



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

**Diseño y control avanzado de una Prótesis Activa de  
Extremidad Inferior**

**T E S I S**

Que presenta

**IVÁN HERNÁNDEZ GONZÁLEZ**

Para obtener el grado de  
**DOCTOR EN CIENCIAS**

En la Especialidad de  
**CONTROL AUTOMÁTICO**

Director de la Tesis:

**Dr. Wen Yu Liu**



*A mi hija, mi inspiración y leimotiv*



# Agradecimientos

**A Scarlett, mi hija:** *Por su alegría, por darme un motivo para seguir*

**A mis papás, Tomás y Filomena:** *Por su confianza y apoyo en cada paso de mi vida*

**A mis hermanos:** *Por su crítica y referencia en mi vida*

**A mis sobrinas:** *Por su compañía y apoyo*

**A mi asesor, el Dr. Wen Yu:** *Por sus sabios consejos y dirección durante mi investigación*

**A mis sinodales, los Drs. Moisés Bonilla, Martha Belem Saldivar, Jorge Antonio Torres, Sergio Rosario Salazar y Mario Cesar Maya:** *Por sus oportunos comentarios en la revisión de mi tesis*

**Al Dr. Ruben Garrido:** *Por su valiosa enseñanza y disposición para apoyarme*

**A los profesores del Cinvestav, particularmente del Departamento de Control Automático:** *Por contribuir en mi crecimiento académico*

**A la asistente de coordinación académica del departamento de Control Automático, Anallely Rosas:** *Por su atención y apoyo en los trámites académicos*

**Al CONAHCYT:** *Por el apoyo brindado para el desarrollo de esta investigación y mi desarrollo profesional*



# Resumen

En este trabajo se estudia el control de las prótesis transfemorales robóticas, que corresponden a las prótesis con rodilla y tobillo actuados.

Se explora inicialmente el diseño de estas prótesis con el fin de tener el conocimiento suficiente para construir un modelo de referencia para la investigación de controladores. Se desarrolla una simulación dinámica de un robot de pruebas de prótesis de extremidades inferiores, basada en un modelo 3D mediante *CATIA* y *MATLAB – Simulink – SimMechanics*. Al margen de este estudio, se revisa el estado del arte concerniente al diseño y control de prótesis robóticas de extremidades inferiores. La investigación mantiene un enfoque orientado al control, pero a la vez se concentran tópicos sobre biomecánica, sensores, actuadores y temas afines útiles para el diseño de estos dispositivos.

Posteriormente, se estudia el control de bajo nivel. Dado que las velocidades requeridas para emular la dinámica de la extremidad son bajas, se realiza un diseño basado en reductores con una razón de reducción de 1 : 500. De esta manera, los acoplamientos son considerados como perturbaciones. Y se propone, entonces, modelar la prótesis como un conjunto de sistemas lineales desacoplados con perturbaciones. Para el análisis y diseño del controlador se utilizan teorías de control clásico, como la controlabilidad y estabilidad en el sentido de Hurwitz y Lyapunov.

En el alto nivel, se analiza el control compartido con el humano, denominado comunmente en inglés, *human – in – the – loop*. Se presenta una nueva taxonomía del control con *human – in – the – loop* orientada a la aplicación, donde se resalta la aplicación en esquemas de control compartido. Se propone un Esquema Generalizado de *Human – in – the – Loop* bajo Control Compartido (EGHLCC) útil en la definición de modelos del humano y en el análisis de su participación en el control. Para analizar la efectividad del esquema propuesto se implementa, en simulación, su aplicación al control compartido con *human – in – the – loop* de la prótesis robótica transfemoral diseñada. Se plantea un experimento que involucra un decodificador neural para el mapeo de las señales faltantes de la extremidad perdida a partir de la residual, y se propone implementarlo proporcionándole una entrada lejos de los parámetros de diseño para generar un error de seguimiento grande que obligue al humano a participar para asegurar la convergencia del error de intención. Para la prueba, se proponen dos modelos del humano uno basado en un controlador PID y uno basado en redes neuronales recurrentes de alto orden.

Finalmente, se estudia y se propone un nuevo enfoque de control inteligente basado en Redes Generativas Adversarias (GANs). Se diseña un

control adaptable óptimo basado en LSTM, GANs y LQR, obteniendo un control libre de modelo. Se produce un espacio de verdad utilizando las señales producidas al controlar un sistema básico no lineal (el péndulo), mediante LQR. El control desarrollado es capaz de controlar un sistema no lineal y adaptarse a cambios paramétricos como masa, longitud y punto de operación, más aún, es capaz de controlar sistemas más complejos que los utilizados en la generación del espacio de verdad al aprovechar las capacidades de las GANs para producir, y en cierta forma, extender el espacio de salida basado en la distribución del espacio de verdad y la teoría de juegos de suma cero.





# Abstract

In this work, the control of robotic transfemoral prostheses is studied, which correspond to prostheses with actuated knee and ankle.

The design of these prostheses is initially explored in order to have sufficient knowledge to build a reference model for controller research. A dynamic simulation of a lower limb prosthesis testing robot is developed, based on a 3D model using *CATIA* and *MATLAB–Simulink–SimMechanics*. Apart from this, the state of the art concerning the design and control of robotic prostheses for the study of the lower limb is reviewed. The research maintains a control-oriented focus, but at the same time includes topics on biomechanics, sensors, actuators and related topics useful for the design of these devices.

Subsequently, low-level control is studied. Since the speeds required to emulate the dynamics of the limb are low, a design based on reducers with a reduction ratio of 1 : 500 is carried out. In this way, the couplings are considered as disturbances. And it is proposed, then, to model the prosthesis as a set of uncoupled linear systems with perturbations. For the analysis and design of the controller, classical control theories are used, such as controllability and stability in the sense of Hurwitz and Lyapunov.

At the high level, shared control with the human is analyzed, commonly called *human – in – the – loop*. A new control taxonomy is presented with *human – in – the – loop* oriented to the application, where the application is highlighted in shared control schemes. A Generalized *Human – in – the – Loop* Scheme under Shared Control (GHLSSC) is proposed, useful in defining human models and in analyzing their participation in control. In order to analyze the effectiveness of the proposed scheme, its application to the shared control with *human – in – the – loop* of the designed transfemoral robotic prosthesis is implemented in simulation. An experiment is proposed that involves a neural decoder for the mapping of the lost signals of the lost limb from the residual one, and it is proposed to implement it by providing an input far from the design parameters to generate a large tracking error that forces the human to participate to ensure convergence of the intent error. For the test, two models of the human are proposed, one based on a PID controller and one based on high-order recurrent neural networks.

Finally, a new intelligent control approach based on Generative Adversarial Networks (GANs) is studied and proposed. An optimal adaptive control based on LSTM, GANs and LQR is designed, obtaining a model-free control. A truth space is produced using the signals produced by controlling a basic non-linear system (the pendulum), using LQR. The control developed is capable of controlling a non-linear system and adapts to parametric changes such as mass, length and operating point, moreover, it is capable of

controlling more complex systems than those used in the generation of real space by taking advantage of the capabilities of the GANs to produce, and in some way, extend the output space based on the distribution of truth space and zero-sum game theory.



# Contenido

|   |            |
|---|------------|
| <b>Lista de figuras</b>   | <b>XVI</b> |
| <b>Lista de tablas</b>  | <b>XIX</b> |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>   |
| 1.1. Motivación . . . . .   | 1          |
| 1.2. Objetivos . . . . .  | 2          |
| 1.2.1. Objetivo general . . . . .   | 2          |
| 1.2.2. Objetivos específicos . . . . .                                    | 2          |
| 1.3. Contribuciones y publicaciones . . . . .                             | 3          |
| 1.4. Estructura de la tesis . . . . .                                     | 4          |
| <b>2. Prótesis Activas y Control</b>                                      | <b>9</b>   |
| 2.1. Prótesis robóticas . . . . .   | 9          |
| 2.2. Prótesis pasivas vs prótesis activas . . . . .                       | 12         |
| 2.3. Señales de realimentación de control activo . . . . .                | 13         |
| 2.3.1. Propiedades de movimiento de las prótesis de miembros inferiores   | 14         |
| 2.3.2. Análisis de la marcha . . . . .                                    | 16         |
| 2.3.3. Adquisición de señales . . . . .                                   | 19         |
| 2.3.4. Discusión . . . . .  | 21         |
| 2.4. Control de prótesis activas . . . . .                                | 22         |
| 2.4.1. Esquemas populares de control para prótesis . . . . .              | 24         |
| 2.4.2. Máquina de estados finitos . . . . .                               | 27         |
| 2.4.3. Control inteligente de prótesis . . . . .                          | 29         |
| 2.4.4. Discusión . . . . .  | 35         |
| 2.5. Conclusiones . . . . .   | 37         |
| <b>3. Diseño y Modelado de una Prótesis Activa de Extremidad Inferior</b> | <b>39</b>  |
| 3.1. Introducción . . . . .   | 39         |
| 3.2. Diseño de una prótesis activa de miembros inferiores . . . . .       | 39         |
| 3.2.1. Antropometría y modelo de miembros inferiores . . . . .            | 40         |

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 3.2.2.    | Prótesis de miembro inferior con extensión exoesquelética . . .        | 40        |
| 3.2.3.    | Mecanismo de manivela deslizante . . . . .                             | 44        |
| 3.2.4.    | Discusión del diseño . . . . .   | 44        |
| 3.3.      | Modelado de prótesis activa . . . . .                                  | 45        |
| 3.3.1.    | Modelado de una prótesis de 5-GDL . . . . .                            | 46        |
| 3.3.2.    | Análisis de fuerzas . . . . .  | 47        |
| 3.3.3.    | Sistemas lineales desacoplados por reducción . . . . .                 | 48        |
| 3.4.      | Conclusiones . . . . .   | 50        |
| <b>4.</b> | <b>Control PD y Estabilidad para Prótesis Activas</b>                  | <b>53</b> |
| 4.1.      | Introducción . . . . .   | 53        |
| 4.2.      | Control de la prótesis . . . . .                                       | 53        |
| 4.2.1.    | Estimación de parámetros . . . . .                                     | 54        |
| 4.2.2.    | Selección de controlador . . . . .                                     | 55        |
| 4.2.3.    | Análisis de estabilidad del control de prótesis . . . . .              | 56        |
| 4.3.      | Simulaciones . . . . .   | 57        |
| 4.4.      | Conclusiones . . . . .   | 62        |
| <b>5.</b> | <b>Control Human-in-the-loop para Prótesis Activas</b>                 | <b>63</b> |
| 5.1.      | Introducción . . . . .   | 63        |
| 5.2.      | Aplicaciones de <i>Human – in – the – loop</i> a prótesis . . . . .    | 65        |
| 5.2.1.    | <i>Human – in – the – loop</i> con control compartido . . . . .        | 66        |
| 5.2.2.    | Implementación . . . . .   | 70        |
| 5.3.      | Control de prótesis . . . . .  | 72        |
| 5.3.1.    | Control autónomo . . . . .   | 73        |
| 5.3.2.    | Control de seguimiento de trayectorias . . . . .                       | 75        |
| 5.4.      | Modelo lineal para humano . . . . .                                    | 75        |
| 5.5.      | Análisis de estabilidad del PID . . . . .                              | 77        |
| 5.6.      | Modelo de redes neuronales para humano . . . . .                       | 78        |
| 5.7.      | Resultados . . . . .   | 79        |
| 5.7.1.    | Filtros . . . . .  | 79        |
| 5.7.2.    | Control autónomo . . . . .   | 80        |
| 5.7.3.    | Control con EGHGCC en lazo abierto . . . . .                           | 81        |
| 5.7.4.    | Control con EGHGCC en lazo cerrado . . . . .                           | 83        |
| 5.8.      | Conclusiones . . . . .   | 84        |
| <b>6.</b> | <b>Control óptimo PD para Prótesis Activas con métodos de aprendi-</b> |           |
|           | <b>zaje profundo</b>   | <b>87</b> |
| 6.1.      | Introducción . . . . .   | 87        |
| 6.2.      | Control óptimo PD del robot . . . . .                                  | 89        |
| 6.3.      | Control óptimo PD utilizando una red antagónica generativa condicional | 91        |
| 6.4.      | Control PD óptimo utilizando LSTM-CGAN . . . . .                       | 94        |
| 6.5.      | Análisis de convergencia y estabilidad . . . . .                       | 96        |

---

|   |            |
|---|------------|
| 6.6. Aplicación a una prótesis de extremidad inferior . . . . .               | 100        |
| 6.7. Conclusiones . . . . .   | 104        |
| <b>7. Conclusión y trabajos futuros</b>                                       | <b>109</b> |
| 7.1. Conclusión . . . . .   | 109        |
| 7.2. Trabajos futuros . . . . .   | 110        |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>111</b> |
| <b>A. Modelado de una prótesis transfemoral anclada a un robot de pruebas</b> | <b>123</b> |
| A.1. Modelado de una prótesis de 5-GDL . . . . .                              | 123        |
| <b>B. Abreviaturas</b>  | <b>133</b> |





# Lista de figuras

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Prótesis y órtesis (exoesqueleto) . . . . .   | 10 |
| 2.2. Elementos de las prótesis transfemorales . . . . .  | 11 |
| 2.3. Referencia de direcciones para la rodilla . . . . .   | 14 |
| 2.4. Rotación axial de la rodilla . . . . .  | 15 |
| 2.5. Torque del tobillo en caminata lenta . . . . .  | 15 |
| 2.6. Diagrama de Bode para ancho de banda de velocidad. Marcha normativa   | 16 |
| 2.7. División de la marcha . . . . .   | 17 |
| 2.8. Trayectoria del tobillo usando esplines cúbicos . . . . .   | 18 |
| 2.9. Optimización <i>human – in – the – loop</i> . A: diagrama general. B: Dia-<br>grama esquemático . . . . .   | 24 |
| 2.10. Diagrama a bloques de dHDP . . . . .   | 24 |
| 2.11. Arquitectura del sistema de control . . . . .  | 25 |
| 2.12. Esquema de control Humano-Prótesis-Ambiente . . . . .  | 26 |
| 2.13. Máquina de estados finitos para el control . . . . .   | 27 |
| 2.14. Máquina de estado de supervisión. Máquina de estados, donde en cada<br>fase se emula la impedancia virtual . . . . .   | 29 |
| 2.15. Decodificadores . . . . .  | 30 |
| 2.16. DSTM para predicción de trayectoria de marcha . . . . .  | 32 |
| 2.17. Estructura de la GTPN . . . . .  | 32 |
| 2.18. Clasificador de imágenes, HMM, matriz de transición de probabilidad<br>y CNN + HMM . . . . .   | 34 |
| 2.19. Proceso PSO para optimizar SVM. Estructura de NARX . . . . .   | 35 |
| 2.20. Arquitectura del algoritmo conv-imCRBM. Se extrae un vector de ca-<br>racterísticas $f_t$ de imCRBM usando extracción condicional y finalmente<br>se utiliza otra imCRBM . . . . .   | 36 |
| 3.1. Esquema general de la prótesis transfemoral con rodilla policéntrica<br>conectada al muñón a través de una exoextensión sensorial . . . . .   | 41 |
| 3.2. Prueba de la cinemática de la prótesis en CATIA utilizando un esquema<br>2D de la prótesis con manivela deslizante para accionar el mecanismo<br>de 4 barras de la rodilla y banda dentada de caucho con el motor cerca<br>de la rodilla para accionar el tobillo.. . . . . | 42 |
| 3.3. Extensión exoesquelética . . . . .  | 42 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 3.4.  | Mecanismo de 4 barras. . . . .   | 43  |
| 3.5.  | Diseño CAD de la rodilla. . . . .  | 43  |
| 3.6.  | Mecanismo de manivela deslizante . . . . .   | 44  |
| 3.7.  | Robot de <i>4GDL</i> : Prótesis conectada al robot de pruebas . . . . .  | 45  |
| 3.8.  | Modelo dinámico de la prótesis. . . . .  | 47  |
| 3.9.  | Ubicación de las celdas de carga y definición de los torques y fuerzas medidos . . . . .   | 48  |
| 3.10. | Análisis cinemático utilizando el mecanismo de cuatro barras . . . . .   | 50  |
| 4.1.  | Secuencia de los estados tomados por la prótesis al reproducir el seguimiento de trayectorias de marcha basadas en la biomecánica humana . . . . . | 58  |
| 4.2.  | Simulación implementada para la identificación de parámetros . . . . .   | 58  |
| 4.3.  | Error de seguimiento de la rodilla usando PD para estabilizar el sistema en la identificación de parámetros. . . . .                               | 59  |
| 4.4.  | Error de seguimiento del tobillo usando PD para estabilizar el sistema en la identificación de parámetros. . . . .                                 | 59  |
| 4.5.  | Comparativa en el seguimiento de trayectoria de la rodilla. . . . .  | 59  |
| 4.6.  | Trayectorias deseadas para las articulaciones: cadera (naranja), rodilla (rojo) y tobillo (azul). . . . .  | 60  |
| 4.7.  | Error de seguimiento de la rodilla aplicando el control basado en modelo utilizando la teoría de Lyapunov. . . . .                                 | 61  |
| 5.1.  | Esquema general de <i>Human – in – the – loop</i> bajo Control Compartido  | 69  |
| 5.2.  | Señales en el EGHLC aplicadas al control de una prótesis . . . . .   | 71  |
| 5.3.  | Interacción humano-prótesis mediante un robot de <i>4GDL</i> . . . . .   | 72  |
| 5.4.  | Nivel de controladores en la implementación del EGHLC . . . . .  | 76  |
| 5.5.  | Comparación de filtros usados para estimar las velocidades articulares   | 79  |
| 5.6.  | Comparación de las trayectorias en el control de seguimiento . . . . .   | 80  |
| 5.7.  | Error de seguimiento de las trayectorias generadas por neurodecodificador  | 80  |
| 5.8.  | Comparación de la señal decodificada con la señal humana deseada con entradas fuera de rango . . . . .   | 81  |
| 5.9.  | Error de seguimiento de intención en la implementación del EGHLC en lazo abierto . . . . .   | 82  |
| 5.10. | Señal del control autónomo . . . . .   | 82  |
| 5.11. | Comparación de señales en la implementación del EGHLC en lazo cerrado . . . . .  | 83  |
| 5.12. | Señal de control humano aplicada en la implementación del EGHLC en lazo cerrado . . . . .  | 84  |
| 6.1.  | Control PD óptimo basado en C-GAN (GAN-PD). . . . .  | 91  |
| 6.2.  | Esquema general de identificación y generación de ganancias . . . . .  | 95  |
| 6.3.  | Control PD óptimo mediante LSTM-GAN . . . . .  | 96  |
| 6.4.  | Prótesis activa de miembros inferiores . . . . .   | 100 |
| 6.5.  | Distribución de ganancias . . . . .  | 102 |

---

|  |     |
|--|-----|
| 6.6. Histograma de las ganancias . . . . .   | 105 |
| 6.7. Seguimiento de trayectorías en la prótesis de plástico . . . . .  | 106 |
| 6.8. Seguimiento de trayectorias en la prótesis de acero . . . . .   | 107 |
| 6.9. Puntuaciones del entrenamiento de la LSTM-GAN. . . . .  | 108 |
| 6.10. Comparativa del desempeño de controladores . . . . .   | 108 |
| A.1. Diagrama para el modelado de la prótesis, $q_i$ son las variables articulares, $u_i$ las variables de control. De la misma manera, son mostradas las dimensiones de los eslabones y los sistemas de referencia. . . . . | 124 |



# Lista de tablas

|  |     |
|--|-----|
| 2.1. Sensores y señales adquiridas . . . . .   | 20  |
| 2.2. Señales complementarias para el control de prótesis. . . . .                                  | 21  |
| 3.1. Trabajadores mexicanos entre 18 y 65 años de edad . . . . .                                   | 40  |
| 3.2. Ángulos de confort de articulaciones de extremidad inferior . . . . .                         | 41  |
| 4.1. Estimación de parámetros de rodilla y tobillo . . . . .                                       | 60  |
| 6.1. Tabla comparativa de los errores de seguimiento para el péndulo de<br>masa variable . . . . . | 104 |



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

Guerras, accidentes y enfermedades han implicado que miles de personas pierdan algunas extremidades. De acuerdo con [1], se realizan 128 mil amputaciones al año en México, siendo la diabetes una de las enfermedades principalmente causantes. Esto ha traído consigo la necesidad imperante de restituir las capacidades motoras y de autonomía de las personas que han padecido tal pérdida.

Desde hace años se ha buscado resolver este problema mediante el uso de prótesis, que inicialmente fueron pasivas, hechas de madera o algún otro material rígido. Aunque esto ha logrado ayudar a algunas personas a sobrellevar sus actividades, sus inconvenientes han provocado que pocos amputados las utilicen. Éstas no producen un trabajo neto, esto es, el usuario debe aplicar la energía necesaria para mover (y cargar) la prótesis [2]. Por otro lado, su diseño y control no permiten el seguimiento de trayectorias biomecánicamente convenientes, lo que provoca efectos de compensación causantes de problemas como osteoartritis [58]. Los avances científicos y tecnológicos, como el aumento de la densidad de potencia de los motores de CC sin escobillas, aumento de densidad de energía y potencia de las baterías de iones de litio y de polímero de litio, y la mejora en la capacidad funcional de microcontroladores de baja potencia y unidades de medición inercial basada en circuitos integrados [65], han permitido el desarrollo de dispositivos robóticos [26], y han ayudado a restaurar la locomoción humana como en [3]. Han sido desarrollados métodos novedosos como la telecepción [4], estimulación eléctrica [5], y decodificación neuronal [6, 7, 8]. Sin embargo, es necesario más trabajo para lograr que estos dispositivos no sean solo herramientas, sino que también puedan reemplazar completamente las partes perdidas [9].

La economía es otro problema. Actualmente el costo de una prótesis inteligente es demasiado alto para la mayoría de las personas [11]. Y las prótesis pasivas no son eficaces para resolver el problema, porque no proporcionan un trabajo positivo para ayudar a los amputados. Las razones del alto costo de la prótesis activa son los sensores y actuadores, así como el control.

Las prótesis de extremidades se pueden clasificar en dos grandes grupos: de extremidad inferior y de extremidad superior. La investigación en el ámbito de prótesis de extremidades superiores ha sido ampliamente desarrollada en el contexto robótico por su mayor similitud con los brazos robóticos industriales. Mientras que las prótesis robóticas de extremidades inferiores están siendo recientemente investigadas con mayor rigor, en muchos casos adaptando los hallazgos obtenidos en la investigación de las prótesis de extremidades superiores [81].

El diseño de prótesis robóticas se enfrenta, como en otras áreas de la robótica con el problema de control. Desde el nivel bajo, donde se busca que los actuadores logren un determinado estado deseado en los sistemas dinámicos constituidos por las articulaciones y eslabones, el cual debe corresponder con parámetros biomecánicos. En un nivel medio, se pretenden definir los ángulos necesarios para alcanzar una determinada postura de la prótesis. Finalmente, en el alto nivel, dada una determinada acción pretendida por el usuario, se debe obtener el movimiento articular necesario. Han habido contribuciones para este fin, pero obtener un control satisfactorio aún es un problema abierto.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

Se realiza un estudio formal de los controladores actuales aplicados a las prótesis robóticas de extremidades inferiores. Y a partir de este punto, presentar una propuesta innovadora de un controlador para las prótesis de extremidades inferiores, probando la efectividad de su implementación en estos dispositivos robóticos.

### 1.2.2. Objetivos específicos

Se diseñará un sistema que permita realizar las pruebas de los esquemas de control propuesto. Se analizarán entonces los elementos esenciales de diseño de prótesis con énfasis en el diseño de prótesis activas de extremidades inferiores. El diseño que se elige es uno basado en un mecanismo de 4 barras por considerarse un punto medio entre complejidad y funcionalidad.

Para el análisis de la funcionalidad del prototipo propuesto se realizará el modelado matemático que permita diseñar una ley de control.

Se diseñará un controlador para verificar que el sistema sea adecuado para el seguimiento de señales biomecánicas de marcha.

Dada la relación inevitable del humano-prótesis, se estudiarán los esquemas *human-in-the-loop*, y se propondrá tanto un modelo del humano como un esquema de control *human-in-the-loop*.



Finalmente para dotar a la prótesis de inteligencia artificial, se propondrá un controlador basado en redes neuronales adversarias que permitan tener un control adaptable óptimo.

### 1.3. Contribuciones y publicaciones

Actualmente se han producido cuatro artículos como resultado de la presente investigación. Se busca, con estos, contribuir con el desarrollo de los avances sobre prótesis activas de extremidades inferiores que permitan resolver el problema del restablecimiento de las capacidades motrices a los amputados, particularmente desde una perspectiva orientada al control. Un resumen de algunos de los resultados obtenidos se presentará en congresos internacionales.

El primer artículo, titulado *Recent Advances on Control of Active Lower Limb Prostheses*, consiste en los resultados de la investigación del estado del arte concernientes al control de prótesis activas de extremidades inferiores. Se incluyen las tendencias en control, como el control de impedancia y la implementación de algoritmos de inteligencia artificial para la predicción de intención, además de información útil en el diseño de prótesis. Esta recopilación ha sido útil en el desarrollo de esta investigación y se espera que de la misma manera permita a otros tener una referencia para iniciar o continuar su investigación en este ámbito.

El segundo se titula *Control of active lower limb prosthesis using human – in – the – loop scheme*. Presenta un modelo del humano, útil para probar controladores que involucran al humano, evitando así su participación y los posibles daños que surgen de ésta. Y se propone un esquema para *human – in – the – loop* bajo control compartido. Se prueba el modelo y el esquema en una prótesis de miembro inferior que implica naturalmente una interacción hombre-máquina. Además, en esta investigación, se propone un controlador para la prótesis, basado en una exoextensión sensorial y un neurodecodificador que consta de perceptrones multicapa. Los resultados muestran la efectividad del modelo humano para emular la interacción humana.

En el tercero, con título: *Model-free optimal PD control for robots using deep learning methods*, con el fin de diseñar un control PD óptimo para un sistema robótico desconocido, se utilizan redes generativas adversarias condicionales (C-GAN) y LSTM para aproximar el control LQR PD. Este nuevo mecanismo de diseño de controlador puede garantizar tanto la estabilidad como un rendimiento óptimo. Se aplica este novedoso control a una prótesis de miembro inferior. Los resultados muestran que el control PD óptimo usando GAN y LSTM tiene mejor desempeño que los otros controladores clásicos.

El cuarto, *Design and Control of Active Lower Limb Prosthesis with Sensorial Frame*, contiene los resultados de un diseño para pruebas basado en un mecanismo de 4 barras para la articulación de rodilla y uno de eje simple para el tobillo. Se extiende la prótesis mediante una exoestructura que permite un sensado simple (comparado con EMG, por ejemplo) y de bajo costo dada su construcción, pero útil en el diseño

de controladores con ventajas ante el ecocontrol y el EMG. Para el modelado se hace la consideración de un sistema de engranaje de alta relación de reducción, lo que permite una simplificación del modelo matemático a un modelo lineal, que se obtiene por identificación paramétrica mediante una regresión lineal. El control propuesto consiste en un PD que permite verificar la viabilidad del prototipo para el seguimiento de las trayectorias biomecánicas de la marcha humana.

En el IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC 2023) se presentarán los resultados correspondientes al diseño de un controlador PD óptimo para robots, basado en GAN y LSTM. Los resultados muestran la capacidad del controlador a adaptarse tanto a cambios paramétricos como a cambios estructurales.

Finalmente, en el IFAC World Congress 2023, se presenta el diseño de un controlador para la prótesis de extremidad inferior diseñada, que utiliza nuestra interfaz sensorial de bajo costo, logrando obtener mejoras ante los esquemas de control basados en Ecocontrol y EMG.

A continuación se presentan las referencias de los artículos terminados:

1. Hernandez, I., and Yu, W. (2021). Recent advances on control of active lower limb prostheses. *IETE Technical Review*, 39(6), 1225-1244.
2. Hernández, I., and Yu, W. (2022). Control of active lower limb prosthesis using human-in-the-loop scheme. *Cogent Engineering*, 9(1), 2067026.
3. Hernandez, I., and Yu, W. Model-free optimal PD control for robots using deep learning methods. *Journal of the Franklin Institute*. Por publicar. En revisión.
4. Hernandez, I., and Yu, W. Design and Control of Active Lower Limb Prosthesis with Sensorial Frame. *Journal of Systems and Control Engineering*. Por publicar. En revisión.
5. Iván Hernández and Wen Yu, Optimal PD control for robots using GAN and LSTM, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC 2023), October 1-4, 2023, Hawaii, USA.
6. Iván Hernández and Wen Yu, Active control of lower limb prosthesis with sensorial frame design, IFAC World Congress 2023, Yokohama, Japan.

## 1.4. Estructura de la tesis

La tesis se desarrolla de la siguiente manera:

En el Capítulo 1, se presenta la motivación, objetivos y contribución de esta investigación, así como un resumen de lo contenido en capítulos posteriores.

En el Capítulo 2, se presenta una revisión de las propuestas dadas en las investigaciones más recientes concernientes al diseño y control de Prótesis Activas de Extremidades Inferiores (PAEIs), con el fin de tener una referencia del estado del arte como

punto de partida para la investigación. Se hace énfasis en el control de prótesis robóticas de miembros inferiores, pero las prótesis de brazo y de mano también se incluyen, con el fin de tener una visión más completa de las prótesis. Dado que se ha desarrollado más investigación en estos dispositivos y su relación es tal que consideramos que sus hallazgos son susceptibles de ser aplicados en el desarrollo de controladores para prótesis robóticas transfemorales. También se discuten el diseño, tratamiento de señales, sensores, actuadores y estrategias de control, lo que da un marco integral en PAEIs que proporciona una mejor referencia para investigaciones futuras. La exposición consta de información recopilada a partir de artículos para el diseño y control de prótesis y órtesis, tanto de extremidades inferiores como superiores, enfatizando y enfocándose en las PAEIs. Se contemplan prótesis de tobillo y completas, es decir, tanto de rodilla como de tobillo (y pie). Se hace una división temática sobre diseño mecánico, instrumentación y control, centrándonos en este último tema. En términos de control, se cubre un esquema completo, es decir, se incluyen los diferentes niveles, desde el nivel bajo (control del actuador) hasta el nivel alto (por ejemplo, control de intención o control volitivo). Además, se incluyen temas auxiliares que complementan las ideas desarrolladas en cuanto al diseño y control de prótesis robóticas, como los estudios de codificación neural.

En el Capítulo 3, se sintetiza un diseño de Prótesis Activa de Extremidad Inferior (PAEI) basado en la investigación contenida en el Capítulo 2. El diseño novedoso utiliza una extensión exoesquelética, que tiene un marco sensorial de bajo costo basado en el movimiento de la cadera y el muslo. Se presentan resultados de modelado aplicando las técnicas de Euler-Lagrange, un estudio de las fuerzas, así como la obtención de modelos lineales desacoplados bajo la consideración de una alta razón de reducción en las cajas de engranaje.

En el Capítulo 4, basado en el hecho de que es posible considerar a la prótesis como un sistema lineal si la reducción por engranaje es alta, se aplican técnicas de identificación paramétricas por mínimos cuadrados para obtener un conjunto de sistemas lineales desacoplados que modelan la prótesis. Se presenta un controlador que aprovecha tanto las ventajas del modelado del sistema como de la simplicidad del Control PD para verificar la factibilidad de seguir trayectorias de marcha biomecánica con este prototipo. Se proporciona el análisis de estabilidad. Se presentan simulaciones y el análisis de la prótesis robótica para evaluar la efectividad del diseño y control. El control corrobora la viabilidad del diseño como plataforma experimental para el diseño y prueba de controladores, así como su efectividad para seguir trayectorias biomecánicas.

En el Capítulo 5, se define una estructura general de controladores orientados al humano. A diferencia de los esquemas tradicionales, en este esquema el sistema central es el humano y no la planta, ésta se considera en este esquema como un sistema con el cual el humano interactúa. Esta estructura considera un modelado del sistema dinámico del humano. Y se define una taxonomía de *human – in – the – loop*

control basada en la profundidad de interacción. Finalmente se realiza una propuesta de implementación donde el humano comparte el control corrigiendo trayectorias predefinidas. Esto es, tanto un sistema artificial como el humano controlan el comportamiento de la prótesis, que es principalmente, definido por el humano en sí. El sistema de control se define por niveles, en un nivel interno, esto es en el control de la planta, se busca seguir la trayectoria definida por la extremidad residual. Mientras que a un nivel externo, el humano ve al sistema prótesis-control como un sólo sistema dinámico y lo controla con el objetivo de minimizar el error de satisfacción del usuario que consiste, de forma general, en la diferencia entre la señal de intención y las señales externas, tanto del ambiente como las de la prótesis. Dado que el humano buscará alcanzar una señal ligeramente modificada a la intención original (basada en las trayectorias normativas) debido a una necesidad influenciada por el ambiente o incluso por errores del controlador interno, ambos controladores compartirán el control final de la prótesis.

Se redefine una taxonomía del esquema de control con *human – in – the – loop*, y se define un esquema para el paradigma de control con *human – in – the – loop* bajo control compartido. En este esquema coexisten los controladores humano y artificial (comunmente denominado autónomo). Se definen dos tipos de señales humanas que se presentan en este paradigma. Finalmente se implementa una simulación de este esquema propuesto; para esto, se define primeramente un modelo del humano a fin de simular la interacción de controladores: un modelo lineal y uno basado en redes neuronales. Con esto, se analiza la aplicabilidad del esquema propuesto, así como el nivel de participación del humano ante errores del controlador autónomo y efectos ambientales haciendo uso del modelo humano propuesto.

En el Capítulo 6, se estudia la viabilidad del uso de GANs en la implementación de controladores. Se propone un control adaptable basado en GANs condicionales y LSTM. Se entrena la red definiendo el espacio de verdad como el conjunto de señales de control y de salida de un sistema no lineal simple (péndulo) bajo variación paramétrica y las ganancias de un control LQR aplicado a la linealización del sistema, además de una señal de ruido gaussiano. La red entrenada produce un mapeo condicionado por las señales (entrada-salida) de un sistema no lineal que devuelve las ganancias de un control PD óptimo. Se aprovechan las capacidades de las GANs de generar datos dentro de la misma distribución del espacio de entrenamiento. Y bajo la consideración de que un robot en cadena cinemática abierta se puede considerar como un conjunto de péndulos acoplados de longitud y centros de masa variable, esto es, un robot de esta naturaleza puede considerarse dentro de la misma distribución que un péndulo de parámetros variables. Se entrena la GAN con información producida por la dinámica de un péndulo de parámetros variables, y una vez entrenada la red, se implementa dicha red a una prótesis de extremidad inferior. Los resultados confirman lo espereado: al implementarse la red, entrenada con datos de control LQR de un péndulo de parámetros variables, a un robot de pruebas de prótesis de extremidades inferiores, ésta produce controladores que matienen el error acotado de forma semejante a las

señales de control dentro del espacio de entrenamiento de la red.



## Capítulo 2

# Prótesis Activas y Control

### 2.1. Prótesis robóticas

Recientemente, han aparecido muchos resultados novedosos en el diseño orientado al control y análisis de prótesis activas, como por ejemplo los trabajos de [4, 5].

Antes de lograr la implementación de estos dispositivos por parte del usuario final, es necesario resolver varios problemas:

1. El diseño mecánico [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24]: Se requiere la elección e implementación de actuadores mecánicos, eléctricos o neumáticos. Es esencial un mecanismo adecuado para transmitir la potencia de los actuadores para producir los movimientos deseados, generalmente relacionados con la biomecánica del cuerpo humano a través de sistemas de control. Los diseños de prótesis de miembros inferiores generalmente se diseñan bajo el principio de modularidad [16], que permite adaptar los elementos más convenientes para cada usuario. En este sentido, los dos elementos principales son la rodilla y el pie (y / o tobillo).
2. La adquisición y acondicionamiento de señales: Incluye la elección de sensores mecánicos, mioeléctricos o de visión [25, 26, 27, 28, 29, 4, 30, 31]; el tratamiento de señales procesadas o crudas [32], así como la fusión de sensores y decisiones [33, 29, 4, 34, 35].
3. El sistema de control [10, 36, 37, 9, 38, 3]: Alcanzar este objetivo significa resolver varios problemas como la definición de estrategias de control adecuadas que reproduzcan la biomecánica de las extremidades, sistemas que reduzcan la energía metabólica gastada, y restaurar la acción natural de las extremidades [2]. Esto, a su vez, conduce a la generación de problemas más particulares, como la elección entre esquemas de control clásico [38, 39] e inteligencia artificial [40, 41, 11, 8, 42, 4, 39, 43, 32, 44, 45].

En este apartado, se incluirá el análisis de prótesis [46, 27, 47, 48, 2, 49, 18, 19, 22,

2], órtesis y exoesqueletos. [25, 50, 51, 52, 53, 54, 55]. Teniendo en mente las siguientes definiciones:

1. La órtesis es el dispositivo que ayuda en el movimiento de las extremidades.
2. La prótesis es el dispositivo que reemplaza una extremidad perdida.
3. El exoesqueleto proporciona un desempeño paralelo con el cuerpo, como lo hace una órtesis, pero que no busca ayudar sino aumentar el rendimiento natural del sistema [3].

Para algunos investigadores, órtesis es sinónimo de exoesqueleto. En este trabajo se tomará esa convención.

En la Figura 2.1 se muestra una referencia ilustrativa de una prótesis y una órtesis.

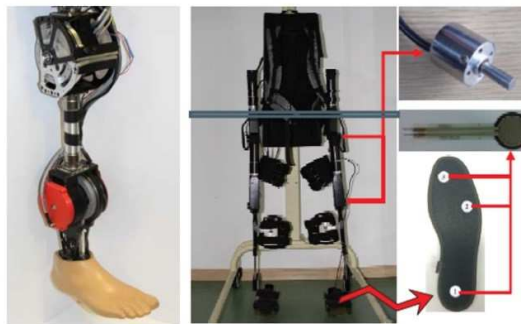


Figura 2.1: Prótesis [19]y órtesis (exoesqueleto) [25].

Las prótesis se pueden clasificar de acuerdo a la extremidad que representan (o reemplazan) en extremidad inferior y superior. Las prótesis de extremidad inferior, a su vez, pueden dividirse de acuerdo a la correspondencia con el nivel de amputación en transfemoral y transtibial, es decir por arriba y debajo de la rodilla respectivamente. Si corresponden a un elemento, como por ejemplo una rodilla, que se coloca interiormente, se tiene entonces una prótesis conocida como endoprótesis. Si la prótesis es exterior, como en el caso que se estudia en esta tesis, se considera como exoprótesis. En lo sucesivo solo se hará referencia a prótesis sobrenetendiéndose que se habla de una exoprótesis

Como referencia se pueden considerar los componentes estándar para prótesis transfemorales, propuesta por [16]: módulo de encaje, adaptador doble, rodilla (fija, monocéntrica o policéntrica), módulo de tubo (pilón), módulo de pie, ver Figura 2.2.

Como se ha mencionado, la arquitectura de las prótesis de extremidades inferiores está constituida principalmente, por el tobillo, y por la rodilla si se trata de una prótesis transfemoral, siendo estas partes las más importantes, las cuales están diseñadas para obtener los patrones biomecánicos de la marcha, por lo que las dimensiones se



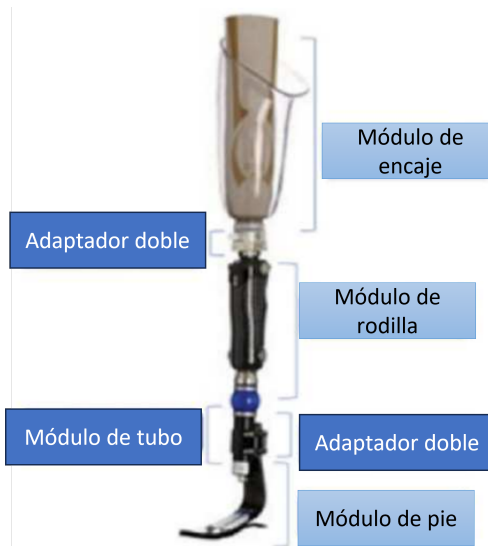


Figura 2.2: Elementos de las prótesis transfemorales [16].

obtienen utilizando las señales biomecánicas y algoritmos, por ejemplo, para optimizar el seguimiento adecuado, es decir, tener un comportamiento natural.

En la mecánica de las prótesis de rodilla se suelen encontrar diversas configuraciones, entre las que destacan los mecanismos de bisagra, para emular una rodilla con un solo eje de rotación, siendo esta configuración la más elemental. Un diseño más apropiado se basa en un mecanismo de 4 barras, esto permite obtener una rodilla policéntrica [22], cuyo comportamiento se asemeja más al de una rodilla natural, lo que permite una mayor estabilidad, mejor funcionalidad y un movimiento más estético [56]. Por otro lado, existen mecanismos más complejos como los de 5, 6 o 7 barras, siendo raras por su mayor complejidad estructural, que también implica un mayor peso [24], lo cual es contraproducente en funcionalidad, además de que no muestran mejoras significativas en comparación con las desventajas que traen.

Otras investigaciones ponen énfasis sobre comportamientos como el atornillado que consideran la rotación axial de la rodilla en el fémur de aproximadamente  $30^\circ$  en una flexión de  $90^\circ$ . Tener en cuenta estos comportamientos permite tener sistemas más afines con la biomecánica natural, sin embargo, esto también implica mecanismos más complejos y con mayor peso.

Por lo que se concluye que un punto de equilibrio entre funcionalidad y complejidad de diseño y control es una rodilla policéntrica de 4 barras de un solo grado de libertad, esto es, sin incluir el comportamiento de atornillado, lo que resulta en un movimiento simple sobre el plano sagital.

Por otro lado, podemos observar que los sistemas basados en actuadores eléctricos son los más populares. Estos pueden ser motores de CC, servomotores, motores paso a paso o motores sin escobillas, siendo estos últimos los más comunes en sistemas autónomos de bajo peso.

La impedancia mecánica de estos influye fuertemente en el control. Una impedancia alta permite un buen seguimiento de las trayectorias, pero impide la participación del usuario. Baja impedancia mejora esta participación hombre-máquina, pero disminuye la capacidad de seguir trayectorias frente a perturbaciones.

Otras propuestas utilizan cilindros neumáticos, o algún otro actuador. Sin importar el tipo de actuador particular, es necesario elegir el correcto para obtener el desempeño necesario de acuerdo con los requisitos biomecánicos (por ejemplo, el par de 75 – 80  $Nm$  en la rodilla).

En cuanto a los sensores se pueden mencionar como los más comunes, los codificadores, potenciómetros e IMU, para medir los estados de la prótesis; y celdas de carga para leer las fuerzas y los momentos de torsión.

Además, el diseño debe incluir una fuente de alimentación, que depende de si la prótesis está sujeta a una base experimental estacionaria o si es autocontenida e independiente, es decir no está anclada y porta una batería. Y se debe considerar que las prótesis motorizadas consumen aproximadamente 40  $W$  durante la locomoción humana.

Respecto al control, será necesario tener en cuenta tanto los niveles de energía soportados por los actuadores, así como las señales de control que deben ser generadas para lograr especificaciones biomecánicas. Igualmente, para el sistema de control, se debe elegir entre un microcontrolador o una computadora, que debe corresponder a las necesidades para el procesamiento de las señales y el control, considerando que las tasas de actualización para aplicaciones de dispositivos protésicos en tiempo real están en el rango de 100  $Hz$ .

Finalmente, se debe diseñar una prótesis con un buen desempeño que permita realizar las actividades diarias; en este sentido, el peso debe ser bajo, la energía suficiente, y capaz de reproducir correctamente el comportamiento biomecánico del miembro inferior.

## 2.2. Prótesis pasivas vs prótesis activas

Una característica importante sobre las prótesis es su actuación. Dado que en esta tesis se estudian controladores para Prótesis Activas de Extremidades Inferiores (PAEI), se presenta una descripción de las prótesis activas. Y a manera de motivación para investigar estos dispositivos se presenta una comparación con las pasivas. El diseño de las prótesis es variado, y depende en gran parte de si se pretende diseñar una prótesis activa o pasiva o si debe ser inteligente, pero en términos generales, está constituida por los mismos elementos.

Conforme a su actuación, las prótesis se pueden clasificar como pasivas, semiactivas y activas; una prótesis activa es aquella que tiene un diseño tal que puede aportar energía mediante algún dispositivo como un motor, alimentado por ejemplo por una batería. En contraste una prótesis pasiva carece de este elemento, y sólo disipa la energía aportada por el usuario (amputado).

Dentro de las prótesis activas existe un tipo que, por diversos métodos, es capaz de anticipar las acciones del usuario, además de adaptarse a diversos ambientes, desde la interacción con el humano hasta la interacción con ambientes externos (superficies y niveles, obstáculos, etc.) mediante el uso de sensores. Las prótesis que tienen estas capacidades se consideran inteligentes, y se definen como prótesis robóticas inteligentes, por ser en sí un sistema robótico.

De acuerdo con [2], los amputados que utilizan prótesis pasivas tienen patrones de marcha asimétricos y consumen un 60 % más de energía y son más lentos, mientras que los semiactivos modulan el amortiguamiento, permitiendo mayor velocidad de marcha pero no producen un trabajo neto positivo por lo que no pueden replicar las actividades de la vida diaria.

Los dispositivos activos pueden producir un trabajo neto positivo y, en consecuencia, pueden restaurar las funciones de locomoción, ser capaces de reconocer la intención del usuario y realizar los movimientos lúmbicos deseados.

Por otro lado, [57] comenta que unas de las deficiencias de las PAEIs, en comparación con los dispositivos pasivos convencionales, son el aumento de peso y duraciones de funcionamiento limitadas. No obstante, la cosecha de energía biomecánica representa una solución prometedora a estas deficiencias.

### 2.3. Señales de realimentación de control activo

Hasta aquí hemos definido la estructura de las prótesis, y los dispositivos que componen una PAEI. Pero es necesario tener en cuenta las señales deseadas (las referencias para el sistema de control), comúnmente relacionadas con señales biomecánicas, a saber, patrones de marcha; y las limitaciones definidas también por los sistemas biomecánicos, por ejemplo, los grados de movilidad (requisitos para los actuadores y la estructura mecánica). Por otro lado, necesitamos un sistema de realimentación, por lo que es necesario leer los estados del sistema para calcular los errores de seguimiento y las señales de control para lograr la señal deseada.

Entonces, en esta sección, se presentan los dispositivos que permiten conocer las señales, es decir, los sensores utilizados en el estudio de la biomecánica del miembro inferior y el control de la PAEI. También se incluye la metodología general y los usos de estos sensores para recibir las señales. Y finalmente, se reporta la información relativa a la biomecánica de la extremidad inferior. El diseño estándar puede aumentar el dinamismo de los usuarios, por ejemplo, la prótesis con dimensiones y comportamiento medio (estadísticamente hablando) puede ser utilizado por un mayor número de usuarios sin muchos problemas de adaptación. Sin embargo, para evitar problemas de compensación [58], es necesario que las prótesis se ajusten a la biomecánica del paciente. Es común utilizar factores mecánicos como trayectorias de marcha estándar [19], centros de rotación instantáneos (en sistemas policéntricos) y fuerzas de reacción y momentos estándar. Los dispositivos también suelen construirse utilizando la

información cinemática de cada amputado individual.

### 2.3.1. Propiedades de movimiento de las prótesis de miembros inferiores

Aquí se reportan algunos resultados de las señales biomecánicas. Primero, se presenta un marco de referencia. El eje de referencia para la rodilla se muestra en la Figura 2.3. En [59] se dan recomendaciones para los sistemas de coordenadas de las extremidades inferiores, y [60] da una recomendación para informar datos cinemáticos. Es conveniente utilizar el eje tibial, y dos ejes perpendiculares a él en las direcciones anteroposterior y mediolateral. La fuerza sobre el eje tibial resiste la interpenetración de los huesos en compresión y distracción de los huesos en tensión.

Las fuerzas en las direcciones anteroposterior y mediolateral resisten (o inducen) traslaciones relativas de los huesos en esas direcciones respectivamente. El par en el eje mediolateral resiste (o induce) la flexión o extensión. El par en el eje anteroposterior resiste (o induce) la abducción o aducción. El par en el eje tibial resiste (o induce) la rotación medial y lateral [61].

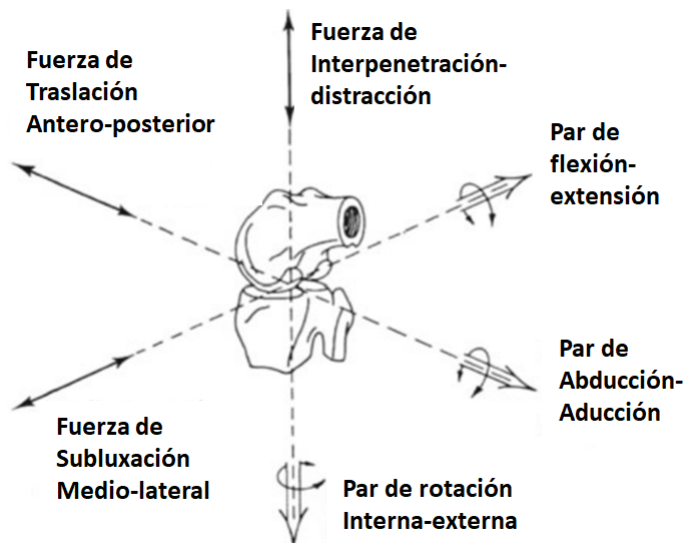


Figura 2.3: Referencia de direcciones para la rodilla [61].

Esto permite concluir que dos grados de libertad permiten patrones de marcha bidimensionales [62]. Es posible tener movimientos de flexión y extensión de rodilla y, flexión plantar y dorsiflexión en el pie [47].

En [37], la flexión pasiva se describe con un típico máximo de aproximadamente  $162^\circ$  y un máximo de flexión activa de  $135^\circ$ , también presenta el comportamiento de rotación axial, que tiene un máximo de  $30^\circ$  durante la flexión en  $90^\circ$  (págs. 269), ver Figura 2.4. [56] confirma esta rotación de  $30^\circ$  alrededor del eje de rotación durante la flexión (atornillado femoral), también es comentado por [63]. También agrega que la cinemática de la rodilla se ha considerado como un mecanismo de cuatro barras para lograr flexión profunda, que limita el movimiento a dos dimensiones, cuando en

realidad es multiplanar. Además, los ligamentos no son rígidos y hay tensión variable. Sobre eso, [64] describe que el atornillado se produce en el plano transversal durante el pre y post roll en un ángulo de aproximadamente  $17^\circ$ . Sin embargo, la tibia gira externamente con respecto al fémur (paradójico tornillo de inicio) que tiene un ángulo de  $6^\circ$ .

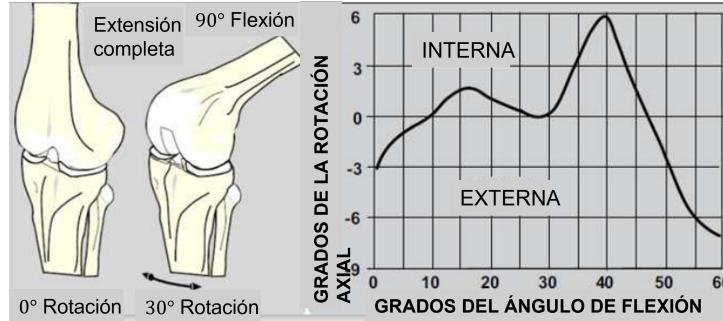


Figura 2.4: Rotación axial de la rodilla [37].

Según la información biomecánica obtenida por [65], existe un rango nominal de movimiento, par máximo y potencia máxima de  $120^\circ$ ,  $75 Nm$  y  $150 W$  respectivamente en la rodilla; y  $65^\circ$ ,  $130 Nm$  y  $250 W$  respectivamente en tobillo.

En este sentido, [10] menciona que el par de actuación y los requisitos de rango de movimiento se basan en la relación par ángulo (tobillo) obtenida por [66], que se muestra en la Figura 2.5. De sus resultados, el par máximo es de  $115 Nm$  que se produce en un ángulo de articulación de  $8^\circ$ , el rango de movimiento debe ser de al menos  $-20^\circ$  a  $10^\circ$  (el diseño presentado es  $-25^\circ$  a  $15^\circ$ ). Él menciona que un par menor no afecta la calidad del avance. Puede proporcionar torque para caminar lento, y para subir y bajar escaleras, pero tiene dificultades para caminar rápido y caminar en pendiente. Simplifica la función de ángulo- torsión como una función lineal por secciones.

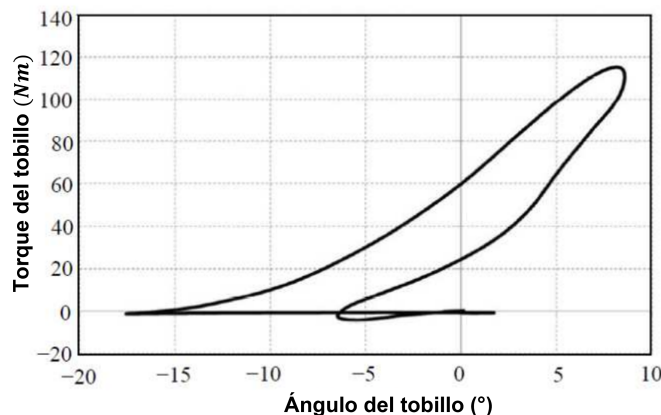


Figura 2.5: Torque del tobillo en caminata lenta [10].

El análisis de la marcha humana por [19] muestra que la frecuencia más alta está entre 1 y 2  $Hz$ . El diseño propuesto tiene una frecuencia de corte para actuadores de 2.3  $Hz$ . Se siguieron trayectorias normativas a 0.5 (caminata lenta), 1 (caminata rápida) y 1.3  $Hz$  (carrera). La Figura 2.6 muestra el diagrama de Bode de la velocidad del actuador y las trayectorias normativas del tobillo y la rodilla.

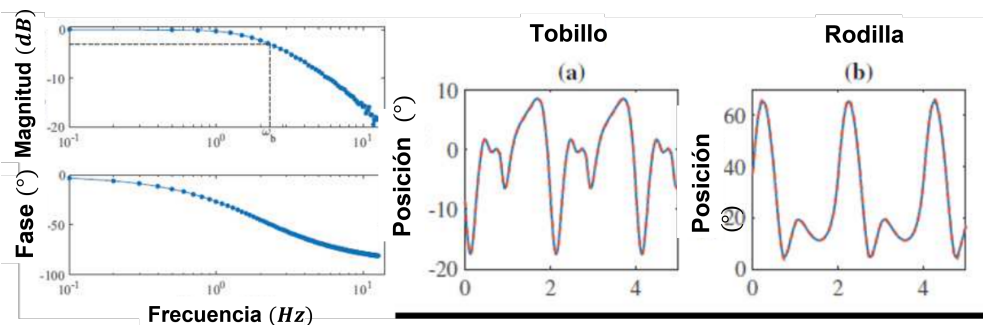


Figura 2.6: Diagrama de Bode para ancho de banda de velocidad (izquierda). Marcha normativa (derecha)[19].

Se sabe además que la locomoción humana depende de ambos patrones básicos generados a nivel de la columna vertebral (en el generador de patrones central) y un control volitivo que depende de los reflejos. Y la modulación de la trayectoria reflexiva aumenta la eficiencia de la marcha durante perturbaciones inesperadas para estabilizar la postura [3]. De acuerdo con [67], se pueden medir los potenciales vinculados a eventos utilizando electrodos de superficie, que se dividen en: potenciales evocados sensoriales, potenciales evocados tardíos (o de latencia larga), potenciales asociados al movimiento (potenciales motores), potenciales lentos de la corteza cerebral (potenciales estables) y potenciales emitidos contra los estímulos sensoriales esperados, pero no presentados. BP o RP son potenciales que ocurren 1 segundo antes de la ejecución de un acto voluntario.

### 2.3.2. Análisis de la marcha

La biomecánica de la pierna definida junto con los músculos, los tendones y la trayectoria de marcha, se utilizan habitualmente para el diseño de las prótesis así como para su control. Estas trayectorias son el resultado de la interacción con el medio ambiente, en particular, el contacto con el suelo. Esto permite hacer uso de esta última información para establecer e identificar puntos de referencia.

Como describe [25], los puntos de contacto con el suelo se pueden identificar fácilmente mediante sensores como los FSR. Esto generalmente se divide en etapas como apoyo, balanceo y otros según los momentos de contacto con el suelo [25, 26, 14].

Como lo menciona [14], el número de modos requeridos no es único, y las reglas de cambio entre modos deben estar bien definidas y medibles, y el número de los modos deberían ser suficientes para proporcionar una representación precisa de la

función articular normal. La fase de balanceo y apoyo constituyen un conjunto mínimo de modos, pero para mejorarlos, cada uno de estos modos se puede dividir en dos submodos. La figura 2.7 muestra un ejemplo de división de la marcha.

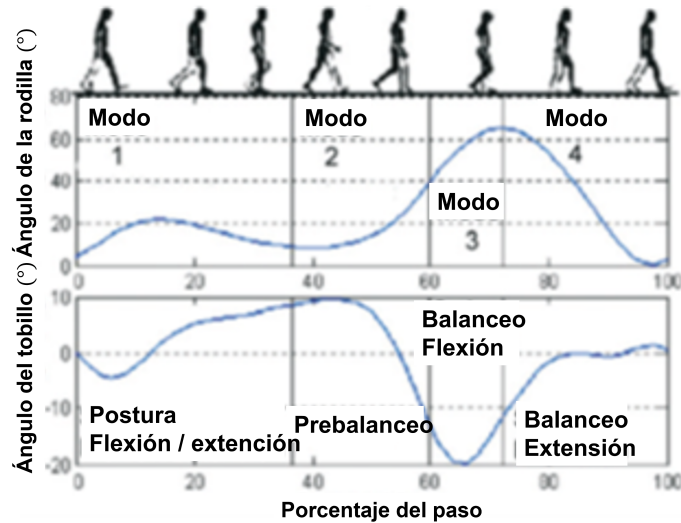


Figura 2.7: División de la marcha

[11] describe la cinemática normativa de la rodilla en 4 fases:

1. Comienza con un golpe de talón, en el cual la rodilla comienza a flexionarse inmediatamente para proporcionar absorción de impacto y carga, mientras que el tobillo simultáneamente se plantarflexiona para alcanzar un estado de pie plano.
2. Es la fase de empuje, y comienza cuando el tobillo se flexiona dorsalmente más allá de un ángulo determinado. La rigidez de la rodilla disminuye en este modo para permitir la flexión de la rodilla mientras el tobillo proporciona un par de flexión plantar para el empuje.
3. Comienza cuando el pie deja el suelo como lo indica la celda de torsión del tobillo y dura hasta que la rodilla alcanza la máxima flexión
4. Está activo durante la extensión de la articulación de la rodilla, mientras que la velocidad de la rodilla se vuelve negativa y termina con el golpe del talón.

Se ha desarrollado la medición de la marcha y los parámetros de las articulaciones bajo diversas metodologías como el uso de señales mioeléctricas [39]. [41] utiliza señales EMG (electromiograma de superficie), sensor de presión, IMU y un interruptor de pie. En un estudio de los ángulos de la marcha se realiza mediante ciclogramas.

Por otro lado en [52], las trayectorias del tobillo son generadas por parametrización de splines cúbicos, con un período normalizado, definiendo el tiempo de subida, bajada y pico, así como el par máximo, como se muestra en la Figura 2.8.

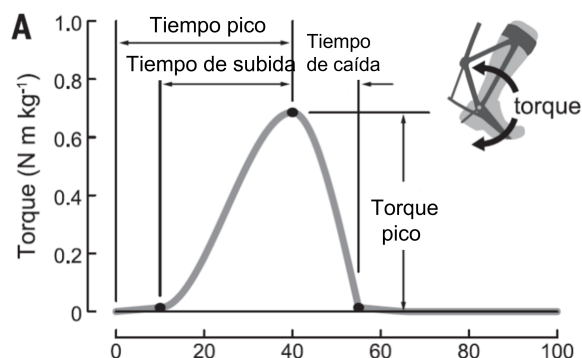


Figura 2.8: Trayectoria del tobillo usando esplines cúbicos [52].

Los estudios más habituales se suelen realizar en marcha nivelada, ascenso y descenso de escaleras y rampas, sentarse y pararse, correr [26, 35, 68, 40, 29, 44, 69, 31, 22], ponerse en cuclillas [53] y girar [55]. También es común que el control identifique estos modos para adaptar el comportamiento del dispositivo de acuerdo con estas investigaciones.

Otros complementan estos estados a través de etapas de transición que buscan un cambio más natural entre modos [46], además de agregar información del entorno [35], o estimando la intención [47, 48]. Como ejemplo, podemos mencionar [27], donde las prótesis se configuraron para seis modos diferentes (pararse, caminar sobre un terreno nivelado, escaleras ascendentes y descendentes, rampas ascendentes y descendentes), y buscando una predicción hacia adelante para las transiciones entre los modos de locomoción utilizando EMG.

Dado que algunas señales tienen una relación señal / ruido baja, a menudo se utilizan filtros, como en el caso de [70], que utilizan filtros Butterworth no causales de sexto orden, y Teager / Kaiser Power Operator (TKEO) para mejorar la relación señal / ruido. Y un filtro Butterworth no causal pasa bajas a  $50 \text{ Hz}$ . Mientras que algunos autores hacen su investigación con señales sin procesar, como [32], quien utiliza EEG para decodificar información relacionada con la tarea. En [31] el ruido se eliminó usando una aproximación del vecino más cercano.

Finalmente se presentan los clasificadores de la marcha de la investigación de [3]:

- Reconocimiento del modo de actividad: las entradas del clasificador incluyen usuario, entorno y estados del dispositivo. La latencia de clasificación debe ser menor que el tiempo crítico. El error crítico describe el sentimiento subjetivo de un equilibrio inestable.
- Clasificadores basados en regla heurística: máquinas de estados finitos, árboles de decisión para identificar modos de transición (similar a una matriz de transición); necesita ajustar los parámetros para cada usuario.
- Reconocimiento automático de patrones: métodos basados en el aprendizaje automático, como Naive Bayes, análisis discriminante lineal (LDA), análisis discriminante cuadrático (QDA), modelos de mezcla gaussiana (GMM), máquinas de



soporte vectorial (SVM), Redes Bayesianas dinámicas (BDN), Redes neuronales artificiales (ANN)

### 2.3.3. Adquisición de señales

La invasividad se define por su relativa comodidad (en tiempo, esfuerzo y riesgo) [3]. En consecuencia, la adquisición de señales puede considerarse invasiva o no invasiva para diferentes grados.

En [55] se comenta que los métodos invasivos, como las matrices de electrodos intracorticales, tienen una alta relación señal / ruido (SNR). También expone que EEG es el único método de almacenamiento para humanos. Han realizado pruebas en monos, pero tienen la desventaja de cirugía y posible infección. Por lo tanto, para reducir el riesgo, el EEG del cuero cabelludo es usado. La información EMG se usa comúnmente para el control de prótesis de mano en tiempo real, pero apenas en los dispositivos de las extremidades inferiores, ya que el artefacto de movimiento y la contaminación por ruido de línea de base es más prominente allí [71].

En cuanto a la realimentación sensorial, ésta puede ser artificial y sustitutiva. Una sustitución sensorial reemplaza a una modalidad sensorial, por ejemplo, proporcionando un sentido del tacto, mientras que un aumento sensorial complementa la información atenuada, por ejemplo, la realimentación visual del movimiento. La realimentación no invasiva se puede realizar a través de tres canales: visual, auditivo y táctil. Se prefiere la retroalimentación visual por los usuarios.

En general, la adquisición de señales se realiza mediante:

1. Actividad neural supraespinal, por espectroscopía (optodos) por electroencefalografía (EEG).
2. Actividad neural periférica, por la electromiografía (EMG). Es susceptible a los cambios, las señales no son estacionarias, requieren técnicas para el reconocimiento de patrones, requieren calibración.
3. Posición y momentos de articulación por mecanomiografía (MMG). Es menos sensible a la fatiga que el EMG.
4. Dinámica inversa por goniómetros, inclinómetros, acelerómetros, giroscopios, magnetómetros y IMU
5. Las fuerzas de reacción se pueden medir con plantillas y midiendo las cargas en el vástago de la prótesis, la información binaria de contacto con el suelo se puede obtener mediante interruptores, resistencias sensibles a la fuerza, sensores de presión de aire.
6. La interfaz entre el dispositivo y el usuario se puede medir utilizando celdas de carga, galgas extensiométricas, sensores de presión y sensores resistivos de fuerza. Algunos modos de entrada alternativa son manuales (teclados, botones, joysticks), voz y secuencias de movimiento de los ojos.

| Señal medida  | Sensores                             |
|---|--------------------------------------|
| [34] Reconocimiento de actividad, Velocidad angular   | Acelerómetros de IMU                 |
| [51] Decodificación de movimiento relacionado a potenciales corticales la extremidad inferior | Electrodos                           |
| [11] Información cinemática   | Encoder                              |
| [66] Identificación de locomoción   | sEMG                                 |
| [13] Predicción del movimiento de tobillo   | Sistema de adquisición especializado |
| [46] Información biomecánica  | Cámaras IR                           |
| [35] Contacto con el suelo, ángulos de rodilla  | Sensores de presión, sEMG            |
| [18] Información cinemática   | Sistema de adquisición especializado |

Tabla 2.1: Sensores y señales adquiridas

En [22], en cuanto a instrumentación, los autores clasifican: sensores de fuerza (células de carga, resistencias sensibles a la fuerza, interruptores de contacto), sensores de posición (codificadores, potenciómetros), inerciales (IMU, acelerómetros, giroscopios), EMG y sensores de presión.

En la Tabla 2.1, se presenta un breve resumen, como ejemplo de las aplicaciones de sensores y sistemas de adquisición para resolver el problema de conocer las señales necesarias para diseñar y controlar la PAEI [26, 46, 50, 68, 40, 41, 28, 6].

Las señales biomecánicas de las prótesis no son suficientes para lograr el comportamiento deseado, por lo que los investigadores han agregado señales adicionales para tener suficiente información para controlar adecuadamente los sistemas, por ejemplo: señales ambientales o intensionales, proporcionadas por cámaras o señales mioeléctricas o encefaloeléctricas.

La interacción ambiental proporciona las fuerzas de reacción responsables del equilibrio, apoyo y propulsión del usuario de prótesis. El sentido ambiental implícito corresponde a la identificación del modo de actividad. Los acelerómetros en el pie se pueden usar para estimar la pendiente del suelo cuando el talón y la punta están en contacto estático con el suelo. La IMU se puede utilizar para detectar cambios de elevación. En contraste, se puede realizar una detección explícita del entorno por giroscopios y sensores infrarrojos para estimar la pendiente y la elevación del terreno. Para el sistema de reconocimiento del terreno es posible utilizar IMU, sonar, cámara de video, como en la silla de ruedas controlada por el cerebro.

Como se explica en [3], el contexto ambiental se puede utilizar para complementar las señales para el control de PAEIs: Si el usuario reconoce dónde está un supermercado, por ejemplo, será más fácil controlar teniendo información sobre el terreno, basado en el hecho que es estático, las superficies y el espaciamiento de las escaleras.

Por otro lado, la intención del usuario de ejecutar un movimiento se puede estimar mediante la detección de actividad cortical y neuromuscular, postura, estado

| Información de interés  | Señales y sensores  |
|---|---|
| [70] Reconocimiento ambiental   | Cámara 3D, IMU  |
| [12] Latencia debida a cables   |   |
| [16] Reconocimiento ambiental   | Cámara RGB, infrarrojo, radar, sonar y sensor ultrasónico |
| [10] Decisión basada en contexto  | EEG   |
| [37] Reconocimiento ambiental (Inspirado por el control de vehículos autónomos) | Cámara RGB  |
| [49] Reconocimiento de modo, ambiente e intención.                              | Cámara RGB, IMU   |
| [41] Predicción de intención  | Flujo de imágenes RGB                                     |
| [38] Reconocimiento ambiental y de intención                                    | EMG, goniómetros, IMU, sensor de visión                   |
| [14] Evasión de obstáculos  | Imágenes para clasificación ambiental                     |

Tabla 2.2: Señales complementarias para el control de prótesis.

locomotor e interacción física con el medio ambiente y el dispositivo de prótesis.

En la Tabla 2.2, se resumen las señales complementarias para el control de las PAEIs, así como los sensores propuestos en las obras reseñadas: [72, 51, 4, 55, 30, 44, 34, 31, 35]

#### 2.3.4. Discusión

Las señales son una parte esencial del sistema de control, esta información es necesaria para conocer el estado del sistema, para poder calcular las señales de control que permitan que los errores converjan a 0, es decir, seguir la señal deseada. Entonces, los sensores son un dispositivo fundamental en las PAEIs para obtener la respuesta esperada que permite a los amputados recuperar su movilidad. En este sentido, los investigadores han estudiado diferentes formas de obtener las señales, y en su trabajo han descubierto que algunas de ellas son tan invasivos y a veces peligrosos porque necesitan cirugía, como EEG o EMG, entonces prefieren utilizar estas tecnologías evitando la invasión. Por otro lado, incluso sin cirugía, el uso de EEG y EMG podría ser difícil de implementar en una PAEI, de modo que sea fácil de usar para el amputado. Entonces la mayoría de los prototipos definen los dispositivos utilizando otro tipo de sensores, como sistemas inerciales (IMU), codificadores, goniómetros, sensores de fuerza y sensores de visión. Además, la información proporcionada por estos sensores se puede complementar con datos ambientales y de intención, utilizando, por ejemplo, cámaras. Independientemente de los sensores que se elijan, se debe tener en cuenta que se necesitan filtros para las estrategias de extracción, identificación y predicción. La mayoría de los prototipos de PAEI se diseñan utilizando información estándar o normativa, pero para una implementación real es conveniente diseñar cada PAEI para

un usuario en particular, o al menos realizar el ajuste adecuado para evitar problemas de compensación. Para el control de las prótesis es común definir la marcha por estados (el número depende de los investigadores y de su propia necesidad o interés, y pueden ser 4, 5, o más), de esta manera es posible utilizar una máquina de estados finitos. Algunos autores utilizan la información obtenida por [66] para definir la marcha, y en particular las trayectorias seguidas por las articulaciones, y por lo tanto, los pares y las relaciones de impedancia, donde los picos obtenidos para la rodilla son de  $75 - 80 Nm$  y para el tobillo  $115 - 130 Nm$ . Con esta información podemos elegir correctamente los actuadores y definir una señal posible o de referencia auxiliar para el controlador basada en los datos biomecánicos, e incluso obtener el mecanismo óptimo para seguir estas trayectorias.

## 2.4. Control de prótesis activas

El control es importante para el diseño de dispositivos protésicos, ya que permite asignar un comportamiento determinado (deseado). El controlador depende de muchos factores, como las señales de entrada y la salida deseada. Esta información a su vez depende del esquema de control, que generalmente se divide en dos o tres niveles:

1. El nivel superior / alto / supervisor. Depende de los deseos del usuario. Predice los modos de locomoción teniendo en cuenta una estimación-clasificación hacia atrás [27]. Es conocido como la interfaz cerebro-máquina, cuando las señales de entrada provienen directamente de señales encefaloeléctricas; o *human - in - the - loop* [52, 11] cuando el humano comparte el control, y es parte del bucle de control, mencionando como ejemplos: En [52], se aplica optimización con *human - in - the - loop* para minimizar la energía metabólica (Figura 2.9); en [11], los parámetros de control se ajustan de acuerdo con el rendimiento de la prótesis de rodilla robótica, mientras el usuario camina con ella. La programación dinámica adaptativa autoajutable (ADP) se implementa con 4 bloques dHDP (Programación dinámica heurística directa) correspondientes a las 4 fases de la marcha, cada una de las cuales incluye una red neuronal de acción y una red neuronal crítica, Figura 2.10. La prótesis se inicializa aleatoriamente y aprende mientras camina el amputado. En [29] se presenta una fusión de sensores para el control predictivo en el esquema humano-prótesis-entorno, ver Figura 2.12 donde se muestra el esquema de control para restaurar el bucle de visión de locomoción perdido después de la amputación.

Algunos investigadores combinan el control volitivo con el control basado en modos de locomoción, proponiendo un esquema de control compartido [73].

El control en este nivel también es considerado como identificación y clasificación. Con la información de la interfaz hombre-máquina, se puede implementar un control de intención (o volitivo), cuya función es reconocer la intención del usuario (o el nivel del suelo [33]) para predecir los modos de deambulación [21] o las fases/subfases de la marcha [28], es decir, para reconocer si el

amputado tiene la intención de caminar, correr o hacer cualquier otra actividad [25, 26, 46, 50, 51, 53, 47, 44, 35].

Según [18], el control de alto nivel puede ser ecocontrol (ángulo y posición), reconocimiento de la marcha (fuerza y torsión) y control directo por EMG.

Para el reconocimiento de la marcha, es común utilizar el control de impedancia, donde una máquina de estado se utiliza para cambiar los parámetros de un modelo de resorte amortiguador (físico o virtual), la marcha se divide en fases. Proporciona al usuario un control más intuitivo.

En control EMG, el amputado altera el torque debido a las contracciones musculares, los problemas técnicos son la latencia y el ruido, requiere mucho entrenamiento.

Las estrategias de control más comunes son el reconocimiento del modo de marcha, en combinación con el control de baja impedancia y control EMG directo.

Cabe mencionar que el eco-control requiere una alta impedancia mecánica, no se siente natural dado que no interactúa con el amputado, y solo es útil para amputados unilaterales. Además el ecocontrol y el control de impedancia de estado finito tienen la inconveniencia de sintonización de muchos parámetros [2]. Mientras que el control basado en EMG tiene el inconveniente de ser afectado por el problema de fatiga y desalineación de electrodos.

2. Nivel bajo. El error entre el estado actual y deseado del dispositivo es realimentado al actuador para reducir este error. En este nivel, son producidas las señales necesarias, es decir, posición, velocidad, fuerzas y momentos de torsión, de modo que los actuadores generen las trayectorias deseadas, cumpliendo así el objetivo definido en el control de nivel superior [10, 41, 54, 33, 38, 74, 3, 19].
3. Nivel medio. Un control intermedio traduce la intención del usuario en las trayectorias deseadas para cerrar esta arquitectura de control [33, 3]. Es la interfaz que selecciona los pares a través de un modelo de control de impedancia [27]. Es importante mencionar que los métodos de identificación se utilizan para definir las trayectorias a seguir una vez que se identifica el modo, mientras que en otros casos se pretende anticipar esta información para predecir la intención del usuario, proporcionando un comportamiento más natural.

La intuición sugiere que el controlador se defina para la ejecución de actividades de la vida diaria (comunes) en el mundo real, por lo que no se encontraron ejemplos de controladores basados en desafíos.

Por otro lado, como cualquier tecnología es susceptible a fallas. Algunas reportadas incluyen: mala interpretación de la intención del usuario, entradas de sensor no válidas, interacciones no válidas entre el usuario y el entorno, sobrecarga / saturación del actuador, falla del sistema infra-actuado, pérdida de energía en el actuador o controlador, software.

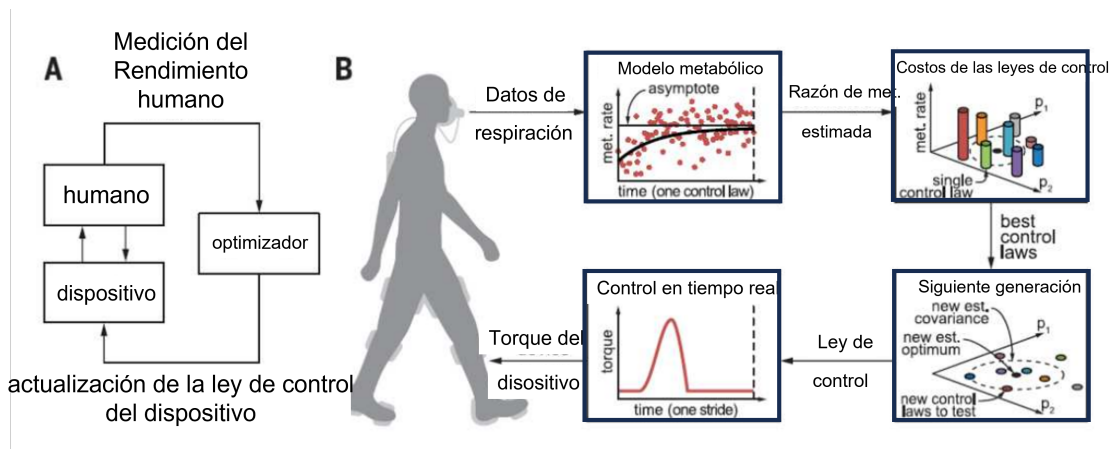


Figura 2.9: Optimización *human – in – the – loop*. A: diagrama general. B: Diagrama esquemático. [52].

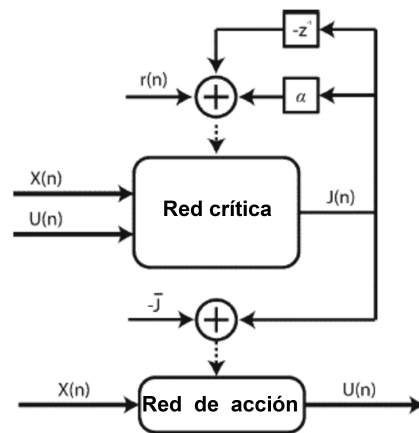


Figura 2.10: Diagrama a bloques de dHDP [11].

Algunos dispositivos tienen medios para evitar accidentes en estas situaciones, como ReWalk, que incluye una bolsa de aire. Otros incluyen interruptores manuales o electrónicos. En [30] comentan que las transiciones de modo de locomoción imprecisas y / o retrasadas pueden causar lesiones graves, y que Össur Power Knee (Islandia) e Indego, exoesqueleto de miembros inferiores, (Parker Hannifin, EE. UU.) requieren movimientos de compensación para cambiar manualmente entre diferentes modos de locomoción.

ISO 13482 proporciona directrices para la identificación de riesgos en dispositivos robóticos utilizables.

#### 2.4.1. Esquemas populares de control para prótesis

Dentro de los esquemas de control populares están [3]:

1. Control volitivo directo. La intención volitiva se determina en el nivel superior,

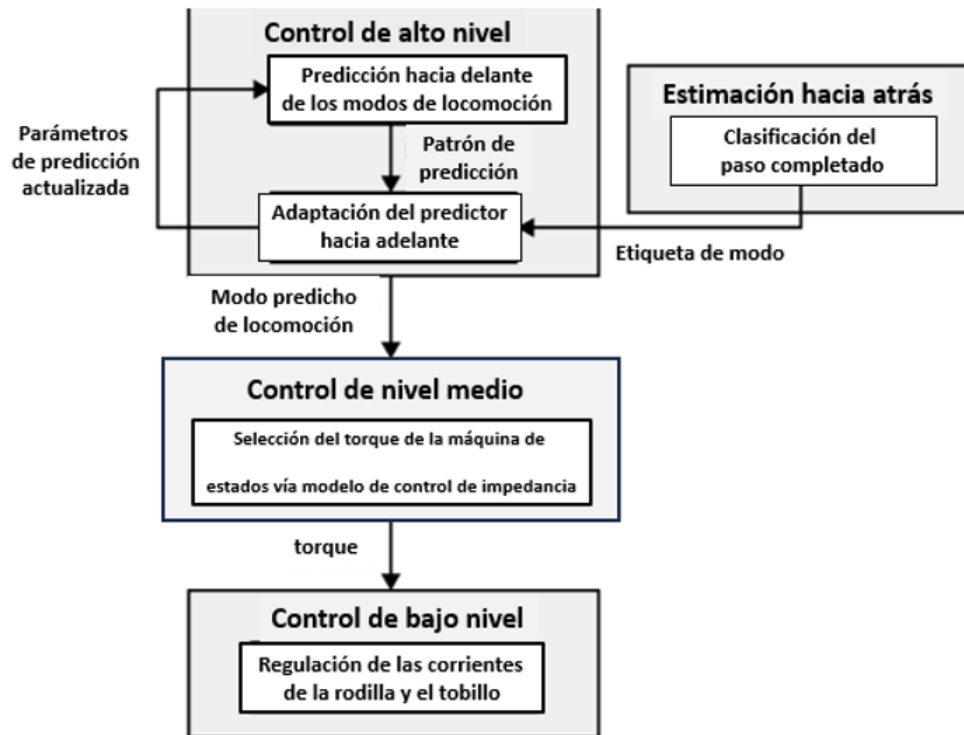


Figura 2.11: Arquitectura del sistema de control de [27]

la conversión al estado deseado del dispositivo ocurre en el nivel medio. Las señales mioeléctricas son un enfoque intuitivo del control volitivo. El usuario puede aprender a utilizar un dispositivo prediciendo su comportamiento.

2. Control de dependencia de fase. Define si es posible cambiar entre dos modos de actividad dentro de un ciclo o si sólo puede ocurrir al comienzo del siguiente ciclo. La salida del nivel medio es el estado deseado del dispositivo (posición, velocidades y pares de articulación). Es un control basado en el tiempo y requiere el ajuste de varios parámetros. Presenta trayectorias invariantes. Ejemplos: ecocontrol, controlador de restricción virtual, controladores de estados finitos (CEF).
3. Control no basado en fases. Es similar al ecocontrol, pero sin retardo. El movimiento de la parte superior del cuerpo se correlaciona con las extremidades inferiores. No dependen de las fases de ejecución. La realimentación de fuerza mide la interacción de la fuerza entre el usuario y el dispositivo y actúa para reducirlo.
4. Control de seguimiento de trayectoria. Funciona mejor cuando la salida del actuador es mecánica. La impedancia es alta en relación con la de la carga, lo que permite que el dispositivo rechace las perturbaciones.

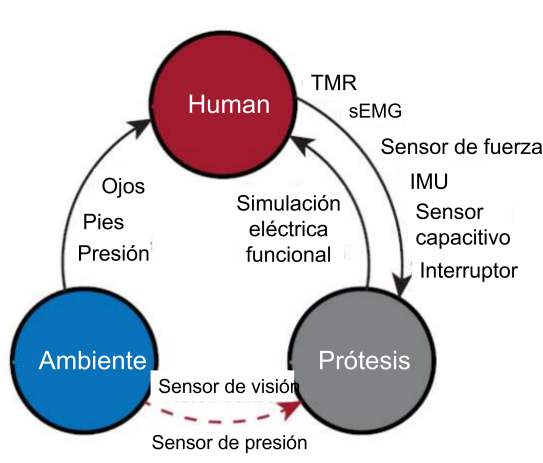


Figura 2.12: Esquema de control Humano-Prótesis-Ambiente [29].

5. Control de impedancia / admitancia. Cuando la impedancia de salida mecánica del actuador es baja con respecto a la carga, es útil para proporcionar fuerza cuando la posición no es importante. La impedancia se define como la función de transferencia entre un flujo de entrada y un esfuerzo de salida. En mecánica rotacional, controlar la impedancia de una articulación es controlar la relación entre la velocidad angular y el par generado. Las teorías principales establecen que el sistema nervioso central (SNC) controla las extremidades a través del control de impedancia. El control de admitancia se ha utilizado para eliminar la dinámica no deseada, pero no se han encontrado aplicaciones en dispositivos portables.
6. Control de movimiento coordinado. Las articulaciones están acopladas mecánica y neuralmente. El dispositivo no debe exceder el RoM (rango de movimiento).
7. Realimentación positiva. Se ha utilizado para aumentar la sensibilidad de la interacción del usuario sin requerir detección de fuerza entre el usuario y el dispositivo.
8. Control basado en generadores de patrones centrales. Produce patrones rítmicos coordinados como caminar, correr, nadar y volar [73].

El objetivo del diseño de controladores de dispositivos de asistencia es una integración perfecta con el sistema musculoesquelético residual y los bucles de control sensoriomotor, bajo el control supremo del sistema nervioso central.

Por otro lado, algunos investigadores proponen esquemas de control óptimo. En [49] el control óptimo de lazo abierto se aplica para controlar una rodilla hidráulica. En [15] se implementa un control óptimo con base en el control de la transferencia de energía entre la rodilla y el tobillo. Proponen un mecanismo de almacenamiento (a través de un ultracondensador) y entrega de energía a través del ciclo de ejecución.



### 2.4.2. Máquina de estados finitos

Comúnmente entre el nivel alto y el bajo, se tiene la necesidad de definición de parámetros del control de bajo nivel de los actuadores. Como se mencionó anteriormente, esta parte se ha propuesto con regularidad, utilizando Máquina de Estados Finitos. Entonces, se presentan algunos detalles sobre esta técnica. Como se ha mencionado, no existe un número único de estados para la división de la marcha, por lo que en esta sección sólo presentamos algunos ejemplos de la implementación del FSM, mencionando los estados y las leyes de transición, siendo los parámetros más importantes en el diseño del FSM.

Para el tobillo neumático, [10] definen un ajuste con una curva de torque de resorte lineal simple dentro de cada estado, resultando el FSM en la Figura 2.13.

- Fase 1: el tobillo funciona como un resorte con una rigidez moderada para proporcionar absorción de impactos y resistencia adecuada a la flexión plantar antes del pie plano.
- Fase 2: el tobillo funciona como un resorte muy rígido para absorber energía para estar listo para el siguiente empujón.
- Fase 3: el tobillo funciona como un resorte rígido, con la rigidez más baja que en Fase 2. El tobillo genera una salida de torque más alta que la Fase 2, lo que constituye el empuje actuado al caminar
- Fase 4: El tobillo funciona como un resorte con una rigidez muy baja, regresando el tobillo a una posición ligeramente dorsiflexionada para prepararse para el siguiente golpe de talón.

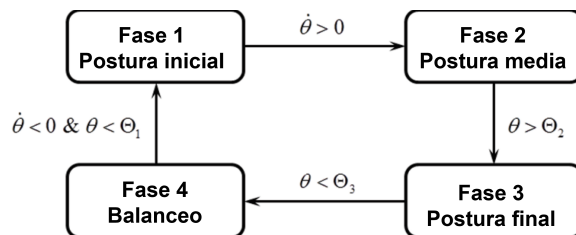


Figura 2.13: Máquina de estados finitos para el control de [10].

donde  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  and  $\Theta_3$  son los valores de umbral para la conmutación.

En [13] aplicaron una FSM y un controlador de impedancia. La máquina de estados finitos se utilizó para imitar los ciclos periódicos de la marcha. Para cada estado, el sistema protésico imitó un sistema resorte-amortiguador pasivo con impedancia predefinida (rigidez  $k$ , coeficiente de amortiguación  $C$  y posición de equilibrio  $\theta_E$ ) que coincidían con la impedancia biológica de la rodilla. Los parámetros de impedancia predefinidos fueron seleccionados por la máquina de estados finito y emitidos al

controlador de impedancia. El ciclo de la marcha se dividió en: doble soporte inicial (IDS), soporte simple (SS), soporte terminal de doble extremidad (TDS), flexión oscilante (SWF) y extensión oscilante (SWE). Comentan que es difícil duplicar el perfil de rodilla cuando la postura se segmenta en dos estados, y eso se mejora al usar tres estados de postura. Esto se debe a que la prótesis tiene una relación de amortiguación más alta causada por la transmisión que la articulación biológica de la rodilla humana. La prótesis debe producir diferentes propiedades dinámicas entre la flexión y extensión de la rodilla para compensar el par de fricción opuesto a la dirección de rotación de la rodilla.

Las reglas de transición se definieron como sigue

1. TDS-SWF: La prótesis abandona el suelo y la fuerza de reacción vertical del suelo  $F_z$  aplicada sobre el pilón protésico cae a cero rápidamente. Por lo tanto, se define el umbral  $F_z < th_1 < 0.1 BW$  (peso corporal)
2. SWE-IDS: La pierna protésica cambia de la posición sin carga (balanceo) a soporte de peso (parado). La  $F_z$  sube rápidamente desde el valor cero cuando la prótesis de pie toca el suelo; por lo tanto, el umbral se toma como  $th_1 = th_2$
3. SWF-SWE: La regla de transición se define como  $\theta > th_3$ . Fue seleccionado de manera que asegure la holgura del pie durante el balanceo.

Para IDS-SS y SS-TDS se utilizó la regla de transición basada en TDS. Esto debido a que estos eventos se definieron en el lado contralateral y los sensores no se consideraron prácticos.

En [65], definen un control de supervisión, donde los estados se denominan actividades, y las actividades son, en sí mismas, máquinas de estados finitos, y sus estados se denominan fases. El controlador supervisor gobierna las transiciones de una actividad a otra, mientras que cada controlador de actividad dicta la transición de una fase interna a otra. Define tres fases, que se ilustran en la Figura 2.14, y se describen a continuación:

1. La parte de la postura inicial comienza con el golpe del talón y termina en la postura de flexión máxima de la rodilla, entrando en posición media.
2. La posición intermedia continúa hasta que se alcanza el umbral del ángulo del tobillo, momento en el que la prótesis inicia un paso con un empuje motorizado.
3. En la tercera fase, en lugar de ejecutar una serie de fases pasivas por partes, cada uno de los cuales implicaría la selección de parámetros de impedancia, un controlador híbrido ejecuta una trayectoria para cada articulación, sigue una spline definida por un conjunto de puntos de referencia interpolados a partir de datos de caminatas saludables a diferentes velocidades de caminata.

La FSM propuesta por [48], define un modo de pie y cinco modos de deambulación (caminar a nivel del suelo, subir rampas, bajar rampas, subir escaleras y bajar escaleras). Esta arquitectura de máquina de estado permite que la prótesis cambie entre

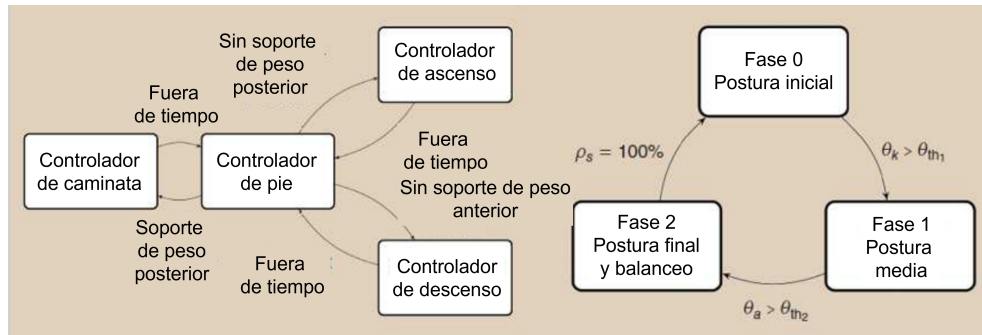


Figura 2.14: Máquina de estado de supervisión (izquierda). Máquina de estados, donde en cada fase se emula la impedancia virtual [65].

modos en puntos de tiempo discreto durante el ciclo de la marcha, incluido el contacto con el talón, la postura media, la punta del pie, y medio balanceo. La mayoría de las transiciones entre modos se regían por claves para entrada del experimentador; algunos otros se ejecutaron basándose en datos de sensores mecánicos.

### 2.4.3. Control inteligente de prótesis

Para concluir este capítulo, a continuación se presentan algunos detalles de las propuestas que se han hecho para controlar las PAEI usando técnicas de control inteligente. Basadas principalmente en metodologías que utilizan redes neuronales, complementadas por métodos estadísticos.

Como lo menciona [55], las características neuronales generalmente se extraen de la entrada sin procesar para aumentar la relación señal-ruido y reducir la complejidad de los cálculos. Por lo que son necesarios los decodificadores. Presentan en su revisión una clasificación de decodificadores en IMC (Interfaz Máquina Cerebro):

1. Con reconstrucción continua de trayectorias. Regresión lineal y filtros de Kalman
2. Clasificación discreta. Análisis de discriminación dispersa, clasificador bayesiano, regresión logística, análisis discriminante lineal, modelo de mezcla gaussiana, bosque aleatorio, aprendizaje de múltiples núcleos y maximización de los coeficientes de correlación canónica.

En clasificaciones discretas, la dificultad para lograr alto rendimiento generalmente aumenta significativamente a medida que aumenta el número de clases. Por lo tanto, es posible reducir las tareas antes del análisis o utilizar una clasificación en cascada para reducir el número de clases. La Figura 2.15 muestra el impacto de estos decodificadores en investigación recientes.

En [30] se comenta que los algoritmos más prevalentes en el reconocimiento de modos de locomoción son: Análisis discriminante lineal (LDA), Máquinas de soporte vectorial (SVM), Modelos de mezcla Gaussiana (GMM) y redes dinámicas bayesianas

(BDN). Siendo los sensores comúnmente utilizados para el reconocimiento automático de modos de locomoción: codificadores rotatorios, potenciómetros, celdas de carga, IMU, EMG y fusión de datos neuromuscular-mecánicos.

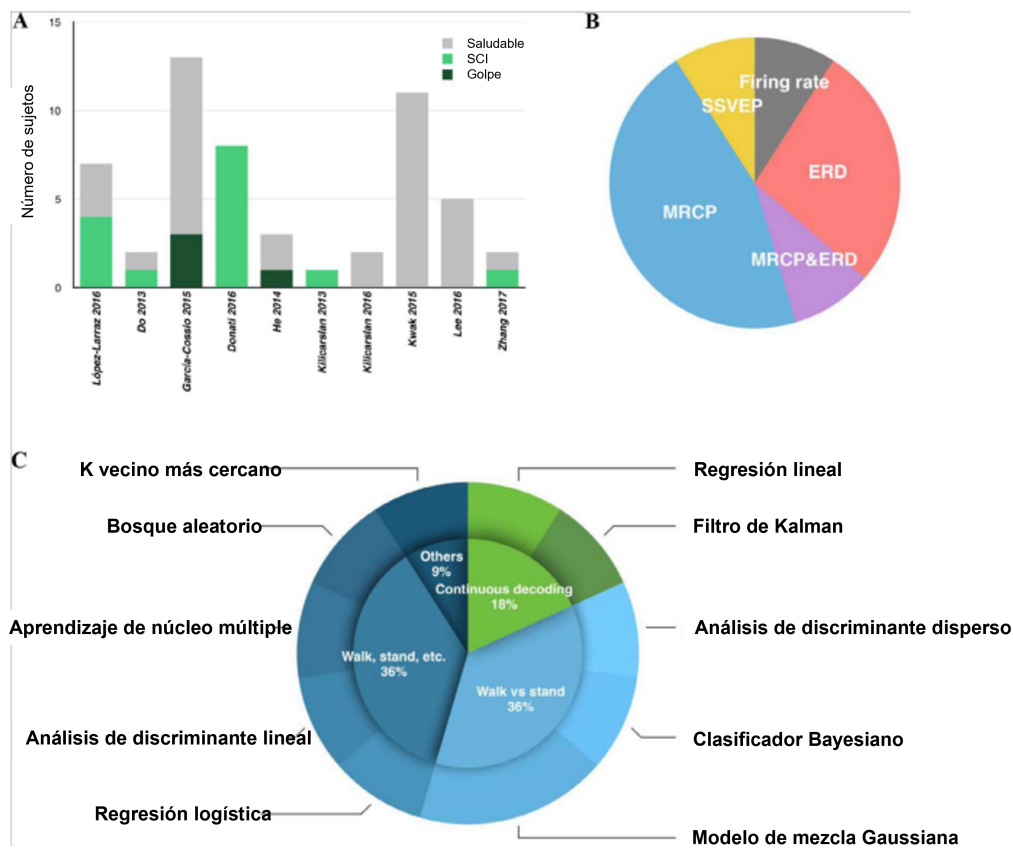


Figura 2.15: Decodificadores identificados por [55].

Por otro lado, en [40] proponen otra estrategia, donde la locomoción humana general es un movimiento continuo, que se adapta con fluidez al medio ambiente, y no siempre categorizable en modos. Y observan que los controladores actuales emplean modos de locomoción discretos para escenarios bien definidos como escaleras o rampas. Ellos muestran que usando el movimiento corporal de las extremidades intactas y el tronco, se puede generar una trayectoria de referencia para una articulación protésica para cada instante en el tiempo. Comentan tres técnicas de aprendizaje máquina:

1. Regresión lineal sin historial de tiempo. Cada instante de tiempo se puede utilizar para generar una predicción calculada independientemente de otros.
2. DNN completamente conectado con historial de tiempo de compuerta de datos.

Aunque una red no calcula explícitamente una serie de tiempo, es posible entrenarla presentando una ventana fija del historial de tiempo como entrada a la red. Aunque la red está viendo todas las entradas en una secuencia de tiempo a la vez, no es necesario ver la relación temporal y causal entre las entradas en el orden correcto.

3. Red neuronal recurrente de memoria a corto - largo plazo (LSTM-RNN) con historial de tiempo de datos de la marcha. Las RNN están entrenadas en una secuencia, incluidas sus salidas previas a entradas anteriores en la secuencia. Los LSTM tienen la capacidad de aprender mejor dependencias temporales recordando eficientemente predictores válidos de entradas pasadas y olvidando detalles innecesarios en los datos.

Encontraron que una RNN era el modelo de mejor desempeño, robusto para variaciones de sujetos-específicos como la velocidad al caminar y la longitud del paso. En su trabajo pudieron estimar el ángulo del tobillo con un error rms de menos de 7 grados. En su análisis concluyen que menos datos de un mayor número de sujetos es mejor que más datos de menos sujetos. Y en el interés de la instrumentación y el costo mínimos, tal estrategia de control podría ser desplegada con solo sensores de extremidades inferiores sin comprometer el rendimiento general. El beneficio claro de un controlador basado en datos es la posibilidad que brinda de adaptarse y actualizarse para lograr más actividades, al igual que las nuevas experiencias nos permiten aprender nuevas habilidades locomotoras. Todavía es necesario el estudio de la implementación en tiempo real de controladores protésicos.

### Redes neuronales

Considerando la periodicidad en el comportamiento de las piernas, y que el paso actual depende principalmente de los cambios previos en las articulaciones de la cadera y la rodilla, y en la fase de marcha. [25], utiliza una red neuronal dinámica: modelos no lineales autorregresivos con entradas externas (NARX) en matlab, la estructura se muestra en la Figura 2.19 (abajo). Concluye que es mejor utilizar dimensiones espaciales y temporales, por lo que considera mejor la implementación usando NARX.

[50] realiza la predicción de la marcha por DSTM con RNN y LSTM usando Keras de Python. El modelo se muestra en la Figura 2.16.

En [51] para resolver el problema de latencia, implementa una red de predicción de la trayectoria de la marcha (GTPN) compuesta por: extractor de características de espacio-tiempo, simplificador de parámetros, reconstructor de trayectoria, y discriminador que distingue los caminos reconstruidos de los reales. La estructura de la GTPN se muestra en la Figura 2.17.

### Métodos estadísticos

En [8] se ofrece técnicas de aprendizaje automático para la neurodecodificación para su posible uso en interfaces cerebro-máquina. Se utilizan filtros de Kalman para

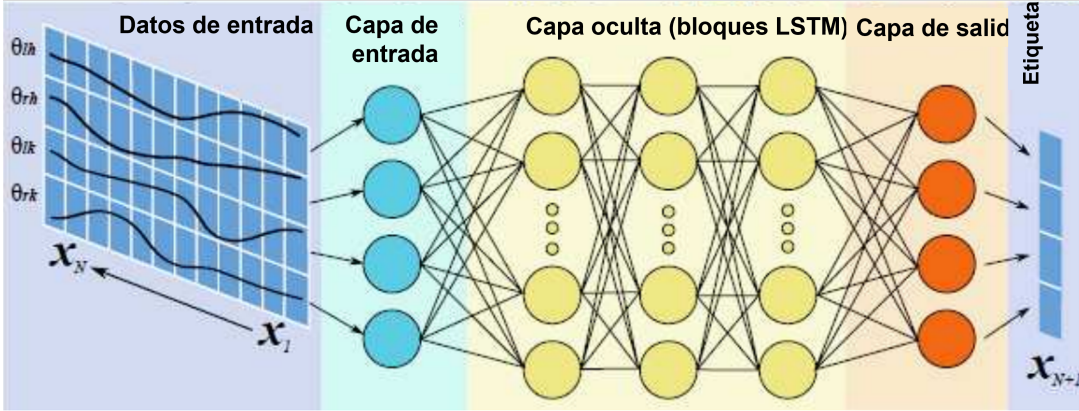


Figura 2.16: DSTM para predicción de trayectoria de marcha [50].

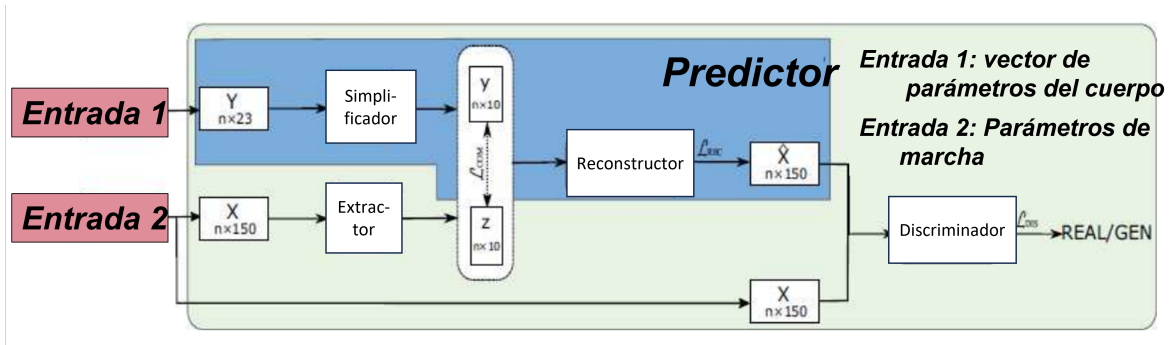


Figura 2.17: Estructura de la GTPN [51].

decodificar movimientos cinemáticos basados en la actividad neuronal. El decodificador Naive Bayes se utiliza para decodificación de posición de la actividad del hipocampo.

[69] utiliza el análisis discriminante local de Fisher para reducir la dimensionalidad en lugar de análisis de componentes principales (PCA) para preservar la estructura estadística (multimodal) de los datos; el clasificador del modelo de mezcla gaussiana (GMM), para mapear los estados del exoesqueleto a la matriz de características como

$$A_{i,j} = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{\gamma_i \gamma_j}\right) \quad (2.1)$$

La función de densidad de probabilidad GMM es

$$p(x) = \sum \alpha_k N(x, \mu_k, \sum_k) \quad (2.2)$$

Se remite a las referencias citadas para detalles de las ecuaciones presentadas aquí.

En [70], se presenta la decodificación de potenciales corticales relacionados con el movimiento de la extremidad inferior con clasificación continua y detección asincrónica, mediante una selección y método de clasificación utilizando un clasificador de

bosque aleatorio. Para una estimación de ángulos de articulación, [75] utiliza un algoritmo basado en PCA (análisis de componentes principales) y aprendizaje automático extremo regularizado. Utiliza indicadores clave de rendimiento: RMSE, coeficiente de correlación de Pearson y tiempo de entrenamiento. Se compara con red neural y la máquina de soporte de vectores (SVM). RELM reduce el tiempo de entrenamiento de aprendizaje. Para el análisis en el dominio del tiempo se aplican las siguientes ecuaciones en secuencias de señales  $x$ :

$$\begin{aligned} \text{Average absolute value: } MAV &= \frac{1}{N} \sum |x_i| \\ \text{Variance: } VAR &= \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ \text{Zero crossings: } ZC &= \sum \text{sgn}(x_i x_{i-1}) \\ \text{Logarithmic feature: } Log &= \exp\left(\frac{1}{N} \sum \log |x_i|\right) \\ \text{Waveform length: } WL &= \frac{1}{N} \sum |x_{i+1} - x_i| \end{aligned}$$

Para PCA, la covarianza es:

$$\text{cov}(T_a, T_b) = \frac{\sum (T_{ai} - \bar{T}_a)(T_{bi} - \bar{T}_b)}{n - 1}, \quad (2.3)$$

donde  $\bar{T}$  representa la media y  $n$  el tamaño de datos. Y las matrices de covarianza

$$C = \begin{bmatrix} \text{cov}(T_1, T_1) & \dots & \text{cov}(T_1, T_q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(T_q, T_1) & \dots & \text{cov}(T_q, T_q) \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

Una descripción detallada de estas ecuaciones se encuentra en el trabajo referido.

Los valores propios son  $f(\lambda) = |\lambda E - C|$ , y los vectores propios unitarios correspondientes son  $e_i = [e_{1i} e_{2i} \dots e_{qi}]^T$ . La tasa de contribución de la varianza es  $\alpha_i = \lambda_i / \sum \lambda_i$ , y los componentes principales son  $x_i = \sum e_{ji}(T_i - \bar{T}_j)$ .

En [8] se describe el aprendizaje automático para la neurodescodificación. Presenta algoritmos y ejemplos para la decodificación neuronal mediante el aprendizaje automático y la comparación con otros métodos. Además de utilizar filtros como Wiener y Kalman. En [28] una nueva técnica de etiquetado es propuesta en base a la selección de las características del talón y el punteo, y una predicción de subfase. Utiliza la interpolación lineal para predecir el período de la subfase en ejecución. Se utilizan clasificadores LDA, QDA, kNN. Se resuelven los problemas de detección (clasificación) y predicción

En [35] se aplica la fusión de decisiones secuenciales de clasificación ambiental utilizando un Modelo de Markov oculto y un algoritmo de optimización analítico. Se estiman el ancho y la altura del escalón y la pendiente del camino. La Figura 2.18 presenta la arquitectura del clasificador de imágenes, el modelo oculto de Markov (HMM) de clasificación de entorno, la matriz de transición de probabilidad y el escenario en tiempo real para calcular la decisión final. En [25], se utiliza SVM optimizado por el algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO) para predecir las fases de la marcha, el diagrama de flujo de estos procesos se muestra en la Figura 2.19

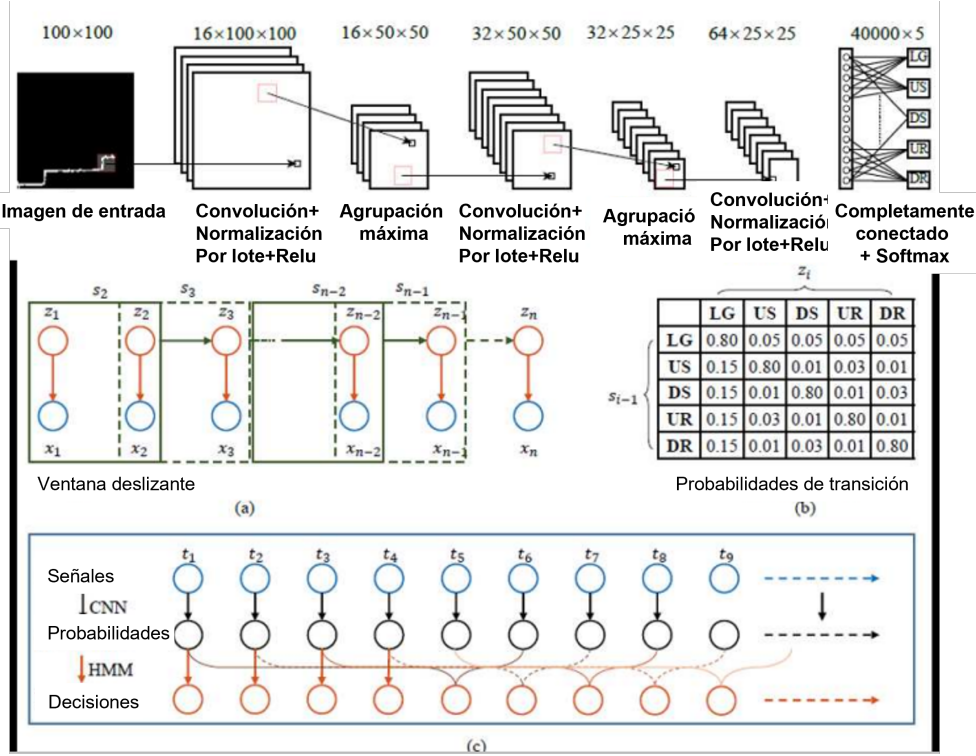


Figura 2.18: Clasificador de imágenes, HMM, matriz de transición de probabilidad y CNN + HMM [35].

En [47] se propone el reconocimiento de la intención para corregir el problema de las transiciones entre modos de locomoción utilizando información histórica. Basado en el control de impedancia implementado a través de una máquina de estado finito, el control de bucle para modos específicos de locomoción utiliza umbrales en sensores mecánicos. Para la extracción se define una función característica

$$f_t^* = \phi(q_{(t-H_i, t+H_f)}^*) \quad (2.5)$$

Y una función de agrupamiento K-means modificada

$$\phi_l(x) = \text{máx}\{0, \mu(z) - z_l\} \quad (2.6)$$

Y una variable de consociamiento (pooled)

$$f_{t,l} = \text{máx}\{f_{\tau,l}^*\}_{\tau=t-P_i+1}^{t+P_f} \quad (2.7)$$

Consúltense los detalles de estas ecuaciones en el trabajo citado.

En [53] se propone una red neuronal basada en algoritmos de aprendizaje automático llamados convimCRBM (mezcla implícita de la máquina de Boltzman condicionada restringida) para predecir el tipo de movimiento y trayectoria futura del exoesqueleto como entradas a un exoesqueleto controlador. Extienden el imCRBM



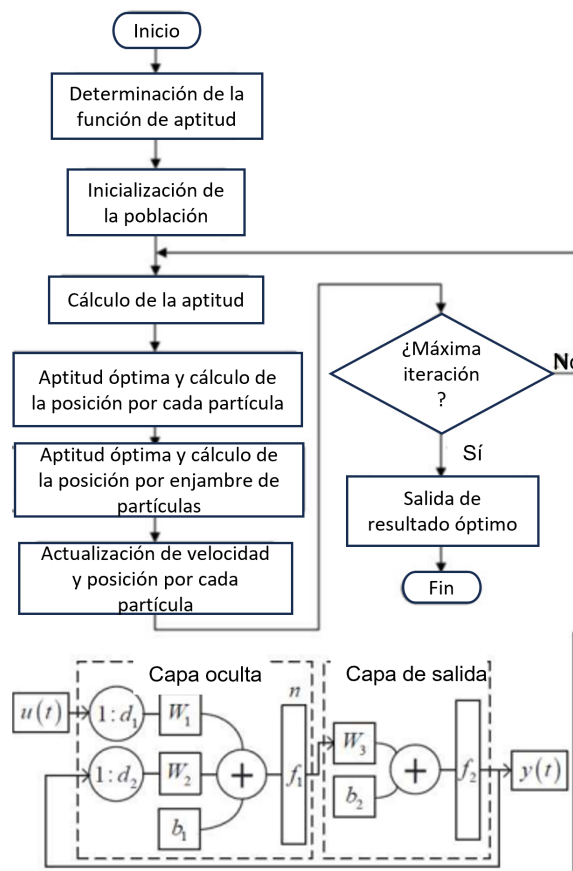


Figura 2.19: Proceso PSO para optimizar SVM (arriba). Estructura de NARX (abajo) [25]

para segmentar automáticamente los movimientos sin etiquetar en movimientos de actividad apropiados.

El CRBM define un modelo de probabilidad conjunta en el estado  $x$  y una variable latente  $z$  condicionada al estado pasado  $x_h$

$$p(x_t, z_t | x_{ht}) = \exp(-E_\theta(x_t, z_t | x_{ht})) / Z_c(x_{ht}) \quad (2.8)$$

De manera similar, el imCRBM define la probabilidad

$$p(x_t, z_t, q_t | x_{ht}) = \exp(-E_\Theta(x_t, z_t, q_t | x_{ht})) / Z_{im}(x_{ht}) \quad (2.9)$$

Una descripción con mayor detalle de estas ecuaciones es provista en el trabajo de su autor.

#### 2.4.4. Discusión

Según la revisión, se puede considerar principalmente tres niveles de control. En un nivel alto, tenemos un supervisor que reconoce o predice la intención del usuario

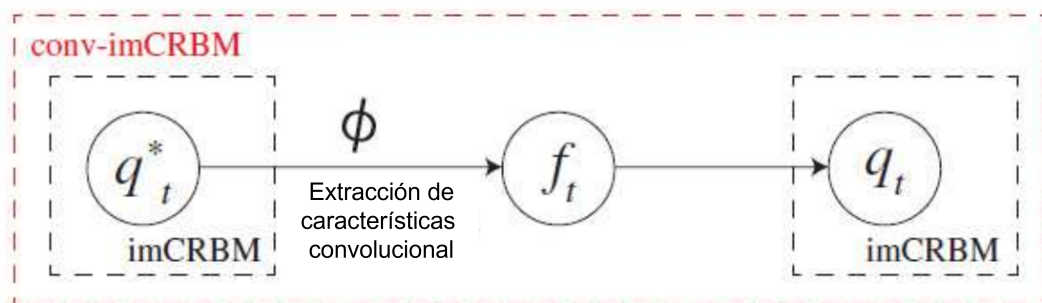


Figura 2.20: Arquitectura del algoritmo conv-imCRBM. Se extrae un vector de características  $f_t$  de imCRBM usando extracción condicional y finalmente se utiliza otra imCRBM [53].

o estima una posible intención de acuerdo con el entorno, especialmente sobre la marcha (por ejemplo, caminar o correr), una fase o subfase. Un control de nivel intermedio define los parámetros de los actuadores, a menudo mediante un FSM. Y en el nivel bajo, se aplica un controlador para lograr el comportamiento deseado de los actuadores.

Para la sumisión (compliance) necesaria de la prótesis con el amputado, para poder sentir la prótesis más natural, se prefiere el uso del control de impedancia en lugar del control de posición. Para este control, existen diferentes propuestas, polinomios de diferente orden, o de diferente forma para obtener los parámetros (rigidez y amortiguación), pero en general podemos observar que un control de PD se aplica comúnmente con base en los parámetros obtenidos por datos biomecánicos, como los obtenidos por [66]. Una observación interesante es que el actuador con una impedancia mecánica baja podría permitir el control de par sin realimentación de par (torque).

Por otro lado, estos controles basados en FSM implican la necesidad de definir los parámetros y reglas de transición (para la marcha y los modos). Luego la identificación o la predicción de la intención puede resolver este problema. Los algoritmos de IA se utilizan comúnmente. Un hecho importante debido a las transiciones es la fluidez necesaria entre modos, que no se resuelve por identificación sino por predicción, de esta manera el sistema de control puede definir previamente el siguiente modo, logrando una transición suave. Para complementar estas estrategias, algunos autores están aplicando la teledetección, es decir, utilizando cámaras o sensores, para conocer el nivel del suelo u otra información que ayude a reconocer el entorno y luego mejorar la intención de predicción. En este sentido, hay avances en predicción de intención aplicados a los brazos que se puede aplicar a prótesis de pierna, por ejemplo los basados en aprendizaje por refuerzo.

Se puede ver la oportunidad de aplicar esquemas de control de desafíos, que es otro paradigma de aprendizaje, pero desafortunadamente, podría ser peligroso, así que antes de intentar aplicarlo, hay algunos problemas de seguridad que resolver, y posiblemente éticos. En este sentido, se menciona que existen prototipos que incluyen mecanismos de seguridad, como la bolsa de aire. Porque incluso el algoritmo de control

más avanzado no es lo suficientemente bueno para imitar completamente una pierna real, y es susceptible a fallas.

Dado que las estrategias de control más habituales se basan en los modos o fases de marcha, es necesario utilizar algoritmos para identificar los modos y fases.

Y según la revisión, los algoritmos de aprendizaje automático han demostrado tener buen rendimiento. Por otro lado, dados los modos o fases, ahora necesitamos definir reglas de transición, pero a veces no es tan fácil, por lo que aquí podemos aplicar, en términos de aprendizaje máquina, algoritmos de predicción. De esta forma, la transición de modo, por ejemplo, podría obtenerse sin interrupciones.

Además, se cuenta con estrategias libres de modo, que intentan mejorar el rendimiento de la prótesis al eliminar las transiciones y proporcionar una mayor movilidad, esto es porque la gente no solo camina o corre, sino también realiza muchas otras actividades que no pueden ser modeladas como un modo, como movimientos espontáneos y asimétricos.

En esta sección se puede señalar que menos datos de más sujetos es mejor que más datos de menos sujetos. Un claro beneficio de un controlador basado en datos es la capacidad de adaptarse y actualizarse para dar cabida a más actividades, tal como las nuevas experiencias nos permiten aprender nuevas habilidades locomotoras. Es mejor utilizar dimensiones espaciales y temporales.

La red neuronal recurrente es un buen modelo sujeto a variaciones. Y debido a la alta dimensionalidad, se pueden aplicar métodos para reducir los datos, donde tenemos que el análisis discriminante local de Fisher es mejor que el análisis de componentes principales (PCA).

Por lo tanto, se propone explorar los algoritmos de clasificación y, las nuevas propuestas en machine learning y deep learning que no necesariamente han sido aplicadas a la robótica. Además, se pueden utilizar la estadística y la teoría de la probabilidad para estimar el comportamiento más probable de los amputados en función de las actividades de la vida diaria, así como medir y comparar el desempeño de algoritmos. En este sentido se puede explorar la teoría estocástica.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo, han sido revisados resultados recientes sobre el diseño y control de prótesis activas de extremidades inferiores (PAEI), teniendo en cuenta criterios de diseño en el bajo nivel y alto nivel. En el alto nivel, se aplica el control activo, por lo que la prótesis se vuelve 'inteligente'. Respecto al diseño de PAEIs, se incluyen dimensiones óptimas basadas en datos biomecánicos, las restricciones biomecánicas concernientes al grado de movilidad, los pares límite en las articulaciones y el ciclo de la marcha. También se proponen los resultados sobre técnicas de aprendizaje automático para decodificar señales EEG y EMG. De igual manera, la biomecánica, mecanismos, diseño de rodilla / tobillo y el diseño de control correspondiente. Es necesario encontrar una buena negociación para el diseño de PAEIs, dado que mayor complejidad mecánica implica mayor complejidad de control y mayor peso. Lo más

común en control de PAEIs consiste en un control de impedancia, bajo el paradigma de las máquinas de estados finitos, dependientes de las fases o subfases de la marcha. Para mejorar el rendimiento, se utilizan algoritmos basados en aprendizaje máquina. Por ejemplo, para evitar el problema de las limitaciones de transición y movilidad. Para tener un comportamiento natural, debemos dar más libertad de movimientos a los amputados mediante el uso de sistemas más complejos. La combinación de diferentes métodos puede aprovechar los beneficios de cada uno, como la sumisión (compliance) del control de impedancia, capacidad de predicción de la tele-cepcción, identificación / predicción del aprendizaje automático, y las mejoras que aportan los modelos del aprendizaje profundo.

## Capítulo 3

# Diseño y Modelado de una Prótesis Activa de Extremidad Inferior

### 3.1. Introducción

La prótesis activa involucra las siguientes tres partes: Diseño mecánico, procesamiento de señales y el sistema de control, como se describió en 2.

En este capítulo se propone una nueva prótesis de bajo costo con una extensión sensorial. Este nuevo diseño permite que las señales de la extensión exoesquelética sean virtualmente independientes, tales que podemos elegir la intensidad del movimiento. El novedoso diseño consta de una prótesis transfemoral activa, con rodilla policéntrica para una marcha más natural, y un tobillo de eje simple. La prótesis está conectada a la extensión exoesquelética que se une a la cintura. La prótesis funciona con motores de CC y la extensión funciona como marco sensorial de bajo costo que utiliza el ángulo del muslo y el desplazamiento vertical de la cadera. Se analiza la estabilidad del sistema de control para proponer un método de diseño de controlador, con una rápida convergencia. Debido a la pandemia por Covid 19 iniciada en el año 2019 que afectó a todo el mundo, en el CINVESTAV-IPN, se cerraron las instalaciones por una cuarentena que duró aproximadamente dos años, lo que impidió el uso de los laboratorios así como de los recursos para la construcción del prototipo de la prótesis, por lo que no se contruyó, y en su lugar, usamos Catia, SimMechanics y Simulink, para diseñar y simular cada una de las partes de la prótesis activa.

### 3.2. Diseño de una prótesis activa de miembros inferiores

Para tener un sistema de referencia en el que se puedan estudiar los controladores sobre prótesis de extremidades inferiores, se diseña un prototipo, que es simulado en Matlab.

| Dimensions                 | Men        |       |      | Female     |      |      |
|----------------------------|------------|-------|------|------------|------|------|
|                            | Percentile |       |      | Percentile |      |      |
|                            | 5          | 50    | 95   | 5          | 50   | 95   |
| <b>Height (mm)</b>         | 1576       | 1668  | 1780 | 1471       | 1570 | 1658 |
| <b>Weight (Kg)</b>         | 55.31      | 72.10 | 97.3 | 48.0       | 60.5 | 80.0 |
| <b>Waist diameter (mm)</b> | 310        | 341   | 387  | 321        | 359  | 420  |
| <b>Hip height (mm)</b>     | 810        | 872   | 940  | 759        | 826  | 896  |
| <b>Knee height (mm)</b>    | 434        | 476   | 526  | 411        | 446  | 491  |
| <b>Foot length (mm)</b>    | 242        | 262   | 282  | 217        | 235  | 255  |
| <b>Foot width (mm)</b>     | 88         | 98    | 108  | 81         | 88   | 97   |

Tabla 3.1: Trabajadores mexicanos entre 18 y 65 años de edad [77].

### 3.2.1. Antropometría y modelo de miembros inferiores

Los factores antropométricos del cuerpo humano son la base del diseño de la prótesis. Primero se recopilaron datos de diferentes individuos, grupos, razas, etc. Luego se estudió la antropometría de los miembros inferiores de la población objetivo. El diseño de la prótesis se basa en la información sobre la población mexicana reportada en [77]. El estudio incluye dimensiones de la población masculina y femenina entre 18 y 65 años, con un total de 600 muestras, 204 hombres y 396 mujeres, ver Tabla 3.1.

Según datos biomecánicos, la pierna humana puede considerarse simplificada con tres grados de libertad (3-DOF): tobillo, rodilla y cadera. Aunque la rodilla también tiene 3-DOF. En nuestro diseño consideramos un DOF tanto para la rodilla como para el tobillo. Los movimientos de la prótesis se consideran dentro del plano sagital. La prótesis está conectada a la cintura humana, será controlada directamente por el humano a través de las señales residuales medidas por exoextensión. Ver Figura 3.1.

Los rangos de movimiento de las articulaciones humanas son otros factores antropométricos importantes. Al analizar muchas muestras, encontramos que los rangos máximos de las articulaciones no son tan importantes para el diseño del robot. Con el diseño que se propone es posible reproducir la flexión y extensión de la rodilla y la dorsiflexión y plantarflexión del el tobillo. El rango del tobillo es de  $-20^{\circ}$  a  $10^{\circ}$ , para la rodilla de  $-5^{\circ}$  to  $115^{\circ}$ . Los torques humanos son de  $75 Nm$  a  $80 Nm$  para la rodilla, y  $115 Nm$  a  $130 Nm$  para el tobillo, ver [10], [65] y [20]. Por otro lado, se ha tomado en cuenta los ángulos de confort de las articulaciones, que determinan si el robot causa dolor o es incluso peligroso para los pacientes. Los ángulos de confort se dan en la Tabla 3.2.

### 3.2.2. Prótesis de miembro inferior con extensión exoesquelética

El diseño lo componen una rodilla formada por un mecanismo de 4 barras, un pilón y conectores estandar, un mecanismo de manivela deslizante, motores DC sin escobillas, usillo de bolas, cinturón estándar, exoextensión, cajas de engranajes reductores, banda dentada y un tobillo con pie. Esto logra una prótesis modular como en [16], lo

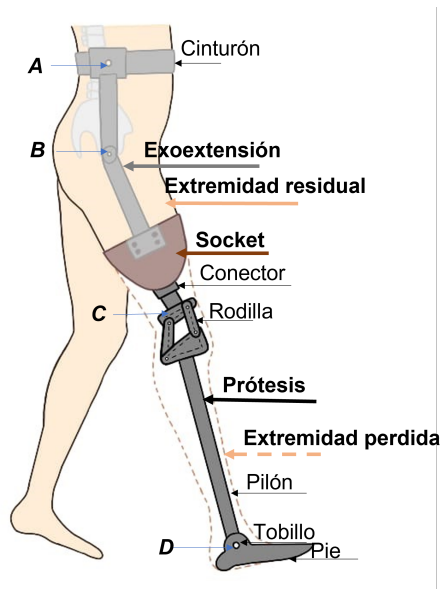


Figura 3.1: Esquema general de la prótesis transfemoral con rodilla policéntrica conectada al muñón a través de una exoextensión sensorial

| Articulación | Movimiento     | Rango    |
|--------------|----------------|----------|
| Cadera       | Hiperextensión | 0 – 45°  |
|              | Flexión        | 0 – 130° |
| Rodilla      | Flexión        | 0 – 135° |
| Tobillo      | Dorsiflexión   | 0 – 20°  |
|              | Plantarflexión | 0 – 40°  |

Tabla 3.2: Ángulos de confort de articulaciones de extremidad inferior

cual permite compatibilidad con las interfaces mecánicas, ajuste de altura y aplicabilidad de las normas de alineación de las prótesis industriales como se describe en [65]. La prótesis está conectada a una extensión sensorial que se sujeta mediante un cinturón a la cintura, ver Figura 3.1. Elegimos un diseño de eje simple para el tobillo, evitando el motor en el tobillo, colocándolo cerca de la rodilla. Este diseño permite usar zapatos. Ver la Figura 3.2.

Dado que el centro de masa está cerca del muñón, necesita menos energía proporcionada por el amputado. El par se transmite mediante una banda dentada. La prótesis es colocada usando un socket estándar. La extensión exoesquelética unida a la cintura está conectada rigidamente al socket.

Esta extensión proporciona los estados de la cintura leídos directamente del humano, vea la Figura 3.3. La extensión exoesquelética permite identificar el estado de la cadera para conocer la fase de la marcha, que define los estados de la prótesis (ángulos de tobillo y rodilla). También puede detectar el ángulo entre el muslo y el tronco. Entonces conoce el movimiento de la cadera, y proporciona la información de traslación y rotación de la cadera.

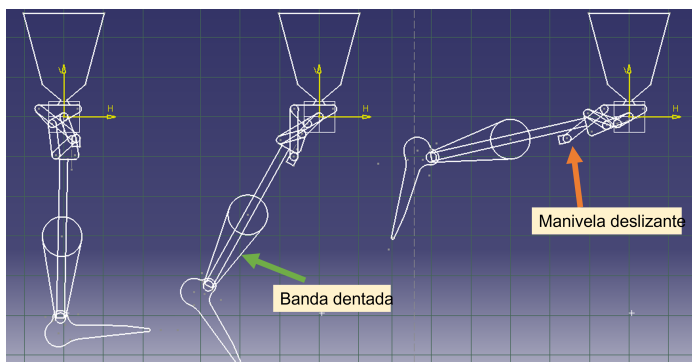


Figura 3.2: Prueba de la cinemática de la prótesis en CATIA utilizando un esquema 2D de la prótesis con manivela deslizante para accionar el mecanismo de 4 barras de la rodilla y banda dentada de caucho con el motor cerca de la rodilla para accionar el tobillo..



Figura 3.3: Extensión exoesquelética

Las ventajas de la extensión exoesquelética son:

1. El diseño es simple.
2. El marco sensorial es de bajo costo.
3. El sistema sensorial no es invasivo.
4. Puede ser aplicado tanto a amputados unilaterales como bilaterales.

De acuerdo con la comparación realizada por [24] sobre los mecanismos de rodilla, la rodilla policéntrica basada en un mecanismo de 4 barras le da a la persona amputada la capacidad de controlar la estabilidad de la rodilla tanto en contacto con el talón como en empuje, y tiene un control completo de la estabilidad de la rodilla en un rango limitado de flexión de rodilla, consulte la Figura 3.4.

El ángulo de entrada es  $\theta_3 = \theta^* + \theta_R$ , es un ángulo positivo. Si  $\theta_R = 0$ , la pierna y el muslo se encuentran alineados y  $\theta_3 = \theta^*$ .  $\pi - \theta_R$  es el ángulo entre el muslo y la pierna. Si  $\theta_R$  es positivo y aumenta, tenemos una flexión. Si disminuye, se produce una extensión. Si  $\theta_R < 0$ , produce una hiperextensión.



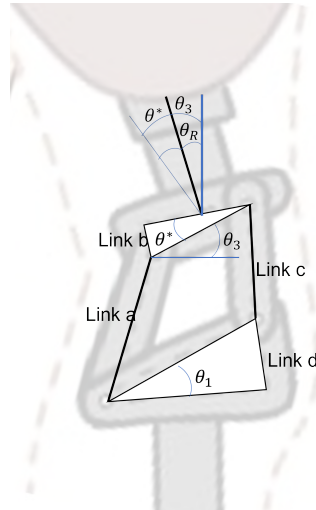


Figura 3.4: Mecanismo de 4 barras.



Figura 3.5: Diseño CAD de la rodilla.

Este mecanismo de cuatro barras puede simular la rodilla policéntrica. Las dimensiones tomadas fueron obtenidas por [78] para el seguimiento óptimo de la marcha. Y se describen a continuación:

$$\begin{aligned} a &= 79.77mm, & b &= 34.22mm, & c &= 61.02mm \\ d &= 56.72mm, & \theta^* &= 30.08^\circ, & \theta_1 &= 44.82^\circ \end{aligned} \quad (3.1)$$

El diseño de la rodilla con estas dimensiones fue hecho en CATIA, y es mostrado en la Figura 3.5.

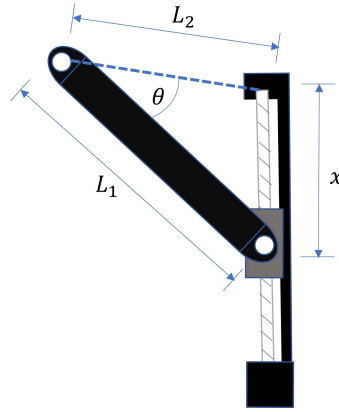


Figura 3.6: Mecanismo de manivela deslizante

### 3.2.3. Mecanismo de manivela deslizante

El control activo de la rodilla es transmitido por un mecanismo de manivela deslizante constituido por un husillo de bolas como se describe en la Figura 3.6. Donde

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \theta} \\ \tau &= F \frac{L_1L_2 \sin \theta}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \theta}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde  $x$  es el desplazamiento vertical del mecanismo sobre el husillo,  $\theta$  es el ángulo entre  $L_1$  y  $L_2$ .  $L_1$  y  $L_2$  son las longitudes del mecanismo conforme a la Figura 3.6 y  $\tau$  el torque que se produce por el eslabón  $L_1$  al aplicarse una fuerza  $F$  sobre el husillo.

En el diseño propuesto, la extensión exoesquelética es el mecanismo que conecta la cadera con la prótesis. Pero en el modelo diseñado para simulación, se considera un robot de pruebas que simula al humano. Y la prótesis es conectada al robot mediante un eslabón rígido que emula el mecanismo que transmite el movimiento proporcionado por el ser humano, es decir, el movimiento de la cadera. El movimiento de la cadera es principalmente rotativo. No obstante, también se incluye un desplazamiento vertical para tener un movimiento más natural. El modelo del robot de pruebas conectado a la prótesis, que constituye propiamente un robot de 4-GDL, se muestra en la Figura 3.7.

### 3.2.4. Discusión del diseño

Hay muchas opciones comerciales, pero desafortunadamente, el costo de las prótesis inteligentes es muy alto. Por esto, se propone una novedosa prótesis de bajo coste con un diseño simplificado, más económica que las comerciales pero útil. Se diseña una prótesis transfemoral basada en una rodilla policéntrica y un tobillo de eje simple, conectados a un mecanismo exoesquelético simple como un marco sensorial unido a la cintura. La extensión sensorial permite detectar, de cierta manera, la intención del usuario, siendo un sistema no invasivo y de bajo costo. Este sistema está unido a la cintura y la pierna para detectar la condición de la cadera y el muslo.

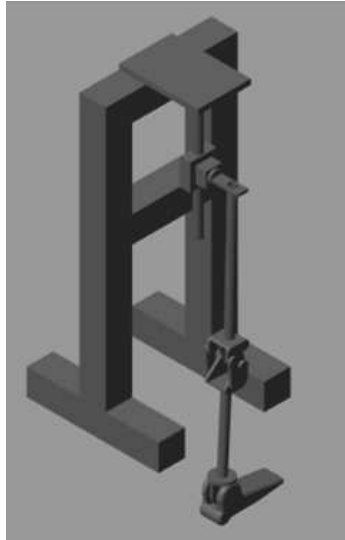


Figura 3.7: Robot de 4GDL: Prótesis conectada al robot de pruebas

Para simular la relación humano-prótesis, se propone un robot de pruebas de 2 – *GDL* que emula el movimiento de la cadera. Y se conecta la prótesis a éste. Se obtiene entonces un modelo que se puede considerar como un robot de 4 – *GDL*.

Para controlar todo el sistema, aprovechamos las bajas velocidades para el movimiento de la prótesis como en [18, 66]. La ventaja es que puede modelarse como subsistemas independientes de acuerdo con [79]. El modelo de este diseño es simple, y puede ser identificado por regresión lineal.

### 3.3. Modelado de prótesis activa

Los modelos de prótesis de extremidad inferior suelen definirse como un péndulo invertido o bajo el enfoque de manipuladores, anclados al encaje del amputado que a su vez se encuentra fijo a la extremidad residual. Se considera que el modelo del péndulo invertido resulta más útil para robots con piernas más que para prótesis, ya que en los robots con piernas, éstas deben lograr mantener en suspensión el cuerpo del robot, pero en una prótesis no es necesariamente así, en general, el amputado sujeta a la prótesis. Un punto medio sería considerar ambos modelos, aplicando el del manipulador cuando se está en balanceo, ya que sólo se requiere definir los estados de las articulaciones para seguir una determinada trayectoria mientras el amputado desplaza la prótesis con el apoyo impulsivo de la prótesis durante el desplante. Por otro lado, se puede considerar útil el modelo del péndulo invertido cuando se está en contacto con el suelo durante la etapa de apoyo, en la cual la prótesis soporta al cuerpo, para mantenerlo 'vertical'. Sin embargo, esto también puede lograrse con el modelo de manipulador, simplemente definiendo los estados para mantener tal postura. Por lo que en este trabajo se optó por implementar un modelo semejante al de los manipuladores con una configuración particular, que pretende incluir los

efectos inerciales debidos al desplazamiento del cuerpo.

### 3.3.1. Modelado de una prótesis de 5-GDL

Se considera la prótesis como un robot planar de 2GDL constituidos por la rotación de la rodilla y el tobillo. La prótesis se define sobre un sistema de referencia noinercial. Y se conecta a un sistema que puede considerarse como un robot cartesiano de 2GDL que porta un eslabón de 1GD que representa el femur, resultando un robot de 3GDL. El robot cartesiano está sujeto a un sistema de referencia inercial. La dinámica del robot cartesiano transmitida a través del femur a la prótesis representa la dinámica residual de la extremidad, y aporta la traslación del sistema noinercial, esto es, el movimiento traslacional de la cadera y el movimiento rotacional del femur, que se conecta con la prótesis. Este modelo también puede representar sin cambio alguno un sistema donde un robot de pruebas, que emula la dinámica residual de la extremidad es conectado a la prótesis. Esto es análogo al modelado de sistemas como los cuadrirrotores o los robots móviles que portan brazos manipuladores como en [80]. El modelo presentado corresponde a un sistema donde sólo la prótesis es controlada, mientras que el resto del sistema se considera controlado por el humano, esto es, en el modelo propuesto los 3GDL restantes son considerados pasivos, y sólo se incluyen el modelo para proveer los efectos inerciales debidos al movimiento del cuerpo.

Se puede modelar el sistema como un robot planar de 2GDL para análisis, e.g., el control de seguimiento o control de impedancia para seguir las trayectorias de la marcha; este modelo incluso puede ser usado por el sistema sujeto a un amputado, despreciando los efectos inerciales causados por la traslación humana, que resulta ser un buen modelo si la aceleración es baja. El modelo propuesto es útil para considerar una pierna robótica conectada a un robot de pruebas, como en [19], o para considerar la conexión de la prótesis al amputado. Esto es porque el modelo considera el marco no inercial, esto es, toma en cuenta el movimiento (del sistema completo) producido por el humano o el probador.

El sistema exoesquelético identifica el estado de la cadera y el muslo, por lo que se puede considerar el sistema como una pierna completa desde la cadera hasta el pie. Se considera que las velocidades al caminar son inferiores a  $1.3 \text{ m/s}$  como en [18]. El servo sistema está acoplado a cajas de engranajes con relativamente alta relación de transmisión, lo que nos permite simplificar el modelo de la prótesis a varios subsistemas independientes. La interconexión se considerará como perturbación, ver [79].

La cadera de la prótesis se considera de 2-GDL: el desplazamiento vertical y el ángulo formado por el movimiento del muslo. El tobillo tiene una articulación. La rodilla tiene una articulación. El modelo dinámico de la prótesis se puede definir como

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + J_e^T F_e + g(q) = \tau \quad (3.3)$$

donde  $M(q)$  es la matriz de inercia,  $C(q, \dot{q})$  es la matriz de efectos centrípetos y de coriolis,  $g(q)$  es el vector de gravedad,  $J_e$  es el Jacobiano cinemático,  $F_e$  es la fuerza externa,  $\tau$  es el torque de actuación, incluidos los efectos inerciales y de fricción.

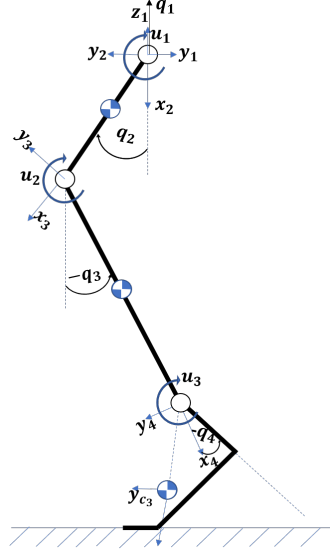


Figura 3.8: Modelo dinámico de la prótesis.

$q^T = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$ ,  $q_1$  el desplazamiento vertical de la cadera,  $q_2$  es el ángulo del muslo,  $q_3$  es el ángulo de rodilla,  $q_4$  es el ángulo del tobillo, ver Figura 3.8.

En el Apéndice A se describe la metodología del modelado mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange para el modelo de una prótesis de 5GDL, considerando 3GDL para la cadera: desplazamiento horizontal, vertical y rotación del muslo, y 2GDL para la prótesis sujeta a la pierna.

### 3.3.2. Análisis de fuerzas

Considerando la medición de fuerza y torque dada por dos celdas de carga, como se describe en la Figura 3.9 obtenemos las fuerzas generalizadas aplicadas a cada una de las coordenadas generalizadas. La primer celda de carga,  $c_1$ , es colocada al final del socket, y la segunda,  $c_2$  al final del pilón, justo abajo de la articulación.

El momento medido por  $c_1$  es tomado como el momento dado por  $q_3$ , que es el momento causado por la extremidad residual, el muslo, entonces

$$\tau_{thigh} = u_1 = \tau_1 \quad (3.4)$$

Las fuerzas generalizadas en  $q_4$  son debidas al torque aplicado por el actuador de la articulación,  $u_2$ , y las fuerzas externas de contacto.

$$\tau_{knee} = u_2 + F_{y1}l_1 - l_2F_{y2} \quad (3.5)$$

Para el tobillo,  $q_5$ , se calculan las fuerzas generalizadas considerando los torques por el actuador,  $u_3$ , y el torque producido por las fuerzas externas. Se conocen las fuerzas en el tobillo, entonces podemos calcular el torque producido en el punto de contacto con la tierra y por la reacción, el torque producido en el tobillo es el mismo

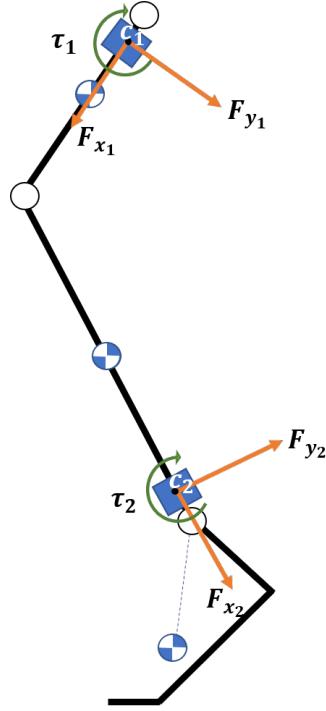


Figura 3.9: Ubicación de las celdas de carga y definición de los torques y fuerzas medidos

pero en dirección contraria, esto es

$$\tau_{ankle} = u_3 - \tau_{ground} \quad (3.6)$$

donde

$$\tau_{ground} = F_{x2} \sin(\alpha - q_3) + F_{y2} \cos(\alpha - q_3) \quad (3.7)$$

Finalmente para el total en dirección horizontal y vertical, esto es, las fuerzas generalizadas para  $q_1$  y  $q_2$

$$F_{q_1} = F_{y1} \cos(q_3) - F_{x1} \sin(q_3) + F_{y2} \cos(q_3 + q_4) + F_{x2} \sin(q_3 + q_4) \quad (3.8)$$

$$F_{q_2} = F_{y1} \sin(q_3) - F_{x1} \cos(q_3) + F_{y2} \sin(q_3 + q_4) + F_{x2} \cos(q_3 + q_4) \quad (3.9)$$

### 3.3.3. Sistemas lineales desacoplados por reducción

Por otro lado, la reducción por engranajes reduce considerablemente los efectos de acoplamiento y la inercia de las articulaciones. Esto permite considerar el sistema como un conjunto de subsistemas desacoplados. El modelo de cada articulación con motor de CD es:

$$\begin{aligned} J_m \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_i}{dt} &= \tau_m - \frac{\tau_l}{r} \\ &= K_m \lambda_a - \frac{\tau_l}{r} \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde  $J_m = J_a + J_g$  es la suma de las inercias del actuador y del engranaje,  $\theta_i$  es la posición del motor,  $i = 1 \dots 4$ ,  $\tau_m$  es el torque generado,  $\tau_l$  es el torque de carga,

es decir, el producido por la conexión con la carga.  $r$  es la razón de engranaje,  $i_a$  es la corriente de armadura,  $B_m$  es la constante de viscosidad y  $K_m$  es la constante de torque.

La relación del par y la corriente de control es

$$\begin{aligned} L \frac{di_a}{dt} + Ri_a &= V - V_b \\ V_b &= K_b \frac{d\theta_i}{dt} \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde  $L$  es la inductancia de armadura,  $V$  es el voltaje de armadura,  $R$  es la resistencia de armadura  $V_b$  es la *fem* de retroceso,  $K_b$  es la constante de torque. Asumimos que la constante de tiempo eléctrica es menor que la constante de tiempo mecánica, por lo que

$$J_m \ddot{\theta}_i + (B_m + \frac{K_b K_m}{R}) \dot{\theta}_i = \frac{K_m}{R} V - \frac{\tau_l}{r}. \quad (3.12)$$

Dado que la frecuencia de marcha biomecánica es de alrededor de 2 Hz al caminar, las velocidades de la prótesis y las aceleraciones son pequeñas. Esto hace viable considerar al robot con una gran reducción por engranajes entre los actuadores y la articulación. El modelo (3.12) es reducido como

$$J_{effk} \ddot{\theta}_{ik} + B_{effk} \dot{\theta}_{ik} = u_k - d_k, \quad (3.13)$$

donde  $d_k$  es el efecto del acoplamiento no lineal, que es pequeño con una gran reducción de engranajes de la prótesis. Una gran reducción mitiga la influencia de los términos no lineales [79]. La inercia no lineal es definida como una constante promedio o inercia efectiva  $J_{effk}$ , como una aproximación a la inercia no lineal. Se define además:

$$B_{effk} = B_{mk} + K_{bk} K_{mk} / R_k; \quad (3.14)$$

$$u_k = K_{mk} / K_m. \quad (3.15)$$

Si la salida del engranaje está acoplada directamente al eslabón, las posiciones de las articulaciones y las posiciones del motor están relacionadas por

$$\theta_i = r_i q_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.16)$$

donde  $r_i$  es la  $i$ -ésima relación de transmisión. De manera similar, el toque de cada articulación  $\tau_i$  corresponde con el torque del actuador  $\tau_{li} = \tau_i$ .

En [79] se encuentran los detalles de estas variables y ecuaciones, así como el procedimiento para considerar un robot como un conjunto de sistemas lineales desacoplados cuando tenemos una gran reducción en los actuadores.

Debido a que la rodilla tiene los mismos comportamientos que el mecanismo de cuatro barras, la cinemática de la prótesis se puede analizar utilizando el mecanismo de cuatro barras, ver Figura 3.10.

De las dimensiones (3.1), el offset de la barra conectada al muslo es

$$\theta_1 = (30.08 + 180) * \pi / 180 \quad (3.17)$$

El offset de la barra conectada a la pierna es

$$\theta_3 = \theta_d + 44.42 * \pi / 180 \quad (3.18)$$

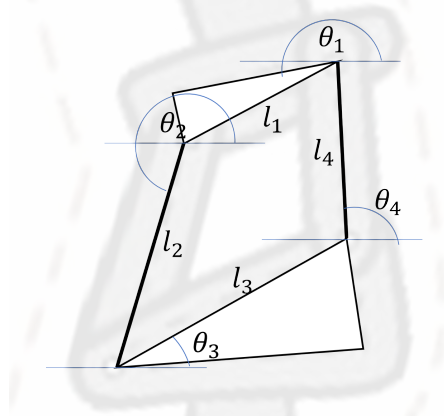


Figura 3.10: Análisis cinemático utilizando el mecanismo de cuatro barras

donde  $\theta_d$  es el ángulo deseado de la rodilla.

Los offset se agregan para definir el mecanismo de cuatro barras en la 'posición cero' para extensión completa de la pierna. Según la Figura 3.10, definiéndose  $c\theta_i = \cos\theta_i$  y  $s\theta_i = \sin\theta_i$ ,

$$\begin{aligned} l_1 c\theta_1 + l_2 c\theta_3 + l_4 c\theta_4 &= 0 \\ l_1 s\theta_1 + l_2 s\theta_3 + l_4 s\theta_4 &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

(3.19) da las relaciones cinemáticas para los ángulos en (3.17) y (3.18). Si se definen

$$\begin{aligned} A &= l_1 c\theta_1 + l_3 c\theta_3 \\ B &= l_1 s\theta_1 + l_3 s\theta_3 \\ C &= (l_4^2 - l_2^2 - A^2 - B^2)/(2l_2) \end{aligned} \quad (3.20)$$

entonces la cinemática inversa para el desplazamiento del muslo y la pierna debido al mecanismo de cuatro barras es

$$\theta_2 = \frac{\tan^{-1}(B - \sqrt{A^2 + B^2 - C^2})}{\tan^{-1}(C + A)} \quad (3.21)$$

Entonces

$$\theta_f = \theta_2 - 4.8951 \quad (3.22)$$

Aquí el offset se define para alinear el fémur y la pierna como condición inicial, esto implica el paralelismo entre la barra conectada al fémur y la barra conectada a la pierna. También consideramos los ángulos medidos positivos y la referencia cero.

### 3.4. Conclusiones

En este capítulo, se mostró que si bien es posible obtener un modelo matemático no lineal utilizando la metodología de Euler-Lagrange, también es posible realizar simplificaciones para obtener un conjunto de modelos lineales desacoplados que corresponden a cada una de las articulaciones, tomando en consideración el diseño de



la prótesis propuesto que utiliza reducores de engranaje con alta reducción. Este modelo resulta útil para aplicar estrategias de control lineal, las cuales se estudian en el siguiente capítulo.

Se presentó también el análisis de las fuerzas que actúan sobre las articulaciones, lo cual puede utilizarse en esquemas de control como los de control de impedancia.

Además, se hizo el análisis del mecanismo de cuatro barras que corresponde al diseño elegido para rodilla policéntrica.



## Capítulo 4

# Control PD y Estabilidad para Prótesis Activas

### 4.1. Introducción

La metodología de detección de intención basada en EMG como en [28] y [29] presenta los problemas de una relación señal a ruido baja, y es afectada por fatiga muscular. El control de la prótesis activa propuesta es similar al ecocontrol. Pero, comparado con los sistemas sensoriales utilizados en el ecocontrol, la prótesis propuesta tiene la ventaja de no ser asimétrica (en la dirección opuesta) con respecto a la pierna sana y de ser independiente de ésta, véanse [40] y [47]. El diseño propuesto es susceptible de ser utilizado para la aplicación de tecnologías, como redes neuronales como en [44], y métodos de aprendizaje profundo ([34]). El diseño requiere del conocimiento del estado de la cadera, la locomoción de la pierna y la velocidad y aceleración de la marcha para realizar actividades como caminar en suelo horizontal, caminar pendientes, subir escaleras, levantarse de una posición sentada, ver [48] y [57].

### 4.2. Control de la prótesis

De los resultados del capítulo 3 y tomando en cuenta que la dinámica de los motores de CD es casi lineal, asumiendo una reducción alta mediante caja de engranaje, y velocidades pequeñas al rededor de  $2\text{ Hz}$ , consideramos para cada articulación, el siguiente modelo lineal de segundo orden,

$$\ddot{q}_i = -a_i\dot{q}_i + b_i\tau_i - d_i, \quad i = 1 \cdots 4 \quad (4.1)$$

donde  $q_i$  es la posición de articulación,  $\tau_i$  es el control,  $a_i$  y  $b_i$  son parámetros constantes, y  $d_i$  es la perturbación por acoplamiento.

Utilizamos controladores lineales para las articulaciones. En particular implementamos controladores PD dados por

$$\tau = k_p \tilde{q} + k_d \dot{\tilde{q}} \quad (4.2)$$

donde  $k_p$  y  $k_d$  son ganancias positivas,  $\tilde{q}$  es el error de seguimiento, el cual está definido como

$$\tilde{q} = q_d - q$$

aquí  $q_d$  es la trayectoria deseada.

Para obtener un buen desempeño del controlador es necesario identificar el modelo simplificado. La ecuación (4.1) puede ser escrita en forma matricial,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_4 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{q}_1(k) \\ \tau_1(k) \\ \vdots \\ -\dot{q}_4(k) \\ \tau_4(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_1(k) \\ \vdots \\ d_4(k) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1(k) \\ \vdots \\ \ddot{q}_4(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aquí utilizamos un filtro pasa bajas de primer orden para estimar las derivadas

$$\dot{q} \approx \frac{\delta}{\delta + s} q(s), \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (4.4)$$

#### 4.2.1. Estimación de parámetros

Definimos

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= [-\dot{q}_1(k), \tau_1(k), \cdots, -\dot{q}_4(k), \tau_4(k)]^T \\ \beta(k) &= [\ddot{q}_1(k), \cdots, \ddot{q}_4(k)]^T \\ A &= [\alpha(1), \cdots, \alpha(n)] \\ B &= [\beta(1), \cdots, \beta(n)] \\ \Theta &= [a_1, b_1, \cdots, a_4, b_4] \\ D &= [d_1(1), \cdots, d_4(n)] \end{aligned}$$

$k = 1 \cdots n$ . El objetivo de la identificación paramétrica es

$$J = \min_{\Theta} \sum_k^n \|\beta(k) - \Theta \alpha(k)\|^2 \quad (4.5)$$

Entonces el sistema (4.3) puede ser expresado como

$$\Theta A + D = B \quad (4.6)$$

Donde  $D$  es la matriz de perturbaciones. La ecuación (4.6) es un sistema lineal en los parámetros. La solución óptima de  $\Theta$  es

$$\hat{\Theta} = (AA^T)^{-1} A^T B \quad (4.7)$$

### 4.2.2. Selección de controlador

Considerando  $\hat{\Theta} = [\hat{a}_1, \hat{b}_1 \cdots, \hat{a}_4, \hat{b}_4]$  como los parámetros estimados, se puede escribir la dinámica del error para cada una de las articulaciones como

$$\dot{X} = AX + B\tau \quad (4.8)$$

donde  $X$  es la variable de estado  $X = [e \ \dot{e}]$ ,  $B = [0 \ -\hat{b}]^T$  y  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\hat{a} \end{bmatrix}$ . Entonces, si se aplica un control

$$\tau = kX \quad (4.9)$$

obtenemos en lazo cerrado

$$\dot{X} = AX + BkX = (A + Bk)X. \quad (4.10)$$

Se elige  $k = [k_1 \ k_2]$  de tal manera que  $A + Bk$  sea negativa definida, para que el sistema sea estable. Entonces los valores propios deben ser negativos, lo que implica que el polinomio característico debe tener raíces negativas, luego

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - (A + Bk)) &= \det\left(\lambda I + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\hat{b}k_1 & -\hat{a} - \hat{b}k_2 \end{bmatrix}\right) \\ &= \lambda^2 + (\hat{a} + \hat{b}k_2)\lambda + \hat{b}k_1 \end{aligned}$$

Entonces, de acuerdo a la estabilidad en el sentido de Hurwitz para este caso particular, es suficiente que los coeficientes sean positivos, por lo tanto, la condición de estabilidad resulta

$$k_2 > -\hat{a}/\hat{b}, \quad k_1 > 0 \quad (4.11)$$

Entonces el control obtenido tiene la forma

$$\tau = kX = [k_1 \ k_2] \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = k_1q + k_2\dot{q} \quad (4.12)$$

lo que representa un control PD,

$$k_1 = k, \quad k_2 = k_d$$

Por lo tanto, se seleccionan las ganancias del PD en función de los parámetros estimados. Además, se pueden elegir las ganancias en función del comportamiento deseado de la dinámica de error mediante los polos deseados. Esto se puede solucionar aplicando directamente la fórmula de Ackerman. Los polos en lazo cerrado de la dinámica de error son

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-(\hat{a} + \hat{b}k_d)}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\hat{a} + \hat{b}k_d)^2 - 4\hat{b}k_p} \\ \lambda_2 &= \frac{-(\hat{a} + \hat{b}k_d)}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\hat{a} + \hat{b}k_d)^2 - 4\hat{b}k_p} \end{aligned}$$

### 4.2.3. Análisis de estabilidad del control de prótesis

Cuando se aplica el controlador (4.2) para cada articulación (4.1), se debe asegurar que el sistema en lazo cerrado sea estable. Reescribiendo (4.1) en forma de espacio de estados

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_i x_2 + b_i \tau_i - d_i\end{aligned}\quad (4.13)$$

donde  $x_1 = q_i$ ,  $x_2 = \dot{q}_i$ ,  $\tau_i = k_p \tilde{q}_i + k_d \dot{\tilde{q}}_i$ ,  $\tilde{q}_i = q_i^d - q_i$ .

En el caso regular,  $\dot{q}_i^d = 0$ , se define

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \dot{q}_i^d - \dot{q}_i = x_2, & \bar{x}_1 &= q_i^d - q_i \\ \tau_i &= k_p \bar{x}_1 + k_d x_2\end{aligned}\quad (4.14)$$

Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_1 = \frac{1}{2} \bar{x}_2^2 + \frac{b_i k_p}{2} \bar{x}_1^2 \quad (4.15)$$

donde  $b_i, k_p > 0$ . De (4.14)

$$\dot{V}_1 = x_2 \dot{x}_2 - b_i k_p x_2 \bar{x}_1 \quad (4.16)$$

Usando (4.13)

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= x_2(-a_i x_2 + b_i \tau_i - d_i) - b_i k_p \bar{x}_2 \bar{x}_1 \\ &= -a_i x_2^2 + b_i x_2 (k_p \bar{x}_1 + k_d x_2) - x_2 d_i - b_i k_p x_2 \bar{x}_1 \\ &= -(a_i - b_i k_d) x_2^2 - x_2 d_i\end{aligned}\quad (4.17)$$

Porque

$$-x_2 d_i \leq \frac{1}{2} (x_2^2 + d_i^2) \quad (4.18)$$

(4.17) se transforma

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq -\left(a_i - b_i k_d - \frac{1}{2}\right) x_2^2 + \frac{1}{2} d_i^2 \\ &\leq -\left(a_i - b_i k_d - \frac{1}{2}\right) x_2^2 + \bar{d}_i\end{aligned}\quad (4.19)$$

donde  $\bar{d}_i$  es la cota superior de  $\frac{1}{2} d_i^2$ ,  $|\frac{1}{2} d_i^2| \leq \bar{d}_i$ .

Eligiendo la ganancia  $k_d$  de tal manera que

$$\frac{a_i - \frac{1}{2}}{b_i} > k_d > 0,$$

el sistema en lazo cerrado es uniformemente acotado. Aquí  $a_i$  y  $b_i$  son definidos por (4.7).

En el caso de seguimiento  $\dot{q}_i^d \neq 0$ , se usan las definiciones como (4.14), y se define una variable auxiliar

$$r = \bar{x}_2 + \lambda \bar{x}_1, \quad \lambda > 0 \quad (4.20)$$

El control PD se transforma

$$\tau_i = K r = K \bar{x}_2 + \lambda K \bar{x}_1$$

Entonces  $k_p = K$ ,  $K_d = \lambda K$ , y

$$\begin{aligned}\dot{r} &= \dot{\bar{x}}_2 + \lambda \dot{\bar{x}}_1 = \ddot{q}^d - \ddot{q} + \lambda \dot{\bar{x}}_1 \\ &= \ddot{q}^d - (-a_i x_2 + b_i \tau_i - d_i) + \lambda \dot{\bar{x}}_1\end{aligned}\quad (4.21)$$

La función propuesta de Lyapunov es

$$V_2 = \frac{1}{2} r^2$$

Su derivada es  $\dot{V}_2 = r^T \dot{r}$ ,

$$\begin{aligned}r\dot{r} &= r(\ddot{q}^d + ax_2 - b\tau + d) + \lambda r\dot{\bar{x}}_1 \\ &= -r^2 bK + r(d + \ddot{q}^d + ax_2 + \lambda \dot{\bar{x}}_1) \\ &= -r^2 bK + r(d + f)\end{aligned}$$

donde  $f = \ddot{q}^d + ax_2 + \lambda \dot{\bar{x}}_1$ . Porque

$$r(d + f) \leq \frac{1}{2} r^2 + \frac{1}{2} \bar{f}$$

donde  $|\frac{1}{2}(d + f)| \leq \bar{f}$ . Entonces

$$\dot{V}_2 \leq -\left(bK - \frac{1}{2}\right) r^2 + \bar{f}$$

Deberíamos elegir la ganancia  $K$  tal que

$$K > \frac{1}{2b}$$

entonces el sistema en lazo cerrado es uniformemente acotado.

Del análisis de Lyapunov llegamos a la conclusión de que el PD puede estabilizar el sistema.

Mediante la identificación del sistema, se pueden obtener las ganancias de control.

### 4.3. Simulaciones

Para analizar la factibilidad y el rendimiento del diseño propuesto, se utilizaron SimMechanics y Simulink para simular la prótesis propuesta para miembros inferiores. Todas las piezas están diseñadas en CATIA V5. El controlador fue implementado en Simulink, y se conectó a la simulación del robot en SimMechanics. La Figura 4.1 muestra cómo la prótesis es capaz de reproducir la biomecánica humana siguiendo las trayectorias de la marcha descritas por [66], con una secuencia de los estados que toma la prótesis.

Implementamos dos simulaciones. La primera, para obtener los parámetros de la prótesis mediante regresión lineal. En esta simulación estabilizamos el sistema y

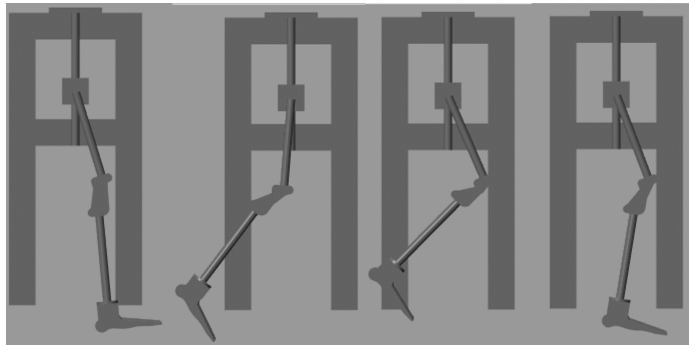


Figura 4.1: Secuencia de los estados tomados por la prótesis al reproducir el seguimiento de trayectorias de marcha basadas en la biomecánica humana

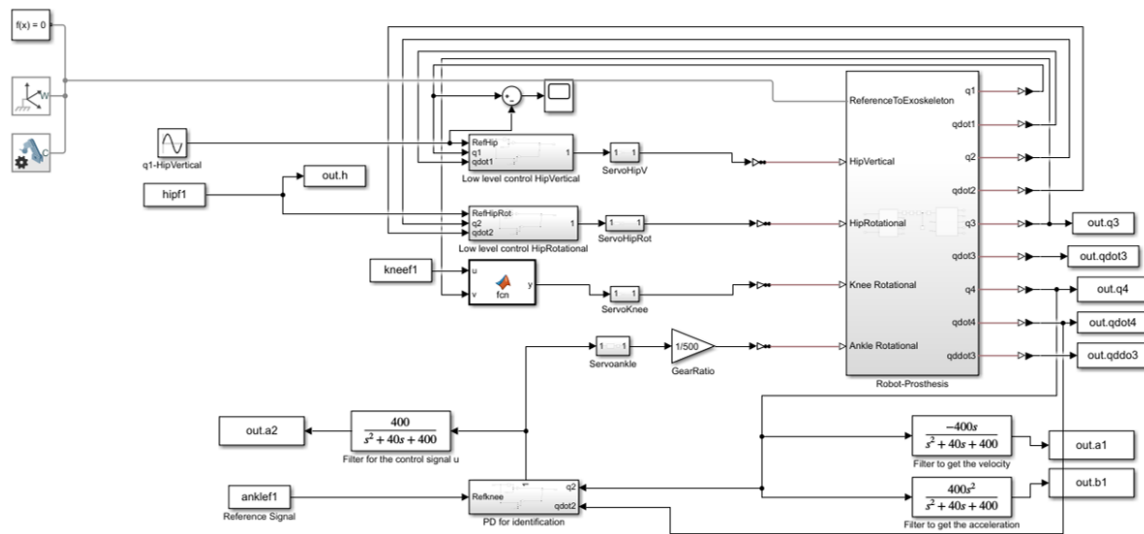


Figura 4.2: Simulación implementada para la identificación de parámetros

medimos las entradas y salidas, es decir, las señales de control aplicadas y los ángulos de articulación obtenidos, finalmente filtramos estas señales. Aplicando regresión, obtuvimos los parámetros para el modelo de aproximación lineal de la dinámica de las articulaciones. La segunda, para validar la correcta identificación de los sistemas y su consideración como modelos lineales de segundo orden, y comprobar que es útil para controlar sistemas no lineales reales.

El esquema definido para la identificación del sistema se muestra en la Figura 4.2. Usamos el prototipo que se muestra en la Figura 4.1 para obtener los datos de entrada y salida, habiendo estabilizado previamente el sistema. La estabilización para este propósito fue realizada por un control PD, y su error de seguimiento se muestra en las Figuras 4.3 y 4.4. Éstas muestran que el error es acotado, lo que implica que el sistema es estable, esto permite identificar el sistema de manera adecuada. Y en la Figura 4.5 se puede ver una comparación de la trayectoria deseada de la rodilla y la trayectoria seguida.





Figura 4.3: Error de seguimiento de la rodilla usando PD para estabilizar el sistema en la identificación de parámetros.

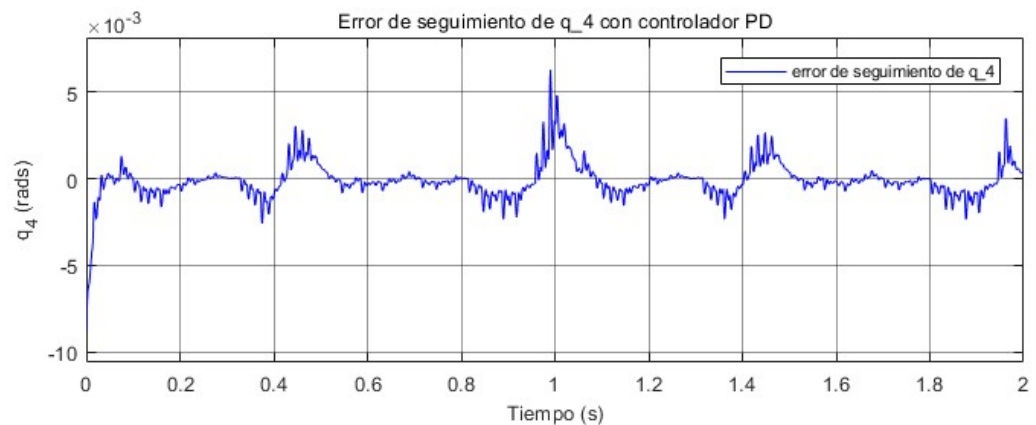


Figura 4.4: Error de seguimiento del tobillo usando PD para estabilizar el sistema en la identificación de parámetros.

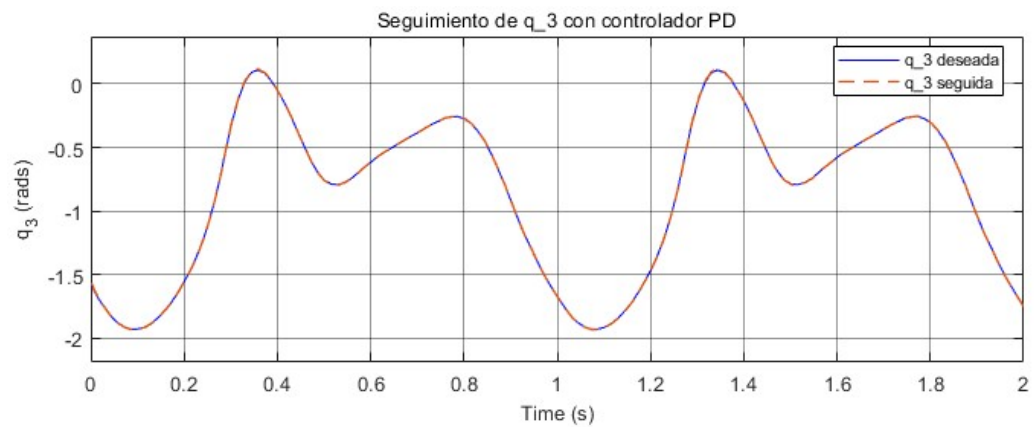


Figura 4.5: Comparativa en el seguimiento de trayectoria de la rodilla.

|         | $a$   | $b$     | $d$    |
|---------|-------|---------|--------|
| Rodilla | 0.388 | 0.104   | 7.0268 |
| Tobillo | 1.518 | 0.09281 | 1.5879 |

Tabla 4.1: Estimación de parámetros de rodilla y tobillo

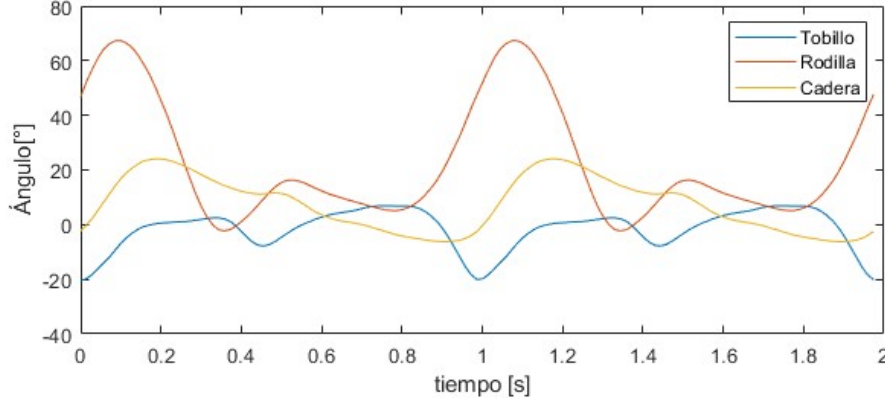


Figura 4.6: Trayectorias deseadas para las articulaciones: cadera (naranja), rodilla (rojo) y tobillo (azul).

Usando el método de identificación de parámetros propuesto en este trabajo, se estimaron los parámetros de tobillo y rodilla y se muestran en la Tabla 4.1. Las perturbaciones  $d_i$  provienen de las conexiones de la pierna y el pie y su acoplamiento.

Sustituyendo estos parámetros, la matriz de controlabilidad resulta

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & -ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.10399 \\ 0.10399 & -0.38808 \end{bmatrix} \\
 C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & -ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.09281 \\ 0.09281 & 0.1409 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Los rangos de  $C_1$  y  $C_2$  son 2. Entonces la prótesis es controlable. La razón de reducción utilizada fue de 500.

Las trayectorias deseadas se definen basándose en los datos biomecánicos obtenidos por [66]. Las trayectorias para la rotación de la cadera, la rodilla y el tobillo se calculan para dos ciclos de la base de datos en [66]. La frecuencia vertical se estima analizando el comportamiento de dichas trayectorias. Las trayectorias deseadas,  $q^d$ , para la cadera, la rodilla y el tobillo se muestran en la Figura 4.6.

Una vez identificado el sistema, se estudia la factibilidad de nuestros resultados, considerando e identificando las articulaciones como sistemas lineales de segundo orden, aplicando un control basado en modelos obtenido por la teoría de Lyapunov. El control resultante,  $u$ , se define como

$$u = \frac{e + \ddot{q}_d + a\dot{q}_d}{b} \tag{4.23}$$

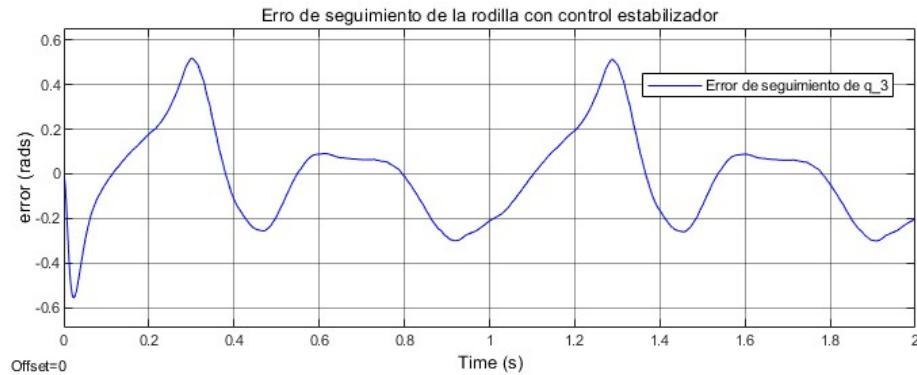


Figura 4.7: Error de seguimiento de la rodilla aplicando el control basado en modelo utilizando la teoría de Lyapunov.

donde,  $q_d$  es la trayectoria deseada.

Este control hace que el error converja asintóticamente, en lazo cerrado se obtiene

$$\ddot{e} = -a\dot{e} - e \quad (4.24)$$

La simulación del controlador se construyó en Simulink conectado a la del robot en Simmechanics para emular un sistema completo.

En la Figura 4.7, el error de seguimiento de la rodilla se muestra cuando se aplica el control definido por la Eq. (4.23). En esta figura, podemos ver que el error se mantiene acotado como se esperaba de acuerdo con la Ec. (4.24). Este resultado valida la correcta identificación del sistema, y valida la suposición de considerar las articulaciones como sistemas lineales, dado que al aplicar un control basado en el modelo lineal establecido para seguir una trayectoria deseada, el error permanece acotado.

Las simulaciones muestran que el sistema es capaz de reproducir las señales biomecánicas necesarias para caminar. La marcha de referencia se sigue correctamente y el error de seguimiento permanece acotado. Y con el análisis y las simulaciones podemos estar seguros de que la identificación y, además, la consideración como un sistema lineal es una buena suposición.

Con el diseño propuesto, las señales necesarias para controlar la prótesis son únicamente las obtenidas por la exoextensión, es decir, el estado de la cadera y el ángulo del fémur. El estado de la cadera se pasa al controlador, las trayectorias de la prótesis son generadas y aplicadas por el controlador a la prótesis.

Por lo tanto, el diseño propuesto con la extensión exoesquelética hace que la implementación de prótesis activas de miembros inferiores sea fácil y económica, puesto que es un diseño simplificado, que puede construirse con un costo resultante mucho menor que el de las prótesis comerciales actuales.

Además, con la identificación de mínimos cuadrados para la prótesis activa, el controlador aprovecha tanto el modelado del sistema como el control simple de PD. Las simulaciones y análisis de la prótesis activa permiten evaluar la efectividad del diseño y control.

#### 4.4. Conclusiones

Propusimos un diseño novedoso para la prótesis de miembro inferior. Esta prótesis activa utiliza la exoextensión para identificar las principales señales residuales del ser humano, es decir, el estado de la cadera y el muslo. Las señales proporcionadas por la exoextensión se pueden usar para mapear las señales residuales a las señales que faltan y luego crear una prótesis inteligente. Esta exoextensión ha sido diseñada de tal forma que se puede adaptar fácilmente a cualquier prótesis. La exoextensión ofrece una mejor opción frente a los resultados del ecocontrol donde la prótesis se limita a los movimientos (antisimétricos) que produce la pierna sana, y también es mejor frente a implementaciones invasivas como la EMG o el EEG, que tiene el inconveniente de una posible infección y mayor costo. El bajo costo y su sencillez facilitan su adopción para implementar en el control de prótesis activas. Por otro lado, el diseño de la prótesis se ha realizado con la ventaja de la modularidad y utilizando piezas estándar para que pueda ser modificada o adaptada a cualquier persona a bajo costo. Y el mantenimiento que se le da a las piezas estándar y comerciales es fácil. Por lo tanto, las dos partes diseñadas aquí, la exoextensión y la prótesis, son una buena opción para las personas que no pueden pagar una prótesis activa comercial actual.

El controlador combina de forma eficaz la identificación del sistema y el control PD. El controlador aprovecha ambas ventajas. El trabajo realizado aquí verifica que es posible controlar el sistema, y luego es posible implementar otros tipos de controladores. Pero el control PD muestra un buen desempeño y es bien sabido que es un control industrial común, por lo que nuevamente la modificación y luego el mantenimiento son de bajo costo.

Las simulaciones y el análisis muestran que esta prótesis es ideal para prótesis de miembros inferiores y su dimensión es relativamente pequeña.

Por otro lado, es una buena opción para fines académicos, utilizándola como plataforma para el estudio de controladores más sofisticados. Además, contar con un sistema simulado como éste, soluciona el problema de no disponer de una prótesis física por cuestiones de costo, o como en nuestro caso, motivadas por la cuarentena.

## Capítulo 5

# Control Human-in-the-loop para Prótesis Activas

### 5.1. Introducción

La aceptación de prótesis ha sido complicada por los usuarios debido, entre otras cosas, a que los sistemas de control no son suficientemente intuitivos y la retroalimentación sensorial es inadecuada, como se comenta en [81], sobre prótesis de mano. De igual manera ocurre con las prótesis de extremidades inferiores, los movimientos limitados y poco naturales han impedido la implementación masiva de estos dispositivos, ya que no logran satisfacer las expectativas de restauración de la función motora. La implementación de estos dispositivos representa una conexión natural e inevitable entre hombre-máquina. Recientes avances en la robótica han comenzado a incluir al humano como parte del análisis y diseño de controladores que permitan ofrecer al usuario un control más adecuado, capaz de lograr una interacción que beneficie el acoplamiento y la aceptación por parte del usuario al establecer una relación más estrecha entre ambos, buscando una especie de simbiosis biomecatrónica. Como comentan en [82], debido a las limitaciones tecnológicas, los sistemas autónomos aún no pueden suplir totalmente la participación del humano. Ellos sugieren la definición de esquemas donde ambos elementos interactúan para brindar un mejor desempeño juntos, creando sistemas más inteligentes [83].

El concepto *Human-in-the-loop* (*HinL*) ha sido ampliamente usado en la teoría de control para hacer referencia a la inclusión del humano dentro del lazo de control de sistemas dinámicos [84], obteniéndose así sistemas ciber-físicos [85], sistemas hombre-máquina [86], sistemas de control compartido [81] o simplemente sistemas *HinL* [34]. Desde esta perspectiva, *human-in-the-loop* simplemente significa una planta o un sistema completo o parcialmente controlado por un humano a través de un manipulador de control [84]. En particular, en el *HinL* activo, el humano observa las salidas y actualiza sus acciones o decisiones. Esta es una típica interconexión de control retroalimentado de un sistema (planta) y un controlador (humano). Entonces

*HinL* puede ser modelado como un sistema entrada-salida, similar a cualquier sistema dinámico. Con una perspectiva similar, [85] define tres elementos para los sistemas ciber-físicos: actuador humano, planta, controlador. Por su parte, en [87] se proponen como componentes de un sistema *HinL*: controlador automático, operador humano, mecanismo de control consultivo que orquesta el intercambio entre el controlador automático y el humano. [84] propone tres retos en control retroalimentado con *HinL*:

1. Comprender el espectro de los tipos de controladores con *HinL*
2. Derivar modelos del comportamiento humano
3. Incorporar el comportamiento humano en la metodología formal de control retroalimentado

En particular, la interacción de controladores autónomos con humanos en los sistemas de control se hace necesaria en aplicaciones de seguridad crítica. Como es comentado por [86], los humanos superan a los algoritmos ante ambigüedad, vaguedad o incompletitud, mientras que los algoritmos presentan un mejor desempeño ante problemas bien estructurados. Además, las máquinas aún no pueden resolver problemas solas, como la aplicación de conocimientos en la toma de decisiones, planeaciones o tareas creativas, más aún, las máquinas carecen de sentido común, además requieren cantidades masivas de información para aprender [83, 88].

La importancia de estos esquemas con *HinL* radica en la posibilidad de una evaluación cuantitativa del impacto del comportamiento humano en sistemas dinámicos [85]. Permite además la aplicación de métodos de optimización sobre el sistema completo, útil en el cuidado de la salud o reducción de consumo energético [84]. Y son principalmente útiles cuando la robustez es prioridad [81].

Por otro lado, el comportamiento humano ha sido considerado como una perturbación aleatoria o como un mecanismo de compensación de errores. En [85] consideran al humano como agente inteligente e independiente, quien actúa para maximizar su función de utilidad idiosincrática, donde sus acciones son influenciadas tanto por factores externos como internos, mientras que [86] lo considera en sí como un control supervisor que es responsable de la administración del rendimiento aplicando retroalimentación. Por su parte [84] clasifica los modelos humanos como: Modelo cuasilineal, modelo de control óptimo, hipótesis del modelo interno (el humano conoce la dinámica inversa del sistema), modelo de control previo, control intermitente, modelos de Markov. En [89] se destacan los modelos del comportamiento humano basados en arquitecturas cognitivas. Los modelos actuales del ser humano están limitados [84].

Se han implementado algoritmos *HinL* en el área de prótesis, ortesis y robots de rehabilitación de extremidades inferiores principalmente para el diseño fuera de línea de estos dispositivos, así como en la configuración de los parámetros del controlador, por ejemplo, como en el trabajo de [52] sobre la optimización de exoesqueletos y el de [90] sobre la optimización de la prótesis de tobillo-pie, quien comenta sobre las desventajas de tal enfoque. Por su parte, [81] realiza una implementación de *HinL* en prótesis de mano. Propone un esquema de control compartido combinando

simultáneamente control mioeléctrico, sujeción multidactilar y retroalimentación visual aumentada. Las instrucciones de movimiento son dadas en el alto nivel, mientras que la ejecución de operaciones es guiada a nivel bajo. El control es descompuesto en control voluntario y control autónomo, trabajando en paralelo por lo que no requiere intercambio de señales. Cuando se presenta alguna acción inapropiada el usuario toma el control de operación. En este esquema el humano es el líder en el lazo de control, y la visión artificial es suplementaria. La participación del humano para corrección se realiza mediante el movimiento ocular. De acuerdo con [90], las prótesis robóticas no han sido suficientemente exploradas y todavía no hay una definición de los principios básicos de cómo humanos y prótesis interactúan. No es posible diseñar controladores basados sobre una descripción matemática de la dinámica humano-prótesis [91].

A diferencia de los sistemas de control de vehículos, por ejemplo, bajo el esquema de control *human – in – the – loop*, la implementación de una prótesis es de forma natural un entorno de interacción hombre-máquina, lo que con mayor razón hace necesaria la adecuación de un esquema de control compartido con el humano. Esto es, un esquema de control *human – in – the – loop*. Aunque es posible simplemente definir una trayectoria y un control de trayectorias para el control de una prótesis como se propone en el capítulo 4, el comportamiento resultante dista mucho de un rendimiento satisfactorio que permita hacer útil dicho dispositivo. La prótesis y el humano están en constante interacción de forma inevitable, por lo que se hace imperativo que en el diseño del controlador de la prótesis se incluya tal interacción. Más aún, dado que el control de las prótesis se basa siempre en las señales de intención directa o indirectamente leída del usuario, se tiene un control con *human – in – the – loop* de forma natural e inevitable. Dada esta conexión natural, es muy común aplicar el control de impedancia o admitancia que es en sí una forma de control con *human – in – the – loop*.

De acuerdo a nuestra investigación, no se ha implementado aún el esquema de *human – in – the – loop* bajo control compartido en prótesis de extremidad inferior.

## 5.2. Aplicaciones de *Human – in – the – loop* a prótesis

El uso del concepto de human-in-the-loop se ha diversificado, lo que implica la necesidad de establecer una definición más precisa de este enfoque. Por lo que proponemos, primeramente, una clasificación del esquema human-in-the-loop basada en su aplicación:

1. *Human – in – the – loop* para diseño. Es común que se incluya *human – in – the – loop* para diseñar dispositivos robóticos como prótesis, órtesis y robots de rehabilitación. Estos esquemas son implementados fuera de línea, donde el humano interactúa con la prótesis sin que esté usando realmente la prótesis, ya que se encuentra en una etapa de dimensionamiento para diseño futuro.
2. *Human – in – the – loop* para configuración de controladores. En este esquema el humano se incluye con el fin de incorporar conocimiento y habilidades humanas

en los controladores que posteriormente se aplicarán a los sistemas robóticos. Un ejemplo es el caso de los controladores basados en aprendizaje reforzado, donde el humano se incluye con el fin de definir políticas basadas en la experiencia humana.

3. *Human – in – the – loop* bajo control compartido. Se podría decir que cualquier implementación de prótesis en un humano forma de manera natural un esquema de control con *human – in – the – loop* si se toman en cuenta señales provenientes directamente del comportamiento humano para controlar la prótesis. Más específicamente se tiene un esquema de control compartido cuando el usuario mediante señales naturales transmite su intención, pero debido a la falta de información para el control de las articulaciones amputadas, un sistema de control autónomo complementa las señales para producir el movimiento deseado. Aquí se generaliza este esquema, definiendo el control compartido con el humano cuando existe una interacción entre controladores humano y autónomo. Resulta en un esquema de control múltiple, semejante a los enfoques de maestro esclavo, líder seguidor o control cooperativo. En sí, se puede considerar el esquema de control con *human – in – the – loop* bajo control compartido como un caso particular de control cooperativo.

### 5.2.1. *Human – in – the – loop* con control compartido

Con el fin de estudiar la interacción humana con prótesis activas de miembros inferiores de manera eficiente y segura, se propone un esquema general de *HinL* para prótesis activas, que a su vez evita la participación humana durante las pruebas del controlador.

Como previamente se ha descrito, dada la importancia del humano en los esquemas de control con *HinL*, se han propuesto diferentes modelos que describen el comportamiento del humano. Se propone una definición con mayor generalidad, buscando un modelo apto para aplicaciones en la teoría de control, tomando como referencia dichas investigaciones previas.

Consideramos que existe un sistema (máquina) que es controlado por humanos y un controlador autónomo. Es decir, existe un sistema

$$\dot{\mathbf{x}} = h(\mathbf{x}, u_2), \quad (5.1)$$

en su forma afín:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u_2, \quad (5.2)$$

donde  $h(\mathbf{x}, u_2)$  es una función no lineal que depende del estado,  $\mathbf{x}$ , y el control  $u_2$ . Y  $f(\mathbf{x})$  y  $g(\mathbf{x})$  son funciones no lineales que dependen solo del estado,  $\mathbf{x}$ . Por otro lado, el humano puede ser considerado como

$$\dot{\mathbf{y}}(u_1) = f_2(\mathbf{y}(u_1), \mathbf{x}) \quad (5.3)$$

Eso significa que los humanos no se consideran explícitamente controlados. Esa es la razón por la que no hay una señal de control en la ecuación 5.3. El ser humano



es un sistema que simplemente reacciona en respuesta al entorno percibido, descrito por el estado,  $\mathbf{x}$ , del sistema controlado. Además, el estado,  $\mathbf{y}$ , del ser humano es una función de la señal de control,  $u_1$ , que se aplica al sistema controlado. Eso simplemente significa que el humano produce una señal que se considera como una señal de control para otro sistema, y ese sistema produce un estado,  $\mathbf{x}$ , que provoca que el humano evolucione y produzca  $u_1$ .

Y si se considera que la máquina tiene un controlador interno que produce la señal de control,  $u_2$ , y al mismo tiempo recibe una señal de control externa,  $u_1$ , para sumar ambos obteniendo la señal de control total,

$$u = u_1 + u_2. \quad (5.4)$$

Luego, en el lazo cerrado, se define una interacción por control compartido. Es decir, la máquina está controlada por un control interno y externo, provisto por ella misma y por el humano.

### Modelo humano

El humano se define como un sistema dinámico que genera tres tipos de señales, que son en sí señales de control y señales de referencia a la vez para otros sistemas de control:

1. Señales naturales. Éstas corresponden a las señales fisiológicas de un comportamiento natural, por ejemplo las señales biomecánicas que produce al caminar, y que usualmente el humano realiza de forma automática, podríase decir que de manera instintiva.
2. Señales extendidas. Se consideran las señales que se producen para la manipulación de agentes externos, como en la manipulación de herramientas, en cuyo caso el humano debe aprender a utilizarlas y se debe adaptar a su estructura y crear estrategias para su adecuado uso.
3. Señales intencionales. Corresponden a las asociadas con los deseos del humano.

El sistema dinámico del humano se encuentra constituido a su vez por subsistemas:

1. Sistema cognitivo. Dentro de este sistema se define la intención del humano que es transmitida al sistema motriz. Mediante un sistema de adaptación, el humano genera señales basadas en los agentes exógenos percibidos, que son transmitidas a un sistema de control que produce las acciones extendidas necesarias para lograr que el error de satisfacción converja a cero. Se puede simplificar como un controlador.

$$\dot{u} = f(e(\mathbf{x}, \mathbf{y})) \quad (5.5)$$

donde  $u$  es la señal de control producida por humanos, y  $f(e(\mathbf{x}, \mathbf{y}))$  es una función que define la dinámica del controlador, que se define en términos del error de satisfacción  $e(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , con  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{y}$  los estados del sistema humano y exógeno.

2. Sistema motriz. Este sistema actúa como medio de enlace entre el humano y los sistemas exógenos. Para transmitir su intención a través de movimientos y la imposición de estados en las articulaciones. Por su analogía, se considera como un robot, es decir, se puede describir como

$$D(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}} + C(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) + \mathbf{g}(\mathbf{y}) = \mathbf{u} \quad (5.6)$$

donde los estados,  $\mathbf{y}$  corresponden a los estados de las articulaciones del humano, lo que podría referirse a las acciones naturales y extendidas al mismo tiempo, pues las acciones del humano se producen como resultado de los estados tomados por cada uno de las articulaciones humanas. Aquí, el control,  $\mathbf{u}$ , es la señal producida por el sistema cognitivo.

3. Sistema sensorial. Es un sistema que identifica a los sistemas exógenos u observa sus estados. Esto es, puede definirse como un observador.

$$D(\bar{\mathbf{x}})\ddot{\bar{\mathbf{x}}} + C(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}) + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{u} \quad (5.7)$$

Esta ecuación representa un sistema observado, que describe una dinámica estimada del sistema exógeno, donde  $\bar{\mathbf{x}}$  es el estado estimado o detectado para  $\mathbf{x}$ .

### Sistemas exógenos

Existen sistemas exógenos con los cuales el humano puede interactuar. Estos sistemas tienen un comportamiento que no depende en absoluto de la existencia del humano en el sistema. El sistema exógeno es un sistema autónomo e independiente. Las trayectorias que siguen son un caso particular de comportamiento. A las trayectorias de los sistemas exógenos se les definirá como comportamientos exógenos. Los sistemas robóticos, incluso otro humano, son ejemplos de sistemas exógenos. Con los que el humano puede interactuar de distintas maneras.

El ambiente es un sistema exógeno que modifica o motiva la generación de señales. Esto es, las señales del humano son personales, lo que significa que difieren entre humano y humano, dado que durante su vida está inmerso en un ambiente único, que provee las particularidades de la génesis de sus señales.

La planta es también un sistema exógeno particular.

Dado que cada sistema se considera autónomo, existe un controlador para cada sistema que define un determinado comportamiento. En este trabajo se presentan tanto el modelo del controlador del humano como el del control autónomo, y se considera desconocido el modelo del ambiente. Al respecto de este último modelo, aún hace falta investigación que modele el ambiente como un sistema que interactúa con los demás sistemas.

### Esquema general de *human – in – the – loop* con control compartido

El esquema general de *human–in–the–loop* bajo control compartido (*EGHLCC*) se define como el sistema en lazo cerrado donde el humano influenciado por el ambiente

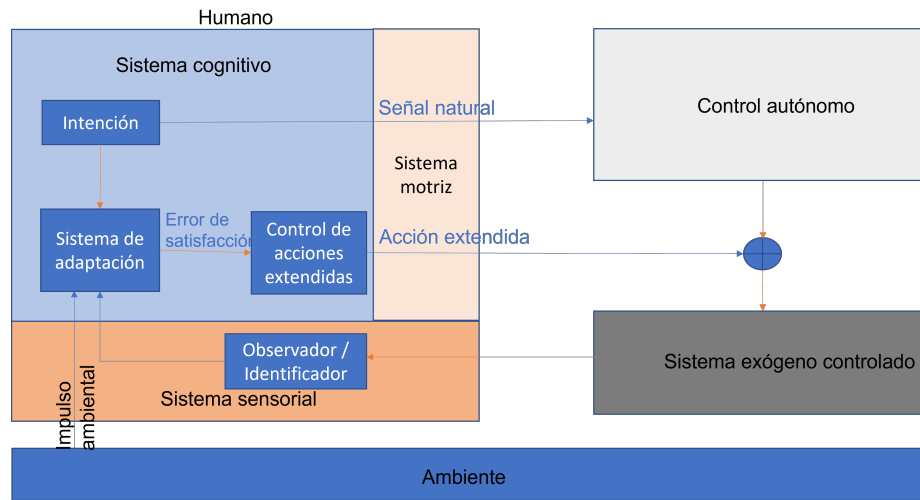


Figura 5.1: Esquema general de *Human – in – the – loop* bajo Control Compartido

controla a un sistema exógeno de forma compartida con un control autónomo. En la Fig. 5.1 se ilustra el esquema propuesto.

El esquema propuesto puede utilizarse como una plataforma de pruebas que involucran al humano en una participación activa. El esquema permite emular la participación humana sin riesgos para el humano. Además la capacidad del modelo para aprender permite ser implementado con un humano real de la misma manera que se puede implementar con cualquier otra planta, lo que puede permitir mejorar el desempeño del modelo al aprender de otro humano.

Nuestras contribuciones en el ámbito de *human – in – the – loop* para el control de prótesis son:

1. Un modelo humano explícito basado en sistemas, lo que permite modificar por separado cualquiera de los sistemas que componen el modelo humano. Esto es importante, porque de esta forma se puede implementar el modelo para cualquier sistema susceptible de ser controlado por o junto con un humano, adaptando el modelo humano si es necesario, cambiando o suprimiendo cualquiera de los sistemas mencionados.
2. El modelo humano propuesto se compone de una anatomía esencial: los sistemas cognitivo, motor y sensorial, que permiten desarrollar estrategias de control para la interacción con agentes exógenos. Estos son los principales sistemas humanos que tienen una participación directa con otro sistema a controlar.
3. Se propone un método de control lineal con *HinL* para prótesis activas utilizando el principio de interacción temporal. Se diseña un sistema de reconocimiento no lineal basado en redes neuronales recurrentes de alto orden.
4. Se presenta un control autónomo de la prótesis, disponiendo así de dos sistemas de control que interactuarán para garantizar la satisfacción del amputado.

5. Se utiliza la extensión sensorial diseñada en el Capítulo 3 para proporcionar la información residual de la extremidad como parte de la participación del humano.

### 5.2.2. Implementación

Para analizar la aplicabilidad y efectividad del modelo de humano propuesto, se realiza una implementación del *EGHLCC* con una prótesis de extremidad inferior transfemoral.

#### Señales Humanas

Las señales humanas involucradas en la implementación del *EGHLCC* son como sigue.

1. Señales naturales. El humano realiza el movimiento usual (mediante la extremidad residual) para alcanzar un estado deseado al caminar. Estas señales pueden ser leídas por diversos métodos, en particular para esta aplicación se obtienen a través de la extoestructura sensorial diseñada especialmente para medir las señales mecánicas del movimiento de la cadera presentada en el Cap. 3. Estas señales se implementan mediante las trayectorias definidas en el trabajo de [66]. Se definen como  $q_{2h}$ ,  $q_{3h}$  and  $q_{h4}$ . Se considera adicionalmente una señal,  $q_{1h}$ , sintética útil para el diseño de un decodificador neural. Esta señal se puede interpretar como la trayectoria en la dirección vertical de un punto fijo en la cadera durante la caminata, y se define como

$$q_{1h} = f \bmod(t, f) \quad (5.8)$$

donde  $f \in [1, 2]$  Hz es la frecuencia de caminata y  $\bmod(t, f)$  es la función matemática módulo, que obtiene el residuo cuando se divide  $t$  por  $f$ .

2. Extendidas. El humano aplica señales de control complementarias, distintas a las naturales para conseguir que la prótesis alcance un comportamiento. Por ejemplo mediante botones o de forma directa, colocando la prótesis en el estado deseado aplicando una fuerza sobre la prótesis con las manos. En esta implementación se considera que el sistema de control de la prótesis no alcanza las trayectorias deseadas del usuario debido a que el sistema sensa y es controlado por las señales provenientes de las señales residuales. Y se ha observado en muchas investigaciones que estas señales no son suficientes o completamente adecuadas, debido a que las señales motrices son sincronizadas (en la caminata, por ejemplo) con todo el movimiento corporal y por simplicidad de los diseños se toman solo algunas de las señales que tengan una alta correlación con las señales de las extremidades de interés. En nuestro caso tomamos como señal residual las provenientes del movimiento de la cadera y muslo. Por otro lado, como se menciona previamente, aún no existen sistemas que puedan completamente remplazar la participación humana en los sistemas como este. Esto motiva el diseño de sistemas de control compartido con el humano. Dicha participación se lleva a cabo a través de la

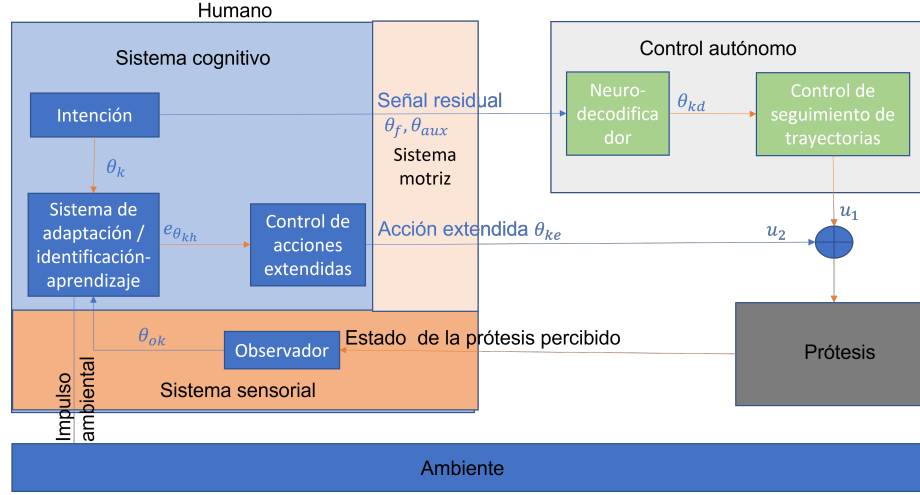


Figura 5.2: Señales en el EGHLC aplicado al control de una prótesis

adición de una señal de control al sistema protésico, la cual es generada bajo la experiencia de interacción del humano con la prótesis. La señal extendida que se produce para este fin se define como  $e_s$

$$u_2 = f(e_s) \quad (5.9)$$

donde

$$e_s = (q_{lha} + k) - (q_l) \quad (5.10)$$

con  $q_l = [q_3, q_4]$ , el estado de la prótesis,  $q_{lha}$  es la intención modificada por el ambiente,  $k$  es la ganancia de la influencia ambiental.

3. Señal de intención. Corresponde al estado de la prótesis, deseado por el humano. En general este estado depende de una necesidad primaria, como por ejemplo caminar, y puede ser influenciada por las condiciones del ambiente. Definida como

$$q_h = [q_{1h}, q_{2h}, q_{3h}, q_{4h}]^T$$

donde  $q_{ih}$  corresponden a la cadera, muslo, rodilla y tobillo

La interacción de las señales se observa en el esquema de la Fig. 5.2

### Señales ambientales

El ambiente es el entorno en el que se encuentra el humano, e influye en el humano para la generación de señales, por ejemplo al requerir modificar la trayectoria para sentarse más cómodo o para evadir un obstáculo. En esta implementación, se considera como ambiente un sistema que genera una señal booleana, como medio diferenciador de dos condiciones ambientales.

$$S_a(b) = \begin{cases} k & \text{si } b = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.11)$$

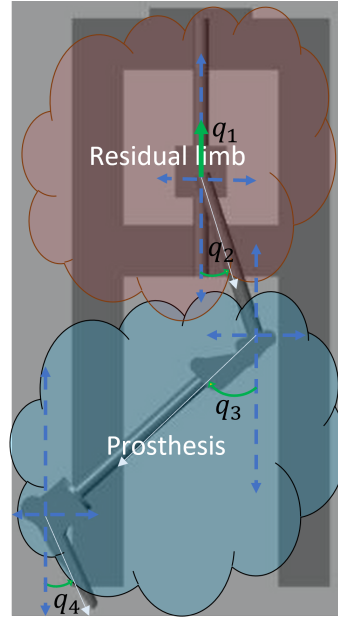


Figura 5.3: Interacción humano-prótesis mediante un robot de 4GDL

donde  $k$  es la ganancia de influencia en el sistema, y  $b$  es una variable binaria que define la influencia del ambiente, recibe valor de 1 si existe influencia ambiental, 0 en caso contrario.

El ambiente modifica las señales de intención como

$$\mathbf{q}_{ha} = [q_{rha}, q_{lha}]^T, \quad \mathbf{q}_{lha} = [q_{3ha}, q_{4ha}]^T$$

donde  $q_{rha}$  and  $q_{lha}$  son los estados humanos deseados para la cadera y el muslo.  $q_{lha}$  es el estado deseado para la rodilla y el tobillo de la prótesis,

### 5.3. Control de prótesis

Como se ha mencionado, el sistema con el que el humano compartirá el control, bajo el esquema *human – in – the – loop* bajo control compartido será definido por una prótesis transfemoral cuyo modelo se obtuvo en el Capítulo 3, y se identificó como sistemas lineales bajo perturbaciones mediante una regresión paramétrica en el Capítulo 4. Para la prueba del esquema se sigue utilizando la simulación realizada en SimMechanics y simulink con elementos diseñados en Catia. Para mayor referencia consultar los Capítulos previos. El sistema completo de prótesis-humano puede considerarse como un robot de 4 – GDL. La simulación se ilustra en la Figura 5.3

El esquema propuesto puede ser utilizado como una plataforma de pruebas que involucre al ser humano en una participación activa. El esquema permite emular la participación humana sin riesgo para el ser humano. Además, la capacidad de aprendizaje del modelo permite implementarlo con un humano real de la misma manera que

puede implementarse con cualquier otra planta, lo que puede mejorar el rendimiento del modelo al aprender de otro humano. El robot de 4-*GDL* se puede modelar como

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.12)$$

donde  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4] = [\mathbf{q}_r, \mathbf{q}_p]$ ,  $\mathbf{q}_r = [q_1, q_2]$  es el estado de la extremidad residual,  $\mathbf{q}_p = [q_3, q_4]$  es el estado de la extremidad perdida. El muñón es controlado por el humano que percibe la prótesis como una perturbación, que se define como  $\mathbf{d}_p = [d_1, d_2, 0, 0]^T$ , y  $\mathbf{d}_r = [0, 0, d_3, d_4]^T$  se define como la perturbación de la parte residual. Entonces (5.12) se transforma

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= \boldsymbol{\tau}_r + \mathbf{d}_p \\ \mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= \boldsymbol{\tau}_p + \mathbf{d}_r \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{\tau}_p$ ,  $\boldsymbol{\tau}_r = [\tau_1, \tau_2, 0, 0]$  es el control para la cadera y el muslo humanos  $\boldsymbol{\tau}_p = [0, 0, \tau_3, \tau_4]$  es el control sobre la prótesis.

### 5.3.1. Control autónomo

Dado que no se cuenta con mayor información sobre el estado que debe asumir la extremidad faltante, reemplazada por la prótesis, un sistema de control complementa las señales mediante un decodificador de intención basado en trayectorias normativas.

#### Decodificador neuronal

Existen muchas opciones para definir e implementar las trayectorias para el control de seguimiento para una Prótesis Robótica Transfemoral (PRT). La opción más común es aplicar un sistema que obtenga una copia de la marcha natural aplicando diversas metodologías como visión, o sistemas especializados de captura de movimiento como los sistemas de Awinda. Una vez obtenida la información, puede ser directamente aplicada a un esquema de seguimiento de trayectorias, como en la metodología propuesta en el capítulo 4 de esta tesis. Otra opción es copiar en tiempo real la trayectoria, por ejemplo, aplicando ecocontrol, sensando a la pierna sana, que presentará un retardo y necesita copiar la trayectoria para cada una de las articulaciones. Una opción más es estimar la trayectoria utilizando EMG, esta puede ser por métodos invasivos o no invasivos, los sensores no invasivos producen una baja relación señal a ruido y requieren un procesamiento de señales complejo para conseguir un buen desempeño. Basándose en el diseño propuesto de PRT el cual permite leer el estado de la cadera, y usando esta información y una base de datos estática para las trayectorias de articulación, se implementa un decodificador neural, que consiste en un epimorfismo del estado leído de la cadera a las trayectorias antropomórficas requeridas. Esta propuesta tiene la ventaja de que el amputado puede cambiar la trayectoria deseada libremente y no depende de la pierna sana, como los esquemas de ecocontrol. Otra ventaja es que no requiere un tratamiento de alto costo computacional como la implementación basada en EMG. Finalmente no requiere de un sistema sensorial complejo.

Para el mapeo solo se requiere el estado leído de la cadera. Así, esta propuesta resulta ser una mejor opción, simple, de bajo costo y con un buen rendimiento.

Dado que, en general,  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son variables de articulación continuas, esto es,  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2]' \in D$ , con  $D = \{0 < \theta_1 < 2\pi, 0 < \theta_2 < 2\pi\}$ . Con ciertas restricciones antropomórficas como se describe en el capítulo 2 y 4.

Entonces se requiere que, en lugar de tener un conjunto discreto de triadas  $C = \{(\theta_{1T_i}, \theta_{2T_i}, \theta_{3T_i}) | 0 < \theta_{1T_i} < 2\pi, 0 < \theta_{2T_i} < 2\pi, 0 < \theta_{3T_i} < 2\pi\}$ , correspondiente a la captura con una frecuencia de muestreo  $T$ , exista un mapeo

$$T : D \rightarrow F \quad (5.14)$$

con  $F = \{0 < \theta_{3T_i} < 2\pi\}$ .

Puesto que, considerando un conjunto de datos como el presentado por [66], se tiene un conjunto de triadas. Entonces  $\exists(\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{3i}) \notin C$  para algún  $(\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{3i}) \in (0, 2\pi)$ . Y puesto que el valor de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  serán variables medidas directamente del amputado, entonces es consistente considerarlas continuas pudiendo tomar cualquier valor en el intervalo  $(0, 2\pi)$ . No necesariamente tomarán valores en el conjunto  $C$ .

Para esto se define un mapeo continuo basado en una red neuronal con función de activación sigmoideal y función de pérdida definida por el error cuadrático medio. Esto permitirá seguir una trayectoria antropomórfica a partir de cualquier estado definido por el amputado, así mismo, en cualquier variación, esto es, avance normal o interrumpido debido a obstáculos por ejemplo. Lo que significa un mayor control de la prótesis por el usuario.

La red neuronal utilizada se define como

$$\theta_3 = M\sigma_2 \quad (5.15)$$

$$\sigma_{2i} = \sigma(V\sigma_1) \quad (5.16)$$

$$\sigma_{1j} = \sigma(W_j\theta) \quad (5.17)$$

$$L = \frac{1}{2}(\theta_3 - \bar{\theta}_3)^2 \quad (5.18)$$

donde  $M$ ,  $V$  y  $W$  son las matrices de pesos de la capa de salida, oculta y de entrada respectivamente, y  $\theta = [\theta_1, \theta_2, 1]$ ,  $\sigma$  es la función sigmoide,  $L$  es el error cuadrático medio de la estimación.

Para el entrenamiento se aplicó el algoritmo de retropropagación mediante gradiente descendiente.

$$W_t = W_{t-1} - \eta \frac{\partial L}{\partial W} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial W} = \text{diag}(\sigma'_1)V\sigma'_2M\theta \quad (5.20)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $\eta$  es una ganancia de aprendizaje,  $\text{diag}$  corresponde a una matriz diagonal.

De forma análoga para  $V$ .



### 5.3.2. Control de seguimiento de trayectorias

Como se describe en el Capítulo 4, para el seguimiento de trayectorias se define un control PD dado por

$$u = k_p e + k_d \dot{e} \quad (5.21)$$

donde  $e = y - y_d$  es el error de seguimiento de trayectoria, con  $y_d$  la señal de referencia. Para las derivadas de las trayectorias requeridas en  $\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_d$ , se analizaron dos filtros y se compararon con la derivada incluida en un bloque de simulink y la velocidad articular. Las ecuaciones de los filtros se presentan en las Ec. 5.22 y 5.23

$$\dot{y}_d = \frac{k s}{k + s} y_d \quad (5.22)$$

$$\dot{y}_d = \frac{k^2 s}{s^2 + 2k s + k^2} y_d \quad (5.23)$$

Resultando más adecuada el filtro de la Ec. 5.23 por lo que se decidió aplicarlo en la implementación. En el apartado de resultados de simulación se puede observar el comportamiento de cada uno.

## 5.4. Modelo lineal para humano

Dentro del esquema con el humano en el lazo de control, interactúan dos controladores, como se muestra en la Figura 5.1. Uno de los problemas consiste en definir dicha interacción. Por ejemplo, se puede definir su relevancia en un esquema ponderado donde se asigne el peso a cada señal de acuerdo a la relevancia que se desee definir. En esta propuesta se dará prioridad a las señales humanas (señal de compensación) en comparación con la señal del control de seguimiento. Esto se logra considerando el nivel de inclusión de los sistemas de control. Donde el control autónomo sólo considera a la prótesis como sistema a controlar, mientras que el humano controla al sistema prótesis-controlador completo. De esta manera se define como de mayor impacto al control humano, ya que no sólo controla a la prótesis directamente, sino que toma en cuenta el estado de la prótesis después de la acción del control autónomo para generar una acción de corrección (acción extendida) conforme a la intención definida con influencia del ambiente. En la Fig. 5.4 se ilustra este enfoque.

Cuando el usuario busque aplicar una señal natural, el sistema de control de seguimiento generará mediante el sistema de neurodecodificación, la trayectoria normativa basado en el estado de la extremidad residual y la trayectoria normativa, que será la que se pase al control de seguimiento.

Contrario a algunos modelos que consideran al sistema de control humano como estocástico, nosotros definimos al humano como un sistema inteligente que actúa sobre un sistema basado en conocimientos adquiridos por interacción. Con este enfoque definimos dos modelos del controlador humano. El primero basado en que la naturaleza de interacción resulta ser un mecanismo de prueba y error, lo que significa que el

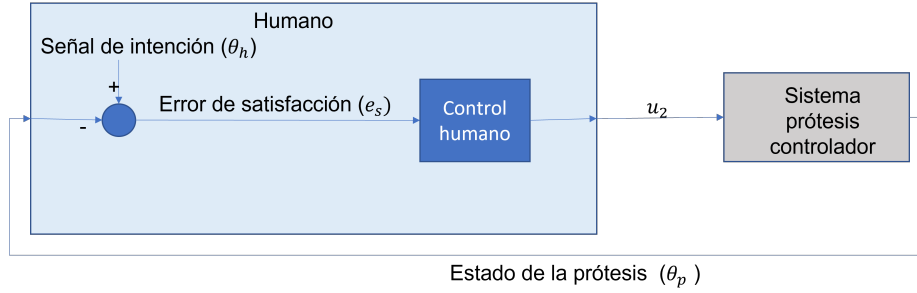


Figura 5.4: Nivel de controladores en la implementación del EGHLC

humano aplica acciones basándose en los errores obtenidos al comparar lo que desea y lo que observa.

Bajo este supuesto, podemos definir un modelo de control basado en tres principios de interacción temporal:

1. Pasado. El humano se basa en lo que ha aprendido del sistema, busca no cometer los mismos errores que en el pasado. Entonces acumula su experiencia del error. Y toma una acción proporcional a este acumulado.
2. Presente. Actúa considerando que el sistema que controla reacciona bajo estímulo respuesta, y observa la respuesta con cada estímulo que provee buscando minimizar el error en cada aplicación.
3. Futuro. Conforme más interactúa con el sistema el humano aprende su comportamiento, de tal manera que puede anticipar su acción.

Es claro que estos conceptos hacen alusión a un esquema de control PID, donde se considera que el humano no posee un modelo de manera anticipada pero su experiencia le permite actuar basándose en el error que obtiene. Después de cierto tiempo el humano encuentra parámetros adecuados, esto es las ganancias del controlador.

Entonces, se propone un modelo humano análogo a un controlador PID. La implementación se realiza en Matlab, y se toma el PID definido en simulink como

$$U(s) = \left[ k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right] E(s) \quad (5.24)$$

donde  $k_p$ ,  $k_i$  y  $k_d$  son las ganancias del controlador y  $N$  es el orden del filtro. La sintonización de parámetros se realizó mediante el uso de la herramienta de simulink, PID tuner App.

El modelo del humano puede ser escrito como

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \text{ mod } (t, f) \\ g(t) \\ k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \end{bmatrix} e_s$$

Para  $q_1$  y  $q_2$ , tenemos

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \text{ mod } (t, f) \leq f^2 \\ g(t) \leq \text{máx} \{q_{2h_2}\} \end{bmatrix}$$

donde  $q_{2h_2}$  corresponde al ángulo de fémur antropomórfico deseado, con una influencia acotada del entorno. Entonces  $q_1$  y  $q_2$  son estados acotados, y son variables medidas directamente por el amputado, estando en  $(0, 2\pi)$ . La prótesis activa estima los estados para producir la marcha de acuerdo con  $\mathbf{q}_r = [q_1, q_2] \in D$ , que son las señales residuales del muñón, y aplicando el mapeo definido previamente por el neurodecodificador basado en redes neuronales, se obtienen los estados de la prótesis.

## 5.5. Análisis de estabilidad del PID

Tal como es muestra en la Figura (4.1), la prótesis puede ser considerada como un robot de  $2 - GDL$ , sujeto a una perturbación debida al acoplamiento con el muñón, descrita igualmente como un robot de  $2 - DOF$  sujeto a la perturbación debida al acoplamiento de la prótesis. Y además, cada una de las articulaciones de la prótesis puede considerarse como un sistema independiente perturbado por las interconexiones de los otros eslabones.

$$\ddot{q}_i = -a\dot{q}_i + bu_{2i} - d_i \quad (5.25)$$

definiendo  $e = \bar{q}_i - q_i$ ,  $\dot{e} = \dot{\bar{q}}_i - \dot{q}_i$ . Esto implica  $q_i = \bar{q}_i - e$ , and  $\dot{q}_i = \dot{\bar{q}}_i - \dot{e}$ . Entonces, la dinámica del error puede ser descrita como

$$\ddot{e} = \ddot{\bar{q}} + a(\dot{\bar{q}} - \dot{e}) - bu + d \quad (5.26)$$

donde la dinámica del controlador humano puede ser escrita como

$$\ddot{u} = (k_p + k_d N)\ddot{e} + (Nk_p + k_i)\dot{e} + Nk_i e - N\dot{u} \quad (5.27)$$

Entonces el sistema en lazo cerrado puede ser descrito como

$$\begin{aligned} \ddot{e} &= -a\dot{e} - bu + \bar{d} \\ \ddot{u} &= -\alpha_1 \dot{e} - \alpha_2 \dot{u} - \alpha_3 u + \alpha_4 e + \alpha_5 \bar{d} \end{aligned}$$

donde  $\alpha_1 = (k_p + k_d N)a - Nk_p + k_i$ ,  $\alpha_2 = N$ ,  $\alpha_3 = b(k_p + k_d N)$ ,  $\alpha_4 = Nk_i$ ,  $\alpha_5 = k_p + k_d N$ ,  $\bar{d} = \ddot{\bar{q}} + a\dot{\bar{q}} + d$

Extendemos la idea de [92] para el PID con filtro derivativo. El punto de equilibrio para la dinámica del error debe estar en  $e = 0$ ,  $\dot{e} = 0$  y  $\ddot{e} = 0$ . De (5.26)

$$u_s = \frac{\ddot{\bar{q}} + a\dot{\bar{q}} + d}{b} \quad (5.28)$$

Definiendo  $u = u - u_s$ , el punto de equilibrio resulta  $u = 0$ . Como el error converge a cero, entonces  $\ddot{\bar{q}}$  y  $\dot{\bar{q}}$  son acotados, y considerando la perturbación,  $b$ , también acotada, podemos considerar constante el control en el equilibrio, entonces  $\dot{u} = 0$  en equilibrio. Finalmente el punto de equilibrio se define en  $(0, 0, 0)$ .

Para analizar la estabilidad del sistema, proponemos la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}(\dot{u} - e)^2 + \frac{1}{2}k_1(u + \dot{e})^2 + \frac{1}{2}k_2 u^2 \quad (5.29)$$

con  $k_1 = \alpha_1 + 1$  and  $\alpha_2 = \alpha_3 - k_1$ . Asumiendo constantes positivas,  $k_1$  y  $k_2$  entonces  $V > 0$ .

Por lo tanto

$$\dot{V} = (\dot{u} - e)(\ddot{u} - \dot{e}) + k_1(u + \dot{e})(\dot{u} + \ddot{e}) + k_2 u \dot{u} \quad (5.30)$$

Substituyendo la dinámica del error y del control, obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\alpha_2 \dot{u} + (\alpha_2 + \alpha_4) \dot{u} \bar{d} \\ &\quad - a(\alpha_1 + 1) \dot{e}^2 - (a + b)(\alpha_1 + 1) \dot{e} u \\ &\quad + (\alpha_1 + 1) \dot{e} e - b(\alpha_1 + 1) u^2 \\ &\quad + \alpha_3 u e + (\alpha_1 + 1) u \bar{d} - \alpha_4 e^2 - \alpha_5 e \bar{d} + (\alpha_1 + 1) \dot{e} \bar{d} \end{aligned} \quad (5.31)$$

entonces

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\dot{u}^2 \left( \frac{1}{2} \alpha_2 - \frac{\alpha_4}{2} - \frac{\alpha_5}{2} \right) \\ &\quad - \dot{e}^2 \left[ (1 + \alpha_1) \left( \frac{a}{2} - \frac{b}{2} - 1 \right) \right] \\ &\quad - u^2 \left[ (1 + \alpha_1) \left( b - \frac{1}{2}(a + b) - \frac{1}{2} \right) - \frac{\alpha_3}{2} \right] \\ &\quad - e^2 \frac{1}{2} (\alpha_4 - \alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_3 - \alpha_5 - 1) \\ &\quad - \bar{d}^2 (-\alpha_5 - \alpha_1 - 1) \end{aligned} \quad (5.32)$$

El sistema es estable si

$$\begin{aligned} \alpha_2 &\geq \alpha_4 + \alpha_5, \quad 0 \leq (\alpha_1 + 1)(a - b - 2) \\ \frac{\alpha_3}{2} &\leq (1 + \alpha_1) \left( b - \frac{1}{2}(a + b) - \frac{1}{2} \right) \\ \alpha_4 &\geq \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5, \quad 0 \geq \alpha_5 + \alpha_1 + 1 \end{aligned}$$

## 5.6. Modelo de redes neuronales para humano

La lógica que se define para proponer un PID como controlador humano asume que el humano es capaz de obtener por aprendizaje los parámetros. Entonces con el fin de hacer explícito este mecanismo de aprendizaje, se propone un modelo humano capaz de aprender el modelo. Y por la similitud con las redes neuronales biológicas y la demostración en investigaciones previas de su efectividad para modelar sistemas dinámicos [93, 94], se propone un modelo humano que no asume un modelo conocido de la planta, sino uno que tiene la capacidad de crear un modelo mental de los sistemas con los que interactúa basado en Redes Neuronales Recurrentes de Alto Orden (RHONN por sus siglas en inglés). Para el aprendizaje, es decir para la actualización de los pesos sinápticos de la red se considera un Filtro de Kalman Extendido dada la naturaleza, en general, no lineal de los sistemas. Las ecuaciones se presentan a continuación.

$$x_i(k+1) = w_i^T z_i(x(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (5.33)$$

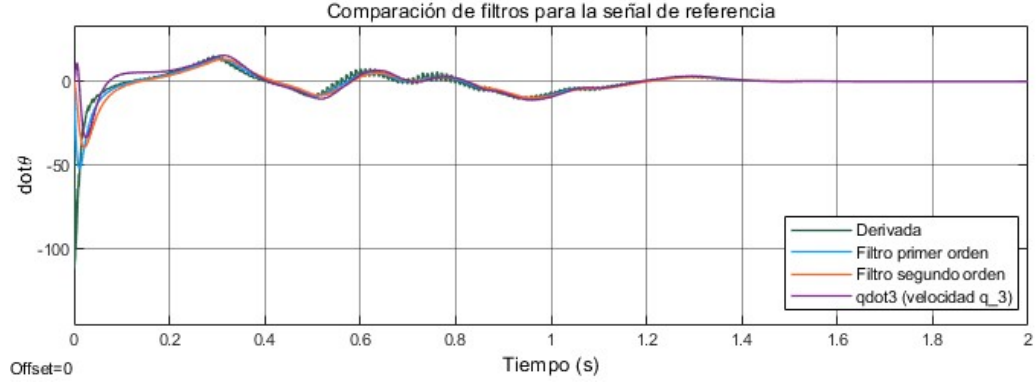


Figura 5.5: Comparación de filtros usados para estimar las velocidades articulares

$$z_i = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} y_j^{d_j(1)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} y_j^{d_j(L)} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

con

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ \vdots \\ y_{n+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(x_1) \\ \vdots \\ s(x_n) \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

que se entrena mediante EKF definido por

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \eta_i K_i e_i(k) \quad (5.36)$$

$$k_i(k) = P_i(k) H_i(k) [R_i(k) + H_{j,i_j}^T(k) P_i(k) H_i(k)]^{-1} \quad (5.37)$$

$$P_i(k+1) = P_i(k) - K_i(k) H_{j,i_j}^T(k) P_i(k) + Q_i(k) \quad (5.38)$$

$$H_i(k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i(k)}{\partial w_{ij}(k)} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

## 5.7. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos en simulación al aplicar el esquema propuesto. La implementación y simulación del esquema EGHLCC se presenta para la rodilla, la implementación para el tobillo es análoga.

### 5.7.1. Filtros

Los resultados de aplicar los filtros descritos por las ecuaciones 5.22 y 5.23 se muestran en la Fig. 5.5

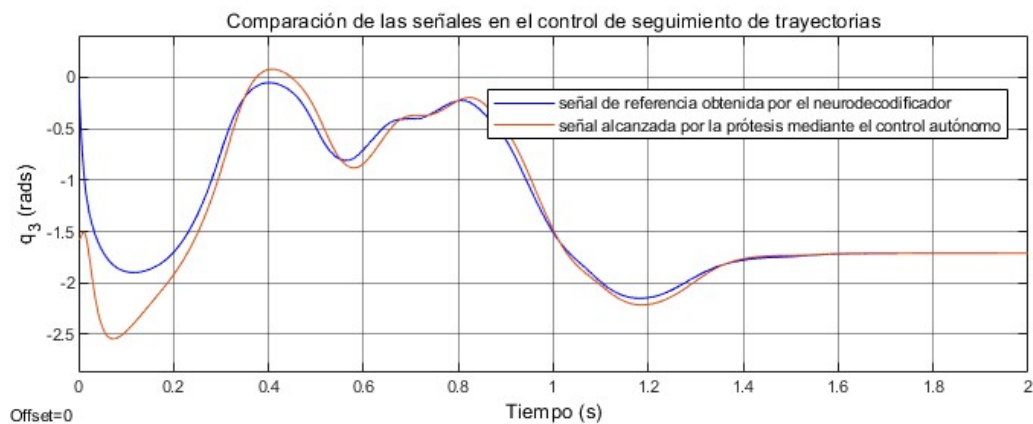


Figura 5.6: Comparación de las trayectorias en el control de seguimiento

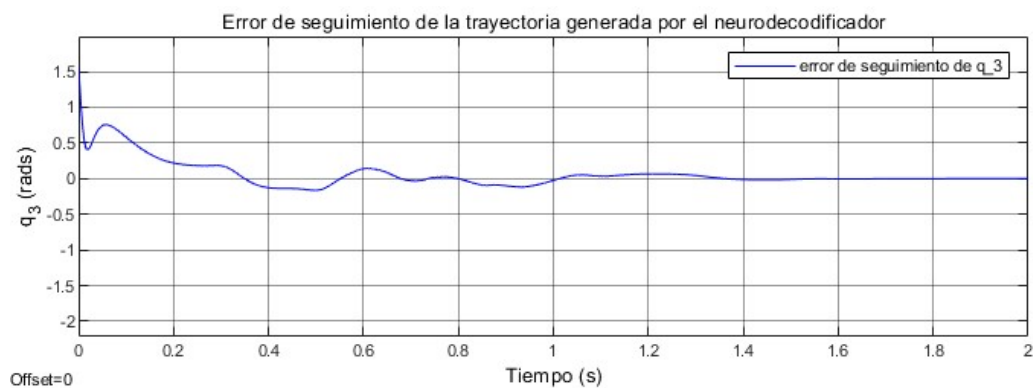


Figura 5.7: Error de seguimiento de las trayectorias generadas por neurodecodificador

Como se puede observar, ambos filtros tienen un comportamiento semejante después del transitorio, y ambos corresponden a una buena aproximación de la derivada, sin embargo, el filtro de primer orden tiene una respuesta más agresiva en el transitorio, mientras que el filtro de segundo orden tiene un transitorio más suave y menor que el de primer orden, además de ser más cercano al de la velocidad observada por la articulación. Por esto, se decidió utilizar un filtro de segundo orden para obtener las derivadas de la señal de referencia.

### 5.7.2. Control autónomo

El control autónomo corresponde a un control de seguimiento de trayectorias PD. Una comparación de las trayectorias en el seguimiento para la trayectoria de referencia definida como el patrón de marcha obtenido por el neurodecodificador se muestra en la Fig.5.6 y el error se observa en la Fig. 5.7

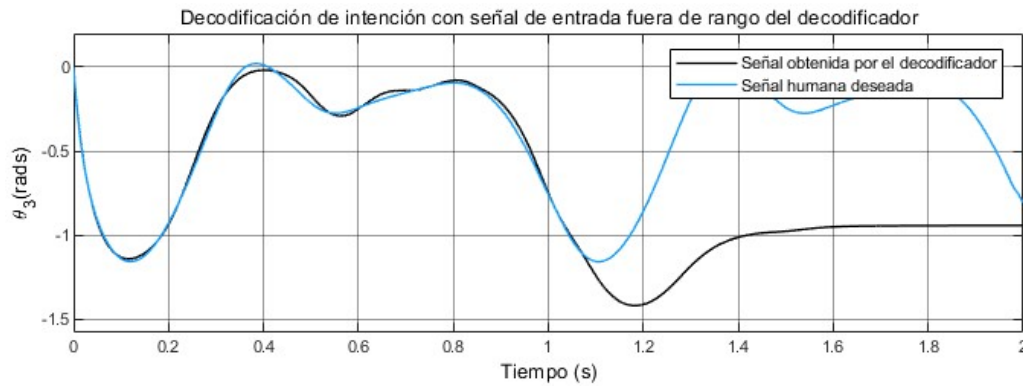


Figura 5.8: Comparación de la señal decodificada con la señal humana deseada con entradas fuera de rango

### Decodificador neural

Al implementar el decodificador neural que recibe como entradas las señales de la cadera y el muslo, es decir las señales residuales, y devuelve la trayectoria de la rodilla, y aplicando una señal fuera de rango al decodificador para enfatizar la necesidad de la participación humana, se obtiene el comportamiento que se muestra en la Fig. 5.8.

#### 5.7.3. Control con EGHLC en lazo abierto

Como hemos mencionado, la implementación de prótesis hace inevitable la interacción humano-máquina, sin embargo en muchas aplicaciones, como en esta interacción el humano no tiene una intervención más allá de la imposición de estados al sistema mediante la propagación de su intención por la extremidad residual, el sistema, entonces, mediante un sistema de control autónomo busca alcanzar la intención deseada. Pero el estado logrado no es considerado por el humano en la mayoría de los casos, y sólo sigue su comportamiento natural esperando que el sistema de control de la prótesis resuelva el problema de restablecer su sistema motriz. En este caso estamos ante un sistema donde el humano participa pero no ejecuta acciones adicionales a las naturales, y más que eso, no se asume una retroalimentación de los estados de la prótesis para influir en su control, esto es, se está ante un sistema de control en lazo abierto con el humano. En este punto presentamos los resultados de un experimento considerando este esquema en lazo abierto aplicando el EGHLC.

El experimento consiste en suponer que alguna de las señales residuales no resulta dentro del margen considerado. Lo que representa la posibilidad de que el humano realice alguna acción fuera de lo que el diseño de la prótesis junto con su controlador pueden alcanzar. En particular se considera una variación del rango de la señal para la que fue diseñado el decodificador neural. Recordemos que este decodificador considera una señal sintética que corresponde al desplazamiento vertical de la cadera. Entonces para observar las consecuencias de un error debido a una señal muy alejada de los



Figura 5.9: Error de seguimiento de intención en la implementación del EGHLC en lazo abierto

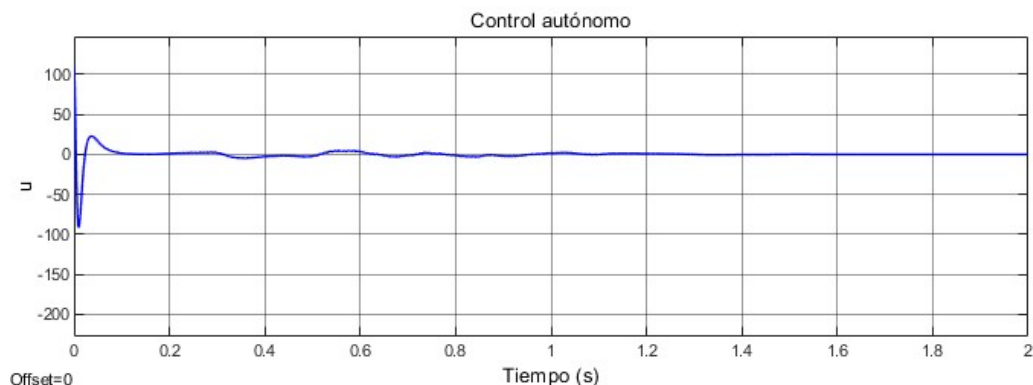


Figura 5.10: Señal del control autónomo

valores esperados, se considera que en lugar de tener una señal de  $[0, 2\pi]$ , se tiene una de  $[0, 4\pi]$ . Aunque el decodificador no fue diseñado para este rango, el cual pudo deberse a varias razones como simplemente un movimiento poco común por parte del humano o simplemente un error en la lectura, dada la robustez de las redes neuronales, el sistema no diverge, simplemente presenta una trayectoria diferente de marcha. Pero dado que el valor está fuera de los parámetros de diseño de la red, es muy posible que la trayectoria conseguida no sea la esperada por el amputado. En cuyo caso, éste tendría que intervenir. Sin embargo, aquí se considera que no existe tal intervención para observar el comportamiento del sistema en lazo abierto con el humano, y compararlo en el siguiente punto dentro del esquema en lazo cerrado. La comparación de la señal deseada por el humano y la señal conseguida mediante el control autónomo con la señal de intención decodificada se presenta en la Fig. 5.8.

Y en la Fig. 5.9 se muestra el error de seguimiento de intención en el EGHLC en lazo abierto, donde se observa que después del primer ciclo de marcha, aprox. 1s, el error incrementa debido a que el sistema de neurodecodificación no logra identificar adecuadamente la intención con un parámetro fuera de los rangos de diseño. En la Fig. 5.10 se presenta la señal de control producida por el control autónomo.





Figura 5.11: Comparación de señales en la implementación del EGHLC en lazo cerrado

#### 5.7.4. Control con EGHLC en lazo cerrado

Como se mencionó en el apartado anterior, se considera para el experimento el caso en que una de las señales recibidas por el controlador de la prótesis está fuera del rango de diseño, además, se considera ahora la inclusión de una señal ambiental para considerar que el motivo de esa señal fuera de rango se debe a una reacción ante un ambiente inesperado, por ejemplo, durante la marcha, se puede encontrar frente a un obstáculo el cual debe pasar, tal vez exagerando el movimiento de las extremidades. Un caso posible sería un charco o un bache en el camino que no puede ser rodeado, en esta situación quizás el humano busque lograr un ángulo mayor de extensión que no se encuentra dentro del rango activo por lo que incluso un humano sano no podría alcanzar, pero podría lograr aplicando una fuerza con las manos para mover su pierna y lograrlo. Aquí, de ser ese el caso, el humano podría indicarle a la prótesis que se requiere de un ángulo mayor al que puede transmitir a la extremidad residual de forma natural. Por otro lado, habrán ocasiones donde la señal fuera de rango percibida por el controlador de la prótesis simplemente se deba a un error de lectura. En ambos casos se requerirá la intervención del humano quien conoce su intención y de acuerdo con ésta, puede aplicar la señal que se requiera para llevar al sistema a la señal de intención real, que como se menciona también en el punto anterior, puede deberse a una influencia ambiental.

Esta simulación corresponde al mismo caso anterior en el que la señal de intención recibida está fuera de rango y se incluye una señal ambiental para justificar esta señal. Se toma en cuenta la señal de intención del humano que, bajo un esquema EGHLC en retroalimentación, es utilizada para generar la señal extendida del humano que se aplica al sistema prótesis-controlador a fin de llevar a cero el error de intención.

En la Fig. 5.11 se muestra el resultado del seguimiento de intención considerando un modelo humano basado en PID en el EGHLC en lazo cerrado.

Finalmente en la Fig. 5.12 se puede observar cómo, después del transitorio, la participación del humano es pequeña, ya que sólo busca compensar la señal que se sumó a la referencia como señal ambiental, mientras que en el segundo ciclo, su participación es mayor, ya que debido a que el control de seguimiento falla en la

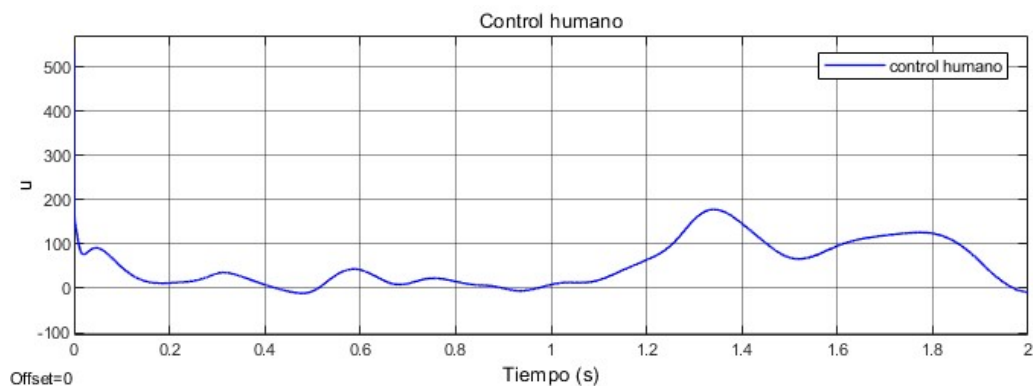


Figura 5.12: Señal de control humano aplicada en la implementación del EGHLC en lazo cerrado

decodificación, el humano debe influir con mayor esfuerzo para corregir este problema. Como puede observarse, en el primer ciclo de marcha se muestra un error transitorio debido a la diferencia en condiciones iniciales, después se logra seguir la señal de intención, pero se percibe aún un fuerte efecto del controlador de seguimiento, ya que comparando con la señal obtenida por el neurodecodificador, existe una gran similitud. Mientras que en el segundo ciclo, en el cual el neurodecodificador no logró obtener una buena señal conforme a la intención del humano, el control humano corrige el error logrando seguir mejor la señal de intención pero con un desfazamiento. Esto se debe al retardo que presenta la observación del humano para actuar, lo cual es posible resolverse adaptando un sistema de predicción de intención mediante mecanismos inteligentes como las RNN.

## 5.8. Conclusiones

En conclusión, el esquema propuesto representa una generalización de los esquemas con *human-in-the-loop* bajo control compartido adecuado. El esquema representa en lazo abierto un esquema de control compartido directo, donde el humano a través de las señales residuales y su intención indica al sistema controlado la trayectoria que debe seguir. Dentro de este esquema en lazo abierto entran también los esquemas basados en control de impedancia que no tiene retroalimentación con el humano pero sí se mantiene una interacción entre humano-máquina. Por otro lado, el EGHLC en lazo cerrado muestra un esquema conveniente para medir o estimar la participación humana, así como para emular la interacción entre los controles humano y autónomo y prever consideraciones de diseño.

El esquema propuesto es útil para estudiar la corrección por el humano de los errores en la dinámica del controlador autónomo debidos, por ejemplo a errores de modelado, identificación o sincronización. Así como la participación del humano para ajustes finos, requeridos debido a errores de decodificación de intención por la falta o a la condición inadecuada de las señales residuales. De igual manera, para considerar su actuación ante perturbaciones como las ambientales, en cuyo caso el amputado

puede requerir un estado fuera de los límites logrados por el controlador autónomo, por ejemplo al requerirse una flexión o extensión no usual. Es decir, permite garantizar la satisfacción, confort y seguridad del usuario.

Se propone entonces un modelo del humano, útil en el estudio de la interacción del humano y controladores autónomos. En particular se prueba su implementación y utilidad para el esquema de control con *human – in – the – loop* bajo control compartido. El esquema propuesto de control con *human – in – the – loop* bajo control compartido contribuye a resolver el problema de satisfacción del amputado ante la implementación de prótesis de extremidad inferior como una alternativa que atenúa dicho problema al incluir la participación activa del usuario para asegurar su satisfacción, además de permitir de esta manera establecer un entorno más seguro y cómodo, dando la oportunidad al usuario de actuar ante comportamientos no deseados originados por el sistema autónomo.

Para mejorar el modelo, es posible agregarle la capacidad adaptativa y de aprendizaje, incluso psicológica. Por otro lado, debería considerarse un modelo inherentemente estable para hacer más adecuada la emulación de un humano.



## Capítulo 6

# Control óptimo PD para Prótesis Activas con métodos de aprendizaje profundo

### 6.1. Introducción

El diseño de controladores a menudo se ha centrado en mejorar el rendimiento de los controladores clásicos, y es común referirse a controladores lineales PD y PID (proporcional-integral-derivativo), aprovechando las conocidas ventajas de estos controladores ampliamente utilizados en la industria. En el trabajo de [95] se mapea un PD en una estructura no lineal basada en lógica difusa obteniendo una minimización del error de seguimiento de la trayectoria. En [96] proponen la identificación de un sistema dinámico en línea para mejorar el desempeño de un PD que muestre robustez a perturbaciones externas y cambios paramétricos; los resultados de [97] muestran mejoras en el seguimiento de trayectorias bajo incertidumbre paramétrica al agregar, a un PD, un compensador, diseñado con redes neuronales. De manera similar, [98] configuró un PD al que agrega un término de cancelación de perturbaciones, definiendo tres funciones de cancelación diferentes.

En particular, se han desarrollado muchas investigaciones relacionadas con la actualización de PD óptimo basado en LQR. En [99], se presenta un diseño sin modelo del controlador LQR estocástico para sistemas lineales sujetos a ruido gaussiano, desde la perspectiva de la optimización primal-dual, que proporciona información para comprender los algoritmos RL comunes. [100] propone un regulador cuadrático lineal de aprendizaje iterativo en línea (OILLQR) con control de aprendizaje iterativo adaptativo para controlar el seguimiento de la trayectoria de un exoesqueleto de pierna para rehabilitación. [101] presenta un regulador cuadrático lineal (LQR) basado en un controlador de optimización de PD para mejorar el rendimiento dinámico de un sistema de regulación automática de voltaje (AVR). Se usa una optimización basada en biogeografía (BBO) para ajustar las ganancias del controlador, y la función de

costo del error porcentual absoluto medio (MAPE) se usa para garantizar un rendimiento efectivo. Por su parte, [102] presenta una metodología de control híbrido a través de la combinación del controlador tradicional proporcional-integral-derivativo (PID) y el controlador óptimo regulador cuadrático lineal (LQR). Los parámetros de ganancia del controlador PID clásico se determinan utilizando los elementos de la matriz de ganancia de retroalimentación LQR. El rendimiento de LQR basado en el controlador LQR propuesto se mejora utilizando el método de optimización del algoritmo genético que se adopta para obtener valores óptimos para la ganancia de los parámetros del controlador LQR. Se ha mejorado el controlador PD-LQR para trabajar con sistemas no lineales, y se han realizado algunas mejoras para adaptarse a cambios de parámetros como [100], pero no existen métodos que generen controladores adaptables a cambios estructurales de sistemas, en particular, a la adaptación de sistemas con arquitecturas más complejas.

En los últimos años, la fusión de la inteligencia artificial y la teoría del control ha experimentado un gran desarrollo. Esto ha permitido obtener el modelo de sistemas útil en el diseño e implementación de controladores, así como el diseño directo de controladores, logrando controladores inteligentes. En el trabajo de [103], por ejemplo, las redes neuronales se aplican para modelar funciones no lineales inciertas y el controlador se diseña combinando backstepping y control adaptativo. Por su parte, [104] ajustó los parámetros del controlador utilizando la convergencia de los pesos sinápticos de redes neuronales basadas en funciones de base radial y control adaptativo con modelo de referencia. En [105, 106], se han utilizado redes neuronales basadas en perceptrones multicapa y redes neuronales recurrentes para modelar e identificar sistemas dinámicos; y redes neuronales recurrentes de alto orden en control adaptativo [94], así como aprendizaje por refuerzo donde su analogía con el control óptimo ha sido observada y explotada por [107, 108].

El diseño original de la GAN se implementó para la generación de imágenes a partir de un espacio latente (ruido) [109]. Las GANs condicionales han sido definidas por [110] para obtener una imagen producida por el generador que satisfaga una determinada característica. El discriminador reconocerá la información condicional como una característica necesaria en las imágenes entrantes. Algunos de los trabajos más relevantes que han establecido el estado del arte de GAN, principalmente con aplicaciones a imágenes, son: [111], donde los autores proponen redes convolucionales profundas generativas antagónicas (DCGAN) para mejorar el desempeño de las CNNs logrando aplicaciones a la representación general de imágenes; [112] presenta recomendaciones para construir GAN incluyendo técnicas para resolver los problemas de inestabilidad de estas redes; en el trabajo de [113] se aplica C-GAN para generar imágenes condicionadas a otras imágenes de referencia [114]. C-GAN resuelve el problema de encontrar una condición que no está directamente relacionada con una salida, se aplica un filtro pasa bajas sobre las ganancias producidas [110].

En este capítulo, se busca explorar y analizar las GANs y su aplicación en el diseño de controladores. Primero se diseña un marco de referencia para la implementación de GANs en el control de sistemas no lineales, ya que, como se destaca en los trabajos de [115] y [116] ante problemas distintos a los convencionales en el uso de GANs, es

necesario definir los espacios de verdad útiles como referencia para futuras investigaciones relacionadas, en nuestro caso, útiles en el control de sistemas no lineales. Se amplía el espacio latente agregando la entrada (señal de control) y la salida (trayectoria seguida) del sistema no lineal. Y luego, se explota la capacidad de las GANs; por un lado aprender y producir esquemas de control adaptables a cambios de parámetros a través de la particularidad de las redes C-GAN; y por otro, para la generación de controladores capaces de adaptarse a sistemas más complejos que aquellos con los que fueron entrenados, siempre que exista alguna compatibilidad estructural. En particular, para probar esta capacidad, el C-GAN se entrena con un espacio de verdad proporcionado por la información sobre un péndulo simple, y luego, la red entrenada se usa para controlar un robot de pruebas de prótesis de extremidades inferiores.

Las principales contribuciones de este trabajo son:

- 1) El control PD propuesto puede asegurar un rendimiento óptimo mediante el entrenamiento LSTM-GAN.
- 2) El mecanismo de diseño del controlador propuesto da una dirección novedosa para el controlador óptimo sin modelo.
- 3) Se obtiene un LQR estocástico sin modelo para sistemas no lineales basado en la teoría de optimización mediante juegos de suma cero.
- 4) Se presenta un controlador que, entrenado con un sistema elemental no lineal (el péndulo), es capaz de generar controladores para sistemas más complejos como un robot rígido de  $n$  eslabones de forma condicionada al estímulo-respuesta del sistema, aprovechando la capacidad de la GAN.

## 6.2. Control óptimo PD del robot

La dinámica de un robot manipulador rígido serial de  $n$  eslabones se puede escribir como

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + F(\dot{q}) = \tau \quad (6.1)$$

donde  $q \in \mathfrak{R}^n$  denota las posiciones de los eslabones,  $\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$  denota la velocidad de los eslabones,  $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia,  $C(q, \dot{q}) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  es la matriz centrípeta y de Coriolis,  $g(q) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de gravedad,  $F \in \mathfrak{R}^n$  son los términos de fricción (fricción de Coulomb) y  $\tau \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de control (entrada).

La ley del PD industrial clásico es

$$\tau_{PD} = -K_p(q - q^d) - K_d(\dot{q} - \dot{q}^d) \quad (6.2)$$

donde  $K_p$  y  $K_d$  son matrices positivas definidas, simétricas y constantes, que corresponden a coeficientes proporcionales y derivativos,  $q^d \in \mathfrak{R}^n$  es la posición deseada de la articulación,  $\dot{q}^d \in \mathfrak{R}^n$  es la velocidad deseada de la articulación. Primero discutimos el caso de regulación. La posición deseada es constante, es decir,  $\dot{q}^d = 0$ .

El error de regulación de posición de la ley de control PD (6.2) está acotado en una bola de radio  $\bar{d}$ . Si usamos una función candidata de Lyapunov como

$$V_{PD} = \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q}, \quad \tilde{q} = q - q^d \quad (6.3)$$

De la propiedad  $\dot{q}^T \left[ \dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0$  y  $\dot{q}^T (G + F) \leq \dot{q}^T K_1 \dot{q} + (G + F)^T K_1^{-1} (G + F)$ , donde  $K_1$  es una matriz definida positiva,  $K_1 > 0$ . Considerando el controlador definido en la ecuación (6.2) la derivada de (6.3) es

$$\dot{V}_{PD} = -\dot{q}^T K_d \dot{q} + \dot{q}^T (G + F) \leq -\dot{q}^T (K_d - K_1) \dot{q} + \bar{d} \quad (6.4)$$

donde  $(g + f)^T K_1^{-1} (g + f) \leq \bar{d}$ ,  $\bar{d}$  puede ser considerada como la cota superior de  $g + f$ . Si elegimos  $K_d > K_1$ , el error de regulación  $\tilde{q}$  es acotado (estable), y  $\|\dot{q}\|_{(K_d - K_1)}$  converge a  $\bar{d}$ .

Aquí el control PD (6.2) solo requiere  $K_p > 0$  y  $K_d > K_1$ . Cabe mencionar, que este controlador no produce desempeños de controles óptimos. Para diseñar un controlador óptimo, como LQR, linealizamos la dinámica del robot (6.1) alrededor de una posición nominal  $(q_1, \dot{q}_1)$ . Se puede reescribir como

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (6.5)$$

donde  $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$ ,  $f(x) = [\ddot{q}^T, -M^{-1}(C\dot{q} + G + F)]^T$ ,  $g(x)u = [0, 0, M^{-1}(q)\tau]^T$ . (6.5) puede ser linealizado en un punto de operación  $x_1 = (q_1, \dot{q}_1)$  como

$$\dot{x} = A_t x + B_t u \quad (6.6)$$

donde

$$A_t = \left. \frac{\partial f(x, w(t))}{\partial x} \right|_{x=x_1}, \quad B_t = \left. \frac{\partial g(x, w(t))u}{\partial u} \right|_{x=x_1}$$

Consideramos que,  $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$ ,  $g(q)$ , y  $F(\dot{q})$  en el modelo del robot (6.1) son desconocidos. Entonces  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $A_t$ , y  $B_t$  son desconocidos. Primero usamos  $A_t$  y  $B_t$  en (6.6) para diseñar un controlador PD óptimo basado en modelo, luego usamos los métodos de aprendizaje profundo, GAN y LSTM, para desarrollar un PD óptimo sin modelo. Probaremos que el control de PD óptimo sin modelo converge al basado en modelo.

El control de retroalimentación de estado para el sistema lineal (6.6) es

$$u = -Kx \quad (6.7)$$

Dado que  $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$ , si  $K$  tiene la forma de  $K = [K_p, K_d]$ , el control de regulación es

$$u = -K_p q^T - K_d \dot{q}^T \quad (6.8)$$

El control de retroalimentación de estado (6.7) es el control PD. El control de retroalimentación es estable  $u = -Kx$  si

$$K : A_t - KB_t \text{ es estable} \quad (6.9)$$

Diseñamos, además, un control óptimo para (6.7) o (6.8). El objetivo del control óptimo, LQR mencionado, es minimizar

$$J(u) = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6.10)$$



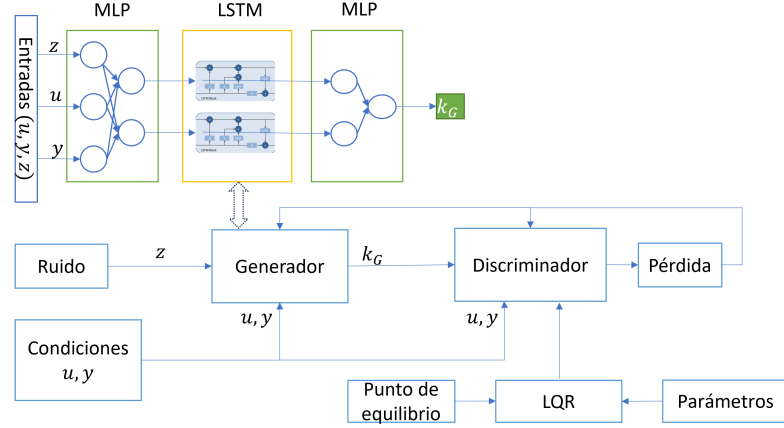


Figura 6.1: Control PD óptimo basado en C-GAN (GAN-PD).

### 6.3. Control óptimo PD utilizando una red antagónica generativa condicional

El control óptimo PD LQR necesita el sistema linealizado (6.6) en el punto de operación particular  $x_1 = (q_1, \dot{q}_1)$ . Si el modelo del robot (6.1) es parcialmente desconocido o se cambian los puntos de operación, el control PD óptimo LQR varía y no está disponible.

Proponemos, entonces, un esquema de generación de ganancias basado en una red antagónica generativa condicional (C-GAN), que brinda un control PD óptimo basado en datos. Este controlador no dependerá del modelo de robot ni de los puntos de operación. Usaremos la red antagónica generativa (GAN) para realizar el control PD óptimo.

La idea básica de GAN es un juego de dos jugadores [117]. Un jugador se llama generador: crea muestras que están destinadas a tener la misma distribución que los datos de entrenamiento. El otro jugador se llama discriminador: examina las muestras para determinar si son reales o falsas. El generador está entrenado para engañar al discriminador. Para usar datos de entrada ( $u$ ) y salida ( $y$ ) para la generación de ganancia del controlador, la GAN debe ser condicional. Usamos una GAN especial, denominada GAN condicional (C-GAN). La estructura del control PD óptimo basado en C-GAN se muestra en la Figura 6.1. Esta estructura incluye 6 bloques esenciales: espacio latente (ruido), espacio de señal condicionante, espacio de verdad (LQR basado en modelo), generador, discriminador y función de pérdida.

1) Espacio latente. El espacio latente se define como,

$$Z = \{z_i\}, \quad (6.11)$$

cuyas componentes,

$$z_i \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (6.12)$$

donde  $z_i$  son números aleatorios normalmente distribuidos con amplitud normalizada

de acuerdo con  $Z = \frac{Z}{\max\{|Z|\}}$ .

2) Espacio de señales condicionales. C-GAN puede utilizar la información del sistema dinámico de dos formas: a) Cuando se pueden identificar los parámetros de la dinámica, C-GAN puede utilizar directamente el vector de parámetros como vector de condicionamiento. b) Cuando los parámetros no están disponibles, C-GAN puede utilizar los datos de entrada-salida como información condicional. Ambos pueden considerarse como un proceso de modelado de sistemas no lineales. Aquí, consideramos que los parámetros son desconocidos y usamos la señal de control que se aplica al sistema como señal de entrada, y la trayectoria seguida del sistema como salida para establecer las señales condicionales.

3) Espacio de la verdad. Las ganancias de verdad son la solución del control PD óptimo, basado en  $(A_t, B_t)$  y la ecuación de Riccati. El espacio probabilístico de verdad se define como  $(K_T, E_T, P_T)$ , donde  $K_T$  es el espacio muestral de las ganancias de verdad,  $E_T$  es la variable de evento en el punto de operación  $x_1$ .  $P_T$  es la función de probabilidad, definida como

$$P_T : E_T \rightarrow [0, 1], \quad P_T(E_T) = \int p_T d\tau$$

donde  $p_T$  es la distribución de probabilidad de las ganancias de verdad,  $E_T \sim p_T$

4) Generador. Se define el espacio probabilístico generado,  $(K_G, E_G, P_G)$ , aquí  $K_G$  es el espacio muestral de las ganancias generadas,  $E_G$  es el evento que estabiliza el sistema no lineal en las vecindades del punto de operación  $x_1$ .  $P_G$  es la función de probabilidad como

$$P_G : E_G \rightarrow [0, 1], \quad P_G(E_G) = \int p_G d\tau$$

donde  $p_G$  es la distribución de probabilidad de las ganancias generadas,  $E_G \sim p_G$ .

El generador  $G$  es una aplicación que asocia una entrada del espacio latente  $Z$  como en (6.12), con una ganancia del espacio  $K_G$ , condicionada por el control  $u$  y salida  $y$ ,

$$G : Z \times U \times Y \rightarrow K_G \quad (6.13)$$

Una vez que se ha entrenado la GAN,  $G$  resulta ser un mapeo del espacio latente al espacio de ganancia generado, condicionado por la respuesta de un sistema dinámico, es decir,

$$K_g = G(Z, u, y, \theta^G) \quad (6.14)$$

donde  $\theta^G$  es el vector de parámetros. Definimos la función de distribución de probabilidad del espacio generado  $p_G$  como una función parametrizada por los parámetros  $\theta^G$ ,  $p_G(K_T, \theta^G)$ . El objetivo de entrenamiento es estimar  $\theta^G$ . Se puede tomar como la máxima verosimilitud entre los espacios  $K_T$  y  $K_G$

$$\theta^{G*} = \arg \max_{\theta^G} \mathbb{E}_{K_T \sim p_T} \log p_G(K_T; \theta^G), \quad (6.15)$$

que puede considerarse como una minimización de la divergencia KL

$$\theta^{G*} = \arg \min_{\theta^G} D_{KL}(p_T(K_T) || p_G(K; \theta^G)). \quad (6.16)$$

Entonces el generador produce  $K_G$  con la misma distribución de probabilidad que  $p_T$

$$p_T(K) = p_G(K, \theta^G) \quad (6.17)$$

5) Discriminador. El discriminador separa el vector de entrada,  $E_T \in K_T$  o  $E_G \in K_G$ , y da la probabilidad correspondiente,  $p(a \in K)$ , esto es, la probabilidad de que se reconozca que  $a$  proviene del espacio correcto. Es  $K_G$  si  $a \in K$  proviene del generador. Es  $K_T$  si proviene del espacio de la verdad. El discriminador también recibe las señales condicionales de entrada y salida, como información complementaria al vector de ganancia generado. El discriminador considera las ganancias como "válidas", si corresponden con la misma distribución que el espacio de verdad. El mapeo del discriminador resulta como

$$D : K \times U \times Y \rightarrow P \quad (6.18)$$

donde  $P$  es una probabilidad. Entonces, el discriminador se puede definir como una función que toma una ganancia,  $k \in K$ , como entrada y devuelve la probabilidad de que  $k \in K_T$ . Parametrizando con  $\theta^D$ , tenemos

$$p(k \in K_T) = D(k, u, y; \theta^D) \quad (6.19)$$

o

$$p(k \in K_G) = 1 - D(k, u, y; \theta^D) \quad (6.20)$$

6) Juego de dos jugadores. El juego de dos jugadores está representado por (6.14) y (6.19), que son diferenciables con respecto a sus entradas y sus parámetros. Ambos jugadores tienen funciones de costo que se definen en términos de los parámetros de ambos. El discriminador quiere minimizar  $J^D(\theta^D, \theta^G)$  y debe hacerlo solo modificando  $\theta^D$  [118]. Por otro lado, el generador busca minimizar  $J^G(\theta^D, \theta^G)$  solo controlando  $\theta^G$ . Definimos  $\theta^D \in \Theta^D$  y  $\theta^G \in \Theta^G$  como las estrategias discriminadora y generadora, respectivamente.  $\Theta^D$  y  $\Theta^G$  son los espacios de estrategia. Las funciones de costo de los jugadores son

$$J^D, J^G : \Theta^D \times \Theta^G \rightarrow \mathcal{R} \quad (6.21)$$

Entonces tenemos un equilibrio local de Nash  $(\theta^D, \theta^G)$  si

$$\frac{\partial J^D}{\partial \theta^D} = 0, \quad \frac{\partial J^G}{\partial \theta^G} = 0 \quad (6.22)$$

y

$$\frac{\partial^2 J^D}{\partial \theta^{D^2}} \geq 0, \quad \frac{\partial^2 J^G}{\partial \theta^{G^2}} \geq 0 \quad (6.23)$$

Dado que la función discriminadora puede entenderse como la clasificación entre verdadero o falso, entonces, es conveniente aplicar la función de entropía cruzada para la clasificación binaria como función de costo para el discriminador. [117], esto es

$$J^D = E_{k_T \sim p_T(k_T)}[\log D(k_T, u, y; \theta^D)] \\ + E_{z \sim p_z(z)}[\log(1 - D(G(z, u, y; \theta^G)), u, y)]$$

Entonces,

$$J^D = E_{k_T \sim p_T(k_T)}[\log(p(k_T \in K_T))] \\ + E_{z \sim p_z(z)}[\log(p(k_G \in K_G))]$$

Considerando el juego como suma-cero,

$$J^G + J^D = 0 \quad (6.24)$$

La función objetivo de la GAN es

$$\min_G \max_D V(D, G), \quad V(D, G) = J^G = -J^D \quad (6.25)$$

#### 6.4. Control PD óptimo utilizando LSTM-CGAN

Considerando que el generador produce ganancias con la misma distribución de probabilidad que el control LQR en el espacio de verdad, las cuales provienen de la linealización del sistema en diferentes puntos de operación y diferentes parámetros. La referencia deseada es  $y_d(t)$ . El generador produce ganancias que estabilizan el sistema y obtienen un rendimiento óptimo, de forma que el error de seguimiento

$$e = y(t) - y_d(t) \quad (6.26)$$

converge. El generador recibe el punto de referencia deseado en cada instante

$$K_G = G(z, u, x_1(t)) \quad (6.27)$$

dado que la convergencia de la GAN asegura la producción de ganancias con la misma distribución que el espacio verdadero y el espacio verdadero contiene controladores basados en un LQR

$$K_G(t) = R^{-1} B_t^T P \quad (6.28)$$

el cual corresponde a la solución de la ecuación de Riccati,  $B_t$  proveniente de una linealización instantánea que se lleva a cabo indirectamente por el generador. Entonces

$$u(t) = K_G(t)e(t) \quad (6.29)$$

Dado que las entradas del generador,  $(u, y)$ , son señales continuas. Estas dos series de tiempo se pueden usar para modelar el robot usando LSTM, que son convenientes en la identificación de sistemas no lineales cuando la información es secuencial [119].

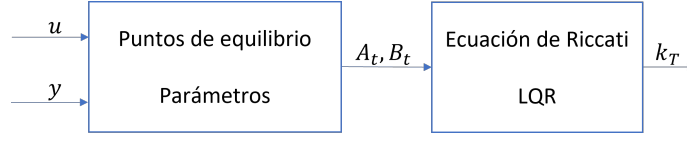


Figura 6.2: Esquema general de identificación y generación de ganancias

La hipótesis de la suficiencia de  $(u, y)$  en la identificación del sistema es la motivación para definir estas señales como los condicionantes de la GAN. Es decir, con las señales  $(u, y)$  el generador identifica el sistema en línea y genera una ganancia que corresponde a un controlador LQR, no requiriendo linealización de la red ni del modelo identificado como en el caso de la linealización instantánea [120].

El generador basado en redes neuronales consiste en dos partes: 1) Usar LSTM para modelar las relaciones dinámicas de los pares  $(u, y)$ . 2) Uso de perceptrones multicapa (MLP) para mejorar la precisión del modelado a través de una extracción previa de características, ver Figura 6.1.

1) Considerando el control,  $u$ , y la respuesta del sistema,  $y$ , la estructura de la GAN correspondiente a la identificación puede ser implementada por

$$\hat{y} = \sigma(W_O(k)[y(k-1), u(k)]) \tanh(x(k)) \quad (6.30)$$

donde

$$x(k) = \sigma(W_F(k)[y(k-1), u(k)])x(k-1) \quad (6.31)$$

con  $W_F$  y  $W_O$ , los pesos de la LSTM. Más detalles de las ecuaciones (6.30) y (6.31) se encuentran en [119].

2) Los perceptrones multicapa se utilizan como

$$\hat{y}_i = F_i(W\Psi) \quad (6.32)$$

donde  $W$  es la matriz de pesos y  $\Psi = [u, y, z]^T$  es el vector de entrada.

Con las redes neuronales, el generador dota al controlador LQR de capacidad adaptativa, de forma que sus ganancias cambian según la distribución del espacio de verdad y la entrada-salida del sistema. El control (6.7) se puede reescribir como

$$u = -K[u(t), y(t)]e = -K(t)e \quad (6.33)$$

donde  $K$  se sintetiza como se muestra en la Figura 6.2.

Una vez entrenado el generador, éste define un sistema dinámico (mapeo dinámico) que recibe como entrada el espacio latente, que contiene las entradas-salidas del sistema, y produce un espacio de ganancias generadas  $K_G$  que tiene la misma distribución que el espacio de verdad de las ganancias  $K_T$ ,

$$K_G = G(z, u, y; \theta) \quad (6.34)$$

que puede interpretarse como el generador condicional de ganancias

$$\bar{K}(u, y) = G(z, u, y; \theta) \quad (6.35)$$

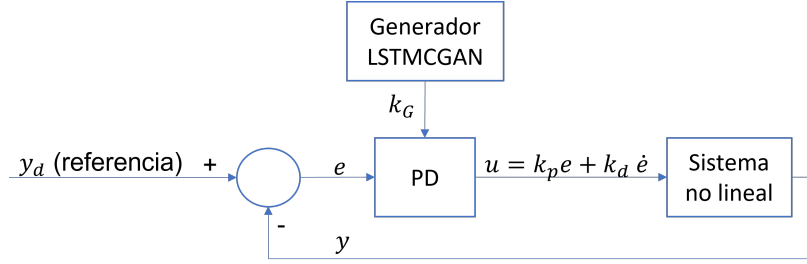


Figura 6.3: Control PD óptimo mediante LSTM-GAN

donde  $\theta$  corresponde a los parámetros de los pesos de la red neuronal. Sin embargo, la función  $K$  no está definida, pero el generador genera  $\bar{K}(t)$  que es una ganancia que corresponde a la distribución de ganancias de verdad  $K_T$  condicionada por  $(u, y)$ . El control finalmente resulta como

$$u = -\bar{K}(t)e \quad (6.36)$$

o

$$u = -G(z, u, y; \theta)e \quad (6.37)$$

El esquema final del controlador con generador de ganancia condicional, control PD óptimo LSTM-GAN, se muestra en la Figura 6.3.

## 6.5. Análisis de convergencia y estabilidad

En esta sección analizaremos las propiedades de convergencia y estabilidad del control PD óptimo propuesto, basado en C-GAN (GAN-PD), con respecto al control PD óptimo (LQR-PD). El análisis utiliza los siguientes dos lemas.

**Lema 6.1** *Para cualquier sistema no lineal continuo,*

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

*se puede aproximar mediante infinitos sistemas lineales por partes como*

$$\dot{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (A_t x + B_t u) + \zeta$$

*donde  $A_t$  y  $B_t$  son las matrices del sistema linealizado en cada intervalo de tiempo,  $\tau = [t_0, t_f]$  y  $\zeta$  es la cota del error de linealización.*

**Prueba 6.1** *Si se define un intervalo de tiempo,  $\tau = [t_0, t_f]$ , entonces se puede considerar que un sistema no lineal en este intervalo se define como*

$$f_i = f(x, u, t) \text{rect}(\tau) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ f(x, u, t) & t_0 < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (6.38)$$

donde  $\text{rect}(\tau) = H(t - t_0) - H(t - t_f)$ , siendo  $H$ , la función unitaria de Heaviside. Es decir,  $f_i$  existe solo en el intervalo de tiempo,  $\tau$ , y es igual a  $f$  en el intervalo.

Si definimos las ranuras de tiempo de tal forma que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bigcup_{i=1}^n \tau_i = t \quad (6.39)$$

Y linealizamos el sistema en cada ranura, obtenemos

$$f_i = A_t x + B_t u + \zeta_i \quad (6.40)$$

con

$$A_t = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \text{rect}(\tau), \quad B_t = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \text{rect}(\tau) \quad (6.41)$$

y  $\zeta_i$  el error de linealización. Entonces

$$f(x, u, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \{A_t x + B_t u + \zeta_i\} \quad (6.42)$$

se puede reescribir como

$$f(x, u, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (A_t x + B_t u) + \zeta \quad (6.43)$$

donde  $\zeta = \sum_{i=1}^n \zeta_i$  ■

**Lema 6.2** Para dos variables aleatorias  $k_T \in K_T$  y  $k_G \in K_G$ , sus funciones de distribución son  $\phi_{p_T} \in p_T$  y  $\phi_{p_G} \in p_G$ . Si sus distribuciones son similares

$$\|\phi_{p_T} - \phi_{p_G}\| < \delta \quad (6.44)$$

donde  $\|\phi_{p_T} - \phi_{p_G}\| = \sqrt{(\sum_i (\phi_{i,1} - \phi_{i,2})^2)}$  es la distancia de inicio de Frechet (FDI),  $\delta > 0$ , y la distancia de orden superior está acotada como

$$\xi + \delta < \epsilon$$

donde  $\delta$  es el límite de FDI,  $\xi$  es la norma de los momentos de orden superior,  $\epsilon$  la cota de la norma de todos los momentos, entonces  $k_G$  y  $k_T$  satisfacen

$$\|k_G\| \leq \|\epsilon\| + \|k_T\| \quad (6.45)$$

**Prueba 6.2** Si dos distribuciones  $p_T$  and  $p_G$  son iguales, entonces

$$\|\phi_{p_T} - \phi_{p_G}\| = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n (\phi_{i,p_T} - \phi_{i,p_G})^2 \right)} = 0 \quad (6.46)$$

Si las distribuciones no son iguales, sino similares, la distancia de inicio de Frechet (FDI) es

$$\|\phi_{p_T} - \phi_{p_G}\| = \sqrt{(\sum_{i=1}^2 (\phi_{i,p_T} - \phi_{i,p_G})^2)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{(\sum_{i=3}^n (\phi_{i,p_T} - \phi_{i,p_G})^2)} = 0 \quad (6.47)$$

Combinando (6.44) y (6.47),

$$\|\phi_{p_T} - \phi_{p_G}\| = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^2 (\phi_{i,p_T} - \phi_{i,p_G})^2\right)} + \xi < \delta + \xi < \epsilon$$

Esto significa  $\forall a \in K_T \exists \bar{a} \in K_G$ , entonces  $\|p_T(a) - p_G(\bar{a})\| \leq \epsilon$ , o  $\|k_T - k_G\| \leq \epsilon$ . Usando la desigualdad del triángulo

$$\|k_T - k_G\| \leq \|k_T\| + \|k_G\| \leq \epsilon \quad (6.48)$$

(6.48) es (6.45).

**Teorema 6.1** Si la distribución de LQR-PD,  $\phi_{p_T}$ , y las distribuciones GAN-PD,  $\phi_{p_G}$ , son similares a (6.44), entonces el control GAN-PD

$$u = -k_G x \quad (6.49)$$

puede estabilizar el modelo de linealización

$$\dot{x} = A_t x + B_t u \quad (6.50)$$

asintóticamente.

**Prueba 6.3** Para el sistema lineal (6.50), definimos la función de Lyapunov como

$$V = x^T P x, \quad P = P^T > 0 \quad (6.51)$$

Aplicando control C-GAN (6.49) al modelo linealizado (6.6) o (6.50),

$$\dot{V} = (A_t x - B_t k_G x)^T P x + x^T P (A_t x - B_t k_G x) \quad (6.52)$$

Del lema 2,  $k_G$  satisface (6.48),

$$\|k_G\| = \|\epsilon\| + \|k_T\|$$

donde  $\epsilon = k_G - k_T$ , es el error entre el control LQR-PD y el control C-GAN PD. El LQR PD es

$$u = -k_T x, \quad k_T = R^{-1} B^T P \quad (6.53)$$

donde  $P$  satisface la ecuación de Riccati,

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (6.54)$$



$Q \geq 0$  y  $R > 0$  son las matrices en la función de costo

$$J = \int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u dt$$

Como  $\epsilon > 0$ ,  $k_T > 0$ ,

$$k_G = \epsilon + k_T$$

Usando (6.53) y (6.54), (6.52) resulta

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x^T (A_t^T P - \epsilon^T B_t^T P - (R^{-1} B_t^T P)^T B_t^T P + P A_t - P B_t \epsilon - P B_t R^{-1} B_t^T P) x \\ &= x^T (-\epsilon^T B_t^T P - k_T^T B_t^T P - P B_t \epsilon - Q) x \\ &\leq x^T (\epsilon^T \epsilon + P B B^T P - k_T^T B_t^T P - Q) x \\ &\leq -x^T W x \end{aligned}$$

Usando el lema de LaSalle,  $x$  es asintóticamente estable. ■

**Teorema 6.2** Si la distribución de LQR-PD,  $\phi_{p_T}$ , y la distribución GAN-PD,  $\phi_{p_G}$ , son similares, de acuerdo a (6.44), entonces el control GAN-PD

$$u = -k_G x \quad (6.55)$$

puede estabilizar al sistema no lineal (6.1) o (6.5) y tiene el rendimiento óptimo (6.10).

**Prueba 6.4** Definimos la función de Lyapunov como

$$V = x^T P x, \quad P = P^T > 0 \quad (6.56)$$

Del Lemma 1, el sistema no lineal puede ser expresado como el siguiente sistema linealizado por tramos

$$\dot{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (A_t x + B_t u) + \zeta \quad (6.57)$$

Calculamos la derivada de (6.56) junto con (6.57),

$$\dot{V} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \sum_{t=1}^n (A_t x + B_t u) + \zeta \right]^T P x + x^T P \left[ \sum_{t=1}^n (A_t x + B_t u) + \zeta \right] \right\}$$

Usando el control GAN-PD (6.55),

$$\dot{V} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left( \sum_{t=1}^n (A_t x - B_t k_G x) + \zeta \right)^T P x + x^T P \left( \sum_{t=1}^n (A_t x - B_t k_G x) + \zeta \right) \right\} \quad (6.58)$$

Del Lemma 2,  $k_G$  satisface

$$\begin{aligned} \epsilon &= k_G - k_T \\ \|k_G\| &\leq \|\epsilon\| + \|k_T\| \end{aligned}$$

Usando el Teorema 1, cualquier  $\Lambda = \Lambda^T > 0$ , y la ecuación de Riccati

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + P\Lambda P + Q = 0 \quad (6.59)$$

(6.58) se transforma

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{t=1}^n x^T (A_t - B_t \epsilon - B_t k_T)^T P x + \sum_{t=1}^n x^T P (A_t - B_t \epsilon - B_t k_T) x \right. \\ &\quad \left. + x^T P \zeta + \zeta^T P x \right\} \\ &\leq \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n \left\{ x^T ((A_t - B_t \epsilon - B_t k_T)^T P + P(A_t - B_t \epsilon - B_t k_T) + P\Lambda P) x + \zeta^T \Lambda^{-1} \zeta \right\} \\ &\leq \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n (x^T Q x + \zeta^T \Lambda^{-1} \zeta) \\ &\leq - \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n x^T Q x + \bar{\zeta} \end{aligned}$$

donde  $\bar{\zeta} = \zeta^T \Lambda^{-1} \zeta$  es el límite superior del error de aproximación de la LSTM. Entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^n \|x\|_Q^2 \right) = \bar{\zeta}$$

Todos los estados están acotados y convergen a la cota superior del error de aproximación. ■

## 6.6. Aplicación a una prótesis de extremidad inferior

La prótesis de miembro inferior que se diseñó es una prótesis de control activo [121]. Se puede considerar como un robot de 4 grados de libertad, consulte la Figura 6.4. Este robot tiene una articulación prismática y tres articulaciones rotacionales, que representan el movimiento vertical de la cadera y las rotaciones en el plano sagital del fémur, la rodilla y el tobillo.

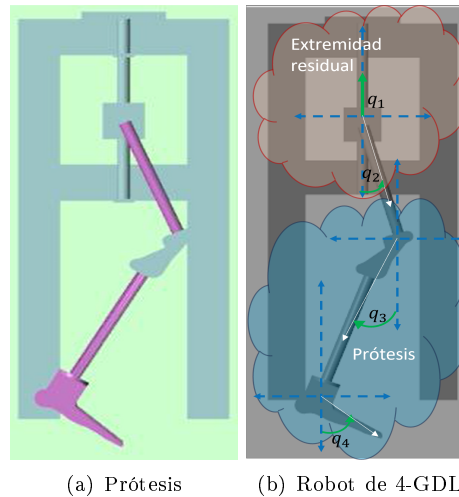


Figura 6.4: Prótesis activa de miembros inferiores

La prótesis activa de extremidad inferior puede ser modelada como (6.1) y ser linealizada como (6.5). Para el eslabón 1,

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{9.8}{l} \cos q_1 & -\frac{1}{m} \end{bmatrix}, B = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{10}{ml^2} \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

puesto que cada GDL, se puede considerar como un péndulo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \sin x_2 - \frac{k}{m} x_2 + \frac{1}{ml^2} u \end{aligned} \quad (6.61)$$

donde  $g = 9.8$ ,  $k = 1$ . Usamos el modelo de péndulo (6.61) para el modelo lineal de cada eslabón, porque cada articulación de la prótesis no se moverá en un gran espacio de trabajo, y se puede considerar que los péndulos tienen parámetros variables, por ejemplo, el cambio del centro de masa se puede considerar como una variación de la longitud del péndulo.

El control PD es

$$\tau = k_p e + k_d \dot{e}, \quad e = q_d - q \quad (6.62)$$

El entrenamiento de la GAN se realiza únicamente con datos derivados del péndulo, por lo que se describe detalladamente la generación del espacio de verdad mediante un control LQR aplicado al péndulo. Esto se debe a que el péndulo es un caso simplificado de un robot como la prótesis de miembros inferiores. Y se pretende comprobar que el generador entrenado con un péndulo simple es capaz de adaptarse a un sistema más complejo, que, sin embargo, mantiene una gran relación en su comportamiento. Es decir, cada articulación del robot se considera como un conjunto de péndulos con parámetros variables, donde, por ejemplo, el movimiento de un eslabón inferior puede interpretarse como un desplazamiento del centro de masa de un péndulo, que a su vez puede ser entendido como un péndulo de longitud variable.

El espacio de verdad está constituido por los  $K_T$  que producen el control, al resolver la ecuación de Riccati optimizando (6.10) para

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

con

$$Q_1 = 2877.8(ml)^2 + 22.765ml - 1.2698 \quad (6.64)$$

$$Q_2 = Q_1/10 \quad (6.65)$$

y  $R = .1$ . La ecuación (6.64) se obtuvo mediante interpolación de tal manera que se asegura un error de seguimiento inferior a 0,05.

Entrenamos el sistema con diferentes parámetros:  $l \in [0.2, 2]$ ,  $m \in [0.4, 4]$ ,  $x_0 \in [1, 6]$ . Definimos 700 muestras.

También se generaron señales de entrada y salida variando la señal de excitación de 1 a 6 para cada sistema y midiendo las señales de control,  $u$ , recibidas por el sistema, que se consideran para los datos para entrenar la GAN como señal de entrada. Y

guardamos la trayectoria,  $y$ , seguida por el sistema, considerada como señal de salida para los datos de entrenamiento.

Hay tres entradas al generador en la Figura 6.1: la señal de control del sistema,  $u$ ; la trayectoria seguida,  $y$ , y el ruido  $z$ , que es un vector de ruido gaussiano unidimensional. El generador tiene dos salidas:  $K_p$  y  $K_d$ . Usamos redes neuronales LSTM y dos perceptrones multicapa (MLP) para aprenderlos. La estructura de la aproximación es: LSTM tiene 3 capas y cada capa tiene 10 nodos, MLP tiene 2 capas y cada capa tiene 2 nodos. La entrada al discriminador son las ganancias  $K_p$  y  $K_d$ , y la entrada-salida del sistema  $(u, y)$ . La función de pérdida para el discriminador se define como

$$L_D = -E [\log(D(k_T, u, y))] - E [\log(1 - D(G(z, u, y), u, y))] \quad (6.66)$$

mientras la pérdida para el generador se define como

$$L_G = -E [\log(D(G(z, u, y), u, y))] \quad (6.67)$$

Se considera un cambio aleatorio de asociaciones del espacio de verdad y las señales de condicionamiento para mejorar la variabilidad del generador. La probabilidad de volteo aleatorio es  $p_f = 0.2$ . La optimización en la figura 6.1 usa el algoritmo Adam. El control GAN-PD es

$$u = K_g(z, u, y)e \quad (6.68)$$

Las distribuciones de las ganancias de LQR-PD  $\phi_{p_T}$  y GAN-PD  $\phi_{p_G}$  se muestran en la Figura 6.5.

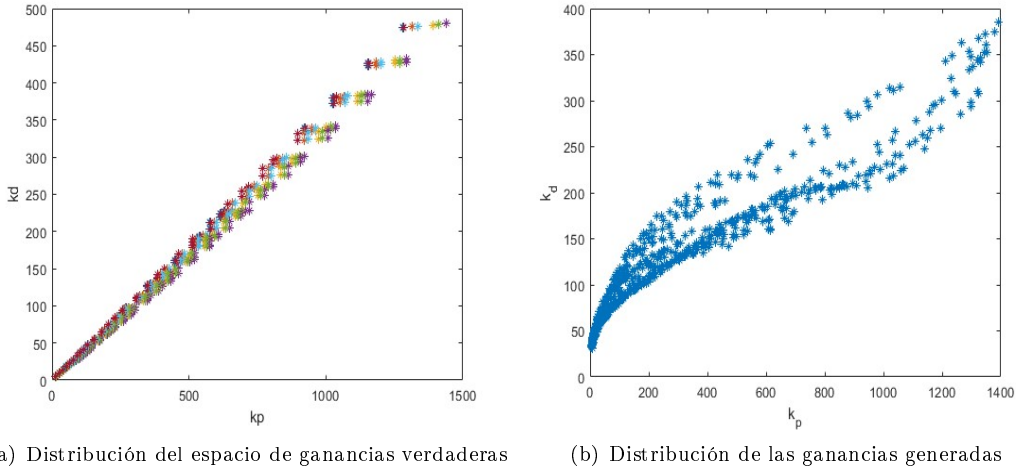


Figura 6.5: Distribución de ganancias

Los histogramas del espacio de verdad y el espacio generado se muestran en la Figura 6.6. La distancia de inicio de Frechet es  $FDI(K_p) = 31$ ,  $FDI(K_d) = 56$ . Estos valores son grandes, ya que los valores de las varianzas son grandes. Todavía es posible mejorar la GAN para una generación más adecuada.

La figura 6.9 muestra la puntuación obtenida por el generador y el discriminador durante el entrenamiento. Se observa que se ha alcanzado un óptimo en el juego de dos jugadores, es decir, el generador ya no puede mejorar sus ganancias generadas y el discriminador ya no puede mejorar su identificación entre  $K$  generado y verdadero. También se muestra que el puntaje del generador se mantiene alrededor de 0.4, mientras que el puntaje del discriminador está alrededor de 0.5, esto se debe al desorden de paridad aleatoria entre el espacio de verdad y las señales de condicionamiento que se aplicaron para obtener mayor variabilidad.

Para validar el buen desempeño de la LSTMCGAN-LQR propuesta, cambiamos la prótesis de plástico por una de acero. Las prótesis plásticas son de bajo costo y son suficientes para una implementación funcional en diversas aplicaciones. La figura 6.7 muestra los resultados del seguimiento de la cadera, el muslo, la rodilla y el tobillo. Podemos ver que LSTMCGAN-LQR es capaz de controlar satisfactoriamente la prótesis con elementos plásticos, manteniendo pequeños errores equiparables al PD.

Para la prótesis de acero, las densidades de los materiales se cambian de  $920\text{kg}/\text{m}^3$  a  $7850\text{kg}/\text{m}^3$ . La figura 6.8 muestra los resultados de seguimiento de prótesis de acero con el mismo control LSTMCGAN LQR. Claramente, el control clásico PD no logra seguir la trayectoria deseada, ya que este controlador es un control lineal que solo es capaz de controlar el sistema para el que fue diseñado, y posiblemente uno con ligeras variaciones. Pero LSTMCGAN-LQR puede estabilizar la prótesis después de modificar la densidad de los materiales sin realizar ninguna modificación en el controlador.

Finalmente, se compara LSTMCGAN LQR con los siguientes controladores: PD clásico (PD), control lineal clásico (LQR), control PD con LSTM (PD+LSTM) y control LQR basado en LSTM (NARMA-L2). Los resultados se muestran en la Tabla 6.1. Se puede observar que los controladores PD, LQR y PD+LSTM tienen un desempeño similar, con un gran error cuando cambia la masa. De estos tres, el PD+LSTM muestra un mejor seguimiento cuando la masa ( $0.5\text{kg}$ ) corresponde a lo que se consideró para diseñar los controladores, pero no logra realizar un seguimiento de la referencia para masas diferentes. Por otro lado, NARMA-L2 y LSTMCGAN LQR muestran desempeños similares, pero NARMA-L2 muestra oscilaciones en los instantes de cambio de masa, mientras que LSTMCGAN LQR es más estable y mantiene un menor error de seguimiento. Además, se observa que el error queda acotado de acuerdo al desempeño predefinido en el espacio de verdad, es decir, un error menor a 0.05, como se observa en la Tabla 6.1, donde también se observa que el LSTMCGAN LQR produce los menores errores ante variaciones de masa, mientras que NARMA-L2 presenta un error menor a 0.05 cuando la masa es de  $0.5\text{ kg}$  y  $2.5\text{ kg}$ , pero no para la masa de  $6.5\text{ kg}$ , donde presenta un mayor error 0.06. Esto muestra que, en general, el rendimiento del LSTMCGAN LQR es mejor que los controladores que se implementan para comparar. La figura 6.10 ilustra la comparación del rendimiento.

Es importante señalar que en nuestra implementación, aunque el espacio de verdad es pequeño y se basa únicamente en un sistema no lineal particular, el péndulo; los controles generados son capaces de adaptarse a un robot con 4 grados de libertad que no solo incluye articulaciones rotacionales, más afines al péndulo, sino también articulaciones prismáticas. Es posible una gran conexión entre la dinámica de ambos

|              | $m = 0.5 \text{ Kg}$  | $m = 2.5 \text{ Kg}$  | $m = 6.5 \text{ Kg}$ |          |
|--------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------|
| Controlador  | $e(t = 10 \text{ s})$ | $e(t = 30 \text{ s})$ | $e(t = 70)$          | $rmse$   |
| PD           | 0.0525                | 0.2261                | 0.4439               | 0.289209 |
| LQR          | 0.0492                | 0.2138                | 0.4263               | 0.276805 |
| PD+LSTM      | 0.0118                | 0.1929                | 0.4211               | 0.267504 |
| NARMA-L2     | 0.0031                | 0.0223                | 0.0634               | 0.038844 |
| LSTMCGAN LQR | 0.038                 | 0.0178                | 0.04                 | 0.025372 |

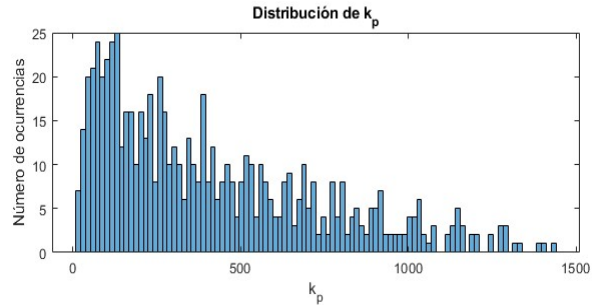
Tabla 6.1: Tabla comparativa de los errores de seguimiento para el péndulo de masa variable

sistemas. El condicionamiento mediante las señales de entrada y salida del sistema es adecuado.

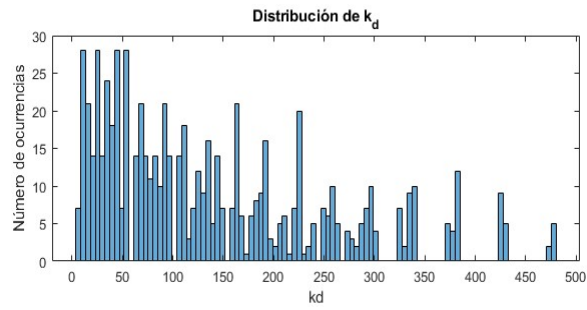
Por comparación con los trabajos realizados con imágenes, tener un espacio realmente amplio y con una mayor variedad de sistemas permitiría tener un sistema de control adaptable a cualquier sistema, en general se puede decir que se requiere tener una base tal que genera todo el espacio de los sistemas, siendo posible controlar cualquier tipo de sistema. Esta es una de las características más importantes de la GAN, la propiedad de generar, y no solo mapear como una red neuronal estándar, y la explotamos aquí. Alternativamente, se requiere definir una característica que funcione como señal condicionante que identifique cualquier sistema. Creemos que incluir filtros convolucionales inversos que reciban la salida y la entrada generaría esa señal condicionante que identifique al sistema, ya que la respuesta del sistema viene dada como la convolución entre el sistema y la entrada. El esquema de condicionamiento se puede ampliar para que el sistema esté condicionado, por ejemplo, por la señal de referencia y el error, pudiendo incluso generar señales de control directamente sin necesidad de la estructura base del PD.

## 6.7. Conclusiones

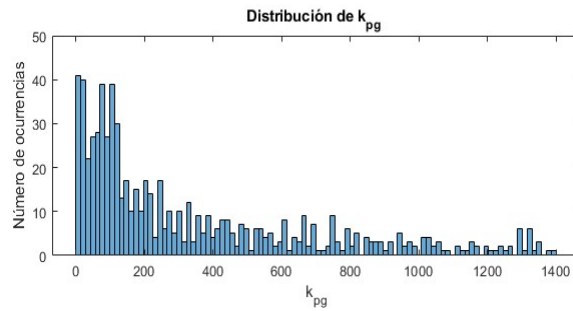
En este capítulo, proponemos un mecanismo novedoso para diseñar un control óptimo. Utiliza GAN y LSTM. Este controlador tiene muchas ventajas sobre los otros controladores, como el control PID, el control neuronal y otros controladores robustos. Se ha explorado la ventaja y aplicabilidad de C-GAN para admitir señales de condicionamiento para adaptarse a sistemas variables en el tiempo. Esto también puede ampliarse, y considerando una base de datos con un mayor número de controladores y diferentes tipos de controladores, es posible establecer los pesos del LQR como condiciones o elegir entre varios controladores, que con un sistema inteligente adicional, se pueden obtener. un esquema que elige el control más adecuado bajo ciertas condiciones deseadas.



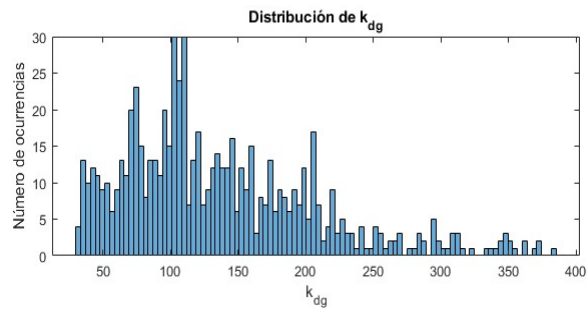
(a) Histograma del espacio de verdad  $k_p$



(b) Histograma del espacio de verdad  $k_d$

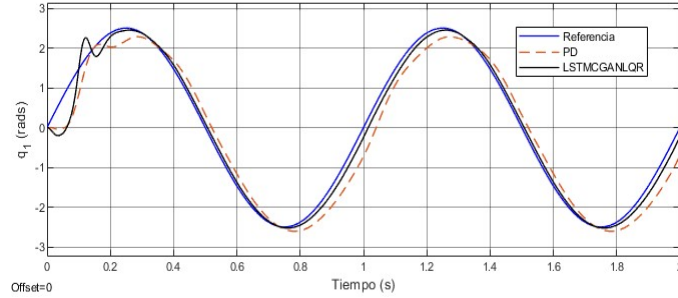


(c) Histograma de las  $k_p$  generadas

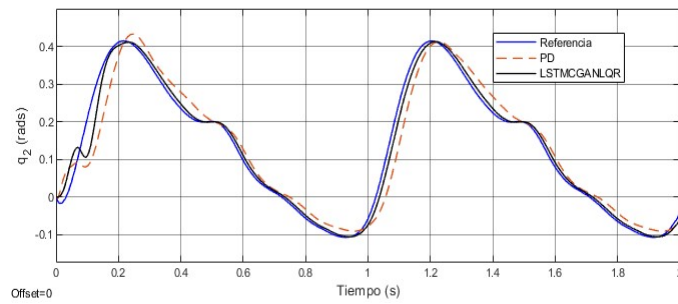


(d) Histograma de las  $k_d$  generadas

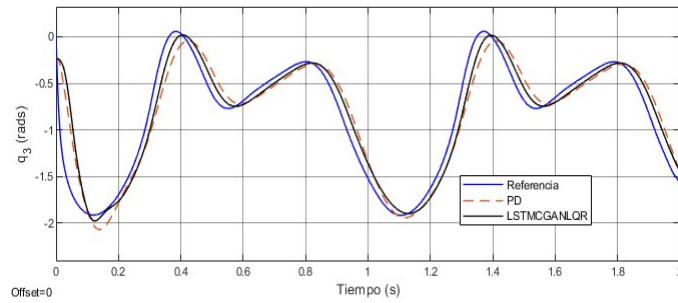
Figura 6.6: Histograma de las ganancias



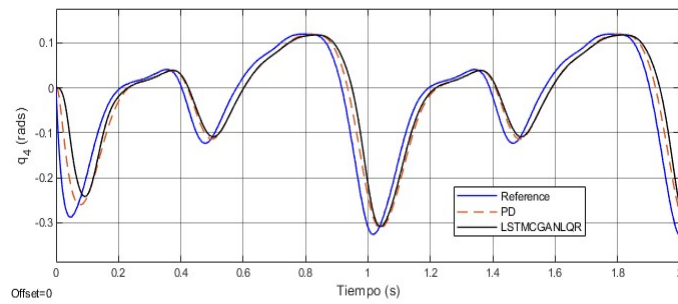
(a) Cadera



(b) Muslo



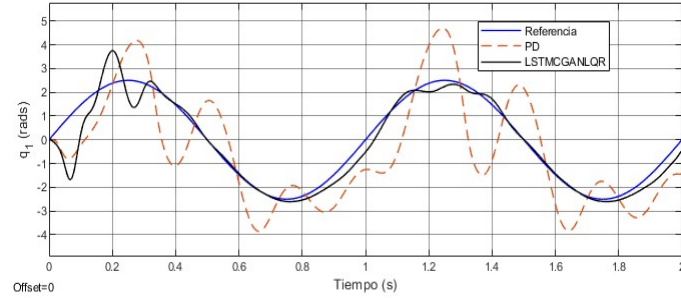
(c) Rodilla



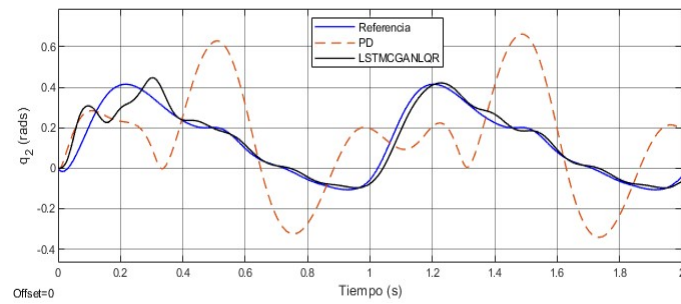
(d) Tobillo

Figura 6.7: Seguimiento de trayectorías en la prótesis de plástico

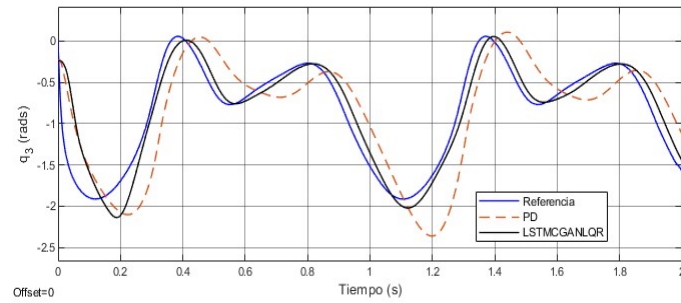




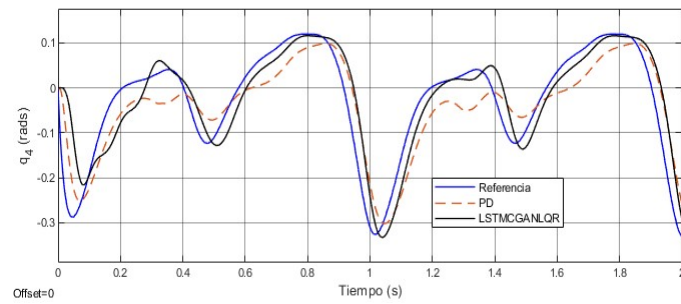
(a) Cadera



(b) Muslo)



(c) Rodilla



(d) Tobillo

Figura 6.8: Seguimiento de trayectorias en la prótesis de acero

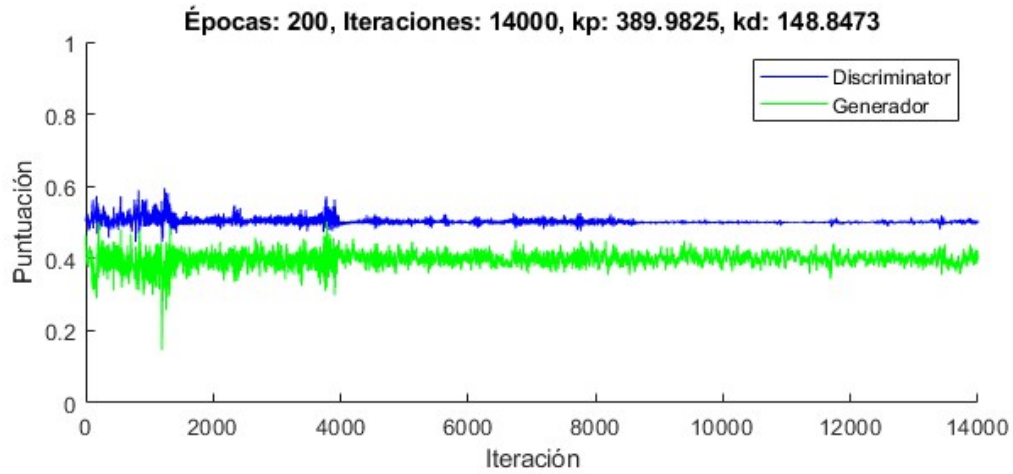


Figura 6.9: Puntuaciones del entrenamiento de la LSTM-GAN.

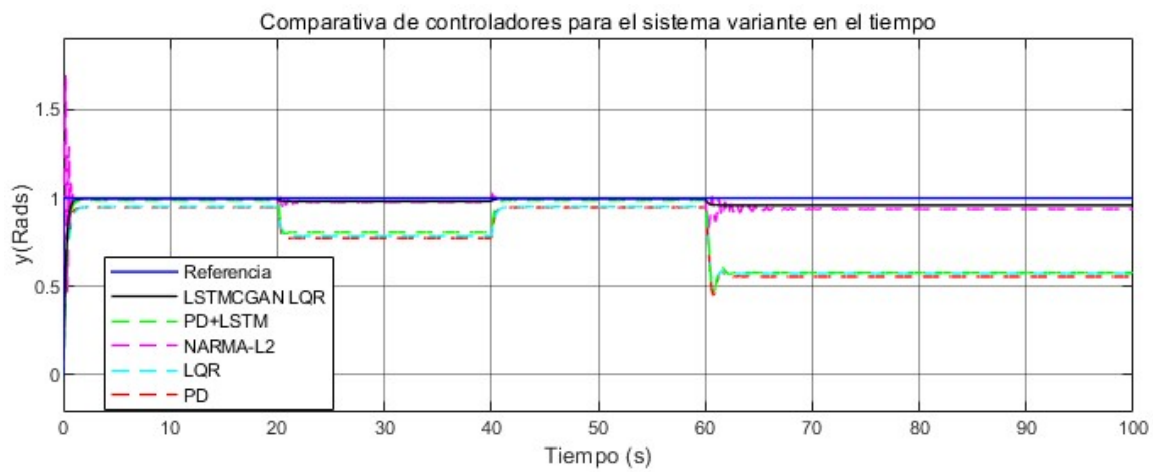


Figura 6.10: Comparativa del desempeño de controladores

## Capítulo 7

# Conclusión y trabajos futuros

### 7.1. Conclusión

Durante el desarrollo de esta investigación se diseñó una prótesis activa de extremidad inferior de bajo costo, que tiene como fin apoyar a los miles de amputados en México que no cuentan con la posibilidad de adquirir las prótesis comerciales actuales del mercado por su elevado costo. Por otro lado, se presenta con esto un prototipo para investigaciones que permitan el estudio de sistemas de control útiles en prótesis de extremidad inferior.

En particular, se estudió una prótesis de extremidad inferior basada en una rodilla policéntrica constituida por un mecanismo de 4 barras, logrando un equilibrio entre funcionalidad y complejidad. Se diseñó una extensión sensorial simple y de bajo costo que se conecta a la prótesis y se sujeta a la cintura, y provee la información de los estados de la cadera y la parte residual de la extremidad. Información que se mapea mediante un sistema basado en redes neuronales para generar los estados de la extremidad perdida. Este sistema resulta útil tanto como para amputados unilaterales como bilaterales, ya que no se basa en la información provista por la extremidad sana.

Para las pruebas en simulación, diseñamos un robot de pruebas de 2 – *GDL* que emula al humano, en particular, emula el movimiento de la cadera y el femur residual. La prótesis se conecta a este robot de manera rígida, logrando en conjunto un robot de 4 – *GDL*.

Por otro lado, se estudió el control de seguimiento de trayectorias aplicando las trayectorias producidas por un neurodecodificador basado en perceptornes multicapa y la extensión sensorial diseñada. Se realiza el análisis de estabilidad y controlabilidad para corroborar la funcionalidad del sistema diseñado, así como la viabilidad de éste para reproducir de manera adecuada las trayectoria de marcha.

Así también, diseñamos un esquema de control *human – in – the – loop* que permite analizar la participación del humano en el control de las prótesis activas de extremidad inferior. Para el estudio de este esquema, propusimos, además, un modelo del humano que se basa en los sistemas biológicos: sistema sensorial, sistema motriz y sistema cognitivo. Y se define como un sistema dinámico. Esto permite realizar

un estudio formal del modelo y su implementación en nuestro esquema propuesto. Se analiza, entonces, la participación del humano bajo el control compartido con una prótesis activa que utiliza el control de seguimiento de trayectorias previamente diseñado. Se corrobora que el control de seguimiento de trayectorias no es la mejor opción para el control de estas prótesis. Además se verifica la utilidad del esquema y el modelo del humano propuesto para evitar la participación del humano en la prueba de controladores. Se presenta el análisis de estabilidad del control humano propuesto.

Finalmente, diseñamos un esquema de control basado en LQR, PD, GAN y LSTM que resulta en un controlador óptimo adaptable a cambios paramétricos y estructurales, que permite controlar sistemas más complejos que los utilizados para el entrenamiento de la GAN, aprovechando la capacidad de la GAN de generar nuevas muestras y no solo mapear como otras redes neuronales. Se incluye el análisis de la convergencia del control libre de modelo basado, es decir el control basado en datos sin conocimiento del modelo dinámico del sistema, al control basado en modelo, es decir considerando la dinámica del sistema como conocida.

## 7.2. Trabajos futuros

Respecto al diseño, se pretende incluir el movimiento rotacional de atornillado de la rodilla. Con esto, se espera que mejore el desempeño de la prótesis, en particular, en la producción de movimientos más naturales, evitando así también posibles problemas de compensación y osteoartritis.

Dados los resultados observados en nuestro estudio del control de seguimiento de trayectorias mediante nuestro esquema de control *human-in-the-loop*, implementaremos un control de impedancia para tener una mejor relación humano-prótesis, ya que este tipo de controladores, en general permiten una mayor interacción entre estos sistemas. En este sentido, también mejoraremos el modelo del humano para incluir un mecanismo de aprendizaje en línea, que permita evolucionar durante la interacción de los sistemas.

Por otro lado, trabajamos actualmente en un estudio del comportamiento humano, que bien puede ser útil para tratamientos de trastornos mentales, desde la perspectiva de los sistemas dinámicos y la teoría de control. Así como, en la adecuación a nuestro esquema de control *human-in-the-loop* para dotarlo de una estructura psicológica que ayude a determinar de mejor manera la participación del humano en la interacción con robots, y con ello sea una realidad el usar un modelo como éste para evitar la participación del humano en prueba de controladores, y de robots.

Para concluir, el control desarrollado basado en GANs ya muestra un buen desempeño, pero creemos que puede mejorarse al implementarse con style-GAN que ha permitido mejorar la resolución de imágenes. Esta propiedad puede ser explotada para obtener un control más fino al obtenerse, de cierta manera, resultados con un mayor espectro frecuencial. Trabajamos también, actualmente en la implementación de observadores basados en las redes generativas y filtros de Kalman, en este estudio, también se hará el análisis de otras estructuras de redes generativas.

# Bibliografía

- [1] Ángeles Cruz. Issste: se realizan en México 128 mil amputaciones de extremidades al año. Technical report, La Jornada, 2016.
- [2] César Ferreira, Luis Paulo Reis, and Cristina P Santos. Review of control strategies for lower limb prostheses. In *Robot 2015: Second Iberian Robotics Conference*, pages 209–220. Springer, 2016.
- [3] Michael R Tucker, Jeremy Olivier, Anna Pagel, Hannes Bleuler, Mohamed Bouri, Olivier Lamercy, José del R Millán, Robert Riener, Heike Vallery, and Roger Gassert. Control strategies for active lower extremity prosthetics and orthotics: a review. *J Neuroeng Rehabil*, 12(1):1–30, 2015.
- [4] Nili E Krausz and Levi J Hargrove. A survey of teleceptive sensing for wearable assistive robotic devices. *Sensors*, 19(23):5238, 2019.
- [5] Stanisa Raspopovic and Francesco Maria Petrini. A computational model for the design of lower-limb sensorimotor neuroprostheses. In *International Conference on NeuroRehabilitation*, pages 49–53. Springer, 2018.
- [6] Nikolaus Kriegeskorte and Pamela K Douglas. Interpreting encoding and decoding models. *Curr Opin Neurobiol*, 55:167–179, 2019.
- [7] Irina Simanova, Marcel Van Gerven, Robert Oostenveld, and Peter Hagoort. Identifying object categories from event-related eeg: toward decoding of conceptual representations. *PloS one*, 5(12):14465, 2010.
- [8] Joshua I Glaser, Ari S Benjamin, Rameed H Chowdhury, Matthew G Perich, Lee E Miller, and Konrad P Kording. Machine learning for neural decoding. *eNeuro*, 7(4), 2020.
- [9] RFF Weir, Jonathon W Sensinger, and M Kutz. *Design of artificial arms and hands for prosthetic applications*. McGraw-Hill New York, NY, 2009.
- [10] Hao Zheng and Xiangrong Shen. Design and control of a pneumatically actuated transtibial prosthesis. *Journal of Bionic Engineering*, 12(2):217–226, 2015.
- [11] Yue Wen, Xiang Gao, Jennie Si, Andrea Brandt, Minhan Li, and He Helen Huang. Robotic knee prosthesis real-time control using reinforcement learning

- with human in the loop. In *International Conference on Cognitive Systems and Signal Processing*, pages 463–473. Springer, 2018.
- [12] Philipp Beckerle, Oliver Christ, Tim Schürmann, Joachim Vogt, Oskar von Stryk, and Stephan Rinderknecht. A human–machine-centered design method for (powered) lower limb prosthetics. *Rob Auton Syst*, 95:1–12, 2017.
- [13] Ming Liu, Fan Zhang, Philip Datsoris, and He Helen Huang. Improving finite state impedance control of active-transfemoral prosthesis using dempster-shafer based state transition rules. *J Intell Robot Syst*, 76(3):461–474, 2014.
- [14] Frank Sup, Amit Bohara, and Michael Goldfarb. Design and control of a powered transfemoral prosthesis. *Int J Rob Res*, 27(2):263–273, 2008.
- [15] Farbod Rohani, Hanz Richter, and Antonie J Van den Bogert. Optimal design and control of an electromechanical transfemoral prosthesis with energy regeneration. *PloS one*, 12(11):e0188266, 2017.
- [16] Giorgio Colombo, Giancarlo Facoetti, and Caterina Rizzi. A digital patient for computer-aided prosthesis design. *Interface focus*, 3(2):20120082, 2013.
- [17] Fahad M Kadhim, Jumaa S Chiad, and Ayad M Takhakh. Design and manufacturing knee joint for smart transfemoral prosthetic. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 454, page 012078. IOP Publishing, 2018.
- [18] Michael Windrich, Martin Grimmer, Oliver Christ, Stephan Rinderknecht, and Philipp Beckerle. Active lower limb prosthetics: a systematic review of design issues and solutions. *Biomed Eng Online*, 15(3):5–19, 2016.
- [19] Toby Elery, Siavash Rezazadeh, Christopher Nesler, Jack Doan, Hanqi Zhu, and Robert D Gregg. Design and benchtop validation of a powered knee-ankle prosthesis with high-torque, low-impedance actuators. In *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2788–2795. IEEE, 2018.
- [20] Mark R Pitkin. Mechanical outcomes of a rolling-joint prosthetic foot and its performance in the dorsiflexion phase of transtibial amputee gait. *J Prosthet Orthot*, 7(4):114, 1995.
- [21] Sergio Andrés Bohórquez Vesga. Fabricación de un prototipo de una prótesis de miembro inferior transtibial mediante tecnologías aditivas de acuerdo con las medidas antropométricas del paciente.
- [22] Rafael R Torrealba and Edgar D Fonseca-Rojas. Toward the development of knee prostheses: Review of current active devices. *Appl Mech Rev*, 71(3), 2019.
- [23] Constantina Álvarez Peña, Jorge L Moya Rodríguez, Yamil S Campos Pérez, and César A Chagoyén Méndez. Diseño de prótesis externa de rodilla. *COMEC 2012*, 2012.

- [24] Prashant Choudhary, Pawan Mishra, and Vinayak Ranjan Dwivedi. A proprioceptive discussion on mechanism used for knee joint from 2000-2012: a literature review. *Int J Sci Res Pub*, 4(5):1–7, 2014.
- [25] Guizhong Wu, Can Wang, Xinyu Wu, Zhouyang Wang, Yue Ma, and Ting Zhang. Gait phase prediction for lower limb exoskeleton robots. In *2016 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, pages 19–24. IEEE, 2016.
- [26] Uriel Martinez-Hernandez, Adrian Rubio-Solis, and Abbas A Dehghani-Sani. Recognition of walking activity and prediction of gait periods with a cnn and first-order mc strategy. In *2018 7th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (Biorob)*, pages 897–902. IEEE, 2018.
- [27] JA Spanias, AM Simon, SB Finucane, EJ Perreault, and LJ Hargrove. Online adaptive neural control of a robotic lower limb prosthesis. *J Neural Eng*, 15(1):016015, 2018.
- [28] Jaehwan Ryu, Byeong-Hyeon Lee, Junho Maeng, and Deok-Hwan Kim. semg-signal and imu sensor-based gait sub-phase detection and prediction using a user-adaptive classifier. *Med Eng Phys*, 69:50–57, 2019.
- [29] Kuangen Zhang, Clarence W de Silva, and Chenglong Fu. Sensor fusion for predictive control of human-prosthesis-environment dynamics in assistive walking: A survey. *arXiv preprint arXiv:1903.07674*, 2019.
- [30] Brock Laschowski, William McNally, Alexander Wong, and John McPhee. Preliminary design of an environment recognition system for controlling robotic lower-limb prostheses and exoskeletons. In *2019 IEEE 16th international conference on rehabilitation robotics (ICORR)*, pages 868–873. IEEE, 2019.
- [31] Nili E Krausz, Blair H Hu, and Levi J Hargrove. Subject-and environment-based sensor variability for wearable lower-limb assistive devices. *Sensors*, 19(22):4887, 2019.
- [32] Robin Tibor Schirrmeister, Jost Tobias Springenberg, Lukas Dominique Josef Fiederer, Martin Glasstetter, Katharina Eggenberger, Michael Tangermann, Frank Hutter, Wolfram Burgard, and Tonio Ball. Deep learning with convolutional neural networks for eeg decoding and visualization. *Hum Brain Mapp*, 38(11):5391–5420, 2017.
- [33] Saikat Sahoo, Dilip Kumar Pratihari, and Sudipta Mukhopadhyay. A novel supervisory control scheme to tackle variations in step length for walking with powered ankle prosthesis. *Biomed Signal Process Control*, 46:212–220, 2018.
- [34] Shengchao Li, Lin Zhang, and Xiumin Diao. Deep-learning-based human intention prediction using rgb images and optical flow. *J Intell Robot Syst*, 97(1):95–107, 2020.

- [35] Kuangen Zhang, Wen Zhang, Wentao Xiao, Haiyuan Liu, Clarence W De Silva, and Chenglong Fu. Sequential decision fusion for environmental classification in assistive walking. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 27(9):1780–1790, 2019.
- [36] Mark R Pitkin. *Biomechanics of lower limb prosthetics*. Springer, 2009.
- [37] Frederick F Buechel and Michael J Pappas. *Principles of human joint replacement: design and clinical application*. Springer, 2015.
- [38] Fermin C Aragon, Joel C Huegel, Adriana Vargas-Martinez, Jorge de J Lozoya-Santos, Ricardo Ramirez-Mendoza, and Ruben Morales-Menendez. Comparison between classic control systems techniques against adaptive and nonlinear control techniques in a lower limb prostheses. In *2019 4th International Conference on Control and Robotics Engineering (ICCRE)*, pages 75–78. IEEE, 2019.
- [39] Ann L Edwards, Michael R Dawson, Jacqueline S Hebert, Craig Sherstan, Richard S Sutton, K Ming Chan, and Patrick M Pilarski. Application of real-time machine learning to myoelectric prosthesis control: A case series in adaptive switching. *Prosthetics and orthotics international*, 40(5):573–581, 2016.
- [40] Vijeth Rai, Abhishek Sharma, and Eric Rombokas. Mode-free control of prosthetic lower limbs. In *2019 International Symposium on Medical Robotics (ISMR)*, pages 1–7. IEEE, 2019.
- [41] Patrik Kutilek and Barbora Farkasova. Prediction of lower extremities’ movement by angle-angle diagrams and neural networks. *Acta of Bioengineering & Biomechanics*, 13(2), 2011.
- [42] Yishuang Ning, Jia Jia, Zhiyong Wu, Runnan Li, Yongsheng An, Yanfeng Wang, and Helen Meng. Multi-task deep learning for user intention understanding in speech interaction systems. In *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, volume 31, 2017.
- [43] Dingguo Zhang, Venketesh N Dubey, Wenwei Yu, and Kin Huat Low. *biomechatronics: harmonizing mechatronic systems with human beings*, 2018.
- [44] Gholamreza Khademi and Dan Simon. Convolutional neural networks for environmentally aware locomotion mode recognition of lower-limb amputees. In *ASME 2019 Dynamic Systems and Control Conference*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2019.
- [45] Rufin VanRullen and Leila Reddy. Reconstructing faces from fmri patterns using deep generative neural networks. *Communications biology*, 2(1):193, 2019.
- [46] Ben-Yue Su, Jie Wang, Shuang-Qing Liu, Min Sheng, Jing Jiang, and Kui Xiang. A cnn-based method for intent recognition using inertial measurement units and intelligent lower limb prosthesis. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 27(5):1032–1042, 2019.



- [47] Aaron J Young, Ann M Simon, Nicholas P Fey, and Levi J Hargrove. Intent recognition in a powered lower limb prosthesis using time history information. *Ann Biomed Eng*, 42(3):631–641, 2014.
- [48] Ann M Simon, Kimberly A Ingraham, John A Spanias, Aaron J Young, Suzanne B Finucane, Elizabeth G Halsne, and Levi J Hargrove. Delaying ambulation mode transition decisions improves accuracy of a flexible control system for powered knee-ankle prosthesis. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 25(8):1164–1171, 2016.
- [49] Antonie J van den Bogert, Sergey Samorezov, Brian L Davis, and William A Smith. Modeling and optimal control of an energy-storing prosthetic knee. *Journal of biomechanical engineering*, 134(5), 2012.
- [50] Du-Xin Liu, Xinyu Wu, Can Wang, and Chunjie Chen. Gait trajectory prediction for lower-limb exoskeleton based on deep spatial-temporal model (dstm). In *2017 2nd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, pages 564–569. IEEE, 2017.
- [51] Kai Fang, Xinyu Wu, Chunjie Chen, and Yida Liu. Auto cable pretension method for soft exosuit based on gait trajectory prediction network. In *2019 IEEE 4th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, pages 463–468. IEEE, 2019.
- [52] Juanjuan Zhang, Pieter Fiers, Kirby A Witte, Rachel W Jackson, Katherine L Poggensee, Christopher G Atkeson, and Steven H Collins. Human-in-the-loop optimization of exoskeleton assistance during walking. *Science*, 356(6344):1280–1284, 2017.
- [53] Eunsuk Chong and Frank Chongwoo Park. Movement prediction for a lower limb exoskeleton using a conditional restricted boltzmann machine. *Robotica*, 35(11):2177–2200, 2017.
- [54] Diego Torricelli, Camilo Cortés, Nerea Lete, Álvaro Bertelsen, Jose E Gonzalez-Vargas, Antonio J Del-Ama, Iris Dimbwadyo, Juan C Moreno, Julian Florez, and Jose L Pons. A subject-specific kinematic model to predict human motion in exoskeleton-assisted gait. *Frontiers in neurorobotics*, 12:18, 2018.
- [55] Yongtian He, David Eguren, José M Azorín, Robert G Grossman, Trieu Phat Luu, and Jose L Contreras-Vidal. Brain-machine interfaces for controlling lower-limb powered robotic systems. *Journal of neural engineering*, 15(2):021004, 2018.
- [56] Osama Aweid, Humza Osmani, and Joel Melton. Biomechanics of the knee. *Orthopaedics and Trauma*, 33(4):224–230, 2019.
- [57] Brock Laschowski, John McPhee, and Jan Andrysek. Lower-limb prostheses and exoskeletons with energy regeneration: Mechatronic design and optimization review. *J Mech Robot*, 11(4), 2019.

- [58] Vahidreza Jafari Harandi, David Charles Ackland, Raneem Haddara, L Eduardo Cofré Lizama, Mark Graf, Mary Pauline Galea, and Peter Vee Sin Lee. Gait compensatory mechanisms in unilateral transfemoral amputees. *Medical Engineering & Physics*, 77:95–106, 2020.
- [59] Ge Wu, Sorin Siegler, Paul Allard, Chris Kirtley, Alberto Leardini, Dieter Rosenbaum, Mike Whittle, Darryl D D’Lima, Luca Cristofolini, Hartmut Witte, et al. Isb recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion—part i: ankle, hip, and spine. *Journal of biomechanics*, 35(4):543–548, 2002.
- [60] Ge Wu, Peter R Cavanagh, et al. Isb recommendations for standardization in the reporting of kinematic data. *Journal of biomechanics*, 28(10):1257–1262, 1995.
- [61] John W Goodfellow and John O’Connor. The mechanics of the knee and prosthesis design. *LCS® Mobile Bearing Knee Arthroplasty: A 25 Years Worldwide Review*, pages 3–15, 2002.
- [62] Hanz Richter, Dan Simon, William A Smith, and Sergey Samorezov. Dynamic modeling, parameter estimation and control of a leg prosthesis test robot. *Applied Mathematical Modelling*, 39(2):559–573, 2015.
- [63] SD Masouros, AMJ Bull, and AA Amis. (i) biomechanics of the knee joint. *Orthopaedics and Trauma*, 24(2):84–91, 2010.
- [64] Ha Yong Kim, Kap Jung Kim, Dae Suk Yang, Sang Wook Jeung, Han Gyeol Choi, and Won Sik Choy. Screw-home movement of the tibiofemoral joint during normal gait: three-dimensional analysis. *Clinics in orthopedic surgery*, 7(3):303–309, 2015.
- [65] Brian E Lawson, Jason Mitchell, Don Truex, Amanda Shultz, Elissa Ledoux, and Michael Goldfarb. A robotic leg prosthesis: Design, control, and implementation. *IEEE Robot Autom Mag*, 21(4):70–81, 2014.
- [66] David A Winter. *Biomechanics and motor control of human movement*. John Wiley & Sons, 2009.
- [67] Fernando Lolas. Potenciales cerebrales ligados a eventos: clasificación y uso clínico. *Archivos de Neuro-Psiquiatria*, 37:274–283, 1979.
- [68] Rohit Gupta and Ravinder Agarwal. Continuous human locomotion identification for lower limb prosthesis control. *CSI Transactions on ICT*, 6:17–31, 2018.
- [69] Atilla Kilicarslan, Saurabh Prasad, Robert G Grossman, and Jose L Contreras-Vidal. High accuracy decoding of user intentions using eeg to control a lower-body exoskeleton. In *2013 35th annual international conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pages 5606–5609. IEEE, 2013.

- [70] Dong Liu, Weihai Chen, Kyuhwa Lee, Ricardo Chavarriaga, Fumiaki Iwane, Mohamed Bouri, Zhongcai Pei, and José del R Millán. Eeg-based lower-limb movement onset decoding: Continuous classification and asynchronous detection. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 26(8):1626–1635, 2018.
- [71] Michael Tschiedel, Michael Friedrich Russold, and Eugenijus Kaniusas. Relying on more sense for enhancing lower limb prostheses control: a review. *J Neuroeng Rehabil*, 17(1):1–13, 2020.
- [72] Kuangen Zhang, Caihua Xiong, Wen Zhang, Haiyuan Liu, Daoyuan Lai, Yiming Rong, and Chenglong Fu. Environmental features recognition for lower limb prostheses toward predictive walking. *IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, 27(3):465–476, 2019.
- [73] Katie Z Zhuang, Nicolas Sommer, Vincent Mendez, Saurav Aryan, Emanuele Formento, Edoardo D’Anna, Fiorenzo Artoni, Francesco Petrini, Giuseppe Granata, Giovanni Cannaviello, et al. Shared human–robot proportional control of a dexterous myoelectric prosthesis. *Nature Machine Intelligence*, 1(9):400–411, 2019.
- [74] Patrick M Pilarski, Michael Rory Dawson, Thomas Degris, Jason P Carey, K Ming Chan, Jacqueline S Hebert, and Richard S Sutton. Adaptive artificial limbs: a real-time approach to prediction and anticipation. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 20(1):53–64, 2013.
- [75] Yanxia Deng, Farong Gao, and Huihui Chen. Angle estimation for knee joint movement based on pca-relm algorithm. *Symmetry*, 12(1):130, 2020.
- [76] Kuangen Zhang, Zhimin Hou, Clarence W de Silva, Haoyong Yu, and Chenglong Fu. Teach biped robots to walk via gait principles and reinforcement learning with adversarial critics. *arXiv preprint arXiv:1910.10194*, 2019.
- [77] Rosalío Ávila Chaurand, Lilia R Prado León, and Elvia L González Muñoz. *Dimensiones antropométricas de población latinoamericana*. Universidad de Guadalajara, CUAAD, 2007.
- [78] Belkys T Amador, Rafael R Torrealba, Maureen Rojas, José Cappelletto, and Carmen M Müller-Karger. Metodología para dimensionamiento de mecanismo policéntrico de rodilla utilizando análisis de marcha y algoritmos genéticos. methodology to gauge a four-bar linkage prosthetic knee mechanism based on gait analysis and genetic algorithms. *Rev Ing Biomed*, 6(11):30–45, 2012.
- [79] Mark W Spong, Seth Hutchinson, and M Vidyasagar. *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons, 2009.

- [80] Gastón H Salazar-Silva, Marco A Moreno-Armendáriz, and Jaime Álvarez Gallagos. Modeling and control in task-space of a mobile manipulator with cancellation of factory-installed proportional-derivative control. *Computación y Sistemas*, 16(4):409–419, 2012.
- [81] DaPeng Yang and Hong Liu. Human-machine shared control: New avenue to dexterous prosthetic hand manipulation. *Science China Technological Sciences*, 64(4):767–773, 2021.
- [82] Jingda Wu, Zhiyu Huang, Chao Huang, Zhongxu Hu, Peng Hang, Yang Xing, and Chen Lv. Human-in-the-loop deep reinforcement learning with application to autonomous driving. *arXiv preprint arXiv:2104.07246*, 2021.
- [83] Dominik Dellermann, Adrian Calma, Nikolaus Lipusch, Thorsten Weber, Sascha Weigel, and Philipp Ebel. The future of human-ai collaboration: a taxonomy of design knowledge for hybrid intelligence systems. *arXiv preprint arXiv:2105.03354*, 2021.
- [84] Mohamed A Mabrok, Hassan K Mohamed, Abdel-Haleem Abdel-Aty, and Ahmed S Alzahrani. Human models in human-in-the-loop control systems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 38(3):2611–2622, 2020.
- [85] Sangjae Bae, Sang Min Han, and Scott Moura. Modeling & control of human actuated systems. *IFAC-PapersOnLine*, 51(34):40–46, 2019.
- [86] Tor Grønsund and Margunn Aanestad. Augmenting the algorithm: Emerging human-in-the-loop work configurations. *The Journal of Strategic Information Systems*, 29(2):101614, 2020.
- [87] Wenchao Li, Dorsa Sadigh, S Shankar Sastry, and Sanjit A Seshia. Synthesis for human-in-the-loop control systems. In *International Conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems*, pages 470–484. Springer, 2014.
- [88] Vinicius G Goecks. Human-in-the-loop methods for data-driven and reinforcement learning systems. *arXiv preprint arXiv:2008.13221*, 2020.
- [89] Lu Feng, Clemens Wiltsche, Laura Humphrey, and Ufuk Topcu. Synthesis of human-in-the-loop control protocols for autonomous systems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 13(2):450–462, 2016.
- [90] Cara Gonzalez Welker, Alexandra S Voloshina, Vincent L Chiu, and Steven H Collins. Shortcomings of human-in-the-loop optimization of an ankle-foot prosthesis emulator: a case series. *Royal Society open science*, 8(5):202020, 2021.
- [91] Xiang Gao. *Data-Efficient Reinforcement Learning Control of Robotic Lower-Limb Prosthesis With Human in the Loop*. PhD thesis, Arizona State University, 2020.

- [92] Suresh Thenozhi and Wen Yu. Stability analysis of active vibration control of building structures using pd/pid control. *Engineering Structures*, 81:208–218, 2014.
- [93] Edgar N Sanchez, Alma Y Alanís, and Alexander G Loukianov. *Discrete-time high order neural control*. Springer, 2008.
- [94] George A Rovithakis and Manolis A Christodoulou. *Adaptive control with recurrent high-order neural networks: theory and industrial applications*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [95] Rowida E Meligy, Abdel Halim M Bassiuny, Elsayed M Bakr, and Ali A Tantawy. Systematic design and implementation of decentralized fuzzy-pd controller for robot arm. *Global Perspectives on Artificial Intelligence (GPAI) Volume*, 1, 2013.
- [96] Mounia Ticherfatine and Qidan Zhu. Fast ferry smoothing motion via intelligent pd controller. *Journal of Marine Science and Application*, 17(2):273–279, 2018.
- [97] RGHS Lopez, Miguel A Llama, and Ramón Garcia-Hernández. Controlador pd con compensación neuro-adaptable aplicado a la dinamica de un rnr omnidireccional. In *Congreso Nacional de Control Automático*, 2019.
- [98] Maroua Haddar, Riadh Chaari, S Caglar Baslamisli, Fakher Chaari, and Mohamed Haddar. Intelligent pd controller design for active suspension system based on robust model-free control strategy. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(14):4863–4880, 2019.
- [99] Man Li, Jiahu Qin, Wei Xing Zheng, Yaonan Wang, and Yu Kang. Model-free design of stochastic lqr controller from a primal–dual optimization perspective. *Automatica*, 140:110253, 2022.
- [100] Noppadol Ajjanaromvat and Manukid Parnichkun. Trajectory tracking using online learning lqr with adaptive learning control of a leg-exoskeleton for disorder gait rehabilitation. *Mechatronics*, 51:85–96, 2018.
- [101] Eman H Jadoua, Noor M Diwood, and Yasameen F Azeez. The lqr based on optimized tuning pd controller for avr system. *International Journal of Applied Science*, 5(1):p8–p8, 2022.
- [102] Ibrahim K Mohammed and Abdulla I Abdulla. Elevation, pitch and travel axis stabilization of 3dof helicopter with hybrid control system by ga-lqr based pid controller. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 10(2):1868, 2020.
- [103] Huanqing Wang, Peter Xiaoping Liu, Jialei Bao, Xue-Jun Xie, and Shuai Li. Adaptive neural output-feedback decentralized control for large-scale nonlinear systems with stochastic disturbances. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 31(3):972–983, 2019.

- [104] Sabrine Slama, Ayachi Errachdi, and Mohamed Benrejeb. Model reference adaptive control for mimo nonlinear systems using rbf neural networks. In *2018 international conference on advanced systems and electric technologies (IC\_ASET)*, pages 346–351. IEEE, 2018.
- [105] Elias B Kosmatopoulos, Marios M Polycarpou, Manolis A Christodoulou, and Petros A Ioannou. High-order neural network structures for identification of dynamical systems. *IEEE transactions on Neural Networks*, 6(2):422–431, 1995.
- [106] Alma Y Alanis, Edgar N Sanchez, Alexander G Loukianov, and Esteban A Hernandez. Discrete-time recurrent high order neural networks for nonlinear identification. *Journal of the Franklin Institute*, 347(7):1253–1265, 2010.
- [107] Lucian Buşoniu, Tim de Bruin, Domagoj Tolić, Jens Kober, and Ivana Palunko. Reinforcement learning for control: Performance, stability, and deep approximators. *Annual Reviews in Control*, 46:8–28, 2018.
- [108] Adolfo Perrusquía and Wen Yu. Identification and optimal control of nonlinear systems using recurrent neural networks and reinforcement learning: An overview. *Neurocomputing*, 438:145–154, 2021.
- [109] Ian Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron Courville, and Yoshua Bengio. Generative adversarial nets. *Advances in neural information processing systems*, 27, 2014.
- [110] Mehdi Mirza and Simon Osindero. Conditional generative adversarial nets. *arXiv preprint arXiv:1411.1784*, 2014.
- [111] Alec Radford, Luke Metz, and Soumith Chintala. Unsupervised representation learning with deep convolutional generative adversarial networks. *arXiv preprint arXiv:1511.06434*, 2015.
- [112] Tim Salimans, Ian Goodfellow, Wojciech Zaremba, Vicki Cheung, Alec Radford, and Xi Chen. Improved techniques for training gans. *Advances in neural information processing systems*, 29, 2016.
- [113] Phillip Isola, Jun-Yan Zhu, Tinghui Zhou, and Alexei A Efros. Image-to-image translation with conditional adversarial networks. In *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pages 1125–1134, 2017.
- [114] Tero Karras, Timo Aila, Samuli Laine, and Jaakko Lehtinen. Progressive growing of gans for improved quality, stability, and variation. *arXiv preprint arXiv:1710.10196*, 2017.
- [115] Yi Yu, Abhishek Srivastava, and Simon Canales. Conditional lstm-gan for melody generation from lyrics. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications (TOMM)*, 17(1):1–20, 2021.

- [116] Xin Ding, Yongwei Wang, Zuheng Xu, William J Welch, and Z Jane Wang. Ccgan: continuous conditional generative adversarial networks for image generation. In *International Conference on Learning Representations*, 2020.
- [117] Ian Goodfellow. Nips 2016 tutorial: Generative adversarial networks. *arXiv preprint arXiv:1701.00160*, 2016.
- [118] Lillian J. Ratliff, Samuel A. Burden, and S. Shankar Sastry. Characterization and computation of local nash equilibria in continuous games. In *2013 51st Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pages 917–924, 2013.
- [119] Jesús Gonzalez and Wen Yu. Non-linear system modeling using lstm neural networks. *IFAC-PapersOnLine*, 51(13):485–489, 2018.
- [120] M Norgaard, O Ravn, NK Poulsen, and LK Hansen. Neural networks for modelling and control of dynamic systems a practitioner’s handbook. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*, 2000.
- [121] Iván Hernández and Wen Yu. Control of active lower limb prosthesis using human-in-the-loop scheme. *Cogent Engineering*, 9(1):2067026, 2022.





## Apéndice A

# Modelado de una prótesis transfemoral anclada a un robot de pruebas

Los modelos de prótesis de extremidad inferior suelen definirse como un péndulo invertido o bajo el enfoque de manipuladores, anclados al encaje del amputado que a su vez se encuentra fijo a la extremidad residual. Consideramos que el modelo del péndulo invertido resulta más útil para robots con piernas más que para prótesis, ya que en los robots con piernas, éstas deben lograr mantener en suspensión el cuerpo del robot, pero en una prótesis no es necesariamente así, en general, el amputado sujeta a la prótesis. Un punto medio sería considerar ambos modelos, aplicando el del manipulador cuando se está en balanceo, ya que sólo se requiere definir los estados de las articulaciones para seguir una determinada trayectoria mientras el amputado desplaza la prótesis con el apoyo impulsivo de la prótesis durante el desplante. Por otro lado, se puede considerar útil el modelo del péndulo invertido cuando se está en contacto con el suelo durante la etapa de apoyo, en la cual la prótesis soporta al cuerpo, para mantenerlo 'vertical'. Sin embargo, esto también puede lograrse con el modelo de manipulador, simplemente definiendo los estados para mantener tal postura. Por lo que en este trabajo se optó por implementar un modelo semejante al de los manipuladores con una configuración particular, que pretende incluir los efectos inerciales debidos al desplazamiento del cuerpo.

### A.1. Modelado de una prótesis de 5-GDL

Consideramos la prótesis como un robot planar de 2GDL constituidos por la rotación de la rodilla y el tobillo. La prótesis se define sobre un sistema de referencia noinercial. Y se conecta a un sistema que puede considerarse como un robot cartesiano de 2GDL que porta un eslabón de 1GD que representa el femur, resultando un robot de 3GDL. El robot cartesiano está sujeto a un sistema de referencia inercial. La dinámica del robot cartesiano transmitida a través del femur a la prótesis representa

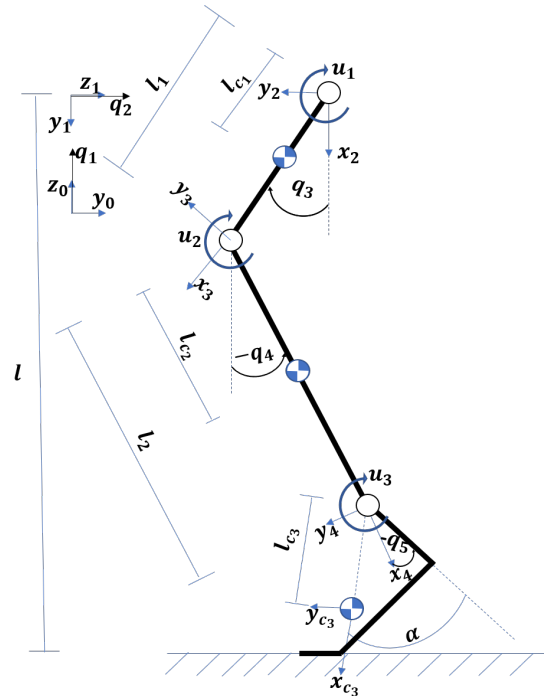


Figura A.1: Diagrama para el modelado de la prótesis,  $q_i$  son las variables articulares,  $u_i$  las variables de control. De la misma manera, son mostradas las dimensiones de los eslabones y los sistemas de referencia.

la dinámica residual de la extremidad, y aporta la traslación del sistema noinercial, esto es, el movimiento traslacional de la cadera y el movimiento rotacional del femur, que se conecta con la prótesis. Este modelo también puede representar sin cambio alguno un sistema donde un robot de pruebas, que emula la dinámica residual de la extremidad es conectado a la prótesis. Mostramos el sistema de referencia en la Figura A.1. Esto es análogo al modelado de sistemas como los cuadrirotos o los robots móviles que portan brazos manipuladores como en [80]. El modelo presentado corresponde a un sistema donde sólo la prótesis es controlada, mientras que el resto del sistema se considera controlado por el humano, esto es, en el modelo propuesto los 3GDL restantes son considerados pasivos, y sólo se incluyen el modelo para proveer los efectos inerciales debidos al movimiento del cuerpo.

Podemos modelar el sistema como un robot planar de 2GDL para análisis, e.g., el control de seguimiento o control de impedancia para seguir las trayectorias de la marcha; este modelo incluso puede ser usado por el sistema sujeto a un amputado, despreciando los efectos inerciales causados por la traslación humana, que resulta ser un buen modelo si la aceleración es baja. El modelo propuesto es útil para considerar una pierna robótica conectada a un robot de pruebas, como en [19], o para considerar la conexión de la prótesis al amputado. Esto es porque el modelo considera el marco no inercial, esto es, toma en cuenta el movimiento (del sistema completo) producido

por el humano o el probador.

Siguiendo la metodología en [79], calculamos las primeras matrices de transformación

$$H_1^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$H_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$H_{c1}^2 = \begin{pmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & l_{c,1} \cos(q_3) \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & l_{c,1} \sin(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$H_3^{c1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 - l_{c,1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$H_{c2}^3 = \begin{pmatrix} \cos(q_4) & -\sin(q_4) & 0 & l_{c,2} \cos(q_4) \\ \sin(q_4) & \cos(q_4) & 0 & l_{c,2} \sin(q_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$H_4^{c2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 - l_{c,2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$H_{c3}^4 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + q_5) & -\sin(\alpha + q_5) & 0 & l_{c,3} \cos(\alpha + q_5) \\ \sin(\alpha + q_5) & \cos(\alpha + q_5) & 0 & l_{c,3} \sin(\alpha + q_5) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Ahora las calculamos respecto al origen

$$H_2^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_2 \\ -1 & 0 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$H_{c1}^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin(q_3) & -\cos(q_3) & 0 & q_2 - l_{c,1} \sin(q_3) \\ -\cos(q_3) & \sin(q_3) & 0 & q_1 - l_{c,1} \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$H_3^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin(q_3) & -\cos(q_3) & 0 & q_2 - l_1 \sin(q_3) \\ -\cos(q_3) & \sin(q_3) & 0 & q_1 - l_1 \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$H_{c2}^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin(q_3 + q_4) & -\cos(q_3 + q_4) & 0 & q_2 - l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \\ -\cos(q_3 + q_4) & \sin(q_3 + q_4) & 0 & q_1 - l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$H_4^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin(q_3 + q_4) & -\cos(q_3 + q_4) & 0 & q_2 - l_2 \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \\ -\cos(q_3 + q_4) & \sin(q_3 + q_4) & 0 & q_1 - l_2 \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$H_{c3}^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sigma_1 & -\cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & 0 & \sigma_3 \\ -\cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & \sigma_1 & 0 & \sigma_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

donde

$$\sigma_1 = \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma_2 = q_1 - l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) - l_2 \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \quad (\text{A.15})$$

$$\sigma_3 = q_2 - l_{c,3} \sigma_1 - l_2 \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \quad (\text{A.16})$$

y los ejes de articulación

$$z_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_{c1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$z_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_{c2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_{c3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Con los orígenes de los sistemas de referencia

$$o_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad o_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{pmatrix} \quad o_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 \\ q_1 \end{pmatrix} \quad o_{c1} = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 - l_{c,1} \sin(q_3) \\ q_1 - l_{c,1} \cos(q_3) \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$o_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 - l_1 \sin(q_3) \\ q_1 - l_1 \cos(q_3) \end{pmatrix} \quad o_{c2} = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 - l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \\ q_1 - l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

$$o_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 - l_2 \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \\ q_1 - l_2 \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

$$o_{c3} = \begin{pmatrix} 0 \\ q_2 - l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) - l_2 \sin(q_3 + q_4) - l_1 \sin(q_3) \\ q_1 - l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) - l_2 \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Entonces, los jacobianos

$$J_{c1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_{c,1} \cos(q_3) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & l_{c,1} \sin(q_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$J_{c2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) & -l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) & 0 \\ 1 & 0 & l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3) & l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$J_{c3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\sigma_2 - \sigma_4 - l_1 \cos(q_3) & -\sigma_2 - \sigma_4 & -\sigma_2 \\ 1 & 0 & \sigma_1 + \sigma_3 + l_1 \sin(q_3) & \sigma_1 + \sigma_3 & \sigma_1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

donde

$$\sigma_1 = l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.26})$$

$$\sigma_2 = l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.27})$$

$$\sigma_3 = l_2 \sin(q_3 + q_4) \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_4 = l_2 \cos(q_3 + q_4) \quad (\text{A.29})$$

Respecto a la velocidad lineal

$$J_{vc1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_{c,1} \cos(q_3) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & l_{c,1} \sin(q_3) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$$J_{vc2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) & -l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) & 0 \\ 1 & 0 & l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3) & l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.31})$$

$$J_{vc3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\sigma_2 - l_2 \cos(q_3 + q_4) - l_1 \cos(q_3) & -\sigma_2 - l_2 \cos(q_3 + q_4) & -\sigma_2 \\ 1 & 0 & \sigma_1 + l_2 \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3) & \sigma_1 + l_2 \sin(q_3 + q_4) & \sigma_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.32})$$

donde

$$\sigma_1 = l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.33})$$

$$\sigma_2 = l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.34})$$

y respecto a la velocidad angular

$$J_{wc1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.35})$$

$$J_{wc2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.36})$$

$$J_{wc3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.37})$$

con las matrices de rotación desde el origen a los centros de inercia

$$R_{c1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(q_3) & -\cos(q_3) & 0 \\ -\cos(q_3) & \sin(q_3) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.38})$$

$$R_{c2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(q_3 + q_4) & -\cos(q_3 + q_4) & 0 \\ -\cos(q_3 + q_4) & \sin(q_3 + q_4) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.39})$$

$$R_{c3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & -\cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & 0 \\ -\cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.40})$$

Considerando momentos de inercia solo con momentos principales

$$I_1 = \begin{pmatrix} I_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{1z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.41})$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} I_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{2z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.42})$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} I_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{3z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.43})$$

Obtenemos para la matriz  $D$

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} \end{pmatrix} \quad (\text{A.44})$$

$$D_{11} = m_1 + m_2 + m_3 \quad (\text{A.45})$$

$$D_{12} = 0 \quad (\text{A.46})$$

$$D_{13} = m_2 (l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + m_3 (l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + l_{c,1} m_1 \sin(q_3) \quad (\text{A.47})$$

$$D_{14} = m_3 (l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \sin(q_3 + q_4)) + l_{c,2} m_2 \sin(q_3 + q_4) \quad (\text{A.48})$$

$$D_{15} = l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.49})$$

$$D_{21} = 0 \quad (\text{A.50})$$

$$D_{22} = m_1 + m_2 + m_3 \quad (\text{A.51})$$

$$D_{23} = -m_2 (l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) + l_1 \cos(q_3)) - m_3 (l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \cos(q_3 + q_4) + l_1 \cos(q_3)) - l_{c,1} m_1 \cos(q_3) \quad (\text{A.52})$$

$$D_{24} = -m_3 (l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \cos(q_3 + q_4)) - l_{c,2} m_2 \cos(q_3 + q_4) \quad (\text{A.53})$$

$$D_{25} = -l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.54})$$

$$D_{31} = m_2 (l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + m_3 (l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + l_{c,1} m_1 \sin(q_3) \quad (\text{A.55})$$

$$D_{32} = -m_2 (l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) + l_1 \cos(q_3)) - m_3 (l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \cos(q_3 + q_4) + l_1 \cos(q_3)) - l_{c,1} m_1 \cos(q_3) \quad (\text{A.56})$$

$$D_{33} = I1z + I2z + I3z + l_1^2 m_2 + l_1^2 m_3 + l_2^2 m_3 + l_{c,1}^2 m_1 + l_{c,2}^2 m_2 + l_{c,3}^2 m_3 + 2 l_2 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_5) + 2 l_1 l_2 m_3 \cos(q_4) + 2 l_1 l_{c,2} m_2 \cos(q_4) + 2 l_1 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_4 + q_5) \quad (\text{A.57})$$

$$D_{34} = m_3 l_2^2 + 2 m_3 \cos(\alpha + q_5) l_2 l_{c,3} + l_1 m_3 \cos(q_4) l_2 + m_2 l_{c,2}^2 + l_1 m_2 \cos(q_4) l_{c,2} + m_3 l_{c,3}^2 + l_1 m_3 \cos(\alpha + q_4 + q_5) l_{c,3} + I2z + I3z \quad (\text{A.58})$$

$$D_{35} = I3z + l_{c,3}^2 m_3 + l_2 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_5) + l_1 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_4 + q_5) \quad (\text{A.59})$$

$$D_{41} = m_3 (l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \sin(q_3 + q_4)) + l_{c,2} m_2 \sin(q_3 + q_4) \quad (\text{A.60})$$

$$D_{42} = -m_3 (l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_2 \cos(q_3 + q_4)) - l_{c,2} m_2 \cos(q_3 + q_4) \quad (\text{A.61})$$

$$D_{43} = m_3 l_2^2 + 2 m_3 \cos(\alpha + q_5) l_2 l_{c,3} + l_1 m_3 \cos(q_4) l_2 + m_2 l_{c,2}^2 + l_1 m_2 \cos(q_4) l_{c,2} + m_3 l_{c,3}^2 + l_1 m_3 \cos(\alpha + q_4 + q_5) l_{c,3} + I2z + I3z \quad (\text{A.62})$$

$$D_{44} = m_3 l_2^2 + 2 m_3 \cos(\alpha + q_5) l_2 l_{c,3} + m_2 l_{c,2}^2 + m_3 l_{c,3}^2 + I2z + I3z \quad (\text{A.63})$$

$$D_{45} = m_3 l_{c,3}^2 + l_2 m_3 \cos(\alpha + q_5) l_{c,3} + I3z \quad (\text{A.64})$$

$$D_{51} = l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.65})$$



$$D_{52} = -l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.66})$$

$$D_{53} = l_3 z + l_{c,3}^2 m_3 + l_2 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_5) + l_1 l_{c,3} m_3 \cos(\alpha + q_4 + q_5) \quad (\text{A.67})$$

$$D_{54} = m_3 l_{c,3}^2 + l_2 m_3 \cos(\alpha + q_5) l_{c,3} + l_3 z \quad (\text{A.68})$$

$$D_{55} = m_3 l_{c,3}^2 + l_3 z \quad (\text{A.69})$$

Aplicando los símbolos de Christofel, obtenemos la matriz  $C$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_9 & \dot{q}_3 (m_3 (l_{c,3} \sigma_3 + \sigma_5) + l_{c,2} m_2 \cos(q_3 + q_4)) & l_{c,3} m_3 \dot{q}_3 \sigma_3 \\ 0 & 0 & \sigma_{10} & \dot{q}_3 (m_3 (l_{c,3} \sigma_2 + \sigma_4) + l_{c,2} m_2 \sin(q_3 + q_4)) & l_{c,3} m_3 \dot{q}_3 \sigma_2 \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma_6 & -\sigma_7 \\ 0 & 0 & \sigma_6 & 0 & -\sigma_1 \\ 0 & 0 & \sigma_7 & \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.70})$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= l_2 l_{c,3} m_3 \dot{q}_3 \sin(\alpha + q_5) \\ \sigma_2 &= \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \\ \sigma_3 &= \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \\ \sigma_4 &= l_2 \sin(q_3 + q_4) \\ \sigma_5 &= l_2 \cos(q_3 + q_4) \\ \sigma_6 &= \dot{q}_3 (l_1 l_2 m_3 \sin(q_4) + l_1 l_{c,2} m_2 \sin(q_4) + \sigma_8) \\ \sigma_7 &= \dot{q}_3 (l_2 l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_5) + \sigma_8) \\ \sigma_8 &= l_1 l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_4 + q_5) \\ \sigma_9 &= \dot{q}_3 (m_2 (l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) + l_1 \cos(q_3)) + m_3 (l_{c,3} \sigma_3 + \sigma_5 + l_1 \cos(q_3)) + l_{c,1} m_1 \cos(q_3)) \\ \sigma_{10} &= \dot{q}_3 (m_2 (l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + m_3 (l_{c,3} \sigma_2 + \sigma_4 + l_1 \sin(q_3)) + l_{c,1} m_1 \sin(q_3)) \end{aligned}$$

Finalmente, obtenemos la energía potencial para cada eslabón. Es importante notar que los eslabones que representan los 2GL para el desplazamiento horizontal y vertical,  $q_1, q_1$ , no tienen masa, dado que estos no contribuyen a la energía del sistema. Esto es, realmente este movimiento no está sujeto a eslabones como tal, sino que representan únicamente el desplazamiento del cuerpo. Sin embargo, considerar estos eslabones con masa puede ser útil para el diseño de controladores del robot de pruebas. Pero el modelo propuesto tiene la finalidad de ser útil en el control de prótesis que considera las inercias producidas por el desplazamiento del cuerpo.

$$p1 = g m_1 (l - l_{c,1} \cos(q_3)) \quad (\text{A.71})$$

$$p2 = -g m_2 (l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l + l_1 \cos(q_3)) \quad (\text{A.72})$$

$$p3 = -g m_3 (l_2 (q_3 + q_4) - l + l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_1 \cos(q_3)) \quad (\text{A.73})$$

$$P = g m_1 (l - l_{c,1} \cos(q_3)) - g m_2 (l_{c,2} \cos(q_3 + q_4) - l + l_1 \cos(q_3)) - g m_3 (l_2 (q_3 + q_4) - l + l_{c,3} \cos(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) + l_1 \cos(q_3)) \quad (\text{A.74})$$

then, for the matrix  $G$

$$\phi_1 = g m_3 (l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) - l_2 + l_1 \sin(q_3)) + g m_2 (l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + g l_{c,1} m_1 \sin(q_3) \quad (\text{A.75})$$

$$\phi_2 = g l_{c,2} m_2 \sin(q_3 + q_4) - g m_3 (l_2 - l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5)) \quad (\text{A.76})$$

$$\phi_3 = g l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.77})$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g m_3 (\sigma_1 - l_2 + l_1 \sin(q_3)) + g m_2 (l_{c,2} \sin(q_3 + q_4) + l_1 \sin(q_3)) + g l_{c,1} m_1 \sin(q_3) \\ g l_{c,2} m_2 \sin(q_3 + q_4) - g m_3 (l_2 - \sigma_1) \\ g l_{c,3} m_3 \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \end{pmatrix} \quad (\text{A.78})$$

where

$$\sigma_1 = l_{c,3} \sin(\alpha + q_3 + q_4 + q_5) \quad (\text{A.79})$$

El modelo, entonces se puede escribir en la forma

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + g(q) = \tau, \quad (\text{A.80})$$

## Apéndice B

### Abreviaturas

|             |  |
|-------------|--|
| <b>ADP</b>  | Adaptive Dynamic Programming (Programación dinámica autoajutable)                              |
| <b>ANN</b>  | Artificial Neural Network (Red neuronal artificial)  |
| <b>BDN</b>  | Dynamic Bayesian Network (Red bayesiana dinámica)  |
| <b>BP</b>   | Bereitschaftspotential (Potencial de preparación)  |
| <b>CEF</b>  | Controlador de estados finitos   |
| <b>CRBM</b> | Conditional Restricted Boltzmann Machine (Máquina de Boltzman condicionada restringida)        |
| <b>dDHP</b> | Direct heuristic dynamic programming (Programación dinámica eurística directa)                 |
| <b>DNN</b>  | Deep Neural Network (Red neuronal profunda)  |
| <b>DSTM</b> | Deep Spatial-Temporal Model (Modelo profundo espacio-temporal)                                 |
| <b>EEG</b>  | Electroencefalograma   |
| <b>EMG</b>  | Electromiografía   |
| <b>FSM</b>  | Finite State Machine (Máquina de estados finitos)  |
| <b>FSR</b>  | Force sensitive resistor: resistencia sensible a la fuerza                                     |
| <b>GAN</b>  | Generative adversarial network (Red generativa adversaria)                                     |
| <b>GMM</b>  | Gaussian mixture model (Modelo de mezcla gaussiana)  |
| <b>GTPN</b> | Gait Trajectory Prediction Network (Rede de predicción de la trayectoria de marcha)            |
| <b>HMM</b>  | Hidden Markov Model (Modelo oculto de Markov)  |
| <b>IMC</b>  | Inertial Máquina Cerebro   |
| <b>IA</b>   | Inteligencia artificial  |
| <b>IMU</b>  | Inertial Measurement Unit (Unidad de medición inercial)  |
| <b>IR</b>   | Infrarojo  |
| <b>ISO</b>  | International Organization for Standardization (Organización internacional de estandarización) |
| <b>kNN</b>  | k-nearest neighbor (Vecino más cercano k)  |
| <b>LDA</b>  | Linear discriminant analysis (Análisis de discriminante lineal)                                |
| <b>LQR</b>  | Linear quadratic regulator (Regulador cuadrático lineal)                                       |
| <b>LSTM</b> | Long short-term memory (Memoria a largo corto plazo)   |
| <b>MMG</b>  | Mecanomiografía  |

- MPL** Multi layer perceptron (Perceptrón multicapa)
- NARX** Nonlinear AutoRegressive eXogenous (No lineal autorregresivo con entradas externas)
- PCA** Principal Component Analysis (Análisis de componentes principales)
- PD** Proporcional derivativo
- PID** Proporcional integral derivativo
- PREI** Prótesis robótica de extremidad inferior
- PRT** Prótesis robótica transfemoral
- PSO** Particle swarm optimization (Optimización por enjambre de partículas)
- QDA** Quadratic discriminant analysis (Análisis de discriminante cuadrático)
- RELM** Regularized Extreme Learning Machine (Máquina de aprendizaje extremo regularizada)
- RNN** Recurrent Neural Network (Red neuronal recurrente)
- RoM** Rango de movimiento
- RP** Readiness potential (Potencial de preparación)
- RMSE** Root Mean Square Error (Raíz del error cuadrático medio)
- SNC** Sistema Nervioso Central
- SVM** Support vector machine (Máquina de soporte vectorial)