



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO**

Programa

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

**Estrategias para extender el tiempo de vuelo de un VANT  
de ala fija**

TESIS

Que presenta

**M. en C. David Ángeles Rojas**

Para obtener el grado de

**Doctor en Ciencias**

en

**Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina**

Directores de Tesis:

**Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz**

**Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez**

CIUDAD DE MÉXICO

Agosto, 2023.



# Agradecimientos

---

A mis padres Juan Ángeles Rojas y Silveria Rojas Aparicio, por mostrarme el camino correcto y guiarme por él, por todo su apoyo, sus consejos y comprensión incondicional que me han brindado durante toda mi vida, son mi gran fortaleza.

A mi hermano Juan Alberto Ángeles Rojas, por ser siempre un buen ejemplo a seguir, por su comprensión, apoyo y motivación constante durante esta y todas las etapas de mi vida.

Agradezco a mis asesores de tesis Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz y Dr. Omar Jacobo Santos Sánchez, por la disponibilidad de su tiempo, la invaluable ayuda brindada y sobre todo por compartir su conocimiento durante la realización de este trabajo.

Doy las gracias por su atención y valiosos comentarios a mis sinodales, Dr. Filiberto Muñoz Palacios, Dr. Hugo Romero Trejo, Dr. Iván González Hernández y Dr. Rogelio Lozano Leal.

Gracias al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) y al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) Unidad Zacatenco por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de doctorado.

Al laboratorio UMI-LAFMIA por permitirme realizar mis estudios de doctorado ahí, y a todos los profesores que compartieron sus conocimientos.

A mis compañeros por el apoyo mutuo y la amistad brindada durante el doctorado.





# Resumen

---

En la presente tesis doctoral se investigan estrategias para extender el tiempo de vuelo de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija, estas estrategias son tres: el uso de leyes de control subóptimo para estabilización, el aprovechamiento de la energía solar mediante un sistema fotovoltaico, además del aprovechamiento de las corrientes termales. Se describen los entornos de simulación utilizados así como las plataformas experimentales y los dispositivos usados.

En cuanto a las estrategias de control implementadas en el vehículo, se usó una ley de control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito, se muestra la manera de obtener las expresiones generales mediante el enfoque de programación dinámica y su aplicación con las ecuaciones que describen la dinámica del vehículo, los resultados presentados son en simulación y experimentales, los resultados en simulación son comparados con el desempeño de una ley de control proporcional derivativa (PD). También se implementó una ley control PD optimizada mediante el método del gradiente, donde se muestra el procedimiento para obtener las ganancias optimizadas. Los resultados del uso de dicha ley optimizada se muestran tanto en simulación como en resultados experimentales, de igual manera se presenta una comparativa de los resultados en simulación con un PD no optimizado.

En este trabajo se muestra cómo está constituido el sistema fotovoltaico y la manera en la que se implementa en la plataforma experimental, además se presenta la potencia eléctrica teórica en condiciones ideales que puede proporcionar dicho sistema fotovoltaico y el porcentaje de potencia que representaría respecto a las características de esta plataforma.

También se muestran el algoritmo implementado para la detección de las corrientes termales, estimación de sus parámetros y navegación dentro de ellas. Los resultados que se presentan son en simulación.



# Abstract

---

In this doctoral dissertation strategies to extend the flight endurance of a fixed wing unmanned aerial vehicle are researched, these strategies are three: the implementation of suboptimal control laws for stabilization, the use of solar energy through a photovoltaic system on the aircraft, and also to take advantage of thermal updrafts. Simulation environments and experimental platforms used are described, along with used the devices.

The control laws implemented on the aircraft are shown, a finite horizon nonlinear suboptimal control law was used, also the manner to obtain the general expressions using the dynamic programming approach with dynamics of the vehicle. Simulation and experimental results are presented, simulations results are compared with the performance of a proportional derivative (PD) control. Also a control law optimized through a gradient method was implemented, the process to obtain the optimized gains is shown. Simulation and experimental results are presented, a comparative with a non optimized PD control in simulations is presented.

In this work it is shown how the photovoltaic system is constituted and the mode that it is implemented in the experimental platform, also the theoretical electrical power under ideal conditions that can be supply to the aircraft's system and the power percentage that this would represent based on characteristics of the aircraft.

The algorithm implemented for thermal updrafts detection is shown, parameter estimation and navigation in side thermal updrafts. In addition the simulation results are presented.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XV</b>
<b>Acrónimos</b>	<b>XVII</b>
<b>Símbolos</b>	<b>XIX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.3. Hipótesis . . . . .	3
1.4. Justificación . . . . .	3
1.5. Objetivo general . . . . .	4
1.6. Objetivos particulares . . . . .	4
1.7. Estado del arte . . . . .	4
1.8. Artículos publicados . . . . .	9
<b>2. Modelo matemático</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo no lineal continuo . . . . .	13
2.2. Modelo no lineal discreto . . . . .	15
2.3. Seguimiento de trayectorias . . . . .	17
2.4. Diagrama básico de control . . . . .	20
<b>3. Entorno de simulación y plataforma experimental</b>	<b>22</b>
3.1. X-Plane 11 . . . . .	22

---

3.2. Modelos de VANTs . . . . .	23
3.3. Conexión de Simulink con X-Plane . . . . .	26
3.4. Plataforma experimental 1 . . . . .	27
3.5. Plataforma experimental 2 . . . . .	31
<b>4. Control óptimo</b>	<b>33</b>
4.1. Control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito . . . . .	33
4.2. Control subóptimo para un VANT de ala fija . . . . .	38
4.3. Simulaciones con control subóptimo . . . . .	42
4.4. Resultados experimentales con control subóptimo . . . . .	53
4.5. Método del gradiente . . . . .	54
4.6. Simulaciones con el método del gradiente . . . . .	62
4.7. Resultados experimentales con el método del gradiente . . . . .	68
4.8. Comparativa entre el control subóptimo y el control PD optimizado . . . . .	71
<b>5. Energía solar en el VANT</b>	<b>77</b>
5.1. Celdas solares . . . . .	78
5.2. Sistema fotovoltaico en el VANT . . . . .	82
<b>6. Corrientes térmicas</b>	<b>86</b>
6.1. Características de las corrientes térmicas . . . . .	86
6.2. Detección de corrientes térmicas . . . . .	90
6.3. Simulaciones . . . . .	93
<b>7. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>100</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>103</b>

---

# Índice de figuras

---

1.1. UAV solar SB4 Phoenix [9]. . . . .	6
1.2. CIES 2.2 [11]. . . . .	7
2.1. Ángulos de Euler. . . . .	11
2.2. Marco de referencia inercial. . . . .	12
2.3. Fuerzas en el VANT. . . . .	12
2.4. Superficies de control. . . . .	13
2.5. Diagrama básico de control. . . . .	20
3.1. VANT Nano Talon [33]. . . . .	23
3.2. VANT Nano Talon creado en Plane Maker. . . . .	24
3.3. Vista frontal del Nano Talon. . . . .	24
3.4. Vista superior del Nano Talon. . . . .	25
3.5. Vista lateral del Nano Talon. . . . .	25
3.6. Programa para conexión entre Simulink y X-Plane. . . . .	26
3.7. Bloque de recepción de datos. . . . .	27
3.8. Plataforma experimental Nano Talon. . . . .	28
3.9. Diagrama básico de conexión. . . . .	29
3.10. Plataforma experimental Atom Seal. . . . .	32
4.1. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con control subóptimo. . . . .	43
4.2. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con control PD. . . . .	43
4.3. Velocidades en $x$ , $y$ , y $z$ con control subóptimo. . . . .	44
4.4. Velocidades en $x$ , $y$ , y $z$ con control PD. . . . .	44
4.5. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control subóptimo. . . . .	45

4.6. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control PD. . . . .	45
4.7. Velocidad angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control subóptimo. . . . .	46
4.8. Velocidad angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control PD. . . . .	46
4.9. Velocidad relativa del aire con control subóptimo. . . . .	47
4.10. Velocidad relativa del aire con control PD. . . . .	47
4.11. Señales del control subóptimo. . . . .	48
4.12. Señales del control PD. . . . .	48
4.13. Seguimiento de trayectoria con control subóptimo. . . . .	49
4.14. Seguimiento de trayectoria con control PD. . . . .	49
4.15. Trayectoria dentro de la termal con control subóptimo. . . . .	50
4.16. Trayectoria dentro de la termal con control PD. . . . .	50
4.17. Error de seguimiento con control subóptimo. . . . .	51
4.18. Error de seguimiento con control PD. . . . .	51
4.19. Orientación angular en pitch. . . . .	53
4.20. Orientación angular en roll. . . . .	53
4.21. Señales de control en pitch y roll. . . . .	54
4.22. Resultados de pitch, roll, y $V_a$ en simulación. . . . .	62
4.23. Minimización de índices de desempeño. . . . .	63
4.24. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con PD optimizado. . . . .	64
4.25. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con PD. . . . .	64
4.26. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con PD optimizado. . . . .	65
4.27. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con PD. . . . .	65
4.28. Velocidad del aire con PD optimizado. . . . .	66
4.29. Velocidad del aire con PD. . . . .	66
4.30. Señales de control PD optimizado. . . . .	67
4.31. Señales de control PD. . . . .	67
4.32. Orientación angular en pitch. . . . .	69
4.33. Orientación angular en roll. . . . .	70
4.34. Señales de control en pitch y roll. . . . .	70
4.35. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con control subóptimo. . . . .	71
4.36. Posiciones en $x$ , $y$ , y $z$ con control PD optimizado. . . . .	72
4.37. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control subóptimo. . . . .	72



4.38. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ , y $\psi$ con control PD optimizado. . . . .	73
4.39. Velocidad relativa del aire con control subóptimo. . . . .	73
4.40. Velocidad relativa del aire con control PD optimizado. . . . .	74
4.41. Señales del control subóptimo. . . . .	74
4.42. Señales del control PD optimizado. . . . .	75
5.1. Celda solar. . . . .	79
5.2. Celda solar tamaño 1/3. . . . .	80
5.3. Conexión serie de las celdas solares. . . . .	80
5.4. Celdas solares instaladas en el ala. . . . .	81
5.5. Gráfica típica de I-V de la celda modelo C60. . . . .	82
5.6. Dispositivo MPPT [44]. . . . .	83
5.7. Sistema fotovoltaico. . . . .	84
5.8. VANT solar. . . . .	85
6.1. Formación de corriente térmica . . . . .	87
6.2. Corriente térmica. . . . .	89
6.3. Vista superior de una corriente térmica. . . . .	89
6.4. Simulación de dos corrientes termales [21]. . . . .	90
6.5. Estimación del centro de la corriente térmica. . . . .	92
6.6. Posiciones en $x$ , $y$ y $z$ . . . . .	94
6.7. Orientación angular en $\theta$ , $\phi$ y $\psi$ . . . . .	94
6.8. Velocidad en altura $z$ . . . . .	95
6.9. Velocidad en altura $z$ . . . . .	96
6.10. Trayectoria de vuelo. . . . .	96
6.11. Trayectoria de vuelo. . . . .	97
6.12. Trayectoria de vuelo en tres dimensiones. . . . .	98
6.13. Trayectoria de vuelo en tres dimensiones. . . . .	98



# Índice de tablas

---

3.1. Características de la plataforma experimental Nano Talon. . . . .	28
3.2. Características de la plataforma experimental Seal. . . . .	32
4.1. Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria . . . . .	51
4.2. Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria . . . . .	52
4.3. Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria . . . . .	68
4.4. Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria . . . . .	68
4.5. Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria . . . . .	75
4.6. Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria . . . . .	76
5.1. Especificaciones de las celdas solares. . . . .	79
5.2. Características del MPPT GVB-8-Li-14.2V. . . . .	84



# Acrónimos

---

ASL	Autonomous Systems Lab
BEC	Battery Eliminating Circuit
EVA	Ethylene Vinyl Acetate
ETH	Eidgenössische Technische Hochschule
EPP	Expanded Polypropylene
GPS	Global Positioning System
LiPo	Lithium Polymer
LQR	Linear Quadratic Regulator
MALE	Medium Altitude Long Endurance
MPPT	Maximum Power Point Tracker
PID	Proportional Integral Derivative
PD	Proportional Derivative
PPM	Pulse Position Modulation
PWM	Pulse Width Modulation
RPAS	Remotely Piloted Aircraft System
UAS	Unmanned Aerial System
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
UDP	User Datagram Protocol
VANT	Vehículo Aéreo No Tripulado
VTOL	Vertical Takeoff and Landing



# Símbolos

---

Símbolo	Nombre	Unidad
$\theta$	Ángulo de cabeceo o de pitch	
$\phi$	Ángulo de alabeo o de roll	
$\psi$	Ángulo de guiñada o de yaw	
$\chi$	Ángulo de curso	
$\theta_c$	Ángulo de control en pitch	
$\phi_c$	Ángulo de control en roll	
$\psi_c$	Ángulo de control en yaw	
$x$	Posición del VANT en el eje x	$m$
$y$	Posición del VANT en el eje y	$m$
$z$	Posición del VANT en el eje z	$m$
$g$	Aceleración de la gravedad	$m/s^2$
$m$	Masa	$kg$
$L$	Fuerza de sustentación o lift	N
$D$	Fuerza de arrastre o drag	N
$\rho$	Densidad del aire	$kg/m^3$
$V$	Velocidad	$m/s$
$V_a$	Velocidad relativa del aire	$m/s$
$V_g$	Velocidad relativa a tierra	$m/s$
$A$	Área	$m^2$
$C_L$	Coficiente de sustentación	
$C_D$	Coficiente de arrastre	
$T$	Fuerza de empuje o thrust	N

Símbolo	Nombre	Unidad
$T_m$	Tiempo de muestreo	$s$
$I$	Inercia	$kgm^2$
$\tau$	Señal de control	
$\tau_s$	Constante de tiempo	$s$
$\theta_c$	Señal de control en pitch	
$\phi_c$	Señal de control en roll	
$\psi_c$	Señal de control en yaw	
$\chi_c$	Señal de control en el ángulo de curso	
$\varphi$	Ángulo de fase	
$d$	Distancia del VANT al centro de coordenadas	$m$



# Introducción

---

Con el desarrollo de dispositivos electrónicos cada vez más pequeños ha crecido el interés por la construcción y operación de vehículos aéreos no tripulados (VANTs) los cuales son controlados a distancia por medio de un radio control o una computadora. Al inicio su desarrollo fue debido a la necesidad de usarlos en aplicaciones militares pero con el tiempo algunos modelos de esta clase de vehículos aéreos han alcanzado precios relativamente económicos que junto con el desarrollo de sistemas autónomos han permitido que su uso se haya extendido ampliamente, su mantenimiento es sencillo además de ser relativamente fáciles de pilotar y seguros para quienes los manejan. Los vehículos aéreos no tripulados también pueden operar de forma autónoma con planes de vuelo previamente definidos, lo que los vuelve aún más útiles para una gran variedad de aplicaciones ya que la intervención humana será mínima.

El interés por estos vehículos aéreos no tripulados ha crecido desde ser objetos de investigación para probar leyes de control para estabilización y navegación hasta ser considerados para diferentes aplicaciones como lo son en vigilancia fronteriza, búsqueda y rescate, control de incendios forestales, en agricultura, aplicaciones de topografía y cartografía, etc.

En cuanto su denominación, un vehículo con estas características es muy comúnmente llamado dron, término que proviene de su versión en inglés “drone”, de manera más formal se les conoce como UAV del inglés “Unmanned Aerial Vehicles”, UAS de “Unmanned Aerial System” o RPAS de las siglas “Remotly Piloted Aircraft System”. A lo largo de este trabajo de tesis se usará mayormente su denominación en español VANT (vehículo Aéreo no tripulado) o el plural VANTs.

## **1.1. Motivación**

Dentro de los diferentes tipos de vehículos aéreos no tripulados, los de ala fija se caracterizan por tener mayor rango en distancias de vuelo y velocidades superiores a los multirrotores, lo que los hace ideales para tareas donde el área a sobre volar sea muy grande, como lo son aplicaciones de vigilancia, topografía, agricultura, etc. Muchas de estas aplicaciones requieren que el vehículo aéreo se encuentre volando durante largos periodos de tiempo, esto puede representar una problemática ya que su tiempo de vuelo es limitado y en muchos casos será necesario finalizar la tarea dentro de este tiempo limite, por lo que muchas de ellas quedarán inconclusas o no se llevarán acabo de forma adecuada. Un ejemplo de esto es la aplicación de vigilancia en zonas fronterizas, donde la tarea se debe llevar a cabo las 24 horas del día, en este caso los limitados tiempo de vuelo de esta clase de vehículos aéreos hacen difícil el desarrollo de esta tarea ya que es necesario detener el vuelo para cambiar o recargar baterías. Además estos tiempos de vuelo se pueden ver aún más reducidos dependiendo de la cantidad de equipo o carga que se coloque en el VANT.

## **1.2. Planteamiento del problema**

Aunque ha habido grandes avances tecnológicos en el desarrollo de dispositivos electrónicos, menor ha sido el desarrollo en el almacenamiento energético, por este motivo es común que el tiempo de vuelo de esta clase de vehículos sea corto, el tiempo de vuelo promedio para una vehículo aéreo no tripulado de ala fija con dimensiones de entre uno y dos metros de envergadura es unos cincuenta minutos, utilizando como fuente de energía baterías de polímero de litio, mejor conocidas como LiPo de las siglas en inglés “Lithium-Polymer”, de aquí la importancia de aplicar estrategias que nos permitan extender el tiempo de vuelo, ya que esta es la más grande limitante a tomar en cuenta al usar estos vehículos aéreos para el desarrollo de alguna actividad. En la mayoría de los casos es necesario llevar varias baterías de reserva para realizar múltiples cambios durante el desarrollo de la tarea, esto representa pérdida de tiempo al hacer regresar al VANT al punto de despegue para realizar este cambio, además de que limita el alcance del mismo, una de las principales razones para elegir un vehículo aéreo no tripulado de ala fija para el desarrollo de una tarea es por su capacidad de recorrer amplias distancias y esto se ve limitado si su autonomía es reducida. Además el

llevar varias baterías para el desarrollo de una actividad representa una inversión de tiempo de varias horas para la recarga de las mismas.

### **1.3. Hipótesis**

La aplicación de leyes de control óptimo puede ayudar al vehículo a reducir el consumo energético aumentando así su autonomía, esto es de especial interés en actuadores como el motor o motores que vayan instalados en el VANT, ya que estos dispositivos consumen la mayor parte de la energía eléctrica del sistema, por lo cual el ahorro de energía en este tipo de actuadores es relevante.

Una fuente de energía extra es el sol, y se puede aprovechar mediante el uso de paneles solares instalados en la aeronave, específicamente en las alas del VANT. Estos paneles solares generarán energía eléctrica a partir de la radiación solar que incida sobre ellos, energía que puede ser usada para contribuir en energizar dispositivos instalados en un VANT.

La correcta detección y navegación dentro de las corrientes termales permitirá al VANT disminuir la velocidad del motor o apagar lo completamente y continuar volando, cuanto más alto se pueda elevar el VANT gracias a la termal mayor será el tiempo que podrá planear y continuar sin la intervención del motor, lo que ayudará a aumentar el tiempo de vuelo.

### **1.4. Justificación**

La aplicación de leyes control óptimo minimizando el consumo energético ha demostrado tener buen desempeño en diversos sistemas, por lo que su aplicación en el VANT de ala fija puede ayudar a minimizar la energía usada durante el vuelo.

Una buena estrategia para incrementar el tiempo de vuelo de un VANT de ala fija es aprovechar la energía proporcionada por la naturaleza, como es la energía solar y las corrientes termales. Estas últimas son usadas por las aves para planear por el cielo durante largos periodos de tiempo ahorrando así energía durante el vuelo. Una forma de aprovechar la energía proveniente del sol es mediante el uso de celdas solares, las cuales son dispositivos que captan la energía de la radiación solar y mediante el efecto fotoeléctrico la convierten en energía eléctrica. Colocar una serie de estos paneles en las alas del VANT nos permitirá obtener energía eléctrica para recargar la batería del VANT.

La combinación de estas dos estrategias junto con una ley de control óptimo representa una buena manera de ahorrar energía y así incrementar la autonomía del VANT.

## **1.5. Objetivo general**

Investigar estrategias para aumentar el tiempo de vuelo de un VANT de ala fija, las cuales son, una estrategia de control óptimo, el uso de celdas solares y el aprovechamiento de corrientes térmicas.

## **1.6. Objetivos particulares**

- Implementar una ley de control subóptimo en un VANT de ala fija.
- Construcción de una plataforma con un sistema fotovoltaico para el aprovechamiento de la energía solar.
- Implementar en simulación un sistema para la correcta detección y navegación dentro de corrientes térmicas.

## **1.7. Estado del arte**

Con relación al uso de celdas solares en los VANTs de ala fija como fuente alterna de energía se tienen trabajos previos en la literatura, a continuación se mencionan algunos de ellos.

El “Autonomous Systems Lab” (ASL) del ETH Zurich desarrolló su proyecto llamado “AtlantikSolar”[1], el cual es un VANT alimentado por energía solar y que realizó un vuelo en el polo norte con una duración de 13 horas continuas con el fin de llevar a cabo tareas de inspección en los glaciares, se tenía planeado un vuelo de 24 horas, pero debido a la niebla se tuvo que aterrizar antes, volar en lugares árticos tiene algunos desafíos ya que son lugares que se encuentran a muy bajas temperaturas, además la niebla es un factor que dificulta la visibilidad, y uno de los más importantes es que el campo magnético es débil por lo que la lecturas del magnetómetro se dificultan. AL siguiente día se continuó con tarea de inspeccionar los glaciares, y en esta ocasión el VANT recorrió 230 km en 5 horas y a

su regreso tenía completamente cargadas las baterías, lo que significa que voló solamente usando la energía solar.

Otro trabajo con el “AtlantikSolar” es “A solar-powered hand-launchable UAV for low-altitude multi-day continuous flight”[2] donde se presenta un diseño mejorado, desarrollo y pruebas de vuelo con este VANT desarrollado por el ETH Zurich, la tarea es volar en una latitud de 45° N alrededor del mes de junio. Para el desarrollo de este diseño mejorado se consideran las condiciones meteorológicas locales, además tiene una cámara montada para realizar mapas 3D de alta fidelidad. En las pruebas del diseño se realizaron vuelos de 12 horas con el sistema de celdas solares deshabilitado con la finalidad de repicar condiciones de vuelo nocturno.

En la tesis doctoral titulada “Diseño, construcción y navegación de un Sistema Aéreo no Tripulado Solar”[3] se muestra el diseño y construcción de un VANT solar de ala fija, además se muestran las leyes de control usadas para la navegación y seguimiento del mejor ángulo para aprovechar más la energía solar, lo que se conoce como MPPT (siglas en inglés de Maximum Power Point Tracking), de donde también se publicó un artículo [4]. Los resultados que se presentan en este trabajo de tesis son experimentales.

Una estrategia de optimización con algoritmos genéticos para el perfil del ala es usado en “Design of Low Altitude Long Endurance Solar-Powered UAV Using Genetic Algorithm”[5], este método también se usa para el diseño de las alas, elevador y timón de dirección. Este diseño está enfocado para un VANT solar con vuelo de larga duración además se usan controles LQR y PID para la dinámica longitudinal y lateral, y son aplicados en lazos internos y externos de control. Los resultados que se presentan en este trabajo son en simulación.

El desarrollo y pruebas de vuelo de un VANT solar de ala fija se describe en “Design, Development, and Initial Testing of a Computationally-Intensive, Long-Endurance Solar-Powered Unmanned Aircraft”[6], con una envergadura de 4 metros y un peso de 2.5 kilogramos este VANT será capaz de realizar vuelos de larga duración, además de adquirir imágenes de alta resolución y realizar procesamiento intensivo de datos con tarjetas de procesamiento de vídeo dedicadas, el vehículo estará alimentado por un array de celdas solares de la compañía “Alta Devices” que proporcionará una potencia de 65 watts.

En el trabajo “Solar powered UAV: Design and experiments”[7] se habla acerca del VANT solar desarrollado en el “Center for Distributed Robotics”, este vehículo tiene una

envergadura de 4 metros con un arreglo de celdas solares capaces de generar 180 watts, durante sus pruebas encontraron que el uso promedio de energía durante el vuelo nivelado es de 46.8 watts, lo que significa que tienen energía solar adicional.

Un estudio titulado “Conceptual design of a hybrid solar MALE UAV”[8] presenta un diseño de un VANT de ala fija híbrido de vuelo a altitud media para misiones de vigilancia. Para el desarrollo de este VANT se considera usar celdas solares monocristalinas y el análisis del diseño conceptual muestra que podrá volar a 7 kilómetros de altura y tendrá una capacidad de carga de 50 kg.

Por su parte diferentes empresas privadas han diseñado y construido VANTs de ala fija en los cuales incorporan celdas solares para aumentar la autonomía de vuelo. Entre estas empresas se encuentra “Sunbirds”[9] la cual desarrolló su modelo “SB4 Phoenix”, este UAV tiene su récord propio de vuelo de 8 horas, el cual consiguió en el desierto de queensland en Australia. La Figura 1.1 tomada de su sitio oficial en internet muestra el VANT desarrollado.



Figura 1.1: UAV solar SB4 Phoenix [9].

Este VANT también obtuvo el 14 de septiembre del 2020 un récord mundial al cruzar dos veces el canal de la mancha (ida y regreso), un vuelo que le tomó 2 horas y 21 minutos y en el cual su recorrido total fue de 100km y alcanzó una velocidad de 43 km/h, este vuelo lo realizó utilizando solamente energía solar ya que a su regreso sus baterías se encontraban cargadas al 100 por ciento. La empresa además desarrolló un VANT de ala fija de despegue vertical con celdas solares para aumentar su autonomía hasta alrededor de 5 horas, esta clase de VANTs son conocidos comúnmente como VTOL de las siglas en inglés “Vertical Take-Off and Landing”.

También por su parte las compañías “AeroVironment”[10] y “Alta Devices” unieron fuerzas para desarrollar el “AeroVironment Solar-Powered Puma AE”, este modelo de VANT es fabricado por “AeroVironment” y al cual se le integraron un conjunto de celdas solares desarrolladas por “Alta Devices”, esta compañía se dedicaba a la fabricación de las mismas y en

esta ocasión lograron alcanzar una eficiencia de 31 % cuando en la mayoría de los casos la eficiencia de las celdas solares está entre 20 % y 24 %, con este incremento en la eficiencia lograron una autonomía de 9 horas en su VANT.

El desarrollo de un VANT con diseño en forma de ala volante que aprovecha la energía del sol para aumentar su autonomía es un trabajo de la compañía “UAV Instruments”[11] que con su modelo de ala CIES 2.2 logra alcanzar un tiempo de vuelo de 10 horas y logra alcanzar una velocidad de hasta 75 km/h con un peso máximo de hasta 4 kg y una envergadura de 2.2 metros. Esta ala está pensada para fotogrametría, topografía, teledetección, reconocimiento y agricultura de precisión. El modelo de esta ala se muestra en la Figura 1.2, tomada del sitio oficial en internet.

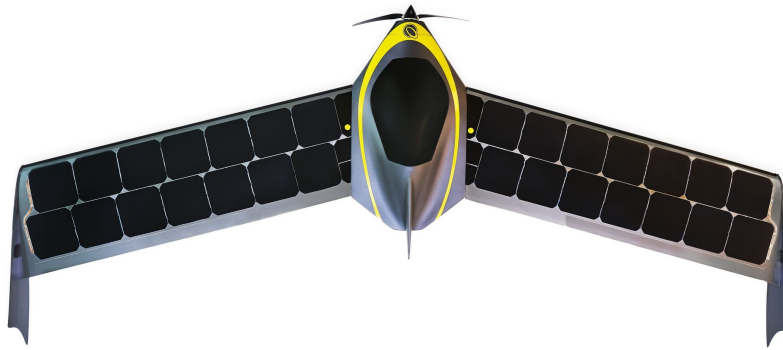


Figura 1.2: CIES 2.2 [11].

En cuanto a las técnicas de control óptimo usadas en VANTS de ala fija tenemos trabajos como el reportado en “Energy-Optimal Guidance of Hybrid Ultra-Long Endurance UAV”[12], donde se trata de calcular la trayectoria óptima a seguir, además de usar la energía de propulsión de forma óptima también. El enfoque de programación dinámica es usado en “Meteorological path planning using dynamic programming for a solar-powered UAV”[13] con el objetivo de encontrar la trayectoria óptima, para determinar esta trayectoria se toman en cuenta los parámetros del VANT y el viento, es decir la función de costo que se propone se evalúa respecto al modelo cinemático y los datos meteorológicos.

Una ley de control óptimo se obtiene en “Deep Reinforcement Learning Attitude Control of Fixed-Wing UAVs Using Proximal Policy optimization”[14] usando “deep learning” y se implementa en el control de orientación del VANT de ala fija, en este trabajo se compara el desempeño de este control contra un PID (Proporcional Integral Derivativo). En “Direct and indirect methods in optimal control with state constraints and the climbing trajectory of an aircraft”[15], un control óptimo es implementado para obtener el tiempo mínimo y el mínimo

consumo de combustible en una aeronave durante la fase de ascenso, para esto se toma en consideración el fuerza de sustentación y la fuerza de empuje, los resultados se presentan en simulación. Un control óptimo es diseñado en “Optimal control of a small fixed-wing UAV about concatenated trajectories”[16] basado en los modelos linealizados del VANT de ala fija e implementado al seguimiento de trayectorias.

El aprovechamiento de las corrientes termales es otra estrategia importante que puede aumentar de forma considerable el tiempo de vuelo de un VANT de ala fija, al respecto ya existen trabajos previos como lo es el titulado “Thermal detection and generation of collision-free trajectories for cooperative soaring UAVs”[17] donde se presenta un algoritmo para la detección de termales, los autores consideran unos parámetros que definen una termal, los cuales son: el centro de la termal, velocidad vertical del viento, radio de la termal altitud máxima y la deriva de la termal, esta última puede ser ocasionada por el viento. En la implementación de este algoritmo se realizan lecturas de la altura en cada instante de tiempo, estas lecturas se comparan con la muestra anterior y si hay un incremento en la altura y es la primera vez que se presenta entonces se guarda la ubicación como posible origen de una termal, si este cambio de altura ya se presentó antes entonces se guarda la posición, la altura ganada y la altura final. En el caso de que no haya un incremento en la altura, se revisa si la altura ganada es suficiente para considerar una termal si es así se guardan estos datos y si no se reinician las variables.

En el reporte técnico de la NASA (National Aeronautics and Space Administration) titulado “Guidance and Control of an Autonomous Soaring UAV” [18] se propone una estrategia para la identificación y la navegación dentro de las corrientes termales. Estas corrientes se forman cuando el aire más cercano al suelo se vuelve menos denso como resultado del calor, esto provoca ascenso de la masa de aire y esta fuerza es aprovechada por el vehículo para ganar altura y conservar energía. Para la identificación de la termal se usan ciertos parámetros como lo son la velocidad de cambio de la energía y la posición del vehículo. De un total de 17 pruebas realizadas usando esta estrategia se detectaron 23 termales y el promedio de altura ganada por cada corriente termal fue de 173 m, los resultados presentados muestran que el UAV puede detectar y aprovechar de forma autónoma las corrientes termales.

En el trabajo titulado “Cooperative autonomy of multiple solar-powered thermaling gliders”[19], se presenta el esquema básico del sistema para el manejo de la energía eléctrica proporcionada por celdas solares, además se presenta una estrategia para detectar corrientes



termales basándose en la curva llamada “sink rate”, con previos vuelos donde no hay grandes corrientes de aire se caracteriza esta curva y después en pleno vuelo se utiliza el algoritmo de mínimos cuadrados para obtenerla “online”, una vez que se tienen las dos curvas estas se comparan y la diferencia de las mismas puede reflejar la existencia de una corriente termal. Otro método que se presenta en el mismo artículo es el basado en el análisis de la energía total del sistema, es decir la energía cinética más la energía potencial, la variación de esta energía comúnmente se debería encontrar cerca del cero, pero en el momento de encontrar una termal esta variación debería aumentar por unos instantes aquí es cuando se detecta ese incremento y se puede considerar como una termal según los autores. Los resultados mostrados en este artículo son sólo en simulación, se utilizó Simulink/Matlab 2013 y el simulador Condor.

Este método para detectar termales también se presenta en “The AutoSOAR autonomous soaring aircraft, part 1: Autonomy algorithms”[20] con la diferencia que aquí generan un mapa con previos reportes atmosféricos para tratar de ubicar corrientes termales más fácilmente.

En el trabajo titulado “ArduSoar: An Open-Source Thermalling Controller for Resource-Constrained Autopilot”[21] se aborda el problema de la detección y navegación en las corrientes termales con el fin de aumentar el tiempo de vuelo de un VANT de ala fija, para lo cual hace algunas suposiciones acerca de las corrientes termales con el fin de simplificar el proceso de identificación, la primera de ellas es que las termales son estacionarias, es decir su posición y distribución de fuerza no cambian con el tiempo, la segunda es que toda termal tiene un centro en una posición dada y la última es la velocidad del aire dentro de la termal tiene una distribución en forma de campana donde la mayor velocidad del aire se encuentra en el centro y esta va disminuyendo hacia la orilla de la termal. El proceso de ganar altura usando la termal es dividido en cuatro pasos, los cuales son: detección de la termal, identificación, navegación y salida.

## **1.8. Artículos publicados**

Como resultado de este trabajo de tesis se publicó el artículo:

- Artículo de revista “Finite Horizon Nonlinear Suboptimal Control for an Autonomous

Soaring UAV”, publicado el 12 de marzo del 2022 en “Mathematical Problems in Engineering” [22].

También se terminó de escribir un segundo artículo titulado “Gradient Optimization Control for a Fixed-Wing UAV” el cual será sometido a la revista “Control Engineering Practice”.

## Modelo matemático

El modelo matemático usado para el control del VANT se compone de las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento en los ángulos de Euler y las ecuaciones cinemáticas de su posición en tres dimensiones en un eje de referencias no inercial. En las siguientes secciones se presenta el modelo no lineal continuo y la manera en la que se lleva este modelo a su forma no lineal discreta. De forma previa se describen los ángulos de Euler, el marco de referencia no inercial, las superficies de control y fuerzas que actúan en el VANT para entender mejor la representación del modelo matemático.

Los ángulos de Euler nos sirven para representar la orientación del VANT dentro de un marco de referencia, el cual se desplaza junto con el vehículo. Son tres las coordenadas angulares a considerar, cabeceo, alabeo y guiñada (del inglés pitch, roll y yaw). En este trabajo de tesis se usará su denominación en inglés por comodidad.

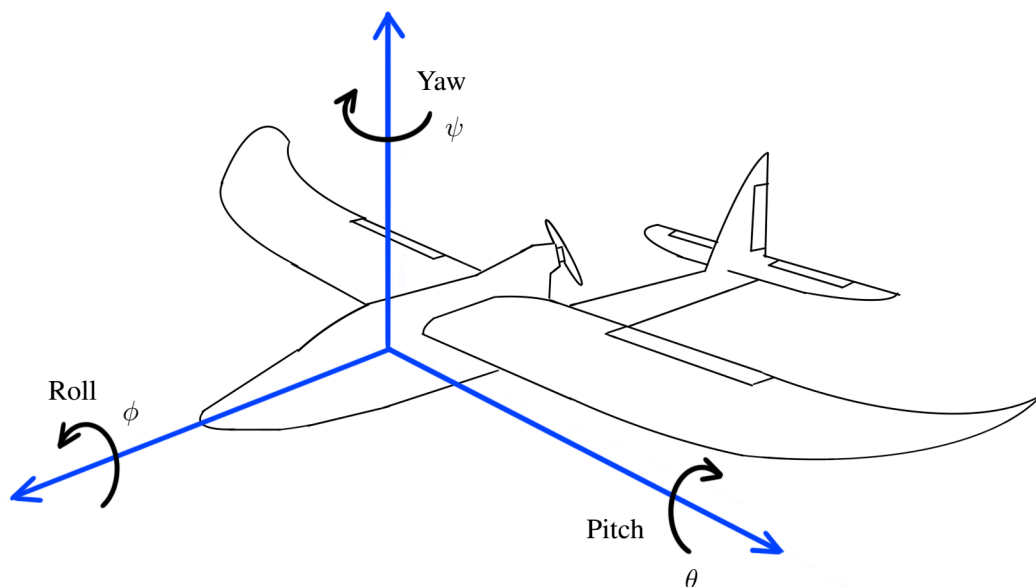


Figura 2.1: Ángulos de Euler.

En la Figura 2.1 se puede ver una representación de los ángulos de Euler y su ubicación respecto al VANT. El ángulo de pitch se encuentra en el eje lateral, roll en el longitudinal y yaw en el eje vertical. Así mismo se pueden ver los sentidos de giro de los ángulos.

El marco de referencia inercial se puede observar en la Figura 2.2 con el cual podemos representar la posición del VANT en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

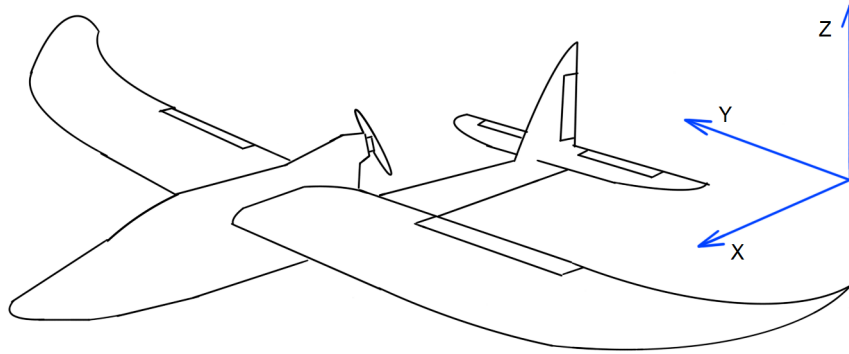


Figura 2.2: Marco de referencia inercial.

Hay cuatro fuerzas principales que actúan sobre el VANT durante el vuelo, la fuerza de sustentación, la fuerza de empuje debida al motor, el peso debido a la gravedad y el arrastre, esto se ilustra en la Figura 2.3.

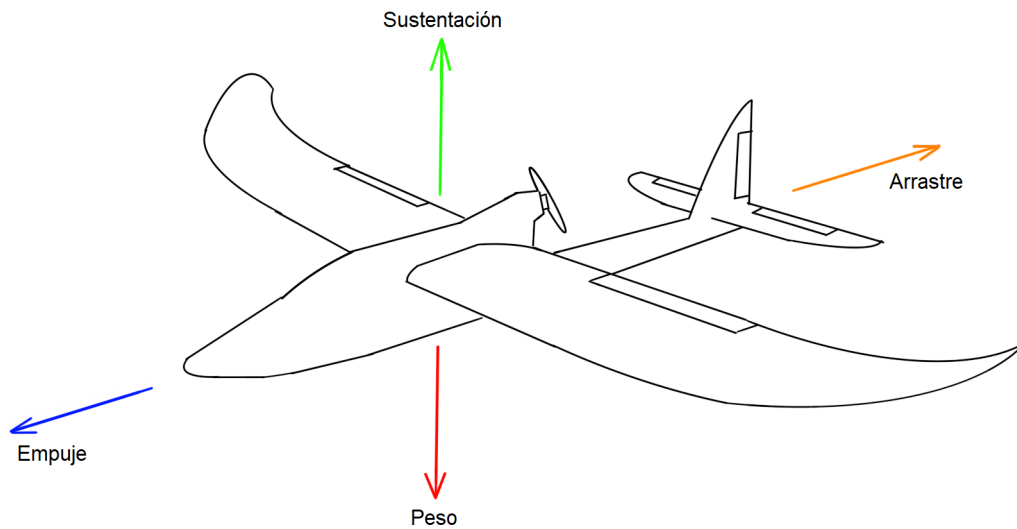


Figura 2.3: Fuerzas en el VANT.

La fuerza de sustentación y arrastre están dadas por las siguientes ecuaciones. Donde  $L$  representa la fuerza de sustentación (del inglés Lift) y  $D$  la fuerza de arrastre (del inglés Drag).

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_L \quad (2.1)$$

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 AC_D, \quad (2.2)$$

donde  $\rho$  representa la densidad del fluido, en nuestro caso el aire,  $V$  es la velocidad,  $A$  es el área del ala,  $C_L$  y  $C_D$  el coeficiente de sustentación y arrastre respectivamente. Estos coeficientes de sustentación y arrastre son propios de cada perfil de ala.

Típicamente se tienen cuatro entradas de control en el VANT de ala fija, estas entradas son, los alerones que permiten controlar el ángulo en roll y el ángulo de curso, el elevador es una superficie que nos permite controlar el ángulo de pitch y así estabilizar el VANT horizontalmente, el timón de dirección que nos permite controlar el ángulo de yaw y el motor que nos da la fuerza de empuje necesaria para mantener en vuelo el vehículo. La siguiente Figura 2.4 muestra una configuración clásica de estas superficies de control.

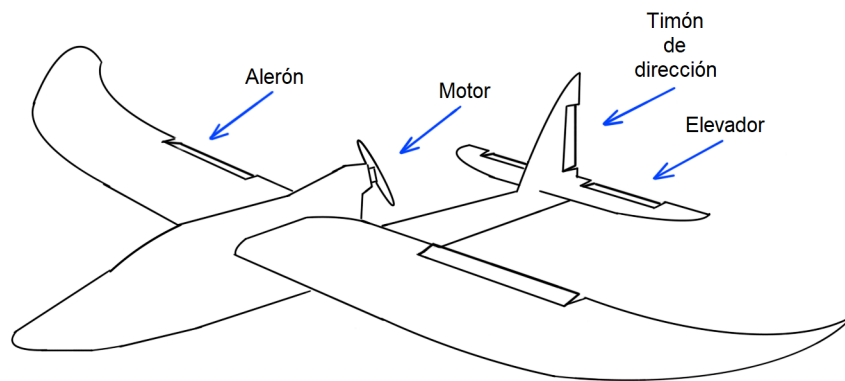


Figura 2.4: Superficies de control.

La configuración mostrada en la imagen es clásica y mayormente usada en los VANT de ala fija, pero también existen otras configuraciones diferentes algunas con más y otras con menos superficies de control.

## 2.1. Modelo no lineal continuo

El lazo interno de control donde se encuentran las ecuaciones dinámicas de los ángulos de Euler para orientación está representado por el siguiente sistema no lineal como se puede

encontrar en algunos trabajos en la literatura [23],[24],[25].

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{1}{I_{yy}} \tau_{\theta} \\
\ddot{\phi} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{1}{I_{xx}} \tau_{\phi} \\
\ddot{\psi} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{1}{I_{zz}} \tau_{\psi},
\end{aligned} \tag{2.3}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de pitch,  $\phi$  es el ángulo de roll, y  $\psi$  es el ángulo de yaw,  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  son los parámetros de inercia, por último las señales de entrada de control para estos ángulos son:  $\tau_{\theta}$  para pitch,  $\tau_{\phi}$  para roll y  $\tau_{\psi}$  para yaw.

En un lazo intermedio de control tenemos las ecuaciones cinemáticas para el ángulo de curso del vehículo considerando que hay giro coordinado [25].

$$\begin{aligned}
\dot{\chi} &= \frac{g}{V_a} \tan \phi \\
\dot{\phi} &= \frac{1}{\tau_{s\phi}} (\phi_c - \phi),
\end{aligned} \tag{2.4}$$

donde  $\chi$  es el ángulo de curso,  $g$  es la fuerza debido al efecto de la gravedad,  $V_a$  es la velocidad del vehículo respecto al viento,  $\tau_{s\phi}$  es la constante de tiempo del sistema y  $\phi_c$  es el ángulo de control en roll.

Por último en el lazo externo de control tenemos las ecuaciones cinemáticas que describen la posición en tres dimensiones en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . También tenemos la ecuación cinemática para el velocidad relativa al viento [25], [26].

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= V_a \cos \psi \cos \theta \\
\dot{y} &= V_a \sin \psi \cos \theta \\
\dot{z} &= V_a \sin \theta \\
\dot{V}_a &= \frac{T}{m} - \frac{D}{m} - g \sin \theta \\
\dot{\psi} &= \frac{1}{\tau_{s\psi}} (\psi_c - \psi) \\
\dot{\theta} &= \frac{1}{\tau_{s\theta}} (\theta_c - \theta),
\end{aligned} \tag{2.5}$$

donde  $x$ ,  $y$  y  $z$  denota la posición del VANT en el marco inercial de referencia,  $V_a$  es la velocidad del vehículo respecto al viento,  $m$  es la masa del vehículo,  $D$  representa la fuerza de

arrastre,  $\tau_{s\theta}$  y  $\tau_{s\psi}$  son constantes de tiempo del sistema. En este modelo cinemático tenemos tres entradas de control,  $T$  es la fuerza de empuje motor,  $\theta_c$  y  $\psi_c$  son los ángulos de control.

El modelo 2.5 es dividido en tres subsistemas para poder implementar de forma sencilla las leyes de control. En estos subsistemas tenemos uno para la posición en  $x$  y  $y$ , uno para la altura  $z$  y el último para la velocidad relativa la viento  $V_a$ .

Subsistema para control en posición  $x$  y  $y$ :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V_a \cos \psi \cos \theta \\ \dot{y} &= V_a \sin \psi \cos \theta \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\tau_{s\psi}}(\psi_c - \psi).\end{aligned}\tag{2.6}$$

Subsistema para control de altura:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= V_a \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{\tau_{s\theta}}(\theta_c - \theta).\end{aligned}\tag{2.7}$$

Subsistema para control de la velocidad relativa al viento:

$$\dot{V}_a = \frac{T}{m} - \frac{D}{m} - g \sin \theta.\tag{2.8}$$

Estos subsistemas obtenidos se llevarán a su representación en tiempo discreto en la siguiente sección.

## 2.2. Modelo no lineal discreto

Las estrategias de control que se usarán en el capítulo 4 hacen uso del modelo discreto del sistema, por lo cual es necesario expresar las ecuaciones dinámicas y cinemáticas presentadas en la sección anterior en su versión en tiempo discreto.

En el caso del modelo dinámico para la orientación, cómo paso previo lo expresaremos en su representación en espacio estado, donde tenemos:

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_2 \phi_2 + \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta\end{aligned}\tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_1 &= \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \psi_2 \theta_2 + \frac{1}{I_{xx}} \tau_\phi\end{aligned}\quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}\dot{\psi}_1 &= \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \phi_2 \theta_2 + \frac{1}{I_{zz}} \tau_\psi.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Ahora, para hallar la representación en tiempo discreto de los sistemas anteriores haremos uso de la aproximación de Euler, la cual es:

$$\dot{x} = \frac{x(k+1) - x(k)}{T_m}, \quad (2.12)$$

donde  $x$  representa la variable de estado y  $T_m$  es el tiempo de muestreo. Usando esta aproximación en la ecuación de estado (2.9) tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{\theta_1(k+1) - \theta_1(k)}{T_m} &= \theta_2(k) \\ \frac{\theta_2(k+1) - \theta_2(k)}{T_m} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_2(k) \phi_2(k) + \frac{1}{I_{yy}} \tau_\theta(k),\end{aligned}\quad (2.13)$$

despejando  $\theta_1(k+1)$  y  $\theta_2(k+1)$ :

$$\begin{aligned}\theta_1(k+1) - \theta_1(k) &= T_m \theta_2(k) \\ \theta_2(k+1) - \theta_2(k) &= T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_2(k) \phi_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} \tau_\theta(k)\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}\theta_1(k+1) &= T_m \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ \theta_2(k+1) &= T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_2(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} \tau_\theta(k).\end{aligned}\quad (2.15)$$

Expresando el sistema de ecuaciones anterior en su forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_2(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tau_\theta(k). \quad (2.16)$$

Realizando el mismo procedimiento para los sistemas de ecuaciones (2.10) y (2.11) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \phi_1(k+1) \\ \phi_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m \phi_2(k) + \phi_1(k) \\ T_m \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \psi_2(k) \theta_2(k) + \phi_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{I_{xx}} \end{bmatrix} \tau_\phi(k), \quad (2.17)$$



$$\begin{bmatrix} \psi_1(k+1) \\ \psi_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m \psi_2(k) + \psi_1(k) \\ T_m \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \theta_2(k) \phi_2(k) + \psi_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{I_{zz}} \end{bmatrix} \tau_\psi(k). \quad (2.18)$$

Para el lazo intermedio de control dado por la expresión (2.4) tenemos que su representación en tiempo discreto es:

$$\begin{bmatrix} \chi(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m \frac{g}{V_a(k)} \tan \phi(k) + \chi(k) \\ (1 - \frac{T_m}{\tau_{s\phi}}) \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{\tau_{s\phi}} \end{bmatrix} \phi_c(k). \quad (2.19)$$

Finalmente para el lazo externo de control dado por (2.5), la representación en tiempo discreto de los subsistemas en los que se dividió es la siguiente.

Subsistema para control de altura:

$$\begin{bmatrix} z(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m V_a(k) \sin \theta(k) + z(k) \\ (1 - \frac{T_m}{\tau_{s\theta}}) \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{\tau_{s\theta}} \end{bmatrix} \theta_c(k). \quad (2.20)$$

Subsistema para control de la velocidad relativa al viento:

$$V_a(k+1) = -\frac{T_m}{m} D - T_m g \sin \theta(k) + V_a(k) + \frac{T_m}{m} T(k). \quad (2.21)$$

Con estos subsistemas en su representación en tiempo discreto ya se pueden obtener las leyes de control, esto será presentado en el Capítulo 4.

## 2.3. Seguimiento de trayectorias

Para el seguimiento de trayectorias se usa el enfoque de campos vectoriales mostrado en [25], para lo cual se realizan conversiones del subsistema (2.6) ya sea para el seguimiento de trayectorias rectas o para el seguimiento de trayectorias circulares.

Comenzando con el seguimiento de trayectorias rectas, podemos ver en el modelo (2.6) que con el ángulo de curso  $\chi$  controlamos la posición en  $x$  y  $y$ , la posición en  $x$  pertenece a la dinámica longitudinal, mientras que  $\chi$  y  $y$  a la dinámica lateral por lo que nos gustaría tener el error de seguimiento sólo en la dinámica lateral, esto lo logramos usando la siguiente

matriz de rotación de la misma manera que en [25].

$$R = \begin{bmatrix} \cos\chi_t & \sin\chi_t \\ -\sin\chi_t & \cos\chi_t \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde  $\chi_t$  es el ángulo de la trayectoria a seguir. Utilizando esta matriz de rotación en la dinámica de  $x$  y  $y$  del modelo tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\chi \\ \dot{y}_\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\chi_t & \sin\chi_t \\ -\sin\chi_t & \cos\chi_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\chi \\ \dot{y}_\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\chi_t & \sin\chi_t \\ -\sin\chi_t & \cos\chi_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \cos \chi \cos \theta \\ V_a \sin \chi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\chi \\ \dot{y}_\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \cos\chi_t \cos \chi \cos \theta + V_a \sin\chi_t \sin \chi \cos \theta \\ -V_a \sin\chi_t \cos \chi \cos \theta + V_a \cos\chi_t \sin \chi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

reduciendo términos tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\chi \\ \dot{y}_\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \cos \theta \cos(\chi - \chi_t) \\ V_a \cos \theta \sin(\chi - \chi_t) \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

por lo tanto ahora el modelo es:

$$\begin{aligned} \dot{x}_\chi &= V_a \cos \theta \cos(\chi - \chi_t) \\ \dot{y}_\chi &= V_a \cos \theta \sin(\chi - \chi_t) \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{\tau_{s\chi}} (\chi_c - \chi). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Usando la matriz de rotación conseguimos que el error de seguimiento de la recta esté sólo en el eje  $y$ , por lo tanto la dinámica  $x$  ya no es de interés para el seguimiento de esta trayectoria, con lo que tenemos el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \dot{y}_\chi &= V_a \cos \theta \sin(\chi - \chi_t) \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{\tau_{s\psi}} (\chi_c - \chi). \end{aligned} \quad (2.28)$$

El modelo anterior nos facilita la tarea de seguir una trayectoria recta ya que tenemos la

referencia del ángulo de curso y podemos obtener el error de seguimiento lateral de manera sencilla de la dinámica en  $y_\chi$ .

Para el caso de una trayectoria circular se hace un procedimiento similar, pero ahora debido a la naturaleza de la trayectoria lo mejor es expresar el modelo cinemático (2.6) en coordenadas polares, para esto usaremos nuevamente una matriz de rotación, con lo que lograremos alinear los ejes  $x$  y  $y$  para que representen la dinámica de la distancia al origen y el ángulo de fase. La matriz de rotación a usar es:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

donde  $\varphi$  es el ángulo de fase del UAV. Utilizando esta matriz de rotación en la dinámica de  $x$  y  $y$  del modelo tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \cos\chi \cos\theta \\ V_a \sin\chi \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \cos\varphi \cos\chi \cos\theta + V_a \sin\varphi \sin\chi \cos\theta \\ -V_a \sin\varphi \cos\chi \cos\theta + V_a \cos\varphi \sin\chi \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

reduciendo términos tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \cos\theta \cos(\chi - \varphi) \\ V_a \cos\theta \sin(\chi - \varphi) \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

por lo tanto ahora el modelo es:

$$\begin{aligned} \dot{d} &= V_a \cos\theta \cos(\chi - \varphi) \\ \dot{\varphi} &= \frac{V_a}{d} \cos\theta \sin(\chi - \varphi) \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{\tau_{s\chi}} (\chi_c - \chi), \end{aligned} \quad (2.34)$$

donde  $d$  representa la distancia del UAV al centro del eje de coordenadas. Para nuestro objetivo nos interesa reducir el error de seguimiento de la trayectoria por lo tanto las dinámicas

de interés son  $\dot{d}$  y  $\dot{\chi}$ , con lo que tenemos el modelo:

$$\begin{aligned} \dot{d} &= V_a \cos \theta \cos(\chi - \varphi) \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{\tau_{s\chi}}(\chi_c - \chi). \end{aligned} \quad (2.35)$$

El modelo anterior nos permite obtener la distancia al centro del círculo y el ángulo de curso para ir siguiendo la trayectoria.

## 2.4. Diagrama básico de control

Las leyes para el control de orientación y seguimiento de trayectorias se implementaron en un sistema de tres lazos de control, compuestos por un lazo interno, un lazo intermedio y un lazo externo. Esta manera de implementar los controles en diferentes lazos se ha usado en otros trabajos como [27], [28], [29]. La Figura 2.5 ilustra de forma muy básica estos lazos de control.

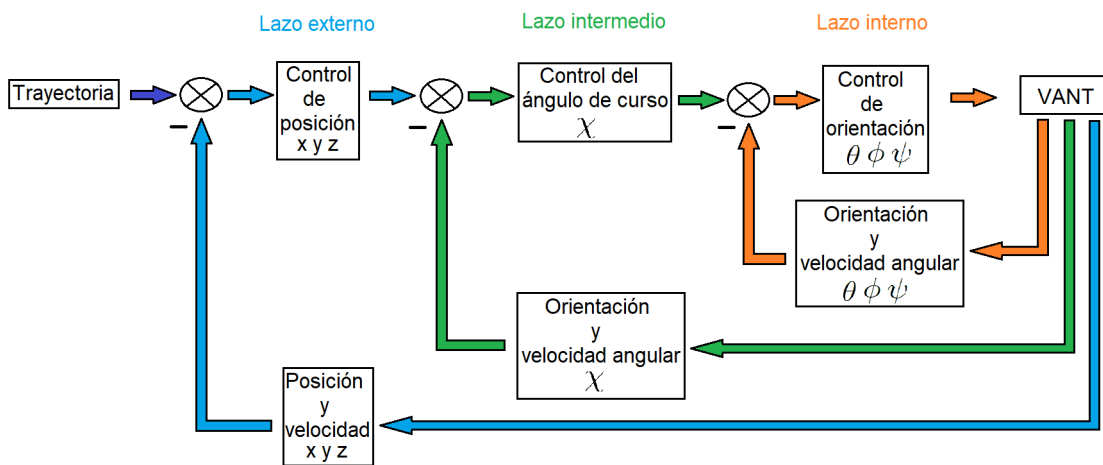


Figura 2.5: Diagrama básico de control.

- **Lazo interno:** En este lazo tenemos las leyes de control en orientación, con lo cual podemos tener estabilizado el VANT en los ángulos de pitch, roll y yaw. Si se desea seguir una trayectoria los ángulos de referencia para llevar a cabo esta tarea se mandan a este lazo de control.
- **Lazo intermedio:** Aquí tenemos la ley de control para seguir un ángulo de curso deseado, ya sea si se quiere seguir una trayectoria circular, una línea recta o sólo volar con un ángulo dado. La salida de este bloque nos da un ángulo de referencia en roll

y el lazo interno de control sigue esta referencia para así obtener ese ángulo de curso deseado.

- Lazo externo: Las leyes para el seguimiento de trayectorias se encuentran en este lazo, como se mostró en la sección previa las dos trayectorias básicas son la línea recta y la trayectoria circular. Aquí también se tienen las leyes para el control de la altura y la velocidad relativa del aire. La salida de este lazo nos da el ángulo de referencia en pitch para controlar la altura y el ángulo de curso a seguir para realizar la tarea del seguimiento de trayectoria. También se tiene como salida la señal de control en el motor para regular la velocidad del VANT.

# Entorno de simulación y plataforma experimental

---

Para llevar a cabo simulaciones de vuelos se usaron los programas MatLab-Simulink en su versión R2020b [30] y el simulador de vuelo X-Plane en su versión 11 [31]. En cuanto a MatLab ya es muy conocido por su amplio uso en universidades, centros de investigación y desarrollo debido a la gran variedad de herramientas y ventajas que ofrece su uso, ya sea programando en código m o mediante el entorno visual Simulink.

## 3.1. X-Plane 11

X-Plane 11 es un simulador de vuelo creado por la compañía Laminar Research, de acuerdo a lo que indica su desarrollador en el manual en español disponible en su sitio de internet [32], “X-Plane es el simulador para ordenadores personales más potente y completo del mundo, ofreciendo los modelos de vuelo más realistas disponibles en la actualidad”, además de que “no es un videojuego, sino una herramienta de ingeniería que puede ser empleada para predecir las capacidades de vuelo de cualquier aeronave de ala fija o rotatoria con una increíble precisión”. Este simulador también ofrece la posibilidad de configurar las condiciones climáticas de vuelo lo que es una gran herramienta para tratar de recrear un vuelo más parecido a los que se tienen en la realidad. Entre estas condiciones climáticas se puede modificar la hora del día, si hay lluvia o no, la temperatura, la cantidad de nubes y la visibilidad, además de poder agregar perturbaciones debidas al viento donde se puede configurar la altitud de estas así como su fuerza y dirección. También se pueden configurar corrientes termales en intensidad y altitud, lo cual es de mucho interés para los propósitos de

este trabajo de tesis.

Una característica muy relevante de este simulador es la posibilidad de mandar y recibir datos durante el vuelo mediante el protocolo de conexión UDP (siglas del inglés: User Datagram Protocol), esto en conjunto con el uso de Simulink nos permite entonces recibir los datos de vuelo y usarlos para obtener nuestras señales de control y mandarlas de nuevo al aeronave para así crear un lazo de realimentación.

Otra gran herramienta que ofrece este simulador es la opción de crear modelos propios de aeronaves mediante el uso de “Plane Maker”. Esta herramienta nos permite crear aeronaves de manera muy detallada, pudiendo modificar parámetros como el peso, área y longitud de las alas, deflexión de las superficies de control, potencia del motor, el perfil del ala, etc.

### 3.2. Modelos de VANTs

Aprovechando esta herramienta que nos permite crear nuestras aeronaves, se creó uno de los VANTs usados en este trabajo de tesis, el cual es el modelo “Nano Talon” de la compañía ZOHD [33], este vehículo tiene una envergadura de 86 cm y una longitud de 57 cm, con un peso de 400 gramos y una capacidad de carga de aproximadamente 350 gramos y velocidades de vuelo que van desde los 12 km/h hasta los 90 km/h. La Figura 3.1 muestra el VANT anteriormente mencionado.



Figura 3.1: VANT Nano Talon [33].

Este VANT cuenta con tres de las cuatro superficies de control descritas en el Capítulo 2, un motor en la parte trasera para generar la fuerza de empuje, en las alas cuenta con alerones para poder realizar los movimientos en el ángulo de roll y tiene empenaje en “V” con lo

cual esta superficie de control puede hacer los movimientos para generar momentos en los ángulos pitch y yaw, ya sea subiendo o bajando las superficies del elevador de forma normal o moviéndolas a la izquierda o la derecha para actuar como si del timón de dirección se tratara.

La Figura 3.2 muestra el VANT creado con la herramienta “Plane Maker”, se puede observar que el modelo es bastante similar al real, también se puede notar que este modelo cuenta con un tren de aterrizaje, esto debido a que se necesita para realizar el despegue en el simulador, el modelo real se lanza con la mano pero esta acción no se puede llevar a cabo en el simulador.

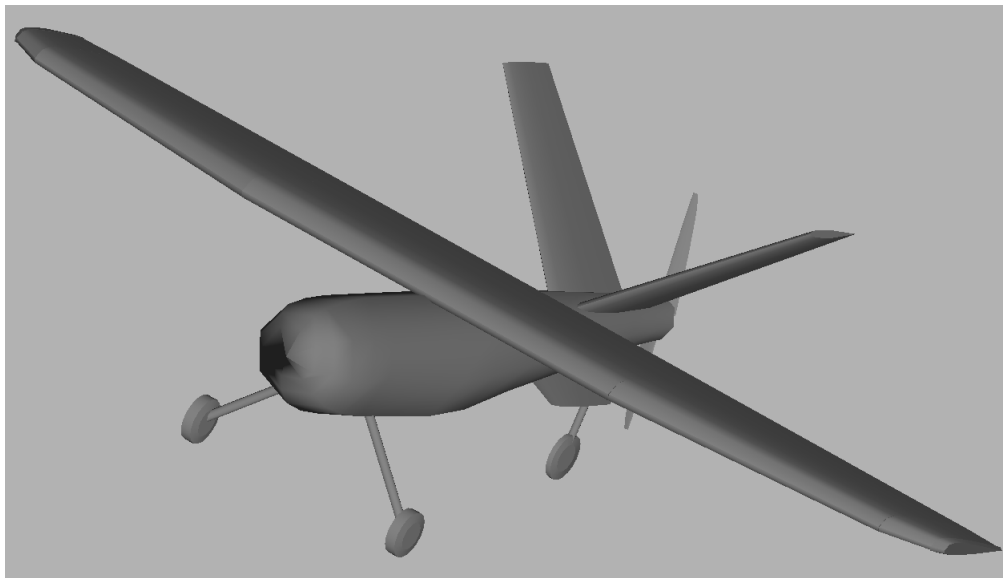


Figura 3.2: VANT Nano Talon creado en Plane Maker.

En las Figuras 3.3, 3.4 y 3.5 se presentan las vistas frontal, superior y lateral de este modelo creado.

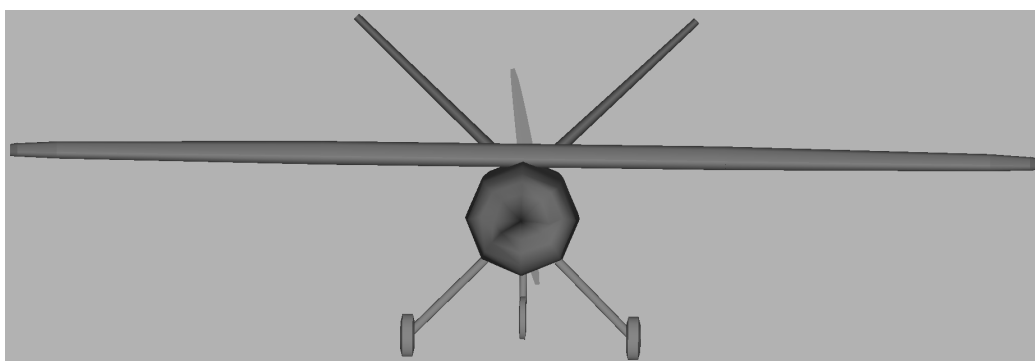


Figura 3.3: Vista frontal del Nano Talon.



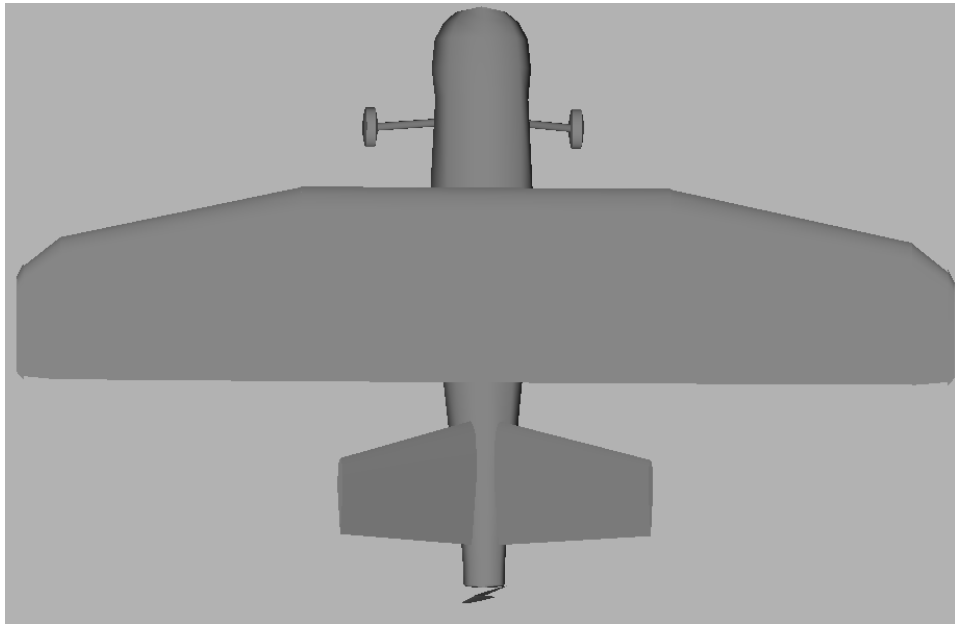


Figura 3.4: Vista superior del Nano Talon.

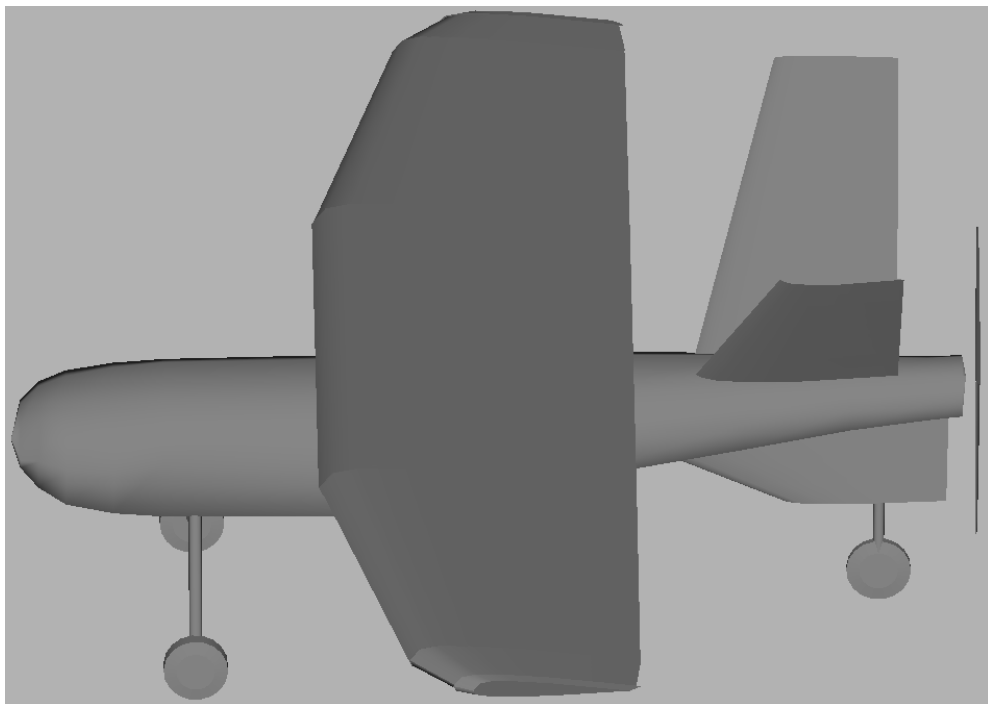


Figura 3.5: Vista lateral del Nano Talon.

Este modelo se creó con la finalidad de realizar simulaciones usando Matlab/Simulink y X-Plane, mismas que serán mostradas en el Capítulo 4 usando una ley de control subóptimo.

### 3.3. Conexión de Simulink con X-Plane

Para realizar simulaciones usando X-Plane se usó en combinación con un programa en Matlab/Simulink, en este programa se reciben los datos mandados desde X-Plane, se procesan para obtener las señales de control y luego estas señales obtenidas son enviadas a X-Plane. Una vista general de este programa se muestra en la Figura 3.6.

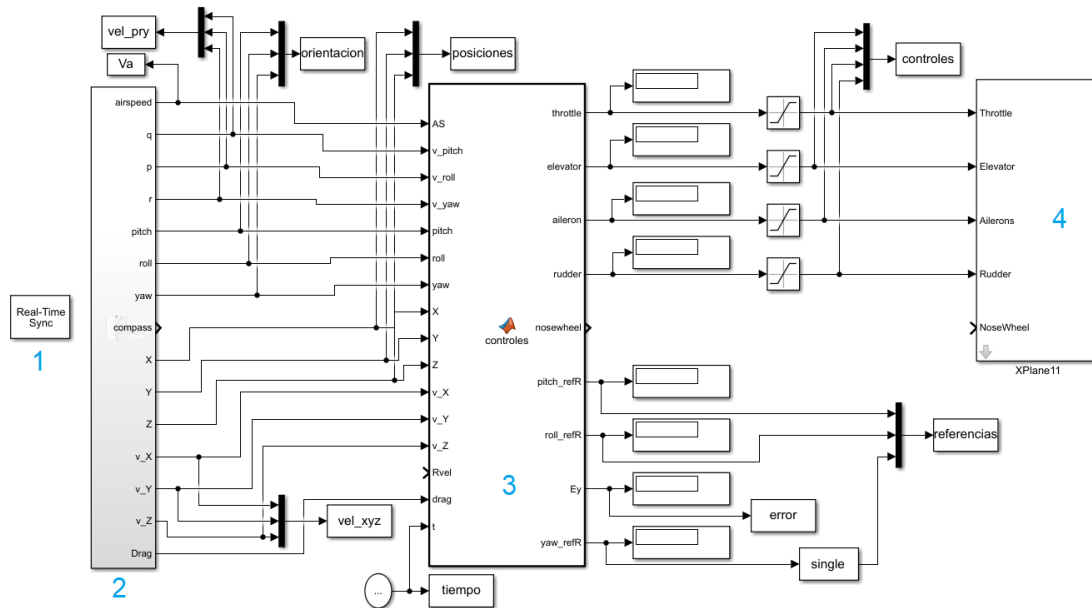


Figura 3.6: Programa para conexión entre Simulink y X-Plane.

Una breve descripción general de este programa se presenta a continuación.

- Bloque 1: El uso de este bloque es para que el contador de tiempo en la simulación se sincronice con el reloj del kernel del sistema operativo y así tener una medida del tiempo real que transcurre en la simulación.
- Bloque 2: En este bloque se tienen los elementos necesarios para recibir los datos que manda X-Plane, aparte de separar e identificar los datos que pertenecen a cada variable de interés, como por ejemplo los ángulos de Euler y sus velocidades, la posición, velocidad relativa del aire, etc. La salida de este bloque se conecta directamente al bloque número 3.
- Bloque 3: Es una función que usa código m y recibe los datos del bloque 2. Esta función contiene las leyes de control y navegación del VANT y su salida se conecta directamente al bloque 4 ya que son las señales que deben ser aplicadas en las superficies de control del vehículo.

- Bloque 4: Aquí se juntan las señales de control que se reciben del bloque 3 para ser enviadas a X-Plane usando el protocolo UDP.

El resto de bloques que se ven en la imagen son básicamente para mostrar en pantalla algunos de los datos de interés mientras se ejecuta la simulación, además de mandar los datos obtenidos al espacio de trabajo de matlab para posteriormente ser graficados y analizados.

La Figura 3.7 muestra el contenido del bloque 2, aquí se reciben los paquetes UDP enviados por X-plane y se extraen los datos de las variables de interés. Además se realizan algunos ajustes a estos datos, por ejemplo, la conversión de unidades de medida y el ajuste en la posición de los ejes.

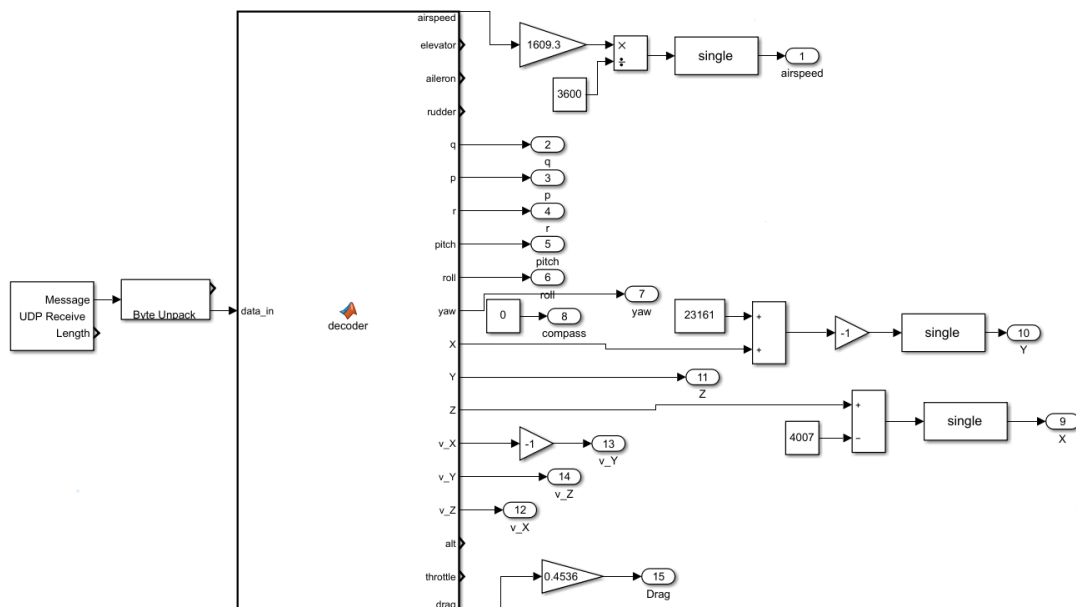


Figura 3.7: Bloque de recepción de datos.

### 3.4. Plataforma experimental 1

En este trabajo de tesis se usaron dos plataformas experimentales, una de las cuales es el modelo “Nano Talon” [33], que ya fue descrito de manera previa en una de las secciones anteriores. Este modelo de VANT está fabricado de polipropileno expandido más conocido por sus siglas del inglés EPP (Expanded Polypropylene), material que hace a estos vehículos más ligeros y resistentes a impactos, y actualmente la gran mayoría de los VANTs a la venta en el mercado están siendo fabricados de este material. El “Nano Talon” es un modelo relativamente pequeño y fácil de ensamblar, lo que lo hace ideal para realizar pruebas preliminares de las leyes de control empleadas en este trabajo. Aunque es un VANT

pequeño cuenta con las características necesarias para validar las estrategias de control experimentadas en él, es decir cuenta con las mismas superficies de control que VANTs de mayor tamaño y además cuenta con el espacio y capacidad de carga para instalar más dispositivos electrónicos en él, como lo es el autopiloto Pixhawk, dispositivo donde están programadas las leyes de control y navegación con las que opera el VANT. La siguiente tabla resume las características de este modelo de VANT.

Parámetro	Valor
Material	Polipropileno expandido (EPP)
Envergadura	86 cm
Longitud	57 cm
Peso	600 g
Capacidad de carga	350 g
Velocidad	12 km/h a 90 km/h
Motor	ZOHD 2204 1870KV
Propela	6x3"
Batería	3s 1500mah
ESC	30 A con 5V 1A BEC

Tabla 3.1: Características de la plataforma experimental Nano Talon.

La Figura 3.8 muestra la plataforma experimental descrita.



Figura 3.8: Plataforma experimental Nano Talon.

Como se puede ver en la imagen anterior, esta plataforma tiene instalado el autopiloto Pixhawk, mismo que no venía instalado de fabrica en el VANT, por lo que se tuvieron que

hacer unas pequeñas modificaciones al modelo. Primero se quitó el autopiloto que tenía instalado y un pequeño soporte de madera, además se cortó una pequeña parte de material EPP para con esto tener suficiente espacio para el Pixhawk. También se cambió la orientación del servo motor que controla los alerones y se cortó otra pequeña parte de EPP para poder pasar algunos cables de la parte de abajo del modelo hacia el Pixhawk, estos cables son, los de energía y de señal de control del motor y servomotores. En la parte de abajo se instaló el modulo regulador de energía del autopiloto además del receptor del radio y de los conectores para repartir energía a los servomotores desde el BEC (siglas en inglés de Battery Eliminating Circuit).

La Figura 3.9 muestra un diagrama de conexión básico del autopiloto Pixhawk y el resto de lo dispositivos en el VANT.

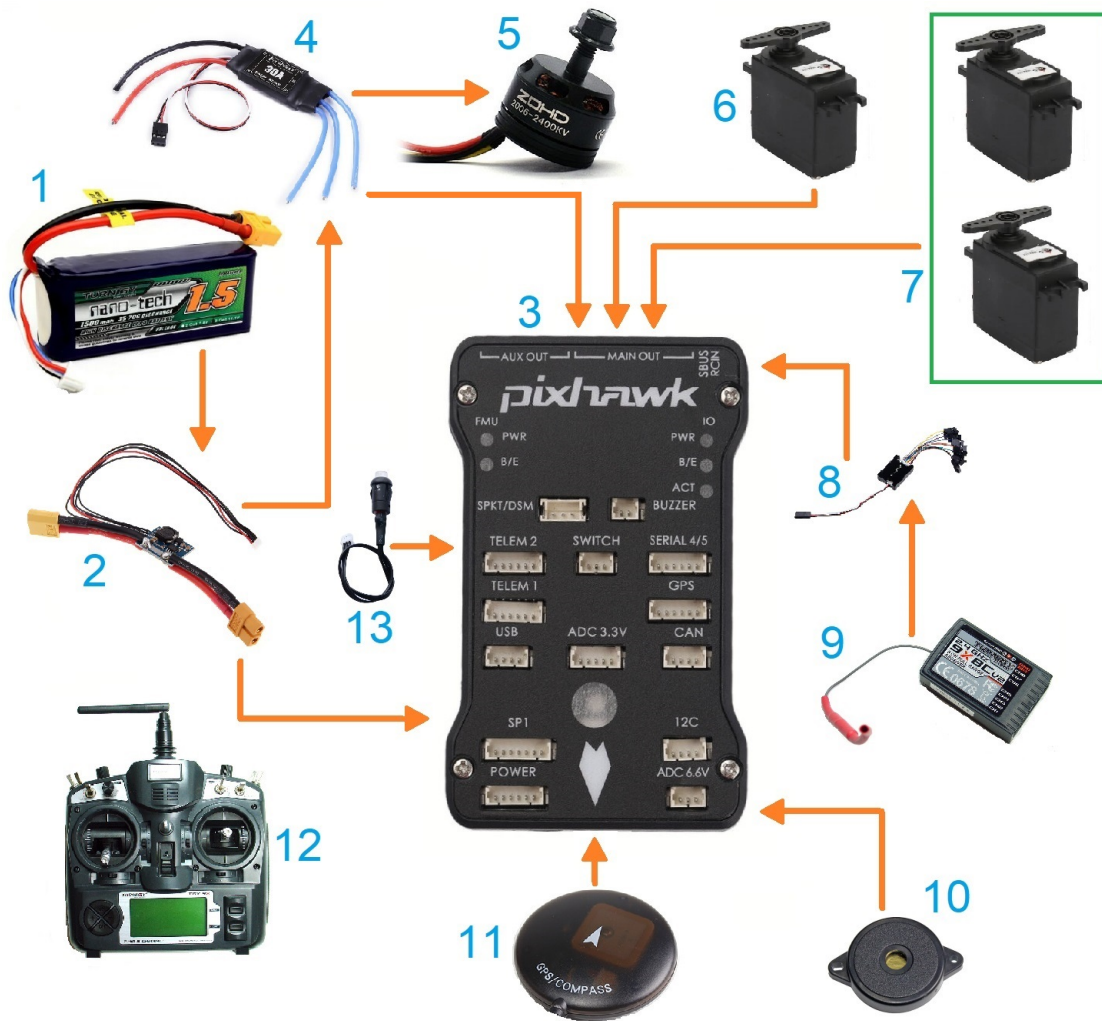


Figura 3.9: Diagrama básico de conexión.

A continuación se describe de manera breve en una lista numerada los componentes

mostrados en la imagen previa y su función dentro del sistema.

1. **Batería:** Este elemento es esencial ya que es el que provee de energía al resto de dispositivos electrónicos del sistema, se conecta a un regulador de voltaje para alimentar al pixhawk y al BEC para energizar el motor.
2. **Regulador de voltaje:** Como su nombre lo indica este dispositivo regula el voltaje de la batería a 5 volts para alimentar al pixhawk.
3. **Pixhawk:** Este es el autopiloto, es el dispositivo que tiene programadas las leyes de control para que el VANT vuele de forma correcta. También tiene incorporados algunos sensores como el giroscopio, acelerómetro, barómetro y magnetómetro, que son muy importantes para el control de la aeronave.
4. **BEC:** Este elemento controla la velocidad de giro del motor, recibe la señal de control proveniente del pixhawk y se encarga de transformar la corriente directa proveniente de la batería en corriente alterna trifásica para el correcto funcionamiento del motor, al momento de realizar esta inversión en la corriente, el dispositivo varía la frecuencia en función de la señal de control recibida y de esta forma regula la velocidad de giro del motor. Además este dispositivo también tiene un pequeño regulador de voltaje integrado que se puede usar para energizar a otros dispositivos, en nuestro caso se usó para alimentar los servomotores.
5. **Motor:** Este elemento es el encargado de dar la fuerza de empuje al VANT y que así pueda volar, se conecta directamente al BEC y es el elemento que mayor energía consume en el sistema.
6. **Servomotor para alerones:** Este servomotor se encarga de controlar los alerones del vehículo en función de la señal de control que recibe del pixhawk.
7. **Servomotores para elevador:** Estos dispositivos controlan el elevador y timón de profundidad en función de las señales de control recibidas del autopiloto.
8. **PPM:** Este dispositivo llamado PPM de las siglas en inglés “Pulse Position Modulation”, básicamente mezcla las señales recibidas del receptor del radio en un sólo canal para mandarlas al pixhawk.

9. **Receptor de radio:** Como su nombre lo indica es el dispositivo que recibe las señales provenientes del radio control y las manda al PPM para que sean mezcladas en un sólo canal.
10. **Buzzer:** Es una pequeña bocina que por medio de cortos sonidos nos indica el estado del sistema. Es muy útil para identificar algunos errores de forma rápida.
11. **GPS:** Este dispositivo se comunica con satélites para obtener la posición del VANT, y enviar estos datos al pixhawk, su nombre proviene de la abreviatura del inglés “Global Positioning System”. Además este dispositivo también incorpora un magnetómetro, que generalmente es más recomendable usar en comparación con el que está integrado en el autopiloto, ya que el del pixhawk puede verse afectado por los campos electromagnéticos generados por los cables y dispositivos cercanos al mismo. En este trabajo de tesis ya no se usó este dispositivo ya que no se realizó vuelo autónomo.
12. **Radio:** Este radio control nos permite mandar señales de control directas al autopiloto, es de mucha ayuda tener un radio control siempre listo, ya que en dado caso de que algo salga mal durante las pruebas se puede tomar control directo del VANT durante el vuelo. Además de que mediante sus interruptores nos puede permitir activar y desactivar modos de vuelo.
13. **Interruptor:** Este interruptor está principalmente por seguridad, nos permite activar y desactivar el autopiloto y de esta manera las señales que pudieran ser enviadas al motor y/o los servomotores.

### 3.5. Plataforma experimental 2

Además del modelo mostrado en la sección anterior, también se usó el modelo “Seal” [34] fabricado por la compañía ATOMRC. Este modelo de VANT también está fabricado de polipropileno expandido. El “Seal” es un modelo un poco más grande que la primer plataforma descrita, tiene empenaje en T y no tiene un ensamblaje modular como el “Nano Talon”. Este modelo tiene la característica de que se puede aumentar la envergadura usando unos extensores de ala, lo que permite pasar de 1100 mm a 1500 mm. El área del ala es mayor que en el “Nano Talon”, por lo cual se pueden instalar las celdas solares en él. La siguiente tabla resume las características de este modelo de VANT.

Parámetro	Valor
Material	Polipropileno expandido (EPP)
Envergadura	110/150 cm
Longitud	95 cm
Motor	2212 1400KV
Propela	8x4"
Batería	3s 1500mah
ESC	30 A con 5V 3A BEC

Tabla 3.2: Características de la plataforma experimental Seal.

La Figura 3.10 muestra la plataforma experimental descrita anteriormente.



Figura 3.10: Plataforma experimental Atom Seal.

En esta plataforma se instalan las celdas solares junto con el controlador de carga MPPT.



# Control óptimo

---

La implementación de estrategias de control óptimo en el VANT de ala fija puede ser de utilidad para ahorrar energía durante el vuelo, ya sea que estos sean optimizados en este sentido o que sean aplicados para obtener trayectorias óptimas. En este trabajo de tesis se usó una ley de control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito basada en programación dinámica donde se minimiza el uso de la energía. En secciones posteriores se muestra cómo se obtiene la expresión general de esta ley de control y cómo se obtienen las leyes de control para el VANT. También se muestran resultados en simulación.

## 4.1. Control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito

Para un sistema discreto no lineal afín de la forma:

$$\bar{x}(k+1) = f_0(\bar{x}(k)) + f_1(\bar{x}(k))u(k), \quad (4.1)$$

donde  $f_0(\bar{x}(k)) \in \mathbb{R}^n$ ,  $f_1(\bar{x}(k)) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  y  $u(k) \in \mathbb{R}^m$ , la ley de control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito se obtiene usando el enfoque de programación dinámica [35] de la manera descrita en “Finite horizon nonlinear optimal control for a quadrotor: Experimental results” [36], este procedimiento se describe a continuación. Dado el siguiente índice de desempeño:

$$J = \frac{1}{2}\bar{x}(N)H\bar{x}(N) + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\{\bar{x}^T(k)Q\bar{x}(k) + u^T(k)Ru(k)\}, \quad (4.2)$$

donde  $H, Q \geq 0$  y  $R > 0$  son matrices simétricas de dimensiones apropiadas y  $N$  es el paso final con  $N, k \in \mathbb{N}$ . Primero hallamos el valor óptimo de la ley de control en el paso final  $N$ . Es claro que la ley de control  $u(N-1)$  es la que lleva nuestro sistema al paso  $N$ , por lo que este al ser el paso final no se aplica ninguna señal de control, entonces el valor óptimo de  $J$  está dado por su valor mínimo, el cual es:

$$J_N^* = \frac{1}{2} \bar{x}(N) H \bar{x}(N), \quad (4.3)$$

por lo que la ley de control óptimo es  $u^*(N) = 0$ . Ahora buscamos el control  $u^*(N-1)$ , este control será el que minimice:

$$J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} \left\{ J_N^* + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\}, \quad (4.4)$$

aplicando (4.39) en (4.4) obtenemos:

$$J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)]^T H \right. \\ \left. \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\}, \quad (4.5)$$

desarrollando algunos términos:

$$J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-1)) + u^T(N-1) f_1^T(\bar{x}(N-1))] H \right. \\ \left. \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\}, \quad (4.6)$$

$$J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-1)) H + u^T(N-1) f_1^T(\bar{x}(N-1)) H] \right. \\ \left. \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\}, \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}
J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} & \left\{ \frac{1}{2} [u^T(N-1) f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) \right. \\
& + u^T(N-1) f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) u(N-1) \\
& + f_0^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) \\
& + f_0^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) u(N-1)] \\
& \left. + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\}, \tag{4.8}
\end{aligned}$$

ahora derivamos parcialmente respecto a  $u(N-1)$  para hallar el control que minimiza el índice de desempeño,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_{N-1,N}}{\partial u(N-1)} = \frac{1}{2} & [f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) + 2R u(N-1) \\
& + 2f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) u(N-1) \\
& + f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1))], \tag{4.9}
\end{aligned}$$

reduciendo términos:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_{N-1,N}}{\partial u(N-1)} = \frac{1}{2} & [2f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) + 2R u(N-1) \\
& + 2f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) u(N-1)], \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_{N-1,N}}{\partial u(N-1)} = & f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) + R u(N-1) \\
& + f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) u(N-1), \tag{4.11}
\end{aligned}$$

igualando a cero la expresión anterior y despejando  $u(N-1)$ :

$$u(N-1) = - [f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) + R]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_0(\bar{x}(N-1)) \tag{4.12}$$

La ecuación anterior representa la ley de control óptimo  $u^*(N-1)$  y como  $R > 0$  la inversa existe. Si derivamos parcialmente  $J_{N-1,N}$  con respecto de  $u(N-1)$  por segunda ocasión podemos ver que obtuvimos un mínimo local:

$$\frac{\partial^2 J_{N-1,N}}{\partial u^2(N-1)} = f_1^T(\bar{x}(N-1)) H f_1(\bar{x}(N-1)) + R, \tag{4.13}$$

$$\frac{\partial^2 J_{N-1,N}}{\partial u^2(N-1)} > 0. \tag{4.14}$$

Ahora hallaremos el control óptimo  $u^*(N-2)$ , este control es el que minimiza  $J_{N-2,N}$ ,

$$J_{N-2,N}^* = \min_{u(N-2)} \left\{ \frac{1}{2} \bar{x}(N) H \bar{x}(N) + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-2) Q \bar{x}(N-2) + \frac{1}{2} u^T(N-2) R u(N-2) \right\}, \quad (4.15)$$

aplicando (4.39) en (4.15) obtenemos:

$$J_{N-2,N}^* = \min_{u(N-2)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)]^T H \right. \\ \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \\ + \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-2)) + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)]^T Q \\ \times [f_0(\bar{x}(N-2)) + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)] \\ + \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-3)) + f_1(\bar{x}(N-3))u(N-3)]^T Q \\ \times [f_0(\bar{x}(N-3)) + f_1(\bar{x}(N-3))u(N-3)] \\ \left. + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-2) R u(N-2) \right\}, \quad (4.16)$$

desarrollando términos para facilitar la tarea de derivar parcialmente:

$$J_{N-2,N}^* = \min_{u(N-2)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-1)) + u^T(N-1) f_1^T(\bar{x}(N-1))] H \right. \\ \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \\ + \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-2)) + u^T(N-2) f_1^T(\bar{x}(N-2))] Q \\ \times [f_0(\bar{x}(N-2)) + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)] \\ + \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-3)) + u^T(N-3) f_1^T(\bar{x}(N-3))] Q \\ \times [f_0(\bar{x}(N-3)) + f_1(\bar{x}(N-3))u(N-3)] \\ \left. + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-2) R u(N-2) \right\}, \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}
J_{N-2,N}^* = \min_{u(N-2)} & \left\{ \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-1))H + u^T(N-1)f_1^T(\bar{x}(N-1))H] \right. \\
& \times [f_0(\bar{x}(N-1)) + f_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \\
& + \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-2))Q + u^T(N-2)f_1^T(\bar{x}(N-2))Q] \\
& \times [f_0(\bar{x}(N-2)) + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)] \\
& + \frac{1}{2} [f_0^T(\bar{x}(N-3))Q + u^T(N-3)f_1^T(\bar{x}(N-3))Q] \\
& \times [f_0(\bar{x}(N-3)) + f_1(\bar{x}(N-3))u(N-3)] \\
& \left. + \frac{1}{2}u^T(N-1)Ru(N-1) + \frac{1}{2}u^T(N-2)Ru(N-2) \right\}, \tag{4.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{N-2,N}^* = \min_{u(N-2)} & \left\{ \frac{1}{2}[f_0^T(\bar{x}(N-1))Hf_0(\bar{x}(N-1)) \right. \\
& + f_0^T(\bar{x}(N-1))Hf_1(\bar{x}(N-1))u(N-1) \\
& + u^T(N-1)f_1^T(\bar{x}(N-1))Hf_0(\bar{x}(N-1)) \\
& + u^T(N-1)f_1^T(\bar{x}(N-1))Hf_1(\bar{x}(N-1))u(N-1)] \\
& + \frac{1}{2}[f_0^T(\bar{x}(N-2))Qf_0(\bar{x}(N-2)) \\
& + f_0^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2))u(N-2) \\
& + u^T(N-2)f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_0(\bar{x}(N-2)) \\
& + u^T(N-2)f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)] \\
& + \frac{1}{2}u^T(N-1)Ru(N-1) + \frac{1}{2}[f_0^T(\bar{x}(N-3))Qf_0(\bar{x}(N-3)) \\
& + f_0^T(\bar{x}(N-3))Qf_1(\bar{x}(N-3))u(N-3) \\
& + u^T(N-3)f_1^T(\bar{x}(N-3))Qf_0(\bar{x}(N-3)) \\
& + u^T(N-3)f_1^T(\bar{x}(N-3))Qf_1(\bar{x}(N-3))u(N-3)] \\
& \left. + \frac{1}{2}u^T(N-2)Ru(N-2) \right\}. \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Derivando parcialmente la expresión anterior respecto a  $u(N - 2)$  para hallar el control óptimo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{N-2,N}}{\partial u(N-2)} = & \frac{1}{2} ([f_0^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2))]^T + f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_0(\bar{x}(N-2))) \\ & + 2f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2))u(N-2) + \frac{1}{2}(2Ru(N-2)), \end{aligned} \quad (4.20)$$

reduciendo términos tenemos:

$$\frac{\partial J_{N-2,N}}{\partial u(N-2)} = f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_0(\bar{x}(N-2)) + f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2))u(N-2) + Ru(N-2), \quad (4.21)$$

igualando a cero y despejando  $u(N - 2)$ :

$$u(N-2) = -[f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-2)) + R]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_0(\bar{x}(N-2)). \quad (4.22)$$

La expresión anterior es la ley de control óptimo  $u^*(N - 2)$ , de nueva cuenta como  $R > 0$  la inversa existe.

Con los 2 ejemplos mostrados previamente podemos ver que la expresión general para la ley de control subóptimo no lineal discreto en el paso  $(N - k)$  es:

Para  $k = 1$ :

$$u^*(N - k) = -[f_1^T(\bar{x}(N - k))Hf_1(\bar{x}(N - k)) + R]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N - k))Hf_0(\bar{x}(N - k)) \quad (4.23)$$

Para  $k = 2, \dots, N$ :

$$u^*(N - k) = -[f_1^T(\bar{x}(N - k))Qf_1(\bar{x}(N - k)) + R]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N - k))Qf_0(\bar{x}(N - k)) \quad (4.24)$$

## 4.2. Control subóptimo para un VANT de ala fija

Para implementar la ley de control control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito que se obtuvo en la sección anterior primero controlaremos los ángulos de pitch y roll, a este lazo interno de control posteriormente se le darán ángulos de referencia a seguir.

Del Capítulo 2 tenemos la ecuación (2.16) la cual es la dinámica del ángulo pitch en tiempo discreto, recordemos que en el mismo capítulo se mostró que este y el resto de mode-

los dinámicos y cinemáticos son afín. Utilizando la expresión (4.24) en nuestro subsistema (2.16) para obtener  $\tau_\theta^*(N - k)$ :

$$\tau_\theta^*(N - k) = - \left( \begin{bmatrix} 0 & \frac{T_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{\theta 11} & Q_{\theta 12} \\ Q_{\theta 21} & Q_{\theta 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} + R_\theta \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{T_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} Q_{\theta 11} & Q_{\theta 12} \\ Q_{\theta 21} & Q_{\theta 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Desarrollando la ecuación anterior para reducir algunos términos:

$$\tau_\theta^*(N - k) = - \left( \begin{bmatrix} \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} & \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} + R_\theta \right)^{-1} \\ \times \begin{bmatrix} \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} & \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

$$\tau_\theta^*(N - k) = - \left( \left( \frac{T_m}{I_{yy}} \right)^2 Q_{\theta 22} + R_\theta \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} & \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} T_m \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

$$\tau_\theta^*(N - k) = - \left( \left( \frac{T_m}{I_{yy}} \right)^2 Q_{\theta 22} + R_\theta \right)^{-1} \\ \times \left[ \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} (T_m \theta_2(k) + \theta_1(k)) + \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \left( T_m \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \right) \right], \quad (4.28)$$

$$\tau_\theta^*(N - k) = - \left( \left( \frac{T_m}{I_{yy}} \right)^2 Q_{\theta 22} + R_\theta \right)^{-1} \\ \times \left[ \frac{T_m^2}{I_{yy}} Q_{\theta 21} \theta_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} \theta_1(k) + \frac{T_m^2}{I_{yy}} \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \psi_v(k) \phi_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \theta_2(k) \right]. \quad (4.29)$$

Finalmente se tiene la siguiente ecuación, la cual es la ley de control subóptimo para controlar

el ángulo pitch cuando  $k = 2, \dots, N$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta}^*(N - k) &= - \left( \left( \frac{T_m}{I_{yy}} \right)^2 Q_{\theta 22} + R_{\theta} \right)^{-1} \\ &\times \left[ \left( \frac{T_m^2}{I_{yy}} Q_{\theta 21} + \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 22} \right) \theta_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} Q_{\theta 21} \theta_1(k) + \frac{T_m^2}{I_{yy}^2} (I_{zz} - I_{xx}) Q_{\theta 22} \psi_v(k) \phi_2(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Realizando el mismo procedimiento obtenemos la ley de control para cuando  $k = 1$ :

$$\begin{aligned} \tau_{\theta}^*(N - k) &= - \left( \left( \frac{T_m}{I_{yy}} \right)^2 H_{\theta 22} + R_{\theta} \right)^{-1} \\ &\times \left[ \left( \frac{T_m^2}{I_{yy}} H_{\theta 21} + \frac{T_m}{I_{yy}} H_{\theta 22} \right) \theta_2(k) + \frac{T_m}{I_{yy}} H_{\theta 21} \theta_1(k) + \frac{T_m^2}{I_{yy}^2} (I_{zz} - I_{xx}) H_{\theta 22} \psi_v(k) \phi_2(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.31)$$

De la misma manera obtenemos la ley de control subóptimo para el ángulo de roll:

Para  $k = 1$ :

$$\begin{aligned} \tau_{\phi}^*(N - k) &= - \left( \left( \frac{T_m}{I_{xx}} \right)^2 H_{\phi 22} + R_{\phi} \right)^{-1} \\ &\times \left[ \left( \frac{T_m^2}{I_{xx}} H_{\phi 21} + \frac{T_m}{I_{xx}} H_{\phi 22} \right) \phi_2(k) + \frac{T_m}{I_{xx}} H_{\phi 21} \phi_1(k) + \frac{T_m^2}{I_{xx}^2} (I_{yy} - I_{zz}) H_{\phi 22} \psi_v(k) \theta_2(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Para  $k = 2, \dots, N$ :

$$\begin{aligned} \tau_{\phi}^*(N - k) &= - \left( \left( \frac{T_m}{I_{xx}} \right)^2 Q_{\phi 22} + R_{\phi} \right)^{-1} \\ &\times \left[ \left( \frac{T_m^2}{I_{xx}} Q_{\phi 21} + \frac{T_m}{I_{xx}} Q_{\phi 22} \right) \phi_2(k) + \frac{T_m}{I_{xx}} Q_{\phi 21} \phi_1(k) + \frac{T_m^2}{I_{xx}^2} (I_{yy} - I_{zz}) Q_{\phi 22} \psi_v(k) \theta_2(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Con estas leyes de control ya podemos controlar los ángulos pitch y roll lo que nos permite tener estabilizado el VANT durante el vuelo. Es importante notar que en estas leyes de control se cambió la representación de  $\psi_2(k)$  por  $\psi_v(k)$ , ambos casos representan la velocidad en el ángulo de yaw pero este cambio se hizo ya que ahorita sólo se están obteniendo las leyes de control para pitch y roll, no se está tomando en cuenta el timón de profundidad para controlar yaw. Se supondrá que no hay perturbaciones debidas al viento que puedan afectar al VANT



durante el vuelo y por lo tanto el ángulo de curso será igual al ángulo yaw esto es  $\chi = \psi$ . El control del ángulo de curso  $\chi$  se realiza por medio del lazo intermedio de control dado por la ecuación en tiempo discreto (2.19), al igual que se hizo previamente se obtiene la ley de control subóptimo para este sistema.

Para  $k = 1$ :

$$\begin{aligned} \phi_c^*(N - k) &= - \left( \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}^2} H_{\chi 22} + R_\chi \right)^{-1} \\ &\times \left[ \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}} \frac{g}{V_a(k)} H_{\chi 21} \tan \phi(k) + \frac{T_m}{\tau_{s\phi}} H_{\chi 21} \chi(k) + \left( \frac{T_m}{\tau_{s\phi}} - \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}^2} \right) H_{\chi 22} \phi(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para  $k = 2, \dots, N$ :

$$\begin{aligned} \phi_c^*(N - k) &= - \left( \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}^2} Q_{\chi 22} + R_\chi \right)^{-1} \\ &\times \left[ \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}} \frac{g}{V_a(k)} Q_{\chi 21} \tan \phi(k) + \frac{T_m}{\tau_{s\phi}} Q_{\chi 21} \chi(k) + \left( \frac{T_m}{\tau_{s\phi}} - \frac{T_m^2}{\tau_{s\phi}^2} \right) Q_{\chi 22} \phi(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Las expresiones de control anterior nos permiten dar un ángulo de referencia en roll y de esta manera obtener el ángulo de curso  $\chi$  deseado, esto debido a que la dinámica del ángulo de roll está acoplada con la dinámica del ángulo de curso  $\chi$ .

Antes de obtener el ángulo de curso deseado para el seguimiento de trayectorias vamos a estabilizar el VANT en altura, esto lo haremos por medio de la dinámica de pitch, al dar un ángulo de referencia en pitch podremos seguir la altura deseada en  $z$ . Para obtener esta ley de control usaremos la expresión (2.20), con lo cual tenemos:

$$\begin{aligned} \theta_c^*(N - k) &= - \left( \frac{T_m^2}{\tau_{s\theta}^2} Q_{z 22} + R_z \right)^{-1} \\ &\times \left[ \frac{T_m^2}{\tau_{s\theta}} Q_{z 21} V_a(k) \sin \theta(k) + \frac{T_m}{\tau_{s\theta}} Q_{z 21} z(k) + \left( \frac{T_m}{\tau_{s\theta}} - \frac{T_m^2}{\tau_{s\theta}^2} \right) Q_{z 22} \theta(k) \right]. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Esta ley de control nos da el ángulo en pitch de referencia para alcanzar la altura deseada. Ahora obtendremos la ley de control para la velocidad relativa del aire  $V_a$  dada por la ecuación (2.21), recordemos que antes se mencionó que se hizo la suposición de que no hay presencia de viento y perturbaciones debidas a este, por lo que la velocidad relativa al viento del VANT es la velocidad respecto a tierra, esto es:  $V_a = V_g$ . Usando las expresiones para la

ley de control subóptimo (4.23) y (4.24) obtenemos la expresión para el control  $T^*(N - k)$ .

Para  $k = 1$ :

$$T^*(N - k) = - \left[ \left( \frac{T_m}{m} \right)^2 H_T + R_T \right]^{-1} \times \left( - \left( \frac{T_m}{m} \right)^2 H_T D - \frac{T_m^2}{m} H_T g \text{sen} \theta(k) + \frac{T_m}{m} H_T V_a(k) \right). \quad (4.37)$$

Para  $k = 2, \dots, N$ :

$$T^*(N - k) = - \left[ \left( \frac{T_m}{m} \right)^2 Q_T + R_T \right]^{-1} \times \left( - \left( \frac{T_m}{m} \right)^2 Q_T D - \frac{T_m^2}{m} Q_T g \text{sen} \theta(k) + \frac{T_m}{m} Q_T V_a(k) \right). \quad (4.38)$$

la expresión anterior es la ley de control subóptimo para  $V_a$ .

### 4.3. Simulaciones con control subóptimo

Se realizaron simulaciones de navegación con el VANT dentro de dos corrientes termales siguiendo una trayectoria circular, usando la ley de control subóptimo no lineal discreta de horizonte finito y un control PD (Proporcional Derivativo) con el fin de comparar su desempeño. Se usó el software Matlab/simulink en su versión R2020b y el simulador X-plane 11, además el vehículo usado fue el modelo “Nano Talon” creado en plane maker y mostrado en detalle en el Capítulo 3 de esta tesis. La simulación duró 1000 segundos donde las condiciones iniciales en posición fueron  $x = 0$ ,  $y = 0$  y  $z = 80m$ , con referencia en  $z$  de 110 metros, esto sólo durante los primeros 250 segundos con el fin de dejar la altura libre para que el avión aprovechara las corrientes termales, el tiempo de muestreo fue de 20 milisegundos, y las corrientes termales se configuraron con un diámetro de 1500 metros. Los primeros 80 segundos corresponden al despegue del VANT, y a partir del segundo 80 se comienza con la navegación en las termales, las condiciones mencionadas anteriormente fueron las mismas para ambos controles.

Las posiciones en  $x$ ,  $y$  y  $z$  del avión se pueden observar en las Figuras 4.1 y 4.2, cómo se mencionó antes la referencia en altura fue de 110 metros sólo en los primeros 250 segundos de simulación y se puede observar que el seguimiento de esta referencia fue bueno

durante toda la simulación para ambos controles, pero con mejor desempeño el control subóptimo ya que presentó un error de seguimiento que variaba en aproximadamente 1 cm mientras que en el caso del control PD su variación llegó a ser de aproximadamente 3 cm.

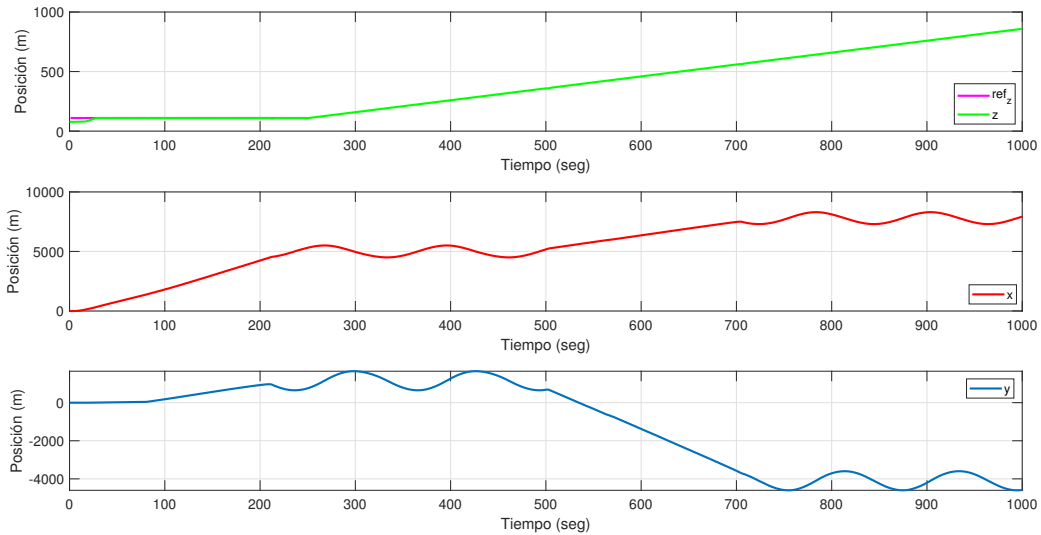


Figura 4.1: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control subóptimo.

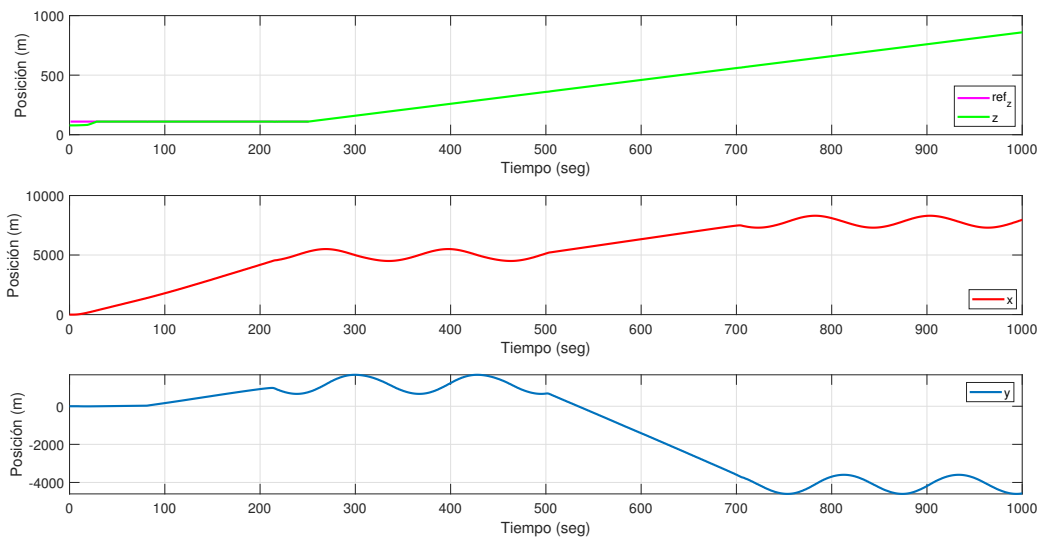


Figura 4.2: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control PD.

Las gráficas de las velocidades en las posiciones  $x$ ,  $y$  y  $z$  se pueden ver en las Figuras 4.3 y 4.4. En el caso del control PD, este presenta un poco más de oscilaciones en velocidad que el control subóptimo, lo que nos dice que los movimientos son un poco más suaves usando el control subóptimo. También en el caso de la velocidad en altura  $z$  el control PD tiene más

oscilaciones al momento de ir ascendiendo, esto es algo que también notaba un poco durante el vuelo del VANT en la simulación.

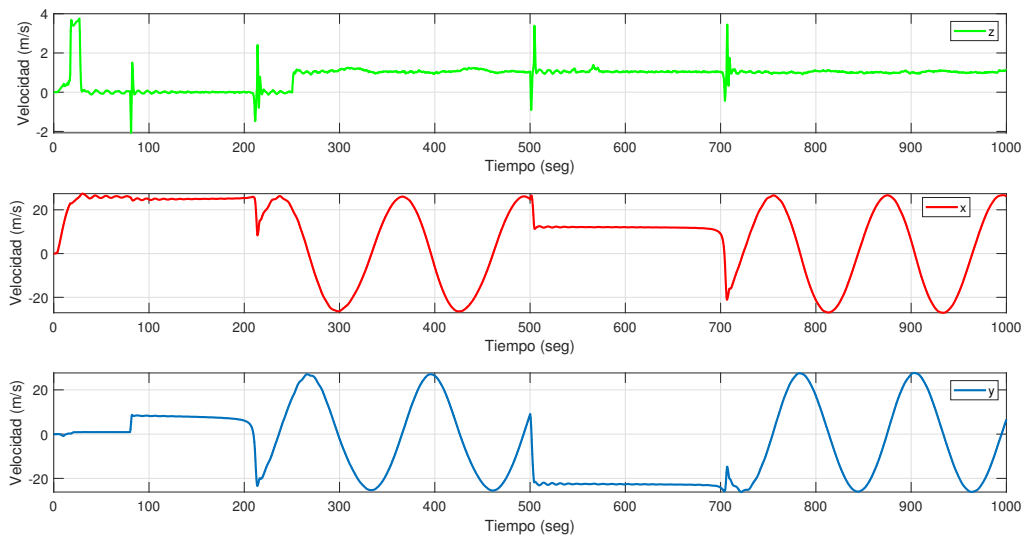


Figura 4.3: Velocidades en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control subóptimo.

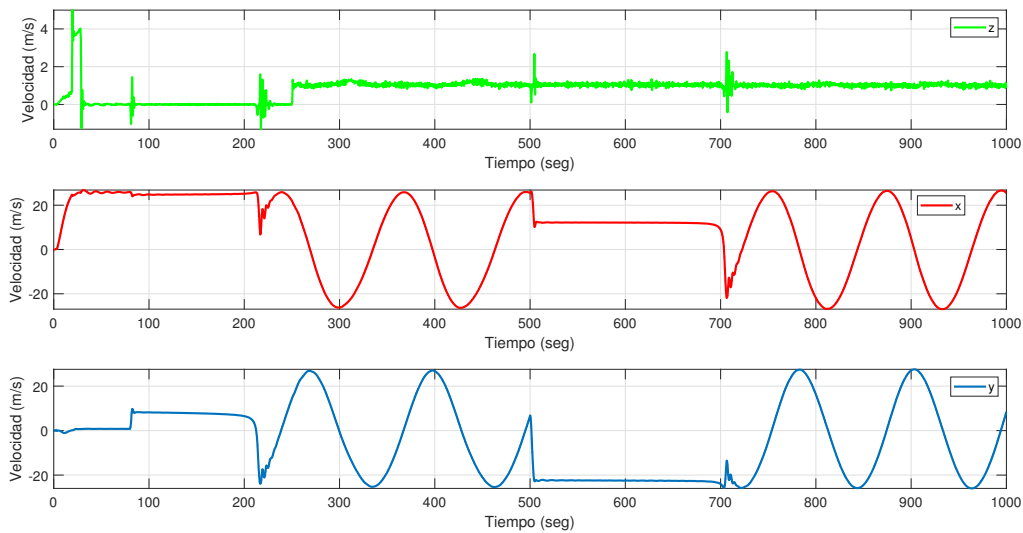


Figura 4.4: Velocidades en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control PD.

La orientación angular del avión y los ángulos de referencia a seguir se puede ver en las Figuras 4.5 y 4.6, podemos ver que el seguimiento de estas referencias es bueno para las dos leyes de control, en el caso del ángulo pitch el error de seguimiento es de aproximadamente 1.5 grados en ambos controles, pero también vemos que en el caso del control PD la referencia a seguir en pitch presenta algunas oscilaciones que son muy pequeñas, en la imagen de velocidad en altura  $z$  mostrada anteriormente vimos que había oscilaciones, ahora vemos que

estas oscilaciones provienen del control PD de altura, el cual manda una referencia con un poco de oscilaciones. También vemos que el control PD para el ángulo de roll presenta oscilaciones de cierta consideración al momento de comenzar a seguir las trayectorias circulares en los segundos 210 y 700 aproximadamente mientras que el control subóptimo maneja estos cambios de trayectoria muy bien. En cuanto al ángulo de curso o ángulo de yaw en nuestro caso, el seguimiento para ambos controles es muy bueno, sin embargo el control PD presenta un poco más de oscilaciones en comparación con el subóptimo al momento de incorporarse a la trayectoria circular a seguir, esto es apenas visible en la figura, pero es más evidente en la gráfica de la velocidad angular.

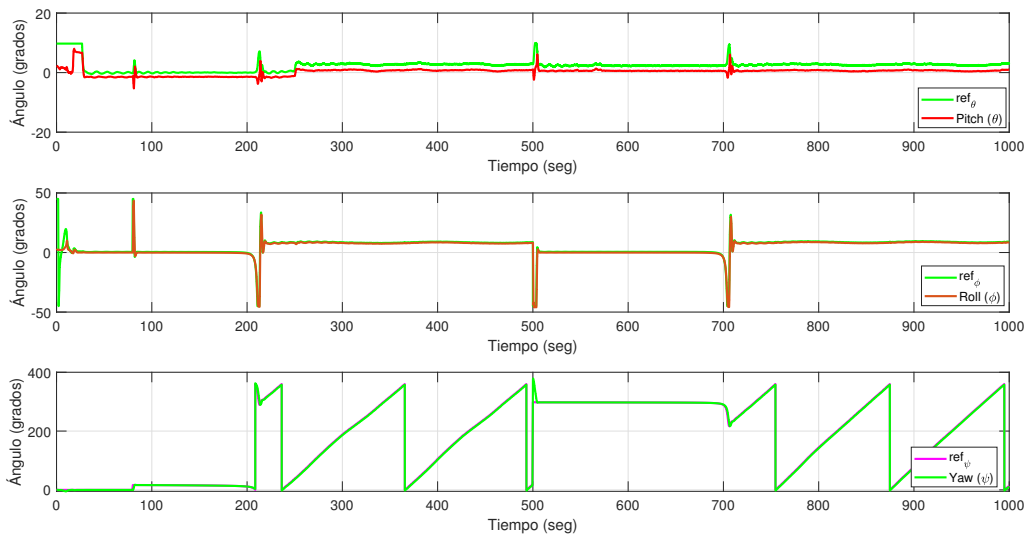


Figura 4.5: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control subóptimo.

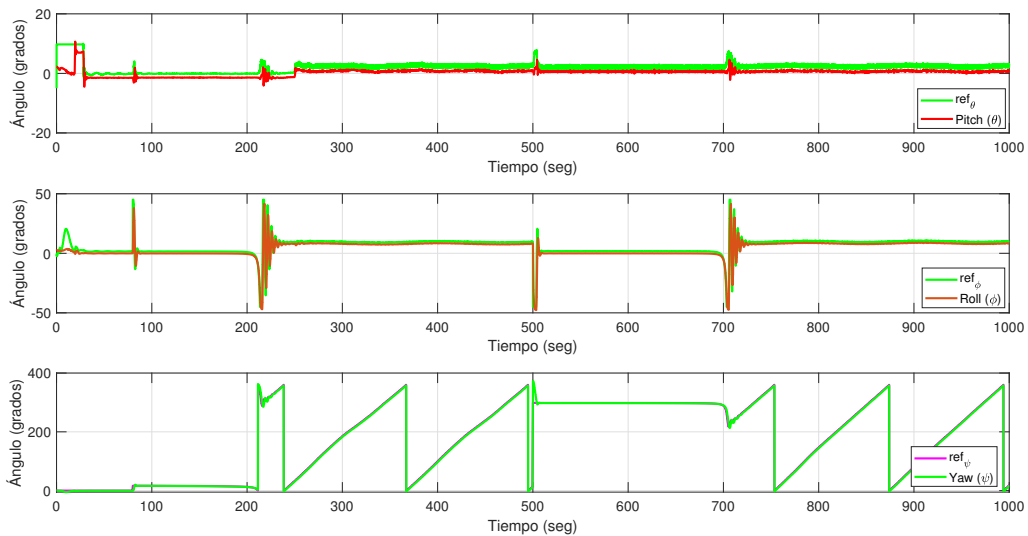


Figura 4.6: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control PD.

La velocidad angular para ambas leyes de control se pueden ver en las Figuras 4.7 y 4.8. Aquí podemos ver de forma más clara las oscilaciones que se tienen en el ángulo de pitch durante el seguimiento de la referencia en altura. También vemos las oscilaciones que hay en el ángulo de yaw al momento de entrar a realizar la trayectoria circular. Con esto de nueva cuenta vemos que los movimientos son más suaves usando la ley de control subóptimo.

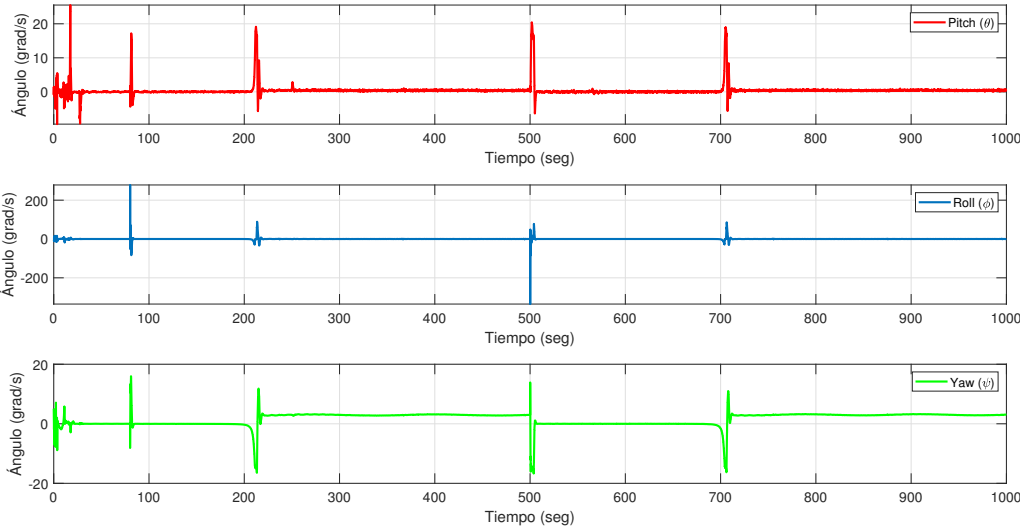


Figura 4.7: Velocidad angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control subóptimo.

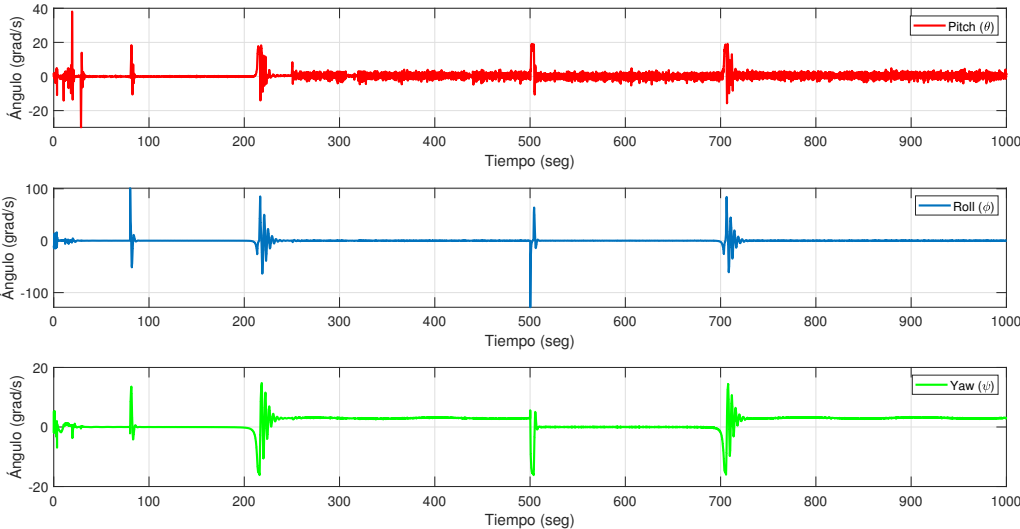


Figura 4.8: Velocidad angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control PD.

El comportamiento de la velocidad relativa del aire fue similar en ambos controles y aunque ley de control subóptimo presenta ligeramente más oscilaciones que el control PD, esta es capaz de alcanzar la referencia por ciertos instantes, y al control PD le es difícil manejar

estas dinámicas no lineales, de la ley de control subóptimo vemos que tiene la característica en su estructura obtenida que compensa esa fuerza de arrastre. La velocidad relativa del aire deseada fue de 25 metros por segundo. Las Figuras 4.9 y 4.10 muestran lo antes descrito.

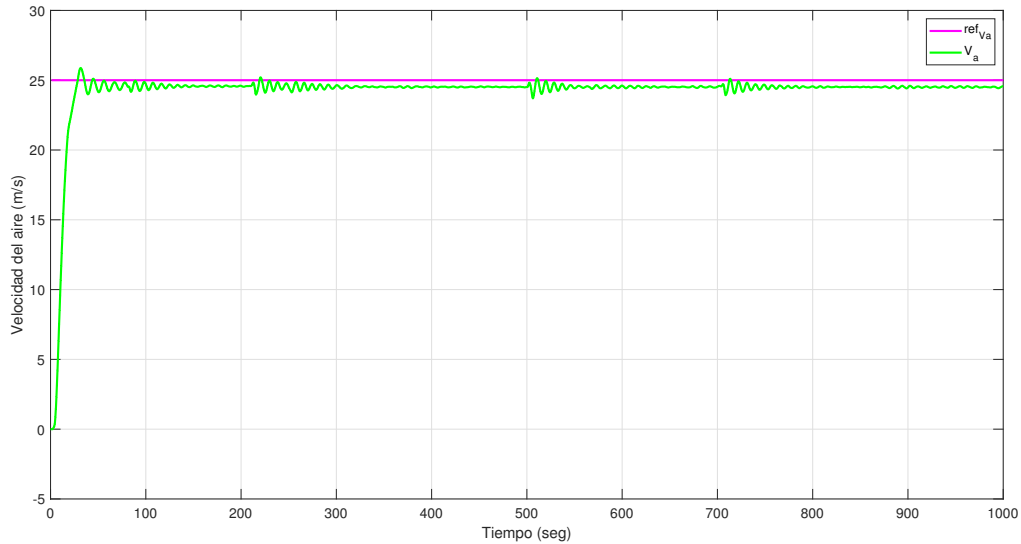


Figura 4.9: Velocidad relativa del aire con control subóptimo.

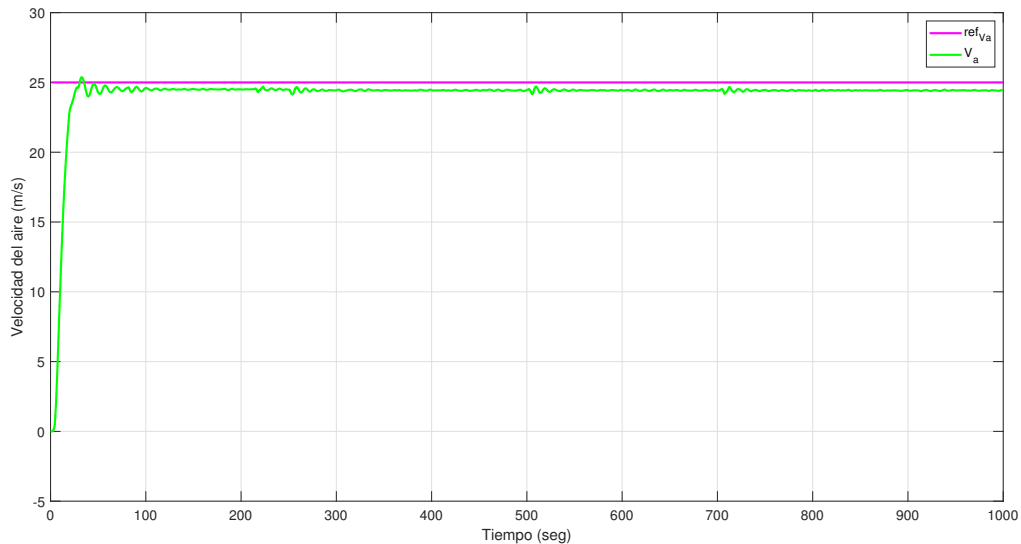


Figura 4.10: Velocidad relativa del aire con control PD.

Las señales de control aplicadas en la simulaciones se observan en las Figuras 4.11 y 4.12. En estas simulaciones se usaron el elevador, los alerones y el motor como entradas de control. En el caso del motor la escala de 0 representa que está apagado y 1 que está trabajando a su máxima potencia, en el caso del control subóptimo vemos que trabaja por momentos en todo el rango de operación, estando por momentos apagado y en otros trabajando al 100 %,

mientras que con el control PD su zona de operación se mantuvo aproximadamente a la mitad la mayor parte del tiempo. Para el caso del elevador y alerones, la escala -1 representa una deflexión total de la superficie de control en un sentido y 1 representa la deflexión total en el sentido opuesto, sin embargo en estas simulaciones estas superficies de control trabajaron en un zona de operación pequeña, por lo que no fue necesaria su deflexión total en algún sentido. Cómo se vio en gráficas previas hay oscilaciones en el ángulo de pitch en el caso del control PD y de nueva cuenta vemos estas oscilaciones en la superficie de control.

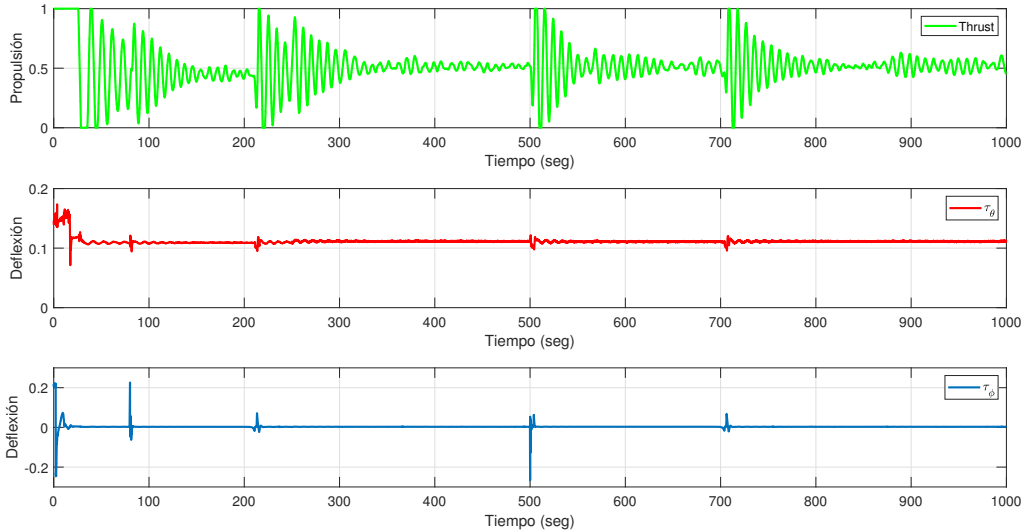


Figura 4.11: Señales del control subóptimo.

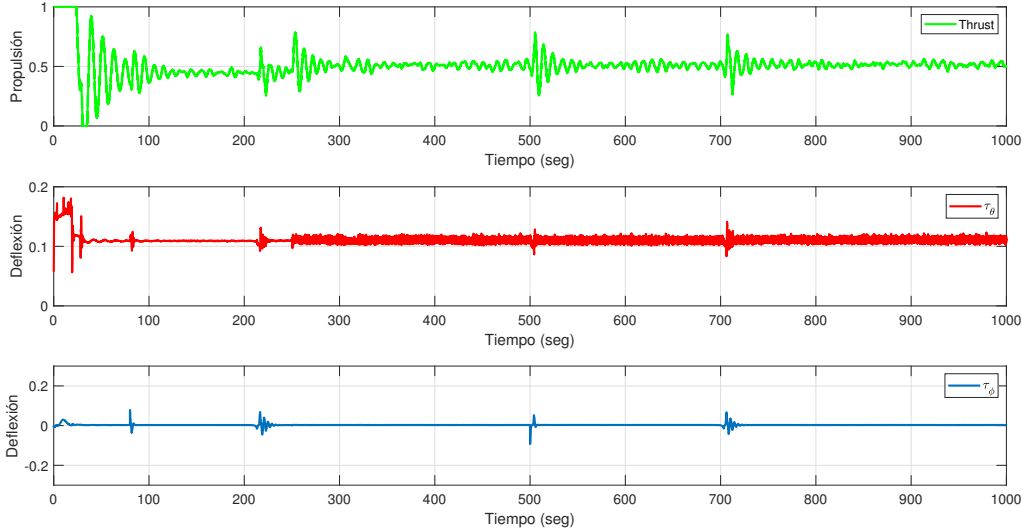


Figura 4.12: Señales del control PD.

Las Figuras 4.13 y 4.14 muestran el seguimiento de las trayectorias circulares, el centro



estas circunferencias se ubicaba en las posiciones  $x = 5000$ ,  $y = 1150$  para la primera trayectoria y  $x = 7800$ ,  $y = -4100$  para la segunda, a partir del segundo 500 de la simulación el VANT abandona la primera trayectoria para dirigirse a la segunda. Aunque la escala de las figuras no lo permite apreciar de muy buena forma el seguimiento de las trayectorias fue bueno en ambas leyes de control, sin embargo el control PD presentó mayores oscilaciones al momento de incorporarse a las trayectorias en comparación con el control subóptimo, algo que ya se había descrito en las gráficas de la orientación angular.

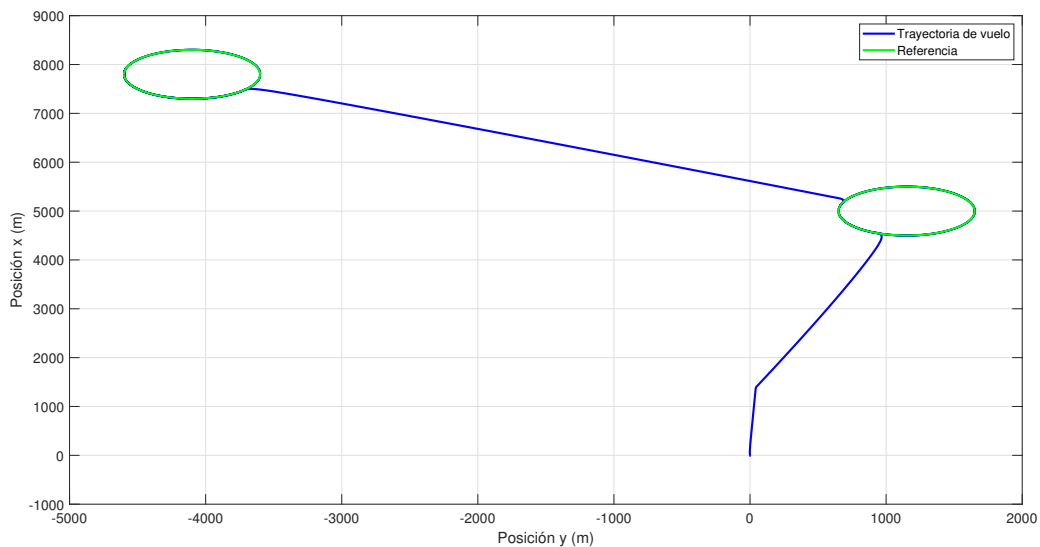


Figura 4.13: Seguimiento de trayectoria con control subóptimo.

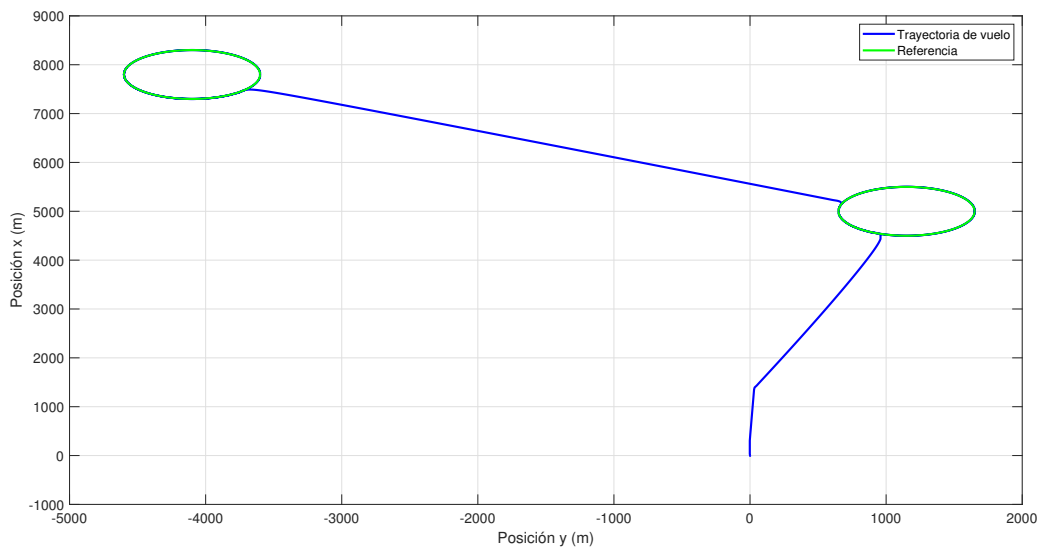


Figura 4.14: Seguimiento de trayectoria con control PD.

Con el fin de visualizar de mejor manera el seguimiento de las trayectorias se presentan

los gráficos en 3D para ambos controles en las Figuras 4.15 y 4.16 siguientes.

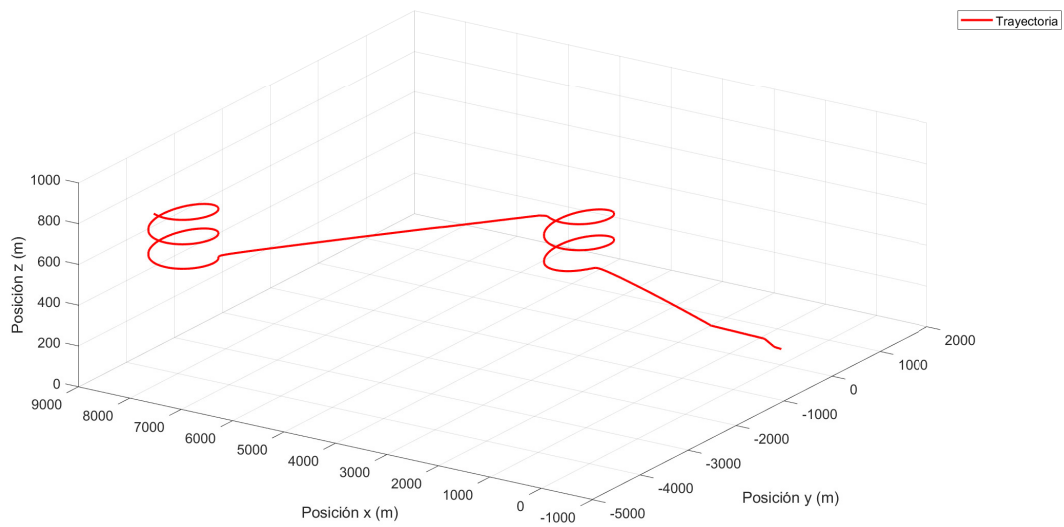


Figura 4.15: Trayectoria dentro de la termal con control subóptimo.

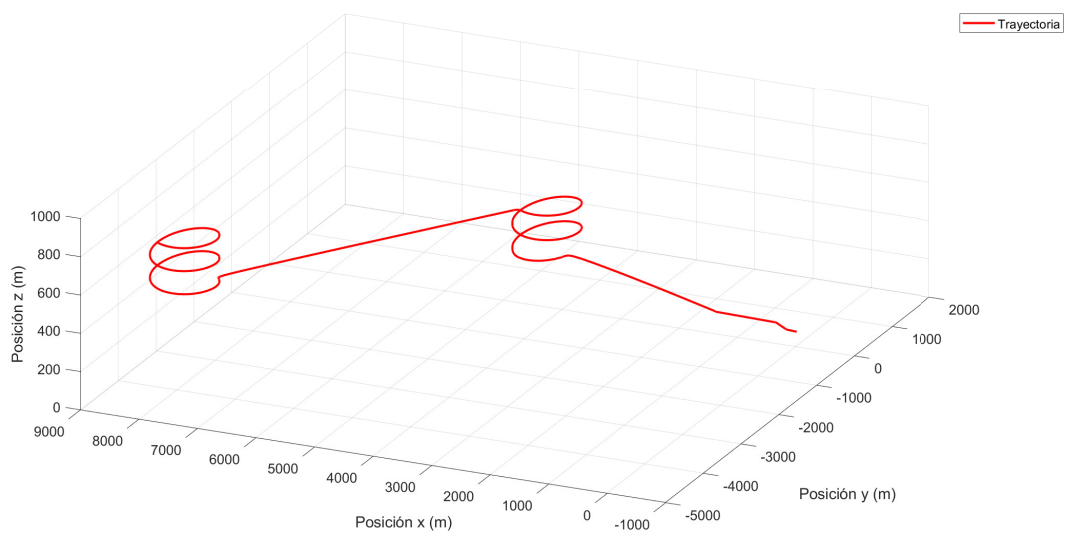


Figura 4.16: Trayectoria dentro de la termal con control PD.

Por último se presentan los errores de seguimiento de la trayectoria en las Figuras 4.17 y 4.18 siguientes imágenes, debido a la escala es difícil apreciar los detalles del seguimiento de las trayectorias pero vemos el cambio en el error al cambiar de una trayectoria a otra en el segundo 500 de la simulación.

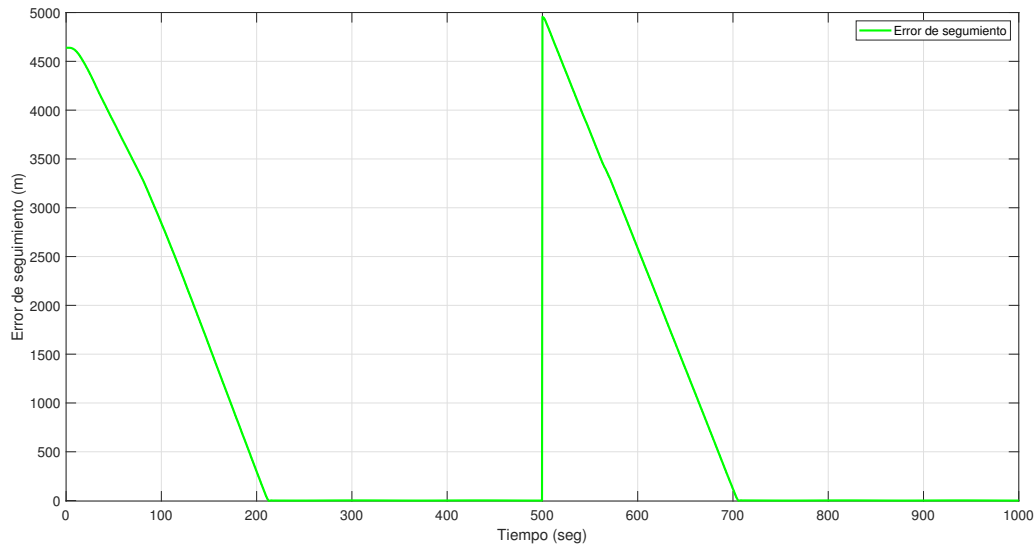


Figura 4.17: Error de seguimiento con control subóptimo.

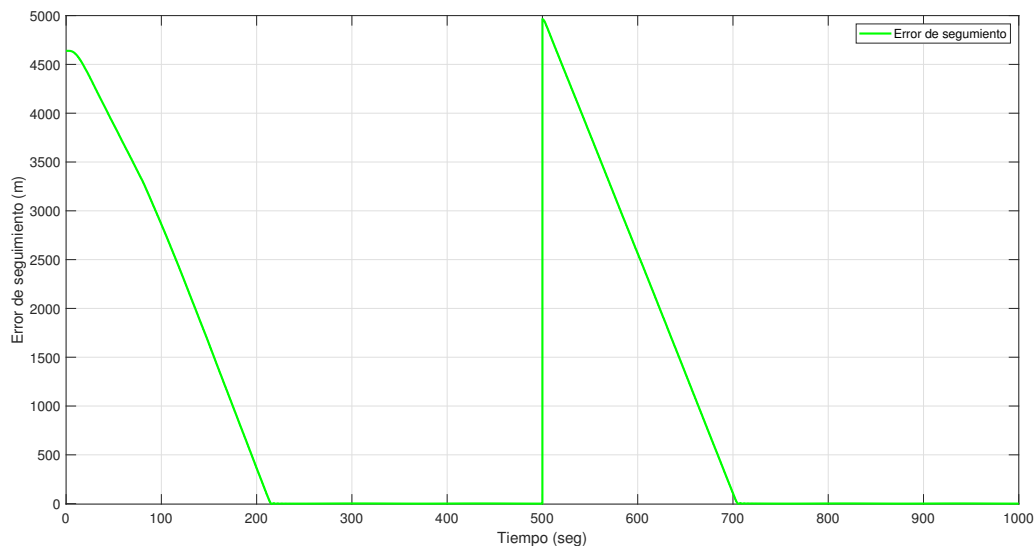


Figura 4.18: Error de seguimiento con control PD.

La Tabla 4.1 muestra el desempeño energético de ambas leyes de control, estas evaluaciones se realizaron sólo para el seguimiento de las trayectorias, es decir desde el segundo 80 en adelante sin tomar en cuenta el despegue.

Control	Subóptimo	PD
Elevador	$5.0977 \times 10^3$	$5.0936 \times 10^3$
Alerones	159.7680	171.0070
Motor	$2.3175 \times 10^4$	$2.4897 \times 10^4$

Tabla 4.1: Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria

Podemos ver que el uso de energía en el elevador es similar en ambos controles, mientras que en los alerones el menor consumo lo tiene el control subóptimo el cual presenta 7 % menor uso de energía en comparación con el PD, esto es debido al desempeño del control PD que al incorporarse a la trayectoria a seguir presentaba muchas oscilaciones en el ángulo de roll. En cuanto al consumo energético del motor, vemos cómo el control subóptimo presentó un menor consumo comparado con el PD, 7.4 % menor uso de energía y un ligero mejor desempeño en el seguimiento de la referencia en velocidad relativa del aire. Este aspecto es muy importante ya que el principal elemento en el que queremos ahorrar energía es en el motor ya que este elemento es el que más consumo energético tiene, llegando a ser hasta del 90 % de la energía del sistema [37].

La Tabla 4.2 muestra la comparativa del desempeño de ambos controles en el seguimiento de la altura, velocidad relativa del aire y trayectorias.

Control	Subóptimo	PD
Altura	11832082	11844614
$V_a$	$9.2816 \times 10^5$	$9.3173 \times 10^5$
Trayectoria	36812008	36988776

Tabla 4.2: Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria

Vemos que en el caso del control de altura ambos controles tienen un desempeño similar, en cuanto al control de seguimiento de la referencia en la velocidad relativa del aire el control subóptimo tiene un ligero mejor desempeño teniendo un 4 % menos de error, esto en combinación con que presenta un ligero menor consumo energético, hacen de este control una mejor opción. En el seguimiento de las trayectorias el control subóptimo de también tiene un mejor desempeño, siendo 4.8 % mejor en comparación con el control PD.

De este trabajo se realizó un artículo titulado “Finite Horizon Nonlinear Suboptimal Control for an Autonomous Soaring UAV”[22], el cual fue aceptado y publicado en la revista “Mathematical Problems in Engineering”, en él se presentan resultados similares usando esta ley de control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito y comparando la con un control PD, se realiza el seguimiento de las dos trayectorias circulares dentro de dos corrientes termales y se pudo observar que la altura ganada debido a energía de las termales fue mayor usando el control subóptimo, lo cual hace de esta ley de control una mejor opción para navegar dentro de termales en comparación con el control PD.

## 4.4. Resultados experimentales con control subóptimo

Usando la plataforma “Nano talon” se desarrollaron experimentos usando esta ley de control suboptimo. A continuación se muestran los resultados de un vuelo realizado, esta ley de control se aplicó en los ángulos de pitch y roll. Durante la prueba de vuelo se usó el transmisor de radio para enviar las señales de referencia en estos ángulos mencionados. La siguiente figura muestra un segmento de 50 segundos de la posición angular en pitch de este vuelo realizado, donde se puede ver que el control tiene buen desempeño en el seguimiento del ángulo de referencia.

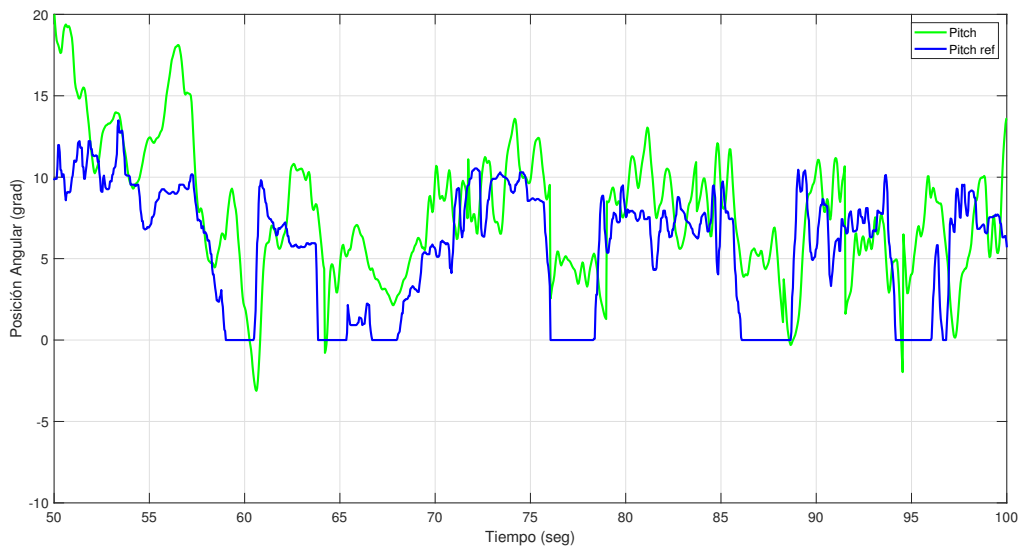


Figura 4.19: Orientación angular en pitch.

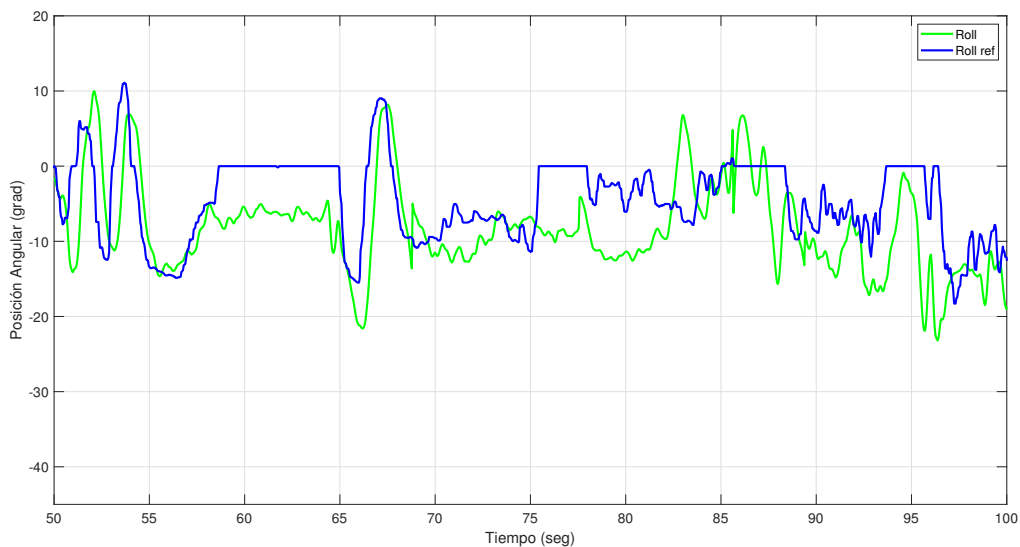


Figura 4.20: Orientación angular en roll.

La Figura 4.20 muestra la posición angular en roll, donde de igual forma se puede ver que tiene buen desempeño la ley de control al momento de seguir la referencia del ángulo.

Las señales de control en pitch y roll se muestran en la siguiente figura, estas se muestran en relación al ángulo de deflexión en las superficies de control, el elevador para el caso del ángulo de pitch y los alerones para el caso de roll. Para pitch el ángulo de movimiento en la superficie de control va desde -25 a 25 grados, mientras que para roll el ángulo va desde -30 a 30 grados

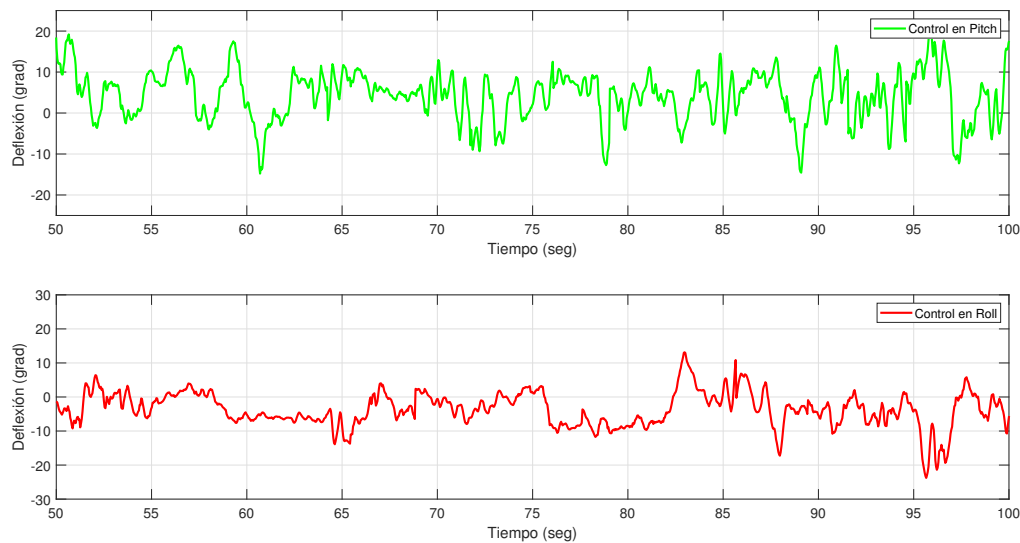


Figura 4.21: Señales de control en pitch y roll.

De las gráficas anteriores se vemos que esta ley de control tiene buen desempeño en general en el control de los ángulos de pitch y roll. El seguimiento de la referencia en roll parece ser un poco mejor que en pitch, sin embargo hay que considerar que debido al diseño aerodinámico del VANT este presenta un ligero “cabeceo”, es decir la parte frontal del avión tiende a ir hacia abajo. En cuanto las condiciones del climáticas el cielo estaba despejado pero había un poco de viento presente durante el vuelo.

## 4.5. Método del gradiente

Para un sistema discreto no lineal afín de la forma:

$$x(i + 1) = f_0(x(i)) + f_1(x(i))u(i) \quad (4.39)$$

donde  $f_0(x(i)) \in \mathbb{R}^n$ ,  $f_1(x(i)) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  y  $u(i) \in \mathbb{R}^m$ , las ganancias optimizadas de la ley de control se obtienen de la manera descrita en “The Computation and Theory of Optimal Control”[38], este procedimiento se describe a continuación.

Para el caso de una ley de control de la cual ya conocemos su estructura, nos resta conocer el valor de sus ganancias optimizadas. Podemos reescribir la parte de la ley de control del sistema (4.39) en función de las ganancias:

$$x(i+1) = f_0(x(i)) + f_1(x(i))u(i, \alpha) \quad (4.40)$$

donde  $\alpha$  representa el vector de ganancias que se desea hallar.

Definiendo el índice de desempeño  $J$  como:

$$J = x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T(N)P_1\alpha(N) + \sum_{i=0}^{N-1} \{x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R\alpha\} \quad (4.41)$$

donde  $P_0, P_1, Q \geq 0$  y  $R > 0$  son matrices simétricas de dimensiones apropiadas,  $N$  es el paso final con  $N, i \in \mathbb{N}$ .

El problema de optimización es hallar la secuencia del vector de control  $\alpha(i)$  tal que  $J$  sea mínimo sujeto a (4.40).

Del sistema (4.40) vemos que conociendo el estado  $x(k)$  y los parámetros  $\alpha$  podemos determinar el estado  $x(r)$  cuando  $r > k$ . Lo que implica que tener  $x(0)$  y  $\alpha$  bastan para conocer  $x(k)$ .

Definiendo la función de retorno como:

$$J = V(x(0), \alpha[0, M-1]) \quad (4.42)$$

Donde  $M$  es el número de ganancias en la ley de control. La función de retorno es el valor numérico del índice de desempeño con condición inicial  $x(0)$  y valores  $\alpha[0, M-1]$ .

Ahora obtenemos las condiciones necesarias para optimalidad basándose en el enfoque de programación dinámica. Asumiendo que  $\alpha[0, M]$  ha sido elegido de forma óptima y aplicando el principio de optimalidad.

$$J = J_1 + J_2 \quad (4.43)$$

con:

$$J_1 = \sum_{i=0}^{k-1} \{x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R\alpha\} \quad (4.44)$$

$$J_2 = \sum_{i=k}^{N-1} \{x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R\alpha\} + x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1\alpha \quad (4.45)$$

por el principio de optimalidad  $J_2$  es óptima. De ahora en adelante escribiremos  $x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1\alpha$  como  $\varphi(x(N), \alpha)$  para simplificar la representación.

Sea  $\alpha$ , con  $i = k + 1, k + 2, \dots, N$  un vector de control arbitrario.

$$V(x(k), \alpha) = \varphi(x(N), \alpha) + \sum_{i=k}^{N-1} \{x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R\alpha\} \quad (4.46)$$

también tenemos que en el paso  $k + 1$  la función de retorno es:

$$V(x(k + 1), \alpha) = \varphi(x(N), \alpha) + \sum_{i=k+1}^{N-1} L(x(i), \alpha) \quad (4.47)$$

donde  $L(x(i), \alpha)$  es la representación simplificada de  $x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R\alpha$ .

De las 2 ecuaciones anteriores vemos que:

$$V(x(k), \alpha) = L(x(k), \alpha) + V(x(k + 1), \alpha) \quad (4.48)$$

con la condición final:

$$V(x(N), \alpha) = \varphi(x(N), \alpha) \quad (4.49)$$

Sea  $\alpha^j[0, M]$  una secuencia nominal, donde  $j$  es el número de iteración del método con  $j = 0, 1, \dots, m$ .

$$\alpha^j[0, M] = [\alpha^j(0), \alpha^j(1), \dots, \alpha^j(M)] \quad (4.50)$$



Desarrollando una aproximación de Taylor alrededor de  $\alpha^j[0, M]$

$$V(x(0), \alpha^{j+1}[0, M]) = V(x(0), \alpha^j[0, M]) + \frac{\partial V(x(0), \alpha^j[0, M])}{\partial \alpha} \delta \alpha \quad (4.51)$$

$$\delta \alpha = \alpha^{j+1} - \alpha^j \quad (4.52)$$

del índice de desempeño sabemos que:

$$V(x(k), \alpha^j[0, M]) \geq 0 \quad (4.53)$$

Por lo tanto con un  $\epsilon > 0$  tenemos:

$$\delta \alpha = -\epsilon \left( \frac{\partial V(x(0), \alpha^j[0, M])}{\partial \alpha} \right) \quad (4.54)$$

lo que implica:

$$\alpha^{j+1} = -\epsilon V_\alpha(x(0), \alpha^j[0, M]) + \alpha^j \quad (4.55)$$

De esta manera se van sintonizando en cada iteración el valor del vector de ganancias  $\alpha$ .

Tenemos que:

$$\frac{\partial V(x(k), \alpha[0, M])}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(k), \alpha(k))}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(k+1), \alpha[0, M])}{\partial x(k+1)} \frac{\partial x(k+1)}{\partial \alpha} \quad (4.56)$$

Para el paso N:

$$\frac{\partial V(x(N), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \varphi(x(N), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \{x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1 \alpha\}}{\partial \alpha} \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial V(x(N), \alpha)}{\partial \alpha} = 2\alpha^T P_1 + 2x^T(N)P_0 \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} \quad (4.58)$$

Para el paso N-1:

$$\frac{\partial V(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-1+1), \alpha)}{\partial x(N-1+1)} \frac{\partial x(N-1+1)}{\partial \alpha} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial V(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N), \alpha)}{\partial x(N)} \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \{x^T(N-1)Qx(N-1) + \alpha^T R\alpha\}}{\partial \alpha} \\ &+ \frac{\partial \{x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1\alpha\}}{\partial x(N)} \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial V(x(N-1), \alpha)}{\partial \alpha} = 2\alpha^T R + 2x^T(N)P_0 \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} + 2x^T(N-1)Q \frac{\partial x(N-1)}{\partial \alpha} \quad (4.62)$$

Para el paso N-2:

$$\frac{\partial V(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-2+1), \alpha)}{\partial x(N-2+1)} \frac{\partial x(N-2+1)}{\partial \alpha} \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial V(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-1), \alpha)}{\partial x(N-1)} \frac{\partial x(N-1)}{\partial \alpha} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \{x^T(N-2)Qx(N-2) + \alpha^T R\alpha\}}{\partial \alpha} \\ &+ \frac{\partial \{x^T(N-1)Qx(N-1) + \alpha^T R\alpha + x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1\alpha\}}{\partial x(N-1)} \\ &\times \frac{\partial x(N-1)}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial V(x(N-2), \alpha)}{\partial \alpha} = 2\alpha^T R + 2x^T(N-1)Q \frac{\partial x(N-1)}{\partial \alpha} + 2x^T(N-2)Q \frac{\partial x(N-2)}{\partial \alpha} \quad (4.66)$$

Para el paso N-3:

$$\frac{\partial V(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-3+1), \alpha)}{\partial x(N-3+1)} \frac{\partial x(N-3+1)}{\partial \alpha} \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial V(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-2), \alpha)}{\partial x(N-2)} \frac{\partial x(N-2)}{\partial \alpha} \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \{x^T(N-3)Qx(N-3) + \alpha^T R\alpha\}}{\partial \alpha} \\ &+ \frac{\partial \{x^T(N-2)Qx(N-2) + \alpha^T R\alpha + x^T(N-1)Qx(N-1) + \alpha^T R\alpha + x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1\alpha\}}{\partial x(N-2)} \\ &\times \frac{\partial x(N-2)}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial V(x(N-3), \alpha)}{\partial \alpha} = 2\alpha^T R + 2x^T(N-2)Q \frac{\partial x(N-2)}{\partial \alpha} + 2x^T(N-3)Q \frac{\partial x(N-3)}{\partial \alpha} \quad (4.70)$$

Para el paso N-4:

$$\frac{\partial V(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-4+1), \alpha)}{\partial x(N-4+1)} \frac{\partial x(N-4+1)}{\partial \alpha} \quad (4.71)$$

$$\frac{\partial V(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(N-3), \alpha)}{\partial x(N-3)} \frac{\partial x(N-3)}{\partial \alpha} \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \{x^T(N-4)Qx(N-4) + \alpha^T R \alpha\}}{\partial \alpha} \\ &+ \frac{\partial \{x^T(N-3)Qx(N-3) + \alpha^T R \alpha + x^T(N-2)Qx(N-2) + \alpha^T R \alpha + x^T(N-1)Qx(N-1) + \alpha^T R \alpha + x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1 \alpha\}}{\partial x(N-3)} \\ &\times \frac{\partial x(N-3)}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial V(x(N-4), \alpha)}{\partial \alpha} = 2\alpha^T R + 2x^T(N-3)Q \frac{\partial x(N-3)}{\partial \alpha} + 2x^T(N-4)Q \frac{\partial x(N-4)}{\partial \alpha} \quad (4.74)$$

Con el desarrollo de los 4 pasos anteriores podemos ver que en general las derivadas serían:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(k), \alpha)}{\partial \alpha} &= 2\alpha^T P_1 + 2\alpha^T R + 4x^T(N)P_0 \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} \\ &+ \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ 2\alpha^T R + 4x^T(k)Q \frac{\partial x(k)}{\partial \alpha} \right\} \end{aligned} \quad (4.75)$$

Ahora nos falta encontrar el valor de  $\frac{\partial x(k+1)}{\partial \alpha}$  con respecto a nuestro sistema. Recordemos que nuestro sistema está dividido en subsistemas de los cuales tenemos sus expresiones en tiempo discreto. Para el lazo interno donde se encuentran los ángulos de pitch y roll tenemos:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_s \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tau_\theta(k), \quad (4.76)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1(k+1) \\ \phi_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \phi_2(k) + \phi_1(k) \\ T_s \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \psi_v(k) \theta_2(k) + \phi_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{I_{xx}} \end{bmatrix} \tau_\phi(k) \quad (4.77)$$

Para el ángulo de curso  $\psi$  tenemos el subsistema:

$$\begin{bmatrix} \psi(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \frac{g}{V_a(k)} \tan \phi(k) + \psi(k) \\ (1 - \frac{T_s}{\tau_{s\phi}}) \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{\tau_{s\phi}} \end{bmatrix} \phi_c(k). \quad (4.78)$$

En el subsistema  $V_a$  su representación en tiempo discreto es:

$$V_a(k+1) = -\frac{T_s}{m} D - T_s g \sin \theta(k) + V_a(k) + \frac{T_s}{m} T(k). \quad (4.79)$$

Para el subsistema de altura  $z$  tenemos:

$$\begin{bmatrix} z(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s V_a(k) \sin \theta(k) + z(k) \\ (1 - \frac{T_s}{\tau_{s\theta}})\theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{\tau_{s\theta}} \end{bmatrix} \theta_c(k). \quad (4.80)$$

Desarrollando la derivada para el ángulo de pitch en el que se considera el caso de un control PD, tenemos:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_s \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{I_{yy}} \end{bmatrix} [\alpha_1 \theta_1(k) + \alpha_2 \theta_2(k)] \quad (4.81)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \theta_2(k) + \theta_1(k) \\ T_s \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \psi_v(k) \phi_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{I_{yy}} \alpha_1 \theta_1(k) + \frac{T_s}{I_{yy}} \alpha_2 \theta_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial \theta(k+1)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{I_{yy}} \alpha_1 \theta_1(k) + \frac{T_s}{I_{yy}} \alpha_2 \theta_2(k) \end{bmatrix}}{\partial \alpha} \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial \theta(k+1)}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{T_s}{I_{yy}} \theta_1(k) & \frac{T_s}{I_{yy}} \theta_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo y  $I_{yy}$  es el parámetro de inercia. Ahora realizamos el mismo procedimiento para los otros subsistemas.

Para el ángulo de roll:

$$\frac{\partial \phi(k+1)}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{T_s}{I_{xx}} \phi_1(k) & \frac{T_s}{I_{xx}} \phi_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo y  $I_{xx}$  es el parámetro de inercia.

Para el ángulo de curso  $\psi$ :

$$\frac{\partial \psi(k+1)}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{T_s}{\tau_{s\phi}} \psi(k) & \frac{T_s}{\tau_{s\phi}} \phi(k) \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo y  $\tau_{s\phi}$  es la constante de tiempo del subsistema roll.

Para el subsistema  $z$ :

$$\frac{\partial z(k+1)}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{T_s}{\tau_{s\theta}} z(k) & \frac{T_s}{\tau_{s\theta}} \theta(k) \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo y  $\tau_{s\theta}$  es la constante de tiempo del subsistema pitch.

Para el subsistema  $V_a$

$$\frac{\partial V_a(k+1)}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{m} V_a(k) & \frac{T_s}{m} V_{aa}(k) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo,  $m$  es la masa y  $V_{aa}$  es la aceleración del aire relativa al UAV.

De manera resumida para aplicar el método del gradiente se siguen los siguientes pasos.

1. Se selecciona una ley de control y su vector de parámetros iniciales  $\alpha^0[0, M]$ .
2. Se construye y guarda la trayectoria  $x[0, N]$  usando la ecuación del sistema.

$$x(i+1) = f_0(x(i)) + f_1(x(i))u(i) \quad (4.89)$$

También se calcula el costo  $J$ .

$$J = x^T(N)P_0x(N) + \alpha^T P_1 \alpha + \sum_{i=0}^{N-1} \{x^T(i)Qx(i) + \alpha^T R \alpha\} \quad (4.90)$$

3. Se calcula y guarda el gradiente con respecto al vector de parámetros.

$$\frac{\partial V(x(k), \alpha[0, M])}{\partial \alpha} = \frac{\partial L(x(k), \alpha(k))}{\partial \alpha} + \frac{\partial V(x(k+1), \alpha[0, M])}{\partial x(k+1)} \frac{\partial x(k+1)}{\partial \alpha} \quad (4.91)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x(k), \alpha)}{\partial \alpha} &= 2\alpha^T P_1 + 2\alpha^T R + 4x^T(N)P_0 \frac{\partial x(N)}{\partial \alpha} \\ &+ \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ 2\alpha^T R + 4x^T(k)Q \frac{\partial x(k)}{\partial \alpha} \right\} \end{aligned} \quad (4.92)$$

4. Se calculan los nuevos parámetros de la ley de control  $\alpha^{j+1}$  de la forma:

$$\alpha^{j+1} = -\epsilon V_\alpha(x(0), \alpha^j[0, M]) + \alpha^j \quad (4.93)$$

5. Se usan los nuevos parámetros del control  $\alpha^{j+1}[0, M]$  y la ecuación del sistema para construir una nueva trayectoria  $x^{j+1}[0, N]$  y se calcula de nuevo el costo  $J^{j+1}$ .
6. Si  $J^{j+1} < J^j$  se continúa de nuevo con los pasos 3, 4, 5 y 6, pero si  $J^{j+1} > J^j$ , se reduce el paso del parámetro  $\epsilon$ , por ejemplo en  $\epsilon = \epsilon/2$  y se repiten los pasos 4, 5 y 6.

## 4.6. Simulaciones con el método del gradiente

Usando el método del gradiente presentado en la sección previa se obtuvieron los valores de las ganancias optimizadas para una ley de control PD. Se implementó el método del gradiente para optimizar tres leyes de control PD, dos para la orientación en los ángulos de pitch y roll, y otra más para el subsistema  $V_a$ , el cual es para controlar la velocidad del VANT relativa al viento.

En la siguiente imagen se muestran los resultados obtenidos en los estados de Pitch, Roll y  $V_a$ , se muestran los resultados del estado con las ganancias originales y el estado con las ganancias optimizadas por el método del gradiente.

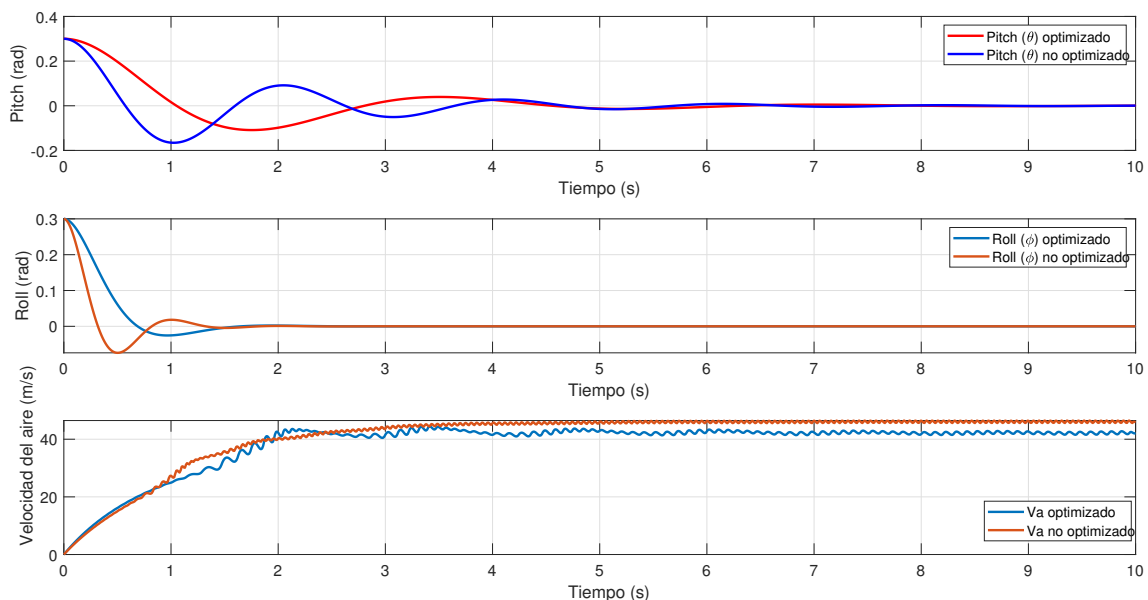


Figura 4.22: Resultados de pitch, roll, y  $V_a$  en simulación.

En la siguiente imagen se puede ver cómo se van minimizando los índices de desempeño de cada subsistema con cada iteración del método del gradiente.

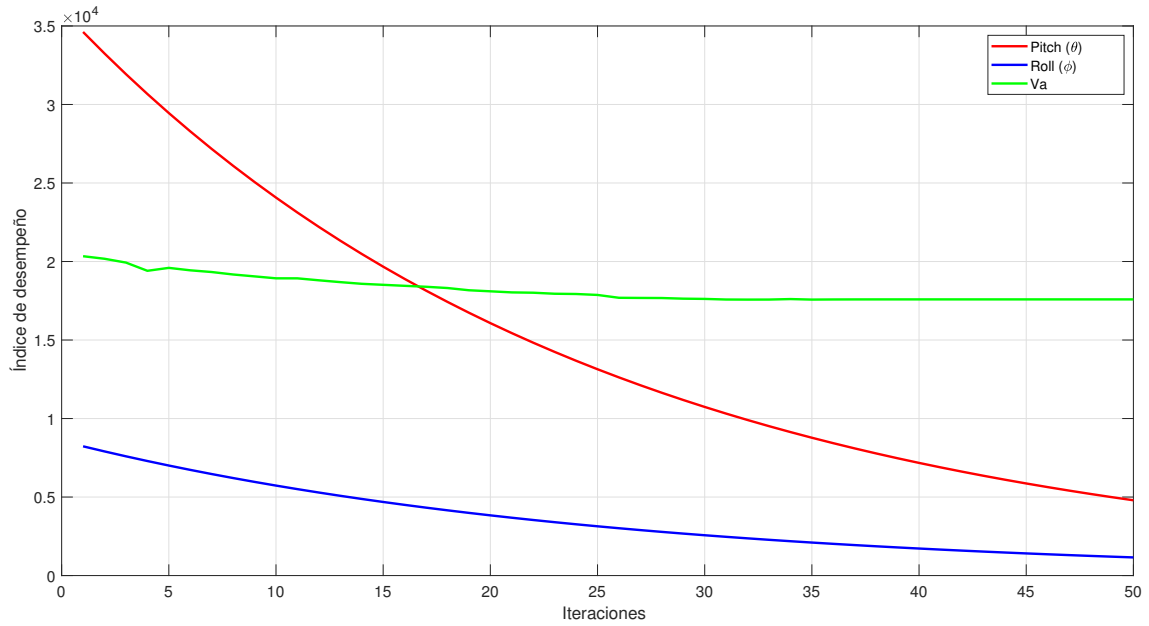


Figura 4.23: Minimización de índices de desempeño.

Una vez se obtuvieron las ganancias optimizadas se realizaron simulaciones en X-Plane con el objetivo de ver el desempeño de los controles optimizados en un entorno de simulación más complejo. Se realizaron simulaciones de navegación siguiendo una trayectoria circular usando la ley de control PD y PD optimizada, y se compara su desempeño. La simulación duró 310 segundos donde las condiciones iniciales en posición fueron  $x = 0$ ,  $y = 0$  y  $z = 80$  m, con referencia en  $z$  de 110 metros, el tiempo de muestreo fue de 20 milisegundos. Los primeros 80 segundos corresponden al despegue del avión, y a partir del segundo 80 se comienza con el seguimiento de la trayectoria circular, las condiciones mencionadas anteriormente fueron las mismas para ambos controles.

Las posiciones en  $x$ ,  $y$  y  $z$  del avión se pueden observar en las dos figuras siguientes, como se mencionó antes la referencia en altura fue de 110 y se puede observar que el seguimiento de esta referencia fue bueno durante toda la simulación para ambos controles.

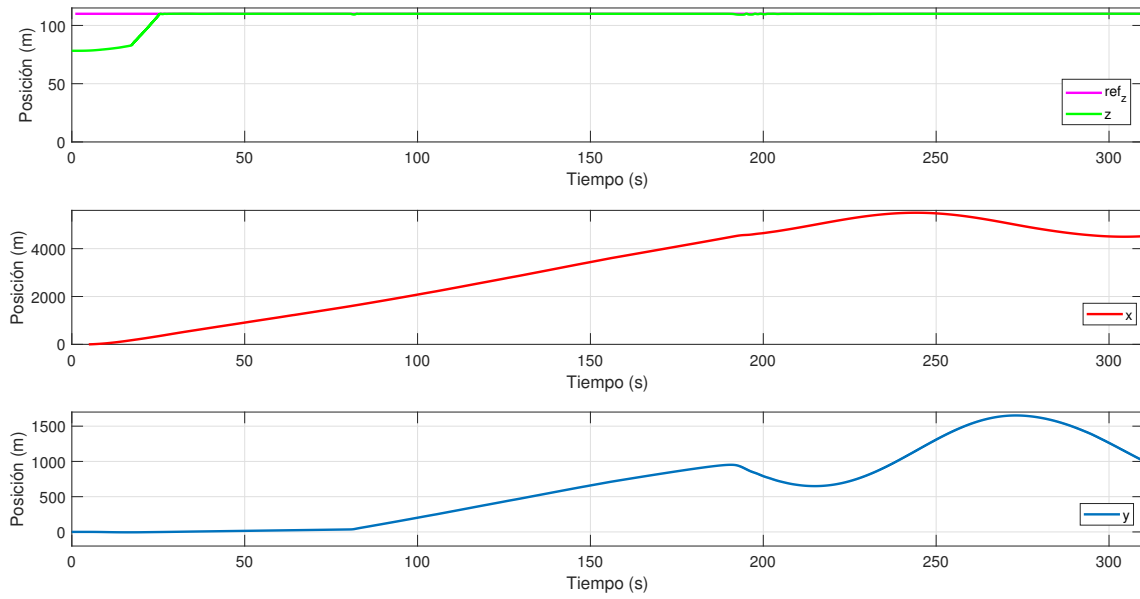


Figura 4.24: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con PD optimizado.

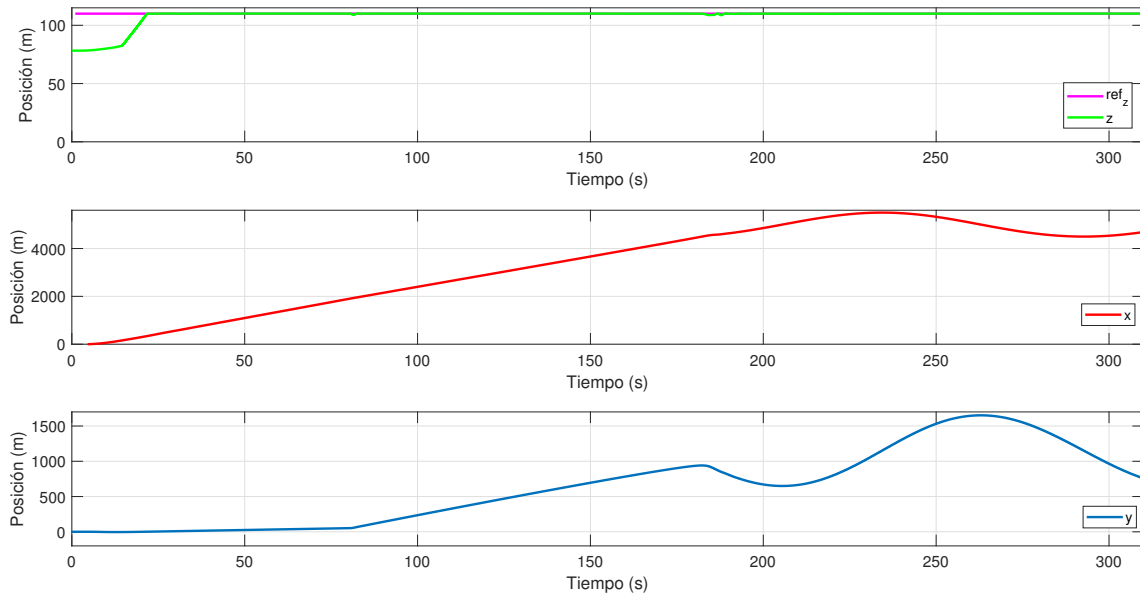


Figura 4.25: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con PD.

La posición angular del avión y los ángulos de referencia a seguir se puede ver en las siguientes figuras, podemos ver que el seguimiento de estas referencias es bueno en ambos controles, pero también vemos que en el caso del control PD optimizado presenta unas oscilaciones más en el ángulo de roll al comenzar a seguir la trayectoria circular, así también vemos estas oscilaciones en pitch.



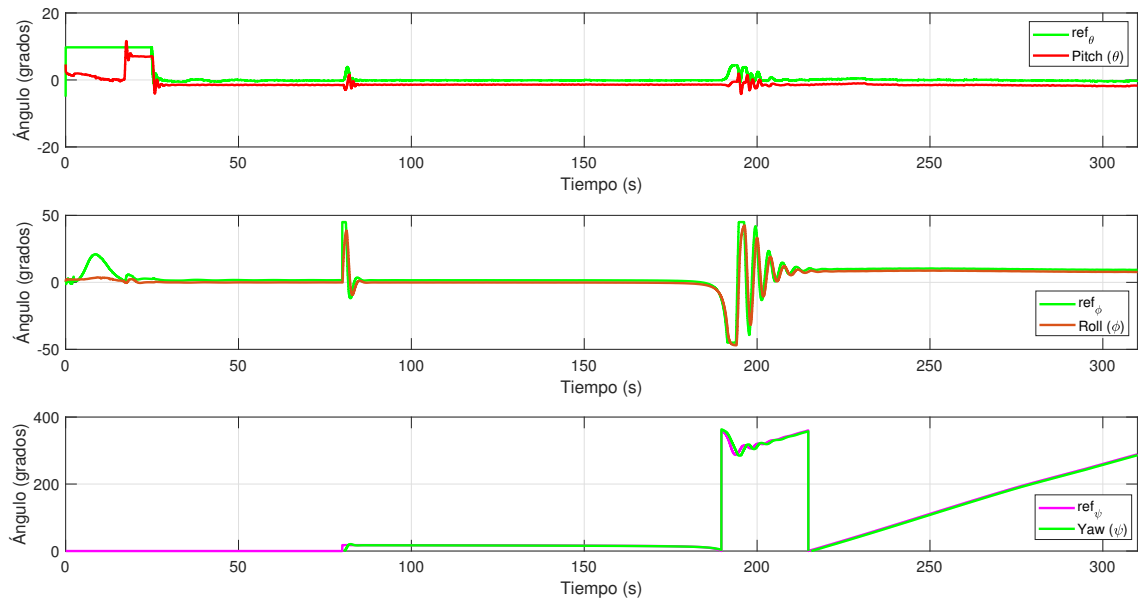


Figura 4.26: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con PD optimizado.

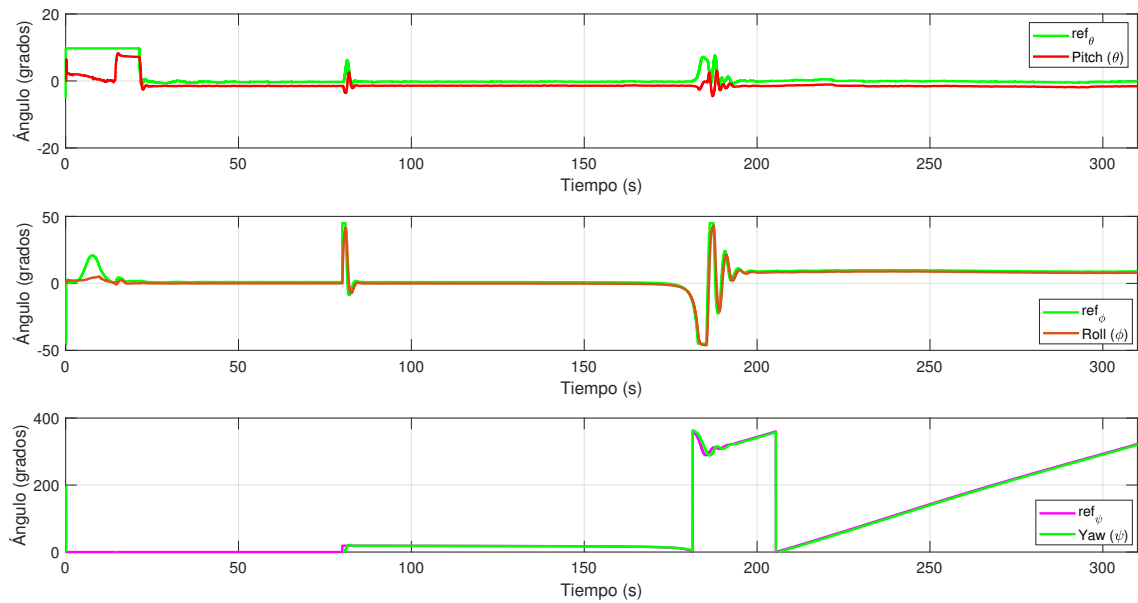


Figura 4.27: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con PD.

Las dos figuras siguientes muestran el comportamiento de la velocidad relativa del aire, en estas imágenes se puede observar que el desempeño fue similar en ambos controles, en esta simulación la velocidad de vuelo deseada fue de 25 m/s.

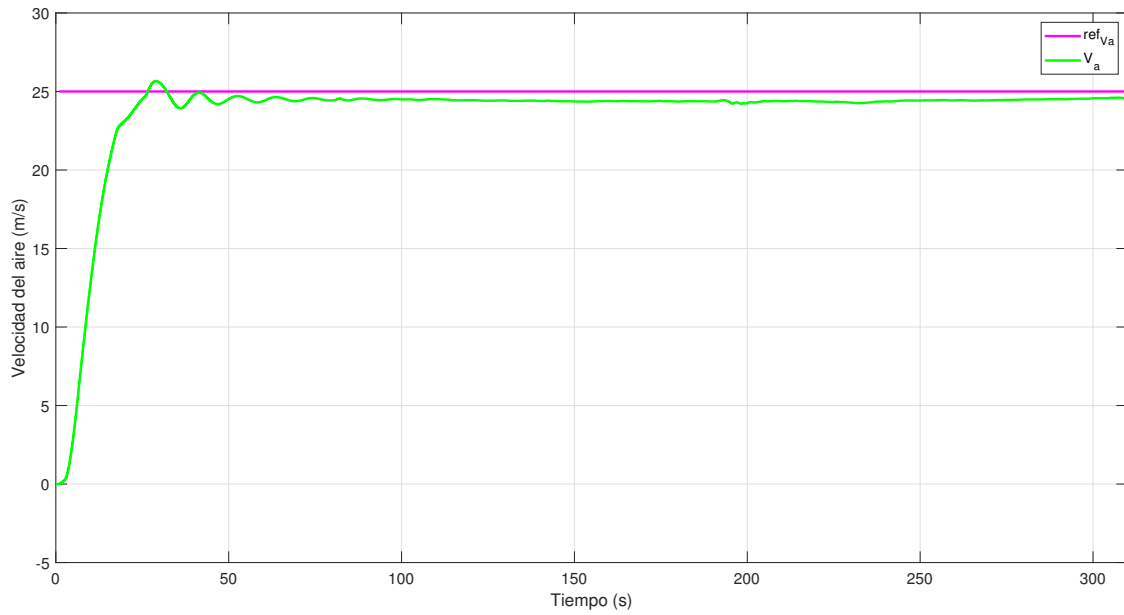


Figura 4.28: Velocidad del aire con PD optimizado.

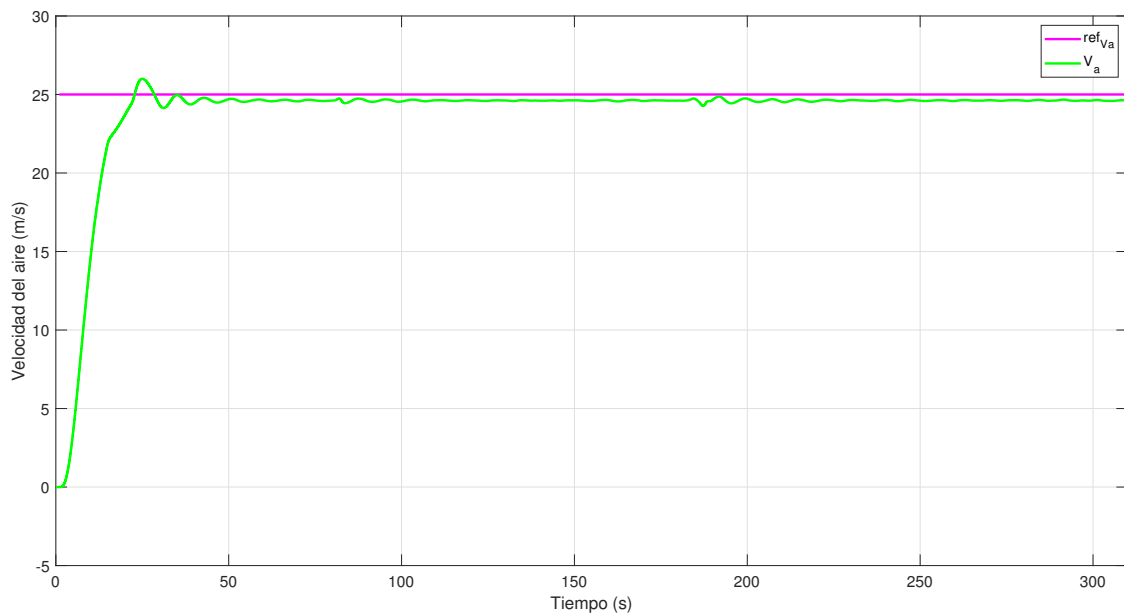


Figura 4.29: Velocidad del aire con PD.

Las señales de control aplicadas en la simulaciones se observan en la siguientes figuras, en ellas se puede ver que el control PD presenta mayor oscilaciones en el seguimiento de la referencia en velocidad relativa del aire.

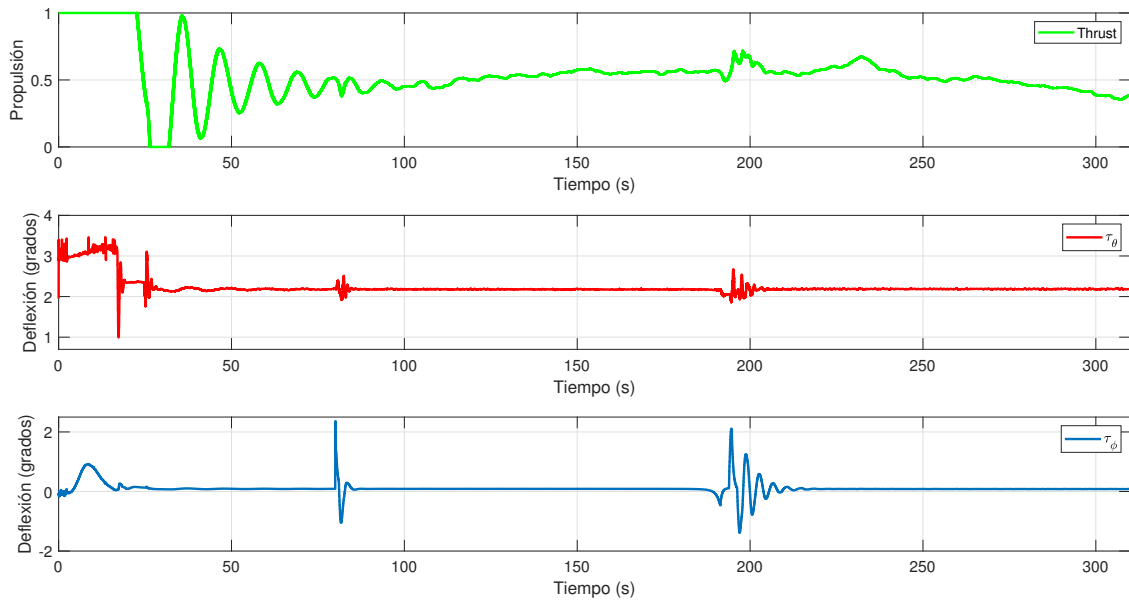


Figura 4.30: Señales de control PD optimizado.

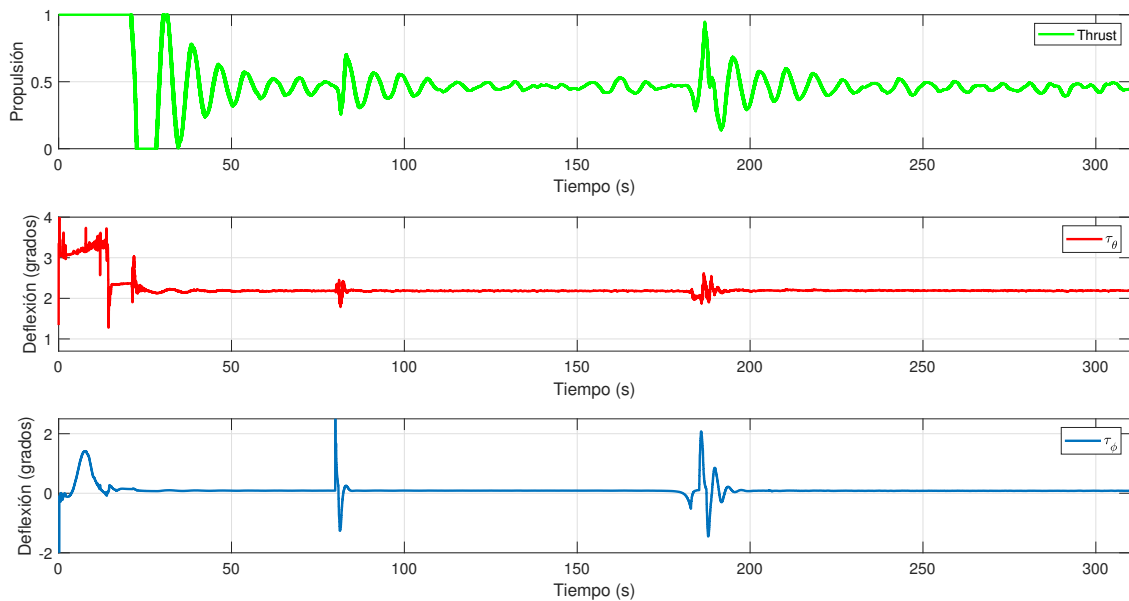


Figura 4.31: Señales de control PD.

La Tabla 4.3 muestra el desempeño energético de ambas leyes de control, estas evaluaciones se realizaron sólo para el seguimiento de la trayectoria. En ella vemos que el control PD optimizado tiene un menor consumo de energía en los elevadores, siendo este de 6.44 % con respecto al PD no optimizado. Sin embargo en los elevadores el consumo de energía es mayor por parte del control PD optimizado, siendo de 3.78 %, esto es debido al mayor número de oscilaciones que presenta este control en el seguimiento de la trayectoria. En cuanto al

motor, también hay un ahorro de energía, con 3.72 % menor consumo de energía usando el control PD optimizado.

Control	PD	PD optimizado
Elevador	$1.3374 \times 10^3$	$1.2565 \times 10^3$
Alerones	45.2671	47.0438
Motor	$5.8126 \times 10^3$	$5.6041 \times 10^3$

Tabla 4.3: Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria

Podemos ver que existe un ahorro en el uso de energía en el elevador y el motor usando la ley de control PD optimizada. En ambos controles se tiene un desempeño similar por lo cual este pequeño ahorro de energía hace del control PD optimizado una mejor opción.

La Tabla 4.4 muestra la comparativa del error en el desempeño de ambos controles en el seguimiento de la referencia en altura, velocidad relativa del aire y trayectoria. En cuanto al seguimiento de la referencia en altura y velocidad, ambos controles presentan un desempeño similar. En el seguimiento de la trayectoria el control el PD tuvo un 16.45 % mejor desempeño que el PD optimizado, este numero parece muy significativo, sin embargo esto es debido a las oscilaciones que se tuvieron al incorporarse a la trayectoria circular.

Control	PD	PD optimizado
Altura	$1.0382 \times 10^6$	$1.0379 \times 10^6$
$V_a$	$2.3167 \times 10^5$	$2.3381 \times 10^5$
Trayectoria	$7.2626 \times 10^6$	8691870

Tabla 4.4: Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria

## 4.7. Resultados experimentales con el método del gradiente

En esta sección se muestran los resultados de un vuelo usando la plataforma descrita anteriormente “Nano Talon”, las ganancias de una ley de control PD en pitch y roll fueron optimizadas usando el método del gradiente. Para este vuelo se usó el software ardupilot [39], en su versión 4.0.4dev, para esto se creó un nuevo modo de vuelo en arduplane para la implementación de las leyes de control. Durante el vuelo se usó el transmisor de radio para enviar las señales de referencia a seguir por las leyes de control en los ángulos de pitch y roll.

En la siguiente figura se muestra un segmento de vuelo de 50 segundos donde se puede ver el seguimiento de la referencia del ángulo de pitch. El seguimiento de la referencia es bueno con las ganancias optimizadas del control PD, con errores relativamente pequeños de aproximadamente 5 grados.

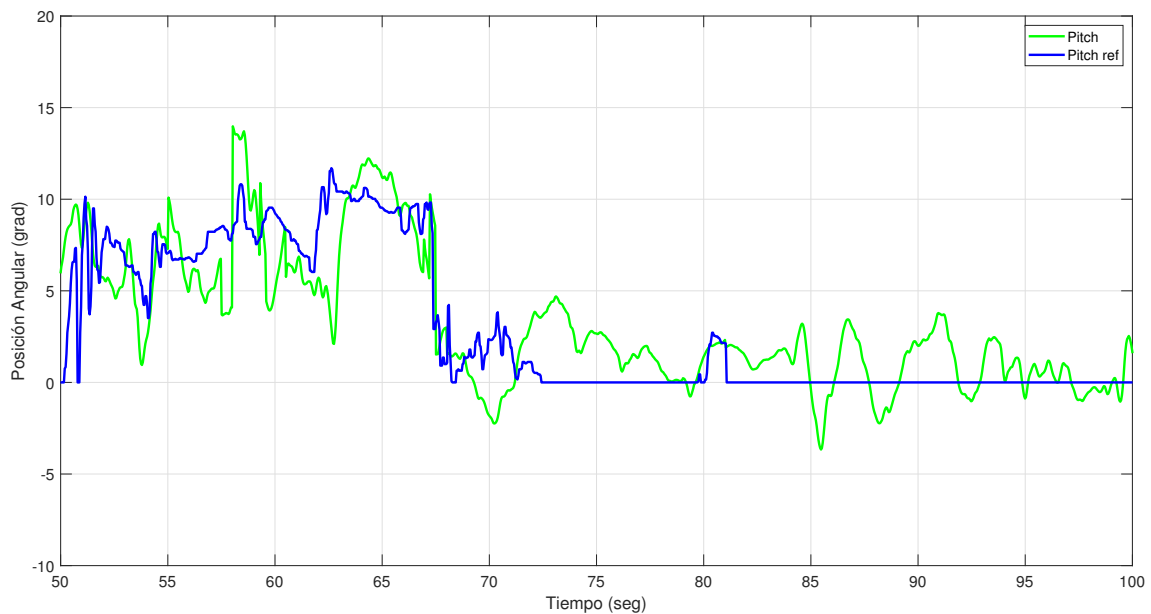


Figura 4.32: Orientación angular en pitch.

En el ángulo de roll el seguimiento de la referencia también es bueno y se puede ver en el segmento de tiempo de 50 segundos mostrado en la figura siguiente, se observa que la ley de control con las ganancias optimizadas mediante el método del gradiente puede realizar un buen seguimiento de la referencia, con errores de seguimiento relativamente pequeños.

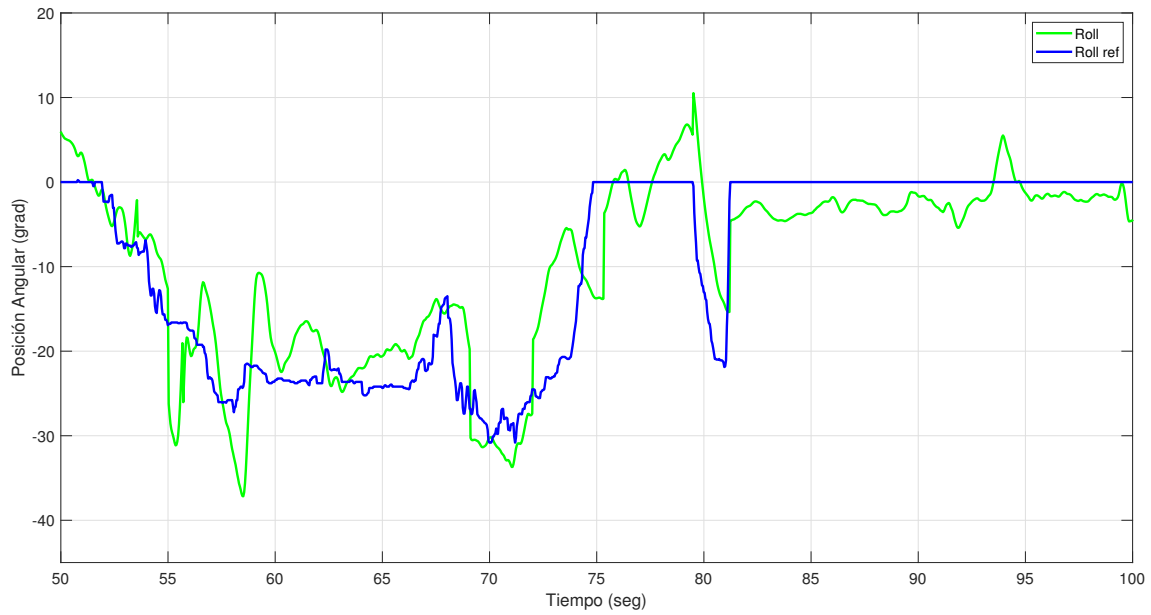


Figura 4.33: Orientación angular en roll.

Las señales de control se muestran a continuación, de igual manera en el mismo segmento de tiempo de 50 segundos. En estas señales se muestra el grado de deflexión en la superficie de control para llevar a cabo el movimiento en la posición angular. Recordando que la superficie de control para el ángulo de pitch es el elevador y para roll los alerones.

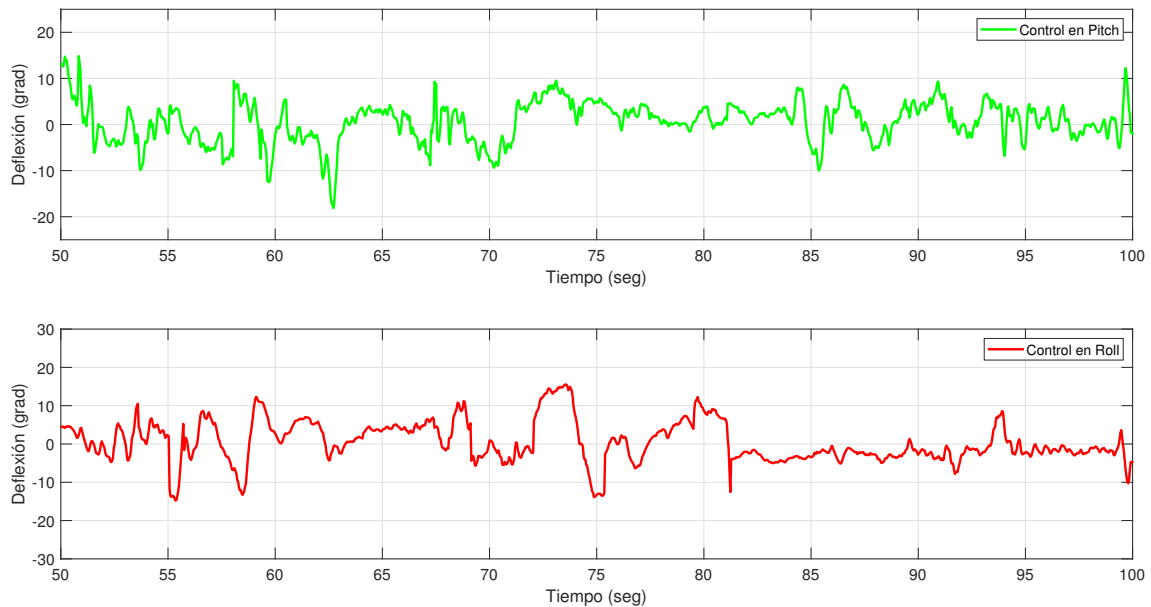


Figura 4.34: Señales de control en pitch y roll.

De estas gráficas de vuelo podemos ver que existe un buen desempeño del PD optimizado, esto lo hace una buena opción si se quiere ahorrar un poco de energía en el control.

## 4.8. Comparativa entre el control subóptimo y el control PD optimizado

Por último se presenta una comparativa en simulación entre el control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito y el control PD optimizado por el método del gradiente. Para de estas simulaciones de nueva cuenta se usó simulink y X-Plane, donde se realizó una tarea de navegación siguiendo una trayectoria circular, donde las referencias a seguir en navegación fueron las mismas para ambos controles y posteriormente se compara su desempeño. La simulación duró 310 segundos donde las condiciones iniciales en posición fueron  $x = 0$ ,  $y = 0$  y  $z = 80m$ , con referencia en  $z$  de 110 metros, el tiempo de muestreo fue de 20 milisegundos. Los primeros 80 segundos corresponden al despegue del VANT, y a partir del segundo 80 se comienza con el seguimiento de la trayectoria circular, las condiciones mencionadas anteriormente fueron las mismas para ambos controles.

Las posiciones en  $x$ ,  $y$  y  $z$  del VANT se pueden observar en las Figuras 4.35 y 4.36, cómo se mencionó antes la referencia en altura fue de 110 metros, en estas figuras se puede ver que el seguimiento de esta referencia en altura fue bueno durante toda la simulación en el caso de ambos controles.

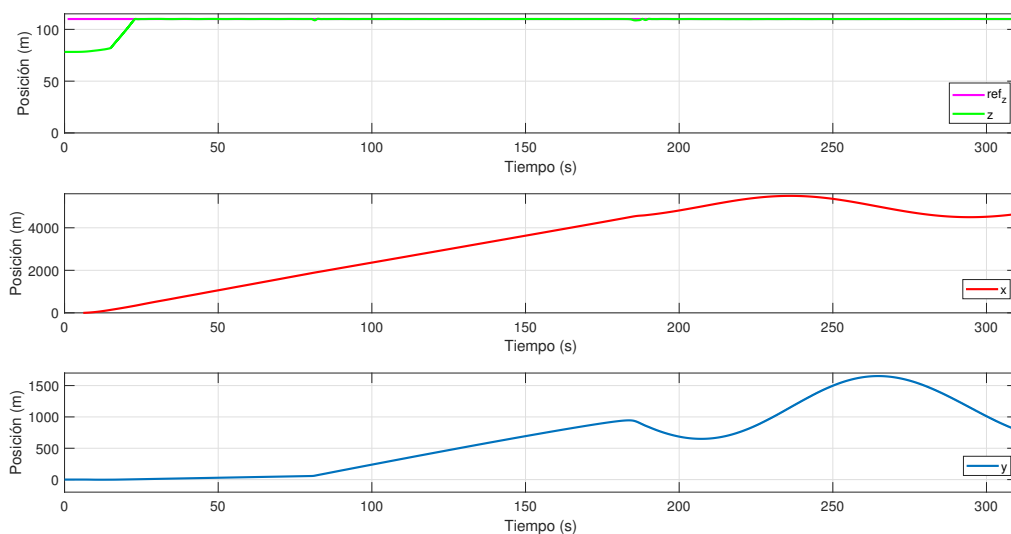


Figura 4.35: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control subóptimo.

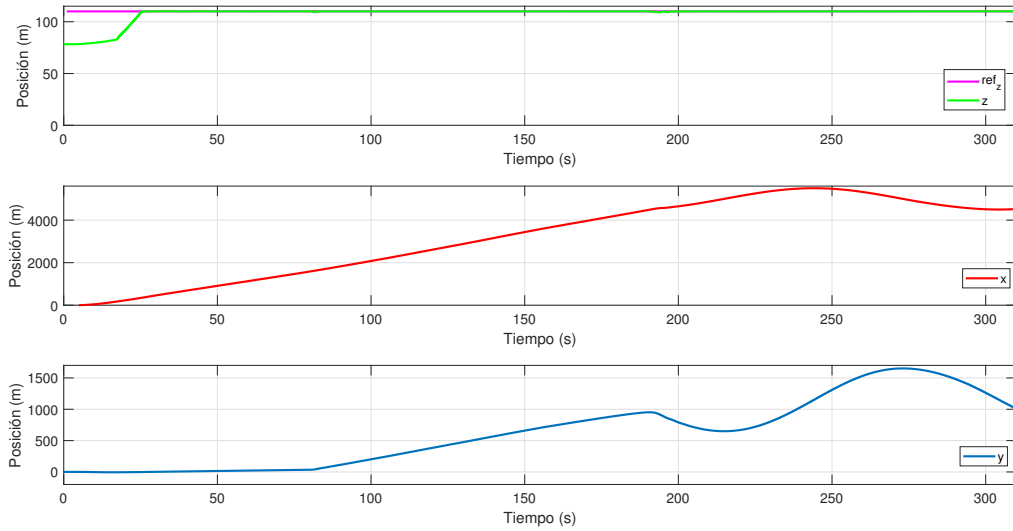


Figura 4.36: Posiciones en  $x$ ,  $y$ , y  $z$  con control PD optimizado.

Para el caso de la orientación angular del VANT y los ángulos de referencia a seguir, en las Figuras 4.37 y 4.38 se puede observar que el seguimiento de estas referencias es bueno para las dos leyes de control, en el ángulo pitch el error de seguimiento es de aproximadamente 1 grado en ambos controles, sin embargo podemos ver también que el control subóptimo presenta ligeramente menos oscilaciones cuando cuando hay un cambio en dirección de vuelo y es necesario corregir la altura, el control subóptimo maneja de mejor forma este comportamiento.

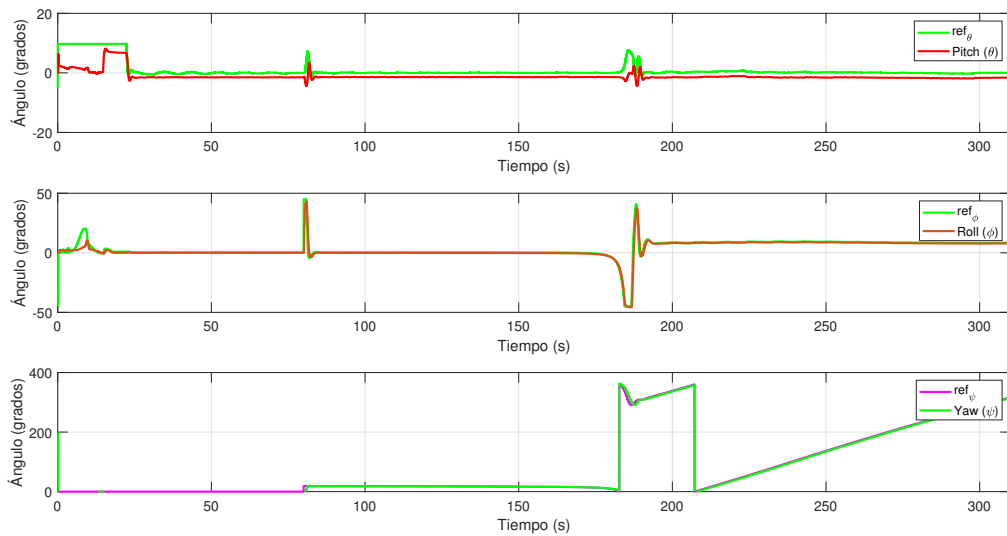


Figura 4.37: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control subóptimo.

Un comportamiento similar se puede ver en el ángulo de roll donde también vemos que el



control PD optimizado presenta mayor número de oscilaciones cuando se realiza un cambio en la trayectoria a seguir para el ángulo de roll, esto se puede ver en los segundos 80 y 190 aproximadamente donde se realizan los cambios de trayectoria, en comparación el control subóptimo maneja estos cambios de trayectoria de forma más suave. También el control subóptimo tiene ligeramente un menor error de seguimiento en la referencia de roll. En cuanto al ángulo de yaw, el seguimiento para ambos controles es bueno, pero de nueva cuenta se observan un poco más de oscilaciones en caso del control PD optimizado en comparación con el subóptimo en el momento de incorporarse a la trayectoria circular a seguir.

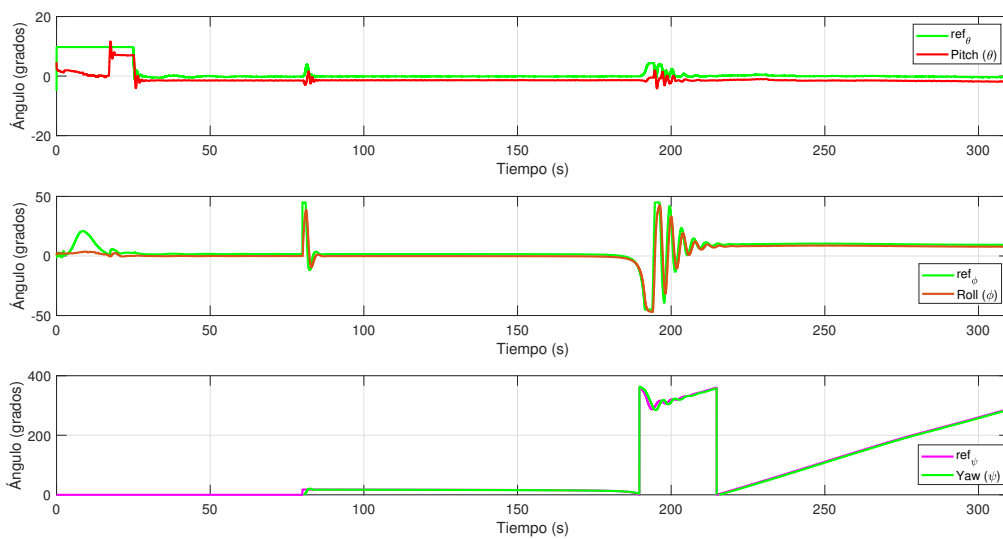


Figura 4.38: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$ , y  $\psi$  con control PD optimizado.

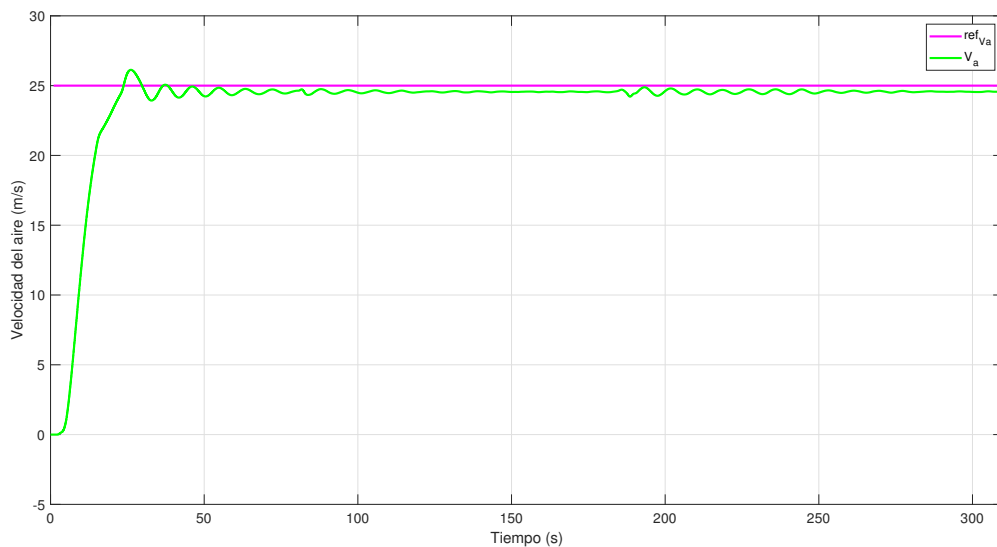


Figura 4.39: Velocidad relativa del aire con control subóptimo.

El comportamiento en el seguimiento de la referencia en velocidad relativa del aire fue similar en ambos controles, aunque ley de control subóptimo presentó ligeramente más oscilaciones que el control PD optimizado, la velocidad relativa del aire deseada fue de 25 m/s. Esto se puede observar en as Figuras 4.39 y 4.40.

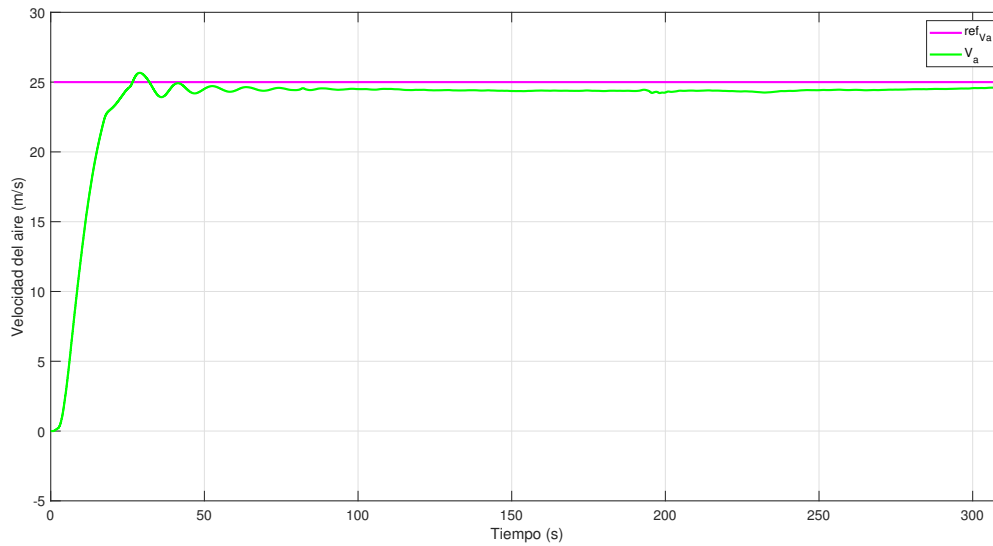


Figura 4.40: Velocidad relativa del aire con control PD optimizado.

Las señales de control aplicadas en estas simulaciones se muestran en las Figuras 4.41 y 4.42. En estas gráficas podemos ver reflejadas las oscilaciones que se tuvieron en los ángulos especialmente en el caso del control PD optimizado. También se observa el comportamiento del motor en las oscilaciones que presentó el control subóptimo.

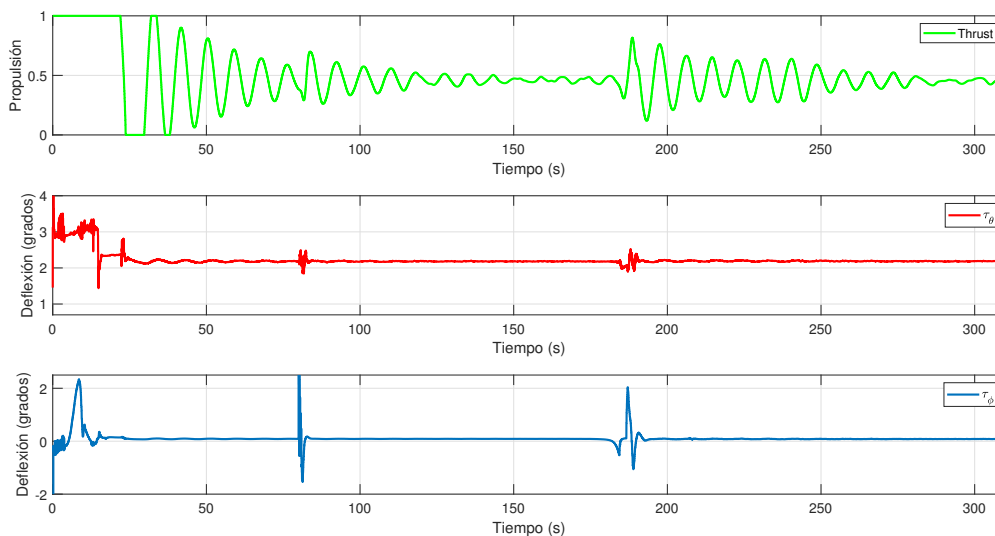


Figura 4.41: Señales del control subóptimo.

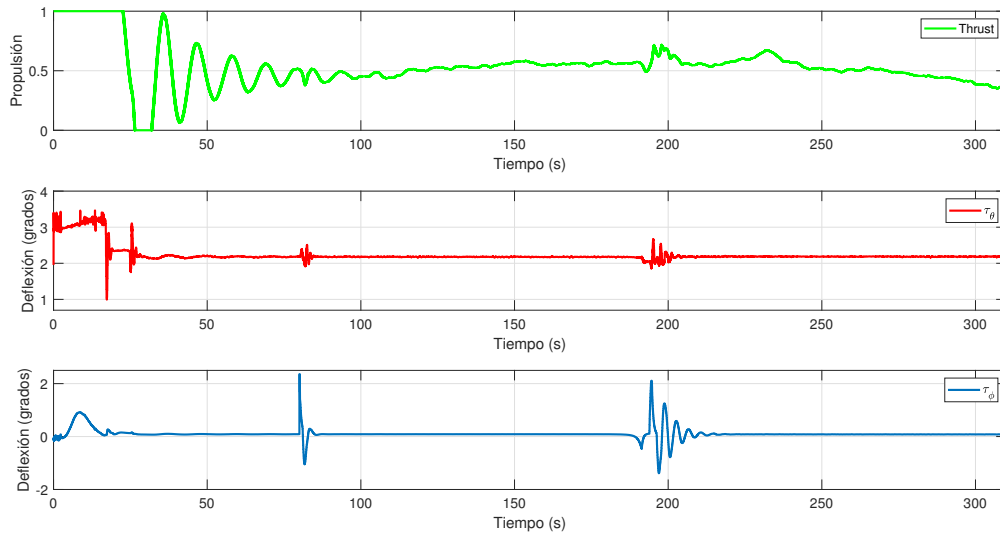


Figura 4.42: Señales del control PD optimizado.

Para finalizar se presentan dos tablas comparando los desempeños de los controladores en cuanto al seguimiento de trayectoria y el consumo de energía. La Tabla 4.5 muestra el desempeño energético de ambas leyes de control, estas evaluaciones se realizaron sólo para el seguimiento de las trayectorias, es decir desde el segundo 80 en adelante sin tomar en cuenta el despegue.

Control	Subóptimo	PD optimizado
Elevador	$1.2616 \times 10^3$	$1.2565 \times 10^3$
Alerones	43.2516	47.0438
Motor	$5.2975 \times 10^3$	$5.6041 \times 10^3$

Tabla 4.5: Comparativa del uso de energía en seguimiento de trayectoria

De la tabla anterior se ve que el uso de energía en el elevador es similar en ambos controles, sin embargo en los alerones el menor consumo lo presenta el control subóptimo el cual es alrededor del 4.31 % menor en comparación con el PD optimizado. En cuanto al consumo energético del motor, vemos que el control subóptimo presentó de igual manera un menor consumo en comparación con el PD optimizado, siendo de alrededor del 5.78 % menos.

La Tabla 4.6 muestra la comparativa del desempeño de ambos controles en el seguimiento de la altura, velocidad relativa del aire y trayectorias.

Control	Subóptimo	PD optimizado
Altura	$1.0400 \times 10^6$	$1.0379 \times 10^6$
$V_a$	$2.3263 \times 10^5$	$2.3381 \times 10^5$
Trayectoria	7446480	8691870

Tabla 4.6: Comparativa del desempeño en seguimiento de trayectoria

De esta tabla vemos que el desempeño en el seguimiento de la altura de referencia es similar en ambos controles, de la misma forma en cuanto al seguimiento de la referencia en la velocidad relativa del aire, ambos controles tienen un similar desempeño. En el seguimiento de la trayectoria el control subóptimo presenta un mejor desempeño, siendo alrededor del 16 % mejor en comparación con el control PD, esto claramente es debido a las oscilaciones que presenta en mayor medida el control PD optimizado.

## Energía solar en el VANT

---

El sol es una gran fuente de energía, misma que en la actualidad se puede aprovechar de distintas maneras siendo una de ellas el uso de sistemas fotovoltaicos para producir energía eléctrica. El uso de esta energía solar en el VANT representa una gran estrategia para el incremento del tiempo de vuelo del mismo ya que con esta energía se puede alimentar gran parte de los dispositivos electrónicos en el vehículo, y mientras esta fuente de energía este disponible la energía de la batería se mantendría como reserva.

Para aprovechar la energía solar es necesario el uso de paneles fotovoltaicos, más comúnmente llamados paneles solares, los cuales están formados por celdas solares que transforman la energía de la radiación electromagnética en energía eléctrica mediante el efecto fotoeléctrico. Estos paneles deben ir instalados en el VANT, siendo las alas la superficie más adecuada para colocarlos ya que se tiene una gran área y la superficie presenta sólo una pequeña curvatura en comparación con otras partes del VANT.

Cómo se mencionó previamente, la energía eléctrica se obtiene mediante la radiación electromagnética por el efecto fotoeléctrico, de las diferentes maneras en las que se manifiesta la radiación electromagnética, para nuestra aplicación sólo será de interés la conocida como luz visible. De aquí vemos que hay tomar en cuenta ciertas consideraciones para implementar este sistema fotovoltaico en el VANT y es que la luz no esta presente a todas horas ni con la misma intensidad.

- Hora del día: El horario en el que se realiza el vuelo es importante ya que si se quiere aprovechar la energía solar este se debería llevar acabo en la medida de lo posible dentro de la horas en las cuales el ángulo de incidencia solar es perpendicular al plano terrestre. Antes o después de este horario la incidencia e intensidad de la luz es menor por lo que también será menor la energía proporcionada por los paneles solares.

- **Ángulo de vuelo:** El ángulo de vuelo también afectará el ángulo de incidencia de la luz sobre los paneles solares y así la cantidad de energía eléctrica generada, volar con un ángulo en roll perpendicular a la radiación solar incrementará la cantidad de energía eléctrica producida por los paneles fotovoltaicos. Sin embargo, es claro que el ángulo de vuelo puede estar más en función de la tarea a realizar y no necesariamente poder forzar al VANT a volar con cierto ángulo.
- **Estación del año:** La época del año es otro factor a tomar en cuenta ya que el ángulo de incidencia y la intensidad de la luz solar no es la misma en cada estación, siendo las mejores estaciones primavera y verano en el caso de México.
- **Localización:** La ubicación geográfica donde se volará también influye en el ángulo de incidencia de la luz, esto debido a la inclinación que tiene la tierra respecto al sol, siendo los lugares más cercanos al paralelo del ecuador los mejores para aprovechar la energía solar ya que entre más cerca se encuentre uno del ecuador más próximo estará el ángulo de incidencia a ser perpendicular al plano de la tierra.
- **Condiciones climáticas:** Las nubes y/o la contaminación afectan la intensidad de la radiación solar que llega a los paneles, así disminuyendo la cantidad de energía eléctrica producida por estos.

## **5.1. Celdas solares**

Dentro de la variedad de celdas solares que existen en el mercado se decidió usar celdas solares flexibles de silicio monocristalino, la razón de esto es debido a que este tipo de celdas son de las que presentan mayor eficiencia siendo está alrededor del 24 % en comparación con las de silicio policristalino que usualmente están alrededor del 18 %, esto basándose en las tablas de eficiencia de celdas solares [40]. Otra razón importante es que este tipo de celdas solares se pueden encontrar en versiones flexibles, las cuales nos van a permitir instalarlas en las alas del VANT y poder flexionarlas un poco para mantener la curva que tiene el perfil del ala sin afectar el funcionamiento de la celda. Además este tipo de celdas son de costos accesibles y fáciles de encontrar disponibles para su compra, también se pueden encontrar en tamaños pequeños lo que las hace adecuadas para nuestra aplicación.

Las celdas que se ocupan en este trabajo de tesis son el modelo C60 fabricadas por

la compañía “SunPower” [41], estas son celdas flexibles de silicio monocristalino, en el mercado se encuentran en 3 tamaños diferentes, la versión completa, una versión de mitad de tamaño y una de 1/3 del tamaño completo, se seleccionó usar la tercera versión de tamaño reducido a 1/3 de la primera, esto con el fin de poder instalarlas en la mayor parte de la superficie del ala. La siguiente tabla muestra las características de estas celdas [42].

Parámetro	Celda solar	Celda solar 1/2	Celda solar 1/3
Tecnología	Silicio monocristalino	Silicio monocristalino	Silicio monocristalino
Potencia	3.42 W	1.71 W	1.14 W
Voltaje	0.58 V	0.58 V	0.58 V
Corriente	5.93 A	2.96 A	1.97 A
Eficiencia	22.5 %	22.5 %	22.5 %
Dimensiones	12.5x12.5 cm	6.25x12.5 cm	4.16x12.5 cm
Área	156.25 cm <sup>2</sup>	78.125 cm <sup>2</sup>	52 cm <sup>2</sup>
Espesor	0.165 mm	0.165 mm	0.165 mm
Peso	6.5 g	3.25 g	2.16 g

Tabla 5.1: Especificaciones de las celdas solares.

La siguiente figura muestra la parte frontal y posterior del primer modelo de las celdas solares seleccionadas. Se puede observar el color azul oscuro, característico de las celdas solares de silicio monocristalino, y en la parte posterior de la celda se pueden ver los pequeños bornes para realizar su conexión.

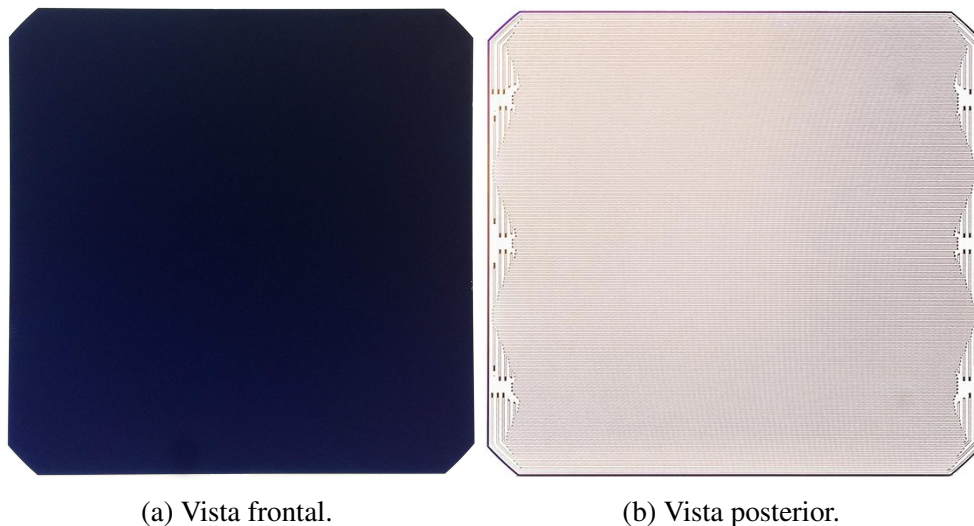


Figura 5.1: Celda solar.

En la siguiente figura se puede observar el modelo seleccionado para armar los paneles solares e instalarlos en las alas del VANT. la versión de 1/3 del tamaño completo que puede

entregar 1.14 Watts de potencia eléctrica.



Figura 5.2: Celda solar tamaño 1/3.

De la tabla vemos 5.1 vemos que el voltaje de salida es de 0.58 volts, lo que para nuestra aplicaciones es bajo, ya que los dispositivos trabajan a 5 volts y 11 volts en el caso del BEC que energiza el motor, por lo que se debe de optar por realizar una conexión en serie para aumentar el voltaje un poco y que este pueda ser regulado por el MPPT (siglas en inglés de Maximum Power Point Tracker). La siguiente figura muestra un diagrama básico de la conexión que se realizó de las celdas solares.

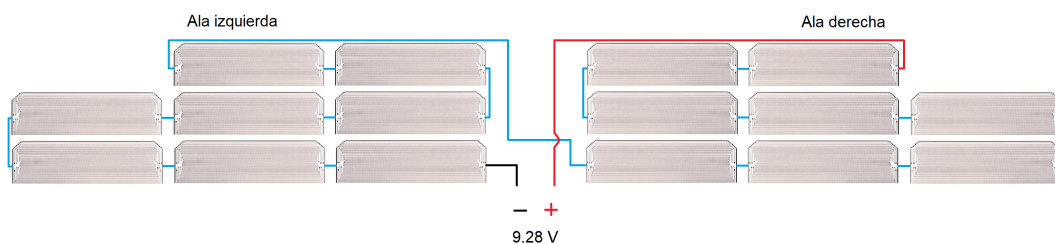


Figura 5.3: Conexión serie de las celdas solares.

Se instalaron 8 celdas solares en cada ala del VANT con lo que se tienen 16 celdas en total, de aquí se espera un voltaje de salida ideal de 9.28 volts, en la practica sabemos que cada celda debido al proceso de fabricación puede no dar el voltaje mencionado por el fabricante, además las condiciones climáticas son otro factor que afecta la potencia de salida de la celda. La siguiente imagen muestra 8 celdas solares instaladas en una de las alas del VANT.



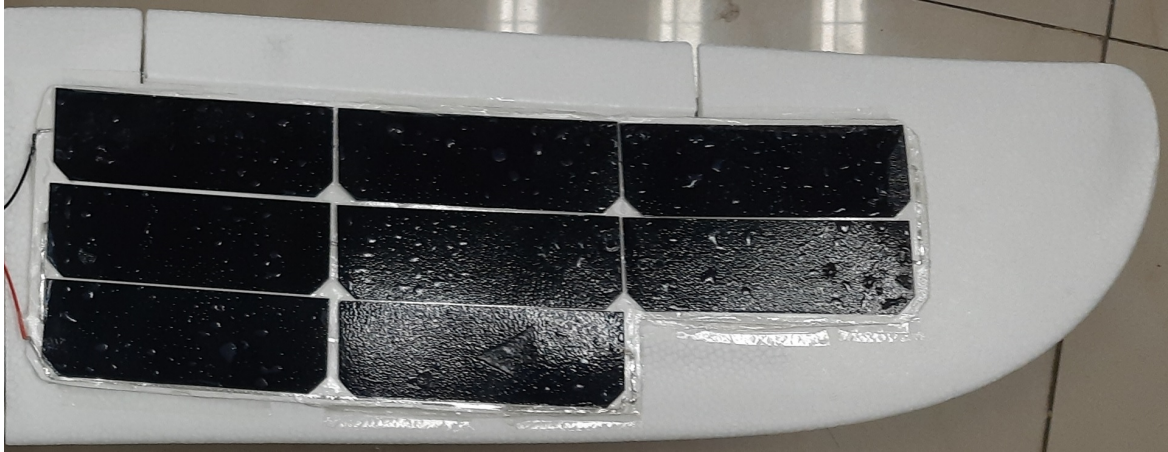


Figura 5.4: Celdas solares instaladas en el ala.

Como se puede ver en la imagen anterior las celdas solares instaladas fueron cubiertas por un plástico transparente llamado EVA (de las siglas en inglés “ethylene vinyl acetate”) [43], este producto es un polímero termoplástico, muy usado en paneles solares para aislar los del polvo, aire y humedad, y de esta forma mantenerlos limpios más fácilmente y que no se vea disminuida su potencia eléctrica entregada debido a estos factores. Para usar este agente encapsulante, se utilizó una pistola de calor con la cual el aire caliente fue aplicado al panel con el termoplástico EVA hasta que se fuera adhiriendo al panel solar, este proceso se trató de realizar de manera cuidadosa para evitar que quedaran burbujas en el panel y obtener buena adherencia, sin embargo ya que este proceso requiere practica aún quedaron algunas imperfecciones en el panel, pero no afectan el rendimiento eléctrico.

Considerando los datos dados por el fabricante, esta configuración en ambas alas con una conexión en serie nos entrega 18.24 Watts de potencia total ideales, a un voltaje de 9.28 Volts de salida y una corriente de hasta 1.97 Amperes.

Es importante notar que el voltaje entregado por la celda es menor que el voltaje necesario en los dispositivos para su correcto funcionamiento  $9.28 < 11$ , por lo cual podemos elevar un poco el voltaje de salida a 11 volts para el correcto funcionamiento de los dispositivos y aún más importante mantener el voltaje de salida del panel solar estable. Conociendo la potencia que entregará el panel solar tenemos:

$$\begin{aligned} 18.24 &= 14.2I \\ I &= 1.28A. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Del resultado anterior vemos que después de elevar el voltaje a 14.2 volts tendremos una

intensidad de corriente de alrededor de 1.28 amperes, para el motor instalado en la plataforma la corriente de consumo en vuelo crucero es aproximadamente de 4 amperes por lo que con estos 1.28 amperes podemos aportar un 32 % de la energía usada por el motor.

## 5.2. Sistema fotovoltaico en el VANT

La siguiente gráfica obtenida de la hoja de datos de la celda solar modelo C60, muestra la curva típica de voltaje-corriente de esta celda, por lo que podemos ver la corriente que suministra a determinados voltajes de operación.

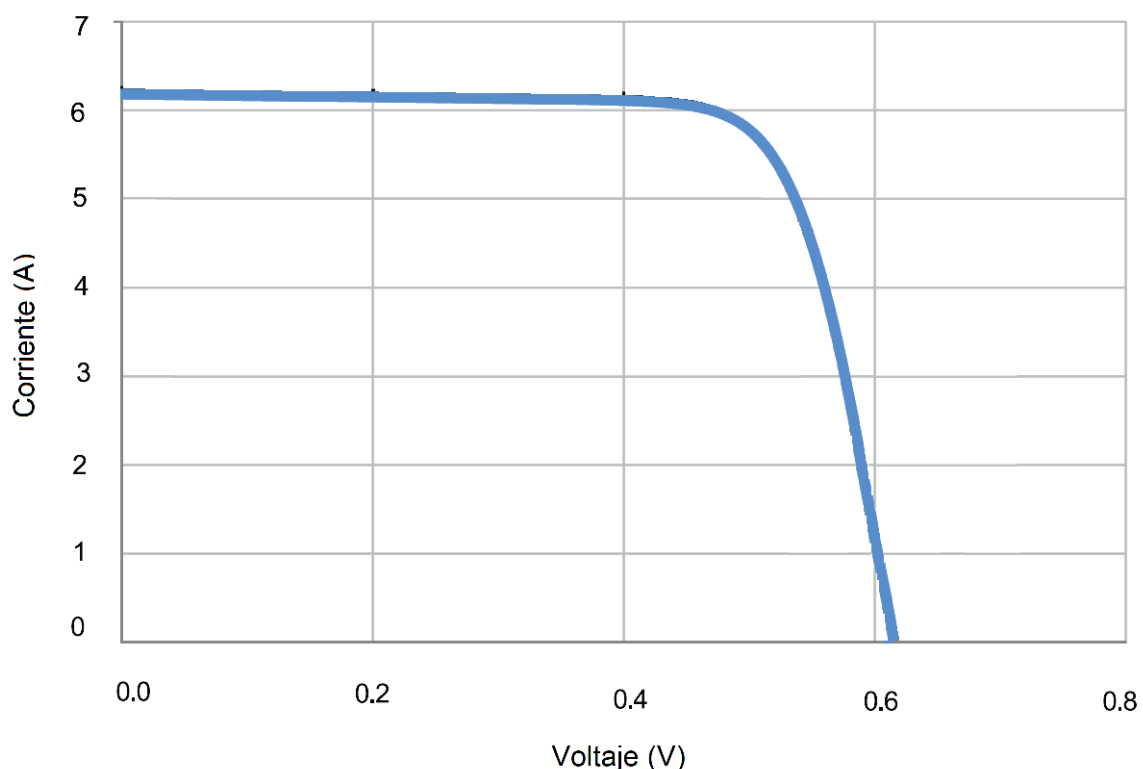


Figura 5.5: Gráfica típica de I-V de la celda modelo C60.

En la gráfica podemos ver la corriente de corto circuito, la cual es máxima y va disminuyendo cuando se va aumentando el voltaje. Sabemos que la potencia eléctrica en watts se define como el producto del voltaje por la corriente, por lo que considerando la gráfica anterior existe también una curva de potencia que puede entregar la celda solar, y se quiere tener siempre la celda operando en el punto máximo en esta curva de potencia. Para lograr que nuestras celdas estén trabajando en este punto de operación haremos uso del MPPT (Maximum Power Point Tracker), que como su nombre del inglés lo indica trata de hacer que la celda opere en su punto de máxima potencia.

Recordemos que la potencia de salida de las celdas está en función de factores externos, algunos de los cuales se indicaron anteriormente y debido a esto la potencia puede variar de un instante al otro, variando así el voltaje entregado, esto no es deseable ya que los dispositivos electrónicos que están instalados en el VANT trabajan a un determinado voltaje, y el variar este voltaje de operación puede dañarlos. El MPPT nos entregará un voltaje de salida constante pero la corriente de salida puede variar en función de la potencia entregada por las celdas. El MPPT seleccionado para usar en la plataforma es el modelo “GVB-8-Li-14.2V”[44] fabricado por la compañía “Genasun” [45] es el que se muestra en la siguiente imagen.

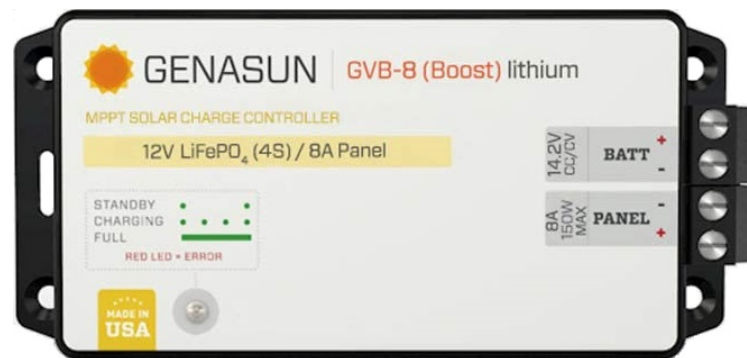


Figura 5.6: Dispositivo MPPT [44].

Es importante aclarar que este dispositivo no fue diseñado pensando para aplicaciones en drones como en este caso se usará, además se puede ver que el voltaje de salida de 14.2 V no coincide con el voltaje de carga máxima de baterías LiPo como las que se pueden usar en este proyecto. El voltaje de carga de una batería LiPo de 3 celdas es de máximo 12.6 V, por lo que el voltaje de salida del MPPT puede dañar la batería, en el caso de una batería de 4 celdas el voltaje de carga máxima es de 16.8 V y el voltaje mínimo recomendado de operación es 13.2 V, por lo que teniendo 14.2 volts de salida en el MPPT se puede conectar a la batería sin que exista la posibilidad de dañarla, sin embargo esta no será cargada al máximo ya que el voltaje del MPPT es menor que el voltaje de carga máxima de la batería.

Las razones de elegir este MPPT para ser usado en esta aplicación es su tamaño reducido, que nos da la posibilidad de instalarlo en el modelo del VANT elegido y descrito en el Capítulo 3 de este trabajo de tesis. Además tenemos su eficiencia está entre 95 % y 97 % según los datos del fabricante, lo que nos ayuda a aprovechar casi al máximo la energía eléctrica proporcionada por el panel solar. También se toma en cuenta que está diseñado para cargar baterías de litio como las usadas en esta aplicación, además su precio relativamente

accesible y su voltaje de salida lo hacen una buena opción para usar.

Este dispositivo MPPT es tipo “boost”, es decir el voltaje de entrada es aumentado para obtener el voltaje de salida. En este dispositivo se conecta el panel de celdas solares, el cual no debe de superar los 105 watts y los 13 volts, en nuestro caso tenemos una potencia de 18.24 watts y 9.28 volts en condiciones de operación ideales. Al dispositivo también se conecta la batería LiPo de 4 celdas seleccionada para esta aplicación. La salida del MPPT no entrega 14.2 volts con una corriente máxima de 8 amperes, con esto tenemos una potencia de salida de 113.6 watts. La tabla 5.2 muestra un resumen de las características más importantes del MPPT.

Voltaje máximo del panel	13 V
Voltaje de salida	14.2 V
Eficiencia eléctrica	95 % - 97 %
Corriente máxima de salida	8 A
Potencia máxima del panel recomendada	105 W
Dimensiones	14x6.5x3.1 cm
Peso	185 g

Tabla 5.2: Características del MPPT GVB-8-Li-14.2V.

La siguiente figura muestra la conexión del sistema fotovoltaico instalado en el VANT, el panel solar se conecta al MPPT, la batería también está conectada al MPPT, y en paralelo a la batería se conectan el resto de dispositivos.

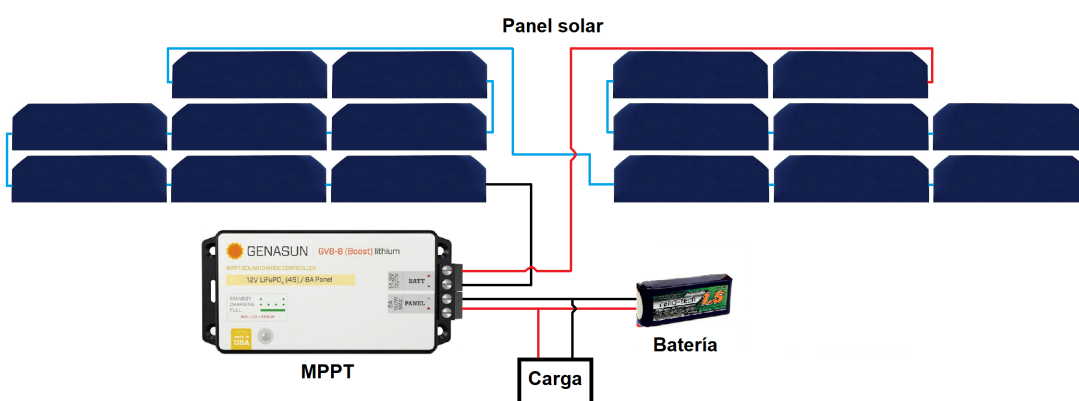


Figura 5.7: Sistema fotovoltaico.

El vehículo con el sistema fotovoltaico ya instalado se muestra en la Figura 5.8. Cada panel solar se colocó en cada ala del VANT, y se realiza la conexión en serie entre ellos mediante conectores JST, para después ser conectados al MPPT, esto facilita la conexión de



los paneles solares. La salida del MPPT se conecta a la batería y el resto de dispositivos mediante un cable con conectores XT60.



Figura 5.8: VANT solar.

La instalación de los paneles solares se realizó sobre alas del VANT, es decir esto altera el perfil alar por unos pocos milímetros, si se desea evitar esto se puede rebajar ligeramente la superficie del ala para que el panel no altere el perfil.

Para finalizar se puede ver que esta configuración del panel fotovoltaico proporciona energía suficiente para mover 4 superficies de control en el VANT, estas superficies se mueven mediante servomotores con un consumo aproximado de energía de 0.30 amperes cada uno, para un total de 1.2 amperes aproximadamente, con lo cual vemos que se tiene la potencia eléctrica estimada anteriormente.

Lo antes mencionado se puede ver en el video subido a la plataforma YouTube, al cual se puede acceder mediante el siguiente enlace:

<https://youtube.com/shorts/DxKNpRYpQsk>

# Corrientes térmicas

---

Las corrientes térmicas son columnas de aire ascendente que pueden ser aprovechadas por el VANT para aumentar el tiempo de vuelo, esto se logra navegando dentro de la corriente térmica para ascender y una vez que se tiene suficiente altura se puede apagar el motor y planear. Volar con el motor apagado por prolongados periodos de tiempo puede ahorrar mucha energía de la batería y así aumentar de forma significativa la duración del vuelo, esto se logra consumiendo la energía potencial ganada de la corriente térmica, es decir perdiendo la altura a la cual se ascendió, este proceso se puede repetir mientras la corriente térmica exista o tenga la suficiente intensidad para elevar el VANT.

Al ser las corrientes térmicas fenómenos naturales estos acontecimientos pueden suceder o no, por lo que estamos sujetos a que exista una o más corrientes térmicas en el lugar donde se realiza el vuelo del VANT para poder aprovechar su energía. En el caso de ausencia de corrientes térmicas se vuela usando la energía producida por el sistema fotovoltaico y las leyes de control óptimo para ahorrar energía, ambas estrategias fueron mostradas en capítulos anteriores de este trabajo. En caso de detectar la existencia de estas corrientes se puede aprovechar su energía navegando dentro de ellas para ganar altura y así energía potencial, esto junto con la energía del sistema fotovoltaico y el control óptimo nos ayudará a aumentar el tiempo de vuelo.

## 6.1. Características de las corrientes térmicas

Las corrientes térmicas son fenómenos naturales que se forman cuando el sol calienta la superficie del suelo y este a su vez calienta el aire circundante, de esta forma la masa de aire caliente comienza a ascender y durante su ascenso el aire frío es desplazado hacia abajo,

ahora siendo esta masa de aire frío la que comienza a calentarse para así continuar el ciclo. Cuando la masa de aire caliente entra en contacto con el aire frío esta comienza a enfriarse y el fenómeno termina cuando tiene la misma temperatura que el aire que lo rodea. La Figura 6.1 muestra este proceso con el cual se forman las corrientes térmicas.

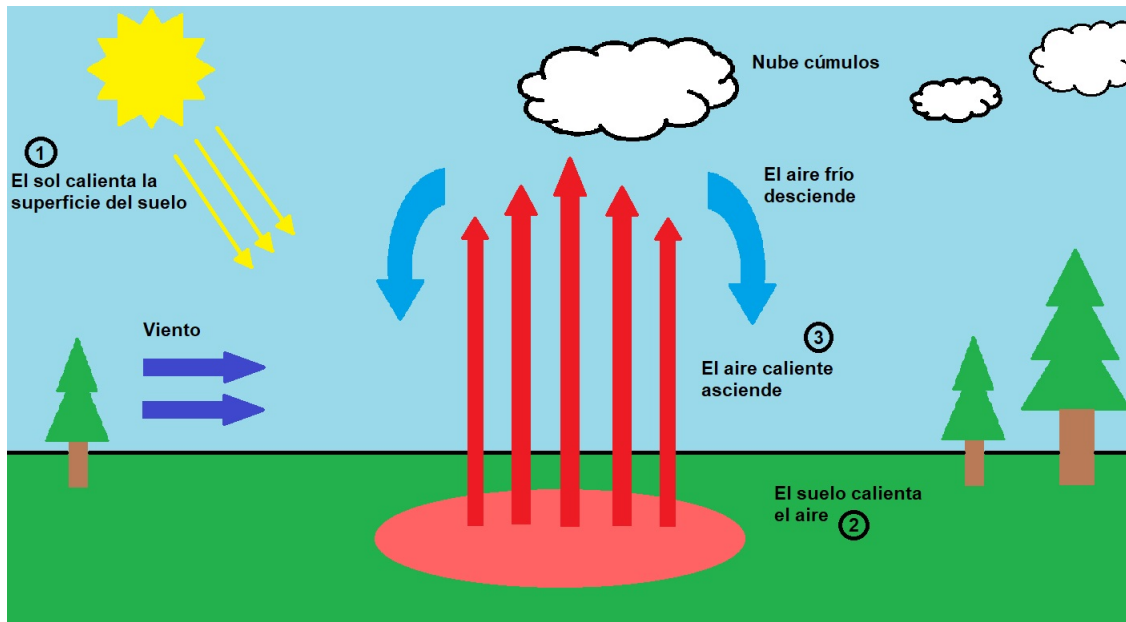


Figura 6.1: Formación de corriente térmica

Días soleados y de mucho calor pueden llevar a la generación de este tipo de fenómenos, además las condiciones del suelo también pueden ser otro factor que afecte la creación de estas corrientes de aire, el pavimento o asfalto así como el suelo arado en los campos de cultivo favorecen que se originen las corrientes térmicas.

Este tipo de corrientes son generalmente aprovechadas por las aves para planear sin necesidad de mover las alas, esto les permite ahorrar energía al volar. También son ocupadas por los pilotos de planeadores, los cuales son aviones sin motor que se mantienen en vuelo gracias a estas corrientes.

Este fenómeno es invisible sin embargo pueden haber algunos indicadores de su existencia, como lo pueden ser las nubes cúmulos, estas se forman cuando la masa de aire que asciende tiene contacto con el aire frío que se encuentra en zonas más elevadas provocando que la humedad que contiene se condense lo cual forma este tipo de nubes, es importante mencionar que la existencia de estas nubes no necesariamente significa que se formó debido a una corriente térmica, su formación pudo deberse a otros factores y también la ausencia de estas nubes no significa que no exista ninguna termal en la zona. La presencia de aves volan-

do en círculos sin necesidad de mover las alas es otro factor que puede indicar la presencia de la corriente térmica.

Para poder navegar dentro de las corrientes térmicas y aprovechar su energía hay tres características importantes a tomar en cuenta.

- **Centro:** Es importante conocer la ubicación del centro de la termal con el fin de generar una trayectoria alrededor de ese punto y poder navegar dentro de la termal. La coordenadas de esta ubicación las representamos con  $x_c$  y  $y_c$ .
- **Radio:** Este parámetro también es relevante ya que conocer el radio nos ayuda al momento de generar la trayectoria circular para navegar y permanecer dentro de la corriente termal. Si nuestra trayectoria generada tiene un radio mayor que el de la termal no podremos aprovechar la energía de esta, por esto es importante generar la trayectoria de navegación con un radio menor que el de la termal. Este valor lo representamos con  $R$ .
- **Intensidad:** Este parámetro nos indica la fuerza de la termal, es decir la capacidad que tiene de elevar el VANT, si este valor es muy pequeño puede que no se obtenga realmente un gran beneficio de navegar dentro de la corriente térmica. Idealmente este valor será máximo en el centro y la intensidad disminuirá de manera uniforme hacia los extremos. Este parámetro lo representaremos con  $W$  y las unidades de medida son m/s.

Dadas las características de este fenómeno la intensidad de la corriente térmica  $W$  en un punto dado  $x, y$  se puede representar con una distribución de Gauss, modelo que se ha usado en varios trabajos [19] [21].

$$W(x, y) = W_c e^{-\left(\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{R^2}\right)}, \quad (6.1)$$

donde  $R$  es el radio de la corriente térmica,  $W_c$  es la intensidad en el centro y  $x_c, y_c$  representan la ubicación de centro de la termal.

La Figura 6.2 muestra la forma ideal de una corriente térmica, las zonas en color rojo representan las áreas con mayor intensidad de la corriente térmica, como se puede observar la mayor intensidad se encuentra en el centro de la termal y esta va disminuyendo hacia los extremos.



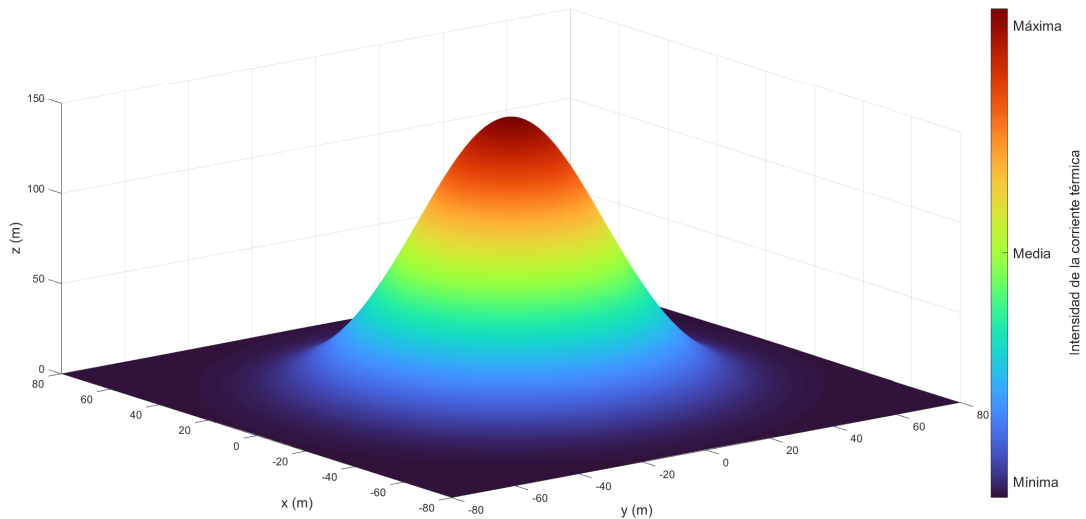


Figura 6.2: Corriente térmica.

Una vista superior de la corriente termal se muestra en la Figura 6.3, desde esta perspectiva es más fácil notar que la intensidad de la corriente termal va disminuyendo hacia los extremos.

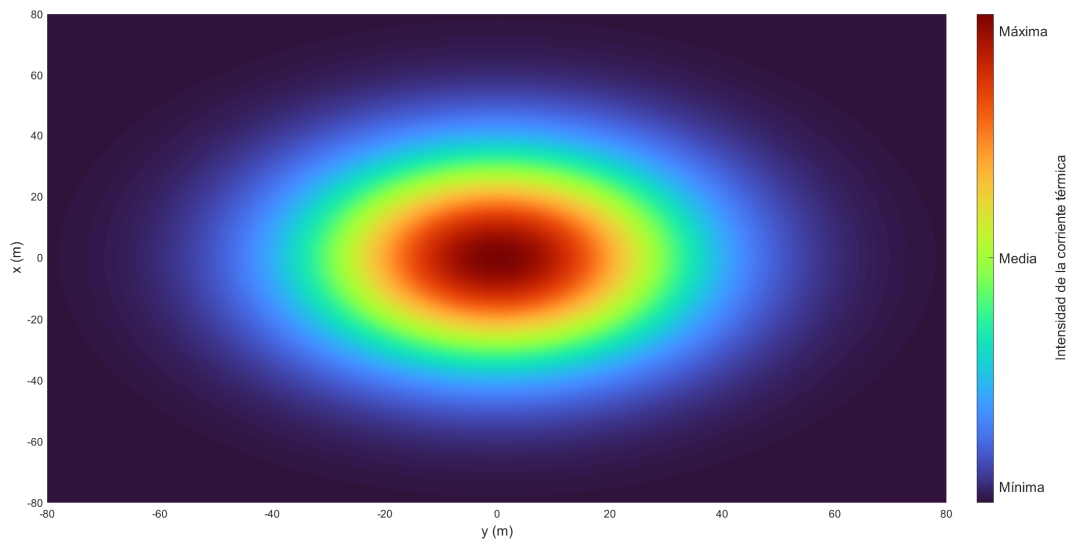


Figura 6.3: Vista superior de una corriente térmica.

Es importante recordar que este modelo es una forma ideal de percibir las termales, ya que en la realidad sus formas pueden ser irregulares. Además la intensidad no siempre será máxima en el centro de la termal, también no siempre serán columnas ascendentes totalmente verticales ya que el aire puede afectarlas haciendo que estas columnas se inclinen hacia la dirección de viento. La Figura 6.4 tomada del trabajo “ArduSoar: An Open-Source Ther-

“malling Controller for Resource-Constrained Autopilots” [21] muestra una simulación de un tipo de convección llamada Rayleigh–Bénard, donde un gas es calentado desde la parte inferior, la capa de aire más cercana al fuente de calor comienza a calentarse y esto provoca su ascenso. Podemos ver que en esta simulación dos corrientes termales son formadas, y representan un forma más aproximada al fenómeno real.

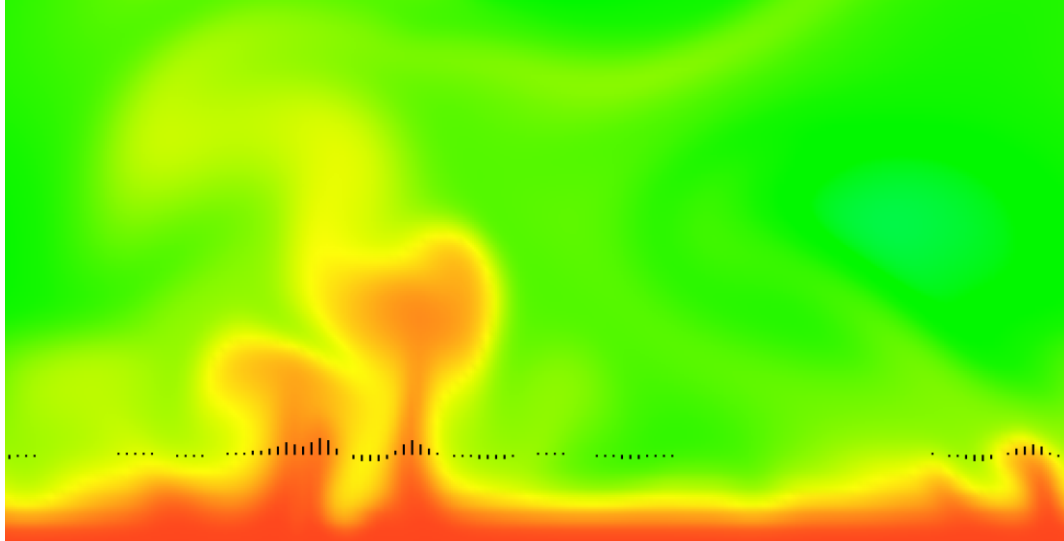


Figura 6.4: Simulación de dos corrientes termales [21].

En la imagen el color rojo representa el aire caliente, y las líneas negras indican la velocidad vertical del aire, de aquí vemos que tienen la forma de una distribución de normal o campana de Gauss como lo considerado en el modelo mostrado previamente en la Figura.

## 6.2. Detección de corrientes térmicas

Para poder aprovechar la energía de las corrientes termales es necesario saber identificarlas y estimar sus parámetros, centro, radio e intensidad. Para esto usaremos un algoritmo basado en el presentado en [17], donde también se realiza un segundo vuelo en una trayectoria perpendicular al primer vuelo con el fin de identificar el centro de la termal.

A continuación se muestra el pseudocódigo del algoritmo implementado en simulación para la detección de corrientes térmicas. En el Algoritmo 1 se calcula durante toda la ejecución  $\dot{z}$  para poder detectar las variaciones en altura, una vez se ha detectado una variación lo suficientemente grande, mayor que un rango  $M$  establecido por el usuario se entra en una condición donde se guarda la altura del VANT y ubicación donde se generó esta variación en altura, además de que se inicia un contador de tiempo, una vez se ha entrado en esta condi-

---

**Algoritmo 1:** Detección de corrientes térmicas

---

Definir e inicializar  $M, N, TT$

Inicializar las variables  $NT, PT, conT, SV, CC, ET = 0$

**while**  $NT = 0$  **do**

    Calcular  $\dot{z}$

**if**  $\dot{z} \geq M$  **and**  $PT = 0$  **and**  $SV = 0$  **and**  $ET = 0$  **then**

        Guardar posición en  $P_1 = (x_1, y_1)$

        Iniciar  $conT$

$alt.i = alt$

$PT = 1$

**end**

**if**  $PT = 1$  **then**

**if**  $\dot{z} \leq N$  **then**

            Guardar posición en  $P_2 = (x_2, y_2)$

$alt.f = alt$

$PT = 0$

**if**  $conT \geq TT$  **then**

                Realizar segundo vuelo en la termal,  $SV = 1$

                Trayectoria perpendicular y central a la recta  $\overline{P_1P_2}$

**end**

$conT = 0$

**end**

**end**

**if**  $SV = 1$  **then**

        Seguir trayectoria de segundo vuelo

**if**  $\dot{z} \geq M$  **and**  $CC = 0$  **then**

            Guardar posición en  $P_3 = (x_3, y_3)$

            Iniciar  $conT$

$CC = 1$

**end**

**if**  $CC = 1$  **then**

**if**  $\dot{z} \leq N$  **then**

                Guardar posición en  $P_4 = (x_4, y_4)$

**if**  $conT \geq TT$  **then**

$SV = 0$

$ET = 1$

**end**

$conT = 0$

$CC = 0$

**end**

**end**

**end**

**if**  $ET = 1$  **then**

        Calcular  $centro.t$  y  $radio.t$  con  $\overline{P_3P_4}$

$NT = 1$

**end**

**end**

---

ción se puede acceder a la siguiente condición donde se permanece hasta que la variación en altura dada por  $\dot{z}$  regrese valores menores que un valor dado  $L$ , también definido por el usuario, cuando esto sucede se evalúa el tiempo transcurrido y si este es mayor que un valor  $TT$  definido por el usuario, entonces se guarda de nueva cuenta la altura y ubicación del VANT. Esta medida del tiempo en la posible termal se realiza con el fin de saber si la termal puede tener un diámetro mínimo para navegar dentro en ella, esto también se puede evaluar calculando la distancia entre los puntos registrados al inicio y final de las variaciones en altura. Cuando lo anterior se cumple entonces se realiza un segundo vuelo por la termal, este vuelo se realiza de forma perpendicular y se pasa por el centro de las ubicaciones registradas en el primer vuelo. Mientras se realiza este segundo vuelo se vuelve a evaluar en todo momento si el cambio en  $\dot{z} > M$ , si esto es así entonces se guarda la ubicación del VANT y hora se revisa si  $\dot{z}$  regresa a valores menores que  $N$  para saber en que momentos se sale de la termal, cuando esto sucede se guarda la ubicación del vehículo aéreo y de nueva cuenta se evalúa el tiempo dentro de ella. Con estas dos ubicaciones tomadas del segundo vuelo se calcula el centro y radio de la termal, y ahora se puede generar la trayectoria circular a seguir para aprovechar la energía de la corriente térmica.

La Figura 6.5 describe la forma en la que se realiza el segundo vuelo dentro de la corriente térmica para determinar el centro y radio.

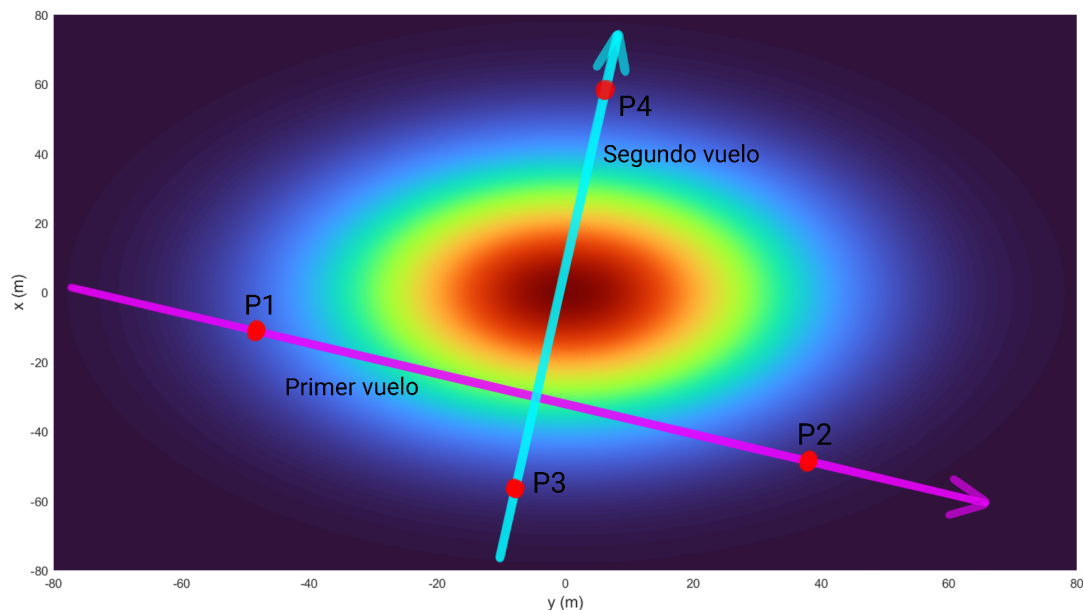


Figura 6.5: Estimación del centro de la corriente térmica.

En la figura anterior la línea de color morado indica el primero vuelo que se realiza y las ubicaciones donde se detectan las variaciones en la altura. En P1 se detecta la primera

variación en altura lo que indica la entrada a una posible corriente térmica, después en P2 se detecta otro cambio en la variación de altura donde esta vez  $\dot{z}$  está por debajo del valor establecido que indicaría la salida de la corriente térmica. Con la ubicación de estos dos puntos se puede saber el punto intermedio por donde se realizará el segundo vuelo que pasará de forma perpendicular al primero. La línea de color azul indica el segundo vuelo que se realiza para ubicar el centro de la corriente térmica, de nueva cuenta se detectan las variaciones en altura en los puntos P3 y P4 y cuando se tiene estas dos ubicaciones se calcula el centro de los puntos, y es ahí donde se determina que está el centro de la termal, además estos dos puntos P1 y P3 obtenemos el diámetro y radio de la termal.

### 6.3. Simulaciones

Se realizaron simulaciones usando el Algoritmo 1 para la detección de corrientes térmicas, el software usado fue Matlab/simulink en su versión R2020b y el simulador X-plane 11, de nueva cuenta se usó el VANT modelo “Nano Talon” creado en plane maker, la ley de control usada durante la simulación fue el control subóptimo no lineal discreto de horizonte finito. La simulación duró 1000 segundos donde las condiciones iniciales en posición fueron  $x = 0$  m,  $y = 0$  m y  $z = 80$ m, con referencia en  $z$  de 110 m, esto sólo durante los primeros 150 segundos, después de este periodo de tiempo se quitó la referencia para poder detectar los cambios de altura debidos a las termales. El tiempo de muestreo fue de 20 milisegundos, y las corrientes termales se configuraron con un diámetro de 1500 metros.

Los primeros 80 segundos corresponden al despegue del VANT, después el VANT sigue un ángulo de curso previamente definido para que pase por la ubicación de una corriente térmica y así ver si el algoritmo es capaz de detectar y aprovechar su energía. En el segundo 150 se deja libre la altura para que el algoritmo pueda identificar los cambios en ella.

Las posiciones en  $x$ ,  $y$  y  $z$  del VANT se pueden observar en las Figura 6.6, como se mencionó antes, los primeros 80 segundos corresponden al despegue de la aeronave y esto lo podemos ver en la gráfica de la altura  $z$ , también podemos observar que aproximadamente en el segundo 190 de la simulación existe un cambio de altura que dura hasta el segundo 260 aproximadamente, esto fue debido a que el VANT entró en una sección de la termal en ese instante de tiempo, así mismo se pueden ver los cambios de altura debido a la corriente térmica ocurridos en instantes de tiempo posteriores, los cuales serán descritos más adelante.

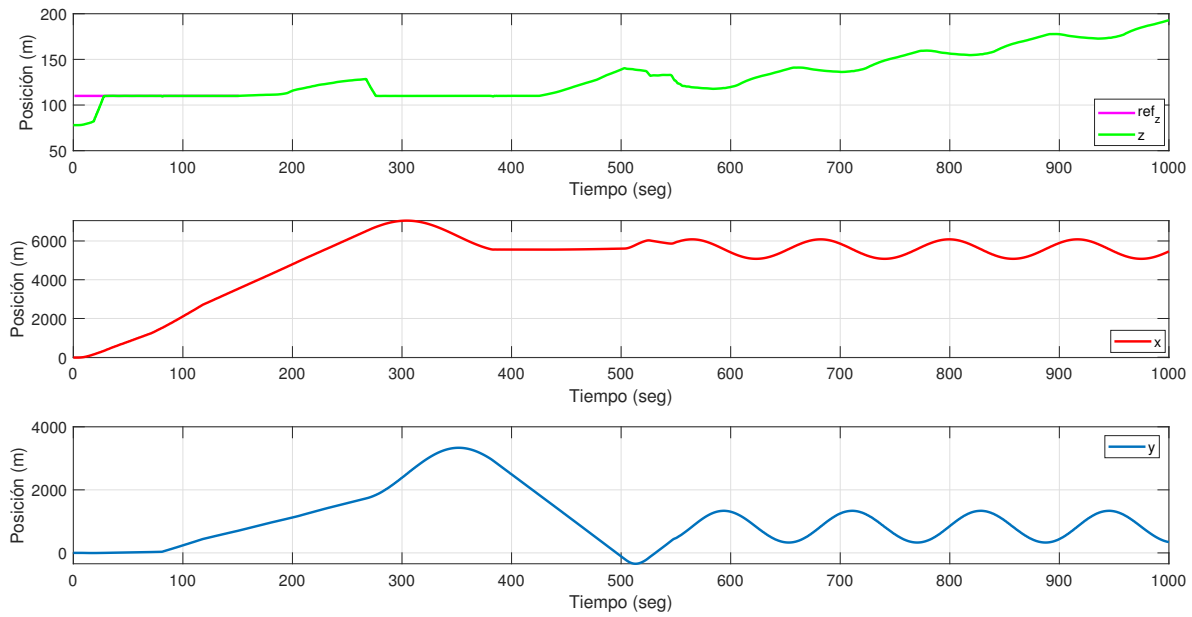


Figura 6.6: Posiciones en  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

La Figura 6.7 muestra la orientación angular, podemos ver el seguimiento de referencia angular en pitch donde existe un pequeño error en estado estacionario de aproximadamente un grado. Entre el segundo 190 y 260 que fueron los instantes de tiempo donde el VANT está dentro de la termal, vemos cómo la perturbación que representa la corriente térmica afecta el desempeño del seguimiento de referencia en roll, esto también se observa en otros instantes de tiempo de la simulación.

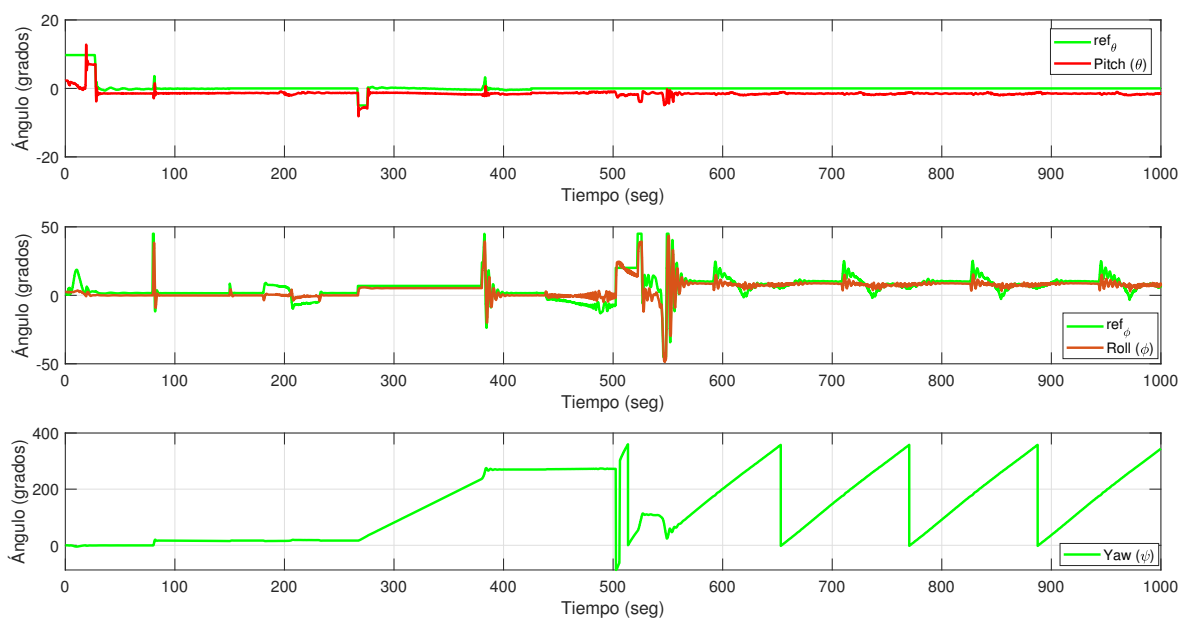


Figura 6.7: Orientación angular en  $\theta$ ,  $\phi$  y  $\psi$ .

Los cambios en la velocidad altura se pueden ver la Figura 6.8, donde también se observan los valores definidos para determinar si las variaciones pueden representar una corriente térmica. Las línea de color rojo es el valor que  $\dot{z}$  debe de superar para ser considerada como posible fuente de una termal y la línea en color azul es el valor al que debe de bajar  $\dot{z}$  para considerar que se ha salido de la termal. En esta simulación estos valores fueron definidos como 0.9 m/s para la línea roja y 0.6 m/s para la línea azul.

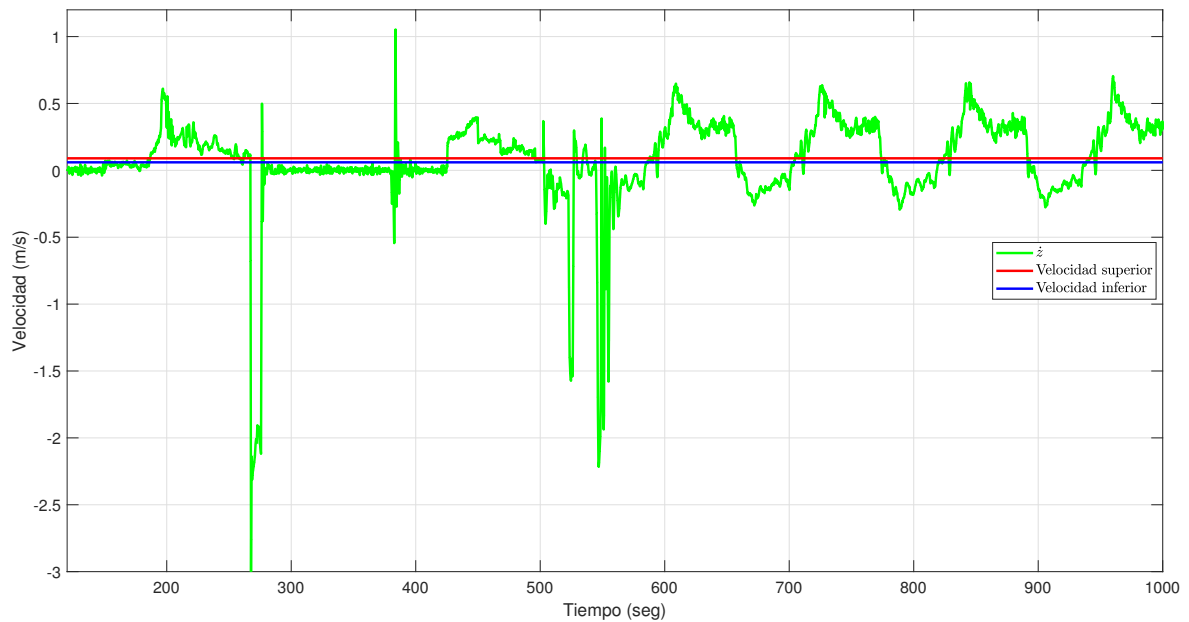


Figura 6.8: Velocidad en altura  $\dot{z}$ .

En la Figura 6.9 se muestran los instantes de tiempo de interés de la Figura 6.8, se puede ver que aproximadamente en el segundo 190 de la simulación se detecta que  $\dot{z}$  supera el valor definido para considerar una posible corriente térmica, por lo cual se registra esa ubicación como P1 lo cual se puede ver en las Figuras 6.10 y 6.11, después en el segundo 260 aproximadamente,  $\dot{z}$  cae por debajo del valor mínimo definido para considerar que se ha salido de la termal y la ubicación de este evento se registra en P2 que también se puede ver en las Figuras 6.10 y 6.11. Después de que el VANT ha salido de la termal comienza a dar la vuelta para realizar el segundo vuelo de forma perpendicular al primero, mientras esto pasa  $\dot{z}$  se mantiene en general en valores cercanos al cero, por algunos instantes de tiempo se supera la velocidad mínima definida de entrada a una corriente térmica pero como estos instantes cuando se supera son periodos de tiempo cortos el algoritmo los descarta y no guarda las ubicaciones de dichos eventos. Alrededor del segundo 430 de nuevo la velocidad del  $\dot{z}$  supera la velocidad mínima definida, y la ubicación se guarda en P3, y cerca del segundo

500 la velocidad baja del valor establecido lo que se registra en P4, el registro de estos dos eventos previamente mencionados también se pueden ver en las Figuras 6.10 y 6.11.

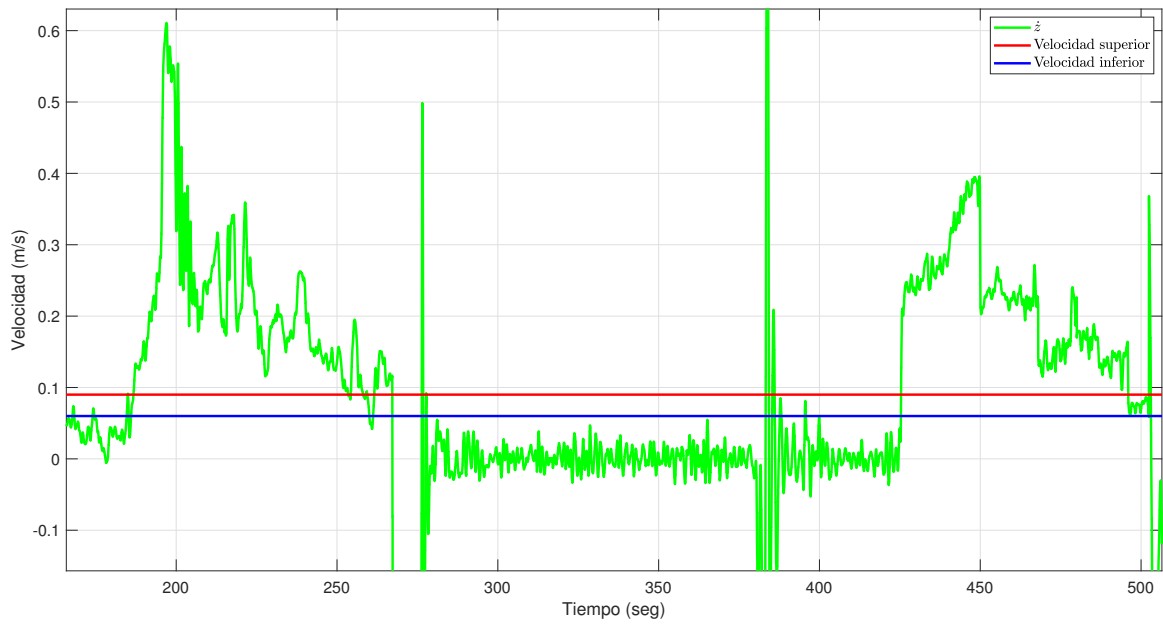


Figura 6.9: Velocidad en altura  $z$ .

La trayectoria seguida por el vehículo durante toda la simulación se puede ver en la Figura 6.10, aquí podemos ver la fase de despegue de la aéreo nave y cómo se comienza a dirigir hacia la termal.

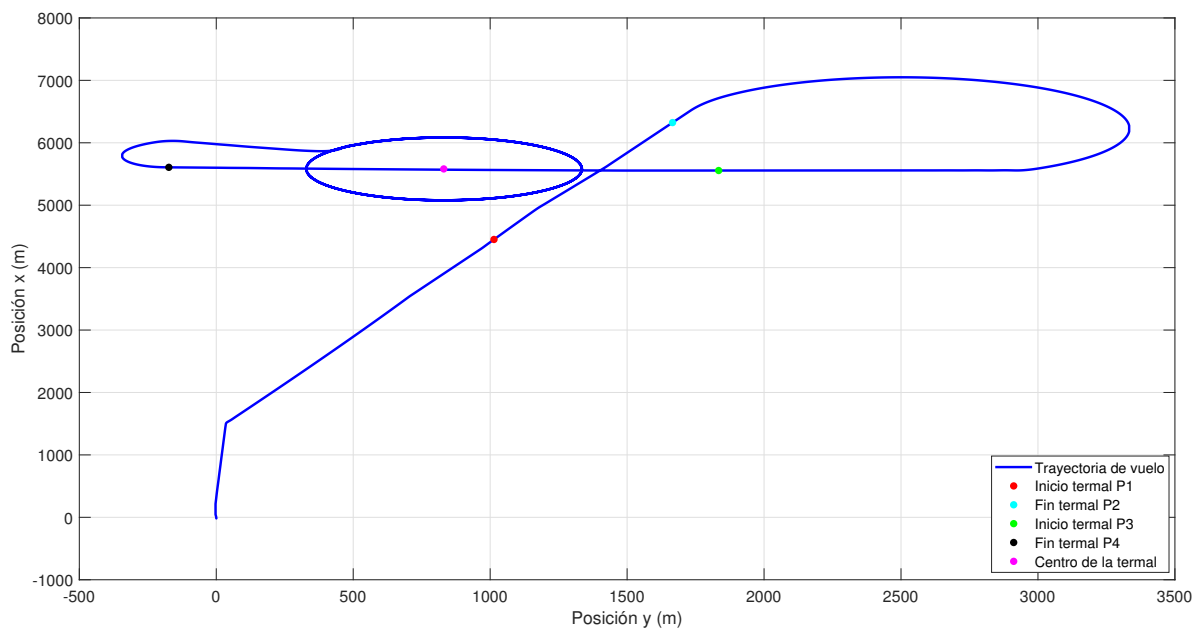


Figura 6.10: Trayectoria de vuelo.



La Figura 6.11 es una imagen más cercana con las zonas de interés de la Figura 6.10, vemos las ubicaciones donde el algoritmo registra los eventos descritos de la Figura 6.9 en P1, P2, P3 y P4. También vemos que cuando se sale de la posible termal por primera vez en el evento registrado como P3, el VANT se da la vuelta para realizar el segundo vuelo con el fin de estimar el diámetro y centro de la corriente térmica, una vez se ha completado este segundo vuelo y se tienen los puntos P3 y P4 se puede estimar la ubicación del centro de la termal, mismo que se puede ver en la figura con el punto en color rosa. Cuando se ha determinado la ubicación del centro, entonces se comienza a navegar dentro de la corriente térmica para aprovechar su energía y ganar altura, vemos cómo después de registrar la ubicación del punto P4 el aéreo nave se regresa para comenzar a navegar en círculos dentro de la corriente termal.

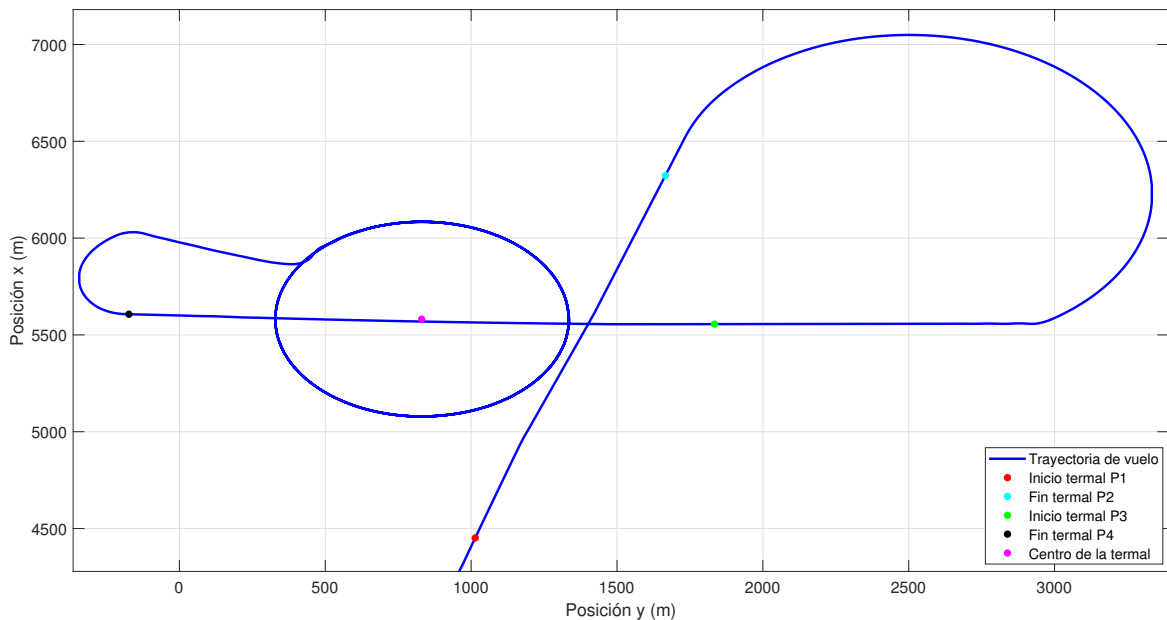


Figura 6.11: Trayectoria de vuelo.

La trayectoria descrita por el VANT durante la simulación se puede ver en la Figura 6.12 en los tres ejes, de nueva cuenta en esta imagen se puede ver la fase de despegue del VANT, el vuelo en línea recta que tiene hasta que se comienzan a detectar las variaciones en altura, también vemos la trayectoria del segundo vuelo realizado para determinar el diámetro y el centro de la corriente térmica. En esta figura se puede ver de forma clara cómo el VANT va ganando altura con cada vuelta que realiza dentro de la termal, en esta simulación de 1000 segundos de duración, desde el despegue hasta que se ha estimado el diámetro y la ubicación del centro transcurren 500 segundos y hasta que se comienza a realizar la navegación en

la térmica transcurren otros 50 segundos, por lo que la navegación en círculos comienza alrededor del segundo 550 y durante los 450 segundos restantes de simulación el VANT da 4 vueltas, con lo que el vehículo tiene una altura de 192 metros al final de la simulación, ganando así una altura de aproximadamente 80 metros durante el proceso.

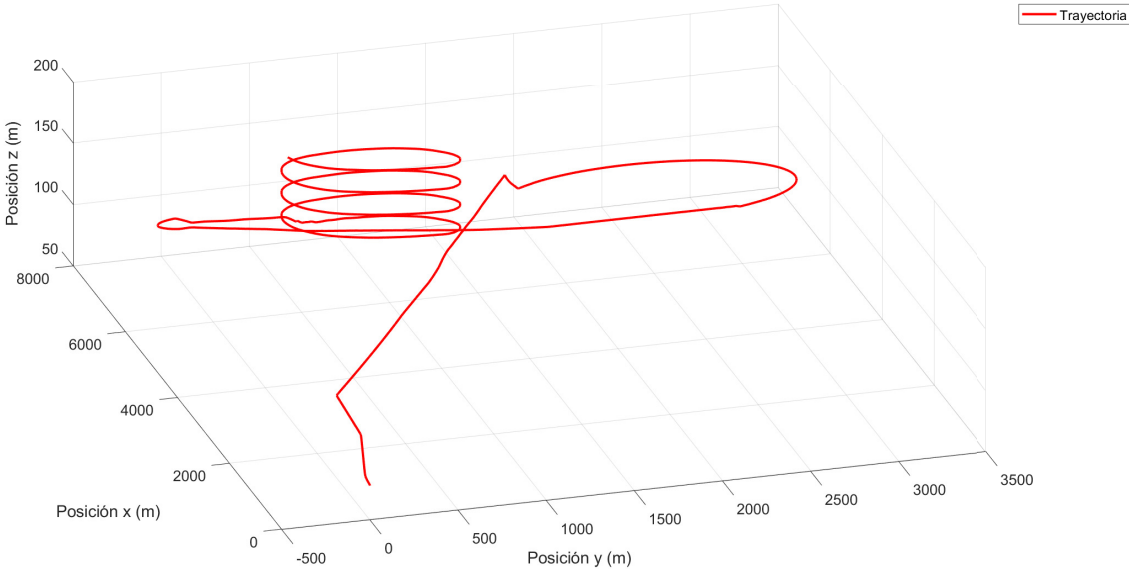


Figura 6.12: Trayectoria de vuelo en tres dimensiones.

La Figura 6.13 muestra otra perspectiva de la imagen anterior, donde también se puede ver todo el proceso desde que el VANT despegue hasta que navega dentro de la corriente térmica.

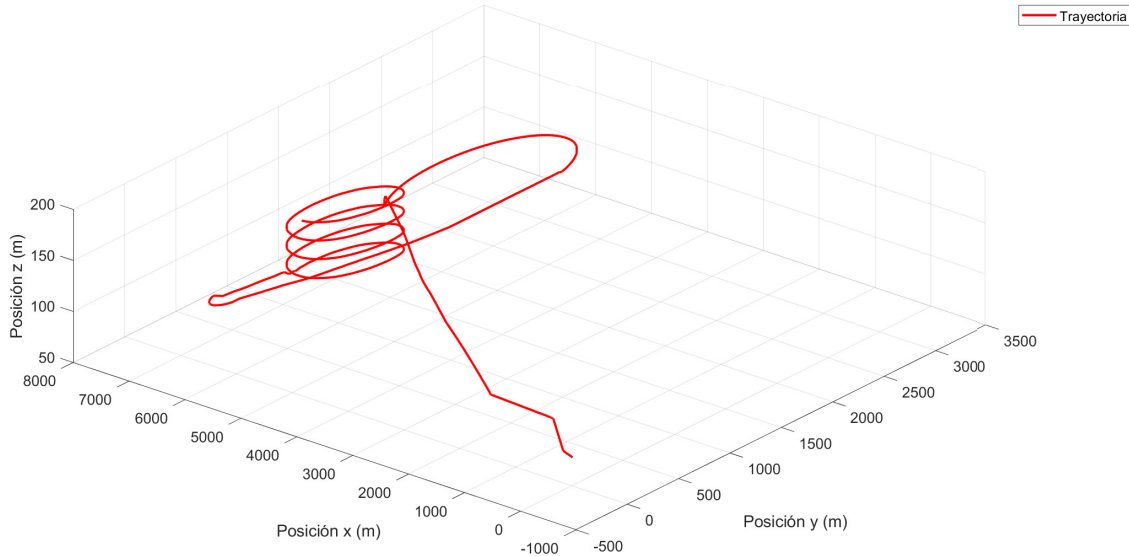


Figura 6.13: Trayectoria de vuelo en tres dimensiones.

Esta simulación tuvo una duración de 1000 segundos pero claramente se puede continuar navegando dentro de la corriente térmica por más tiempo para que el incremento de altura sea mayor, se puede continuar navegando hasta que  $\dot{z}$  este por debajo de cierto valor definido, lo que representaría que la termal ya no tiene la intensidad necesaria para que valga la pena continuar navegando dentro de ella.

En cuanto a la navegación dentro de las corrientes termales para aprovechar su energía la forma más común de hacerlo es volar en círculos dentro de las mismas, sin embargo en diferentes trabajos se proponen otros métodos interesantes para aprovechar su energía [46], [47], [48].

## Conclusiones y trabajo futuro

---

En este trabajo de tesis se implementaron leyes de control subóptimo en un VANT, además se construyó una plataforma con un sistema fotovoltaico para el aprovechamiento de la energía solar, estas estrategias permiten incrementar el tiempo de vuelo del VANT. También se implementó en simulación un sistema para la detección y navegación dentro de corrientes térmicas.

La implementación de la ley de control subóptimo no lineal en el VANT demostró en simulaciones ahorrar energía en comparación con un control PD, además de tener ligeramente un mejor desempeño, especialmente en maniobras donde las no linealidades del sistema se hacían presentes, como son los cambios del ángulo de curso. Este ahorro energético fue de alrededor del 8 % en el motor, dispositivo que es de principal interés ya que es el elemento que mayor energía consume durante el vuelo. También el uso de una ley de control subóptimo mostró aprovechar de mejor manera la energía de la termal ya que la altura al final del vuelo dentro de la termal fue mayor que con el control PD con el cual fue comparado. En la pruebas de vuelo realizadas con esta ley de control se pudo observar que tiene buen desempeño al seguir los ángulos de referencia mandados en pitch y roll.

Otra de las estrategias aplicadas en este trabajo fue el método del gradiente, con el cual se optimizaron las ganancias de controles PD con respecto al uso de energía, y se observó que hubo un ahorro de energía en comparación con el uso de controladores PD no optimizados, este ahorro de energía existente fue en cantidades similares a las obtenidas con la ley de control subóptimo no lineal discreta de horizonte finito además ambos controles presentaron desempeños similares, esto antes mencionado en simulaciones. En cuanto a los resultados experimentales con esta ley de control optimizada también se observó buen desempeño en el seguimiento de referencias en pitch y roll.

En cuanto al sistema fotovoltaico, basándonos en la potencia eléctrica teórica calculada que el panel solar instalado puede proporcionar en condiciones ideales, vemos que esta potencia del 32 % podría incrementar de forma significativa el tiempo de vuelo del VANT, es decir se podría aumentar en aproximadamente  $1/3$  el tiempo de vuelo.

Se implementó en simulación un algoritmo para la identificación y estimación de parámetros de corrientes térmicas usando usando los cambios de la velocidad de la altura de vuelo, las simulaciones desarrolladas en X-Planes y Matlab/Simulink mostraron muy buenos resultados tanto en identificación y estimación de los parámetros de las termales. Los resultados de simulación también muestran que el algoritmo presentado puede aprovechar la energía de las corrientes térmicas de buena manera para ganar altura.

Como resultado de este trabajo de tesis se publicó el artículo:

- Artículo de revista “Finite Horizon Nonlinear Suboptimal Control for an Autonomous Soaring UAV”, publicado el 12 de marzo del 2022 en “Mathematical Problems in Engineering” [22].

También se terminó de escribir un segundo artículo titulado “Gradient Optimization Control for a Fixed-Wing UAV” el cual será sometido a la revista “Control Engineering Practice”.

Como trabajo a futuro se necesita implementar en un solo VANT estas tres estrategias investigadas en este trabajo, esto se puede realizar en la segunda plataforma ya que está prácticamente lista para ello. Se deben instalar un autopiloto compatible con ardupilot y comenzar sintonizado un control básico como lo es un PD, una vez se tiene lista esta parte se pueden comenzar a sintonizar el control subóptimo y las ganancias de un control optimizado por el método del gradiente. Con las leyes de control funcionando de forma correcta se agregan los paneles solares y se puede ver como afectan estos al vuelo del VANT y de aquí determinar si es necesario rebajar la superficie del ala para no afectar la aerodinámica. Como paso siguiente se comienza con la prueba del algoritmo propuesta para la detección de las corrientes termales, para aprovechar estas corrientes sería de mucha utilidad tener navegación autónoma, esto se puede realizar con las leyes de control propuestas en este trabajo ya que tienen un buen desempeño como se vio en las simulaciones.



# Bibliografía

---

- [1] Autonomous Systems Lab of ETH Zurich, “Atlantiksolar.” Accedido en 25-05-2022 a <http://www.atlantiksolar.ethz.ch>, 2017.
- [2] P. Oettershagen, A. Melzer, T. Mantel, K. Rudin, R. Lotz, D. Siebenmann, S. Leutenegger, K. Alexis, and R. Siegwart, “A solar-powered hand-launchable uav for low-altitude multi-day continuous flight,” in *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3986–3993, 2015.
- [3] J. L. Hernández Toral, *Diseño, construcción y navegación de un Sistema Aéreo no Tripulado Solar*. PhD thesis, Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, 2019.
- [4] J. L. Hernandez, I. González-Hernández, and R. Lozano, “Super-twisting control in a solar unmanned aerial vehicle: Application to solar tracking,” in *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp. 379–384, 2018.
- [5] A. Bakar, L. Ke, H. Liu, Z. Xu, and D. Wen, “Design of low altitude long endurance solar-powered uav using genetic algorithm,” *Aerospace*, vol. 8, no. 8, 2021.
- [6] O. D. Dantsker, M. Theile, M. Caccamo, and R. Mancuso, “Design, development, and initial testing of a computationally-intensive, long-endurance solar-powered unmanned aircraft,” in *2018 Applied Aerodynamics Conference*.
- [7] S. Morton, R. D’Sa, and N. Papanikolopoulos, “Solar powered uav: Design and experiments,” in *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2460–2466, 2015.
- [8] P. Panagiotou, I. Tsavlidis, and K. Yakinthos, “Conceptual design of a hybrid solar male uav,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 53, pp. 207–219, 2016.

- [9] Sunbirds, “SB4 Phoenix.” Accedido en 25-05-2022 a <https://sunbirds.aero>, 2018.
- [10] AeroVironment and Alta Devices, “Aerovironment Solar-Powered Puma AE.” Accedido en 25-05-2022 a <https://www.avinc.com>, 2013.
- [11] UAV Instruments, “CIES 2.2.” Accedido en 25-05-2022 a <https://www.uav-instruments.com>, 2022.
- [12] V. N. Dobrokhodov, C. Walton, I. I. Kaminer, and K. D. Jones, “Energy-optimal guidance of hybrid ultra-long endurance uav,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 15639–15646, 2020. 21th IFAC World Congress.
- [13] L. Wirth, P. Oettershagen, J. Ambühl, and R. Siegwart, “Meteorological path planning using dynamic programming for a solar-powered uav,” in *2015 IEEE Aerospace Conference*, pp. 1–11, 2015.
- [14] E. Bohn, E. M. Coates, S. Moe, and T. A. Johansen, “Deep reinforcement learning attitude control of fixed-wing UAVs using proximal policy optimization,” in *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, IEEE, jun 2019.
- [15] O. Cots, J. Gergaud, and D. Goubinat, “Direct and indirect methods in optimal control with state constraints and the climbing trajectory of an aircraft,” *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 39, no. 1, pp. 281–301, 2018.
- [16] O. Arifianto and M. Farhood, “Optimal control of a small fixed-wing uav about concatenated trajectories,” *Control Engineering Practice*, vol. 40, pp. 113–132, 2015.
- [17] J. A. Cobano, D. Alejo, S. Sukkarieh, G. Heredia, and A. Ollero, “Thermal detection and generation of collision-free trajectories for cooperative soaring uavs,” in *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2948–2954, 2013.
- [18] M. Allen and V. Lin, “Guidance and control of an autonomous soaring uav,” 01 2007.
- [19] V. N. Dobrokhodov, N. Camacho, and K. D. Jones, “Cooperative autonomy of multiple solar-powered thermaling gliders,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 47, no. 3, pp. 1222 – 1227, 2014. 19th IFAC World Congress.



- [20] N. T. Depenbusch, J. J. Bird, and J. W. Langelaan, “The autosoar autonomous soaring aircraft, part 1: Autonomy algorithms,” *Journal of Field Robotics*, vol. 35, no. 6, pp. 868–889, 2018.
- [21] S. Tabor, I. Guilliard, and A. Kolobov, “Ardusoar: An open-source thermalling controller for resource-constrained autopilots,” in *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 6255–6262, 2018.
- [22] D. Ángeles Rojas, O.-J. Santos-Sánchez, S. Salazar, and R. Lozano, “Finite horizon nonlinear suboptimal control for an autonomous soaring uav,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2022, 2022.
- [23] A. Noth, S. Bouabdallah, and R. Siegwart, “Dynamic modeling of fixed-wing uavs,” Autonomous Systems Laboratory, ETH, Zurich, 2006.
- [24] M. V. Cook, “Flight dynamics principles a linear systems approach to aircraft stability and control,” Butterworth-Heinemann, third edition ed., 2013.
- [25] R. W. Beard and T. W. McLain, “Small unmanned aircraft: Theory and practice,” Princeton University Press, 2012.
- [26] Y. Sebbane, *Smart autonomous aircraft: Flight control and planning for UAV*. CRC Press, 2015.
- [27] G. H. Elkaim, F. A. P. Lie, and D. Gebre-Egziabher, *Principles of Guidance, Navigation, and Control of UAVs*, pp. 347–380. Dordrecht: Springer Netherlands, 2015.
- [28] J. P. How, E. Frazzoli, and G. V. Chowdhary, *Linear Flight Control Techniques for Unmanned Aerial Vehicles*, pp. 529–576. Dordrecht: Springer Netherlands, 2015.
- [29] T. A. Johansen and T. I. Fossen, *Guidance, Navigation, and Control of Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles*, pp. 1–9. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2020.
- [30] MathWorks, “Matlab.” Accedido en 25-05-2023 a <https://www.mathworks.com>, 2020.
- [31] Laminar Research, “X-Plane 11.” Accedido en 25-05-2023 a <https://www.x-plane.com>, 2017.

- [32] Laminar Research, “Manual en español X-plane 11.” Accedido en 25-05-2022 a [https://www.x-plane.com/wp-content/uploads/2017/04/Manual\\_XPlane11\\_sp\\_web.pdf](https://www.x-plane.com/wp-content/uploads/2017/04/Manual_XPlane11_sp_web.pdf), 2017.
- [33] ZOHD, “Nano Talon.” Accedido en 25-05-2022 a <https://www.zohd.net/zohd-nano-talon>, 2019.
- [34] ATOMRC, “Seal.” Accedido en 25-05-2023 a <https://atomrc.com/pages/seal>, 2021.
- [35] D. E. Kirk, *Optimal control theory: An introduction*. Prentice Hall, Inc., New York, 2004.
- [36] O. Santos-Sánchez, O. García, H. Romero, S. Salazar, and R. Lozano, “Finite horizon nonlinear optimal control for a quadrotor: Experimental results,” *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 42, no. 1, pp. 54–80, 2021.
- [37] Y. Zeng, Q. Wu, and R. Zhang, “Accessing from the sky: A tutorial on uav communications for 5g and beyond,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 107, no. 12, pp. 2327–2375, 2019.
- [38] P. Dyer, S. R. McReynolds, and D. M. Eggleston, *The Computation and Theory of Optimal Control*. New York Academic Press, 1972.
- [39] Ardupilot, “Ardupilot.” Accedido en 25-05-2023 a <https://ardupilot.org/>, 2023.
- [40] M. A. Green, E. D. Dunlop, J. Hohl-Ebinger, M. Yoshita, N. Kopidakis, K. Bothe, D. Hinken, M. Rauer, and X. Hao, “Solar cell efficiency tables (version 60),” *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*.
- [41] Sunpower, “Solar cells.” Accedido en 25-05-2022 a <https://us.sunpower.com/>, 2022.
- [42] V. S. Dwivedi, P. Kumar, A. K. Ghosh, and G. Kamath, “Selection of size of battery for solar powered aircraft,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 29, pp. 424–430, 2018. 11th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2018.

- [43] A. Czanderna and F. Pern, “Encapsulation of pv modules using ethylene vinyl acetate copolymer as a pottant: A critical review,” *Solar Energy Materials and Solar Cells*, vol. 43, no. 2, pp. 101–181, 1996.
- [44] GENASUN, “Gvb-8-boost.” Accedido en 25-05-2023 a <https://genasun.eu/collections/genasun-lithium-mppts/products/genasun-gv-boost-8-lithium-14-2-volt-mppt>, 2023.
- [45] GENASUN, “Genasun.” Accedido en 25-05-2023 a <https://genasun.eu/>, 2023.
- [46] D. J. Edwards, A. D. Kahn, M. Kelly, S. Heinzen, D. A. Scheiman, P. P. Jenkins, R. Walters, and R. Hoheisel, “Maximizing net power in circular turns for solar and autonomous soaring aircraft,” *Journal of Aircraft*, vol. 53, no. 5, pp. 1237–1247, 2016.
- [47] F. E. Tin, A. Borowczyk, I. Sharf, and M. Nahon, “Turn decisions for autonomous thermalling of unmanned aerial gliders,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 104, no. 25, pp. 1237–1247, 2022.
- [48] C. Walton, I. Kaminer, V. Dobrokhodov, and K. D. Jones, “Alternate strategies for optimal unmanned aerial vehicle thermaling,” *Journal of Aircraft*, vol. 55, no. 6, pp. 2347–2356, 2018.