propone cómo es que él concibe afectar el aula para reducir dicha brecha.

Para poder entender la postura que el autor anterior plantea, se considera relevante vislumbrar las características de lo que él está entendiendo como *academic mathematics* y por *Everyday mathematical practice*. En la primera el autor contempla:

> "(a) Content and problems that do not usually a rise in most everyday, out-of-school practices because they include advanced topics, and (b) the study and production of general solution methods that apply to a range of 45 situations regardless of their contextual peculiarities", (Arcavi, 2002, p. 13).

En lo que acontece a *Everyday mathematical practice*, Arcavi (2002), señala que puede variar dependiendo del significado que las personas tengan de cotidiano, esto lleva al autor a considerar que *Everyday mathematical,* depende del contexto y la práctica donde emerjan las matemáticas. Por otro lado, el autor afirma que es necesario reconocer que existe una diversidad de prácticas cotidianas fuera del aula cercana a los niños, en las cuales intervienen sus experiencias e intereses.

La visión que tiene Arcavi del *Everyday practice*, es que deben estar cada vez más permeadas por la vida de los niños, en específico de aquellas situaciones que para ellos puede ser que no perciban la matemática, pero que posteriormente se puede dar un siguiente paso hacia las matemáticas académicas, el autor, presenta algunos ejemplos de este tipo de situaciones, éstas se agrupan en la Figura 4.11.

Everyday Mathematics

Tres situaciones donde que ejemplifican las matemáticas en el cotidiano de un niño

La búsqueda de una dirección. En la mayoría de los edificios de varios pisos de Israel los apartamentos se enumeran consecutivamente a partir del primer piso hacia arriba. Así, uno no puede determinar el piso de cierto departamento, situación usual en los hoteles, observando los primeros dígitos del número, (Arcavi, 2002, p. 14).

Magia con números. Les solicito que se introduzca en la calculadora un número de tres cifras xyz, y que lo repitan para tener un número de seis cifras $xyzxyz$. Me concentro con la teatralidad como la de los magos, y les digo, «Ahora dividan el número por 91». Y comento, «estoy seguro que obtuviste un número entero por cociente», lo que causa gran sorpresa, y cuando les digo que si dividen dicho cociente por 11 obtendrán el número de partida, y verifican mi afirmación, la sorpresa aumenta. Y es mayor la sorpresa y la curiosidad al ver lo que resulta al dividir el otro número cualquiera $xyzxyz$, por 142 y luego por 7, (Arcavi, 2002. p. 15).

Un factor de corrección. Debido a las bajas calificaciones obtenidas en una clase, se decidió ajustar las calificaciones así: si x era la nota obtenida, la transformaría en $10\sqrt{x}$. Al parecer esta es una corrección común entre los profesores de Israel. De esta situación pueden surgir varias cuestiones para explorar los usos de la noción de función. Por ejemplo, ¿Quién obtiene la misma nota antes y después de la corrección?, ¿la mejoran todos?, ¿Quién obtiene la mejor nota?, ¿es justo este factor de corrección?, ¿cómo es esta corrección comparada con otras, como el aumento de todas las calificaciones en 10 puntos o en un 20%?, ¿pueden los estudiantes determinar un factor de corrección justo? (Arcavi, 2002. p. 15).

Figura 4.11. Situaciones que pueden percibirse como no matemáticas, pero sí tienen un contenido matemático, extraídas de Arcavi (2002).

Uno de los puntos que expresa Arcavi, es que su interés no es discutir si sus ejemplos son buenos representantes del *Everyday mathematics*, sino más bien que:

> By closely observing student activities, experiences, interests, and daily endeavors, one may be able to capture situations whose everydayness makes them potentially powerful departure points for establishing bridges to academic mathematics…. The bridges also provide ways to return to the

> everyday situations with more powerful knowledge about handling and approaching them (Arcavi, 2002, p. 16).

Así, considerando la información de la Figura 4.11 y la afirmación del párrafo anterior, es posible apreciar tres ejemplos, donde se pretende ilustrar experiencias cercanas a los estudiantes que pueden ser utilizadas como algo previo al tratamiento de nociones matemáticas más formales, es decir, debido a que pueden parecer que la matemática no está presente o explícita, es que son idóneas para posteriormente formalizar el conocimiento que está de fondo.

Por otro lado, Arcavi, afirma que también no es descabellado pensar en un ambiente del cotidiano en las matemáticas académicas, en la Figura 4.12 se muestra un extracto de cómo el autor concibe esto. Estas prácticas son desarrolladas por matemáticos y profesores de matemáticas, y que pueden tienen características diferentes en sus respectivos ambientes de trabajo, por ejemplo, un matemático usa la matemática de acuerdo a su formalidad, rigurosidad y sistematicidad; un profesor de matemáticas suelen no ser tan formales en tanto que su centro está en la didáctica de la matemática y no tanto en la formalidad de presentarlas.

Matemáticas académicas

Se presentan a continuación la resolución de dos profesores ante un mismo problema, donde se puede ver como es que sus experiencias influyen es sus respuestas. Lo que se solicita es resolver la ecuación $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1$, Arcavi (2002).

Este método es caracterizado como simbólico, donde lo que se hizo es completar el cuadrado como sigue:

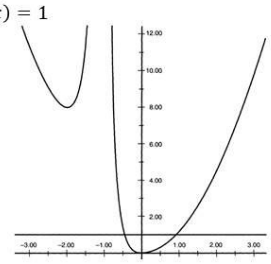
$$x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} - \frac{2x^2}{(x+1)} = 1 - \frac{2x^2}{x+1}$$

$$\left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 = 1 - \frac{2x^2}{x+1}$$

$$\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 = 1 - \frac{2x^2}{x+1}$$

La sustitución de $t = \frac{x^2}{x+1}$ conduce a la ecuación cuadrática, (Arcavi, 2002, p. 17).

El otro método se catalogó como gráfico, y se partió de la graficación de $f(x) = x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$, $g(x) = 1$



La gráfica muestra la existencia de dos soluciones reales, por lo que se pueden estimar, (Arcavi, 2002, p. 18).

Figura 4.12. Respuestas de dos profesores ante un mismo problema, extraídas de Arcavi (2002).

En la Figura 4.12, se presentan las diferentes soluciones de dos profesores ante un mismo problema, la diferencia de procedimientos, Arcavi se lo atribuye a que cada profesor tiene experiencias y vivencias diferentes que se reflejan en sus respuestas, por ejemplo el profesor que realizó la parte gráfica pertenece a un grupo donde apoyan a estudiantes con dificultades escolares, trabajando ejercicios donde se prioriza lo visual y lo gráfico.

Continuando con la propuesta descrita en este apartado, se tiene que, Arcavi (2002), considera que para integrar ciertos aspectos de las prácticas extra matemáticas al aula, es necesario considerar tres nociones fundamentales *everydayness, mathematization*, y *context familiarity*.

En lo que acontece a estas tres nociones, destaca que *Everydayness* adquiere diferentes acepciones dependiendo de las experiencias e intereses de las personas, así como también de los contextos. Para la *matematización* acuña las ideas de Treffers (1987) citado en Arcavi (2002), el cual distingue dos tipos: la matematización horizontal y vertical, en la primera la idea es que se traslade un problema del contexto de un individuo a algún tipo de matemáticas de manera informal, y la segunda tiene lugar cuando se formalizan y sistematizan las producciones informales de los estudiantes. Ante los objetivos de cada una de las matematizaciones es que Arcavi (2002) afirma que la matematización vertical debe ser la meta de la educación matemática. Por último está *Context familiarity*, donde se considera que lo adecuado para establecer el puente hacia el aula, es construir sobre lo que le es familiar al estudiante, contexto, destrezas cotidianas entre otras cosas más.

En esta sección se presentaron dos elementos importantes para la conformación del estado del arte, debido a que se presentan dos ejemplos, el primero referente al *Everyday practice*, donde se exhiben situaciones cercanas a los estudiantes que se consideran un referente para llegar a la matemática formal. El segundo ejemplo está relacionado a que el autor considera que incluso en las matemáticas académicas existen prácticas cotidianas, relacionadas a las experiencias de los profesores.

La postura que se reafirma repetidas veces, es que se debe tender o crear un puente entre las matemáticas cotidianas y las académicas, esto refleja la postura de Arcavi de considerar que no basta con los conocimientos que se puedan adquirir de las prácticas cotidianas, pues el objetivo de la educación es la matemática formal. Es así que podemos afirmar que su perspectiva no toca o mueve a la matemática escolar.

Se considera que las prácticas tanto cotidianas como académicas, provienen de comunidades específicas y diferentes, sin embargo no se explicitan elementos particulares de estos. Una inferencia que se puede hacer, es que debido al estatus que le da a la matematización es que la relación que se debe favorecer es individuo con matemáticas.

Por último, un aspecto a resaltar es que Arcavi ante las respuestas que obtuvo de los profesores (ver Figura 4.12), es que atribuye las diferencias en su cotidiano o experiencias académicas; es decir, éstas norman su conocimiento matemático. Esto nos permite inferir que considera que aún en lo escolar se puede obtener elementos para aportar al aprendizaje del aula, es decir el cotidiano no lo considera como algo exclusivo para lo que sucede fuera del aula de clases.

Examining student's perceptions of their everyday mathematics practice

En el presente apartado, se reporta una investigación realizada por Joanna Masingila, quien es profesora asociada del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Syracuse. En la investigación se pretende caracterizar y explorar dónde los estudiantes perciben que usan las matemáticas a partir de actividades cotidianas fuera del aula de clases.

Ante los intereses que tenemos con este trabajo, es que resulta importante conocer cuál es la perspectiva que tiene Masingila y que cuál es su objetivo al identificar donde consideran los estudiantes que usan la matemática en sus actividades. En primera instancia, la autora toma la idea de que el aprendizaje de las matemáticas "*is not limited to acquisition of the formal algorithmic procedures passed down by* *mathematicians to individuals via school. Mathematics learning occurs as well during participation in cultural practices as children and adults attempt to accomplish pragmatic goals*" (Saxe, 1998, pp.14-15 citado en Masingila, 2002).

Masingila (2002), considera que a partir de entender cómo los estudiantes perciben que usan las matemáticas fuera del aula, es posible aprovechar ese conocimiento que ellos refieren, para formalizarlo, de tal suerte que los profesores puedan ayudar a los estudiantes a realizar conexiones entre la matemática dentro y fuera de la escuela. De esta manera poder darle una formalidad al conocimiento matemático informal que proviene de experiencias cotidianas, generando así un aprendizaje más significativo para ellos.

Es debido a lo anterior, que la autora considera que es importante trabajar con conceptos y procedimientos que sean generalizables en diversos contextos, por ello es que un referente son las seis prácticas universales que propone Bishop (1988), citado en Masingila (2002), contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Por otro lado considera la idea de práctica desde el enfoque de la etnomatemática, pues considera que es un buen marco que le permite examinar la percepción del uso de la matemática de los estudiantes en contextos sociales y culturales propios a sus actividades cotidianas.

Ahora bien, para poder recuperar las percepciones de los estudiantes, es que la autora, realiza entrevistas a 20 estudiantes, de los cuales 10 pertenecían a una escuela urbana y los otros 10 a una escuela suburbana, el rango de edades oscilaba entre 11 y 15 años. También, se consideraron cuestiones como las siguientes, "How do you use mathematics outside the mathematics classroom? Describe a situation where you use mathematics outside the mathematics classroom, What do you think mathematics is?"(Masingila, 2002, p. 33).

Como resultado de las encuestas, Masingila, caracteriza el tipo de matemática que refieren los estudiantes, las cuales coinciden con las 6 prácticas referenciadas en párrafos anteriores. En la Figura 4.13 se presentan algunos ejemplos que para la autora reflejan el uso de las matemáticas en algunas de estas prácticas.

Matemáticas en actividades cotidianas

Se presentan a continuación algunos ejemplos de situaciones pertenecientes a lo que los estudiantes, desde su perspectiva usaban la matemática fuera de la escuela, específicamente de la práctica Counting y Locating, Masingila (2002).

La idea de Contar, es retomada por la autora de las seis prácticas que propone Bishop en 1988, a continuación se presentan ejemplos alrededor de esta práctica:

- Counting change in a store
- Estimating the prices of several items
- Figuring mileage for a trip
- Calculating amounts of ingredients needed to change a recipe to serve larger or smaller numbers of people
- Keeping score during a basketball game

(Masingila, 2002, p. 34).

La idea de Localizar, es retomada por la autora de las seis prácticas que propone Bishop en 1988, a continuación se presentan ejemplos alrededor de esta práctica:

- Using a map to plan a driving route
- working with a parent to use a blueprint to determine where to install some electrical wires
- drawing a sketch before building a clubhouse

(Masingila, 2002, p. 34).

Figura 4.13. Caracterizaciones de la percepción de estudiantes del uso de la matemática, extraída de (Masingila, 2002, p. 34).

De los ejemplos anteriores, Masingia (2002), declara que el tener un amplio referente de las matemáticas, permite a los estudiantes tener también un amplio espectro de dónde las usan en sus actividades fuera de la escuela. Por otro lado, reconoce que el referente de los estudiantes es una matemática que comúnmente se considera sinónimo de School Mathematics.

En lo que compete a nuestra investigación, en tanto el estatus del cotidiano en la investigación de la autora Masingila, es posible identificar una constante similar a las otras investigaciones estudiadas. Es decir, la propuesta de relacionar “la matemática” con el “cotidiano” está en que los estudiantes muestren donde usan la matemática, limitándose a describir aquellos contextos que involucran el uso de números, dejando ver su perspectiva de la Matemática y de lo que aprenden en el aula de clases. Con esto, solamente se desea evidenciar que el énfasis no está en trastocar un conocimiento matemático escolar sino en identificar contextos que involucren a la matemática. Por otro lado llama la atención de cómo la autora ante la diversidad de los ejemplos, los agrupa siguiendo las prácticas que propone Bishop en 1988. Por ejemplo, contar el cambio en una tienda y calcular las cantidades de ingredientes necesarios para cambiar una receta, están agrupados en una misma categoría. Sin embargo, no se toma en cuenta que la matemática escolar que precisa cada ejemplo es de diferente naturaleza, es decir, una implica determinar el estado final en tanto un conteo mientras que la otra requiere de un pensamiento de lo proporcional para saber la variación de las cantidades de los ingredientes que se requieren.

Por último su interés sigue estando en la construcción de un puente entre la matemática fuera de la escuela y la escolar, de tal suerte que las situaciones identificadas sean un punto de partida para construir otras situaciones que permitan la formalización de los contenidos matemáticos. Esto también permite inferir que la autora implícitamente le asigna un valor menor al conocimiento matemático que está fuera de la escuela, siendo el conocimiento formal lo que los estudiantes deben aprender.

Como punto y aparte, esta investigadora, tiene trabajos recientes donde continúa hablando acerca de las prácticas matemáticas dentro y fuera de la escuela, por lo que para los intereses del trabajo que se desarrolla es que se considera conveniente indagar sobre la postura reciente que presenta.

El estudio posterior que refiere a prácticas fuera de la escuela es el siguiente, Masingila, Muthwii y Kimani (2011), el cual se puede entender como una réplica del estudio reportado en Masingila (2002), claro con ciertas variantes. La afirmación anterior se obtiene debido a que en ésta, se pretende examinar las percepciones de cómo estudiantes de sexto y octavo grado en el nivel primara en Kenia, utilizan las matemáticas y la ciencia, con la finalidad que éstos se acerquen a la matemática cotidiana y a las prácticas de las ciencias.

En cuanto a las diferencias entre los dos estudios citados anteriormente, una es que ahora la idea de formalizar el conocimiento informal del estudiante, se pretende a través de hacer conexiones entre las matemáticas fuera de la escuela y las prácticas científicas.

El conocimiento de las matemáticas diarias de los estudiantes y la práctica de la ciencia puede ayudar a los maestros para fortalecer en los estudiantes ideas de las matemáticas y las ciencias en la escuela y fuera de la escuela (Masingila, et al, 2011).

Por otro lado, amplía su marco de referencia, al considerar a la etnociencia, la cual incluye a la etnomatemática. Con este enfoque se considera el uso de las matemáticas y a las prácticas de ciencia, en contextos sociales y culturales.

Las conclusiones de ambos estudios (2002 y 2011) son muy similares, y su interés continua estando en la formalización de los conocimientos informales de los estudiantes, ya se de prácticas cotidianas o de prácticas de ciencia.

Everyday Mathematics, Mathematicians' Mathematics, and School Mathematics: Can We Bring Them Together?

Continuando con el estado de arte, se presenta en los siguientes párrafos una investigación realizada por Marta Civil, quien es profesora asociada del departamento de matemáticas de la Universidad de Arizona, dicho trabajo se reporta en el Handbook del año 2002, y se pretende explorar si es posible juntar, tres tipos de matemáticas *Everyday Mathematics, Academic Mathematics* y *School Mathematics*, en un propuesta con la finalidad de afectar el aula de matemáticas.

En primera instancia, conviene entender lo que Civil está concibiendo para cada uno de los conocimientos que desea unir en una propuesta. El primer tipo de matemáticas es, *School mathematics*, la cual se puede entender como, "Traditional school mathematics is often characterized by an overeliance on paper-and-pencil computations with little meaning, clearly formulated problems following prescribed algorithms, and a focus on symbolic manipulation deprived of meaning"(Civil, 2002, p. 43).

En el tipo de actividad anterior, el profesor y el libro de texto parecen ser los personajes centrales en las tradicionales matemáticas escolares, que se encuentran presentes en la mayoría de las aulas de clase. Por otro lado, en Civil (2002), se menciona que en aquel entonces, ya se apreciaban diferencias en las aulas de clases, en algunos casos se debía a las diferentes interpretaciones que se le daba a la matemática, y en otras, el libro de texto se concebía como un recurso más en el aula.

El segundo tipo de matemáticas es *Mathematicians' Mathematics* acotada en un contexto escolar. De manera particular, las Matemáticas es una disciplina que trabaja con problemas que no se encuentran bien definidos, donde los actores que intervienen son los Matemáticos, que en algunos casos muestran un entusiasmo y comparten su trabajo. Ante la visión que éstos tiene de su quehacer, es que Civil (2002), admite que dichas características y actitudes que se pueden apreciar de los Matemáticos, pueden ser llevadas al aula de clases, favoreciendo así, la creación de un espacio de la cultura matemática.

Para poder entender mejor, la idea de cómo es que se visualiza que los estudiantes en el aula de clases trabajen las matemáticas como lo trabaja un matemático, es que se presentan a continuación algunos puntos importantes a considerar. El profesor debe realizar ciertas cosas para animar a los estudiantes a ser persistentes, así como también, profesor y estudiantes deben tener discusiones matemáticas. Por otro lado, los estudiantes deben trabajar tareas difíciles en grupos pequeños, así como también hacerse responsables de la validez y justificación de sus estrategias de resolución de problemas. Todo lo anterior, bajo la postura de Civil, debe darse a través de una buena comunicación y negociación de los significados de la actividad matemática. La Figura 4.14, corresponde a un ejemplo del segundo tipo de matemáticas.

Mathematicians' Mathematics

A continuación se presenta un ejemplo de lo que Civil (2002) refiere como las matemáticas de los matemáticos, es retomado por la misma autora de los trabajos de Lampert (1990).

¿Cuál es el último dígito de las siguientes potencias?

$$5^4 \ o \ 7^5$$

Figura 4.14. Ejemplo retomado de Lampert (1990), para ejemplificar a las matemáticas de los matemáticos (Civil, 2002, p. 43).

El ejemplo anterior, no tiene la intención de apostar a que el estudiante calcule o encuentre el último digito de la potencia, sino más bien tiene el interés de resaltar las estrategias, los argumentos y las justificaciones que estos ponen en juego al resolver la potencia.

Por último, algo que ha de considerarse es que hay diferencias entre un matemático y un niño, la más notable es que uno decide ser matemático y el otro no, asimismo, el niño no decide por su cuenta estar en la escuela. Sin embargo, ante lo anterior una ventaja que se observa es que los profesores en las escuelas tiene la libertad de escoger que ejercicios va a trabajar, por tanto se ve viable la idea de proponer elementos que permitan crear en el salón una cultura de las matemáticas, la cual puede resultar ser un poco artificial, pero debe ser fiel al quehacer de los matemáticos, (Civil, 2002).

El tercer tipo de matemáticas hace referencia a aquellos conocimientos fuera de la escuela, denominada como *Everyday Mathematics*. Específicamente en la investigación revisada no se explicita una definición de este tipo de matemáticas, pero si se exhiben algunas características que deben tener, las cuales se enuncian a continuación.

> (a) occurs mainly by apprentice ship. (b) involves work on contextualized problems, (c) gives control to the person working on the task (i.e., the problem solver has a certain degree of control over tasks and strategies),

> (d) often involves mathematics that is hidden-that is not the center of attention and may actually be abandoned in the solution process, (Civil, 2002, p. 43).

La lista anterior tiene la intención de ser un referente, para poder recrear un ambiente en el cual se refleje aquellos aprendizajes que ocurren fuera de la escuela. También, se reconoce que en dichas actividades cotidianas, los conceptos pueden estar ocultos, por lo que no se perciben con tanta facilidad y en algunos casos las actividades pueden parecer que no involucran nada de matemáticas (Civil, 2002).

El ejemplo que la autora referencía en su investigación para esclarecer donde se puede ver el *Everyday Mathematics*, es el trabajo desarrollado por Nunes, Schliemann y Carraher (1993), donde se reconocen unas matemáticas de la calle (Street Mathematics), al resolver ciertos problemas propios de la vida cotidiana de ciertos individuos.

Al inicio del apartado, se declaró que la propuesta de la autora pretendía juntar tres tipos de conocimientos para afectar el aula, ésta consistió en un proyecto a largo plazo, donde se tomaron algunas ideas que los estudiantes ya tienen cuando llegan al aula, como un punto de partida para la exploración del potencial matemático, claro está desde la mirada de un matemático, considerando que al estar inmersos en el aula se generan ciertas limitaciones. Por otro lado, algo que se pretendía evitar es que el *Everyday mathematics*, de los estudiantes sirva meramente como una agente de motivación, y favorecer que estos, dialoguen entre ellos así como también, que expliquen sus procedimientos y formas de pensar (Civil, 2002).

El proyecto citado en el párrafo anterior, se denominó "Funds of Knowledge for teaching". En este se propusieron dos módulos de aprendizaje, el primero fue en torno a juegos donde la intención recaía en realizar un enlace directo a las experiencias de los estudiantes. El segundo pretendía el trabajo con cuestiones geométricas, específicamente en el trabajo de ciertos patrones geométricos, considerando que los estudiantes ya tienen algunas experiencias con ellos, se pueda llegar a la matemática de los matemáticos (Civil, 2002).

El módulo perteneciente a los juegos, estaba organizado en dos partes, la primera era que ellos participen en el juego de Nim, y que posteriormente ellos propongan sus propios juegos, sin embargo en los juegos que propusieron la matemática no era muy visible. Para el segundo módulo se tomó la geometría, debido al poco contacto de los estudiantes con esta, sus edades oscilaban entre 10 y 11 años. Debido a que en el módulo de juegos la matemática no surgió fuertemente es que se pretendía lograrlo en el segundo, específicamente discutiendo el concepto de simetría, la idea de teselación y el concepto de ángulo en el contexto de polígonos regulares (Civil, 2002).

Los resultados más notables que se obtuvieron del proyecto, fue que se observaron cambios favorables en la participación de los estudiantes ante la actividad matemática, también tuvo lugar un cambio en sus creencias sobre las matemáticas y el papel que ellos desempeñaban ante ciertas situaciones, las cuales iniciaban con el *Everyday Mathematics* para luego discutir aspectos más formales de la *School Mathematics*, sin embargo esta transición ocasionaba que los estudiantes perdieran el interés en la discusión (Civil, 2002).

Ante la investigación que se describió párrafos atrás, se puede mirar que la centración en el objeto matemático trabajado en las aulas de clase se encuentra presente. Más que motivación que era lo que no se quería en su propuesta el *Everyday Mathematics*, sirve meramente como un elemento inicial para que después se trabaje y discuta elementos más formales de la matemática (objetos matemáticos o acciones de los matemáticos como la argumentación), que se referencia como lo más cercano al quehacer de un Matemático.

Otra inferencia que se puede realizar del trabajo descrito, es que se puede percibir que la matemática escolar debe adquirir elementos de una matemática formal, así como también debe estar permeada por las experiencias que los estudiantes tienen al momento de entrar a un salón de clases.

Por último, en cuanto a lo realizado en el proyecto, pareciera ser que primero fijan que conocimientos (pensando en los conceptos matemáticos) quieren desarrollar en los estudiantes y luego proponen las tareas o problemas.

Un elemento que conviene resaltar es que Marta Civil, continuó realizando algunas investigaciones, que dan cuenta de un conocimiento fuera de la escuela, sin embargo estos los reportaremos en otra sección, debido a que está centrado en una ambiente específico, en contra parte al *Everyday Mathematics* planteado en este apartado que se puede entender de manera general o bien en cualquier ambiente.

Everyday Problem Solving and Curriculum Implementation: An Invitation to Try Pizza

En el desarrollo de esta sección se reporta otra investigación que pretende dar cuenta de un conocimiento matemático fuera de la escuela, en específico Brenner (2002), trabaja con la idea de *Everyday Mathematics* (que se expresa desde lo cultural) y el *Informal Mathematics* (que se expresa desde lo personal), donde la intención de la autora es afectar el aula de clases. La forma en la cual se pretende llegar al aula es mediante la implementación de una unidad curricular denominada Pizza, donde el contenido abordado pertenece al tema de pre-algebra.

En lo que respecta al ejemplo a exhibir en este apartado, puede ser un tanto diferente a los anteriores, y eso se debe a que la autora no muestra un ejemplo explícito del *Everyday Mathematics* e *Informal Mathematics*, sino que estos se están tomados en cuenta en la propuesta, de tal suerte que al resolverla el estudiante ponga en juego dichos conocimientos.

En primera instancia para poder comprender el ejemplo que se presentará más adelante, es necesario explicitar las intenciones de la autora con la unidad curricular. En concreto, el propósito de la unidad estaba en mirar como los profesores y estudiantes participaban en la unidad, donde los roles estaban en que el primero aplicaba las actividades a los estudiantes y estos últimos las resolvían.

El contexto o bien la situación realista como lo propone Brenner (2002), está en elegir a una empresa de Pizzas (de entre tres disponibles) para que preste el servicio a su escuela, donde lo que se quiere es que está proporcione el mejor servicio que beneficie a todos. Por otro lado, al resolver la unidad se esperaba ayudar a los estudiantes a transitar del dominio concreto y elemental de la aritmética hacía un dominio más abstracto que sería el álgebra, para ello es que las actividades incorporaban aspectos del *Everyday* e *Informal Mathematics*.

A pesar de que los conocimientos anteriores sean puestos en juego, también se generaron algunas lecciones que estaban centradas en las matemáticas formales, un ejemplo que plantean es la construcción correcta de una gráfica (Brenner, 2002).

Antes de pasar al ejemplo, conviene resaltar la perspectiva que Brenner, acuñar para el desarrollo de la unidad curricular, la cual se basa en las ideas de la perspectiva Problem Solving, además otro soporte son las ideas de la communication in the mathematics classroom, la cual puede ser entendida como, "Mathematical communication is prescribed as an area of mathematical competency along with mathematical reasoning and problem solving" (Brenner, 2002, p. 64).

Por último, se considera que el profesor debe proveer oportunidades para trabajar en pequeños grupos, realizar presentaciones en clase, entre otras cosas, esto se debe a que consideran las ideas de Vigotsky, que afirma que los vínculos entre las matemáticas escolares y las matemáticas cotidianas se crean a partir de las interacciones interpersonales (Brenner, 2002).

Continuando con el estado de arte, un elemento que nos interesa resaltar son las caracterizaciones y aspectos que se están considerando como *Everyday Mathematics* y *Informal Mathematics.* A esto Brenner, (2002), cita a Nunes, Schliemann, y Carraher (1993), debido a que en dicho trabajo se expresa una distinción de estos dos conocimientos. Donde el primero hace referencia a las actividades donde se usan matemáticas, por ejemplo ir de compras, el trabajo de un carpintero, entre otros. Informal Mathematics, está constituido de las estrategias que los niños llevan a la escuela, donde no se requiere saber la situación de donde viene, por ejemplo el conteo, la agrupación entre otros.

Sin embargo, la caracterización anterior, no permite el objetivo de la unidad, que es analizar cuando los maestros involucran alguno de estos conocimientos, por lo que propone los siguientes indicadores, para el "everyday or informal knowledge and reasoning: (a) reference to personal knowledge, (b) comparison to specific real-world settings, (c) use of informal method, (d) analogies to everyday experiences or concepts, (e) value judgments, (f) rephrasing into everyday terminology and (g) situation-specific units of analysis" (Brenner, 2002, p. 70).

A continuación en la Figura 4.15 se presenta un ejemplo de las actividades propuestas en la unidad curricular, esta tiene el propósito de mostrar la publicidad (esta contiene ciertos datos que el estudiante debe de utilizar) de tres empresas que están concursando para dar el servicio en la escuela, de tal suerte que el estudiante las analice, y tome una decisión de cuál es la que conviene contratar.

Everyday and Informal Mathematics, en una unidad didáctica

A continuación se presenta una de las lecciones de la unidad didáctica creada denominada la pizza, donde lo que se pretende es que el estudiante se apoye de la matemática para tomar una decisión, que pizzeria es la que conviene para la escuela, Brenner (2002).

Lesson #9: The Advertising Dilemma

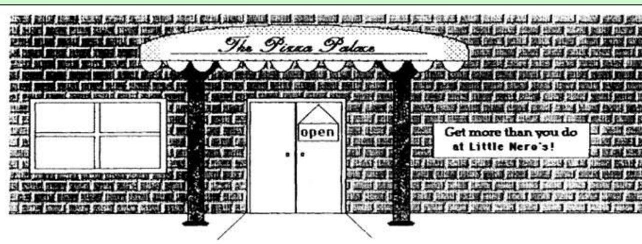
The advertising department of The Pizza Palace needs your help! They are trying to convince customers that they offer the best deal on pizza. To do this their advertisements must show people that they will get more for their money at The Pizza Palace than they would at Little Nero's or Rodolfo's. The Pizza Palace thinks that they have the best deal, but they need you to conduct a mathematical comparison of the three ads and show which restaurant has the best buy. In your comparison, be sure to answer the following questions.

1. What are the dimensions of each pizza? Find the length and width of the rectangular pizzas and the radius and circumference of the round pizzas.
2. What is the area of each pizza? Which is the largest? Which is the smallest? How do they compare?
3. So which pizzeria has the better buy? Present the results of your comparison in a letter to The Pizza Palace. Remember to use your findings as evidence to support your conclusions. Do you have good news or bad news for the folks at The Pizza Palace?

(Brenner, 2002, p. 72).

Rodolfo's "*The Home of The Elegant Pizza*"

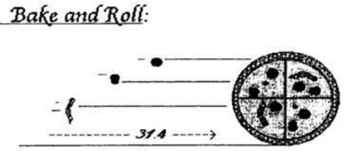
Hi! I'm Rodolfo and I want to tell you about a new pizza I have created. It's called Pizza Classico™. I'm a big man and I like big pizzas. That's why I gave this pizza a radius of 3". To make sure that your wallet will enjoy it too, I have priced it at only $5. So come in and see that our elegant pizzas are a really big deal.



Tired of going in circles? Some stores claim to have better bargains, but their claims just don't add up! That's why we're pleased to offer Rectangle Pizzas™ Each pizza is five inches wide and six inches long. Two Rectangle Pizzas™ cost only ten dollars. So you can afford to get one for each member of your family. So don't go around to someone who offers less than The Pizza Palace does. Compare us with the competition and our numbers will set you straight.

PIZZA PALACE

Bake and Roll:



Our lab tests confirm that one revolution of our deluxe pizza takes up 31.4 inches. Why is this important you ask? Well, we here at Little Nero's really feel that you deserve to get more pizza for your money. That's why we make our deluxe pizza with a circumference of 31.4 inches, for better pizza value. Because each pizza is priced at only $10, you can buy a large for the price of their little pizzas. At Little Nero's we give you good value and more delicious pizza. We think that that's perfecto!

Figura 4.15. Ejemplo que pretende desarrollar el Everyday y Informal mathematics.

Una de las reflexiones en torno a la aplicación de las actividades anteriores es que ningún grupo de estudiantes concluyó la actividad (tomar una decisión sobre qué empresa debe dar el servicio), sin embargo sí realizaron los cálculos, en algunos casos correctos en otros no (Brenner, 2002).

Así mismo, se dieron momentos en los cuales los estudiantes usaron el *Everyday* e *Informal knowledge* para la resolución de los problemas, situación que los llevaba a una disposición para construir conceptos más formales. Por otro lado, también se dio el caso que cuando comenzaban una discusión donde se ponían en juego elementos del *Everyday* e *Informal knowledge,* al final siempre se desviaban y su referente se convertía en elementos de las matemáticas escolares, así como también donde no ponían en juego dichos conocimientos y se limitaban a la matemática escolar, Brenner (2002), todas estas situaciones se le atribuyen a las diferentes introducciones que los profesores realizan a la actividad.

En conclusión, Brenner, considera que con la unidad curricular, se lograron muchos de los objetivos planteados, por ejemplo mejorar la comprensión de los conceptos elementales del álgebra. En algunos momentos se logró la vinculación de las matemáticas cotidianas con las matemáticas escolares. En contra parte, se considera que "that written materials cannot fully replicate practices outside of the classroom, but they are nevertheless a potentially valuable tool for educators" (Brenner, 2002, p. 90).

Con respecto a la perspectiva mostrada en este apartado, se puede realizar la misma inferencia que en otros apartados se ha realizado, la cual es que el rol del *Everyday* e *Informal Mathematics* son meramente un puente para llegar a la matemática escolar.

Un elemento que se resalta es que las intervenciones de los profesores predisponen al estudiante para el uso de su conocimiento informal, del cotidiano o el escolar, sin embargo consideramos que un factor es la introducción escrita que se muestra en el ejemplo, pues las preguntas que se realizan, llevan a pensar en los conceptos matemáticos que van a intervenir o se deben articular para resolver la actividad, por lo que de manera instantánea se predispone al estudiante a que conocimientos debe usar en la actividad.

En cuanto a la idea del cotidiano como un constructo, no se explicita, es decir no se toma como un elemento de análisis, únicamente se referencia un conocimiento que podemos inferir vive en el cotidiano, donde este se puede interpretar bajo la definición que se encuentra en un diccionario.

Para finalizar, la autora Mary E. Brenner, es profesora asociada de la Universidad de Californa, Santa Barbara. Una cuestión que también es de nuestro interés resaltar, es si la autora ha continuado en sus escritos posteriores trabajando en este caso con las ideas de *Everyday* e *Informal Mathematics*, sin embargo, una revisión realizada, mostró que no vuelve a trabajar con dichos conceptos, sino que se enfoca en otros aspectos.

Everyday Mathematical Activity in Automobile Production Work

En este apartado se reporta una investigación realizada por Smith III (2002), quien es un profesor del Colegio de Educación de la universidad del estado de Michigan, en está pretende dar cuenta las matemáticas usadas en ciertas prácticas cotidianas de individuos que se desempeñan en el ramo de la producción de partes para automóviles en Estados Unidos. Uno de los intereses es comparar dichas matemáticas con el currículum de matemáticas K-12.

Para el autor, "*Everyday Mathematics* concerns the reasoning, calculation, and communication embedded in daily work practices" (Smith III, 2002, p. 111). En ese sentido las prácticas realizadas por los trabajadores tenían un fuerte énfasis en la producción de piezas para autos, lo que contrasta con la intención dentro de un aula de matemáticas, que recae en la adquisición de conocimiento para luego usarlo en otro contexto.

A pesar de la diferencia entre escenarios, se encontraron algunas similitudes entre *Everyday Mathematics* y *School Mathematics*, por ejemplo, el cálculo numérico era muy común, donde al igual que en la escuela se usaba como apoyo una calculadora básica para realizar las operaciones. Sin embargo, el resultado era más importante en el lugar del trabajo de las personas, esto se debe a que los errores tiene consecuencias humanas y económicas en el lugar de trabajo, mientras que en la escuela solo se puede conseguir una respuesta correcta o incorrecta (Smith III, 2002).

Para poder estudiar a las personas en su lugar de trabajo la metodología que se empleó fue la observación directa de 16 centros de trabajo, los cuales participan en la fabricación de piezas de alta calidad para automóviles, así como también sistemas de repuestos, ahí se examinaron las acciones de los trabajadores, así como los contenidos matemáticos de sus actividades diarias. En primera instancia se buscó tener una visión general de todos los puestos de trabajo y la matemática que ponían en juego, para luego tomar la decisión de qué lugares serían analizados, y la característica que debían cumplir es que su contenido matemático sea rico (Smith III, 2002).

Al final, se fijó la mirada en tres categorías de actividades matemáticas, mediciones, razonamiento numérico y cuantitativo y razonamiento geométrico y espacial.

A continuación en la Figura 4.16, se presenta lo que el autor exhibe como ejemplos de las matemáticas encontradas en el lugar de trabajo, esto es a partir de ejemplos de las actividades de unos trabajadores, donde se resaltan dos tipos de matemáticas, para el primero un razonamiento numérico y para el segundo un razonamiento geométrico y espacial.

Everyday Mathematical Activity in Automobile Production Work

El siguiente ejemplo es desarrollado por unos trabajadores dedicados a la prensa de estampado, donde cada pieza era almacenada en un contenedor, Smith III (2002).

Los trabajadores sabían que cada contenedor debía tener 190 piezas, por lo que cada trabajador al terminar su turno deja un registro de las piezas que realizó en el contenedor, por lo que el trabajador que entra en turno para saber cuantas piezas debe hacer para la cuota del contenedor, se resta al 190 la cantidad de piezas que hay dentro (Smith III, 2002).

Los trabajadores de otro sitio, donde se producen un gran número de embragues para el aire acondicionado y compresores, tienen que comprobar la exactitud y la geometría de las piezas que fabrican. «*Both machinists and CMM operators worked from intricate paper blueprints that described the shape of their finished parts, so they continually mapped the two-dimensional features and information shown on the print onto a three-dimensional part and back again"* (Smith III, 2002, p. 127).

Figura 4.16. Actividades de trabajadores en la producción de piezas automotrices (Smith III, 2002).

En cuanto a los dos ejemplos mostrados en la Figura 4.16, Smith III (2002), resalta que todas las actividades son importantes, ya que pueden llegar a tener repercusiones en el ensamblado del automóvil o en su funcionamiento.

En lo que respecta al primer cuadro de la Figura 4,16, se muestra el trabajo de una persona que fabrica ciertas piezas que son almacenadas en un contenedor donde su capacidad está fijada a una cierta cantidad de piezas, para esto se disponen de calculadoras básicas para realizar las operaciones. La importancia de esto recaía en dos sentidos, primero si el contenedor tenía más o menos piezas, el cliente no lo aceptaba; segundo en la fábrica había otro departamento se encargaba de verificar la cantidad de piezas de cada contenedor, pero debido a que ya estaban sellados, recurrían a una tabla que correlacionaba el peso del contenedor con la cantidad de piezas que contiene. Es debido a estos dos sentidos que un elemento primordial para los trabajadores que colocan las piezas en los contenedores es la exactitud (Smith III, 2002).

También se realiza una comparación de la matemática en el lugar del trabajo con la matemática escolar, en cuanto al lugar de trabajo los números están sumamente relacionados con las cantidades de los objetos que se fabrican. Mientras que en las escuelas los profesores dan mucha atención a la exactitud en los cálculos, a la par que se preocupan por que el estudiante no sea dependiente de la calculadora, una diferencia significativa está en que para la escuela, los números son número, es decir escasas veces tienen un sentido en relación con alguna situación (Smith III, 2002).

En el ejemplo anterior, es posible observar que la exactitud está en términos de realizar una operación de la mejor manera, en la mayoría de los lugares de trabajo se disponen de herramientas que ayudan a los trabajadores. El conocimiento que se resalta es el de realizar una resta donde las cantidades adquieren un significado referente a los productos elaborados, y los que faltan por elaborar.

Para el segundo ejemplo de la Figura 4,16, se reporta que cuando los trabajadores realizan maniobras para fabricar las piezas, "these moves involved addition and subtraction of signed decimals (for one-dimensional moves) or trigonometric calculations (for oblique moves) to compute the coordinates of target locations" (Smith III, 2002, p. 127).

Por otro lado, el autor realiza una comparación de los contenidos encontrados en la fabricación de piezas con los contenidos escolares, a lo cual menciona que,

> One feature of this work that was striking in relation to the spatial and geometric content of the school curriculum was the covert aspect of the coordinate systems that controlled the tools' motions and actions and guided the operators' thinking. In contrast to most school problems, in which the coordinate systems involved are overt, the tools' displays made only the X-, Y-, and Z-coordinates of the working point visible. This situation increased the operators' difficulty in seeing the spatial and geometric content of their work (Smith III, 2002, p. 127).

Un elemento que cabe resaltar es que al realizar dichas comparaciones entre el lugar de trabajo y el aula, Smith concluye que lo escolar está todavía lejos de ser un referente o aportar conocimiento para que un individuo se desarrolle en su trabajo. Es así que la investigación que se ha reportado en este apartado contribuye a dimensionar la problemática planteada en el primer capítulo, la cual habla del divorcio entre lo escolar y el cotidiano.

Dentro de las conclusiones de Smith III (2002), señala que la actividad más rica observada en el lugar de trabajo referente a la producción de piezas de automóviles fue en aquellas donde se observó un razonamiento espacial y geométrico en dos y tres dimensiones, que si bien en el currículo K-12 es muy limitado el contenido que se trabaja, en contraste con el currículo de otros países donde la industria es muy fuerte, como Alemania y Japón, que incluyen más contenido espacial y geométrico.

Por último un elemento importante que conviene que resaltar en este trabajo que desarrollamos, es lo que concluye acerca del Everyday Mathematics,

> I have suggested that one important sense of everyday mathematics is the mathematical content of routine work practices. Everyday mathematics in this sense is not the conceptual and psychological counterpart of school mathematics as students move from school activities to activities out of school and back again. Rather, it is a placeholder for the kind of mathematical performances and reasonings that may legitimately be expected of graduating students when they move into specific lines of work (Smith III, 2002, p. 128).

En la cita anterior, el autor llama la atención de que el Everyday Mathematics, no es trivial, es decir no basta con que un estudiante transite de actividades dentro y fuera de la escuela, es decir el Everyday Mathematics debe ser un referente de que elementos se están usando en el lugar de trabajo, de tal suerte que cuando un estudiante egrese y se inserte al ámbito laboral, los conocimientos adquiridos puedan ser útiles y permitan al individuo desarrollarse en su trabajo y perfeccionarlos en su actividad laboral.

Smit III (2002), también menciona o llama la atención que esta afección no puede ser generalizada, debido a que muchos estudiantes al final de sus estudios se van a insertar al medio laboral de las industrias, los resultados de las matemáticas en el lugar de trabajo no son representativos de todas las industrias, o bien en general sería un error alinear las necesidades del trabajo con las matemáticas escolares, esto debido a que dicha práctica está ligada a un contexto específico. Lo que se tendría que hacer es identificar en los lugares de trabajo cuales serían las competencias que pueden beneficiar o ser demandadas en la mayoría de las industrias o trabajos.

La perspectiva reportada en este apartado muestra una postura sobre la brecha que existe entre lo escolar y lo cotidiano, específicamente en el ámbito del trabajo, debido a que exhibe elementos que dan cuenta de que los conocimientos matemáticos que están en la escuela, en nada se parecen a los que están en el lugar de trabajo. Una razón puede ser que la matemática escolar carece de un sentido y significado, en contraparte con las matemáticas en los lugares de trabajo, donde todo tiene una intención y está relacionada con los objetivos y problemas que ahí tienen lugar.

Estos planteamientos los compartimos en la investigación que desarrollamos, debido a que estamos conscientes que el problema no se resuelve reproduciendo en la escuela las prácticas del trabajo o bien del cotidiano.

4.7. Workplace Mathematics

Para este apartado, reportamos una investigación publicada en el Handbook *Everyday and academic mathematics in the classroom* en el año 2002, donde se da cuenta del *Workplace Mathematics*, un conocimiento incluido dentro del *Everyday Mathematics*. El apartado especial obedece a las particularidades de este conocimiento.

Bringing Together Workplace and Academic Mathematical Practices During Classroom Assessments

Continuando con el estado de arte, en esta sección se reporta una investigación realizada por Moschkovich (2002b), donde el objetivo estaba en mostrar cómo evaluar una propuesta que pretende vincular *Workplace* y *Academic Matematical Practices.* Sin embargo debido a la naturaleza del trabajo que estamos desarrollando, nos limitaremos a reportar el ejemplo de cómo se pretende realizar dicho enlace entre las dos prácticas antes mencionadas.

Entre los aspectos que se incorporan en la unidad curricular, están los estándares del National Council of Teachers of Mathematics (1989, 1991, 2000), citado en Moschkovich (2002b), donde una premisa es que la matemática en lugar de proporcionar una matemática aplicada a los estudiantes, estos sean incorporados a las matemáticas del mundo real.

En Moschkovich (2002b), se estará entendiendo como mundo real, "*when used to describe curriculum, assessments, or mathematical activity, can refer to activities in which students might engage during the course of their present daily lives or to future activities in which students might engage as adults at work*" (Moschkovich, 2002, p. 93).

Sin embargo, en el capítulo no se hace explícita una caracterización del *Workplace Matematical Practice*, pero esta autora en la primera parte de este capítulo, se exhibió una propuesta de una caracterización ante este tipo de conocimiento.

La unidad que se propone es denominada *The Antárctica Project*, donde se pretende que los estudiantes jueguen el rol de adultos profesionales que usan las matemáticas, en específico diseñadores arquitectónicos. Para su diseño se tomó la perspectiva Etnomatemática, debido a que permite el análisis de las actividades de los estudiantes donde no siempre es visible la matemática que está en uso (Moschkovich, 2002b).

A continuación en la Figura 4.17, se exhibe la tarea que se propuso a los estudiantes con la finalidad de realizar el vínculo entre *Workplace y Academic Matematical Practice*.

The Antarctica Project

A continuación se presenta la actividad propuesta por Moschkovich (2002b), que pretende realizar un vínculo ente las prácticas matemáticas del trabajo y las de la escuela.

Frozen Scientific Group

Memo 1

TO: **Expedition Design, Inc.**
FROM: **Frozen Scientific Group**
RE: **Request for Design Proposal**

This memo is a request for a design proposal. We are asking for proposals from several companies, and will accept the proposal that best meets our needs at the most reasonable cost.
We need a design for a scientific research station on the Antarctic coast. The site for the station is a small flat field of dry rock 17 meters wide and 30 meters long. The station should provide lab space, housing, and recreational facilities for four scientists, who will be studying phytoplankton. Our project will use the station for two years. Our funders are particularly concerned that the design we accept is energy-efficient. Your proposal should reflect that concern while still maintaining overall reasonable costs. Attached you'll find a short description of life in Antarctica, which should give you a better idea of our requirements.

Your design proposal report should include a floor plan of the design, along with a proposed budget for building and heating costs over the two years. Of course, you will want to include materials that explain why your design best meets our needs.

We look forward to receiving your proposal.

Moschkovich, 2002b, p. 97

Figura 4.17. Proyecto Antártica, para estudiantes de secundaria.

La actividad ilustrada en la Figura 4.17, tenía por objetivo que los estudiantes usen un software especializado al igual que lo hacen los diseñadores arquitectónicos en su trabajo. Además se debía promover en la unidad el, “use several mathematical concepts while tackling a design project: scale, proportion, area, perimeter, and representations of functions” (Moschkovich, 2002b, p. 96).

Por otro lado, lo que se planteaba también era hacer un cambio en las actividades comúnmente trabajadas en el aula, es decir salir del lápiz y papel, y realizar diseños en un software, así como presentaciones de sus proyectos y avances a sus demás compañeros (Moschkovich, 2002b).

Entre los resultados reportados por la autora se encuentra que, las matemáticas puestas en juego en la resolución del proyecto, no se parecen a las matemáticas que aparecen en los libros de texto o a la matemática formal, sin embargo en la presentación final del proyecto no salieron a relucir este tipo de matemáticas, esto se debió a que,

> During the final presentations, students focused on describing or defending a design rather than explaining their design process, supporting their design decisions, or describing the mathematics that they had used to solve design problems. The norms established for the presentations did not focus on activities such as justifying design decisions, making mathematical arguments, presenting the mathematical concepts used, or reflecting on the mathematical progress made (Moschkovich, 2002b, p. 108).

Una de las cosas que se puede inferir de la propuesta presentada en este apartado, es que la actividad propuesta pretende reproducir casi literal la práctica laboral de un diseñador arquitectónico, desde el uso del software, hasta la presentación final por parte de los estudiantes. Esto ocasiona que los argumentos matemáticos pierdan relevancia, ya que el interés estaba más centrado en convencer a sus compañeros que su propuesta era la mejor.

Con respecto a la actividad propuesta (ver Figura 4.17), es que a diferencia de otras que se han reportado en este estado de arte, no se hace explícito para el estudiante qué conocimientos debe poner en juego para la resolución. Sin embargo la autora, espera el uso de ciertos conocimientos matemáticos.

Un elemento que no se menciona en la investigación es si documentaron las prácticas de un diseñador arquitectónico, o únicamente eligieron dicho contexto y propusieron la actividad para favorecer los elementos que al inicio se muestran. También se puede pensar que su interés estaba tanto en el uso de ciertos conceptos, así como las justificaciones y argumentos que el estudiante daba.

4.8. Household Knowledge

En este apartado, se presenta una caracterización especial de un conocimiento matemático ubicado fuera de la escuela. Es posible considerarlo como una particularización del Everyday Mathematics discutido en Civil (2002), el cual en estudios posteriores, Civil (2007, 2009), se referencia un conocimiento como household knowledge into mathematical knowledge. Por otro lado, trabajos más antiguos dan muestra de los inicios de esta perspectiva, por ejemplo en Civil (1998), ya se daban elementos de que el interés de la autora recaía en el desarrollo de proyectos de innovación instrucional para el aula de matemáticas, donde la intención esta en retomar las experiencias de la vida cotidiana de padres y estudiantes para usarlas en pro de su aprendizaje. Es así que a continuación describiremos este particular conocimiento, así como la propuesta que se propone para el aula.

Un aspecto relevante de este tipo de conocimiento, es que surge bajo la preocupación del aprendizaje de estudiantes inmigrantes, dentro de un programa de formación docente, propio de la educación multicultural. Uno de los objetivos de estos profesores y formadores de profesores, es lograr una mejor comprensión de que son las matemáticas, así como también ampliar las concepciones que se tienen de esta, por ello es que se decide analizar los contextos de los estudiantes para encontrar un contenido matemático que permitiera la creación de unidades curriculares para el aprendizaje de los estudiantes, así es que se gestan dos proyectos, FKT (Funds of Knowled for Teaching) y Bridge (donde de manera particular se enfocaban al conocimiento matemático) (Civil, 2009).

Uno de los aspectos fundamentales de esta perspectiva o del trabajo que la autora realiza, recae en lo siguiente, "Our premise is that the students' households and community can provide strategic resources for classroom practice" (Civil, 1998, p. 216). En la cita anterior es posible ver que su intención está en valorar aquel cúmulo de conocimientos que existe en una familia.

En cuanto al *household knowledge* explícitamente no se proporciona una caracterización de este tipo de conocimiento, pero sí se trabaja bajo un supuesto que hace viable su exploración, es decir que existen conocimientos en los hogares y en la comunidad que pueden ser elementos importantes para la práctica del aula (Civil, 2007).

Es así que la exploración consistió en que los profesores fuesen a los hogares de sus estudiantes, donde se descubrió que en las familias había un fuerte conocimiento sobre reparaciones de objetos, carpintería, construcción, medicina popular y agricultura (Civil, 2009).

Por otro lado la metodología que se usó para la creación de las unidades se puede ver en el siguiente ejemplo, el cual corresponde a las acciones realizadas por Pamela una profesora, la cual tenía por objetivo aprender de cierta familia al identificar su fondos de conocimiento, teniendo esta información era discutida en grupos de estudio con otros profesores e investigadores, para posteriormente conformar la unidad curricular que permita reflejar el entorno de los estudiantes, (Civil, 2009).

En específico en Civil (2007), se presenta un ejemplo sobre una unidad curricular denominada Garden, la cual tiene lugar debido a que dos profesores habían descubierto un fondo de conocimiento relacionado con la jardinería en dos familias visitadas. En la unidad curricular, se proponía actividades donde los estudiantes puedan explorar como varía el área dado un perímetro fijo, así como también el crecimiento de cierta planta, para trabajar el concepto de escala.

Por otro lado, esta unidad tuvo lugar debido a los intereses particulares de una profesora que eran también compartidos por la autora, estos los podemos ver en la siguiente cita,

> Thus, Leslie and I started our collaboration with the goal of exploring whether rigorous mathematics could be developed from the household. To me this was an intriguing prospect because on one hand, Leslie shared much in common with the second grade teacher in the construction

> module…, in that she wanted the children to guide the curriculum (Civil, 2007, p. 19)

Dentro de los resultados que se tuvieron de esta unidad, la autora considera que se logró el objetivo, debido a varias razones, una fue debido a que los estudiantes le dieron un significado diferente a hacer matemáticas en la escuela, además estos realizaron matemáticas desafiantes, así como también porque las matemáticas algunas veces se ocultaban, y no era el centro de la discusión ya que podían ser abandonadas en la resolución de un ejercicio (Civil, 2007).

Algunos datos adicionales, la autora declara que para poder llevar a cabo estos proyectos, entre investigadores y profesores realizaban varias actividades, sin embargo la que nos interesa resaltar es que realizaron una "lectura y discusión de artículos sobre etnomatemáticas; aspectos sociales y culturales de las matemáticas; pedagogía crítica y matemáticas" (Civil, 2009, p. 69).

Algunas reflexiones e inferencias que se pueden realizar del trabajo descrito en este apartado, es que consideraban la realidad de sus estudiantes (la cual era difícil) como una alternativa para mejorar su aprendizaje se tomó la decisión de explorar los conocimientos que aprenden en sus hogares para que estos sirvan de referente para realizar actividades de aprendizaje.

También en la cita textual de la autora, se observa que a pesar de no tener un concepto o conocimiento fijo el cual deseaban encontrar en las actividades de las familias, si deseaban encontrar una matemática rigurosa para realizar la unidad de aprendizaje, es decir, iban a las casas de los estudiantes con la intención de encontrar conceptos matemáticos bajo un determinado contexto, el cual es muy cercano a los estudiantes.

Por último, se puede observar que una de las consideraciones de la autora es que los estudiantes están inmersos en una comunidad, sin embargo, dado que no explicitan una caracterización de dicha comunidad y por los referentes que usan, se puede inferir que su idea de comunidad se reduce a un conjunto de personas que comparten tradiciones, creencias, intereses, entre otros aspectos, por tanto, esta idea de comunidad es un tanto diferente a la que se trabaja en el Programa Socioepistemológico, la cual es expresada en el modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático, que nos permite caracterizar y rescatar elementos particulares y propios de una comunidad en particular, que están en estrecha relación con la construcción de su conocimiento matemático.

4.10. Comentarios finales

A lo largo de este capítulo, se presentaron diversas perspectivas teóricas donde los investigadores pretenden dar cuenta de un conocimiento matemático fuera del aula de clases. La elección de dichas perspectivas está en correlación a entender cómo es estudiado el cotidiano y el conocimiento matemático fuera de la escuela, así como también cómo se conforman las propuestas para afectar el aula de matemáticas con dichos conocimientos, resaltando sus posturas ontológicas y epistemológicas.

En las investigaciones anteriores, si bien, no todas realizaron un estudio directo del cotidiano, pero sí teorizaron sobre los elementos que se deben considerar, y en qué sentido considerarlos.

De la revisión realizada se obtuvieron varias caracterizaciones de un conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela, las cuales se presentan en la Figura 4.18 a modo de un esquema que las contenga, además algunos reconocen y caracterizan el conocimiento que se encuentra en la escuela.

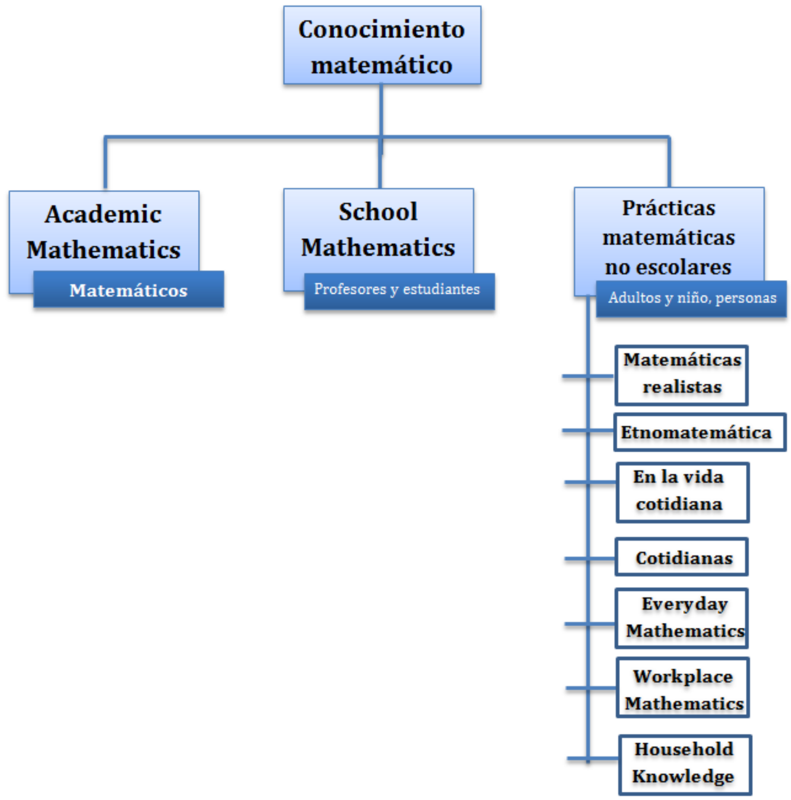


Figura 4.18. Clasificación del conocimiento matemático, considerando los datos del estado de arte.

Por último, reconocemos de la revisión en los trabajos que la forma y los elementos que ponen en juego al estudiar un conocimiento matemático fuera de la escuela, están fuertemente influenciados por las posturas teóricas que dan sustento a sus investigaciones, así como también de que es lo que pretenden observar fuera de la escuela como un conocimiento matemático. Una invariante observada es que el referente para la matemática fuera de la escuela es sin duda la matemática escolar o la matemática formal.

Capítulo 5. Resultados, conclusiones y prospectivas de la investigación

Para este capítulo se exhiben los resultados del análisis de las investigaciones documentadas en el capítulo anterior, esto con la finalidad de poner en claro el rol de los constructos Cotidiano y Matemática Funcional según las posturas ontológicas y epistemológicas del conocimiento y la realidad. Y con ello, las formas de intervenir en la educación matemática. Destacamos la visión socioepistemológica con respecto a otras visiones, ya sean cognitivas y socioculturales: la construcción social del conocimiento matemático.

De la misma manera se presentan algunas reflexiones que surgieron durante el desarrollo de la investigación. Por último, se exponen las prospectivas que consideramos son pertinentes y necesarias para continuar con el trabajo, debido a que se reconoce que esta investigación es sólo un pequeño aporte a una gran línea de investigación en la que falta más trabajo por realizar.

Contraste entre las diversas caracterizaciones de la matemática fuera de la escuela

Los resultados que aquí se presentan se han agrupado en cuatro categorías, las cuales expresan elementos fijos o invariantes situacionales, así como también algunas particularidades que merecen ser resaltadas por su relevancia en el estudio. Las categorías contienen:

- Elementos sobre las caracterizaciones de un conocimiento matemático que tiene lugar fuera de la escuela
- Sobre su propuesta para el aula
- El papel del conocimiento matemático para el aula y en el cotidiano
- El rol del cotidiano en las distintas propuestas de un conocimiento matemático fuera de la escuela

Con respecto a las diferentes caracterizaciones sobre un conocimiento matemático distinto del escolar, se encontró que la mayoría de las perspectivas analizadas consideran que son producto de una actividad o práctica del individuo o de individuos. El sentido en que aparecen práctica y actividad, está en términos de ejecutar una acción o realizar algo, por ejemplo:

> "Como actividad humana, las matemáticas son una forma particular de organizar los objetos y los acontecimientos en el mundo. Podemos establecer relaciones entre los objetos de nuestro conocimiento, contarlos, medirlos, sumarlos, dividirlos, etc., y verificar los resultados de las diferentes formas de organización que escogemos para nuestras actividades" (Carraher, et al, 2007, p. 13).

Un aspecto relevante a resaltar de algunas de las perspectivas es que las prácticas eran ejecutadas por un individuo en relación con un ambiente, o bien un grupo de individuos. Sin embargo, este elemento es importante para el trabajo, debido a que muestra una distinción con respecto al constructo *Cotidiano* que da cuenta de un conocimiento matemático no escolar. A diferencia de lo mencionado anteriormente desde una postura socioepistemológica, se sostiene la tesis del *ser con el otro* (Cordero, et al, 2015), con esto, solo se quiere hacer énfasis, que se concibe a la gente como constructor de conocimiento matemático ante situaciones específicas, en comunidades de conocimiento, las cuales pertenecen a un cotidiano específico y propio de su comunidad.

Por último, se encontró que la mayoría de las perspectivas no discriminan las prácticas a observar, es decir, no se establecen lineamientos para elegir la práctica adecuada a investigar. Esto es debido a que se generaliza la idea de práctica y actividad, pues bajo su modelo cualquier actividad puede ser investigada para obtener un conocimiento matemático, lo que puede repercutir en la observación de prácticas casuales y no propias de los individuos. Por otro lado, se observa una dirección constante que si bien en algunos casos es explícita en otros no lo es; esto es, que su postura es relacionar o encontrar la matemática (generalmente la escolar) en "un ambiente, cultural, cotidiano o en la vida diaria". De este modo, se puede inferir que estas posturas no mueven la matemática y su centración se encuentra en el paradigma de los conceptos.

Esto, da pautas de cómo desde la perspectiva de la Socioepistemología, no se pone énfasis en el objeto matemático. Es decir, se reconoce al conocimiento del *Cotidiano* al mismo estatus que el conocimiento de la Matemática Escolar. Lo que posteriormente la equidad de estatus es una componente esencial en el llamado rediseño del discurso Matemático Escolar (Cantoral, 2013; Cordero, et al, 2015).

De esta manera, se considera pertinente centrar la atención en el uso del conocimiento matemático, no se trata de cualquier uso (usos casuales) sino en aquellos usos permanentes del conocimiento matemático, propios de una comunidad de conocimiento cuando se enfrenta a una situación específica.

Dentro de la postura de la teoría socioepistemológica, los estudios para la caracterización de los usos del conocimiento matemático se dan a través de modelos operables como el mantenimiento de rutinas y crisis (Ver Zaldívar, 2014) propios de comunidades de conocimiento matemático.

Los usos del conocimiento matemático se caracterizan en situaciones específicas, por ejemplo el trabajo de Torres, (2013) da cuenta que los usos de ciertos ingenieros químicos industriales del estado de Yucatán en el escenario del trabajo, predicen el estado de un transformador eléctrico en situaciones de variación. Importa, como procedimiento la comparación de estados y en su caso, comparar las concentraciones de gases que puede haber en el aceite de una transformador eléctrico. En otras palabras, todo esto forma parte del conocimiento Cotidiano de esos ingenieros químicos industriales.

En el ejemplo anterior, la tarea fue observar y caracterizar el uso del conocimiento matemático en la comunidad de conocimiento de ingenieros químicos industriales del estado del Yucatán, obteniendo que la variación y el uso de las gráficas para predecir eran conocimientos de su Cotidiano. Esto se distingue de otras perspectivas las cuales su interés estuvo responder a preguntas como, ¿Dónde y cómo usa la función lineal un ingeniero? (Torres, 2013). La pregunta misma insinúa la existencia de una matemática (función lineal) que provee a un cotidiano (la ingeniería). Este hecho lo podemos caracterizar como matemáticas *para* el cotidiano, mientras que en el programa socioepistemológico sostenemos que la dirección son los usos del conocimiento matemático *desde* el Cotidiano de una comunidad de conocimiento.

Así, se quiere enfatizar el rol que juega el *Cotidiano* de cierta comunidad de conocimiento matemático, reconociendo sus usos. En ese sentido, se dice que los usos son propios de esa comunidad y "*desde*" esa comunidad.

Continuando con la distinción, la forma en que desde el Programa Socioepistemológico rescatamos el conocimiento propio de una comunidad de conocimiento, difiere en particular con la Etnomatemática que propone rescatar el conocimiento etnomatemático propio de una cultura, para ilustrar dicha distinción véase el ejemplo de la Figura 4.7 del capítulo anterior, del cual el autor afirma lo siguiente:

> Muchos tal vez se extrañen del énfasis que yo doy a la comprensión de la alimentación y de las cuestiones agrícolas. Sin duda, alimentación, nutrirse para sobrevivir, siempre fue la primera necesidad de todo ser vivo. Con el surgimiento de la agricultura las primeras sociedades organizadas comienzan a ser identificables. La geometría y los calendarios son ejemplos de una etnomatemática asociada al sistema de producción, la respuesta a la primera necesidad de las sociedades organizadas: alimentar al pueblo, (D'Ambrosio, 2013, p. 29).

Así podemos hacer evidente la distinción entre los dos programas, explícitamente en la postura ontológica que sostienen, pues la Etnomatemática su centro no es el conocimiento matemático construido, sino más bien lo toman como una herramienta para poder mirar la historia y la cultura alrededor de dicho conocimiento, situación que se ve explícita cuando plantean el objetivo de su programa. Por tanto, esto contrasta con la postura del Programa Socioepistemológico, ya que el punto central está en la construcción de conocimiento matemático en situaciones específicas propias de comunidades de conocimiento, es decir, considerar al individuo un constructor de conocimiento.

La figura 5.1 esquematiza los elementos que distinguen los constructos abordados en el Programa Socioepistemológico con respecto a las perspectivas analizadas en el capítulo anterior.

Figura 5.1. Distinción entre los diferentes constructos de la matemática no escolar.

El rol del cotidiano y la matemática no escolar

Uno de los objetivos al realizar esta investigación fue encontrar el estatus del constructo Cotidiano en la disciplina. Para ello se observó cómo es que estaba presente en otras perspectivas teóricas de la Matemática Educativa, que tienen el interés de estudiar un conocimiento fuera de lo escolar.

Como resultado de la documentación analizada se puede decir que explícitamente en ninguna perspectiva exponen una caracterización del “cotidiano”, por lo que se realizaron inferencias al respecto.

En algunas perspectivas se menciona que el conocimiento matemático fuera de la escuela, se encuentra en ambientes naturales, culturales, del trabajo, entre otros. También se hace referencia a que dicho conocimiento surge por las prácticas del día a día de las personas, otra referencia es que está fuera de la escuela. (Ver sección 4.3, 4.4 y 4.5). Con esto decimos, en primera instancia, que el “*Cotidiano*” no figura como un constructo en las perspectivas que denote una particularidad que requiere de un estudio o análisis minucioso, es decir no tiene un rol al momento de hablar de un conocimiento fuera de lo escolar

Por tanto, para las otras perspectivas “Cotidiano” adopta un significado de lugar fuera del aula de clases donde tienen lugar actividades o prácticas que dan cuenta de una matemática, o bien como una característica que denota que dicha actividad o práctica sucede fuera de la escuela.

En contraparte, en el Programa Socioepistemológico el cotidiano no se refiere a un lugar específico o a un ambiente, más bien se refiere a una característica que permite tipificar en particular los usos de conocimiento matemático en situaciones específicas propias de una comunidad de conocimiento, donde dicho conocimiento es funcional en la comunidad. Sin embargo para hacerlo operable, Zaldivar, (2014), propone el mantenimiento de rutinas y de crisis, como una epistemología para identificar al conocimiento que permanece en lugar de los usos rutinarios.

Así, al intentar entender el rol del “Cotidiano” en otras perspectivas observamos que omiten su caracterización y no forma un elemento de análisis en sus perspectivas teóricas. Situación que nos lleva a reflexionar que, ese hecho en el fondo, se está trivializando la idea de cotidiano o se está dando por entendido que el lector sabe que significa.

A pesar de no caracterizar al "cotidiano", algunas pocas perspectivas declaran que el conocimiento matemático depende del contexto o del ambiente en que se encuentre el individuo. Esto refleja una contradicción, reconocen que varía de un "cotidiano" a otro pero no estudian dicho cotidiano o lo que hace que varíe, por lo que toma mayor fuerza la afirmación de que dichas perspectivas su énfasis está en el objeto matemático despersonalizado, y la intención es sólo ver donde está en el "cotidiano", es decir esto último hace que la variación sea el contexto que envuelve al objeto matemático.

Por tanto, podemos afirmar que dichas perspectivas están *universalizando* el "cotidiano" de los individuos, es decir, pareciera ser que todos los individuos viven las mismas experiencias y que en cualquier "cotidiano" el significado y el uso del conocimiento matemático es igual. Al tomar esto como referencia para el aula es como al individuo le llega un producto que le impone argumentos para ponerlo en juego ante una situación, haciendo a un lado sus experiencias, en otras palabras se olvida del "cotidiano" del estudiante: suceden los fenómenos de adherencia, exclusión y opacidad (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015).

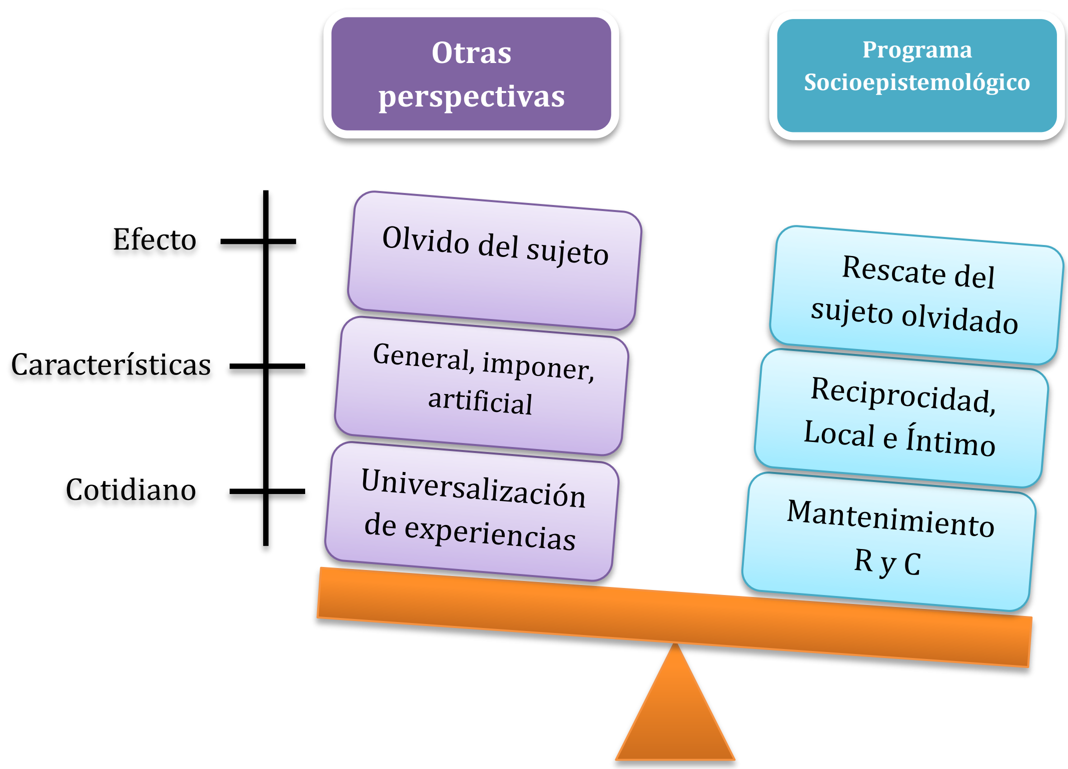


Figura 5.2. Rol de cotidiano en otras perspectivas y en un programa Socioepistemológico

La Figura 5.2, esquematiza los elementos en que se diferencian entre el Programa Socioepistemológico y las otras perspectivas. Con la forma de la balanza, lo único que se quiere ejemplificar es que desde la socioepistemología el cotidiano adquiere un estatus de otro conocimiento que difiere del conocimiento en la matemática escolar. Bajo otras perspectivas, ese "cotidiano" no se reconoce como otro conocimiento, sino que se trata de los mismos conocimientos de la matemática escolar. Por ejemplo, desde el Programa Socioepistemológico se reconoce la argumentación de la predicción, que pertenece a comunidades de conocimiento matemático cuando se encuentran en situaciones de variación. Dicho conocimiento, muchas de las veces, no forma parte de lo que se enseña en las escuelas (Torres, 2013).

Por tanto, la balanza la inclinamos hacia el Programa porque en su planteamiento para rescatar el conocimiento del otro (conocimiento olvidado en la escuela), descentra la atención en los objetos, proponiendo así la reciprocidad entre las comunidades constructoras de conocimiento matemático y el aula de clases. En contra posición a la verticalidad que se fue observada en las otras perspectivas.

Propuestas para afectar el aula de matemáticas

Otro resultado obtenido está en términos de las propuestas para el aula, realizadas por otras perspectivas considerando a un conocimiento matemático fuera de la escuela, donde a partir de este conocimiento se genera la propuesta.

Se pudo percibir que la transición del conocimiento fuera de la escuela al aula, era inmediata o se tienen que llevar tal cual se encuentran en el cotidiano o en la vida real, es decir, no se explicita un mecanismo o unos lineamientos para realizar el diseño de las actividades. Esto, en algunos casos tiene una repercusión, por ejemplo en Moschkovich (2002b), se presenta una propuesta de actividades cuya referencia es el *Workplace Mathematics* de un diseñador arquitectónico, en este caso la actividad propuesta, somete a los estudiantes a jugar el rol del profesional, esto ocasiona que los estudiantes centren su atención en ganar un concurso para construir un edificio usando todo tipo de argumentos menos matemáticos, que en construir un conocimiento matemático.

En contraste con nuestra postura, en el Programa Socioepistemológico se propone la problematización del saber matemático, la cual permite la construcción de marcos de referencia cuyo énfasis no está en el objeto matemático sino en los usos del conocimiento matemático. Dichos marcos, posteriormente serán la base para la construcción de situaciones de aprendizaje (en el sentido de Pérez-Oxté, 2015) donde importa poner en juego situaciones como son de variación, transformación, aproximación y selección, por mencionar algunas. Estas situaciones se resignifican a la luz de cada comunidad de conocimiento matemático.

Con esto, sólo se quiere hacer énfasis en que el conocimiento del Cotidiano puede ser caracterizado a la luz de argumentaciones que no son más que resignificaciones de usos. Otra distinción está en términos de lo que se espera que aprenda el estudiante. Para el caso de las otras perspectivas el interés al final de la propuesta es resaltar el objeto matemático, con esto de manera implícita le otorgan un valor al conocimiento matemático fuera de la escuela, el cual es visto como algo no acabado e incompleto, por lo que en las propuestas figura como una base para llegar al conocimiento matemático o una matemática más formal, por ejemplo, Masingila (2002).

Matemáticas en actividades cotidianas

Se presentan a continuación algunos ejemplos de situaciones pertenecientes a lo que los estudiantes, desde su perspectiva usaban la matemática fuera de la escuela, específicamente de la práctica Counting y Locating, Masingila (2002).

La idea de Contar, es retomada por la autora de las seis prácticas que propone Bishop en 1988, a continuación se presentan ejemplos alrededor de esta práctica:

- Counting change in a store
- Estimating the prices of several items
- Figuring mileage for a trip
- Calculating amounts of ingredients needed to change a recipe to serve larger or smaller numbers of people
- Keeping score during a basketball game

(Masingila, 2002, p. 34).

La idea de Localizar, es retomada por la autora de las seis prácticas que propone Bishop en 1988, a continuación se presentan ejemplos alrededor de esta práctica:

- Using a map to plan a driving route
- working with a parent to use a blueprint to determine where to install some electrical wires
- drawing a sketch before building a clubhouse

(Masingila, 2002, p. 34).

Figura 5.3. Actividades donde los estudiantes perciben que usan la matemática.

La propuesta de la autora es partir de estas situaciones para poder llegar a una matemática más formal. En este ejemplo es claro que el conocimiento matemático fuera de la escuela es situado por debajo de la matemática escolar, restándole así valor a dicho conocimiento, así el paradigma que caracteriza a estas propuestas es la centración en el objeto matemático. Es decir, tal propuesta deja ver que un estatus del conocimiento matemático fuera de la escuela, es como inacabado o como informal, generando así la necesidad de formalizarlo o llegar a la matemática formal [6]para que dicho conocimiento sea válido.

Por otro lado, las propuestas desde el Programa Socioepistemológico para el aula no plantean llegar al conocimiento matemático formal, ya que su paradigma plantea una descentración del objeto matemático, donde su interés es crear marcos de referencia enfocados a la resignificación de los usos del conocimiento matemático, al debatir entre sus funcionamientos y formas. Por ejemplo, el trabajo Pérez-Oxté (2015) propone una base de una situación de aprendizaje que busca la argumentación de la predicción y la optimización en situaciones de variación y selección con ingenieros químicos industriales en formación.

Otras propuestas para el aula, limitan al estudiante a usar ciertos argumentos propios de la escuela (conceptos matemáticos y algoritmos), así como también una lógica estructurada y formal, que no es propia de su cotidiano o de sus experiencias. En otras palabras se dejan fuera estas experiencias, es decir no se promueve la pluralidad de conocimiento. Esto lo podemos apreciar en el siguiente ejemplo (ver Figura 5.4), que está compuesto por algunas actividades propuestas a los estudiantes.

[6] En lo que respecta a esta investigación se estará entendiendo como Matemática formal, a aquel conocimiento matemático que está regido por una lógica formal y estructurada.

Everyday and Informal Mathematics, en una unidad didáctica

A continuación se presenta una de las lecciones de la unidad didáctica creada denominada la pizza, donde lo que se pretende es que el estudiante se apoye de la matemática para tomar una decisión, que pizzeria es la que conviene para la escuela, Brenner (2002).

Lesson #9: The Advertising Dilemma

The advertising department of The Pizza Palace needs your help! They are trying to convince customers that they offer the best deal on pizza. To do this their advertisements must show people that they will get more for their money at The Pizza Palace than they would at Little Nero's or Rodolfo's. The Pizza Palace thinks that they have the best deal, but they need you to conduct a mathematical comparison of the three ads and show which restaurant has the best buy. In your comparison, be sure to answer the following questions.

1. What are the dimensions of each pizza? Find the length and width of the rectangular pizzas and the radius and circumference of the round pizzas.
2. What is the area of each pizza? Which is the largest? Which is the smallest? How do they compare?
3. So which pizzeria has the better buy? Present the results of your comparison in a letter to The Pizza Palace. Remember to use your findings as evidence to support your conclusions. Do you have good news or bad news for the folks at The Pizza Palace?

(Brenner, 2002, p. 72).

Figura 5.4. Unidad didáctica considerando el Everyday and Informal Mathematics.

La actividad pretende que el estudiante elija la mejor compañía de pizzas para su escuela, sin embargo, desde el inicio de la actividad se realizan preguntas para que el estudiante centre su atención en los elementos que debe comparar para tomar la decisión. Es así que se afirma que en la propuesta existe un abandono u olvido de las experiencias y vivencias de los estudiantes, en otras palabras de lo que forma parte de su cotidiano.

Por último, la siguiente propuesta pretende que el estudiante conciba la importancia de las matemáticas a partir de buscar en todo lo que lo rodea dicho conocimiento. Sin embargo en esta propuesta es muy clara la centración en el objeto matemático dejando por un lado a toda experiencia. Además, se sabe que la matemática escolar sigue una lógica formal, estructurada y razonada, así se pretende que el estudiante "encaje" esta lógica en su cotidiano y en su vida, sin embargo se sabe que en la vida la lógica y el razonamiento que prevalece no es esa, así muchas de las veces las relaciones que los estudiantes puedan establecer podrían caer en ambientes artificiales.

Figura 5.5. Encontrar los números en lo que nos rodea.

En resumen las propuestas que se enunciaron en este apartado tienen un elemento en común, el cual es que su marco de referencia para formular actividades para el aula es la matemática escolar, caracterizada por los objetos matemáticos. En contraparte, nuestra postura está en problematizar el saber matemático para crear Marcos de Referencia a partir de los usos del conocimiento matemático que permitan la resignificación de dichos usos.

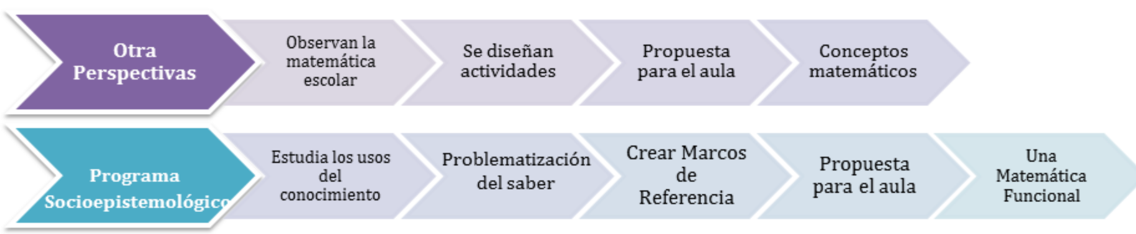


Figura 5.6. Esquema de las propuestas para el aula.

Reflexiones finales

Para concluir este trabajo, conviene hacer explícita la necesidad de por qué en el Programa Socioepistemológico y en particular en este trabajo se habla del conocimiento matemático del Cotidiano de la gente. En primera instancia tenemos por premisa, que todos los individuos son constructores de conocimiento matemático al estar en comunidades de conocimiento. Sin embargo, la característica esencial es porque dicho conocimiento es funcional a la comunidad, permitiéndoles desarrollarse como personas y aportar a la sociedad.

Por otro lado, el conocimiento funcional de la gente, es orgánico y se expresa a través de usos en situaciones específicas. Por tanto, dentro del programa Socioepistemológico se han creado constructos que permitan rescatar a ese conocimiento matemático que el discurso Matemático Escolar ha olvidado en las aulas de clase.

Así, la discusión en el trabajo y en el programa está centrada en lo siguiente:

- **Rescatar a un sujeto olvidado (Cordero, et al, 2015)**.

Reconociendo el conocimiento del cotidiano, es decir del *otro*, además de admitirlo al mismo estatus que el conocimiento matemático que vive en las aulas, la matemática escolar.

- **Reconocer a la epistemología dominante**

Reconocer que la matemática que está en las escuelas conforma una epistemología dominante, conformando un discurso Matemático Escolar. Así, el planteamiento acerca del conocimiento de Cotidiano, va en contra de dicha epistemología dominante.

- **Resistencia para incidir en el aula**

Las ideas que se proponen dentro de la perspectiva socioepistemológica es no poner el énfasis en el objeto matemático, sino en una matemática funcional propia de una comunidad. Por ello la necesidad de crear marcos de referencia.

- **Proyecto para transformar el aula**

Por tanto, la propuesta permanente del programa Socioepistemológico es el rediseño del discurso matemáticos escolar, a través de situaciones de aprendizaje que lleven a los estudiante a una resignificación del conocimiento y un desarrollo de usos.

En particular esta investigación, ha tenido el interés de darle un estatus al constructo *Cotidiano* y *Matemática Funcional* que se desarrollan en este programa Socioepistemológico, esto porque no es la única perspectiva que estudia un conocimiento matemático fuera de la escuela, por lo que se propuso una distinción con dichas perspectivas, resaltando las posturas ontológicas y epistemológicas.

Por tanto, en la Figura 5.7, se propone un esquema final, para ilustrar los elementos encontrados que permiten distinguir nuestra propuesta sobre el estudio del conocimiento matemático con respecto de otras.

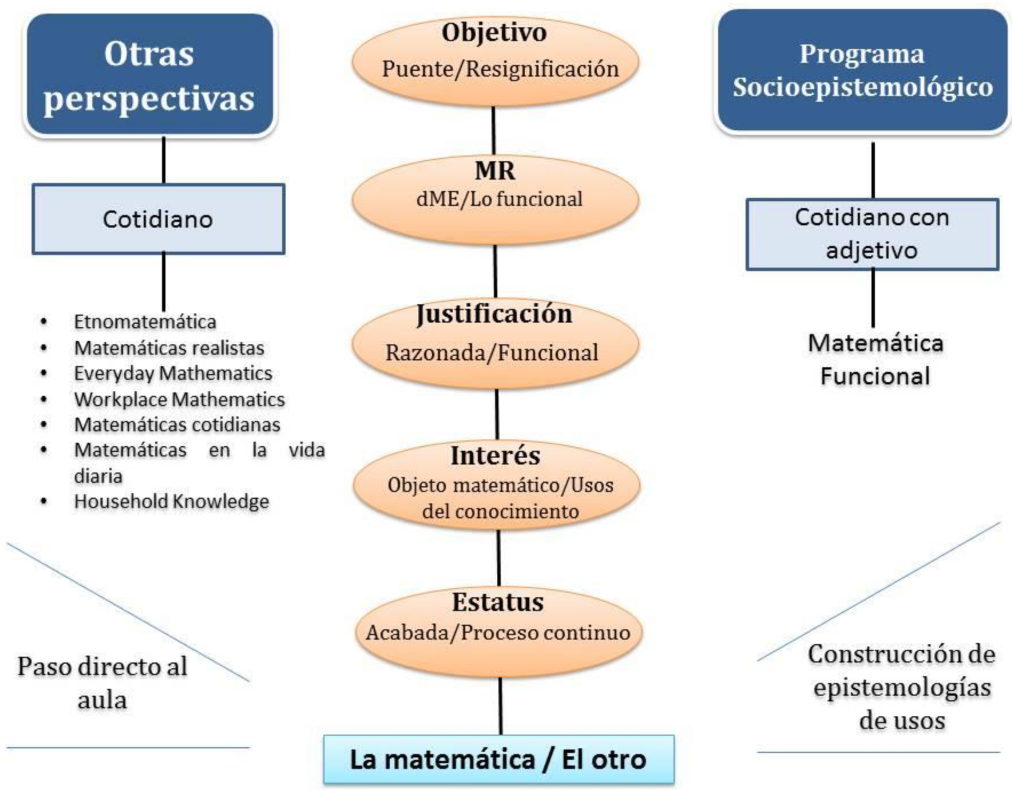


Figura 5.7. Distinción del cotidiano de la Socioepistemología con el de otras perspectivas.

Prospectivas de la investigación

Al finalizar este proyecto de investigación, se obtuvieron ciertos elementos que permitieron una distinción de los constructos Cotidiano y Matemática Funcional que se desarrollan en un Programa Socioepistemológico, en contraposición a las diferentes formas de caracterizar a un conocimiento matemático fuera del aula, desde ciertas perspectivas teóricas de carácter sociocultural.

El principal resultado que se obtuvo, es que las perspectivas analizadas, al caracterizar al conocimiento matemático fuera de la escuela su referente son los objetos matemáticos, opacando y olvidando así el conocimiento de la gente.

Se reconoce que en la investigación se tomó una muestra de las perspectivas que abanderan la filosofía de estudiar el conocimiento matemático que se desarrolla fuera de la escuela. Así, se considera pertinente que la primera fase a realizar en la continuación de este estudio, sea ampliar la revisión de perspectivas, para tener un espectro más amplio sobre cómo es atendido el Cotidiano en la Matemática Educativa, la Didáctica de la Matemática y el Math Education.

Por otro lado, en Cordero (2016), se explicita que se precisa de otro MR para que guíe la tarea de enseñar y aprender matemáticas, todo esto dentro de un programa permanente. Donde el enfoque diferente es en la postura del conocimiento, es decir la construcción social en comunidades de conocimiento.

En el capítulo 2 de esta investigación se presentó la postura que se acuñó con respecto al Cotidiano, y se exhibió un ejemplo que deja ver desde la observación y caracterización de las actividades de una comunidad, hasta la forma en que desde el programa se propone afectar el aula de matemáticas considerando al conocimiento del Cotidiano.

Es así, que un segundo momento para la investigación es continuar aportando elementos para la construcción del MR, en el sentido que lo hacen las investigaciones de Torres (2013), López (2012), Parra (2015), Gómez (2015), Méndez (2015), Pérez, (2012). Es decir, el interés estaría en rescatar los usos de conocimiento matemático de una comunidad de conocimiento, con la característica de que dichas personas han sido y son ajenas a lo que sucede al aula de clases de matemáticas

Con los usos de la gente que se obtengan, se pretenden generar los elementos desde la comunidad para sentar las bases y poder generar una situación de aprendizaje que permita trastocar el aula de matemáticas, en estudios posteriores.

También, convendría realizar un estudio dentro del aula de matemáticas o en los libros de texto, que permitiese identificar el conocimiento matemático que se "parece", aportando así elementos a la problemática sobre la separación entre lo escolar y el cotidiano (véase Carraher, Carraher y Schliemann, 2007).

Es decir, una hipótesis que se tiene es que el cotidiano no dialoga con lo escolar, y viceversa, es decir, realizar el cruce entre los conocimientos, permitiría mostrar que efectivamente eso sucede. Así, es pertinente un rediseño del dME desde el cotidiano de la gente.

En la Figura 5.8, se esquematiza las fases descritas en párrafos anteriores para continuar la investigación reportada en este escrito.

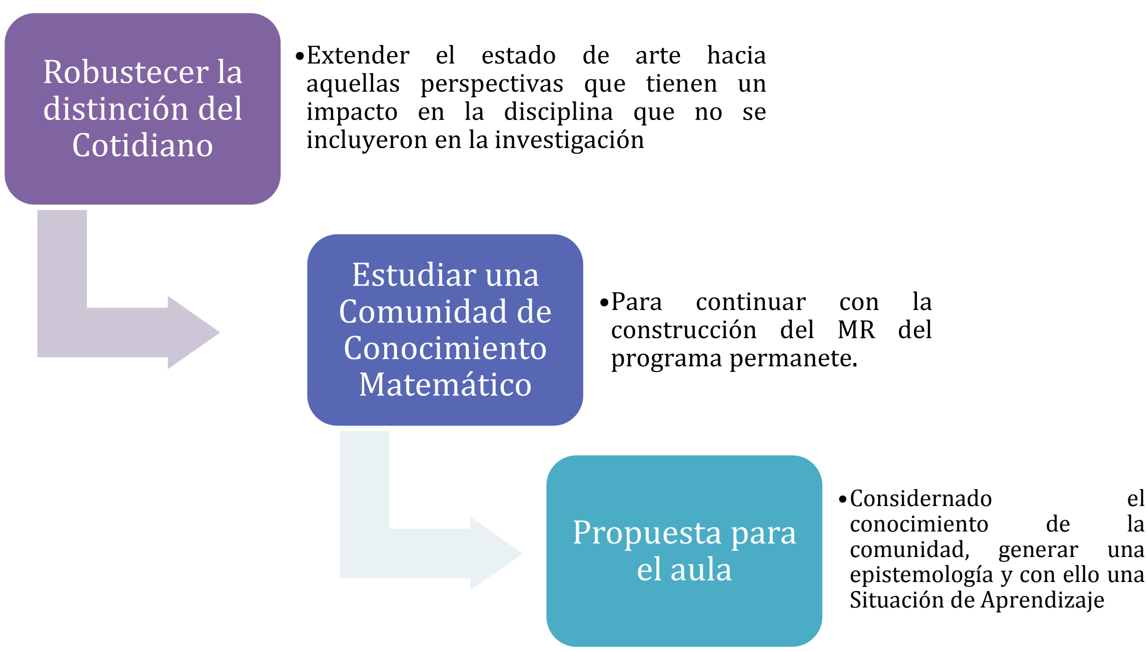


Figura 5.7. Fases futuras para continuar con la investigación

Por último, esta investigación que se plantea a futuro, tiene la intención de aportar dentro de un Programa Socioepistemológico al programa permanente que se construye día con día. Específicamente en la construcción de MR, para que en estudios posteriores como el de Pérez-Oxté (2015), construyan situaciones de aprendizaje para trastocar el aula, y así dar muestras de lo que se busca en el programa que es la reciprocidad entre el Cotidiano y la escuela.

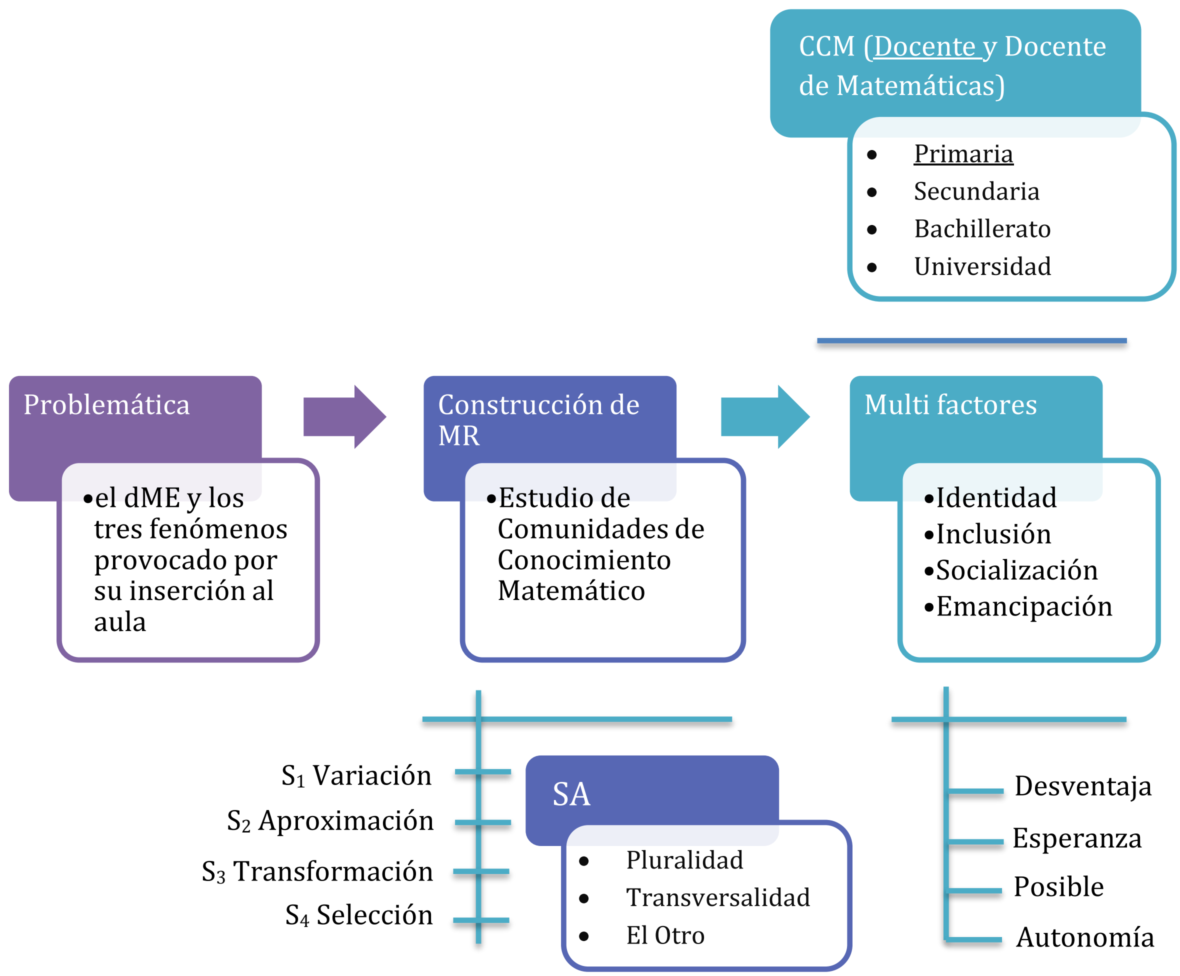


Figura 5.9. Programa permanente (Cordero, 2016 b, Seminario de doctorado)

Referencias bibliográfica

Arcavi, A. (1999). …Y en matemáticas los que construimos. ¿Qué construimos? *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. 38, 39-56

Arcavi, A. (2002). The Everyday and the Academic in Mathematics. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 12-29). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Bowen, G. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal.* 9(2), pp. 27-40.

Brenner, M. (2002). Everyday Problem Solving and Curriculum Implementation: An Invitation to Try Pizza. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.). Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 63-92). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. España. Gedisa.

Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (2007). *En la vida diez, en la escuela cero.* México, Siglo veintiuno.

Civil, M. (1998). Parents as Resources for Mathematical Instruction. En M. Van Groenestijn, D. Coben. Mathematics as part of lifelong learning. 5, 216-222.

Civil, M. (2002). Everyday Mathematics, Mathematicians' Mathematics, and School Mathematics: Can We Bring Them Together? En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 40-62). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]

Civil, M. (2007). Building on community knowledge: An avenue to equity in mathematics education. Extraido el día 05 de Mayo del 2016 de http://math.arizona.edu/~cemela/spanish/content/workingpapers/BuildingCommunityKnowledge.pdf

Civil, M. (2009). Inmigración y diversidad: Implicaciones para la formación de profesores de matemáticas. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 63-87). Santander: SEIEM.

Corbalán, F. (2001). Matemáticas cotidianas. *Sigma. Revista de matemáticas*. 19(1), 43-50.

Corbalán, F. (2007). *Las mates de tu vida*. Caja Inmaculada y Gobierno de Aragon.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y Análisis: El caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(001), 56-74.

Cordero, F. y Flores, F. (2007). El uso de la gráfica en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano (pp. 285-309). México, D. F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F., Gómez, K. y Viramontes, I. (2009). Elementos de algunas teorías en Matemática Educativa. Una experiencia de análisis: ¿Adherencia o nuevas visiones? En P. Lestón (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* Vol. 22, pp. 375-381, México.

Cordero, F. y Gómez, K. (2010). Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio socioepistemológico. En P. Lestón (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* Vol. 23, pp. 919-928, México.

Cordero, F., Méndez, C., Parra, T., & Pérez, R. (2014). Atención a la Diversidad. La Matemática Educativa y la Teoría Socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 71-90.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci H. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F. (2015). Transversalidad y Modelación: Un Programa Socioepistemológico. Conferencia especial en la Vigesima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, 20-24 de julio, Panamá, Panamá: RELME XXIX.

Cordero, F. (2016). Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: El Eslabón de la Matemática y el Cotidiano. En L. Díaz y J. Arrieta (Eds). *Investigaciones latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa*. México: Gedisa.

Cordero, F. (2016b). Profesionalización docente. Funcionalidad de la Matemática Educativa. Programa permanente. Seminario de Doctorado.

D'Ambrosio, U. (1999). La transferencia de conocimiento matemático a las colonias: Factores sociales, políticos y culturales. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*. 22(44), 347-380.

D'Ambrosio, U. (2002). Etnomatemática e Educação. *Reflexão e ação*: *Revista do Departamento de Educação*. 10(1), 7-20.

D'Ambrosio, U. (2005). Sociedade, cultura matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, 31(1), pp. 99-120.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas entre las tradiciones y la modernidad*. México: Díaz de Santos.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107.

Del Valle, T. (2015). *Los Usos de la Optimización: Un Marco de Referencia y la Teoría Socioepistemológica.* Tesis de Doctorado no publicada. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Valparaiso-Chile.

Freudenthal, H. (1967). *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Biblioteca para el hombre actual.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematicas so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8. X *in Mathematics*, 12, 133-150

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*. 3, 413–435.

Freudenthal, H. (1981). Major problems of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics.* 12, 133-150.

Freudenthal, H. (2002). Revisiting mathematics education. China lectures. Dordrecht, Boston, New York, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.

Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.

Gómez, K. (2015). *El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimiento. Lo matemático de la ingeniería agrónoma*. Tesis de Doctorado no publicada. CINVESTAV-IPN. México.

Hirsch, C. y Roth,A. (2016). *Mathematical modeling and modeling mathematics*. U.S. National Council of Teachers of Mathematics.

INEE, (2015). Plan nacional para la evaluación de los aprendizajes. Resultados nacionales 2015 en sexto de primaria y tercero de secundaria. Recuperado el 10 de Junio del 2016 de http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/difusion_resultados/1_Resultados_nacionales_Planea_2015.pdf

INEE, (2015b). Planea Media superior. Resultados nacionales en Matemáticas. Recuperado el 10 de Junio del 2016 de http://planea.sep.gob.mx/ms/estadisticas/

Kline, M. (1973). *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. New York. , St. Martin's Press.

López, S. (2012). *Un estudio de la matemática del ciudadano*. Tesis de Maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI Revista de Educación*. 4, pp. 167-179.

Masingila, J. (2002). Examining Students' Perceptions of Their Everyday Mathematics Practice. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 30-39). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Masingila, J., Muthwii, S. y Kimani, P. (2011). Understanding students' out-of-school mathematics and science practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 9, 89-108.

Méndez, C. (2015). Comunidad de conocimiento matemático de sordos. Tesis de Doctorado no publicada, CINVESTAV- Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Moschkovich, J. (2002). An Introduction to examining everyday and academic mathematical practices. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 1-11). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Moschkovich, J. (2002b). Bringing Together Workplace and Academic Mathematical Practices During Classroom Assessments. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 93-110). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Parra, T. (2015). *Los usos de la cantidad de una comunidad de conocimiento matemático Hñähñu. Del trueque y la curación al comercio de papel amate*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Matemática Educativa, México, D.F.

Pérez, R. (2012). *Usos de la oralidad numérica Ñuu Savi.* Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.

Pérez-Oxté, I. (2015). *Los usos de la gráfica en una comunidad de Ingenieros Químicos Industriales en Formación. Una base para el diseño de una situación de aprendizaje*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.

Real Sociedad Matemática Española. (2010). Recuperado el 22 de marzo de 2016 de http://www.rsme.es/content/view/765/1/.

Reforma Educativa. (sf). Recuperado el 09 de Junio del 2016 de http://reformas.gob.mx/reforma-educativa/que-es

Smith III, J. (2002). Everyday Mathematical Activity in Automobile Production Work. En Breneer, M.E. & Moschkovick, J.N. (Eds.), Everyday and Academic Mathematics in the Classroom (pp. 111-130). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Soto, D. (2014). *La dialéctica Exclusión-Inclusión entre el discurso Matemático Escolar y la construcción social de conocimiento.* Tesis de Doctorado no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.

Suárez, L. (2014). *Modelación-Graficación para la matemática escolar*. México: Díaz de los Santos.

Torres, L. (2013). *Usos del conocimiento matemático. La simultaneidad y la estabilidad en una comunidad de conocimiento de la ingeniería química en un escenario de trabajo.* Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Tuyub, I. (2008). *Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica: un modelo de la construcción social del conocimiento*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.

Zaldívar, D. (2009). *Una caracterización de la función de un escenario de difusión de la ciencia desde una visión socioepistemológica. El caso de la resignificación de lo estable.* Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. Tesis de Doctorado no publicada, CINVESTAV- Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.