



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del
Instituto Politécnico Nacional**

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

**INFLUENCIA DE LOS RECURSOS, ACTIVIDADES,
SOPORTE Y FORMAS DE EVALUACIÓN EN EL
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS DE LOS
ESTUDIANTES DE UN BACHILLERATO EN LÍNEA**

Tesis que presenta

Yesenia Esmeralda Basaldú Gutiérrez

para obtener el Grado de

**Maestra en Ciencias en la
especialidad de Matemática Educativa**

Director de la Tesis:

Dr. Luz Manuel Santos Trigo

Ciudad de México,

Septiembre, 2016

Agradezco a los mexicanos que hacen posible que existan instituciones como el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) y por otorgarme la beca para estudiar la maestría en ciencias, en el Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav-IPN).

Número de becario: 338258

Agradecimientos

Al Dr. Luz Manuel Santos Trigo por aceptar ser mi director de tesis, por las valiosas asesorías, orientaciones y retroalimentaciones para la mejora del trabajo, así también por su apoyo y paciencia mostrados durante todo el desarrollo del trabajo.

A mis sinodales el Dr. François Charles Bertrand Pluvinage y el Dr. Roberto Ávila por el tiempo invertido en la lectura del documento, las observaciones y comentarios para mejorarlo.

A mis compañeros de maestría y doctorado por su valiosa amistad, por ser parte de esta hermosa experiencia que sin duda ha marcado de forma positiva mi formación académica. En especial a Dani por contestar con sinceridad y responsabilidad a lo que se le pregunta o consulta, por estar siempre en la mejor disposición para retroalimentar, guiar o potencializar las ideas. A Isaid y Will por sus sabios consejos y opiniones acertadas. A Adrián y Julio por el tiempo que me dedicaron para escuchar y debatir las ideas desde el inicio de la maestría, por las lecturas y reuniones que tuvimos para alinear los detalles de nuestros trabajos y nuestras vidas, y en especial por ser los mejores anfitriones los jueves de debate y lectura recreativa. A Miguel Cerón por las demostraciones culinarias.

A Karen, Ulises, Heira, Flor, Luis, Ana, Paul, Verónica, Wilbert y Marisol por compartir sus conocimientos y experiencias en cada una de las materias que coincidimos. A Flor, a su esposo Antonio y a sus hermosas hijas Danna y Fátima por acogernos en su hogar cuando más lo necesitamos.

A mi súper amiga Italivi Bolaños por el apoyo brindado en la lectura de la tesis, por sus recomendaciones y correcciones de estilo.

A los profesores que me impartieron clases durante los estudios de maestría, por compartir sus conocimientos y guiarme en la comprensión de lo que resulta ser la Educación Matemática. A las secretarías Adriana y Norma por el apoyo constante en los trámites administrativos.

A mi familia por todo el apoyo brindado, en especial a mi mamá, a mis tías y hermanos, pero sobre todo por la paciencia y la espera. A mi eterno novio y futuro esposo Juan, por la confianza, la paciencia, por sus palabras, el apoyo constante y sonante, la motivación y el amor incondicional que siempre está dispuesto a demostrarme.

A todas las personas que de una u otra forma estuvieron involucrados y formaron parte de este trabajo.

Contenido

Resumen.....	xi
Abstract.....	xiii
Introducción.....	xv
Capítulo 1.....	1
El problema de investigación.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Racionalidad del estudio.....	2
1.3 Antecedentes.....	4
1.4 Planteamiento del problema de investigación.....	9
1.5 Preguntas de Investigación.....	11
Capítulo 2.....	12
Revisión de la literatura.....	12
2.1 Modelo RASE.....	12
2.1.1 Recursos.....	12
2.1.2 Actividades.....	13
2.1.3 Evaluación.....	14
2.1.4 Apoyo o soporte.....	14
2.2 Aprendizaje en línea.....	15
2.3 El e-learning.....	16
2.3.1 Las plataformas de e-learning.....	17
2.4 Formas de razonamiento.....	21
2.5 La competencia matemática.....	25
2.6 Resolución de problemas.....	27
2.6.1 Modelo de resolución de problemas de Polya.....	28
2.6.2 Modelo de resolución de problemas de Schoenfeld.....	29
2.6.3 La tecnología y la resolución de problemas.....	31
Capítulo 3.....	33
Diseño del estudio, métodos y procedimientos.....	33
3.1 Características del enfoque cualitativo de investigación.....	33
3.2 Participantes en la investigación.....	34
3.3 Contexto.....	34
3.4 Las sesiones síncronas.....	36
3.5 Recolección de datos.....	38

3.6 Análisis de los datos.....	39
3.7 La plataforma	40
3.7.1 El aula virtual	41
3.8 La comunicación	43
3.8.1 Los foros	43
3.8.2 La mensajería instantánea	44
3.8.3 La mensajería y audios de WhatsApp.....	44
3.9 De la organización de los recursos y actividades.....	45
Capítulo 4.....	46
Análisis y discusión de los datos.....	46
4.1 De los materiales disponibles en la plataforma.....	46
4.2 De la semana 1	49
4.2.1 Resumen de los resultados de la Actividad 1	51
4.2.2 Resumen de los resultados de la Actividad 2.....	56
4.2.3 Resumen de los foros.....	60
4.3 De la semana 2	64
4.3.1 Resumen de los resultados de la Actividad 3 y 4	66
4.3.2 Resumen de los foros.....	69
4.4 De la semana 3	70
4.4.1 Resumen de los resultados de la Actividad 5 y 6.....	72
4.4.2. De los foros de la semana 3	74
4.5 De la semana 4	77
4.5.1 Del proyecto integrador	78
4.5.2. De los foros de la semana 4	82
4.6 Discusión de los resultados	83
Capítulo 5.....	88
Conclusiones y reflexiones finales.....	88
5.1 Conclusiones	88
5.2 Reflexiones y comentarios finales	94
Referencias bibliográficas.....	97
Apéndice	105
Apéndice A. Herramientas de una plataforma e-learning.	107
Apéndice B. Temario del programa de estudios.....	110
Apéndice C. Actividades que realizaron los estudiantes durante el Módulo.	111
Actividad integradora 1.....	111

Actividad integradora 2.....	111
Actividad integradora 3.....	112
Actividad integradora 4.....	112
Actividad integradora 5.....	113
Actividad Integradora 6.....	113
Foro de debate: semana 1.	114
Foro de debate: semana 2.	114
Foro de debate: semana 3.	114
Foro de debate: semana 4.	114
Foro de clase: semana 1.....	114
Foro de clase: semana 2.....	115
Foro de clase: semana 3.....	115
Foro de clase: semana 4.....	115
Actividad: Proyecto integrador	116
Apéndice D. Descripción de los elementos de la vista de Mi aula.....	117
Apéndice E. Análisis de los recursos de la plataforma.....	119
Apéndice F. Descripción de sitios de internet.....	134

Resumen

El propósito de este estudio es identificar y analizar qué elementos y la estructura previstas en una plataforma en línea (Moodle) son importantes para enmarcar y guiar a los estudiantes con el fin de lograr sus estudios de bachillerato. En particular, nos centramos en el análisis del papel desempeñado por los recursos, actividades, apoyo y evaluaciones para fomentar en los estudiantes la comprensión de los contenidos matemáticos. Por otra parte, existe un interés para identificar qué materiales adicionales en línea consultan los estudiantes mientras trabajan en las tareas y actividades matemáticas.

La recolección de datos incluye el trabajo mostrado por 52 estudiantes durante 4 semanas que implican sus informes personales, los comentarios y las formas en que se utilizan los recursos en línea para trabajar en las tareas asignadas.

Se tienen pruebas de que las actividades previstas en la plataforma destacan principalmente que los estudiantes usen las reglas para resolver problemas y ellos experimentaron serias dificultades para dar sentido y comprender ideas conceptuales asociados a los números racionales y el significado de sus operaciones. Además, los estudiantes tienden a buscar vídeos en línea que muestran la forma de resolver las tareas y, a menudo aplican directamente las normas previstas en los videos para resolver la tarea.

Una recomendación que surgió de este estudio es que las actividades y las evaluaciones de los estudiantes deben implicar tareas en las que se les pida buscar diferentes maneras de resolverlas, reflexionar sobre qué estrategias utilizan y la conceptualización de las tareas como una oportunidad para que los estudiantes participen en discusiones matemáticas con sus pares y el facilitador del curso.

Abstract

The purpose of this study is to identify and analyze what elements and structure provided in an online platform (moodle) are important to frame and guide students in order to achieve their high school studies. In particular, we focus on analyzing the role played by the resources, activities, students' support and assessments in fostering the students' understanding of mathematical contents. Furthermore, there is interest to identify what additional online materials the students consult while they work on the mathematical tasks and activities.

Data gathering included the work shown by 52 students during 4 weeks involving their personal reports, comments and ways in which they used of online resources to work on the given tasks.

There is evidence that the activities provided in the platform mainly emphasize the students' use of rules to solve problems and they experienced serious difficulties to make sense of and comprehend conceptual ideas associated with rational numbers and the meaning of their operations. In addition, students tended to look for online videos to show them how to solve assignments and often they applied directly the rules provided in those videos to solve the task.

A recommendation that emerged from this study is that the activities and students' assessments should involve tasks in which they are asked to look for different ways to solve the task, reflect on what strategies they use and to conceptualize the tasks as an opportunity for them to engage in mathematical discussions with their pairs and course coordinator.

Introducción

En el estudio interesa identificar y analizar las características y tipos de recursos, actividades, soporte y la evaluación que ofrece una plataforma¹ a estudiantes que cursan el bachillerato en línea y el impacto que generan en el aprendizaje de las matemáticas. Se identifican qué materiales de Internet o herramientas digitales consultan los estudiantes para realizar sus actividades y cómo estas ayudan o influyen en el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes. Además se reportan las principales dificultades que mostraron los estudiantes al resolver las actividades.

El documento está organizado en cinco capítulos. En el capítulo 1, se define el problema de investigación, se presentan algunos resultados de investigaciones relacionadas con este estudio y se plantean las preguntas de investigación. En el capítulo 2, se presenta el marco conceptual que da sustento a la investigación, está formado por las ideas del marco de resolución de problemas de Schoenfeld (1985) específicamente la parte de *recursos*, las ideas fundamentales sobre la importancia del sentido y razonamiento matemático del marco propuesto por el NCTM (2009), y las ideas que exponen Rivera y Santos (2011) para que un individuo sea competente en matemáticas. También se presentan ideas del aprendizaje en línea, el e-learning y las plataformas de e-learning, y el marco de diseño de aprendizaje en línea RASE propuesto por Churchill y King (2016). En el capítulo 3, se especifican las características del diseño y métodos que se siguieron en el estudio, los participantes y el contexto, las actividades, los elementos con los que cuenta la plataforma, las formas de comunicación, la organización y presentación de los contenidos y actividades, además de la recopilación y el análisis de datos.

En el capítulo 4, se presenta el análisis y la discusión de los datos. Primero, se presenta la comparación entre el contenido del bachillerato en línea y el de Matemáticas I de la DGB. Después, se muestra el análisis de cada una de las cuatro semanas del curso en línea; aparece el análisis de los recursos (materiales) de la plataforma, identificando los tipos de *recursos* y temas que se desarrollan; los resultados de las actividades, identificando las dificultades, cambios entre las versiones de las actividades, las formas de razonamiento exhibidas por los estudiantes, los resultados de los foros, y los materiales que los estudiantes utilizaron para complementar sus actividades. Por último, se presenta la discusión de los resultados, tomando en cuenta las ideas del marco conceptual del capítulo 2. En el capítulo 5, se muestran las respuestas a las preguntas de investigación y algunas reflexiones.

¹Para los fines de este estudio se denomina *la plataforma* al portal académico del bachillerato en línea que se aloja en la plataforma Moodle. El ingreso al portal del bachillerato en línea se realiza desde <http://prepaenlinea.sep.gob.mx>

Capítulo 1

El problema de investigación

1.1 Introducción

La educación en línea se está expandiendo rápidamente; sin embargo, hay muy poca investigación en el campo de la educación matemática en relación a las actividades que se ofrecen y sobre qué aprenden los estudiantes (Maltempi & Malheiros, 2010). Es por ello que en el estudio interesa identificar y analizar las características y tipos de recursos, actividades, soporte y la evaluación disponible en la plataforma² y cómo éstos impactan en el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes. Para ello se retoman las ideas del marco para el diseño de entornos de aprendizaje *RASE*. Este marco de diseño de aprendizaje en línea se basa en la premisa de que un ambiente de aprendizaje eficaz debe incluir e integrar al menos cuatro componentes principales: Recursos, Actividades, Apoyo o Soporte y Evaluación.

Para analizar los recursos y actividades, se utilizará el marco que propone Schoenfeld (1985 y 1992); el marco *Focus on Making and Sense Making* propuesto por *The National Council Teacher of Mathematics* (NCTM por sus siglas en inglés, 2009) donde se mencionan las formas y formas de razonamiento matemático que los estudiantes de bachillerato deben desarrollar al resolver problemas, las ideas fundamentales de Rivera y Santos-Trigo (2011) para que un individuo sea competente en matemáticas, así como los conceptos fundamentales para la resolución de problemas (Santos-Trigo, 2014b; Santos-Trigo, 2015b; Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016).

Los estudiantes utilizan las tecnologías digitales para resolver problemas, “el profesor no debe prohibir o restringir su uso, el reto ahora es mostrarles que pueden ser de gran ayuda en la construcción de conocimiento matemático y de otras disciplinas” (Santos-Trigo, 2015a); la discusión ahora va entorno a que si las herramientas digitales pueden realizar cálculos y procedimientos matemáticos, los estudiantes deben seguir dedicándole tiempo y atención al dominio de estas tareas (Santos-Trigo, 2015b). En este sentido, se identifican qué materiales de Internet o herramientas digitales consultan los estudiantes para realizar sus actividades y cómo estas ayudan o influyen en el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes. Además se reportan las principales dificultades que mostraron los estudiantes al resolver las actividades.

²Para los fines de este estudio se denomina *la plataforma* al portal académico del bachillerato en línea que se aloja en la plataforma Moodle.

1.2 Racionalidad del estudio

Los sistemas educativos se enfrentan al desafío de incorporar el uso de varias tecnologías digitales tanto en el contenido a ser estudiado, así como en el diseño de escenarios de aprendizaje para que los estudiantes construyan el conocimiento disciplinar, el plan de estudios de matemáticas y el diseño de escenarios de aprendizaje están siendo transformados con el uso de la tecnología (Santos-Trigo, Reyes-Martínez & Aguilar-Magallón, 2016).

La educación en línea es una de las primeras opciones de estudio de las personas que no pueden asistir a la escuela de modalidad escolarizada. En el 2005, la UNESCO en su informe *Hacia las sociedades del conocimiento* menciona que “a largo plazo, la ‘e-ducación’ anuncia cambios radicales en los ritmos de aprendizaje. Según algunos expertos, la educación abierta y a distancia podría reemplazar definitivamente a la escuela y el modelo de enseñanza en clase” (p. 94). Al respecto, Leung (2013) plantea la pregunta “¿estamos en el comienzo de una nueva era en la que las formas de la educación matemática en línea y a distancia se vuelven dominantes?” (p. 517).

Efectivamente, desde hace algunos años la educación en línea se está perfilando como una modalidad educativa, que se ajusta a las necesidades de la sociedad actual. “Una sociedad con cambios notables y con desarrollos tecnológicos disponibles demanda ajustes significativos en los sistemas de educación. [...], algunas instituciones reconocidas en el ámbito internacional han puesto en línea algunos programas y cursos que antes se impartían de manera presencial” (Santos-Trigo, 2015b, p.335). La Escuela de Negocios de Harvard fue una de las pioneras en implementar los cursos en línea (Mills & Seifert, 2002). Otros ejemplos son las instituciones completamente virtuales, como la Universidad Oberta de Cataluña (UOC), la Escuela Virtual de la Florida, Universidades abiertas en Inglaterra, Portugal, Australia, Pakistán, Canadá, Bulgaria (Liberona & Fuenzalida, 2014). En México, se cuenta con la Universidad Abierta y a Distancia de México (UnADM) desde el 2012. En el 2014 la Secretaría de Educación Media Superior implementó la Prepa en Línea-SEP como parte de su plan de intervención para el rezago educativo, el servicio público de bachillerato en línea más grande del país con cerca de 50 mil estudiantes (Tuirán, Limón & González, 2016).

La Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) ofrece el bachillerato a distancia a las personas hispanoparlantes que viven en el extranjero, este también puede ofrecerse en México únicamente por medio de las instituciones que tiene convenio con la UNAM (Bunam, 2016). En el año 2012 se implementó el Bachillerato Digital de la Ciudad de México (B@DI), este brinda la oportunidad de cursar el bachillerato propedéutico en línea, únicamente a los habitantes del Distrito Federal (Portal del Bachillerato a Distancia, 2016). Recientemente instituciones como *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), *Harvard University*, *University of California at Berkeley*, *The University of Texas Systems*, *Boston University*, entre otras, han puesto en marcha un proyecto para el

aprendizaje en línea, que incluye cursos en línea y una plataforma para investigar cómo el uso de la tecnología puede transformar el aprendizaje (www.edx.org). México también está incursionando en este tipo de oferta educativa con los cursos gratuitos en línea de MéxicoX (<https://www.edx.org/school/mexicox> y <http://mx.televisioneducativa.gob.mx/>).

Santos-Trigo, Reyes-Martínez y Aguilar-Magallón (2015) indican que:

Los sistemas escolares en todo el mundo se enfrentan a un desafío de incorporar sistemáticamente la utilización coordinada de las tecnologías digitales en las propuestas curriculares y entornos de aprendizaje. En este contexto, es importante analizar los cambios que el uso de la tecnología trae en su contenido, estructura y formas de razonamiento que los estudiantes podrían desarrollar sobre los conceptos y la resolución de problemas (p. 298).

Borba, Clarkson y Gadanidis (2013) comentan que se han creado cursos de matemáticas en línea como una nueva forma de aula (*aula virtual*), el salón de clases ahora se transforma; cada estudiante y su computadora (o dispositivo móvil) es un entorno virtual, donde los mensajes, videos, figuras, dibujos, etc. se publican de forma sincrónica o asincrónica. En la educación, el uso de dispositivos móviles y computadoras ofrecen a los estudiantes la posibilidad de continuar y ampliar las discusiones matemáticas con sus compañeros más allá de las situaciones formales, “los estudiantes también pueden consultar los materiales en línea e interactuar con los expertos, colegas o estudiantes más experimentados, mientras que trabajan en tareas matemáticas” (Liljedahl, Santos-Trigo, Malaspina & Bruder, 2016, p. 23).

Para el funcionamiento de las plataformas educativas que soportan los cursos en línea es necesario el uso del Internet. Borba et al. (2013) discuten el aprendizaje con el uso del internet, comentan que con este medio el conocimiento matemático ya no está restringido a los profesores y libros de texto. Ahora ya hay en línea recursos como Wikipedia que sirven como fuente de consulta; la enseñanza ya no se limita a las formas tradicionales o formales, el estudiante puede ingresar a YouTube para consultar diversos videos que intentan enseñar contenidos matemáticos y explicar ejemplos.

Con estas prácticas educativas surgen preguntas como: ¿Qué características deben tener los materiales de un curso en línea para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes?, ¿qué tipo de actividades en línea favorecen el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes?, ¿qué ofrecen los cursos de matemáticas en línea a los estudiantes?, ¿qué aprenden los estudiantes en un curso de matemáticas en línea?, ¿qué herramientas ofrecen las plataformas digitales para socializar el conocimiento matemático?, “¿qué acciones se deben considerar en la reestructuración de un sistema educativo que incorpore de manera sistemática el empleo coordinado de tecnología digital en la formación del individuo?” (Santos-Trigo, 2015b, p. 335).

Aunado a esto, Santos-Trigo (2014b) comenta que algunas de las interrogantes en la agenda de investigación en el campo de la educación matemática son: “¿Qué tipo de educación matemática debe considerarse en la formación de los estudiantes?, ¿cuál es el papel de las matemáticas en la educación general del individuo?, ¿qué tipo de problemas y actividades de instrucción promueven el aprendizaje de los estudiantes?” (p. 11). En este sentido, Santos-Trigo, Moreno-Armella y Camacho-Machín (2016) comparten la idea de que “la educación matemática como un campo de investigación tiene como objetivo entender y analizar cómo los estudiantes aprenden y se desarrollan conocimiento matemático para resolver una variedad de problemas situado en diferentes contextos” (p. 1). También Schoenfeld (1992) indica que la matemática es una actividad inherente a la actividad social, es una disciplina que busca entender los patrones. Es por ello que resulta importante que los estudiantes tengan la oportunidad de ver a las matemáticas como algo más allá que sólo memorización, los estudiantes deben comprender que la actividad matemática implica buscar soluciones, no sólo memorizar procedimientos; explorar patrones, no únicamente memorizar fórmulas; formular conjeturas y no sólo hacer ejercicios.

1.3 Antecedentes

Investigaciones en Brasil (Maltempi & Malheiros, 2010) reportan que la educación en línea se está expandiendo rápidamente; sin embargo, hay muy poca investigación en el campo de la educación matemática con respecto a este tema, por ello, lo consideran un campo de investigación en evolución. También comentan que la educación en línea puede hacer frente a la necesidad urgente de preparar maestros en diversos campos del conocimiento, entre ellos el campo de las matemáticas. Las tecnologías digitales plantean retos en los sistemas de educación, tanto en los contenidos, las estrategias y habilidades que los estudiantes deben aprender, y sobre qué tipos de escenarios de enseñanza se deben considerar en el aprendizaje (Santos-Trigo, 2015b).

Una de las conclusiones a las que llegaron Picciano y Seaman en el 2010 después de realizar un estudio para examinar el papel de los cursos en línea y los cursos mixtos (*blended learning*) fue que: el aprendizaje en línea y el aprendizaje mixto están tomando fuerza en los programas académicos en el K-12 y de manera más significativa en el nivel secundaria. Los resultados de este estudio indican que el aprendizaje en línea y mixto se están convirtiendo en parte integral de una serie de iniciativas para reformar el bachillerato, pero persisten las preocupaciones sobre la calidad de la enseñanza en línea.

Se han encontrado estudios que reportan resultados con respecto a la utilización de la plataforma educativa Moodle para la presentación de cursos en línea, por ejemplo, Liberona y Fuenzalida (2014) realizaron un estudio para analizar y comparar las percepciones de los estudiantes y profesores de la Educación Superior en Chile. En este estudio se reporta que el 88% de los estudiantes valora los cursos en línea, 41% considera que los cursos en línea serán muy importantes en el futuro, el 13% tomará una

carrera totalmente en línea y el 45% podría cursar un sistema mezclado o híbrido (*blended*). Los profesores que imparten los cursos en línea sólo utilizan las herramientas para publicar archivos o enlaces, y las herramientas que favorecen el trabajo colaborativo como los foros, las encuestas, las notas, blogs, etc. en general no son utilizadas. Con respecto a la percepción de la calidad de los cursos, se reporta que los estudiantes consideran que la calidad de los cursos en línea es menor que la calidad de los cursos tradicionales, los mismos autores comentan que cosa contraria pasa en los Estados Unidos, donde se reporta que el 77% de los líderes académicos piensan que los cursos en línea son iguales o mejores con respecto a la instrucción presencial.

Gaskell y Mills (2014) reportan que en el Reino Unido las instituciones de educación abierta, a distancia y e-learning (ODEL), consideran importante que los recursos (contenidos, materiales, documentos, etc.) disponibles para los estudiantes sean de la mejor calidad posible, tomando como antecedentes el estudio de Bernard et al. (2009) en donde se reportó que de las interacciones estudiante-recursos, estudiante-estudiantes y estudiante-profesor, la que sobre sale en mayor medida es la de estudiante-recursos.

Según Borba et al. (2013) una forma de acercarse al aprendizaje de matemáticas en línea, son los cursos en línea que se imparten de forma asíncrona, en estos cursos tanto los instructores como los estudiantes pueden participar a su ritmo. Baldi (2014) menciona que algunos de los beneficios del aprendizaje en línea son que ofrece oportunidades de aprendizaje a cualquier persona, en cualquier tiempo y en cualquier lugar; una experiencia de aprendizaje que a menudo se percibe como mejor que la enseñanza en clase; un acceso más fácil a los profesores, facilitadores y tutores; el acceso a los recursos de información masiva a través del Internet; la posibilidad de que los alumnos participen activamente en el proceso de aprendizaje, en particular, los estudiantes tímidos que pueden dudar en participar plenamente en un ambiente de aprendizaje más tradicional; y el acceso al aprendizaje en línea y al soporte técnico.

En un curso en línea desaparecen las normas de la clase presencial, las interacciones entre los estudiantes crecen y el profesor es visto como una facilitador, pero no se puede suponer que las interacciones en línea entre los estudiantes son necesariamente de colaboración en el sentido positivo (Borba et al., 2013). Bucciero (2014) rescata el comportamiento antiético identificado en el *e-learning* en un estudio que realizó el *American Council on Education*, algunas de las categorías que se mencionan son: inapropiada asistencia en evaluaciones, uso inadecuado de las fuentes de trabajos y proyectos; inadecuada escritura; falsedad en la recopilación y presentación de datos; uso indebido de los recursos académicos; falta de respeto por el trabajo de otros; falta de adhesión a los derechos de autor y de protección contra copias; asistencia inapropiada a los demás y falta de cumplimiento de las normas académicas. Es por ello, que “la comunicación y participación de los estudiantes se debe

enmarcar en el respeto a los demás y en la práctica de principios éticos que les permita reconocer y valorar tanto las contribuciones individuales como grupales” (Santos-Trigo, 2015b, p. 345).

La tecnología digital es un medio que extiende las oportunidades para aprender, los estudiantes pueden acceder a los recursos disponibles en la red en cualquier lugar y momento, además de poder hacerlo de forma síncrona o asíncrona, respecto a esto Santos-Trigo et al. (2015), indican que “los dispositivos móviles tales como tabletas o teléfonos inteligentes pueden extender los ambientes de aprendizaje para apoyar la comunicación o interacción entre compañeros casi en cualquier momento” (p. 298). Es necesario el uso del Internet para poder descargar los recursos, pero una vez que lo han hecho pueden visualizarlos desde cualquier dispositivo móvil o computadora, esto está logrando que los estudiantes lleven a cualquier lugar los recursos o materiales.

En Internet se pueden encontrar recursos que son literalmente una copia o reproducción de la práctica tradicional (libros de texto) que esencialmente se basan en el medio de papel y lápiz; sin embargo, en los últimos años ha sido notorio que con la ayuda de las tecnologías digitales esa información se presenta en una forma más interactiva como videos, hipertextos, animaciones, enlaces, etc. En este sentido, Trouche, Drijvers, Guedet y Sacristán (2013) indican que aunque los libros de texto tradicionales siguen siendo centrales, los libros de texto digitales son cada vez más frecuentes, y hay una variedad de otros recursos digitales como sitios Web, aplicaciones interactivas, videos en línea, foros de discusión, etc. Santos-Trigo (2014a) comenta que el uso de las tecnologías digitales puede transformar la presentación de los contenidos (rígida y estática) en un formato dinámico y flexible, donde los alumnos pueden acceder a diversas herramientas como software dinámico, enciclopedias en línea, widgets, vídeos, etc., mientras se ocupan de las tareas matemáticas. Los usuarios de estos recursos y los participantes en estos intercambios de información y conocimiento en línea pueden ser diseñadores profesionales, maestros, educadores e investigadores educativos, “el diseño de las tecnologías digitales implica la colaboración de expertos trabajando en diferentes campos” (Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016, p. 206), pero ¿Cuáles son los recursos en línea y cómo se diseñan? ¿Cómo evaluar la calidad de los recursos? ¿Qué criterios se establecen para ligar la calidad y el diseño de los recursos?

Los mismos autores comentan que:

El diseño colaborativo de recursos en línea es importante para la investigación educativa. Es decir, no sólo porque se necesita investigación de cómo se diseñan, sino también porque muchos investigadores están involucrados activamente en el proceso de diseño (p. 773).

En el caso de las matemáticas, es necesario que se presenten recursos en línea que combinen texto, símbolos, animación, interactividad y videos (Borba et al., 2013). En la educación a distancia³, específicamente en la modalidad de educación en línea, se ha incrementado el uso de los videos (Kim & Thayne, 2015). Esto seguramente se debe a que para muchos de los estudiantes, el Internet y plataformas como YouTube son su principal fuente de comunicación, “los dispositivos móviles, como las tabletas o los teléfonos inteligentes son vehículos no sólo para comunicarse o interactuar, sino también para buscar información en línea” (Santos-Trigo, 2015b, p.334). Hoban (2015) comenta que cada vez más estudiantes están utilizando sus propias tecnologías digitales, como teléfonos móviles, iPads y computadoras para crear representaciones digitales que expliquen conceptos científicos.

Las actividades de aprendizaje en un entorno virtual pueden ser: leer un texto, leer una infografía, mirar un video, escuchar un podcast, y a partir de ellas se pueden resolver una serie de preguntas o elaborar un escrito. Las actividades y los materiales audiovisuales que se recomiendan como consulta o revisión, deben estar diseñados de tal forma que el estudiante pueda involucrarse en una reflexión profunda de los contenidos y sobre sus usos en la vida cotidiana. Kazanidis, Valsamidis, Kontogiannis y Karakos (2014) indican que “aunque la calidad de un curso no depende sólo de su contenido, sino también de su estructura, organización, soporte, etc., el contenido juega un papel crucial para el éxito del e-learning⁴” (p. 150), es por ello que resulta necesario y relevante evaluar de forma continua los materiales educativos de los cursos, para proporcionar retroalimentación a los autores con el fin de mejorarlos.

Independientemente de que en la educación en línea el estudiante tome autonomía, las actividades y los recursos disponibles deben responder a ciertos propósitos establecidos, además de generar en los estudiantes diversas formas de pensar y desarrollar un pensamiento crítico que les permita cuestionarse y no dar por hecho todas las cosas. Específicamente en matemáticas es preciso fomentar el planteamiento de preguntas, por ejemplo, ¿qué pasa si se alteran los datos del problema?, ¿de cuántas formas pueden resolver el problema?, ¿tiene sentido el problema?, ¿qué herramientas tecnológicas puedo utilizar para resolver los problemas? Y no sólo quedarse con la solución, el reto es plantear ideas generales o encontrar las conexiones con otros problemas y con sus aplicaciones. “El uso de las tecnologías digitales juega un papel central en los estudiantes para ampliar las maneras de representar y explorar conceptos matemáticos” (Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016, p. 197).

³ La educación a distancia es una forma de enseñanza donde los estudiantes no necesitan asistir físicamente al lugar de estudios. Sus principales herramientas son las tecnologías de la comunicación y de la información. Dependiendo de la institución los estudiantes pueden asistir a tutorías y aplicación de exámenes, también pueden ser programas totalmente en línea.

⁴ Hewitt (2015) indica que el concepto de e-learning se asocia a los contenidos multimedia como los videos, las animaciones, las infografías, los textos, los podcast, etc. que están a la disposición de los estudiantes y estos les permiten tener mayor autonomía y control de su propio aprendizaje.

Con respecto a lo anterior, Santos-Trigo (2014b) dice:

En la resolución de problemas se destaca la importancia de que los estudiantes constantemente planteen preguntas y utilicen diversas representaciones en sus caminos o procesos de solución. La formulación y reformulación son rasgos que los estudiantes deben desarrollar en sus experiencias de aprendizaje. Un aspecto esencial ligado al diseño o rediseño de preguntas es que los estudiantes observen la situación en términos de recursos matemáticos. Una situación puede contener demasiada información y corresponde al estudiante identificar aquella en donde sea posible establecer relaciones matemáticas (p. 50).

Actualmente, la enseñanza tradicional de cualquier modalidad se basa en cumplir con los propósitos curriculares, es decir, desarrollar cada uno de los temas planteados en el currículum escolar en el tiempo establecido, sin tomar en cuenta si el estudiante realmente aprende o no. Como consecuencia de esto, la gran parte de las dificultades que presentan los estudiantes en la materia de matemáticas se deben a que no le encuentran sentido a las actividades ni a las matemáticas mismas, piensan que las matemáticas solamente sirven para realizar operaciones básicas y que los contenidos no les van a servir para la vida. Según Santos-Trigo et al. (2015):

Este modelo ha sido criticado en términos de que su éxito depende principalmente de las competencias individuales de los maestros para seleccionar e implementar las actividades de aprendizaje, la falta de motivación que los estudiantes a menudo experimentan durante el desarrollo del curso, y las limitadas opciones para que los estudiantes discuten los contenidos del plan de estudios más allá programa de estudios y cursos de objetivos (p. 299).

Los estudiantes deben ser involucrados en la clase de matemáticas, de tal forma que ellos puedan razonar y no simplemente ser espectadores de lo que ocurre en una pizarra, en un libro, en un video, etc.; por otro lado, la tecnología puede jugar un papel muy importante si es utilizada de forma efectiva para alcanzar tal objetivo y no sólo para comprobar resultados (NCTM, 2009).

Entonces en el estudio de las matemáticas, independientemente de la modalidad en la que se oferten, es fundamental promover en el estudiante el planteamiento y la formulación de preguntas, que aprenda a buscar diferentes caminos que les permitan encontrar respuestas a esas preguntas planteadas, que el estudiante no solo se quede con lo que el material, recurso o información que el profesor pueda proporcionarle. Es necesario motivar a los estudiantes para que ellos mismos profundicen cada vez un poco más, que busquen información confiable, y concientizarlos de que lo aprendido les servirá no solo para aprobar una materia, sino para toda la vida.

Es por ello que este estudio se centra en documentar y analizar qué conceptos y formas de aprender se promueven en los materiales de un primer curso de matemáticas de bachillerato, totalmente en línea. Identificar qué materiales de la Web consultan los estudiantes y cómo estos ayudan o influyen en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes y resolución de problemas. Cabe mencionar que los contenidos que se ofrecen en este curso son similares (al menos en nombre) a las propuestas curriculares a nivel internacional como el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2009) y los Common Core State Standards for Mathematics (2010), que consideran a los números y al álgebra como contenidos fundamentales en el desarrollo de las matemáticas del nivel medio superior.

Fomentar en los estudiantes el cuestionamiento, la resolución de problemas, el interés por las matemáticas y, de forma más general, el interés por el estudio de las ciencias, no es tarea fácil. En este sentido, Santos-Trigo (2014b) señala que “el objetivo fundamental en la enseñanza de las matemáticas es que en algún momento el alumno se responsabilice de su propio aprendizaje. Es decir, desarrolle una autonomía en cuanto a su relación directa con un instructor” (p. 103). Para resolver problemas, los estudiantes deben contar con una gama de *recursos* básicos que les permitan plantear conjeturas, ser capaces de darse cuenta cuando es el momento de abandonar una idea que no dará resultados efectivos, tener un control del trabajo que está realizando y buscar conexiones o plantearse nuevos problemas.

1.4 Planteamiento del problema de investigación

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (2009) menciona que las matemáticas que se enseñan en la educación media superior deben preparar a los estudiantes para la vida, para el trabajo, y para la comunidad científica y técnica. Propone que las instituciones de nivel medio superior, promuevan en los estudiantes el aprendizaje de las matemáticas, favoreciendo el razonamiento y el sentido de las actividades matemáticas. Para lograrlo, es necesario que los estudiantes desarrollen formas de razonamiento, para entender por qué funcionan los procedimientos o algoritmos y cómo pueden ser utilizados o interpretados para resolver problemas. Asimismo, se hace hincapié en que la resolución de problemas es imposible sin el razonamiento ya que ésta es la vía por la cual los estudiantes pueden desarrollar el razonamiento matemático y darle sentido a las ideas matemáticas.

También la propuesta curricular *Common Core State Standards for Mathematics* (2010) enfatiza la resolución de problemas, pues se espera que los estudiantes: den sentido a los problemas y perseveren para solucionarlos, razonen de forma abstracta y cuantitativa, generen argumentos viables y critiquen el razonamiento de otros, modelen con matemáticas, usen las herramientas adecuadas estratégicamente, presten atención a la precisión, busquen y hagan uso de la escritura y que busquen y expresen regularidad en el razonamiento repetido.

Rivera y Santos (2011), mencionan que uno de los intereses de la educación matemática es analizar las diversas maneras de pensar que exhiben los estudiantes en la comprensión de las ideas matemáticas y en la resolución de problemas, y diseñar estrategias para desarrollar su pensamiento matemático y su capacidad de razonamiento. También enfatizan en la importancia de identificar las representaciones que el estudiante emplea, sus formas de operar, las conjeturas que formula, los caminos que sigue para explorar relaciones y las formas de comunicar resultados o soluciones. “Aprender matemáticas requiere problematizar o cuestionar las tareas o situaciones, pensar distintas maneras de comprender o resolver un problema, utilizar diversas representaciones, encontrar el significado e interpretar la solución y comunicar los resultados” (Santos-Trigo, 2014a). Schoenfeld (1985) hace énfasis en que el éxito de implementar una heurística o estrategia para resolver un problema, depende de los *recursos* con los que cuente el estudiante.

En este contexto se puede concluir que uno de los propósitos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es encaminar al estudiante a que desarrolle la habilidad de plantear y contestar preguntas, y que éstas le ayuden a desarrollar el pensamiento matemático. Es por todo lo anterior que, la parte central de este estudio consiste en analizar y documentar los tipos de materiales propuestos en un primer curso de matemáticas de un bachillerato que se ofrece en línea, e identificar y documentar qué conocimiento matemático y formas de resolver problemas desarrollan los estudiantes al abordar y resolver actividades en un ambiente de aprendizaje en línea.

Las herramientas de comunicación como el e-mail, el correo electrónico, videoconferencias, wikis, entre otras; han sido utilizadas por las personas en sus lugares de trabajo pero no han sido explotados en el aula de clases. Es importante que los estudiantes aprendan a colaborar desde diferentes lugares y no sólo de forma presencial (NCTM, 2011). “Los desarrollos tecnológicos demandan ajustes o cambios en los sistemas de educación acerca de los contenidos que los estudiantes deben aprender y sobre las formas de organizar y estructurar los ambientes de aprendizaje para que los estudiantes construyan esos conocimientos” (Santos-Trigo, 2015b, p. 335). Es por ello que parte de este estudio consiste en identificar las herramientas de comunicación, colaboración y aprendizaje con las que cuentan los estudiantes en la plataforma y cómo las utilizan. Para esto se retoman las ideas de autores como Rosenberg (2006), Beneu J. (2007), Means, Toyama, Murphy, Bakia y Jones (2009), Santo-Sabato y Vernaleone (2014) y el marco RASE.

Profesores y estudiantes universitarios están creando materiales donde explican y resuelven ejercicios de matemáticas. Estas explicaciones y ejemplos se pueden compartir en formato de videos, animaciones, podcast, etc. y subirse de forma gratuita a portales de Internet como YouTube y Khan Academy (Hoban, 2015). Santos-Trigo et al. (2015), mencionan que “los alumnos pueden acceder a la información en línea que incluye las definiciones de conceptos y explicaciones (<https://www.khanacademy.org>), ejemplos de problemas, y en algunos casos las soluciones de los problemas

típicos de los cursos” (p. 298), ¿cómo se podrá evaluar los conocimientos de los estudiantes? Con base en este cuestionamiento, una tercera parte de este estudio consiste en documentar qué materiales o aplicaciones de Internet y programas consultan los estudiantes y cómo las utilizan para integrar y complementar sus actividades.

1.5 Preguntas de Investigación

- 1 ¿Qué ofrecen y qué no ofrecen los recursos⁵ y actividades del curso en línea a los estudiantes y cómo estos impactan en el desarrollo de la construcción de conocimiento matemático?

Para esto se retoman las ideas del marco para el diseño de entornos de aprendizaje *RASE*, este marco de diseño de aprendizaje se basa en la premisa de que un ambiente de aprendizaje eficaz debe incluir e integrar al menos cuatro componentes principales: Recursos, Actividad, Apoyo o Soporte y Evaluación. Con respecto a los *recursos* del marco de Schoenfeld, se espera identificar: conocimiento informal e intuitivo, hechos y definiciones, procedimientos algorítmicos y rutinarios, competencias pertinentes y conocimiento sobre las reglas del discurso.

- 2 ¿Qué recursos⁶ utilizan los estudiantes y cómo los utilizan al resolver las actividades que involucren el estudio de las matemáticas en un bachillerato que se ofrece en línea?

La idea central aquí es identificar los recursos (materiales) de la plataforma que utilizan los estudiantes para resolver las actividades. Identificar qué muestran los estudiantes al resolver las actividades, dentro de las etapas: analizar un problema, implementación de una estrategia de solución, búsqueda y uso de conexiones y al reflexionar sobre la solución al problema planteado.

- 3 ¿Qué dificultades experimentan los estudiantes al realizar las actividades y qué apoyos utilizan para enfrentarlas?

El objetivo de esta pregunta es identificar las dificultades que muestran los estudiantes al resolver las actividades y qué recursos o apoyos utilizan para corregirlos o enfrentarlos, por ejemplo alguna aplicación de internet, apoyo de personas externas o la ayuda de la facilitadora⁷.

- 4 ¿Qué materiales o aplicaciones de Internet, adicionales a los disponibles en la plataforma, consultan los estudiantes y qué comportamiento ético muestran al utilizarlos, y cómo impactan en el desarrollo de su pensamiento matemático?

El propósito de esta pregunta es identificar específicamente qué materiales utilizan los estudiantes y cómo estos influyen en las respuestas que emiten a las preguntas planteadas en las actividades. Esta información puede ser útil para la elección de las actividades de un curso en línea, debido a que arroja información para determinar hasta qué punto las actividades permiten a los estudiantes desarrollar originalidad y respuestas razonadas.

⁵Estos recursos, son los que se mencionan en *RASE*, los materiales disponibles en la plataforma como infografías, videos, imágenes, ejercicios, etc.

⁶Estos recursos, son los materiales disponibles en la plataforma como infografías, videos, imágenes, documentos, ejercicios, etc.

⁷En la educación en línea la figura de profesor es retomada por el facilitador o facilitadora.

Capítulo 2

Revisión de la literatura

Debido a que parte fundamental del estudio consiste en identificar qué ofrecen los recursos⁸ (materiales) y las actividades a los estudiantes del curso de matemáticas en línea, se identificarán los tipos de *recursos* en los materiales y actividades, además de las formas de razonamiento que muestran los estudiantes, al resolver las actividades propuestas en el curso de matemáticas en línea. Para ello se retoman las ideas del modelo de Schoenfeld (1985) específicamente la parte de *recursos*⁹ y las ideas fundamentales de las formas de razonamiento del marco propuesto por el NCTM (2009). Para identificar los elementos con los que cuenta la plataforma, los tipos de recursos (materiales), actividades y soporte o ayuda, se retoman ideas de varios autores y en particular el modelo RASE propuesto por Churchill y King (2016).

2.1 Modelo RASE

El marco de diseño de aprendizaje RASE se basa en la premisa de que, un ambiente de aprendizaje en línea eficaz debe incluir e integrar al menos cuatro componentes principales: Recursos¹⁰, Actividad, Apoyo o Soporte y Evaluación (Churchill, Fox & King, 2016). La idea central es que los recursos no son suficientes para lograr el aprendizaje. Además de los recursos se deben tomar en cuenta: las actividades, donde los estudiantes utilicen los recursos y trabajen en tareas como experimentos o resolución de problemas; el apoyo o soporte, con herramientas que les permitan resolver las dificultades de forma independiente o en colaboración con otros; y la evaluación, para informar a los profesores y estudiantes sobre el progreso y qué más hacer para alcanzar los aprendizajes esperados (Churchill et al., 2016).

2.1.1 Recursos

Los recursos pueden ser de tres tipos: el contenido, como medios digitales, libros de texto, conferencia a cargo de un profesor, documentos en PDF, presentaciones, videos, etc.; el material, como productos químicos para un experimento, la pintura, el lienzo, etc.; y las herramientas, que los estudiantes utilizan cuando trabajan en la actividad, por ejemplo: instrumentos de laboratorio, cepillos, calculadoras, reglas, software de análisis estadístico, procesador de textos, etc. En este modelo se recomienda que cuando se integren recursos tecnológicos en la enseñanza, lo que se debe hacer es conducir a los estudiantes a aprender con ellos, en lugar de que los estudiantes aprenden de éstos. Los estudiantes

⁸Estos recursos son los del modelo RASE, los materiales disponibles en la plataforma como infografías, videos, imágenes, documentos, ejercicios, etc.

⁹Estos recursos son los del modelo de Schoenfeld.

¹⁰Es necesario clarificar que los recursos del modelo RASE, no son los mismos que los *recursos* del modelo de Schoenfeld.

pueden utilizar diferentes herramientas para crear mapas mentales, para realizar operaciones o gráficas como Mathematica, para editar imágenes y videos.



Figura 2.1. Modelo de diseño de aprendizaje RASE (Churchill et al., 2016, p. 5).

2.1.2 Actividades

Con respecto a las actividades, este modelo considera que “la actividad es un componente fundamental para el logro del aprendizaje. Se proporciona a los estudiantes una experiencia donde el aprendizaje se produce en el contexto de la comprensión, probar ideas, la generalización y uso del conocimiento” (Churchill et al., 2016, p. 8). Una actividad eficaz debe estar centrada en el aprendizaje y ser auténtica (véase tabla 2.1).

Tabla 2.1 Características de las actividades auténticas y centradas en el aprendizaje.

Centrada en el aprendizaje	Auténtica
<ul style="list-style-type: none"> • Debe centrarse en lo que los estudiantes van a hacer para aprender, y cómo va a desarrollar esos cambios conceptuales, y no en lo que los estudiantes recordarán para reproducir en los exámenes. • Los recursos son herramientas en manos de los estudiantes, que les ayudan a completar las tareas. • Los maestros son facilitadores que participan en el proceso de aprendizaje como compañeros y amigos críticos. • Los estudiantes producen “artefactos o productos” que demuestran su proceso de aprendizaje, no sólo los resultados. • Los estudiantes aprenden sobre el proceso mediante la experimentación activa con los enfoques y la reflexión sobre las estrategias eficaces (metacognición). • Los estudiantes desarrollan nuevas competencias necesarias para el aprendizaje del siglo XXI, para trabajar y vivir. 	<ul style="list-style-type: none"> • Debe contener escenarios de la vida real y problemas mal estructurados¹¹. • Debe reunir la práctica profesional y el pensamiento. • Debe utilizar herramientas específicas para la práctica profesional. • Debe dar lugar a “artefactos o productos” que demuestran el desempeño profesional (uso del conocimiento intelectual y práctica) no sólo el conocimiento.

Algunos ejemplos de actividades son: un proyecto, un estudio de caso, resolución de problemas, desarrollar un documental sobre un tema específico de interés, un cartel para promover un tema científico controvertido, planificar un día de historia en su escuela, desarrollar un software y el juego de roles (Churchill et al., 2016).

¹¹Según Jonassen este tipo de problemas incluyen dilemas, estudios de casos estratégicos, la toma de decisiones y el diseño, todo lo que los estudiantes requieren para involucrarse en un pensamiento profundo, exámenes de múltiples posibilidades, uso de herramientas, creación de artefactos, y la exploración de posibles soluciones (Citado en Churchill et al, 2013).

2.1.3 Evaluación

Una actividad debe provocar que los estudiantes se involucren en el trabajo y logren desarrollar productos que evidenciarán su aprendizaje. Estos productos pueden ser de tres tipos: conceptual (una idea o un concepto que se presenta en un informe escrito), palpable (un modelo de un circuito eléctrico), o suave (una creación basada en una computadora). La evidencia de aprendizaje permite al facilitador supervisar el progreso del estudiante y proporcionar retroalimentación para ayudar a mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Churchill et al., 2016). Se recomienda que los productos generados por los estudiantes se sometan a revisión por parte de los compañeros, en pares o por expertos.

Se recomienda que los estudiantes conozcan los criterios o formas por las cuales serán evaluados, “las rúbricas se pueden proporcionar a los estudiantes para que ellos lleven a cabo la autoevaluación” (Churchill et al., 2016, p. 9). La evaluación del aprendizaje tiene que ser formativa, debe permitir a los estudiantes mejorar constantemente en su aprendizaje y proporcionar información sobre los progresos y en caso de ser necesario tomar nuevas medidas hacia un logro más coherente de los resultados de aprendizaje.

2.1.4 Apoyo o soporte

El propósito es proporcionar a los estudiantes ayuda esencial al mismo tiempo que les permita desarrollar habilidades de aprendizaje y la independencia. Según Churchill et al. 2016 el apoyo o soporte:

... debería anticipar las dificultades de los estudiantes, tales como la comprensión de una actividad, el uso de la herramienta o el trabajo en grupos. Además, los maestros deben rastrear y registrar continuas dificultades y problemas que deben abordarse durante el aprendizaje, y compartirlas con los estudiantes. Las formas de apoyo posibles son: profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-artefacto (recursos adicionales) y el estudiante en la comunidad (ayuda de otras personas y fuentes externas) (p. 9).

En los entornos en línea se puede realizar a través de foros, wikis, blogs y espacios de redes sociales. El apoyo o el soporte puede anticipar las necesidades del estudiante, por ejemplo a través de una página de preguntas frecuentes, foros de ayuda, glosario, usar listas de verificación y rúbricas para las actividades, utilizar plataformas de redes sociales y herramientas síncronas como el chat y Skype. Al respecto Churchill et al. (2016) argumentan que “el objetivo del apoyo anticipado es asegurar que los estudiantes tengan acceso a un conjunto de recursos cuando necesitan ayuda, en lugar de depender de los maestros” (p. 9).

El apoyo o soporte debe guiar y permitir a los estudiantes a convertirse en aprendices más independientes. Por ejemplo, antes de que un estudiante pueda pedirle ayuda directa a un maestro, éste

puede primero preguntar a sus compañeros por medio de los foros y/o buscar en Internet, así los estudiantes asumen la responsabilidad de su aprendizaje y brindan apoyo a otros estudiantes.

2.2 Aprendizaje en línea

Con el desarrollo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y el uso del Internet, se ha incrementado el interés por el desarrollo y uso del aprendizaje en línea, aprendizaje que se puede dar en cualquier momento y en cualquier lugar sólo con disponer de un dispositivo móvil o una computadora. Eteokleous-Grigoriou y Photiou (2014) mencionan que como resultado del avance tecnológico en las tecnologías de la información y las telecomunicaciones, se tiene el desarrollo de la Web 2.0, por medio de la cual las personas utilizan y crean blogs, wikis, foros, imágenes, videos, podcast, etc. para construir y compartir el conocimiento. Otros también utilizan las redes sociales como Facebook y Twitter para el mismo fin.

Means et al. (2009) afirman que el aprendizaje en línea incluye ofertas que van desde conferencias didácticas convencionales, información de libros de texto emitidos en la Web, juegos interactivos, hasta simuladores. Algunos ejemplos de sus usos son: estudiantes de primaria aprenden a leer a través de Internet, adolescentes que han abandonado la escuela secundaria o el bachillerato toman cursos en línea para obtener los créditos necesarios para poder graduarse, y los profesores que toman cursos en línea para obtener créditos de desarrollo profesional en servicio.

El aprendizaje en línea puede tener dos propósitos: el aprendizaje realizado totalmente en línea, sustituyendo el aprendizaje presencial, y el aprendizaje híbrido (*blended*), que combina el aprendizaje presencial con actividades en línea pensadas para la mejora del aprendizaje o para extender la clase (Means et al., 2009). Para los fines de esta investigación nos enfocaremos a hablar de los cursos totalmente en línea.

Means et al. (2009) contemplan un marco conceptual para el aprendizaje en línea, al respecto mencionan que este se puede clasificar tomando en cuenta tres características básicas: el objetivo de las actividades, el tipo de experiencia de aprendizaje y la forma de comunicación síncrona o asíncrona. Las actividades en línea se pueden clasificar por su objetivo y por el tipo de experiencia de aprendizaje. Según su objetivo, pueden funcionar como un reemplazo de la enseñanza presencial, un ejemplo de esto puede ser un curso virtual; o como mejora para la instrucción presencial, por ejemplo, las actividades de aprendizaje en línea que son parte de un curso presencial. Las experiencias de aprendizaje se pueden clasificar en función de la cantidad de control que el estudiante tiene sobre el contenido y la naturaleza de la actividad de aprendizaje: en las experiencias *tradicionales de aprendizaje didáctico o expositivos*, el contenido se transmite al estudiante por la conferencia, material escrito, u otros mecanismos; el *aprendizaje activo*, es aquel donde el estudiante tiene el control de qué y cómo aprender; y *aprendizaje colaborativo o interactivo* en los que la naturaleza de los contenidos de

aprendizaje emergen de la interacción entre los alumnos, con el profesor u otras fuentes de conocimiento.

Las tecnologías pueden apoyar a cualquiera de estos tres tipos de experiencia de aprendizaje: aprendizaje expositivo, mediante dispositivos digitales para transmitir conocimientos; aprendizaje activo, el alumno construye el conocimiento a través de la manipulación basada en la investigación de los artefactos digitales, como ejercicios en línea, simulaciones, juegos o micromundos; y aprendizaje interactivo, donde el alumno construye el conocimiento a través de la interacción colaborativa basada en la investigación con otros estudiantes; los profesores se convierten en co-alumnos y actúan como facilitadores.

La tercera característica comúnmente utilizada para clasificar las actividades de aprendizaje en línea según Means et al. (2009), es la medida en que las actividades son síncronas o asíncronas. La comunicación síncrona se refiere al intercambio de información por Internet en tiempo real, un ejemplo de esta es el chat. La comunicación asíncrona es la que se da por Internet entre personas de forma no simultánea, como por ejemplo el correo electrónico.

En los cursos en línea, la colaboración, la multimodalidad (combinación de diferentes tipos de texto) y las actuaciones (performance), son los tres nuevos aspectos que se han identificado (Borba et al., 2013). En este sentido Santos-Trigo (2015b) menciona que:

La disponibilidad de diversas herramientas digitales resulta importante no sólo en la comunicación y discusión de resultados sino también en la promoción de tareas de colaboración. Así el estudiante puede expresarse en forma oral, escrita, en videoconferencias, o digital a través de los distintos medios de comunicación. Las redes sociales también pueden ser los medios para que los estudiantes compartan explicaciones de conceptos matemáticos o resuelvan problemas. Se pueden formar grupos con la intención de colaborar en la resolución de problemas. En este contexto, los participantes desarrollan habilidades para ser miembros activos, escuchar a otros, y reconocer las contribuciones de los demás (p. 344).

2.3 El e-learning

La mayoría de las personas asocian el término e-learning a un curso en línea, el cual es diseñado y desarrollado pensando en los individuos que quieren y necesitan adquirir nuevos conocimientos. Efectivamente, un curso en línea es considerado una forma de e-learning, pero el e-learning también puede significar la distribución masiva de contenidos y clases globales para todos los usuarios de Internet, que se puede llevar a cabo con una computadora o en cualquier dispositivo móvil. A continuación se presentan algunas definiciones que distintos investigadores le han dado al término e-learning.

Para Rosenberg (2006) “E-learning es el uso de las tecnologías de Internet para crear y entregar un ambiente de aprendizaje que incluye una amplia gama de actividades, recursos de información y soluciones, cuyo objetivo es mejorar el rendimiento individual y organizacional.” (p. 72). Según Koper (2008), “el e-Learning se puede definir como el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para facilitar y mejorar el aprendizaje y la enseñanza.” (p. 356). Para Gros (2011) los ambientes de aprendizaje o entornos de aprendizaje son espacios en donde se llevan a cabo procesos de aprendizaje, específicamente “En el campo del e-learning el término «entorno virtual de aprendizaje» se aplica a las plataformas de software que las instituciones utilizan para desarrollar su oferta de formación virtual.” (p. 120).

Para Kazanidis et al. (2014) el e-learning es un método de aprendizaje moderno, basado en las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), que supera las restricciones del tiempo y el espacio, debido a que los alumnos pueden asistir al curso desde donde se encuentren, solo con disponer de un equipo adecuado como una computadora o cualquier dispositivo móvil conectado a Internet. Hewitt (2015) indica que el concepto de e-learning se asocia a los contenidos multimedia como los videos, las animaciones, las infografías, los textos, los podcast, etc. que están a la disposición de los estudiantes y estos les permiten tener mayor autonomía y control de su propio aprendizaje. Los e-learning funcionan de diferentes formas, por ejemplo a través de las conferencias o sesiones de video que se encuentran en repositorios como YouTube y Khan Academy, pero también hay entornos de aprendizaje en donde los estudiantes tienen una interacción en línea con un facilitador, tutor y compañeros, ejemplo de éste es la plataforma que se documenta en este trabajo.

Aparicio, Bacao y Oliveira (2016) señalan que el e-learning une dos áreas principales: el aprendizaje y la tecnología.

El aprendizaje es un proceso cognitivo para alcanzar el conocimiento, y la tecnología es un facilitador del proceso de aprendizaje, lo que significa que la tecnología se utiliza como cualquier otra herramienta en la práctica de la educación, ya que puede ser por ejemplo un lápiz o un bloc de notas (p. 292).

2.3.1 Las plataformas de e-learning

Koper (2008) comenta que la investigación del e-learning tiene como objetivo el desarrollo de nuevas tecnologías para mejorar el aprendizaje, la formación y la enseñanza de varias maneras: haciéndolos más accesibles a todo el mundo en cualquier lugar y en cualquier momento; hacerlos más eficaces facilitando la puesta en práctica de pedagogía avanzada y enfoques, y proporcionando mecanismos de apoyo avanzados para que los estudiantes y profesores puedan llevar a cabo sus diferentes tareas, además de hacerlos más atractivos para los usuarios, proporcionando tareas y recursos adaptados o personalizados.

Las aplicaciones específicas, que son ideadas para ser utilizadas como una herramienta de enseñanza se denominan plataformas de e-learning (Susan, 2014). Estas son sitios donde los estudiantes pueden participar, crear su propio horario de estudio, intercambiar información con otros estudiantes e interactuar con el instructor en tiempo real, mientras que los maestros (facilitadores o instructores) pueden supervisar el rendimiento de sus estudiantes en tareas específicas y apoyarlos en sus dudas.

El concepto de e-learning, incluye las estrategias de aprendizaje, métodos de aprendizaje, y últimamente está muy dirigido a las amplias posibilidades de difusión de contenidos y la conexión. Algunos de los conceptos o términos que están involucrados con el e-learning son la educación basada en computadora (CBE), los sistemas de gestión de contenidos para el aprendizaje (LCMS), sistemas de gestión de aprendizaje (LMS), el aprendizaje autodirigido (SDL) y cursos en línea masivos y abiertos (MOOCs), todos tienen en común dos aspectos: el aprendizaje y las computadoras (Aparicio et al., 2016).

Según Gros (2011) existen distintas nomenclaturas que se refieren a plataformas tecnológicas con funciones específicas para la gestión de los procesos de aprendizaje en entornos virtuales. Para los fines de este trabajo solo se recuperan dos de estos: los sistemas de gestión de contenidos para el aprendizaje (LCMS) y los sistemas de gestión de aprendizaje (LMS). Los LMS son “entornos de soporte web que ofrecen herramientas y aplicaciones para la planificación de acciones formativas generalmente en formato «curso», el desarrollo de actividades de formación en línea, incluyendo la distribución de contenidos de aprendizaje y la comunicación entre los participantes” (Gros, 2011, p. 120), la misma autora enfatiza que en cambio los LCMS “están pensados como medio específico para el desarrollo, la edición, la publicación y la administración de contenidos de e-learning” (p. 120).

Las plataformas de e-learning son el software de servidor que se ocupa principalmente de la gestión de usuarios, cursos y de la gestión de servicios de comunicación. Los contenidos o courseware son el material de aprendizaje que se pone a disposición del estudiante, también llamados recursos. Los contenidos o recursos pueden estar en varios formatos, el más habitual son los cursos en línea, con elementos multimedia e interactivos que permiten que el usuario adelante el contenido para después evaluar lo que aprende (Boneu, 2007).

Santo-Sabato y Vernaleone (2014) recuperan las características centrales que deben tener las plataformas de e-learning: la interactividad con los materiales de enseñanza, los tutores, los profesores y otros estudiantes, exposición multimedia, la independencia de las limitaciones temporales y físicas, la valorización de las dimensiones sociales y colaborativas de aprendizaje, el monitoreo constante del nivel de aprendizaje a través de la autoevaluación y la evaluación, el acceso a las plataformas a través de los dispositivos web y tecnológicos, y la interacción sincrónica o asincrónica de los procesos.

En un sistema de e-learning la comunicación pueden ser síncrona o asíncrona. Los sistemas síncronos son aquellos que generan comunicación entre usuarios en tiempo real, como podrían ser los chats o las videoconferencias; los sistemas asíncronos no generan comunicación en tiempo real, pero ofrecen la posibilidad de que las aportaciones de los usuarios queden grabadas, el correo electrónico y los foros son algunas de las herramientas que usan este tipo de comunicación (Boneu, 2007). Son cuatro las características básicas e imprescindibles que cualquier plataforma de e-learning debe tener: interactividad, flexibilidad, escalabilidad y estandarización (Boneu, 2007), éstas se describen en la tabla 2.2.

Tabla 2.2. Características básicas de las plataformas de e-learning.

Característica	Descripción
Interactividad	Conseguir que la persona que está usando la plataforma tenga conciencia de que es el protagonista de su formación.
Flexibilidad	Conjunto de funcionalidades que permiten que el sistema de e-learning tenga una adaptación fácil en la organización donde se quiere implantar. Esta adaptación se puede dividir en: capacidad de adaptación a la estructura de la institución, capacidad de adaptación a los planes de estudio de la institución y capacidad de adaptación a los contenidos y estilos pedagógicos de la organización.
Escalabilidad	Capacidad de la plataforma de e-learning de funcionar igualmente con un número pequeño o grande de usuarios.
Estandarización	Capacidad de utilizar cursos realizados por terceros; de esta forma, los cursos están disponibles para la organización que los ha creado y para otras que cumplen con el estándar. También se garantiza la durabilidad de los cursos evitando que estos queden obsoletos y por último se puede realizar el seguimiento del comportamiento de los estudiantes dentro del curso.

Las plataformas de *e-learning* ofrecen diferentes tipos de herramientas: herramientas orientadas al aprendizaje, herramientas orientadas a la productividad, herramientas para la implicación de los estudiantes y herramientas destinadas a la publicación de cursos y contenidos (Boneu, 2007). En la tabla 2.3 se muestran las herramientas y para la descripción de cada una de las herramientas revisar el apéndice A.

Tabla 2.3 Herramientas de las plataformas de e-learning según Boneu (2007).

Herramientas			
Orientadas al aprendizaje	Orientadas a la productividad	Para la implicación de los estudiantes	Destinadas a la publicación de cursos y contenidos
<ul style="list-style-type: none"> • Foros • Buscador de foros • e-portafolio • Intercambio de archivos • Soporte de múltiples formatos • Chat • Correo electrónico o mensajería • Diario (blogs) o notas en línea • Wikis 	<ul style="list-style-type: none"> • Anotaciones personales o favoritos • Calendario y revisión del progreso • Ayuda en el uso de la plataforma • Buscador de cursos • Mecanismos de sincronización y trabajo fuera de línea • Control de publicación, páginas caducadas y enlaces rotos • Noticias del lugar • Avisos de actualización de páginas, mensajes a foros y envío automático • Soporte a la sindicación de contenidos 	<ul style="list-style-type: none"> • Grupos de trabajo • Autovaloraciones • Rincón del estudiante (grupos de estudio) • Perfil del estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> • Tests y resultados automatizados • Administración del curso • Apoyo al creador de cursos • Herramientas de calificación en línea • Seguimiento del estudiante

Las herramientas que también sirven para proporcionar apoyo para las discusiones y colaboración de los agentes involucrados (estudiantes, profesores, facilitadores, etc.) en el e-learning son: los blogs, los foros, el chat en tiempo real, la mensajería instantánea, videoconferencias, redes sociales, entre otros. Moodle es un ejemplo de entorno de e-learning que cuenta con este tipo de herramientas, los administradores del curso puedan combinarlas o activarlas para cumplir con sus necesidades, las aplicaciones (Apps) educativas que pueden ser descargadas en dispositivos móviles y computadoras (Hewwit, 2015). Rosenberg (2006) describe seis tecnologías que pueden ser utilizados para apoyar la colaboración¹²: e-mail, la mensajería instantánea, sitios o foros de discusión y salas de chat, la conferencia web, herramientas de construcción de red de conocimiento (*Knowledge Network Building Tools*) y los blogs.

Los blogs están surgiendo como un medio popular de comunicación, discusión, colaboración e intercambio de información; además de que éstos “proporcionan a los profesores y estudiantes una plataforma interactiva donde el texto, las imágenes, los enlaces a otros blogs y las páginas web que se publican, se centran en un tema en particular” (Eteokleous-Grigoriou et al., 2014, p. 122). Los blogs funcionan como un espacio para que los estudiantes reflejen y publiquen sus pensamientos y entendimientos, ofrecen oportunidades para la retroalimentación entre estudiantes-estudiantes y profesores-estudiantes, la creación y conexiones de nuevas ideas, así como el aprendizaje colaborativo. El blog en el ámbito educativo puede ser categorizado como una herramienta para un curso en línea, como un foro de discusión, como una herramienta de investigación, y como una herramienta cognitiva-aprendizaje (Eteokleous-Grigoriou et al., 2014). Los blogs pueden desempeñar un papel importante en la construcción de una comunidad de aprendizaje en línea. La discusión en línea a través de correo electrónico y las conferencias en la Web se han vuelto más común en las universidades y en la formación de profesores en servicio (Goos & Geiger, 2012).

Las nuevas tecnologías para la gestión de cursos en línea y resolver las dificultades técnicas en todo el curso requieren mucho tiempo y compromiso, estos factores pueden disuadir a los instructores más calificados y capaces de enseñar en línea (Lightner & Lightner-Laws, 2016). Además Borba, et al. (2013) tienen evidencia que sugiere que el Internet es un medio de comunicación que transforma las prácticas educativas matemáticas de los estudiantes y profesores. Indican que en los cursos en línea que utilizan las salas de chat, no es fácil usar el simbolismo matemático que se requiere para representar expresiones matemáticas y retoman la idea de que escribir de esta forma las expresiones matemáticas puede generar un cambio en la naturaleza del pensamiento de los estudiantes.

¹²Las tecnologías de colaboración, permiten a las personas participar de forma asíncrona y síncrona, para compartir y construir el conocimiento.

2.4 Formas de razonamiento

Se retoman las ideas del marco *Focus on Making and Sense Making* propuesto por *The National Council Teacher of Mathematics* (NCTM por sus siglas en inglés, 2009) donde se mencionan las formas de razonamiento matemático que los estudiantes deben adquirir a lo largo del bachillerato, “es necesario que los estudiantes experimenten y desarrollen la habilidad del razonamiento matemático, para ello deben desarrollar formas de razonamiento. Un forma de razonamiento, es una forma de pensar” (NCTM, 2009, p. 9).

El marco que propone el NCTM sugiere que las actividades de enseñanza se centren en el razonamiento y el significado o sentido de los problemas o conceptos, donde “el razonamiento se refiere al proceso de sacar conclusiones sobre la base de pruebas o supuestos establecidos” (2009, p. 4) y “el significado se enfoca en el desarrollo de la comprensión de una situación, el contexto, o concepto conectándolo con el conocimiento existente” (2009, p. 4). En este marco también se expone que la resolución de problemas es la vía para que los estudiantes desarrollen el razonamiento matemático y el sentido de las actividades matemáticas, con la finalidad de que estas se vean reflejadas en la interacción del estudiante con el mundo, que el estudiante vincule la actividad matemática con sus actividades diarias, que se cuestione del porqué de las cosas y no dándolas por hecho, y con ello lograr que la mayoría de los estudiantes dejen de ver a las matemáticas como una materia sin sentido.

Se desea que los estudiantes de bachillerato desarrollen formas de razonamiento como: analizar un problema, implementar una estrategia, buscar y usar conexiones y reflexionar sobre la solución de un problema. “Las formas de razonamiento deben ser integrados dentro del plan de estudios para asegurar que los estudiantes comprendan y puedan utilizar lo que se les enseña” (NCTM, 2009, p. 9). También English y Sriraman (2010) están de acuerdo en que los estudiantes de todos los grados, deben enfrentarse a un mayor número de situaciones problemáticas que promuevan la generación de ideas matemáticas importantes y no sólo la aplicación de las reglas y procedimientos enseñados previamente.

Para que los estudiantes logren la profundidad del conocimiento matemático es necesario que ellos participen activamente en la solución de problemas, problemas que les obliguen a hacer conexiones entre distintos contenidos y desarrollar formas de razonamiento matemático. A continuación, se enlistan ejemplos de formas de razonamiento que el NCTM (2009) recomienda favorecer cuando se resuelven problemas:

Analizar un problema

1. Identificar los conceptos matemáticos pertinentes, procedimientos o representaciones que revelan información importante sobre el problema y contribuir a su solución.
2. Definir las variables relevantes y condiciones cuidadosamente, incluyendo unidades en su caso.

3. Buscar patrones y relaciones.
4. Buscar estructuras ocultas o encontrar formas equivalentes de representar el problema.
5. Considerar casos especiales o análogos más simples.
6. Aplicar los conceptos aprendidos previamente a nuevas situaciones del problema.
7. Hacer deducciones y conjeturas preliminares, poner restricciones en las soluciones.

Implementación de una estrategia

1. Hacer uso intencional de los procedimientos.
2. Organizar la solución, incluyendo los cálculos, las manipulaciones algebraicas, y los datos.
3. Hacer deducciones lógicas, verificar conjeturas y extender hallazgos iniciales.
4. Monitorear el progreso hacia una solución, incluyendo la revisión de una estrategia escogida y otras estrategias posibles generada por uno mismo o por otros.

La búsqueda y el uso de conexiones a través de diferentes dominios matemáticos, diferentes contextos y diferentes representaciones.

Al reflexionar sobre una solución a un problema

1. Interpretar una solución y la forma en que responde al problema, incluyendo la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.
2. Considerar la razonabilidad de una solución, incluyendo si los números son reportados en un nivel razonable de precisión.
3. Revisar los supuestos iniciales acerca de la naturaleza de la solución, incluyendo el ser consciente de casos especiales y soluciones extrañas.
4. Justificar o validar una solución.
5. Considerar los diferentes enfoques para la solución del problema, incluidos los propuestos por otros.
6. Refinar argumentos para que puedan comunicarse con eficacia.
7. Generalizar una solución de los problemas y en buscar conexiones con otros problemas.
(Retomado de NCTM, 2009, pp. 10-11).

Para fomentar las formas de razonamiento es necesario ver al currículum de matemáticas como un todo, donde las materias ya no son independientes sino que se conectan y el estudiante es consciente de esas conexiones, además de identificar y exhibir la relación con otras disciplinas como por ejemplo la Física, la Biología, la Química, la Economía, en general con las demás ciencias. El NCTM indica que “El razonamiento y la búsqueda del sentido son la base para una verdadera competencia matemática. La incorporación de experiencias aisladas con el razonamiento y la toma de sentido no será suficiente” (2009, p. 14). Respecto a lo anterior, Santos-Trigo (2008) señala:

...es necesario transformar las listas extensas de temas o contenidos que aparecían en las propuestas tradicionales del currículum en un conjunto de temas relevantes donde se muestre su desarrollo y las formas de conectarse en diversos dominios que antes se estudiaban de manera independiente como el álgebra, la geometría, la estadística, el cálculo y la probabilidad (p. 137).

El razonamiento y el sentido pueden ser utilizados en matemáticas de diferentes formas; por ejemplo, comprender la fórmula para obtener la distancia entre dos puntos (ejemplo adaptado de NCTM, 2009, p. 6). En vez de hacer que los estudiantes recuerden o enuncien la fórmula, se puede guiar a los estudiantes por medio de la resolución de un problema, para que se planteen una serie de razonamientos de tal forma que ellos mismos puedan comprender, deducir y convencerse del funcionamiento de la misma. Al comprender la fórmula y ser partícipes de cómo se originó es mucho más probable que los estudiantes la recuerden, o mejor aún, que la deduzcan cada vez que la requieran. En el camino se pueden contemplar diferentes conceptos como triángulo, triángulo rectángulo, perpendicularidad, ángulos, etc. hasta llegar al teorema de Pitágoras. Es así como los problemas o actividades pueden ser vistos como el pretexto para que los estudiantes se enganchen en una reflexión matemática, para que aprendan a pensar matemáticamente, que se involucren en las actividades hasta lograr que generen y propongan nuevos problemas.

Guiar al estudiante para que relacione e identifique diferentes conceptos y las diferentes conexiones entre ellos, es una actividad que se puede implementar en la presentación de los contenidos de los libros de texto y en el diseño de actividades. Aquí es necesario hacer una reflexión de qué significa guiar al estudiante, no es lo mismo guiar al estudiante para que llegue al análisis y a la reflexión, a decirle paso a paso qué es lo que debe hacer o darle una receta para cada tipo de problema. Resulta importante preguntarse: ¿cómo podemos guiar al estudiante para que desarrolle las habilidades de razonamiento y el sentido en la actividad matemática?

El desarrollo de las formas de razonamiento matemático debe ser una prioridad en el bachillerato, los profesores pueden ayudar a los estudiantes a ir progresando en sus niveles de razonamiento mediante la elección de actividades, la generación de preguntas y el fomento del planteamiento de preguntas en los estudiantes. El NCTM (2009) brinda los siguientes consejos para el desarrollo de estas formas de razonamiento:

- Proporcionar tareas donde se requiera que los estudiantes las resuelven por ellos mismos.
- Pedir a los estudiantes replantear el problema en sus propias palabras, incluyendo todas las hipótesis que han hecho.
- Dar tiempo a los estudiantes para analizar un problema de forma intuitiva, explorar aún más el problema mediante el uso de modelos, y luego proceder a un enfoque más formal.

- Cuando los estudiantes se frustran no decirles cómo resolver el problema; en lugar de ello encontrar otras maneras de apoyar a los estudiantes, para que piensen y trabajen. Motivarlos para que se enganchen en el problema y poco a poco vayan adquiriendo autonomía para enfrentarse a los retos que implica resolver problemas.
- Plantear a los estudiantes preguntas que inciten su pensamiento, por ejemplo ¿por qué este trabajo? ¿Cómo lo sabes? ¿De qué otra forma se puede resolver? ¿Qué pasa si quitamos unas condiciones y agregamos otras?
- Después de una pregunta, darle tiempo suficiente al estudiante para que formule su propio razonamiento.
- Animar a los estudiantes a hacer preguntas de exploración.
- Esperar que los estudiantes comuniquen su razonamiento a sus compañeros de clase y al profesor, de forma oral y escrita, mediante el uso de vocabulario matemático adecuado.
- Resaltar explicaciones ejemplares y pedir a los alumnos que reflexionen sobre lo que las hace eficaces.
- Establecer un clima en el aula en el que los estudiantes se sientan cómodos compartiendo sus argumentos matemáticos y criticar los argumentos de los demás de una manera productiva. (NCTM, 2009, p. 11).

Continuando con la idea de favorecer el razonamiento y el sentido en la actividad matemática, el NCTM (2009) menciona que los elementos clave para el razonamiento y la toma de sentido para el número y la medición son:

- Razonabilidad de las respuestas y medidas. Juzgar si una respuesta o medición dada tiene un orden apropiado de magnitud, y si éste se expresa en unidades apropiadas.
- Aproximaciones y errores. Darse cuenta de que todas las mediciones del mundo real son aproximaciones y que los valores inadecuadamente precisos no se deben utilizar para las cantidades del mundo real; reconociendo el papel del error en los cálculos posteriores con las mediciones.
- Los sistemas numéricos. La comprensión de las propiedades de los sistemas numéricos profundamente; extendiendo las propiedades de los sistemas numéricos a situaciones algebraicas.
- Cálculo. Reconociendo que la enumeración sería un enfoque productivo a la solución de un problema y utilizar principios y técnicas de conteo para encontrar una solución. (NCTM, 2009, p. 21).

Así mismo se recomienda que los estudiantes posean un sentido numérico en relación con el sistema de numeración en base diez, además de extender en el nivel bachillerato el sentido numérico a

los nuevos conjuntos de números y situaciones. Los estudiantes deben desarrollar intuiciones acerca de las situaciones que implican los radicales, exponentes negativos y fraccionarios (NCTM, 2009). Una sólida comprensión de los sistemas de números y sus propiedades establece las bases para un desarrollo significativo del álgebra (Carraher & Schliemann, 2007); por ejemplo, “la comprensión de la propiedad distributiva con multiplicación de dígitos constituye la base para la multiplicación de polinomios” (NCTM, 2009, p. 27).

Los elementos clave para el razonamiento y el sentido para el álgebra son:

- El uso significativo de los símbolos. La elección de las variables y la construcción de expresiones y ecuaciones en su contexto; la interpretación de la forma de expresiones y ecuaciones; la manipulación de expresiones por lo que las se pueden hacer interpretaciones interesantes.
- Manipulación Consciente. Conexión de la manipulación con las leyes de la aritmética; anticipando los resultados de manipulaciones; la elección de los procedimientos a propósito en su contexto; haciendo cálculos mentalmente.
- La resolución razonada. Al ver los pasos de solución como deducciones lógicas sobre la igualdad; la interpretación de soluciones en contexto.
- Conexión del álgebra con la geometría. En representación de situaciones geométricas algebraicamente y situaciones algebraicas geométricamente; utilizando conexiones en la solución de problemas.
- Vinculación de expresiones y funciones. El uso de múltiples representaciones algebraicas para entender las funciones; trabajar con notación de función (NCTM, 2009, p. 31).

2.5 La competencia matemática

Para favorecer el razonamiento y la clara comprensión de los conceptos e ideas matemáticas, no basta con crear una lista de tareas matemáticas organizadas en un plan de estudios, las tareas deben llevarse a cabo en un ambiente de aprendizaje donde los estudiantes valoren el razonamiento y la toma de sentido; ambientes donde los estudiantes continúen explorando tareas e ideas ya sea de forma individual o en grupos, que comuniquen sus conjeturas y conclusiones. Los materiales de instrucción cuidadosamente diseñados son parte fundamental en este tipo de ambientes de aprendizaje, además de que brindan oportunidades para que todos los estudiantes participen (NCTM, 2009).

El sentido y la comprensión conceptual están estrechamente relacionados entre sí. La fluidez de los procedimientos incluye el aprendizaje con comprensión y saber qué procedimiento elegir, y con qué propósito elegirlo. En ausencia de razonamiento, los estudiantes pueden llevar a cabo los procedimientos correctamente, pero también

pueden invocar caprichosamente reglas incorrectas o sin fundamento, como la raíz cuadrada de la suma es la suma de las raíces cuadradas (NCTM, 2009, p. 12).

Sin el desarrollo de una comprensión de los procedimientos arraigados en el razonamiento y la toma de sentido, los estudiantes pueden ser capaces de realizar correctamente los procedimientos, pero pueden pensar en ellos sólo como una receta o lista de trucos, logrando con ello que los procedimientos sean vistos de forma independiente y no relacionándolos con otros temas o conceptos. Una consecuencia de estas prácticas, es que los estudiantes pueden tener dificultades para seleccionar un procedimiento que les permita resolver un problema, incluso pueden tener todos los *recursos* a su alcance para realizar las actividades y no ser capaces de resolverlas. Con respecto a esto Rivera y Santos (2011) comentan "... no son los conocimientos matemáticos lo único que se requiere para resolver un problema, sino también se requiere un correcto razonamiento, que es quizá la parte más débil por parte de los estudiantes" (p. 191).

Los cinco ejes que según Kilpatrick son esenciales para el desarrollo de la competencia matemática (NCTM, 2009) son: *comprensión conceptual*, que se refiere a la comprensión de los conceptos matemáticos, operaciones y relaciones; *fluidez procedimental*, que es la habilidad en la realización de procedimientos de manera flexible, precisa, eficiente y adecuada; *competencia estratégica*, que es la habilidad para formular, representar y resolver problemas matemáticos; *el razonamiento adaptativo*, como la capacidad para el pensamiento lógico, la reflexión, la explicación y justificación, y una *disposición productiva*, que se refiere a la inclinación habitual para ver las matemáticas como sensibles, útiles, y que valen la pena.

En los CCSSM (2010) se menciona que las personas que son matemáticamente competentes comprenden el sentido de los problemas y perseveran en resolverlos, razonan abstractamente y cuantitativamente, construyen argumentos viables y critican el razonamiento de los demás, modelan con las matemáticas, utilizan las herramientas adecuadas estratégicamente, asisten o atienden la precisión, buscan y hacen uso de la estructura, y por último buscan y expresan con regularidad en el razonamiento repetido.

Para Rivera y Santos (2011) ser competente en el estudio de las matemáticas implica que el estudiante desarrolle:

- Una comprensión conceptual del conocimiento matemático que se expresa en términos de conexiones entre las ideas, conceptos y operaciones entre relaciones.
- Una fluidez operativa o procedimental donde el estudiante desarrolle estrategias y habilidades para desarrollar, calcular operaciones y aplicar reglas de una manera flexible, apropiada y eficiente.

- Un hábito inquisitivo que le permita formular, representar y hacer disertaciones al resolver problemas matemáticos.
- Capacidad de razonamiento donde el estudiante valore la importancia de sustentar o rechazar relaciones o conjeturas matemáticas a partir del empleo de diversos tipos de argumentos, incluyendo los formales y el uso de contraejemplos.
- Una inclinación hacia el estudio de las matemáticas que le permita valorarla como una disciplina sensible, útil y necesaria en la toma de decisiones en esta sociedad.
- Una serie de formas que deben ser parte de la cultura en el salón de clase. Entre otros, la búsqueda de patrones y relaciones, consideraciones de casos especiales, formulación de conjeturas, identificación de estructuras y evaluación de los procesos de solución (Rivera y Santos, 2011, p. 199).

2.6 Resolución de problemas

La resolución de problemas ha sido considerada como una actividad esencial en el aprendizaje de las matemáticas (Santos-Trigo, 2014b). La resolución de problemas es un marco que sostiene que el aprendizaje de las matemáticas se basa en hacer matemáticas y que hacer matemáticas significa resolver problemas (Reyes-Rodríguez, 2009). Santos-Trigo (2015b) menciona que “los estudiantes en su formación académica deben construir y desarrollar conocimiento, estrategias y habilidades necesarias que les permitan participar en los procesos de formulación e identificación de problemas y en la búsqueda de diferentes maneras de resolverlos” (p. 336).

Según English y Gainsburg (2016) la resolución de problemas puede contribuir a una profunda comprensión de los conceptos y principios matemáticos, y la aplicación de herramientas matemáticas a problemas reales puede contribuir a una comprensión profunda de los conceptos y principios que subyacen a los sistemas o fenómenos del mundo real, pues “la resolución de problemas en el trabajo y la vida requiere una más sólida y flexible comprensión de las matemáticas básicas que gran parte de la población posee actualmente” (p. 1360). Con relación a esto, Moreno-Armella y Santos-Trigo (2013) indican que “los estudiantes deben desarrollar habilidades, *recursos* matemáticos, y formas de pensar que les ayuden a formular y resolver no sólo los problemas de la escuela, sino también a las situaciones que se encuentran fuera de los marcos institucionales” (p. 7).

English y Sriraman (2010) comparten la idea de que los estudiantes necesitan ser alimentados desde una edad temprana con poderosos conceptos y procesos tales como: resolver problemas y el planteamiento de problemas; trabajar y razonar con el número, incluyendo la identificación de patrones y relaciones; identificar las características y a la evolución de los seres vivos y sus interacciones con el ambiente; identificar, medir y comparar atributos; el desarrollo de una comprensión de las pruebas; recopilar, organizar, analizar, evaluar y representar datos; identificar y aplicar las medidas básicas de

distancia y el centro; hacer y probar conjeturas y predicciones; y reflexionar sobre la comunicación y el debate.

Ante el planteamiento anterior surge la pregunta ¿qué es un problema? Para Santos-Trigo (2014b), un problema es una tarea o situación en la cual aparecen: la existencia de un interés, la no existencia de una solución inmediata, la presencia de diversos caminos o métodos de solución y la atención por parte de una persona o grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa tarea. Además Santos-Trigo (2015b) indica que “el proceso de resolver problemas o comprender un concepto matemático involucra ciclos iterativos de discusión y colaboración en los que los estudiantes deben tener la oportunidad de expresar, revisar, contrastar, interpretar y refinar sus ideas y métodos de solución” (p. 337).

Según Son y Kim (2015), las actividades matemáticas requieren diferentes demandas cognitivas de los estudiantes de acuerdo a los problemas a resolver. Existen dos diferentes tipos de problemas: los de bajo y alto nivel de demanda cognitiva. Los problemas de bajo nivel de demanda cognitiva son aquellos que solo retoman la memorización y procedimientos sin conexiones, se les piden a los estudiantes para lleven a cabo un procedimiento demostrado de manera rutinaria. Las tareas de memorización implican reproducciones exactas de lo aprendido previamente y hay poca ambigüedad en lo que debe hacer el estudiante. Las tareas de procedimientos sin conexiones se refieren a que el estudiante no necesita conectar los conceptos matemáticos involucrados en el procedimiento. En cambio, los problemas con alta demanda cognitiva son aquellos donde se les pide a los estudiantes hacer conexiones conceptuales y pensar en las matemáticas de manera sólida y reflexiva. El estudiante debe hacer conexiones entre ideas y procedimientos, generalmente se incluye el uso de múltiples representaciones. En este nivel, los estudiantes exploran las relaciones e inventan maneras de cómo resolver el problema.

2.6.1 Modelo de resolución de problemas de Polya

Para Polya (1965) el proceso de resolver un problema consta de cuatro fases de trabajo:

1. Comprender el problema: es decir, ver claramente lo que se pide. Aquí se pueden plantear preguntas como ¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos? ¿cuál es la condición? ¿es suficiente? ¿es redundante?
2. Concebir un plan: para ello se deben captar las relaciones existentes entre los diversos elementos, ver lo que liga la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución. Las preguntas que se pueden hacer son: ¿Puede encontrar un problema semejante?, ¿conoce un problema que se relacione con el dado?, ¿conoce algún teorema que le sirva?, ¿puede enunciar el problema de otra forma?, ¿puede plantear el problema de otra forma?

3. Ejecución del plan: al ejecutar el plan se deben comprobar cada uno de los pasos y es conveniente preguntarse: ¿Los pasos son correctos?, ¿se pueden demostrar?
4. Volver atrás: una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla son parte fundamental. Preguntas que se pueden plantear: ¿Se puede verificar el resultado?, ¿puede verificar el razonamiento?, ¿el resultado se puede obtener de forma diferente?, ¿puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

2.6.2 Modelo de resolución de problemas de Schoenfeld

Schoenfeld (2013) considera que es importante hacer un esfuerzo por introducir a los estudiantes a lo que significa hacer matemáticas, pues en sus experiencias previas entienden que hacer matemáticas significa dominar contenidos seleccionados y organizados en un programa de estudios y dominar técnicas. El mismo autor expresa “quiero que entiendan que las matemáticas no se tratan sólo de dominio de hechos y procedimientos, sino que se trata también de hacer preguntas y luego seguir las respuestas de manera razonada” (Schoenfeld, 2013, p. 19). Por lo que él sugiere dar tiempo para que los estudiantes realicen observaciones y conjeturas, logrando que vean que las actividades matemáticas tienen sentido y dónde es necesario que ellos tomen decisiones, que hagan justificaciones, comprobaciones, etc.

Schoenfeld (1985) propone un marco para entender el comportamiento matemático de los individuos al resolver problemas, para ello es necesario contemplar problemas de diferentes contextos y cuatro elementos esenciales en la resolución de problemas: los *recursos*, las *heurísticas*, el *control* y el *sistema de creencias*. Además, recalca que cualquier rendimiento matemático de resolución de problemas se construye sobre la base de los conocimientos matemáticos básicos, a los que llama los *recursos* disponibles para el individuo.

- Los *recursos* son el conocimiento matemático que posee el individuo que puede ser ejercido sobre el problema o situación matemática en cuestión como: intuiciones y conocimientos informales, hechos, definiciones, procedimientos algorítmicos, procedimientos de rutina y competencias.
- Las *heurísticas* son estrategias y técnicas para resolver los problemas, éstas pueden ser: dibujos de figuras, reformulación de problemas, trabajar en casos particulares, analogías, trabajar hacia atrás, los procedimientos de prueba y error, entre otros.
- El *control* se refiere a las decisiones globales en cuanto a la selección y aplicación de los *recursos* y estrategias: planificación, seguimiento y evaluación, toma de decisiones y los actos metacognitivos conscientes, son decisiones que el individuo puede tomar; con un buen control los estudiantes serán capaces de resolver problemas aprovechando al máximo los *recursos* y en ausencia de este se pueden malgastar los *recursos* y no lograra resolver los problemas.

- Los *sistemas de creencias* son una visión del mundo matemático, la perspectiva con la que uno se acerca a las matemáticas y a las tareas matemáticas; las creencias sobre las matemáticas pueden determinar la forma en cómo se elige abordar un problema, qué técnicas se utilizarán y cuáles se evitarán, por cuánto tiempo y con qué profundidad se va a trabajar en él.

A continuación se describe la gama de *recursos* que según Schoenfeld pueden contribuir a un rendimiento de resolución de problemas de un individuo en un dominio matemático en particular: conocimiento informal e intuitivo, los hechos y definiciones, los procedimientos algorítmicos y rutinarios, competencias pertinentes y conocimiento sobre las reglas del discurso en el dominio.

Conocimiento informal e intuitivo

Las matemáticas que se enseñan en las escuelas de matemáticas y las que practican los matemáticos se consideran formales, con un lenguaje propio altamente codificado y con un conjunto de significados. Las matemáticas dependen del uso de una terminología clara y sin ambigüedades. Se puede decir que el conocimiento informal e intuitivo, es el que el estudiante ha adquirido a lo largo de su vida, es el conocimiento previo del individuo. Santos-Trigo (2014b) dice que “el estudiante desarrolla intuiciones acerca de las matemáticas y la forma de aprender la disciplina. Estas intuiciones, o conocimiento informal, se relacionan con las ideas que los estudiantes tienen acerca del uso de conceptos en el mundo real” (p. 64).

Shoenfeld (2011) define el conocimiento de un individuo como “la información que él o ella tiene potencialmente disponibles para hacer valer el fin de resolver los problemas, lograr objetivos, o llevar a cabo otras tareas” (p. 35). De acuerdo con esta definición, el conocimiento de una persona no es necesariamente correcto. Según Schonfeld hay tres tipos de conocimiento: hechos o piezas aisladas de conocimiento; el conocimiento procedimental, que tiene que ver con el cómo hacer las cosas; y el conocimiento conceptual, que se refiera a los fundamentos intelectuales que explican cómo encajan las cosas y por qué las cosas funcionan de la manera que lo hacen.

Hechos y definiciones

Es la información necesaria para que el individuo pueda plantear o seleccionar algún camino de solución. Un inventario de los recursos no sólo debe incluir el conocimiento accesible al individuo, sino el tipo de acceso que el individuo tiene para con ellos. No se debe descartar la opción de algunos hechos o definiciones que el estudiante recuerde pueden ser erróneos, llevándolo a sabotear una solución. Los recursos defectuosos también son parte del inventario de conocimiento.

Procedimientos algorítmicos y rutinarios

Los procedimientos algorítmicos son aquellos que se desarrollan implementando o aplicando una fórmula o un algoritmo que consta de una serie de pasos bien definidos para llegar a la solución de un ejercicio.

Los procedimientos rutinarios pueden ser bastantes complejos lejos de ser algorítmicos. Por ejemplo, considere la posibilidad de problemas de max-min. La elección de una representación útil para el problema, hacer una buena elección de la variable independiente, la obtención de una fórmula para la variable dependiente, y así sucesivamente, son habilidades decididamente no triviales. El punto es, sin embargo, que todas estas habilidades son tácticas en este contexto (Schoenfeld, 1985, p. 59).

Competencias y reglas del discurso

Las competencias pertinentes coinciden en parte con los procedimientos rutinarios, pero éstas son más ampliamente definidas y responden a la pregunta ¿qué conocimientos matemáticos tiene el individuo y cómo este puede ser capaz de utilizar sobre un problema dado? El conocimiento sobre las reglas del discurso es un factor fundamental en la resolución de problemas. Si el estudiante comprende la naturaleza genérica de la argumentación matemática, podría encontrar una explicación diferente para tal comportamiento. Por ejemplo, aquí se incluyen la comprensión de términos como: incógnita, variable, isomorfismo, que son necesarias para diferentes áreas de las matemáticas.

2.6.3 La tecnología y la resolución de problemas

La era digital plantea nuevos retos en la educación matemática, como los cambios que produce la tecnología al plan de estudios, en los escenarios de aprendizaje y las formas de representar, y explorar situaciones matemáticas (Liljedahl et al., 2016). La UNESCO (2008) menciona que los estudiantes y los docentes deben utilizar la tecnología digital con eficacia para vivir, aprender y trabajar con éxito en una sociedad rica en información y basada en el conocimiento; las TIC pueden ayudar a los estudiantes a adquirir las capacidades necesarias para llegar a ser solucionadores de problemas y tomadores de decisiones. “Los maestros juegan un papel importante en la provisión de oportunidades para que los estudiantes utilicen la tecnología en la resolución de problemas” (Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016, p. 191).

La tecnología puede ser utilizada para promover los objetivos del razonamiento y dar sentido a las actividades matemáticas, puede ser útil en la búsqueda de patrones, relaciones y conjeturas, además de que puede permitir a los estudiantes reflexionar de su progreso hacia la solución de un problema sin realizar tantos cálculos, así como mostrar múltiples representaciones dinámicas de un mismo problema y encontrar conexiones. Con la tecnología es muy fácil corroborar cuándo una conjetura es falsa, logrando con ello dejarla atrás y pensar en una nueva, ésta también puede ser utilizada como una herramienta que conduzca a los estudiantes a la comprensión más profunda de los conceptos matemáticos. “Con el uso de las tecnologías digitales, los estudiantes se convierten en participantes activos en el proceso de aprendizaje, ya que ofrecen una rica diversidad de oportunidades para representar y explorar las tareas desde distintas perspectivas” (Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016, p. 191).

Con el avance tecnológico y tantos recursos abiertos en la red, el estudiante ya no se ve en la necesidad de enfrascarse en un solo método de solución. “El uso coordinado de las tecnologías digitales ofrece diversas oportunidades para que los estudiantes no sólo comuniquen y discutan las tareas matemáticas y maneras de formular problemas, sino también para representar y explorar las tareas desde diversos ángulos y perspectivas” (Santos-Trigo & Moreno-Armella, 2016, p. 206). Pero ahora entran otros tipos de preguntas, ¿cómo utilizar de forma efectiva esas herramientas?, ¿cómo hacer que esas herramientas ayuden a la reflexión?, ¿qué tipo de herramientas deben utilizar los estudiantes y hasta qué punto? El NCTM (2009) menciona que el estudiante puede elegir de una gama de herramientas matemáticas la que considere oportuna para la resolución de problemas, además pueden discutir cuándo una herramienta tecnológica resulta o no efectiva.

Santos-Trigo et al. (2015) reconocen que las diferentes tecnologías digitales ofrecen distintas oportunidades para que los alumnos se involucren en el pensamiento matemático. Así mismo Santos-Trigo, Moreno-Armella y Camacho-Machín (2016), argumentan que:

El uso de la tecnología digital ofrece a los maestros y a los alumnos la oportunidad de ampliar y profundizar las formas de razonar acerca de las estrategias matemáticas involucradas en la solución de problemas. Además, la representación y la exploración de las tareas matemáticas mediadas por las tecnologías digitales atraen nuevos retos para los profesores que incluyen la apropiación de los instrumentos que ofrece estas tecnologías con el fin de identificar y analizar qué cambios en los contenidos matemáticos y práctica de la enseñanza se fomentan a través de su uso (p. 3).

Capítulo 3

Diseño del estudio, métodos y procedimientos

La naturaleza del estudio es de carácter cualitativo ya que como lo exponen Miles y Hubberman (1994), una actividad principal en la investigación cualitativa es “explicar las maneras en que la gente en condiciones particulares comprende, explica, toma decisiones y maneja situaciones cotidianas” (p. 7), además de que el análisis de los datos se lleva a cabo mediante la redacción de un texto que permite al investigador contrastar, comparar, analizar y reconocer patrones.

En la primera parte de este capítulo se describen las características de una investigación cualitativa; posteriormente las características de los participantes; la forma en cómo se llevó a cabo la recolección de los datos, las actividades desarrolladas por los estudiantes, la plataforma y cómo se dieron las interacciones entre los estudiantes y el facilitador. Asimismo, se describe el procedimiento de análisis de los datos y los criterios para validar los resultados obtenidos en la investigación.

3.1 Características del enfoque cualitativo de investigación

Para Denzin y Lincoln (1994) la investigación cualitativa estudia fenómenos y procesos “que no se examinan o miden en forma rigurosa en términos de cantidad, monto, intensidad o frecuencia” (citado en Reyes-Rodríguez, 2009, p. 47). Además, “se busca comprender cómo se crean y se da significado a situaciones relacionadas con el quehacer cotidiano de individuos o grupos, mediante un contacto prolongado con los escenarios en los que se desarrollan” (citado en Olvera-Martínez, 2014, p. 43). El enfoque cualitativo utiliza la recolección de datos que permiten descubrir y responder preguntas de investigación en el proceso de interpretación (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

Según Hernández et al. (2006) algunas de las características del enfoque cualitativo son: el investigador plantea un problema pero no sigue un proceso claramente definido, se utiliza primero para descubrir y redefinir preguntas de investigación; el investigador comienza examinando el mundo social y en este proceso desarrolla una teoría coherente con lo que observa que ocurre. La investigación cualitativa tiene como finalidad describir y explicar un fenómeno en contextos específicos, considerando la forma en que éstos se estructuran, así como las reglas explícitas o implícitas que prevalecen en ellos. Se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados, no se lleva a cabo una medición numérica. La recolección de datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes. El investigador recaba datos a través del lenguaje escrito, verbal, no verbal y visual; describe y analiza los datos y los convierte en temas.

Los técnicas que facilitan la recolección de datos en las investigaciones cualitativas son: “la observación no estructurada¹³, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida, interacción e introspección con grupos o comunidades” (Hernández et al., 2006, p.9). En este estudio se utilizan la revisión de documentos en diferentes formatos (editor de textos, hojas de cálculo, pdf, imágenes, videos, páginas web e infografías), tanto para las actividades como para los recursos disponibles en la plataforma; discusiones e interacciones grupales, que se realizan mediante comentarios en los foros de la plataforma y mediante el chat; registro del portafolio de evidencias de cada estudiante, en donde es posible encontrar las calificaciones y retroalimentaciones de cada una de las actividades entregadas. Las técnicas que se utilizan en este estudio se encuentran ligeramente limitadas, debido a la naturaleza del bachillerato en línea, en donde los estudiantes toman autonomía y pueden realizar una agenda de trabajo según sus necesidades y resulta complicado generar entrevistas directamente con ellos.

3.2 Participantes en la investigación

La recolección de datos se llevó a cabo en el primer Módulo de Matemáticas de un Bachillerato en línea de carácter modular, en el que participaron 52 estudiantes, 19 hombres y 33 mujeres con edades de entre 15 y 19 años. Por la naturaleza de la modalidad el bachillerato y el plan de estudios, los estudiantes han cursado 10 Módulos equivalentes al 43.48% del programa de bachillerato. El Módulo denominado *Representaciones simbólicas y algorítmicas*, “se enfoca en la aplicación de fórmulas matemáticas a través de la relación entre expresiones numéricas y algebraicas” (ACUERDO número 09/09/14, 2014, p. 3). Los estudiantes radican en diferentes estados de la República Mexicana, la mayoría trabaja o son padres de familia, otros desarrollan diversas actividades que no les permiten asistir a un bachillerato de modalidad escolarizada. Sólo una estudiante reportó que tiene problemas de déficit de atención y discalculia.

3.3 Contexto

Durante un mes se revisaron los contenidos, materiales audiovisuales y actividades disponibles para los estudiantes en el aula virtual. Además de los estudiantes, se cuenta con dos figuras importantes: el facilitador y el tutor. El facilitador supervisa y media el 20% de las actividades de los estudiantes, y el tutor brinda seguimiento psicoemocional, tecnológico y pedagógico-administrativo. La trayectoria curricular que se sigue está preestablecida por un calendario y un horario flexible.

Los participantes, al ser estudiantes virtuales disponen de computadora o dispositivo móvil, como teléfono inteligente o tableta con acceso a internet, los materiales y recursos necesarios para desarrollar las actividades se encuentran disponibles en el aula virtual las 24 horas del día, todo el mes. Los

¹³ También es conocida como observación simple o libre, se realiza sin la ayuda de elementos técnicos especiales. No se utilizan categorías preestablecidas para el registrar los sucesos observados, la categorización suele realizarse después de la recolección de los datos.

estudiantes tienen la libertad de consultar materiales complementarios en la red o cualquier otra fuente, como libretas de cursos pasados (secundaria), incluso algunos recurren a asesorías con profesores externos (de esto último no se tiene un control total debido a que en las actividades algunos estudiantes no acostumbran a señalar las referencias utilizadas). Además, cuentan con atención especializada por parte el facilitador (investigador) las 24 horas del día mediante el chat o mensajes personalizados en aula virtual y mensajes por correo electrónico. La comunicación se dio principalmente por la mensajería de la plataforma, pero también mediante mensajes de texto y audio por la aplicación WhatsApp.

Debido a la naturaleza del programa, las actividades, contenidos y materiales disponibles en el aula virtual ya están determinados y son inamovibles. Se plantean seis actividades para entregar (actividades integradoras) dos en cada una de las primeras tres semanas, estas actividades equivalen al 30% de la calificación final. Cada semana se habilitan dos foros: foro de clase y foro de debate, las participaciones en los foros de clase se evalúan y corresponden al 20% de la calificación final, el foro de debate solo se considera en la participación individual del estudiante. La participación individual equivale al 15% de la calificación final, 10% corresponde a la interacción que el estudiante tenga en la plataforma y el otro 5% lo asigna el facilitador tomando en cuenta el desempeño del estudiante. En la semana cuatro, se trabaja en un proyecto final que engloba los contenidos principales del Módulo cuya calificación equivale al 30%, también en esta semana los estudiantes deben hacer una reflexión de sus evidencias con la cual obtiene el 5% restante.

A continuación se describen las actividades que se toman en cuenta para este estudio:

- Actividades integradoras. Son aquellas que se desarrollan con la orientación del facilitador y que permiten valorar el avance en el logro de las competencias, por ejemplo: mapa mental, cuadro sinóptico, ensayo y ejercicios, entre otros. En este estudio se analizan las seis actividades integradoras, correspondientes a las primeras tres semanas del Módulo, donde se plantean ejercicios que los estudiantes deben resolver.
- Foro de clase. Discusión grupal de diversas temáticas académicas. El foro surge de una pregunta detonadora a partir del tema que se esté trabajando en la semana. Los estudiantes interactuarán a través de su opinión fundamentada con argumentos que se desprenden de los materiales o recursos con los que cuenta. Hay cuatro foros de clase en el módulo, uno por semana. El facilitador será el encargado de moderar la discusión y otorgar una calificación según los criterios establecidos en la rúbrica. En este estudio, se le dio seguimiento a los estudiantes que participaron de forma activa en los cuatro foros.
- Foro de debate. El grupo de estudiantes se divide en cuatro equipos para debatir un tema relacionado con las temáticas del módulo. Cada semana, un equipo será encargado de moderar

el foro. El objetivo es analizar la capacidad de organización entre los compañeros para argumentar y moderar sobre un tema en particular. Al finalizar la semana, los estudiantes y el facilitador retroalimentarán el desempeño del equipo moderador. En este estudio, se le dio seguimiento a los estudiantes que participaron de forma activa en los cuatro foros.

- Proyecto integrador. Proyecto que se desarrolla paso a paso, toma como base las actividades que se van desarrollando conforme avanzan las unidades de competencia del módulo, incluye elementos que permite valorar el avance de los estudiantes en el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares estipuladas en el plan de estudios. En este estudio se analizan los trabajos de los estudiantes, para identificar a qué dificultades se enfrentan y qué formas de razonamiento exhiben los estudiantes al integrar el proyecto integrador después de ya haber tenido la oportunidad de resolver las actividades integradoras que engloban los temas que también incluye el proyecto integrador.

Los estudiantes disponían de 7 días a la semana para revisar los materiales propuestos, realizar e integrar las actividades destinadas para la semana, además de tener la opción de enviar las actividades con anticipación para recibir retroalimentación del facilitador y modificar las actividades las veces necesarias hasta obtener la calificación deseada. La evaluación de las actividades se llevó a cabo mediante rúbricas¹⁴ establecidas, “que incorporan las competencias¹⁵ del Marco Curricular Común y valoran los criterios cognitivo (saber), actitudinal (saber ser), comunicativo (saber hacer), colaborativo (saber convivir) y pensamiento crítico (aprender a aprender)” (ACUERDO número 09/09/14, 2014, p. 4). La evaluación de las actividades debe reportarse a la plataforma en un periodo máximo de 72 horas después de que el estudiante las haya entregado y en un plazo máximo de 48 horas para el proyecto final.

El investigador no tuvo que diseñar materiales, actividades o contenidos; únicamente calificar las actividades, foro de clase y proyecto integrador, con los criterios establecidos en las rúbricas. Así como darle seguimiento y retroalimentación personalizada a cada uno de los estudiantes, y preparar la presentaciones para las sesiones síncronas, que fue otra de las funciones del facilitador.

3.4 Las sesiones síncronas

Se programaron dos sesiones síncronas por semana para aclarar dudas y preguntas, estas sesiones se realizaron por medio de la aplicación Hangouts¹⁶ con una duración de aproximadamente una hora. Para

¹⁴ La rúbrica es una herramienta que se utiliza para calificar los diseños de evaluación por competencias, está conformada por una matriz de doble entrada, cuenta con un eje horizontal donde se ubican los indicadores, un eje vertical donde se definen los niveles de desempeño y en el cruce de cada indicador con un nivel de desempeño se elabora un elemento llamado descriptor, que es el que define con la mayor precisión el desempeño esperado para cada indicador (Frola y Velázquez, 2011).

¹⁵ Para mayor información consultar el ACUERDO número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato.

¹⁶ Hangouts “es una aplicación multiplataforma de mensajería instantánea desarrollada por Google Inc” (Wikipedia, 2016), que permite mantener conversaciones entre dos o más personas y realizar videollamadas, cuenta con herramientas como compartir pantalla, preguntas y respuestas, chat, entre otras; con la herramienta “Q&A: preguntas y respuestas” los estudiantes envían sus preguntas y el facilitador las puede

desarrollar las sesiones síncronas se tomaron en cuenta las recomendaciones de Kim y Thayne (2015): utilizar un tono de voz cálido y amigable, y emplear el lenguaje coloquial; utilizar anécdotas para explicar y resolver los problemas, incluso mencionar cómo fue su experiencia para comprender algunos conceptos y cómo los sigue utilizando; y después de hacer preguntas, alentar a los estudiantes y, en caso de emitir respuestas correctas, felicitarlos, pero si presentaban errores, amablemente les pedía que lo volvieran a intentar sin dejar de mencionar que ellos eran capaces de hacerlo.

Para resolver las dudas en las sesiones síncronas (al igual que en el chat o los foros), se tomaron en cuenta los consejos para desarrollar las formas de razonamiento mencionadas en el capítulo 2. Estos consejos también se tomaron en cuenta para realizar las retroalimentaciones de las actividades: pedir a los estudiantes replantear el problema en sus propias palabras, dar tiempo a los estudiantes para analizar un problema de forma intuitiva; cuando los estudiantes se frustran no decirles cómo resolver el problema, en lugar de ello encontrar otras maneras de apoyar a los estudiantes para que piensen y trabajen; motivarlos para que se enganchen en el problema y poco a poco vayan adquiriendo autonomía para enfrentarse a los retos que implica resolver problemas; plantear a los estudiantes preguntas que inciten su pensamiento, después de una pregunta, darle tiempo suficiente al estudiante para que formule su propio razonamiento; animar a los estudiantes a hacer preguntas de exploración, resaltar explicaciones ejemplares y pedir a los alumnos que reflexionen sobre lo que las hace eficaces; establecer un clima en el aula en el que los estudiantes se sientan cómodos compartiendo sus argumentos matemáticos y criticar los argumentos de los demás de una manera productiva (NCTM, 2009).

De las dos sesiones programadas en cada semana, en la primera sesión se dio un recordatorio de las actividades a realizar, la participación en los foros (enfaticando la importancia de replicar y debatir con sus compañeros), resolver los ejercicios propuestos, las formas de enviar los ejercicios para la retroalimentación, las fechas importantes y después se resolvieron dudas específicas de las actividades. Dentro de las dudas que expresaron los estudiantes, se puede evidenciar que todas las preguntas que plantearon son las mismas que les solicitan resolver en las actividades. Para evitar dar las respuestas de la actividad, se desarrollaron ejemplos y ejercicios parecidos, pero no iguales. Todas estas preguntas fueron respondidas en el momento por el facilitador, tomando en cuenta la pertinencia de no dar de forma inmediata la respuesta correcta a aquellas preguntas que se relacionaban directamente con las actividades. En la sesión masiva se plantearon y resolvieron 5 ejercicios adaptados de Santos-Trigo (2014b) tomando en cuenta las fases: 1) comprender el problema, 2) ¿cómo podemos resolver el problema?, 3) resolver el problema y 4) comprobar si la respuesta es correcta y si tiene sentido.

ver en tiempo real, para emitir una respuesta segundos más tarde. La ventaja de esta herramienta es que la videollamada se guarda como video y los estudiantes que no estuvieron presentes pueden reproducir el video más tarde en el canal de YouTube del facilitador.

Además de identificar los conceptos, definiciones y temas que están involucrados en el problema, se plantearon 3 ejercicios más para resolverlos en casa.

La dinámica de las sesiones de las tres semanas restantes fue la misma que la de la primera semana, sin embargo, debido a la insistencia de los estudiantes de resolver en las sesiones ejercicios parecidos a los que tenían que entregar, se resolvieron varios ejercicios parecidos a los solicitados en las actividades, se indicaron los errores detectados en algunas actividades, se expusieron las dudas de los estudiantes generados en la semana y se dieron sugerencias para la mejora de los mismos; además de responder las dudas que se presentaron en el momento de la sesión.

Los dispositivos utilizados por el investigador para entablar la comunicación con los estudiantes fueron computadora portátil, iPad Air 2, teléfono inteligente y lápiz óptico. Para las sesiones síncronas se utilizaron presentaciones de PowerPoint, que al ser reproducidas en la computadora portátil con pantalla táctil se pueden utilizar también como pizarra electrónica. La aplicación de escritorio Paint también fue utilizada como pizarra electrónica para resolver ejercicios, aclarar las dudas surgidas en las instrucciones de la actividad, en el desarrollo de cada una de las actividades o en el contenido.

Tabla 3.1 Las sesiones síncronas transmitidas por la aplicación Hangouts.

Semana	Tipo de sesión	Duración	Estudiantes conectados en vivo	Visualizaciones al finalizar el Módulo
1	Masiva	1 hora 34 minutos y 30 segundos	7	67
	Grupal	1 hora con 12 minutos y 12 segundos	9	112
2	Masiva	1 hora y 2 segundos	6	60
	Grupal	1 hora con 8 minutos y 50 segundos	5	53
3	Masiva	47 minutos y 25 segundos	2	34
	Grupal	53 minutos y 30 segundos	4	54
4	Masiva	1 hora y 12 minutos	5	87
	Grupal	1 hora, 4 minutos y 25 segundos	8	92

3.5 Recolección de datos

Las evidencias del trabajo de las actividades realizadas por los estudiantes, se recogieron por medio de documentos electrónicos en diversos formatos digitales como: editores de texto (Word y Pages), documentos en PDF, presentaciones de PowerPoint, videos, chats y foros. Los estudiantes entregaron sus actividades directamente en el aula virtual, pero se propuso que previamente las enviaran por correo electrónico para su retroalimentación; dicha indicación no era obligatoria debido a que el programa les exige interactuar al 100% en el aula virtual, por lo que no se tuvo mucha respuesta. Se esperaba que en los documentos los estudiantes reportaran las soluciones de las actividades, incluyeran las respuestas correctas, operaciones, procedimientos, diagramas, justificaciones y referencias de las fuentes consultadas, no obstante, estas indicaciones no fueron atendidas por todos. Las actividades están diseñadas para que el estudiante trabaje de forma individual; sin embargo, algunos reportaron que trabajan en equipo con estudiantes del mismo grupo y de otros grupos.

Los materiales a analizar se obtuvieron directamente del aula virtual, en forma de documentos en PDF, archivos de Word, infografías, videos e imágenes. Los videos se descargaron directamente del sitio alojado. Para los fines de este trabajo se analizarán las actividades y foros de las primeras tres semanas y el proyecto integrador de la semana 4, para identificar los *recursos* y formas de razonamiento desarrollados por los estudiantes durante las actividades integradoras y, si éstos, se ven reflejados en el proyecto integrador. En las actividades y en los foros de debate se recuperan las evidencias de los materiales que los estudiantes consultan para complementar sus actividades (independientemente de los recursos que disponen en la plataforma). De la misma plataforma se recuperan las evidencias para identificar las características y tipos de recursos, así como las actividades, soporte, evaluaciones y temario. Véase el Apéndice B y C para conocer el temario, las actividades, los foros y el proyecto integrador.

3.6 Análisis de los datos

Para analizar los datos se tomaron en cuenta los tres pasos que Miles y Hubberman (1994) recomiendan: reducción de datos, despliegue de datos, y verificación y escritura de las conclusiones. La reducción de datos se refiere al proceso de selección, el enfoque, la simplificación, abstracción, y la transformación de los datos. En las seis actividades integradoras y el proyecto integrador se identificaron los *recursos* y las formas de razonamiento que los estudiantes evidenciaron al resolver las actividades. Cada uno de los materiales se analizó de acuerdo a las preguntas de investigación, los objetivos planteados y las ideas del marco conceptual. En el caso de las actividades, se seleccionaron los datos que permiten mostrar la evidencia de diferentes acercamientos a la solución de los problemas, los materiales consultados, los errores que cometieron los estudiantes al resolver las actividades y la mejora de las actividades en segundas y terceras versiones. Con respecto a los foros, se seleccionaron los comentarios que evidencian dificultades en el planteamiento y solución de los problemas, además de identificar los ejercicios que fueron recuperados de otros sitios de Internet, así como los materiales que los estudiantes consultaron para poder resolver las actividades, las dificultades y las discusiones de los estudiantes que motivaron o ayudaron a la reflexión y conclusión de los foros.

En el despliegue de los datos se presentan los datos de forma organizada, con la finalidad de identificar regularidades, patrones o invariantes que ayuden a entender y comprender los intereses del estudio. De cada uno de los materiales de las cuatro semanas, se describen los tipos de *recursos* conforme al marco propuesto por Schoenfeld (1985), después se identifican formas de razonamiento del marco del NCTM (2009) que los estudiantes mostraron al resolver las actividades y el proyecto integrador. Se elaboraron tablas para presentar la información de manera condensada y para poder identificar de forma rápida los tipos de *recursos*.

Para la formulación y verificación de las conclusiones se detectaron aspectos importantes para darle sentido a los resultados. Para ello se tomaron en cuenta las regularidades identificadas durante el análisis de datos, además de las ideas expuestas en el marco conceptual para responder las preguntas de investigación y comentar algunas reflexiones finales sobre la problemática investigada.

3.7 La plataforma

El portal académico del bachillerato en línea se aloja en la plataforma Moodle, que para fines de practicidad únicamente llamaremos la plataforma. La plataforma está diseñada de tal forma que los estudiantes puedan identificar y acceder fácilmente a cada uno de los tres elementos importantes: Mi Comunidad, Mi campus y Mi Aula. Para ingresar al portal disponen de un usuario y contraseña que se les asigna cuando se inscriben al programa de bachillerato en línea¹⁷. La primera sección que aparece se llama Mi comunidad desde ella se tiene acceso directo al campus virtual, denominado Área personal: Mi Campus y otras secciones como calendarios, publicaciones, bibliotecas virtuales, diccionarios, foros de estudiantes, descarga de software, videos y tutoriales, además de videos de bienvenida, boletines, encuestas, entre otros.

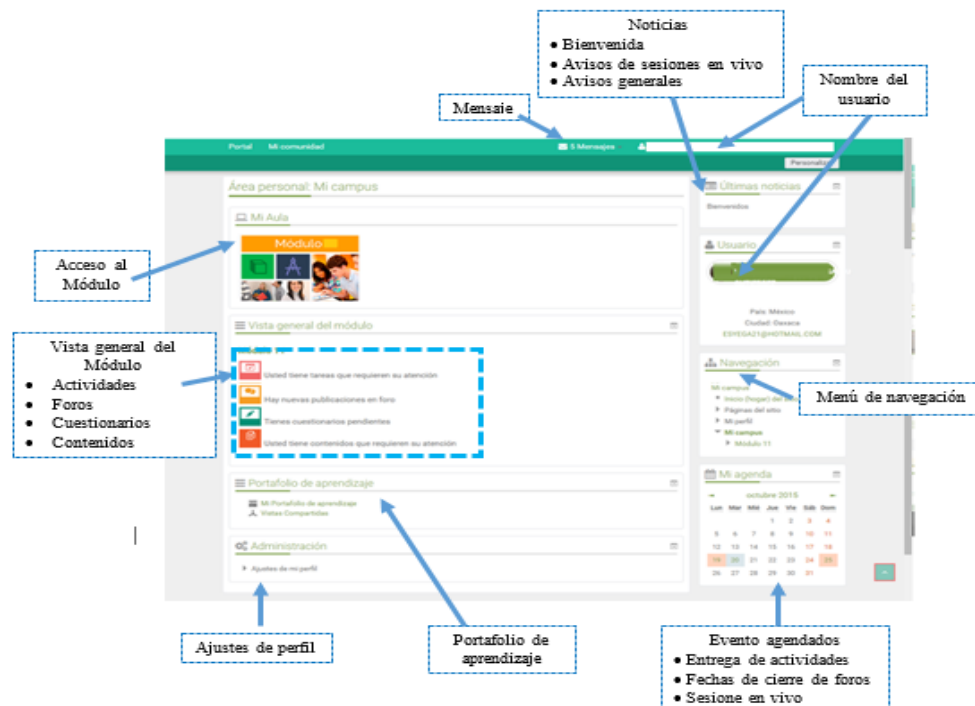


Figura 4.1.2. Imagen de la interfaz de Mi campus.

Dentro de la sección Área personal: Mi campus (véase figura 4.1.2) se puede navegar para acceder a otros elementos como: Mi Aula, vista general del módulo, portafolio de aprendizaje, ajustes del perfil, mi agenda, menú de navegación, noticias y mensajes. En la tabla 3.2 se describen brevemente cada una de éstos elementos.

¹⁷ El ingreso al portal del bachillerato en línea se realiza desde el enlace <http://prepaonline.sep.gob.mx>

Tabla 3.2. Descripción de los elementos de la sección área personal.

Elemento	Descripción
Mi Aula	Es el aula virtual, donde el estudiante puede encontrar toda la información referente al módulo como los temarios, recursos, actividades y foros.
Vista general del Módulo	Te permite acceder de forma inmediata a las actividades, foros ejercicios y contenidos que requieren la atención durante la semana vigente.
Portafolio de aprendizaje	Se utiliza para almacenar notas, archivos, enlaces que pueden ser de utilidad para el usuario.
Ajustes de perfil	El usuario puede editar su información personal, insertar fotografía e intereses personales. También se puede programar que se envíen al correo electrónico notificaciones de las participaciones en los foros y mensajes. En caso del facilitador, puede habilitar las notificaciones de cuándo entregan y actualizan las actividades los estudiantes
Mi agenda	Se encuentran las fechas límites para la entrega de las actividades, propuestas de fecha para la entrega de ciertas actividades, además de que el facilitador puede agendar las sesiones en vivo.
Menú de navegación.	Permite que el usuario se mueva a lo largo de todos los elementos disponibles en Mi campus.
Noticias	Información relevante para los usuarios: bienvenida, avisos de las fechas para las sesiones en vivo, sesiones masivas, convocatorias, etc.
Mensajes	Te permite acceder de forma inmediata a los mensajes personales que recientemente te enviaron.

Como la plataforma del bachillerato en línea se aloja en Moodle, que es propiamente una plataforma de aprendizaje diseñada para crear ambientes de aprendizaje personalizados, proporciona un conjunto de herramientas centradas en el estudiante y ambientes de aprendizaje colaborativo (Docs.moodle.org, 2016). Algunas de las características que tiene son:

- Cuenta con una interfaz simple que facilita su uso.
- Es proporcionado gratuitamente como un programa de código abierto, lo que significa que continuamente es actualizado.
- Sin limitaciones lingüísticas para aprender en línea.
- Proporciona herramientas flexibles que soportan tanto el aprendizaje mixto como cursos totalmente en línea. Se pueden habilitar y deshabilitar características, permite integrar con facilidad lo necesario para el curso, además de integrar herramientas colaborativas externas como foros, wikis, chats y blogs.
- Es flexible, personalizable y estable a cualquier tamaño de usuarios.
- Puede ser desplegado fácilmente en un servidor, o en una nube segura privada para un completo control.
- Se puede acceder a él desde cualquier lugar del mundo, su interfaz es compatible con dispositivos móviles y con diferentes navegadores de internet.

3.7.1 El aula virtual

En este caso el aula virtual se denomina Mi Aula, en este espacio se encuentra toda la información referente al módulo, materiales y actividades que deben desarrollar los estudiantes durante las cuatro semanas, la organización es semanal y cada una de estas semanas está formada por subsecciones que contienen: recursos, ejercicios, actividades, foros y cuaderno de prácticas (véase figura 4.1.3). Para la descripción de cada uno de los elementos señalados en la figura 4.1.3 véase el Apéndice D.

Esta plataforma dispone de todas las herramientas descritas en la tabla 2.2: herramientas orientadas al aprendizaje, herramientas orientadas a la productividad, herramientas para la implicación de los estudiantes y herramientas destinadas a la publicación de cursos y contenidos. La plataforma cuenta con herramientas o tecnologías de colaboración como: el e-mail, la mensajería instantánea, foros de discusión y salas de chat. El facilitador se encarga de utilizar y promover el uso de otras herramientas de colaboración como: la conferencia web (videoconferencia por Hangouts, Skype y FaceTime) y el uso de la aplicación de WhatsApp. A continuación se describen cómo se utilizaron cada una de estas herramientas.

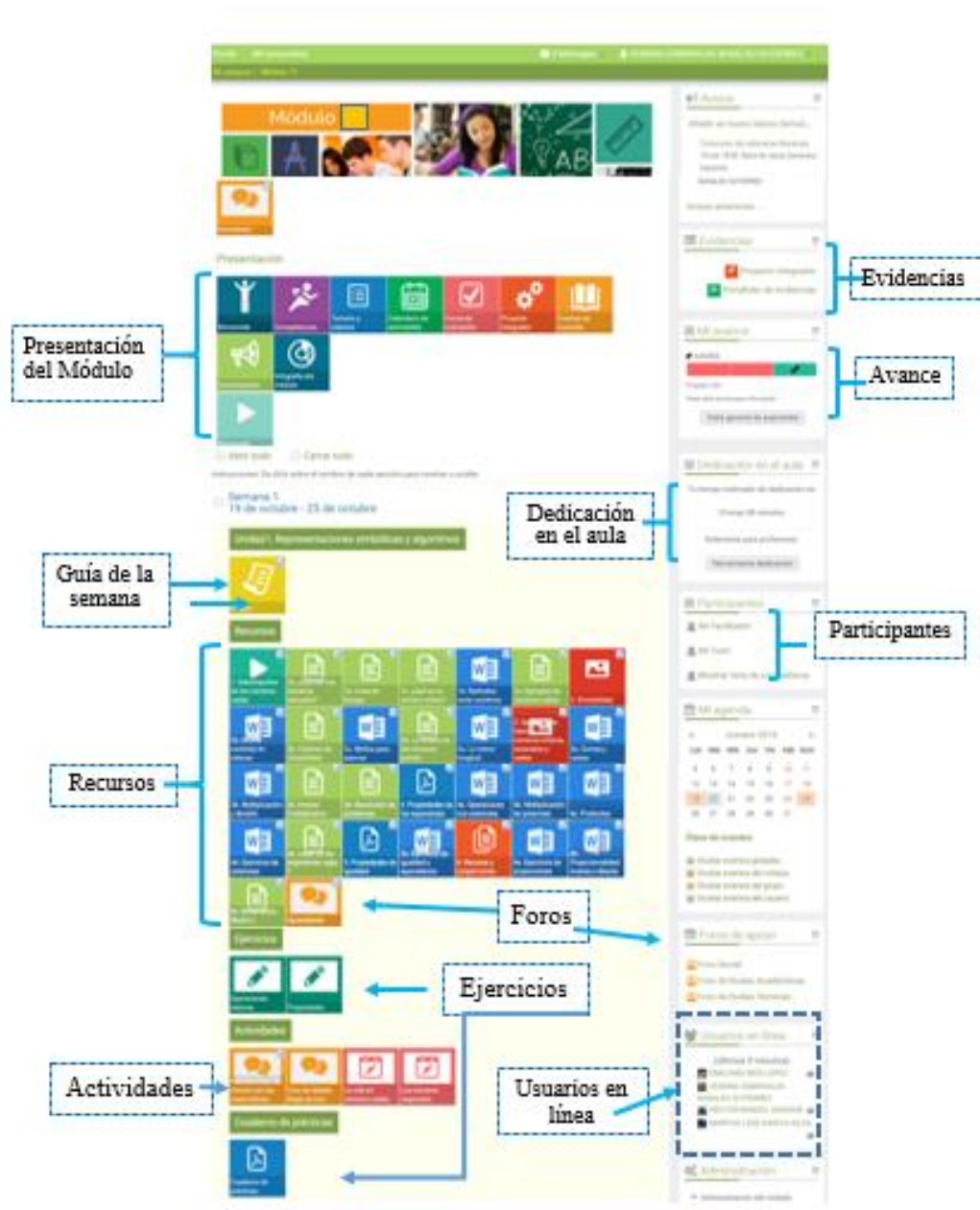


Figura 4.1.3. Vista de Mi aula.

3.8 La comunicación

La comunicación entre los estudiantes, el facilitador y el tutor se realizan de diversas formas, desde la plataforma con mensajes privados y foros, mensajes por correo electrónico y sesiones síncronas. Entre los estudiantes la comunicación se puede dar para realizar tareas, compartir el conocimiento, intercambiar ideas sobre los temas y dudas, realizar trabajos en equipo, entre otras. En cambio entre los estudiantes y el facilitador se puede dar para resolver dudas de los contenidos, procedimientos o actividades, solicitar sugerencias, retroalimentación sobre los resultados obtenidos, recomendar material y aclarar las calificaciones en caso de alguna inconformidad. Si el estudiante necesita ayuda psicosocial, académica, administrativa o tecnológica puede contactar al tutor, quien además le puede sugerir estrategias de aprendizaje y apoyarlo para evitar la deserción escolar.

El facilitador y el tutor también están en constante comunicación, para formular estrategias académicas para mejorar el desempeño académico de los estudiantes, canalizar a los que muestren o comuniquen problemas psicosociales, académicos, administrativos o ayuda tecnológica, en este caso la comunicación se da por correo electrónico, mensajes privados y foros desde la plataforma. La comunicación con personal de soporte técnico se lleva a cabo mediante correo electrónico y el foro de dudas técnicas, éstos se encargan de resolver dudas con respecto al funcionamiento de la plataforma, instalación de software o problemas para subir las actividades.

3.8.1 Los foros

Los comentarios en los foros se pueden escribir de dos formas: como réplica a la pregunta detonadora o como réplica para algún estudiante. El mensaje se escribe en una caja de texto que cuenta con una barra de herramientas para: estilo, negrita, cursiva, lista con viñetas y numeradas, insertar y quitar hipervínculos, insertar y editar imagen, además de un alternador de barra de herramientas. En el alternador de herramientas se encuentran otras más como: superíndice, subíndice, subrayado, alineación de textos, color de fuente y fondo, tamaño de letra y tipo de fuente, insertar caracteres especiales, entre otros. Con respecto a subir archivos en el mismo mensaje, se limita a un único archivo con capacidad máxima de 10MB los formatos son variados como: pdf, docx, jpg, xlsx, ppt y mp4.

Para los fines de la correcta escritura de las expresiones matemáticas, la barra de herramientas no cuenta con un editor de ecuaciones, pero contiene las herramientas básicas de los caracteres especiales como: superíndice, subíndice, signos ($=$, $+$, $-$, \times , \div , $\sqrt{\quad}$, $<$, $>$, etc.); herramientas que no todos los estudiantes utilizan para escribir las expresiones matemáticas, por lo que suelen escribir cosas que no se entienden o que no son lo que realmente quieren comunicar (véase figura 4.1.6). Esta es un área de oportunidad que se puede solventar si los estudiantes suben fotografías de las hojas donde realizaron los procedimientos, o archivos de Word en donde sí se puede utilizar el editor de ecuaciones. A pesar de estas opciones, la mayoría de los participantes prefieren escribir directamente en la caja de texto

porque les resulta más cómodo, debido a que al subir archivos extras tienen que descargarlos o visualizarlos en su computadora o dispositivo móvil y para ello es necesario tener instalado el programa correspondiente.

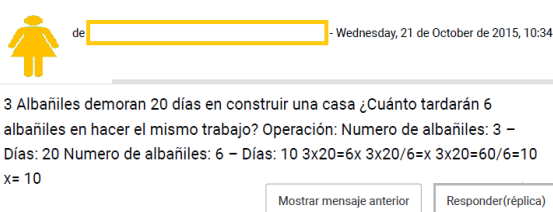


Figura 4.1.6. Problema publicado en el foro de debate.

3.8.2 La mensajería instantánea

El facilitador utiliza la mensajería instantánea para enviar distintos tipos de mensajes a los estudiantes, estos pueden ser para: presentarse y dar la bienvenida, describir las actividades y recursos que deben atender cada semana, indicarles a que número de equipo pertenecen y dar indicaciones para la participación en el foro de debate, establecer fechas y horarios para las sesiones síncronas, recordar las fecha límite de entrega de las actividades y avisar a los estudiantes de alguna inconsistencia en sus actividades, por ejemplo, si subieron un archivo incorrecto o se detectó plagio.

El estudiante utiliza la mensajería para preguntar al facilitador alguna duda específica de los contenidos, para aclarar las instrucciones de las actividades, pedir que en las sesiones síncronas explique algún ejemplo o ejercicios en particular, comentar si ha detectado inconsistencias en los materiales o si no puede visualizarlos, pedir prórroga para la entrega de actividades, aclarar puntos de la retroalimentación, comunicar si se ausentará y los motivos, o simplemente saludar al facilitador. Una de las ventajas de utilizar la mensajería es que sus dudas quedan aclaradas al momento, pero una desventaja es que al no existir un editor de textos incrustado, las expresiones matemáticas no se escriben con la precisión y formalidad que ameritan las matemáticas.

3.8.3 La mensajería y audios de WhatsApp

El número de estudiantes inscritos en el curso es significativamente mayor al de una clase presencial. Con la finalidad de llevar un seguimiento más personalizado con los estudiantes, se les propuso que estuvieran en contacto con la facilitadora por medio del teléfono celular para que mandaran sus dudas y comentarios; sin embargo, no hubo respuesta más que de una estudiante. Esto permitió que la facilitadora pudiera tener un poco más de contacto y seguimiento académico con ella. Una ventaja de esta aplicación es que se pueden enviar audios con explicaciones más precisas, aunque una de las desventajas sigue siendo que al no tener la aplicación un editor de ecuaciones, resulta un poco complicado escribir las expresiones matemáticas. Entonces, los estudiantes deben ser creativos para poder escribir; lo que normalmente hacen es utilizar palabras cuando una expresión se encuentra

elevada a alguna potencia, o bien optan por tomarle una fotografía a la hoja de trabajo y adjuntar la fotografía como imagen.

3.9 De la organización de los recursos y actividades

El diseño de los íconos, los colores y los nombres que se le han asignado a cada uno de los recursos y actividades permite que sea muy práctico identificarlos. El orden en el que aparecen los contenidos se apega al temario, es decir los contenidos aparecen enlistados de la misma forma que se presentan en el contenido extenso (libro de texto en PDF), solo que aquí se sigue un sentido horizontal. Los formatos que se utilizan para los recursos son variados desde documentos en pdf, documentos en Word, presentaciones, infografías, podcast, videos, enlace a páginas electrónicas y videos alojados en YouTube; todos estos formatos son de acceso universal lo que facilita que los estudiantes puedan visualizarlos en su computadora de escritorio o portátil, teléfonos celulares y tabletas.

Debido a que la modalidad de este bachillerato es totalmente en línea y sigue un programa de estudios y un calendario fijo, se espera que los estudiantes entreguen en tiempo y forma las actividades, además de que revisen cada uno de los recursos disponibles en la plataforma o enlaces recomendados antes de empezar a realizar las actividades y ejercicios, para ello el documento *la guía* proporciona los nombres de los recursos que están relacionados directa o indirectamente con las actividades. A pesar de esto hubo estudiantes que intentaron resolver las actividades de forma directa o con información que se encuentran en la web, también se detectaron estudiantes que prefirieron escribir en foros de ayuda independientes de la plataforma (por ejemplo www.todoexpertos.com y <http://conrepasi.blogspot.mx/>) esperando que los administradores les plantearan cómo resolver las actividades y les proporcionaran las respuestas correctas.

Capítulo 4

Análisis y discusión de los datos

En este capítulo se presentan los resultados del análisis de los datos recabados durante las cuatro semanas que duró el curso en línea. Se presentan los resultados esenciales que se desprenden del análisis de las actividades y recursos del curso por cada semana (para el análisis detallado de los recursos disponibles en la plataforma véase el Apéndice E). En seguida se muestran las maneras en que los estudiantes abordaron las actividades, se observan algunas dificultades de tipo aritmético o algebraico, las diferencias entre las primeras y segundas versiones de las actividades de los estudiantes, comentarios y justificaciones de las soluciones de algunos estudiantes, además de los recursos utilizados por los estudiantes para resolver las actividades. También, aparecen los resultados de los foros de la semana; en los foros se pudieron identificar ciertas creencias que tienen los estudiantes con respecto al estudio de las matemáticas y los recursos o apoyos que utilizan para resolver las actividades. Por último, se realiza la discusión de los resultados, retomando los elementos del marco conceptual expuestos en el Capítulo 2. El capítulo se organiza en seis fases:

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
Comparativo de los temas desarrollados en el bachillerato en línea y el curso de Matemáticas I de la DGB.	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Discusión de los resultados
	Análisis de los recursos de la Unidad I	Análisis de los recursos de la Unidad II			
	Resultados de las actividad 1 y 2	Resultados de las actividad 3 y 4	Resultados de las actividad 5 y 6	Resultados del proyecto integrador	
	Resultados de los foros	Resultados de los foros	Resultados de los foros	Resultados de los foros	

4.1 De los materiales disponibles en la plataforma

En el curso se desarrollaron los temas de dos unidades temáticas¹⁸: Unidad I números reales y Unidad II lenguaje algebraico. Los temas que se desarrollan en este curso en línea en un mes, en esencia son los mismos que se abordan en un semestre en el curso de Matemáticas I del Bachillerato General en la modalidad escolarizada (véase programa de estudios de Matemáticas I de la DGB), la diferencia se encuentra en los propósitos establecidos, los criterios de desempeños y la organización de los temas en 10 bloques. En el bachillerato en línea, se recomienda que por semana los estudiantes interactúen 10

¹⁸ Para conocer el temario del curso véase Apéndice B.

horas en la plataforma con el apoyo del facilitador y 20 horas de forma independiente; en cambio, en la modalidad escolarizada estos temas se desarrollan en 80 horas presenciales.

En el cuadro 1 se muestran las unidades temáticas y los criterios de desempeño del estudiante al concluir cada unidad temática, del programa de Matemáticas I de la DGB y del bachillerato en línea. En el programa de estudios de la DGB, se dedica el bloque III a estudiar las series y sucesiones aritméticas y geométricas; en el bloque VII se espera que el estudiante relacione la ecuación lineal con la función lineal, identifique y grafique las funciones lineales, y resuelva problemas utilizándolas; en el bloque VIII, estudian los sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas; en el bloque X, se espera que el estudiante identifique la relación entre ecuaciones cuadráticas y las funciones cuadráticas, visualice que al cambiar los parámetros de “a, b y c” en la función cuadrática cambia el ancho, el vértice y el sentido de la parábola vertical, elabore o interprete gráficas y tablas a partir de situaciones diversas e interpretando sus soluciones para cuando son o no admisibles. En el programa del bachillerato en línea éstos no se abordan.

Los temas de los bloques I y II (DGB) se desarrollan en 14 horas, mientras que en el bachillerato en línea se abordan en la semana 1 en 20 horas; el bloque IV de DGB se desarrolla en 10 horas y en el bachillerato en línea esos mismos temas se abordan en la semana 2 en 20 horas; los bloques V y VI (DGB) en 16 horas, y en el bachillerato en línea en 20 horas en la semana 3; los bloques VII y IX (DGB) en 16 horas, y en el bachillerato en línea en la semana 4 en 20 horas. En el bachillerato en línea se desarrollan menos temas en más tiempo y con menos indicadores de desempeño.

La organización de los materiales en el bachillerato en línea es por semana, cada semana los estudiantes pueden acceder a los recursos, ejercicios, foros y actividades. Se presentan recursos de contenido (videos, infografías, páginas, enlaces, etc.) que proporcionan a los estudiantes: definiciones, algoritmos y ejemplos de cómo utilizar los algoritmos. Otro tipo de recursos son los problemas o ejercicios (documentos en Word), que constan de ejercicios y problemas que los estudiantes deben resolver para fortalecer los conocimientos aprendidos y practicar los algoritmos presentados en los recursos de contenido; estos ejercicios también se presentan de forma compilada en un documento en pdf denominado “cuaderno de prácticas”, ahí mismo se muestran las respuestas a las que deben llegar los estudiantes. La revisión de los materiales y realización de los ejercicios no cuenta de forma directa para la calificación final del estudiante, pero se considera como parte de la interacción que tiene con la plataforma.

Cuadro 1. Comparativo del programa de estudios de Matemáticas I de la DGB y el bachillerato en línea.

Programas de estudio de Matemática I (DGB)	Bachillerato en línea	
<p>Bloque I. Resuelve problemas aritméticos y algebraicos. Tiempo: 8 horas. Identifica formas diferentes de representar números positivos, decimales en distintas formas (enteros, fracciones, porcentajes), y de los números reales. Jerarquiza operaciones numéricas al realizarlas. Realiza operaciones aritméticas, siguiendo el orden jerárquico al efectuarlas. Calcula porcentajes, descuentos e intereses en diversas situaciones. Emplea la calculadora como instrumento de exploración y verificación de resultados. Representa relaciones numéricas y algebraicas entre los elementos de diversas situaciones. Soluciona problemas aritméticos y algebraicos.</p>	<p>Unidad I. Números reales. Propósito: Utilizar los números reales en la resolución de problemas relacionados con diversas áreas del conocimiento y con su entorno. Semana 1 Tiempo: 20 horas.</p>	<p>Resuelve de manera creativa situaciones problemáticas, mediante las operaciones básicas con los naturales, enteros, racionales y reales. Resuelve de manera autónoma problemas que impliquen la aplicación de las propiedades de los exponentes y de la igualdad. Resuelve problemas diversos aplicando razones y proporciones.</p>
<p>Bloque II. Utilizas magnitudes y números reales. Tiempo: 6 horas. Ubica en la recta numérica y sus respectivos negativos. Combina cálculo de porcentajes, descuentos, intereses, capitales, ganancias, pérdidas, ingresos, amortización, utilizando distintas representaciones, operaciones y propiedades de los números reales. Utiliza razones, tasas, proporciones y variaciones, modelos de variación proporcional directa e inversa. Construye modelos aritméticos, algebraicos o gráficos aplicando las propiedades de los números reales.</p>		<p>Unidad II. Lenguaje algebraico Propósito: Resolver situaciones problemáticas utilizando el lenguaje algebraico junto con diferentes métodos Algorítmicos.</p> <p>Expresa algebraicamente las situaciones problemáticas que se le presentan usando su sentido analítico al relacionar las variables. Utiliza operaciones algebraicas con polinomios para la solución de problemas de su entorno. Encuentra y propone soluciones a situaciones de su entorno donde aplica ecuaciones lineales con coeficientes enteros o fraccionarios y las representa gráficamente. Emplea sistemas de ecuaciones lineales en la resolución de situaciones problemáticas. Emplea ecuaciones cuadráticas en la resolución de situaciones problemáticas.</p>
<p>Bloque III. Realizas sumas y sucesiones de números. Tiempo: 8 horas. Identifica y diferencia las series y sucesiones numéricas y así como sus propiedades. Clasifica las sucesiones numéricas en aritméticas y geométricas. Determina patrones de series y sucesiones aritméticas y geométricas. Construye gráficas para establecer el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas. Emplea la calculadora para la verificación de resultado en los cálculos de obtención de términos de las sucesiones. Realiza cálculos obteniendo el enésimo término y el valor de cualquier término en una sucesión aritmética y geométrica tanto finita como infinita mediante las fórmulas correspondientes. Soluciona problemas aritméticos y algebraicos usando series y sucesiones aritméticas y geométricas.</p>		
<p>Bloque IV. Realizas transformaciones algebraicas I. Tiempo: 10 horas. Identifica las operaciones de suma, resta, multiplicación de polinomios de una variable. Ejecuta sumas, restas y multiplicaciones con polinomios de una variable. Emplea productos notables para determinar y expresar el resultado de multiplicaciones de binomios. Comprende las diferentes técnicas de factorización, como, de extracción de factor común y agrupación; de trinomios cuadrados perfectos y de productos notables a diferencia de cuadrados perfectos. Formula expresiones en forma de producto, utilizando técnicas básicas de factorización. Utiliza los productos notables de diferencia de cuadrados y de trinomios cuadrados perfectos.</p>		
<p>Bloque V. Realizas transformaciones algebraicas II. Tiempo: 8 horas. Reconoce trinomios que no son cuadrados perfectos de la forma x^2+bx+c y ax^2+bx+c con a distinto de 0 y 1, como un producto de factores lineales y polinomios que requieren combinar técnicas. Expresa trinomios de la forma x^2+bx+c y ax^2+bx+c como un producto de factores lineales. Identifica expresiones racionales con factores comunes y no comunes, susceptibles de ser simplificadas. Utiliza una o varias técnicas de transformación para descomponer un polinomio en factores. Reconoce expresiones racionales en forma simplificada a partir de factores comunes y la división de polinomios. Obtiene factores comunes, factorizando con las técnicas aprendidas y reduce éstos. Escribe expresiones racionales en forma simplificada utilizando factores comunes y la división de polinomios. Soluciona problemas aritméticos y algebraicos.</p>		
<p>Bloque VI. Resuelve ecuaciones lineales I. Tiempo: 8 horas. Identifica lo que es una ecuación lineal en una variable y una función lineal, así como la relación entre ellas. Usa diferentes técnicas para resolver ecuaciones lineales en una variable. Reconoce $y=mx+b$ como una ecuación de dos variable como la forma de una ecuación lineal. Aplica diversas técnicas para graficar una función lineal. Modela situaciones para escribirlas como una ecuación lineal y/o una función lineal. Redacta y resuelve problemas relativos a situaciones que requiera el uso de ecuaciones lineales en una variable y/o funciones lineales. Describe el comportamiento de las variables y/o resultados al solucionar problemas de ecuaciones y/o funciones lineales; tanto algebraica como gráfica. Aplica diferentes técnicas para construir la gráfica de una función lineal. Describe el comportamiento de la gráfica de una función lineal. Representa relaciones numéricas y algebraicas entre los elementos de diversas situaciones.</p>		
<p>Bloque VII. Resuelve ecuaciones lineales II. Tiempo: 8 horas. Reconoce el modelo algebraico de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas. Resuelve e interpreta sistemas de ecuaciones de dos incógnitas mediante métodos: determinantes, eliminación por igualdad, reducción (suma y resta) y sustitución, y gráficos. Expresa y soluciona situaciones utilizando sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. Identifica gráficamente si un sistema de ecuaciones simultáneas tiene una, ninguna o infinitas soluciones. Resuelve problemas que se plantean en lenguaje algebraico utilizando métodos algebraicos, numéricos y gráficos. Elabora o interpreta gráficas, tabla y mapas, para resolver situaciones diversas que conllevan el uso de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.</p>		
<p>Bloque VIII. Resuelve ecuaciones lineales III. Tiempo: 8 horas. Reconoce el modelo algebraico de un sistema de ecuaciones con tres incógnitas. Resuelve e interpreta sistemas de ecuaciones de tres incógnitas mediante métodos: determinantes, eliminación por igualdad, reducción (suma y resta) y sustitución, y gráficos. Expresa y soluciona situaciones utilizando sistemas de ecuaciones con tres incógnitas. Identifica gráficamente si un sistema de ecuaciones simultáneas tiene una, ninguna o infinitas soluciones. Resuelve problemas que se plantean en lenguaje algebraico utilizando métodos algebraicos, numéricos y gráficos. Elabora o interpreta gráficas, tabla y mapas, para resolver situaciones diversas que conllevan el uso de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas.</p>		
<p>Bloque IX. Resuelve ecuaciones cuadráticas I. Tiempo: 8 horas. Identifica el modelo algebraico de una ecuación cuadrática (completa e incompleta) con una variable. Comprende los métodos para resolver ecuaciones cuadráticas con una variable completa e incompleta. Resuelve ecuaciones cuadráticas con una variable completa e incompleta por los métodos: extracción por factor común, fórmula general, por factorización, completando trinomio cuadrado perfecto y fórmula general para ecuaciones cuadráticas con una variable completas. Interpreta la solución de la ecuación cuadrática completa e incompleta para reales, complejas e imaginarias. Interpreta situaciones con ecuaciones cuadráticas con una variable. Resuelve problemas o formula problemas de su entorno por medio de la solución de ecuaciones cuadráticas. Interpreta la solución de los problemas para cuando tiene soluciones inadmisibles.</p>		
<p>Bloque X. Resuelve ecuaciones cuadráticas II. Tiempo: 8 horas. Identifica la relación entre ecuaciones y funciones cuadráticas. Reconoce la ecuación cuadrática en dos variables $y=ax^2+bx+c$ como una función cuadrática. Identifica que toda función cuadrática es una parábola, que puede ser cóncava hacia arriba o abajo. Transforma la función cuadrática $y=ax^2+bx+c$ a la forma estándar $y=a(x-h)^2+k$, así obteniendo las coordenadas del $V(h, k)$ para trazar su gráfica. Interpreta que las intersecciones de la parábola con el eje de las "x" son la solución de la ecuación cuadrática, y que depende de la naturaleza del discriminante tiene soluciones reales, imaginarias o complejas. Visualiza que al cambiar los parámetros de "a, b y c" en la función cuadrática cambia el ancho, el vértice y el sentido de la parábola vertical. Elabora o interpreta gráficas y tablas a partir de situaciones diversas e interpretando sus soluciones para cuando son o no admisibles.</p>		

En la primera semana se desarrollaron todos los temas de la unidad I, para ello se presentaron 29 recursos¹⁹. En las tres semanas siguientes se distribuyeron los temas de la unidad II; el número de recursos disponibles fue disminuyendo en cada semana: 24 recursos en la semana 2, 19 recursos en la semana 3 y en la última semana fueron 15 recursos (véase tabla 2). En la semana 1, los estudiantes realizaron las actividades 1 y 2; en la semana 2, las actividades 3 y 4; en la semana 3, las actividades 5 y 6; y en la última semana, el proyecto integrador. Además de las actividades, en cada semana los estudiantes participaron en un foro de clase, en un foro de debate y resolvieron dos ejercicios de opción múltiple que se califican de forma automática en la plataforma.

Tabla 2. Distribución de los recursos disponibles en el Módulo.

Semana	Número de recursos						Total
	Videos	Pdf	Infografías	Páginas	Presentación	Ejercicios en Word	
1	9	3	2	1	1	13	29
2	2	6	3	1	1	11	24
3	10	3	2	0	1	3	19
4	2	5	1	1	0	6	15
Total	23	15	8	3	3	33	87

Para la revisión y análisis de cada uno de los recursos de contenido (videos, infografías, documentos en pdf, páginas de internet, ejercicios, etc.), ejercicios y actividades; se plantearon preguntas como: ¿qué tema desarrolla el material?, ¿qué tipos de ejemplos proporciona?, ¿qué tipos de recursos (conocimiento informal o intuitivo, definiciones, hechos, procedimientos algorítmicos, reglas del discurso, competencias relevantes) presenta el expositor o el material?, ¿el número de ejemplos son suficientes para comunicar lo que se desea?, ¿qué formas de razonamiento promueve el expositor o el material?, ¿el material motiva al estudiante a plantearse preguntas?, ¿el material presenta errores?, etc. (Para conocer el análisis detallado véase el Apéndice E).

4.2 De la semana 1

Se desarrollaron los temas: subconjuntos de los números reales, divisibilidad, operaciones básicas con números enteros, racionales y reales, propiedades de los exponentes, propiedades de la igualdad, y razones y proporciones. Se presentan nueve videos que ofrecen a los estudiantes hechos y definiciones de los números reales, criterios de divisibilidad y ejemplos, números primos y sus aplicaciones, ejemplos de cómo obtener el inverso multiplicativo, ejemplos para aplicar la propiedad del producto de potencias y ejemplos de ejercicios que se resuelven con proporciones directas. El autor del video explica los temas de forma muy similar a como se hace en una clase tradicional, inicia con un poco de teoría, después enuncia la regla o el algoritmo y por último realiza uno o dos ejemplos.

¹⁹La descripción de los recursos se encuentran disponibles en el Apéndice E.

Comentario: En algunos casos las definiciones o explicaciones de los videos no están enunciadas de forma clara, lo que provoca que los estudiantes se confundan, esto se evidencia en los comentarios que se publican en el historial de los mismos videos (para un ejemplo véase el recurso R2 disponible en el enlace <https://youtu.be/uqCO15pKGKo>).

Fueron seis los recursos con varios formatos (páginas de internet, infografías, presentación y documentos en pdf) que ofrecen a los estudiantes definiciones, hechos y ejemplos de algoritmos. En las infografías, se presentan ejemplos de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números reales (enteros y fracciones), y algoritmos para obtener el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. En los documentos en pdf, se enuncian y ejemplifican las propiedades para el producto y división de potencias, notación exponencial y propiedades de la igualdad. Algunas de las definiciones no son específicas en cuanto al conjunto de los números en los cuales tienen sentido esas operaciones (para un ejemplo véase el recurso R8 en el Apéndice E).

Los ejercicios propuestos fueron 14, en ellos el estudiante tiene que identificar números en la recta numérica, comparar fracciones, encontrar el máximo común divisor y mínimo común múltiplo, identificar fracciones; sumar, restar, multiplicar y dividir con números racionales; realizar operaciones con potencias; identificar las propiedades de la igualdad y realizar despejes; y resolver problemas con proporción directa e inversa (para un ejemplo de ejercicio véase figura 1a). El ejercicio E14 (véase Apéndice E) es el único que presenta una lista de ejercicio en donde se requiere conectar diferentes conceptos vistos en la semana; para determinar la solución del problema el estudiante tiene que explicar y justificar con argumentos matemáticos la respuesta que consideran correcta o como la mejor opción, debido a que no está establecido algún procedimiento a seguir (véase figura 1b).

División a realizar	Aplicando la propiedad: si la base es igual, al dividir los exponentes se restan	Notación exponencial	Resultado
$\frac{2^{11}}{2^3}$		2^{11-3}	
$\frac{6^9}{6^2}$		6^7	
$\frac{5^3}{5^2}$		5	
$\frac{7^4}{7^2}$		7^2	

Figura 2a. Ejemplo de ejercicio, recuperado del recurso E6.

2. Andrés debe comprar un plan de servicio para su celular y debe decidir entre algunos planes. Su compañía celular le ofrece dos planes. El plan básico cobra \$1.25 por llamada realizada. El plan avanzado le permite realizar llamadas, fotos y video, y sólo cobra \$0.70 por llamada. Pero además este plan tiene un cargo mensual fijo de \$16. Entonces, ¿qué plan le conviene a Andrés?

- Considera que cada plan depende de la cantidad de llamadas que realice.

a. ¿De qué manera te sirve saber el costo por llamada de cada plan?

b. Llena la siguiente tabla con los datos que consideres necesarios para determinar qué plan le conviene a Andrés.

Plan Básico		Plan Avanzado	
# de llamadas	Costo	# de llamadas	Costo

c. ¿Cuál es la expresión que te ayudó a llenar cada una de las tablas?

d. ¿En este ejemplo se representa una proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa, ambas o ninguna de las dos? Justifica tu respuesta.

Figura 1b. Ejemplo de problema, recuperado del recurso E14.

4.2.1 Resumen de los resultados de la Actividad 1

La actividad consta de seis puntos:

1. Para recordar puntos centrales que pueden apoyar la realización de esta actividad, revisa los primeros siete minutos del video que aparece en la siguiente dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE>
2. Analiza los datos de la vida de Olga considerando los siguientes eventos: murió a los 100 años, se tituló a los 25 años, se casó a los 30 años, tuvo un único hijo a los 32 años, se jubiló a los 60 años, su hijo vivió a casa de Olga hasta que ella cumplió 50 años, su esposo murió cuando ella tenía 80 años, sus padres se conocieron 20 años antes de que ella naciera, sus padres se casaron 10 años antes de que ella naciera.
3. Realiza una recta numérica donde representes gráficamente, con números enteros, los acontecimientos mencionados.
4. Analiza los datos de su recta numérica y responde las siguientes preguntas:
 - 4.1 ¿Qué proporción de su vida estuvo casada?
 - 4.2 ¿Qué proporción de su vida estuvo trabajando si comenzó a hacerlo dos años después de titularse?
 - 4.3 ¿Qué proporción de su vida, convivió con su hijo en la misma casa?
 - 4.4 Localiza en la recta numérica los resultados a las preguntas planteadas mediante números racionales.
5. Ahora responde ¿Cuáles de los números ubicados en la recta numérica son reales?, menciona brevemente por qué.
6. Por último, cuando Olga tenía 28 años, heredó \$1, 548,000 de sus padres, lo invirtió y a los 60 años había perdido 1/3 de su herencia ¿cuánto le quedó?

Los estudiantes que realizaron la actividad con lápiz y papel se apoyaron de hojas cuadrículadas para trazar la recta numérica solicitada, los que realizaron la recta en un editor de textos o Paint se apoyaron de las formas y líneas predeterminadas, aunque en algunos casos las escalas no fueron exactas. Al respecto se destacan algunos puntos:

- Si bien todos los estudiantes excepto 1 realizaron la recta numérica, 3 estudiantes no incluyeron los acontecimientos previos al nacimiento de Olga y cuatro estudiantes representan todos los acontecimientos con números enteros positivos, sin tomar en cuenta que los acontecimientos previos al nacimiento de la persona se representan con números enteros negativos.
- Aunque la instrucción indica que se debe realizar una recta numérica, cuatro estudiantes optaron por trazar una recta para representar cada acontecimiento.
- Se observa que 25 estudiantes no consideran relevante utilizar una escala apropiada para representar los acontecimientos (véase figura 4.2), incluso las unidades no son de la misma longitud.

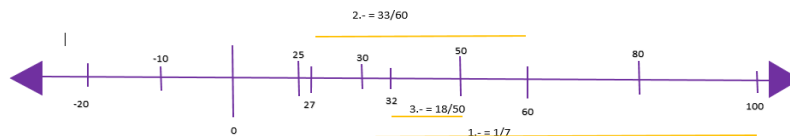


Figura 4.2. Grafican los números enteros sin considerar una escala.

Al inicio de las preguntas del punto 4 (4.1, 4.2 y 4.3) la frase “Qué proporción” confundió a la mayoría de los estudiantes, algunos no tenían completamente claro que era lo que el problema les solicitaba, lo que llevó a que los estudiantes generaran tres diferentes respuestas: en años, porcentaje y como razón. Probablemente esto se debió a que en el contenido del material dispuesto en el aula virtual se define proporción como “la igualdad de dos razones”, de la misma manera que la define la Real

Academia Española y otros autores, por lo tanto, los estudiantes esperaban comparar dos razones. Las respuestas oficiales enfatizan que los resultados se debieron presentar en años; sin embargo, para ello la palabra que se tenía que utilizar al inicio de las preguntas era “porción”.

En este punto de la actividad, 11 estudiantes presentaron dificultades al operar con números enteros y simplificar fracciones, lo que no les permitió llegar a la respuesta correcta, de estos estudiantes diez corrigieron la actividad en una segunda versión. Dos estudiantes contestan de forma correcta las preguntas, pero no les queda claro cómo es que llegan a los resultados (para un ejemplo véase figura 4.3).

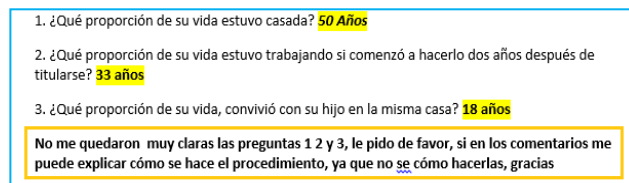


Figura 4.3. Emiten respuestas sin comprender lo que hacen.

En la Figura 4.4 se observa que un estudiante no toma en cuenta que para poder simplificar fracciones, el numerador y el denominador deben tener divisores en común. En el punto 1, no ha tenido problemas debido a que ambos números (el 50 y el 100) son divisibles por 2 y luego los resultados obtenidos (25 y 50) son ambos divisibles por 5. En el punto 2 el estudiante nota que el 3 divide al 33 y que el 2 divide al 50, pero no se detiene a observar que no tienen divisores en común, lo que lo lleva a obtener un resultado incorrecto. En cambio en el punto 3 comete errores de otro tipo, no se percata que el 2 es divisor común de 18 y 100, lo que hace es dividir entre 3 al 18 y al 100 por 2, después divide al 6 en 3 y al 50 en 5. Después de que la facilitadora le envía al estudiante retroalimentación indicando las inconsistencias encontradas en los procedimientos, el estudiante mandó una segunda versión del trabajo donde prefirió eliminar las fracciones simplificadas y dejar el resultado que obtuvo inicialmente (véase figura 4.5).

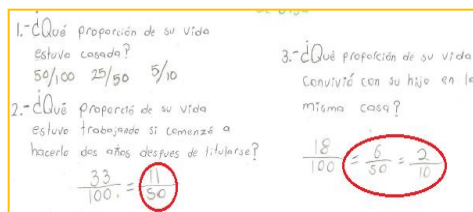


Figura 4.4. Primera versión de la actividad.

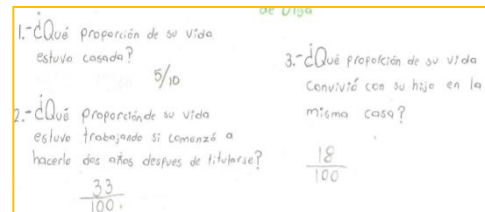


Figura 4.5. Segunda versión de la actividad.

Un estudiante reporta que al no entender la simplificación de fracciones recurre a aplicaciones disponibles en la red que realizan todos los cálculos, específicamente consulta el sitio OnlineMSchool (véase figura 4.6). Este sitio es un asistente que dispone de ejercicios, calculadoras, guías, tablas y fórmulas, que ayudan a los estudiantes a resolver todo tipo de ejercicios matemáticos, además, el

administrador del sitio modera un foro donde los estudiantes pueden plantear e sus dudas, sugerencias o recomendaciones y él les contesta a la brevedad posible.

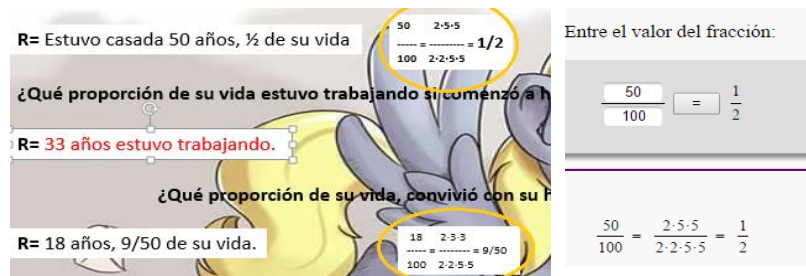


Figura 4.6. Estudiante se apoya de una calculadora en línea.

Otra dificultad detectada en tres estudiantes es que intentan convertir una fracción a expresión decimal, invierten el orden del divisor y del dividendo, logrando obtener el inverso multiplicativo del resultado (véase figura 4.7).

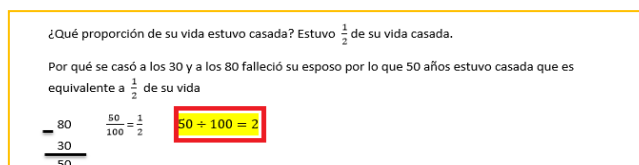


Figura 4.7. Invierten el orden del divisor y del dividendo.

Comentarios:

1. La figura 4.6 es un ejemplo de que la tecnología puede ayudar a los estudiantes a contestar de forma muy rápida las actividades, sin saber si está o no aprendiendo los procedimientos y procesos que están detrás de cada una de las operaciones que realiza. En este caso no se ve favorecida la integración de los recursos tecnológicos para que los estudiantes aprendan con ellos (Churchill et al., 2016) sino que sólo los utilizan para obtener las respuestas.
2. Los ejemplos de las figuras 4.3, 4.4 y 4.7 permiten clarificar que cuando los estudiantes realizan ejercicios en donde les piden los resultados directos, repiten algoritmos sin comprender el proceso de fondo y no se detienen a analizar si las respuesta tienen o no sentido. Con ello no se ve favorecida la razonabilidad de las respuestas y la manipulación consciente de las operaciones aritméticas, elementos claves para favorecer el razonamiento y la toma de sentido para el número y la medición (NCTM, 2009). La fluidez operativa o procedimental donde el estudiante desarrolle estrategias y habilidades para desarrollar, calcular operaciones y aplicar reglas de una manera flexible, apropiada y eficiente (Rivera y Santos, 2011), tampoco se favorece.

La indicación del punto 4.4 de la actividad confundió a 37 estudiantes. Los que contestaron con números enteros las preguntas 4.1, 4.2 y 4.3, no comprendieron que debieron obtener una razón.

Aquellos que lograron obtener la razón no asociaron que las razones obtenidas son números racionales. De estos datos se obtiene que:

- Diez estudiantes delimitaron el tiempo transcurrido del acontecimiento con segmentos o con llaves (véanse figura 4.8).

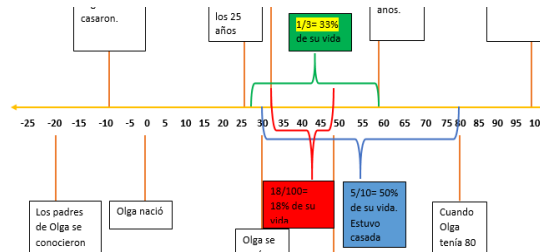


Figura 4.8. Delimitan el tiempo transcurrido con llaves.

- Siete estudiantes identificaron en la recta numérica únicamente los números 50, 33 y 18 (numeradores de la fracción).
- Tres estudiantes intentaron localizar las razones 50/100, 33/100, 18/100, pero al no tener una escala apropiada no les fue posible; además, al localizar las fracciones únicamente localizaban el numerador, olvidando el denominador.
- 16 estudiantes omitieron representar las fracciones en la recta numérica.
- Un estudiante mencionó que no podía localizar los números racionales “porque no tenían de esos números”, aunque en sus respuestas previas los números que obtuvo eran racionales (véase figura 4.9). Este ejemplo evidencia que los estudiantes no comprenden cuales son los números racionales.

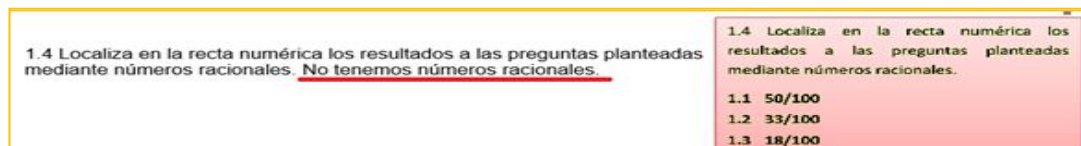


Figura 4.9. No localiza las fracciones en la recta numérica.

En el punto 5 de la actividad, todos los estudiantes dan como respuestas que los números que ubicaron en la recta numérica son reales porque: “se pueden representar en la recta numérica”, “porque se denominan reales a todos los números racionales e irracionales” o “porque todos los números son reales”. Estas son respuestas exactamente iguales a las expuestas en los materiales de consulta (videos); otros estudiantes han argumentado que todos los números son reales porque “representan cosas de la vida real y no imaginarias” (véase figura 4.10), a estos estudiantes se les pidió que profundizaran en su respuesta pero no lo hicieron. Los estudiantes están asociando la palabra “real” de número real con cosas de la vida, números que pueden representar acontecimientos de la vida de la persona.



Figura 4.10. Justificación de por qué los números son reales.

Comentario: En esta pregunta los estudiantes aparentemente copiaron y pegaron información disponible en los materiales (específicamente los videos y documentos en pdf) y otros asociaron los números reales para representar acontecimientos de la vida. Hasta cierto punto, es natural que las justificaciones se refieran o se basen en repeticiones de definiciones debido a que la forma en cómo se construyen los números no es tan sencilla; sin embargo, es importante prestar atención si los estudiantes comprenden la clasificación de los números, cosas que no se evidencia en las justificaciones.

Para resolver el último punto de la actividad los estudiantes utilizaron tres procedimientos: hacer la división directamente, considerar el monto total como el 100% y utilizar la proporción directa, tomar la cantidad como 3/3, obtener 2/3 y 1/3. Algunos de los conceptos que los estudiantes retomaron para realizar los cálculos fueron proporción directa o regla de tres, el porcentaje, multiplicación de fracciones, división, suma y resta de números enteros. A pesar de la simplicidad del ejercicio, 14 estudiantes no lograron obtener la respuesta correcta; todos los estudiantes identificaron lo que se perdió (1/3 de la herencia) y ese resultado emitieron como respuesta correcta o bien se lo sumaron a la cantidad original, resultando que la persona se quedará con más dinero del que tenía previamente (véase figura 4.11).

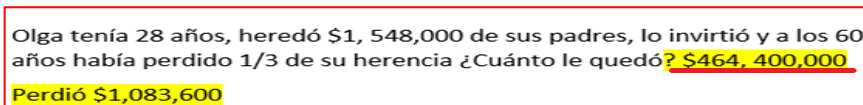


Figura 4.11. Respuesta errónea.

Una estudiante se apoyó del círculo para representar las fracciones y cantidades correspondientes (véase figura 4.12), realizó las operaciones básicas de forma correcta, aparentemente la circunferencia le sirvió para comprobar sus respuestas. Sólo una estudiante se detuvo a escribir la comprobación de sus cálculos (véase figura 4.13).

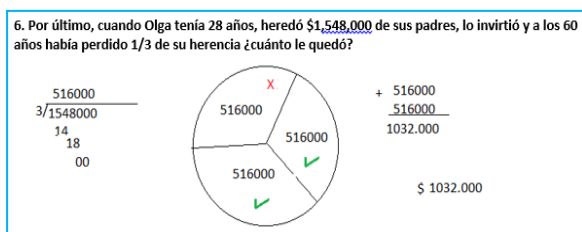


Figura 4.12. Usa la circunferencia para identificar lo perdido.

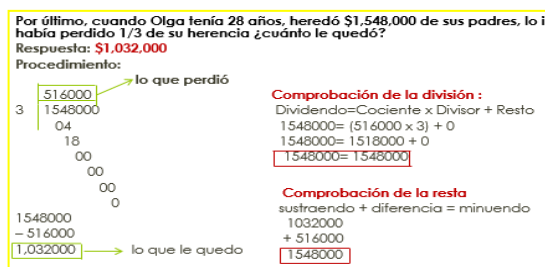


Figura 4.13. Comprobación de cada una de las operaciones.

Un estudiante indicó que al no comprender lo que debía realizar en el problema, accedió por ayuda al sitio de internet vitutor.net (disponible en <http://www.vitutor.net/2/3/4.html>) el cual contiene fórmulas, algoritmos, ejercicios y ejemplos de cómo realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división con fracciones. A pesar de consultar este sitio los resultados del estudiante fueron erróneos, no realizó en orden las operaciones ni tampoco las comprobaciones (véase figura 4.14).

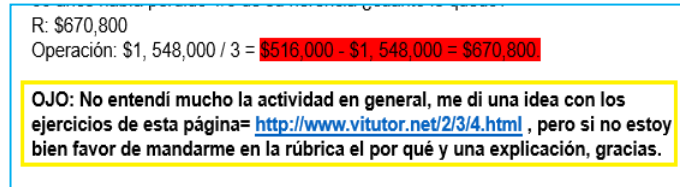


Figura 4.14. No comprenden lo que solicita la actividad.

Comentarios:

- Si bien ninguno de los estudiantes mostró las justificaciones de sus respuestas sólo dos estudiantes (Figura 4.12 y 4.13) presentaron argumentos que les permitieron comprobar sus procedimientos algorítmicos.
- 40 estudiantes enviaron una vez la actividad la actividad, 9 estudiantes atendieron las recomendaciones para la mejora de su actividad y mandaron una segunda versión y 1 estudiante mandó tres versiones de la actividad. Después recibir las retroalimentaciones de la facilitadora, los estudiantes sólo se enfocan en corregir los procedimientos algorítmicos y dejan de lado las justificaciones.

4.2.2 Resumen de los resultados de la Actividad 2

La actividad consta de tres puntos:

1. Lee el siguiente problema y responde las dos preguntas que se plantean:
 Un disco duro extraíble tiene una capacidad de almacenamiento de información de 1 terabyte (TB), y una memoria USB tiene una capacidad de almacenamiento de información de 1 gigabyte (GB)

1 000 000 000 bytes	1 GB
1 000 000 000 000 bytes	1 TB

1.1 ¿Cuántas memorias USB pueden contener la capacidad de un disco duro extraíble?
 2. Ahora, escribe la equivalencia de 1GB y 1TB en Bytes, utilizando la notación exponencial.
 3. Lee el siguiente problema y responde las preguntas planteadas:
 Un CD tiene una capacidad de almacenamiento de información de 800 MB, queremos guardar la información de 100 CD's en un disco duro de 500 GB.

$$1GB = 10^3MB$$

3.1 ¿Cabe dicha cantidad de información?
 3.2 ¿Cuánto espacio ocupará la información?
 3.3 Anota la cantidad de información que cabe en los 100 CD's en GB y en MB.
 3.4 ¿Qué espacio del disco quedará disponible?

La base de esta actividad es el manejo de las unidades de almacenamiento: bytes, megabytes, gigabytes y terabytes; además, los conceptos involucrados en la actividad son notación exponencial o notación científica, proporción directa o regla de tres y operaciones con números racionales.

Debido a la simplicidad de la primera pregunta, la mayoría de los estudiantes no mostraron dificultad en determinar el número de memorias USB, con una división pudieron determinar que la respuesta correcta era 1000 memorias USB, sin embargo, tres estudiantes no lograron llegar al resultado correcto. En la figura 4.15 se observan las operaciones donde un estudiante invierte el orden del numerador y del denominador al comparar las capacidades de la memoria USB y del disco duro, además, no se percata que el resultado debió ser menor que la unidad (debido a que el denominador es mucho más grande que el numerador). Por otro lado, a pesar de que la pregunta especifica cuántas memorias USB se necesitan para cubrir la capacidad del disco duro, cinco estudiantes dieron como respuesta 1000 GB y 1000 bytes.

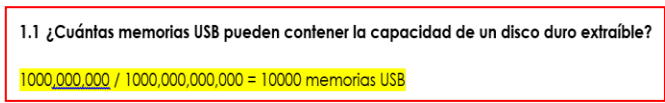


Figura 4.15. Invierte el orden del dividendo y divisor.

Doce estudiantes tuvieron dificultad al utilizar el superíndice o el editor de ecuaciones para representar la notación exponencial solicitada en el punto 2, por lo que decidieron describir con palabras las respuestas o utilizar el símbolo (^) (véase figura 4.16).

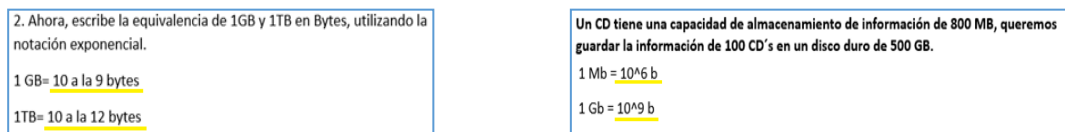


Figura 4.16. Uso de palabras o símbolos para representar la notación exponencial.

Dos estudiantes utilizaron la hoja de cálculo para comprobar que sus respuestas eran las correctas (véase figura 4.17).

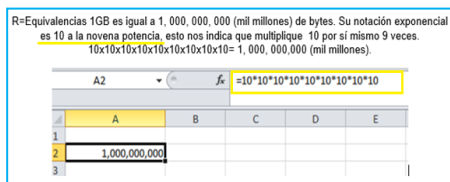


Figura 4.17. Utilizan la hoja de cálculo para comprobar los resultados.

Un estudiante no tomó en cuenta la información proporcionada en el enunciado del ejercicio y buscó las equivalencias 1024MB=1GB, 1024GB=1TB (véase figura 4.18); mostró dos respuestas diferentes, una para la notación exponencial y otra para la notación científica. Se identificó que el estudiante recuperó todas las respuestas de la actividad del blog denominado “Blog bitácora de una estudiante virtual” (disponible en http://conprepasi.blogspot.mx/2015_10_01_archive.html) en donde se encuentran disponibles todas las actividades del Módulo resueltas por la autora del blog, que también es una estudiante que cursa el bachillerato en línea (véase figura 4.19).

Ahora, escribe la equivalencia de 1GB y 1TB en Bytes, utilizando la notación exponencial.

R= 1024 Mb ----- 1 Gb
 1024 Gb ----- 1 Tb

Sería $1,000^3 = a 1 \text{ GB}$ Y $1,000^4 = a 1 \text{ TB}$

De acuerdo a la notación científica quedaría así:

$1 \text{ GB} = 10^9 \text{ Bytes}$ $1 \text{ TB} = 10^{12} \text{ Bytes}$

La regla de la notación científica el exponente te indica el número de lugares que deberás recorrer el número, si decimos que un GB equivale a 1 000 000 000 , el desarrollo para la respuesta sería 1×10 a la novena potencia.

Figura 4.18. Uso de información adicional y diferenciación entre notación exponencial y científica.



Figura 4.19. Imagen del blog (Rami, 2015).

Un estudiante no aceptó como correctas las equivalencias proporcionadas en la actividad e investigó en Wikipedia, informó que decidió utilizar la escala disponible en el sitio <https://es.Wikipedia.org/wiki/Byte> (véase figura 4.20). Sin embargo, la tabla disponible en el sitio web contiene las equivalencias que son las respuestas del punto 2 de la actividad; lo que el estudiante realmente hizo fue recuperar las respuestas de la tabla encontrada.

Prefijo	Símbolo del prefijo	Nombre resultante del prefijo + byte	Símbolo del múltiplo del byte	Factor y valor en el SI
Valor de referencia		byte	B	$10^0 = 1$
kilo	k	kilobyte	kB	$10^3 = 1\ 000$
mega	M	megabyte	MB	$10^6 = 1\ 000\ 000$
giga	G	gigabyte	GB	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
tera	T	terabyte	TB	$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$
peta	P	petabyte	PB	$10^{15} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
exa	E	exabyte	EB	$10^{18} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
zetta	Z	zettabyte	ZB	$10^{21} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
yotta	Y	yottabyte	YB	$10^{24} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$

Figura 4.20. Tabla de prefijos del Sistema Internacional (Byte, 2015).

Para contestar los puntos 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 de la actividad, todos los estudiantes realizaron las conversiones para determinar cuánta información ocupan los 100 discos compactos y compararla con la capacidad del disco duro. En esta actividad sólo diez estudiantes realizaron operaciones incorrectas y emitieron respuestas si/no sin argumentos, los 40 restantes no tuvieron problemas para reportar las respuestas correctas. En estos últimos puntos de la actividad los estudiantes se tomaron la libertad de hacer las conversiones con cualquiera de las tres unidades bytes, megabytes y gigabytes, dos estudiantes operaron cantidades con unidades diferentes (véase figura 4.21) y dos estudiantes calcularon en porcentaje el espacio que ocuparía la información y la que quedaría libre en el disco duro.

¿Qué espacio del disco quedará disponible?

$5000000 \text{ GB} - 80000 \text{ MB} = 420000 \text{ MB}$

Figura 4.21. Uso de unidades diferentes en las operaciones.

Comentarios:

- Detalles como el de la figura 20 se debe cuidar a la hora de elaborar las actividades, debido a que puede ser un impedimento para que los estudiantes desarrollen las habilidades y realmente comprendan los conceptos involucrados, o bien, se pueden plantear actividades un poco más elaboradas, actividades que les ayuden a desarrollar hábitos de razonamiento y no solo aplicar algoritmos.
- De los 50 estudiantes, sólo 43 enviaron una versión de la actividad; siete estudiantes atendieron las recomendaciones de la facilitadora para la mejora de la actividad y enviaron una segunda versión de la actividad corrigiendo las operaciones y las unidades.

En la tabla 4.1 se muestran las formas de razonamiento exhibidas en cada uno de los procedimientos de las respuestas de las actividades 1 y 2 emitidas por los estudiantes, y los materiales de consultan que reportaron. Las formas de razonamiento se identifican dentro de las etapas: analizar un problema, implementación de una estrategia de solución, búsqueda y uso de conexiones y al reflexionar sobre la solución al problema planteado, sin embargo, ningún estudiante evidencia la búsqueda y el uso de conexiones a través de diferentes dominios matemáticos, diferentes contextos y diferentes representaciones.

Tabla 4.1 Resumen de los resultados de las actividades 1 y 2.

	Actividad 1	Actividad 2
Formas de razonamiento	<p>Analizar un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • 37 de los estudiantes identifican los conceptos matemáticos pertinentes, procedimientos o representaciones que revelan información importante sobre el problema y contribuir a su solución. Estos estudiantes aplican los conceptos aprendidos previamente para resolver el problema: números enteros, números racionales, números reales, proporción y proporción directa. <p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> • 37 estudiantes incluyen los procedimientos y operaciones que les permitieron llegar a la solución y 13 solo reportan la solución. • De los 37 estudiantes que incluyen los procedimientos, operaciones y datos, solo 36 lo hacen de forma ordenada y de estos sólo 28 escriben específicamente las respuestas para cada inciso o pregunta planteada. • 48 estudiantes incluyen las unidades (años y pesos) en sus resultados y dos las omiten. <p>Al reflexionar sobre una solución a un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un estudiante realizó operaciones inversas para comprobar sus resultados, los 49 restantes no justificaron ni comprobaron sus soluciones. • 4 estudiantes resuelven el problema empleando dos o tres respuestas equivalentes en años, razones y porcentajes, y 46 estudiantes reportan una única representación de la solución. • 23 estudiantes muestran razonabilidad en sus respuestas, toman en cuenta los resultados obtenidos para escribir explícitamente cuál es la respuesta correcta. • En esta actividad se evidencia que los estudiantes desarrollan únicamente procedimientos algorítmicos, he incluso se limitan a escribir o contestar de forma explícita las preguntas. 	<p>Analizar un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • 38 estudiantes identificaron y aplicaron los conceptos matemáticos pertinentes en el problema, tales como: notación exponencial, notación científica, operaciones con números racionales y regla de tres o proporción directa. <p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> • 38 estudiantes incluyen los procedimientos y operaciones que les permitieron llegar a la solución y 12 solo reportan la solución. De estos estudiantes sólo 35 hacen uso pensado de los procedimientos, es decir, escriben coherentemente cada uno de estos y eligen los procedimientos correctos para obtener las respuestas y escribirlas con las unidades apropiadas. • Todos los estudiantes incluyen las unidades en sus procedimientos y respuestas, aunque dos mezclan las unidades a la hora de operar y otros agregan unidades que no corresponden a las respuestas, por ejemplo confunden el número de memorias con unidades de almacenamiento). <p>Al reflexionar sobre una solución a un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un estudiante se detuvo a realizar las operaciones inversas que comprueban sus resultados, dos estudiantes utilizaron una hoja de cálculo para comprobar las respuestas de las primeras preguntas y los 47 restantes no justificaron ni comprobaron sus soluciones. • 13 estudiantes resuelven el problema usando representaciones extras a las solicitadas: cinco estudiantes obtienen las respuestas en unidades de MB y GB, un estudiante utiliza Bytes, MB y GB, cinco estudiantes emiten respuestas en porcentajes, MB y GB, y dos estudiantes emiten respuestas con fracciones, MB y GB. • 23 estudiantes muestran razonabilidad en sus respuestas, toman en cuenta los resultados obtenidos para escribir explícitamente la respuesta correcta, los 27 restantes sólo escriben la respuesta correcta.

4.2.3 Resumen de los foros

En el foro de debate se solicita al estudiante plantear y resolver un problema de la vida cotidiana en donde haya requerido aplicar la proporcionalidad directa o inversa, además se pide que replique los comentarios de al menos uno de sus compañeros. En este foro participaron 41 estudiantes, de los cuales 28 comparten y formulan el problema toman en cuenta sus actividades cotidianas, además de redactar, explicar y resolver correctamente el problema (algunos ejemplos se pueden ver en la figura 4.22), el resto de los estudiantes recuperan los ejercicios de sitios de internet o de libros cambiando los datos. Los estudiantes muestran preferencia por plantear problemas de proporción directa o regla de tres; treinta y tres de los estudiantes comparten problemas de proporción directa, seis estudiantes de proporción inversa, uno de proporción compuesta (tema no desarrollado en la semana) y una estudiante plantea un problema que no corresponde a ningún tipo de proporción.

Esta es mi participación al foro:
Plantea un problema de la vida cotidiana en donde hayas requerido aplicar la proporcionalidad inversa o directa y la solución que obtuviste.
Situación: Para un curso de piano se tienen que pagar \$1200 por cada trimestre. Si dicho curso tiene una duración de 3 años, ¿cuánto se deberá pagar en total?
Planteamiento matemático:

Cantidad a pagar	\$1200	x
Meses cursados	3	36

X = 14,400
Solución: Se deberán pagar \$14,400 por el curso completo de piano que dura 3 años (36 meses).

Necesito pintar una cerca que mide 115 m, si un bote de pintura de 110 ml lo gasto en solo 15 m por solo un lado de la cerca, ¿Cuántos botes de pintura necesitaría en total para poder pintar la cerca por ambos lados?

Metros.	Botes (115 ml)
115 m.	R= (115 x 1 ÷ 15) 7.66
15 m.	1

El resultado de multiplica por dos para saber la cantidad necesaria contando el otro lado de la acera
R= (7.66 x 2) 15.33

Necesitaré 15.33 botes de pintura (hablando lógicamente tendría que comprar 16 botes de pintura a no ser que me puedan vender 1/3 de pintura)

Figura 4.22. Ejemplos de problemas propuestos y resueltos correctamente por los estudiantes en el foro de debate.

Tres de los estudiantes que logran establecer las relaciones de forma correcta para resolver el problema, cometen errores al despejar (véase figura 4.23). Se presentaron dos casos donde los estudiantes plantean problemas que se pueden resolver de forma inmediata con una suma y no es necesario utilizar la proporción inversa o directa.

El kilo de tortilla cuesta 10 pesos, mi mamá compra 1 kilo diario
¿cuánto gasta a la semana?

1 kilo - 10 pesos
7 días - X

1/7=10/X
10(7)= X 70
10(7)/70= X
70= X

La respuesta es: gasta \$70 a la semana
Saludos cordiales!!! que tengan excelente día!! :)

Hola compañeros esta es mi formula
¿Compre 10 TRANSFORMERS con \$1500. Ahora tengo 4,500 para cuantos TRANSFORMERS me alcanzara?

10 x 1500
4500 = x
X = 30

Figura 4.23. Ejemplos de errores cometidos por los estudiantes que llegaron a la respuesta correcta.

Cuatro estudiantes optaron por hacer pasar por propios ejercicios recuperados de sitios de internet como:

- <http://problemasdematematicasresueltos.blogspot.mx/2014/12/contenedor-de-500-1.html>
<https://eses.facebook.com/ProblemasDeMatematicasResueltos/posts/510629699080195>

- <http://10ejemplos.com/10-ejemplos-de-regla-de-tres-simple> (véase figura 4.24).

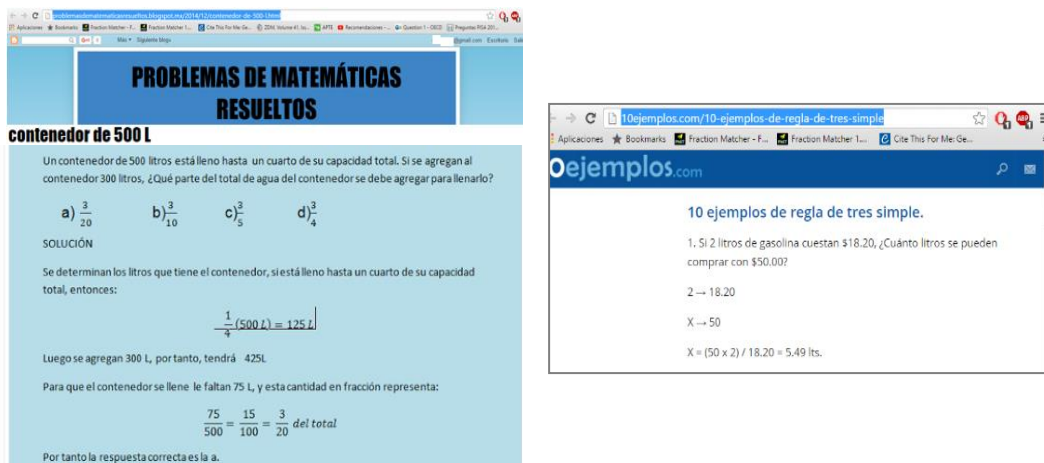


Figura 4.24. Sitios de internet de donde recuperan ejercicios resueltos.

Una estudiante muestra inconformidad por la actitud de sus compañeros al copiar y pegar información recuperada de internet (véase figura 4.25).

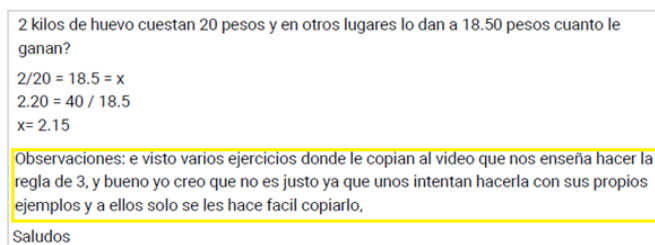


Figura 4.25. Inconformidades por copiar y pegar información de internet.

Algo significativo en esta actividad es que algunos estudiantes sí plantearon los problemas tomando en cuenta las actividades de su trabajo y mostrando un orden en las operaciones, por ejemplo, en la figura 4.26 se presenta un problema para administrar dosis de ampicilina a un paciente. Aunque el estudiante llega a la respuesta correcta, el razonamiento utilizado en el planteamiento no lo es, invierte la cantidad de cápsulas. Es probable que al ser una actividad diaria ya tiene dominado el número de dosis y de cápsulas, y por ello no se detiene a verificar la representación que ha asignado en las proporciones.

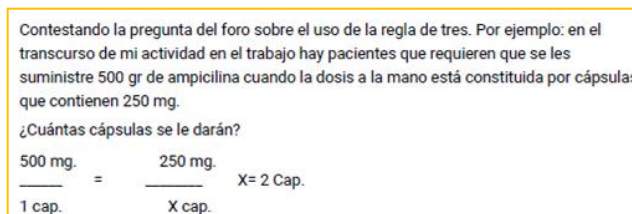


Figura 4.26. Ejemplo de planteamiento incorrecto.

Una estudiante utilizó la proporción directa para resolver un problema de proporción inversa. La estudiante no se percató del error y comparte el ejercicio en el foro (véase figura 4.27). A esta estudiante la facilitadora le planteó preguntas para que reflexionara si la solución del problema era o no

correcta, la respuesta que dio la estudiante es que se apoyó del video “Razones y proporciones ¿qué es una razón y una proporción?” (Disponible en <https://youtu.be/U0QmRW8N4ag>) en donde explican un ejemplo muy parecido al que ella plantea por eso cree que la respuesta es correcta. Al acceder al enlace que comenta la estudiante, se encuentra que el autor del video explica qué es una proporción y resuelve ejemplos (el último ejemplo que el expositor resuelve es el que aparece en la figura 4.28). El detalle que se encuentra en el video es que el expositor resuelve el ejercicio de proporción inversa como si fuera de proporción directa, el mismo error que comete la estudiante (véase figura 4.27).

Hola, buenos días.
 Dos yantas están unidas por una cuerda. La primera tiene un radio de 55 cm y la segunda de 85 cm. Cuando la primera ha dado 400 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?
 55 cm - 400 vueltas
 85 cm - x vueltas
 $85 * 400 \text{ entre } 55 = 619 \text{ vueltas.}$
 Buen día.

Figura 4.27. Utilizan la proporción directa en un problema de proporción inversa.

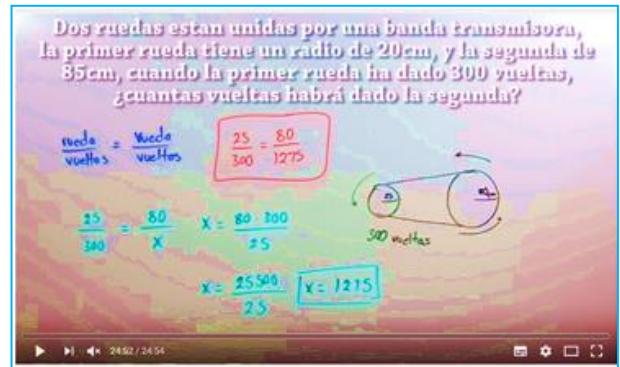


Figura 4.28. Video consultado por la estudiante.

En la figura 4.29 la pregunta que el estudiante plantea es: ¿cuántas partes de cada sabor corresponde en 9 pasteles? La estudiante contesta que 27 kg de sabor chocolate, 27 kg de sabor vainilla y 18 kg de sabor fresa, después aplica una proporción directa para obtener el porcentaje de cada uno de los sabores y a estos últimos resultados los etiqueta como respuesta, pero en ningún momento menciona que lo obtenido es el porcentaje de la parte correspondiente por cada sabor. En ejemplos como este y como el de la figura 4.27, se exhibe que el estudiante no comprende realmente lo que está haciendo, ni tiene claridad en los procedimientos que sigue para llegar a las respuestas, lo único que hacen es seguir un algoritmo o realizar operaciones sin sentido. Se presentaron tres casos en donde los estudiantes plantean problemas donde los resultados no son exactos y según el contexto del problema estos no tienen sentido; sin embargo, ellos argumentan e intentan emitir una respuesta (véase figura 4.30).

hola compañeros que tengan bonita noche esta es mi explicacion.
 si un pastel napolitano de 8 kg tiene tres partes de distintos sabres 3 partes del pastel es de chocolate otra es la 3 parte de vainilla y por ultimo una 2 partes es de fresa puantaas partes de cada sabor corresponde si me pidieron 9 pasteles?
 si por los 9 pasteles son 72 kg
 y del sabor de chocolate y vainilla son 27 kg de c/u y de la de fresa son 18 kg al sumar salen los 72 kg en total 'por los 9 pasteles.
 100-72 100-72
 X- 27 x-18
 R: 37.5 R: 25
 espero y me aya dado a entender gracias por su atencion.

Figura 4.29. Ejemplo de problema.

Ok. Una perra en su primera camada tuvo 8 cachorritos, 5 hembras y 3 machos. Siguiendo este patron de la camada cuantos hembras habra en la segunda camada si esta vez la perra dará 10 cachorros?
 Solucion.
 Solucion. En la primera camada hubo 5 hembras y 3 machos, en un total de 8 cachorros. Entonces 5 hembras es a 8 cachorros como x hembras es a 10 cachorros. Aplicando la regla de 3 directa, $(5)(10)=50$ y $50/8=6.25$ hembras. Solo que no puede existir un cuarto de cachorro, verdad. Los mas logico sería 6 hembras y 4 machos en la segunda camada de 10 cachorros. La regla de 3 directo o inversa más no se ajusta a esta logica humana. Como si las matemáticas no es muy viable en cuestiones de la vida, pues no contempla que en la vida no cabe fracciones de ella, o es un todo o es nada. Muchos menos podrá las matematicas figurar en los sentimientos humanos.

Figura 4.30. Ejemplo de aproximaciones.

En el foro de clase de esta semana participaron 51 estudiantes. Se solicita que los estudiantes respondan: ¿cómo ha sido tu experiencia con el aprendizaje de las matemáticas en niveles educativos anteriores?, menciona dos aspectos positivos del aprendizaje obtenido en esta primera unidad y ¿por qué consideras importante aprender matemáticas? De las respuestas se identifica que a 18 estudiantes sí les gustan las matemáticas, 18 señalaron que no les gustan y 15 no contestaron. 43 estudiantes consideran que las matemáticas son necesarias para el uso diario, los ejemplos que emiten van desde las compras diarias hasta el uso en el ámbito profesional.

25 estudiantes comentaron que las matemáticas son muy complicadas y que por eso se les dificultan; de estos estudiantes, 2 han informado que tienen problemas de aprendizaje. Para 19 estudiantes las matemáticas son fáciles y para 2 las matemáticas son su materia favorita. Las ideas compartidas en este foro exhiben diferentes creencias de los estudiantes hacia las matemáticas, sin embargo, las más frecuentes son las que se relacionan directamente con la práctica docente. Por ejemplo:

- Mencionan que gran parte de la problemática que han tenido con el estudio de las matemáticas se debe a que los profesores no explican bien y cuando les han dado clases sólo se limitan a explicar y escribir en el pizarrón, además de que cuando tuvieron dudas se guardaron los comentarios para no ser parte de las burlas de sus compañeros (para un ejemplo véase figura 4.31).

Buenas tardes compañeros
¿Cómo ha sido tu experiencia con el aprendizaje de las matemáticas en niveles educativos anteriores?
R= La verdad nunca me han gustado las matemáticas aunque antes era bueno y en mis antiguas escuelas explicaban muy bien a excepción de cuando llegue a vivir [redacted] [redacted] Aquí en [redacted] a educación no es muy buena y los maestros solo se la pasaban sentados en su escritorio jugando con los alumnos o viendo su computadora y rara vez nos ponían a hacer ejercicios en Matemáticas pero nos decían que copiáramos lo del pizarrón y no nos decían como hacerlas o de donde sacabas el resultado :v , además de que no me gustaba ir a las escuelas de aquí porque todos mis compañeros y compañeras me hacían Bullying por la razón de que soy [redacted] y prácticamente no ponía mucha atención por andarme cuidando de que no me fueran a hacer algo...
 Saludos!!!

Figura 4.31. Comentario compartiendo experiencias en otras instituciones.

En mi primera participación mencioné que las matemáticas se me han dificultado un poco, sin embargo a raíz que estoy tomando el curso de MOOC me he dado cuenta que para mi la parte visual me ha ayudado mucho, quiero decir con esto que he visto los videos de este módulo una y otra vez, y varias de mis dudas las he aclarado, creo que en la escuela tradicional hubiera sido difícil que el maestro me hubiera explicado tantas veces.
 Saludos

Figura 4.32. Comentario de estudiante mencionando por qué le gustan los videos.

- Los profesores no hacen que las clases sean divertidas e interesantes.
- Al no entenderle al profesor, se vieron en la necesidad de recurrir a asesores externos para poder comprender los temas.
- Los problemas que se exponen en la clase no se ocupan en la vida real.

Los estudiantes comentan que de los materiales disponibles en la plataforma, los que mejor se acomodan a sus necesidades son los videos (no enfatizan en alguno en especial). Debido a que en ellos se explican muy bien los temas, además, una de las ventajas de éstos es que pueden repetirlos las veces que sean necesarias y eso facilita su aprendizaje (véase figura 4.32, el MOOC al que se refiere la

estudiante se llama Aprender a aprender). Tres estudiantes comentan que dos aspectos positivos del aprendizaje adquirido en la semana de trabajo fueron las explicaciones de los temas y la confianza que les muestra la facilitadora o tutor cada vez que tienen dudas o problemas con las actividades.

Comentarios:

- El foro de clase permitió que los estudiantes reflexionaran que el estudio de las matemáticas es importante para la vida y la actividad profesional, algunos pudieron valorarla como una disciplina sensible, útil y necesaria en la toma de decisiones en esta sociedad, por el contrario, otros comentaron que sólo la necesitan las personas que van a estudiar alguna carrera de ingeniería.
- Todos los estudiantes que participaron en el foro, escribieron el problema, los procedimientos que les permitieron llegar a la solución y especifican qué tipo de proporción están utilizando. En algunos casos los estudiantes utilizan tablas para organizar los procedimientos. La mayoría de las réplicas de los estudiantes se enfocan a mencionar si el problema resuelto por sus compañeros es correcto o no y mencionar el tipo de proporción en los casos donde los compañeros omitieron mencionarlo.
- En ambos foros sobresale la participación de 8 estudiantes quienes procuran atender las indicaciones de la forma de trabajo, el resto evidencia que sólo participa por obtener una calificación.

4.3 De la semana 2

En esta semana, los recursos, ejercicios y actividades abordan los primeros tres temas de la Unidad II: lenguaje común a lenguaje algebraico y viceversa, expresiones algebraicas (términos semejantes, clasificación, grado y valor numérico de las expresiones algebraicas,) y operaciones básicas con polinomios (suma, resta, multiplicación y división). Se disponen de 24 recursos, 12 recursos de contenido (5 documentos en pdf, 2 videos, 3 infografías, 1 página de internet y 1 presentación) y 12 recursos con ejercicios (11 documentos en Word y 1 en pdf).

De los 5 documentos en pdf, 4 se enfocan a mencionar en qué consiste la suma, resta, multiplicación y división de polinomios; proporciona ejemplos de cómo resolver las operaciones, enfatizando en la importancia de identificar y simplificar los términos semejantes en las expresiones algebraicas. En otro documento en pdf, se presenta un ejemplo en donde se evalúan expresiones algebraicas para obtener el valor numérico, se suman y multiplican polinomios para obtener las expresiones solicitadas (véase imagen 4.33a), el ejemplo se desarrolla paso a paso y se muestran las respuestas. Algo que llama la atención, es que el planteamiento del problema es idéntico al ejercicio

que se pide resolver en la actividad 5 (véase actividad 5 en Apéndice D), la idea de fondo es la misma, sólo cambian las expresiones algebraicas y los valores para los cuáles se deben obtener los costos.

De los dos videos disponibles, el primero muestra la definición de término algebraico y cómo identificar cada uno de los elementos de las expresiones algebraicas; el segundo, desarrolla paso a paso cómo convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico una situación particular, hasta llegar a la expresión que modela tal situación. El ejercicio desarrollado en el segundo video es similar a los expuestos en las dos actividades integradoras a desarrollar en esta semana (véanse figura 4.33.b, actividades 3 y 4 en el Apéndice D).

a)

1. En una empresa de suplementos alimenticios, el precio de un multivitamínico depende de la demanda en el mercado, suponiendo que p es el precio del multivitamínico, se mide en \$ y la letra x es el número de multivitamínicos que se venderán.

Si el precio está determinado por la expresión $p=300-10x$ y el costo de producción de los multivitamínicos se puede calcular con la expresión $C=50x+100$, encuentra lo siguiente:

- Una expresión algebraica para calcular el **ingreso** de la empresa, I (el ingreso se encuentra multiplicando el número de multivitamínicos que se venderán por su precio)
- Una expresión algebraica para calcular las **ganancias** de la empresa, G (las ganancias se obtiene restando los ingresos menos los costos).
- Si se venden 10 multivitamínicos, calcula el precio de cada uno, el ingreso que genera la fábrica, los costos y las ganancias de la misma.

b)

La inversión se puede calcular como:

$$300(p)+500(2P)+200(B)+900\left(\frac{B}{3}\right)$$

Simplificando

$$300P + 1000P + 200B + 300B$$

$$1300P + 500B$$

Expresión algebraica

Figura 4.33. a. Planteamiento del problema del recurso R27. b. Cortos de video del recurso R17. Tomados de los recursos de la semana 2.

En las infografías se muestran ejemplos de cómo identificar: el signo, coeficiente numérico, variables y exponentes en las expresiones algebraicas. También se muestran ejemplos de términos semejantes, ejemplos para expresar el área de un cuadrado, triángulo y circunferencia, la definición de grado de una expresión algebraica y un ejemplo de cómo identificar los grados. Y se proporciona la definición de polinomio, cómo se expresan y las operaciones básicas que se pueden realizar con ellos. En la página, se muestran ejemplos de cómo se leen las expresiones algebraicas e identificar cada uno de sus elementos (variable, exponente y operaciones involucradas), ejemplos para calcular el valor numérico de una expresión algebraica. Por último, en la presentación se muestra la definición y ejemplos de monomios, binomios, trinomios y polinomios. En todos estos recursos, sobresalen reglas y procedimientos algorítmicos a seguir. En los ejercicios los estudiantes tienen que desarrollar operaciones (suma, resta, multiplicación y división) con polinomios, simplificar términos semejantes, encontrar el valor numérico de expresiones algebraicas y encontrar expresiones algebraicas que representen las oraciones dadas (convertir del lenguaje común al algebraico).

Término algebraico	Término algebraico	¿Son semejantes? Sí o No
$-4x^2y^5$	$3x^2y^5$	
m^2n	$7mn$	
$6a^3b^2$	$-2a^3b^3$	
$-9x^3$	$9x^2$	

Figura 4.34. Ejemplo de ejercicio (véase recurso E18 en Apéndice E).

4.3.1 Resumen de los resultados de la Actividad 3 y 4

En estas dos actividades el estudiante tiene que realizar esencialmente lo mismo: identificar los datos del problema para plantear una expresión algebraica que modele la situación planteada. Para ello necesita identificar las incógnitas (las letras ya están dadas), convertir del lenguaje común al algebraico las condiciones del problema y seguir los procedimientos algorítmicos (multiplicar expresiones algebraicas, reducir términos semejantes), y por último justificar porqué considera que la respuesta obtenida es la correcta. Los *recursos* evidenciados en estas dos actividades son hechos, definiciones y procedimientos algorítmicos.

Planteamiento del problema de la Actividad 3	Planteamiento del problema de la Actividad 4
<p>Considera el huracán <i>Odile</i> que sucedió en septiembre de 2014 en el norte de nuestro país, a partir de la situación que se dio, los costos promedio para recuperar el estado de bienestar de la población fue el siguiente:</p> <p>Personas...\$1,000 Hospitalizado...\$9,000 Damnificado...\$8,000 Casa...\$50,000</p> <p>Si en esa población, se considera que hubo el triple de damnificados que de hospitalizados, y que en cada casa había 5 personas que necesitaban ayuda. Escribe y resuelve la expresión algebraica que permita calcular el costo de la ayuda a la población en términos de D y P. Si le llamamos D al número de damnificados y P a las personas de las casas.</p>	<p>Miriam, Olga, Gaby y Edith se cooperarán para contratar un autobús de pasajeros para ir de vacaciones. Ellas llevarán invitados según la siguiente información: Miriam llevará el doble que Olga y Gaby llevará la tercera parte que Edith. Los boletos tienen diferentes precios debido a ciertas comodidades y seguros de la empresa de transportación. A saber:</p> <p>Boletos de Miriam = \$ 500 Boletos de Olga = \$ 400 Boletos de Gaby = \$ 300 Boletos de Edith = \$ 200</p> <p>Considerando X como el número de boletos de Miriam y a Y como el número de boletos para Edith, Escribe y resuelve la expresión algebraica que permita calcular la cooperación total en términos de las variables X y Y.</p>

Como la esencia de las actividades es la misma: convertir al lenguaje algebraico y encontrar la expresión algebraica; las dificultades de los estudiantes al encontrar la expresión algebraica así como las estrategias de solución fueron similares. A continuación se enlistan los resultados más relevantes:

- En las dos actividades, los estudiantes mostraron dificultad para comprender las condiciones del problema e identificar las incógnitas a buscar. Confunden las incógnitas con las cantidades asociadas (pesos). Incluso, un estudiante comentó que la actividad podría estar mal planteada, después de recibir una explicación y aclaración de sus dudas, pudo entregar la actividad sin errores.
- En 16 estudiantes se identificaron dificultades para multiplicar números racionales y simplificar términos semejantes en ambas actividades.
- Cuatro estudiantes resolvieron la actividad 3 y 4 para casos particulares, suponían un número fijo para las incógnitas y así calcularon el monto final del costo para recuperar el estado de bienestar de la población, en lugar de obtener la expresión algebraica. Inclusive, algunos estudiantes investigaron el número de personas que realmente se vieron afectados en la vida real por el huracán Odile y con ello resolvieron el problema, o investigaron la capacidad de pasajeros para diferentes tipos de camiones. A los estudiantes que presentaron este tipo de problemas se les envió retroalimentación indicando que era necesario que resolvieran la actividad tomando en

cuenta las condiciones del problema, desafortunadamente no atendieron la indicación y ninguno mandó segundas versiones de la actividad.

- El uso de los casos particulares fue aprovechado por dos estudiantes, que a partir de éstos lograron encontrar los términos algebraicos necesarios para resolver las dos actividades (actividad 3 y 4). Estos mismos estudiantes no admiten como respuesta correcta una expresión algebraica con varios términos; realizan operaciones para simplificar términos (aunque éstos no son semejantes) hasta llegar al resultado con una sola expresión (véase figura 4.35).
- Tres estudiantes cambiaron una de las condiciones del problema en ambas actividades. Por ejemplo, en el planteamiento de la actividad 4 se menciona que “hubo el triple de damnificados que de hospitalizados y que en cada casa había 5 personas que necesitaban ayuda”, pero los estudiantes representaron “hubo el triple de hospitalizados que damnificados y por cada persona había 5 casas”. La indicación en la actividad 4 fue “Miriam llevará el doble que Olga y Gaby llevará la tercera parte que Edith y la letra X representa el número de boletos de Miriam”, los estudiantes cambiaron a X la cantidad de boletos de Olga y representaron la cantidad de boletos de Miriam con $2X$. Algo que resulta totalmente raro es que los estudiantes no tuvieron problemas para plantear las expresiones algebraicas que representan el número de boletos de Gaby y de Edith; la condición era “Gaby llevará la tercera parte que Edith”.

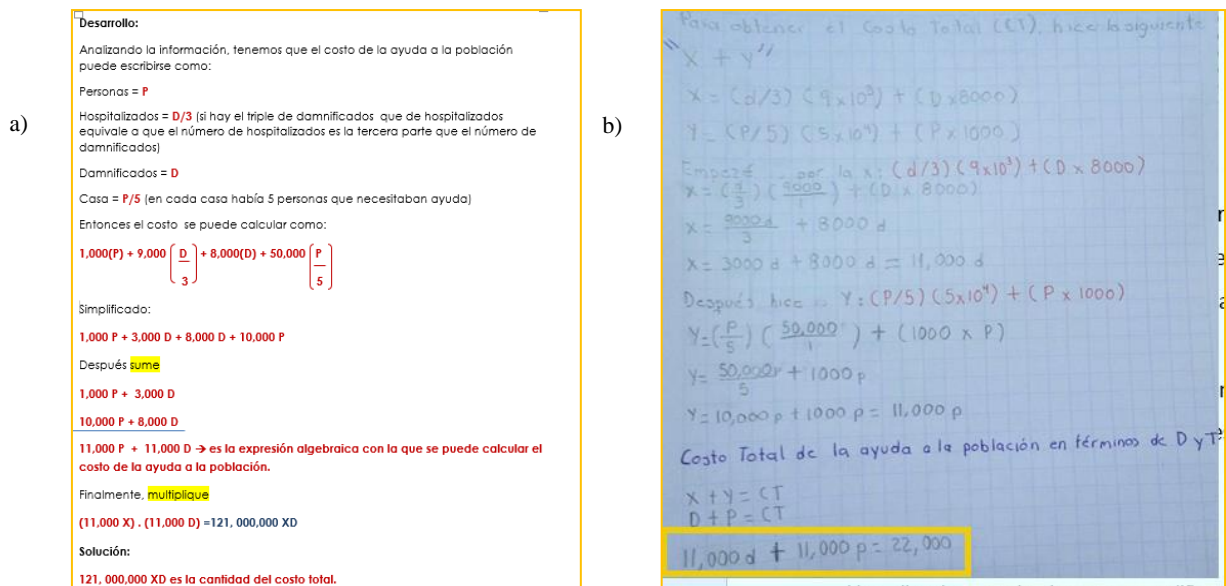
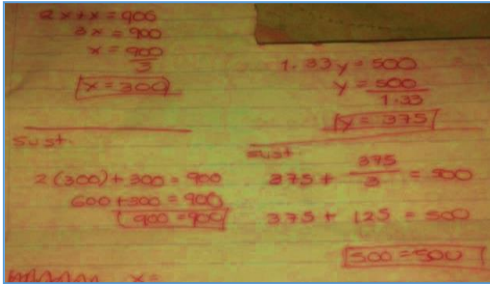


Figura 4.35. Resistencia a emitir expresiones algebraicas con más de un término como respuesta.

- 11 estudiantes realizan operaciones o siguen procedimientos que no tienen sentido con el planteamiento o con las condiciones del problema de la actividad 4, por ejemplo, un estudiante plantea dos ecuaciones lineales con una incógnita y con ellas realizan operaciones y presuntamente encuentra la respuesta. En la figura 4.36 se muestra como la estudiante iguala el

número de boletos con la suma del costo de dos boletos, decide sumar el costo de los boletos de Miriam y Olga para plantear la expresión $2x + x = 900$ y obtener $x = 300$, de igual forma suma el costo de los boletos de Edith y Gaby obteniendo la expresión $1.33y = 500$ llegando a $y = 375$. Después, realiza las comprobaciones de sus operaciones y en la parte de solución menciona que la respuesta correcta es \$500.00. Este es un ejemplo de que el estudiante no comprende lo que el problema le solicita y más aún no comprende el concepto de igualdad.



Solución:

La respuesta es \$500.00 de la cooperación total, lo primero que hice fue sacar lo que costaba la X y la Y, Para eso hice 2 divisiones de las cantidades de Miriam y Edith, y me dio como resultado $x = 300$ $y = 375$, después de eso solo sustituí la variable por la cantidad y así pude llegar a el total que es la solución.

Figura 4.36. Confusión con el número de boletos y los precios.

- Dos estudiantes escribieron un comentario al final de sus actividades diciendo no saber si la respuesta encontrada era correcta o no (véase figura 4.37).

Desarrollo:

$500x + 400x + 300y + 200y = ?$ (Buscar expresión algebraica)

$2x =$ Olga (Miriam llevara el doble que Olga)

$y = 1/3$ (Gaby llevara la tercera parte que Edith)

$500(2x) + 400(x) + 300(y) + 200(y/3)$

↓

Multiplico el quinientos por el dos $\frac{200}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{200}{3}$

↓

$1000x + 400x + 300y + 66y$

$1400x + 366y$ (cooperación total en términos de las variables X y Y)

Obtuve este resultado sumando las equis o sea mil más cuatrocientos y las yes o sea trecientos más sesenta y seis.

Solución:

Realmente no sé si el resultado sea el correcto ya que me confundí bastante, pero analizando bien el problema de esta actividad no fue tan difícil. Para realizar este problema hice el mismo procedimiento de la actividad anterior, arme la expresión algebraica y de ahí me guie hasta obtener el resultado de la cooperación total en términos X y Y.

Figura 4.37. Un estudiante comunica no estar seguro de los resultados obtenidos.

Comentario: Con esto se evidencia que los estudiantes sólo siguen algoritmos y no comprenden lo que hacen, no hay interpretación, justificación o validación de la solución (NCTM, 2009), también se encuentra ausente la etapa volver atrás: una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla, que según Polya (1965) y Santos-Trigo (2014b) son fundamentales cuando se resuelven problemas.

En la tabla 4.3 se muestra un resumen de las participaciones de los estudiantes en las actividades 3 y 4, así como las formas de razonamiento exhibidas. De estos resultados se concluye que la mayoría de los estudiantes no se toman con seriedad la justificación de las actividades, sólo mencionan que las respuestas y procedimientos a los que llegaron son correctos porque se guiaron de videos o de

ejercicios resueltos. Cuando los estudiantes obtienen una calificación aprobatoria, deciden ya no enviar segundas versiones para la mejora de las actividades.

Tabla 4.3. Resumen de las formas de razonamiento exhibidas por los estudiantes en las actividades 3 y 4.

	Actividad 3	Actividad 4
De las retroalimentaciones	<ul style="list-style-type: none"> • 40 estudiantes entregaron una única versión de la actividad. • 9 estudiantes mandaron dos versiones de la actividad, corrigiendo los errores cometidos y atendiendo las sugerencias de mejora que les proporcionó la facilitadora. • 1 estudiante mandó tres versiones de la actividad debido a que las calificaciones obtenidas no les satisfacían. 	<ul style="list-style-type: none"> • 41 estudiantes sólo enviaron una versión de la actividad. • Siete estudiantes entregaron dos versiones de la actividad, atendiendo la totalidad de las sugerencias de mejora. • Un estudiante entregó tres versiones de la actividad, debido a que en la segunda versión mostró dificultades para encontrar la expresión algebraica solicitada.
Formas de razonamiento	<p>Analizar un problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tres estudiantes no comprendieron los problemas y los resolvieron inventando datos, no identificaron los conceptos matemáticos pertinentes: expresiones algebraicas y simplificación de términos semejantes. 	
	<p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> • 46 estudiantes incluyeron procedimientos en la actividad y cuatro estudiantes los omitieron, sólo presentaron la respuesta final. De estos estudiantes sólo 20 encontraron la respuesta correcta, el resto de los estudiantes obtuvieron parcialmente la expresión algebraica. • Para obtener la expresión algebraica se debían obtener expresiones para cada una de las incógnitas (damnificados, hospitalizados, personas y casas) sólo dos estudiantes obtuvieron de forma correcta una expresión algebraica, nueve estudiantes lograron obtener dos, 2 estudiantes expresaron de forma correcta tres expresiones, 22 estudiantes pudieron plantear las cuatro expresiones algebraicas y 11 estudiantes no lograron encontrar ninguna de las cuatro expresiones. • 44 estudiantes incluyeron las unidades de pesos y/o personas para poder integrar la expresión algebraica que representa el costo. • En 38 actividades los estudiantes asignaron las letras indicadas para cada una de las incógnitas y el resto resolvió casos particulares o decidieron utilizar las letras x y y para representar las incógnitas. <p>Al reflexionar sobre la solución al problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • 31 estudiantes elaboraron la justificación de por qué la expresión algebraica que encontraron es la correcta, aquí la mayoría de los estudiantes sólo se dedicaron a narrar las condiciones del problema y los procedimientos que siguieron. Algunos estudiantes escribieron en la justificación que la respuesta era correcta, porque los resultados que obtuvieron son correctos, debido a que siguieron paso a paso los procedimientos explicados en los videos disponibles en la plataforma, los que sus compañeros compartían o los de las sesiones con la facilitadora. 	<p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Todos los estudiantes incluyeron procedimientos en la actividad., sin embargo, sólo 28 estudiantes lograron entregar la actividad con la respuesta correcta, el resto de los estudiantes obtuvieron parcialmente la expresión algebraica, resolvieron casos particulares o simplificaron de forma incorrecta. • Tomando en cuenta que para obtener la expresión algebraica se debían obtener expresiones algebraicas para cada una de las incógnitas (costo por el número de boletos de Miriam, Olga, Edith y Gaby), ocho estudiantes obtuvieron de forma correcta dos expresiones algebraicas, dos estudiantes lograron obtener tres, 33 estudiantes expresaron de forma tres y seis estudiantes no pudieron plantear ninguna de las cuatro expresiones algebraicas. • 46 estudiantes incluyeron las unidades de pesos para poder integrar la expresión algebraica que representa el costo del viaje. • En 44 actividades los estudiantes asignaron las letras indicadas para cada una de las incógnitas y el resto resolvió casos particulares o decidieron utilizar las letras M, O, E y G para representar las incógnitas. <p>Al reflexionar sobre la solución al problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • 37 estudiantes elaboraron la justificación de por qué la expresión algebraica que encontraron era la correcta; sin embargo, las justificaciones consistieron en narrar cómo convirtieron el lenguaje verbal al algebraico, qué operaciones realizaron, o simplemente a decir que la respuesta era la correcta porque habían hecho todo de forma correcta, otros mencionaron que vieron el video de la sesión con la facilitadora o de facilitadores de otros grupos y siguieron todos los pasos.

4.3.2 Resumen de los foros

En el foro de clase sólo participaron 38 estudiantes. Se planteó la pregunta, ¿qué elementos consideras importantes retomar de los planteamientos que se hacen en cada actividad para llegar a la solución de cada una de ellas? En los comentarios de los estudiantes se observa que los tres elementos que consideran más importantes para resolver los problemas son: las instrucciones, las condiciones y los datos del problema. Y en los que no prestan atención son: las comprobaciones, justificaciones y razonamiento de las respuestas, la consulta de fuentes externas de la plataforma y la solución de ejercicios extras a los solicitados (véase tabla 4.4).

Las preguntas del foro de debate fueron: ¿cuáles fueron las dificultades que tuviste al realizar las actividades integradoras de la semana? Y ¿cuáles fueron los factores que te facilitaron realizar las actividades integradoras de la semana? Las dificultades que sobresalen son comprender el problema y traducir del lenguaje verbal al algebraico. Respecto a los factores que les ayudaron a los estudiantes a resolver las actividades, se encuentran el apoyo de la facilitadora, los recursos y materiales disponibles en la plataforma (véase tabla 4.4). Aparentemente, aunque los estudiantes no siempre pueden asistir a las sesiones en vivo, se toman el tiempo para revisar los videos que comparte la facilitadora. El apoyo de personas externas, la consulta de material extra como libros, videos, el internet y los conocimientos previos, también estuvieron presentes. En el foro de debate participaron 34 estudiantes, la estudiante que considera que es importante tener una actitud positiva hacia el estudio de las matemáticas, es la que emite el mayor número de comentarios y es la única que intenta moderar el foro en esta semana.

Tabla 4.4. Resumen de los resultados de los foros de la semana 2.

Respuestas de los estudiantes			
Foro de clase	<p><i>Elementos que los estudiantes consideran importantes retomar de los planteamientos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Los datos del problema: 20 estudiantes. • La instrucción de escribir y resolver la actividad considerando las letras dadas para las incógnitas: 19 estudiantes. • Leer muy bien el planteamiento del problema hasta entenderle y comprender lo que solicita: 15 estudiantes. • Revisar los materiales disponibles en la plataforma (guías, videos y ejemplos): 6 estudiantes. • Asistir a las sesiones de la facilitadora, leer las indicaciones que manda por mensajes y preguntar cada vez que tengan dudas: 5 estudiantes. • Traducir del lenguaje verbal al algebraico: 5 estudiantes. • Realizar de forma correcta todas las operaciones hasta llegar a la respuesta: 5 estudiantes. • Practicar con ejercicios parecidos para recordar el procedimiento a seguir: 4 estudiantes. • Tomar apuntes y/o consultar libros y/o consultar videos en internet: 4 estudiantes. • Comprobar y justificar por qué la respuesta es la correcta: 2 estudiantes. • Razonar y utilizar la lógica: 1 estudiante. 		
Foro de debate	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="vertical-align: top; width: 50%;"> <p><i>Dificultades de los estudiantes:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Pasar del lenguaje común al algebraico: 12 estudiantes. • Comprender el problema: 12 estudiantes. • Las matemáticas son muy difíciles o se les complican: 6 estudiantes. • Realizar los procedimientos u operaciones: 5 estudiantes. • Los problemas no están bien explicados y/o consideran que le hacen falta datos: 4 estudiantes. • 4 estudiantes: no especifican • 1 estudiante: no tuvo dificultades </td> <td style="vertical-align: top; width: 50%;"> <p><i>Factores que les facilitaron realizar las actividades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La facilitadora (sesiones o videos de las sesiones, ejemplos y despejar dudas): 13 estudiantes. • Recursos y materiales disponibles en la plataforma: 12 estudiantes. • Videos consultados en YouTube: 5 estudiantes. • Los videos disponibles en la plataforma, buscar en libros de matemáticas, la lógica, y leer y analizar los problemas: 3 estudiantes. • Los conocimientos previos, personas externas y el internet: 2 estudiantes. • Actitud positiva para resolver los problemas: 1 estudiante. </td> </tr> </table>	<p><i>Dificultades de los estudiantes:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Pasar del lenguaje común al algebraico: 12 estudiantes. • Comprender el problema: 12 estudiantes. • Las matemáticas son muy difíciles o se les complican: 6 estudiantes. • Realizar los procedimientos u operaciones: 5 estudiantes. • Los problemas no están bien explicados y/o consideran que le hacen falta datos: 4 estudiantes. • 4 estudiantes: no especifican • 1 estudiante: no tuvo dificultades 	<p><i>Factores que les facilitaron realizar las actividades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La facilitadora (sesiones o videos de las sesiones, ejemplos y despejar dudas): 13 estudiantes. • Recursos y materiales disponibles en la plataforma: 12 estudiantes. • Videos consultados en YouTube: 5 estudiantes. • Los videos disponibles en la plataforma, buscar en libros de matemáticas, la lógica, y leer y analizar los problemas: 3 estudiantes. • Los conocimientos previos, personas externas y el internet: 2 estudiantes. • Actitud positiva para resolver los problemas: 1 estudiante.
<p><i>Dificultades de los estudiantes:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Pasar del lenguaje común al algebraico: 12 estudiantes. • Comprender el problema: 12 estudiantes. • Las matemáticas son muy difíciles o se les complican: 6 estudiantes. • Realizar los procedimientos u operaciones: 5 estudiantes. • Los problemas no están bien explicados y/o consideran que le hacen falta datos: 4 estudiantes. • 4 estudiantes: no especifican • 1 estudiante: no tuvo dificultades 	<p><i>Factores que les facilitaron realizar las actividades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La facilitadora (sesiones o videos de las sesiones, ejemplos y despejar dudas): 13 estudiantes. • Recursos y materiales disponibles en la plataforma: 12 estudiantes. • Videos consultados en YouTube: 5 estudiantes. • Los videos disponibles en la plataforma, buscar en libros de matemáticas, la lógica, y leer y analizar los problemas: 3 estudiantes. • Los conocimientos previos, personas externas y el internet: 2 estudiantes. • Actitud positiva para resolver los problemas: 1 estudiante. 		

4.4 De la semana 3

De los 15 recursos que se presentan en la semana, 10 son videos, de los cuales siete muestran ejemplos de los procedimientos algorítmicos para factorizar polinomios (disponibles en el canal de YouTube de Hernan Puentes) y los tres restantes muestran ejemplos de casos para resolver ecuaciones lineales (los videos se alojan en el canal de YouTube Tareasplus). En los documentos en pdf, se presentan ejemplos de cómo plantear y resolver ecuaciones lineales y las propiedades de la igualdad; en las infografías, se muestran métodos y ejemplos de factorizar números enteros y polinomios; en la presentación, se define a la ecuación, sus elementos, tipos de ecuaciones y ecuaciones de una variable.

En los videos de métodos de factorización, el expositor desarrolla paso a paso cada ejercicio, comenta el método a utilizar y desarrolla cada una de las operaciones (división y multiplicación de expresiones algebraica, simplificación de términos semejantes); al finalizar cada video comenta diferentes creencias de lo que para él significa ser un experto en matemáticas o por qué es importante el tema de factorización. Algunos ejemplos son: “para volverse un experto en matemáticas debes practicar y practicar”, “hacer muchos ejercicios de los temas porque el tema de factorización es la clave para el álgebra y los temas de cálculo”, “la factorización es un juego muy sencillo y divertido, es un juego divertido y se torna en algo mecánico una vez que se aprende el método”. El autor también abusa del uso del discurso porque menciona que “utilizará un truco matemático: sumar y restar la misma expresión para que no se altere el polinomio”, cuando lo que está haciendo es utilizar la propiedad del neutro aditivo (véanse recursos R39, R40 Y R41 en el Apéndice E).

En el primer video de resolución de ecuaciones lineales, se presenta un ejemplo de cómo resolver una ecuación de primer grado con una variable mediante transposición de términos (despeje), donde el método de transposición consiste en colocar los términos de la variable al lado izquierdo y los términos independientes del lado derecho y realizar las operaciones respectivas. El expositor abusa de las reglas del discurso: “los términos que están sumando pasan restando”, “los términos que están restando pasan sumando”, “cuando los coeficientes están multiplicando pasan dividiendo” y no realiza la comprobación de las respuestas obtenidas. En los dos videos restantes realiza exactamente lo mismo, con dos ejemplos diferentes.

Los estudiantes tuvieron que resolver ejercicios para practicar los métodos vistos: factorizar números enteros, factorizar polinomios para cada uno de los casos y problemas donde se solicita plantear u resolver una ecuación de primer grado con una incógnita. En la figura 4.38 se muestran ejemplos de los ejercicios propuestos para el tema de factorización de polinomios.

Ejercicio 2. Factorización por agrupación de términos
a) Completa la tabla con lo que se pide.

Acción a realizar	$8xy - 4x + 2y - 1$	$9x^2 + 3x + 4y + 12xy$	$-xy - 12x^2 + 12x^2 + y$
1. Agrupa			
2. Factoriza x y y			
3. Extrae el factor común			

Ejercicio 3. Trinomio cuadrado perfecto
a) Llena tabla con la información solicitada.

Polinomio	Ordénalo	Raiz del primer término	Raiz del tercer término	Expresión final
$-30xy + 9y^2 + 25x^2$				
		3x	2y	$(\underline{\quad} - \underline{\quad})^2$
				$(x + y)^2$
	$4x^2 + 20xy + 25y^2$			

Ejercicio 4. Diferencia de cuadrados
a) Llena la siguiente tabla con la información que se solicita.

Diferencia de cuadrados	Raiz del primer término	Raiz del segundo término	Factorización
			$(6 + 5a)(6 - 5a)$
			$(\underline{\quad} + 2a)(5 - \underline{\quad})$
$49x^2 - y^4$	$5x^2$	y	

Figura 4.38. Ejemplos recuperados del recurso E28 Factorización de polinomios.

4.4.1 Resumen de los resultados de la Actividad 5 y 6

Planteamiento del problema de la Actividad 5	Planteamiento del problema de la Actividad 6
<p>En una fábrica de zapatos, el precio de cada par depende de la demanda del modelo, suponiendo que “p” es el precio de cada par de zapatos, se mide en \$; y “x” es el número de pares de zapatos de ese modelo que se venderán, se mide en pares de zapatos. Si el precio de cada par está determinado por la expresión $p=500-2x$ y el costo total de los zapatos es $C= 100x+100$, encuentra lo siguiente:</p> <p>a) Una expresión algebraica para calcular el ingreso de la fábrica, representado por I (El ingreso se encuentra multiplicando el número de pares de zapatos que se venderán por el precio)</p> <p>b) Una expresión algebraica para calcular las ganancias de la fábrica, representado por G (Las ganancias se obtiene restando los ingresos menos los costos)</p> <p>c) Si se venden 100 pares de zapatos, calcula el precio de cada par, el ingreso total que genera la fábrica, además de los costos y ganancias totales de la misma.</p>	<p>Miriam organiza sus gastos de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La cuarta parte de su salario es para alimentos y pagos de su casa. • Un tercio de su salario lo gasta en su auto. • Un quinto lo gasta en entretenimiento. • Lo que le sobra, \$2,600 los ahorra. <p>¿Cuál es el salario de Miriam?</p>

En la actividad 5, el estudiante tiene que encontrar las expresiones algebraicas que modelen la situación expuesta. El planteamiento incluye las indicaciones para que el estudiante sólo realice multiplicaciones, sume de polinomios y evalúe el polinomio para un valor dado. Un ejercicio con la misma finalidad, sólo que con otros números, se presenta resuelto en los recursos de la semana 2 (véase figura 4.33a). En la actividad 6, se solicita al estudiante encontrar el sueldo de Miriam, para ello se le dan condiciones de cómo se gastará el sueldo. A fin de resolver el problema, se debe plantear y resolver una ecuación lineal. Los *recursos* evidenciados por los estudiantes en estas dos actividades fueron procedimientos algorítmicos.

Dentro de las dificultades que presentaron los estudiantes al resolver la actividad 5, se puntualizan las siguientes:

- 5 estudiantes cometen errores al desarrollar el producto de polinomios y al aplicar la regla de los signos para multiplicar.
- 2 estudiantes tuvieron dificultades para realizar restas y multiplicaciones con números enteros, y operaciones con fracciones.
- 2 estudiantes inventaron el número de zapatos que se venden por día, el precio de cada par y el costo de producción.
- 3 estudiantes intercambian el número de zapatos por el costo de cada par de zapatos.
- 12 estudiantes no simplifican de forma correcta los términos semejantes.
- 9 estudiantes cometen errores al multiplicar los polinomios. Se identificó que estos estudiantes no utilizan paréntesis para multiplicar o restar las expresiones algebraicas de más de un término, provocando con ello alterar los resultados.
- 14 estudiantes aplican de forma incorrecta las propiedades de los exponentes. Por ejemplo, al encontrar el valor numérico solicitado en el c), 7 estudiantes desarrollaron la expresión $(100)^2$ como $2(100)=200$.

Las dificultades que se presentaron al resolver la actividad 6 son:

- 10 estudiantes no lograron plantear la ecuación que permite calcular la incógnita (el salario de Miriam), en una segunda versión 4 estudiantes atienden las recomendaciones y logran plantearla.
- Cinco estudiantes suponen que uno de los montos dados (\$2600.00) es el salario de Miriam y con ello obtienen los montos restantes, no realizan la comprobación y no se percatan del error, tampoco atienden los comentarios de la facilitadora para la mejora de la actividad.
- Dos estudiantes que reportan trabajar en equipo, suponen que la suma de los gastos de la persona es igual al monto destinado para su ahorro (\$2600.00).
- Dos estudiantes resuelven la ecuación mezclando las operaciones con fracciones dejando de lado que en la ecuación los dos miembros no deben alterarse; ellos alteran las expresiones iniciales omitiendo las literales. Los estudiantes realizan la comprobación y obtienen una igualdad que no se cumple, aún así no se percatan del error. Se les brinda retroalimentación, pero no envían una segunda versión por tener una agenda de trabajo muy apretada (véase figura 4.39a).
- Cuatro estudiantes prefieren trabajar con números decimales, al convertir las fracciones a decimales no se percatan del margen de error y obtienen una solución aproximada (véase figura 4.39b)

<p>Desarrollo:</p> $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5} - 2600 = 0$ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5} = 2600$ $1/4 + 1/3 = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12} + \frac{1}{5} = \frac{35+12}{60} = \frac{47}{60}$ $\frac{47x}{60} = 2600$ $47x = (2600)(60)$ $47x = 156,000$ $47x = \frac{156,000}{47}$ $x = 3319.87 = 3320$	<p>Comprobación:</p> $\frac{3320}{4} + \frac{3320}{3} + \frac{3320}{5} - 2600 = 0$ $830 + 1.106.66 + 664 - 2600 = 0$ $2,600.66 - 2600 = 0$ <p>0.66 = 0</p> <p>Solución:</p> <p>Alimentos: \$ 830</p> <p>Auto: \$ 1,106.66</p> <p>Entretención: \$ 664</p> <p>Ahorros: \$2600</p> <p>Salario: \$ 2600 + \$2600 = \$ 5,200</p>
---	---

Figura 4.39a. Ejemplo de comprobación incorrecta.

¿Cuál es el salario de Miriam?

\$11,998.15

Solución:

$\frac{1}{4}=0.25$ $1/3=0.33$ $1/5=0.2$

$0.25 + 0.3333 + 0.2 = 0.7833$

$1 - 0.78 = 0.2167 = \$2,600$ que ahorra.

$2,600 / 0.2167 \times 0.25 = 2,999.54 = \frac{1}{4}$

$2,600 / 0.2167 \times 0.3333 = 3,998.98 = 1/3$

$2,600 / 0.2167 \times 0.2 = 2,399.63$

$2,600 + 2,999.54 + 3,998.98 + 2,399.63 = 11,998.15$

Figura 4.39b. Ejemplo de solución aproximada.

En la tabla 4.5 se muestran de forma resumida las formas de razonamiento exhibidas por los estudiantes en las actividades, el número de estudiantes que entregaron las actividades y los que atendieron las recomendaciones de mejora proporcionadas por la facilitadora. De estos datos se observa que en la actividad 6 los estudiantes tuvieron más dificultades, debido a que debían plantear la ecuación y luego resolverla, para ellos resulta más sencillo seguir paso a paso las indicaciones que le permiten obtener las respuestas, como en la actividad 5. Aun así en las segundas versiones de la

actividad 5, se observó que aquellos estudiantes que cometieron errores al desarrollar las expresiones algebraicas prefirieron dejar los resultados indicados como productos (en el b)) o como suma resta de polinomios (en el a)). En estas actividades fue notorio que el estudiantes sólo incluye explicaciones o justificaciones de cómo llegó a las respuestas correctas cuando se le solicita en la actividad, tal es así que en la actividad 5 ningún estudiante incluyó justificaciones de las soluciones.

Tabla 4.5. Resumen de los resultados de las actividades 5 y 6.

	Actividad 5	Actividad 6
De las retroalimentaciones	<ul style="list-style-type: none"> Fueron 49 los estudiantes que entregaron la actividad: 41 entregaron una única versión, siete entregaron dos versiones, un solo estudiante realizó tres versiones y 3 estudiantes no entregaron la actividad. En las segundas versiones de las actividades los estudiantes atendieron los cambios para llegar a las respuestas correctas. 	<ul style="list-style-type: none"> 48 estudiantes entregaron la actividad, 44 enviaron una versión y cuatro dos versiones. En las segundas versiones de las actividades, los estudiantes lograron plantear y resolver la ecuación lineal solicitada.
Formas de razonamiento	<p>Al analizar el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> 48 estudiantes identificaron los conceptos matemáticos y procedimientos necesarios para resolver el problema (operaciones con polinomios y obtener el valor numérico de una expresión algebraica), sin embargo, no todos lo hacen de forma correcta, tal es así que cinco estudiantes no lograron obtener ninguna respuesta correcta en los tres incisos solicitados. <p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> 39 estudiantes identifican las expresiones algebraicas solicitadas en los incisos a) y b), de los cuales 37 simplifican de forma correcta los términos semejantes. 35 estudiantes desarrollan las operaciones algebraicas aplicando de forma correcta las propiedades de los exponentes y la regla de los signos para la multiplicación, el resto prefiere dejarlas indicadas. 42 estudiantes encuentran el valor numérico del c), sustituyendo el valor dado en las expresiones algebraicas $p=500-2x$ y $C=100x+100$. 27 encontraron las respuestas correctas en los tres incisos, 11 reportan las respuestas correctas para dos incisos y seis logran emitir la respuesta correcta para un solo inciso. Sólo 44 estudiantes incluyeron las unidades de pesos en las respuestas. 	<p>Al analizar el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> 10 estudiantes no comprenden el planteamiento y no logran plantear la ecuación para resolver el problema. <p>Implementación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> 47 estudiantes incluyen los procedimientos y organizan la solución, incluyendo los cálculos, las manipulaciones algebraicas y los datos, sin embargo, sólo 42 estudiantes representan de forma correcta el lenguaje verbal al algebraico y de estos sólo 38 plantean la expresión algebraica que representa el salario de la persona. Sólo 34 estudiantes obtienen la respuesta correcta. 2 estudiantes resuelven el problema sin plantear la ecuación, utilizan la regla de tres y las operaciones con fracciones, ambos llegan a la respuesta correcta. 45 estudiantes incluyen las unidades de pesos en su respuesta. <p>Al reflexionar sobre la solución del problema</p> <ul style="list-style-type: none"> 18 estudiantes comprueban y/o escriben una justificación para la solución 1 estudiante comenta que para resolver la actividad se guió del video de una sesión en vivo de una facilitadora de otro grupo.

4.4.2. De los foros de la semana 3

Las preguntas que contestaron los estudiantes en el foro de clase fueron: ¿qué actividad en esta semana fue la más fácil y por qué? ¿Qué elementos te permitieron comprender cuál era el procedimiento a seguir para obtener el resultado? En los resultados se observa que, aunque la instrucción hace referencia a las actividades de la semana 3 fue la más fácil, 13 estudiantes contestaron tomando en cuenta actividades de otras semanas, los cuestionarios y ejercicios o prefirieron no contestar la pregunta. Para 13 estudiantes la actividad más fácil fue la actividad 5 y para 12 lo fue la actividad 6. Dentro de las explicaciones de por qué se les facilitaron las actividades sobresalen: uso de los conocimientos previos aprendidos en la secundaria; la actividad decía paso a paso qué hacer; los ejemplos, los videos y sesiones de la facilitadora muestran ejercicios muy parecidos.

En la tabla 4.6 se muestran todos los elementos que les permitieron a los estudiantes comprender cuál era el procedimiento a seguir para obtener el resultado. De estos resultados se concluye que la

mayoría de los estudiantes prefieren utilizar los materiales disponibles en la plataforma y solicitar ayuda de la facilitadora, aún no han desarrollado la habilidad para consultar en otras fuentes. Aquellos estudiantes que sí consultan fuentes adicionales reportan: la consulta de libros de matemáticas, ayuda de personas externas (ingenieros) y consulta de videos en YouTube (sin especificar canales o enlaces).

Las preguntas que contestaron los estudiantes en este foro de debate fueron: ¿Con qué apoyos solucioné el problema o qué recursos son útiles para comprender los temas de esta unidad? Y ¿Por qué te fueron útiles? Estuvieron activos 34 estudiantes, la mayoría mencionó los recursos que les fueron útiles, pero no especificaron el por qué. Los estudiantes vuelven a comentar que los apoyos que les ayudaron a resolver los problemas fueron: en primer lugar, el apoyo de la facilitadora con los ejemplos que resolvió en las sesiones en vivo, las retroalimentaciones para la mejora de cada una de las actividades y la disposición para aclarar las dudas en el chat de la plataforma o por el correo electrónico. En segundo lugar, se encuentran los recursos y materiales disponibles en la plataforma, en especial el contenido extenso que se presenta en el documento en Pdf (que recopila cada uno de los recursos dispuestos de forma individual en la plataforma) y los recursos “R27. Ejemplo de aplicación de operaciones con polinomios” (véase figura 4.33a) y “R42. Resolución de problemas con ecuación lineal de una variable” (véase figura 4.40) porque incluyen ejemplos parecidos a los ejercicios de las actividades 5 y 6 (para conocer todas las respuestas véase la tabla 4.6).

Ejemplo 1

En tres días un hombre ganó \$185. Si cada día ganó $\frac{3}{4}$ de lo que ganó el día anterior, ¿cuánto ganó en cada uno de los tres días?

- Consideremos a como la cantidad que el hombre ganó el primer día.
- Luego el segundo día ganó $\frac{3}{4}x$.
- el tercer día ganó $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x) = \frac{9}{16}x$.
- Por los tres días ganó $x + \frac{3x}{4} + \frac{9x}{16} = 185$, entonces hay que resolver esta ecuación:

$$16\left(x + \frac{3x}{4} + \frac{9x}{16}\right) = 185 \rightarrow 16x + 12 + 9x = 2960 \rightarrow 37x = 2960 \rightarrow x = \frac{2960}{37} = 80$$

Solución

El primer día ganó \$80, el segundo día ganó $\frac{3}{4}80 = \$60$ y el tercer día ganó $\frac{9}{16}(80) = \$45$

Ejemplo 2

Pedro tenía cierta cantidad de dinero. Gastó \$30 en un libro, y $\frac{3}{4}$ de lo que le sobró lo gastó en ropa. Si le sobraron \$30, ¿cuánto dinero tenía al principio?

Planteamos la ecuación:

Tomemos a la letra como la cantidad de dinero que tenía Pedro. Entonces, si gastó \$30, le sobran -30 , y $34(-30)$ es lo que gastó en ropa, se tiene que:

$$30 + \frac{3(d-30)}{4} + 30 = d$$

La ecuación representa: \$30 que gastó en el libro, más el dinero que gastó en ropa, más el dinero que le sobró, igual a la cantidad de dinero que tenía.

Resolviendo

$$60 + \frac{3(d-30)}{4} = d \rightarrow 4(60 + \frac{3(d-30)}{4}) = 4d \rightarrow 240 + 3d - 90 = 4d$$

$$3d + 150 = 4d \rightarrow 150 = d \leftarrow \text{Solución}$$

En ropa gastó $\frac{3}{4}(150) = \$112.5$.
gastó \$30 y le sobraron \$30.
en total tenía \$172.5

Figura 4.40. Ejemplos que incluye el recurso R42 disponible en la plataforma.

Tabla 4.6. Resultados de las respuestas del foro de clase y de debate de la semana 3.

	Elementos que permitieron comprender cuál era el procedimiento a seguir para obtener el resultado	Número de estudiantes
Foro de clase	Los recursos de la plataforma que explican los temas de los problemas (contenido extenso, pdf y videos)	18
	Ayuda de la facilitadora (sesiones, videos, aclaración de dudas y preguntas)	8
	Ejemplos resueltos en los materiales disponibles en la plataforma	4
	Hacer apuntes y resolver ejercicios parecidos// Leer y comprender el problema// Conocimiento previo	3//3//3
	No necesitó consultar materiales porque les entendió a los problemas// Comprobar y justificar las respuestas// Consultar videos en YouTube// Ayuda de personas externas	2//2//2//2
Foro de	El problema describe las ecuaciones y te dice qué hacer// Consultar libros de matemáticas	1//1
	Recurso o apoyo con los que solucionaron los problemas	Número de estudiantes

debate	Retroalimentaciones, sesiones en vivo y aclaración de dudas por parte de la facilitadora	15
	Documentos disponibles en la plataforma (pdf y contenido extenso)	12
	Videos disponibles en la plataforma// Recursos y materiales de la plataforma	9//9
	Sitios de internet// Personas externas al bachillerato	8//8
	Videos de YouTube	7
	Libros de matemáticas	3
	Apuntes de la secundaria	2
	Conocimientos previos	1

A diferencia de los foros de las dos primeras semanas, en estos foros sobresalen un poco más las consultas a sitios y páginas en internet, la ayuda que las personas (familiares y profesores) les brindaron para poder realizar las actividades y las consultas de videos de YouTube. También se tiene un incremento en la consulta de libros y apuntes de matemáticas. A continuación, se muestran transcriben algunos los comentarios de los estudiantes respondiendo la pregunta: ¿Por qué?

- *Para mí la manera más fácil de aprender o comprender es escribiendo porque así recuerdo las cosas mejor.*
- *Los materiales tienen ejemplos de problemas parecidos a los que se deben resolver en la actividad.*
- *Aunque a veces siento que en las actividades no son muy claras como las instrucciones después de leer y leer y releer ya entiendo y logro resolverlo.*
- *Porque la facilitadora y los videos nos explican paso a paso como debemos de realizar las actividades.*
- *La asesoría de otra persona, en esta parte considero importante comentar que para mí ha sido de mucha ayuda que otra persona me oriente, ya que me tardo demasiado para comprender y analizar los videos, que desde luego si son de gran ayuda.*
- *Todos estos apoyos me fueron de utilidad ya que, indican como se tenía que hacer y resolver los problemas por medio de operaciones con polinomios y ecuaciones lineales, además mis apuntes de la secundaria fueron de mucha ayuda.*

En este foro los estudiantes recomiendan como fuente de consulta los siguientes materiales (para una descripción véase Apéndice F):

- El libro Álgebra de A. Baldor.
- Los sitios de internet: <http://math2me.com/>, <http://www.webmath.com/> y <http://www.tuprepaenvideos.sep.gob.mx/>
- El canal de YouTube Julio Profe: <https://www.youtube.com/user/julioprofe>
- La aplicación gratuita “Tutorial de álgebra” disponible en <https://play.google.com/store/apps/details?id=tuto.riall#?t=W251bGwsMSwxLDIxMiwidHV0by5yaWFsbCJd>.

Los canales de YouTube y la aplicación, muestran al estudiante los procedimientos algorítmicos (regla o el método) que deben seguir para resolver ejercicios algebraicos (operaciones con polinomios y factorización), así como resolver ecuaciones lineales o cuadráticas, sin profundizar o explicar porque

se sigue tal algoritmo o regla. En cambio, el sitio WebMath muestra y explica el procedimiento a seguir para poder llegar a la respuesta y menciona las propiedades que se están utilizando. Este sitio cuenta con diferentes secciones como: matemáticas para todos, diferentes temas de álgebra, geometría, trigonometría y cálculo; también maneja una sesión de matemáticas para el grado K-8 con temas como: números, fracciones, razones, proporciones, entre otros. Cabe señalar que este sitio se encuentra totalmente en inglés (información adaptada Webmath.com, 2016).

4.5 De la semana 4

Los temas que se desarrollan en esta semana fueron sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y ecuación cuadrática. En los recursos se presentan: 2 videos, 1 infografía, 1 página, 4 documentos en pdf y 7 ejercicios. En el primer video, muestran un ejemplo de cómo plantear y resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción, el cual no incluye la comprobación de sus respuestas; en este video se abusa de las reglas del discurso: “si está sumando pasa restando”, “si está multiplicando pasa dividiendo”, refiriéndose a los términos de las ecuaciones. En el segundo video (alojado en el canal de YouTube Math2me), se muestran cinco ejemplos de cómo resolver ecuaciones cuadráticas completas e incompletas por el método de factorización, el expositor realiza los procedimientos algorítmicos abusando de las reglas del discurso como por ejemplo: “si a x^2 le quitas una x , te queda x ”, “si a $3x$ le quitas una x , te queda 3 ”, “si a $6x^2$ le quitas $2x$ te quedan $3x$ ”, “si a $4x$ le quitas $2x$ te queda 2 ”, en todos los casos refiriéndose a que va a dividir el primer término por el segundo. Además de “si está sumando pasa restando”, “si está multiplicando pasa dividiendo”, refiriéndose a las propiedades del inverso aditivo y del inverso multiplicativo. En otros ejemplos el expositor utiliza el método de “la tabla” para poder factorizar las expresiones, que esencialmente consiste en encontrar dos expresiones que multiplicados den el término cuadrático y dos números que multiplicados den el término independiente, además de que al multiplicar los términos de forma cruzada y sumarlos, este resultado debe dar el término lineal.

En la infografía, se define un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y los tipos de soluciones. En la página, se muestran 4 ejemplos de cómo encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática por el método de factorización. En 2 de los documentos en pdf, se presentan 3 ejemplos de cómo resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por los métodos de reducción (suma y resta) y sustitución, todos los ejercicios incluyen la comprobación de la respuesta. En el tercer documento en pdf, se define a la ecuación cuadrática y cuáles son sus elementos. En el cuarto documento, deducen paso a paso la fórmula general, se mencionan los tipos de soluciones que puede tener la ecuación cuadrática cuando el determinante es cero, negativo y positivo, y se muestran 1 ejemplo de cómo se debe utilizar la fórmula general para encontrar las soluciones de la ecuación cuadrática.

En los ejercicios en Word, se presentan ejercicios que consisten en resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por los métodos sustitución y reducción. En algunos casos se solicita que el estudiante plantee las ecuaciones para luego resolverlas. También se proporciona una lista de ecuaciones cuadráticas con posibles respuestas donde el estudiante debe elegir la respuesta correcta, además de un problema para plantear y resolver una ecuación cuadrática, y ejercicios de resolución de ecuaciones cuadráticas por el método de factorización. Para estos ejercicios, se demanda utilizar los métodos o procedimientos algorítmicos indicados, realizar las operaciones con expresiones algebraicas y con números racionales.

En la semana 4, sobresale el ejercicio E34. Ecuaciones cuadráticas (véase Apéndice E) donde solicitan al estudiante encuentre expresiones algebraicas que modelen el comportamiento de una sucesión de figuras con cuadrillos y determinen el número de cuadrillos que tendrá la figura en la octava posición (véase figura 4.41).

Sucesión 2				
Número de figura:	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4 ...
Cantidad de cuadros por figura	2	5	10	17 ...
Expresión algebraica que representa la sucesión 2				

Figura 4.41. Ejemplo de ejercicio del recurso E34. Ecuaciones cuadráticas.

Aquí, los estudiantes deben comprender el comportamiento de los elementos de la serie, identificar el patrón para poder encontrar la ecuación cuadrática y explicar cómo es posible saber el número de cuadros que tiene una figura. La segunda parte del ejercicio, muestra una expresión algebraica de grado dos (con tres términos) y se solicita encontrar una sucesión de figuras que pueda ser representada con la expresión dada, también se pide que identifiquen el número de figura con una cantidad dada de cuadrillos. Los ejercicios propuestos en cada semana cuentan para la calificación y no es obligatorio entregarlos, no hay forma de saber qué formas de razonamiento desarrollaron los estudiantes y que dificultades tuvieron al resolver los ejercicios.

4.5.1 Del proyecto integrador

Para resolver el proyecto integrador, los estudiantes tuvieron que realizar una serie de procedimientos algorítmicos: encontrar dos expresiones algebraicas que permitan obtener la superficie y el volumen de una caja, evaluar las expresiones algebraicas para encontrar el valor numérico, calcular el área para valores dados, plantear y resolver una ecuación cuadrática, calcular el volumen de la caja para valores dados, realizar operaciones con números racionales y realizar conversiones de cm^3 a litros. Para ello los

estudiantes tuvieron que recordar cómo obtener la superficie de una figura rectangular y el volumen de un prisma rectangular.

En esta última actividad el estudiante debe poner en práctica todos los conceptos, procedimientos, competencias y habilidades que ha adquirido durante el Módulo. Con base en las expresiones algebraicas se pide al estudiante que conteste 9 preguntas o incisos (véase Apéndice C para conocer toda la actividad). Los temas involucrados son: operaciones con polinomios, ecuación cuadrática, valor numérico de una expresión algebraica, operaciones con números racionales, proporción directa (conversiones de centímetros cúbicos a litros), implícitamente área de rectángulos y volumen de un prisma rectangular. La actividad se podía entregar en dos tipos de formato, como video o presentación con audios narrando cada uno de los procedimientos que realizaron para llegar a las respuestas correctas.

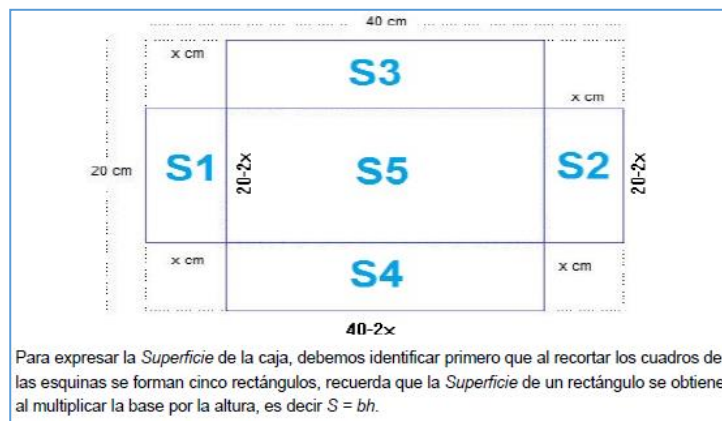


Figura 4.41. La caja de cartón, las dimensiones y cortes. Imagen recuperada del Proyecto Integrador.

Se identificó que en el ejercicio E25. Aplicación de operaciones con polinomios y valor numérico, se solicita al estudiante resolver el mismo ejercicio del proyecto integrador, además en el recurso E26. Cuaderno de prácticas, se muestran las expresiones algebraicas y su desarrollo, es decir, aparecen las expresiones algebraicas para las 4 superficies faltantes, la superficie total y el volumen (véase figura 4.42). 5 estudiantes comentaron que este recurso les ayudó para poder resolver el proyecto integrador.

13. Expresa algebraicamente las otras cuatro superficies:

- $S2 = x(20 - 2x) = 20x - 2x^2$
- $S3 = x(40 - 2x) = 40x - 2x^2$
- $S4 = x(40 - 2x) = 40x - 2x^2$
- $S5 = (40 - 2x)(20 - 2x) = 4x^2 - 120x + 800$

14. Escribe la expresión de la Superficie sumando las cinco expresiones obtenidas anteriormente.

$$S = 4x^2 + 800$$

15. Expresa la expresión algebraica que representa el volumen de la caja:

$$V = S5(x)$$

$$V = 4x^3 - 120x^2 + 800x$$

Figura 4.42. Respuesta del ejercicio E25, recuperado del cuaderno de prácticas de la

De los 52 estudiantes, 10 no entregaron el proyecto. 16 estudiantes realizaron el video, 25 elaboraron presentaciones en PowerPoint y uno no atendió la indicación de los formatos que podía utilizar y entregó la actividad en un archivo en Pdf. Sólo 2 estudiantes mandaron segundas versiones de las actividades, esto se debe a que la gran mayoría de los estudiantes realizó las actividades los fines de semana y no tuvieron tiempo suficiente para poder corregir los errores y atender las sugerencias de mejora para la actividad. Las estudiantes que mandaron segundas versiones atendieron cuestiones de formato, debido a que la actividad la enviaron previamente en editor de textos (Word).

A continuación se señalan las dificultades que presentaron los estudiantes al resolver el proyecto integrador:

- 11 estudiantes no lograron obtener las expresiones algebraicas para el cálculo de la superficie de las 4 partes restantes de la caja, esto se debió a que no utilizaron los paréntesis para representar las multiplicaciones de las expresiones algebraicas y, al desarrollar término por término, lo hicieron de forma incorrecta. Uno de estos estudiantes, calcula la superficie de cada lado de la caja considerando una dimensión; 2 estudiantes, consideran tres dimensiones para calcular la superficie de la base; y un estudiante obtiene dos expresiones algebraicas para el volumen, una de dos dimensiones y otra de tres. Al obtener de forma correcta la expresión algebraica, todas las demás respuestas también son incorrectas.
- 1 estudiante obtienen el volumen de la caja (para la altura de 2 cm) con signo negativo, esto se debe a que desarrolla de forma incorrecta las potencias y no aplica la regla de los signos.
- 4 estudiantes alteran los signos de las expresiones algebraicas, cambiándolos de negativos a positivos y los aparecen y desaparecen a su conveniencia.
- 6 estudiantes simplifican términos semejantes de forma incorrecta, esto se debe a que cometen errores al realizar las operaciones con números enteros de signos diferentes, no atienden la regla de los signos.

40 estudiantes comprendieron de forma general lo que el problema les solicita sin la ayuda de la facilitadora y sólo 2 estudiantes solicitaron ayuda para corroborar sus procedimientos o planteamientos, debido a que no estaban seguras de ellos. En la figura 4.42 se muestran los mensajes mandados por correo electrónico de una de las estudiantes, las primeras preguntas son para cuestionar cómo se deben realizar las multiplicaciones con polinomios. Con la intención de no darle a la estudiante las respuestas, se le pidió que mandara sus avances por el chat de la plataforma (Figura 4.43) y que comentara qué había hecho o hasta dónde había tenido dudas. A pesar de todas las retroalimentaciones que se le dio a la estudiante, en la versión que se le calificó mostró errores para realizar operaciones con números enteros.

Bandeja de entrada

Quisiera saber si ya estoy bien en mis resultados obtenidos para poder hacer lo que me falta del proyecto

Bandeja de entrada

Como puedo resolver esto $(40-2x)(20-2x)(x)$

14:35:

me puede decir si estoy bien la superficie $S5= (40-2x)(20-2x)$
 entonces $S5=800-80x-40x+4x^2$ al cuadrado
 entonces $S= 800+120x^2$ al cuadrado $+4x^2$ al cuadrado
 entonces $S5=800+124x^2$ al cuadrado
 entonces x^2 al cuadrado es $=800-124$
 entonces x^2 al cuadrado es $=676$
 entonces x es igual a $676/2=338$
 entonces la superficie $S5=338$
 y para sacar el volumen es $(S5)(X)$
 que es igual a $(338)(5)$ que es la altura que me dan
 y el volumen es igual $V=1,690\text{cm}^3$
 espero que este bien y me entienda o me corrija para yo corregir

Figura 4.42. Mensajes mandados por el correo electrónico.

Figura 4.43. Parte del historial del chat.

En la figura 4.44 se muestra parte de la conversación que se tuvo por WhatsApp con otra estudiante. A diferencia de la primera estudiante, ésta desde el inicio envió los resultados obtenidos y preguntó si estos eran o no correctos. La conversación con la segunda estudiante fue más fluida, debido a que atiende las preguntas que se le plantean y trata de explicar cómo es que obtiene las expresiones algebraicas. Además, evidencia mayor dominio de los temas y procedimientos algorítmicos a seguir.



Figura 4.44. Parte de la conversación de una estudiante y la facilitadora.

Al implementar una estrategia de solución: 42 estudiantes organizan la solución, incluyendo los cálculos, las manipulaciones algebraicas, y los datos, sin embargo, no todos lo realizan de forma correcta. 31 estudiantes logran determinar las cuatro expresiones algebraicas que determinan la superficie de la caja, los mismos estudiantes encuentran la superficie total y realizan de forma correcta las conversiones de cm^3 a litros. 3 estudiantes logran calcular 3 y 2 expresiones algebraicas para las superficies, 4 estudiantes sólo obtienen una expresión y un estudiante no logra determinar ninguna de las cuatro expresiones, por lo tanto no logran encontrar la expresión de la superficie total y como esta es fundamental para los demás incisos, todos los resultados obtenidos fueron incorrectos. 33 estudiantes determinan la expresión algebraica para obtener el volumen de la caja, de los cuáles 30 pueden encontrar el volumen y la superficie para la altura dada. 28 estudiantes logran plantear y resolver la ecuación cuadrática que permite obtener el valor de la altura de la caja, 1 estudiante dan a

conocer la respuesta comprobando que efectivamente cumple con la ecuación, pero no hay indicios de cómo obtuvieron el valor y 13 estudiantes no realizan este inciso.

Con respecto a las explicaciones de los estudiantes de cómo obtuvieron las respuestas, se enfocan en explicar paso a paso como plantearon las expresiones algebraicas y a partir de eso narran el desarrollo de las operaciones y el cálculo de las respuestas.

4.5.2. De los foros de la semana 4

Las preguntas que se plantearon en este foro de clase fueron, ¿de qué forma llegaste a la solución del planteamiento presentado en el proyecto integrador? Y ¿Cuáles fueron los elementos clave que te permitieron lograrlo? La mayoría de los estudiantes están conscientes de que un punto central para resolver el planteamiento del problema es leer, analizar y comprender el problema, así como consultar los recursos disponibles en la plataforma y pedir ayuda a la facilitadora cada vez que lo necesiten (véase tabla 4.7). Consultar otras fuentes como libros, videos y páginas en internet también han sido recursos externos que les permitieron llegar a la solución del planteamiento. Algo que llama la atención es que sólo un estudiante ha mencionado que comprobar las respuestas es un punto que hay que tomar en cuenta para llegar a las respuestas correctas. En estos comentarios, se centra la atención de los estudiantes en la comprensión del problema, abandonando la visión retrospectiva, en donde el estudiante tiene que verificar y justificar que la respuesta emitida sea la correcta, además de detenerse a analizar si tiene coherencia y sentido. Los elementos que ayudaron a los estudiantes a integrar el proyecto fueron varios, pero los que sobresalen son: los recursos de la plataforma, la comprensión del problema, el apoyo que les brinda la facilitadora y los videos de YouTube (véase tabla 4.7).

Las preguntas que los estudiantes contestaron en el foro de debate son: ¿cuáles fueron los logros y dificultades que enfrentaste durante este Módulo? ¿Cuáles crees que fueron los factores que determinaron lo logrado en el Módulo? De las respuestas de los estudiantes, se identifica que la principal dificultad es comprender y resolver los problemas; dentro de los logros, se encuentran comprender y aprender nuevos conceptos y reforzar los conocimientos previamente adquiridos. En los factores de lo logrado en el Módulo, sobresalen el apoyo y acompañamiento de la facilitadora, y la consulta de los recursos de la plataforma. Aparecen de forma específica las retroalimentaciones que la facilitadora proporciona para la mejora de las actividades y de las participaciones en los foros. Siguen estando presentes los apoyos externos como la consulta de videos de YouTube y el apoyo de personas que tengan conocimiento de los temas (véase tabla 4.7).

Tabla 4.7. Resumen de los resultado de los foros de la semana 4.

	Resultados de las respuestas	
Foro de clase	<p><i>Formas para llegar a la solución del planteamiento del problema:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Leyendo, analizando y comprendiendo el problema: 19 estudiantes • Utilizando los recursos de la plataforma: 12 estudiantes 	<p><i>Elementos clave que les permitieron lograrlo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Consultar la información de la plataforma: 19 estudiantes • Analizar y comprender el problema, identificar los

	<ul style="list-style-type: none"> • El apoyo de la facilitadora (ejemplos, sesiones en vivo, resolviendo dudas): 12 estudiantes • Siguiendo cada una de las instrucciones del problema: 9 estudiantes • Investigando en internet y libros: 7 estudiantes • Repasando los conceptos vistos en el Módulo: 6 estudiantes • Uso de fórmulas: 5 estudiantes • Conocimientos adquiridos en la secundaria y apuntes: 5 estudiantes • Uso de videos en YouTube: 4 estudiantes • Usando la lógica: 3 estudiantes • Ayuda de personas externas: 2 estudiantes • Planteando las ecuaciones o expresiones algebraicas de forma correcta: 2 estudiantes • Comprobando cada una de mis respuestas: 1 estudiantes • Con actitud positiva: 1 estudiantes 	<p>datos: 17 estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apoyo de la facilitadora (sesiones masivas, chat, ejemplos, resolver dudas): 13 estudiantes • Ver videos de YouTube: 11 estudiantes • Revisar las actividades de las semanas pasadas: 8 estudiantes • Las fórmulas y ecuaciones: 7 estudiantes • Ley de los signos: 5 estudiantes • Conocimientos adquiridos previamente y revisar las libretas de la secundaria: 4 estudiantes • Pedir ayuda a personas externas: 3 estudiantes • Comprensión de los temas que trata el proyecto: 2 estudiantes • Consultar libros: 1 estudiantes • Utilizando la lógica: 1 estudiantes • Imágenes: 1 estudiantes
Foro de debate	<p><i>Dificultades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprender, plantear y resolver los problemas o ecuaciones: 17 estudiantes • Actividades mal planteadas: 3 estudiantes • Problemas de horarios: 1 estudiante • Problemas de aprendizaje: 1 estudiante • Operaciones con fracciones: 1 estudiante • Conocimientos nulos de los temas: 1 estudiante 	<p><i>Logros:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprender y aprender, conceptos nuevos y resolver problemas: 15 estudiantes • Recordar o reforzar conocimientos previos: 15 estudiantes • Entregar en tiempo y forma las actividades: 8 estudiantes: • No darse por vencido: 1 estudiante • Concluir sus estudios: 1 estudiante
	<p><i>Factores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Apoyo y acompañamiento de la facilitadora (ejemplos, resolver dudas, sesiones): 23 estudiantes • Consultar los recursos de la plataforma: 14 estudiantes • Tener una actitud positiva/no darse por vencido/ganas de seguir adelante: 14 estudiantes • Atender las retroalimentaciones de la facilitadora: 7 estudiantes • Realizando ejercicios para practicar: 7 estudiantes • Ver videos de YouTube: 6 estudiantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Buscando material en la web: 3 estudiantes • Apoyo de personas externas: 3 estudiantes • Tener una estrategia de aprendizaje: 2 estudiantes • Entregar en tiempo y forma las actividades: 2 estudiantes • Tomar en cuenta los comentarios de los compañeros en los foros: 1 estudiantes • Comprobar las respuestas: 1 estudiantes

4.6 Discusión de los resultados

Del análisis de los contenidos se observó que éstos son los mismos que se pueden encontrar en libros de texto tradicionales, la estructura que siguen las explicaciones consiste en presentar el concepto o conceptos, presentar el algoritmo y ejemplos de cómo utilizarlo, después el estudiante debe realizar los ejercicios y actividades propuestas. Las actividades resultan ser listas de ejercicios de baja demanda cognitiva (Son & Kim, 2015), debido a que sólo tienen que aplicar algoritmos y desarrollar procedimientos para llegar a las soluciones. Los contenidos, ejercicios y actividades, no promueven la formulación de preguntas ni el uso de diversas representaciones en sus soluciones, incluso se les indica a los estudiantes que método deben seguir para obtener las respuestas (resolver sistemas de ecuaciones lineales y ecuaciones cuadráticas). En los ejercicios que se proponen, se invita al estudiante a poner en práctica los mismos procedimientos algorítmicos desarrollados en los ejemplos, y en las actividades se solicitan ejercicios prácticamente idénticos a ejemplos que se muestran resueltos en algunos recursos (véase actividad 5 y recurso E27, proyecto integrador y recursos E25 y E26).

A pesar de los intentos por presentar actividades y ejemplos en donde se involucren actividades de la vida cotidiana (sueldo, viajes, dinero, etc.), el fondo y secuencia de los recursos del curso (materiales, actividades y ejercicios) no permiten que el estudiante tenga la oportunidad de ver a las

matemáticas como algo más allá que sólo cálculos, fórmulas y procedimientos. Tal como lo indica Schoenfeld (1992), los estudiantes deben comprender que la actividad matemática implica buscar soluciones, no sólo memorizar procedimientos; explorar patrones, no únicamente memorizar fórmulas; formular conjeturas y no sólo hacer ejercicios. Aproximadamente en la mitad de los recursos de la semana 4 se mostraron ejemplos para desarrollar los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, pero en el proyecto integrador no se retoman esos temas, sólo se retoman los temas de operaciones con polinomios y un inciso destinado para ecuación cuadrática. En la semana 2 se retoman en 8 recursos los métodos de factorización, pero en las actividades esos tampoco se evalúan. Aquí surgen las preguntas: ¿por qué tomarse tanto tiempo en presentar conceptos que el estudiante no aplicará en ninguna actividad?, ¿cuál es la finalidad de abordar tantos temas en tan poco tiempo?, ¿cómo se determina o eligen los temas que se presentan o que se desarrollan en las actividades?

Los materiales no promuevan la generación de ideas matemáticas importantes (English & Sriraman, 2010), la formulación de preguntas (Santos-Trigo, 2014b), las formas de razonamiento y encontrar el sentido a la actividad matemática (NCTM, 2009), comprender el sentido de los problemas y perseverar en resolverlos (CCSSM, 2010), sólo se enfocan en presentar definiciones, ejemplos, aplicación de las reglas y procedimientos enseñados previamente. Como consecuencia de esto los estudiantes desarrollan los procedimientos (en algunos casos encuentran las respuestas), pero no saben si lo que han hecho es correcto o no, tampoco pueden explicar o argumentar sus soluciones (véanse figuras 4.14, 4.15, 4.25, 4.27, 4.36, 4.37 y 4.39a). Sin el desarrollo de una comprensión de los procedimientos arraigados en el razonamiento y la toma de sentido, los estudiantes pueden ser capaces de realizar correctamente los procedimientos (véanse figuras 4.3, 4.6, 4.9 y 4.35), pero pueden pensar en ellos sólo como una receta o lista de trucos, logrando con ello que los procedimientos sean vistos de forma independiente y no relacionándolos con otros temas o conceptos (NCTM, 2009; Rivera y Santos, 2011; Schoenfeld, 1985).

En los contenidos tampoco se promueve que el estudiante valore la importancia de sustentar o rechazar relaciones o conjeturas matemáticas a partir del empleo de diversos tipos de argumentos, incluyendo los formales y el uso de contraejemplos (Rivera y Santos, 2011), sólo en algunos casos se muestran operaciones para comprobar los resultados, no se hace un análisis profundo o significativo de los temas y de los resultados. Asimismo, en los recursos y actividades no se favorece la búsqueda de patrones y relaciones, consideraciones de casos especiales, formulación de conjeturas y evaluación de los procesos de solución, aspecto importantes en la resolución de problemas (Santos-Trigo, 2014b; NCTM, 2009).

La capacidad de razonamiento donde el estudiante valore la importancia de sustentar o rechazar relaciones o conjeturas matemáticas a partir del empleo de diversos tipos de argumentos (Rivera y Santos, 2011), se encuentra ausente en las respuestas de todas las actividades de los estudiantes, aquellos que intentan hacerlo, sólo se dedican a narrar los procedimientos que siguieron o mencionar el material del cual se guiaron (para unos ejemplos véase figura 4.45).

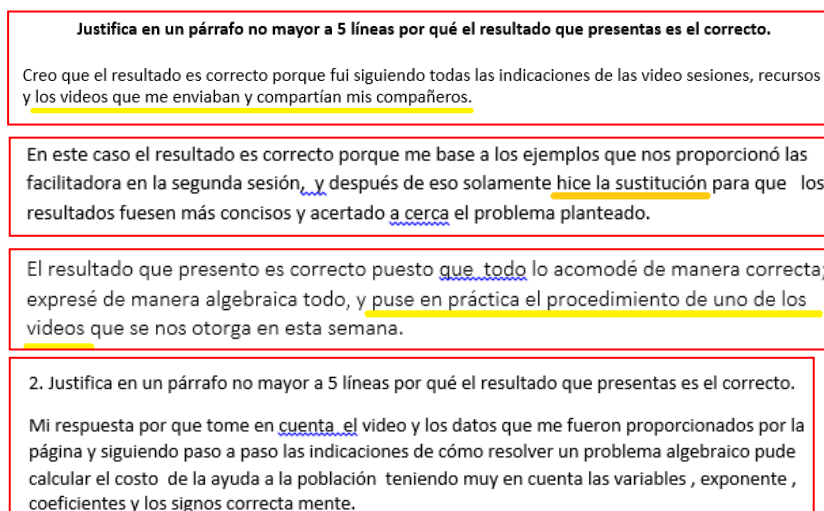


Figura 4.45. Ejemplos de explicaciones de los estudiantes justificando las respuestas de la actividad 3.

La fluidez operativa o procedimental donde el estudiante desarrolle estrategias y habilidades para calcular operaciones y aplicar reglas de una manera flexible, apropiada y eficiente (Rivera y Santos, 2011), debe trabajarse de manera consciente, debido a que algunos estudiantes siguen los algoritmos sin comprender lo que están haciendo (véanse figuras 4.11, 4.14, 4.18, 4.26, 4.27 y 4.36). Aunado a esto, se evidencia como el uso de videos en donde se presentan errores o se resuelven problemas de forma incorrecta, puede influir en los estudiantes de forma negativa (véanse figuras 4.27 y 4.28); algunos no se percatan de esto y siguen los métodos o procedimientos algorítmicos paso a paso sin detenerse a verificar si lo que están haciendo tiene o no sentido. Estas prácticas por parte de los estudiantes resultan ser un foco de atención, debido a que materiales de este tipo pueden ser un factor que los conduce a generar dificultades, falsas concepciones de los conceptos o procedimientos, además de que su imaginación y creatividad se puede ver coartada. Es necesario que los estudiantes desarrollen las habilidades para detectar cuando un material o una fuente son confiables.

En la semana 1, se presentaron prácticas no éticas por parte de algunos estudiantes, hicieron pasar por propios ejercicios recuperados de sitios de internet y recuperaron las actividades de un blog de una estudiante del mismo bachillerato en línea (de otro grupo) que publica sus actividades (véanse figuras 4.19 y 4.24). En este caso, el blog fue utilizado sólo para recuperar información, en vez de ser un medio para generar la discusión y la colaboración (Eteokleous-Grigoriou et al., 2014) y se identifica la falta de respeto por el trabajo de otros (Bucciero, 2014).

Durante las 4 semanas que duró el curso, se pudo identificar que los estudiantes tienen dificultades para realizar operaciones con números racionales, simplificar términos semejantes, uso incorrecto de los signos de agrupación (paréntesis) y desarrollo de potencias multiplicando la base por el exponente. En la segunda semana, 3 estudiantes muestran dificultades para comprender el planteamiento de las actividades; no reconocen que las actividades 3 y 4 solicitan una expresión algebraica que modele la situación, no logran asimilar el lenguaje algebraico y prefieren resolver los problemas con métodos aritméticos o inventar datos para resolver con cantidades fijas. No logran extender las propiedades de los sistemas numéricos a situaciones algebraicas, un punto fundamental para el razonamiento y la toma de sentido en el número y la medición (NCTM, 2009), que son la base para poder desarrollar el razonamiento y el sentido en el álgebra.

Los estudiantes que pudieron resolver las actividades 5 y 6, utilizaron los recursos o videos que explican paso a paso cómo plantear y resolver ecuaciones lineales. Para algunos estudiantes la actividad 5 fue la más fácil de resolver, debido a que utilizaron el recurso R27 de la semana 2 que muestra los procedimientos y soluciones de un ejemplo muy parecido al que tiene que realizar; esencialmente tenían que hacer lo mismo, sólo cambiar las expresiones algebraicas presentes en el nuevo planteamiento. Los estudiantes que siguieron paso a paso el desarrollo de los ejemplos del recurso R38 pudieron resolver fácilmente la actividad 6, además de que se apoyaron de las sesiones sincrónicas donde se desarrollan ejemplos parecidos.

En las actividades 3 y 4, se le indica al estudiante las letras que debe utilizar para representar cada incógnita; en la primera, con la inicial del nombre de las incógnitas (Damnificados, Personas, Casas y Hospitalizados); en la segunda, con las letras X y Y; con esto el estudiante ya no es libre de elegir las variables para la construcción de expresiones y ecuaciones en su contexto, elementos claves dentro del uso significativo de los símbolos (NCTM, 2009) para lograr el razonamiento algebraico.

Las herramientas que favorecen el trabajo colaborativo como el foro de debate y el foro de dudas académicas no son utilizadas por la mayoría de los estudiantes; en los foros de dudas académicas, se tuvo participación nula por parte de los estudiantes, tal como lo mencionan Liberona y Fuenzalida (2014) pero para el caso de profesores. Tres estudiantes mostraron iniciativa para buscar más información del tema en páginas como Wikipedia o aplicaciones que resuelven las operaciones con fracciones (véanse figuras 4.6 y 4.20, y pág. 76).

Los resultados del foro de clase de la semana 1, muestran las creencias de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas, se identifica una actitud de resignación hacia el estudio de esta materia y algunos estudiantes se atrevieron a comentar que los problemas que se desarrollaron en escuelas pasadas no tienen aplicación en la vida cotidiana. También se observó que todos los estudiantes se preocupan por entregar las actividades que cuentan para la calificación final, es decir, actividades,

foros de clase y proyecto integrador, dejando en segundo término a las actividades como el foro de debate y la realización de los ejercicios propuesto. La mayoría de los estudiantes se conforman con obtener calificaciones aprobatorias, no se esfuerzan en mandar segundas versiones de las actividades para la mejora de las mismas, tal es así que el número máximo de estudiantes que atendieron las retroalimentaciones fue de 10 y esto ocurrió en las semanas 1 y 3. Es necesario motivar y apoyar a los estudiantes para que adopten una inclinación hacia el estudio de las matemáticas que le permita valorarla como una disciplina sensible, útil y necesaria en la toma de decisiones en esta sociedad (Rivera y Santos, 2011), los recursos, ejemplos y actividades son parte fundamental para poder lograrlo, además de ser los elementos con los que principalmente interactúan en la plataforma.

En el foro de debate de la semana 2, se evidencia que los estudiantes no consideran relevante: justificar, revisar o comprobar que las respuestas emitidas efectivamente sean las correctas. Este es un punto que se debe fortalecer ya que son las acciones de control las que cualquier estudiante debe tener presente al resolver problemas, tal como menciona Santos-Trigo (2014b) “revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida (visión retrospectiva)” (p. 70). En cambio, para ellos resulta importante leer y comprender el problema; ésta es una de las acciones de control para resolver problemas, específicamente en la fase de entendimiento del problema: “tener claridad acerca de lo que trata el problema antes de iniciar al proceso de resolución” (Santos-Trigo, 2014b, p. 70).

De los comentarios de los estudiantes en los foros de la semana 3 y la semana 4, se pudo observar que los materiales o recursos que prefieren consultar los estudiantes son los videos, algunos estudiantes mencionan que es como estar en una clase con el profesor, con la diferencia que si no entiendes lo puede volver a explicar (regresando el video) hasta comprender el procedimiento a seguir de los ejemplos que se exponen.

Capítulo 5

Conclusiones y reflexiones finales

En este capítulo se presentan las respuestas a las preguntas de investigación, así como las conclusiones y reflexiones finales con respecto a los resultados del estudio.

5.1 Conclusiones

Primera pregunta de investigación. ¿Qué ofrecen y qué no ofrecen los recursos²⁰ y actividades del curso en línea a los estudiantes, y cómo estos impactan en el desarrollo de la construcción de conocimiento matemático?

En relación con los recursos (materiales en la plataforma) y actividades. En el análisis de los datos se muestra que éstos ofrecen a los estudiantes hechos, conceptos, definiciones, y procedimientos algorítmicos (véase Apéndice E). El tipo de actividades limita a los estudiantes a encontrar soluciones siguiendo un camino predeterminado (véase actividad 5 y ejercicios en el Apéndice E); no se favorece la resolución de problemas de diferentes formas o enfoques, tampoco se identifican conexiones entre conceptos o aplicaciones, no hay muestras o evidencias del uso de heurísticas o formulación de preguntas para resolver las actividades. Se encontraron recursos en donde los ejercicios o problemas desarrollados son similares a los que se solicitan en las actividades, por ejemplo: actividad 3, 4, 5 y proyecto integrador (véanse figuras 4.33 y 4.42).

El análisis de las actividades permite concluir que los estudiantes adquieren habilidades algorítmicas, que sin lugar a duda son necesarias para comprender conceptos, definiciones, etc. pero no son suficientes para la competencia matemática. Es necesario promover en el estudiante hábitos de razonamiento para que puedan generar y resolver problemas de la vida real y no solo problemas escolares. Con respecto a las definiciones o conceptos, los estudiantes se limitan a copiar o escribir textualmente la información de los materiales consultados en las actividades y no se evidencia un análisis de los mismos por parte de los estudiantes.

De las actividades. El modelo RASE menciona que las actividades en un ambiente en línea deben estar centradas en el estudiante y ser auténticas, sin embargo, en las actividades 3 y 4 (véase Apéndice C) se muestran situaciones que en la vida real no se presentan como tal, los enunciados son forzados para poder convertirlos al lenguaje algebraico. Todas las actividades del módulo consisten en resolver

²⁰Estos recursos, son los que se mencionan en RASE, los materiales disponibles en la plataforma como infografías, videos, imágenes, ejercicios, etc.

problemas o ejercicios, incluir el desarrollo (procedimiento), la respuesta y en algunas ocasiones la justificación de ésta. Aunque los problemas a desarrollar son ejercicios rutinarios en donde se plasman actividades que realizan algunas personas, la respuesta es única y hay que seguir un método o procedimientos algorítmicos para llegar a la solución.

Durante el seguimiento del Módulo se pudo identificar que algunos de los estudiantes solicitan las respuestas de las actividades en foros de ayuda como todoexpertos.com (véase Figura 4.46), en este foro se encuentran resueltas las 6 actividades y el proyecto integrador, incluso los administradores de la página muestran posibles conclusiones o justificaciones de las respuestas. Es necesario comentar que resulta difícil identificar de forma precisa a los estudiantes que solicitan ayuda en el foro, debido a que se escudan bajo el anonimato y lo único que deben hacer para poder seguir recibiendo respuestas es puntuar al administrador.



Figura 4.46. Actividad 4 resuelta en el foro todoexpertos.com

La evidencia anterior exhibe un defecto en el diseño de las actividades, al ser éstas rutinarias o las mismas que se pueden plantear en un ambiente de aprendizaje presencial, es posible que cualquier estudiante pueda encontrar o solicitar las respuestas en algún sitio en Internet. Al revisar de forma minuciosa cada una de las respuestas y justificaciones que entregan los estudiantes es posible detectar los casos de plagio, pero no se garantiza que esto ocurra siempre, y surgen las preguntas, ¿cómo saber si las respuestas de los estudiantes son auténticas u originales? ¿Cómo saber si el estudiante está aprendiendo o no?

De las evaluaciones. Las evaluaciones se llevan a cabo mediante rúbricas, los estudiantes conocen todos los criterios a evaluar desde que se habilita la actividad en la plataforma. Las actividades son formativas debido a que después de ser evaluadas por el facilitador, el estudiante recibe una retroalimentación en donde se rescatan los puntos positivos de la actividad, lo que debe mejorar y lo

que no realizó bien, con la finalidad de ayudar a los estudiantes a mejorar su aprendizaje y realizar las actividades las veces que se consideren necesarias. Aquí, las actividades únicamente son revisadas por el facilitador y están pensadas para que el estudiante las desarrolle de forma individual, pero en los foros los estudiantes poder retroalimentar y replicar los comentarios de sus compañeros. A pesar de que todos los estudiantes recibieron retroalimentación en tiempo y forma, sólo un máximo de 10 estudiantes en las semanas 1 y 3, atendieron las indicaciones para mejorar la actividad. Cuando la actividad es aprobatoria, la mayoría de los estudiantes ya no vuelven a enviar más versiones.

Del soporte o ayuda. Los estudiantes cuentan con un foro para plasmar sus dudas académicas, en donde pueden recibir respuesta tanto del facilitador como de los compañeros del grupo. En las sesiones síncronas también se atienden las dudas, al igual que en el chat y en la mensajería de la plataforma, en ocasiones, este apoyo se extiende por correo electrónico. Sin embargo, los estudiantes prefirieron plasmar sus dudas únicamente por el chat de la plataforma, sólo una estudiante solicitó ayuda por la aplicación WhatsApp y ningún estudiante plasmó dudas en el foro de dudas académicas (véanse figuras 4.42, 4.43 y 4.44). Como lo han mencionado los estudiantes en el foro de la semana 1, muchas de las veces no externar sus dudas por temor a lo que el profesor o sus compañeros puedan pensar, este mismo efecto se observó en esta modalidad en línea, en vez de preguntar al facilitador o compartir sus dudas con los compañeros en los foros, buscan otros medios para ello (véanse páginas 92 y 93).

Segunda pregunta de investigación. ¿Qué recursos consultan los estudiantes y cómo los utilizan al resolver las actividades que involucren el estudio de las matemáticas en un bachillerato que se ofrece en línea?

En las respuestas de las actividades de los estudiantes se identificó que:

- Sólo un estudiante comprobó sus resultados durante todas las actividades del módulo aplicando las operaciones inversas o sustituyendo los valores encontrados en las ecuaciones, y dos estudiantes se apoyaron de la hoja de cálculo para comprobar sus respuestas sólo en la primera semana. Con respecto a las justificaciones, la mayoría de los estudiantes comenta que las respuestas son correctas porque se guiaron o siguieron los métodos desarrollados en los recursos consultados, en su mayoría videos.
- La mayoría de los estudiantes incluyeron las unidades correspondientes en cada una de las actividades solicitadas.
- Algunos estudiantes se apoyan de casos particulares para generalizar el problema, pero esto sólo queda a nivel de lenguaje algebraico.
- A pesar de que a los estudiantes se les recomendó resolver las actividades siguiendo un orden y claridad en sus procedimientos, no todos atendieron esta indicación. Algunos incluso, sólo desarrollan los procedimientos algorítmicos y no se toman el tiempo para escribir cuál es la

respuesta; lo hacen solamente cuando la actividad se los solicita de manera explícita. Por lo tanto, se debe trabajar más con la presentación, explicación y justificación de los procedimientos y las respuestas.

- Se tiene el caso de estudiantes que presentan las respuestas, pero mencionan que no entienden cómo es que esos resultados representan las respuestas correctas. Esta es una evidencia de que no hay razonabilidad en sus contestaciones y, probablemente, es una consecuencia de la utilización no argumentada o razonada de los algoritmos, conceptos y definiciones.
- La mayoría de los estudiantes que no utilizan la simbología matemática, se las ingenian para poder escribir las expresiones algebraicas de forma correcta utilizando tablas, un renglón por cada expresión, flechas o conectores; pero algunos de ellos, en el proceso cometen errores, como por ejemplo: escriben falsas igualdades, mezclan unidades y despejan la incógnita de forma errónea. Estos errores a la larga pueden generar en los estudiantes falsas concepciones, que pueden ser un obstáculo para aprender conceptos futuros.

En los resultados del análisis de los comentarios de los foros, se pudo identificar que los tres recursos de la plataforma que más utilizan los estudiantes son los videos, los videos de las sesiones con la facilitadora y aquellos recursos que contienen ejercicios parecidos a los planteamientos de las actividades (véanse tabla 4.4 y 4.6). Los estudiantes comentan que los materiales que les resultan de más ayuda son los videos educativos, pues los pueden reproducir las veces que sean necesarias hasta lograr comprender las explicaciones, algoritmos o temas desarrollados, además de que es como ir a clases o como estar escuchando y viendo la clase del profesor.

Tercera pregunta de investigación. ¿Qué dificultades experimentan los estudiantes al realizar las actividades y qué apoyos utilizan para enfrentarlas?

La mayoría de las dificultades que presentaron los estudiantes al resolver las actividades, fueron más de tipo aritmético, lo cual les impidió a algunos estudiantes realizar las operaciones correspondientes con términos algebraicos.

- Comprender el problema.
- Errores al realizar operaciones con números enteros: suma de números enteros con diferentes signos y multiplicación de números enteros y desarrollo de potencias.
- Simplificar términos algebraicos con coeficientes fraccionarios.
- Una estudiante resolvió un problema de proporción inversa como si fuera proporción directa.
- Convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico.
- Al no comprender los planteamientos de los problemas, algunos estudiantes intentaron resolver las actividades para casos particulares (sin generalizar) y, en ocasiones, agregando información

que consideraban necesaria para resolver el problema (que en el planteamiento no se mencionaba).

- Uso inadecuado de los signos de agrupación (paréntesis) para multiplicar expresiones algebraicas.

De los comentarios de los foros de la semana 4, se observa que los apoyos que más utilizan los estudiantes para corregir las actividades son las retroalimentaciones de la facilitadora, sesiones de otros facilitadores y ayuda de personas externas con conocimientos en el tema (véase tabla 4.6).

Cuarta pregunta de investigación. ¿Qué materiales o aplicaciones de Internet, adicionales a los disponibles en la plataforma, consultan los estudiantes y qué comportamiento ético muestran al utilizarlos, y cómo impactan en el desarrollo de su pensamiento matemático?

Santos-Trigo (2015b) señala que “es común que ahora muchas de las tareas que demandan la aplicación de un conocimiento o procedimiento rutinario sean realizadas por una herramienta o aplicación digital” (p. 343), en este sentido, es necesario que ahora los estudiantes discutan el significado de las ideas matemáticas y que busquen distintas formas de resolver los problemas.

Los materiales que los estudiantes consultan y utilizan para poder integrar sus actividades, independientemente de los recursos disponibles en la plataforma, son:

- Excel. Utilizan la hoja de cálculo para verificar que el desarrollo de la notación exponencial sea el correcto, es decir, la utilizan para comprobar resultados.
- El libro Álgebra de A. Baldor, que contiene ejercicios y ejemplos para los temas desarrollado en el módulo. Es utilizado como un apoyo extra para resolver más ejercicios parecidos a los expuestos en las actividades.
- Aplicaciones con calculadoras y formularios online como Online MSchool; esta aplicación les arroja los cálculos de las operaciones paso a paso, sólo necesitan introducir los números. Al utilizar esta aplicación, los estudiantes pueden reportar los resultados correctos, pero eso no garantiza que están comprendiendo el proceso o el concepto matemático que se encuentra de fondo. En la semana 4 un estudiante recomienda consultar el sitio <http://www.webmath.com>, que también es una página de ayuda para resolver diferentes tipos de ejercicios, pero con la diferencia de que al mostrar la respuesta aparece una descripción de los procedimientos y propiedades que se utilizaron para obtener el resultado.
- Consultan la información del sitio <http://www.vitutor.net/2/3/4.html> para revisar los algoritmos y ejemplos de cómo realizar operaciones con números racionales.
- Se apoyan de Wikipedia para profundizar y comprender los conceptos que se relacionan con los temas de las actividades. En esta fuente de consulta se han encontrado las respuestas de uno de los ejercicios de la actividad 2 (véase página 58).

- Recuperan las actividades resueltas del sitio http://conprepasi.blogspot.mx/2015_10_01_archive.html y las hacen pasar por propias.
- Con respecto a la tarea de formular problemas de su vida cotidiana que se puedan resolver con proporciones inversas y directas, prefieren recuperar ejercicios resueltos en sitios de internet y los hacen pasar por propios. Algunos sitios identificados son:
 1. <http://problemasdematematicasresueltos.blogspot.mx/2014/12/contenedor-de-500-1.html>
 2. <https://eses.facebook.com/ProblemasDeMatematicasResueltos/posts/510629699080195>
 3. <http://10ejemplos.com/10-ejemplos-de-regla-de-tres-simple>
- 4. Consultan videos de los sitios de internet: <http://math2me.com> y <http://www.tuprepaenvideos.sep.gob.mx/>. En estos sitios se alojan videos que explican procedimientos algorítmicos para resolver ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas, operaciones con polinomios, operaciones con números reales, entre otras.
- 5. Consultan los videos alojados en el canal de YouTube Julio Profe: <https://www.youtube.com/user/julioprofe>
- 6. Se apoyan de la app gratuita “Tutorial de álgebra” disponible en <https://play.google.com/store/apps/details?id=tutorial#?t=W251bGwsMSwxLDIxMiwidHV0by5yaWFsbCJd>, para repasar o profundizar en los temas vistos en la semana 4.

Las aplicaciones que permiten obtener de forma inmediata los cálculos matemáticos así como los videos educativos de explicaciones de procedimientos, pueden generar algunos impactos en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, como:

- (1) el video puede constituirse en una autoridad, el estudiante confía totalmente en los resultados y procedimientos obtenidos por el expositor, si él comete errores y el estudiante no se percata de ello se pueden generar obstáculos cognitivos en el estudiante. Esta limitación puede superarse si el facilitador (o las instrucciones del material) fomenta en los estudiantes la pregunta ¿esa es la única forma de resolver el problema?, así como la consulta de diversas fuentes, la comprobación de sus resultados y sobre todo, la reflexión sobre si lo que están haciendo tiene o no sentido;
- (2) el uso de aplicaciones que realizan todos los cálculos puede orillar a los estudiantes a perder de vista la esencia del concepto y, con ello, no lograr comprenderlo;
- (3) copiar y pegar ejercicios de páginas de internet sin detenerse a comprender la situación coarta la creatividad e imaginación de los estudiantes, además de que no están adquiriendo las habilidades para poder escribir, plantear y argumentar las respuestas. A pesar de que el facilitador puede identificar y reportar a los estudiantes que incurren en el plagio, esto no ayuda en mucho debido a que él no controla toda la situación, tal es el caso del blog de la estudiante virtual en el que se

encuentran todas las actividades resueltas, los contenidos extensos, las actividades que no se califican y videos que utiliza la estudiante.

El uso de aplicaciones como calculadoras y simuladores, son un ejemplo de cómo la tecnología puede ayudar a los estudiantes a contestar de forma muy rápida las actividades, sin saber si el estudiante está o no aprendiendo los procedimientos y los procesos que están detrás de cada una de las operaciones que realiza. Tal como lo comenta Santos-Trigo (2015c) “no es suficiente que el estudiante tenga acceso a diversos tipos de información relacionada con el tema en estudio; debe desarrollar los recursos y estrategias para analizar y utilizar esa información en sus experiencias de aprendizaje” (p. 176). Es por ello que los problemas que se deben plantear ya no pueden ser ejercicios rutinarios o algorítmicos, se debe pensar en problemas donde el estudiante ponga en práctica todos sus conocimientos y habilidades, problemas más estructurados que los hagan reflexionar y desarrollar distintas formas de razonamiento. Además de que resulta necesario identificar o proponer una forma de utilizar las aplicaciones, para ayudar a los estudiantes a ser competentes en la disciplina y que no sólo se utilicen como instrumentos para comprobar resultados.

5.2 Reflexiones y comentarios finales

La presentación y diseño de la plataforma permite que todos los estudiantes naveguen por ella sin dificultad alguna. Tal es así, que ningún estudiante reportó problemas técnicos. Las herramientas de comunicación permiten que los estudiantes y el facilitador estén en constante comunicación y se resuelvan las dudas académicas de forma rápida. La aplicación de WhatsApp también permitió que la comunicación entre estudiante-facilitador fluyera de una mejor forma y se pudieran resolver las dudas de forma más personalizada; los audios permitieron extender las explicaciones.

En el chat y los foros de la plataforma se identificó que los estudiantes implementan nuevas formas de escribir o describir las expresiones matemáticas. En el chat no se cuenta con herramientas para escribir la simbología matemática, pero en los foros sí. A pesar de que en los foros las cajas de texto cuentan algunas herramientas para notación matemática elemental (superíndices, signos de las operaciones básicas, igualdad), los estudiantes optan por no utilizarlas y prefieren describir con sus propias palabras las expresiones. Al no escribir las expresiones matemáticas en el lenguaje formal, se identifican nuevas formas de escritura, como por ejemplo: en lugar de escribir 10^9 se encuentran formas como: 10^9 , 10 (a la nueve), 10 (a la potencia) 9 y 10 e 9. La expresión 10^9 se utiliza como operador, por ejemplo en GeoGebra. Es necesario fomentar en los estudiantes la correcta escritura de las expresiones algebraicas e incluir las herramientas necesarias para que lo puedan hacer directamente desde la plataforma.

Las participaciones de los estudiantes en los foros se perciben forzadas, en el sentido de que la mayoría de los estudiantes sólo escriben comentarios para que se registre que han participado y no se

muestra una reflexión o debate de las ideas expuestas en ellos. Promover la discusión de forma natural mediante preguntas puede ampliar la discusión y fomentar en los estudiantes el trabajo en comunidad.

Un aspecto positivo que se rescata de la flexibilidad del bachillerato en línea, es que si por alguna razón el estudiante no pudo entregar en el tiempo establecido las actividades, se les puede otorgar prórroga para la entrega, logrando con ello tener un porcentaje mayor de eficiencia terminal. La disposición del facilitador para revisar diferentes versiones previas de las actividades permitió que los estudiantes pudieran corregir sus errores e incrementar sus calificaciones. Las retroalimentaciones deben ser claras, precisas y objetivas porque juegan un papel importante para que los estudiantes se motiven y sientan el acompañamiento del facilitador.

Una de las limitaciones de esta investigación es que las actividades que se analizaron ya están predeterminadas y fueron pensadas para cumplir con un propósito establecido en un programa de estudios. Una segunda limitación es que no se puede observar a los estudiantes en la acción, no se tiene la certeza de que la información que presentan sea completamente de su autoría; además, no todos los estudiantes tienen el hábito de reportar las fuentes de consulta. Una tercera limitación es que no se pueden identificar los procesos que los estudiantes desarrollan previamente a la integración de las actividades, lo que ellos muestran es un trabajo que se puede considerar pulido o con acabados.

Los estudiantes tienen en la plataforma una gran cantidad de recursos a su disposición, pero no se sabe con claridad si los consultan o no. Existen formas de identificar qué recursos o acciones les son de mayor ayuda, esto se puede hacer mediante encuestas automatizadas o preguntas directas como las del foro de clase. Los administradores de la plataforma cuentan con herramientas que les permiten obtener estadísticas de cuántos estudiantes revisan o descargan los recursos, pero de igual forma, tal información no es suficiente.

Cuando las actividades no se toman en cuenta para la calificación final, no todos los estudiantes muestran interés por participar en ellas entregándolas o compartiéndolas para que se les dé una retroalimentación, un ejemplo de ello es el foro de debate. Lamentablemente el número de estudiantes que recupera información de otros lugares, haciéndola pasar por propia se evidenció en forma más significativa en el foro de debate. De todos los estudiantes, sólo 2 solicitaron revisión de un ejercicio no evaluable; se les dio retroalimentación pero no se pudo hacer un seguimiento debido a que no mandaron segundas versiones.

Si bien es cierto que las definiciones y procedimientos algorítmicos son necesarios para lograr la competencia matemática, estos no son suficientes. Los recursos son una parte fundamental para resolver problemas, pero es necesaria la implementación de heurísticas que permitan hacer exploraciones al estudiante, encontrar conexiones entre conceptos, tener la capacidad de identificar cuándo una respuesta tiene o no sentido. El NCTM (2009) menciona que cuando los estudiantes

conectan el nuevo aprendizaje con los conocimientos existentes son más propensos a comprender y retener la nueva información que cuando se les presenta una lista de procedimientos aislados.

Los resultados en esta investigación proporcionan fundamentos para considerar que las actividades en un curso en línea no pueden ser las mismas de un ambiente de aprendizaje presencial; actividades que se pueden encontrar resueltas en sitios de internet o que únicamente requieren de algoritmos para poder ser contestadas. Las prácticas no éticas como el plagio, son una consecuencia del defecto en el diseño de las actividades, lo que representa una razón más para repensar o replantear las actividades. Se necesitan actividades que los estudiantes puedan resolver de forma original, o que al menos, se requiera de un nivel mayor de demanda cognitiva; actividades que permitan a los estudiantes potencializar y desarrollar formas de razonamiento matemático, que les permitan desarrollar una fluidez conceptual y procedimental, que los motiven a generar preguntas e interesarse en el estudio de las matemáticas y ver la relación que tiene esta materia con las demás ciencias.

Así, de este estudio se pueden desprender investigaciones futuras que involucren el diseño de lecciones, actividades, videos, etc. para cursos de matemáticas en línea, que promueva la formulación de preguntas y que lleven a los estudiantes a desarrollar formas de razonamiento matemático. En este sentido, en la Educación Matemática se tienen investigaciones que muestran como el diseño de ambientes de aprendizaje bajo el marco de la resolución de problemas pueden ser un camino para enganchar a los estudiantes en una reflexión matemática. Por ejemplo, la construcción de un cuadrado a través de múltiple enfoques para fomentar el pensamiento matemático de los estudiantes (Reyes-Rodríguez, Santos-Trigo & Barrera-Mota, 2016) y la construcción de un triángulo equilátero para presentar y discutir enfoques de múltiples soluciones que se basan en una variedad de conceptos y formas de razonamiento (Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2015). Entonces se pueden diseñar lecciones en donde se involucre al estudiante para ir construyendo y comprendiendo los conceptos matemáticos, identificando las propiedades de los objetos o números, mostrando una solución y motivarlos a que busquen otras formas de resolver el mismo problema. Surgen preguntas: ¿cómo diseñar recursos o actividades de cursos en línea que promuevan la reflexión y el desarrollo de formas de razonamiento matemático en los estudiantes? ¿Qué elementos deben incluir los recursos y actividades de un curso en línea para que impacten de forma positiva en el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes?

Referencias bibliográficas

- ACUERDO número 0/09/14 (2014, septiembre). *Diario Oficial de la Federación de México*. Secretaría de Educación Pública, DOF: 24/09/2014. Recuperado el 17 de septiembre de 2015 de http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5361362&fecha=24/09/2014
- Aparicio, M., Bacao, F., & Oliveira, T. (2016). An e-Learning Theoretical Framework. *Educational Technology & Society*, 19 (1), 292–307.
- Baldi, S. (2014). Introducing Online Learning in a Small Organization: The Case of the Diplomatic Institute of the Italian Ministry of Foreign Affairs. En G. Vincenti, A. Bucciero & C. Vaz de Carvalho (Eds.), *E-Learning, E-Education, and Online Training* (pp.30-40). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-13293-8_4
- Boneu, Josep M. (2007). «Plataformas abiertas de *e-learning* para el soporte de contenidos educativos abiertos». En: «Contenidos educativos en abierto» [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Vol. 4, n° 1. UOC. [Fecha de consulta: 06/12/2015]. <http://www.uoc.edu/rusc/4/1/dt/esp/boneu.pdf> ISSN 1698-580X
- Borba, M., Clarkson, P. & Gadanidis, G. (2013). Learning with the Use of the Internet. En M. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp.691-720). New York: Springer. doi: 10.1080/01972240903028870
- Bucciero, C. (2014). Legal Risk Management: A Best Practice for e-Learning Legal Issues. En G. Vincenti, A. Bucciero & C. Vaz de Carvalho (Eds.), *E-Learning, E-Education, and Online Training* (pp.63-67). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-13293-8_8
- Bunam.unam.mx, (2016). B@UNAM. [en línea] Recuperado de <http://www.bunam.unam.mx/>
- Byte. (2015, 12 de diciembre). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Fecha de consulta: 18:56, diciembre 17, 2015 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Byte&oldid=93435540>.
- Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (2007). Early Algebra and Algebraic Reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669–705). Charlotte, NC: Information Age.
- Churchill, D., Fox, B. & King, M. (2016). Framework for Designing Mobile Learning Environments. En D. Churchill et al. (Eds.), *Mobile Learning Design, Lecture Notes in Educational Technology* (pp.3-25). Singapore: Springer. doi: 10.1007/978-981-10-0027-0_1
- Churchill, D., King, M. & Fox, B. (2013). Learning design for science education in the 21st century. *Journal of the Institute for Educational Research*, 45(2), pp. 404-421. doi: 10.2298/ZIPI1302404C
- Common Core State Standars Initiative (2010). *Common core state standards for Mathematics*. Washington D.C.: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.
- Constance A. Lightner & Carin A. Lightner-Laws (2016). A blended model: simultaneously teaching a quantitative course traditionally, online, and remotely. *Interactive Learning Environments*, 24:1, 224-238. doi: 10.1080/10494820.2013.841262

- Demaree, D., Kruse, A., Pennestri, S., Russell, J., Schlafly, T. & Vovides, Y. (2014). From Planning to Launching MOOCs: Guidelines and Tips from GeorgetownX. *E-Learning, E-Education, and Online Training* (pp. 68-75). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-13293-8_9
- Docs.moodle.org, (2016). Acerca de Moodle - MoodleDocs. Recuperado de https://docs.moodle.org/all/es/Acerca_de_Moodle
- English, L. & Sriraman, B. (Eds.) (2010). Problem solving for the 21st century. En *Theories of Mathematics Education* (pp. 263-289). Berlin: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2_27
- English, L. D. & Gainsburg, J. (2016) Problem solving in a 21st century mathematics curriculum. En L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education [3rd Ed.]* (pp. 313-335). New York: Taylor and Francis.
- Etekleous-Grigoriou, N. & Photiou, S. (2014). Integrating Blogs in Primary Education. En C. Karagiannidis, P. Politis & I. Karasavvidis (Eds.), *Research on e-Learning and ICT in Education: Technological, Pedagogical and Instructional Perspectives* (pp.121-136). doi 10.1007/978-1-4614-6501-0_9
- Frola, P. y Velázquez, A. (2011). *Competencias docentes para... La evaluación cualitativa del aprendizaje*. México, DF: Centro de Investigación Educativa y Capacitación Institucional S.C.
- Gadanidis, G., Hughes, J. & Cordy, M. (2011). Mathematics for Gifted Students in an Arts- and Technology-Rich Setting. *Journal for the Education of the Gifted*, 34(3), 397-433.
- Gaskell, A. & Mills, R. (2014). The quality and reputation of open, distance and e-learning: what are the challenges?, *Open Learning: The Journal of Open, Distance and e-Learning*, 29:3, 190-205. doi: 10.1080/02680513.2014.993603
- Goos, M. & Geiger, V. (2012). Connecting social perspectives on mathematics teacher education in online environments. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), pp.705-715.
- Gros Salvat, B. (2011). *Evolución y retos de la educación virtual: construyendo el e-learning del siglo XXI*. Barcelona: UOC.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hewitt, J. (2015). E-Learning. En R. Gunstone (Ed.), *Encyclopedia of Science Education* (pp. 362-363). Netherlands: Springer.
- Hoban, G. (2015). Explaining as a Teaching Strategy. En R. Gunstone (Ed.), *Encyclopedia of Science Education* (pp. 423-425). Netherlands: Springer.
- Jacobson, E. & Izsák, A. (2014). Using Coordination Classes to Analyze Preservice Middle-Grades Teachers' Difficulties in Determining Direct Proportion *Relationships*. En J-J. Lo, K. R. Leatham & L. R. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 47-65). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-02562-9_3

- Kazanidis, I., Valsamidis, S., Kontogiannis, S. & Karakos, A. (2014). Courseware Evaluation Through Content, Usage and Marking Assessment. En C. Karagiannidis, P. Politis & I. Karasavvidis (Eds.), *Research on e-Learning and ICT in Education: Technological, Pedagogical and Instructional Perspectives* (pp.149-161). New York: Springer. doi: 10.1007/978-1-4614-6501-0_11
- Kim, Y. & Thayne, J. (2015) Effects of learner–instructor relationship-building strategies in online video instruction. *Distance Education*, 36:1, 100-114. doi: 10.1080/01587919.2015.1019965
- Koper, R. (2008). Open Source and Open Standards. En J. M. Spector, M. D. Merrill, J. Merriënboer & M. P. Driscoll (Eds.), *Handbook for Research on Educational Communications and Technology* (pp. 355-365). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Leung, F. K. S. (2013). Introduction to Section C: Technology in the Mathematics Curriculum. En M, Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 517-524). New York: Springer.
- Liberona, D., & Fuenzalida, D. (2014). Use of Moodle Platforms in Higher Education: A Chilean Case. En L. Uden, J. Sinclair, Y. Tao & D. Liberona (Eds), *Learning Technology for Education in Cloud. MOOC and Big Data* (pp. 124-134). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-10671-7_12
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-40730-2_1
- Maltempi, M.V. y Malheiros, A. P. S. (2010). Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and policy. *ZDM: The International Journal of Mathematics Education* 42(3-4): 291-303. doi: 10.1007/s11858-009-0231-3.
- Math2me.com. (2016). *math2me.com - Matemáticas para todos*. [en línea] Recuperado de <http://math2me.com/>
- Means, B., Toyama, Y., Murphy, R., Bakia, M., & Jones, K. (2009). *Evaluation of evidence-based practices in online learning: A meta-analysis and review of online learning studies*. US Department of Education. Recuperado el 15 de octubre de 2015 de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED505824.pdf>
- Miles, B. M. & Hubberman, A. M. (1994). *Quantitative Data Analysis*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Mills, D. Q., & Seifert, D (2002). New Concepts for Corporate e-Learning - The Use of Virtual Classes at Harvard Business School As Best Practice. *der markt: International Journal of Marketing*, 41(1) 20-21. doi 10.1007/BF03032063
- Moreno-Armella, L., & Santos-Trigo, M. (2013). Introduction to International Perspectives on Problem Solving Research in Mathematics Education. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1/2), 3-8.
- National Council of Teacher of Mathematics (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics (2011). *Focus in High School Mathematics: Technology to Support Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

- Niaz, M. (2015). Evaluation of Textbooks: Approaches and Consequences. En R. Gunstone (Ed.), *Encyclopedia of Science Education* (pp. 403-406). Netherlands: Springer.
- Oliver, K., Kellogg, S., Townsend, L. & Brady, K. (2010). Needs of elementary and middle school teachers developing online courses for a virtual school. *Distance Education*, 31(1), 55-75. doi: 10.1080/01587911003725022
- Olvera-Martínez, C. (2014). *El uso de herramientas digitales en el estudio de funciones y el desarrollo de competencia matemática para la enseñanza* (Tesis doctoral). Cinvestav, México, D.F.
- Picciano, A. G. & Seaman, J. (2010). *Class connections: High school reform and the role of online learning*. Recuperado el 12 de noviembre de 2015 de <http://www.onlinelearningsurvey.com/reports/class-connections.pdf>
- Portal del Bachillerato a Distancia | SE, (2016). *Bachillerato a Distancia SEDF*. Recuperado de <http://www.ead.df.gob.mx/portal/index.php>
- Rami, K. (22 de octubre de 2015). DEL MODULO 11_LA ACTIVIDAD_LOS NÚMEROS RESPONDEN [Mensaje en un blog]. Recuperado de http://conprepasi.blogspot.mx/2015_10_01_archive.html
- Reyes-Rodríguez, A. V. (2009). *Uso de herramientas computacionales en la resolución de problemas: Implicaciones en el aprendizaje* (Tesis doctoral). Cinvestav, México, D.F.
- Reyes-Rodríguez, A., Santos-Trigo, M. & Barrera-Mora, F. (2016). The construction of a square through multiple approaches to foster learners' mathematical thinking. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 1-15.
- Rivera, A. & Santos, M. (2011). Caracterización, Desarrollos y Prospectivas de la Educación Matemática. En L. F. Reséndis & L. M. Tovar (Eds.), *Las matemáticas a través de los 50 años de la ESFM del IPN* (pp. 185-207). Publicación especial de la Serie Aportaciones Matemáticas de la Sociedad Matemática Mexicana. ISBN: 978-968-36-3591-4.
- Rosenberg, M. J. (2006). *Beyond e-learning: Approaches and technologies to enhance organizational knowledge, learning, and performance*. San Francisco, CA: John Wiley & Sons. Recuperado de <http://mfnc.com/e-library/books/Beyond%20E-Learning.pdf>
- Santo-Sabato, A. & Vernaleone, M. (2014). From the First Generation of Distance Learning to Personal Learning Environments: An Overall Look. En G. Vincenti, A. Bucciero & C. Vaz de Carvalho (Eds.), *E-Learning, E-Education, and Online Training* (pp.155-158). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-13293-8_19
- Santos-Trigo, M. (2008). Sobre la construcción de una comunidad de práctica en la resolución de problemas. En F. Barrera-Mora, D. Benítez, A. Reyes-Rodríguez, M. Santos-Trigo, & A. Sepúlveda (Eds.), *Memorias del Segundo Seminario Nacional sobre la Resolución de Problemas y el Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 133-144). Pachuca, Hidalgo: UAEH.
- Santos-Trigo, M. (2014a). Problem solving in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 496-501). New York: Springer.

- Santos-Trigo, M. (2014b). *La Resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. Segunda Edición. Editorial Trillas, Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, ISBN-978-607-17-2039-9, 264 páginas.
- Santos-Trigo, M. (2015a). Sobre el hábito de preguntar. *Revista C2 Ciencia y Cultura*. [online] Recuperado de <http://www.revistac2.com/sobre-el-habito-de-preguntar/>.
- Santos-Trigo, M. (2015b). Uso coordinado de tecnología digitales y competencias esenciales en la educación matemática del siglo XXI. En X. Martínez-Ruiz y P. Camarena-Gallardo (Coords.), *La educación matemática en el siglo XXI*. ISBN: 978-607-414-495-6, pp. 133-153.
- Santos-Trigo, M. (2015c). La construcción de modelos dinámicos en el estudio de fenómenos de cambio o variación y la resolución de problemas. En C. Azcárate, M. Camacho-Machín, M. T. González y M. Moreno (Coords.), *Didáctica del Análisis Matemático: una revisión de las investigaciones sobre su enseñanza y aprendizaje en el contexto de la SEIEM*, ISBN 978-84-15939-38-2, pp. 163-177.
- Santos-Trigo, M. & Moreno-Armella, L. (2016). The Use of Digital Technology to Frame and Foster Learners' Problem-Solving 2 Experiences. En P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems, Research in Mathematics Education* (pp. 189-207). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-28023-3_12.
- Santos-Trigo, M., & Reyes-Rodríguez, A. (2016). The use of digital technology in finding multiple paths to solve and extend an equilateral triangle task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(1), 58-81.
- Santos-Trigo, M., Moreno-Armella, L & Camacho-Machín, M. (2016). Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 1-16. doi: 10.1007/s11858-016-0757-0
- Santos-Trigo, M., Reyes-Martínez, I. & Aguilar-Magallón, D. (2015). The use of digital technology in extending mathematical problem solving reasoning. En L. Uden, D. Liberona & T. Welzer (Eds.), *Learning Technology for Education in Cloud* (pp. 298-309). Switzerland: Springer.
- Santos-Trigo, M., Reyes-Martínez, I. & Aguilar-Magallón, D. (2016). Digital Technologies and a Modeling Approach to Learn Mathematics and Develop Problem Solving Competencies. En L. Uden, D. Liberona & B. Feldmann (Eds.), *Learning Technology for Education in Cloud* (pp. 1-14). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-42147-6_17.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think*. New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1/2), 9-34.

- Son, J. and Kim, O. (2015). Teachers' selection and enactment of mathematical problems from textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), pp.491-518.
- Susan, A. (2014). Lecturers' Attitude to Social Network Media: Implication for Accessibility and Usability Need in Open and Distance Education. En G. Vincenti, A. Bucciero & C. Vaz de Carvalho (Eds.), *E-Learning, E-Education, and Online Training* (pp.19-29). Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-13293-8
- Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G., & Sacristan, A. I. (2013). Technology-driven developments and policy implications for mathematics education. En M. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 753-789). New York: Springer.
- Tuirán, R., Limón, O. y González, G. (2016). "Prepa en Línea—SEP", un servicio innovador. *Revista Mexicana de Bachillerato a Distancia*. [en línea] Consultado el 28 de febrero de 2016 en <http://bdistancia.ecoesad.org.mx/?articulo=prepa-en-linea-sep-un-servicio-innovador>
- Tuprepaenvideos.sep.gob.mx. (2016). *Tu Prepa En Videos - SEP*. [en línea] Recuperado de <http://www.tuprepaenvideos.sep.gob.mx/>
- UNESCO (2005). *Hacia las sociedades del conocimiento*. Recuperado de <http://www.unesco.org/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/pdf/141843s.pdf>
- UNESCO (2008). *Estándares de competencias en TIC para docentes*. Recuperado de <http://www.oei.es/tic/UNESCOEstandaresDocentes.pdf>
- Webmath.com. (2016). *WebMath - Solve Your Math Problem*. [en línea] Recuperado de <http://www.webmath.com/>

Apéndice

Apéndice A. Herramientas de una plataforma e-learning.

A continuación se describen las herramientas según Boneu (2007) debe tener cualquier plataforma de aprendizaje en línea:

Herramientas orientadas al aprendizaje:

- Foros: los foros de discusión son herramientas que permiten el intercambio de mensajes durante el tiempo que dure un curso (o el que estime el formador). Los foros pueden estar organizados cronológicamente, por categorías o temas de conversación y permitir o no adjuntar archivos al mensaje.
- Buscador de foros: son herramientas que facilitan la selección y localización de los mensajes, entre todos los temas de debate que incluyan el patrón de búsqueda indicado.
- e-portafolio: o portafolio digital o electrónico, es una herramienta que permite hacer el seguimiento del aprendizaje de los participantes, teniendo acceso a los trabajos realizados en sus actividades formativas. Los trabajos pueden estar en diferentes formatos tales como imágenes, documentos u hojas de cálculo, entre otros.
- Intercambio de archivos: las utilidades de intercambio de archivos permiten a los usuarios subir archivos desde sus ordenadores y compartir estos archivos con los profesores u otros estudiantes del curso.
- Soporte de múltiples formatos: la plataforma debe ofrecer soporte a múltiples formatos de archivos, como por ejemplo HTML, Word, Excel, Acrobat, entre otros.
- Herramientas de comunicación síncrona (chat): para el intercambio de mensajes entre los participantes.
- Herramienta de comunicación asíncrona (correo electrónico o mensajería): un correo electrónico puede ser leído o enviado desde un curso. Las herramientas de correo permiten leer y enviar mensajes desde dentro de un curso, o alternativamente habilitan la posibilidad de trabajar con direcciones de correo externas.
- Servicios de presentación multimedia (videoconferencia, vídeo, pizarra electrónica, entre otros): estos servicios se refieren al uso de videoconferencia entre el sistema y el usuario, o a la comunicación entre dos usuarios cualesquiera. Una pizarra electrónica puede ser utilizada por el profesor con sus estudiantes en una clase virtual; este es un servicio de comunicación síncrona entre profesores y estudiantes, tal y como puede ser también la compartición de aplicaciones o el chat de voz.
- Diario (blogs) / Notas en línea: herramienta que permite a los estudiantes y profesores efectuar anotaciones en un diario. Este es aplicable en su aspecto más educativo a través de los edublogs:
 - Blogs de asignaturas, en las que el profesor va publicando noticias sobre la misma, pidiendo comentarios de sus alumnos a algún texto, propuesta de actividades, calendario, etc.

- Weblogs individuales de alumnos en los que se les pide escribir entradas periódicas, a las que se les realiza un apoyo y seguimiento, no solo en los aspectos relacionados con la temática o contenidos tratados sino también sobre asuntos relacionados con derechos de autor, normas de estilo, citación de fuentes, etc.
- Weblogs grupales de alumnos en los que, de forma colectiva, a modo de equipo de redacción, tendrán que publicar entradas relacionadas con las temáticas, estilos y procedimientos establecidos.
- Wikis: son herramientas que facilitan la elaboración de documentos en línea de forma colaborativa. Un ejemplo bien claro de esto es la Wikipedia.

Herramientas orientadas a la productividad:

- Anotaciones personales o favoritos: los *bookmarks* permiten al estudiante volver fácilmente a una página web visitada. Estas anotaciones pueden ser relativas a un curso o no. En cualquier caso, son anotaciones individuales y de uso privado, aun cuando se pueden compartir.
- Calendario y revisión del progreso: utilidades de calendario que permiten al estudiante planificarse en el tiempo, con relación a las actividades de un curso.
- Ayuda en el uso de la plataforma: herramientas de orientación y ayuda a los participantes en el uso del sistema de aprendizaje. Normalmente incluyen tutoriales, manuales de usuario, ayuda en línea o por teléfono o correo electrónico.
- Buscador de cursos: son herramientas que facilitan la selección y localización de los cursos indicando un patrón de búsqueda.
- Mecanismos de sincronización y trabajo fuera de línea: los estudiantes tienen la posibilidad de trabajar desconectados de la plataforma. Previamente, el estudiante se ha descargado el curso, o parte de él, en su ordenador, y trabaja localmente en el curso, de modo que la próxima vez que acceda a la plataforma, se sincronizara o se actualizara el punto en el que se encontraba el estudiante en su estudio, la última vez que se desconectó.
- Control de publicación, páginas caducadas y enlaces rotos: estas herramientas permiten publicar páginas al llegar a una fecha determinada y no dejarlas accesibles una vez finalizado el plazo de publicación; también realizan comprobaciones para localizar y corregir la existencia de enlaces a páginas inexistentes.
- Noticias del lugar: estas herramientas permiten mantener informado de las últimas novedades al usuario de la plataforma.
- Avisos de actualización de páginas, mensajes a foros y envío automático: cada vez que sucede un evento en la plataforma que concierne al usuario, se genera un mensaje automáticamente avisándole de

los cambios que se han producido, de esta forma el usuario es informado puntualmente desde la plataforma de los cambios.

- Soporte a la sindicación de contenidos: estas herramientas permiten incorporar a la plataforma contenidos de forma sindicada, que son ofrecidos desde el exterior o desde la propia plataforma, incluso crear contenidos que pueden sindicarse desde otras plataformas. Gracias a los agregadores o lectores de feeds (programas o sitios que permiten leer fuentes RSS), se puede obtener resúmenes de todos los sitios que se desee. Las RSS se refieren normalmente a contenidos textuales, mientras los PodCast se refieren a la descarga de contenidos multimedia (imagen y/o sonido).

Herramientas para la implicación de los estudiantes:

- Grupos de trabajo: los grupos de trabajo ofrecen la capacidad de organizar una clase en grupos, de forma que proporciona un espacio para cada uno de ellos, donde el profesor asigna las tareas o proyectos correspondientes.
- Autovaloraciones: los estudiantes a través de estas herramientas pueden practicar o revisar tests en línea, y conocer sus valoraciones. Estas no son contabilizadas por el profesor.
- Rincón del estudiante (grupos de estudio): espacios donde el estudiante puede hacer grupos de estudio, clubes o equipos de trabajo colaborativos.
- Perfil del estudiante: son espacios donde los estudiantes pueden mostrar su trabajo en un curso, anunciarse, mostrar su fotografía, preferencias, temas de interés o información personal.

Herramientas destinadas a la publicación de cursos y contenidos

- Tests y resultados automatizados: permite a los profesores crear, administrar y evaluar los tests realizados. Estos tests se pueden autocorregir, mostrando la solución, comentarios o explicaciones, si así lo quiere el profesor.
- Administración del curso: las herramientas de administración del curso permiten a los profesores tener un control de la progresión de una clase a través del material del curso. También permite a los estudiantes comprobar sus progresos, con los trabajos, tests, pruebas, etc.
- Apoyo al creador de cursos: ayudas y apoyo a los creadores de cursos en la administración de estos. Estas ayudas pueden venir a través de foros, ayudas en línea, por teléfono, correo electrónico, etc.
- Herramientas de calificación en línea: son herramientas de ayuda a los profesores, para conocer el seguimiento y trabajo del estudiante en el curso.
- Seguimiento del estudiante: estas herramientas proporcionan un análisis adicional sobre el uso que se hace de los materiales del curso.

Apéndice B. Temario del programa de estudios.

Unidad I. Números reales	
<p>Propósito: Utilizar los números reales en la resolución de problemas relacionados con diversas áreas del conocimiento y con su entorno.</p> <p>Indicadores de desempeño:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve de manera creativa situaciones problemáticas, mediante las operaciones básicas con los naturales, enteros, racionales y reales. • Resuelve de manera autónoma problemas que impliquen la aplicación de las propiedades de los exponentes y de la igualdad. • Resuelve problemas diversos aplicando razones y proporciones. 	
Tema 1. Subconjuntos de los números reales	1.1 Enteros 1.2 Racionales 1.3 Reales
Tema 2. Divisibilidad	2.1 Máximo Común Divisor 2.2 Mínimo común múltiplo
Tema 3. Operaciones básicas con números enteros, racionales, reales	3.1 Suma 3.2 Resta 3.3 Multiplicación 3.4 División 3.5 Resolución de problemas
Tema 4. Propiedades de los exponentes	4.1 Producto de potencias 4.2 División de potencias 4.3 Exponentes cero y fraccionario 4.4 Notación exponencial
Tema 5. Propiedades de la igualdad	5.1 Propiedad idéntica o reflexiva 5.2 Propiedad simétrica o recíproca 5.3 Propiedad transitiva 5.4 Propiedad uniforme 5.5 Propiedad cancelativa
Tema 6. Razones y proporciones	6.1 Razones y proporciones 6.2 Proporcionalidad directa 6.3 Proporcionalidad inversa
Unidad II. Lenguaje algebraico	
<p>Propósito: Resolver situaciones problemáticas utilizando el lenguaje algebraico junto con diferentes métodos algorítmicos.</p> <p>Indicadores de desempeño:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa algebraicamente las situaciones problemáticas que se le presentan usando su sentido analítico al relacionar las variables. • Utiliza operaciones algebraicas con polinomios para la solución de problemas de su entorno. • Encuentra y propone soluciones a situaciones de su entorno donde aplica ecuaciones lineales con coeficientes enteros o fraccionarios y las representa gráficamente. • Emplea sistemas de ecuaciones lineales en la resolución de situaciones problemáticas. • Emplea ecuaciones cuadráticas en la resolución de situaciones problemáticas. 	
Tema 1. Lenguaje común a lenguaje algebraico y viceversa	
Tema 2. Expresiones algebraicas	2.1. Términos semejantes 2.2. Clasificación de las expresiones algebraicas 2.3. Grado de una expresión algebraica 2.4. Valor numérico de una expresión algebraica
Tema 3. Operaciones básicas con polinomios	3.1. Suma de polinomios 3.2. Resta de polinomios 3.3. Multiplicación de polinomios

	3.4. División de polinomios
Tema 4. Factorización	4.1. Factorización de números enteros 4.2. Factorización de polinomios
Tema 5. Ecuaciones lineales	5.1. Elementos de una ecuación 5.2. Tipos de ecuaciones 5.3. Resolución de ecuaciones lineales (de primer grado) con una incógnita 5.4. Resolución de problemas
Tema 6. Sistemas de ecuaciones lineales	6.1. Sistema de ecuaciones 2×2 6.2. Método de sustitución 6.3. Método de reducción
Tema 7. Ecuaciones cuadráticas	7.1 Métodos para resolver ecuaciones cuadráticas por factorización 7.2 Fórmula general para resolver una ecuación cuadrática

Apéndice C. Actividades que realizaron los estudiantes durante el Módulo.

Actividad integradora 1

Para realizar esta actividad, es necesario leer y comprender los temas: subconjuntos de números reales, divisibilidad y operaciones básicas con números enteros racionales y reales, así como realizar los ejercicios que se presentan en esos temas, ya que ahí encontrarás los referentes teóricos para poder resolver esta actividad, en conjunto con el análisis de la situación y la aplicación de lo aprendido.

¿Qué producto entregarás?

Un documento donde presentes las acciones o respuestas a cada una de las preguntas planteadas e incluyas, también, la recta numérica con los datos solicitados. Puedes realizar tu actividad “a mano”, escanearla y subirla a la plataforma.

¿Qué hacer?

- Para recordar puntos centrales que pueden apoyar la realización de esta actividad, revisa los primeros siete minutos del video que aparece en la siguiente dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE>
- Analiza los datos de la vida de Olga considerando los siguientes eventos:
 - Murió a los 100 años.
 - Se tituló a los 25 años.
 - Se casó a los 30 años.
 - Tuvo un único hijo a los 32 años.
 - Se jubiló a los 60 años.
 - Su hijo vivió a casa de Olga hasta que ella cumplió 50 años.
 - Su esposo murió cuando ella tenía 80 años.
 - Sus padres se conocieron 20 años antes de que ella naciera.
 - Sus padres se casaron 10 años antes de que ella naciera.
- Realiza una recta numérica donde representes gráficamente, con números enteros, los acontecimientos mencionados.
- Analiza los datos de su recta numérica y responde las siguientes preguntas:
 - ¿Qué proporción de su vida estuvo casada?
 - ¿Qué proporción de su vida estuvo trabajando si comenzó a hacerlo dos años después de titularse?
 - ¿Qué proporción de su vida, convivió con su hijo en la misma casa?
 - Localiza en la recta numérica los resultados a las preguntas planteadas mediante números racionales.
- Ahora responde ¿Cuáles de los números ubicados en la recta numérica son reales?, menciona brevemente por qué.
- Por último, cuando Olga tenía 28 años, heredó \$1,548,000 de sus padres, lo invirtió y a los 60 años había perdido $\frac{1}{3}$ de su herencia ¿cuánto le quedó?
- Anota cada pregunta, su respuesta y, en su caso, el procedimiento, escanea o guarda el documento (según te parezca más sencillo, recordando que tienes que incluir la recta numérica). En la siguiente dirección podrás ver un video que ilustra cómo ubicar los enteros y las fracciones en la recta numérica. <https://www.youtube.com/watch?v=m2CHDRgrkzY>

Con esta actividad pones en práctica la resolución de problemas utilizando subconjuntos de números reales, divisibilidad y operaciones básicas con números enteros racionales y reales a partir del conocimiento adquirido durante la revisión de la unidad 1.

También practicas tus habilidades de análisis y reflexión para plantear un problema y su solución; explicas e interpretas los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrastas con modelos establecidos o situaciones reales; asimismo interpretas modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

Actividad integradora 2

Para realizar esta actividad, es necesario leer y comprender los temas: propiedades de los exponentes, propiedades de igualdad, razones y proporciones, así como realizar los ejercicios que se presentan en esos temas, ya que ahí encontrarás los referentes teóricos para poder resolver esta actividad. Esta información, en conjunto con el análisis de la situación, te permitirá resolver, de manera autónoma, los problemas planteados.

¿Qué producto entregarás?

Un documento donde presentes las respuestas a cada una de las preguntas planteadas, incluyendo el procedimiento que seguiste para resolver las situaciones.

¿Qué hacer?

5 Lee el siguiente problema y responde las dos preguntas que se plantean:
Un disco duro extraíble tiene una capacidad de almacenamiento de información de 1 terabyte (TB), y una memoria USB tiene una capacidad de almacenamiento de información de 1 gigabyte (GB)

1 000 000 000 bytes	1 GB
1 000 000 000 000 bytes	1 TB

1.1 ¿Cuántas memorias USB pueden contener la capacidad de un disco duro extraíble?

6 Ahora, escribe la equivalencia de 1GB y 1TB en Bytes, utilizando la notación exponencial.

7 Lee el siguiente problema y responde las preguntas planteadas:
Un CD tiene una capacidad de almacenamiento de información de 800 MB, queremos guardar la información de 100 CD's en un disco duro de 500 GB.

$1GB = 10^3MB$

3.1 ¿Cabe dicha cantidad de información?

3.2 ¿Cuánto espacio ocupará la información?

3.3 Anota la cantidad de información que cabe en los 100 CD's en GB y en MB.


3.4 ¿Qué espacio del disco quedará disponible?

Con esta actividad pones en práctica la resolución de problemas utilizando propiedades de exponentes, propiedades de igualdad, razones y proporciones a partir del conocimiento adquirido en la Unidad I.

También practicas tus habilidades de análisis y reflexión para plantear un problema y su solución; explicas e interpretas los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrastas con modelos establecidos o situaciones reales; e interpretas modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

Actividad integradora 3

Para realizar el problema que se plantea, revisa los temas Lenguaje común a lenguaje algebraico y Expresiones algebraicas de la Unidad 2 del contenido en extenso.



¿Qué producto entregarás?
El planteamiento del problema, su desarrollo y solución.

¿Qué hacer?

1. Resuelve el siguiente problema. Desarrolla el procedimiento e incorpora la solución.

Planteamiento del problema:

Considera el huracán *Odile* que sucedió en septiembre de 2014 en el norte de nuestro país, a partir de la situación que se dio, los costos promedio para recuperar el estado de bienestar de la población fue el siguiente:

Personas...\$1,000
Hospitalizado...\$9,000
Damnificado...\$8,000
Casa...\$50,000

Si en esa población, se considera que hubo el triple de damnificados que de hospitalizados, y que en cada casa había 5 personas que necesitaban ayuda. Escribe y resuelve la expresión algebraica que permita calcular el costo de la ayuda a la población en términos de D y P. Si le llamamos D al número de damnificados y P a las personas de las casas.

Desarrollo:

Solución:

2. Justifica en un párrafo no mayor a 5 líneas por qué el resultado que presentas es el correcto.

En la presente actividad has desarrollado tus habilidades para:

- Expresar algebraicamente las situaciones problemáticas que se te presentan usando tu sentido analítico.
- Enfrentar las dificultades que se te presentan.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Estructurar ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Actividad integradora 4

¿Qué producto entregarás?
El planteamiento de un problema, su desarrollo y solución.

¿Qué hacer?

1. **Resuelve el siguiente problema.** Desarrolla el procedimiento e incorpora la solución.

Planteamiento del problema:

Miriam, Olga, Gaby y Edith se cooperarán para contratar un autobús de pasajeros para ir de vacaciones. Ellas llevarán invitados según la siguiente

información: Miriam llevará el doble que Olga y Gaby llevará la tercera parte que Edith. Los boletos tienen diferentes precios debido a ciertas comodidades y seguros de la empresa de transportación. A saber:

Boletos de Miriam = \$ 500

Boletos de Olga = \$ 400

Boletos de Gaby = \$ 300

Boletos de Edith = \$ 200

Considerando X como el número de boletos de Miriam y a Y como el número de boletos para Edith, escribe y resuelve la expresión algebraica que permita calcular la cooperación total en términos de las variables X y Y.

Desarrollo:

Solución:

3. Justifica en un párrafo no mayor a 5 líneas por qué el resultado que presentas es el correcto.

En la presente actividad has desarrollado tus habilidades para:

- Expresar algebraicamente las situaciones problemáticas que se te presentan usando tu sentido analítico.
- Enfrentar las dificultades que se te presentan.
- Sintetizar evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Actividad integradora 5

¿Qué producto entregarás?

El planteamiento del problema, su desarrollo y solución.

¿Qué hacer?

1. Resuelve el siguiente problema. Desarrolla el problema e incorpora la solución.

Planteamiento del problema:

En una fábrica de zapatos, el precio de cada par depende de la demanda del modelo, suponiendo que “p” es el precio de cada par de zapatos, se mide en \$; y “x” es el número de pares de zapatos de ese modelo que se venderán, se mide en pares de zapatos.

Si el precio de cada par está determinado por la expresión $p=500-2x$ y el costo total de los zapatos es $C=100x+100$, encuentra lo siguiente:

- Una expresión algebraica para calcular el ingreso de la fábrica, representado por I (El ingreso se encuentra multiplicando el número de pares de zapatos que se venderán por el precio)
- Una expresión algebraica para calcular las ganancias de la fábrica, representado por G (Las ganancias se obtiene restando los ingresos menos los costos)
- Si se venden 100 pares de zapatos, calcula el precio de cada par, el ingreso total que genera la fábrica, además de los costos y ganancias totales de la misma.

Desarrollo/procedimiento:

Solución:

Para realizar el problema que se plantea, revisa el tema Operaciones básicas con polinomios, de la Unidad 2 del contenido en extenso.

Un polinomio se define como la suma algebraica de varios monomios y se expresa de la siguiente manera:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$



Actividad Integradora 6

¿Qué producto entregarás?

El planteamiento del problema, su desarrollo y solución.

¿Qué hacer?

1. Resuelve el siguiente problema. Desarrolla el problema e incorpora la solución.

Planteamiento del problema:

Miriam organiza sus gastos de la siguiente manera:

- La cuarta parte de su salario es para alimentos y pagos de su casa.
- Un tercio de su salario lo gasta en su auto.
- Un quinto lo gasta en entretenimiento.
- Lo que le sobra, \$2,600 lo ahorra.

¿Cuál es el salario de Miriam?

Desarrollo:

Solución:

Foro de debate: semana 1.

En el presente foro resolverás un problema que permita la aplicación de las proporciones o regla de tres. Esto te permitirá poner en práctica los temas de la unidad 1, especialmente las razones y proporciones.

Los integrantes del equipo 1 son responsables de moderar este foro de debate, lo que significa que deberán organizar y coordinar las participaciones de sus compañeros, es decir, deberán motivar su participación, propiciar que todos publiquen su problema y el procedimiento que utilizaron para resolverlo, además de asegurar que las aportaciones se realicen de manera respetuosa y que todos los problemas propuestos tengan una resolución completa y correcta.

Antes de participar en el foro, revisa el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=CqKxuOW_bVc

Plantea un problema de la vida cotidiana en donde hayas requerido aplicar la proporcionalidad inversa o directa y la solución que obtuviste.

Recuerda..

1. Incluir la situación, el planteamiento matemático y la solución.
2. Elegir el problema que presenta un compañero y explicar si ese problema es directa o inversamente proporcional y por qué, asimismo debes revisar el problema y el procedimiento y hacer, de ser necesario, alguna aportación para corregirlo o enriquecerlo.

Foro de debate: semana 2.

Los integrantes del equipo 2 son responsables de moderar este foro de debate, lo que significa que deben organizar y coordinar las participaciones de sus compañeros, es decir, deberán motivar su participación, propiciar que la discusión se realice desde diferentes puntos de vista sin divagar en otras cuestiones, además de asegurar que las aportaciones se realicen de manera respetuosa y se llegue a una conclusión.

¿Cuáles fueron las dificultades que tuviste y los factores que te facilitaron realizar las actividades integradoras de la semana?

Con la realización de esta actividad has logrado:

- Conocer a ti mismo para identificar las dificultades que se presentan al abordar un problema.
- Elegir alternativas de acción con base en criterio sustentados.

Foro de debate: semana 3.

Los integrantes del equipo 3 son responsables de moderar este foro de debate, lo que significa que deben organizar y coordinar las participaciones de sus compañeros, es decir, deberán motivar su participación, propiciar que la discusión se realice desde diferentes puntos de vista sin divagar en otras cuestiones, además de asegurar que las aportaciones se realicen de manera respetuosa y se llegue a una conclusión.

En este foro presentarás tus mejores prácticas para aprender matemáticas, sugiera recursos como páginas, textos o "tips" que fueron de utilidad al resolver los problemas que se te plantearon. Responde lo siguiente:

¿Con qué apoyos solucioné el problema o qué recursos son útiles para comprender los temas de esta unidad? Destaca al menos dos recursos que te fueron de utilidad (el tema del contenido en extenso, un video, tutoriales, el apoyo de otra persona, un libro, entre otros) y menciona por qué.

Foro de debate: semana 4.

Los integrantes del equipo 4 son responsables de moderar este foro de debate, lo que significa que deben organizar y coordinar las participaciones de sus compañeros, es decir, deberán motivar su participación, propiciar que la discusión se realice desde diferentes puntos de vista sin divagar en otras cuestiones, además de asegurar que las aportaciones se realicen de manera respetuosa y se llegue a una conclusión.

En este foro responderás la siguiente pregunta detonadora.

¿Cuáles fueron los logros y dificultades que enfrentaste durante este módulo?

¿Cuáles crees que fueron los factores que determinaron lo logrado en el módulo?

Foro de clase: semana 1.

En este foro podrás compartir tu sentir y experiencia respecto a la manera en que te has relacionado con las matemáticas, así mismo, podrás reflexionar sobre la importancia que tiene esta materia en la vida cotidiana.

El facilitador será quien modere y evalúe este foro, da respuesta a las siguientes preguntas o planteamientos:

1. ¿Cómo ha sido tu experiencia con el aprendizaje de las matemáticas en niveles educativos anteriores? Cualquiera que sea la respuesta, explica brevemente por qué.
 2. Menciona dos aspectos positivos del aprendizaje obtenido en esta primera unidad.
 3. ¿Por qué consideras importante aprender matemáticas?
1. En tu primera participación, responde la primera pregunta, no olvides explicar por qué.
 2. En la segunda participación responde la segunda pregunta.
 3. En la tercera participación responde la tercera pregunta.



Foro de clase: semana 2.

Este foro de clase tiene el propósito de apoyar tu desempeño en la aplicación de los temas que se abordan en la unidad. Por ello es importante que antes de responder a las preguntas del foro, primero realices las actividades integradoras de esta semana.



¿Qué elementos consideras importantes retomar de los planteamientos que se hacen en cada actividad para llegar a la solución de cada una de ellas?

NOTA: Los elementos que consideres no tienen que ser los mismos para cada actividad, cuando des respuesta, no olvides mencionar a qué actividad te refieres.

Con esta actividad lograste reconocer tu necesidad de solicitar apoyo, expresando claramente tus dudas o apoyando a otros compañeros con tus aciertos.

Foro de clase: semana 3.

Este foro de clase tiene el propósito de apoyar tu desempeño en la aplicación de los temas que se abordan en la unidad. Por ello es importante que primero realices los problemas que se presentan en las actividades integradoras y posteriormente, participes en el foro.



¿Qué actividad fue más fácil de resolver y por qué? ¿Qué elementos te permitieron comprender cuál era el procedimiento a seguir para obtener el resultado?

Con esta actividad lograste enfrentar las dificultades que se te presentan, ser consciente de tus fortalezas y debilidades, además de apoyar a tus compañeros retroalimentando sus aportaciones.

Foro de clase: semana 4.

Este foro de clase tiene el propósito de apoyar tu desempeño en la aplicación de los temas que se abordan en la unidad. Por ello es importante que primero realices problema que resolverás en el Proyecto integrador, respondas las preguntas del foro y muestres tu trabajo.



¿De qué forma llegaste a la solución del planteamiento presentado en el proyecto integrador? ¿Cuáles fueron los elementos clave que te permitieron lograrlo?

Actividad: Proyecto integrador

¿Qué producto entregarás?

Un video en YouTube o una presentación en donde presentes de manera gráfica y con audio la solución paso a paso del proyecto integrador.

¿Qué hacer?

1. Resuelve el siguiente problema. Copia el problema y desarrolla el procedimiento e incorpora la solución.

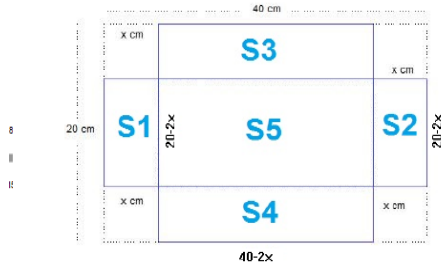
Planteamiento del problema:

El siguiente ejercicio lo realizaste como parte de la aplicación del tema: *Operaciones básicas con polinomios* a continuación te mostramos la primera parte para contextualizar y te dejamos nuevas interrogantes para que las incorpores en el desarrollo que presentarás a tu facilitador y compañeros.

Ana encontró un cartón rectangular en su casa y decide reciclarla realizando con él una caja sin tapa para guardar en ella los cables y accesorios de su celular. El cartón mide 40 por 20 centímetros y la construcción se realizará recortando cuatro cuadrados iguales en cada una de las esquinas. Escribe las expresiones algebraicas de la Superficie y el Volumen de la caja en función del lado del cuadrado.



La siguiente imagen muestra los cortes que realizará Ana en el cartón para hacer la caja.



Para expresar la Superficie de la caja, debemos identificar primero que al recortar los cuadros de las esquinas se forman cinco rectángulos, recuerda que la Superficie de un rectángulo se obtiene al multiplicar la base por la altura, es decir $S = bh$.

En este caso tenemos cinco rectángulos por lo tanto debemos obtener la expresión para cada uno, para la Superficie 1 (S1) la base es x y la altura es $20 - 2x$, entonces la expresión de la Superficie 1 sería:

$$S1 = x(20 - 2x)$$

Expresa algebraicamente las otras cuatro superficies:

$$S2 =$$

$$S3 =$$

$$S4 =$$

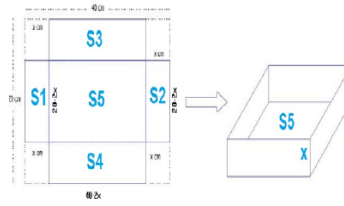
$$S5 =$$

La superficie total de la caja será $S = S1 + S2 + S3 + S4 + S5$

Escribe la expresión de la Superficie sumando las cinco expresiones obtenidas anteriormente

$$S =$$

Para calcular el Volumen de la caja, recordemos que el Volumen es Superficie de la base por la altura, en este caso la Superficie de la base es S5 y la altura x .



Expresa la expresión algebraica que representa el volumen de la caja.

$$V = (S5)(x)$$

$$V =$$

Para dar respuesta a las siguientes preguntas considera las expresiones algebraicas que elaboraste:

- Encuentra el volumen de la caja su altura es de 5 centímetros _____
- Encuentra la superficie de la caja si la altura es de 3 cm _____
- Si necesitamos que la superficie de la caja sea de 784 cm^2 , ¿Cuánto debe valer la altura de la caja? _____
- Si la altura de la caja es de cero cm., calcula la superficie total y el volumen de la caja. _____
- Considera las superficies S1, S2, S3, S4 y S5, imagina que le pondrás un forro en la base y otro en las paredes laterales, el forro para la base cuesta $\$1.2$ cada cm^2 y el forro para las paredes laterales cuesta $\$1.5$ cada cm^2 , si la altura de la caja es de 3 cm, calcula cuánto dinero se gastará en forrar todo el interior de la caja. _____
- Recuerda que $1\text{L} = 1000 \text{ cm}^3$, calcula cuántos litros le caben a la caja si su altura es de 7 cm _____
- Recuerda que $1\text{L} = 1000 \text{ cm}^3$, calcula cuántos litros le caben a la caja si su altura es de 8 cm _____

Desarrollo:

Solución:

2. Realiza la presentación o el video. Una vez que tienes resuelto el problema es momento de que comiences la producción; Imagina que tú eres el facilitador y que explicarás a los estudiantes el tema y la forma de solucionar el problema, tienes dos opciones para presentarlo:

- Elabora una presentación. En la presentación incorpora de manera detallada el procedimiento que realizaste, incluyendo cada uno de sus pasos que permiten comprender cómo llegaste a la solución que planteas. Para que sea más sencilla su comprensión es conveniente que incorpores audio en el que vayas explicando cada uno de los pasos, el procedimiento y los conocimientos que debes de disponer.
- Elabora un video. Para realizar esta actividad será necesario que te apoyes de alguien que te ayude a grabar el video o bien, con un tripié que te permita tener fija la cámara. En una hoja de papel o pizarrón blanco copia el problema y deja los espacios en blanco en donde escribirás a mano y explicarás el procedimiento y la solución. Una vez que tienes el problema, elabora un guion que te permitirá medir los tiempos y los pasos que estarás exponiendo en papel y en audio. Finalmente, graba el procedimiento y explica paso a paso la resolución del problema. Para saber cómo publicarlo revisa el siguiente tutorial:
En caso de que elabores un video, en plataforma debes subir un documento en donde incluyas el link en donde puede ser visto. Si la presentación es muy pesada y no la puedes subir, recuerda que puedes utilizar Dropbox o Google Drive, de igual forma en plataforma subes un archivo en donde incluyas el link donde se puede visualizar o descargar tu trabajo.

Con el presente proyecto integrador has desarrollado tus habilidades para:

- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con situaciones reales.

- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

- Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Apéndice D. Descripción de los elementos de la vista de Mi aula.

A continuación se describen brevemente cada una de los elementos señalados en la Figura 4.1.3.

- **Presentación.** En esta se encuentran el video de bienvenida, las competencias a desarrollar durante el módulo, el temario y saberes, el proyecto integrador, calendario de actividades, forma de evaluación, fuentes de consulta, comunicación e infografía del módulo.
- **Guía de la semana.** Inicia con una introducción para motivar al estudiante, se enuncian los aprendizajes a desarrollar y se describen las actividades integradoras, los foros y recursos que les van ayudar a realizar las actividades durante la semana. También Presenta una propuesta de agenda para que el estudiante trabaje de lunes a viernes y descansa los fines de semana, además de indicar qué recursos pueden ayudarles a realizar las actividades integradoras, las participaciones en los foros y los ejercicios propuestos.
- **Recursos.** Aquí se encuentran los contenidos en diferentes presentaciones: videos, infografías, enlaces para consultar páginas y videos en internet, documentos en pdf, presentaciones, ejercicios resueltos, archivos en Word con ejercicios para que los estudiantes resuelvan.
- **Ejercicios.** Son 2 cuestionarios cada uno con preguntas de opción múltiple, los estudiantes tienen hasta tres intentos para poder contestarlos correctamente, se guarda la calificación más alta y esta no cuenta para su calificación final, es una actividad formativa.
- Hay dos tipos de foros, los foros que sirven para dudas técnicas y académicas y los foros que deben realizar como parte de las actividades de cada semana.
- **Foros de dudas técnicas.** En este foro los estudiantes y el facilitador publican los problemas o inconvenientes que lleguen a surgir al acceder al aula, al subir las actividades, al participar o ingresar a los otros foros y contenidos.
- **Foro Aprendiendo matemáticas.** En este foro los estudiantes pueden exponer las dudas y preguntas que vayan teniendo durante toda la semana, el facilitador es el encargado de contestar todas y cada una de las dudas, pero también los demás estudiantes pueden participar si conocen la respuesta correcta, además todos los comentarios que se guardan también les sirve a aquellos estudiantes que pasaron por la misma situación y no se animaron a preguntar.
- **Foro social.** La finalidad es que los estudiantes puedan interactuar con sus compañeros, compartir información, comentar experiencias o platicar, realmente no hay especificaciones de cómo interactuar solo se les recomienda respetar las reglas de netiqueta y de la comunicación virtual.
- **Actividades.** En esta sección se encuentra el foro de debate, el foro de clase, las actividades integradoras 1 y 2. Estas son las cuatro actividades que deben realizar forzosamente en la

semana, la única que no cuenta directamente para la calificación final es la participación en el foro de debate.

- Vista de usuarios en línea. En este apartado es posible identificar a los usuarios que están conectados en la plataforma, se les puede enviar mensajes personalizados si se desea.
- Calendario. El calendario tiene agendados los días domingos como fecha límite para la entrega de las actividades, además de recordar el día que se habilitan y se cierran los ejercicios (cuestionarios).
- Participantes. Se puede ver a los estudiantes inscritos en el módulo, el facilitador y el tutor, además de que desde aquí se les pueden mandar mensajes. En esta sección también los estudiantes pueden averiguar a qué número de equipo pertenecen y quiénes son sus compañeros de equipo.
- Dedicación en el aula. Contabiliza el tiempo que el usuario se encuentra disponible en el aula.
- Avance. Esta es una herramienta que indica que actividades entregaste y cuáles te faltan por entregar. Esta herramienta es de gran ayuda tanto para el estudiante que puede identificar de forma rápida que actividades tiene pendientes en la semana, como para el facilitador que puede llevar un mejor control del desempeño del estudiante.
- Evidencias. En esta parte se puede acceder al proyecto integrador y al portafolio de evidencia, en el portafolio de evidencias aparecen todas las actividades a entregar en el módulo el estatus, la calificación y la retroalimentación del facilitador.
- Avisos. Estos pueden ser editados por el facilitador, tutor o personal de soporte técnico, aquí se les recuerda a los estudiantes los horarios para las sesiones en vivos y se les proporciona el enlace, también se les informa de las sesiones masivas que se llevarán a cabo en el campus.

Apéndice E. Análisis de los recursos de la plataforma.

Tabla 4.1 Recursos de contenido de la Unidad I (semana 1).

Núm.	Nombre	Formato	Temas	Recursos	Comentarios
R1	Subconjunto de los números reales.	Video	Número reales y sus subconjuntos.	<p>Conocimiento informal e intuitivo Números naturales, conjunto, contar, notación, razón, cociente, fracciones, numerador, denominador, origen, unidad.</p> <p>Hechos y definiciones Números enteros, números racionales, fracciones propias, fracciones impropias, fracciones mixtas, fracciones equivalentes, número decimal periódico, números decimales finitos</p> <p>Reglas del discurso “Los números naturales son aquellos que nos permiten representar la cantidad de elementos que tiene un conjunto.” “Números naturales negativos” “Para representar números racionales en la recta numérica se deben dividir las unidades de la recta en tantas partes como indique el denominador del número a localizar”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Los números naturales negativos no existen, lo correcto es decir: los negativos de los números naturales. 2. Los números naturales tienen diversos usos en la vida cotidiana, no solo sirven para identificar el número de elementos de un conjunto; también sirven para enlistar, para identificar precios, como etiquetas, enumerar listas, pasos de una receta, primeros lugares en un concurso, etc. 3. Es necesario especificar que al dividir cada unidad de la recta numérica, las partes tienen que ser iguales. El video tampoco profundiza en lo que es el origen. 4. En el video se introduce la notación de conjunto, el símbolo que representa al infinito y los puntos suspensivos, pero no se clarifica lo que significa que un conjunto tenga infinitos elementos.
R2	¿Qué son los números naturales?	Página con enlace de video	Número naturales	<p>Conocimiento informal e intuitivo Números decimales, números fraccionarios, números irracionales, contar, intercambio de cosas, conjunto y el infinito.</p> <p>Hechos y definiciones Números naturales y notación de conjunto</p> <p>Procedimientos algorítmicos Suma y multiplicación de números naturales</p> <p>Competencias relevantes No siempre es posible hacer restas con los números naturales. No siempre la división entre números naturales es exacta.</p> <p>Reglas del discurso “A estos números que han sido usados desde hace más de 4000 años, en la actualidad le llamamos números naturales: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y así sucesivamente” “Los números naturales nunca terminan”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Video disponible en el enlace https://youtu.be/uqCO15pKGKo 2. Este video presenta comentarios usuarios de internet, que evidencian que el contenido les ha confundido, por ejemplo preguntan: <ul style="list-style-type: none"> • qué si todos los números son naturales • ¿De qué número a qué número son los naturales? • Sugieren que el autor del video explique porqué el -1 no es un número natural • En la introducción falta el número 9 • El video es muy aburrido, le sugieren que hable con un poco más de ánimo. 3. Con los comentarios se percibe que dos de los estudiantes que publicaron están confundiendo los números naturales con los dígitos, debido a que exigen que aparezca el 9. 4. No les queda claro que significa que los números naturales sean infinitos.
R3	¿Qué es un número entero?	Página y un enlace de video para saber más.	Números enteros	<p>Conocimiento informal e intuitivo Número, número negativo, infinito, recta numérica, reglas de los signos.</p> <p>Hechos y definiciones Propiedad del elemento neutro, propiedad elemento simétrico y propiedad conmutativa.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Operaciones con números enteros</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Disponible en el enlace https://www.youtube.com/watch?v=NobIbXgimVg 2. Utiliza la recta numérica para representar cada uno de los ejemplos con el elemento neutro, el elemento simétrico y la propiedad conmutativa.
R4	Ejemplos de números reales	Video	Números reales	<p>Conocimiento informal e intuitivo Contar, números, números naturales, infinito, números enteros, conjunto, subconjunto, unión de conjuntos, numerador, denominador.</p> <p>Hechos y definiciones Números racionales, números irracionales, números reales.</p> <p>Reglas del discurso “Los números enteros son los que están formados por cantidades enteras positivas, cantidades enteras negativas y el número neutro que es el cero”</p> <p>Competencias relevantes “La división por cero no está definida” “Los números negativos no tienen raíz cuadrada ni cuarta en los números reales”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Enlace del video https://youtu.be/IsoFP2YApsv 2. En el video se comenta que los números naturales son los mismos números que los enteros positivos. Lo que permite que los estudiantes identifiquen a los números naturales como un subconjunto de los números enteros. Sin embargo utiliza la noción de cantidad entera para definir los números enteros. 3. Los ejemplos que proporciona para los números racionales son fracciones, después comenta que los números enteros y los naturales están contenidos en los números racionales. 4. Comentarios de los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> • Todo muy bien explicado • “casi nunca se entiende a un profe en el aula de clase pero en un

					vídeo sí” • “explica muy bien pero sigo sin entender que son números reales”
R5	Divisibilidad	Infografía	Divisibilidad	<p>Conocimiento informal e intuitivo Número, número primo.</p> <p>Hechos y definiciones Divisibilidad, múltiplo, residuo, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Algoritmo para obtener el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Se identifican los elementos en una división. Los ejemplos de reparto que se utilizan son claros y muy sencillos. Para los algoritmos del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo no se aclara cuáles son los números primos.
R6	Criterios de divisibilidad	Video	Criterios de divisibilidad	<p>Conocimiento informal e intuitivo Cifras pares e impares, tablas de multiplicar</p> <p>Hechos y definiciones Divisibilidad, múltiplos, criterios de divisibilidad entre: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12</p> <p>Procedimientos algorítmicos Sumas, restas, divisiones y multiplicaciones con números enteros.</p> <p>Control Verificación para el estudiante: comprobación de que un número divisible por 6 también es divisible por 2 y por 3 o viceversa.</p> <p>Creencias del profesor “Es muy fácil el criterio del 5 y del 10” “El criterio del 11 es muy chulo y muy curioso” “No es nada fácil entenderle al principio” “Si el número es muy grande es muy difícil comprobar que un número sea divisible por 11, practicar y practicar y aprobarás” Los criterios sirven cuando se simplificar fracciones, encontrar el máximo común divisor y mínimo común múltiplo</p> <p>Competencias relevantes</p> <ul style="list-style-type: none"> Si el número solo tiene una cifra es divisible entre 4, sí es 4 y 8. Si en número tiene más cifras solo se debe fijar en las últimas dos cifras. Que se pueda calcular la mitad dos veces consecutivas de un número, entonces el número es divisible por 4, porque $4=2.2$ El criterio del 12 se cumple porque $12=4.3=2.2.3$ 	<ol style="list-style-type: none"> Video disponible en el enlace https://www.youtube.com/watch?v=BglltQZFab0 El primer enlace corresponde a un video donde el profesor explica con mucha claridad cada uno de los criterios y los conceptos involucrados en cada uno de ellos. Realiza las operaciones y las comprobaciones. La simbolización que utiliza para enunciar las propiedades es clara y contesta las dudas y preguntas en el mismo espacio del video, además da la opción de publicar las dudas en el foro de matemáticas en www.unicos.com y en su página de Facebook. En los comentarios de los estudiantes solo se perciben dudas en la explicación del criterio para el 11.
		Página de internet		<p>Conocimiento informal e intuitivo Cifras pares e impares, tablas de multiplicar</p> <p>Hechos y definiciones Divisibilidad, criterios de divisibilidad entre: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 25 y 125.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Página disponible en el enlace http://www.vitutor.com/di/di/a_3.html Por cada criterio se enlistan ejemplos de números que son divisibles por el número indicado, pero sólo corrobora esos ejemplos en el caso de los criterios de divisibilidad por 9, 11, 7 y 3, para todos los demás los da por hecho. En el enlace se cuenta con un menú que te lleva a temas como: múltiplo, divisores, números primos, números compuestos, ejercicios interactivos, etc.
R7	La música de los números primos	Video	Números primos y aplicaciones	<p>Conocimiento informal e intuitivo Divisores de un número</p> <p>Hechos y definiciones Definición de números primos, antecedentes históricos de los números primos, aplicaciones de los números primos</p>	<p>Los tres videos están disponible en los enlaces https://www.youtube.com/watch?v=KyORBGrvlyM https://www.youtube.com/watch?v=B8M_xIUPeok https://www.youtube.com/watch?v=QvrYYvAuJJo</p> <p>Comentarios:</p> <ol style="list-style-type: none"> En los tres videos se mencionan datos curiosos de los números primos, antecedentes, descubrimientos en donde se les involucra, etc. La información es muy valiosa, pero cada video dura un poco más de 26 minutos y al no haber propuesta alguna actividad es probable que los estudiantes no los consulten. Para motivar a los estudiantes se les puede pedir que planteen preguntas de la información o bien plantearlas desde el inicio y que ellos encuentren las respuestas. Por ejemplo:

					<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el problema que logró que varios matemáticos enloquecieran con el tiempo y que otros intentaran suicidarse al no poder resolverlo? • ¿A qué nos ayudan los números? • ¿Por qué los números son imprescindibles en nuestra vida diaria? • ¿Qué son los números primos? • ¿Por qué son tan importantes los números primos? • ¿Qué significa que todos los números que no son primos se pueden construir multiplicando números primos? Dar ejemplos. • ¿Por qué se dice que los números primos son los átomos de las matemáticas? • ¿Por qué se dice que las cigarras se valen de los números primos para sobrevivir? • ¿A quién y por qué le llaman el Príncipe de las matemáticas?
R8	Operaciones básicas con números enteros, racionales y reales	Infografía	Suma, resta, multiplicación y división con números reales.	<p>Conocimiento informal e intuitivo Mínimo común múltiplo, máximo común divisor</p> <p>Hechos y definiciones Sumar, restar, multiplicar, propiedades de la multiplicación (conmutativa, asociativa, distributiva), dividir, propiedades de la división (operación no interna, no conmutativa, el cero y la división, elemento neutro), leyes de los signos.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Algoritmo para sumar fracciones con igual y distinto denominador, algoritmo para convertir fracciones impropias a mixtas y viceversa, calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo, algoritmo para la multiplicación de fracciones, algoritmo para la división de fracciones.</p> <p>Reglas del discurso “Restar es quitar a una cantidad mayor llamada minuendo, una cantidad menor llamada sustraendo” “Multiplicar es repetir un número llamado multiplicando tantas veces como lo indique otro llamado multiplicador” “Un elemento neutro es un número que al dividir ‘no ocurre nada.’”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. La definición que ha dado de resta solo funciona para números positivos, los ejemplos que muestran obedecen a la regla indicada. Para el caso de los números enteros argumentan que la resta no existe y que se debe cambiar la operación a la operación inversa que es la suma. 2. Enuncian las leyes de los signos sin ninguna explicación o el porqué de tales reglas. 3. La operación que nombran como <i>operación no interna</i>, es la que comúnmente se llama de no cerradura.
R9	Inverso multiplicativo	video	Inverso multiplicativo	<p>Conocimiento informal e intuitivo Elemento neutro de la multiplicación, multiplicación de números enteros, igualdad</p> <p>Hechos y definiciones Inverso multiplicativo,</p> <p>Procedimientos algorítmicos Algoritmo para multiplicar fracciones</p> <p>Reglas del discurso “Multiplicar por 1 da la misma cantidad” “Ningún número entero que se multiplique por 3 da 1” “Cuando se tenga que encontrar el inverso multiplicativo de una fracción, solo se le debe dar la vuelta a la fracción”</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Enlace del video disponible en https://www.youtube.com/watch?v=aJSsakgz6u8 2. El expositor comenta que el inverso multiplicativo sirve para resolver ecuaciones. 3. Dentro de los comentarios de los estudiantes solicitan que: <ul style="list-style-type: none"> • “necesito ayuda necesito demostrar porque 0 no tiene inverso multiplicativo” • “Disculpa crees que lo pueda utilizar para exponer en mi clase de matemáticas”
R10	Resolución de problemas	Página con ejemplos resueltos y enlaces de consulta	Operaciones con números racionales	<p>Conocimiento informal e intuitivo Operaciones con números enteros y fracciones.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Algoritmos para la división, multiplicación, resta y suma con números enteros.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Los dos ejercicios resueltos carecen de comprobaciones. 2. Se plantean dos ejercicios para que los estudiantes los resuelvan como actividad extra y que compartan sus soluciones en un foro. Ningún estudiante atendió la indicación. 3. Se recomienda consultar dos enlaces: http://www.ingenieriaycalculos.com/matematicas/aritmetica/fracciones http://cursosdealgebra.net/2012/10/27/2-6-operaciones-con-fracciones-comunes-parte-2/ <ul style="list-style-type: none"> • El primer enlace corresponde a una página en donde se pueden encontrar los algoritmos para realizar operaciones con fracciones,

					<p>calculadora que permite realizar la suma, resta, multiplicación y división con números racionales (fracciones mixtas, números enteros y número fraccionario).</p> <ul style="list-style-type: none"> El segundo enlace corresponde a una página que muestra y explica los algoritmos para realizar sumas, restas, multiplicación y divisiones con fracciones.
R11	Propiedades de los exponentes	Documento en pdf	Operaciones con exponentes	<p>Conocimiento informal e intuitivo Operaciones con número enteros</p> <p>Hechos y definiciones Propiedades para el producto y división de potencias, notación exponencial, base, potencia, exponente cero y fraccionario.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Resta y suma de potencias, multiplicación y división de números enteros, valor de la potencia.</p> <p>Reglas del discurso “Notación exponencial es un número elevado a una potencia que indica cuántas veces se multiplica a sí mismo” “El resultado de elevar un número a una potencia también se puede llamar potencia” “Al elevar cualquier número a cero se obtiene uno” “Una potencia negativa equivale a una fracción”</p> <p>Competencias relevantes “Un error que se debe evitar es pensar que al dividir las mismas bases, éstas se hacen uno”</p>	<p>Se plantea la interrogante: ¿Qué significa un número elevado a cero y qué significa un número elevado a una potencia negativa? Pero no da respuesta. Se muestran ejemplos y al final se menciona que “cualquier número elevado a la cero es 1, y que una potencia negativa equivale a una fracción.”</p>
R12	Leyes de los exponentes regla 1	video	Regla de la suma de los exponentes	<p>Conocimiento informal e intuitivo Regla de los signos para la multiplicación</p> <p>Hechos y definiciones Enuncia la propiedad para la multiplicación de términos con la misma base. $a^m a^n = a^{m+n}$</p> <p>Procedimientos algorítmicos Identifica las bases, aplicación de la regla, suma y resta de exponentes</p>	<ol style="list-style-type: none"> Enlace para video https://www.youtube.com/watch?v=SDxP8TZMFnw Para explicar la propiedad del producto de potencias con la misma base (distinta de cero) presenta 3 ejemplos, 2 de ellos con variables (x, y) y uno con números (2). El expositor es muy claro en cada uno de los pasos que desarrolla. Desarrolla paso a paso cada una de las operaciones y se apoya de distinto colores para identificar cada resultado.
R13	Propiedades de igualdad	Documento en pdf	Propiedades de la igualdad	<p>Conocimiento informal e intuitivo Igualdad</p> <p>Hechos y definiciones Propiedades de la igualdad: idéntica o reflexiva, simétrica o recíproca, transitiva, uniforme y cancelativa.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Operaciones con números enteros</p>	<ol style="list-style-type: none"> Menciona que el estudio de la igualdad resulta importante debido a que permite determinar condiciones para resolver problemas. Por ejemplo encontrar el punto de equilibrio entre la demanda y la oferta de un producto, esto permitirá definir el precio más adecuado y de esta forma que el mercado permanezca en equilibrio. Por cada propiedad se presentan al menos cinco ejemplos. Las propiedades uniforme y cancelativa son las mismas.
R14	Razones y proporciones	Presentación	Razones y proporciones	<p>Conocimiento informal e intuitivo Comparar</p> <p>Hechos y definiciones Razón, proporción, razón de proporcionalidad, constante de proporcionalidad, proporción directa e inversa.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Despejar una incógnita de una ecuación</p> <p>Control Comprobar que dos razones son proporcionales</p> <p>Reglas del discurso “si dos cantidades son tales que a doble, triple ... cantidad de la primera corresponde a doble, triple ... cantidad de la segunda entonces se dice que son directamente proporcionales” “Si dos cantidades son tales que a doble, triple ... cantidad de la primera corresponde la mitad, la tercera parte de la segunda entonces se dice que son</p>	<ol style="list-style-type: none"> Uno de los ejemplos de razón que muestran es -1/2, pero en el sentido de la definición que dan “Razón es la comparación de dos cantidades, hallando cuántas veces contiene una a la otra, mediante una división” qué significado tiene ésta, que el -1 cabe dos veces en el 2 o que el 2 cabe -0.5 veces en el -1. La definición para las proporciones inversas o directas, considera únicamente las proporciones enteras, dejando fuera las proporciones de forma general.

				inversamente proporcionales”	
R15	Matemáticas- Razón y proporción	Video	Ejemplo de proporción directa.	Conocimiento informal e intuitivo Rectángulo, área de un rectángulo, razón, proporción, Procedimientos algorítmicos Algoritmo para resolver una proporción	<ol style="list-style-type: none"> 1. Enlace de un video disponible en el enlace https://www.youtube.com/watch?v=ZYecG0BUj_w 2. El expositor encuentra la proporción que sirve para resolver el problema y sigue el algoritmo para encontrar el valor de la incógnita. Después de eso utiliza la fórmula para el área del rectángulo y muestra el resultado. Un detalle curioso es que prefiere obtener el resultado con decimales en vez de trabajar con las fracciones, entonces el resultado que obtiene es aproximado pero no hace mención de ello.

Tabla 4.2.2. Recursos (ejercicios) de la Unidad 1 (semana 1).

Número	Nombre	Temas	Recursos
E1	Línea del tiempo. Formato: Word	Números reales, localización de números enteros en la recta numérica.	<p>Se recomienda consultar tres enlaces como apoyo para la actividad</p> <p>http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_006/index.html http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_030/index.html http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_032/index.html</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El primer enlace corresponde a una página en donde se identifican números en la recta numérica y se comparan respecto al cero, primero vienen ejemplos y después el estudiante puede interactuar con la aplicación para identificar la relación del número asignado con el cero. Conocimiento informal e intuitivo Números enteros, mayor que, menor que, valor absoluto (no lo explica) Los hechos y definiciones Un número es mayor que el cero si se encuentra a la derecha de este y es menor si se encuentra a su izquierda Procedimientos algorítmicos <ul style="list-style-type: none"> • Comparar números enteros con el cero • Decidir cuándo un número enteros es mayor o menor que el cero Control <ul style="list-style-type: none"> • Las instrucciones son muy claras, describe el procedimiento a seguir. • El primer ejercicio explica porque la respuesta es correcta o porque es incorrecta, resaltando si el número está a la derecha o a la izquierda del cero. • El segundo ejercicio explica porque la respuesta es correcta y en el caso de ser incorrecta da una sugerencia para analizar. 2. El segundo enlace consiste en encontrar un número irracional entre cualesquiera dos enteros. Para ello utilizan la circunferencia, una recta de 45° de inclinación y una recta vertical. El estudiante solo inserta números en las casillas y no se explica cómo es que con esa circunferencia se garantiza que el número obtenido es un irracional. Conocimiento informal e intuitivo $\sqrt{2}$ es irracional, circunferencia, inclinación, ángulo de 45°, recta vertical e intersecciones 3. El tercer enlace manda a una aplicación donde se le pide al estudiante que identifique dos números específicos, para ello debe mover los puntos en la recta numérica hasta llegar a los deseados, después identificar la relación que hay entre ellos, cuál de los dos números es más grande (menor o igual) que el otro. Conocimiento informal e intuitivo Dibujar los números en la recta numérica, mayor que, menor que y desigualdad
E2	Radicales recta numérica Formato: Word	Fracciones.	<ol style="list-style-type: none"> 4. Se le pide a los estudiantes localizar cuatro fracciones, identificar la parte sombreada de tres figuras geométricas y un crucigrama en el cual tiene n que recordar de seis preguntas una por cada concepto. Conocimiento informal e intuitivo Dividir un todo en partes iguales Los hechos y definiciones Fracción, fracción mixta, fracción propia, número racional, números reales, números enteros, números racionales, Procedimientos algorítmicos

			Contar el número de partes en las que se divide un todo (figura geométrica)
E3	Misma cantidad de esferas Formato: Word	División de números enteros.	Conocimiento informal e intuitivo Múltiplo y divisor Los hechos y definiciones Residuo, divisible, divisibilidad Procedimientos algorítmicos Algoritmo para dividir, multiplicar y sumar
E4	Moños para adornar Formato: Word	Divisores de un número y máximo común divisor.	Conocimiento informal e intuitivo Medida Los hechos y definiciones Divisores, máximo común divisor, divisor más grande Procedimientos algorítmicos Obtener los divisores e identificar el divisor más grande Observaciones La actividad empieza con datos específicos pero después se les pide determinar los divisores de otras tres cantidades diferentes a los números involucrados en el ejercicio.
E5	La menor longitud Formato: Word	Múltiplos de un número y mínimo común múltiplo.	Los hechos y definiciones Divisores y múltiplos de un número Procedimientos algorítmicos Calcular los múltiplos de un número y el mínimo común múltiplo
E6	Sumas y restas Formato: Word	Sumas y restas con números racionales.	Conocimiento informal e intuitivo Jerarquía de operaciones Procedimientos algorítmicos Algoritmos para sumas y restas con números racionales
E7	Multiplicación y división Formato: Word	Multiplicación y división con números racionales.	Conocimiento informal e intuitivo Jerarquía de operaciones Procedimientos algorítmicos Algoritmos para multiplicaciones y divisiones con números racionales
E8	Operaciones con potencias Formato: Word	Notación exponencial. El caso de la base 2.	Los hechos y definiciones Notación exponencial Procedimientos algorítmicos Identificación de factores y desarrollo de potencias
E9	Multiplicación de potencias Formato: Word	Multiplicación de potencias de la base 2.	Los hechos y definiciones Notación exponencial Procedimientos algorítmicos Multiplicación de potencias
E10	Productos Formato: Word	Propiedad de suma de los exponentes.	Los hechos y definiciones Notación exponencial Procedimientos algorítmicos Producto de potencias aplicando la propiedad de suma de los exponentes.
E11	Ejercicios de potencias Formato: Word	División de potencias y valor numérico.	Los hechos y definiciones Notación exponencial Procedimientos algorítmicos División de potencias aplicando la propiedad de la resta de los exponentes, obtener valores numéricos de potencias, simplificación de expresiones algebraicas con bases iguales.
E12	Ejercicios de igualdad y equivalencia Formato: Word	Propiedades de la igualdad. Equivalencias.	Los hechos y definiciones Propiedades de la igualdad: conmutativa, reflexiva, transitiva y cancelativa. Procedimientos algorítmicos Utilizar las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) para obtener expresiones numéricas equivalentes a las dadas. A partir de las propiedades de la igualdad, identificar el valor de una variable o incógnita.
E13	Ejercicios de proporciones	Despejes. Proporciones inversa y	Procedimientos algorítmicos Despejar una incógnita de una ecuación.

	Formato: Word	directas.	Encontrar los valores numéricos de una expresión algebraica. Calcular la constantes de proporcionalidad inversa y directa. Identificar las dimensiones de un rectángulo e identificar la proporción de sus lados. Identificar la relación de la base con el área.
E14	Proporcionalidad inversa o directa Formato: Word	Resolución de ejercicios de proporción inversa y directa.	Los hechos y definiciones Proporción directa e inversa. Procedimientos algorítmicos Plantear una expresión algebraica para resolver la situación. Identificar si las situaciones planteadas corresponden a proporción directa o inversa. Justificar cuál de dos opciones es la mejor, plantear una expresión algebraica para cada situación y tabular.
E15	Cuaderno de prácticas	Todos los temas de la semana	Documento en PDF que compila los ejercicios E1-E14.

Tabla 4.2.3. Recursos identificados en las actividades de la semana 1.

Número	Actividades entregables y evaluables	Formato	Temas	Recursos	Comentarios
A1	Actividad integradora 1	El formato de entrega es libre, puede ser: editor de texto, presentación o documento en pdf.	Subconjuntos de números reales, divisibilidad y operaciones básicas con números enteros racionales y reales.	Hechos y definiciones Números reales, números racionales, razón y proporción. Procedimientos algorítmicos Identificar números enteros y racionales en la recta numérica, encontrar la proporción de algunos hechos, identificar qué números son reales, operaciones con números racionales.	1. Se solicita a los estudiantes revisar dos videos disponibles en los enlaces: https://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE https://www.youtube.com/watch?v=m2CHDRgrkzY 2. En el primer video se mencionan definiciones de los números reales: <ul style="list-style-type: none"> “Los números reales son todos aquellos números que pueden representarse en una recta numérica”. “Por el simple hecho de que se pueden representar en la recta son reales”. 3. El segundo video muestra como ubicar fracciones propias e impropias (positivas) en la recta numérica.
A2	Actividad integradora 2		Propiedades de los exponentes, propiedades de igualdad, razones y proporciones.	Hechos y definiciones Razón, proporción, proporción directa, equivalencias Procedimientos algorítmicos Divisiones, multiplicaciones, sumas y restas con números racionales, convertir a notación exponencial números dados, comparar unidades de almacenamiento Control El estudiante tiene que justificar cada una de sus respuestas	
A3	Foro de clase 1	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Experiencia en el aprendizaje de las matemáticas. Aprendizaje obtenido en esta primera semana. La importancia de aprender matemáticas.		1. Esta es una actividad que recupera las creencias de los estudiantes respecto al uso de las matemáticas y las experiencias que han tenido con éstas en su formación académica previa. 2. La mayoría de los estudiantes expresan que las matemáticas no les son de su agrado.
Actividades entregables y no evaluables					
A4	Foro de debate 1	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Proporcionalidad directa e inversa	Los hechos y definiciones Razón, proporción inversa y directa. Procedimientos algorítmicos Plantear y resolver un problema de proporción inversa o directa.	1. Se recomienda a los estudiante reproducir el video disponible en el enlace https://www.youtube.com/watch?v=CqKxuOW_bVc En este video se identifican se explica con mucha claridad cada concepto y los pasos para resolver cada uno de los ejemplos

				<p>Algoritmo para despejar una incógnita de una ecuación.</p> <p>Control El estudiante tiene que justificar cada una de sus respuestas</p>	<p>propuestos.</p> <p>Se identifican los siguientes <i>recursos</i>:</p> <p>Hechos y definiciones Proporción, se hace la diferencia entre proporción inversa y directa</p> <p>Procedimientos algorítmicos Algoritmo para encontrar la incógnita en una proporción, operaciones básicas con número enteros.</p> <p>Reglas del discurso El expositor enfatiza en cada ejemplo porqué tiene sentido el tipo y la expresión de la proporción.</p> <p>Competencia relevante “Al graficar una relación de proporcionalidad directa, los puntos formaran una recta que pasa por el origen”</p> <p>2. La mayoría de los estudiantes publicaron ejercicios que ya se encuentran resueltos en internet, fue una minoría la que planteó los problemas según sus actividades diarias.</p>
--	--	--	--	---	---

Tabla 4.3.1 Recursos (contenido) de la Unidad 2 (semana 2).

Núm.	Nombre	Formato	Temas	Recursos	Comentarios
R16	Lenguaje común al algebraico y viceversa	Página	Lenguaje algebraico	Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo se leen las expresiones algebraica e identificando cada uno de sus elementos (variable, exponente y operaciones involucradas) Ejemplos para calcular el valor numérico.	
R17	Ejemplos del lenguaje común a algebraico	Video	Lenguaje algebraico	Procedimientos algorítmicos Ejemplo de cómo convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico y encontrar la expresión algebraica que determina la solución del problema.	El video explica paso a paso los elementos que se deben identificar para encontrar la expresión algebraica solicitada. Este es un ejemplo muy parecido al planteamiento de las actividades 3 y 4.
R18	Expresiones algebraicas y términos semejantes	Infografía	Expresiones algebraicas y términos semejantes	Los hechos y definiciones Signo, coeficiente numérico, variables, exponentes, términos semejantes, ejemplos de términos semejantes, ejemplos para expresar el área de un cuadrado, triángulo y circunferencia.	
R19	Clasificación de las expresiones algebraicas	Presentación	Expresiones algebraicas: monomios, binomios, trinomios y polinomios	Los hechos y definiciones Definición y ejemplos de monomios, binomios, trinomios y polinomios	
R20	Grado de una expresión algebraica	Infografía	Grado de una expresión algebraica	Los hechos y definiciones Definición de grado de una expresión algebraica y un ejemplo de cómo identificar los grados.	
R21	Para saber expresiones más. Expresiones algebraicas	Página con enlace para un video https://www.youtube.com/watch?v=NYz6PEEdY4M	Expresiones algebraicas	Los hechos y definiciones Definición y ejemplos de expresión algebraica, término algebraico, elementos de un término algebraico, monomio, polinomio (binomio y trinomio) y términos semejantes.	
R22	Operaciones	Infografía	Definición de polinomios	Los hechos y definiciones	No muestra ejemplos, solo un organizador gráfico

	básicas con polinomios		y operaciones básica	Definición de polinomio, cómo se expresan y las operaciones básicas que se pueden realizar.	con los elementos mencionados.
R23	Suma de polinomios	PDF	Suma de polinomios	Los hechos y definiciones En qué consiste la suma de polinomios, las formas de ordenar los polinomios (horizontal y vertical) Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo sumar de polinomios (reduciendo términos semejantes).	
R24	Resta de polinomios	PDF	Resta de polinomios	Los hechos y definiciones En qué consiste la resta de polinomios, minuyendo y sustrando Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo restar de polinomios (reduciendo términos semejantes).	Se menciona que para realizar las restas de polinomios se sigue el mismo procedimiento para la suma, solo se debe tener cuidado al multiplicar con los signos negativos.
R25	Multiplicación de polinomios	PDF	Multiplicación de polinomios	Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo multiplicar monomio por polinomio y polinomio por polinomio.	Después de realizar las multiplicaciones se enfatiza que se deben identificar y simplificar los términos semejantes
R26	División de polinomios	PDF	División de polinomios	Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo dividir un polinomio por un monomio, división de polinomios (polinomios de más de dos términos).	Se menciona que la división de polinomios sigue los mismos principios y procedimientos que la división aritmética de números, el método que se explica es el de la “casita” (divisor, dividendo, cociente y residuo).
R27	Ejemplo de aplicación de operaciones	PDF	Resolución de un problema	Procedimientos algorítmicos Evaluar expresiones algebraicas para obtener el valor numérico, sumar polinomios y multiplicar polinomios.	Este problema es muy parecido al que se plantea en la actividad 5, la idea de fondo es la misma, solo cambian las expresiones algebraicas y los valores para los cuáles se deben obtener los costos.

Tabla 4.3.2 Recursos (ejercicios) de la Unidad 2 (semana 2).

Número	Materiales (ejercicios)	Formato	Temas	Recursos
E16	Lenguaje algebraico. ¿Cómo se lee?	Editor de texto	Lenguaje algebraico	Procedimientos algorítmicos Ejercicios para convertir del lenguaje común al algebraico y viceversa.
E17	Lenguaje común al algebraico y viceversa		Lenguaje algebraico	Procedimientos algorítmicos Ejercicios donde se tiene que completar párrafos, indicando que variables, expresiones algebraicas o resultados le corresponden a cada situación.
E18	Términos semejantes		Términos semejantes	Procedimientos algorítmicos Ejercicios con dos expresiones algebraicas y se tiene que decidir si son o no semejantes.
E19	Clasificación de las expresiones algebraicas		Expresiones algebraicas	Procedimientos algorítmicos Ejercicios para identificar a qué tipo de expresiones algebraicas representan (monomio, binomio, trinomio y polinomio)
E20	Grado de una expresión algebraica		Grado de una expresión algebraica	Procedimientos algorítmicos Ejercicios para identificar el grado de la expresión algebraica según la variable que se indique.
E21	Valor numérico de una expresión algebraica		Valor numérico	Procedimientos algorítmicos Ejercicios en donde se debe obtener el valor numérico de la expresión algebraica, para dos valores específicos.

E22	Suma de polinomios		Suma de polinomios	Procedimientos algorítmicos Cuatro ejercicios para sumar polinomios.
E23	Resta de polinomios		Resta de polinomios	Procedimientos algorítmicos Cuatro ejercicios para restar polinomios.
E24	Multiplicación de polinomios		Multiplicación de polinomios	Procedimientos algorítmicos Cinco ejercicios para multiplicar polinomios.
E25	División de polinomios		División de polinomios	Procedimientos algorítmicos Cuatro ejercicios para dividir polinomios.
E25	Aplicación de operaciones con polinomios y valor numérico		Operaciones con polinomios, valor numérico de expresiones algebraicas, área y volumen.	Procedimientos algorítmicos Multiplicación de polinomios, obtener valor numérico de expresiones algebraicas, calcular la expresión algebraica para las superficies y volumen, calcular el volumen de la caja para diferentes alturas. Comentarios Este ejercicio es igual al proyecto integrador, la única diferencia es que en el proyecto integrador se solicitan otros cálculos que involucran ecuación cuadrática, conversión de unidades y montos para forrar la caja.
E26	Cuaderno de prácticas	PDF	Todos los temas vistos en la semana	Comentario Es un compilado de los recursos E16-E25 anteriores e incluye las respuestas de cada uno de los ejercicios y problemas.

Tabla 4.3.3 Actividades de la Unidad 2 (semana 2).

Número	Actividades entregables y evaluables	Formato	Temas	Recursos
A5	Actividad integradora 3	El formato de entrega es libre, puede ser: editor de texto, presentación o documento en pdf.	Lenguaje algebraico, términos algebraicos	Procedimientos algorítmicos Encontrar una expresión algebraica que modele una situación convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico (encontrar cuatro expresiones algebraicas) y simplificar términos semejantes. Esta actividad solicita que el estudiante justifique su respuesta.
A6	Actividad integradora 4			Procedimientos algorítmicos Encontrar una expresión algebraica que modele una situación, convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico (encontrar cuatro expresiones algebraicas) y simplificar términos semejantes. Esta actividad solicita que el estudiante justifique su respuesta.
A7	Foro de clase 2	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Elementos importantes que se deben retomar de los planteamientos para resolverlos	En este foro no se muestran <i>recursos</i> como tal, más bien las preguntas permiten conocer las creencias de los estudiantes hacia los elementos que se consideran importantes para poder resolver un problema.
Actividades entregables y no evaluables				
A8	Foro de debate 2	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Dificultades presentadas y factores que les facilitaron resolver las actividades	En este foro no se muestran <i>recursos</i> como tal, más bien las preguntas permiten conocer las acciones de control que toman los estudiantes ante las dificultades que se les presentan para resolver los problemas planteados en las actividades.

Tabla 4.4.1 Recursos (materiales) de la Unidad 2 (semana 3).

Número	Materiales (contenidos)	Formato	Temas	Recursos	Comentarios
R28	Factorización de números enteros	Infografía	Factorización de números enteros	Hechos y definiciones Se muestran los números primos del 1 al 1000, se mencionan los teoremas: teorema fundamental del álgebra y teorema fundamental de	

				la aritmética Procedimientos algorítmicos Algoritmo para factorizar números enteros, método de descomposición factorial y calcular el máximo común divisor	
R29	Factorización de polinomios	Infografía	Factorización de polinomios	Hechos y definiciones Definición de factorización de polinomio, métodos de factorización y el máximo factor común Procedimientos algorítmicos Método y ejemplos para la factorización identificando el factor común (el factor común, el factor común trinomio, factor común polinomio), factorización por agrupación de términos, factorización por trinomio cuadrado perfecto, factorización por diferencia de cuadrados, trinomio de la forma ax^2+bx+c , trinomio de la forma x^2+bx+c .	
R30	Método de factor común	Video disponible en el enlace https://youtu.be/zt_h55EvqPA	Factorización de polinomios	Hechos y definiciones Factorización, factor común y regla de los signos para la multiplicación Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo factorizar siguiendo el método factor común División de polinomios	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios. El autor comenta que “para volverse un experto en matemáticas debes practicar y practicar”.
R31	Ecuaciones lineales	Presentación	Ecuaciones lineales	Hechos y definiciones Definición de ecuación, elementos de una ecuación, tipos de ecuaciones y ecuaciones de una variable.	
R32	Ejercicio factorización por agrupación de términos	Video disponible en el enlace https://youtu.be/6ZjM4lf-6RQ	Factorización de polinomios	Hechos y definiciones Factorización y regla de los signos para la multiplicación Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo factorizar siguiendo el método factor común por agrupación de términos División de polinomios	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios. El autor comenta que “para volverse un experto en matemáticas debes practicar y practicar”.
R33	Ejercicio factorización por el método trinomio cuadrado perfecto	Video disponible en el enlace https://youtu.be/v8X7ULJC3bg		Hechos y definiciones Trinomio cuadrado perfecto Procedimientos algorítmicos Muestra las expresiones algebraicas del desarrollo del trinomio cuadrado perfecto y factorización de un trinomio cuadrado perfecto, obtener raíz cuadrada de términos algebraicos.	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve muchos ejercicios de los temas porque “el tema de factorización es la clave para el álgebra y lo temas de cálculo”.
R34	Ejercicio factorización por el método diferencia de cuadrados perfectos	Video disponible en el enlace https://youtu.be/ETI1UQBCfn4		Hechos y definiciones Productos notables: diferencia de cuadrados perfectos Procedimientos algorítmicos Desarrolla el producto para llegar a la diferencia de cuadrados perfectos. Verificar que exista la raíz cuadrada del primer término y del segundo y utilizar las expresiones.	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios. El autor menciona que “la factorización es un juego muy sencillo y divertido”.
R35	El método cuadrado perfecto por adición y sustracción	Video disponible en el enlace https://youtu.be/bDXQYwQkluQ		Procedimientos algorítmicos Obtener la raíz cuadrada del primer y del tercer término. Utilizar los algoritmos de los casos trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados perfecto. Reglas del discurso Utilizará un truco matemático: sumar y restar la misma expresión para que no se altere el polinomio.	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios. El autor menciona que “es un juego divertido y se torna en algo mecánico una vez que se aprende el método”.
R36	Ejercicio factorización por el método trinomio de la forma ax^2+bx+c	Video disponible en el enlace https://youtu.be/xiBC-i1MTZI		Procedimientos algorítmicos Explica el método para factorizar con dos casos 1. Extraer la raíz cuadrada del primer término, se colocan en ambos factores 2. Buscar los signos	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios.

				3. Buscar los factores primos del tercer término, para encontrar dos números que multiplicados en el tercer término y sumados o restados el coeficiente del segundo término.	
R37	Ejercicio factorización por el método el cubo perfecto de binomios	Video disponible en el enlace https://youtu.be/wBNsEdmGec		<p>Procedimientos algorítmicos Método del cubo perfecto de binomios.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ordenar el polinomio 2. Verificar si el primer y cuarto término tienen raíz cúbica 3. Verificar que el segundo término sea el triple producto de la primera raíz elevado al cuadrado por la raíz del cuarto término 4. Verificar que el tercer término sea el triple del producto de la primera raíz por la raíz del segundo término elevado al cuadrado <p>Reglas del discurso Factorizar es volver esos cuatro términos un cubo perfecto de binomios</p>	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube de Hernan Puentes y resuelve dos ejercicios. El autor menciona que “basta con tener claro el concepto y saber aplicar el método que es muy sencillo”.
R38	Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita	PDF		<p>Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo plantear y resolver ecuaciones lineales.</p>	
R39	Solución de ecuaciones lineales- primer caso	Video disponible en el enlace https://youtu.be/9u4r175ub-o		<p>Procedimientos algorítmicos Ejemplo de cómo resolver una ecuación de primer grado con una variable mediante transposición de términos: colocar los términos de la variable al lado izquierdo y los términos independientes del lado derecho y realizar las operaciones respectivas.</p> <p>Reglas del discurso Los términos que están sumando pasan restando Los términos que están restando pasan sumando Cuando los coeficientes están multiplicando pasan dividiendo.</p>	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube Tareasplus. Observación: el autor no comenta que también es posible que los términos con variables pueden ir del lado derecho y los términos independientes del lado derecho, y tampoco realiza la comprobación de que la respuesta sea la correcta.
R40	Solución de ecuaciones lineales- segundo caso	Video disponible en el enlace https://youtu.be/8JbwacIwYqk	Ecuaciones lineales con una incógnita	<p>Procedimientos algorítmicos</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Primero eliminar signos de agrupación aplicando la propiedad distributiva 2. Dejar los términos de las variables del lado izquierdo y los independientes del lado derecho 3. Realizar las operaciones respectivas 4. Dejar sola a la variable 	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube Tareasplus. Observación: el autor no comenta que también es posible que los términos con variables puedan ir del lado derecho y los términos independientes del lado derecho, y tampoco realiza la comprobación de que la respuesta sea la correcta.
R41	Para saber más- Solución de ecuaciones lineales: tercer caso	Video disponible en el enlace https://youtu.be/1a84VUwpgU4		<p>Procedimientos algorítmicos</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Primero eliminar signos de agrupación aplicando la propiedad distributiva 2. Dejar los términos de las variables del lado izquierdo y los independientes del lado derecho 3. Realizar las operaciones respectivas 4. Dejar sola a la variable 	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube Tareasplus. Observación: el autor no comenta que también es posible que los términos con variables puedan ir del lado derecho y los términos independientes del lado derecho, tampoco realiza la comprobación de que la respuesta sea la correcta.
R42	Resolución de problemas con ecuaciones lineales de una sola variable	PDF	Ecuaciones lineales con una incógnita	<p>Hechos y definiciones Se recuerdan las propiedades inverso multiplicativo y el inverso aditivo</p> <p>Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo resolver ecuaciones lineales con incógnita e incluyen la comprobación.</p>	

Tabla 4.4.2 Materiales (ejercicios) de la Unidad 2 (semana 3)

Núm.	Materiales (ejercicios)	Formato	Temas	Recursos
E27	Ejercicios de factorización de números enteros	Editor de texto	Factorización de números enteros	Procedimientos algorítmicos Ejercicios para factorizar números enteros
E28	Ejercicios de factorización de polinomio		Factorización de polinomios	Procedimientos algorítmicos Ejercicios donde se tiene que poner en práctica los diferentes casos para factorizar polinomios
E29	Resolución de problemas con ecuaciones lineales de una sola variable		Ecuaciones lineales con una incógnita	Procedimientos algorítmicos Ejercicios y problemas en donde se tiene que plantear y resolver ecuaciones lineales.
E30	Cuaderno de prácticas	PDF	Todos los temas vistos en la semana	Comentario Es un compilado de los recursos E27-E29 anteriores e incluye las respuestas de cada uno de los ejercicios y problemas.

Tabla 4.4.3 Actividades de la Unidad 2 (semana 3).

Núm.	Actividades entregables y evaluables	Formato	Temas	Recursos
A9	Actividad integradora 5	El formato de entrega es libre, puede ser: editor de texto, presentación o documento en pdf.	Operaciones con polinomios y valor numérico	Procedimientos algorítmicos Encontrar dos expresiones algebraicas que permitan obtener lo que se indica en el planteamiento del problema, evaluar las expresiones algebraicas para encontrar el valor numérico.
A10	Actividad integradora 6		Ecuaciones lineales	Procedimientos algorítmicos Plantear y resolver una ecuación lineal con una incógnita que permita encontrar lo que se solicita.
A11	Foro de clase 3	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	La actividad más fácil y elementos que les permitieron comprender el procedimiento para obtener el resultado de las actividades	Las respuestas permitieron identificar qué actividad fue la más fácil para los estudiantes y el por qué, también se recuperó información de los recursos o apoyos que influenciaron en esto.
Actividades entregables y no evaluables				
A12	Foro de debate 3	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Recursos o apoyos que le permitieron resolver los problemas y cuáles les resultaron útiles para comprender los temas	Las respuestas permiten obtener información de los recursos que los estudiantes prefieren o le resultan más útiles para poder integrar sus soluciones.

Tabla 4.5.1 Recursos (materiales) de la Unidad 2 (semana 4).

Núm.	Materiales (contenidos)	Formato	Temas	Recursos	Comentarios
R43	Sistema de ecuaciones lineales	Infografía	Sistema de ecuaciones lineales	Hechos y definiciones Qué es un sistema de ecuaciones 2x2 Tipos de soluciones de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	
R44	Método de sustitución	PDF		Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución.	Los ejemplos incluyen la comprobación.
R45	Método de reducción	PDF		Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de	Los ejemplos incluyen la comprobación.

				reducción.	
R46	Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones 2x2	Video		<p>Procedimientos algorítmicos Método de reducción para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnita.</p> <p>Reglas del discurso “si está sumando pasa restando” “si está multiplicando pasa dividiendo”</p>	El ejemplo no incluye comprobación de la respuesta
R47	Ecuaciones cuadráticas	PDF		<p>Hechos y definiciones Qué es una ecuación cuadrática y cuáles son sus elementos.</p>	
R48	Para saber más de Método de factorización	Video disponible en el enlace http://sems.mahih.com/#!/c/454/5947	Ecuaciones cuadráticas	<p>Abuso de las reglas del discurso Ejemplo 1 y 2 “x^2 le quitas una x y te queda x”, “si a $3x$ le quitas una x, te queda 3” “si a $6x^2$ le quitas $2x$ te quedan $3x$”, “si a $4x$ le quitas $2x$ te queda 2” “Este paréntesis valga cero” “si está sumando pasa restando” “si está multiplicando pasa dividiendo” “Cuando la ecuación cuadrática tenga dos términos siempre una solución va ser cero y la otra va ser un número”</p> <p>Procedimientos algorítmicos Ejemplo 3 Factorizar trinomios con una tabla: <ol style="list-style-type: none"> 1. Acomodar los términos. 2. Obtener dos números que multiplicados den x^2 y dos números que multiplicados me den el término independiente. 3. Multiplicar los términos de forma cruzada y sumarlos, este resultado debe dar el segundo término (el término lineal). 4. Factorizar 5. “Se igualan los paréntesis a cero para encontrar el valor de x” </p> <p>Ejemplo 4 <ol style="list-style-type: none"> 1. Igualar la ecuación a cero 2. Ordenar los términos (x cuadrada, lineal y número) 3. Utiliza el método de la tabla (como no le sale a la primera busca otros factores del término independiente) </p> <p>Ejemplo 5 <ol style="list-style-type: none"> 1. Igualar la ecuación a cero (si está sumando pasa restando y si está restando pasa sumando) 2. Ordenar los términos en orden descendente 3. Utiliza el método de la tabla (como no le sale a la primera busca otros factores del término independiente) </p>	El video se encuentra alojado en el canal de YouTube Math2me disponible en el enlace https://youtu.be/FTAyKcvWFnY
R49	Método de factorización para resolver ecuaciones cuadráticas	Página		<p>Procedimientos algorítmicos Ejemplos de cómo encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática por el método de factorización.</p>	
R50	Fórmula para general resolver ecuaciones cuadráticas	PDF		<p>Hechos y definiciones Se deduce la fórmula general, se mencionan los tipos de soluciones que puede tener la ecuación cuadrática cuando el determinante es cero, negativo y positivo.</p> <p>Procedimientos algorítmicos Ejemplo de cómo se debe utilizar la fórmula general para encontrar las soluciones de la ecuación cuadrática.</p>	En el ejemplo no se incluye la comprobación de las respuestas.

Tabla 4.5.2 Materiales (ejercicios) de la Unidad 2 (semana 4)

Núm.	Materiales (ejercicios)	Formato	Temas	Recursos
E31	Para practicar método de sustitución	Editor de texto	Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	Procedimientos algorítmicos Resolver cinco sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución
E32	Método de reducción			Procedimientos algorítmicos Resolver cinco sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción
E33	Sistema de ecuaciones 2x2			Procedimientos algorítmicos Resolver dos problemas donde es necesario plantear y resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
E34	Ecuaciones cuadráticas		Ecuaciones cuadráticas	Procedimientos algorítmicos Tres ejercicios en donde deben encontrar una expresión algebraica que modele el comportamiento de una sucesión formada por figuras con cuadritos y determinar el número de cuadritos que tendrá la figura en octava posición. Procedimientos rutinarios Para cada una de las sucesiones explicar cómo es posible saber el número de cuadros que tiene una figura. Se muestra una expresión algebraica de grado dos con tres términos y se solicita encontrar una sucesión de figuras que pueda ser representada con la expresión dada. Identificar para qué número de figura se tiene una cantidad dada de cuadritos.
E35	Fórmula general			Procedimientos algorítmicos Resolver una ecuación cuadrática para obtener la respuesta solicitada. Resolver cinco ecuaciones cuadráticas.
E36	Método de factorización para resolver ecuaciones cuadráticas			Procedimientos algorítmicos Resolver una ecuación cuadrática atendiendo cuatro pasos Seleccionar la opción que muestra las soluciones a seis ecuaciones cuadráticas
E37	Cuaderno de prácticas	PDF	Temas vistos en la semana	Comentario Es un compilado de los recursos E31-E36 anteriores e incluye las respuestas de cada uno de los ejercicios y problemas.

Tabla 4.5.3 Actividades de la Unidad 2 (semana 4).

Núm.	Actividades entregables y evaluables	Formato	Temas	Recursos
A13	Proyecto integrador	El formato de entrega es libre, puede ser: editor de texto, presentación o documento en pdf.	Operaciones con polinomios y valor numérico. Cálculo de áreas y volumen. Resolver ecuaciones cuadráticas.	Procedimientos algorítmicos Encontrar dos expresiones algebraicas que permitan obtener lo que se indica en el planteamiento del problema, evaluar las expresiones algebraicas para encontrar el valor numérico, calcular el área para valores dados, calcular el volumen para valores dados, realizar conversiones de cm^3 a litros.
A14	Foro de clase 4	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Cómo llegar a la solución del planteamiento	Las respuestas permitieron identificar qué actividad fue la más fácil para los estudiantes y el por qué, también se recupera información de los recursos o apoyos que influenciaron en esto.
Actividades entregables y no evaluables				
A15	Foro de debate 4	Editor de texto predeterminado en la plataforma.	Logros y dificultades	Las respuestas permiten obtener información de los recursos que los estudiantes prefieren o le resultan más útiles para poder integrar sus soluciones.

Apéndice F. Descripción de sitios de internet

A continuación se describen brevemente cada uno de los sitios de internet que los estudiantes recomiendan en el foro de debate de la semana 3:

- Math2me es un canal de YouTube donde se publican videos con contenido educativo especialmente clases de matemáticas de nivel medio y medio superior. Sus videos son en promedio de 7 minutos, también presentan a través de videos trucos, curiosidades, reportajes y chistes, con un enfoque matemático o de las ciencias. La mayoría de los videos denominados con contenido educativo muestran cómo resolver ejercicios o problemas paso a paso, también cuentan con una sección de debate donde los usuarios pueden publicar sus dudas y pedir que desarrollen en video algún tema en particular. Son pioneros en este tipo de materiales en américa latina y cuentan con 159,662,245 de reproducciones al 2 de julio de 2016 (Información recuperada de Math2me.com, 2016).
- WebMath es un sitio web de ayuda para resolver preguntas y problemas de matemáticas. Las respuestas de matemáticas se generan y se muestran en tiempo real, en el momento en que un usuario escribe el problema de matemáticas y hace clic en "resolver". Además de las respuestas, WebMath también muestra al alumno cómo llegar a la respuesta correcta, brinda una explicación paso a paso de lo que deben realizar. Cuentan con diferentes secciones como: matemáticas para todos, diferentes temas de álgebra, geometría, trigonometría, cálculo, también manejan una sesión de matemáticas para el grado K-8 con temas como: números, fracciones, razones, proporciones, entre otros. Este sitio se encuentra totalmente en inglés (información adaptada de Webmath.com, 2015).
- Tu prepa en videos es un proyecto de la Subsecretaría de Educación Media Superior para brindar a los estudiantes de bachillerato apoyos de estudio a través de videos educativos que se relaciona con los temas del Bachillerato General y la Preparatoria Abierta. En la plataforma se pueden encontrar videos creados por la SEP y por otras organizaciones como Math2me, JulioProfe, KhanAcademy, etc. En los videos del portal se desarrollan paso a paso ejemplos y ejercicios de cada uno de los temas de los programas de estudio (información recuperada de Tuprepaenvideos.sep.gob.mx, 2016).
- Juliprofe es un canal de YouTube donde se publican videos explicando ejercicios de diferentes temas de aritmética, algebra, geometría, trigonometría, geometría analítica, cálculo y física. Cuenta con 1,056,476 suscriptores y 185,707,917 reproducciones al 2 de julio de 2016. Los videos se enfocan a desarrollar paso a paso el procedimiento que llevará a la respuesta correcta y una de las características es que el autor y administrador del canal siempre se puede ver realizando las operaciones y procedimientos en un pizarrón.
- La app gratuita llamada "Tutorial de Álgebra", se encuentra disponible en <https://play.google.com/store/apps/details?id=tutorial#?t=W251bGwsMSwxLDIxMiwidHV0by5yaWFsbCJd>, es una aplicación que contiene teoría y ejemplos de los temas: números reales, lenguaje algebraico, ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas y desigualdades, y carece de ejercicios para que los estudiantes pueden practicar, incluso al ser descargada en el teléfono se pueden encontrar algunas fallas para navegar entre una y otra sección.